

A Função Consumo em Portugal: Uma Abordagem Macroeconométrica

António Rua

David Almas

Resumo: Este artigo propõe uma função consumo agregado para o contexto português. Perante a existência de cointegração entre as variáveis em estudo, foi estimado um modelo uni-equacional para tentar modelar o comportamento da função consumo agregado. Foi possível concluir pela existência de uma relação positiva entre o consumo e o rendimento disponível (elasticidade unitária) e uma relação negativa entre o consumo e a taxa de juro real e a taxa de inflação.

1. Introdução

A função consumo tem sido objecto de um estudo empírico considerável, provavelmente com uma extensão superior a qualquer outra relação em economia. Isto verifica-se talvez devido ao facto do consumo representar a mais importante componente da procura agregada. Daí que, a compreensão do comportamento do mesmo se torne imprescindível para a correcta modelização macroeconómica.

O conceito de função consumo foi introduzido por John Maynard Keynes (1936), baseando-se na hipótese de que existe uma relação empírica estável entre o consumo e o rendimento disponível. Nessa relação, a propensão marginal a consumir e a elasticidade consumo rendimento são positivas, mas inferiores à unidade, isto é,

$$C=f(Y) \text{ com } 0 < \frac{dC}{dY} < 1, 0 < \frac{dC}{dY} \frac{Y}{C} < 1, \quad (1)$$

sendo C e Y o consumo e o rendimento disponível respectivamente.

Duesenberry (1949), através da teoria do rendimento relativo, procurou mostrar que os consumidores são influenciados não só pelo seu rendimento corrente, mas também pelo rendimento mais elevado obtido no passado, ou seja,

$$C_t = a + bY_t + gY_{\max} + u_t \quad (2)$$

$$\text{sendo } Y_{\max} = \text{Max}\{Y_{t-1}, Y_{t-2}, \dots, Y_0\},$$

$$\text{resultante de } \frac{C_{it}}{Y_{it}} = a + b \frac{\bar{Y}_{it}}{Y_{it}} + u_{it}$$

para o consumidor i e onde \bar{Y}_{it} é a média dos seus rendimentos. O desenvolvimento da proposta de Duesenberry realizado por Brown (1952), levou-o a sugerir que os consumidores apenas alteram o seu comportamento lentamente, pelo que, para além do rendimento disponível, o consumo ocorrido no período anterior também afecta o consumo corrente. Assim, a dependência dos hábitos de consumo foi representada pela inclusão entre os regressores do *lag* da variável dependente, em vez do valor mais alto assumido pelo rendimento, ficando

$$C_t = a + bY_t + gC_{t-1} + u_t. \quad (3)$$

A teoria do rendimento permanente, da autoria de Milton Friedman (1957), postula que o consumo é proporcional ao que o consumidor considera como rendimento “normal”, dito permanente, e não ao que possa ter sido o seu rendimento durante os períodos passados. Isto é, o consumidor não considera variações fortuitas no seu rendimento ao estabelecer o seu padrão de consumo. O rendimento

corrente é definido como sendo a soma do rendimento permanente (Y_p) e do rendimento transitório (Y_t), o mesmo acontecendo para o consumo ($C=C_p+C_t$). Assim,

$$Cp_t = kYp_t \text{ com } Yp_t = (1-g) \sum_{j=0}^{\infty} g^j Y_{t-j} \quad (4)$$

implicando, ao contrário do que acontecia com Keynes, uma elasticidade consumo rendimento unitária.

Segundo o modelo do ciclo de vida de Modigliani (1957), os indivíduos planeiam as suas decisões de consumo e poupança ao longo do tempo com a intenção de afectar da melhor maneira possível o seu consumo ao longo das suas vidas. Desta forma, o consumo corrente está relacionado não apenas com o rendimento, mas também com a riqueza detida pelos indivíduos (A) e com o rendimento esperado no futuro (Y^e), ou seja,

$$C_t = aA_{t-1} + bY_t + gY_t^e + u_t. \quad (5)$$

Devido a problemas de agregação, Ando e Modigliani (1963) exprimem Y_t^e em termos de Y_t

$$C_t = a^* A_{t-1} + b^* Y_t + u_t, \quad (6)$$

o que pode ser simplificado, como foi sugerido por Davidson *et al.* (1978), de modo a evitar medir os activos (A), fazendo

$$A_t = A_{t-1} + Y_t - C_t, \text{ obtendo-se desta forma}$$

$$C_t = b^* Y_t + (a^* - b^*) Y_{t-1} + (1 - a^*) C_{t-1} + u_t^* \quad (7)$$

$$\text{com } u_t^* = u_t - u_{t-1}.$$

Do exposto, decorre a natural utilização do consumo privado como variável dependente e como regressor o rendimento disponível. Além deste último, deve incluir-se a taxa de inflação, visto que corrói o valor real da riqueza, bem como a taxa de juro real, pois influencia a restrição orçamental intertemporal do consumidor.¹

2. Análise das séries cronológicas

Nesta secção, levar-se-á a cabo a análise prévia do tipo de comportamento específico de cada série. O período amostral utilizado inicia no ano de 1959 terminando em 1997.²

¹ Para mais detalhes ver Sachs e Larrain (1993).

² Nas restantes secções foi utilizada a amostra apenas até ao ano de 1995, com o objectivo de serem realizadas previsões para os dois anos seguintes.

Sejam as variáveis:³

C=logaritmo do Consumo Privado a preços de 1988;

Y=ln(RDP/DCP), sendo RDP o Rendimento Disponível dos Particulares a preços correntes e DCP o Deflator do Consumo Privado (base 1988);

π =primeira diferença do logaritmo do Deflator do Consumo Privado (base 1988);

$r=\ln(1+TJN)-\pi$, onde TJN é a Taxa de Juro Nominal.

Através da inspeção gráfica⁴, pode ter-se uma ideia relativamente à ordem de integrabilidade das séries. Enquanto que o consumo e o rendimento disponível aparentam ser não estacionários em torno de uma tendência linear, a taxa de inflação e a taxa de juro exibem não reversão à média. Mediante essa constatação torna-se apenas relevante considerar, no âmbito do estudo da existência ou não de raízes unitárias, um modelo com constante e tendência para as séries do consumo e do rendimento disponível e um modelo apenas com constante para a taxa de juro real e para a taxa de inflação. De seguida procede-se à realização de alguns testes de raízes unitárias com o intuito de conhecer a ordem de integrabilidade de cada uma das séries.

