

Dynamik des Transports in Quantenpunktsystemen

Von der Fakultät für Mathematik und Physik
der Gottfried Wilhelm Leibniz Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
– Dr. rer. nat. –
genehmigte Dissertation
von

Dipl.-Phys. Niels Ubbelohde
geboren am 19. 09. 1975 in Buxtehude

2011

Referent: Prof. Dr. Rolf J. Haug
Korreferent: Priv.-Doz. Dr. Frank Hohls

Tag der Promotion: 4. Juli 2011

Kurzzusammenfassung

Fluktuationen des elektrischen Transports in Halbleiter-Nanostrukturen bieten einen Zugang zu Informationen über Wechselwirkungseffekte, die die Dynamik des Systems bestimmen. Diese Arbeit untersucht die Korrelationen von Stromfluktuationen in Quantenpunktsystemen.

Um diese Korrelationen im Experiment beobachten zu können, galt es zunächst einen Aufbau zu entwickeln, der die frequenz aufgelöste Messung der Stromfluktuationen und damit eine Messung des Schrottrauschens an unterschiedlichsten Probenstrukturen erlaubt. Da die angestrebten Experimente Temperaturen bis in den niedrigen Millikelvin-Bereich erfordern, muss ein Teil der Detektionselektronik in einen Entmischungskryostaten integriert werden. Zu diesem Zweck wurden kryogene Verstärker entwickelt, die bei einer Temperatur von 1.5 K operieren. Die Kombination zweier Detektionskanäle zu einer Korrelationsmessung ermöglicht eine weitere Steigerung der Messempfindlichkeit.

Mittels dieses Aufbaus lässt sich die Fermikantensingularität, ein Vielteilchenwechselwirkungseffekt, untersuchen. Im hohen Magnetfeld konnte die Wechselwirkung spinabhängiger Transportkanäle beobachtet werden. Qualitativ kann diese Wechselwirkung mit der bidirektionalen Erhöhung der Tunnelkopplungen durch die Fermikantensingularität erklärt werden. Eine quantitative Modellierung der experimentellen Ergebnisse kann durch die Berücksichtigung von Nicht-Markow-Effekten im Rahmen der Fermikantensingularität erreicht

werden.

Im Weiteren wurde der Einfluss der Coulomb-Wechselwirkung auf die Transportdynamik in Experimenten an einem Quantenpunkt mit lateraler Geometrie verfolgt. Die gegenseitige dynamische Blockade mehrerer Transportkanäle ließ sich im Einzel- und Mehrelektronentransport durch angeregte Zustände sowie in der Spinblockade im Magnetfeld feststellen. Bereiche mit negativer differentieller Leitfähigkeit zeigten einen komplexen Zusammenhang zwischen blockiertem Zustand und korreliertem Transport.

Die Sensitivität der Korrelationsmessungen hinsichtlich des Vorhandenseins mehrerer unterschiedlich gut leitender Transportkanäle wurde auch in einem Experiment an einem Quantenpunktkontakt genutzt, um die physikalische Ursache der beobachteten Modulation der Leitfähigkeit zu untersuchen.

Die Analyse von Stromfluktuationen, welche aus Schwankungen der Ladung des Quantenpunkts abgeleitet wurden, erlaubt es, die Frequenzabhängigkeit der Korrelation von Tunnelereignissen zu bestimmen. Dabei werden sowohl das Leistungsspektrum des zweiten Moments als auch das Bispektrum des dritten Moments der Transportstatistik betrachtet und die Zeitskalen des Einzelelektronentransports ermittelt.

Für eine genaue Beschreibung der Transportdynamik ist eine Messung auch der höheren Momente der Statistik erforderlich. Während das Schrotrauschen aus einer Messung des Leistungsspektrums bestimmt wird, kann das dritte Moment aus einer Messung des Bispektrums ermittelt werden. Erste Messungen des dritten Moments an einem Quantenpunktkontakt und an einem Quantenpunkt demonstrieren die Anwendung dieser Methode.

Schlagworte: Quantenpunkt, Schrotrauschen, Zählstatistik (counting statistics)

Abstract

Fluctuations of the electric current in semiconductor nanostructures reveal information about interaction effects, which govern the dynamics of the system. This thesis studies the correlations of current fluctuations in quantum dot systems.

To observe these correlations in the experiment a setup had to be developed, which allows for a frequency-resolved measurement of current fluctuations and thereby a measurement of electron shot noise in varying sample structures. As the experiments require temperatures in the millikelvin regime, parts of the detection-electronics had to be integrated into a dilution fridge. Cryogenic amplifiers were developed, which are able to operate at temperatures of 1.5K. The combination of two detection channels in a correlation measurement further increases the sensitivity of the detector.

With this setup a Fermi-edge-singularity, a many particle interaction effect, has been studied. In high magnetic field the interaction of spin-dependent transport channels was observed. Qualitatively, this interaction can be explained by the bidirectional increase of the tunnel coupling induced by the Fermi-edge singularity. A quantitative description of the experimental results is achieved by taking into account non-Markovian memory effects in the regime of the Fermi-edge singularity.

Furthermore the influence of the Coulomb-interaction on the transport dynamics was investigated in experiments on a quantum dot with lateral geometry. The mutual dynamical blockade of multiple transport channels could be observed in the single- and multiple-electron-

tunneling through excited states, as well as in the spin blockade in magnetic field. The regime of negative differential conductance displayed a complex relation between blocked channel and correlated transport.

The sensitivity of correlation measurements with respect to the presence of multiple transport channels, each with different transmission properties, was also used to study the physical origin of the modulated conductance in a quantum point contact.

The analysis of current fluctuations derived from the charge fluctuations of a quantum dot yields the frequency dependence of the correlation of tunneling events. The power spectrum of the second moment and the bispectrum of the third moment of the transport statistics are examined to determine the time scales of single electron transport.

For an accurate description of the transport dynamics a measurement of higher order moments of the statistics is necessary. While the shot noise is derived from a measurement of the power spectrum, the third moment can be obtained from the bispectral analysis of current fluctuations. First measurements of the third moment in a quantum point contact and in a quantum dot demonstrate the application of this method.

Keywords: quantum dot, shot noise, counting statistics

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	21
1 Theoretische Grundlagen	25
1.1 Niederdimensionale Elektronensysteme	26
1.1.1 Landau-Quantisierung im Magnetfeld . . .	28
1.1.2 Additionsspektrum eines Quantenpunkts . .	30
1.2 Transport	32
1.2.1 Streuformalismus	33
1.2.2 Coulomb-Blockade	36
1.2.3 Master-Equation	40
1.3 Korrelation	41
1.3.1 Fano-Faktor	43
1.3.2 Höhere Momente	45
2 Experimentelle Grundlagen	51
2.1 Der experimentelle Aufbau	51
2.1.1 Kryogene Verstärker	53
2.1.2 Integration der Verstärker in einen Entmischungs- kryostaten	64
2.2 Die Auswertung	75
2.2.1 Eichung der Verstärkerkette	76
2.2.2 Direkte Messung des Verstärkungsfaktors . .	83
2.3 Beispielauswertung	86
2.4 Zusammenfassung	89

3	Die Fermikantensingularität	91
3.1	Probenstruktur	96
3.2	Gleichstromcharakterisierung der Probe	97
3.2.1	Magnetfeldabhängigkeit	101
3.3	Stromfluktuationen	110
3.3.1	Nicht-Markow-Modell	118
3.4	Zusammenfassung	123
4	Dynamik des Mehrkanal-Transports	125
4.1	Der experimentelle Aufbau	127
4.2	Charakterisierung der Probe	128
4.3	Messung der Stromfluktuationen	131
4.3.1	Negative differentielle Leitfähigkeit	138
4.3.2	Spinblockade im Magnetfeld	140
4.4	Zusammenfassung	147
5	Stromfluktuationen in einem QPC	149
5.1	Beschreibung des Experiments	151
5.2	Charakterisierung des AFM-gravierten QPCs	152
5.3	Messung der Stromfluktuationen	157
5.4	Zusammenfassung	165
6	Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen	169
6.1	Von der Ladungsmessung zum Strom	171
6.2	Das frequenzabhängige zweite Moment	173
6.2.1	Vergleich mit MacDonaldis Formel	179
6.3	Das Bispektrum bei endlichen Frequenzen	187
6.3.1	Symmetrieabhängigkeit	192
6.4	Kreuzbispektrum	194
6.5	Zusammenfassung	197

7	Das dritte Moment: Ein Ausblick	199
7.1	Histogramm der Stromfluktuationen	200
7.2	Bispektrale Analyse	203
7.3	Ausblick	207
	Zusammenfassung	209
	Literaturverzeichnis	213

Abbildungsverzeichnis

1.1	Energieabhängigkeit der Zustandsdichte	27
1.2	Zustandsdichte im Magnetfeld	29
1.3	Fock-Darwin-Spektrum	31
1.4	Streuformalismus	33
1.5	Streuung an einem Sattelpotential: Leitfähigkeitsquantisierung	36
1.6	Einzelektronentransistor	37
1.7	Einzelektronentransport	38
1.8	Coulomb-Rauten	39
1.9	Korrelator zweiter Ordnung	42
1.10	Streuung an einem Sattelpotential: Fano-Faktor	44
1.11	Symmetrien des Bispektrums	47
1.12	Strom und Fano-Faktor des zweiten und des dritten Moments	48
2.1	Common-Source-Eingangsstufe	55
2.2	Kennlinien eines ATF34143 bei 4.2 K	57
2.3	Schaltungsskizze des zweistufigen Tieftemperaturverstärkers	59
2.4	Der Aufbau des Tieftemperaturverstärkers	60
2.5	Messaufbau zur Charakterisierung der Tieftemperaturverstärker	61
2.6	Verstärkungsfaktor eines Tieftemperaturverstärkers bei 4.2 K	62

2.7	Rauschquellen eines Tieftemperaturverstärkers	63
2.8	Aufbau der Transmissionsleitungen	66
2.9	Resonatorspule eines Detektionsschaltkreises	68
2.10	Probenhalter für einen Chipcarrier	70
2.11	Signalverteilung auf der Source-Seite der Probe . . .	71
2.12	Signalverteilung auf der Drain-Seite der Probe	72
2.13	Thermalisierung der Elektronen: Streifenleitungen . .	73
2.14	Der vollständige Messaufbau	74
2.15	Rauschthermometrie	76
2.16	Parallelschwingkreis als thermische Rauschquelle . .	77
2.17	Frequenzabhängigkeit der thermischen Rauschleistung	78
2.18	Rauschthermometrie: Verstärkungsfaktor	80
2.19	Rauschquellen in der Kreuzkorrelation	81
2.20	Rauschthermometrie: Korrelation bei kapazitiver Kopp- lung	82
2.21	Messaufbau zur Bestimmung des Verstärkungsfaktors mit Hilfe einer Sinusspannung	84
2.22	Vergleich des aus der Rauschthermometrie gewonne- nen und des direkt gemessenen Verstärkungsfaktors .	85
2.23	Die Kreuzkorrelation für zwei Beispielmessungen . .	87
3.1	Idealisierte Skizze der Röntgenabsorption	92
3.2	FES: Zwei konkurrierende Effekte	94
3.3	Probenstruktur der selbstorganisierten InAs-QDs . .	97
3.4	Gleichstromcharakteristik in Abhängigkeit von der Bi- asspannung und der Temperatur	98
3.5	FES: Fit mit Potenzgesetz	100
3.6	Die differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Ma- gnetfeld und Biasspannung	101
3.7	Strom an der Fermikante in Abhängigkeit von Ma- gnetfeld und Biasspannung	104

3.8	Gleichzeitiger Fit des Stroms bei verschiedenen Temperaturen	106
3.9	Ergebnis der Fits: Hebelfaktor und Zeeman-Aufspaltung	108
3.10	Kritischer Exponent: Magnetfeldabhängigkeit	109
3.11	Rauschleistung und Tunnelraten	111
3.12	FES: Fano-Faktor und Strom	113
3.13	FES: Dynamische Kanalblockade	115
3.14	Master-Equation-Modell: Bidirektionale FES	117
3.15	Gleichzeitiger Fit mit Nicht-Markow-Modell	120
3.16	FES: Fano-Faktor Nicht-Markow-Modell	121
3.17	Vergleich Markow- und Nicht-Markow-Modell	122
4.1	Experimenteller Aufbau: Lateraler Quantenpunkt	128
4.2	SET: Energieskalen	129
4.3	Energieskalen: Strom und Fano-Faktor	131
4.4	Coulomb-Rauten: Zusatzrauschen	132
4.5	SET: Energieschema der Übergänge	134
4.6	SET: Zusatzrauschen und Master-Equation	135
4.7	SET: Anregungsspektrum Master-Equation	137
4.8	Zusatzrauschen im Bereich von NDC	139
4.9	Fock-Darwin-Spektrum: Zickzackmuster	141
4.10	Spinblockade: Strom	142
4.11	Spinblockade: Zusatzrauschen	144
4.12	Spinblockade: Energieschema	146
5.1	Experimenteller Aufbau: Quantenpunktkontakt	152
5.2	Quantisierung der differentiellen Leitfähigkeit	153
5.3	Biasabhängigkeit der differentiellen Leitfähigkeit	155
5.4	Elektronentemperatur	158
5.5	Biasabhängigkeit der Rauschleistung	160
5.6	Fano-Faktor: Fit des Zusatzrauschens	162

5.7	Fano-Faktor: Ergebnis der Messung	163
5.8	Noisefaktor: Fit des Zusatzrauschens	165
5.9	Noisefaktor: Ergebnis der Messung	166
6.1	Bestimmung des Pulsstroms	172
6.2	Fano-Faktor: Lorentz-Kurve	175
6.3	Verteilung der Wartezeiten	176
6.4	Frequenzabhängigkeit des Fano-Faktors	178
6.5	Imaginärteil der Kreuzkorrelation	180
6.6	Die zweite Kumulante und Verteilungen	182
6.7	MacDonald-Formel: Schritte der Auswertung	184
6.8	Frequenzabhängigkeit: MacDonald-Formel und Pulsstrom	186
6.9	Das Bispektrum	189
6.10	Bispektrum: Schnitte	190
6.11	Symmetrieabhängigkeit des zweiten Moments	193
6.12	Das Kreuzbispektrum	195
6.13	Imaginärteil des Kreuzbispektrums	197
7.1	Histogramm der Stromfluktuationen	201
7.2	Zweites und drittes Moment des Histogramms	202
7.3	Messaufbau: Multi-Ton-Messung	204
7.4	Multi-Ton-Messung des Kreuzbispektrums	205
7.5	Drittes Moment: QPC und QD	206

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

Symbole

\parallel	Parallelschaltung
β	$1/k_B T$
γ	kritischer Exponent
Γ	Tunnelrate
Γ_D	Detektorbandbreite
Γ_E	Emittiertunnelrate
Γ_C	Kollektortunnelrate
Γ_L	Tunnelrate linke Barriere
Γ_R	Tunnelrate rechte Barriere
δ	Phasenverschiebung
ϵ_D	Grundzustandsenergie
ϵ_0	elektrische Feldkonstante
ϵ_r	relative Permittivität
η	Hebelfaktor
μ	chemisches Potential
$\mu_{L,R}$	chemisches Potential Zuleitung L bzw. R
μ_N	chemisches Potential des Übergangs von $(N - 1)$ nach N Elektronen
μ_B	Bohrsches Magneton
ν	Füllfaktor

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

τ_c	Korrelationszeit
τ_L	Wartezeit linke Barriere
τ_R	Wartezeit rechte Barriere
ω	Kreisfrequenz
ω_c	Zyklotronfrequenz
a	Asymmetriefaktor
A	Vektorpotential
A	Gesamtverstärkung inklusive Detektorimpedanz
\mathfrak{B}	Beta-Funktion
B	Magnetfeldstärke
C	Kapazität
C_Σ	kapazitive Kopplung an Umgebung
C	Kumulante
D	Zustandsdichte
e	elektrische Ladung
e_n	Spannungsrauschen (Eingangsrauschen)
E	Energie
E_C	Ladeenergie
E_X	Anregungsenergie
E_N	Gesamtenergie N-Elektronen-Grundzustand
E_S	Zeeman-Aufspaltung
Δf	Frequenzauflösung
f_S	Samplingfrequenz
$f_{L,R}$	Fermiverteilungsfunktion für Zuleitung L bzw. R
$F^{(2)}$	Fano-Faktor zweites Moment
$F^{(3)}$	Fano-Faktor drittes Moment
g	differentielle Leitfähigkeit
g_m	Transkonduktanz
g_J	Landé g-factor
G	Leitfähigkeit

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

\mathcal{G}	Verstärkungsfaktor
\mathcal{G}_A	Verstärkungsfaktor Kanal A
\mathcal{G}_B	Verstärkungsfaktor Kanal B
\mathcal{G}_X	Verstärkungsfaktor Kreuzkorrelation
h	Plancksches Wirkungsquantum
\hbar	$h/2\pi$
i_n	Stromrauschen (Eingangsrauschen)
I_D	Drain-Strom
I_{SD}	Source-Drain-Strom
I_L	Strom linke Tunnelbarriere
I_R	Strom rechte Tunnelbarriere
I_A	Strom Kanal A
I_B	Strom Kanal B
I_{XAS}	Spektrum in der Röntgenabsorption
k_B	Boltzmann Konstante
m^*	effektive Masse
n_L	Entartungsgrad Landau-Niveau
n_e	Ladungsträgerkonzentration
N	FFT Segmentlänge
\mathcal{N}	Noise-Faktor
P	Wahrscheinlichkeitsverteilung
p_N	Besetzungswahrscheinlichkeit Zustand N
R	ohmscher Widerstand
r_D	differentieller Drain-Widerstand
R_A	Konversionswiderstand Kanal A
R_B	Konversionswiderstand Kanal B
R_D	Drain-Widerstand
R_S	Source-Widerstand
\hat{s}	Streumatrix
S	Rauschleistung
$S^{(2)}$	Rauschleistung zweites Moment

Symbol- und Abkürzungsverzeichnis

$S^{(3)}$	Rauschleistung drittes Moment
S_A	berechnete Rauschleistung Kanal A
S_X	berechnete Rauschleistung Kreuzkorrelation
$S_E^{(2)}$	Zusatzrauschen: Differenz zum Johnson-Nyquist-Rauschen
$S_{EP}^{(2)}$	Zusatzrauschen: Differenz zum Poisson-Rauschen
$S_P^{(2)}$	Poisson-Rauschen
T	Elektronentemperatur
\mathcal{T}	Transmissionswahrscheinlichkeit
$V(r)$	Einschlusspotential
V_G	Gate-Spannung
V_{GQPC}	Gate-Spannung am QPC-Gate
V_Σ	Gate-Spannung am kombinierten QPC-Gate
V_{G2}	Gate-Spannung an G1
V_{G1}	Gate-Spannung an G2
V_{SD}	Source-Drain-Spannung
V_{th}	Schwellwertspannung
Z_A	Detektionsimpedanz Kanal A
Z_B	Detektionsimpedanz Kanal B
Z_X	Probenimpedanz
AA^*	Rauschleistung Kanal A
BB^*	Rauschleistung Kanal B
AB^*	Rauschleistung Kreuzkorrelation
LL^*	Rauschleistung linke Tunnelbarriere
RR^*	Rauschleistung rechte Tunnelbarriere
LR^*	Rauschleistung Kreuzkorrelation
BW	Bandbreite
PSD	spektrale Leistungsdichte
pdf	Wahrscheinlichkeitsdichte

Abkürzungen

0D	nulldimensional
1D	eindimensional
2D	zweidimensional
2DEG	zweidimensionales Elektronengas
3D	dreidimensional
AC	Wechselstrom/- spannung
AFM	Rasterkraftmikroskop
CI	constant interaction
DAC	Digital-Analog-Wandler
DC	Gleichstrom/- spannung
FES	Fermikantensingularität
FFT	fast Fourier transform
HEMT	high electron mobility transistor
HF	Hochfrequenz
LDOS	lokale Zustandsdichte
MESFET	metal semiconductor field effect transistor
NDC	negative differentielle Leitfähigkeit
QD	Quantenpunkt
QPC	Quantenpunktkontakt
SET	Einzelelektronentransport
XAS	Röntgenabsorption

Einleitung

Die Dynamik eines Systems, dessen Zeitabhängigkeit auf mikroskopischer Skala nur unzureichend erfasst werden kann, lässt sich häufig mithilfe der Stochastik charakterisieren. Die Statistik eines auf unabhängigen, diskreten und zufälligen Ereignissen basierenden Prozesses ermöglicht es, den Beitrag von Einzelereignissen sichtbar zu machen, obwohl dieser Beitrag aufgrund seiner geringen Größe nicht direkt beobachtet werden kann. Die der Statistik zugrunde liegende Sequenz von zufälligen Impulsen repräsentiert einen stochastischen Prozess, den Schrotrausch-Prozess, mit dem sich vielfältige, auch alltägliche Probleme, wie das Auftreten von Staus im Verkehr, der Ausfall elektrischer Systeme [1] oder die Folge von Nachbeben auf ein schweres Erdbeben [2] beschreiben lassen.

Der dem Schrotrauschen zugrunde liegende Begriff des „Schrot Effekts“ wurde in einer Arbeit von Walter Schottky aus dem Jahr 1918 [3] geprägt. Darin untersuchte er den Übergang der Elektronen von der zum Glühen gebrachten Kathode zur Anode in Glühkathodenverstärkerröhren. Schottky verglich den Strom bzw. dessen Schwankungen mit einem „Hagel aus Ladungsquanten“ und erkannte die „atomistische Konstitution“ der Elektrizität als die Ursache dieser Fluktuationen. Diese Schwankungen des Anodenstroms charakterisieren die Glühemission der Elektronen in der Kathode als einen Poisson-Prozess.

Im Ladungstransport durch mesoskopische Halbleiterstrukturen zeigt sich ebenfalls diese „atomistische Konstitution“ und ein stochastischer Prozess: Die Ladung von Quantenpunkten, winzigen, leitfähi-

gen, durch Barrieren vollständig von der Umgebung isolierten Inseln, ist quantisiert. Der Transport der Ladung kann unter geeigneten Bedingungen einzeln, Elektron für Elektron, erfolgen.

Ein in unmittelbarer Nähe zum Quantenpunkt angebrachter Ladungsdetektor zählt die transferierte Ladung und misst die Statistik des Ladungstransfers mit sehr hoher Präzision: die sogenannte vollständige Zählstatistik (engl. *full counting statistics*) [4]. Diese bietet ein nahezu vollständiges Bild der Dynamik des Systems, ist aber aufgrund der endlichen Geschwindigkeit der Detektion auf einen Bereich mit sehr geringen Strömen beschränkt [5]. Zählexperimente nutzen beispielsweise die Zählstatistik, um den Welle-Teilchen-Dualismus durch die Selbstinterferenz von Elektronen zu untersuchen [6] oder den Transport über virtuelle Zustände detailliert zu charakterisieren [7].

Mit zunehmender Frequenz des Ladungstransfers geht der Strom der Elektronen von einzeln zählbaren Impulsen zu einem kontinuierlichen Signal über, das direkt als Fluktuation des Stroms gemessen werden kann. Die frequenzunabhängige Korrelation, das Nullfrequenzrauschen, beinhaltet jedoch immer noch Informationen über die Eigenschaften des Transports, und diese Tatsache findet in einer Vielzahl von Experimenten Anwendung, auch wenn dabei der Beitrag eines einzelnen tunnelnden Elektrons nicht direkt beobachtet werden kann.

Beispiele für die Sensitivität hinsichtlich der elektrischen Ladung stellen Messungen der fraktionellen Ladung von Laughlin-Quasiteilchen im fraktionalen Quanten-Hall-Effekt [8] oder Messungen der Andreev-Reflexion [9] dar. Die Andreev-Reflexion konnte kürzlich sogar im Rahmen eines Zählperiments untersucht werden [10]. Experimente an Quantenpunktkontakten [11][12] oder ungeordneten Leitern [13][14] bestimmen aus dem Schrotrauschen die Transmissionseigenschaften des Systems. Das elektrische Analogon zu einem optischen Strahlteiler in Form eines Hanbury Brown and Twiss Experiments zeigte die fermionische Natur von Elektronen [15][16]. Als Letztes sei die

Möglichkeit erwähnt, durch die Messung von Stromfluktuationen zwischen stochastischen und deterministischen Streuprozessen unterscheiden zu können [17].

Die Wechselwirkung zwischen einzeln transferierten Elektronen und die Zeitskalen dieses Transportprozesses bestimmen die Korrelationen der Stromfluktuationen in Quantenpunktsystemen [18] und zeichnen die Gliederung dieser Arbeit vor:

Kapitel 1 erläutert theoretische Grundlagen, die für die Beschreibung und Modellierung der experimentellen Ergebnisse benötigt werden.

Kapitel 2 beschreibt die Realisierung eines experimentellen Aufbaus für die Messung von Stromfluktuationen in einem Entmischungskryostaten. Zunächst wird die Entwicklung von Tieftemperaturverstärkern erläutert. Dabei steht die Charakterisierung des verwendeten Transistors bei kryogenen Temperaturen im Vordergrund. Darüber hinaus werden die für die Integration des Messaufbaus in einen Entmischungskryostaten notwendigen Techniken beschrieben. Der zweite Teil des Kapitels geht auf die prinzipielle Analyse der mit diesem Aufbau aufgenommenen Messdaten ein.

Kapitel 3 stellt die Ergebnisse der Untersuchung einer Fermikantensingularität in selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten vor. Der erste Teil des Kapitels beschreibt zunächst die Gleichstromcharakterisierung dieses Vielteilchenwechselwirkungseffekts und die gleichzeitig beobachteten Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte im Magnetfeld. Der zweite Teil beschäftigt sich mit dem Einfluss der Fermikantensingularität auf die Korrelation des Elektronentransfers und die Wechselwirkungen zwischen den spinaufgespaltenen Transportkanälen im Magnetfeld.

Gegenstand von **Kapitel 4** ist die Coulomb-Wechselwirkung zwischen verschiedenen Transportkanälen. Die daraus resultierende dynamische Blockade wird in Experimenten an einem lateralen Quanten-

punkt vertieft. Dabei werden verschiedene Transportphänomene wie Einzel- oder Mehrfachelektronentransport betrachtet und der spinabhängige Transport im Magnetfeld untersucht.

In **Kapitel 5** wird die Wechselwirkung von zwei Transportkanälen in einem Quantenpunktkontakt untersucht. Die AFM-strukturierte Engstelle zeigt eine schwach ausgeprägte Quantisierung und eine zusätzliche Modulation der Leitfähigkeit, die häufig im Zusammenhang mit der unterschiedlichen spinabhängigen Transmission der Elektronen in Verbindung gebracht wird.

Kapitel 6 untersucht die Zeitskalen, innerhalb derer der Ladungstransport korreliert ist. Diese Zeitskalen werden in der Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen sichtbar. Messdaten eines Zählperiments, in dem die durch den Quantenpunkt transferierte Ladung gezählt wird, bieten die dafür notwendige Detektorbandbreite. Auch die Frequenzabhängigkeit höherer Momente kann auf diese Weise analysiert werden.

In **Kapitel 7** wird die bispektrale Analyse, die zuvor an den Messdaten des Zählperiments etabliert wurde, auf die Stromfluktuationen im Transport durch einen Quantenpunktkontakt und einen Quantenpunkt angewandt. Diese Messungen illustrieren das Auflösungslimit des Messaufbaus.



Kapitel 1

Theoretische Grundlagen

In diesem Kapitel sollen theoretische Grundlagen, die für das Verständnis der Transportdynamik in mesoskopischen Strukturen hilfreich sind, kurz vorgestellt werden. Derartige Strukturen werden häufig als ein System aus Zuleitungen und der eigentlichen Nanostruktur dargestellt. Daher werden zunächst niederdimensionale Elektronensysteme eingeführt, die einerseits als Quelle der Ladungsträger die Zuleitungen bilden und andererseits die Grundlage für viele Eigenschaften der Nanostruktur sind.

Anhand eines einfachen Systems mit zwei Zuleitungen werden zwei wichtige Ansätze zur Beschreibung des Transports vorgestellt: Streuformalismus und Master-Equation. Diese beiden Konzepte bieten auch einen Zugang zu den zeitabhängigen Fluktuationen des Stroms, die im letzten Abschnitt mithilfe der Korrelationsfunktion erläutert werden.

1.1 Niederdimensionale Elektronensysteme

Niederdimensionale Elektronensysteme sind dadurch gekennzeichnet, dass in diesen Systemen die Beweglichkeit der Elektronen in einer oder mehreren Raumrichtungen eingeschränkt ist. Die daraus resultierende Quantisierung der Energie der Elektronen bestimmt viele der elektronischen Eigenschaften des Systems. Dementsprechend lässt sich die Reduktion der Dimensionalität in der Zustandsenergie und der Anzahl der elektronischen Zustände, charakterisiert durch die Zustandsdichte, verfolgen.

Ausgangspunkt stellt die Zustandsdichte $D(E)$ für ein dreidimensionales System dar:

$$D(E) = \frac{dN}{dE} = \frac{1}{2\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} E^{1/2}, \quad (1.1)$$

wobei m^* die effektive Elektronenmasse bezeichnet. In einem zweidimensionalen System wie z.B. einem Quantenfilm ist die Energie in einer Raumrichtung quantisiert. Für ein Einschlusspotential in z -Richtung ergibt sich für die Zustandsdichte eine Stufenfunktion [19]:

$$D(E) = \frac{m^*}{\pi\hbar^2} \sum_n \Theta(E - E_{z,n}) \quad (1.2)$$

Dabei indiziert n die quantisierten Energieniveaus, die im Folgenden auch als Subbänder bezeichnet werden. Da die Zustandsdichte sich aus einer Summe von Stufenfunktionen zusammensetzt, ist das System nur quasi-zweidimensional. Lediglich bei ausschließlicher Besetzung des untersten Subbands entspricht das System dem idealisierten zweidimensionalen Elektronengas.

Mit einem zusätzlichen Einschlusspotential in y -Richtung reduziert sich die Dimensionalität des Systems weiter. Die Zustandsdichte eines

1.1 Niederdimensionale Elektronensysteme

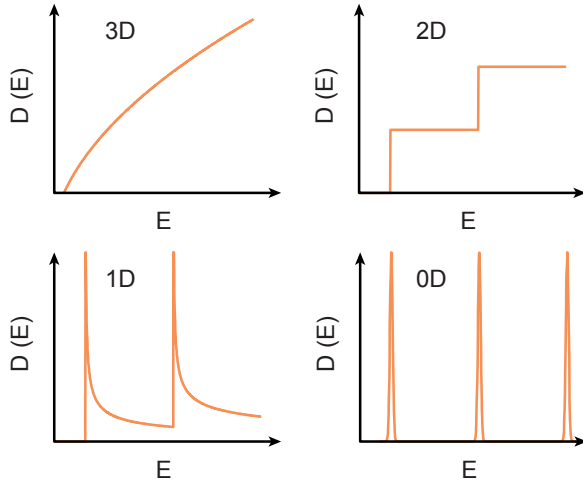


Abbildung 1.1:

Die Energieabhängigkeit der Zustandsdichte von dreidimensionalen bis hin zu nulldimensionalen Systemen.

eindimensionalen Systems wie z.B. eines Quantendrahts lautet:

$$D(E) = \frac{1}{\pi} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{1/2} \sum_{n,m} \left(\frac{\Theta(E - E_{y,m} - E_{z,n})}{(E - E_{y,m} - E_{z,n})} \right)^{1/2} \quad (1.3)$$

Für ein nulldimensionales System ist schließlich die Energie vollständig quantisiert und die Zustandsdichte ist dementsprechend eine Folge von diskreten Zuständen:

$$D(E) = 2 \sum_{n,m,s} \delta(E_{n,m,s} - E) \quad (1.4)$$

Abbildung 1.1 veranschaulicht die Energieabhängigkeit der Zustandsdichte für die verschiedenen Dimensionalitäten.

1.1.1 Landau-Quantisierung im Magnetfeld

Neben dem elektrostatischen Einschlusspotential bewirkt ein Magnetfeld eine weitergehende Quantisierung der Elektronenbewegung. Beide Terme berücksichtigend lautet der Hamiltonian für ein Magnetfeld in z-Richtung [20][21][22]:

$$H = \frac{1}{2m^*} (\mathbf{p} + e\mathbf{A}(\mathbf{r}))^2 + V(z) \quad (1.5)$$

Das Vektorpotential in Landau-Eichung $(0, Bx, 0)$ stellt also ein zusätzliches Einschlusspotential in x- und y-Richtung dar. Auch die Energie des dreidimensionalen Elektronensystems ($V(z) = 0$) ist folglich quantisiert:

$$E = \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c + E_z \quad (1.6)$$

Die mit n indizierten diskreten Energieniveaus werden als Landau-Niveaus bezeichnet und lassen sich klassisch als die Zyklotronbewegung der Elektronen mit Frequenz ω_c verstehen. Die Energie E_z kennzeichnet die von einem Magnetfeld in z-Richtung unveränderte Elektronenbewegung. Die Zustandsdichte unter Einfluss eines Magnetfeldes lautet:

$$D(E) = \frac{1}{8\pi^2} \left(\frac{2m^*}{\hbar^2} \right)^{3/2} \sum_n \frac{\hbar\omega_c}{\left(E - \left(n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c \right)^{1/2}} \quad (1.7)$$

Dabei sind die Summanden null für Energien $E \leq \left(n + 1/2 \right) \hbar\omega_c$. Auch ein zweidimensionales Elektronensystem wird unter Einfluss eines Magnetfeldes durch Landau-Niveaus gekennzeichnet:

$$D(E) = n_L \sum_n \delta(E_n - E) \quad (1.8)$$

1.1 Niederdimensionale Elektronensysteme

Durch die zusätzliche Landau-Quantisierung ist die Zustandsdichte also eine Folge von diskreten Zuständen. Dabei bezeichnet n_L den Entartungsgrad des Landau-Niveaus:

$$n_L = \frac{eB}{h} \quad (1.9)$$

Zusammen mit der Ladungsträgerkonzentration n_e definiert sich somit der Füllfaktor ν , der die von Ladungsträgern besetzten Energieniveaus innerhalb eines Subbands angibt:

$$\nu = \frac{n_e}{n_L} \quad (1.10)$$

Im eindimensionalen System führt das Magnetfeld zu einer effektiven Erhöhung des elektrostatischen Einschlusspotentials und zu einer Modifikation der effektiven Masse.

Darüber hinaus wird im Magnetfeld aufgrund der Zeeman-Aufspaltung $E_S = gJ\mu_B B$ die Spinentartung aufgehoben. Abbildung 1.2 zeigt die dreidimensionale und die zweidimensionale Zustandsdichte unter Einfluss eines Magnetfeldes.

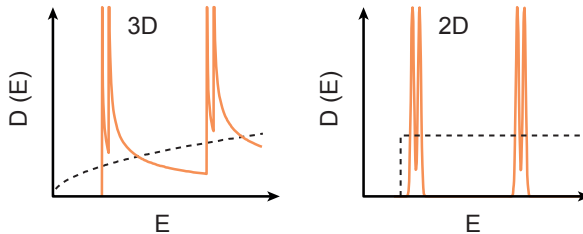


Abbildung 1.2:

Der Einfluss eines Magnetfeldes führt ebenfalls zu einer Quantisierung der Elektronenbewegung und zur Aufhebung der Spinentartung.

1 Theoretische Grundlagen

Die resultierenden Eigenzustände des nulldimensionalen Elektronensystems für ein harmonisches elektrostatisches Einschlusspotential $V(r) = 1/2m^*\omega_0^2r^2$ unter Einfluss eines Magnetfeldes werden Fock-Darwin-Zustände genannt [20][23][24]:

$$E_{n,m,s} = (2n + |m| + 1)\hbar\Omega - \frac{1}{2}\hbar\omega_c m + sg_J\mu_B B, \quad (1.11)$$

wobei gelten soll:

$$\Omega^2 = \omega_0^2 + \frac{1}{4}\omega_c^2$$

$$n \in \mathbb{N}_0$$

$$m = -n, -n + 2, \dots, n - 2, n$$

$$s = \pm 1/2$$

Die Energie $E_{n,m,s}$ gibt dabei vereinfachend die Differenz zur Energie des Subbands an. Das Spektrum der Fock-Darwin-Zustände wird auch als Anregungsspektrum bezeichnet und ist in Abbildung 1.3 dargestellt. Dabei sind für niedrige Magnetfelder Kreuzungen der Energieniveaus zu beobachten, während für große Magnetfelder die Landau-Quantisierung über das elektrostatische Einschlusspotential dominiert.

1.1.2 Additionsspektrum eines Quantenpunkts

Quantenpunkte können als leitfähige Inseln verbildlicht werden, deren Ausdehnung in allen Raumrichtungen in der Größenordnung der Fermi-Wellenlänge liegt. Die Anzahl der Elektronen auf einer solchen Insel stellt eine genau definierte ganzzahlige Größe dar. Die Ladung in dem Quantenpunkt ist folglich quantisiert. Die Barrieren des Einschlusspotentials dürfen nur eine schwache Kopplung des Quantenpunkts an die Umgebung zulassen, damit die Ladung als lokalisiert angesehen werden kann.

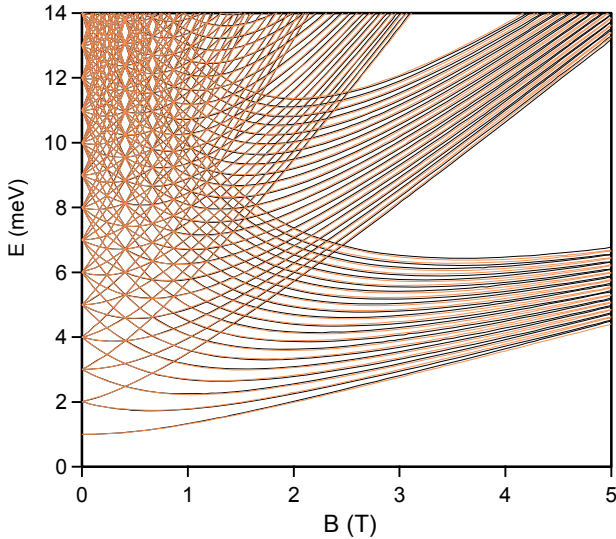


Abbildung 1.3:

Das Fock-Darwin-Spektrum unter Berücksichtigung der Zeeman-Aufspaltung für ein Einschlusspotential $\hbar\omega_0 = 1 \text{ meV}$ (Parameter: $m^* = 0.067 m_0$, $g_J = -0.44$).

Bislang wurde im nulldimensionalen Einteilchenmodell des Anregungsspektrums die Wechselwirkung zwischen den Elektronen vernachlässigt. Um dem Quantenpunkt ein weiteres Elektron hinzuzufügen, muss jedoch die Coulomb-Abstoßungsenergie zusätzlich zur Einteilchenseparation von den bereits besetzten Zuständen aufgebracht werden. Das Anregungsspektrum ohne Wechselwirkung wird dazu um eine konstante Ladeenergie E_C erweitert. Dieses Modell wird daher auch als Constant-Interaction-Modell bezeichnet [25][26]. Die Zustandsenergie für ein System mit N Elektronen lautet dann:

1 Theoretische Grundlagen

$$E_N = \frac{1}{2}N(N-1)E_C + \sum_{n,m,s} E_{n,m,s} \quad (1.12)$$

Die Ladeenergie repräsentiert also gerade die Elektron-Elektron-Wechselwirkung. Für einen angeregten Zustand wird nicht der quantenmechanische Grundzustand des Fock-Darwin-Spektrums addiert, sondern ein energetisch höher gelegener Einteilchenzustand. Die Ladeenergie lässt sich in einem kapazitiven Modell auch als Ausdruck der kapazitiven Kopplung C_Σ des Quantenpunkts an seine Umgebung beschreiben:

$$E_C = \frac{e^2}{C_\Sigma} \quad (1.13)$$

Folglich ist die Ladeenergie um so kleiner, je größer die Ausdehnung der Insel ist.

Die Übergänge zwischen den Zuständen des Additionsspektrums können als chemische Potentiale definiert werden:

$$\mu_N = E_N - E_{N-1} = (N-1)E_C + \epsilon_N \quad (1.14)$$

Dabei bezeichnet ϵ_N die Energie im Einteilchenspektrum. Der energetische Abstand zwischen verschiedenen chemischen Potentialen ist in diesem Modell konstant:

$$\mu_N - \mu_{N-1} \simeq E_C + \epsilon_{N+1} - \epsilon_N \quad (1.15)$$

Somit wird die zunehmende Besetzung eines Quantenpunkts mit Elektronen durch eine Leiter aus äquidistanten Übergängen beschrieben.

1.2 Transport

Um die Transporteigenschaften von mesoskopischen Systemen beschreiben zu können, werden im Folgenden zwei wichtige Konzepte

vorgestellt. Der Streuformalismus (oder auch Landauer-Büttiker-Formalismus [27][28][29]) bietet einen allgemeinen Ansatz, in dem die Nanostruktur die aus den Zuleitungen kommenden ebenen Wellen, die die Elektronen repräsentieren, streut. Er setzt voraus, dass die Elektronen den Leiter ohne Energieverlust passieren können und dass die Streuprozesse elastisch sind. Der Transport der Elektronen lässt sich dann mithilfe einer Streumatrix und deren Transmissions-Eigenwerten charakterisieren. Allerdings können Wechselwirkungseffekte nicht mit dem Streuformalismus beschrieben werden.

Der Master-Equation-Ansatz [30][31][32][33] bietet daher ein weiteres wichtiges Konzept zur Beschreibung von Transportphänomenen. Gerade der Einzelelektronentransport durch Quantenpunkte, in denen die Coulomb-Abstoßungsenergie eine dominierende Größe darstellt, kann im Rahmen der Master-Equation als klassischer stochastischer Prozess charakterisiert werden.

1.2.1 Streuformalismus

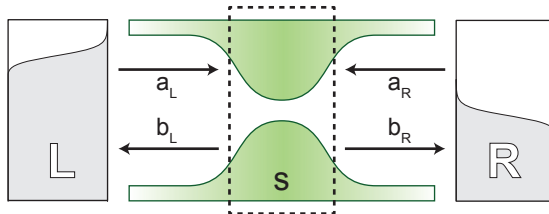


Abbildung 1.4:

Schematische Skizze des Streuformalismus. Die beiden Reservoire sind mit L und R gekennzeichnet. Dazwischen befindet sich im Wellenleiter der Streuer S . Die auf den Streuer zulaufenden Wellen werden mit $a_{L,R}$, die auf die Reservoire zulaufenden Wellen mit $b_{L,R}$ bezeichnet.

1 Theoretische Grundlagen

Ein einfaches Beispiel stellt der Transport durch ein System mit zwei Zuleitungen dar [34]. Die beiden Zuleitungen bilden Reservoirs, die im Folgenden mit L und R bezeichnet werden. Sie sind groß genug, um mit einer Temperatur und einem chemischen Potential beschrieben werden zu können. Die Besetzung der Zustände in den Reservoirs kann dann mithilfe der Fermiverteilungsfunktion ausgedrückt werden:

$$f_{L,R} = \frac{1}{1 + \exp((E - \mu_{L,R})/k_B T)} \quad (1.16)$$

Zwischen den Reservoirs befindet sich im Wellenleiter der Streuer S (siehe Abbildung 1.4). Die transversale Bewegung der Elektronen (relativ zur Achse des Wellenleiters) ist quantisiert. Folglich existiert bei gegebener Energie E nur eine begrenzte Anzahl $N_{L,R}$ an offenen Transportkanälen. Der Transport der Elektronen wird mit ebenen Wellen beschrieben. Die Amplituden der auf den Streuer zulaufenden Wellen werden mit $a_{L,n}$ bzw. $a_{R,n}$, die transmittierten oder reflektierten Wellen mit $b_{L,n}$ bzw. $b_{R,n}$ bezeichnet.

Die Streumatrix \hat{s} verbindet die Amplituden der einlaufenden und auslaufenden Wellen:

$$\begin{pmatrix} b_{L,1} \\ \vdots \\ b_{L,N_L} \\ b_{R,1} \\ \vdots \\ b_{R,N_R} \end{pmatrix} = \hat{s} \begin{pmatrix} a_{L,1} \\ \vdots \\ a_{L,N_L} \\ a_{R,1} \\ \vdots \\ a_{R,N_R} \end{pmatrix} \quad (1.17)$$

Die Streumatrix hat dabei folgende Blockstruktur:

$$\hat{s} = \begin{pmatrix} r & t' \\ t & r' \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

In diesem Bild ist also der Block r die $N_L \times N_L$ Reflexionsmatrix, in der jedes Element $r_{nn'}$ die Reflexion eines Elektrons aus dem Kanal n in den Kanal n' beschreibt. Die $N_R \times N_R$ Reflexionsmatrix r' entspricht Reflexionen von Elektronen aus dem rechten Reservoir. Die $N_R \times N_L$ Transmissionsmatrix beschreibt analog dazu die Transmission eines Elektrons durch die Streuregion.

Der zeitabhängige Strom hat eine sehr komplexe Form. Der mittlere Strom lässt sich hingegen mithilfe dieser Transmissionsmatrix auf folgende einfache Weise schreiben:

$$\langle I_L \rangle = \frac{e}{h} \int dE \operatorname{Tr} \left[t^\dagger(E) t(E) \right] [f_L(E) - f_R(E)] \quad (1.19)$$

Die Eigenwerte der Transmissionsmatrix t geben die Transmissionswahrscheinlichkeit \mathcal{T} an und haben einen Wert zwischen 0 und 1. Entsprechend lässt sich die Spur durch die Summe der Eigenwerte ausdrücken:

$$\langle I_L \rangle = \frac{e}{h} \sum_n \int dE \mathcal{T}_n [f_L(E) - f_R(E)] \quad (1.20)$$

Für die Leitfähigkeit ergibt sich somit

$$G = \frac{e^2}{h} \sum_n \mathcal{T}_n, \quad (1.21)$$

die sogenannte Landauer-Formel [35], verallgemeinert auf n Transmissionskanäle.

Als einfaches Beispiel wird das harmonische Potential eines Quantenpunktkontakts betrachtet, das sich mit einem Sattelpotential beschreiben lässt:

$$V(x, y) = V_0 - \frac{1}{2} m^* \omega_x^2 x^2 + \frac{1}{2} m^* \omega_y^2 y^2 \quad (1.22)$$

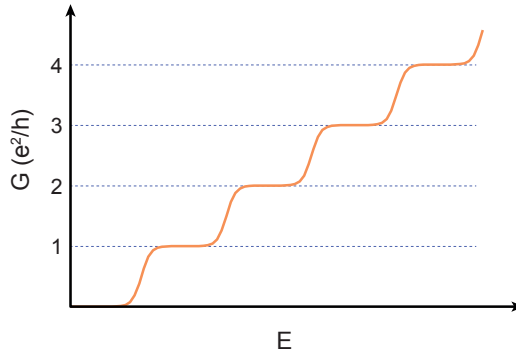


Abbildung 1.5:

Quantisierung der Leitfähigkeit für ein Sattelpotential mit $\omega_x/\omega_y = 1/3$.

