

# **DESPACHO ECONÓMICO DE GENERACIÓN TERMOELÉCTRICA USANDO MÉTODOS DE SENSIBILIDAD AC**



**UNIVERSIDAD POLITÉCNICA SALESIANA  
SEDE QUITO**

**CARRERA:  
INGENIERÍA ELÉCTRICA**

**Trabajo de titulación previo a la obtención del título de  
INGENIERO ELÉCTRICO**

**TEMA:  
DESPACHO ECONÓMICO DE GENERACIÓN TERMOELÉCTRICA USANDO  
MÉTODOS DE SENSIBILIDAD AC**

**AUTOR:  
CRISTIAN MARCELO DÍAZ GARCÍA**

**DIRECTOR:  
CARLOS ANDRÉS BARRERA SINGAÑA**

**Quito, diciembre 2019**

Cristian Marcelo Díaz García

**DESPACHO ECONÓMICO DE GENERACIÓN TERMOELÉCTRICA USANDO MÉTODOS DE SENSIBILIDAD AC**

Universidad Politécnica Salesiana, Quito – Ecuador 2019

Ingeniería Eléctrica

Breve reseña histórica e información de contacto.



**Cristian Marcelo Díaz García** (Y'1990 – M'01). Realizó estudios secundarios en el Instituto Tecnológico Superior Central Técnico obteniendo el título de Bachiller Técnico industrial en Electrónica, instituto en el cual posteriormente estudiaría hasta graduarse de Tecnólogo Electrónico en el año 2012. [cdiazg3@est.ups.edu.ec](mailto:cdiazg3@est.ups.edu.ec)

*Dirigido por:*



**Carlos Andrés Barrera Singaña** (Y'1989). Realizó sus estudios superiores en la Escuela Politécnica Nacional de Quito, donde se graduó de Ingeniero Eléctrico en octubre de 2013. Además, cursó estudios de posgrado en la Universidad de Zaragoza, España, donde obtuvo el título en Máster en Energías Renovables y Eficiencia Energética con Especialidad en Sistemas Eléctricos. Actualmente es profesor ocasional a tiempo completo de la Universidad Politécnica Salesiana. [cbarrera@ups.edu.ec](mailto:cbarrera@ups.edu.ec)

Todos los derechos reservados:

Queda prohibida, salvo excepción prevista en la ley, cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública y transformación de esta obra para fines comerciales, sin contar con la autorización de los titulares de propiedad intelectual. La infracción de los derechos mencionados puede ser constitutiva de delito contra la propiedad intelectual. Se permite la libre difusión de este texto con fines académicos o investigativos por cualquier medio, con la debida notificación a los autores.

**DERECHOS RESERVADOS**

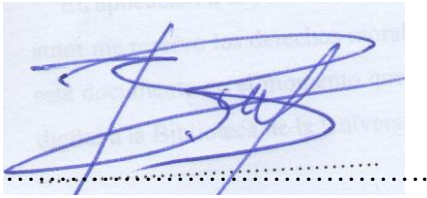
©2019 Universidad Politécnica Salesiana

QUITO - ECUADOR

## **DECLARATORIA DE COAUTORÍA DEL DOCENTE TUTOR**

Yo, Carlos Andrés Barrera Singaña declaro que bajo mi dirección y asesoría fue desarrollado el trabajo de titulación “*DESPACHO ECONÓMICO DE GENERACIÓN TERMOELÉCTRICA USANDO MÉTODOS DE SENSIBILIDAD AC*” realizado por Cristian Marcelo Díaz García, obteniendo un producto que cumple con todos los requisitos estipulados por la Universidad Politécnica Salesiana para ser considerados como trabajo final de titulación.

Quito D.M., diciembre de 2019



Carlos Andrés Barrera Singaña

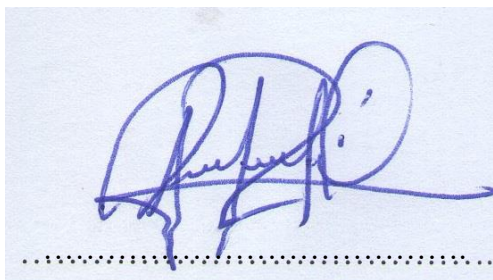
C.C.: 0503503336

## CESIÓN DE DERECHOS DE AUTOR

Yo, Cristian Marcelo Díaz García, con documento de identificación N° 1723523708, manifiesto mi voluntad y cedo a la Universidad Politécnica Salesiana la titularidad sobre los derechos patrimoniales en virtud de que soy autora del trabajo de grado/titulación intitulado: “*DESPACHO ECONÓMICO DE GENERACIÓN TERMOELÉCTRICA USANDO MÉTODOS DE SENSIBILIDAD AC*”, mismo que ha sido desarrollado para optar por el título de: Ingeniero Eléctrico, en la Universidad Politécnica Salesiana, quedando la Universidad facultada para ejercer plenamente los derechos cedidos anteriormente.

En aplicación a lo determinado en la Ley de Propiedad Intelectual, en mi condición de autor me reservo los derechos morales de la obra antes citada. En concordancia, suscribo este documento en el momento que hago entrega del trabajo final en formato impreso y digital a la Biblioteca de la Universidad Politécnica Salesiana.

Quito, D.M., diciembre de 2019



Cristian Marcelo Díaz García

C.C.: 1723523708

## 1. ÍNDICE GENERAL

1	INTRODUCCIÓN .....	2
2	MARCO TEÓRICO.....	3
2.1	Despacho económico de generación.....	3
2.2	Generación termoeléctrica .....	3
2.2.1	Función de costos .....	4
2.2.2	Costo incremental .....	4
2.3	Despacho económico simplificado .....	5
2.4	Despacho económico con pérdidas.....	6
3	MÉTODOS DE SOLUCIÓN DEL DESPACHO ECONÓMICO CON PÉRDIDAS .....	6
3.1	Método Lambda iterativo.....	6
3.1.1	Fórmula de pérdidas.....	7
3.2	Método del Jacobiano .....	10
4	IMPLEMENTACIÓN DEL MODELO MATEMÁTICO .....	12
5	ANÁLISIS DE RESULTADOS .....	14
6	CONCLUSIONES .....	16
6.1	Trabajos futuros .....	16
7	REFERENCIAS .....	16
7.1	Matriz de Estado del Arte .....	19
7.2	Resumen de Indicadores .....	20

## 2. ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1. Flujo de generación-costo.....	3
Figura 2. Esquema del Despacho Económico.....	3
Figura 3. Esquema de una central termoeléctrica a gas .....	4
Figura 4. Curva entrada-salida para una unidad generadora térmica.....	4
Figura 5. $N_{gen}$ unidades termogeneradoras comprometidas a cubrir la carga $P_{load}$ .....	6
Figura 6. $N_{gen}$ unidades térmicas cubriendo una carga $P_{load}$ a través de una red de transmisión. ...	6
Figura 7. Sistema de cuatro barras .....	7
Figura 8. Algoritmo del método lambda iterativo.....	13
Figura 9. Algoritmo del método Jacobiano.....	13
Figura 10. Sistema de prueba para DEP .....	14
Figura 11. Costo incremental resultante en cada método .....	15
Figura 12. Potencia despachada en cada método .....	15
Figura 13. Sistema de prueba para DEP .....	15
Figura 14. Costo incremental resultante en cada método .....	16
Figura 15. Potencia despachada en cada método.....	16
Figura 16. Resumen e indicador de la temática - Estado del arte .....	20
Figura 17. Indicador de formulación del problema - Estado del arte.....	21
Figura 18. Indicador de solución - Estado del arte.....	21

## 3. ÍNDICE DE TABLAS

Tabla 1. Datos de líneas en [p.u.].....	14
Tabla 2. Datos de barras en [p.u.] .....	14
Tabla 3. Generación y voltajes resultantes del flujo de carga en [p.u.] .....	14
Tabla 4. Comparación de resultados .....	14
Tabla 5. Datos de líneas en [p.u.], 5 barras. ....	15
Tabla 6. Datos de barras en [p.u.] .....	15
Tabla 7. Comparación de resultados .....	15
Tabla 8. Matriz de estado del arte.....	19



# DESPACHO ECONÓMICO DE GENERACIÓN TERMOELÉCTRICA USANDO MÉTODOS DE SENSIBILIDAD AC

## Resumen

La generación eléctrica está ligada a factores técnicos propios de cada proceso de transformación de la energía y también a factores económicos que aquello genera, mientras menos costoso sea el producir electricidad, esta se puede generar a mayor cantidad satisfaciendo cada vez más a una mayor cantidad de usuarios, es decir cubriendo la demanda de potencia del sistema con costos reducidos. Esta se convierte en la gran tarea por realizar para operadores de los SEP, la cual es conocida como el Despacho Económico de Generación. En este trabajo se presentan dos métodos de resolución del despacho económico, cada uno de estos tiene su propia formulación para considerar las pérdidas de potencia que existen en la transmisión eléctrica en las redes eléctricas. Los métodos implementados son Lambda iterativo y Jacobiano, los cuales permiten determinar la penalización que se aplica a los generadores tras incrementarse las pérdidas en el sistema de potencia; en ambos casos es necesario primero conocer la solución del flujo de carga del sistema. Los resultados obtenidos para un sistema de prueba indican que el método Lambda iterativo entrega un menor costo de operación a un menor número de iteraciones, lo cual representa ahorro económico y computacional de cálculo.

**Palabras Clave:** Despacho Económico, Lambda iterativo, Multiplicadores de Lagrange, Lagrangiano, Flujo AC Newton-Raphson, Costo Incremental, Generación Termoeléctrica, Jacobiano.