O teste ADF (*Augmented Dickey-Fuller*) de Dickey e Fuller (1979) assume que y_t segue um processo auto-regressivo de ordem p . Apesar do teste ADF assumir que y_t segue um processo auto-regressivo puro, na prática este teste é utilizado para todo o tipo de séries, dentro do pressuposto de que se pode aproximar qualquer processo ARMA por um AR de ordem suficientemente elevada.⁵ Obteve-se:

| | | $\Delta y_t = m + bt + gy_{t-1}$ | | Valores críticos ⁶ : $\tau_\tau^{5\%} = -3,52$ $\tau_\tau^{1\%} = -4,20$. | | | |
|-----------------------|--|----------------------------------|------------|---|---------|---------|-----------|
| | | γ | t_γ | μ | t_μ | β | t_β |
| Consumo | | -0,074 | -1,50 | 0,599 | 1,66 | 0,001 | 0,98 |
| Rendimento Disponível | | -0,073 | -1,13 | 0,596 | 1,27 | 0,001 | 0,64 |
| | | $\Delta y_t = m + gy_{t-1}$ | | Valores críticos ⁶ : $\tau_\mu^{5\%} = -2,93$ $\tau_\mu^{1\%} = -3,60$. | | | |
| | | γ | t_γ | μ | t_μ | | |
| Consumo | | -0,026 | -2,65 | 0,253 | 3,11 | | |
| Rendimento Disponível | | -0,032 | -2,14 | 0,307 | 2,46 | | |
| Taxa de Inflação | | -0,120 | -1,53 | 0,012 | 1,25 | | |
| Taxa de Juro Real | | -0,254 | -2,27 | 0,000 | -0,08 | | |
| | | $\Delta y_t = gy_{t-1}$ | | Valores críticos ⁶ : $\tau^{5\%} = -1,94$ $\tau^{1\%} = -2,62$. | | | |
| | | γ | t_γ | | | | |
| Taxa de Inflação | | -0,040 | -0,87 | | | | |
| Taxa de Juro Real | | -0,253 | -2,30 | | | | |

O teste ADF não rejeita a hipótese de cada variável conter uma raiz unitária.

³ Os dados referentes ao Consumo Privado e ao Rendimento Disponível dos Particulares foram extraídos das Séries Longas das Contas Nacionais do Banco de Portugal e de Relatórios do Banco de Portugal e provenientes do Instituto Nacional de Estatística; a Taxa de Juro Nominal foi obtida das estatísticas anuais do Fundo Monetário Internacional.

⁴ Consultar os gráficos das séries e das primeiras diferenças em anexo.

⁵ Para mais detalhes ver Said e Dickey (1984).

⁶ Diga-se a este respeito que Mackinnon (1991) permite que estes valores críticos sejam calculados através da fórmula $C(p) = b_\infty + \frac{b_1}{T} + \frac{b_2}{T^2}$ para qualquer número de observações.

Phillips e Perron (1988) propuseram uma forma alternativa de abordar o problema de autocorrelação nos resíduos, a chamada abordagem não paramétrica. A aplicação deste teste emana os seguintes resultados:

| $y_t = \mathbf{m} + \mathbf{b}(t - T/2)y_{t-1} + u_t$ | | |
|---|--------------------------|--------------------------|
| | Z(ρ) | Z(τ_ρ) |
| | Valor crítico a 5%=-19,8 | Valor crítico a 5%=-3,52 |
| Consumo | -2,46 | -1,11 |
| Rendimento Disponível | -2,65 | -1,17 |
| $y_t = \mathbf{m} + y_{t-1} + u_t$ | | |
| | Z(ρ) | Z(τ_ρ) |
| | Valor crítico a 5%=-13,3 | Valor crítico a 5%=-2,93 |
| Taxa de Inflação | -3,64 | -1,35 |
| Taxa de Juro Real | -6,79 | -1,90 |

Também o teste de Phillips-Perron não rejeita a hipótese de cada variável ser individualmente integrada de ordem 1.

Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992) sugeriram um teste cuja principal característica é a inversão das hipóteses em teste, isto é, a hipótese nula assume que a série é estacionária e sob a hipótese alternativa a série é integrada de ordem um. A vantagem deste teste resulta da falta de potência dos testes convencionais, isto é, tendem a não rejeitar a hipótese nula com demasiada frequência. A realização deste teste forneceu as seguintes informações⁷:

| | Número de desfasamentos | | | | | | |
|---|-------------------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| H ₀ : Estacionaridade em tendência | | | | | | | |
| Valor crítico a 5%=0,146 | | | | | | | |
| Consumo | 0,786 | 0,410 | 0,286 | 0,225 | 0,190 | 0,167 | 0,152 |
| Rendimento Disponível | 0,889 | 0,472 | 0,330 | 0,259 | 0,217 | 0,190 | 0,172 |
| H ₀ : Estacionaridade em níveis | | | | | | | |
| Valor crítico a 5%=0,463 | | | | | | | |
| Taxa de Inflação | 1,121 | 0,604 | 0,424 | 0,332 | 0,279 | 0,243 | 0,218 |
| Taxa de Juro Real | 0,804 | 0,463 | 0,331 | 0,260 | 0,220 | 0,194 | 0,176 |

Uma vez que as conclusões sobre a estacionaridade das séries são muito sensíveis ao número de desfasamentos utilizado, este teste pode revelar-se pouco robusto. Neste caso concreto, mesmo para um número de desfasamentos superior ao que se encontra tabelado, o valor do teste para as diferentes séries não chega a estabilizar pelo que se torna suspeita qualquer conclusão que se procure retirar.

É importante que um teste de raízes unitárias tenha um desempenho adequado quando se detecta a componente MA numa série. Agiakloglou e Newbold (1992) e Schwert (1987, 1989) através de simulação mostraram usando um modelo ARIMA(0,1,1) que os valores críticos dos testes de raízes unitárias habituais, tais como o teste ADF e o teste de Phillips-Perron, não são apropriados excepto se o coeficiente MA for próximo de zero. Tal parece indicar que os testes mais usados não são apropriados para o tipo de séries sobre os quais são aplicados.

⁷ Para mais detalhes ver Marques (1998).

Leybourne e McCabe (1994) sugeriram um teste em que a hipótese nula é um processo ARIMA $(p,0,0)$ estacionário e a hipótese alternativa é constituída por um processo ARIMA $(p,1,1)$ não estacionário com um coeficiente MA(1) positivo. À semelhança do teste KPSS, este teste postula como hipótese nula a estacionaridade, contudo o tratamento concedido à autocorrelação sob a hipótese nula é substancialmente diferente. Enquanto que este teste aborda o problema da autocorrelação de uma forma paramétrica incluindo termos desfasados em y_t na especificação inicial, o teste KPSS utiliza a especificação mais simples do modelo e modifica o teste de forma não paramétrica. A realização deste teste forneceu os seguintes resultados⁸: consumo $S_\beta(p=1)=0,551$; rendimento disponível $S_\beta(p=3)=0,737$; taxa de inflação $S_\alpha(p=2)=0,706$; taxa de juro real $S_\alpha(p=3)=1,021$. A ordem p da componente AR foi seleccionada através dos critérios de informação de Akaike e de Schwartz seguida de uma avaliação de diagnóstico com o intuito de verificar se os resíduos da regressão se aproximavam de um ruído branco, através da estatística Q de Ljung-Box, por exemplo. A aplicação deste teste permite-nos concluir que as variáveis são $I(1)$.⁹

3. Testes de cointegração

Ao longo destes últimos anos, tem-se despoletado um grande interesse sobre o problema de como testar a existência de cointegração entre variáveis económicas integradas. O estabelecimento de uma relação de cointegração entre elas implica que existe um equilíbrio de longo prazo entre as mesmas, equilíbrio esse que desempenha um papel muito importante na teoria económica.

O teste mais simples é o CRDW (*Cointegration Regression Durbin-Watson*) proposto por Sargan e Bhargava (1983) e que se baseia na estatística DW obtida da regressão cointegrante¹⁰

$$C_t = 0,437 + 0,949Y_t - 0,799\pi_t - 0,601r_t$$

$$(2,53) (40,75) (-3,92) (-2,43)$$

$$T=37 [1959-1995] \quad R^2=0,99 \quad \text{Desvio-padrão}=0,036 \quad DW=1,55.$$

A hipótese nula em teste é a de que as variáveis não estão cointegradas, pelo que a estatística DW deve assumir valores próximos de zero. No caso particular em estudo, obtém-se uma DW igual a 1,55 que nos permite rejeitar a ausência de cointegração. Contudo, o teste CRDW não engloba a possibilidade de existência de autocorrelação de ordem superior à unidade nos resíduos, pelo que, em geral, não é uma estatística muito aconselhável.