Für einen derartigen Potentialverlauf lassen sich die Transmissionswahrscheinlichkeiten \mathcal{T}_n analytisch bestimmen [36]:

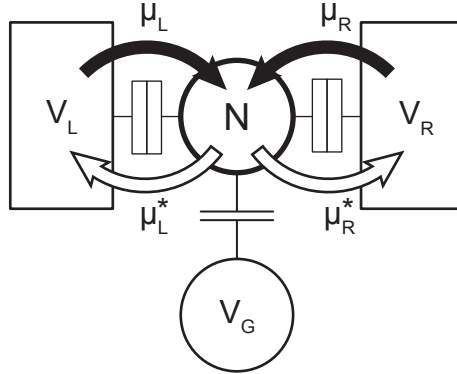
$$\mathcal{T}_n = \left(1 + \exp \left(-\pi \frac{2(E - (n - \frac{1}{2})\hbar\omega_y - \Phi_0)}{\hbar\omega_x} \right) \right)^{-1} \quad (1.23)$$

Die Abbildung 1.5 veranschaulicht die von der Landauer-Formel beschriebene Quantisierung der Leitfähigkeit.

1.2.2 Coulomb-Blockade

Obwohl in der Beschreibung des Additionsspektrums eines Quantenpunkts das Einteilchenmodell um Wechselwirkungen zwischen den Elektronen erweitert werden musste, kann der Transport durch einen Quantenpunkt zunächst anschaulich nachvollzogen werden.

Dazu wird das Bild der Ladungsinsel um drei Elektroden erweitert, wobei zwei Elektroden hinreichend dicht an der Insel liegen, so dass La-

**Abbildung 1.6:**

Schematische Darstellung eines Quantenpunkts als Einzelelektronentransistor [37]. Vier verschiedene Prozesse führen zum Transfer von Ladungen zu den beiden Zuleitungen L und R . V_L und V_R bezeichnen das elektrische Potential in diesen Zuleitungen. V_G bezeichnet das Potential der Gateelektrode, die lediglich das elektrostatische Potential des Quantenpunkts beeinflusst und keine Ladung transferiert.

dungen transferiert werden können und folglich als Reservoire L und R bezeichnet werden. Die dritte Elektrode verschiebt als Gate lediglich das elektrostatische Potential der Insel. Der Transfer einzelner Ladungen kann nun über vier verschiedene Prozesse erfolgen. Von der linken oder rechten Elektrode kann entweder ein zusätzliches Elektron hinzugefügt oder ein Elektron entfernt werden. Jeder Prozess entspricht einem Übergang mit einer Energiedifferenz [37]:

$$\begin{aligned}
 \mu_{L,N} &= E_{N+1} - E_N - eV_L \\
 \mu_{R,N} &= E_{N+1} - E_N - eV_R \\
 \mu_{L,N}^* &= E_{N-1} - E_N + eV_L \\
 \mu_{R,N}^* &= E_{N-1} - E_N + eV_R
 \end{aligned}
 \tag{1.24}$$

1 Theoretische Grundlagen

Dabei bezeichnen V_L und V_R das Potential in dem jeweiligen Reservoir. Der Ladungstransfer kann nur stattfinden, wenn die Energiedifferenz negativ ist, $\mu < 0$. Dementsprechend definieren die Potentiale der Elektroden verschiedene Bereiche des Transports.

Sind alle vier Prozesse verboten ($\mu > 0$ für alle Prozesse), so ist die Ladung der Insel konstant und der Ladungstransfer blockiert. Dieses Phänomen wird als Coulomb-Blockade bezeichnet.

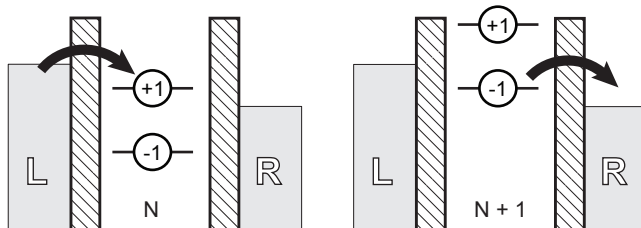


Abbildung 1.7:

Einzelelektronentransport [37]: Elektron für Elektron wird vom linken Reservoir zum rechten Reservoir transportiert. Der Potentialunterschied (die Biasspannung V_{LR}) zwischen den Reservoirs definiert das Transportfenster und bewirkt die Unidirektionalität des Transports. Der Quantenpunkt wechselt beim Ladungstransfer zwischen dem N- und (N+1)-Elektronenzustand.

Ein weiteres wichtiges Beispiel ist der Einzelelektronentransport. Hierbei wird Elektron für Elektron von der einen zur anderen Elektrode transferiert. Nur zwei der Prozesse sind folglich erlaubt, die anderen beiden verboten. Dies bedingt einen Potentialunterschied zwischen den Elektroden, das sogenannte Transportfenster. Damit die beiden Prozesse möglich sind, muss zudem der Übergang innerhalb dieses Transportfensters liegen. Abbildung 1.7 zeigt den Einzelelektronentransport von der linken zur rechten Elektrode. Der Quantenpunkt wechselt dabei zwischen dem N- und (N+1)-Elektronen-Zustand.

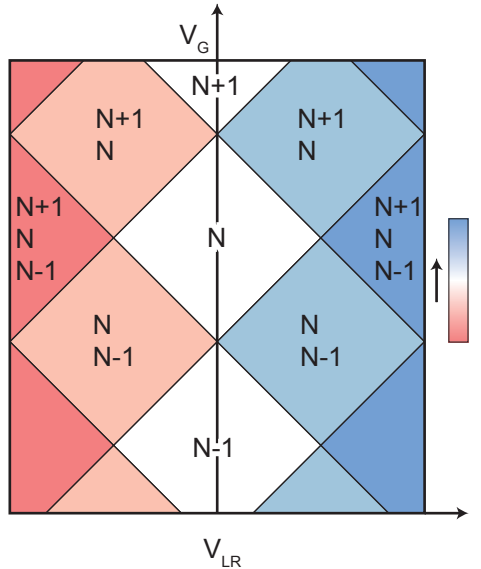


Abbildung 1.8:

Gatespannung V_G und Biasspannung V_{LR} definieren die rautenförmigen Bereiche des Transports durch den Quantenpunkt, dargestellt als Strom I . Im Bereich der Coulomb-Blockade ist der Transport unterdrückt und die Ladung konstant. Im Falle des Einzelelektronentransports wechselt der Quantenpunkt zwischen zwei, bei Doppelelektronentransport zwischen drei Zuständen.

Die Biasspannung V_{LR} , die das Transportfenster vorgibt, und die Gatespannung V_G spannen somit einen Parameterbereich auf, der in Abbildung 1.8 dargestellt ist. In den weiß gekennzeichneten Bereichen ist aufgrund der Coulomb-Blockade kein Transport möglich. Die Ladung auf dem Quantenpunkt ist folglich stabil und diese Darstellung wird daher auch als Stabilitätsdiagramm bezeichnet. Am Übergang zwischen zwei Coulomb-Blockade-Bereichen ist die Ladung entartet. Die

1 Theoretische Grundlagen

charakteristische Form der verschiedenen Transportbereiche hat den Begriff Coulomb-Raute geprägt. Diese Form gilt auch für den Bereich des Einzelelektronentransports, der sich an die Coulomb-Blockade anschließt. Mit steigender Biasspannung gelangen schließlich auch mehrere Übergänge gleichzeitig in das Transportfenster und Doppelelektronentransport wird möglich.

1.2.3 Master-Equation

Der Transfer der Elektronen führt über die vorgestellten Prozesse zu Übergängen zwischen den Zuständen auf dem Quantenpunkt. Diese Prozesse sind zufällig und können durch eine Rate Γ charakterisiert werden. Somit ist auch die zeitabhängige Dynamik des Systems zufällig und kann durch einen probabilistischen Zugang wie der Master-Equation beschrieben werden.

Die Wahrscheinlichkeit, dass das System in einem Zustand N ist, wird mit $p_N(t)$ beschrieben. Die Differentialgleichung der Zeitentwicklung des Systems lautet dann [37]

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}p_N(t) = & -\Gamma_{\Sigma,N}p_N(t) \\ & + (\Gamma_{L,N-1} + \Gamma_{R,N-1})p_{N-1}(t) \\ & + (\Gamma_{L,N+1}^* + \Gamma_{R,N+1}^*)p_{N+1}(t) \end{aligned} \quad (1.25)$$

mit

$$\Gamma_{\Sigma,N} = \Gamma_{L,N} + \Gamma_{R,N} + \Gamma_{L,N}^* + \Gamma_{R,N}^*.$$

Γ bezeichnet die Rate, mit der ein Elektron in den Quantenpunkt, Γ^* die Rate, mit der ein Elektron vom Quantenpunkt in die Zuleitung transferiert wird.

Mithilfe der Master-Equation lässt sich aus der stationären Lösung $\frac{d}{dt}p_N(t) = 0$ der mittlere Strom für Einzelelektronentransport berech-

nen [32]:

$$\langle I \rangle = \frac{e\Gamma_L\Gamma_R}{\Gamma_L + \Gamma_R} \quad (1.26)$$

1.3 Korrelation

Der Transfer der Ladung ist ein stochastischer Prozess. Bislang wurde lediglich der mittlere Strom $\langle I \rangle$ betrachtet und alle Fluktuationen um diesen Mittelwert vernachlässigt. Die Statistik dieser Stromfluktuationen bietet aber Zugang zu Informationen, die nicht im mittleren Strom enthalten sind. Diese Informationen sind in der dynamischen Korrelationsfunktion des zeitabhängigen Stroms enthalten.

Die allgemeine Korrelationsfunktion $S_{AB}(t - t')$ des Stroms in Zuleitung A und Zuleitung B ist gegeben durch [34]

$$S_{AB}(t - t') = \frac{1}{2} \langle \Delta I_A(t) \Delta I_B(t') + \Delta I_B(t') \Delta I_A(t) \rangle \quad (1.27)$$

mit $\Delta I_A(t) = I_A(t) - \langle I_A \rangle$. Die Rauschleistung $S_{AB}^{(2)}(\omega)$ ergibt sich aus der Fouriertransformation

$$2\pi\delta(\omega + \omega') S_{AB}^{(2)}(\omega) = \langle \langle \Delta I_A(\omega) \Delta I_B(\omega') \rangle \rangle. \quad (1.28)$$

Diese Definition der Rauschleistung wird in Abbildung 1.9 veranschaulicht. Nur die Fluktuationen bei gleicher Frequenz ($\omega = \omega'$) sind korreliert.

Im Folgenden wird grundsätzlich nur das Nullfrequenzrauschen $S^{(2)} = S_{AB}^{(2)}(\omega = 0)$ betrachtet. Im Rahmen des Streuformalismus lautet das allgemeine Ergebnis für die Rauschleistung [38]:

$$S^{(2)} = \frac{2e^2}{h} \sum_n \int dE \mathcal{T}_n(E) [f_L(1 - f_L) + f_R(1 - f_R)] \\ + \mathcal{T}_n(E)(1 - \mathcal{T}_n(E)) [f_L - f_R]^2 \quad (1.29)$$

1 Theoretische Grundlagen

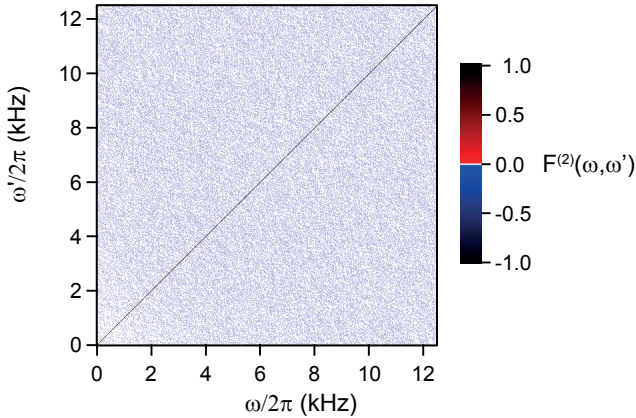


Abbildung 1.9:

Der Korrelator zweiter Ordnung misst die spektrale Leistung bei gleicher Frequenz $\omega = \omega'$. Spektrale Komponenten unterschiedlicher Frequenz sind unkorreliert. (Die Daten zeigen Einzelelektronentransport aus Kapitel 6.)

Dieses Stromrauschen wird auch Verteilungsrauschen genannt, da der Strom durch die Streuung auf einen transmittierten und einen reflektierten Kanal verteilt wird. Unter der Annahme, dass die Transmissionswahrscheinlichkeiten energieunabhängig sind, lässt sich das Integral direkt ausführen:

$$S^{(2)} = \frac{2e^2}{h} \left[2k_B T \sum_n \mathcal{T}_n^2 + eV_{LR} \coth \left(\frac{eV_{LR}}{2k_B T} \right) \sum_n \mathcal{T}_n (1 - \mathcal{T}_n) \right] \quad (1.30)$$

Im Falle kleiner Transmissionswahrscheinlichkeiten $\mathcal{T}_n \ll 1$ können die Terme mit \mathcal{T}_n^2 vernachlässigt werden:

$$S^{(2)} = \frac{2e^2}{h} \left[eV_{LR} \coth \left(\frac{eV_{LR}}{2k_B T} \right) \sum_n \mathcal{T}_n \right] \quad (1.31)$$

Mithilfe von Gleichung 1.21 und $I = VG$ lässt sich die Transmissionswahrscheinlichkeit gänzlich eliminieren:

$$S^{(2)} = 2eI \coth\left(\frac{eV_{LR}}{2k_B T}\right) \quad (1.32)$$

Im Gleichgewichtsfall reduziert sich Gleichung 1.32 auf die thermischen Gleichgewichtsfuktuationen:

$$\lim_{eV_{LR}/k_B T \rightarrow 0} S^{(2)} = 4k_B T G \quad (1.33)$$

Für große Biasspannung geht Gleichung 1.32 hingegen in reines Poisson-Rauschen über:

$$\lim_{eV_{LR}/k_B T \rightarrow \infty} S^{(2)} = 2eI \quad (1.34)$$

1.3.1 Fano-Faktor

Das Poisson-Rauschen $2eI$ gibt den maximalen Wert des Rauschens für einen Poisson-Prozess an. Der Schrotrauschterm $\propto \mathcal{T}_n(1 - \mathcal{T}_n)$ aus Gleichung 1.30 ist im Vergleich dazu aufgrund des Faktors $(1 - \mathcal{T}_n)$ stets unterdrückt. Das Verhältnis von Schrotrauschen und Poisson-Rauschen wird durch den Fano-Faktor $F^{(2)}$ beschrieben [39][34]:

$$F^{(2)} = \frac{S^{(2)}}{2eI} \quad (1.35)$$

bzw. mithilfe der Transmissionswahrscheinlichkeit:

$$F^{(2)} = \frac{\sum_n \mathcal{T}_n(1 - \mathcal{T}_n)}{\sum_n \mathcal{T}_n} \quad (1.36)$$

1 Theoretische Grundlagen

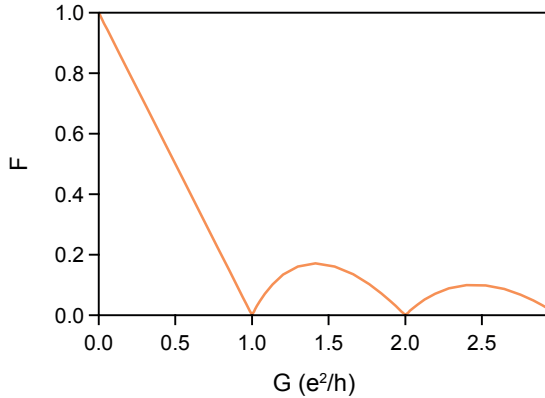


Abbildung 1.10:

Fano-Faktor für das im Abschnitt über den Streuformalismus vorgestellte Beispiel eines Quantenpunktkontakts. Entsprechend der Landauer-Formel ist die Leitfähigkeit in Abhängigkeit von der Transmissionswahrscheinlichkeit quantisiert. Die Abhängigkeit des Fano-Faktors von der Transmissionswahrscheinlichkeit unterscheidet sich von der der Leitfähigkeit. Dieser Zusammenhang wird in der Gegenüberstellung von Fano-Faktor und Leitfähigkeit deutlich.

Die allgemeine Lösung für den Fall energieunabhängiger Transmissionswahrscheinlichkeiten lässt sich somit mit dem Fano-Faktor schreiben als [37]:

$$S^{(2)} = \frac{2e^2}{h} \left[2k_B T (1 - F^{(2)}) + eV_{LR} F^{(2)} \coth \left(\frac{eV_{LR}}{2k_B T} \right) \right] \quad (1.37)$$

Zur Veranschaulichung ist in Abbildung 1.10 der Fano-Faktor für das Beispiel des Sattelpotentials eines Quantenpunktkontakts dargestellt. Sind alle Transmissionskanäle geschlossen, beträgt der Grenzwert des Fano-Faktors 1. Mit zunehmender Transmissionswahrschein-

lichkeit fällt der Fano-Faktor bis auf einen Wert von 0 für $\mathcal{T} = 1$. Mit jedem weiteren sich öffnenden Transmissionskanal steigt der Fano-Faktor zunächst leicht an, um schließlich bei vollständig geöffnetem Kanal wieder auf 0 zu fallen.

Mithilfe der Master-Equation lässt sich auch der Fano-Faktor für den Einzelelektronentransport bestimmen [40][41]:

$$F^{(2)} = 1 - \frac{2\Gamma_L\Gamma_R}{(\Gamma_L + \Gamma_R)^2} \quad (1.38)$$

Auch hier ist das Schrotrauschen gegenüber dem Poisson-Rauschen stets unterdrückt. Den Grund hierfür stellt die Coulomb-Blockade dar. Die Besetzung des Quantenpunkts durch ein Elektron verhindert den Transfer möglicher folgender Elektronen. Der Ladungstransfer ist dadurch negativ korreliert, was wiederum mit einer Reduktion des Fano-Faktors gleichgesetzt werden kann.

Für einen nicht wechselwirkenden Leiter konnte Büttiker [42] zeigen, dass die Autokorrelation sogar grundsätzlich negativ sein muss, solange die Reservoirs sich im thermischen Gleichgewicht befinden und die Spannungspotentiale konstant gehalten werden. Positive Korrelation, sogenanntes Super-Poisson-Rauschen $F^{(2)} > 1$, setzt daher voraus, dass entweder die Voraussetzungen der Zuleitungen nicht erfüllt sind (z.B. Andreev-Streuung beim Übergang in einen Supraleiter [9]) oder dass es in der untersuchten Nanostruktur Wechselwirkungen gibt. Ein wichtiges Beispiel für derartige Wechselwirkungen stellt die gegenseitige dynamische Blockade von mehreren Transportskanälen dar [43].

1.3.2 Höhere Momente

Stromfluktuationen werden durch die statistischen Momente der Wahrscheinlichkeitsverteilung des Stroms charakterisiert. Analog zu dem

1 Theoretische Grundlagen

Strom-Korrelator zweiter Ordnung in Gleichung 1.28 definieren sich die Korrelatoren höherer Ordnung [44]:

$$2\pi\delta(\omega_1 + \dots + \omega_n)S^{(n)}(\omega_1, \dots, \omega_{n-1}) = \langle\langle I(\omega_1) \dots I(\omega_n) \rangle\rangle \quad (1.39)$$

Die Größe $S^{(n)}$ misst die spektrale Dichte des n -ten Moments der Stromfluktuationen und hat folglich die Einheit A^n/Hz^{n-1} . Während der Korrelator zweiter Ordnung die Varianz und damit die Amplitude der Stromfluktuationen bestimmt, gibt der Korrelator dritter Ordnung die Asymmetrie der Verteilung (auch Schiefe oder engl. *skewness* genannt) an. Das dem zweiten Moment zugeordnete Frequenzspektrum ist das Leistungsspektrum. Die Spektren höherer Momente sind Funktionen von $(n - 1)$ Frequenzen und werden folglich als Polyspektren bezeichnet. Das Bispektrum $S^{(3)}$ ist als Frequenzspektrum des dritten Moments folglich eine Funktion von ω_1 und ω_2 [45][46][47][48]:

$$S^{(3)}(\omega_1, \omega_2) = \langle\langle I(\omega_1)I(\omega_2)I^*(\omega_1 + \omega_2) \rangle\rangle \quad (1.40)$$

Anschaulich misst das Leistungsspektrum die spektrale Verteilung der Leistung und enthält keinerlei Phaseninformation. Das Bispektrum ist eine komplexe Größe und misst die Korrelation zwischen verschiedenen Frequenzkomponenten. Das dritte Moment ist gleichzeitig auch die niedrigste Ordnung, in der Phaseninformationen enthalten sind.

Auch für die höheren Momente lassen sich Fano-Faktoren als Vergleich mit dem Erwartungswert des Poisson-Rauschens definieren:

$$F^{(3)} = \frac{S^{(3)}}{e^2 I} \quad (1.41)$$

Die Bestimmung des Bispektrums lässt sich unter Ausnutzung der verschiedenen Symmetrien stark vereinfachen, wie Abbildung 1.11 ver-

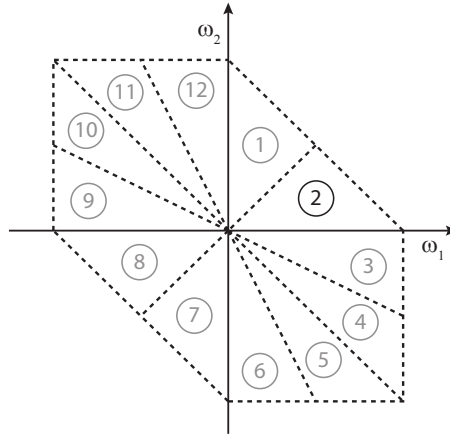


Abbildung 1.11:

Die Symmetrien des Bisppektrums führen dazu, dass die 12 gezeigten Sektoren zueinander redundant sind.

anschaulicht. Aus dem Bisppektrum aus Sektor 2 ergeben sich beispielsweise alle übrigen Sektoren aus der Redundanz [49]:

$$S^{(3)}(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} S^{(3)}(\omega_2, \omega_1) & \text{Sektor 1} \\ S^{(3)*}(\omega_1 + \omega_2, -\omega_2) & \text{Sektor 3} \\ S^{(3)*}(-\omega_2, \omega_1 + \omega_2) & \text{Sektor 4} \\ S^{(3)}(\omega_1, -\omega_1 - \omega_2) & \text{Sektor 5} \\ S^{(3)}(-\omega_1 - \omega_2, \omega_1) & \text{Sektor 6} \end{cases} \quad (1.42)$$

Kreuzkorrelationen zwischen den Strömen aus verschiedenen Zuleitungen werden ebenfalls analog zur Kreuzkorrelation zweiter Ordnung berechnet. Die Symmetrie des Kreuz-Bisppektrums ist jedoch reduziert. Für den Fall der Kreuzkorrelation zwischen zwei Zuleitungen L und R lassen sich die drei zueinander nicht redundanten Sektoren mit den

1 Theoretische Grundlagen

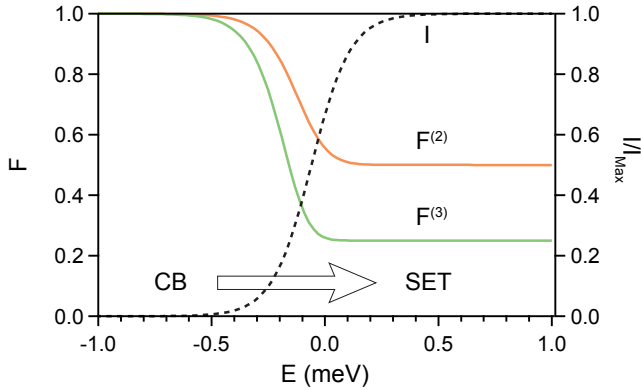


Abbildung 1.12:

Strom und Fano-Faktor des zweiten und des dritten Moments für den thermisch verbreiterten Übergang von der Coulomb-Blockade (CB) zum Einzelelektronentransport (SET). Die Tunnelraten wurden symmetrisch gewählt ($\Gamma_L = \Gamma_R$).

drei möglichen Permutationen identifizieren:

$$S_{LRR}^{(3)}(\omega_1, \omega_2) = \begin{cases} S_{RLR}^{(3)}(\omega_1, \omega_2) & \text{Sektor 1} \\ S_{RRL}^{(3)}(\omega_1, \omega_2) & \text{Sektor 3} \end{cases} \quad (1.43)$$

Anstelle $S_{LRR}^{(3)}$ in den Sektoren 1 bis 3 zu berechnen, können folglich auch die drei Permutationen LRR , RLR und RRL in Sektor 2 bestimmt werden.

Für das Beispiel des Einzelelektronentransports ergibt sich aus der Master-Equation für den Fano-Faktor des dritten Moments [50]:

$$F^{(3)} = 1 - \frac{6\Gamma_L\Gamma_R(\Gamma_L^2 + \Gamma_R^2)}{(\Gamma_L + \Gamma_R)^4} \quad (1.44)$$

Abbildung 1.12 veranschaulicht die Reduktion des Fano-Faktors für das zweite und das dritte Moment beim Übergang von der Coulomb-Blockade zum Einzelelektronentransport.



Experimentelle Grundlagen

In diesem Kapitel werden die Grundlagen, die für die Durchführung und Auswertung der Messungen notwendig sind, erläutert. Es wird ein experimenteller Aufbau für Rauschmessungen an Quantenpunktsystemen vorgestellt. Dabei besteht die besondere Herausforderung darin, die kleinen Stromfluktuationen von einer Größenordnung im Bereich einiger $fA/\sqrt{\text{Hz}}$ zu messen. Um derartige Größenordnungen beobachten zu können, ist eine rauscharme Verstärkung der Fluktuationen erforderlich. Dazu wird im ersten Teil dieses Kapitels die Entwicklung eines Tieftemperaturverstärkers beschrieben. Im zweiten Teil dieses Kapitels geht es dann um die Auswertung der mit diesem Aufbau aufgenommenen Rauschspektren.

2.1 Der experimentelle Aufbau

Schrotrauschen, d.h. zeitliche Fluktuationen des Stroms, zeichnet sich durch eine spektrale Leistungsdichte proportional zum mittleren Strom aus. Bei einem Strom von 1 mA beträgt die Amplitude des Poisson-

2 Experimentelle Grundlagen

Rauschens gerade einmal $18 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ oder $0.000\,001\,8\%$ der Amplitude bei einer Bandbreite von 1 Hz . Im Vergleich steigt dieses Verhältnis bei einem Strom von 1 pA zwar deutlich auf 0.06% , der Absolutwert beträgt dabei aber weniger als $1 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$. Um derartige Stromfluktuationen messen zu können, ist ein überaus empfindlicher Detektor nötig. Dies wird besonders deutlich, wenn man zum Vergleich das thermische Rauschen eines $1 \text{ k}\Omega$ Widerstands betrachtet. Bei Raumtemperatur beträgt das thermische Stromrauschen dieses Widerstands $4 \text{ pA}/\sqrt{\text{Hz}}$ und selbst bei der Temperatur flüssigen Heliums liegt der Wert mit $470 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ immer noch deutlich über dem des Schrotrauschens. Ein Detektor für Schrotrauschen muss das Signal also verstärken, ohne es dabei durch sein Eigenrauschen zu überdecken.

Stromverstärker mit einem großen Verstärkungsfaktor stellen eine Möglichkeit dar, diese Vorgaben zu erfüllen. Das Stromrauschen eines Femto LCA-100k-50M beträgt z.B. $30 \text{ fA}/\sqrt{\text{Hz}}$ [51]. Allerdings gelten diese Werte nur unter der idealen Voraussetzung einer unendlich großen Quellimpedanz. Die Quellimpedanz beinhaltet dabei auch die Leitung, mit der das Signal von der Probe, die für die Untersuchung von Quanteneffekten typischerweise in einem Kryostaten gekühlt wird, zum Stromverstärker bei Raumtemperatur transportiert werden muss. Allein die Kapazität dieser Leitung sorgt bei Frequenzen im kHz-Bereich bereits dafür, dass das Eigenrauschen des Stromverstärkers rasch ansteigt. Zudem beschränken die Kapazität der Leitung und der Stromverstärker die mögliche Bandbreite auf einen Bereich, der häufig von $1/f$ -Rauschen dominiert wird. Es ist daher besonders wichtig, diese Kapazität zu minimieren.

Eine offensichtliche Lösung besteht darin, die Länge der Leitung vom Verstärker zu der Probe zu verkürzen. Dies bedeutet aber wiederum, dass die Verstärkung des Signals in den Kryostaten verlagert werden muss. Nicht jede Elektronik funktioniert jedoch bei derartig tiefen Temperaturen, und es erfordert daher speziell angepasste Verstärker

[8]. Die niedrige Betriebstemperatur bietet dabei allerdings auch den Vorteil, dass alle thermischen Rauschquellen nur einen geringen Betrag beisteuern.

Die Detektorauflösung lässt sich noch weiter steigern, indem mehrere Verstärker die Stromfluktuationen unabhängig voneinander messen. Die technischen Rauschquellen der Verstärker sind dann unkorreliert und werden folglich in einer Messung des Korrelationssignals unterdrückt [52][53][54].

2.1.1 Kryogene Verstärker

Kryogene Verstärker sollen bei Temperaturen von 1.5 K, wie sie etwa auf dem 1K-Topf eines Entmischungskryostaten auftreten, funktionieren können. Der Verstärkungsfaktor sollte ausreichend groß sein, damit nachfolgende, bei Raumtemperatur betriebene Verstärker nicht durch ihr Eigenrauschen das Signal-zu-Rausch-Verhältnis nennenswert negativ beeinflussen. Ein Verstärkungsfaktor von ungefähr 10 ist dafür bereits ausreichend. Der Verstärker kann dabei entweder als Stromverstärker oder als Spannungsverstärker realisiert werden. Der Vorteil eines Stromverstärkers besteht in einem niedrigen Eigenrauschen und in einem hohen Strom-Spannungs-Konversionsfaktor bei einer gleichzeitig niedrigen Detektorimpedanz. Der Nachteil liegt in der Rückkopplung hin zur Probe und in der von der Eingangskapazität abhängigen Stabilität. Spannungsverstärker haben ein im Vergleich höheres Stromrauschen, da die Strom-Spannungs-Konversion über einen vorgeschalteten Widerstand erfolgen muss, so dass ein hoher Konversionsfaktor nur mit einer großen Detektorimpedanz erkaufte werden kann. Gleichzeitig sind Spannungsverstärker jedoch deutlich weniger empfindlich gegenüber der Eingangskapazität und einfacher zu stabilisieren. Die größere Stabilität ermöglicht es auch, die Spannungsverstärker mit einer größeren Bandbreite zu betreiben. Schließlich besteht beim Spannungsverstärker

2 Experimentelle Grundlagen

nicht notwendigerweise eine aktive Rückkopplung zur Probe.

Aufgrund dieser Vorteile stellen Spannungsverstärker die einfachere und stabilere Wahl dar. Alle Experimente in dieser Arbeit wurden mit zweistufigen Spannungsverstärkern durchgeführt. Im Folgenden wird das Design eines solchen Verstärkers vorgestellt. Entscheidend für die Verstärkereigenschaften ist dabei die Wahl des Transistors, der natürlich bei kryogenen Temperaturen noch funktionieren muss [55]. Zur Auswahl stehen dafür sogenannte pseudomorphe GaAs/InGaAs „high electron mobility transistors“ (p-HEMTs) oder GaAs „metal semiconductor field effect transistors“ (MESFETS) [56][57]. Dabei haben sich gerade die p-HEMTs ATF34143 und ATF35143 in vielen Experimenten bewährt [58][59][54][60][61] und wurden daher für die in dieser Arbeit vorgestellten Messungen eingesetzt.

Nach der Wahl des Transistors gilt es, die eigentliche Schaltung zu entwerfen. Ziel des Designs ist es, das Signal-zu-Rausch-Verhältnis zu maximieren, was wiederum maximale Verstärkung bei minimalem Eigenrauschen bedeutet. Eine einfache Common-Source-Schaltung erfüllt diese Vorgaben (siehe Abbildung 2.1). Die für den Verstärkungsfaktor nötige große Ausgangsimpedanz muss in einer zweiten Stufe an die $50\ \Omega$ der nachfolgenden Koaxialleitung angepasst werden. Auch hier kommt wieder ein weiterer Common-Source-Verstärker zum Einsatz.

Ein weiteres wichtiges Designkriterium ist die Wärmeentwicklung des Verstärkers. Die Kühlleistung der einzelnen Temperaturstufen eines Entmischungskryostaten ist begrenzt. Im konkreten Fall des Kelvinox 300 beträgt die Kühlleistung der Mischungskammer $300\ \mu\text{W}$ bei einer Temperatur von 100 mK. Eine Platzierung der Verstärker auf der Mischungskammer hätte natürlich den Vorteil sowohl des geringen Abstandes zur Probe als auch einer Magnetfeldkompensation. Ein derartig niedriger Energieverbrauch bedeutet aber gleichzeitig auch Einschränkungen für die Leistungsdaten des Verstärkers. Bei nahezu geschlosse-

nem Kanal ist die Transkonduktanz gering, was wiederum mit einer höheren Drainimpedanz ausgeglichen werden muss, um einen nennenswerten Verstärkungsfaktor zu erhalten. Damit sinkt die mögliche Bandbreite des Verstärkers, da die großen Widerstände zusammen mit den parasitären Kapazitäten der Bauteile RC-Glieder formen.

Auf dem 1K-Topf kann deutlich mehr Wärme dissipiert werden, und somit entfallen die Einschränkungen, die auf der Mischungskammer gelten. Allerdings wächst der Abstand zur Probe um 20 cm und entsprechend die Eingangskapazität. Die einzelnen Nachteile dieser Kapazität werden im zweiten Teil dieses Kapitels, der Messauswertung, diskutiert. Auch wenn der 1K-Topf eine höhere Wärmelast erlaubt, wurde hier ein Energieverbrauch von etwa 5 mW gewählt.

Design der Common-Source-Eingangsstufe

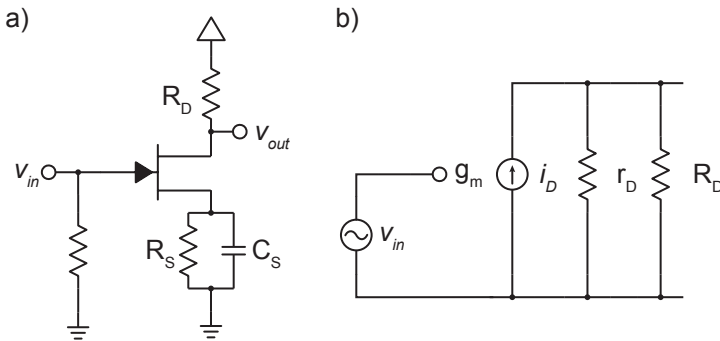


Abbildung 2.1:

Eine einfache Common-Source-Eingangsstufe (links) und das entsprechende Ersatzschaltbild (rechts).

Um die beiden Stufen des Verstärkers zu dimensionieren, wurde der

2 Experimentelle Grundlagen

ATF34143 bei Raumtemperatur und bei 4.2 K charakterisiert. Abbildung 2.2 zeigt die Abhängigkeit des Drain-Stroms I_D von der Source-Drain-Spannung und der Gate-Spannung bei 4.2 K. Der Verlauf der Kennlinien bei 300 K entspricht qualitativ dem Tieftemperaturverlauf. Quantitative Unterschiede verhindern allerdings, dass die Verstärker mit einem temperaturunabhängigen Arbeitspunkt betrieben werden können. Im grundsätzlichen Verhalten erinnern die Kennlinien an einen klassischen Feldeffekttransistor mit einem linearen Bereich für niedrige Source-Drain-Spannungen und einem Sättigungsbereich für hohe Source-Drain Spannungen. Allerdings bleibt die Steigung im Sättigungsbereich bei endlichen Werten, gleichbedeutend mit einem niedrigen differentiellen Drain-Widerstand $r_D = dV_{SD}/dI_D$. Dieser niedrige differentielle Widerstand stellt die entscheidende Begrenzung der maximalen Verstärkung dar, da der Drain-Widerstand R_D , über den die Ausgangsspannung abfällt, parallel zu diesem geschaltet ist (siehe Abbildung 2.1). Zudem limitiert er auch die Möglichkeiten, den ATF34143 als aktive Last zu betreiben. Einige der Charakterisierungsmessungen bei 4.2 K zeigten bei hohen Source-Drain-Spannungen ein Abknicken der Kennlinie, die auch sehr häufig in den Kennlinien des ATF35143 festgestellt werden konnte. Dabei handelt es sich um den sogenannten Kink-Effekt [62], der sich negativ auf die Rauscheigenschaften des Transistors auswirkt [63]. Indem eine niedrige Source-Drain-Spannung für den Arbeitspunkt gewählt wird, lassen sich aber der Kink-Effekt und weitere auf Streumechanismen basierende Fluktuationsprozesse [64] vermeiden.

Mithilfe der Charakterisierungsmessung kann I_D gewählt werden. Die Wahl von I_D bestimmt den Arbeitspunkt der Verstärkerstufe und die restliche Dimensionierung. Der Arbeitspunkt muss selbstverständlich im Sättigungsbereich liegen, gleichzeitig darf aber die Wärmeentwicklung nicht zu groß sein. Zudem sollte auch die Source-Drain-Spannung nicht zu hoch ausfallen. Hier wurde für die Eingangsstufe

2.1 Der experimentelle Aufbau

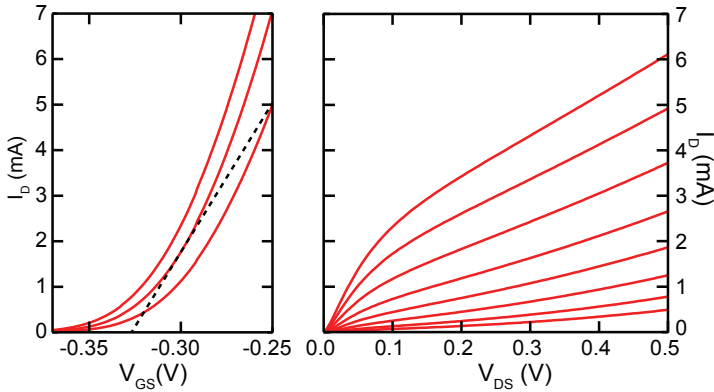


Abbildung 2.2:

Kennlinien eines ATF34143 bei einer Temperatur von 4.2 K . Links ist die Abhängigkeit des Stroms von der Gate-Spannung bei einer Source-Drain-Spannung von 0.1 V , 0.2 V und 0.3 V dargestellt, rechts die Abhängigkeit des Stroms von der Source-Drain-Spannung bei einer Gate-Spannung von -0.28 V bis -0.35 V in Schritten von 10 mV . Die gestrichelte Linie kennzeichnet die Steigung und damit die Transkonduktanz g_m für den gewählten Arbeitspunkt.

$I_D = 2\text{ mA}$ bei einer Source-Drain-Spannung von $V_{SD} = 0.2\text{ V}$ gewählt.

Abbildung 2.2 zeigt links den Verlauf der Kennlinie I_D in Abhängigkeit von der Gate-Spannung. Die Ableitung dieser Kennlinie gibt die Transkonduktanz g_m an. Die Gesamtverstärkung (für Spannung) \mathcal{G} beträgt dann

$$\mathcal{G} = g_m(r_D || R_D). \quad (2.1)$$

Dabei symbolisiert $r_D || R_D$ die Parallelschaltung von r_D und R_D .

Aus der Wahl des Arbeitspunkts I_D ergibt sich die Gate-Spannung $V_G = -0.3\text{ V}$ bei einer Transkonduktanz von $g_m = 25\text{ mS}$. Anstatt

2 Experimentelle Grundlagen

die Vorspannung für das Gate von außen zuzuführen, wird hier die Self-Bias-Technik eingesetzt. Dabei befindet sich das Gate auf Erdpotential, während das Potential der Source-Elektrode über einen Widerstand R_S angehoben wird. Der Source-Widerstand wird so gewählt, dass der Spannungsabfall des Drain-Stroms genau der gewünschten Gate-Spannung entspricht:

$$V_G = -I_D R_S. \quad (2.2)$$

Damit die zu verstärkenden Wechselspannungen nicht über den Source-Widerstand gegenkoppeln, wird dieser mit einem Kondensator überbrückt. Damit ergibt sich die komplette Eingangsstufe wie in Abbildung 2.3 dargestellt.

Bauteil	Wert	
R_1	220	Ω
C_1	2×22	nF
R_2	910	Ω
C_2	10	nF
R_3	10	k Ω
R_4	220	Ω
C_3	2×22	nF
R_5	49.9	Ω
R_6	860	Ω
C_4	100	nF

Tabelle 2.1:

Dimensionierung der Bauteile für die Verstärkerstufen in Abbildung 2.3. Widerstände: Dünnschicht-Metallschicht (Tyco, Welwyn), Kondensatoren: COG Keramik (Epcos, Kemet, Murata).

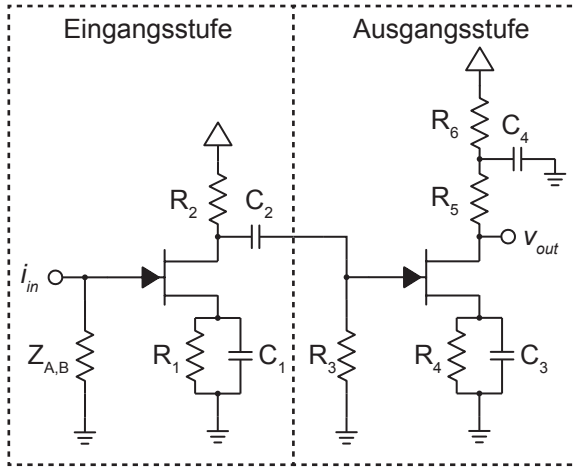


Abbildung 2.3:

Schaltungsskizze des zweistufigen Tieftemperaturverstärkers. $Z_{A,B}$ bezeichnet dabei die Detektorimpedanz im späteren experimentellen Aufbau (siehe unten).

Die Ausgangsstufe

Beim Design der Ausgangsstufe wird genauso verfahren wie bei der Eingangsstufe. Allerdings ist hier nicht die Maximierung des Verstärkungsfaktors das Ziel, sondern die Anpassung der Ausgangsimpedanz ($r_D || R_D$) an die 50Ω der Koaxialleitung. Dafür wird $R_D = 49.9 \Omega$ gewählt und der Arbeitspunkt so bestimmt, dass die Impedanzfehlanpassung nicht zu groß wird. Der Verstärkungsfaktor muss groß genug sein, damit die Ausgangsstufe nicht zum Eingangsrauschen des Verstärkers beiträgt. Die entsprechende Dimensionierung der gesamten Verstärkerschaltung ist in Tabelle 2.1 aufgeführt.

Eingangs- und Ausgangsstufe sind beide AC (wechselspannungs-

2 Experimentelle Grundlagen

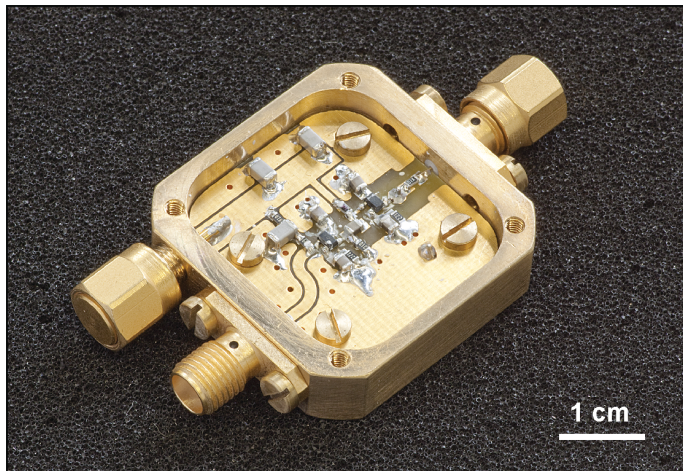


Abbildung 2.4:

Der fertige Tieftemperaturverstärker. Das Platinenmaterial besteht aus FR4 mit vergoldeten Leiterbahnen, auf dem die Bauelemente mit silberhaltigem Lot verlötet sind. Das Gehäuse ist aus vergoldetem, sauerstofffreiem Kupfer gefertigt.

mäßig) gekoppelt. Auch eine DC-Kopplung ist bei einem zweistufigen Verstärker möglich, indem das Referenzpotential der gesamten Ausgangsstufe angehoben wird. Allerdings bietet die niedrige DC-Verstärkung dieser Schaltung zu wenig praktische Vorteile, um den Aufwand zu rechtfertigen. Abbildung 2.4 zeigt den fertigen Verstärker im vergoldeten Kupfergehäuse.

Als Versorgungsspannung wird entsprechend der Summe der Spannungsabfälle $I_D R_S$, V_{SD} und $R_D I_D$ eine Spannung von mindestens 1.5 V benötigt. Allerdings kann der Verstärker auch mit einer größeren Versorgungsspannung betrieben werden. Das wichtigste Kriterium

stellt dabei das geringe Spannungsrauschen der Versorgung dar, wie es z.B. eine Batterie auszeichnet (typische Werte für Batterien liegen bei $-190 \text{ dBV}/\sqrt{\text{Hz}}$ oder $300 \text{ pV}/\sqrt{\text{Hz}}$). Bei den im Rahmen dieser Arbeit vorgestellten Experimenten wurde jedoch eine geregelte Spannungsversorgung [65] mit einer Rauschleistungsdichte im Bereich von $1 \text{ nV}/\sqrt{\text{Hz}}$ verwendet, die den Vorteil bietet, das Experiment stabil über mehrere Wochen betreiben zu können. Als Netzstromversorgung dient ein linear geregeltes Netzteil vom Typ Block FMP.

Charakterisierung der Verstärker

Verstärkungsfaktor und Eingangsrauschen der Tieftemperaturverstärker wurden bei 4.2 K vor dem Einbau in den Entmischungskryostaten in einem Testaufbau charakterisiert. Mit Hilfe eines Netzwerkanalysators (HP 4395A) wird eine Sinusspannung mit einer Leistung von -30 dBm generiert, mit einem Powersplitter auf Netzwerkanalysator und Verstärker verteilt und das verstärkte Signal mit dem Referenzsignal verglichen (siehe Abbildung 2.5). Um Netzwerkanalysator und Eingangsstufe nicht zu übersteuern, wird ein 40 dB Dämpfungsglied vorgeschaltet.