## Abstract

Electricity generation is linked to technical factors characteristic of each energy transformation process and also the economic factors that it generates, the less expensive it is to produce electricity, this can be generated to a greater amount satisfying more and more a greater number of users, that is, covering the power demand of the system with reduced costs. This becomes the great task to be done for operators of the electrical systems, which is known as the Economic Power Dispatch. This paper presents two methods of resolution of the economic dispatch, each of these has its own formulation to consider the power losses that exist in the electrical transmission in the electric networks. The implemented methods are iterative Lambda and the Jacobian, which allow determine the penalty applied to the generators after the losses in the power system have increased; in both cases it is necessary first to know the solution of the load flow of the system. The results obtained for a test system indicate that the iterative Lambda method solves a lower operating cost at a lower number of iterations, which represents economic and computational savings of calculation.

**Keywords:** Economic Dispatch, Iterative Lambda, Lagrange Multipliers, Lagrangian, AC Flows, Newton-Raphson, Incremental Cost, Thermolectric Generation, Jacobian.

# 1 Introducción

La energía eléctrica se ha convertido en un factor esencial para el desarrollo de cualquier país, siendo de uso indispensable en las aplicaciones comerciales, industriales y residenciales. Este tipo de energía se genera en grandes magnitudes en puntos específicos y luego se la transmite económicamente por largas distancias a los centros de consumo, donde es transformada, aprovechada y para aplicaciones [1]. Debido a su importancia, se dedica muchos esfuerzos en el estudio de los métodos de generación eléctrica tratando de que estos procesos sean cada vez más eficientes y confiables; y en los últimos años buscando también los métodos para producir electricidad de manera que se genere el menor impacto ambiental. Aunque aún no se puede optimizar del todo este último punto, pues sigue siendo indispensable el uso de fuentes primarias de energía a partir de combustibles fósiles, generando por lo tanto emisiones contaminantes, como por ejemplo las centrales térmicas. Sin embargo, el uso de este tipo de centrales es altamente necesario para mejorar estabilidad y robustez de los sistemas eléctricos de potencia (SEP) debido a que las centrales termoeléctricas presentan mejor respuesta inercial frente a otro tipo de generadoras, lo cual es de gran ayuda para compensar las desviaciones de frecuencia que ocurren en el sistema. [2].

Convencionalmente, la energía eléctrica en centrales térmicas se obtiene mediante la conversión de combustibles fósiles (gas natural, carbón o petróleo) y fuentes de hidrógeno o azufre. El calor obtenido por la quema de combustibles fósiles o por la fisión de materiales nucleares da paso a la transformación de la energía calórica en energía mecánica en una turbina a través

de un ciclo termodinámico, para finalmente, transformar la energía mecánica en electricidad con el uso del generador, principalmente sincrónico. El ciclo termodinámico es básicamente un proceso de baja eficiencia. Las eficiencias más altas para las plantas generadoras modernas de gran tamaño está por encima del 40%, mientras que las plantas más pequeñas pueden tener eficiencias menores [1][3].

En una central termoeléctrica, la turbina acoplada a un generador eléctrico, entrega energía mecánica para que a su vez el generador eléctrico transforme ese movimiento en energía eléctrica con condiciones adecuadas para la integración de este generador al SEP. El movimiento de la turbina es generado por inyección de vapor o gas, en cada caso con características constructivas distintas.

En el caso de las centrales térmicas convencionales, el precio por la obtención de combustible es alto [4][5], además de la operación y mantenimiento de dichas centrales. Es decir, el costo de producción de electricidad en este tipo de centrales es considerable, por tanto, se convierte en un factor altamente importante al momento de ser incluidas como aporte para cubrir la demanda energética de un sistema.

El despacho económico de energía eléctrica se lo realiza en función del costo de cada central de generación, con el propósito de abastecer la carga dentro de límites operativos normales en los componentes del SEP.

En este documento se analiza los métodos de despacho económico considerando las pérdidas de potencia en el sistema. Los dos métodos que se analizan en el presente documento hacen uso de los flujos de carga AC, los cuales parten de los datos conocidos de un flujo de carga para establecer la potencia

óptima en cada generador en la cual el costo de producción sea el mínimo. Esta idea se resume gráficamente en la Figura 1; en la cual, la entrada del proceso es la inyección de combustible con su respectivo costo, ingresan al proceso de generación eléctrica en cualquier tipo de planta generadora termoeléctrica, dentro de la planta de generación también existen costos de operación, para el análisis en este trabajo se engloba a todos los costos en una sola función que representa todos los costos de producción incluyendo los valores de operación y combustible. Entonces a la salida del proceso se tiene electricidad producida a un determinado costo de producción.



Figura 1. Flujo de generación-costo

## 2 Marco teórico

### 2.1 Despacho económico de generación

El despacho económico de generación es una tarea importante en la gestión de sistemas modernos de energía, el cual tiene como objetivo, asignar para cualquier condición de carga en el sistema, la salida de potencia a cada central de generación (y a cada unidad de generación dentro de una misma planta), haciendo énfasis en la coordinación y disminución de los costos de generación eléctrica en todas las plantas generadoras operativas dentro del sistema [6][7][8]. Así, si se conoce el flujo de cargas en un SEP, es posible hallar la potencia activa y reactiva que tendría que aportar cada planta generadora para cumplir con la demanda de potencia [9][5][10], en este caso sin tomar en cuenta el costo de operación.

En la Figura 2 se muestra el esquema de trabajo del despacho económico (DE), en donde se presenta una demanda determinada de potencia, el proceso de DE analiza los costos de cada generador, y como respuesta ordena la cantidad de potencia que cada uno de los generadores ha de producir para que se cumpla la condición de despacho al menor costo satisfaciendo la demanda.

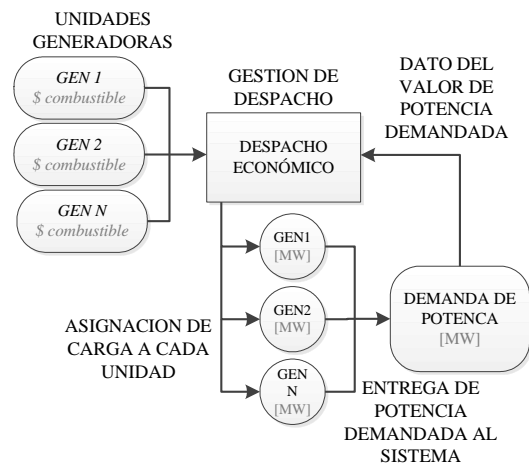


Figura 2. Esquema del Despacho Económico

### 2.2 Generación termoeléctrica

Las centrales de generación termoeléctrica usan la transformación de energía calorífica para la generación de electricidad, este tipo de energía se obtiene de variados combustibles como, por ejemplo; el gas natural, carbón, diésel. Para cada tipo de combustible utilizado, el equipamiento y configuración de la central es diferente. Las centrales termoeléctricas se pueden configurar en diferentes ciclos termodinámicos tales como el ciclo Brayton, el cual corresponde al uso de la turbina de gas; el ciclo Rankine conocido como ciclo convencional de vapor; el ciclo Diésel, el cual usa combustibles líquidos en motores de combustión interna; y el ciclo Otto, el cual también usa combustibles líquidos en motores alternativos de chispa o bujía. Un ejemplo de central termoeléctrica es la

que se muestra en el esquema de la Figura 3, la cual corresponde a una central a gas de ciclo Brayton, en el cual se comprime aire y en una cámara de combustión se mezcla la inyección de combustible y el aire comprimido, esta mezcla al combustionarse aumenta su temperatura, la cual entra a la turbina de gas y se expande moviendo la turbina que está acoplada al generador eléctrico. En resumen, la Figura 3 muestra al combustible como componente de entrada y como componente de salida la potencia eléctrica generada.

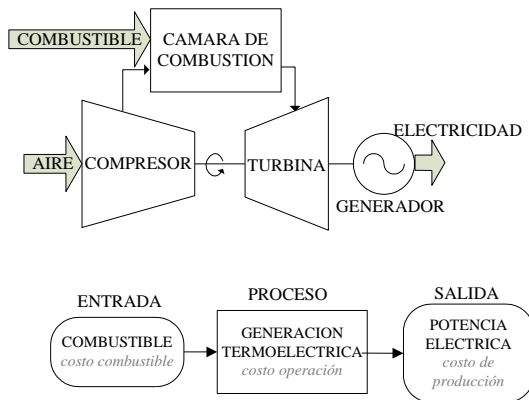


Figura 3. Esquema de una central termoeléctrica a gas

### 2.2.1 Función de costos

El modelo económico de la central termoeléctrica se expresa por el costo de la cantidad de combustible a emplearse para abastecer la potencia demandada, la potencia eléctrica que demanda el sistema es la entrada de la función y aquel costo corresponde a la salida de la función, además se toma en cuenta restricciones como por ejemplo los límites máximos y mínimos de producción de los generadores y demás elementos de una central térmica [4].

En la Figura 4, se visualiza la curva entrada-salida de una planta termoeléctrica representada por  $H(P_{gi})$ , con unidades en  $[MBTU/h]$ . Esta gráfica muestra el ingreso de combustible a una generadora termoeléctrica, dado en

$[MBTU/h]$ . El ingreso del combustible está en función de la potencia de salida ( $P_{gi}$ ) dado en  $[MW]$ . Si se incluye en la curva de entrada - salida, el costo en dólares del combustible dado en  $[\$/MBTU]$  u otras unidades equivalentes, la expresión queda de la siguiente manera  $(H(P_{gi}) [MBTU/h]) \times [\$/MBTU]$  y como resultado tenemos que la curva inicial se ha transformado en la curva de costos o conocida como la función de costos  $F(P_{gi}) [$/h]$  que expresa el costo en  $[\$/h]$  de producir una cantidad de  $[MW]$ . [4].