Outro teste que permite testar a estacionaridade dos resíduos da regressão cointegrante e portanto testar a existência de uma relação de cointegração entre as variáveis nela presentes, é o teste ADF. O resultado deste teste, $ADF(0)=-4,75$, permite-nos concluir que existe cointegração entre as variáveis¹¹.

⁸ Ver a descrição do teste em anexo.

⁹ Para um nível de significância de 5% o valor crítico para S_α é 0,463 e para S_β é 0,146.

¹⁰ Entre parentesis encontram-se os t-rácios.

¹¹ O valor crítico correspondente a um nível de significância de 5% e calculado segundo a fórmula de Mackinnon (1991) é -4,40.

Outros testes que também postulam como hipótese nula a ausência de cointegração são aqueles que foram propostos por Phillips e Ouliaris (1990). Obteve-se $\hat{Z}(\hat{r})=-29,71$ e $\hat{Z}(\hat{t})=-4,84$, isto é, o teste $\hat{Z}(\hat{r})$ permite rejeitar a hipótese de ausência de cointegração a um nível de significância de 10%, enquanto que o teste $\hat{Z}(\hat{t})$ possibilita-nos concluir que existe cointegração a um nível de significância de 5%.

Visto que os testes cuja hipótese nula é a inexistência de cointegração tendem frequentemente a não rejeitar essa hipótese, e uma vez que a teoria económica postula principalmente relações de longo prazo, então parece natural admitir a existência de cointegração como hipótese nula. Dentro desta classe de testes encontramos aquele que foi proposto por Shin (1994). Os resultados obtidos foram os seguintes:

| Número de desfasamentos | | | | | | |
|-------------------------|--------|---------|--------------------------|--------|--------|--------|
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
| | | C_μ | Valor crítico a 5%=0,159 | | | |
| 0,0438 | 0,0496 | 0,0714 | 0,0835 | 0,0794 | 0,0739 | 0,0869 |

A realização deste teste permite-nos não rejeitar a hipótese de existência de cointegração para as séries em estudo.

McCabe, Leybourne e Shin (1997) propuseram um teste de cointegração onde é realizado um ajustamento paramétrico¹² de forma a ter em consideração uma possível estacionaridade do vector dos resíduos. Além disso, também o estenderam para o caso em que os regressores estão cointegrados entre si. O valor obtido¹³ foi $S(p=2)=0,116$ (valor crítico a 5% é 0,156) em que a ordem p da componente AR foi seleccionada através dos critérios de informação de Akaike e de Schwartz seguida de uma avaliação de diagnóstico com o intuito de verificar se os resíduos da regressão se aproximavam de um ruído branco, através da estatística Q de Ljung-Box, por exemplo. Os resultados empíricos da aplicação deste teste vêm reforçar a conclusão de existência de cointegração entre as variáveis em estudo.

4. Ensaio de hipóteses sobre o vector cointegrante

Nesta secção procede-se ao teste da hipótese de elasticidade unitária do rendimento em ordem ao consumo.

Seja y_t uma variável escalar e x_t um vector de k variáveis explicativas e considere-se a seguinte regressão de cointegração

$$y_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}'x_t + z_t \quad (8)$$

$$x_t = x_{t-1} + u_t$$

Se y_t e x_t forem $I(1)$, mas z_t e u_t forem $I(0)$ então para $p=k+1$, o vector p dimensional (y_t, x_t) está cointegrado, sendo o vector cointegrante $(1, -\beta_0, -\beta')$. No caso em que existe correlação não nula entre z_t

¹² Den Haan e Levin (1996) mostraram que os procedimentos baseados em ajustamentos paramétricos têm um melhor desempenho do que aqueles baseados em ajustamentos não paramétricos.

¹³ Ver a descrição do teste em anexo.

e u_t os estimadores dos mínimos quadrados dão origem a distribuições não *standard*, contudo, mesmo nesse caso, existe a possibilidade de construir testes de hipóteses, desde que se eliminem os efeitos da correlação entre z_t e u_t . Saikkonen (1991), Phillips e Loretan (1991) e Stock e Watson (1993) sugerem a inclusão de *leads* e *lags* de Δx_t em (8) como forma de corrigir a correlação entre z_t e u_t . Defina-se

$$z_t = \sum_{s=-k}^k \mathbf{g}'_s u_{t-s} + \tilde{z}_t \quad (9)$$

e uma vez que $u_t = \Delta x_t$ então a equação (8) pode escrever-se

$$y_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{b}' x_t + \sum_{s=-k}^k \mathbf{g}'_s u_{t-s} + v_t. \quad (10)$$

Se se admitir que a correlação entre z_t e u_{t-s} é zero para $|s| > k$, então ao estimar-se a equação (10) pelos mínimos quadrados ordinários pode usar-se o t-rácio dos mínimos quadrados multiplicado por um estimador consistente do rácio $(\mathbf{S}_v)/\mathbf{S}$ para realizar um teste (utilizando as tabelas *standard* da

distribuição t de Student). Um estimador consistente para \mathbf{S}_v^2 é obtido por $\hat{\mathbf{S}}_v^2 = \frac{\sum \hat{v}_t^2}{T}$.

Por sua vez, um estimador consistente para \mathbf{S}^2 (variância de longo prazo de v_t) pode ser obtido estimando o modelo AR(k)

$$\hat{v}_t = \mathbf{f}_1 \hat{v}_{t-1} + \dots + \mathbf{f}_k \hat{v}_{t-k} + e_t$$

obtendo $\hat{\mathbf{S}} = \frac{\hat{\mathbf{S}}_e}{1 - \hat{\mathbf{f}}_1 - \dots - \hat{\mathbf{f}}_k}$ onde $\hat{\mathbf{S}}_e^2 = \frac{\sum_{t=k+1}^T \hat{e}_t^2}{T - k}$.

Neste caso particular, pretende-se realizar um ensaio de hipóteses sobre a elasticidade de longo prazo do rendimento em ordem ao consumo. Estimou-se a seguinte regressão¹⁴

$$\begin{aligned} C_t = & -0,13 + 1,04Y_{t-1} - 1,71\pi_t + 0,05r_t + 0,62\Delta\pi_{t+3} + 1,20\Delta\pi_{t+2} + 0,92\Delta\pi_{t+1} + 1,79\Delta\pi_t + 1,49\Delta\pi_{t-1} + 1,08\Delta\pi_{t-2} + \\ & (0,26) (0,04) (0,71) (0,88) (0,39) (0,43) (0,55) (0,53) (0,49) (0,49) \\ & + 1,25\Delta\pi_{t-3} - 0,07\Delta Y_{t+3} - 0,07\Delta Y_{t+2} + 0,23\Delta Y_{t+1} - 0,67\Delta Y_t - 0,52\Delta Y_{t-1} - 0,39\Delta Y_{t-2} - 0,15\Delta Y_{t-3} + 0,89\Delta r_{t+3} + \\ & (0,49) (0,27) (0,29) (0,24) (0,16) (0,18) (0,16) (0,12) (0,47) \\ & + 1,95\Delta r_{t+2} + 1,67\Delta r_{t+1} + 0,75\Delta r_t + 0,48\Delta r_{t-1} + 0,54\Delta r_{t-2} + 0,97\Delta r_{t-3} + \hat{v}_t, \\ & (0,46) (0,51) (0,61) (0,55) (0,46) (0,37) \end{aligned}$$