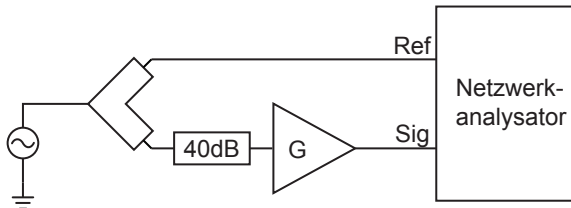


Abbildung 2.5:

Schematische Skizze des Messaufbaus zur Charakterisierung der Tieftemperaturverstärker mittels eines Netzwerkanalysators.

2 Experimentelle Grundlagen

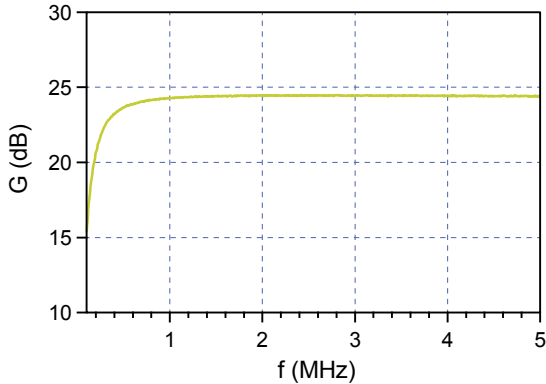


Abbildung 2.6:
Verstärkungsfaktor eines Tieftemperaturverstärkers bei 4.2 K.

Abbildung 2.6 zeigt den gemessenen Verstärkungsfaktor im Frequenzbereich bis 5 MHz. Die Verstärkung setzt erst bei Frequenzen größer als 500 kHz ein. Ursache hierfür ist die Gegenkopplung über den Vorspannungs-Widerstand R_S , der nur für entsprechend große Frequenzen von dem Kondensator überbrückt wird. Aufgrund von parasitären Kapazitäten fällt die Verstärkung für Frequenzen größer als 80 MHz wieder ab. Dazwischen ist sie nahezu konstant und erreicht einen Wert von 24 dB.

Das Eingangsrauschen der Verstärker setzt sich aus zwei Komponenten zusammen, dem Spannungsrauschen e_n und dem Stromrauschen i_n . Um das Spannungsrauschen der Verstärker zu charakterisieren, wird der Eingang der Verstärker kurzgeschlossen. Da das Eigenrauschen der Verstärker sehr klein ist, muss das Signal mit einem weiteren Verstärker aufbereitet werden. Diese Aufgabe übernimmt ein Femto HLDPVA Breitbandverstärker mit einem Gain von 50 dB. Mithilfe des Spek-

2.1 Der experimentelle Aufbau

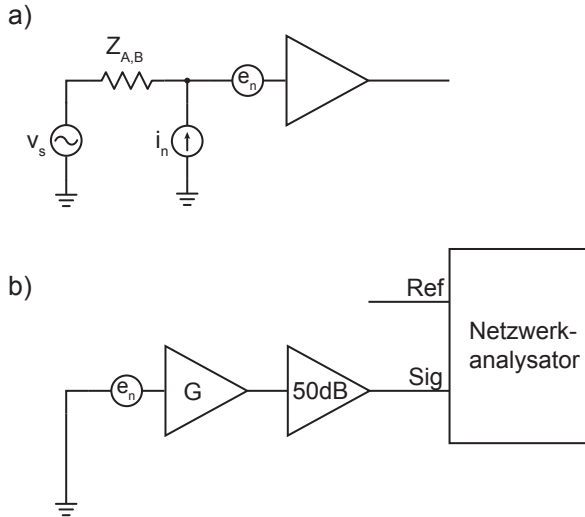


Abbildung 2.7:

Schematische Skizze der wesentlichen Rauschquellen und der Messaufbau für die Charakterisierung dieser bei 4.2 K.

trumanalysators (HP 4395A) wird dann die Rauschleistung gemessen. Das Spannungsrauschen (Eigenrauschen) des Verstärkers ergibt sich als Quotient aus gemessener Rauschleistung S und Gesamtverstärkung \mathcal{G} : $e_n = S/\mathcal{G}$. Das Stromrauschen des Verstärkers ist hingegen zu klein, als dass es über den Spannungsabfall der $50\ \Omega$ Eingangsterminierung gemessen werden könnte.

Für das auf den Eingang bezogene Spannungsrauschen oberhalb von 1 MHz ergibt sich ein Wert von $200\ \text{pV}/\sqrt{\text{Hz}}$. Mit dem abfallenden Verstärkungsfaktor für niedrige Frequenzen steigt auch entsprechend das auf den Eingang bezogene Spannungsrauschen an. Gleichzeitig ist dies auch der Bereich, in dem das Rauschen eines ATF34143 typi-

2 Experimentelle Grundlagen

scherweise von $1/f$ -Rauschen dominiert wird. Die genaue Grenzfrequenz (engl. *corner frequency*), bei der das $1/f$ -Rauschen kleiner ist als das Spannungsrauschen, kann daher in dieser Messung nicht bestimmt werden.

Das erreichte Eingangsruschen des zweistufigen Tieftemperaturverstärkers liegt damit etwas unterhalb von typischen Werten einstufiger Designs ($\sim 0.7 \text{ nV}\sqrt{\text{Hz}}$ in [56] bzw. $\sim 0.4 \text{ nV}\sqrt{\text{Hz}}$ in [66]). Ausgedrückt als Rauschtemperatur ergibt sich ein Wert von 58 K bzw. eine Rauschzahl (engl. *noise figure*) von 0.8 dB, jeweils bezogen auf 50Ω . Diese Werte sind sehr viel größer als die vergleichbarer HF-Verstärker, die auf ähnlichen p-HEMTs basieren (3 K bei 700 MHz [60]) und liegen auch oberhalb der Spezifikation des ATF34143 (Noise Figure 0.5 dB bei 1.9 GHz). Dabei muss allerdings der unterschiedliche Frequenzbereich berücksichtigt werden. Ziel der Experimente in dieser Arbeit ist es, das Schrotrauschen in einem Frequenzbereich von 500 kHz bis 5 MHz zu messen. Offenbar muss im Gegenzug ein höheres Eigenrauschen der Verstärker in Kauf genommen werden. Eine mögliche Ursache liegt in den bereits angesprochenen Stoß-Ionisationsprozessen des Kink-Effekts, der eine starke Frequenzabhängigkeit aufweist [63].

2.1.2 Integration der Verstärker in einen Entmischungskryostaten

Die fertigen Verstärker sind in einen Entmischungskryostaten integriert. Während die Verstärker aufgrund ihrer Wärmelast auf dem 1K-Topf montiert werden, befindet sich die Probe an einem Kühlfinger unterhalb der Mischungskammer. Die Fluktuationen des Stroms durch die Probe müssen also von einem Detektionsschaltkreis in Spannungsfluktuationen umgewandelt und von dem Kühlfinger zu den Verstärkern geführt werden. Diese Transmissionsleitung soll dabei eine große Bandbreite ermöglichen. Neben den Transmissionsleitungen ist die Probe

auch mit DC-Leitungen verbunden. Die störungsfreie Verbindung der Zuleitungen, die zudem auch noch thermalisiert werden müssen, erfordert die Entwicklung eines speziellen Probenhalters und Kühlfingers. Zunächst wird der Aufbau der Transmissionsleitung beschrieben. Die Kapazität dieser Leitungen ist Teil des Detektionsschaltkreises, der anschließend vorgestellt wird. Darauf folgt schließlich der Aufbau des Probenhalters.

Die Transmissionsleitung ist eine Koaxialleitung mit möglichst geringer Kapazität (im Folgenden wird sie daher auch häufig als Niederkapazitätsleitung bezeichnet). Die Kapazität eines Zylinderkondensators pro Längeneinheit L ist gegeben durch

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\epsilon_r\epsilon_0}{\ln\left(\frac{D}{d}\right)} \quad (2.3)$$

in Abhängigkeit von dem Verhältnis der Durchmesser des äußeren (D) und inneren (d) Leiters. Dementsprechend sollte der Durchmesser des Außenleiters so groß wie möglich gewählt werden, wobei diesem durch die Platzverhältnisse im Kryostaten enge Grenzen gesetzt sind. Der Außenleiter ist aus Edelstahlrohr gefertigt, das unterhalb der Mischungskammer auch tragende Funktion für den Probenhalter übernimmt (siehe auch Abbildung 2.8). Oberhalb der Mischungskammer stellen dünnwandige Edelstahlrohre die thermische Isolation über den Außenleiter sicher. Auf der Mischungskammer muss das Signal umgelenkt werden. Dies geschieht in einer massiven Kupferbox, die auch gleichzeitig Ausgangspunkt der thermischen Kopplung der Probe an die Mischungskammer darstellt. Der Innenleiter ist aus supraleitendem NbTi-Draht gefertigt, um gleichzeitig thermische Isolation der Probe und gute elektrische Leitfähigkeit zu gewährleisten. Andere Materialien wie z.B. Manganin bieten zwar ebenfalls eine gute thermische Entkopplung der Probe vom 1K-Topf. Bei einem Widerstand von $100\ \Omega/\text{m}$ stellt der Innenleiter jedoch eine weitere thermische Rauschquelle dar,

2 Experimentelle Grundlagen

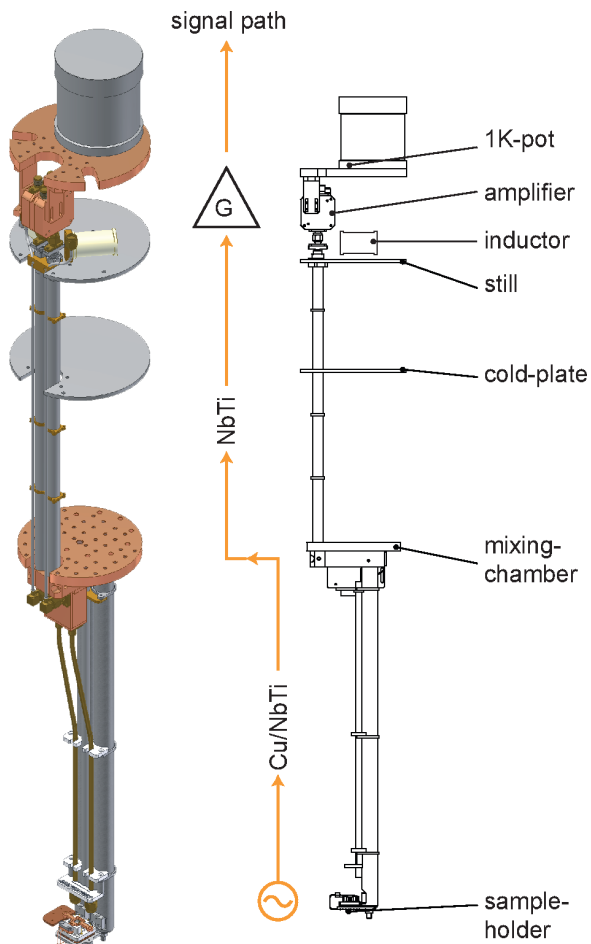


Abbildung 2.8:

Zwei Transmissionsleitungen aus Edelstahl verbinden den Probenhalter unterhalb der Mischungskammer über mehrere Temperaturstufen hinweg mit den Verstärkern auf dem 1K-Topf.

deren Temperatur sogar streckenweise deutlich über der der Mischungskammer liegt. Bei dem NbTi-Draht handelt es sich um einen Einkernleiter, der in eine Kupfermatrix eingebettet ist. Da Kupfer eine sehr hohe thermische Leitfähigkeit besitzt, wird die Kupfermatrix in dem Drahtabschnitt oberhalb der Mischungskammer mit einem Säurebad aus Salpetersäure entfernt. Da unterhalb der Mischungskammer Magnetfelder erzeugt werden können, die das kritische Magnetfeld des Supraleiters überschreiten, muss die Kupfermatrix in diesem Abschnitt intakt bleiben. Der Widerstand des Innenleiters bei Raumtemperatur, gemessen vom 1K-Topf bis zum Probenhalter, beträgt 55Ω . Der Durchmesser des Innenleiters beträgt $100 \mu\text{m}$. Aus Gleichung 2.3 ergibt sich dann eine Leitungskapazität von 15 pF . Die Selbstinduktivität der Leitung liegt bei $\sim 1 \mu\text{H/m}$, woraus eine charakteristische Impedanz von 275Ω folgt. Da die Detektion jedoch bei einer Frequenz von 1 MHz bzw. einer Wellenlänge von 300 m erfolgt, spielt die Impedanzfehlanpassung keine Rolle.

Der Detektionsschaltkreis

Der Detektionsschaltkreis für die Strom-Spannungs-Konversion besteht aus einem einfachen Parallelschwingkreis. Die Koaxialleitung bildet dabei die Kapazität zusammen mit den parasitären Kapazitäten der Steckverbinder, Verstärker und des Probenhalters. Der Konversionswiderstand stellt in Verbindung mit dieser Kapazität ein RC-Glied dar und definiert damit die Detektorbandbreite $BW = 1/2\pi RC$. Die Größe des Widerstands stellt damit einen Kompromiss zwischen Bandbreite und Transimpedanz der Detektion dar. Zudem ist bei einer großen Detektorimpedanz die Rückkopplung auf die Stromfluktuationen der Probe nicht mehr zu vernachlässigen. Die Spule verschiebt die Resonanzfrequenz des Schwingkreises zu Frequenzen größer als 500 kHz , da der untere Frequenzbereich durch das $1/f$ Rauschen

2 Experimentelle Grundlagen

der Verstärker dominiert ist und nicht für die Auswertung genutzt werden kann. Für eine Messung von höheren Momenten, z.B. des dritten Moments, ist es darüber hinaus vorteilhaft, wenn die Bandbreite zumindest eine Dekade abdeckt. Wird die Resonanzfrequenz zu groß gewählt, ist schließlich eine Korrelationsmessung über die Probe hinweg ineffizient, da die Probenimpedanz aufgrund von parasitären Kapazitäten für eine endliche Kopplung sorgt.

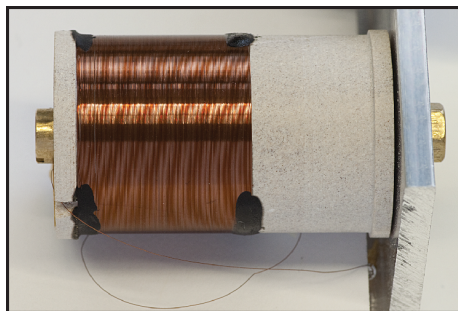


Abbildung 2.9:

Die Resonatorspule eines Detektionsschaltkreises, bestehend aus 250 Windungen NbTi-Draht auf einem Spulenkern aus Steatit.

Um eine Resonanzfrequenz von ca. 1 MHz bei der von der Geometrie des Aufbaus vorgegebenen Kapazität zu erreichen, wird eine Induktivität in der Größenordnung von 1 mH benötigt. Diese Größe wird leider kommerziell nur mit Ferritkern realisiert. Ferrite sind aber aufgrund der starken Magnetfelder potentiell problematisch. Daher wurde die Spule als Luftkernspule gefertigt. Das Drahtmaterial besteht wieder aus NbTi, um resistive Rauschquellen auszuschließen. Im Unterschied zu den Transmissionsleitungen wurde hierbei ein Multifilamentleiter verwendet. Neben dem geringen Widerstand ist die wichtigste Eigen-

schaft der Spule ihre parasitäre Kapazität, die die Bandbreite der Detektion weiter verringert. Um diese Kapazität zu minimieren, besteht die Spule nur aus einer Lage an Drahtwicklungen. Da der Drahtdurchmesser dabei möglichst gering sein sollte, ergibt sich das Problem, dass der minimale Biegeradius des Supraleiters unterschritten wird. Draht mit einem Durchmesser von 0.4 mm und einem Biegeradius von 5 mm erwies sich als ungeeignet. Daher wurde hier 50 μm -Draht auf einen Spulenkern mit 18 mm Durchmesser gewickelt. Der Spulenkern besteht dabei aus Steatit. Abbildung 2.9 zeigt die fertige Spule mit 250 Windungen. Als Wickelmaschine diente eine einfache Handbohrmaschine mit einem Hall-Schalter als Umdrehungszähler.

Der Probenhalter und die Signalverteilung

Der Probenhalter nimmt den Chipcarrier mit der Probe auf und ist in Abbildung 2.10 dargestellt. Beim Kelvinox 300 befindet sich der Probenhalter im Isolationsvakuum und die Kühlung der Probe erfolgt über die Metallkontakte des Chipcarriers. Um eine optimale thermische Leitfähigkeit beim Übergang vom Chipcarrier zum Probenhalter sicherzustellen, werden sogenannte Pogopins eingesetzt, die einen lötfreien mechanischen Kontakt ermöglichen. Die Pogopins pressen mit einer Feder einen vergoldeten Stiftkontakt an die Unterseite des Chipcarriers. Der Stiftkontakt wiederum sitzt in einem Zylinder, der den Kontakt zu einer Leiterplatte weiterreicht. Verglichen mit seitlichen Federkontakten herkömmlicher Probenhalter sollen die Pogopins bei tiefen Temperaturen einen sicheren mechanischen Kontakt herstellen. Die Pogopins sitzen lose in dem eigentlichen Probenhalter aus Steatit. Die Leiterplatte unterhalb des Probenhalters besteht aus monokristallinem Quarz, das sich im Millikelvin-Bereich im Vergleich mit anderen Isolationsmaterialien durch eine hohe thermische Leitfähigkeit auszeichnet. Die Leiterbahnen aus Gold auf der Quarzplatte dienen der

2 Experimentelle Grundlagen

Thermalisierung der Elektronen.

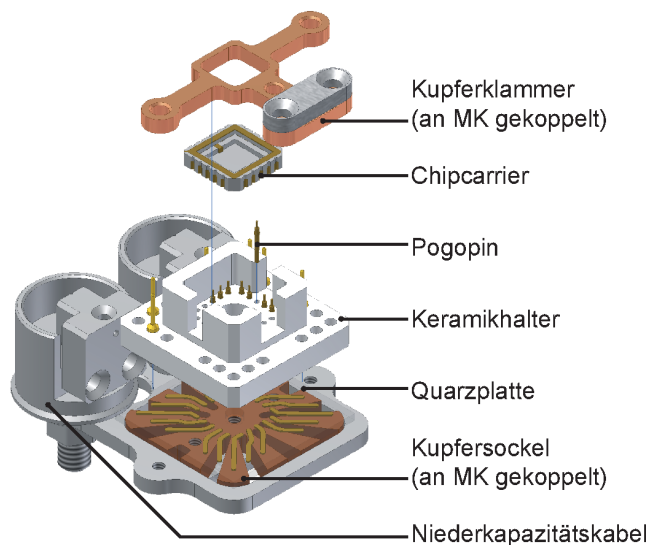


Abbildung 2.10:

Der Probenhalter für den Chipcarrier. Pogopins stellen eine lötfreie Verbindung zwischen Probe und einer Leiterplatte aus Quarz her, die der Thermalisierung der Elektronen dient.

Die thermische Ankopplung an die Mischungskammer erfolgt über Drähte aus sauerstofffreiem Kupfer, die an die Kupferbox unterhalb der Mischungskammer gepresst sind. Im Probenhalter enden die Drähte an einer Kupferklammer, die auf den Chipcarrier presst und ihn im Keramikhalter fixiert. Die Kupferklammer stellt auch die elektrische Erde für den Detektionsschaltkreis dar.

An der Kupferklammer sitzen Leiterplatten, die die Signalverteilung übernehmen. Das Platinenmaterial besteht aus FR4 mit vergoldeten

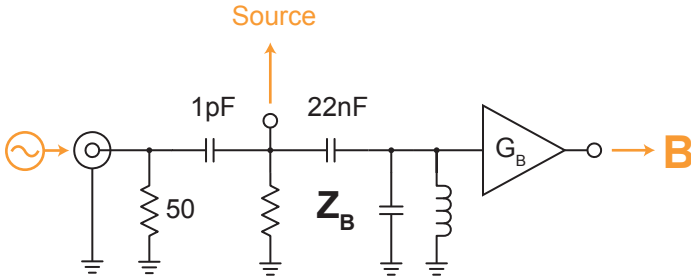


Abbildung 2.11:
Signalverteilung auf der Source-Seite der Probe.

Leiterbahnen aus Kupfer. Die einzelnen Bauelemente sind mit silberhaltigem Lot und Silber-Epoxy befestigt. Auf der Leiterplatte befinden sich neben den Widerständen des Detektionsschaltkreises auch noch Filter für DC-Kontakte. Die Signalverteilung ist für den Source- und Drain-Kontakt der zu untersuchenden Probe unterschiedlich ausgeführt. Während vom Drain-Kontakt das DC-Signal zur Messelektronik bei Raumtemperatur weitergeleitet wird, ist es auf der Source-Seite über den Konversionswiderstand des Detektors geerdet. Die Verstärker sind jeweils über einen Kondensator mit der Probe verbunden. Auf beiden Platinen ist außerdem die Möglichkeit der Einspeisung einer Wechselspannung zur Charakterisierung von Probenimpedanz, Detektorimpedanz und Verstärkungsfaktor vorgesehen.

Neben dem DC-Kontakt der Drain-Zuleitung müssen auch alle weiteren Anschlüsse wie z.B. Gateelektroden thermisch an die Mischungskammer gekoppelt und mit RC-Filterstufen unmittelbar vor der Probe stabilisiert werden. Eine Leiterplatte aus monokristallinem Quarz sorgt dabei wieder für die thermische Senkung. Die Leiterbahnen bestehen aus Konstantan mit einem Widerstand von $\sim 500 \Omega$ und sind auf das

2 Experimentelle Grundlagen

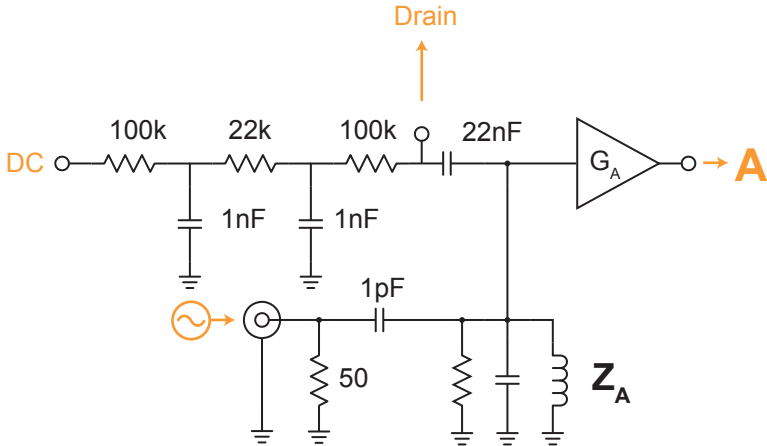


Abbildung 2.12:

Signalverteilung auf der Drain-Seite der Probe.

Quarz aufgesputtert. Eine Massefläche über den Leiterbahnen als Kondensator bildet zusammen mit dem Konstantanwiderstand eine weitere Hochfrequenzfilterstufe. Abbildung 2.13 zeigt die fertige Streifenleitung in einem Kupfergehäuse, das mit der Mischungskammer verschraubt wird.

Somit stehen die wichtigsten Komponenten für den vollständigen Messaufbau zur Verfügung. Dieser grundsätzliche Aufbau wurde für alle in dieser Arbeit vorgestellten Messungen verwendet und wird daher an dieser Stelle exemplarisch in Abbildung 2.14 skizziert.

Als Gleichspannungsquellen werden Digital-Analog-Konverter mit 16 Bit Auflösung vom Typ IOtech DAC488HR eingesetzt. Die Messung des Gleichstromsignals I_{SD} erfolgt über einen Ithaco 1211 Stromverstärker, gefolgt von einem Keithley 2000 zum digitalen Auslesen der Messwerte. Über den Ithaco Stromverstärker wird auch die Biasspan-

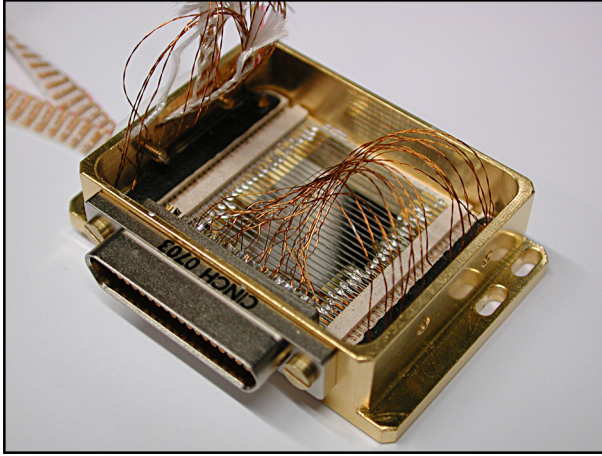


Abbildung 2.13:

Eine Leiterplatte aus monokristallinem Quarz mit Streifenleitungen aus Konstantan dient der Thermalisierung der Elektronen für alle Probenkontakte.

nung V_{SD} an den Drain-Kontakt der Probe angelegt.

Die Verstärkerkette für die Messung der Stromfluktuationen besteht aus den vorgestellten Tieftemperaturverstärkern, gefolgt von Femto HLDPA bzw. Miteq AU-1447 Breitbandverstärkern bei Raumtemperatur. Letztes Glied in der Verstärkerkette stellen HF-Differenzverstärker dar, die das analoge Messsignal der Stromfluktuationen von der digitalen Messelektronik galvanisch entkoppeln. Die Differenzverstärker basieren auf einem differentiellen Empfänger vom Typ AD8130. Als passive Elemente trennen zum einen DC-Blocks Gleichspannungspotentiale der Tieftemperaturverstärker von den Breitbandverstärkern. Zum anderen unterdrücken Tiefpassfilter vom Typ Mini-Circuits BLP5 Frequenzen größer als 5 MHz, um Aliasing-Fehler bei der diskreten

Fouriertransformation (FFT) zu vermeiden.

Computersteckkarten (Alazartech ATS9660 bzw. ATS9462) digitalisieren die verstärkten Fluktuationen mit einer Auflösung von 16 Bit und einer Samplingrate von 20 MS/s. Aus den digitalen Daten werden direkt die Leistungs- und Korrelationsspektren mit einer Fenstergröße von 8192 Punkten mithilfe des ffitw-Softwarepakets [67] berechnet. Als Fensterfunktion wurde ein Hamming-Fenster gewählt. Um den Messzeitraum optimal auszunutzen, beträgt die Überlappung zwischen zwei FFT-Fenstern 50 %. Die Auswertung erfolgt parallelisiert in Echtzeit, so dass in einem Zeitraum von einer Minute ungefähr 300000 Mittelungen integriert werden können.

2.2 Die Auswertung

Nach der Beschreibung des Messaufbaus soll in diesem Abschnitt nun die Analyse des Messsignals vorgestellt werden. Im Messaufbau in Abbildung 2.14 sind die beiden Verstärkerketten mit A und B gekennzeichnet. Im Folgenden werden daher die Stromfluktuationen des Drain-Kontakts mit I_A und die des Source-Kontakts mit I_B bezeichnet. Aus dem Ergebnis der Fouriertransformation $I_A(\omega)$ und $I_B(\omega)$ werden die Autokorrelationsspektren $I_A(\omega)I_A(\omega)^*$, $I_B(\omega)I_B(\omega)^*$ und die Kreuzkorrelation $I_A(\omega)I_B(\omega)^*$ bestimmt, die abgekürzt mit AA^* , BB^* und AB^* bezeichnet werden. Aus diesen frequenzabhängigen Rauschleistungen gilt es nun, das Nullfrequenzrauschen der Probe $S^{(2)}(0)$ zu extrahieren. Dazu muss zunächst von dem digitalen Messsignal auf die Größe der Stromfluktuationen am Ort der Probe zurückgeschlossen werden, welches wiederum eine genaue Kenntnis der gesamten Verstärkerkette erforderlich macht.

2 Experimentelle Grundlagen

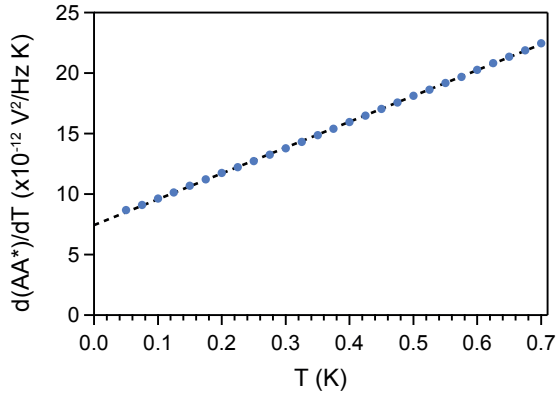


Abbildung 2.15:

Das digitalisierte Signal am Beispiel von Kanal A für einen Frequenzpunkt im Spektrum in Abhängigkeit von der Temperatur der Mischungskammer. Die gestrichelte Linie stellt einen linearen Fit dar.

2.2.1 Eichung der Verstärkerkette

Eine Möglichkeit, den Verstärkungsfaktor zu bestimmen, besteht darin, alle Komponenten dieser Kette einzeln bei ihrer Betriebstemperatur zu charakterisieren und die Gesamtverstärkung zu berechnen. Eine Charakterisierung *in situ* bietet jedoch den Vorteil, dass dabei auch die genaue Detektorimpedanz, die insbesondere von der Kapazität der Anschlussleitungen abhängt, berücksichtigt wird. Eine solche Charakterisierung wurde auf zwei unterschiedlichen Wegen realisiert. Zum einen wurde die Abhängigkeit der Rauschleistung von der Temperatur der Mischungskammer des Kryostaten bestimmt. Bei dieser „Rauschthermometrie“ genannten Methode wird ausgenutzt, dass die thermische Rauschleistung der Detektorimpedanz linear von der Temperatur ab-

hängt:

$$S_{\text{thermisch}} = 4k_B T \Re\{Z_D\} \quad (2.4)$$

Abbildung 2.15 zeigt ein Beispiel für den linearen Temperaturverlauf des digitalisierten Messsignals. Für $T \rightarrow 0$ K schneidet der lineare Fit die y-Achse jedoch nicht bei 0, da die beobachtete Rauschleistung eine Summe verschiedener Rauschquellen in der Verstärkerkette und des thermischen Rauschens der Detektorimpedanz darstellt. Der Verstärkungsfaktor ergibt sich dann aus dem linearen Anstieg des Messsignals.

Zum anderen kann über die Koaxialleitungen eine Sinusspannung eingekoppelt und das komplexe Verhältnis aus verstärktem und eingekoppeltem Signal bestimmt werden.

Rauschthermometrie

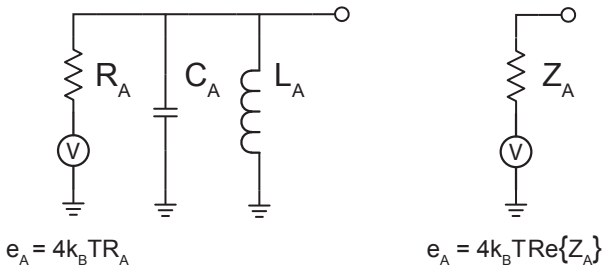


Abbildung 2.16:

Der Konversionswiderstand R_A (und analog R_B für Kanal B) stellt die thermische Rauschquelle für die Kalibrierung der Verstärker dar. Zusammen mit dem Parallelschwingkreis bildet er eine komplexe Impedanz Z_A , deren Realteil die Frequenzabhängigkeit der thermischen Rauschquelle wiedergibt.

Zunächst wird die Eichung über die Rauschthermometrie vorgestellt.

2 Experimentelle Grundlagen

Als thermische Rauschquelle dient dabei der Konversionswiderstand, der zusammen mit einem Parallelschwingkreis ein RLC-Glied, die Detektorimpedanz $Z_{A,B}$, formt. Das thermische Rauschen dieser komplexen Impedanz entspricht dabei genau dem resistiven Anteil.

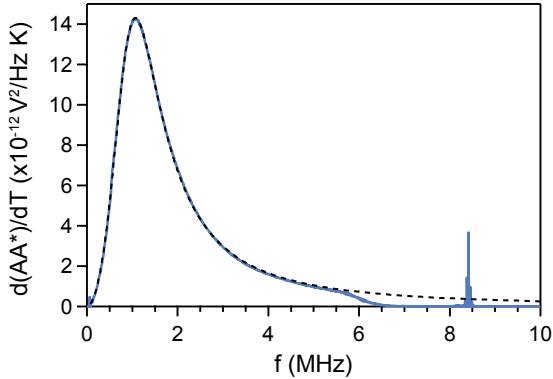


Abbildung 2.17:

Die thermische Rauschleistung für Kanal A in Abhängigkeit von der Frequenz. Ein Fit mit dem Parallelschwingkreis Z_A ist als gestrichelte Linie dargestellt.

Da sowohl die Induktivität L_A als auch die Transmissionsleitung, die im Wesentlichen für die Kapazität C_A verantwortlich ist, aus supraleitendem NbTi-Draht gefertigt wurden, steuern diese Bauelemente keine parasitären Widerstände bei. Gleichzeitig spielen so auch die Temperaturstufen, in denen die Bauelemente angebracht sind, keine Rolle (die Spulen befinden sich immerhin auf der Höhe des 1K-Topfes bei 1.2 K). Die Konversionswiderstände hingegen befinden sich direkt neben der Probe, so dass davon ausgegangen werden kann, dass die Temperatur des thermischen Rauschens der Elektronentemperatur der Probe entspricht. Unter der Annahme, dass die Probenimpedanz, die

Kanal A mit Kanal B verbindet, groß ist, lassen sich die beiden Kanäle unabhängig voneinander betrachten.

Ausgewertet für jeden Frequenzpunkt ergibt sich aus der Steigung der Rauschleistung AA^* und BB^* der in Abbildung 2.17 gezeigte Frequenzverlauf. Die gute Übereinstimmung mit dem Verlauf der Impedanz wird deutlich, wenn man die abfallende Verstärkung der Verstärkerschaltung unterhalb von 1 MHz berücksichtigt. Aus einem Fit mit der Detektorimpedanz lässt sich somit auch die Kapazität des Schwingkreises bestimmen, in die neben der bereits vorgestellten Niederkapazitätsleitung auch Beiträge des Probenhalters, der Steckverbinder und der Eingangskapazität der Verstärkereingangstufe eingehen. Für den in Abbildung 2.17 gezeigten Fit ergibt sich eine Gesamtkapazität von 25 pF. Daraus folgt die Bandbreite des Detektors von 1.35 MHz. Für Frequenzen größer als 5 MHz fällt die gemessene Rauschleistung auf 0 ab, da, wie im vorangegangenen Abschnitt beschrieben, ein Tiefpass-Filter der Digitalisierung vorgeschaltet ist, um Aliasing-Fehler zu vermeiden. Darüber hinaus ist bei 8 MHz ein kleiner Peak zu erkennen, der auf Einstreuungen zurückzuführen ist und außerhalb des relevanten Frequenzbereichs liegt.

Aus dem Anstieg der thermischen Rauschleistung kann nun die Gesamtverstärkung bestimmt werden mit

$$\frac{\partial AA^*}{\partial T} = 4k_B S_A \times |\mathcal{G}_A|^2, \quad (2.5)$$

wobei S_A die berechnete Rauschleistung für Kanal A bezeichnet. Das Ergebnis ist in Abbildung 2.18 dargestellt. Die Gesamtverstärkung \mathcal{G}_A beinhaltet dabei nicht nur die Verstärkungsfaktoren der Tieftemperatur- und Raumtemperaturverstärker, sondern auch alle Dämpfungen und Konversionsfaktoren der Digitalisierung und der digitalen Nachbearbeitung. Für Kanal B kann vollkommen analog verfahren werden. Die Gesamtverstärkung der Kreuzkorrelation ergibt sich aus der Rela-

2 Experimentelle Grundlagen

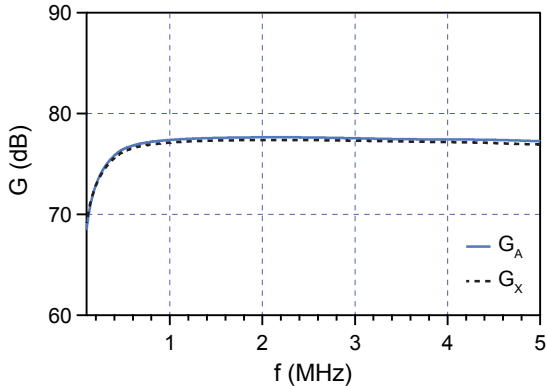


Abbildung 2.18:

Der aus dem thermischen Rauschen bestimmte Verstärkungsfaktor für Kanal A (G_A) und für die Kreuzkorrelation (G_X , gestrichelte Linie).

tion

$$|G_X|^2 = \sqrt{|G_A|^2 |G_B|^2} \quad (2.6)$$

und ist ebenfalls in Abbildung 2.18 als gestrichelte Linie eingezeichnet. Der Verlauf entspricht im Wesentlichen dem Verlauf von G_A . Kleine Schwankungen in der Transkonduktanz g_m der verwendeten p-HEMTs und die unterschiedliche Signalverteilung führen zu geringen Abweichungen zwischen den Verstärkungsfaktoren für Kanal A und Kanal B, die auch in G_X sichtbar werden.

Bei endlicher Probenimpedanz sind die thermischen Rauschquellen in Kanal A und B nicht vollständig unabhängig voneinander. Auch das Johnson-Nyquist-Rauschen der Probe selbst ist grundsätzlich zu berücksichtigen. Der Beitrag der komplexen Probenimpedanz Z_X hängt jedoch von den jeweiligen Eigenschaften der Probe ab. Die Rauschleistung eines Quantenpunktkontakts, wie in Kapitel 1 beschrieben, ent-

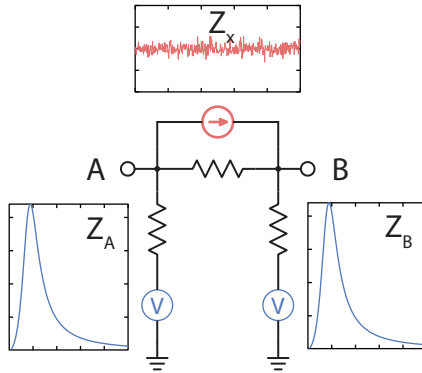


Abbildung 2.19:

Drei Rauschquellen sind in der Kreuzkorrelation in Abhängigkeit von den drei komplexen Impedanzen Z_A , Z_B und Z_X zu berücksichtigen.

spricht im Gleichgewicht dem thermischen Rauschen proportional zur differentiellen Leitfähigkeit, während die in Kapitel 3 vorgestellten Diodenstrukturen im Gleichgewichtsfall nur eine verschwindend geringe Leitfähigkeit aufweisen und kein thermisches Rauschen beitragen.

Somit gibt es also drei verschiedene Rauschquellen, die in der Kreuzkorrelation zu berücksichtigen sind. Abbildung 2.19 zeigt ein Ersatzschaltbild, in dem die Rauschquellen der Detektorimpedanzen als Spannungsquelle und die Rauschquelle der Probe als Stromquelle eingezeichnet sind. Darüber hinaus bestimmt nun das Netzwerk, bestehend aus den drei Impedanzen Z_A , Z_B und Z_X , das Messsignal in Kanal A und B. Dazu ist es nützlich, zunächst die Transferfunktionen jeder einzelnen Rauschquelle im Hinblick auf die beiden Detektionskanäle A und B zu betrachten: $H_{\text{Quelle} \rightarrow \text{Detektor}}$. Die Rauschleistung $S_{A,B}$ ist dann die Summe der Rauschquellen e_A , e_B und e_X , jeweils gewichtet mit der Transferfunktion:

2 Experimentelle Grundlagen

$$S_A = e_A^2 |H_{A \rightarrow A}|^2 + e_B^2 |H_{B \rightarrow A}|^2 + e_X^2 |H_{X \rightarrow A}|^2 \quad (2.7)$$

$$S_B = e_A^2 |H_{A \rightarrow B}|^2 + e_B^2 |H_{B \rightarrow B}|^2 + e_X^2 |H_{X \rightarrow B}|^2 \quad (2.8)$$

Die Kreuzkorrelation S_X folgt entsprechend aus dem Produkt AB^* :

$$S_X = e_A^2 H_{A \rightarrow A} H_{A \rightarrow B}^* + e_B^2 H_{B \rightarrow A} H_{B \rightarrow B}^* + e_X^2 H_{X \rightarrow A} H_{X \rightarrow B}^* \quad (2.9)$$

Mischterme von der Form $e_A^* e_B^*$ werden dabei vernachlässigt, da sie im zeitlichen Mittel keine feste Phasenbeziehung aufweisen und daher auch nicht zur mittleren Rauschleistung beitragen.

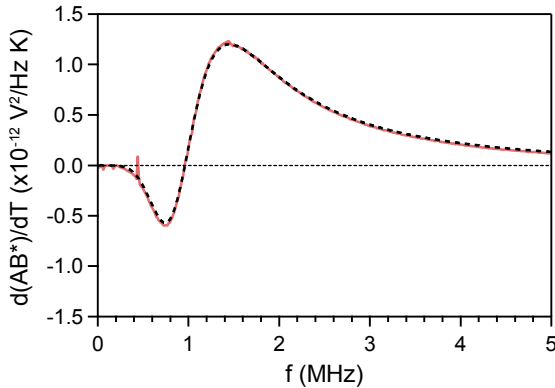


Abbildung 2.20:

Der Realteil der aus der Rauschthermometrie bestimmten Steigung von AB^* am Beispiel einer Probe mit InAs-Doppelquantenpunkten. Die gestrichelte Linie zeigt einen Fit mit S_X .

Ein einfaches Beispiel für eine rein imaginäre Probenimpedanz ist in Abbildung 2.20 dargestellt. Hierbei handelt es sich um eine Messung

an InAs-Doppelquantenpunkten. Ohne anliegende Biasspannung befindet sich die Probe im Sperrbereich. Die Kapazität zwischen Source- und Drain-Elektrode sorgt dafür, dass bei Frequenzen im MHz-Bereich dennoch eine endliche Kreuzkorrelation des thermischen Rauschens gemessen werden kann, die ebenso wie die Autokorrelation AA^* und BB^* linear mit der Temperatur ansteigt. In Abbildung 2.20 ist zum einen wieder die Frequenzabhängigkeit der Steigung von $\Re[AB^*]$ und zum anderen ein Fit mit $\Re[S_X]$ dargestellt. Aus diesem Fit ergibt sich eine Probenkapazität von 3.5 pF. Über den gesamten Frequenzbereich zeigt S_X des Transferfunktionsmodells eine sehr gute Übereinstimmung mit der Messung.

2.2.2 Direkte Messung des Verstärkungsfaktors

Die Koaxialleitungen, die in den Signalverteiler-Platinen enden, bieten die Möglichkeit, eine definierte Sinusspannung in das Netzwerk aus Detektor- und Probenimpedanz einzukoppeln. Dazu wird folgender Aufbau, ähnlich einer Messung mit einem Netzwerkanalysator, verwendet (Abbildung 2.21 zeigt eine schematische Skizze des Aufbaus). Mithilfe eines Funktionsgenerators (Agilent 33220A) wird eine Sinusspannung generiert und mit einem Powersplitter aufgeteilt. Ein Teil wird direkt über den HF-Differenzverstärker zur Digitalisiererelektronik geführt und dient als Referenzsignal. Der andere Teil wird über eine Koaxialleitung und einen 1 pF-Kondensator in das Detektornetzwerk eingespeist, entsprechend den Schaltungsskizzen in Abbildung 2.11 und 2.12. Die an der Detektorimpedanz abfallende Sinusspannung durchläuft die Verstärkerkette, bestehend aus Tieftemperatur-, Raumtemperatur- und Differenzverstärker, und wird ebenfalls digitalisiert.

Aus den gemessenen Signalen BB^* und AB^* lässt sich nicht nur, wie in der Rauschthermometrie, der Betrag des Verstärkungsfaktors,

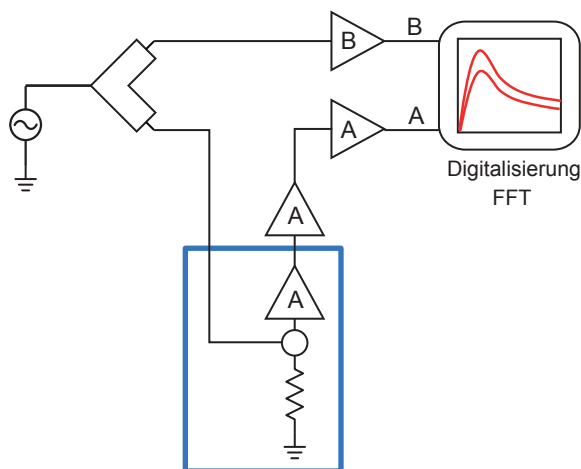


Abbildung 2.21:

Schematische Skizze des Messaufbaus zur Bestimmung des Verstärkungsfaktors mit Hilfe einer Sinusspannung, die über eine Koaxialleitung und einen 1 pF-Kondensator in das Detektornetzwerk eingekoppelt werden kann. Das Referenzsignal in Kanal B durchläuft nur den Differenzverstärker. Das Messsignal in Kanal A durchläuft Tieftemperatur-, Raumtemperatur- und Differenzverstärker.

sondern auch dessen Phase berechnen. Der komplexe Verstärkungsfaktor ergibt sich aus dem Verhältnis der gemessenen Spannung im Kanal A und B. Dieses komplexe Verhältnis, erweitert um B^* , entspricht dem Verhältnis von BB^* und AB^* :

$$\frac{\text{Kanal A}}{\text{Kanal B}} = \frac{AB^*}{BB^*} \quad (2.10)$$

Der aus der Rauschthermometrie gewonnene und der direkt gemessene Verstärkungsfaktor werden in Abbildung 2.22 miteinander ver-

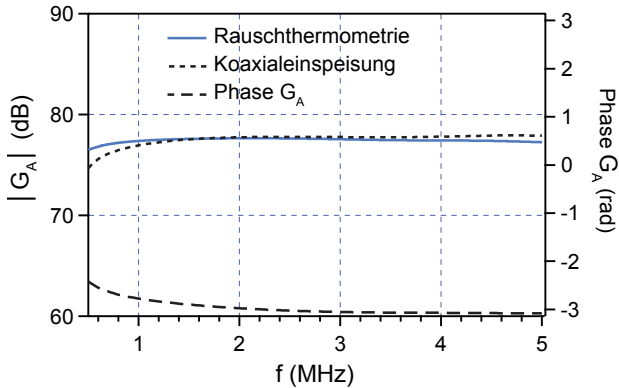


Abbildung 2.22:

Vergleich des aus der Rauschthermometrie gewonnenen und des direkt gemessenen Verstärkungsfaktors. Eine zweite gestrichelte Linie illustriert die Phasenverschiebung der Verstärkerkette.

glichen. In der Größenordnung stimmen beide Messungen gut überein. Lediglich für niedrige Frequenzen zeigen sich Abweichungen. Hier muss berücksichtigt werden, dass über die kleine Einkoppelkapazität von 1 pF nur noch ein verschwindend geringer Anteil der Sinusspannung eingekoppelt werden kann. Daher sinkt auch die Genauigkeit der Messung in diesem Frequenzbereich. Die Phase der Verstärkerkette ist ebenfalls in Abbildung 2.22 eingezeichnet. Während die zweistufigen Tieftemperaturverstärker und die Differenzverstärker zumindest für Frequenzen größer als 1 MHz keine Phasenverschiebung aufweisen sollten, invertieren die verwendeten Miteq-1447 das Signal. Dementsprechend ergibt sich für die gesamte Verstärkerkette eine Phasenverschiebung von π , wie die Messung bestätigt.