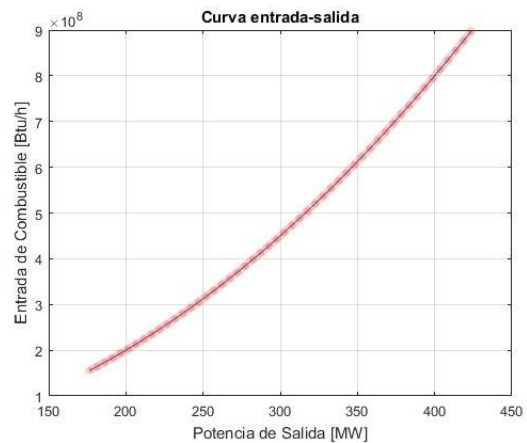


Figura 4. Curva entrada-salida para una unidad generadora térmica

La función de costo puede ser una expresión lineal, polinómica de segundo o tercer orden, o una función constante a trozos [4].

$$F(P_{gi}) = aP_{gi}^2 + bP_{gi} + c \quad [$/h] \quad (1)$$

### 2.2.2 Costo incremental

El costo adicional en  $[\$/h]$  necesarios para generar 1  $[MW]$  adicional de potencia, se lo conoce como costo incremental, denotado por  $\lambda$ .

El costo incremental se determina al medir la pendiente de la curva de costos, es decir, la curva de costo incremental es la derivada de la curva de costo con respecto a la potencia de generación, de tal manera que, si la curva de costos es

una función cuadrática, la curva de costo incremental será una función lineal [4][8].

Función de costo cuadrática:

$$F(P_{gi}) = aP_{gi}^2 + bP_{gi} + c \quad [$/h] \quad (2)$$

Función de costo incremental:

$$\lambda_i = \frac{dF_i}{dP_{gi}} = 2aP_{gi} + b \quad [$/MWh] \quad (3)$$

### 2.3 Despacho económico simplificado

Para comprender este concepto, se puede suponer que existen dos unidades de generación en una o más plantas de un sistema. La salida de potencia de la planta es provista por la suma de las potencias que generan cada una de sus dos unidades, y cada unidad produce energía eléctrica a un costo incremental específico para cada una, siendo uno de estos costos más alto que el otro.

Entonces, se puede suponer que la unidad que tiene el costo incremental mayor transfiere parte de su carga de potencia a la unidad de menor costo, esa reducción de carga en la unidad más costosa da como resultado una disminución en el costo de producción, y este costo disminuido es mayor al costo que se incrementa en la segunda unidad por la toma de esa carga. Ya que los costos incrementales de las unidades son funciones de las potencias generadas, el proceso de transferencia de carga de una unidad a otra puede continuar hasta alcanzar el punto en el cual los costos incrementales de las unidades sean iguales.

Si se aplica el mismo razonamiento para sistemas con más de dos unidades, se plantea el criterio en que, para tener un despacho óptimo de carga en la generación eléctrica, las unidades deben

operar con un mismo valor de costo incremental, ver ecuación 4. A esto se lo conoce como Despacho Económico [8], el cual puede resolverse mediante un método de optimización.

$$\lambda = \frac{dF_1}{dP_{g1}} = a_1P_{g1} + b_1 \quad (4)$$

$$\lambda = \frac{dF_2}{dP_{g2}} = a_2P_{g2} + b_2$$

En la Figura 5 se muestra un sistema con una cantidad  $N_{gen}$  de generadores termoeléctricos, como entrada en cada unidad se tiene la función de costo correspondiente  $F_i$ , y a su salida se tiene la generación de potencia eléctrica  $P_{gi}$  de cada unidad conectadas directamente a una única barra en la cual también se encuentra recibiendo potencia una carga  $P_{load}$ . La suma de todas esas potencias generadas alimenta la carga  $P_{load}$ , y el costo de generación (u operación) total es la suma de los costos individuales.

El despacho de generación en este caso se lo conoce como Despacho Económico Simplificado (DES), en el cual, se desprecia las pérdidas de potencia en el SEP.

La función objetivo (FO) en el DES es minimizar el costo total (FT) para alimentar a la carga teniendo como restricción que la suma de las potencias generadas debe ser igual a la carga del sistema. Esta restricción es conocida como Balance de Potencia [11], además de los límites máximos y mínimos de generación dados en las curvas de capacidad de los generadores sincrónicos.

Esto parte del hecho de que los generadores termoeléctricos necesitan de un determinado lapso de tiempo para su puesta en marcha, y también para su parada y reanudación, esto hace difícil

que se los pueda sacar de generación fácilmente [2].

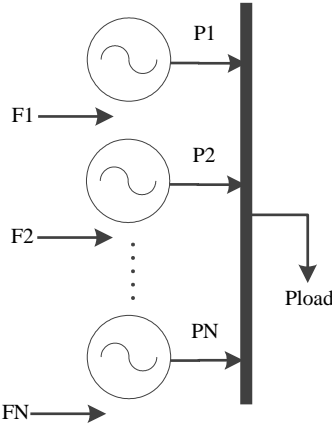


Figura 5.  $N_{gen}$  unidades termogeneradoras comprometidas a cubrir la carga  $P_{load}$

La formulación matemática de la solución del DES es la siguiente:

$$FT = F_1 + F_2 + F_3 + \dots + F_N \quad (5)$$

$$FO: \min \rightarrow FT = \sum_{i=1}^N F_i(P_{gi}) \quad (6)$$

S.A.:

$$P_{load} - \sum_{i=1}^N P_{gi} = 0 \quad (7)$$

$$P_{gi}^{min} \leq P_{gi} \leq P_{gi}^{max} \quad (8)$$

## 2.4 Despacho económico con pérdidas

Una vez comprendido el DES como un método rápido y simple de estimar la distribución de generación, en la práctica es necesario considerar a los SEP con sus pérdidas de potencia en el sistema transmisión  $P_{loss}$ , como se representa en la Figura 6, entonces el problema pasa a ser nombrado Despacho Económico con Pérdidas (DEP).

En el caso del DES, el criterio de balance de potencia debe asegurar que la generación cubra la carga, pero para el caso de un sistema con pérdidas, el criterio de balance de potencia dicta que

la generación debe cubrir la potencia de carga y las pérdidas de potencia.

La función objetivo para este despacho se mantiene igual que en el anterior caso, pero son las restricciones las que se modifican. En la restricción de balance de potencia ahora incluye a las pérdidas de transmisión [11].

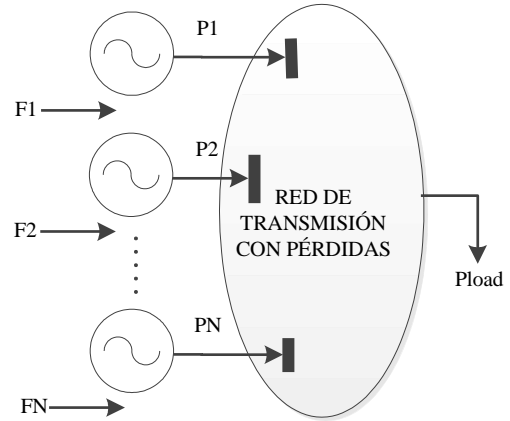


Figura 6.  $N_{gen}$  unidades térmicas cubriendo una carga  $P_{load}$  a través de una red de transmisión.

Por tanto, se muestra las expresiones matemáticas de las restricciones complementadas para el DEP [4].

S.A.:

$$P_{load} + P_{loss} - \sum_{i=1}^N P_{gi} = 0 \quad (9)$$

$$P_{gi}^{min} \leq P_{gi} \leq P_{gi}^{max} \quad (10)$$

## 3 Métodos de solución del despacho económico con pérdidas

### 3.1 Método Lambda iterativo

La función de Lagrange o conocida como Lagrangiano de la ecuación (11), se construye al relacionar los costos totales  $FT$  añadido al balance de potencia  $\emptyset$  con el costo incremental  $\lambda$  que es denominado también como multiplicador

de Lagrange, y corresponde al costo incremental efectivo, para los sistemas en los que se considera las pérdidas de potencia en la transmisión [11].

$$\mathcal{L} = FT + \lambda\emptyset \quad (11)$$

Si se desea encontrar el valor mínimo de la función de Lagrange, cual es la función objetivo del DEP, se toma la derivada de la función de Lagrange con respecto a cada uno de potencias generadas individuales y se iguala a cero la ecuación, de modo que se obtiene una ecuación en la que están involucradas tanto la derivada de las pérdidas de potencia como la derivada de la función de costos, las dos con respecto a la potencia de cada unidad de generación y también el término del costo incremental [11].

$$\frac{d\mathcal{L}}{dP_{gi}} = \frac{dF_i}{dP_{gi}} - \lambda \left( 1 - \frac{dP_{loss}}{dP_{gi}} \right) = 0 \quad (12)$$

Si se ordena esta ecuación, da como resultado la ecuación del costo incremental para cada unidad de generación, con respecto a su propia función de costos, la potencia generada y las pérdidas totales del sistema [11].

$$\frac{dF_i}{dP_{gi}} \left( \frac{1}{1 - \frac{dP_{loss}}{dP_{gi}}} \right) = \lambda \quad (13)$$

Donde:

$\frac{1}{1 - \frac{dP_{loss}}{dP_{gi}}}$ : Factor de penalización

$\frac{dP_{loss}}{dP_{gi}}$ : Pérdidas incrementales

En el factor de penalización se basa el DEP Como se había mencionado anteriormente, en el criterio DEP, el

valor del costo incremental ( $\lambda$ ) debe ser igual para todas las unidades de generación. Con el uso de las ecuaciones (13) y (17), se construye el sistema de ecuaciones en las cuales las variables serán las potencias  $P_{gi}$  y un único lambda o conocido como lambda del sistema [8][11].

### 3.1.1 Fórmula de pérdidas

Las pérdidas en la transmisión son una función de la potencia generada y tienen relación directa con las impedancias del sistema, para lo cual es necesario el cálculo de las corrientes de los generadores como se muestra a continuación.

Suponiendo un sistema de cuatro barras, con la barra 1 y 2 con generadores, y en la barra 3 y 4 con cargas, y un nodo n definido como neutro del sistema.