¹⁴ Entre parentesis encontram-se os desvios-padrão.

sendo

$$\hat{\mathbf{S}}_v^2 = 0,000045.$$

Pretende-se testar a hipótese nula que o coeficiente de Y_t é igual a um (isto é, elasticidade consumo-rendimento unitária).

$$t = (1,0403 - 1) / 0,043134 = 0,934298$$

Ajustando um AR(2) aos resíduos \hat{v}_t obtém-se

$$\hat{v}_t = -0,177\hat{v}_{t-1} - 0,473\hat{v}_{t-2} + \hat{\epsilon}_t$$

$$\text{com } \hat{\mathbf{S}}_e^2 = 0,0000359 .$$

Deste modo a estimativa para σ vem dada por $\hat{\sigma} = 0,00362$ e o teste da hipótese nula vem

$$t \left(\frac{\hat{\mathbf{S}}_v}{\hat{\mathbf{S}}} \right) = 0,104$$

o que nos permite concluir que a um nível de significância de 5% não se rejeita a hipótese nula da elasticidade ser unitária.

5. Estimação da função consumo agregado

Através da realização dos testes de cointegração foi possível constatar que as variáveis consumo, rendimento disponível, taxa de juro real e taxa de inflação podem constituir uma relação de longo prazo estacionária.

Assim, nesta secção proceder-se-á à estimação de uma função de consumo agregado. Consideremos o modelo ADL(p, s, m, n)

$$C_t = \mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^p \mathbf{a}_j C_{t-j} + \sum_{j=0}^s \mathbf{f}_j Y_{t-j} + \sum_{j=0}^m \mathbf{b}_j \mathbf{p}_{t-j} + \sum_{j=0}^n \mathbf{g}_j r_{t-j} + \mathbf{e}_t \quad (11)$$

obtendo através da reparametrização proposta por Bårdsen (1989) o seguinte modelo

$$\begin{aligned} \Delta C_t = \mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^{p-1} \mathbf{a}_j^* \Delta C_{t-j} + \sum_{j=0}^{s-1} \mathbf{f}_j^* \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=0}^{m-1} \mathbf{b}_j^* \Delta \mathbf{p}_{t-j} + \sum_{j=0}^{n-1} \mathbf{g}_j^* \Delta r_{t-j} + \mathbf{m}_1 C_{t-1} + \mathbf{m}_2 Y_{t-1} + \\ + \mathbf{m}_3 \mathbf{p}_{t-1} + \mathbf{m}_4 r_{t-1} + \mathbf{e}_t . \end{aligned} \quad (12)$$

Podendo este por sua vez ser reparametrizado na forma do modelo do mecanismo corrector do erro

$$\Delta C_t = \mathbf{a}_0 + \sum_{j=1}^{p-1} \mathbf{a}_j^* \Delta C_{t-j} + \sum_{j=0}^{s-1} \mathbf{f}_j^* \Delta Y_{t-j} + \sum_{j=0}^{m-1} \mathbf{b}_j^* \Delta \mathbf{p}_{t-j} + \sum_{j=0}^{n-1} \mathbf{g}_j^* \Delta r_{t-j} + \mathbf{m}_1 [C_{t-1} - \mathbf{q}_1 Y_{t-1} - \mathbf{q}_2 \mathbf{p}_{t-1} - \mathbf{q}_3 r_{t-1}] + \mathbf{e}_t \quad (13)$$

com os multiplicadores de longo prazo dados por

$$\mathbf{q}_1 = -\frac{\mathbf{m}_2}{\mathbf{m}_1}, \mathbf{q}_2 = -\frac{\mathbf{m}_3}{\mathbf{m}_1} \text{ e } \mathbf{q}_3 = -\frac{\mathbf{m}_4}{\mathbf{m}_1}.$$

O modelo (12) pode ser estimado pelo método dos mínimos quadrados. Esta abordagem que consiste em estimar o vector cointegrante directamente a partir da própria especificação dinâmica é geralmente designado por método de um só passo e é uma via alternativa ao método dos dois passos proposto por Engle e Granger (1987). O principal argumento a favor desta metodologia prende-se com o enviesamento do estimador dos mínimos quadrados na regressão estática de cointegração utilizada no primeiro passo do método dos dois passos, pois a propriedade de super-consistência do referido estimador, sendo um resultado assintótico, não impede a existência de enviesamentos em amostras finitas.¹⁵ De facto, os enviesamentos em relação ao vector cointegrante são, em geral, muito menores quando a dinâmica de curto prazo é modelada em conjunto com a relação de longo prazo do que na regressão estática.

Assim para o modelo irrestrito procurou-se obter um modelo mais parcimonioso. A função consumo agregado estimada vem dada por¹⁶

$$\Delta C_t = 0,2393 \Delta Y_t - 0,2993 C_{t-1} + 0,3081 Y_{t-1} - 0,5684 \pi_{t-1} - 0,3292 r_{t-1}$$

(2,626) (-2,851) (2,921) (-4,168) (-2,302)

T=36 [1960-1995]; Desvio-padrão=0,02129; AR1 F(1,30)=0,0025 [0,9598]; ARCH1 F(1,29)=3,7603 [0,0623]; Normalidade $\chi^2(2)=0,027241$ [0,9865]; Heteroescedasticidade F(10,20)=1,6059 [0,1761]; RESET F(1,30)=0,46599 [0,5001]; Forecast $\chi^2(2)=5,6802$ [0,0584]; Chow F(2,31)=2,3691 [0,1103].¹⁷

Para os multiplicadores de longo prazo, temos:

$$\mathbf{q}_1 = 1,02, \mathbf{q}_2 = -1,89 \text{ e } \mathbf{q}_3 = -1,09.$$

¹⁵ Banerjee, Dolado, Hendry e Smith (1986) mostraram por simulação que os enviesamentos podem ser significativos.

¹⁶ Entre parentesis encontram-se os t-rácios.

¹⁷ F(Num, Denom)=Valor [Probabilidade], χ^2 (Graus de liberdade)=Valor [Probabilidade].

Da observação dos resultados dos testes de diagnóstico concluímos que nenhum deles é significativo a 5%, pelo que aparenta estarmos na presença de resíduos aproximadamente normais, tipo ruído branco e homoescdásticos. A figura 5 mostra-nos os valores efectivos e estimados juntamente com os resíduos da equação estimada que indicam um ajustamento razoável. Os indicadores de estabilidade dos parâmetros do modelo podem ser obtidos através da análise da figura 6. No primeiro gráfico, observam-se os resíduos recursivos limitados pelas bandas de dois desvios-padrão; no segundo encontra-se a sequência da estatística Chow para a previsão de um período à frente; no terceiro, temos a sequência para a estatística Chow com horizonte decrescente ($N\downarrow$) e por último, temos a sequência para a estatística Chow com horizonte crescente ($N\uparrow$). A figura 7 contém os gráficos das séries das estimativas para cada coeficiente ao longo do tempo, juntamente com um intervalo de confiança permitindo analisar a estabilidade dos mesmos. Na figura 8 temos a previsão do consumo agregado para 1996 e 1997, previsões essas que podem ser consideradas boas.