2.3 Beispielauswertung

Nach der Bestimmung des Verstärkungsfaktors soll zum Schluss dieses Kapitels an zwei Beispielen die grundsätzliche Auswertung einer Rauschmessung demonstriert werden, wie sie in allen Messungen dieser Arbeit Anwendung findet.

In der Auswertung der Rauschdaten wird stets nur der Realteil der Kreuzkorrelation betrachtet. Während die Autokorrelationssignale die Summe aus technischen Rauschquellen (Detektor- und Verstärkerrauschen) und dem gesuchten Stromrauschen aufzeichnen, sind in der Kreuzkorrelation diese störenden Beiträge im idealen Fall unterdrückt. Lediglich in der Varianz des Messsignals AB^* schlagen sich noch die technischen Rauschbeiträge nieder, wenn auch im Idealfall zweier komplett voneinander unabhängiger Detektionskanäle um einen Faktor $\sqrt{2}$ verringert. Der entscheidende Vorteil der Korrelationsmessung liegt in der geringen Sensitivität gegenüber Instabilitäten der Temperatur des Experiments.

Um aus den Messdaten das Stromrauschen der Probe zu ermitteln, wird zunächst ein thermischer Hintergrund abgezogen. Dieser Hintergrund wird im Sperrbereich der Probe aufgenommen, in dem sowohl Strom- als auch Gleichgewichtsfluktuationen der Probe unterdrückt sind. In diesem Bereich wird aber auch in der Kreuzkorrelation noch ein geringer thermischer Untergrund gemessen, der durch parasitäre Kapazitäten verursacht wird. Für den auszuwertenden Messdatenpunkt ist die Probenimpedanz jedoch natürlich nicht mehr rein imaginär, sondern enthält auch einen Realteil, der von der differentiellen Leitfähigkeit der Probe bestimmt wird. Daher muss für jeden Datenpunkt dieser zusätzliche thermische Untergrund der Korrelationsmessung berechnet werden. Dies geschieht, wie schon in der Auswertung der Rauschthermometrie, über die berechnete Rauschleistung S_X (Gleichung 2.9). Die thermischen Rauschquellen e_A und e_B werden dazu aus der Hin-

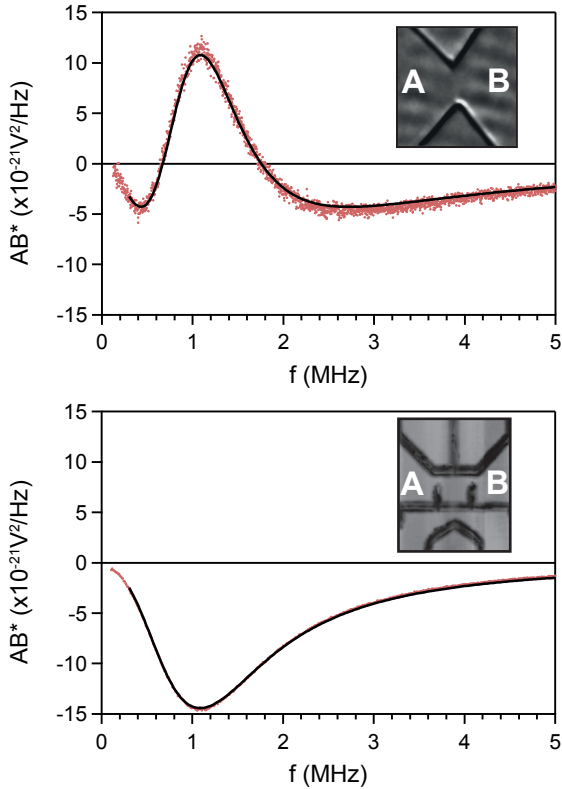


Abbildung 2.23:

Die Kreuzkorrelation AB^* für zwei Beispielmessungen. *Oben:* Überlagerung von negativ korreliertem Schrotrauschen und positiv korreliertem thermischen Hintergrund in der Messung eines Quantenpunktkontakts aus Kapitel 5. *Darunter:* In einem lateralen Quantenpunkt aus Kapitel 4 wird das Messsignal von negativ korreliertem Schrotrauschen bestimmt. Ein Fit mit dem Detektormodell S_X ist für beide Messungen als schwarze Linie eingezeichnet.

2 Experimentelle Grundlagen

tergrundmessung der Autokorrelation abgeschätzt und enthalten dabei darüber hinaus auch einen Beitrag des Stromrauschens der Tieftemperaturverstärker (siehe auch Abbildung 2.7). Die gesuchte Rauschleistung $S^{(2)}$, die das eigentliche Messergebnis darstellt, kann schließlich wahlweise aus einem Fit mit der Rauschleistung e_X als einzigen Parameter oder mithilfe eines gewichteten Mittelwerts bestimmt werden.

Zur Veranschaulichung sind in Abbildung 2.23 zwei Beispielmessungen dargestellt, in denen nur die Hintergrundmessung aus dem Sperrbereich der jeweiligen Probe bereits subtrahiert wurde. Das erste Beispiel zeigt eine Messung an einem Quantenpunktkontakt aus Kapitel 5. Die Integrationszeit der Messung betrug 40 s. Der Frequenzverlauf der Kreuzkorrelation illustriert dabei eine wichtige Eigenschaft: Der durch die hohe Leitfähigkeit des Quantenpunktkontakts (für diesen Messpunkt $26 \mu\text{S}$) verursachte thermische Hintergrund ist positiv korreliert, während das Stromrauschen der Probe negativ korreliert ist. Dementsprechend ist in dem Messsignal eine Überlagerung einer Schwingkreisresonanz mit negativem und positivem Vorzeichen zu erkennen, und es ist somit möglich, diese beiden Rauschquellen in der Korrelationsmessung zu unterscheiden.

Das zweite Beispiel zeigt eine Messung an einem lateralen Quantenpunkt aus Kapitel 4. Hier beträgt die Integrationszeit der Messung 20 min, was in einer deutlich reduzierten Varianz des Messsignals sichtbar wird. Da bei dieser Messung die differentielle Leitfähigkeit mit $5.6 \mu\text{S}$ deutlich geringer ist, wird hier der Frequenzverlauf der Kreuzkorrelation vom Schrotrauschen des Quantenpunkts dominiert. Beide Messungen illustrieren die gute Übereinstimmung des vorgestellten Detektionsmodells S_X mit der gemessenen Kreuzkorrelation des Experiments.

2.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde die Entwicklung und Charakterisierung eines Tieftemperaturverstärkers zur Messung von Stromfluktuationen in einem Frequenzbereich von 500 kHz bis 5 MHz vorgestellt. Derartige Verstärker funktionieren auch bei den niedrigen Temperaturen in einem Entmischungskryostaten und bieten somit die Möglichkeit, mit der Messelektronik in die unmittelbare Nähe der zu untersuchenden Probe zu rücken. Der entscheidende Vorteil besteht darin, dass auf diese Weise die Kapazität der Leitung, die Probe und Messelektronik verbindet, minimiert werden kann. Darüber hinaus helfen die kryogenen Temperaturen durch die Reduktion aller thermischen Rauschbeiträge, die jedes Verstärkersignal überlagern.

Die Verstärker wurden in einen Entmischungskryostaten integriert, was die Entwicklung eines speziell angepassten Probenhalters inklusive supraleitender Niederkapazitätsleitungen erforderte. Supraleitende Spulen zentrieren die Detektionsfrequenz im gewünschten Frequenzbereich. Besonderer Wert wurde auf die Thermalisierung aller elektrischen Leitungen gelegt.

Des Weiteren wurde ein Modell entwickelt, mit dem die Tieftemperaturverstärker *in situ* charakterisiert werden können. Die Detektion der Stromfluktuationen hängt dabei von einem komplexen Netzwerk aus Detektions- und Probenimpedanz ab. Die beiden Beispielmessungen demonstrieren die gute Übereinstimmung von Detektionsmodell und Experiment.

3

Kapitel 3

Die Fermikantensingularität

In diesem Kapitel soll der Einfluss der Fermikantensingularität, ein Vielteilchenwechselwirkungseffekt, auf die Korrelation des Elektronentransports untersucht werden. Die Fermikantensingularität beschreibt das singuläre Verhalten von Elektronen an der Fermikante als Antwort auf ein plötzlich auftretendes Störpotential. Dieser Effekt wurde zuerst in der Absorption von Röntgenstrahlung in Metallen beobachtet. Dabei kann es zu einer Anomalie an der Fermikante kommen. Anstelle einer einfachen Stufenfunktion wird eine starke Überhöhung der Absorption an der Fermikante beobachtet. Der Entdeckung der Fermikantensingularität in der Röntgenabsorption folgten Beobachtungen in der Photolumineszenz in Quantenfilmen [68] und im resonanten Tunneln [69]. Die Röntgenabsorption illustriert aber bereits grundlegend die Vielteilchenwechselwirkung und erlaubt, die physikalischen Ursachen nachzuvollziehen.

Bei der Absorption eines Röntgenquants durch ein kernnahes Elektron wird das Elektron in das Leitungsband angeregt und hinterlässt

3 Die Fermikantensingularität

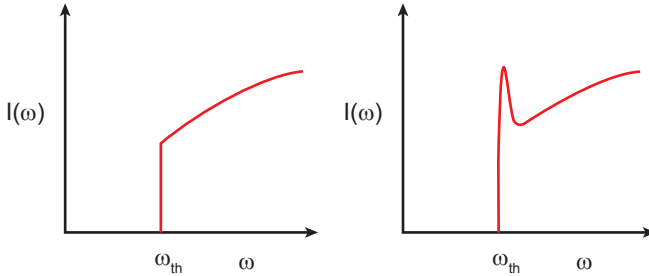


Abbildung 3.1:

Idealisierte Skizze der Röntgenabsorption $I_{\text{XAS}}(\omega)$ in Abhängigkeit von der Frequenz ω (links) [70]. Aufgrund der Fermikantensingularität (rechts) kommt es zu einer Überhöhung der Absorption an der Fermikante als Schwellwert (ω_{th}).

ein „Kernloch“-Potential. Mahan [71][72] zeigte 1967, dass die Störung durch dieses Potential zu logarithmischen Divergenzen an der Fermikante führt und die Absorption durch ein Potenzgesetz in Abhängigkeit vom Energieabstand von der Fermikante ausgedrückt werden kann (siehe Abbildung 3.1). Das Spektrum an der Fermikante lässt sich durch

$$I_{\text{XAS}}(\omega) = a\omega^\gamma \quad (3.1)$$

beschreiben, mit dem kritischen Exponenten γ und der kritischen Amplitude a . Die physikalische Ursache für dieses Potenzgesetz ist laut Mahan die attraktive also exzitonische Wechselwirkung zwischen Elektron und Kernloch.

Im selben Jahr wies jedoch Anderson [73] darauf hin, dass eine sogenannte Orthogonalitätskatastrophe diesem Effekt entgegenwirkt. Das plötzliche Einschalten des Loch-Potentials bewirkt eine Reorganisation (engl. *shake-up*) der Elektronen im Leitungsband in einen Vielteilchen-

zustand, der orthogonal zum Grundzustand ist. Diese Anregung lässt sich als die Erzeugung von unendlich vielen Elektron-Loch-Paaren verbildlichen.

Die Orthogonalität resultiert aus der großen Anzahl der wechselwirkenden Elektronen, deren Bedeutung am Beispiel der Anregung eines Atoms mit N Elektronen deutlich wird [74]: Absorption bewirkt den Übergang eines Elektrons in einen angeregten Energiezustand. Die Wahrscheinlichkeit dieses Übergangs hängt von der vollständigen N -Teilchen-Wellenfunktion des Atoms ab. Die N -Teilchen-Übergangswahrscheinlichkeit kann auf eine Ein-Teilchen-Übergangswahrscheinlichkeit zwischen den beiden primären Energiezuständen, dem Ausgangs- und Endzustand, reduziert werden. Gewichtet wird dieser Übergang dabei mit einem Faktor, der durch den Überlapp der restlichen $(N-1)$ Elektronen gegeben ist. Während dieses Zustandswechsels eines Elektrons ändert jedes Teilchen sein Orbital nur um einen kleinen Betrag und die $(N-1)$ -Überlappfunktion hat einen Wert von nahezu 1. Folglich ist die Korrektur durch den N -Teilchen-Überlapp in Atomen mit nur wenigen Elektronen ein kleiner Effekt. Ein Metall stellt jedoch die Extrapolation auf $N \simeq 10^{23}$ Elektronen dar, wodurch das Produkt der Ein-Teilchen-Überlappungen, jede nur wenig kleiner als 1, schließlich eine verschwindend geringe Übergangswahrscheinlichkeit bewirken kann.

Nozières und De Dominicis gelang es, diese beiden konkurrierenden Effekte in einer Theorie zusammenzuführen [76], weshalb die Fermikantensingularität auch häufig als MND-Problem bezeichnet wird. Indem sie die Wechselwirkung zwischen Elektron und Kernloch als Streupotential betrachteten, konnten sie eine analytische Lösung für den kritischen Exponenten angeben, die sich lediglich aus der Phasenverschie-

3 Die Fermikantensingularität

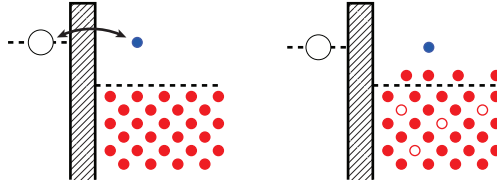


Abbildung 3.2:

Zwei konkurrierende Effekte bestimmen die Fermikantensingularität [75]: Die exzitonenische Elektron-Loch-Wechselwirkung (*links*) und der Shake-up-Prozess der Elektronen im Leitungsband (*rechts*).

bung $\delta(0)$ der Wellenfunktionen an der Fermikante zusammensetzt:

$$\gamma = -2 \left[\frac{\delta_{l_0}(0)}{\pi} \right] + \sum_l 2(2l + 1) \left[\frac{\delta_l(0)}{\pi} \right]^2 \quad (3.2)$$

Der Index l bezeichnet dabei die gestreute Partialwelle und l_0 ist der angeregte Kanal.

Die beiden Beiträge haben unterschiedliche physikalische Bedeutung. Der lineare Term kann einem Austausch-Prozess zugeordnet werden, der zu der Singularität führt. Die Erzeugung virtueller Elektron-Loch-Paare durch den Shake-up-Prozess ist die Ursache des quadratischen Terms. Beide Terme korrespondieren also mit konkurrierenden Prozessen (siehe Abbildung 3.2) und haben dementsprechend ein entgegengesetztes Vorzeichen, wodurch der kritische Exponent positive und negative Werte annehmen kann. Die Absorption an der Fermikante ist also nicht notwendigerweise immer singulär.

Die Ergebnisse des MND-Problems lassen sich auf andere physikalische Systeme übertragen, da das Röntgenquant für die eigentliche Beschreibung keine Rolle spielt und nur zur Energieerhaltung beiträgt. Im resonanten Tunneln durch einen Quantenpunkt sorgt das tunnelnde

Elektron für eine plötzliche Änderung der Ladung auf dem Quantenpunkt und damit für das Auftreten des Störpotentials. Die Fermikantensingularität äußert sich in einer stark erhöhten Tunnelwahrscheinlichkeit an der Fermikante. Der Strom durch den Quantenpunkt folgt dementsprechend ebenfalls einem Potenzgesetz,

$$I \propto \left(\frac{D}{e(V - V_{\text{th}})} \right)^\gamma \Theta(V - V_{\text{th}}), \quad (3.3)$$

in Abhängigkeit von der Differenz zur Schwellspannung V_{th} der Fermikante. D bezeichnet eine charakteristische Energie in der Größenordnung der Leitungsbandbreite. Bei den bisherigen Überlegungen wurde eine Temperatur von $T = 0$ K angenommen. Mit zunehmender Temperatur wird die Strom-Spannungskennlinie gedämpft. Der Fall $T = 0$ K stellt also den divergenten Grenzfall dar, und das Maximum der Stromkurve folgt $I_{\text{max}} \propto T^{-\gamma}$ [77]. Die Temperaturabhängigkeit wird dabei mit dem gleichen kritischen Exponenten der Spannungsabhängigkeit beschrieben. Eine gleichzeitige Beschreibung der Spannungs- und Temperaturabhängigkeit der Fermikantensingularität wurde von Frahm et al. [78] entwickelt:

$$I(V, T) \propto \frac{1}{\pi} \Im \left[\left(\frac{i\beta D}{\pi} \right)^\gamma \mathfrak{B} \left(\frac{1 - \gamma}{2} - i \frac{\beta e \Delta V}{2\pi}, \gamma \right) \right], \quad (3.4)$$

mit $\beta = 1/k_B T$, $\Delta V = (V - V_{\text{th}})$ und der Beta-Funktion \mathfrak{B} . Diese Gleichung entspricht dem Potenzgesetz (Gleichung 3.3) für eine Spannung größer als die Schwellspannung ($e(V - V_{\text{th}}) \gg k_B T$). Für $\gamma \rightarrow 0$ erhält man die Stufenfunktion der Fermiverteilung. Zudem wird eine weitere wichtige Charakteristik der Fermikantensingularität illustriert: Mit fallender Temperatur ($T \rightarrow 0$) sinkt auch der Abstand des Strommaximums vom Schwellwert V_{th} der Singularität.

Der kritische Exponent, der die Spannungs- und Temperaturabhängigkeit beschreibt, wird wesentlich von der Geometrie der Tunnelbar-

riere und der Dimensionalität der Zuleitung beeinflusst [69][78]. Insbesondere hängt die Stärke des exzitonischen Mahan-Effekts von dem Abstand der lokalisierten Ladung zur Zuleitung ab. Für dünne Tunnelbarrieren konnte in InAs-Quantenpunkten sogar der gebundene Zustand, das sogenannte Mahan-Exziton, optisch nachgewiesen werden [79]. Gleichzeitig hängt die konkurrierende Orthogonalitätskatastrophe als Effekt des thermodynamischen Limes wesentlich von der Anzahl der wechselwirkenden Teilchen ab [80]. Auch Fluktuationen der Zustandsdichte können starken Einfluss nehmen. In mesoskopischen Systemen ist der Effekt der Orthogonalitätskatastrophe somit nicht notwendigerweise vollständig.

3.1 Probenstruktur

Die in diesem Kapitel vorgestellten Messungen wurden an selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten vorgenommen. Bei der untersuchten Probe (P518-T[K17]) handelt es sich um eine GaAs-AlAs-GaAs Tunneldiode, in die InAs-Quantenpunkte zwischen zwei Barrieren aus AlAs eingebettet sind. Diese AlAs-Barrieren haben eine effektive Dicke von 3 bzw. 4 nm und sind damit leicht asymmetrisch. Die GaAs-Zuleitungen sind stark dotiert, so dass die Fermienergie im Leitungsband liegt. Das Probenmaterial ist in Säulen mit einer Querschnittsfläche von $9 \times 9 \mu\text{m}$ unterteilt, die es erlauben, das Tunneln durch einzelne Quantenpunkte aufzulösen [81]. Der untere ohmsche Kontakt im Sockel der Säule wird im Folgenden als Emitter (Source), der obere ohmsche Kontakt als Kollektor (Drain) bezeichnet. Abbildung 3.3 zeigt einen schematischen Schnitt durch die Probenstruktur.

Darüber hinaus ist in der Abbildung ein Energieschema skizziert. Aufgrund der geringen Ausdehnung der Quantenpunkte befindet sich die Grundzustandsenergie im Quantenpunkt oberhalb der Fermienergie der Zuleitungen. Erste Untersuchungen der vorliegenden Probe

3.2 Gleichstromcharakterisierung der Probe

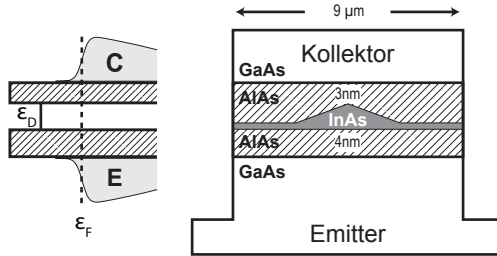


Abbildung 3.3:

Schematischer Schnitt durch die säulenförmige Probenstruktur der selbstorganisierten InAs-Quantenpunkte. Die Energie des Grundzustands ϵ_D liegt oberhalb der chemischen Potentiale in der Emitter- (E) und Kollektor-Zuleitung (C).

finden sich in den Referenzen [81] und [51]. Der Messaufbau für die Rauschmessungen ist, wie in Kapitel 2 beschrieben, mit den Source- und Drain-Zuleitungen der Tunneldiode verbunden.

3.2 Gleichstromcharakterisierung der Probe

Um die Transporteigenschaften der InAs-Quantenpunkte zu untersuchen, wird eine Spannung V_{SD} zwischen Emitter und Kollektor angelegt und der mittlere Gleichstrom I_{SD} gemessen. Mit zunehmender Biasspannung sinkt der Abstand zwischen Grundzustandsenergie der Quantenpunkte und der Fermienergie einer Zuleitung. Die Relation der Änderung der Grundzustandsenergie zu angelegter Biasspannung wird durch den Hebelfaktor η bestimmt. In der Resonanz von Grundzustand und Fermienergie können Elektronen durch den Quantenpunkt tunneln. Dabei zeigt der Strom I_{SD} eine stufenförmige Erhöhung. Die dafür benötigte Biasspannung wird als Einsatzspannung

3 Die Fermikantensingularität

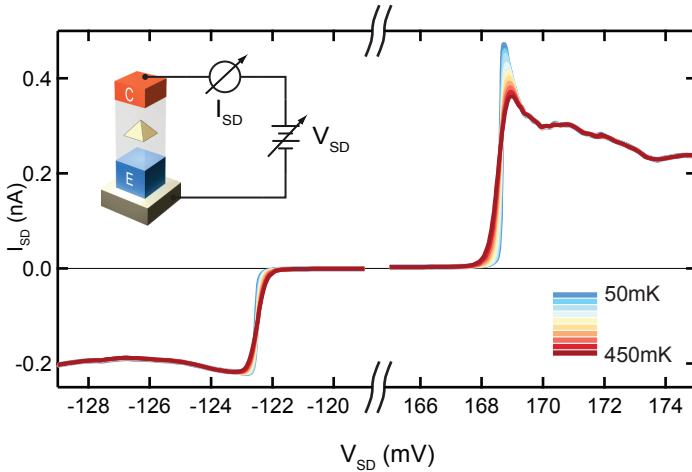


Abbildung 3.4:

Gleichstromcharakteristik in Abhängigkeit von der Biasspannung und der Temperatur. Für positive und negative Polarität der Biasspannung ist jeweils die erste Resonanz eines Quantenpunkts gezeigt.

bezeichnet. Abbildung 3.4 zeigt die jeweils erste Stromstufe für positive und negative Biasspannung. Da die Einsatzspannung von der Größe des Quantenpunkts abhängt, entsprechen die Stromstufen bei niedriger Vorspannung den einzelnen Quantenpunkten mit der größten Ausdehnung und sind folglich getrennt auflösbar, während häufiger vorkommende Quantenpunktgrößen erst bei einer höheren Einsatzspannung in Resonanz gelangen. Die Stromstufen in Abbildung 3.4 zeigen dementsprechend Tunnelvorgänge durch nur einen Quantenpunkt. Die Einsatzspannung des Quantenpunkts mit der niedrigsten Grundzustandsenergie ist für die beiden Spannungsrichtungen mit 168.7 mV und -122.5 mV unterschiedlich. Diese Eigenschaft wird

3.2 Gleichstromcharakterisierung der Probe

bei InAs-Quantenpunkten häufig [82] beobachtet, obwohl die Asymmetrie der Barrieren eigentlich ein umgekehrtes Größenverhältnis der Einsatzspannung erwarten ließe. Die ebenfalls durch die Größe bedingte hohe Coulomb-Abstoßungsenergie sorgt dafür, dass im gezeigten Spannungsbereich der Quantenpunkt nur von einem Elektron besetzt werden kann. Der gemessene Strom I_{SD} entspricht damit Einzelelektronentransport.

Auf den sprunghaften Anstieg an der Stufenkante folgt eine nahezu lineare Abnahme des Stroms entsprechend der drei-dimensionalen Zustandsdichte (DOS) in der Zuleitung [77][83][84]. Mit zunehmender Biasspannung, außerhalb des Spannungsbereichs der Abbildung, gelangen schließlich mehr und mehr Quantenpunkte in Resonanz, bis die einzelnen Stromstufen nicht mehr voneinander getrennt werden können.

In Abbildung 3.4 ist zudem die Temperaturabhängigkeit des Source-Drain-Stroms I_{SD} farblich dargestellt. Da die Besetzung der Zustände in den Zuleitungen einer Fermiverteilungsfunktion folgt, erscheinen die Stufenanstiege steiler mit sinkender Temperatur. Gleichzeitig ist aber auch ein entscheidender Unterschied zwischen den beiden Spannungsrichtungen zu erkennen. Für positive Biasspannung ist am Stufenanstieg ein Peak sichtbar, der mit sinkender Temperatur deutlicher wird. Die Spannung, bei der dieser Peak auftritt, bewegt sich mit fallender Temperatur auf die Stufenkante zu. Bei diesem Phänomen handelt es sich um die zu Beginn des Kapitels vorgestellte Fermikantensingularität, wobei die endlichen Temperaturen des Experiments natürlich dafür sorgen, dass keine Singularität, sondern eine abgerundete Überhöhung des Stroms zu beobachten ist.

Der Abfall des Peaks für Spannungen größer als die der Stufenkante folgt einem Potenzgesetz und zeigt damit ein weiteres Charakteristikum einer Fermikantensingularität. In Abbildung 3.5 ist eine Vergrößerung des relevanten Spannungsbereichs dargestellt. Aus einem Fit mit dem

3 Die Fermikantensingularität

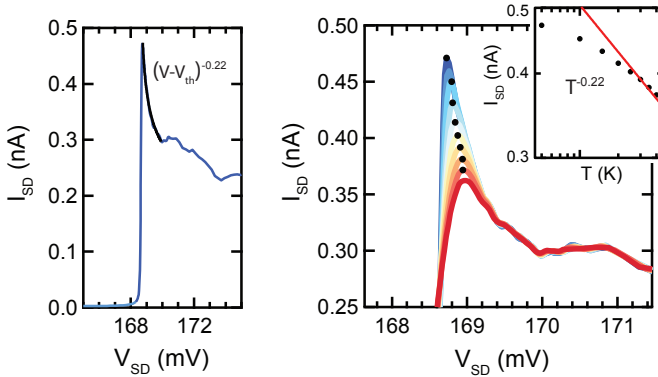


Abbildung 3.5:

Ausschnitt der Fermikantensingularität bei Basistemperatur (*links*). Die schwarze Linie repräsentiert einen Fit mit dem Potenzgesetz aus Gleichung 3.3. Auch die Temperaturabhängigkeit (*rechts*) wird durch den kritischen Exponenten charakterisiert. Der in der Ausschnittvergrößerung (*oben rechts*) gezeigte Temperaturverlauf des Strommaximums im Peak lässt jedoch Abweichungen zum Verlauf des einfachen Potenzgesetzes erkennen.

Potenzgesetz lässt sich ein kritischer Exponent von 0.22 bestimmen. Innerhalb des einfachen Zusammenhangs $I_{SD} \propto T^{-\gamma}$ beschreibt dieser kritische Exponent jedoch nur schlecht die Temperaturabhängigkeit. Allerdings wird hierbei nicht berücksichtigt, dass bei einem Strom in der Größenordnung von ungefähr 0.5 nA die mittlere Tunnelrate im Bereich von einigen GHz liegt. Die starke Ankopplung des Quantenpunkts bewirkt eine Verbreiterung des Zustands, welche die Temperaturabhängigkeit der Fermikantensingularität bei den Temperaturen des Experiments im niedrigen Millikelvinbereich verzerrt. Außerdem zeigt der weitere Stromverlauf Fluktuationen, die auf eine Fluktuation der Zustandsdichte im Emitter hinweisen. Diese Fluktuationen machen ei-

ne Bestimmung des kritischen Exponenten aus der Spannungsabhängigkeit mittels eines einfachen Potenzgesetzes ungenau und unterstreichen den Vorteil einer gleichzeitigen Beschreibung von Temperatur- und Energieabhängigkeit (Gleichung 3.4), die im folgenden Abschnitt angewendet wird.

3.2.1 Magnetfeldabhängigkeit

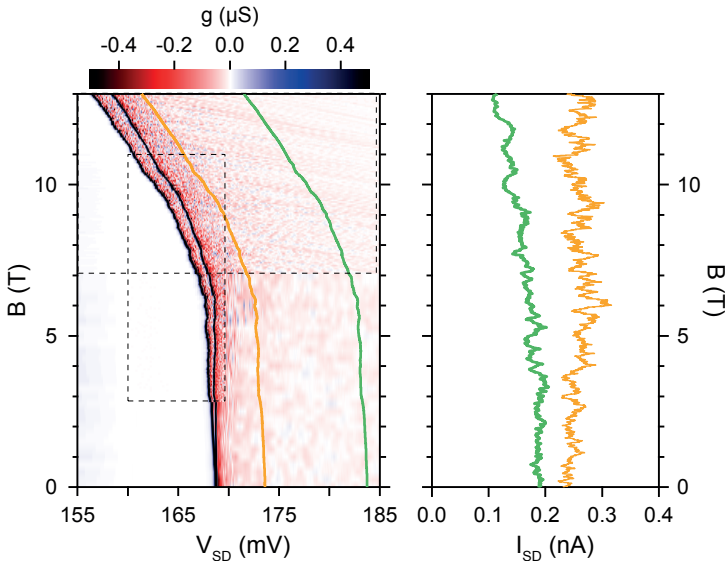


Abbildung 3.6:

Die differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit von Magnetfeld und Biasspannung, zusammengesetzt aus zwei Einzelmessungen mit unterschiedlicher Magnetfeldauflösung (gestrichelte Bereiche). Daneben ist der Strom mit den Fluktuationen der LDOS für zwei Schnitte im konstanten Spannungs-Abstand zur Stufenkante dargestellt.

3 Die Fermikantensingularität

In einem Magnetfeld senkrecht zur Barriere und damit parallel zur Stromrichtung spaltet sich der spinentartete Grundzustand des Quantenpunkts aufgrund des Zeeman-Effekts in zwei getrennt auflösbare Niveaus auf. Abbildung 3.6 zeigt die differentielle Leitfähigkeit in einem Magnetfeldbereich von 0 bis 13 T. Neben der Spinaufspaltung des Grundzustandes bewirkt das Magnetfeld eine Landau-Quantisierung des 3D-Emitters. Mit zunehmendem Magnetfeld werden die Elektronen schrittweise in niedrigere Landau-Niveaus umverteilt. Die daraus resultierende Oszillation der Fermienergie ist in der Einsatzspannung in Abbildung 3.6 zu erkennen (wenn auch nur schwach ausgeprägt). Im untersten Landau-Niveau verschiebt sich die Fermienergie schließlich linear mit der Magnetfeldstärke, in der Abbildung sichtbar als eine lineare Verschiebung der Einsatzspannung für $B \gtrsim 6$ T.

Neben der Stufenkante mit der Überhöhung durch die Fermikantensingularität zeichnet sich in der differentiellen Leitfähigkeit ein weiteres Muster ab. Fächerartig bilden sich hinter der Stufenkante Linien aus, die mit der Magnetfeldstärke oszillieren. Mit zunehmendem energetischen Abstand zur Stufenkante nimmt die Intensität dieser Linien ab. Dieses regelmäßige Linienmuster ist die Resonanz des Grundzustands des Quantenpunkts mit Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte (LDOS) im Emitter [85]. Da die Emittertunnelrate von der Zustandsdichte abhängt, fungiert der Tunnelstrom durch den Grundzustand als ein Spektrometer der Zustandsdichte im Emitter [86]. Die energetische Auflösung des Spektrometers ist durch die Verbreiterung des Grundzustands gegeben, während die räumliche Auflösung durch die Größe des Quantenpunkts bestimmt wird. Ursache für die Fluktuationen der Zustandsdichte stellen Störpotentiale dar, die für Unordnung im 3D-Emitter sorgen. Bei niedrigen Magnetfeldern führt eine solche Unordnung zu Interferenzen der am Störpotential diffusiv streuenden Elektronwellenfunktionen [87][88]. Bei hohen Magnetfeldern ist die Diffusion senkrecht zum Magnetfeld aufgrund der Lorentzkraft

unterdrückt [89]. Die Landau-Quantisierung bewirkt eine nun quasi-eindimensionale Interferenz der diffusiv gestreuten Elektronenwellen und eine lineare Magnetfeldabhängigkeit der LDOS-Resonanzenergie [90].

Die Tunnelrate der Elektronen in den Quantenpunkt wird also von der Streuung an Störpotentialen im Emitter in Form der LDOS-Fluktuationen und von der Streuung am Störpotential der lokalisierten Ladung im Quantenpunkt in Form der Fermikantensingularität beeinflusst. Folglich erscheint auch eine gegenseitige Wechselwirkung nahe liegend. Abbildung 3.7 zeigt eine 3D-Ansicht der Stufenkante für Magnetfelder von 6 bis 11 T. Die starke Modulation der Strom-Überhöhung der Fermikantensingularität durch die LDOS-Resonanzen wird sichtbar. Zudem setzt sich auch der lineare Verlauf der Resonanzenergie der LDOS-Fluktuationen in Abhängigkeit von Magnetfeld und Biasspannung im Bereich der Fermikantensingularität fort (siehe gekennzeichneten Bereich in Abbildung 3.7). Diese Modulation sollte sich auch im kritischen Exponenten der Fermikantensingularität niederschlagen. Wie die $B = 0$ T Daten allerdings zeigen, machen die Fluktuationen im Strom eine direkte Bestimmung des kritischen Exponenten schwierig. Zur Auswertung wird daher neben der Energieabhängigkeit auch die Temperaturabhängigkeit herangezogen.

Des Weiteren ist zu berücksichtigen, dass die Coulomb-Abstoßungsenergie eine Doppelbesetzung des Quantenpunkts durch die Besetzung beider Spin-Niveaus nicht zulässt. Diese Coulomb-Blockade und die endliche Kollektorraten können mit einem einfachen Ratenmodell beschrieben werden. In diesem Ratenmodell werden die beiden Spin-Niveaus ($i = 1, 2$) jeweils mit einer eigenen Emittertunnelrate berücksichtigt. Die Kollektortunnelrate Γ_C wird als konstant angenommen. Die Emittertunnelrate $\Gamma_{E,i}$ wird proportional zu Gleichung 3.4, die die Wahrscheinlichkeit eines Tunnelvorgangs auf den Quantenpunkt bei unendlich großer Kollektorraten angibt, angenommen. Diese For-

3 Die Fermikantensingularität

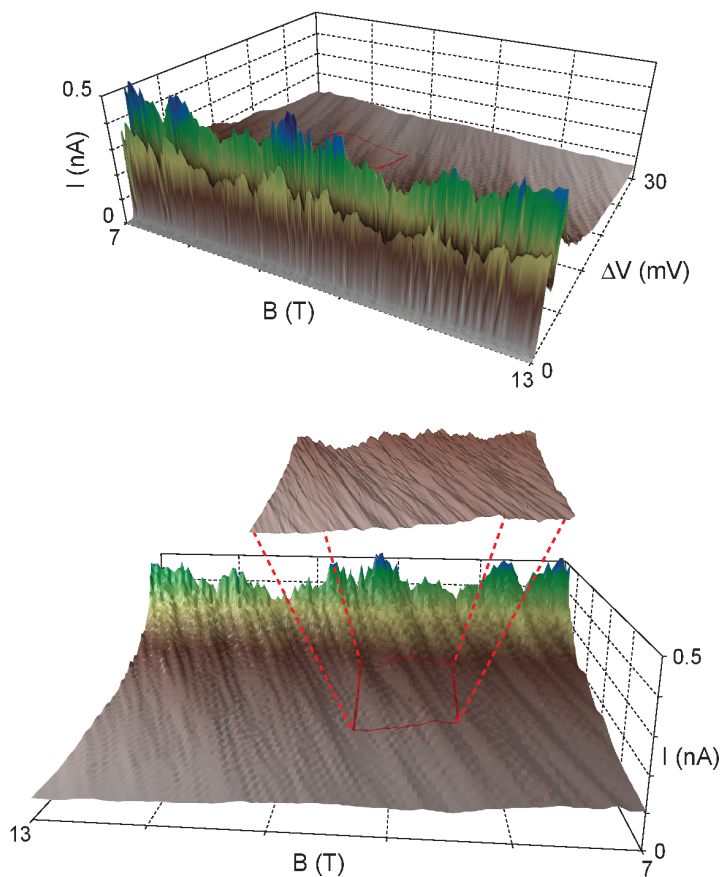


Abbildung 3.7:

Dreidimensionale Darstellung des Stroms an der Fermikante in Abhängigkeit von Magnetfeld und Biasspannung. Die Auflösung des Magnetfelds beträgt 50 mT. In der Ausschnittvergrößerung beträgt die Magnetfeldauflösung 5 mT.

3.2 Gleichstromcharakterisierung der Probe

mel wird ebenfalls für die Rücktunnelrate $\Gamma_{E,i}^*$ in den Emitter symmetrisch zur Schwellspannung V_{th} verwendet [91]. Auf die besondere Bedeutung dieser Annahme wird im letzten Abschnitt dieses Kapitels über die Rauschmessung an der Fermikantensingularität eingegangen. Die Temperatur- und Spannungsabhängigkeit der Emittertunnelrate lautet somit:

$$\Gamma_{E,i} \propto \frac{1}{\pi} \Im \left[\left(\frac{i\beta D}{\pi} \right)^{\gamma_i} \mathfrak{B} \left(\frac{1 - \gamma_i}{2} - i \frac{\beta e \eta \Delta V_i}{2\pi}, \gamma_i \right) \right] \quad (3.5)$$

Die Lösung der Ratengleichung folgt dem Master-Equation-Modell aus [33] und [32]. Als allgemeine Lösung für den Strom des beschriebenen Zwei-Zustands-Systems ergibt sich:

$$I = e \frac{\Gamma_C ((\Gamma_C + \Gamma_{E,2}^*) \Gamma_{E,1} + (\Gamma_C + \Gamma_{E,1}^*) \Gamma_{E,2})}{(\Gamma_C + \Gamma_{E,1} + \Gamma_{E,1}^*) (\Gamma_C + \Gamma_{E,2} + \Gamma_{E,2}^*) - \Gamma_{E,1} \Gamma_{E,2}} \quad (3.6)$$

Im Experiment wurde die Stufenkante in einem Magnetfeldbereich von 5 bis 13 T und bei Temperaturen von 100 mK bis 500 mK vermessen. Für ein festes Magnetfeld werden alle Temperaturen gleichzeitig, d.h. mit nur einem Parametersatz, mit Gleichung 3.6 gefittet. Lediglich die Einsatzspannung wurde für jede Temperatur individuell bestimmt, da die Messung sich über mehrere Tage erstreckte und sich die Biasspannung dabei durchaus um mehrere μV verschoben haben kann.

Abbildung 3.8 und Tabelle 3.1 zeigen das Ergebnis eines solchen Fits für einen Datensatz bei 13 T. Sowohl Temperatur- als auch Spannungsabhängigkeit werden durch Gleichung 3.6 sehr gut beschrieben. Das Ergebnis für den kritischen Exponenten stimmt in der Größenordnung mit früheren Untersuchungen überein [51], in denen allerdings ein Quantenpunkt mit höherer Grundzustandsenergie in dieser Probe analysiert wurde. Im Unterschied zu den damaligen Beobachtungen

3 Die Fermikantensingularität

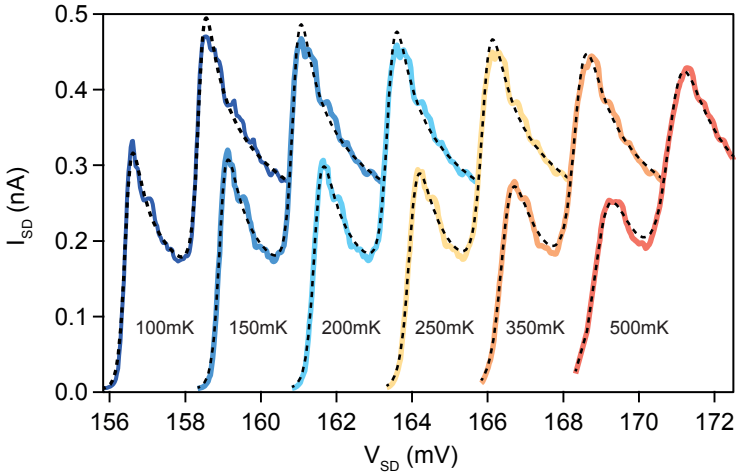


Abbildung 3.8:

Gleichzeitiger Fit des Stroms bei verschiedenen Temperaturen zwischen 100 mK und 500mK und bei einem Magnetfeld von 13 T. Die Stromkurven sind in der Darstellung jeweils um 2.5 mV verschoben.

fällt hier jedoch die Differenz zwischen dem kritischen Exponenten für das erste (γ_1) und das zweite Zeeman-Niveau (γ_2) sehr gering aus. Die Verbreiterung von 219 mK entspricht einer Linienbreite von wenigen GHz und erscheint plausibel. Der Hebelfaktor liegt hingegen mit 0.17 deutlich unter typischen Werten von ~ 0.3 aus vergleichbaren Messungen von InAs-Quantenpunkten [81][92]. Allerdings ist die Präzision, mit der der Hebelfaktor bestimmt werden kann, in vielen Messungen recht gering. Die aus dem Fit bestimmten Einsatzspannungen für die verschiedenen Temperaturen weichen maximal $30 \mu\text{V}$ voneinander ab und liegen damit innerhalb der für den langen Messzeitraum zu erwartenden Stabilität der Spannungsquelle.

3.2 Gleichstromcharakterisierung der Probe

Parameter	Ergebnis
Kritischer Exponent γ_1	0.42
Kritischer Exponent γ_2	0.47
Hebelfaktor η	0.17
Zeeman-Aufspaltung (mV)	1.93
Verbreiterung (mK)	218.8

Tabelle 3.1:

Parameter des temperaturabhängigen Fits der Fermikantensingularität bei $B = 13\text{ T}$

Wendet man dieses Verfahren auf den kompletten Datensatz an, so erhält man je einen kritischen Exponenten für die beiden Spin-Niveaus in Abhängigkeit vom Magnetfeld B . Abbildung 3.9 zeigt zunächst das Ergebnis für die Parameter Zeeman-Aufspaltung und Hebelfaktor. Die Fits wurden mit einer konstanten Kollektorrage durchgeführt, eine Annahme, die in der Form über den gesamten Magnetfeldbereich hinweg nicht korrekt ist. Andererseits stellt die Kollektorrage nur eine obere, begrenzende Schranke für den maximalen Strom im höchsten Peak dar und verhindert, dass die Verbreiterung diese Funktion übernimmt. Die Verbreiterung würde den gesamten Energieverlauf ausdehnen und entsprechend einen künstlich verkleinerten Hebelfaktor bewirken. Die Schrittweite für das Magnetfeld ist nicht konstant über den gemessenen Magnetfeldbereich, sondern unterteilt sich in drei Zonen. Der mittlere Bereich zeigt mit einer Schrittweite von 50 mT fein aufgelöst die LDOS-Fluktuationen. Die beiden grob aufgelösten Zonen mit einer Schrittweite von 250 mT erlauben, den Trend in der Entwicklung des kritischen Exponenten über einen größeren Magnetfeldbereich zu beobachten. Sowohl Hebelfaktor als auch Zeeman-Aufspaltung weisen auf eine durchweg gute Beschreibung der Messung durch das Mo-

3 Die Fermikantensingularität

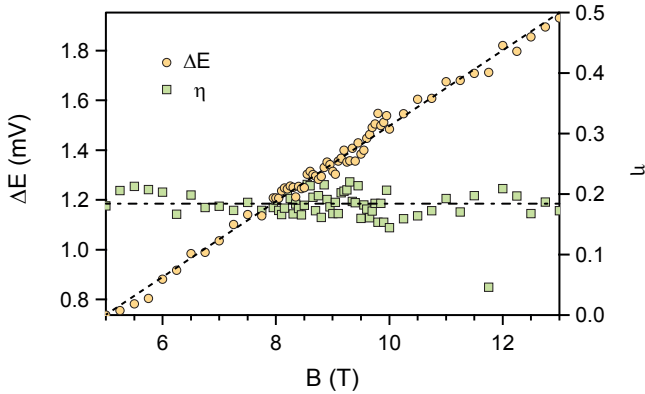


Abbildung 3.9:

Ergebnis des Fits angewandt auf den gesamten Datensatz. Der Mittelwert des Hebelfaktors und ein linearer Fit der Zeeman-Aufspaltung sind jeweils als gestrichelte Linie dargestellt.

dell hin. Der Hebelfaktor liegt bis auf eine Ausnahme stabil bei einem Mittelwert von 0.18, während die Zeeman-Aufspaltung linear mit dem Magnetfeld zunimmt. Aus Steigung und Hebelfaktor lässt sich der g-Faktor mit einem Wert von 0.48 bestimmen. Die Präzision wird jedoch vom modellabhängigen Hebelfaktor bestimmt. Das positive Vorzeichen wurde in Übereinstimmung mit [82] gewählt.