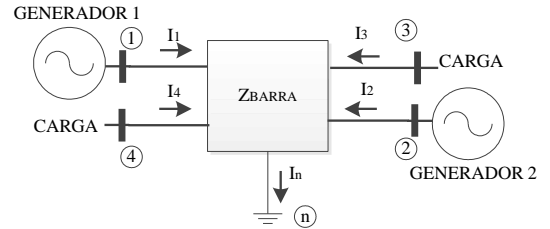


Figura 7. Sistema de cuatro barras

Entonces la carga del sistema  $I_D$  se compone de:

$$I_3 + I_4 = I_D \quad (14)$$

Por tanto, cada carga es una porción de la carga total:

$$I_3 = d_3 I_D ; I_4 = d_4 I_D \quad (15)$$

$$d_3 + d_4 = 1 \quad (16)$$

Como cada una de las corrientes está relacionada a las impedancias de las líneas en que circula, se plantea un sistema de ecuaciones, y los voltajes se

miden con respecto a la barra de referencia n.

$$\begin{bmatrix} V_{1n} \\ V_{2n} \\ V_{3n} \\ V_{4n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} \quad (17)$$

Se toma la primera fila de la matriz para reemplazar los términos de la ecuación (15), y expresar la ecuación (19) para  $I_D$ .

$$V_{1n} = Z_{11}I_1 + Z_{12}I_2 + Z_{13}I_3 + Z_{14}I_4 \quad (18)$$

$$I_D = \frac{-Z_{11}}{d_3Z_{13}+d_4Z_{14}}I_1 + \frac{-Z_{12}}{d_3Z_{13}+d_4Z_{14}}I_2 + \frac{-Z_{11}}{d_3Z_{13}+d_4Z_{14}}I_n^0 \quad (19)$$

El término  $I_n^0$  corresponde a la corriente de carga nula:

$$I_n^0 = -\frac{V_{1n}}{Z_{11}} \quad (20)$$

Se define los términos  $t_1$  y  $t_2$  para simplificar la ecuación (19)

$$t_1 = \frac{Z_{11}}{d_3Z_{13}+d_4Z_{14}} ; t_2 = \frac{Z_{12}}{d_3Z_{13}+d_4Z_{14}} \quad (21)$$

$$I_D = -t_1I_1 - t_2I_2 - t_1I_n^0 \quad (22)$$

Al reemplazar  $I_D$  de la ecuación (22) en (15)

$$I_3 = -d_3t_1I_1 - d_3t_2I_2 - d_3t_1I_n^0 \quad (23)$$

$$I_4 = -d_4t_1I_1 - d_4t_2I_2 - d_4t_1I_n^0 \quad (24)$$

Las ecuaciones (23) y (24), se definen como la transformación C de las corrientes iniciales  $I_1, I_2, I_3, I_4$ , expresadas ahora como un conjunto de corrientes nuevas  $I_1, I_2, I_n^0$ .

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & Z_{22} & 1 \\ -d_3t_1 & -d_3t_2 & -d_3t_1 \\ -d_4t_1 & -d_4t_2 & -d_4t_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \\ I_4 \end{bmatrix} = C \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Entonces la ecuación de las pérdidas de potencia toma la siguiente expresión:

$$P_{loss} = [I_1 \quad I_2 \quad I_n^0] [C^T R_{barra} C^*] \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_0 \end{bmatrix}^* \quad (27)$$

Donde:

$R_{barra}$ : es la componente real de  $Z_{barra}$

La ecuación (27) define las pérdidas de potencia del sistema, y se puede notar que la ecuación es una función de las corrientes  $I_1, I_2$ , ya que la transformación C es una expresión invariante y el término  $I_n^0$  es un número complejo de valor constante.

Como siguiente paso, para este análisis de las pérdidas de potencias reales del sistema, se considera a la potencia reactiva  $Q_{gi}$  como una porción  $s_1$  constante dentro de la potencia  $P_{gi}$ . Los valores  $s_1$  y  $s_2$  son números reales.

$$s_1 = Q_{g1}/P_{g1} ; s_2 = Q_{g2}/P_{g2} \quad (28)$$

Por tanto, es lo mismo suponer que los generadores operan con factor de potencia constante, en el mismo período de análisis, de tal modo se puede expresar las potencias de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} P_{g1} + jQ_{g1} &= (1 + js_1)P_{g1} \\ P_{g2} + jQ_{g2} &= (1 + js_2)P_{g2} \end{aligned} \quad (29)$$



Al usar estas nuevas expresiones en los términos de las corrientes de los generadores, se tiene las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{(1 - js_1)}{V_1^*} P_{g1} = \alpha_1 P_{g1} \\ I_2 &= \frac{(1 - js_2)}{V_2^*} P_{g2} = \alpha_2 P_{g2} \end{aligned} \quad (30)$$

Expresadas en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \alpha_2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & I_n^0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (31)$$

Se sustituye las corrientes en la función de las pérdidas de potencia de la ecuación (27).

$$\begin{aligned} P_{loss} &= \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_2 \\ 1 \end{bmatrix}^T \underbrace{\begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \alpha_2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & I_n^0 \end{bmatrix} C^T R_{barras} C^*}_{T_\alpha} \begin{bmatrix} \alpha_1 & \cdot & \cdot \\ \cdot & \alpha_2 & \cdot \\ \cdot & \cdot & I_n^0 \end{bmatrix}^* \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ 1 \end{bmatrix}^* \end{aligned} \quad (32)$$

Con el uso de la matriz de tipo Hermitiana, la cual es una propiedad de las matrices que dice; la transpuesta de la multiplicación de matrices también se puede expresar como la multiplicación en orden contrario de sus transpuestas individuales  $(ABC)^T = A^T B^T C^T$ . Si se incluye el complejo conjugado se obtiene  $(ABC)^{T*} = A^{T*} B^{T*} C^{T*}$ ; entonces se determina que el término  $T_\alpha$  tomado de la ecuación (32), que puede expresarse como el complejo conjugado de la transpuesta del mismo término. De esta matriz Hermitiana se obtiene que los elementos de la diagonal son números reales y los elementos fuera de la diagonal denominados  $m_{ij}$  son iguales al complejo conjugado de su correspondiente  $m_{ji}$ . De la suma de  $T_\alpha$  con  $T_\alpha^*$  resulta la eliminación de los

términos imaginarios fuera de la diagonal y se obtiene el duplo de los términos reales simétricos de  $T_\alpha$ , que se expresan de esta manera.

$$\begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{20}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{00} \end{bmatrix} = \frac{T_\alpha + T_\alpha^*}{2} \quad (33)$$

Si se añade este complejo conjugado a la ecuación (32), se obtiene:

$$\begin{aligned} P_{loss} &= [P_{g1} \quad P_{g2} \quad 1] \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{10}/2 \\ B_{21} & B_{22} & B_{20}/2 \\ B_{10}/2 & B_{20}/2 & B_{00} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \\ 1 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (34)$$

Donde  $B_{12}$  será igual a  $B_{21}$ . Al realizar la multiplicación filas por columnas resulta.

$$\begin{aligned} P_{loss} &= B_{11} P_{g1}^2 + 2B_{12} P_{g1} P_{g2} + B_{22} P_{g2}^2 \\ &\quad + B_{10} P_{g1} + B_{20} P_{g2} + B_{00} \\ &= \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 P_{gi} B_{ij} B_{gj} + \sum_{i=1}^2 B_{i0} P_{gi} + B_{00} \end{aligned} \quad (35)$$

Lo que equivale a decir:

$$\begin{aligned} P_{loss} &= [P_{g1} \quad P_{g2}] \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{g1} \\ P_{g2} \end{bmatrix} \\ &\quad + [P_{g1} \quad P_{g2}] \begin{bmatrix} B_{10} \\ B_{20} \end{bmatrix} + B_{00} \end{aligned} \quad (36)$$

Se puede expresar en forma general:

$$P_{loss} = P_g^T B P_g + P_g^T B_0 + B_{00} \quad (37)$$

Entonces para sistemas en los cuales existen más de dos generadores, un número  $K$  de generadores, en la ecuación de pérdidas el valor  $K$  define la dimensión de las matrices y los vectores de tal ecuación, y esta queda expresada de la siguiente forma:

$$P_{loss} = \sum_{i=1}^K \sum_{j=1}^K P_{gi} B_{ij} P_{gj} + \sum_{i=1}^K B_{i0} P_{gi} + B_{00} \quad (38)$$

El término B es una matriz simétrica conocida como la matriz de coeficientes de pérdidas. Los coeficientes llevan como unidad [1/MW] cuando las unidades de las potencias  $P_{g1}$  a  $P_{gK}$  están dadas en [MW], y solo el término  $B_{00}$  es adimensional [8][12].

### 3.2 Método del Jacobiano

La matriz Jacobiano es una matriz real casi simétrica de los flujos de potencia AC [13]. Este método de desarrollo del DEP, utiliza los flujos de potencia AC iterativamente para actualizar las potencias de despacho en función de las correcciones de voltajes y ángulos de las barras. En este caso se usa el método de Newton-Raphson (NR), el cual realiza un cálculo de las correcciones mientras toma en cuenta todas las iteraciones k [12][14]. A continuación, se resume cada uno de los pasos usados para el desarrollo del DEP con el uso del método del Jacobiano.