6. Conclusão

Este trabalho, teve como fim a aplicação da metodologia de cointegração de séries macroeconómicas ao estudo da função consumo em Portugal.

Inicialmente, foi abordada a questão da existência ou não de raízes unitárias nas séries relevantes para o referido estudo. De facto, foi nossa intenção confrontar os testes convencionais com testes posteriormente desenvolvidos, de modo a chamar a atenção para os eventuais problemas que podem advir da sua utilização, ainda que os resultados convergissem para a mesma conclusão.

Relativamente à existência de cointegração entre as variáveis, foram utilizados diversos procedimentos para o seu teste, que nos permitiram obter confirmação empírica.

A estimação de um modelo uni-equacional apresenta resultados estatísticos satisfatórios. Além disso, todos os parâmetros obtidos têm os valores com sinal consistente com a Teoria Económica para as respectivas variáveis. É de realçar os efeitos negativos e significativos da taxa de juro real e da taxa de variação do índice de preços no consumidor.

7. Referências

Agiakloglou, C. e Newbold, P. (1992): “Empirical Evidence on Dickey-Fuller Type Tests”, *Journal of Time Series Analysis*, 6, 471-483.

Ando, A. K. e Modigliani, F. (1963): “The Life Cycle Hypothesis of Savings: Aggregate Implications and Tests”, *American Economic Review*, vol. 53, nº1.

Banerjee, A., Dolado, J. J., Hendry, D. F. e Smith, G. W. (1986): “Exploring Equilibrium Relationships in Econometrics Through Static Models: Some Monte Carlo Investigation”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 48, 3, pg. 253-277.

Bårdsen (1989): “Estimation on Long Run Coefficients in Error Correction Model”, *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 51, pg. 345-350.

Brown, T. M. (1952): “Habit Persistence and Lags in Consumer Behaviour”, vol. 20, nº3.

Davidson, J. H., Hendry, D. F., Srba, F. e Yeo, S. (1978): “Econometric Modelling of Aggregate Time-Series Relationships Between Consumers’ Expenditure and Income in the United Kingdom”, *Economic Journal*, vol. 88.

Den Haan, W. J. e Levin, A. (1996): “Inferences from Parametric and Non-Parametric Covariance Matrix Estimation Procedures”, NBER Technical Working Paper.

Dickey, D. A. e Fuller, W. A. (1979): “Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root”, *Journal of American Statistical Association*, vol. 74, 427-431.

Dickey, D. A. e Pantula (1987): “Determining the Order of Differencing in Autoregressive processes”, *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 15, nº4, 455-461.

Duesenberry, J. (1949): “Income, Saving and Theory of Consumer Behaviour”, Cambridge, Harvard University Press.

Enders, Walter (1995): “Applied Econometric Time Series”, John Wiley & Sons Inc.

Engle e Granger (1987): “Co-integration and Error Correction: Representation, Estimation and Testing”, *Econometrica*, 55, 251-276.

Friedman, M. (1957): “A Theory of the Consumption Function”, Princeton, National Bureau of Economic Research.

Hamilton, James D. (1994): “Time Series Analysis”, Princeton University Press.

Harris, Richard (1995): “Using Cointegration Analysis in Econometric Modelling”, Prentice Hall, Harvester Wheatsheaf.

- Haug, Alfred A. (1992): "Critical values for the Z – Phillips-Ouliaris test for cointegration", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 3, 473-480.
- Hendry, David F. (1995): "Dynamic Econometrics", Oxford University Press.
- Keynes, J. M. (1936): "The General Theory of Employment, Interest and Money", London, MacMillan.
- Kremers, Ericsson e Dolado (1992): "The Power of Cointegration Tests", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics* 54, 325-348.
- Kwiatkowski, Phillips, Schmidt e Shin (1992): "Testing the Null Hypothesis of Stationarity Against the Alternative of a Unit Root", *Journal of Econometrics*, 54, 159-178.
- Leybourne, S. J. e McCabe, B. P. M. (1994): "A Consistent Test for a Unit Root", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 12, n°2, 157-166.
- Mackinnon, J. G. (1991): "Critical Values for Cointegration Tests" in *Long-Run Economic Relationships, Readings in Cointegration*, Ed. C. W.: J. Granger e R. F. Engle, Oxford University Press, 267-276.
- Marques, Carlos Robalo (1998): "Modelos Dinâmicos Raízes Unitárias e Cointegração", Edinova.
- McCabe, B. P. M., Leybourne, S. J. e Shin, Y. (1997): "A Parametric Approach to Testing the Null of Cointegration", *Journal of Time Series Analysis*, vol.18, n°4, 395-413.
- Modigliani, F. e Ando, A. K. (1957): "Tests of the Life Cycle Hypothesis of Savings", *Bulletin of the Oxford University Institute of Statistics*, vol. 19, 99-124.
- Newey e West (1987): "A Simple, Positive Definite, Heteroskedasticity and Autocorrelation Consistent Covariance Matrix", *Econometrica* 55, 703-708.
- Phillips e Ouliaris (1990): "Asymptotic Properties of Residual Based Tests for Cointegration", *Econometrica*, vol. 58, n°1, 165-193.
- Phillips e Perron (1988): "Testing for a Unit Root in Time Series Regression", *Biometrika* 75, 335-346.
- Phillips P. C. B. e Loretan M. (1991): "Estimating long-run economic equilibria", *Review of Economic Studies*, 58, 165-193.
- Sachs, J. D. e Larrain, F. (1993): "Macroeconomics in the Global Economy", Harvester Wheatsheaf.
- Said, S. E. e Dickey, D. A. (1984): "Testing for unit roots in autoregressive-moving average models of unknown order", *Biometrika*, 71, 599-607.

- Saikonnen, P. (1991): "Asymptotically Efficient Estimation of Cointegration Regression", *Econometric Theory* 7, 1-21.
- Sargan, J. D. e Bhargava, A. (1983): "Testing Residuals from Least Squares Regression for Being Generated by Gaussian Random Walk", *Econometrica* 51, 153-174.
- Schmidt e Phillips (1992): "LM tests for a Unit Root in the Presence of Deterministic Trends", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 54, 257-287.
- Schwert (1989): "Tests for Unit Roots: a Monte Carlo Investigation", *Journal of Business & Economic Statistics*, vol. 7, n°2, 147-159.
- Schwert, G.W. (1987): "Effects of Model Specification on Tests for Unit Roots in Macroeconomic Data", *Journal of Monetary Economics*, 20, 73-103.
- Shin, Y. (1994): "A Residual-Based Test of the Null of Cointegration Against the Alternative of No Cointegration", *Econometric Theory* 10, 91-115.
- Stock, J. H. e Watson, M. W. (1993): "A Simple Estimator of Cointegration Vectors in Higher Order Integrated Systems", *Econometrica* 61, 783-820.
- Tanaka, Katsuto (1996): "Time Series Analysis", John Wiley & Sons Inc.
- Turnovsky, Stephen J. (1996): "Methods of Macroeconomic Dynamics", MIT Press.