In Abbildung 3.10 ist das Ergebnis für die kritischen Exponenten dargestellt. Die starke Modulation dieser charakteristischen Größe weist darauf hin, dass durch die LDOS nicht nur die Amplitude des Stroms beeinflusst wird, sondern auch der Effekt der Vielteilchenwechselwirkung selbst. Gerade im Hinblick auf die in der Einleitung erwähnte Abhängigkeit der Fermikantensingularität von der Anzahl der wechselwirkenden Elektronen erscheint ein Zusammenhang wahr-

3.2 Gleichstromcharakterisierung der Probe

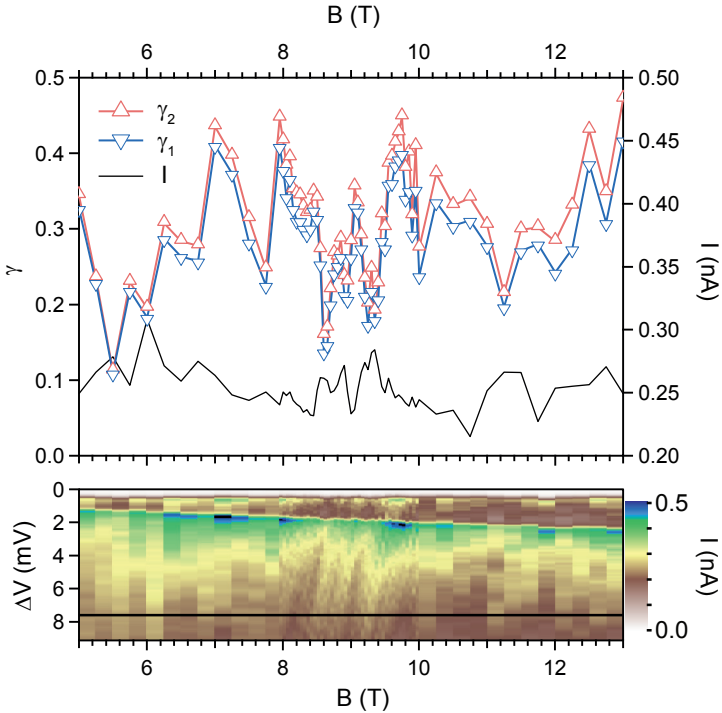


Abbildung 3.10:

Die kritischen Exponenten als Ergebnis der temperaturabhängigen Fits für den gesamten Datensatz. Zum Vergleich sind die Auswirkungen der LDOS auf den Strom bei 100 mK dargestellt (schwarze Linie). *Darunter:* Die farbliche Darstellung als Bild zeigt den Strom über einen weiteren Spannungsbereich. Die eigentlich vom Magnetfeld abhängigen Einsatzspannungen wurden dabei angeglichen und die Biasspannung ist als Abstand ΔV zur Stufenkante angegeben.

scheinlich.

3 Die Fermikantensingularität

Des Weiteren ist der kritische Exponent der ersten Stufe, die bei positivem g -Faktor [82] Spin-down-Elektronen zugeordnet werden kann, stets kleiner als der kritische Exponent der zweiten Stufe mit Spin-up-Elektronen. Die energetische Verschiebung der Zustandsdichte für beide Spins um den Betrag der Zeeman-Aufspaltung [93] führt im Strom dazu, dass die Fluktuationen bei gleichem Abstand zur Einsatzspannung des Spin-Niveaus um einen festen Betrag im Magnetfeld verschoben erscheinen. Diese Verschiebung ist in der Magnetfeldabhängigkeit der beiden kritischen Exponenten jedoch nicht zu beobachten. Allerdings werden bei der Bestimmung des kritischen Exponenten Daten aus einem Spannungsbereich von ungefähr 4 mV ausgewertet. Somit stellt der kritische Exponent auch eine Mittelung über einen Bereich der LDOS-Fluktuationen dar.

Der Verlauf des Stroms im Abstand von 8 mV zur Stufenkante spiegelt die Modulation der Zustandsdichte wieder und erlaubt einen Vergleich mit der Abhängigkeit der kritischen Exponenten von der Anzahl der Zustände. Wesentliche Strukturen stimmen überein, erscheinen aber, entsprechend des größeren energetischen Abstands des Stroms zur Stufenkante, gegeneinander verschoben.

3.3 Stromfluktuationen

Nach den Gleichstromeigenschaften sollen in diesem Abschnitt die Stromfluktuationen an einer Fermikantensingularität untersucht werden. Die Messung der Stromfluktuationen erfolgt wie in Kapitel 2 beschrieben über eine Korrelationsmessung der Rauschleistung $S^{(2)}$. Abbildung 3.11 zeigt die gemessene Rauschleistung zusammen mit dem Strom für positive Biasspannung bei $B = 0$ T. Das Verhältnis von Rauschleistung und Schrotrauschen eines Poisson-Prozesses $2eI$ bestimmt den Fano-Faktor $F^{(2)} = S^{(2)}/2eI$ (siehe Kapitel 1). Die Rauschleistung ist dabei in Abbildung 3.11(links) farblich in zwei Be-

reiche unterteilt, für die im Folgenden der Fano-Faktor getrennt diskutiert wird. In dem mit hellen Kreisen gekennzeichneten Bereich liegt die durch die Fermikantensingularität erhöhte Stufenkante. Im Abstand von der Stufenkante folgt ein Bereich (dunkle Kreise), in dem der Transport als rein sequentielles Einzelelektronentunneln beschrieben werden kann [84].

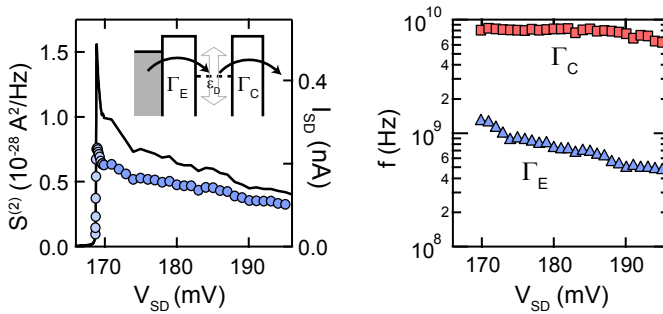


Abbildung 3.11:

Links: Die gemessene Rauschleistung, unterteilt in zwei Bereiche: helle Kreise kennzeichnen den Bereich der Fermikantensingularität, während dunkle Kreise den Bereich rein sequentiellen Einzelelektronentransports markieren. *Rechts:* Die Tunnelraten für Emitter und Kollektor lassen sich im Bereich des Einzelelektronentransports aus Strom und Fano-Faktor bestimmen.

Für den Fall des Einzelelektronentunnelns lassen sich Emitter- und Kollektortunnelrate Γ_E bzw. Γ_C aus Fano-Faktor und Strom berechnen:

3 Die Fermikantensingularität

$$\Gamma_E = \frac{I_{SD}}{e \left(1 + \sqrt{2F^{(2)} - 1} \right)} \quad (3.7)$$

$$\Gamma_C = \frac{I_{SD} \left(1 + \sqrt{2F^{(2)} - 1} \right)}{e \left(1 - F^{(2)} \right)} \quad (3.8)$$

Die auf diesem Wege aus den Messdaten bestimmten Tunnelraten sind in Abbildung 3.11(rechts) dargestellt. Das Verhältnis von Emitter zu Kollektorrates ist leicht asymmetrisch in Übereinstimmung mit der Probegeometrie der AlAs-Barrieren und liegt in einem Bereich von 0.06 bis 0.22. Die Kollektorrates Γ_C ist dabei nahezu konstant, während die Emitterrates Γ_E deutlich sichtbar mit steigender Biasspannung abfällt. Diese Energieabhängigkeit der Tunnelrates kann aus dem Verlauf der dreidimensionalen Zustandsdichte in den Zuleitungen verstanden werden. Bei einer Zustandsdichte proportional zu $\sqrt{\Delta\epsilon}$, wobei $\Delta\epsilon$ den Abstand zur Leitungsbandkante bezeichnet, ist die Änderung der Zahl der Zustände im Emitter ($\Delta\epsilon$ klein) größer als im Kollektor ($\Delta\epsilon$ groß).

Abbildung 3.12 zeigt den Bereich der Stufenkante mit der Fermikantensingularität und stellt Strom und Fano-Faktor für ausgewählte Temperaturen bei $B = 0$ T und $B = 9.75$ T einander gegenüber. Zunächst wird der grundsätzliche Verlauf des Fano-Faktors für den spinentarteten Fall $B = 0$ T betrachtet. Während der Strom von 0 auf den Maximalwert im Peak der Fermikantensingularität ansteigt, fällt der Fano-Faktor rapide auf einen Wert von 0.5. Dieser Wert entspricht der Situation symmetrischer Tunnelbarrieren und zeigt damit die starke Zunahme der Emittertunnelrate aufgrund des Wechselwirkungseffekts. Das Minimum des Fano-Faktors liegt sogar leicht unter 0.5, ein Hinweis darauf, dass zusätzlich zur Coulomb-Blockade auch die Fermikantensingularität die Tunnelereignisse an diesem Punkt negativ korreliert.

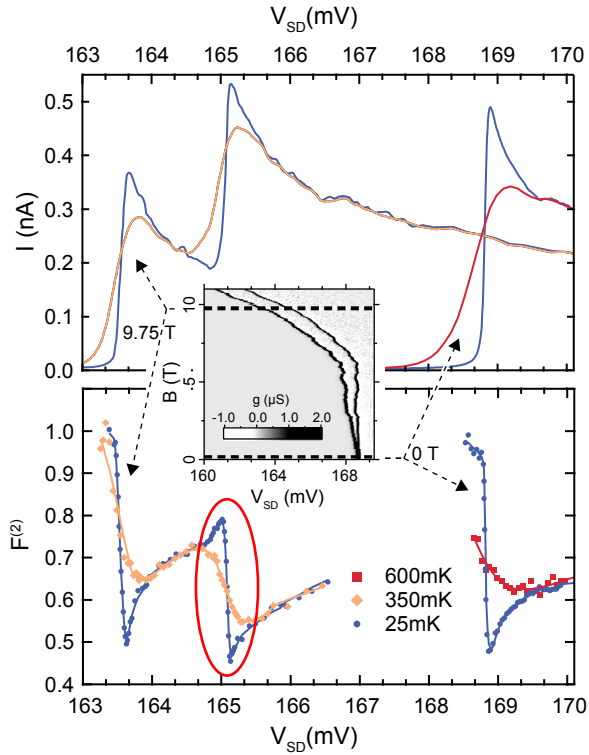


Abbildung 3.12:

Oben: Strom I_{SD} für ein Magnetfeld von $B = 9.75$ T und ohne Magnetfeld ($B = 0$ T) bei ausgewählten Temperaturen. Die ausgewählten Magnetfelder sind in einer Graustufendarstellung der differentiellen Leitfähigkeit gekennzeichnet. *Darunter:* Fano-Faktor $F^{(2)}$ für die gleichen Parameter.

3 Die Fermikantensingularität

Mit zunehmender Biasspannung, außerhalb des Bereichs der Fermikantensingularität, zeigen sowohl Strom als auch Fano-Faktor temperaturunabhängige Werte, entsprechend der zuvor gezeigten einfachen Beschreibung durch Tunnelraten.

Bei einem Magnetfeld von 9.75 T ist nur das unterste Landau-Band im Emitter besetzt und die Einsatzspannung ist zu niedrigeren Werten hin verschoben. Der Wert von 9.75 T wurde ausgewählt, da hier die Fermikantensingularität in der Wechselwirkung mit den LDOS-Fluktuationen besonders ausgeprägt erscheint. Aus den gleichzeitigen Fits der temperaturabhängigen Messdaten wurde für die beiden Zeeman-Niveaus ein kritischer Exponent γ von 0.4 für den ersten Peak und 0.45 für den zweiten Peak bestimmt.

Für das erste Zeeman-Niveau, das in Resonanz gelangt, gleicht das qualitative Verhalten des beobachteten Schrotrauschens dem des spinentarteten Falls. Obwohl hier nur ein Spin-Kanal zum Transport beiträgt, beträgt der Minimalwert des Fano-Faktors ebenfalls 0.5 für die niedrigste Temperatur der Messung. Für das zweite Zeeman-Niveau zeigt die Energieabhängigkeit des Fano-Faktors einen qualitativen Unterschied im Verlauf, insbesondere im Vergleich mit höheren Temperaturen. Mit dem Einsetzen der Resonanz ist hier eine Erhöhung des Schrotrauschens zu beobachten, gefolgt von einer starken Unterdrückung im Strommaximum.

Aufgrund der hohen Coulomb-Ladeenergie der InAs-Quantenpunkte kann der Transport durch die beiden Zeeman-Niveaus nicht unabhängig voneinander betrachtet werden. Daher kann die Erhöhung des Schrotrauschens nicht durch die Addition von zwei unabhängigen Rauschquellen, gewichtet mit dem jeweiligen Strom, beschrieben werden, wie es z.B. beim Transport durch zwei Quantenpunkte möglich ist [33][18]. Vielmehr muss für den Beitrag des zweiten Zeeman-Niveaus die Coulomb-Wechselwirkung mit der Sub-Poisson-Statistik des ersten Zeeman-Niveaus berücksichtigt werden. Der beobachtete Über-

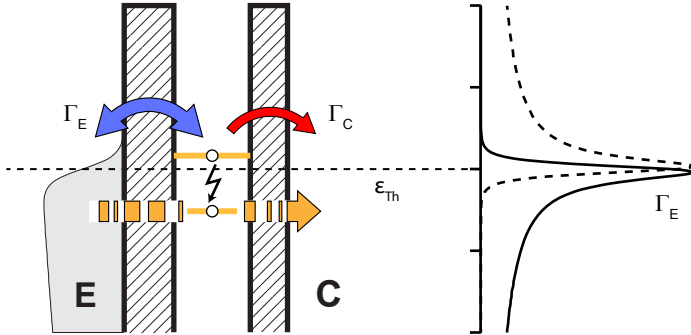


Abbildung 3.13:

Schematische Darstellung der dynamischen Blockade des energetisch niedriger liegenden Spin-Kanals durch die stark erhöhte Besetzungswahrscheinlichkeit des energetisch höher liegenden Spin-Kanals. *Rechts:* Die von der Fermikantensingularität beeinflusste Tunnelrate aus dem Emitter in den Quantenpunkt (durchgezogene Linie) und zurück in den Emitter (gestrichelte Linie).

gang von einer Erhöhung des Schrotrauschens zu einer Unterdrückung fällt mit der Einsatzspannung des zweiten Zeeman-Niveaus zusammen. Hier wird das Schrotrauschen durch das Zusammenspiel von Tunnelvorgängen vom Emitter in den Quantenpunkt und dem Tunneln vom Quantenpunkt zurück in den Emitter oder Kollektor bestimmt. Für eine Spannung, die nur geringfügig unter der Schwellspannung liegt, ist die Rücktunnelrate in den Emitter dominant. Für größere Biasspannung ist die Tunnelrate vom Emitter in den Quantenpunkt bestimmend. Bei der Schwellspannung ändern sich die Tunnelraten in einem kleinen Energiebereich rapide, in Übereinstimmung mit der schnellen Änderung des beobachteten Schrotrauschens.

Um, ausgehend von dieser Interpretation, zu einem qualitativen Verständnis der Korrelationen von Emitter- und Kollektorstrom zu gelan-

3 Die Fermikantensingularität

gen und angesichts des Fehlens einer vollständigen Theorie, welche die Zeitabhängigkeit der Fermikantensingularität beschreibt, werden die Messungen mit dem bereits in der Beschreibung des Stroms verwendeten Master-Equation-Modell verglichen, entsprechend den Referenzen [33][32]. In diesem sequentiellen Tunnelmodell werden zum einen zusätzliche Korrelationen [94] aufgrund von Nicht-Markow-Prozessen [95][96], die gerade bei Wechselwirkungseffekten auftreten können, nicht berücksichtigt. Zum anderen wird die Zustandsverbreiterung der starken Tunnelkopplung vernachlässigt. Infolgedessen kann keine quantitative Modellierung der Daten erwartet werden. Jedoch soll dieses Modell den Einfluss zweier Transportkanäle auf das Sub-Poisson-Rauschen aufgrund von gegenseitiger Coulomb-Blockade veranschaulichen.

In Abbildung 3.14 ist die Auswirkung einer erhöhten Emittertunnelrate auf den berechneten Strom und Fano-Faktor dargestellt, indem der kritische Exponent schrittweise von 0 auf 0.6 erhöht wird. Für jeden Schritt wird der Proportionalitätsfaktor, der Tunnelrate und Gleichung 3.4 verbindet, so gewählt, dass das Verhältnis von Emitter- und Kollektorraten dem Experiment bei einer Spannung von $V_{SD} = 171$ mV entspricht. Um den besonderen Einfluss der bidirektionalen Emittertunnelrate zu illustrieren, ist in der oberen Abbildung nur die Tunnelrate in den Quantenpunkt durch die Fermikantensingularität erhöht. Die Rücktunnelrate ist lediglich thermisch verbreitert. In der unteren Abbildung sind hingegen beide Tunnelraten vom Wechselwirkungseffekt betroffen.

Für den Fall, dass Emittertunnelrate in den und aus dem Quantenpunkt lediglich thermisch verbreitert ist (γ gegen 0), zeigen sowohl Strom als auch Fano-Faktor Stufen ohne Extreme. Der Übergang zwischen den beiden Zeeman-Niveaus bleibt glatt, auch wenn die Emittertunnelrate des ersten Zeeman-Niveaus groß gegenüber der Rate des zweiten Zeeman-Niveaus ist.

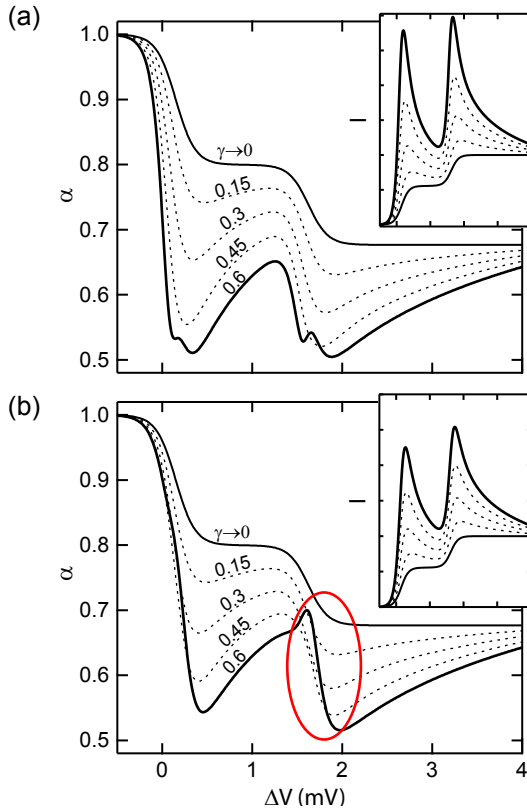


Abbildung 3.14:

Master-Equation-Modell der Unterdrückung des Transports durch einen Spin-Kanal aufgrund der bidirektionalen Erhöhung der Tunnelkopplung des anderen Spin-Kanals. *Oben:* Nur die Tunnelrate in den Quantenpunkt ist durch die Fermikantensingularität erhöht, die Rücktunnelrate ist lediglich thermisch verbreitert. *Unten:* Die Emittertunnelrate ist bidirektional erhöht. Gezeigt wird jeweils der Fano-Faktor und in einem kleinen Ausschnitt der mittlere Strom für verschiedene Werte des kritischen Exponenten γ .

3 Die Fermikantensingularität

Eine starke Erhöhung der Emittertunnelrate (z.B. $\gamma = 0.6$, durchgezogene Linie in Abbildung 3.14) führt zu einer Zunahme des mittleren Stroms I , begrenzt durch die Kollektorrates. Der qualitative Verlauf des berechneten Fano-Faktors stimmt gut mit dem Experiment überein. Beim Einsetzen der Resonanz des zweiten Zeeman-Niveaus steigert die erhöhte Tunnelrate in den Quantenpunkt die Besetzungswahrscheinlichkeit und moduliert das Sub-Poisson-Rauschen des ersten Zeeman-Niveaus aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung. Der Beitrag des zweiten Zeeman-Niveaus zum Gesamtstrom bleibt dabei jedoch gering, da die Rücktunnelrate aus dem Quantenpunkt zurück in den Emitter ebenfalls erhöht ist. Die Kombination dieser beiden Effekte lässt sich mit der dynamischen Kanalblockade [97][43] vergleichen, wobei hier das Schrotrauschen keine Super-Poisson-Werte erreichen kann. Der qualitative Unterschied zu einem Ratenmodell ohne Wechselwirkungseffekt illustriert jedoch den Einfluss, den die bidirektionale Erhöhung der Tunnelraten durch die Fermikantensingularität aufgrund der Coulomb-Wechselwirkung haben kann.

3.3.1 Nicht-Markow-Modell

Die sogenannte generalisierte Master-Equation (GME), eine Erweiterung der Master-Equation, ist dadurch gekennzeichnet, dass die Nachwirkungen eines Prozesses in Form einer „Gedächtnisfunktion“ (engl. *memory function*) berücksichtigt werden [98][99][100]. Die (Pauli-)Master-Equation, die bisher angewandt wurde, ergibt sich aus der „Markow-Näherung“ der generalisierten Master-Equation und beschreibt den Fall, dass die Korrelation der Gedächtnisfunktion durch eine δ -Funktion ausgedrückt werden kann: Die Zukunft des Systems hängt zu jedem Zeitpunkt vom gegenwärtigen Zustand und nicht von der Vergangenheit ab [101].

In einem System mit starken Wechselwirkungseffekten müssen je-

doch häufig Nicht-Markow-Effekte berücksichtigt werden [95][102]. Ein von Katarzyna Roszak und Tomáš Novotný kürzlich für den Fall einer Fermikantensingularität entwickeltes Modell [103] ermöglicht es, wie im Folgenden gezeigt wird, die Daten der vorliegenden Messung quantitativ zu beschreiben. Dieses Nicht-Markow-Modell beinhaltet sowohl den spinentarteten Fall als auch die bidirektionale Tunnelrate und die Coulomb-Wechselwirkung zwischen den Zeeman-Niveaus im Magnetfeld. Somit wird also auch die dynamische Blockade wie in dem zuvor vorgestellten Pauli-Master-Equation-Modell berücksichtigt.

Die Parameter des Nicht-Markow-Modells werden erneut durch einen gleichzeitigen Fit des Stroms für verschiedene Temperaturen im Bereich von 100 mK bis 500 mK bestimmt. Abbildung 3.15 zeigt das Ergebnis für den spinentarteten Fall bei $B = 0$ T und für den spinaufgespaltenen Fall im Magnetfeld bei $B = 9.75$ T. Im ersten Fall wird die Fermikantensingularität durch einen Hebelfaktor von $\eta = 0.20$ und einen kritischen Exponenten von $\gamma = 0.28$ charakterisiert. Im Magnetfeld beträgt der Hebelfaktor $\eta = 0.16$ und die kritischen Exponenten für die beiden Zeeman-Niveaus $\gamma_1 = 0.39$ und $\gamma_2 = 0.42$.

Das Ergebnis des Nicht-Markow-Modells für den Fano-Faktor ist in Abbildung 3.16 dargestellt. Dabei werden die berechneten Werte wieder mit dem Ergebnis des Experiments für die bereits in Abbildung 3.12 gezeigten Temperaturen verglichen. Anstelle der Basistemperatur von 25 mK wird allerdings eine unvollständige Thermalisierung der Elektronen angenommen und daher der Fano-Faktor für eine Temperatur von 75 mK berechnet. Eine derartig erhöhte Elektronentemperatur erscheint durchaus plausibel, da das thermische Rauschen der Detektorwiderstände, die ja direkt neben der Probe platziert sind, ebenfalls eine Elektronentemperatur im Bereich von 65 mK nahelegt. Im spinentarteten Fall stimmt der berechnete Fano-Faktor mit der Messung überein. Auch im Magnetfeld werden die experimentellen Daten gut vom Nicht-Markow-Modell beschrieben, jedoch sind die Abweichun-

3 Die Fermikantensingularität

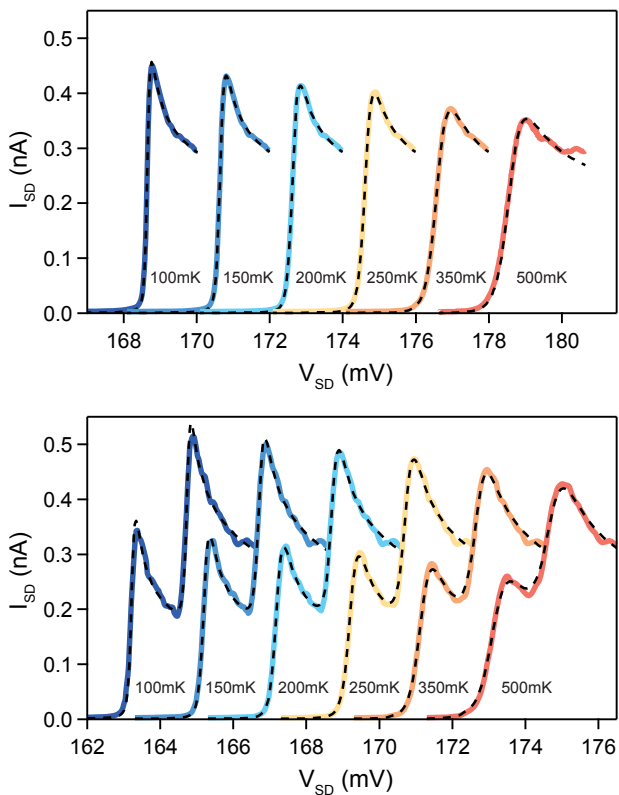


Abbildung 3.15:

Gleichzeitiger Fit des Stroms bei verschiedenen Temperaturen mit dem Nicht-Markov-Modell. *Oben:* Der spinentartete Fall bei $B = 0$ T. *Unten:* Der spinaufgesplante Fall bei $B = 9.75$ T.

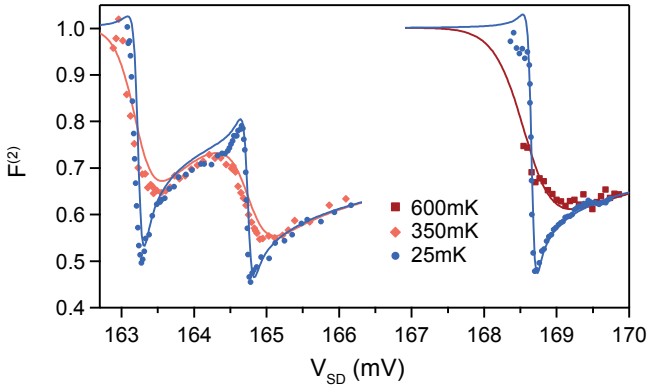


Abbildung 3.16:

Das Ergebnis des Nicht-Markow-Modells (Linien) und der Vergleich mit dem experimentell bestimmten Fano-Faktor (Symbole) aus Abbildung 3.12. Aufgrund von unvollständiger Thermalisierung der Elektronen wurde das Modell für 75 mK, 350 mK und 600 mK berechnet.

gen größer als im spinentarteten Fall. Im Experiment ist die Fermikan- tensingularität sowohl in der Reduktion des Fano-Faktors als auch in der Überhöhung des Stroms bei Temperaturen oberhalb von 250 mK (siehe Abbildung 3.15) deutlicher ausgeprägt als im Nicht-Markow-Modell. Für eine Übereinstimmung zwischen diesem und dem Experiment wäre ein größerer kritischer Exponent erforderlich. Die beobachtete Überhöhung des Stroms bei niedrigen Temperaturen lässt aber einen höheren kritischen Exponenten als $\gamma_1 = 0.39$ nicht zu. In der Beschreibung durch Gleichung 3.4 ist der Strom durch eine zusätzliche Verbreiterung begrenzt. Im Nicht-Markow-Modell ist jedoch ein derartiger Effekt bereits berücksichtigt und kann daher nicht durch einen weiteren Parameter ausgedrückt werden. Die wesentlichen Merkmale der Messung, die starke Unterdrückung des Fano-Faktors und die Erhöhung beim Einsetzen des zweiten Spin-Niveaus, stimmen jedoch mit

3 Die Fermikantensingularität

dem Modell überein.

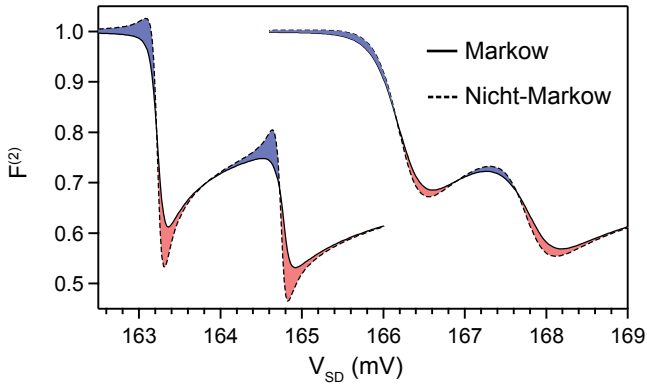


Abbildung 3.17:

Vergleich von Markow- und Nicht-Markow-Modell für zwei Temperaturen: 75 mK und 350 mK. Die positive Differenz ist blau, die negative rot eingefärbt und kennzeichnet damit den qualitativen Unterschied aufgrund der positiven und negativen Nicht-Markow-Korrektur. Mit zunehmender Temperatur verschwindet dieser Unterschied.

Die Korrektur aufgrund von Nicht-Markow-Effekten führt in Abbildung 3.16 auch zu Super-Poisson-Rauschen. Dieses Verhalten ließ sich jedoch im Experiment nicht verifizieren, denn der Fano-Faktor, das Verhältnis von beobachteter Schrotrauschleistung und Strom, divergiert beim Übergang in die Coulomb-Blockade aufgrund des verschwindend geringen Stroms. Daher kann in diesem Bereich der Fano-Faktor experimentell lediglich mit einem sehr großen Messfehler ermittelt und folglich nicht zur Validierung des theoretischen Modells verwendet werden.

Die Nicht-Markow-Effekte stellen eine wichtige Korrektur des einfachen Ratenmodells dar. Die Temperaturabhängigkeit dieser Korrektur wird in Abbildung 3.17 veranschaulicht, in der Markow- und Nicht-

Markow-Modell, berechnet für die Parameter und Temperaturen des Experiments aus Abbildung 3.16, verglichen werden. Die Korrektur kann dabei nicht nur negative Werte annehmen, die, wie die Coulomb-Blockade, zu einer weiteren Reduktion des Fano-Faktors führen, sondern auch positive und kann damit zu einer Erhöhung des Fano-Faktors beitragen. Dieser qualitative Unterschied entspricht genau den Beobachtungen im Experiment.

3.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Einfluss einer Fermikantensingularität auf den Einzelelektronentransport durch einen Quantenpunkt untersucht. Die Gleichstromcharakterisierung der Probe zeigt Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte der Emitter-Zuleitung, die von dem energetisch scharf begrenzten Quantenpunktzustand wie von einem Spektrometer abgerastert werden. Neben dem Strom durch den Quantenpunkt wird auch der Vielteilchenwechselwirkungseffekt offenbar durch diese Fluktuation der Anzahl an wechselwirkenden Teilchen beeinflusst. Dieser Effekt äußert sich in einer Modulation des kritischen Exponenten, der die Fermikantensingularität charakterisiert.

Auch die Stromfluktuationen des Transports durch den Quantenpunkt zeigen eine deutliche Signatur der Fermikantensingularität. Coulomb-Blockade führt zu negativer Korrelation von Tunnelereignissen. Dementsprechend bewirkt die starke Erhöhung der Emitter-tunnelrate durch die Fermikantensingularität eine deutliche Reduktion des Fano-Faktors. Die beobachtete Reduktion geht dabei sogar über die Vorhersage des Ratenmodells hinaus, so dass hier ein weiterer Korrelationseffekt eine Rolle spielen muss.

Im Magnetfeld konnte darüber hinaus auch eine Erhöhung des Fano-Faktors festgestellt werden, wenn sich die im Magnetfeld aufgespaltenen Zeeman-Niveaus gleichzeitig im Transportfenster befinden und die

3 Die Fermikantensingularität

Tunnelrate durch eines dieser Niveaus vom Wechselwirkungseffekt erhöht wird. Durch den Vergleich mit einem einfachen Master-Equation-Modell zeigt sich, dass gerade die bidirektionale Erhöhung der Tunnelrate zu dem beobachteten qualitativen Unterschied im Verlauf des Fano-Faktors führen kann. Im Rahmen eines generalisierten Master-Equation-Modells, in dem auch Nicht-Markow-Effekte berücksichtigt werden, lassen sich die experimentellen Daten sogar quantitativ beschreiben.

4

Kapitel 4

Dynamik des Mehrkanal-Transports

Die Messung von Stromfluktuationen bietet weitreichende Möglichkeiten zur Bestimmung der wesentlichen Transportmechanismen in Quantenpunkten. Der Transport einzelner Elektronen durch einen einzelnen resonanten Zustand in einem ansonsten vollständig unbesetzten Quantenpunkt stellt dabei lediglich den einfachsten vorstellbaren Mechanismus dar. Das Anregungsspektrum der Zustände in einem Quantenpunkt zeichnet sich hingegen durch eine außerordentliche Komplexität aus und unterstreicht somit den oft herangezogenen Vergleich mit einem künstlichen Atom [104]. Die Übergänge zwischen diesen Zuständen stellen den Elektronen eine Vielzahl von möglichen Transportkanälen zur Verfügung. Die Dynamik des Transports wird dabei wesentlich durch die Coulomb-Wechselwirkung in der Besetzung des Quantenpunktes bestimmt, die zu einer Korrelation der Tunnelereignisse führt [105]. Während im Falle des einzelnen resonanten Zustands nur eine Reduktion des Schrotrauschens unter das Limit des Poisson-Rauschens zu erwarten ist, kann im Falle mehrerer Transportkanäle

4 Dynamik des Mehrkanal-Transports

die gegenseitige Blockade durch die abstoßende Coulomb-Wechselwirkung zu einer Erhöhung des Schrotrauschens führen [43][106]. Die dynamische Blockade von Transportkanälen in Verbindung mit dem komplexen Anregungsspektrum eines vielfach besetzten Quantenpunkts stellt den Gegenstand der experimentellen Untersuchungen in diesem Kapitel dar.

Darüber hinaus können auch Tunnelprozesse höherer Ordnung die Transportdynamik beeinflussen. Im Bereich der Coulomb-Blockade, in der sequentielles Tunneln erster Ordnung energetisch verboten ist, kann der Transport dennoch über Kotunnelprozesse erfolgen [107][108]. Verbleibt der Quantenpunkt dabei im Grundzustand, wird der Prozess elastisch genannt. Beim inelastischen Kotunneln wird das System in den angeregten Zustand überführt. Dieser Prozess kann ebenfalls zu Super-Poisson-Rauschen führen [109][110], wobei auch hier die dynamische Blockade des Transportkanals den zugrunde liegenden Mechanismus darstellt. Dieses Verhalten konnte bereits an Quantenpunkten in Kohlenstoffnanoröhren [111] und in GaAs/AlGaAs-Heterostrukturen [112] demonstriert werden.

Auf den Bereich des Einzelelektronentunnelns folgen mit zunehmender Biasspannung Bereiche mit Doppel- und Dreifachelektronentransport, bis schließlich die Coulomb-Blockade aufgehoben ist und der Transport durch zwei hintereinandergeschaltete Barrieren beschrieben werden kann. Diese stellen jeweils eine Quelle für Poisson-Rauschen dar. Sub-Poisson-Rauschen kann in all diesen Bereichen auf diese Weise verstanden werden, da die negative Korrelation aufgrund der Ladungserhaltung stets zu einer Reduktion des Schrotrauschens führt. Erst die Wechselwirkung im Coulomb-Blockadebereich ermöglicht positive Korrelationen [110] und lässt die interne Struktur der Zustände im Quantenpunkt sichtbar werden.

4.1 Der experimentelle Aufbau

Der in diesem Experiment untersuchte Quantenpunkt wurde von B. Harke, M.C. Rogge und C. Fricke hergestellt [113][114][115]. Die Geometrie des Quantenpunkts wird von Oxidlinien geformt, die durch lokale anodische Oxidation [113] mithilfe eines AFMs auf die Oberfläche einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur (Material C021227B, Walter Schottky Institut München) geschrieben wurden. Durch die Oxidation wird ein nur 35 nm unter der Oberfläche liegendes 2DEG verarmt. Im Gegensatz zu den in Kapitel 3 vorgestellten InAs-Quantenpunkten handelt es sich hier also um eine laterale Struktur mit zweidimensionalen Zuleitungen. Die Mobilität des 2DEGs beträgt bei 4.2 K $6.43 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ und die Elektronendichte $4.59 \times 10^{11} \text{ cm}^{-2}$. Auch die Größe des Quantenpunktes unterscheidet sich mit einer lateralen Ausdehnung von ca. 290 nm deutlich von den selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten. Die Konsequenz ist eine reduzierte Lade- und Anregungsenergie der Zustände im Quantenpunkt.

In Abbildung 4.1 ist der experimentelle Aufbau für Gleichstromsignale schematisch dargestellt. Alle Gatespannungen werden über zwei RC-Filterstufen bei Raumtemperatur und unmittelbar vor der Probe bei Basistemperatur gefiltert. Der QPC war in dieser Messung soweit verarmt, dass die Engstelle sich unabhängig von den anliegenden Gatespannungen im Abschnürbereich befand. Die Zuleitungen und das Gate G3 des QPCs konnten somit ebenfalls zur Steuerung des Quantenpunkts verwendet werden. Im Folgenden bezeichnet V_Σ die Zusammenschaltung aller QPC-Zuleitungen zu einer gemeinsamen Steuerelektrode und V_{GQPC} die Verwendung lediglich der Source- und Drain-Zuleitungen. Der Messaufbau für die Rauschmessungen ist, wie in Kapitel 2 beschrieben, mit den Source- und Drain-Zuleitungen des Quantenpunkts verbunden.

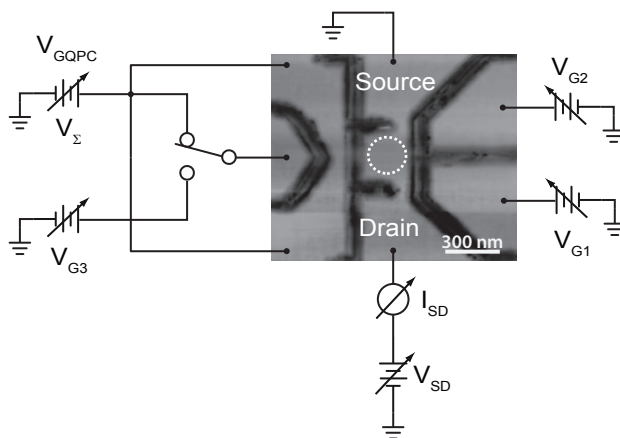


Abbildung 4.1:

AFM-Aufnahme des Quantenpunkts [115]. Die Oxidbarrieren sind als dunkle Linien zu erkennen. Der gestrichelte Kreis deutet die ungefähre Ausdehnung des Quantenpunkts (290 nm) an. Die Tunnelbarrieren haben eine Dicke von ca. 40 nm [113].

4.2 Charakterisierung der Probe

Als Vorbereitung für jede Messung der Stromfluktuationen muss zunächst der Arbeitspunkt bestimmt und charakterisiert werden. Die in diesem Kapitel vorgestellten Messungen wurden bei einer Temperatur von 100 mK durchgeführt. Mithilfe der beiden Gatespannungen V_{G1} und V_{G2} können die beiden Tunnelbarrieren eingestellt werden. Um eine hohe Sensitivität der Schrotrauschmessung zu erhalten, sollte der Arbeitspunkt so gewählt werden, dass die Barrieren nahezu symmetrisch eingestellt sind. Gleichzeitig erfordert die endliche Messauflösung der Tieftemperaturverstärker einen Strom von mindestens 10 pA und legt somit die untere Grenze für die Tunnelkopplung fest. Der zur Gateelek-

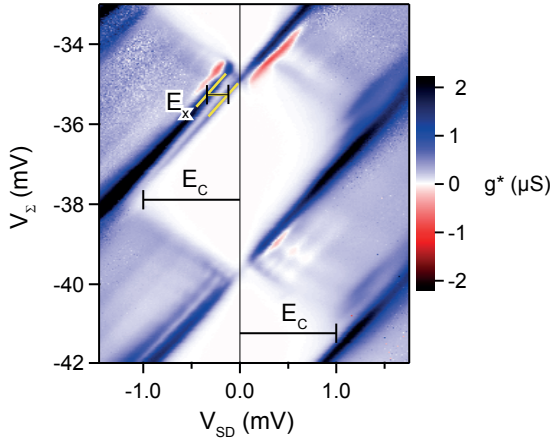


Abbildung 4.2:

Die für die Stromfluktuationen relevanten Energieskalen des Quantenpunktes: Die Ladeenergie E_C und die Anregungsenergie E_X . (Arbeitspunkt: $V_{G1} = 100$ mV, $V_{G2} = 408$ mV)

trode umfunktionierte QPC beeinflusst das Quantenpunkt-Potential stärker als die Tunnelkopplung der Source- und Drain-Zuleitung. Abbildung 4.2 veranschaulicht den gewählten Arbeitspunkt. Die gut aufgelösten Coulomb-Rauten kennzeichnen den Coulomb-Blockadebereich. Aus der Ausdehnung der Rauten auf der Biasspannungsachse kann die Ladeenergie E_C bestimmt werden. Für die Messung in Abbildung 4.2 ergibt sich somit eine Ladeenergie von 1 meV. In dem sich an die Coulomb-Rauten anschließenden Bereich mit Einzelektronentransport zeigt die differentielle Leitfähigkeit eine Vielzahl von Übergängen in angeregte Zustände, deren Resonanz mit dem chemischen Potential des Emitters oder Kollektors als Linien sichtbar werden. Aus dem relativen Abstand der Resonanzlinien lässt sich eine weitere cha-

4 Dynamik des Mehrkanal-Transports

rakteristische Energieskala, die Anregungsenergie E_X , ablesen. In diesem Beispiel wurde E_X zu ca. $100 \mu\text{eV}$ bestimmt. Die Zahl der Elektronen im Quantenpunkt ließ sich nicht präzise ermitteln. Da aber mithilfe von V_Σ Coulomb-Blockadepeaks über einen weiten Bereich verfolgt werden konnten, lässt sich zumindest die Größenordnung mit ca. 100 Elektronen abschätzen [115].

Die Messung der differentiellen Leitfähigkeit illustriert bereits die Komplexität des Anregungsspektrums des Quantenpunkts. Die roten Resonanzlinien bei $V_\Sigma \simeq -35 \text{ mV}$ kennzeichnen negative differentielle Leitfähigkeit und somit die unterschiedliche Tunnelkopplung der angeregten Zustände. Auch die Kopplung des Grundzustands variiert erkennbar an den Punkten der Ladungsentartung bei -40 mV und -35 mV . Über mehrere Coulomb-Rauten hinweg zeigt sich so eine regelmäßige Unterdrückung, die einen Zusammenhang mit der Blockade des Grundzustands aufgrund von Spinauswahlregeln nahelegt [116].

Die Bedeutung der charakteristischen Energieskalen zeigt sich in der Abhängigkeit des Fano-Faktors von der Biasspannung V_{SD} . Grundsätzlich kann zwischen drei Bereichen unterschieden werden [110]. Im Fall $V_{SD} \ll E_X$ befindet sich nur ein Zustand im Transportfenster, ähnlich dem Transport in den bereits vorgestellten InAs-Quantenpunkten, der durch einen Fano-Faktor zwischen 0.5 und 1 charakterisiert wird. Für $E_X < V_{SD} < E_C$ liegt hingegen ein Spektrum von angeregten Zuständen im Coulomb-Blockadebereich, und ein Fano-Faktor größer als 1 wird möglich. Mit zunehmender Biasspannung $V_{SD} \gg E_C$ ist schließlich wieder Sub-Poisson-Rauschen mit $0.5 < F^{(2)} < 1$ zu erwarten [109][31]. Abbildung 4.3 zeigt eine exemplarische Messung des Schrotrauschens in der zentralen Region einer Coulomb-Raute und veranschaulicht das Aufeinanderfolgen von Super- und Sub-Poisson-Rauschen. Die Tunnelkopplungen entsprachen dabei Abbildung 4.2. Die Gatespannung V_Σ betrug 150 mV .

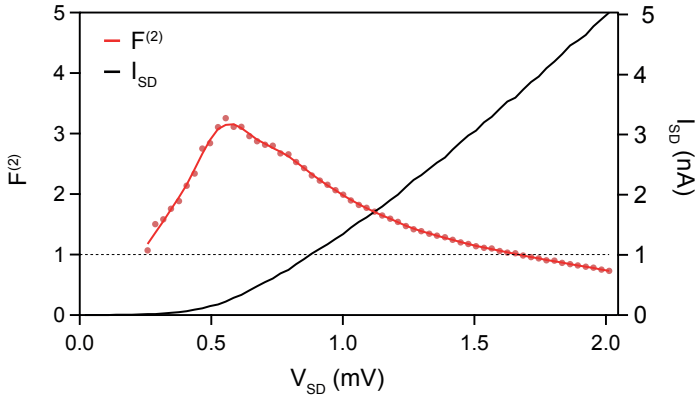


Abbildung 4.3:

Strom I_{SD} (schwarz) und Fano-Faktor $F^{(2)}$ (rot) im Coulomb-Blockadebereich in Abhängigkeit von der Biasspannung V_{SD} . Die rote Linie wurde mithilfe eines Loess-Filters aus den Messpunkten berechnet. Für Biasspannungen $V_{SD} \gg E_C$, wobei E_C hier ca. 1 meV beträgt, fällt der Fano-Faktor wieder unter den Grenzwert von Poisson-Rauschen (gestrichelte Linie).

4.3 Messung der Stromfluktuationen

Die Wechselwirkungen und positiven Korrelationen im Bereich $E_X < V_{SD} < E_C$ sollen nun im Folgenden eingehender untersucht werden.