Como punto de partida se realiza un flujo de potencia NR, dado cualquier sistema con N número de barras, de las cuales; M número son barras de carga y S son barras de voltaje controlado y una barra oscilante. Se plantea 2M+S número de ecuaciones para resolver 2M+S número de incógnitas [15]. Se plantea la ecuación matricial:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_{g1} \\ \Delta P_{g2} \\ \vdots \\ \Delta P_{gN} \\ \Delta Q_{g1} \\ \vdots \\ \Delta Q_{gN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_1 \\ \Delta \theta_2 \\ \vdots \\ \Delta \theta_N \\ \Delta V_1 \\ \vdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix} \quad (39)$$

Jacobiano

Lo que en forma compacta es:

$$\overline{\Delta P, Q} = |J| + \overline{\Delta \theta, V} \quad (40)$$

|J| = Jacobiano

En donde las submatrices del Jacobiano tienen la siguiente definición [14].

$$\begin{aligned} H_{ij} &= \frac{dP_i}{d\theta_j} \\ N_{ij} &= \frac{dP_i}{dV_j} \\ M_{ij} &= \frac{dQ_i}{d\theta_j} \\ L_{ij} &= \frac{dQ_i}{dV_j} \end{aligned} \quad (41)$$

Los cuales pueden ser determinados con las potencias calculadas y términos de conductancia y susceptancia de la matriz Ybarra [16]. Los términos de las submatrices H, N, M y L se indican a continuación.

$$H_{ii} = -Q_i - B_{ii}|V_i|^2 \quad (42)$$

$$N_{ii} = P_i + G_{ii}|V_i|^2 \quad (43)$$

$$M_i = P_i - G_{ii}|V_i|^2 \quad (44)$$

$$L_{ii} = Q_i - B_{ii}|V_i|^2 \quad (45)$$

$$H_{ij} = L_{ij} = |V_i||V_j|(G_{ij} \sin \theta_{ij} - \cos \theta_{ij}) \quad (46)$$

$$N_{ij} = -M_{ij} = |V_i||V_j|(G_{ij} \cos \theta_{ij} + \sin \theta_{ij}) \quad (47)$$

Donde:

$V_i, V_j$ : Magnitud de voltajes en las barras

$\theta_i, \theta_j$ : Ángulos de voltajes en las barras

$G_{ij}$ : Conductancia de la matriz Ybarra en ubicación ij

$B_{ij}$ : Suceptancia de la matriz Ybarra en ubicación ij

$\theta_{ij} = \theta_i - \theta_j$

Entonces el algoritmo de solución del método NR consiste en encontrar la actualización de magnitudes de voltajes y

ángulos como se indican en las ecuaciones (48) y (49), hasta cumplir con un criterio de convergencia.

$$V_i^k = V_i^{k-1} + \Delta V_i \quad (48)$$

$$\theta_i^k = \theta_i^{k-1} + \Delta \theta_i \quad (49)$$

Hasta que no se cumpla con la convergencia, el proceso continúa de forma iterativa. Una vez que se cumpla la convergencia se termina el proceso del flujo NR. Entonces, se utiliza los últimos valores actualizados para hallar un nuevo Jacobiano, al cual se lo denomina como Jacobiano del punto de solución [11][15]. Una vez obtenido este nuevo Jacobiano se puede encontrar los factores de nodo directos de las barras. Estos factores permiten conocer la relación de cambio de potencia en la barra de referencia  $P_{ref}$  al existir una variación de potencia  $\Delta P_i$ . Si no existiese variación alguna,  $\Delta P_{ref}$  se mantiene como el negativo de  $\Delta P_i$ . Sin embargo; los ajustes en la generación causan cambios en los flujos del sistema, estos cambios en los flujos producen que  $\Delta P_{ref}$  y  $\Delta P_i$  no sean necesariamente iguales [19]. Por lo tanto, se expresa su relación como:

$$\Delta P_{ref} = -\Delta P_i + \Delta P_{loss} \quad (50)$$

Entonces se define esta relación de cambio con el termino  $\beta_i$ , al cual se lo conoce como factor de nodo o también llamado factor de penalización [11].

$$\beta_i = \frac{-\Delta P_{ref}}{\Delta P_i} = \frac{(\Delta P_i - \Delta P_{loss})}{\Delta P_i} \quad (51)$$

En otros términos:

$$\beta_i = 1 - \frac{dP_{loss}}{dP_i} \quad (52)$$

El factor de penalización de la barra de referencia es  $\beta_{ref}=1.0$  [20][21].

Se hace uso del siguiente criterio: en despacho económico, todos los generadores se mantienen trabajando al mismo costo de producción ante una variación de potencia  $\Delta P$ , es decir, que la variación de costo de producción es cero con un  $\Delta P$  significativamente pequeño [11][21], siendo:

$$\text{Costo Total de Produccion} = \sum F_i(P_i) \quad (53)$$

Se expresa la variación en el costo de producción al ocurrir un  $\Delta P_i$  en la generadora  $i$ .

$$\begin{aligned} \Delta \text{Costo de produccion} \\ = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} \Delta P_i + \frac{dF_{ref}(P_{ref})}{dP_{ref}} \Delta P_{ref} \end{aligned} \quad (54)$$

Usando los términos de la ecuación (51), se tiene:

$$\begin{aligned} \Delta \text{Costo de produccion} \\ = \frac{dF_i(P_i)}{dP_i} \Delta P_i - \beta_i \frac{dF_{ref}(P_{ref})}{dP_{ref}} \Delta P_i \end{aligned} \quad (55)$$

En concordancia con el criterio mencionado, debe cumplirse que  $\Delta \text{Costos de Producción}=0$ , entonces debe satisfacerse la igualdad:

$$\frac{dF_i(P_i)}{dP_i} = \beta_i \frac{dF_{ref}(P_{ref})}{dP_{ref}} \quad (56)$$

Si se hace uso de la ecuación (13) del costo incremental, y se expresa en términos del factor de nodo, se tiene la siguiente ecuación:

$$\frac{dF_i}{dP_{gi}} \left( \frac{1}{\beta_i} \right) = \lambda \quad (57)$$

Ahora bien, se tiene el termino  $P_{ref}$ , el cual está en función de los ángulos de fase del sistema y de las magnitudes de los voltajes.

$$\begin{aligned}\Delta P_{ref} &= \sum_i \frac{dP_{ref}}{d\theta_i} \Delta\theta_i + \sum_i \frac{dP_{ref}}{d|V_i|} \Delta|V_i| \\ &= \sum_i \frac{dP_{ref}}{d\theta_i} \frac{d\theta_i}{dP_i} \Delta P_i + \sum_i \frac{dP_{ref}}{d|V_i|} \frac{d|V_i|}{dP_i} \Delta P_i\end{aligned}\quad (58)$$

También expresada en términos de la potencia reactiva:

$$\begin{aligned}\Delta P_{ref} &= \sum_i \frac{dP_{ref}}{d\theta_i} \Delta\theta_i + \sum_i \frac{dP_{ref}}{d|V_i|} \Delta|V_i| \\ &= \sum_i \frac{dP_{ref}}{d\theta_i} \frac{d\theta_i}{dQ_i} \Delta Q_i + \sum_i \frac{dP_{ref}}{d|V_i|} \frac{d|V_i|}{dQ_i} \Delta Q_i\end{aligned}\quad (59)$$

Donde los términos  $dP_{ref}/d\theta_i$  y  $dP_{ref}/d|V_i|$  parten de la diferenciación de las ecuaciones de flujo de potencia estándar para la barra de referencia, y los términos  $d\theta_i/dP_i$  y  $d|V_i|/dP_i$  proviene del inverso de la matriz Jacobiano [11][21]. Entonces se puede expresar las ecuaciones (58) y (59) en forma de ecuaciones matriciales.

$$\begin{aligned}&\begin{bmatrix} dP_{ref} & dP_{ref} & dP_{ref} & dP_{ref} & \dots & dP_{ref} & dP_{ref} \\ dP_1 & dQ_1 & dP_2 & dQ_2 & \dots & dP_N & dQ_N \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} dP_{ref} & dP_{ref} & dP_{ref} & dP_{ref} & \dots & dP_{ref} & dP_{ref} \\ d\theta_1 & d|V_1| & d\theta_2 & d|V_2| & \dots & d\theta_N & d|V_N| \end{bmatrix} [J^{-1}]\end{aligned}\quad (60)$$

Si se transpone las ecuaciones matriciales:

$$\begin{bmatrix} dP_{ref} \\ dP_1 \\ dP_{ref} \\ dQ_1 \\ dP_{ref} \\ dP_2 \\ dP_{ref} \\ dQ_2 \\ \vdots \\ dP_{ref} \\ dP_N \\ dP_{ref} \\ dQ_N \end{bmatrix} = [J^T]^{-1} \begin{bmatrix} dP_{ref} \\ d\theta_1 \\ dP_{ref} \\ d|V_1| \\ dP_{ref} \\ d\theta_2 \\ dP_{ref} \\ d|V_2| \\ \vdots \\ dP_{ref} \\ d\theta_N \\ dP_{ref} \\ d|V_N| \end{bmatrix}\quad (61)$$

Con el Jacobiano calculado en el punto de solución y teniendo en cuenta que las derivadas de la  $P_{ref}$  con respecto a los ángulos y los voltajes corresponden a los mismos valores de las submatrices H y N de la matriz Jacobiano, de la operación de la ecuación (61) se obtiene las derivadas de la potencia de referencia con respecto a las potencias de generación  $P_{ref}/P_i$ , que en otros términos es el negativo del factor de nodo  $\beta_i$  como se expresa en la ecuación (51).

Al reemplazar los valores de los factores de nodo en la ecuación (55) de costo incremental para construir el sistema de ecuaciones convencional y ejecutar el cálculo del despacho económico, se debe considerar que la ecuación de costo incremental de la barra de referencia permanece sin alteración.

## 4 Implementación del modelo matemático

Se ha realizado la construcción del modelo matemático en Matlab, en el cual se aplican los dos métodos de resolución del DEP, tanto con el método de Lambda Iterativo como también el método del Jacobiano, los respectivos algoritmos se indican en la Figura 8 y Figura 9. En el primer método se obtiene los resultados del despacho económico con pérdidas; y, adicional a esto se obtiene los valores del despacho económico sin considerar las pérdidas del sistema, estos últimos resultados se los determina para efectos de comparación. Los dos métodos conllevan procesos iterativos, los cuales buscan dar una respuesta cuasi óptima a un SEP. La evaluación de cada proceso se la hace usando los dos métodos para definir el despacho económico de un mismo sistema, y comparar resultados del despacho entre otros aspectos, como por ejemplo el número de iteraciones que ocupa cada uno para su trabajo.