8. Anexos

Teste de raízes unitárias de Leybourne e McCabe (1994)

Seja o modelo

$$\Phi(L)y_t = \mathbf{a}_t + \mathbf{b}_t + \mathbf{e}_t \quad (\text{i})$$

$$\text{com } \mathbf{a}_t = \mathbf{a}_{t-1} + \mathbf{h}_t, \mathbf{a}_0 = \mathbf{a}, \quad t=1, \dots, T$$

onde $\Phi(L) = 1 - \mathbf{f}_1 L - \mathbf{f}_2 L^2 - \dots - \mathbf{f}_p L^p$ é um polinómio auto-regressivo de ordem p em L (operador *lag*) com raízes fora do círculo unitário, $\mathbf{e}_t \sim i.i.d.(0, \mathbf{s}_e^2)$, $\mathbf{h}_t \sim i.i.d.(0, \mathbf{s}_h^2)$, \mathbf{e}_t e \mathbf{h}_t são independentes um do outro e ambos têm distribuição normal.

A hipótese nula de estacionaridade contra a alternativa de não estacionaridade pode ser formulada da seguinte maneira

$$H_0: \mathbf{s}_h^2 = 0$$

$$H_1: \mathbf{s}_h^2 > 0$$

A estatística de teste pode ser obtida da seguinte forma

$$y_t^* = y_t - \sum_{i=1}^p \mathbf{f}_i^* y_{t-i} \quad (\text{ii})$$

onde \mathbf{f}_i^* são as estimativas da máxima verosimilhança de \mathbf{f}_i obtidas a partir do modelo ARIMA($p,1,1$) ajustado

$$\Delta y_t = \mathbf{b} + \sum_{i=1}^p \mathbf{f}_i \Delta y_{t-i} + \mathbf{z}_t - \mathbf{qz}_{t-1}. \quad (\text{iii})$$

Para o modelo com constante e tendência a estatística de teste vem dada por

$$\hat{S}_b = \hat{\mathbf{s}}_e^{-2} T^{-2} \hat{\mathbf{e}}' \mathbf{V} \hat{\mathbf{e}} \quad (\text{iv})$$

em que \mathbf{V} é uma matriz ($T \times T$) cujo elemento (i,j) é igual ao mínimo de i e j e $\hat{\mathbf{s}}_e^2 = T^{-1} \hat{\mathbf{e}}' \hat{\mathbf{e}}$ é um estimador consistente para \mathbf{s}_e^2 , sendo $\hat{\mathbf{e}}_t$ o resíduo obtido da estimação pelo método dos mínimos quadrados de y_t^* numa constante e numa tendência.

Para o modelo com constante e sem tendência, a estatística de teste é a seguinte

$$\hat{S}_a = \hat{\mathbf{s}}_e^{-2} T^{-2} \hat{\mathbf{e}}' V \hat{\mathbf{e}} \quad (\text{v})$$

em que $\hat{\mathbf{e}}_t$ é o resíduo da regressão de y_t^* sobre uma constante. Os valores críticos a utilizar na realização do teste são os mesmos do teste KPSS e à semelhança deste último, este teste deve ser calculado para vários valores de p . Além disso, o teste KPSS é basicamente uma versão simplificada deste teste em que o modelo subjacente é o modelo (i), mas com a restrição $p=0$ imposta. Este teste é consistente à taxa $o_p(T)$ em vez de $o_p(T^{2/3})$ como acontece no KPSS sob a hipótese alternativa $I(1)$ e é empiricamente mais potente, evitando a tendência do teste KPSS para ser monotonamente decrescente no parâmetro de truncagem.

Teste de cointegração de McCabe, Leybourne e Shin (1997)

Seja:

$$H_0: \mathbf{s}_2^2 = 0 \text{ (cointegração)}$$

$$H_1: \mathbf{s}_2^2 > 0 \text{ (ausência de cointegração)}.$$

Assumir que H_0 é verdadeira tal que

$$y_t = \mathbf{a} + x_t' \mathbf{b} + \sum_{j=-n}^n \Delta x_{t-j}' \mathbf{p}_j + v_t \quad (\text{vi})$$

$$\mathbf{f}(L)v_t = \mathbf{e}_t$$

com $\mathbf{e}_t \sim (0, \mathbf{s}_1^2)$ e onde x_t é uma matriz com k variáveis $I(1)$ ($x_t = x_{t-1} + \mathbf{m}_t$, em que \mathbf{m}_t é um processo ARMA com média nula e variância $\Sigma_{(k \times k)}$).

A estatística de teste é dada por

$$S = T^{-2} \hat{\mathbf{s}}_1^{-2} \hat{\mathbf{e}}' V \hat{\mathbf{e}} \quad (\text{vii})$$

assumindo que Σ é uma matriz definida positiva e em que $\hat{\mathbf{e}}$ é um vector $T \times 1$ contendo

$\hat{\mathbf{e}}_t = \hat{v}_t - \sum_{i=1}^p \hat{\mathbf{f}}_i \hat{v}_{t-i}$, sendo $\hat{\mathbf{f}}_i$ as estimativas de máxima verosimilhança dos coeficientes AR quando um modelo ARIMA($p,1,1$) é ajustado aos resíduos de mínimos quadrados \hat{v}_t do modelo (vi) como uma

pseudo-verosimilhança. A forma $\hat{\mathbf{e}}'V\hat{\mathbf{e}}$ é equivalente a $\sum_{i=1}^T \left(\sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{e}}_t \right)^2$ e $\hat{\mathbf{s}}_1^2 = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\mathbf{e}}_t^2$ é um estimador consistente para a variância \mathbf{s}_1^2 .

O modelo sob a hipótese alternativa é dado por

$$y_t = \mathbf{a} + x'_t \mathbf{b} + \sum_{j=-n}^n \Delta x'_{t-j} \mathbf{p}_j + v_t \quad (\text{viii})$$

$$\mathbf{f}(L)v_t = \mathbf{g}_t + \mathbf{e}_t$$

$$\mathbf{g}_t = \mathbf{g}_{t-1} + \mathbf{h}_t$$

com $\mathbf{h}_t \sim (0, \mathbf{s}_2^2)$ e independente de ε_t e μ_t .

Sob o modelo alternativo o teste S é consistente à taxa $o_p(T)$.

Além disso, também pode ser incluída uma tendência linear na regressão (vi). Essa inclusão pode ser desejável de forma a que os resíduos da regressão se tornem invariantes a Δx_t , tendo possivelmente uma média não nula. Assim v_t passa a representar os resíduos da seguinte regressão

$$y_t = \mathbf{a} + x'_t \mathbf{b} + \mathbf{j}t + \sum_{j=-n}^n \Delta x'_{t-j} \mathbf{p}_j + v_t. \quad (\text{ix})$$

Relativamente ao n , este pode ser escolhido fazendo $o(T^{1/3})$, mostrando-se consonante com Saikkonen (1991), Shin (1994) e Stock e Watson (1993).

O ajustamento paramétrico torna-se mais robusto e poderoso do que os testes baseados em estimadores da variância de longo prazo. Este teste tem características superiores sob a hipótese alternativa, pois é consistente à taxa $o_p(T)$ em vez da taxa $o_p(T^{2/3})$ existente nos restantes testes.