Bislang ist das Schrotrauschen durch den Fano-Faktor quantifiziert worden. Innerhalb der Coulomb-Rauten ist der Transport blockiert, weshalb hier keine Rauschleistung gemessen werden kann. Der Fano-Faktor als Quotient aus gemessener Rauschleistung $S^{(2)}$ und Poisson-Rauschen $2eI$ divergiert beim Übergang vom Bereich mit Einzelelektronentransport in die Coulomb-Blockade, da der Strom auf null fällt. Im Folgenden wird daher das Zusatzrauschen $S_{EP}^{(2)}$ als Differenz der ge-

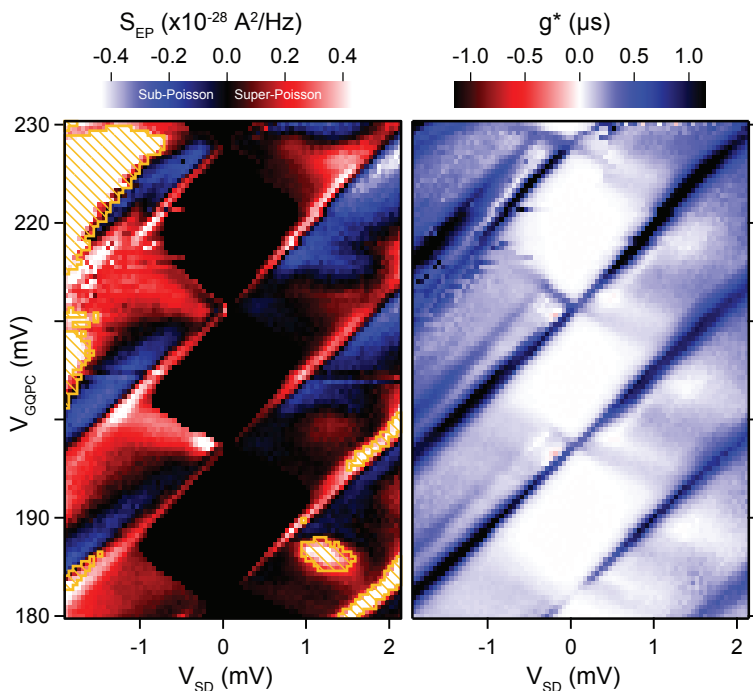


Abbildung 4.4:

Messung des Zusatzrauschens $S_{EP}^{(2)}$ in Abhängigkeit von der Biasspannung V_{SD} und der Gatespannung V_{GQPC} . Die schraffierten Flächen markieren Bereiche, in denen das Zusatzrauschen einen $1/f$ -Anteil aufweist. Aufgrund der Wechselwirkung mit der Transkonduktanz des Quantenpunkts fallen diese Bereiche besonders mit den Resonanzlinien in der differentiellen Leitfähigkeit zusammen. Zum Vergleich ist rechts die differentielle Leitfähigkeit g dargestellt.

messenen Rauschleistung zum Stromrauschen $S_P^{(2)}$ einer idealisierten Quelle von Poisson-Rauschen [112],

$$S_{EP}^{(2)} = S^{(2)} - S_P^{(2)} \quad (4.1)$$

$$S_P^{(2)} = 2eI \coth\left(\frac{eV_{SD}}{2k_B T}\right), \quad (4.2)$$

betrachtet, welches ausreicht, um Super-Poisson- und Sub-Poisson-Rauschen zu unterscheiden. In dieser Differenz werden ebenfalls die Gleichgewichtsfluktuationen bei niedriger Biasspannung berücksichtigt, die jedoch aufgrund der geringen Temperaturen nur einen unbedeutenden Betrag haben.

Um die Rauschleistung $S^{(2)}$ in einem größeren Parameterbereich aufzunehmen, wurde für jeden Messpunkt die benötigte Integrationszeit aus dem Gleichstrom abgeschätzt und bei Unterschreiten eines Grenzwertes von 20 pA kein Messpunkt aufgenommen. In Abbildung 4.4 ist das Zusatzrauschen $S_{EP}^{(2)}$ in Abhängigkeit von Biasspannung und Gatespannung dargestellt. Der gemessene Bereich umfasst drei Coulomb-Rauten und schließt Bereiche mit Zweielektronentransport mit ein.

Auch im Zusatzrauschen lässt sich der Einfluss der Coulomb-Blockade erkennbar verfolgen. An die regelmäßige Abfolge von Coulomb-Rauten grenzen Bereiche mit Sub-Poisson-Rauschen und Super-Poisson-Rauschen. Die folgende Analyse konzentriert sich zunächst auf die Bereiche mit Super-Poisson-Rauschen. Grundsätzlich können gewinkelte oder schräg verlaufende Strukturen als Resonanzen mit dem chemischen Potential in den Zuleitungen identifiziert werden. Viele der Bereiche mit Super-Poisson-Rauschen folgen diesen Resonanzen. Um zu veranschaulichen, wie es bei diesen Resonanzen zu positiven Korrelationen der Stromfluktuationen kommen kann, ist es hilfreich, wieder ein einfaches Ratenmodell heranzuziehen.

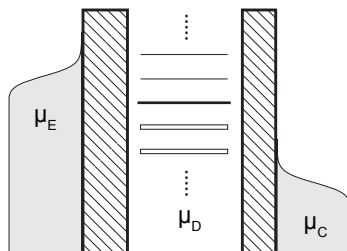


Abbildung 4.5:

Energieschema der Übergänge μ_D aus dem und in den N-Elektronen-Zustand in Relation zu den chemischen Potentialen $\mu_{E,C}$ der beiden Zuleitungen.

Wie in der Diskussion der Gleichstrommessung bereits angedeutet, setzt sich das Anregungsspektrum des Quantenpunkts nicht nur aus Übergängen in Grundzustände, sondern auch aus einem ganzen Spektrum von Übergängen in angeregte Zustände zusammen. Dabei lassen sich die Übergänge zwischen den angeregten Energieniveaus als eine Leiter von möglichen Tunnelresonanzen darstellen (siehe Abbildung 4.5). Oberhalb des Übergangs in den N-Elektronen-Grundzustand sind Übergänge in die angeregten Energieniveaus als dünne Linie dargestellt. Energetisch darunter befinden sich Übergänge in angeregte Niveaus des (N-1)-Elektronen-Grundzustands. Die Dynamik zwischen diesen Transportkanälen lässt sich mithilfe eines Master-Equation-Modells veranschaulichen [32][117][118].

Innerhalb des CI-Modells wird die Tunnelkopplung des Emitters und Kollektors dabei als konstant angenommen. In der Resonanz des komplexen Spektrums von Übergängen mit den Zuleitungen ergibt sich allein bereits aufgrund der Fermi-Verteilungsfunktion eine unterschiedliche Tunnelrate für die einzelnen Übergänge. Das gleichzeitige

4.3 Messung der Stromfluktuationen

Vorhandensein von stark und schwach gekoppelten Transmissionskanälen führt wiederum, wie bereits in vorangegangenen Kapiteln vorgestellt, zu einer zusätzlichen Coulomb-Korrelation der Stromfluktuationen über den Mechanismus der dynamischen Blockade.

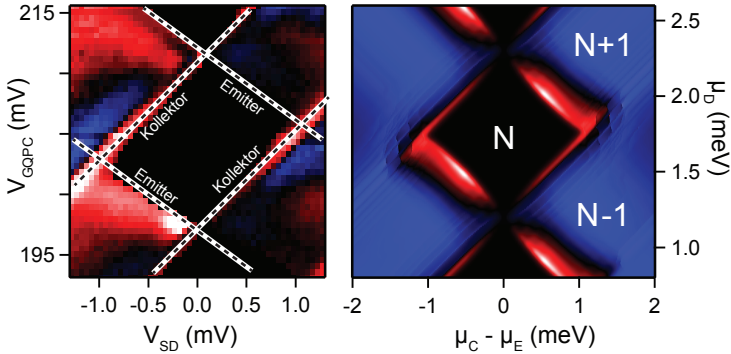


Abbildung 4.6:

Das Zusatzrauschen $S_{EP}^{(2)}$ (links), in dem die Resonanzlinien mit Emitter und Kollektor eingezeichnet sind. Im Master-Equation-Modell (rechts) wurden asymmetrische Tunnelraten (Verhältnis Emitter zu Kollektor 1:5) angenommen und 6 angeregte Zustände ($E_C = 1$ meV, $E_X = 100$ μ eV, $T = 200$ mK) betrachtet.

Abbildung 4.6 zeigt einen Ausschnitt des gemessenen Zusatzrauschens im Bereich der Coulomb-Blockade. An die Coulomb-Raute, in der der Quantenpunkt für die folgenden Überlegungen mit N Elektronen besetzt sei, grenzen vier Resonanzlinien. Die beiden bei niedriger Gatespannung liegenden Linien repräsentieren den Fall, dass das Anregungsspektrum der Übergänge zwischen N und $(N-1)$ Elektronen das Transportfenster verlässt. Bei positiver Biasspannung entspricht dieser Vorgang einer Resonanz mit dem Kollektor, bei negativer Biasspan-

4 Dynamik des Mehrkanal-Transports

nung einer Resonanz mit dem Emitter. Mit zunehmend positiver Gate-spannung werden zunächst Tunnelvorgänge aus dem Grundzustand in nun besetzte Zustände im Kollektor (Emitter) unterdrückt, während die Elektronen in angeregten Zuständen den Quantenpunkt noch ungehindert verlassen können. Die Coulomb-Blockade sorgt dafür, dass ein im Grundzustand gefangenes Elektron den Transport durch die angeregten Zustände blockiert. Da der mittlere Strom im Wesentlichen von den schnellen Tunnelprozessen der angeregten Zustände getragen wird, kommt es für jedes Elektron im Grundzustand zu einer Unterbrechung des Stroms, dem sogenannten Bunching der Tunnelvorgänge.

Im Falle der beiden übrigen Resonanzlinien tritt das Anregungsspektrum der Übergänge zwischen N und $(N+1)$ Elektronen in das Transportfenster ein. Im Unterschied zu der zuvor behandelten Situation ist hier jedoch das Elektron im $(N+1)$ Grundzustand nicht gefangen. Der Transport findet bevorzugt über angeregte Zustände des N -Elektronen-Zustands statt. Die Analogie mit der dynamischen Blockade von Transportkanälen wird im Bild des Lochtransports deutlicher. Die längere Lebensdauer (für Löcher) des unbesetzten $(N+1)$ Grundzustands blockiert den Lochtransport durch die energetisch niedriger liegenden Übergänge in angeregte Zustände. Abbildung 4.7 veranschaulicht das dem Master-Equation-Modell zugrunde liegende Anregungsspektrum.

Mithilfe des Master-Equation-Modells lassen sich also grundlegende Mechanismen der Messung verstehen. Ein Vergleich mit dem Experiment in Abbildung 4.4 macht aber auch deutlich, dass das Anregungsspektrum wesentlich komplexere Strukturen aufweist, als mit dem einfachen CI-Modell beschrieben werden können.

In der Messung treten die vier Resonanzen nicht mit gleicher Deutlichkeit auf. Da die Tunnelbarrieren leicht asymmetrisch eingestellt wurden, verwundert dieser Umstand grundsätzlich nicht und lässt sich auch im Master-Equation-Modell erfassen. Während jedoch das Zusatzrauschen in der Resonanz mit dem Kollektor für beide Biasspan-

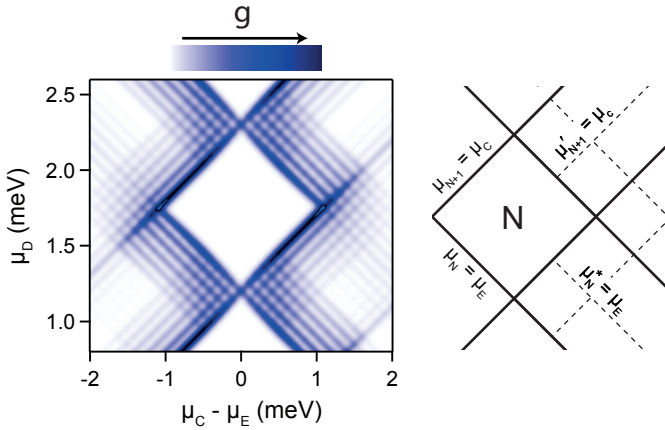


Abbildung 4.7:

Das dem Master-Equation-Modell zugrunde liegende Anregungsspektrum. *Links:* Differenzielle Leitfähigkeit für den in Abbildung 4.6 gezeigten Bereich. *Rechts:* Schematische Skizze - Grundzustandsübergänge sind als durchgezogene Linie dargestellt, Übergänge in angeregte Zustände als gestrichelte Linie. μ_N^* bezeichnet den Übergang zwischen einem angeregten N-Elektronen-Zustand und dem (N-1)-Elektronen-Grundzustand. μ'_{N+1} bezeichnet den Übergang zwischen einem angeregten N-Elektronen-Zustand und dem (N+1)-Elektronen-Grundzustand.

nungsrichtungen ungefähr gleich stark erscheint, ist es für die Resonanz mit dem Emitter bei positiver Biasspannung vollständig unterdrückt, hingegen bei negativer Biasspannung überdeutlich. Eine mögliche Erklärung stellt die Unterdrückung der Tunnelkopplung des Grundzustands dar. Schon in der Messung der differentiellen Leitfähigkeit ließ sich erkennen, dass der Grundzustand nur schlecht an den Emitter anzukoppeln scheint. Für die Dynamik des Transports ist die Bedeutung dieser Unterdrückung jedoch unterschiedlich: Bei negativer Biasspan-

4 Dynamik des Mehrkanal-Transports

nung ist der Grundzustand ohnehin für die dynamische Blockade des Transports verantwortlich und der Effekt würde nur noch gesteigert. Bei positiver Biasspannung ist der Grundzustand hingegen Teil des schnellen Transportkanals. Eine schlechte Ankopplung des Grundzustandes würde hier die dynamische Blockade stark abschwächen. Beide Überlegungen stimmen sehr gut mit den Beobachtungen der Stromfluktuationen im Experiment überein.

Darüber hinaus liegen im dargestellten Biasspannungsbereich auch Zwei-Elektronenübergänge. Hier kann ebenfalls in der Resonanz mit den Zuleitungen Super-Poisson-Rauschen beobachtet werden. Das Master-Equation-Modell, das von einer konstanten Emittiertunnelrate ausgeht, beschreibt diesen Übergang jedoch nur unvollkommen. Schließlich lassen sich auch vereinzelt in den Coulomb-Rauten mit Einzelelektronentransport Inseln mit positiv korrelierten Stromfluktuationen erkennen. Das einfache CI-Modell sagt für diesen Bereich lediglich Sub-Poisson-Rauschen voraus. Jedoch erscheint es plausibel, dass die Komplexität des Anregungsspektrums für weitere Wechselwirkungen in der Transportdynamik sorgt.

4.3.1 Negative differentielle Leitfähigkeit

In Resonanztunneldioden konnte im Bereich der Strom-Spannungskennlinie mit negativer differentieller Leitfähigkeit (NDC), also dem Abfallen des Stroms trotz steigender Biasspannung, wiederholt Super-Poisson-Rauschen beobachtet werden [119][120]. Die physikalische Ursache liegt wieder in der Coulomb-Wechselwirkung, wobei hier jedoch kein Blockade-Effekt auftritt, sondern vielmehr die Anhebung des Energieniveaus der Tunneldiode aufeinanderfolgende Tunnelereignisse begünstigt und somit positiv korreliert [121]. Auch im nichtlinearen Verhalten der Gleichstromcharakteristik von Quantenpunkten kann negative differentielle Leitfähigkeit auftreten [122]. Im Allgemei-

4.3 Messung der Stromfluktuationen

nen ist dieses Phänomen Ausdruck der unterschiedlich starken Tunnelkopplung zweier energetisch benachbarter Zustände. Die Tunnelkopplung kann zudem für Emittor und Kollektor verschieden sein. Der Elektronen-Spin [123][124] und die räumliche Ausdehnung der Besetzungorbitale [125][126] stellen mögliche Ursachen für diese Unterschiede dar. Auch für Quantenpunkte wurde Super-Poisson-Rauschen für negative differentielle Leitfähigkeit vorhergesagt [105].

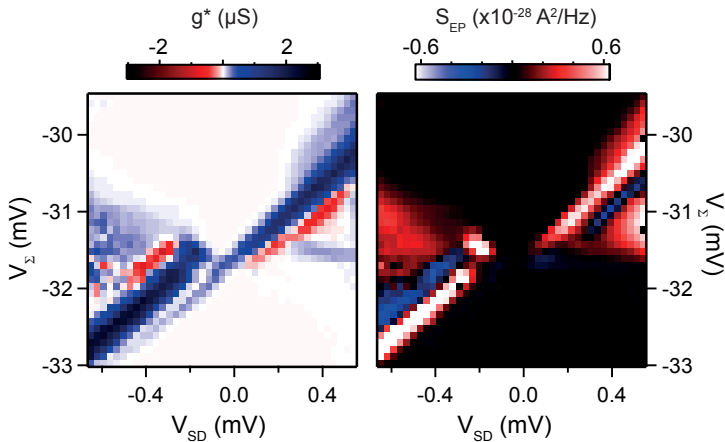


Abbildung 4.8:

Negative differentielle Leitfähigkeit und Zusatzrauschen $S_{EP}^{(2)}$ am Punkt der Ladungsentartung.

In der untersuchten Probe trat häufig nahe dem Punkt der Ladungsentartung bei 0 V Biasspannung negative differentielle Leitfähigkeit auf. Abbildung 4.8 zeigt eine Übersicht der differentiellen Leitfähigkeit und die Messung des Zusatzrauschens $S_{EP}^{(2)}$. Wie bereits im vorangegangenen Abschnitt diskutiert, sind die Resonanzen mit den Zuleitungen

von Super-Poisson-Rauschen dominiert. Die Resonanzlinien der NDC lassen sich auch im Zusatzrauschen verfolgen. Während die dynamische Blockade von Transportkanälen zu positiver Korrelation führt, zeigt die Messung jedoch eine Reduktion des Zusatzrauschens unter das Poisson-Limit im Bereich der NDC. Dieses Verhalten lässt sich sowohl bei positiver als auch bei negativer Biasspannung beobachten, obwohl sich die Wirkungsweise der dynamischen Blockade für beide Polaritäten unterscheidet. Beim Vergleich mit den theoretischen Überlegungen [105] muss allerdings berücksichtigt werden, dass im Modell stets von einem stark vereinfachten System mit nur zwei Zuständen ausgegangen wird und der Schwerpunkt auf der Beschreibung der Tunnelkopplung liegt. Die Komplexität des Anregungsspektrums, die ja bereits in der Wechselwirkung mit dem unterdrückten Grundzustand hervortrat, verdeutlicht hingegen, dass eine einfache Zuordnung zwischen Leitfähigkeit und Schrotrauschen nicht immer möglich ist und bei der Wirkungsweise des Blockade-Effekts offenbar konkurrierende Phänomene berücksichtigt werden müssen.

4.3.2 Spinblockade im Magnetfeld

Im senkrechten Magnetfeld hängt das Anregungsspektrum des Quantenpunkts nicht mehr nur von dem elektrostatischen Einschlusspotential ab. Innerhalb des CI-Modells kann der Einfluss des Magnetfelds durch das Fock-Darwin-Spektrum angenähert werden ([24], siehe Kapitel 1), das eine analytische Lösung der Schrödingergleichung für einen Quantenpunkt mit parabolischem Einschlusspotential darstellt.

Mit steigendem Magnetfeld gruppieren sich die Fock-Darwin-Niveaus zu Landau-Fächern. Bei einer Magnetfeldstärke von wenigen Tesla kreuzen sich diese Landau-Fächer, bis sich schließlich bei Füllfaktoren $2 < \nu < 4$ ein regelmäßiges Muster, bestehend aus den beiden niedrigsten Landau-Niveaus, ausbildet. Abbildung 4.9 zeigt einen

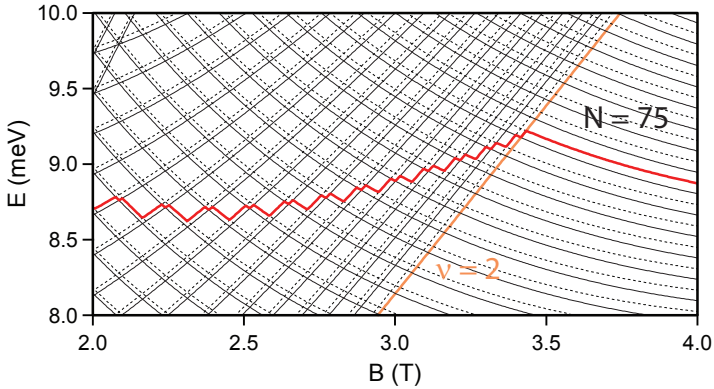


Abbildung 4.9:

Das Fock-Darwin-Spektrum im für die Messung relevanten Magnetfeldbereich und exemplarisch der Verlauf des Zustands für das 75. Elektron (rote Linie). Für einen Füllfaktor $\nu > 2$ zeigt dieser Energieverlauf ein Zickzackmuster. Die Parameter des berechneten Spektrums entsprechen dem Modell aus Kapitel 1.

entsprechenden Ausschnitt aus dem Fock-Darwin-Spektrum. Im beispielhaften Verlauf des Zustands für das 75. Elektron liegt im Wechsel mal das erste, mal das zweite Landau-Niveau energetisch niedriger. Da das zweite Landau-Niveau eine positive Magnetodispersion aufweist, die Energie der Zustände im ersten Landau-Niveau jedoch abnimmt, folgt diese Linie einem regelmäßigen Zickzackmuster. Aufgrund der Zeeman-Aufspaltung unterscheiden sich auch die Übergänge in Abhängigkeit des Spins in ihrer Energie. Alle zwei Wechsel des Landau-Niveaus wechselt daher auch der Spin für den energetisch niedrigsten Zustand. Auf das Zickzackmuster folgt ein gleichmäßiger Abfall der Energiezustände bei Füllfaktor $\nu = 2$, da sich hier die Zustände der Landau-Schalen nicht mehr kreuzen.

4 Dynamik des Mehrkanal-Transports

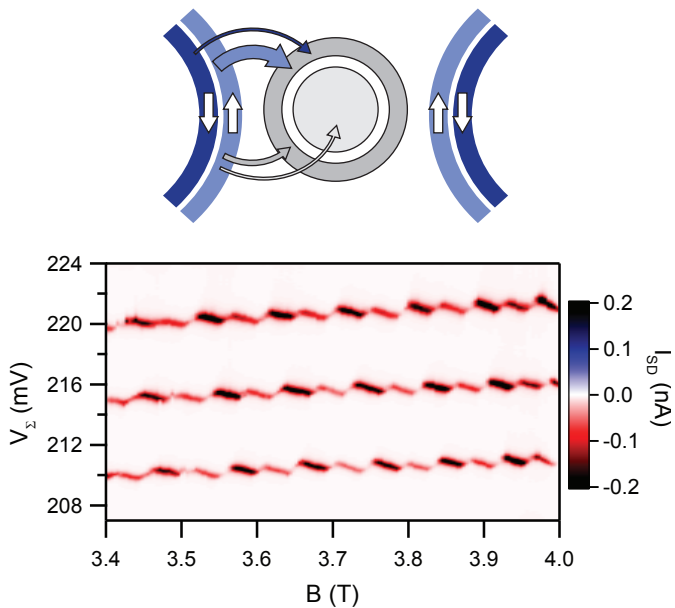


Abbildung 4.10:

Strom I_{SD} in Abhängigkeit von Gatespannung V_{Σ} und Magnetfeld B bei einer geringen, negativen Biasspannung. Für drei aufeinanderfolgende Coulomb-Peaks ist das Zickzackmuster deutlich sichtbar. Darüber zeigt eine schematische Skizze die räumliche Ausdehnung der Zustände in der Zuleitung und im Quantenpunkt, die in Abhängigkeit von Spin (farbige Pfeile) und Landau-Schale (graue Pfeile) zu 4 verschiedenen Tunnelkopplungen führt.

Dieser charakteristische Verlauf ist klar in der Messung zu erkennen [127], wie Abbildung 4.10 veranschaulicht. Die Beschreibung durch das CI-Modell stimmt jedoch nur qualitativ mit der Messung überein, da nur ein geringer Anstieg der Position der Coulomb-Blockadepeaks mit dem Magnetfeld beobachtet werden kann. Eine genauere Modellierung bieten selbstkonsistente Berechnungen unter Berücksichtigung der Coulomb-Wechselwirkungen [127].

Darüber hinaus zeigt Abbildung 4.10 aber auch eine bekannte Modulation [114][115] in der Höhe des gemessenen Stroms. Die in der Abbildung aufwärts verlaufenden Resonanzen der Zustände im zweiten Landau-Niveau sind in der Messung kaum auszumachen und viel schwächer ausgeprägt als die abwärts verlaufenden Resonanzen der Zustände im ersten Landau-Niveau. Zusätzlich lässt sich eine weitere Modulation der Resonanzen innerhalb eines Landau-Niveaus beobachten, die abwechselnd eine Erhöhung und Unterdrückung des Stroms zeigt. Die Ursache für diese Variation der Tunnelkopplung liegt in der räumlichen Trennung der Zustände im Magnetfeld [128]. Im Quantenpunkt können die Energieniveaus als Landau-Schalen veranschaulicht werden. Während sich die erste Landau-Schale bis an den Rand des Quantenpunkts erstreckt, ist die zweite Landau-Schale auf das Zentrum des Quantenpunkts konzentriert. Die Zustände im 2DEG der Zuleitung sind spinpolarisiert und in Randkanälen angeordnet. In Abhängigkeit von der zu besetzenden Landau-Schale und dem Spin des tunnelnden Elektrons ergeben sich so vier Variationen des räumlichen Überlapps der Elektronwellenfunktion und eine entsprechende Modulation der Tunnelkopplungen. In Folge dieser unterschiedlich starken Kopplung kann auch in diesem Bereich negative differentielle Leitfähigkeit auftreten [114].

Da die Transmissionswahrscheinlichkeit für einen Spin deutlich reduziert ist, wird dieses Phänomen auch Spinblockade genannt. Bereits aus diesen Überlegungen heraus ist eine deutliche Signatur dieses Ef-

4 Dynamik des Mehrkanal-Transports

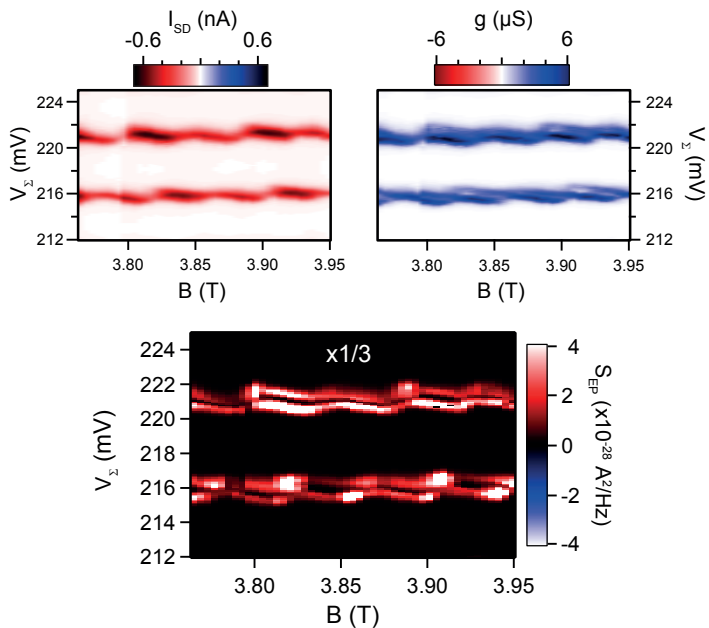


Abbildung 4.11:

Strom (oben links) und differentielle Leitfähigkeit (oben rechts) für zwei Coulomb-Peaks im Bereich der Spinblockade. Darunter ist das Zusatzrauschen im gleichen Bereich dargestellt. Da die Rauschleistung beim oberen Peak einen hohen $1/f$ -Anteil aufweist, wurde die Leistung mit einem Faktor $1/3$ skaliert.

fekts in der Transportdynamik zu erwarten. Um das Schrotrauschen mit ausreichender Genauigkeit zu messen, muss wieder eine kleine Biasspannung angelegt werden. In Abbildung 4.11 lässt sich als Konsequenz in der differentiellen Leitfähigkeit eine Doppelppeak-Struktur erkennen. Bei niedriger Gatespannung sind Zustände mit dem Emitter, bei hoher Gatespannung mit dem Kollektor in Resonanz. Der Strom hingegen zeigt einen einzelnen Coulomb-Blockadepeak.

Unterhalb der Gleichstromcharakterisierung ist das Zusatzrauschen $S_{EP}^{(2)}$ für zwei Coulomb-Peaks dargestellt. Da der obere Peak ein höheres Rauschen aufweist, wurde $S_{EP}^{(2)}$ für den oberen Peak mit einem Faktor $1/3$ skaliert, um die Messwerte mit dem unteren Peak auf einer gemeinsamen Farbskala vergleichen zu können. Im Bereich des oberen Peaks wechselwirken zusätzlich Umladungen einer Störstelle mit der Transkonduktanz und überlagern das Zusatzrauschen um einen $1/f$ -Beitrag. Daher konzentriert sich die folgende Diskussion auf den unteren Peak. Qualitativ lassen sich die diskutierten Strukturen aber auch anhand des oberen Peaks verfolgen. Die Resonanzen mit den Zuleitungen lassen sich gut anhand des Super-Poisson-Rauschens identifizieren. Sub-Poisson-Rauschen kann hingegen nicht beobachtet werden. Die größte Überhöhung des Schrotrauschens wird für Resonanzen mit der zweiten Landau-Schale festgestellt, die zusammen mit der Spinblockade für die stärkste Unterdrückung der Transmission sorgen.

Die Peaks im Zusatzrauschen lassen ein weiteres regelmäßiges Muster erkennen. Für aufeinanderfolgende Resonanzen mit der zweiten Landau-Schale liegt der Peak abwechselnd bei der Kollektor- und Emitterresonanz. Diese Abfolge lässt einen Zusammenhang mit dem Spin vermuten. In dem durch die Biasspannung vorgegebenen Transportfenster befindet sich, wie in Abbildung 4.12 schematisch angedeutet, mindestens ein Übergang in einen angeregten Zustand. Dabei unterscheidet sich der erste angeregte Zustand im Spin von dem Grundzu-

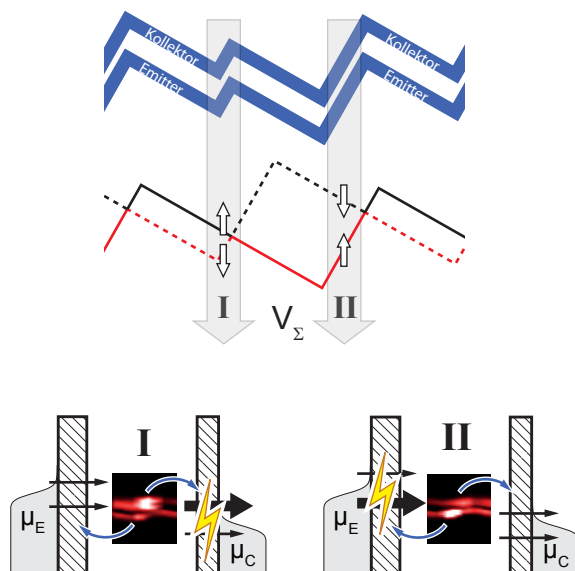


Abbildung 4.12:

Energieschema des Anregungsspektrums in der Spinblockade. Die blauen Linien repräsentieren die Resonanzen mit beiden Zuleitungen in der differentiellen Leitfähigkeit. Darunter ist in rot der Grundzustand, in schwarz der erste angeregte Zustand dargestellt. Gestrichelte und durchgezogene Linien symbolisieren dabei den Spin. Für Tunnelvorgänge in die zweite Landau-Schale in den grau unterlegten Bereichen werden diese beiden Zustände mithilfe der Gatespannung V_Σ energetisch durch das Transportfenster geschoben. Die Bereiche I und II unterscheiden sich dabei in ihrer Spinkonfiguration und es kommt zu unterschiedlichen Blockadeeffekten in der Resonanz mit den Zuleitungen.

stand. Da sich die beiden Spinzustände in den grau unterlegten Bereichen überkreuzen und an einem Punkt energetisch entartet sind, liegen diese beiden Zustände auf jeden Fall gleichzeitig im Transportfenster.

Mit steigender Gatespannung gelangen diese beiden Zustände zuerst mit dem Emitter und anschließend mit dem Kollektor in Resonanz. In der Abbildung ist dabei der Spin-down Zustand stets blockiert. Zusammen mit der Fermi-Verteilung der Zustände in der Zuleitung ergeben sich effektive Tunnelkopplungen, die in der Abbildung durch die Liniendicke der Pfeile symbolisiert werden. Im Bereich I ergibt sich somit der größte Unterschied in der Stärke der Kopplung bei der Kollektorresonanz, da der stark koppelnde Spinzustand energetisch höher liegt. Im Bereich II hat sich die Situation jedoch umgedreht. Nun liegt der blockierte Spinzustand energetisch höher und unterbricht den Strom durch den Spin-up Zustand. Die aufeinanderfolgende Umkehr der Spins vom Grundzustand und erstem angeregten Zustand stellt also die Ursache für das Muster im Zusatzrauschen dar. Die gegenseitige dynamische Coulomb-Blockade bewirkt die positive Korrelation der Tunnelereignisse im nicht blockierten Zustand.

4.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurde der Einfluss der Coulomb-Wechselwirkung auf die Dynamik des Transports durch ein Spektrum von Transportkanälen untersucht. Das Anregungsspektrum von Quantenpunkten zeichnet sich dabei zum einen durch eine hohe Komplexität aus, bietet aber zum anderen, zusammen mit den kontrollierenden Gatespannungen, auch eine Vielzahl von unterschiedlichen Konfigurationen für den Transport. Ein weitreichendes Verständnis der Wechselwirkungen kann mit dem Mechanismus der dynamischen Blockade erreicht werden. Die Beispiele des unterdrückten Grundzustands im Coulomb-Blockadebereich und die negative differentielle Leitfähigkeit zeigen je-

4 Dynamik des Mehrkanal-Transports

doch, dass kein einfacher Zusammenhang zwischen blockiertem Zustand und korreliertem Transport hergestellt werden darf. Die Spinblockade im Magnetfeld illustriert allerdings auch, dass das komplexe Zusammenspiel von Spin, Einschlusspotential und Transportfenster anschaulich nachvollzogen werden kann.

Auch eine Simulation des Systems mithilfe einer Master-Equation im Rahmen des CI-Modells erweist sich als hilfreich für das qualitative Verständnis. Um eine genaue Vorstellung der Tunnelvorgänge zu bekommen, ist aber eine bessere Beschreibung der möglichen Übergänge unter Berücksichtigung der Wechselwirkungen im Quantenpunkt notwendig. Die Spektroskopie mithilfe des Schrotrauschens lässt also die interne Struktur im Quantenpunkt im besonderen Maße sichtbar werden.

5

Kapitel 5

Stromfluktuationen in einem QPC

Die Nanostrukturierung eines zweidimensionalen Elektronengases erlaubt es, eine Engstelle zu schaffen, in der die mittlere freie Weglänge der Elektronen größer ist als die effektive Länge des Transportkanals und dessen Längenausdehnung eher in der Größenordnung der Elektronenwellenfunktion liegt. In solch einer Engstelle, die auch als Quantenpunktkontakt (QPC) bezeichnet wird, lässt sich eindimensionaler ballistischer Transport beobachten.

Die Charakteristik des ballistischen Transports durch einen QPC zeichnet sich durch ein Stufenmuster in der Abhängigkeit der differentiellen Leitfähigkeit von der Gatespannung der Engstelle aus. Bei tiefen Temperaturen ist die Leitfähigkeit auf Plateaus bei ganzzahligen Vielfachen von $2e^2/h$ quantisiert. Der Widerstand des QPCs kann im Rahmen des Landauer-Büttiker-Formalismus als Transmission durch einzelne Transportmoden verstanden werden. Jede transversale Mode n liefert dabei einen Beitrag von e^2/h , gewichtet mit der jeweiligen

Transmissionswahrscheinlichkeit \mathcal{T}_n :

$$g = 2 \sum_n \mathcal{T}_n \frac{e^2}{h} \quad (5.1)$$

Der Faktor 2 wird durch die Spinartung verursacht und im Magnetfeld aufgehoben, so dass die Plateaus dann bei e^2/h liegen.

Neben dieser Quantisierung kann häufig eine weitere Struktur beobachtet werden, die sogenannte 0.7 Anomalie, die als Zwischenstufe bei $0.7 \times 2e^2/h$ in Form einer Schulter erkennbar wird. Mit steigendem Magnetfeld geht diese Struktur gleichmäßig in das Leitfähigkeitsplateau bei $0.5 \times 2e^2/h$ über und zeigt somit eine Verbindung zu der Spinpolarisation bei hohen Magnetfeldern [129]. Darüber hinaus zeichnet sich die 0.7 Anomalie durch eine besondere Temperaturabhängigkeit aus. Während die Leitfähigkeitsplateaus mit sinkender Temperatur ausgeprägter werden, verschwindet die 0.7 Anomalie. Im Gegensatz dazu kann die 0.7 Anomalie noch bei hohen Temperaturen beobachtet werden, bei denen die Leitfähigkeitsquantisierung nicht mehr sichtbar ist [130]. Die genaue physikalische Ursache der 0.7 Anomalie konnte bislang nicht eindeutig identifiziert werden. Bisherige Erklärungen konzentrieren sich auf eine spontane Spinpolarisation [130][131][132][133][134][135]. Es gibt allerdings auch andere Ansätze, zum Beispiel die Coulombwechselwirkung mit einem gebundenen Zustand, die zu Singlet- und Triplet-Resonanzen bei $0.25 \times 2e^2/h$ und $0.75 \times 2e^2/h$ führt [136]. Neben diesen theoretischen Vorhersagen konnten auch in experimentellen Untersuchungen Strukturen bei $0.3 \times 2e^2/h$ gemessen werden [137][138]. Beobachtungen eines Peaks in der Leitfähigkeit bei einer Biasspannung von 0 V legen darüber hinaus einen Zusammenhang mit dem Kondo-Effekt nahe [139].

Als Ursache für die Leitfähigkeitsanomalie führen viele dieser Modelle das Vorhandensein von zwei Transportkanälen mit unterschiedlicher Transmissionswahrscheinlichkeit an. Das Stromverteilungsrau-

schen bietet einen Zugang, diese Eigenschaft zu untersuchen [11][140][12][141][66][142]. Die Rauschunterdrückung für einen Transportkanal ist dabei proportional zur Transmissionswahrscheinlichkeit $(1 - \mathcal{T})$.

5.1 Beschreibung des Experiments

Die in diesem Kapitel vorgestellten Messungen wurden an einem AFM-gravierten QPC durchgeführt [143][144]. Dabei handelt es sich um eine Nanostruktur, bei der mit einer Diamantspitze Material von der Oberfläche einer GaAs/AlGaAs-Heterostruktur abgetragen wurde. Die dabei entstandenen etwa 10 nm tiefen und 90 nm breiten Gräben verarmen das etwa 57 nm tief liegende 2DEG. Bei der Heterostruktur handelt es sich um das Material Bochum 1129 mit einer Elektronendichte bei 4.2 K von $4 \times 10^{15} \text{ m}^{-2}$ und einer Mobilität von $107 \text{ m}^2/\text{V s}$. Die Breite der mit der Diamantspitze erzeugten Engstelle beträgt ca. 500 nm. Die Zuleitungen, die wieder als Source und Drain bezeichnet werden, sind mit Koplanarleitungen mit einer Impedanz von 50Ω verbunden. Da für den Rauschmessaufbau allerdings nur die Kapazität zur Masse die entscheidende Größe darstellt, waren die Masseflächen der Koplanarleitung bei dieser Messung nicht geerdet, um diese Kapazität möglichst klein zu halten.

Die beiden In-Plane-Gates, die die Engstelle formen und das Potential des QPCs kontrollieren, wurden zusammengeschaltet. Die Gate-Spannung wird als V_G bezeichnet und zum Sourcekontakt referenziert. Die mit den Probenkontakten verbundene experimentelle Messapparatur entspricht dem in Kapitel 2 vorgestellten Aufbau.

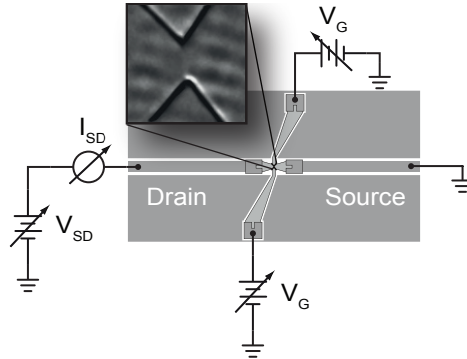


Abbildung 5.1:

Schematische Skizze der Probe mit den Anschlüssen für die Steuerspannungen und Messsignale und einer AFM-Aufnahme einer gravierten Engstelle [144]. Der Tieftemperaturverstärkeraufbau für die Rauschmessungen ist, wie in Kapitel 2 beschrieben, mit den Source- und Drain-Kontakten verbunden.

5.2 Charakterisierung des AFM-gravierten QPCs

Die Transmission durch den QPC wird über die Gatespannung gesteuert. Zur Charakterisierung der Engstelle wurde daher die differentielle Leitfähigkeit in Abhängigkeit der anliegenden Gatespannung gemessen. In Abbildung 5.2 ist das Ergebnis einer solchen Messung für verschiedene Parameter dargestellt. Alle Kurven wurden bei einer Temperatur von 100 mK aufgenommen. Die rote Kurve zeigt die differentielle Leitfähigkeit bei einer Biasspannung $V_{SD} = 0$ V in Einheiten von $2e^2/h$. Dabei muss der große Serienwiderstand des Messaufbaus berücksichtigt werden, der sich aus der kryogenen Filterschaltung, dem Innenwiderstand des Stromverstärkers und dem Kontaktwi-

5.2 Charakterisierung des AFM-gravierten QPCs

derstand der Probe zusammensetzt. Das Verhältnis dieses Serienwiderstands zum Probenwiderstand bestimmt die tatsächlich an der Probe anliegende Oszillatoramplitude, aus der sich die differentielle Leitfähigkeit mittels Lock-In-Technik berechnet. Da der Probenwiderstand bei geöffneter Engstelle deutlich kleiner als der Serienwiderstand ist, fällt entsprechend auch nur ein geringer Bruchteil der eigentlichen Oszillatoramplitude an der Probe ab. Die Genauigkeit der Messung ist also von der Gatespannung abhängig und nimmt mit positiv-steigender Gatespannung ab.

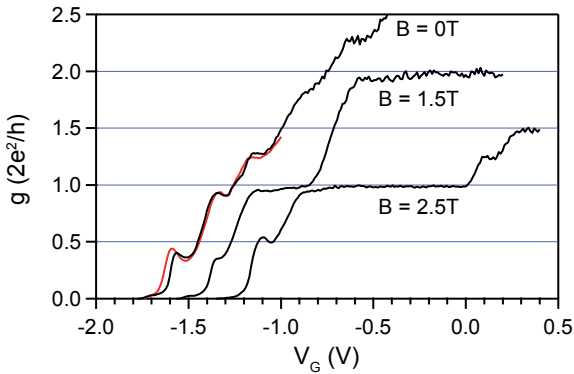


Abbildung 5.2:

Dargestellt ist die differentielle Leitfähigkeit (rot) bei einer Biasspannung von 0 mV und einem Magnetfeld von 0 T. Jeweils verschoben sind drei Kennlinien (schwarz) bei einer Biasspannung von 1 mV und einem Magnetfeld von 0 T, 1.5 T und 2.5 T.

Der Verlauf der Kennlinie zeigt, dass bei dieser Probe die Leitfähigkeitsplateaus nur schwach ausgeprägt sind. Dafür sind zusätzliche Modulationen bei Bruchteilen von $2e^2/h$ erkennbar. In einem senkrecht zur Probenebene angelegten Magnetfeld erhöht sich das effektive Ein-

schlusspotential und die Leitfähigkeitsplateaus werden deutlich sichtbar. Abbildung 5.2 zeigt drei Kennlinien bei einer Biasspannung von 1 mV und einem Magnetfeld von 0 T, 1.5 T und 2.5 T. Bei allen in Abbildung 5.2 dargestellten Kurven wurde ein Serienwiderstand von 140 k Ω (134 k Ω + 6 k Ω Kontaktwiderstand) angenommen. Außer den ausgeprägten Leitfähigkeitsplateaus zeigt sich im Magnetfeld, dass die Modulation unterhalb des ersten Plateaus bei $0.4 \times 2e^2/h$ in das spinpolarisierte Plateau bei $0.5 \times 2e^2/h$ übergeht. Zusätzlich erscheint bei $1.25 \times 2e^2/h$ noch eine weitere Struktur.

Bei der Abhängigkeit aller Kennlinien von der Gatespannung ist ein weiterer Effekt zu berücksichtigen. Die spitz zulaufende Form der In-Plane-Gates bewirkt eine Verarmung innerhalb der Gateelektroden und damit eine verringerte Kopplung der Gates an die Engstelle mit zunehmender Gatespannung [145][144]. Dementsprechend erscheinen alle Strukturen, insbesondere unterhalb des ersten Leitfähigkeitsplateaus, in allen folgenden Darstellungen in diesem Kapitel gegenüber der Gatespannung gestreckt.

Neben der Gatespannung hängt die Transmission der Engstelle auch von der Biasspannung ab. Abbildung 5.3 zeigt Messungen, bei denen sowohl die Gate- als auch die Biasspannung verändert wurde. Die Schrittweite der Gatespannung betrug 5 mV. Dicht beieinanderliegende Kurven kennzeichnen dabei die Plateaus der differentiellen Leitfähigkeit. In dieser Abbildung wird besonders deutlich, dass die Transmission bei diesem QPC über das einfache Einteilchenmodell mit der regelmäßigen Leitfähigkeitsquantisierung hinausgeht. Der mit steigender Gatespannung sich verjüngende Verlauf stammt von dem großen Serienwiderstand, der den tatsächlich an der Probe anliegenden Biasspannungsbereich einschränkt. Neben den bereits diskutierten Strukturen bei $V_{SD} = 0$ V werden weitere Plateaus bei endlicher Source-Drain-Spannung sichtbar. Besonders auffällig ist der Übergang der Struktur von $0.4 \times 2e^2/h$ zu $0.8 \times 2e^2/h$. Ein entsprechender Ver-

5.2 Charakterisierung des AFM-gravierten QPCs

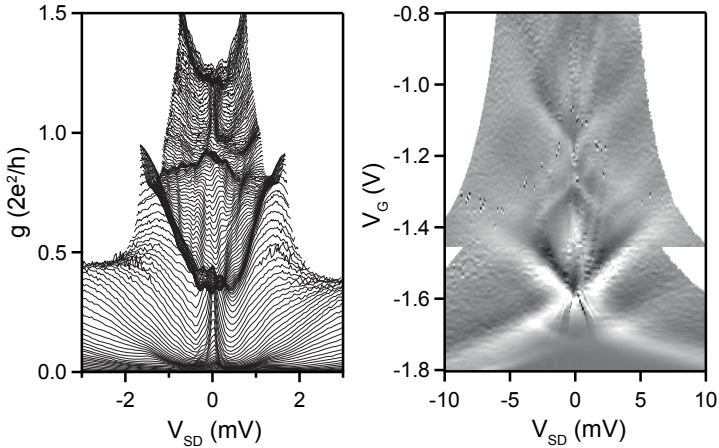


Abbildung 5.3:

Die Abhängigkeit der differentiellen Leitfähigkeit von der Biasspannung V_{SD} (links) und die Ableitung $\frac{dg}{dV_g}$ (rechts). Der gemessene Wert der Leitfähigkeit wurde mit einem Serienwiderstand von $134\text{ k}\Omega$ korrigiert. In beiden Darstellungen sind jeweils zwei Einzelmessungen überlagert. In der Darstellung der Ableitung kennzeichnen helle Bereiche eine große Steigung, dunkle Bereiche die Plateaus.

lauf wurde bereits häufig mit der 0.7 Anomalie in Verbindung gebracht [66], obgleich der gemessene Leitfähigkeitswert auf dem Plateau davon abweicht. Allerdings konnten in eingehenden Untersuchungen der Biasabhängigkeit [146] bereits ähnliche Abweichungen in den Leitfähigkeitswerten beobachtet werden. Auch ein schwach gebundener Zustand kann, wie bereits in der Einleitung erwähnt, Resonanzen bei den beobachteten Werten verursachen [136].