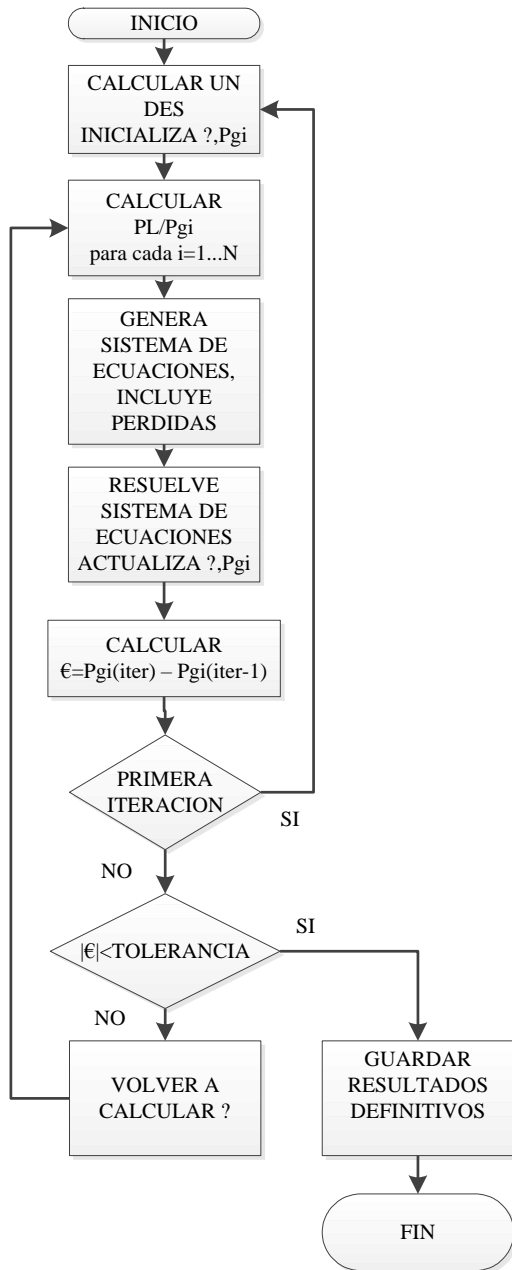


Figura 8. Algoritmo del método lambda iterativo.

## 5 Análisis de resultados

Los resultados se analizan en relación a cuál de los métodos muestra el despacho económico más eficiente, en este caso es el costo incremental el valor que dicta cual método logró obtener la cantidad de potencia para cada generador a la cual el valor del costo fue menor que otro el método. Para el análisis de los métodos

se presenta dos SEP diferentes a los cuales se aplica los algoritmos planteados anteriormente.

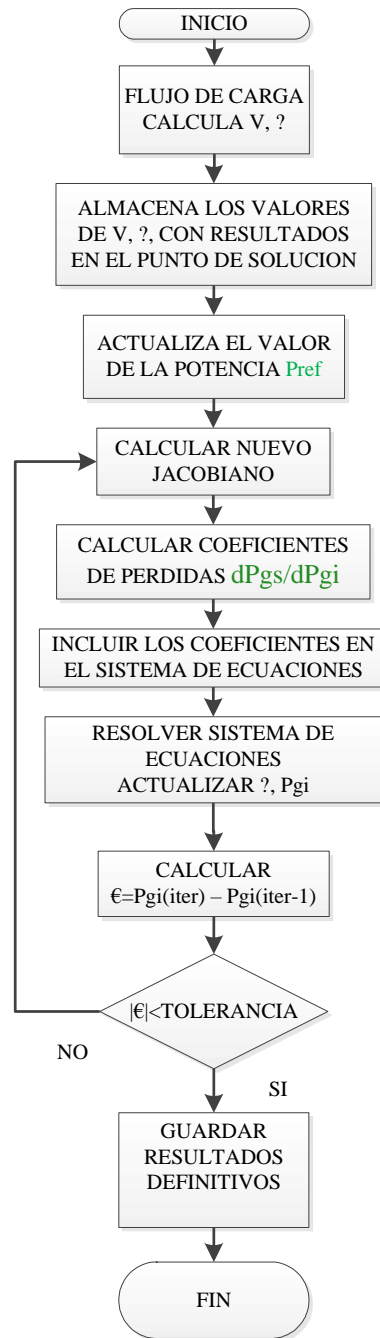


Figura 9. Algoritmo del método Jacobiano.

El primer ejercicio consiste en un SEP de cuatro barras ilustrado en la Figura 10.

Los costos incrementales de cada generador son:

$$\frac{dF_1}{dP_{g1}} = 0.0080 \cdot P_{g1} + 8 \text{ [\$ / MWh]}$$

$$\frac{dF_2}{dP_{g2}} = 0.0096 \cdot P_{g2} + 6.4 \text{ [\$ / MWh]}$$

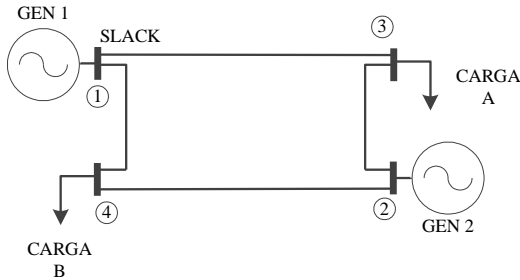


Figura 10. Sistema de prueba para DEP

En las siguientes tablas se muestran los parámetros eléctricos del sistema de prueba.

Tabla 1. Datos de líneas en [p.u.]

Barra i	Barra j	R	X	B
1	4	0.00744	0.0372	0.0775
1	3	0.01008	0.0504	0.1025
2	3	0.00744	0.0372	0.0775
2	4	0.01272	0.0636	0.1275

Tabla 2. Datos de barras en [p.u.]

Barra	$P_G$	$ V $	$\theta$ [°]	$P_C$	$Q_C$	Tipo
1	-	1	0	-	-	1
2	3.18	1	-	-	-	2
3	-	-	-	2.2	1.3634	3
4	-	-	-	2.8	1.7352	3

Los valores dados están dados en [p.u.] con 230 [kV] y 100 [MVA] como valores base. El tipo de barra tiene asignación numérica y corresponde a: 1- Barra Slack, 2-Barra PV, 3-Barra PQ.

Como se mencionado, para la resolución del DEP se parte de un cálculo previo de flujo de carga.

Tabla 3. Generación y voltajes resultantes del flujo de carga en [p.u.]

Barra	P	Q	$ V $	$\theta$ [°]
1	1.913	1.8722	1	0
2	3.18	1.3254	1	2.44
3			0.96051	-1.08
4			0.94304	-2.63
Total	5.093	3.1977		

Para el análisis de los resultados del sistema dado, y la evaluación de los métodos utilizados para el DEP, se hace la comparación de los valores obtenidos en cada método en el proceso realizado en la aplicación de Matlab. Al haber utilizado el mismo caso de estudio con los mismos datos de entrada, los resultados obtenidos se muestran en la Tabla 4.

El resultado de estos métodos muestra al método del Lambda iterativo como el método más eficiente dando como resultado un valor de  $\lambda$  menor que el método del Jacobiano, e incluso, menor que el despacho sin pérdidas. Además, este método muestra un reparto en la potencia de generación casi igual para cada generador.

Tabla 4. Comparación de resultados

Método	Potencias de generación [MW]		Costo Incremental [\$/MWh]
	Gen 1	Gen 2	$\lambda$
DES	272.72	227.27	10.18
Lambda Iterativo	268.08	241.67	10.14
Jacobiano	369.14	140.18	13.91

El método del Jacobiano, se muestra en este caso de estudio, como el menos eficiente al dar como resultado el valor más alto de  $\lambda$ . El reparto de potencia en los generadores tiene una gran diferencia, tanto así que al primer generador se le asigna más del doble de potencia que al segundo generador.

Los resultados en el DES son similares al de fórmula de pérdidas, el valor de  $\lambda$  difiere apenas por centésimas y la distribución de potencia en los generadores lleva la misma tendencia, el primer generador es el que despacha más potencia, pero se le asigna una cantidad mayor que en el caso del método del Lambda iterativo. La Figura 11 y Figura 12 ilustran de forma gráfica las afirmaciones realizadas en cuanto al

costo incremental y el reparto de potencias de generación en cada método implementado.

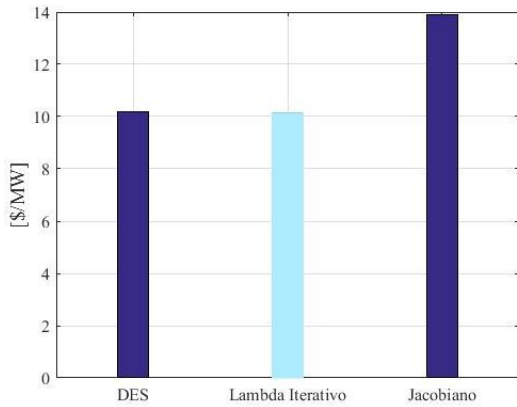


Figura 11. Costo incremental resultante en cada método

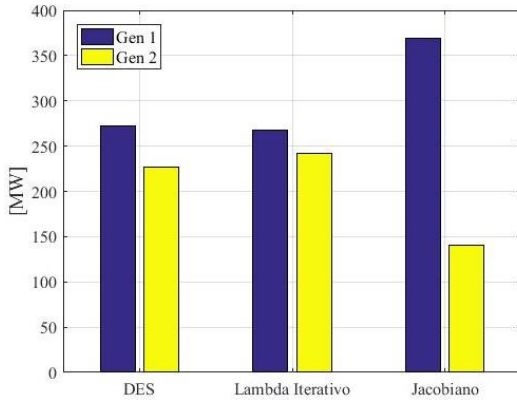


Figura 12. Potencia despachada en cada método

Como segundo ejercicio se plantea un SEP de cinco barras ilustrado en la Figura 13.