Figura 1: Logaritmo do consumo e a primeira diferença

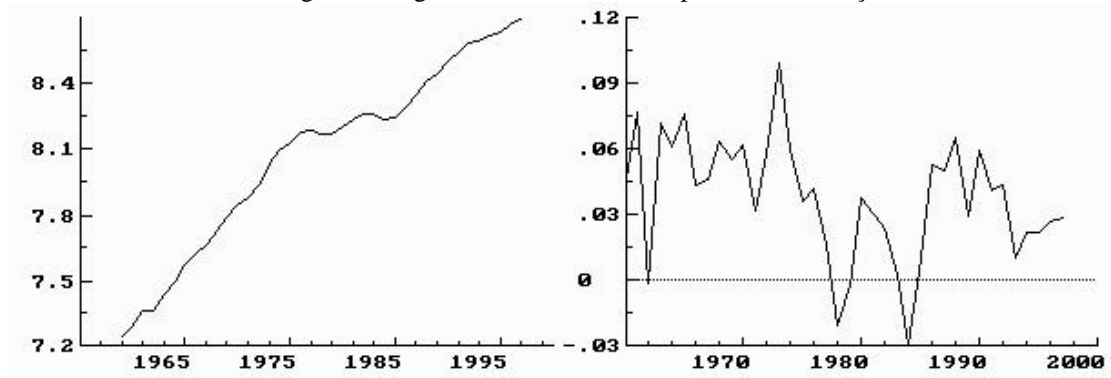


Figura 2: Logaritmo do rendimento disponível e a primeira diferença

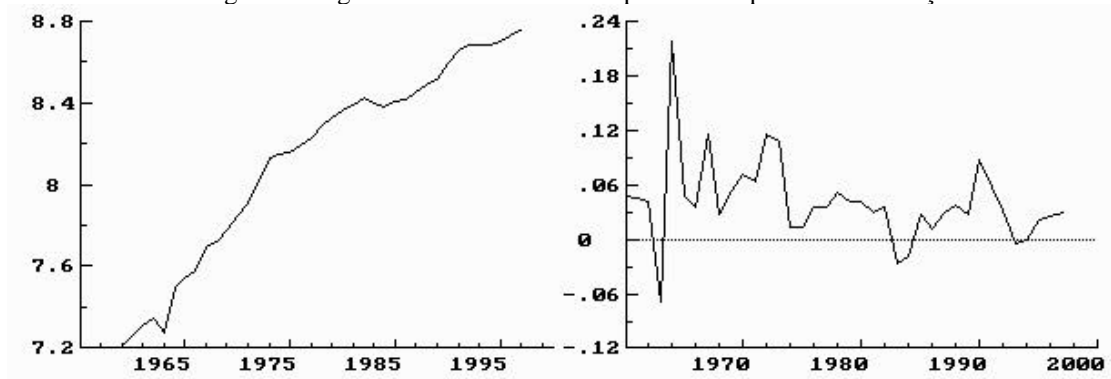


Figura 3: Taxa de inflação e a primeira diferença

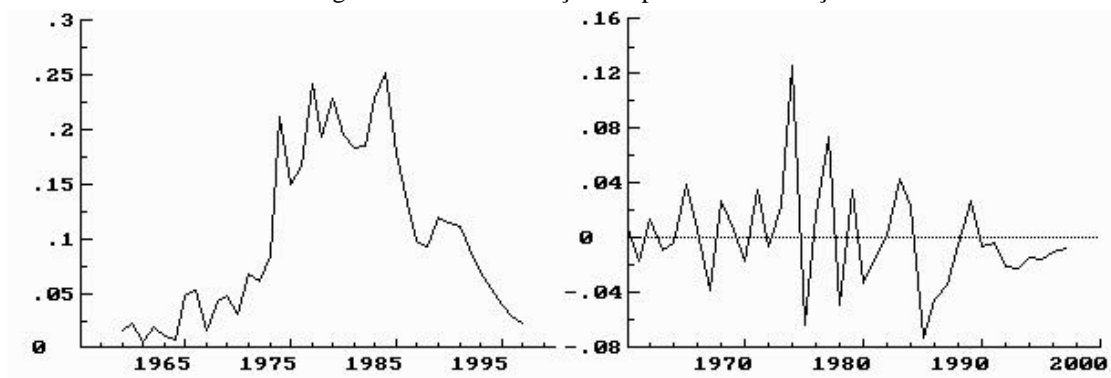