Unterhalb von $0.5 \times 2e^2/h$ zeigt sich ein Peak bei einer Biasspannung von 0 V . Dieser Peak wird auch als Zero-Bias-Anomalie bezeich-

net [139][147] und wurde ebenfalls häufig bei Untersuchungen der 0.7 Struktur bei tiefen Temperaturen beobachtet. Diese Anomalie wird mit dem Kondo-Effekt in Quantenpunkten in Verbindung gebracht. In Probengeometrien, die die Ausbildung eines gebundenen Zustands begünstigen, ließen sich Zero-Bias-Anomalie und 0.7 Anomalie isolieren [135]. Diese Beobachtung legt eine Unterscheidung zwischen Kondo-Effekt und 0.7 Struktur nahe. Ein Zusammenhang zwischen einem gebundenen Zustand und der 0.7 Anomalie bleibt aber weiterhin ungeklärt.

In Abbildung 5.3 ist die Ableitung dg/dV_g dargestellt. Um diese Ableitung hinsichtlich der Gatespannung zu berechnen, müssen die Messdaten zunächst auf einem einheitlichen Gitter von Biasspannung und Gatespannung interpoliert werden, da die Biasspannungsachse für alle gemessenen Kurven unterschiedlich ist. Anschließend kann dann die Ableitung durch einfaches Differenzieren berechnet werden. Das einfache Einteilchenmodell lässt rautenförmige Strukturen für die quantisierte Leitfähigkeit erwarten. Derartige Strukturen sind in der Abbildung erkennbar, wenn auch nur schwach ausgeprägt. Im Gegensatz dazu treten innerhalb dieser Rauten die Plateaus bei $0.8 \times 2e^2/h$ deutlich hervor. Die Ausdehnung der Rauten gibt den energetischen Abstand der Subbänder an. Aus der dargestellten Messung ergibt sich ein Wert von ca. 5 meV, in Übereinstimmung mit vorherigen Untersuchungen von AFM-strukturierten QPCs [144][113].

Der Vergleich von positiver und negativer Biasspannung zeigt Unterschiede im Verlauf der Leitfähigkeit. Bei niedriger positiver Biasspannung sind zusätzliche Strukturen zu erkennen. Bei hoher Biasspannung liegen die Plateaus bei unterschiedlichen Leitfähigkeitswerten. Bei positiver Polarität zeigen sich zwei Plateaus bei $0.4 \times 2e^2/h$ und $0.2 \times 2e^2/h$, während bei negativer Polarität nur ein Plateau, dessen Quantisierung von der Biasspannung abhängt, auftritt. Eine derartige Asymmetrie konnte bereits häufig beobachtet werden [130][66][148]. Als

Ursache werden ein zusätzlicher Gateeffekt durch die Source-Drain-Spannung [130] oder zusätzliche elektrostatische Effekte im Abschnürbereich diskutiert.

5.3 Messung der Stromfluktuationen

Während die differentielle Leitfähigkeit proportional zur mittleren Transmissionswahrscheinlichkeit ist, bietet das Stromverteilungsrauschen einen weitergehenden Zugang zu den Transmissionseigenschaften der Engstelle. Die Messung des Stromverteilungsrauschens erfolgt dabei wieder mit dem bereits in Kapitel 2 vorgestellten Aufbau über eine Korrelationsmessung der Rauschleistung $S^{(2)}$. Bei endlicher Temperatur und Biasspannung setzt sich die gemessene Rauschleistung im Allgemeinen aus zwei Beiträgen zusammen: dem thermischen Emissionsrauschen der Zuleitungen und dem Stromverteilungsrauschen. In Abhängigkeit von der Biasspannung ist daher ein Übergang von einem quadratischen zu einem linearen Verlauf zu erwarten, entsprechend einem Übergang von Johnson-Nyquist-Rauschen zu Schrotrauschen. Der gemessene Biasbereich wurde folglich so gewählt, dass dieser Übergang im qualitativen Verhalten sichtbar bleibt. In diesem Experiment beträgt der Spannungsbereich in Einheiten von $k_B T$ ungefähr $20 k_B T$, wobei ein Bereich von $5 k_B T$ für die wesentlichen Strukturen ausreicht. Bei zu großer Biasspannung sind zusätzliche Heizeffekte durch den großen Strom zu erwarten, die zu einem Anstieg des thermischen Rauschbeitrags führen [12]. Um bei dem großen Serienwiderstand der kalten Filterschaltung einen konstanten Spannungsbereich abzudecken, wurde für jede Gatespannung zunächst eine DC-Charakterisierung durchgeführt und aus diesen Daten die Biasspannungen für jeweils 21 Messpunkte berechnet.

Bei 0 V Biasspannung verschwindet der zum Strom proportionale Schrotrauschterm und es verbleibt nur der Johnson-Nyquist-Term.

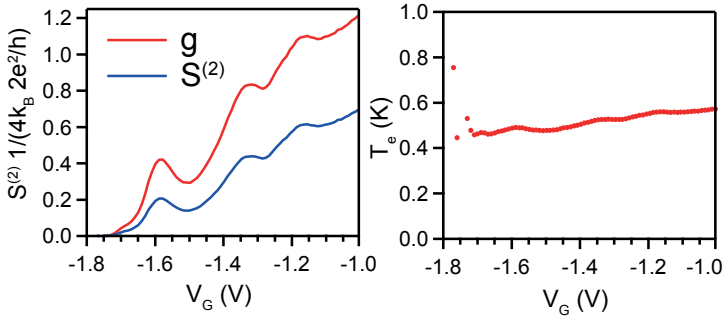


Abbildung 5.4:

Die Rauschleistung $S^{(2)}(V_{SD} = 0)$ und die differentielle Leitfähigkeit der Probe $g(V_{SD} = 0)$ inklusive der Zuleitungswiderstände. Für eine gemeinsame Darstellung wurde die Rauschleistung mit $1/(4k_B 2e^2/h)$ und die Leitfähigkeit mit $2e^2/h$ gewichtet. Der rechte Graph zeigt die Elektronentemperatur aus $S^{(2)} = 4k_B T g$.

Abbildung 5.4 zeigt die gemessene Rauschleistung $S^{(2)}(V_{SD} = 0)$. Zum Vergleich ist die differentielle Leitfähigkeit des QPCs inklusive des Widerstands der Zuleitungen aufgetragen. Qualitativ folgt das thermische Rauschen genau der differentiellen Leitfähigkeit. Die Johnson-Nyquist-Formel $S^{(2)} = 4k_B T g$ verbindet Rauschen und differentielle Leitfähigkeit mit der Elektronentemperatur als Proportionalitätsfaktor. Neben der Rauschleistung ist in Abbildung 5.4 die aus der Messung bestimmte Elektronentemperatur dargestellt, die deutlich über den erwarteten 100 mK liegt. Der Wert von 100 mK wurde aus der Rauschthermometrie bestimmt und gibt somit die Elektronentemperatur in den beiden Detektorwiderständen an. Es erscheint unwahrscheinlich, dass die Probe, die sich direkt zwischen den beiden Detektorwiderständen befindet, eine so viel höhere Elektronentemperatur aufweist als diese Widerstände. Die Ursache für diese scheinbar erhöhte Elektronentem-

peratur lässt sich anhand dieser Messung nicht aufklären. In Abbildung 5.5 ist daher zum Vergleich das gemessene Rauschsignal dargestellt, einmal aufgetragen gegenüber der anliegenden Biasspannung, einmal in Abhängigkeit vom gemessenen Source-Drain Strom.

In der Abhängigkeit von der Biasspannung lässt sich feststellen, dass das Rauschen den erwarteten Übergang von einem quadratischen zu einem linearen Verlauf zeigt. Mit positiv steigender Gatespannung wächst auch die differentielle Leitfähigkeit und somit das thermische Rauschen des QPCs. Die gemessenen Rauschleistungskurven erscheinen entsprechend verschoben. Die Konzentration der Linien korrespondiert dabei, wie schon bei der Darstellung der differentiellen Leitfähigkeit, mit den quantisierten Plateaus und den zusätzlich auftretenden Strukturen. Auf dem ersten $2e^2/h$ Plateau fällt zudem auf, dass hier die Rauschleistung nicht mit steigender Biasspannung bzw. steigendem Strom zunimmt. Die Unterdrückung des Schrotrauschens in einem QPC wird damit bereits in dieser Darstellung des reinen Messsignals direkt sichtbar.

In der Darstellung gegenüber dem Source-Drain-Strom ist zusätzlich ein Kegel für $2eI$, dem Poisson-Rauschen, eingezeichnet. Laut Theorie erwartet man für den ballistischen Transport durch eine Engstelle eine Reduktion unter den Wert des Poisson-Rauschens. Dieser Kegel stellt somit das Maximum der erwarteten Rauschamplitude dar und die Steigung der gemessenen Rauschkurven sollte daher nicht größer sein, als die Steigung der gestrichelten $2eI$ -Linien. Die Messwerte entsprechen genau diesem erwarteten Verhalten. Bei nahezu geschlossenem QPC liegen die Messwerte auf dem Kegel. Mit zunehmend geöffnetem QPC ist die Steigung zunehmend flacher, das Rauschen ist gegenüber dem Poisson-Rauschen unterdrückt.

Um das Stromverteilungsrauschen zu quantifizieren, gibt es zwei Ansätze: Fano-Faktor und Noise-Faktor. Der Fano-Faktor wurde bereits im Theoriekapitel als das Verhältnis von gemessener Rauschleistung

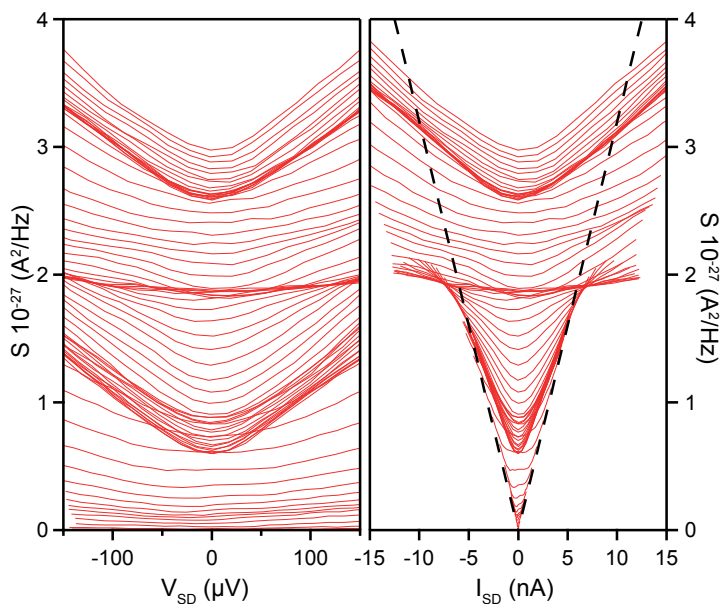


Abbildung 5.5:

Die Rauschleistung $S^{(2)}$ als Funktion der Biasspannung V_{SD} (links) und des Source-Drain-Stroms I_{SD} (rechts) für Gatespannungen von -1 V bis -1.8 V . Die gestrichelte Linie markiert das volle Poisson-Rauschen $2eI$.

zum Poisson-Rauschen vorgestellt:

$$F^{(2)} = \frac{S^{(2)}}{2eI} = \sum_n \mathcal{T}_n(1 - \mathcal{T}_n) / \sum_n \mathcal{T}_n \quad (5.2)$$

Zur Beschreibung des Stromverteilungsrauschens mithilfe dieses Fano-Faktors wurden die Transmissionswahrscheinlichkeiten als energieunabhängig angenommen (siehe Kapitel 1) und das Zusatzrauschen als Differenz zu $4k_B T g(0)$ betrachtet. In Abbildung 5.3 zeigt der nichtlineare Verlauf der differentiellen Leitfähigkeit jedoch, dass im Experiment diese Annahme innerhalb des betrachteten Spannungsbereichs nicht vollständig erfüllt wird. Roche et al. [141] ziehen daher zusätzlich noch einen Korrekturterm ab, der die geänderte differentielle Leitfähigkeit bei V_{SD} berücksichtigen soll:

$$\Delta S^{(2)} = \frac{2e^2}{h} k_B T [\tilde{g}(I)^2 - \tilde{g}(0)^2] \quad (5.3)$$

mit $\tilde{g} = g/\frac{e^2}{h}$. Diese Korrektur wird dadurch begründet, dass das Stromrauschen nicht nur einen thermischen Anteil proportional zu \mathcal{T} ($4k_B T g = 4k_B T \frac{e^2}{h} \sum_n \mathcal{T}_n$) sondern auch zu \mathcal{T}^2 enthält. DiCarlo et al. [66] nähern hingegen das Zusatzrauschen durch die Differenz zu $4k_B T g(V_{SD})$ anstelle von $4k_B T g(0)$. In der folgenden Auswertung der Messergebnisse wurde diese einfache Näherung angewendet.

Der Fano-Faktor ergibt sich dann aus einem Fit mit

$$S_E^{(2)} = F^{(2)} \left[2eI \coth \left(\frac{eV_{SD}}{2k_B T} \right) - 4k_B T g(V_{SD}) \right]. \quad (5.4)$$

Abbildung 5.6 zeigt exemplarisch einen solchen Fit des Zusatzrauschens. Die Abhängigkeit vom Strom wird von Gleichung 5.4 sehr gut beschrieben. Aus diesem Fit wurde eine Elektronentemperatur von

5 Stromfluktuationen in einem QPC

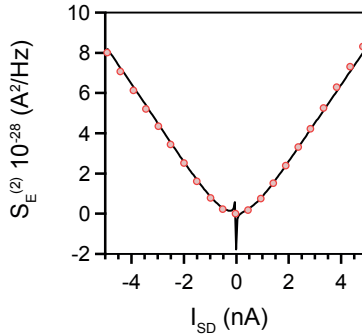


Abbildung 5.6:
Zusatzrauschen und der Fit mit Gleichung 5.4.

150 mK bestimmt. Dieser Wert erscheint im Vergleich mit der Temperatur der Detektorwiderstände plausibel. Die Diskrepanz zum thermischen Untergrund lässt sich innerhalb des betrachteten einfachen Modells nicht erklären.

An dem Fit aus Abbildung 5.6 lässt sich ein weiteres Problem von Gleichung 5.4 ablesen, die einen Term $I * \coth(V)$ enthält. Im Limes Strom und Spannung gegen 0 ergibt sich mathematisch zwar ein Grenzwert von 0, allerdings führen leichte Schwankungen der gemessenen Werte schnell zu einer Divergenz, da $\coth(x)$ für $x \rightarrow 0$ divergiert.

Um den Fit nicht zu verfälschen, wurde daher der Messpunkt bei 0 V Biasspannung von der Auswertung ausgenommen. Das Ergebnis, der Fano-Faktor als Funktion der Gatespannung, ist in Abbildung 5.7 dargestellt. Im Abschnürbereich nähert sich der Fano-Faktor einem Wert von 1 an, gleichbedeutend mit vollem Poisson-Rauschen. Mit zunehmend geöffneter Engstelle und damit mit ansteigender Transmission fällt der Fano-Faktor, wenn auch nicht monoton, bis zu seinem globa-

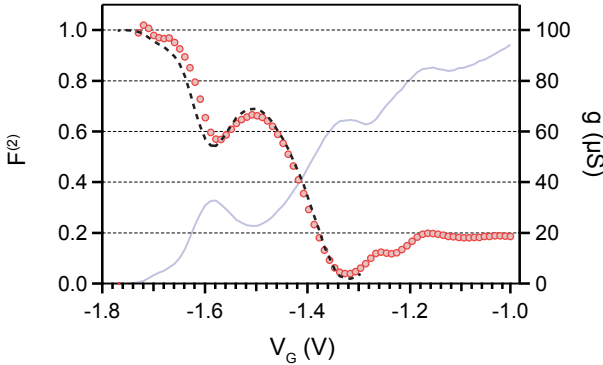


Abbildung 5.7:

Der Fano-Faktor $F^{(2)}$ (rote Kreise), die differentielle Leitfähigkeit der Probe (blau) und der aus der mittleren Transmission der Leitfähigkeit bestimmte Fano-Faktor (schwarz gestrichelt).

len Minimum auf dem ersten Leitfähigkeitsplateau bei $V_G = -1.32$ V. Ein Fano-Faktor von 0 kennzeichnet eine Transmissionswahrscheinlichkeit von 1 und damit entspricht dieses grundsätzliche Verhalten genau dem einfachen Einteilchenmodell. Darüber hinaus spiegelt sich auch die Modulation der differentiellen Leitfähigkeit bei $0.4 \times 2e^2/h$ im Fano-Faktor wieder. Um einen Zusammenhang dieser Modulation mit einer etwaigen Spinpolarisation zu überprüfen, muss die Reduktion des Fano-Faktors mit einem einfachen Modell verglichen werden. Aus der mittleren Transmissionswahrscheinlichkeit der Leitfähigkeit ergibt sich eine einfache Abschätzung des Fano-Faktors nach Gleichung 5.4 (gestrichelte Linie in Abbildung 5.7). Während in Experimenten zur 0.7 Anomalie eine deutliche Unterdrückung im Vergleich zu diesem einfachen Einteilchenmodell beobachtet wurde [141][66], ist hier keine Reduktion des Fano-Faktors festzustellen. Dies deutet daraufhin,

dass die Anomalie in der Leitfähigkeit nicht zwei unterschiedlichen Transmissionskanälen zugeordnet werden kann.

Der Noise-Faktor stellt eine weitere Möglichkeit dar, die Rauschleistung im gemessenen Spannungsbereich zu quantifizieren. Während der Fano-Faktor eine Zuordnung zum Source-Drain-Strom herstellt, wird beim Noise-Faktor nur die Biasabhängigkeit betrachtet.

Der Noise-Faktor wird definiert als [66]

$$\mathcal{N} = \frac{1}{2} \sum_n \mathcal{T}_n (1 - \mathcal{T}_n) \quad (5.5)$$

und entspricht damit dem Fano-Faktor multipliziert mit $\sum_n \mathcal{T}_n$. Der Vorfaktor von $1/2$ berücksichtigt die spinentartete Transmission. Folglich kann der Noise-Faktor Werte zwischen 0 und 0.25 annehmen. Der Vorteil dieser Definition besteht darin, dass die Division durch die im Abschnürbereich verschwindende Transmissionswahrscheinlichkeit vermieden wird. Die Lösung des Integrals über die Transmissionswahrscheinlichkeit (siehe Kapitel 1) kann mittels Noise-Faktor einfach geschrieben werden als

$$S_E^{(2)} = \mathcal{N} 2 \frac{2e^2}{h} \left[eV_{SD} \coth \left(\frac{eV_{SD}}{2k_B T} \right) - 2k_B T \right]. \quad (5.6)$$

Abbildung 5.8 zeigt wieder beispielhaft einen Fit des Zusatzrauschens mit Gleichung 5.6. Als Elektronentemperatur ergibt sich dabei ebenfalls 150 mK. Die Divergenz bei null Biasspannung tritt hier nicht auf, da $S_E^{(2)}$ in Gleichung 5.6 nur von der Biasspannung abhängt. Der resultierende Noise-Faktor in Abhängigkeit von der Gatespannung ist in Abbildung 5.9 dargestellt.

Der Noise-Faktor verschwindet auf dem Plateau bei $2e^2/h$ und hat sein Maximum bei $0.5 \times 2e^2/h$. Auch hier kann wieder die Anomalie

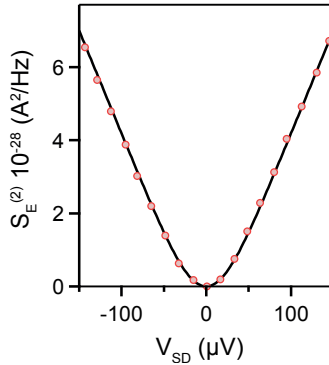


Abbildung 5.8:
Zusatzrauschen und der Fit mit Gleichung 5.6.

bei $0.4 \times 2e^2/h$ mit dem einfachen, aus der mittleren Transmissionswahrscheinlichkeit berechneten Modell verglichen werden. Das Ergebnis ist konsistent zur Analyse durch den Fano-Faktor. Die Modulation der differentiellen Leitfähigkeit geht nicht mit einer Reduktion des Noise-Faktors einher. Der im Experiment beobachtete und maximal erreichbare Wert von 0.25 kann nur bei gleicher Transmissionswahrscheinlichkeit beider Spinkanäle auftreten. Dieses Ergebnis ist insofern erstaunlich, da die DC-Charakterisierung eine Verbindung mit der 0.7 Anomalie nahelegt, die im Allgemeinen auf unterschiedliche Transmission zurückgeführt wird [142].

5.4 Zusammenfassung

In diesem Kapitel wurden die Transmissionseigenschaften des Transports durch eine AFM-gravierte Engstelle untersucht. Die Probe zeigt nur eine schwache Quantisierung der differentiellen Leitfähigkeit, was

5 Stromfluktuationen in einem QPC

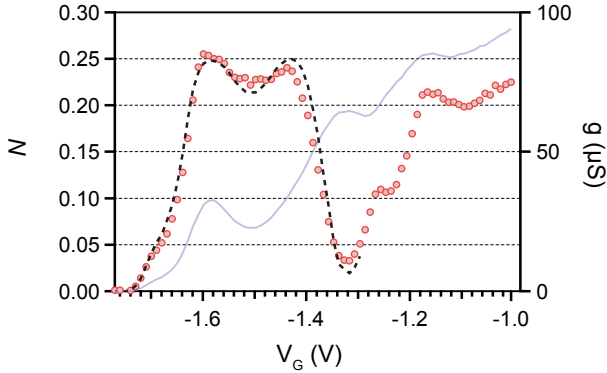


Abbildung 5.9:

Der Noise-Faktor \mathcal{N} (rote Kreise), die differentielle Leitfähigkeit der Probe (blau) und der aus der mittleren Transmission der Leitfähigkeit bestimmte Fano-Faktor (schwarz gestrichelt).

einen Hinweis auf einen abrupten Potentialverlauf der Engstelle darstellt. Unterhalb des ersten Leitfähigkeitsplateaus sind deutliche Modulationen der differentiellen Leitfähigkeit zu erkennen. Derartige Strukturen werden häufig mit der 0.7 Anomalie assoziiert. Auch das qualitative Verhalten dieser Modulationen in der Biasabhängigkeit scheint im Blick auf diese Vermutung konsistent zu sein.

Die Auswertung des gemessenen Stromverteilungsrauschens veranschaulicht einerseits die Problematik starker Nichtlinearitäten bei der Analyse, da in der Theorie stets von einer energieunabhängigen Transmissionswahrscheinlichkeit ausgegangen wird. Andererseits sieht man aber auch in den wesentlichen Strukturen eine gute Übereinstimmung mit dem Einteilchenmodell, was beweist, dass auch unter diesen Bedingungen eine Rauschmessung möglich ist. Obwohl die Quantisierung in der Leitfähigkeit wenig ausgeprägt erscheint, konnte doch ei-

ne nahezu vollständige Unterdrückung des Stromverteilungsrauschens festgestellt werden, gleichbedeutend mit der Transmissionswahrscheinlichkeit von 1. Das Stromverteilungsrauschen lässt sich mit dem Fano-Faktor oder dem Noise-Faktor quantifizieren. Ein Vergleich dieser beiden Größen illustriert die jeweiligen Vor- und Nachteile. Ein qualitativer Unterschied in der Beschreibung kann im Messergebnis jedoch nicht festgestellt werden. Neben der Leitfähigkeitsquantisierung sind auch die beobachteten Modulationen im Verlauf von Fano-Faktor und Noise-Faktor sichtbar. Der Vergleich mit der aus der Leitfähigkeit abgeschätzten mittleren Transmissionswahrscheinlichkeit zeigt jedoch, dass die Anomalie bei $0.4 \times 2e^2/h$ nicht auf zwei Transportkanäle mit unterschiedlicher Transmissionswahrscheinlichkeit zurückgeführt werden kann. Bei einer 0.7 Anomalie werden diese beiden Transportkanäle den beiden Spins zugeordnet und eine spontane Spinpolarisation angenommen. Die Rauschmessungen widerlegen den vermuteten Zusammenhang mit der 0.7 Anomalie, der von der DC-Charakterisierung nahegelegt wurde.

6

Kapitel 6

Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

In den bisher vorgestellten Experimenten wurde die bei Detektorfrequenzen im niedrigen MHz-Bereich gemessene Rauschleistung stets mit der Rauschleistung bei der Nullfrequenz gleichgesetzt. Die Annahme, dass das Schrotrauschen frequenzunabhängig oder „weiß“ ist, gilt jedoch selbst für den einfachen Fall des Einzelelektronentransports nur dann, wenn die Detektorfrequenz sehr viel geringer ist als die Rate des Ladungstransports.

Die Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen kann aber auch vielfältige, zusätzliche Informationen über den speziellen Transportprozess liefern. Gerade die Zeitskalen, innerhalb derer der Ladungstransport korreliert ist, werden in der Frequenzabhängigkeit direkt sichtbar. Theoretische Arbeiten zeigen bereits eine große Bandbreite an Beispielen [149]: kohärente Oszillationen in Doppelquantenpunkt-Strukturen [150] [151], „quantum shuttle“-Resonanzen [152][153], Transport durch einen Quantenpunkt mit einem präzidierten magnetischen Moment [154], die dissipative Dynamik eines Qubits [155]

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

oder die Rückwirkung eines Detektors auf das zu untersuchende System [156][157] [158]. Neben dem zweiten Moment ist es auch interessant, die Frequenzabhängigkeit der höheren Momente zu betrachten, wie Referenz [159] am Beispiel von „dark states“ in einem Dreifachquantenpunkt illustriert. Darüber hinaus gibt es bereits theoretische Beispiele, wie Fluktuationen, die nicht direkt zum Strom beitragen, dafür aber die Intensität der Rauschquellen beeinflussen, die Frequenzabhängigkeit überhaupt erst im dritten oder in höheren Momenten sichtbar werden lassen, während das erste und zweite Moment frequenzunabhängig erscheinen [160][161]. Die in diesen ausschließlich theoretischen Beispielen betrachteten physikalischen Phänomene stellen jedoch hohe Anforderungen an Detektorfrequenz und Bandbreite, welche sich im Experiment nur schwer realisieren lassen.

In diesem Kapitel werden Spektrum und Bispektrum der Stromfluktuationen über den gesamten Frequenzbereich untersucht, der für die Coulomb-Wechselwirkung auf einem Quantenpunkt relevant ist. Dafür ist entscheidend, dass die Detektorfrequenz sehr viel größer als die Summe der Tunnelraten ist. Dies ist mit dem bisher verwendeten Messaufbau nicht möglich, da die Detektorfrequenz von 1 MHz einem Strom von lediglich 160 fA entsprechen würde, der damit weit unter dem Auflösungsvermögen des Aufbaus läge. Stattdessen wird hier auf Messdaten aus einem sogenannten Counting-Experiment zurückgegriffen. Hierbei wird im Allgemeinen nicht direkt der Strom in den Zuleitungen, sondern die Ladung auf dem Quantenpunkt selbst gemessen. Aus der zeitabhängigen Änderung dieser Ladung kann auf die Fluktuationen des Stroms zurückgeschlossen werden. Die Analyse dieser Stromfluktuationen folgt aber dem in den bisherigen Kapiteln vorgestellten Verfahren.

6.1 Von der Ladungsmessung zum Strom

Ausgangspunkt der Untersuchung stellen Messungen an dem lateralen Quantenpunkt aus Kapitel 4 dar, die von Nandhavel Sethubalasubramanian, Lukas Fricke und Christian Fricke durchgeführt wurden. Im Gegensatz zur direkten Messung der Stromfluktuationen in Kapitel 4 wird hier der Fluss der Elektronen durch den Quantenpunkt mittels eines benachbarten Quantenpunktkontakts detektiert [115]. Die Leitfähigkeit des Quantenpunktkontakts reagiert sehr sensitiv auf die Präsenz zusätzlicher Elektronen auf dem nahen Quantenpunkt. Die Detektion dieser Leitfähigkeitsänderungen erfolgt über einen geringen Detektorstrom von wenigen nA durch den Quantenpunktkontakt. Abbildung 6.1 zeigt schematisch die Detektion. Tunnelt ein Elektron durch die linke Barriere (L) auf den Quantenpunkt, bewirkt die Änderung des Coulomb-Potentials eine stufenförmige Änderung des Detektorstroms. Verlässt das Elektron den Quantenpunkt durch die rechte Barriere (R), sinkt der Detektorstrom auf den ursprünglichen Wert und eine weitere Stufe wird sichtbar. Der Strom durch die linke (rechte) Barriere kann also den positiven (negativen) Flanken im QPC-Signal zugeordnet werden. Da die Ladung auf dem Quantenpunkt in Echtzeit detektiert wird, sind die einzelnen Tunnelvorgänge auf dieser Zeitskala als Strompulse sichtbar. Dem stufenförmigen Detektorsignal ist ein zufälliges Detektorrauschen überlagert. Mit zunehmender Bandbreite steigt auch dieses Detektorrauschen und begrenzt die Zeitskala, auf der die Ladungszustände des Quantenpunkts noch getrennt aufgelöst werden können. Bei dieser Messung wurde der QPC-Strom mit $f_S = 500$ kHz digitalisiert. Um alle Transportereignisse zu erfassen, müssen die mittleren Tunnelraten deutlich darunter liegen.

In Abbildung 6.1 ist zu erkennen, wie das Detektorsignal in Zeitabschnitte der Länge $\Delta t = 40 \mu\text{s}$ unterteilt wird. Die Summe aller Tunnelereignisse innerhalb eines Zeitintervalls ergibt den Pulsstrom I_L

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

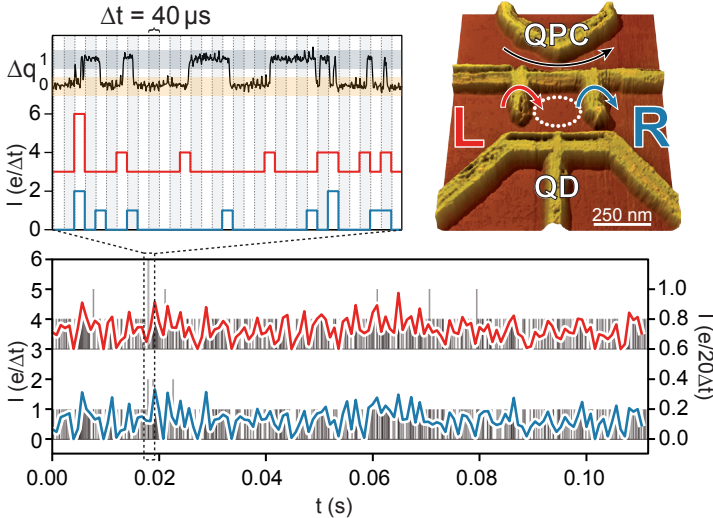


Abbildung 6.1:

Oben links: Eine Ladungsänderung Δq auf dem Quantenpunkt ist im Quantenpunktkontakt als Stufe sichtbar (schwarz). Aus der Summe der aufsteigenden (abfallenden) Flanken innerhalb des Zeitintervalls Δt wird ein Pulsstrom durch die linke(rechte) Barriere abgeleitet. *Oben rechts:* AFM-Aufnahme der Probe aus Kapitel 4. Der Strom durch die linke Barriere (L) ist in rot, der durch die rechte Barriere (R) in blau gekennzeichnet. Der Strom durch die linke Barriere ist zudem um $3 e/\Delta t$ verschoben. *Darunter:* Der Pulsstrom im Zeitintervall Δt ist in Graustufen dargestellt. Die Kurven zeigen die Stromfluktuationen im Zeitintervall $20 \times \Delta t$.

bzw. I_R durch die jeweilige Barriere. Der Pulsstrom schwankt dabei auf dieser Zeitskala im Wesentlichen zwischen 0 und 1. Größere Werte werden nur selten erreicht. Die Fluktuationen dieses Pulsstroms werden daher durch die zeitliche Dichte der Strompulse sichtbar, die wieder-

um in der Abbildung durch Graustufen dargestellt ist. Für ein größeres Zeitintervall Δt geht der Pulsstrom zu kontinuierlichen Fluktuationen über, die an Kapitel 2 erinnern.

Zwei wichtige Unterschiede bestehen zur direkten Strommessung: Aus einer Änderung der Ladung kann nicht die Richtung bestimmt werden, in der das Elektron den Quantenpunkt verlassen hat. Um die Unidirektionalität sicherzustellen, wird eine Vorspannung von $500 \mu\text{V}$ an den Quantenpunkt angelegt. Anderenfalls könnten Tunnelvorgänge aus dem Quantenpunkt durch die linke Barriere systematisch falsch als Strompulse durch die rechte Barriere gewertet werden. Einen weiteren Unterschied stellt die endliche zeitliche Auflösung des Detektors dar. Ist die Zeit zu kurz, die ein Elektron bei schnellen Tunnelvorgängen auf dem Quantenpunkt verbringt, wird keine Ladungsänderung detektiert. Schnelle Tunnelvorgänge werden damit systematisch unterdrückt und die vorhergehenden und nachfolgenden, eigentlich separierten Tunnelvorgänge, werden fälschlicherweise zu einem langen Tunnelprozess zusammengefasst. Im Gegensatz dazu steht die sehr hohe Präzision mit der alle übrigen Ereignisse erfasst werden.

Im Vergleich zum Counting-Experiment ist es bei der direkten Strommessung unmöglich, einzelne Ladungsänderungen in den Zuleitungen aufzulösen. Der Messfehler hängt aber nicht systematisch von der Geschwindigkeit der Tunnelvorgänge ab. Zudem ist die Stromrichtung über das Vorzeichen der Fluktuationen bestimmt.

6.2 Das frequenzabhängige zweite Moment

Im Folgenden werden Daten, die über 24 h hinweg aufgenommen wurden, analysiert. Dies entspricht ungefähr 300 Millionen Elektronen, die in dieser Zeit durch den Quantenpunkt getunnelt sind. Die aus der Ladungsdetektion gewonnenen Pulsstromdaten werden dabei in Segmente mit je $N = 1024$ Messpunkten unterteilt. Die Segmentlän-

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

ge N und das Zeitintervall Δt bestimmen die Frequenzauflösung Δf und die Maximalfrequenz. Das Zeitintervall wurde mit $40 \mu\text{s}$ gerade so gewählt, dass der relevante Frequenzbereich von 12.5 kHz (vorgegeben durch die Tunnelraten, siehe unten) abgedeckt wird. Aus den Pulsstromdaten $I_L(t)$, $I_R(t)$ werden per FFT die Frequenzspektren $I_L(\omega)$, $I_R(\omega)$ berechnet. Die Magnituden $I_L(\omega)I_L(\omega)^*$, $I_R(\omega)I_R(\omega)^*$ (im Folgenden abgekürzt als LL^* , RR^* bezeichnet) werden anschließend über alle Segmente gemittelt. Die Rauschleistungsdichte ergibt sich aus

$$\text{PSD}_R(\omega) = \frac{1}{N\Delta f} \langle\langle RR^*(\omega) \rangle\rangle. \quad (6.1)$$

Für den Fano-Faktor $F^{(2)}$ erhält man somit

$$F^{(2)}(\omega) = \frac{1}{N\langle I \rangle} \langle\langle RR^*(\omega) \rangle\rangle, \quad (6.2)$$

da der mittlere Strom ebenfalls mit der Sampling-Frequenz multipliziert werden muss. In diesem Fall wird das doppelseitige Spektrum berechnet und folglich eI anstelle von $2eI$ für das volle Poisson-Rauschen angenommen.

Abbildung 6.2 zeigt das Ergebnis für den Strom durch beide Barrieren. Das Rauschen ist symmetrisch in der Frequenz, $F^{(2)}(\omega) = F^{(2)}(-\omega)$. Diese Symmetrie wird im Graphen benutzt, um für positive Frequenzen das Schrotrauschen des Stroms durch die rechte, für negative Frequenzen durch die linke Barriere darzustellen. Der Fano-Faktor $F^{(2)}$ zeigt dabei einen kleinen Peak im Nullfrequenzrauschen, der durch ein langsames Wandern des Arbeitspunktes über den langen Messzeitraum von 24 h verursacht wird.

Für unkorrelierten Transport wäre das Spektrum weiß, gleichbedeutend mit $F^{(2)} = 1$ für alle Frequenzen, entsprechend einem Poisson-Prozess. Das Messergebnis zeigt dagegen die Unterdrückung für niedrige Frequenzen aufgrund der Coulomb-Blockade, die in den bisher ge-

6.2 Das frequenzabhängige zweite Moment

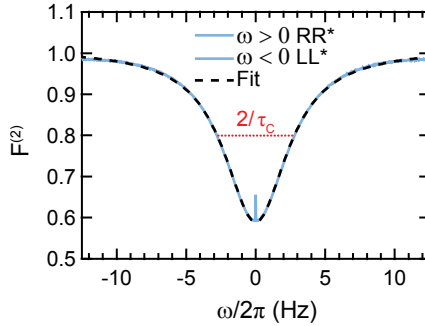


Abbildung 6.2:

Die Frequenzabhängigkeit des Schrotrauschens in Form des Fano-Faktors $F^{(2)}$ (blau). Der Frequenzverlauf lässt sich mit einer Lorentz-Kurve (schwarz gestrichelt) beschreiben.

zeigten Beobachtungen des Nullfrequenzrauschens entscheidend war. Für endliche Frequenzen nimmt das Rauschen die Form einer Lorentz-Kurve an:

$$F^{(2)}(\omega) = 1 - 2 \frac{\Gamma_L \Gamma_R}{(\Gamma_L + \Gamma_R)^2 + \omega^2} \quad (6.3)$$

Die inverse Breite der Lorentz-Kurve definiert die Korrelationszeit:

$$\tau_c = \frac{1}{\Gamma_L + \Gamma_R} \quad (6.4)$$

Diese einfache Beschreibung erreicht bereits eine sehr gute Übereinstimmung mit dem Experiment, die sich noch steigern lässt, indem das endliche Auflösungsvermögen der Detektion berücksichtigt wird [162][163]. Dieses Auflösungsvermögen wird häufig als Detektorbandbreite bezeichnet, obwohl es wesentlich von der Qualität bestimmt wird, mit der die Stufen im digitalen QPC-Signal erkannt wer-

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

den. Im Ratenmodell wird der Detektor folglich durch eine weitere Rate Γ_D angenähert.

Um Theorie und Experiment zu vergleichen, können die drei Raten Γ_L , Γ_R und Γ_D aus der Verteilung der Wartezeiten zwischen den detektierten Tunnelereignissen bestimmt werden [164]. Abbildung 6.3 zeigt die Verteilung der Tunnelzeiten τ_L, τ_R für beide Barrieren und einen Fit mit dem Detektormodell. Da die Verteilung der Wartezeiten einen Bereich von sieben Größenordnungen umfasst, lässt sich das Ergebnis der Fits entscheidend verbessern, indem der Logarithmus der Verteilung betrachtet wird.

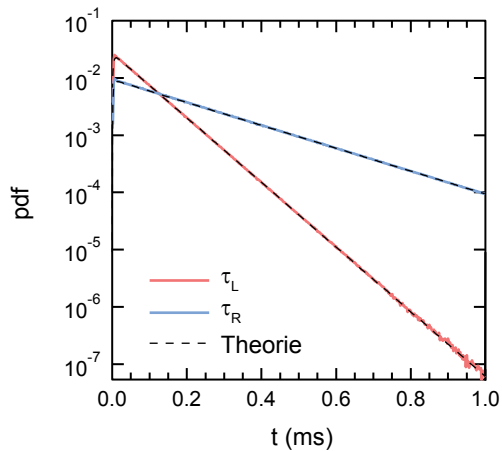


Abbildung 6.3:

Die Verteilung der Wartezeiten zwischen detektierten Tunnelereignissen. Diese Darstellung entspricht der Wahrscheinlichkeitsdichte pdf. Fits mit dem Detektormodell sind als gestrichelte Linie eingezeichnet.

Aus den Fits mit [164][115]

$$\text{pdf}(\tau_{L,R}) = \frac{e^{-\frac{1}{2}(\Gamma_{\Sigma} + \Omega_{L,R})\tau_{L,R}} (e^{\Omega_{L,R}\tau_{L,R}} - 1) \Gamma_D \Gamma_{L,R}}{\Omega_{L,R}} \quad (6.5)$$

$$\Gamma_{\Sigma} = \Gamma_D + \Gamma_L + \Gamma_R$$

$$\Omega_{L,R} = \sqrt{-4\Gamma_D \Gamma_{L,R} + \Gamma_{\Sigma}^2}$$

erhält man für die Raten:

$$\begin{aligned} \Gamma_L &= 13.83 \text{ kHz} \\ \Gamma_R &= 4.81 \text{ kHz} \\ \Gamma_D &= 300 \text{ kHz} \end{aligned}$$

Das Ergebnis des aus diesen Raten berechneten theoretischen Modells ist zusammen mit dem Messergebnis in Abbildung 6.4 gezeigt. Die Liniendicke der experimentellen Daten gibt den Fehler an. Dieser Fehler wurde bestimmt, indem die Daten in Abschnitte unterteilt und abschnittsweise das Rauschspektrum ermittelt wurde. Für jeden Frequenzpunkt des Spektrums ergibt sich so eine Verteilung der Rauschleistung in Abhängigkeit von der Anzahl und Länge der Abschnitte. Die Varianz dieser Verteilung entspricht dem Fehler der Rauschleistung und fällt mit zunehmender Länge der Abschnitte, ähnlich einer Allan-Varianz [165]. Der Vergleich von theoretischem Modell und Experiment zeigt über den gesamten Frequenzbereich hinweg eine exakte Übereinstimmung und demonstriert somit die hohe Qualität der experimentellen Daten sowie die der theoretischen Beschreibung.

Neben der Autokorrelation lässt sich aus den Daten auch die Kreuzkorrelation zwischen I_L und I_R , analog zu Kapitel 1, bestimmen,

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

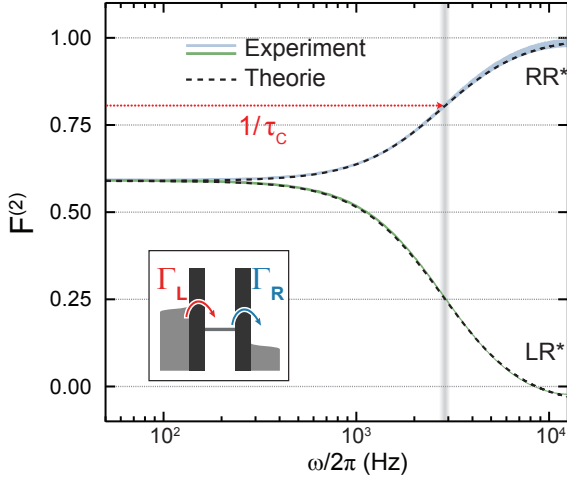


Abbildung 6.4:

Frequenzabhängigkeit des Fano-Faktors $F^{(2)}$: Vergleich zwischen theoretischem Modell unter Berücksichtigung der endlichen Detektorbandbreite (gestrichelte Linie) und Experiment (Autokorrelation RR^* blau, Kreuzkorrelation LR^* grün). Der Messfehler wird dabei durch die Linienebreite symbolisiert.

$$\begin{aligned}
 F_{LR}^{(2)}(\omega) &= \frac{1}{N \langle I \rangle} \Re \left[\langle \langle I_L(\omega) I_R^*(\omega) \rangle \rangle \right] \\
 &= \frac{\Gamma_L^2 + \Gamma_R^2}{(\Gamma_L + \Gamma_R)^2 + \omega^2}, \quad (6.6)
 \end{aligned}$$

wobei hier zunächst nur der Realteil betrachtet wird.

Die Frequenzabhängigkeit der Kreuzkorrelation in Abbildung 6.4 zeigt, dass beide Ströme für Frequenzen kleiner als die inverse Korrelationszeit τ_c klar korreliert sind. Für höhere Frequenzen fällt die Kreuz-

korrelation jedoch auf 0 ab, wobei der Wert von 0 sogar leicht unterschritten wird. Dieser Effekt ist erneut zurückzuführen auf die endliche Auflösung der Detektion. Es werden keine Ereignisse registriert, bei denen Elektronen innerhalb der Zeitauflösung des Detektors sowohl durch die linke als auch durch die rechte Barriere tunneln, da die Ladung des Quantenpunkts dabei unverändert bliebe. Tunnelereignisse, die exklusiv entweder durch die linke oder rechte Barriere stattfinden, erscheinen somit anti-korreliert, wobei dieser Effekt erst bei endlichen Frequenzen sichtbar wird. Diese Auswirkungen der endlichen Detektorauflösung werden vom theoretischen Modell vollständig erfasst. Die Autokorrelation RR^* bleibt aus diesem Grund für hohe Frequenzen um den gleichen Betrag unter dem Grenzwert von 1, obgleich hier der Effekt aufgrund der langsamen asymptotischen Annäherung weniger offensichtlich ist. Im Limes kleiner Frequenzen stimmen Autokorrelation und Kreuzkorrelation erwartungsgemäß überein, da im Langzeitlimit die Ladung erhalten ist.