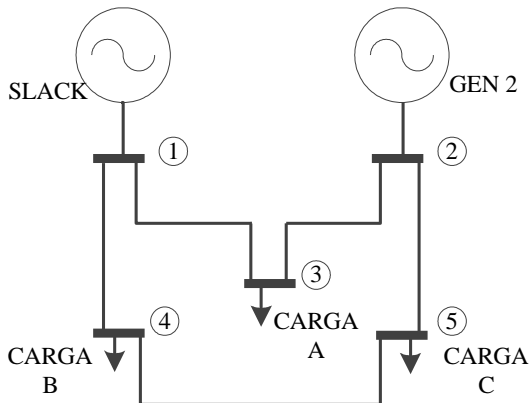


Figura 13. Sistema de prueba para DEP

Costos incrementales de generadores:

$$\frac{dF_1}{dP_{g1}} = 0.016 \cdot P_{g1} + 3.2 \text{ [$/MWh]}$$

$$\frac{dF_2}{dP_{g2}} = 0.0092 \cdot P_{g2} + 4.5 \text{ [$/MWh]}$$

Parámetros eléctricos del SEP.

Tabla 5. Datos de líneas en [p.u.], 5 barras.

Barra i	Barra j	R	X	B
1	2	0	0.2	0
1	3	0	0.15	0
1	4	0	0.1	0
2	3	0	0.1	0
2	5	0	0.15	0
5	4	0	0.1	0

Tabla 6. Datos de barras en [p.u.]

Barra	$P_G$	$ V $	$\theta$ [°]	$P_C$	$Q_C$	Tipo
1	5.5	1	0	1.5	0.5	1
2	3.5	0.96	4.41	1.5	0.4	2
3	-	1.1	-4.43	2.5	1	3
4	-	1.04	-5.11	2.5	1	3
5	-	0.97	-4.6	1	0.7	3

Los valores dados están dados en [p.u.] con 230 [kV] y 100 [MVA] como valores base. El tipo de barra tiene asignación numérica y corresponde a: 1-Barra Slack, 2-Barra PV, 3-Barra PQ.

Se aplica el mismo procedimiento que el ejercicio anterior y se obtiene los resultados que se muestran en la Tabla 7.

Tabla 7. Comparación de resultados

Método	Potencias de generación [MW]		Costo Incremental [\$/MWh]
	Gen 1	Gen 2	$\lambda$
DES	380.15	519.84	9.28
Lambda Iterativo	380.15	519.84	9.28
Jacobiano	410.94	489.05	6.48

Con el uso de la Figura 14 y Figura 15 se hace la comparación de los resultados. Para este segundo caso los resultados muestran una mejor eficiencia en el método del Jacobiano, el cual determina

un costo mucho menor al de los primeros métodos y un reparto de carga más equilibrado entre unidades de generación.

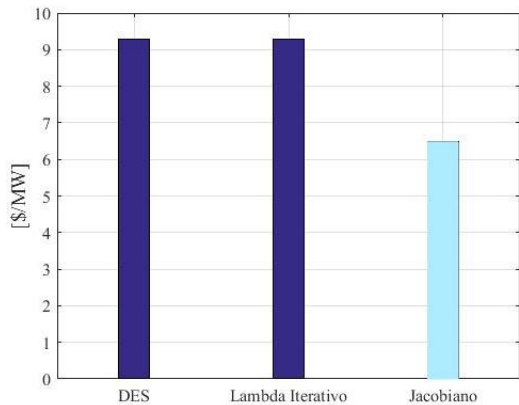


Figura 14. Costo incremental resultante en cada método

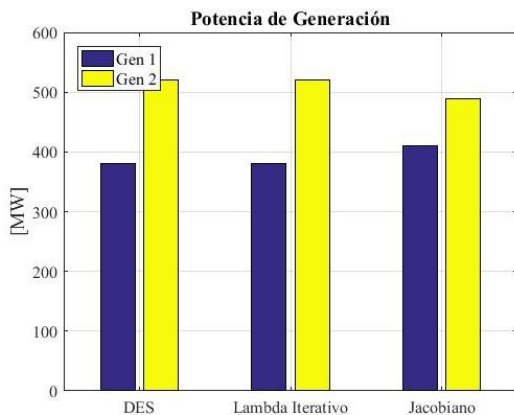


Figura 15. Potencia despachada en cada método

## 6 Conclusiones

Al existir varios métodos matemáticos con los cuales se puede estimar el despacho de generación termoeléctrica, es importante saber diferenciar cuál de los métodos es el más eficiente para el sistema que se desea analizar. Y aunque cada método presenta su dificultad en el momento de formular el modelo matemático, se puede diferenciar los métodos iterativos, observando los procesos que intervienen en el lazo principal iterativo, ya que, para sistemas de mayor tamaño, el realizar el cálculo

con muchos procesos y operaciones dentro de los lazos de repetición, consumirán gran cantidad de memoria de las computadoras y el tiempo de respuesta será más extenso.

Una vez ejecutados los algoritmos, se han encontrado los valores de las potencias que se debería generar en cada unidad generadora para que la producción de energía eléctrica sea lo menos costosa posible, pero el resultado de cada método tiene una pequeña variación una de otra. Lo cual ha permitido evaluar las eficiencias de cada método y de esta manera proponerla como mejor opción.

Por el análisis comparativo entre los métodos presentados en este trabajo, el método del Lamba iterativo se muestra como la mejor opción para realizar el cálculo del despacho económico, además que, este método es el que menos cantidad de operaciones contiene dentro del lazo principal iterativo en la programación del Matlab.

### 6.1 Trabajos futuros

El análisis expuesto en este trabajo puede servir como punto de partida para un trabajo más extenso y minucioso en busca de los métodos más eficientes para llevar a cabo la tarea del despacho económico, con investigaciones como:

- Despacho económico con flujos de potencia DC.
- Despacho económico considerando los costos variables de operación.
- Despacho económico en sistemas que incluyan generación con energías renovables.
- Despacho económico hidro-térmico.

## 7 Referencias

- [1] D. P. Kothari and I. J. Nagrath, "Modern Power System Analysis," Third Edit., New



- Delhi: The McGraw Hill, 2009, pp. 1–5.
- [2] A. Sánchez and H. Aviña, “El impacto de los combustibles en los costos de generación termoeléctrica,” Universidad Nacional Autónoma de México, 2016.
- [3] R. J. Buist and P. G. Lau, “Thermoelectric Power Generator Design and Selection from TE Cooling Module Specifications,” *TETechnology, Inc.*, no. 0, 1997.
- [4] H. A. Cardona, M. A. Burgos, J. W. González, I. A. Isaac, and G. J. López, “Aplicación en Matlab para la Programación del Despacho Económico Hidrotérmico,” vol. 6, no. 2, pp. 42–53, 2012.
- [5] D. Glover, M. Sarma, and T. Ovebye, *Power System Analysis and Desing*. USA: Thomson, 2008.
- [6] S. Affijulla and S. Chauhan, “A New Intelligence Solution for Power System Economic Load Dispatch,” *Dep. Electr. Eng. NIT Hamirpur, India*, 2011.
- [7] M. E. El-Hawary and G. S. Christensen, *Optimal Economic Operation of Electric Power System*. New York: Academic, 1979.
- [8] J. J. Grainger and W. D. Stevenson Jr., *Análisis de Sistemas de Potencia*. México: McGRAW-HILL, 2002.
- [9] D. Cerjan, M., D. Marcic, M., “Short term power system planning with water value and energy trade optimization.,” in *Energy Market (EEM), 8th International Conference on the European*, 2011, pp. 269–274.
- [10] R. Mujal, *Tecnología Eléctrica. Terrasa*. España: Capitulo X, 2000.
- [11] A. J. Wood, B. F. Wollenberg, and G. B. Sheblé, *Power Generation, Operation, and Control*, Third edit. New Jersey: John Wiley & Sons, Inc., 2014.
- [12] H. Saada, *Power system analysis*. TATA McGraw-Hill, 2002.
- [13] Z. Xu, Q. Jia, and L. Li, “The approximate expression of power flow Jacobian matrix and analysis,” *1st Int. Conf. Sustain. Power Gener. Supply, SUPERGEN '09*, pp. 1–4, 2009.
- [14] R. Jegatheesan, N. M. Nor, and M. F. Romlie, “Newton-raphson power flow solution employing systematically constructed jacobian matrix,” *PECon 2008 - 2008 IEEE 2nd Int. Power Energy Conf.*, no. PECon 08, pp. 180–185, 2008.
- [15] F. J. Vinueza, “Flujo Optimo de Potencia,” Universidad Politécnica Nacional, 1984.
- [16] Lof of A, G. Anderson, and T. Smed, “Fast Calculation of a Voltage Stability Index,” *IEEE Trans Power Syst.*, p. 7(1):54-64, 1992.
- [17] W. R. Barcelo, “Dynamic Economic Dispatch Using The Extended Security Constrained Economic Dispatch Algorithm Fir +,” vol. 12, no. 2, pp. 961–967, 1997.
- [18] R. Jegatheesan, N. M. Nor, and M. F. Romlie, “Power Flow Solution Using Impedance Parameters,” *Second Int. Power Eng. Optim. Conf. Malaysia*, 2008.
- [19] W. F. Reinoso P and J. L. Méndez, “Despacho Económico de Potencia Diaria Aplicando al Sistema Nacional Ecuatoriano,” Universidad Politécnica Salesiana, 2011.