Figura 4: Taxa de juro real e a primeira diferença

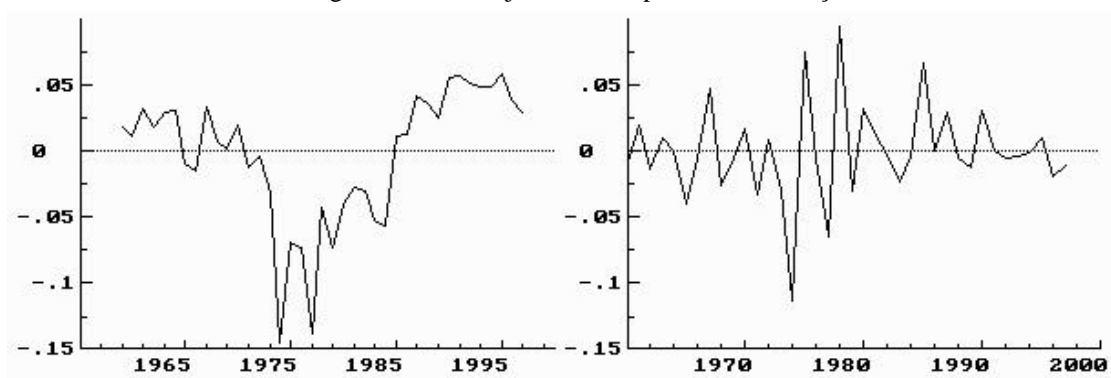


Figura 5

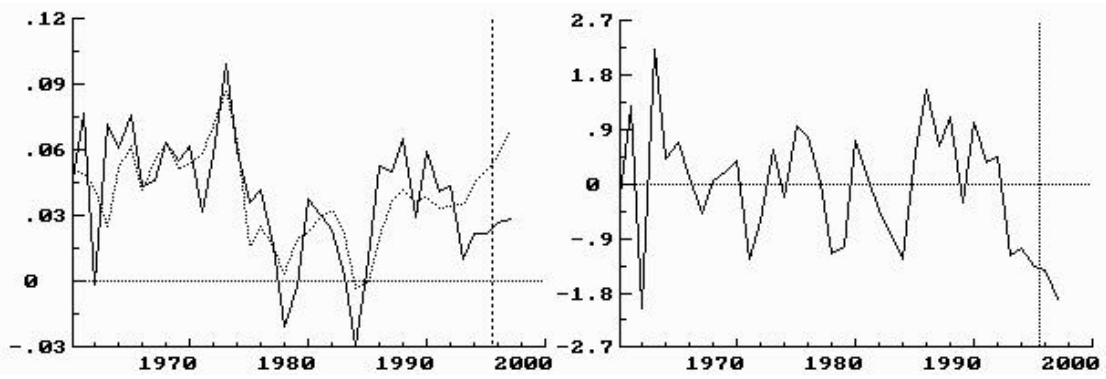


Figura 6

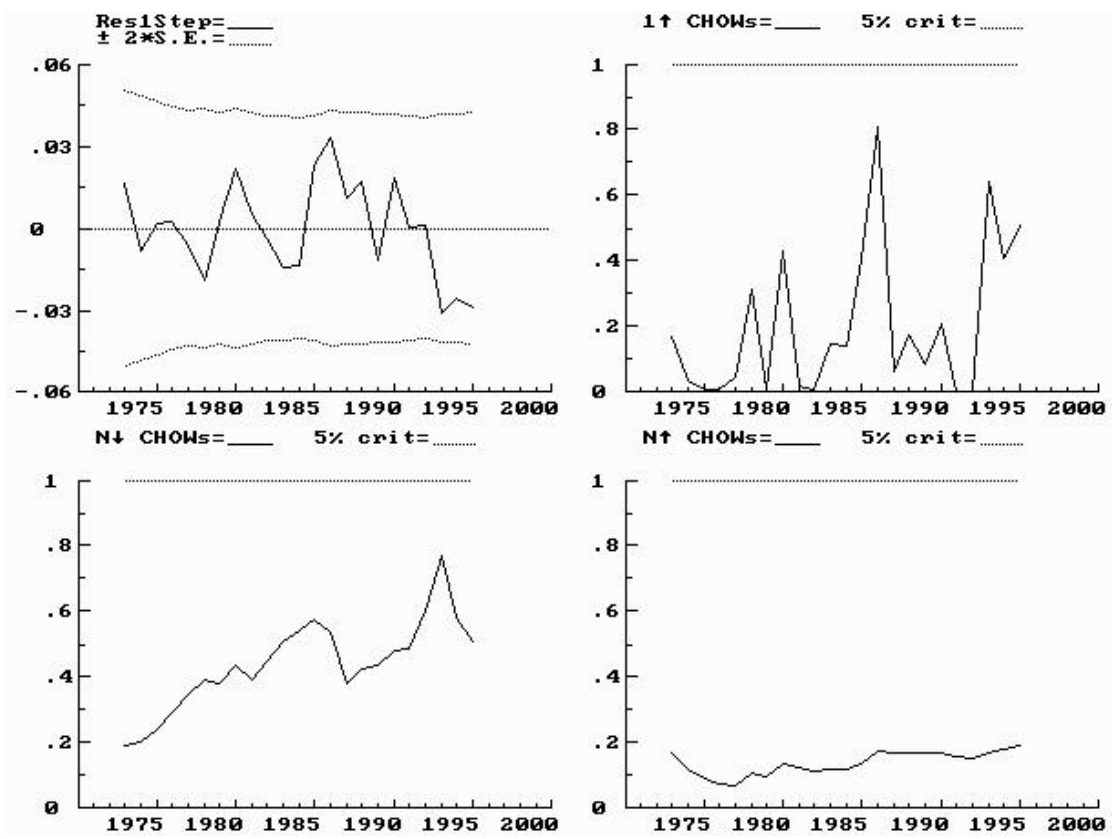
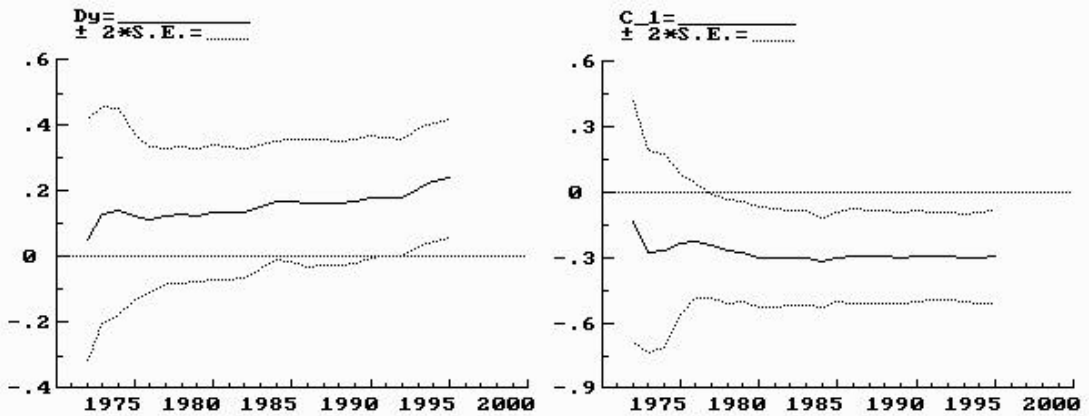


Figura 7



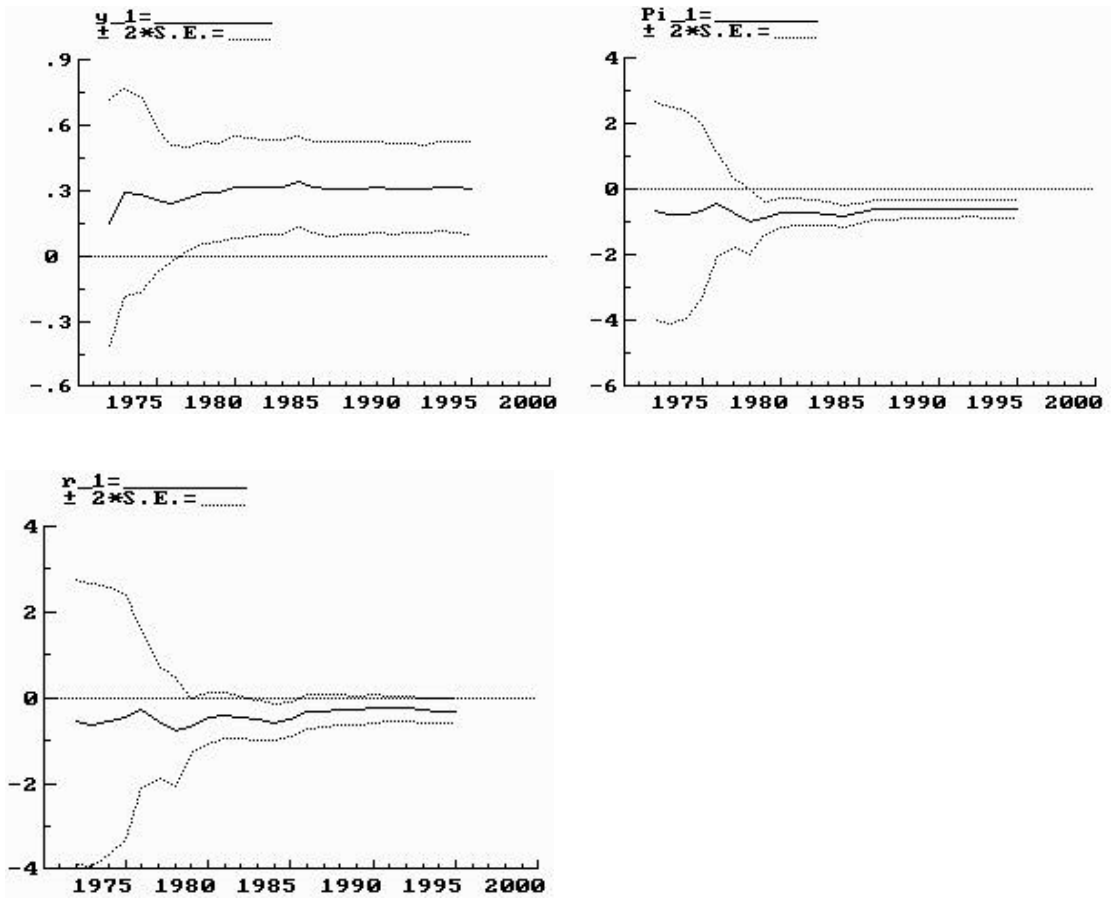


Figura 8