- [20] B. Stott, "Review of Load-flow Calculation Methods," *IEEE Proceedings* vol. 62, pp., pp. 916–929, 1974.
- [21] G. B. Salazar, "Factores de Nodo del SNI, Métodos y Análisis de Sensitividad," Universidad Politécnica Nacional, 2000.

## 7.1 Matriz de Estado del Arte

Tabla 8. Matriz de estado del arte

DESPACHO ECONÓMICO DE GENERACIÓN TERMOELÉCTRICA USANDO MÉTODOS DE SENSIBILIDAD AC																					
ITEM	AÑO	TÍTULO DEL ARTÍCULO	CITAS	TEMÁTICA				FORMULACION DEL PROBLEMA			RESTRICCIONES DEL PROBLEMA				ALGORITMO DE OPTIMIZACIÓN			SOLUCIÓN PROPUESTA			
				Generación Eléctrica	Centrales Termoeléctricas	Costos de Producción Eléctrica	Reparto de Potencia en Generadores	Despacho Económico de Generación	Despacho Económico Simplificado	Despacho Económico con Pérdidas	Función de Costos	Costo Incremental	Balance de potencia	Límites de operación de Centrales Generadoras	Lambda Iterativo	Fórmula de pérdidas	Jacobiano	Multiplicadores de Lagrange	Flujo de carga Newton-Raphson	Jacobiano	Factores de Nodo
1	2009	Modern Power System Analysis	8111	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
2	2016	El impacto de los combustibles en los costos de generación termoeléctrica	0	☒	☒	☒	☐	☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
3	1997	Thermoelectric Power Generator Design and Selection from TE Cooling Module Specifications	32	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
4	2012	Aplicación en Matlab para la Programación del Despacho Económico Hidrotérmico	1	☐	☒	☐	☐	☐	☐	☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
5	2008	Power System Analysis and Desing	1432	☐	☒	☐	☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
6	2011	A New Intelligence Solution for Power System Economic Load Dispatch	19	☐	☐	☐	☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
7	1979	Optimal Economic Operation of Electric Power System	313	☐	☐	☐	☒	☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
8	2002	Análisis de Sistemas de Potencia.	488	☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐	☒	☒	☒	☐	☒	☒	☒	☒	☐	☐	
9	2011	Short term power system planning with water value and energy trade optimization	7	☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	
10	2014	Power Generation, Operation, and Control	9579	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒	☐	☐	☒	☐	☐	☐	☒	☐	☒	☒	
11	2009	The approximate expression of power flow Jacobian matrix and analysis	3	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒	
12	2008	Newton-raphson power flow solution employing systematically constructed jacobian matrix	14	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒	
13	1992	Fast Calculation of a Voltage Stability Index	509	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☐	☒	☒	

14	1997	Dynamic Economic Dispatch Using The Extended Security Constrained Economic Dispatch Algorithm	69	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
15	2008	Power Flow Solution Using Impedance Parameters	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
16	2011	Despacho Económico de Potencia Diaria Aplicando al Sistema Nacional Ecuatoriano	2	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
17	1974	Review of Load-flow Calculation Methods	809	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
18	2000	Factores de Nodo del SNI, Métodos y Análisis de Sensitividad	0	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
			CANTIDAD:	2	4	2	3	6	7	3	2	2	2	2	1	1	2	1	6	7	5

## 7.2 Resumen de Indicadores

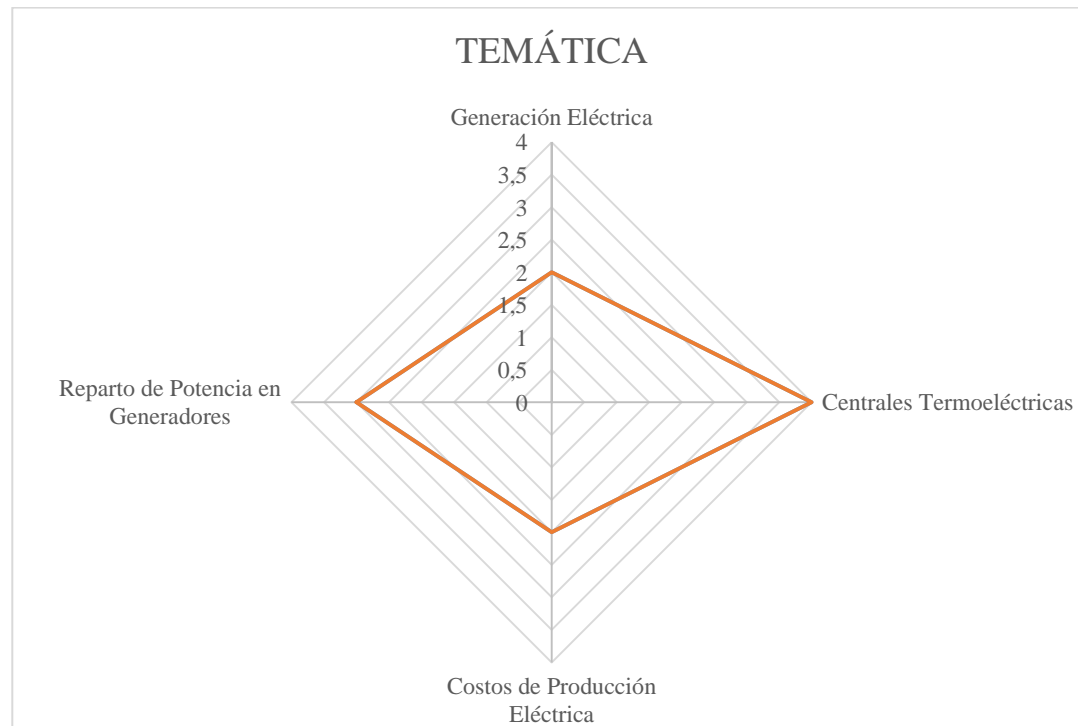
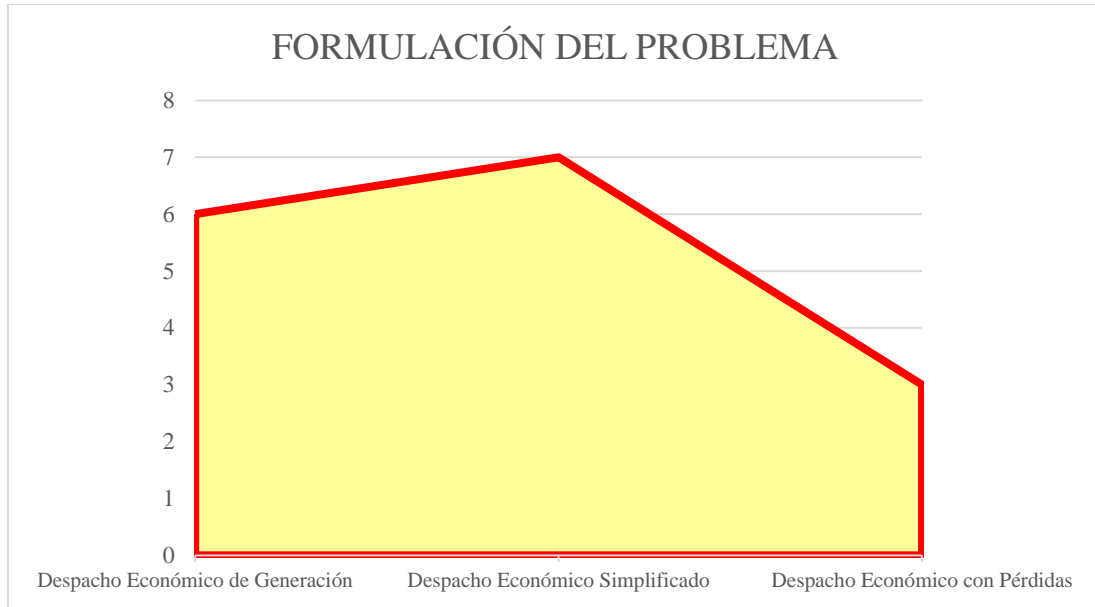
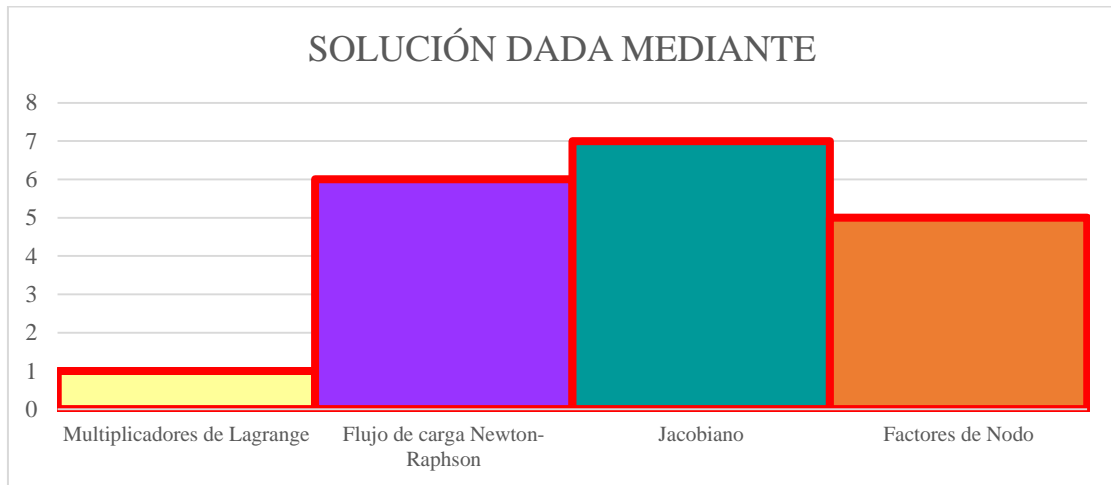


Figura 16. Resumen e indicador de la temática - Estado del arte



**Figura 17.** Indicador de formulación del problema - Estado del arte



**Figura 18.** Indicador de solución - Estado del arte