Der Imaginärteil des Fano-Faktors wird in Abbildung 6.5 dargestellt und verschwindet sowohl im korrelierten ($\omega \rightarrow 0$) als auch im unkorrelierten Fall ($\omega \rightarrow \infty$). Lediglich im Übergangsbereich gibt es korrelierte Tunnelereignisse durch beide Barrieren, die phasenverschoben erscheinen. Das Maximum dieses Effekts liegt bei der Korrelationszeit τ_c .

6.2.1 Vergleich mit MacDonalDs Formel

Eine weitere Möglichkeit, die Frequenzabhängigkeit zu bestimmen, bietet die Formel von MacDonald [166], die in theoretischen Beschreibungen vielfältig Anwendung findet. Ein Vergleich mit der aus dem Pulsstrom bestimmten Frequenzabhängigkeit erlaubt es, die Ergebnisse zu verifizieren und die Vor- und Nachteile beider Methoden für die experimentelle Analyse zu bewerten.

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

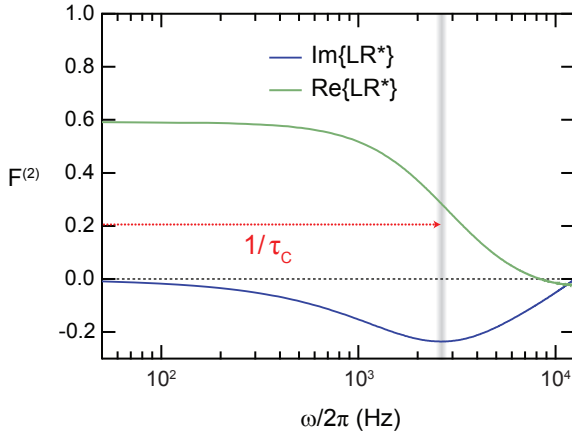


Abbildung 6.5:

Frequenzabhängigkeit des Fano-Faktors $F^{(2)}$: Vergleich zwischen Realteil (grün) und Imaginärteil (blau) der Kreuzkorrelation LR^* . In dieser Darstellung wird der Messfehler vernachlässigt und die Linien repräsentieren den Mittelwert.

Die eigentliche Messgröße in einem Counting-Experiment stellt die Statistik der Besetzung des Quantenpunkts dar. Aus dieser Statistik kann auch direkt die Frequenzabhängigkeit bestimmt werden, indem die Fluktuation der Ladung anstelle der Fluktuation des Stroms betrachtet wird. Die Gegenüberstellung dieser beiden Wege verdeutlicht die Vorteile der Pulsstrom-Methode.

Ausgehend von der Definition des Rauschens

$$S^{(2)}(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} dt e^{i\omega\tau} [\delta I(t + \tau)\delta I(t)] \quad (6.7)$$

mit $\delta I(t) = I(t) - \langle I \rangle$, zeigte MacDonald [166], dass sich diese Definition durch die Fluktuation der Ladung $\langle n^2(t) \rangle$ ausdrücken lässt:

$$S^{(2)}(\omega) = 2e^2\omega \int_0^\infty d\tau \sin(\omega\tau) \frac{d}{d\tau} \left[\langle n^2(\tau) \rangle - \tau^2 \langle I \rangle^2 / e^2 \right] \quad (6.8)$$

Eine klar verständliche Herleitung dieses Zusammenhangs bietet Referenz [167]. Der Integrand kann mittels $e \langle n(\tau) \rangle = \tau \langle I \rangle$ auch durch die Zeitabhängigkeit der zweiten Kumulante $\mathcal{C}_2 = \langle (n(\tau) - \langle n(\tau) \rangle)^2 \rangle$ ausgedrückt werden:

$$S^{(2)}(\omega) = \omega \int_0^\infty d\tau \sin(\omega\tau) \frac{d}{d\tau} \mathcal{C}_2(\tau) \quad (6.9)$$

Kumulanten kennzeichnen die Verteilung der in einem Zeitintervall transferierten Elektronen und sind aus den experimentellen Daten einfach zu bestimmen. Dazu wird für ein gegebenes Zeitintervall τ die Anzahl der tunnelnden Elektronen in diesem Intervall gezählt. Für die Berechnung der Kumulante ist die Reihenfolge, in der die Zeitintervalle ausgewertet werden, nicht wichtig. Entscheidend ist lediglich die Häufigkeit, mit der die jeweilige Anzahl an tunnelnden Elektronen auftritt. Dementsprechend lässt sich die enorme Datenmenge des Experiments auf eine Verteilung der Zahl der getunnelten Elektronen reduzieren. Bei der Berechnung des Mittelwerts von $\mathcal{C}_2 = \langle (n(\tau) - \langle n(\tau) \rangle)^2 \rangle$ muss dann lediglich mit der entsprechenden Häufigkeit gewichtet werden. Für verschiedene Zeitintervalle ausgewertet, ergibt sich die Zeitabhängigkeit der zweiten Kumulante. Abbildung 6.6 zeigt die mit der mittleren Ladung $\mathcal{C}_1 = \langle n \rangle$ normalisierte zweite Kumulante $\mathcal{C}_2/\mathcal{C}_1$, die dem Fano-Faktor entspricht. Zusätzlich sind beispielhaft zwei Verteilungen für verschiedene Werte des Zeitintervalls τ dargestellt. Während mit größer werdendem Zeitintervall sowohl die Breite der Verteilung (\mathcal{C}_2) als auch deren Mittelwert (\mathcal{C}_1) stetig zunehmen, nähert sich das Verhältnis aus beiden Größen für lange Zeiten einem Grenzwert an, dem sogenannten Langzeitlimit, das dem Nullfrequenzrauschen entspricht

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

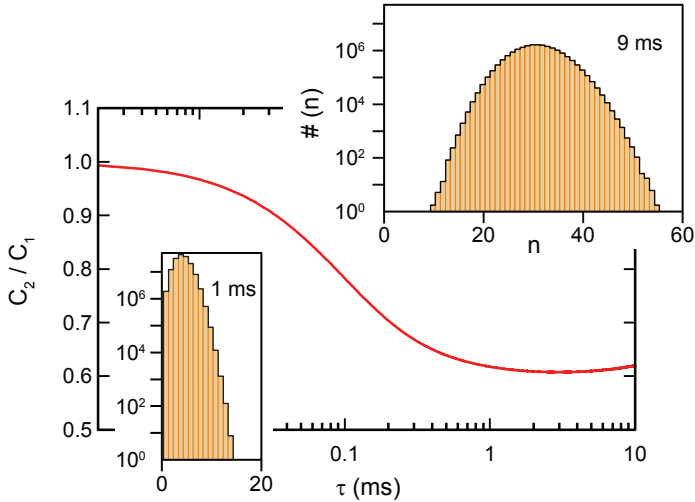


Abbildung 6.6:

Zeitabhängigkeit der normierten Kumulante C_2/C_1 . Die beiden Ausschnitte zeigen die Verteilung der gezählten Tunnelereignisse im Zeitintervall $\tau = 1$ ms und $\tau = 9$ ms.

(siehe unten). Für lange Zeiten ($\tau = 10$ ms) lässt sich allerdings ein leichtes Ansteigen der zweiten Kumulante erkennen, wiederum verursacht durch das Verschieben des Arbeitspunktes im Messzeitraum.

Ziel ist es nun, aus der gezeigten zeitabhängigen Kumulante die Frequenzabhängigkeit des Rauschens zu bestimmen. Die im Folgenden vorgestellte Methode wurde von Christian Flindt entwickelt [168].

6.2 Das frequenzabhängige zweite Moment

Entsprechend [169] wird dazu Gleichung 6.9 umgeformt:

$$S^{(2)}(\omega) = \omega \int_0^\infty d\tau \frac{1}{2i} (e^{i\omega\tau} - e^{-i\omega\tau}) \frac{d}{d\tau} \mathcal{C}_2(\tau) \quad (6.10)$$

$$= \frac{\omega}{2i} \left[\hat{g}(z) \Big|_{z=-i\omega} - \hat{g}(z) \Big|_{z=i\omega} \right] \quad (6.11)$$

mit der Laplace-Transformierten $\hat{g}(z)$ von $\frac{d}{d\tau} \mathcal{C}_2(\tau)$

$$\hat{g}(z) = \int_0^\infty e^{-z\tau} \frac{d}{d\tau} \mathcal{C}_2(\tau) = z\hat{\mathcal{C}}_2(z) - \underbrace{\mathcal{C}_2(\tau=0)}_{=0} = z\hat{\mathcal{C}}_2(z). \quad (6.12)$$

Damit ergibt sich für das Rauschen:

$$S^{(2)}(\omega) = \frac{\omega}{2i} \left[-(i\omega)\hat{\mathcal{C}}_2(z) \Big|_{z=-i\omega} - (i\omega)\hat{\mathcal{C}}_2(z) \Big|_{z=i\omega} \right] \quad (6.13)$$

$$= -\frac{\omega^2}{2} \left[\hat{\mathcal{C}}_2(z) \Big|_{z=-i\omega} + \hat{\mathcal{C}}_2(z) \Big|_{z=i\omega} \right] \quad (6.14)$$

$$= -\omega^2 \Re \left[\hat{\mathcal{C}}_2(z) \Big|_{z=i\omega} \right] \quad (6.15)$$

In der numerischen Auswertung der experimentellen Daten muss also lediglich die Fouriertransformierte von $\mathcal{C}_2(\tau)$ betrachtet werden. Hierbei ist allerdings Vorsicht geboten, da $\mathcal{C}_2(\tau)$ stetig mit τ anwächst. Die Lösung dieses Problems besteht darin, die Kumulante umzuschreiben zu

$$\mathcal{C}_2(\tau) = S_0^{(2)}\tau + f(\tau). \quad (6.16)$$

Im Laplace-Raum ergibt sich damit

$$\hat{\mathcal{C}}_2(z) = \frac{S_0^{(2)}}{z^2} + \hat{f}(z), \quad (6.17)$$

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

wobei $S_0^{(2)}$ zum einen dem linearen Anstieg im Langzeitlimit der zweiten Kumulante, zum anderen dem Nullfrequenzrauschen entspricht. Die Funktion $f(\tau)$ kann dabei aus der Differenz eines linearen Fits bei großen Zeiten und den Originaldaten bestimmt werden und fällt für große Zeiten auf 0 ab. Mittels $f(\tau)$ erhält man im Laplace-Raum:

$$\hat{C}_2(z)|_{z=i\omega} = -\frac{S_0^{(2)}}{\omega^2} + \hat{f}(z)|_{z=i\omega}. \quad (6.18)$$

Das Endergebnis für das frequenzabhängige Rauschen lautet somit:

$$S^{(2)}(\omega) = -\omega^2 \Re \left[\hat{C}_2(z)|_{z=i\omega} \right] \quad (6.19)$$

$$= S_0^{(2)} - \omega^2 \Re \left[\hat{f}(z)|_{z=i\omega} \right]. \quad (6.20)$$

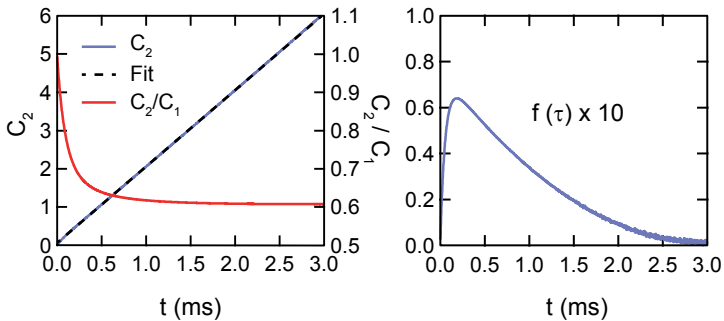


Abbildung 6.7:

Aus dem Anstieg der zweiten Kumulante C_2 (links) ergibt sich per linearem Fit das Nullfrequenzrauschen und die Differenz dazu $f(\tau)$ (rechts).

Abbildung 6.7 veranschaulicht die Schritte für die vorliegenden Messdaten. Die Kumulante wird dabei nur bis zu einer Zeit von 3 ms

6.2 Das frequenzabhängige zweite Moment

ausgewertet, da der leichte Anstieg für größere Zeiten das Ergebnis stark verfälscht. Aus dem linearen Anstieg der Kumulante für $\tau > 0.7$ ms ergibt sich ein Nullfrequenzrauschen von 0.6. Aus der Differenz zu dieser Geraden erhält man die Funktion $f(\tau)$ in Abbildung 6.7(rechts). Die Rauschleistungsdichte berechnet sich aus der diskreten Fouriertransformierten von $f(\tau)$, normalisiert mit der Anzahl der Messpunkte N und dem Frequenzabstand $\Delta f = f_S/N$:

$$S^{(2)}(\omega) = S_0^{(2)} - \omega^2 \frac{1}{N\Delta f} \Re \left[\text{FFT}\{f(\tau)\} \right] \quad (6.21)$$

$$= S_0^{(2)} - \omega^2 \frac{N}{Nf_S} \Re \left[\text{FFT}\{f(\tau)\} \right] \quad (6.22)$$

$$= S_0^{(2)} - \omega^2 \Delta\tau \Re \left[\text{FFT}\{f(\tau)\} \right] \quad (6.23)$$

bzw. mit der Zeitauflösung $\Delta\tau$ der Kumulante $C_2(\tau)$.

Abbildung 6.8 zeigt das Endergebnis für das mittels der MacDonald-Formel gewonnene Rauschen $S^{(2)}(\omega)$. Zum Vergleich ist auch das aus dem abgeleiteten Pulsstrom gewonnene Ergebnis dargestellt. Für niedrige Frequenzen stimmen beide Verfahren sehr gut überein. Für höhere Frequenzen divergiert jedoch das MacDonald-Ergebnis und ein deutlicher Qualitätsunterschied wird sichtbar. Die Ursache für diesen Unterschied liegt in der endlichen Genauigkeit des numerischen Verfahrens. Der Vorfaktor ω^2 in Gleichung 6.23 liegt bei den Frequenzen des Experiments in der Größenordnung von 10^{12} und macht somit selbst kleinste Ungenauigkeiten sichtbar. Die Berechnung wurde mit doppelter Genauigkeit ausgeführt (Datentyp *double*), was einer relativen Genauigkeit von 10^{-16} entspricht. Gleichzeitig gibt es auch einen grundsätzlichen Unterschied zwischen den beiden Verfahren. Bei beiden Methoden werden zwar die Elektronen in einem Zeitintervall gezählt. Jedoch wird beim Pulsstrom-Verfahren die zeitliche Reihenfolge der Zeitintervalle ausgewertet, während bei der Anwendung der

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

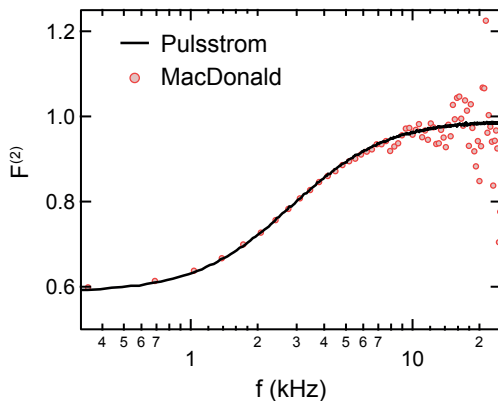


Abbildung 6.8:

Vergleich der nach MacDonald berechneten Frequenzabhängigkeit des Schrotrauschens (rote Kreise) und dem zuvor aus dem Pulsstrom gewonnenen Ergebnis (schwarze Linie).

MacDonald-Formel nur die Häufigkeit der Zahl der getunnelten Elektronen bestimmt und erst aus der Variation der Intervalllänge die Zeitabhängigkeit gewonnen wird. Dennoch verbleibt zumindest für niedrige Frequenzen eine sehr gute Übereinstimmung. Die Auswertung mittels des Pulsstroms liefert aber ein gegenüber Instabilitäten des Experiments und Numerikfehlern robustes Ergebnis und es werden keine Annahmen über den zeitlichen Verlauf der Ausgangsgröße benötigt. Für die im Folgenden betrachteten höheren Momente wird daher die Pulsstrom-Methode angewendet.

6.3 Das Bispektrum bei endlichen Frequenzen

Die Berechnung des Fano-Faktors für das dritte Moment aus den Pulsstromdaten erfolgt analog zu Kapitel 1:

$$F^{(3)}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{N \langle I \rangle} \Re \left[I_R(\omega_1) I_R(\omega_2) I_R^*(\omega_1 + \omega_2) \right] \quad (6.24)$$

$$= \frac{1}{N \langle I \rangle} \Re \left[R R R^* \right]. \quad (6.25)$$

Dabei wird erneut die abgekürzte Schreibweise für den Index der Barrieren eingeführt. Die Normalisierung ist wieder aus den Beiträgen der diskreten Fouriertransformation und des mittleren Stroms zusammengesetzt:

$$\underbrace{\frac{1}{N^3}}_{\text{FFT}} \cdot \underbrace{\frac{N^2}{f_S^2}}_{\Delta f_1 \Delta f_2} \cdot \underbrace{\frac{f_S^3}{f_S}}_{\langle I \rangle^3 / \langle I \rangle} \Rightarrow \frac{1}{N} \quad (6.26)$$

Abbildung 6.9 zeigt das Bispektrum, die Frequenzabhängigkeit des dritten Moments. Das dritte Moment weist eine deutlich komplexere Struktur und Frequenzabhängigkeit im Vergleich mit dem Rauschspektrum auf. Gut sichtbar sind die Symmetrien, die aus der Definition des Bispektrums folgen (siehe Kapitel 1). Wie in der Skizze angedeutet, muss für die Berechnung des Bispektrums nur einer der 12 gezeigten Bereiche ausgewertet werden. Die Spiegelsymmetrie bezüglich Vertauschens der Frequenzen $S^{(3)}(\omega_1, \omega_2) = S^{(3)}(\omega_2, \omega_1)$ wird genutzt, um Experiment und Theorie zu vergleichen: Das Messergebnis wird oberhalb, das theoretische Modell unterhalb der Diagonale $\omega_1 = \omega_2$ dargestellt. Die überlagerten Konturlinien im Abstand $\Delta F^{(3)} = 0.1$ illustrieren die genaue Übereinstimmung von Experiment und Theorie.

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

Das theoretische Modell wurde von Christian Flindt entwickelt und beschreibt die Zählstatistik des Systems mithilfe einer generalisierten Verteilung $P^{(N)}(n_1, t_1; n_2, t_2; \dots; n_N, t_N)$, die die Wahrscheinlichkeit angibt, dass n_1 Elektronen in der Zeitspanne $[0, t_1]$, n_2 Elektronen in der Zeitspanne $[0, t_2]$ usw. transferiert werden. Das System bestehend aus Quantenpunktkontakt und Quantenpunkt wird mit einer Master-Equation und wie oben mit den Raten Γ_D , Γ_L und Γ_R beschrieben [162][170].

Bei den experimentellen Daten ist die Nullfrequenz ausgespart, da hier der Messfehler eine präzise Bestimmung des dritten Moments sehr erschwert. Zum einen werden wie beim Schrotrauschen die Frequenzen nahe Null am stärksten von der Stabilität des Systems im Messzeitraum beeinflusst. Zum anderen spielt in dem Frequenzband um 0 Hz der Anteil des mittleren Stroms $\langle I \rangle$ eine dominierende Rolle. Der mittlere Strom geht mit der dritten Potenz, gewichtet mit der Segmentlänge, $N^3 \langle I \rangle^3$ ein. Dementsprechend empfindlich reagiert das dritte Moment auf die Langzeitstabilität des Experiments und auf die endliche numerische Genauigkeit, mit der der mittlere Strom bestimmt werden kann.

In der Abbildung ist gut zu erkennen, dass das globale Minimum des dritten Fano-Faktors im Frequenzursprung liegt. Während beim Schrotrauschen dieser Zusammenhang grundsätzlich gilt, hängt die Position des Minimums beim dritten Moment vom Verhältnis der Tunnelraten ab, wie der Vergleich mit der Theorie zeigen wird.

Mit steigender Frequenz steigt auch der Fano-Faktor und wird für hohe Frequenzen durch zwei Grenzwerte limitiert: Ist eine der Frequenzen ω_1, ω_2 oder deren Summe 0, so nähert sich der Fano-Faktor einem Grenzwert von kleiner als 1 an. Sind beide Frequenzen groß, beträgt der Grenzwert 1.

Dieses Verhalten wird deutlicher, indem drei Schnitte durch das Bisspektrum betrachtet werden (Abbildung 6.10). Die Breite der Linie

6.3 Das Bispektrum bei endlichen Frequenzen

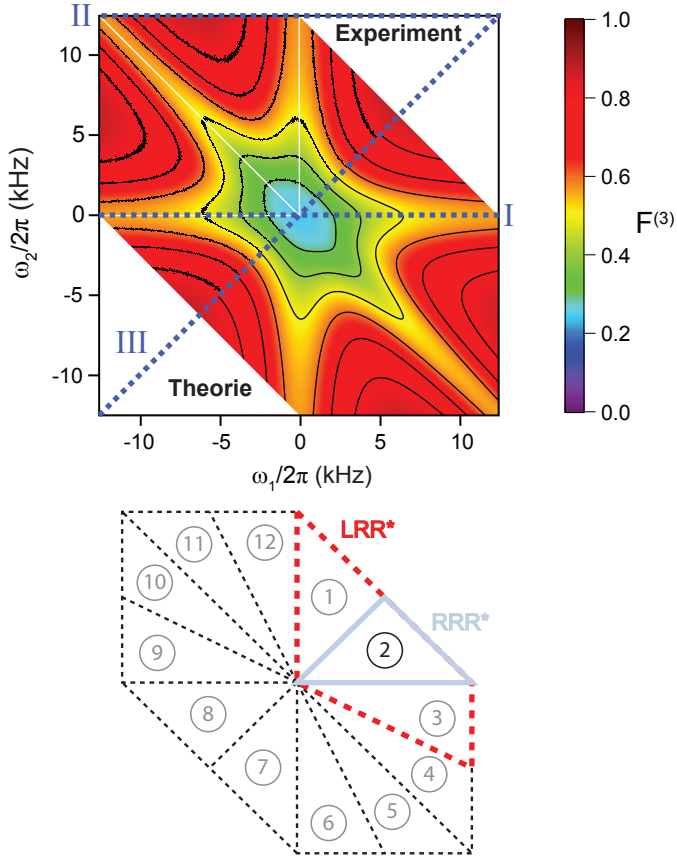


Abbildung 6.9:

Das Bispektrum in Theorie und Experiment (oben). Aufgrund der Symmetrieeigenschaften zerfällt das Bispektrum in 12 redundante Bereiche (unten).

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

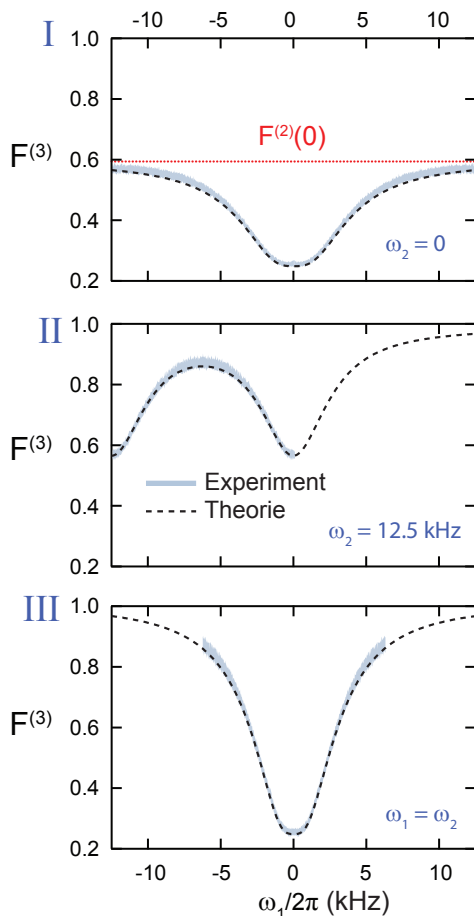


Abbildung 6.10:

Drei Schnitte entlang der in Abbildung 6.9 gekennzeichneten Linien (blau gestrichelt) I, II, III.

6.3 Das Bispektrum bei endlichen Frequenzen

gibt hier erneut den Fehler des Experiments an. Entlang aller Schnitte liegt die Theorie (gestrichelte Linie) innerhalb der Fehlergrenzen. Das theoretische Modell berücksichtigt dabei die endliche Detektorfrequenz. Die analytische Lösung ist allerdings zu umfangreich, als dass sie hier explizit aufgeführt werden kann. Ohne Detektorfrequenz nimmt das Modell jedoch eine einfachere Form an [171]:

$$F^{(3)}(\omega_1, \omega_2) = 1 - 2\Gamma_L\Gamma_R \frac{\prod_{i=1}^2 (\gamma_i + \omega_1^2 + \omega_1\omega_2 + \omega_2^2)}{\prod_{j=1}^3 (\Gamma^2 + \nu_j^2)} \quad (6.27)$$

mit

$$\begin{aligned} \nu_1 &= \omega_1 & \gamma_1 &= \Gamma_L^2 + \Gamma_R^2 & \Gamma &= \Gamma_L + \Gamma_R \\ \nu_2 &= \omega_2 & \gamma_2 &= 3\Gamma^2 \\ \nu_3 &= \omega_1 + \omega_2 \end{aligned}$$

Wie das Schrotrauschen hängt das dritte Moment symmetrisch von den beiden Tunnelraten Γ_L und Γ_R ab. Allerdings beweist Gleichung 6.27 auch, dass eine einfache Beschreibung durch eine Lorentzkurve hier nicht möglich ist.

- Schnitt I zeigt den Fall $\omega_2 = 0$. Für $\omega_1 \rightarrow \infty$ entspricht der Grenzwert genau dem zweiten Fano-Faktor bei der Nullfrequenz. Dieses Verhalten ist in guter Übereinstimmung mit der Theorie und zeigt, dass selbst im Grenzfall unendlich hoher Frequenzen eine endliche Korrelation von Tunnelereignissen sichtbar bleiben kann.
- Schnitt III zeigt den Fall $\omega_1 = \omega_2$. Hier nähert sich das dritte Moment für $\omega_1, \omega_2 \rightarrow \infty$ dem Grenzwert des Poisson-Rauschens von 1 an. Ähnlich dem Schrotrauschen bleibt aber eine

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

geringe Unterdrückung aufgrund der endlichen Detektorauflösung erkennbar, so dass der Wert von 1 nicht ganz erreicht wird.

- Schnitt II verbindet diese beiden Grenzfälle und deutet die Frequenzabhängigkeit des dritten Moments für den Fall $F^{(3)}(\omega_1 = 0, \infty)$ an. Der Verlauf, ausgehend vom Nullfrequenzrauschen des Fano-Faktors zweiter Ordnung, gleicht dem Verlauf des Schrotrauschens. Allerdings sind die Frequenzen im Experiment nicht groß genug, um vollständige Übereinstimmung zu zeigen. Aus der guten Übereinstimmung mit der Modellrechnung ergibt sich aber, dass dieser Grenzfall durch $F^{(3)}(\omega_1, \infty) = F^{(2)}(\omega_1)$ beschrieben werden kann ($\omega_1 > 0$).

6.3.1 Symmetrieabhängigkeit

Das Verhältnis der Tunnelraten Γ_L und Γ_R wird durch den Asymmetriefaktor a beschrieben:

$$\Gamma_L = \Gamma_R \frac{1 - a}{1 + a} \quad (6.28)$$

Sowohl das zweite als auch das dritte Moment lassen sich bei der Nullfrequenz allein durch den Asymmetriefaktor beschreiben [172]. Für die Raten des Experiments beträgt der Asymmetriefaktor -0.48 . Im Folgenden soll anhand des theoretischen Modells der Einfluss des Asymmetriefaktors bei endlichen Frequenzen dargestellt werden.

Die Frequenzabhängigkeit des Schrotrauschens wird vollständig durch die Korrelationszeit charakterisiert und dementsprechend geht der Asymmetriefaktor nur über die Änderung der Summe der Tunnelraten in diese ein. Das dritte Moment zeigt hingegen wieder ein komplexeres Bild (siehe Abbildung 6.11), da hier, im Falle symmetrischer Barrieren ($a = 0.0$), die maximale Reduktion des Fano-Faktors nicht mehr im Frequenzsprung liegt [171]. Dieser Effekt ist sowohl entlang

6.3 Das Bispektrum bei endlichen Frequenzen

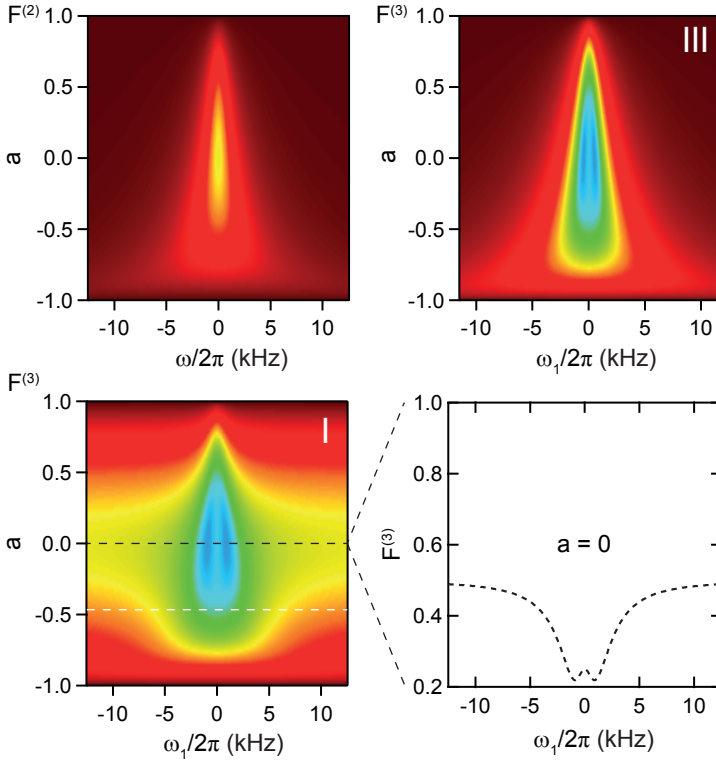


Abbildung 6.11:

Die Symmetrieabhängigkeit des zweiten Moments $F^{(2)}$ (*oben links*) und des dritten Moments $F^{(3)}$ entlang der Schnitte III (*oben rechts*) und I (*unten*). Die Farbskala entspricht Abbildung 6.9. Der Asymmetriefaktor der vorliegenden Messungen ist als weiße gestrichelte Linie eingezeichnet. Für symmetrische Tunnelraten zeigt die Ausschnittvergrößerung ein Minimum abseits des Frequenzsprungs.

des Schnitts I als auch entlang des Schnitts III sichtbar. Die Asymmetrie des Experiments liegt leicht außerhalb dieses Bereichs, weshalb der Effekt nur schwach zu erkennen ist. Schnitt III veranschaulicht zudem, dass für $\omega_1 = \omega_2$ näherungsweise die Frequenzabhängigkeit durch eine Lorentzkurve beschrieben werden kann. Dementsprechend ist auch ein Öffnen des Kegels in der Symmetrieabhängigkeit mit steigender Gesamtrate zu erkennen. In Schnitt I hingegen ändern sich mit dem Asymmetriefaktor sowohl das Nullfrequenzrauschen $F^{(2)}(\omega = 0)$ und damit das Hochfrequenzlimit als auch die Frequenzabhängigkeit.

6.4 Kreuzbispektrum

Auch für Momente höherer Ordnung lässt sich die Kreuzkorrelation berechnen. Der Fano-Faktor dritter Ordnung als Korrelation von I_L und I_R ,

$$F^{(3)}(\omega_1, \omega_2) = \frac{1}{N \langle I \rangle} \Re \left[I_L(\omega_1) I_R(\omega_2) I_R^*(\omega_1 + \omega_2) \right] \quad (6.29)$$

$$= \frac{1}{N \langle I \rangle} \Re \left[LRR^* \right], \quad (6.30)$$

definiert das Kreuzbispektrum in der Kombination LLR. Die übrigen Permutationen definieren sich analog dazu. Nur die Permutationen LRR, RLR und RRL sind mathematisch verschieden. Die Redundanz ist also im Falle des Kreuzbispektrums um einen Faktor drei geringer als beim Bispektrum. In der schematischen Skizze in Abbildung 6.9 sind die in der Messung ausgewerteten Sektoren 1-3 gekennzeichnet. Die übrigen Sektoren ergeben sich aus der mathematischen Symmetrie.

Abbildung 6.12 zeigt das Ergebnis des Experiments. Das theoretische Modell wurde nicht auf diesen Fall ausgedehnt, da die analytische Lösung den Rahmen sprengen würde. Zusätzlich zum Kreuzbispektrum ist auch das Bispektrum transparent überlagert und illus-

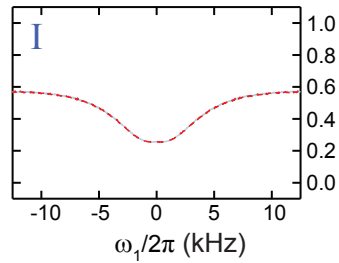
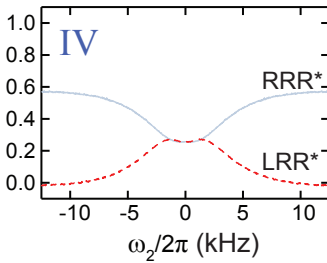
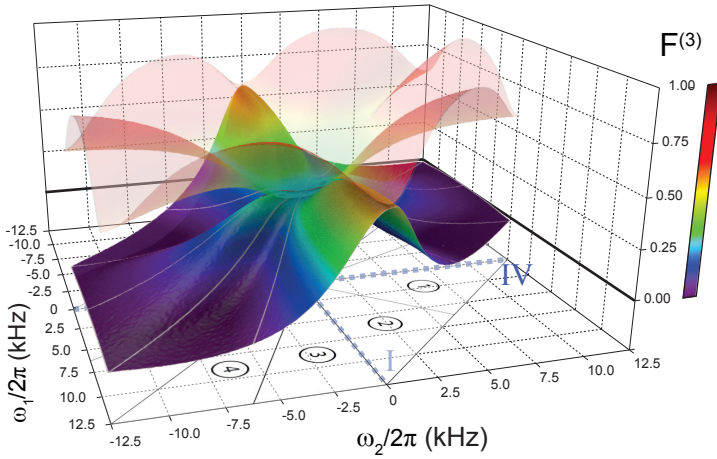


Abbildung 6.12:

Der Realteil des Kreuzbisppektrums LRR zusammen mit dem transparent überlagerten Realteil RRR des Bisppektrums. Darunter sind zwei Schnitte entlang I und IV durch RRR und LRR dargestellt.

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

triert die reduzierte Symmetrie der Kreuzkorrelation im Vergleich mit dem autokorrelierten Bisppektrum. Gleichzeitig ist auch zu erkennen, dass das Bisppektrum das Kreuzbisppektrum entlang einer Linie zu berühren scheint. Zum besseren Vergleich sind in Abbildung 6.12 auch wieder zwei Schnitte dargestellt:

- Schnitt I bestätigt, dass für $\omega_2 = 0$ Kreuz- und Autokorrelation übereinstimmen. Hier gilt also $\langle I_L(\omega_1)I_R(\omega_2 = 0)I_R^*(\omega_1) \rangle = \langle I_R(\omega_1)I_R(\omega_2 = 0)I_R^*(\omega_1) \rangle$.
- In Schnitt IV folgt die Kreuzkorrelation zunächst wieder der Autokorrelation für Frequenzen $\omega_2 < 2$ kHz. Für hohe Frequenzen fällt das Kreuzbisppektrum jedoch auf einen Wert von 0 ab. Wie zuvor beim zweiten Moment lässt sich hier eine leichte Unterschreitung der Null beobachten, die vermutlich wieder auf den Detektionsprozess zurückzuführen ist. Wie schon bei der Frequenz des Minimums in der Autokorrelation stellt auch hier der Frequenzursprung nicht das globale Maximum der Kreuzkorrelation dar.

Zwischen diesen beiden Grenzfällen ist darüber hinaus eine kleine Abstufung im Kreuzbisppektrum zu erkennen, die allerdings keiner der Symmetrielinien folgt. Gemeinsam beweisen Bisppektrum und Kreuzbisppektrum, dass Korrelationen höherer Ordnung nicht durch eine einzige Zeitskala charakterisiert werden können. Die gezeigte Frequenzabhängigkeit des dritten Moments lässt sich somit auch nicht mit dem zweiten Moment und einem Vorfaktor beschreiben.

Zum Abschluss dieses Kapitels ist in Abbildung 6.13 der Imaginärteil des Kreuzbisppektrums dargestellt. Die Konturlinien kennzeichnen die Fano-Faktoren 0, 0.1 und 0.2. Wie schon der Imaginärteil der Kreuzkorrelation im Schrotrauschen beträgt der Grenzwert für hohe und

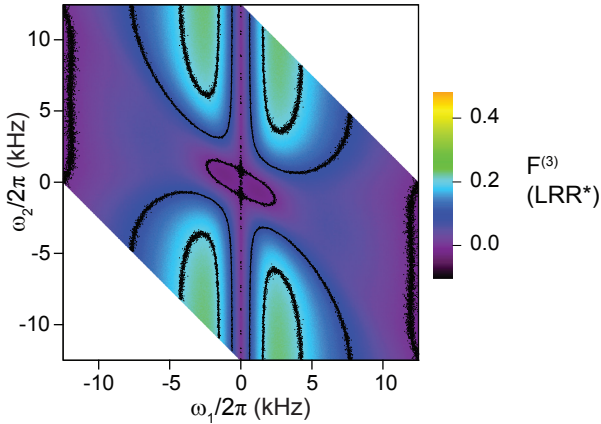


Abbildung 6.13:

Der Imaginärteil des Kreuzbispektrums LRR. Die Konturlinien kennzeichnen die Fano-Faktoren 0, 0.1 und 0.2 und damit die Bereiche mit einer Phasenverschiebung in der Korrelation.

verschwindend kleine Frequenzen 0. Nur im Übergangsbereich gibt es Korrelationen, die eine Phasenverschiebung aufweisen.

6.5 Zusammenfassung

Die Messung der Stromfluktuationen bei Frequenzen in der Größenordnung der Tunnelraten demonstriert, dass sich über die frequenzabhängigen Korrelationsspektren die Zeitskalen des Ladungstransports und der zugrundeliegende physikalische Prozess vollständig beschreiben lassen. Die Breite des Rauschspektrums ist durch die inverse Korrelationszeit bestimmt, während das Bispektrum zusätzliche Zeitskalen aufzeigt. Die direkte Auswertung der Daten eines Zählxperiments

6 Frequenzabhängigkeit der Stromfluktuationen

über Pulsstrom und FFT ermöglicht die Bestimmung der Frequenzabhängigkeit mit hoher Präzision. Alle wesentlichen Strukturen der theoretischen Vorhersagen können experimentell gezeigt werden. Leichte Verschiebungen des Arbeitspunktes des Experiments nehmen Einfluss auf das Nullfrequenzrauschen, die höheren Frequenzen bleiben davon aber weitgehend unverändert. Auch der Einfluss der endlichen Detektorauflösung kann vom theoretischen Modell vollständig erfasst werden.

Es wurden die fundamentalen Eigenschaften von frequenzabhängigen Momenten für einen Einzelelektronentransistor gezeigt.



Das dritte Moment: Ein Ausblick

Im Zentrum der Experimente dieser Arbeit stand die Untersuchung von Wechselwirkungseffekten im Elektronentransport, deren Signatur in den Stromfluktuationen in Form des Schrotrauschens, des zweiten Moments, gemessen wurde. Weitergehende Informationen können aus der Messung von höheren Momenten gewonnen werden. In diesem Ausblick sollen erste vorgenommene Messungen kurz vorgestellt werden, welche demonstrieren, wie mithilfe des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Messaufbaus auch das dritte Moment experimentell bestimmt werden kann.

Zur vollständigen stochastischen Beschreibung des Ladungstransfers ist die Kenntnis der Verteilungsfunktion der pro Zeitintervall transferierten Ladung erforderlich [173]. In dem Zählexperiment aus Kapitel 6 ließ sich die Verteilungsfunktion direkt aus der Ladungsmessung des Quantenpunkts bestimmen. Ist die Frequenz des Ladungstransfers zu hoch, um sie im Rahmen eines Zählperiments zu erfassen, kann die Verteilungsfunktion über ihre Momente charakterisiert wer-

den. Aufgrund des Zentral-Limit-Theorems ist in diesem Bereich die Verteilungsfunktion jedoch vom zweiten Moment dominiert. Höhere Momente sind daher nur schwer zugänglich, bieten aber auch Vorteile. So ist z.B. das dritte Moment nicht sensitiv auf die thermischen Gleichgewichtsfluktuationen, die häufig zu einem signifikanten Anteil das Schrotrauschen überlagern [174].

Bisherige experimentelle Arbeiten verfolgten im Wesentlichen zwei Ansätze, um das dritte Moment direkt zu messen. Reulet et al. [175] verwandten eine Serie von Mischern, um das dritte Moment aus dem Produkt der Spannungsfuktuationen zu bestimmen. Ihr Aufbau zeichnet sich durch eine sehr hohe Bandbreite von 1GHz aus. Während die Leistung des zweiten Moments linear von der Bandbreite des Detektors abhängt, wächst die Signalstärke des dritten Moments mit dem Quadrat der Bandbreite. Die Detektorbandbreite zu maximieren ist somit von entscheidender Bedeutung. Bomze et al. [176] entwickelten ein Verfahren, das dritte Moment direkt aus der Schiefe der gemessenen Stromverteilung zu extrahieren. Ohne Frequenzinformationen ist es mit diesem Verfahren nicht möglich, verschiedene physikalische Rauschquellen wie z.B. $1/f$ -Rauschen von dem Poisson-Prozess der tunnelnden Elektronen zu unterscheiden. Im Gegenzug bietet es den Vorteil, auf einfache Weise implementiert werden zu können und erlaubt, die Detektion des dritten Moments zu demonstrieren. Eine weitere, indirekte Methode stellt die Messung mithilfe von Josephsonkontakten dar [177].

7.1 Histogramm der Stromfluktuationen

Um die Messmethode von Bomze et al. zu implementieren, musste lediglich ein Histogramm der digitalisierten Spannungsfuktuationen aufgenommen werden. Die Auflösung der 16-Bit A/D-Wandler gibt mit 65536 Punkten die Auflösung des Histogramms vor. Abbildung

7.1 Histogramm der Stromfluktuationen

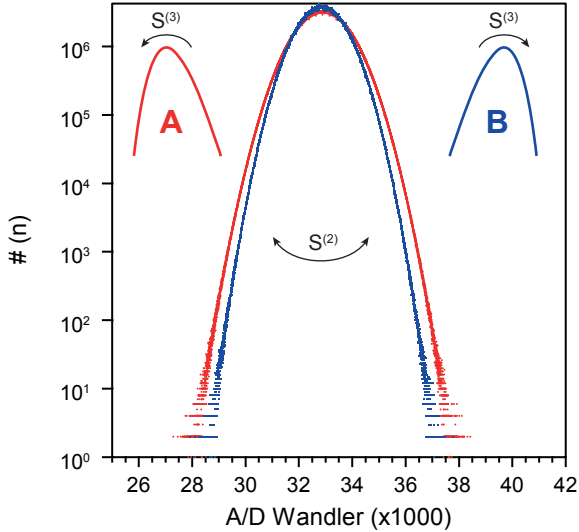


Abbildung 7.1:

Histogramm der Messwerte des 16-Bit A/D-Wandlers für Kanal A und B. Diese Werte entsprechen den verstärkten Stromfluktuationen. Links und rechts vom Histogramm sind Skizzen dargestellt, die die unterschiedliche Neigung des ungeraden dritten Moments für die Detektionskanäle veranschaulichen sollen.

7.1 zeigt eine Beispielmessung an dem Quantenpunktkontakt aus Kapitel 5 im Abschnürbereich, in dem nahezu volles Poisson-Rauschen erwartet wird. Das zweite Moment lässt sich aus der Breite des Histogramms, das dritte Moment aus der Schiefe bestimmen. Die beiden Kanäle A und B detektieren die Stromfluktuationen mit entgegengesetztem Vorzeichen, was zu einer entgegengesetzten Neigung der Histogramme führt. Aufgrund des Zentral-Limit-Theorems ist diese Neigung so gering, dass sie in der Abbildung kaum sichtbar wird. Die Werte des A/D-Wandlers im Histogramm sind proportional zu den

7 Das dritte Moment: Ein Ausblick

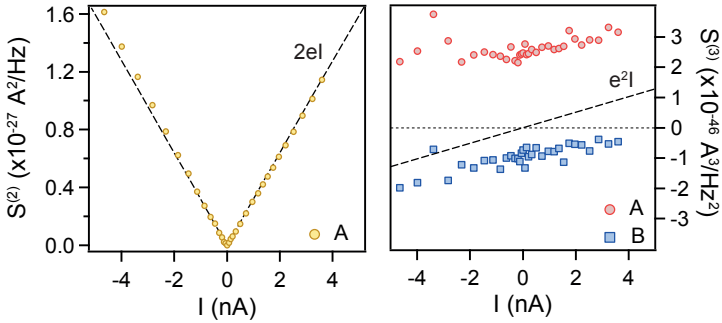


Abbildung 7.2:

Links: Das aus dem Histogramm berechnete zweite Moment und das volle Poisson-Rauschen $2eI$. *Rechts:* Das dritte Moment für Kanal A und B und zum Vergleich das volle Poisson-Rauschen e^2I .

verstärkten Spannungsfuktuationen $V(t)$ und über die Detektorimpedanz ebenfalls zu den Stromfluktuationen der Probe. Für die Berechnung der Momente ist die Reihenfolge, mit der die einzelnen Messwerte aufgenommen wurden, nicht entscheidend. Das zweite Moment $\langle\langle V^2 \rangle\rangle = \langle(V - \langle V \rangle)^2\rangle$ ergibt sich folglich aus [178]:

$$\langle\langle V^{(2)} \rangle\rangle = \frac{S^{(2)}}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega)A(-\omega)d\omega, \quad (7.1)$$

wobei $A = Z_{A,B}G_{A,B}$ die Gesamtverstärkung inklusive der Konversion der Stromfluktuationen in Spannungsfuktuationen bezeichnet. In der Mittelung muss jeder Wert mit der im Histogramm erfassten Häufigkeit gewichtet werden. Abbildung 7.2 zeigt, dass mit diesem Messverfahren das zweite Moment bestimmt werden kann. Beim dritten

Moment $\langle\langle V^3 \rangle\rangle = \langle (V - \langle V \rangle)^3 \rangle$ wird analog verfahren [178]:

$$\langle\langle V^{(3)} \rangle\rangle = \frac{S^{(3)}}{(2\pi)^2} \int \int_{-\infty}^{\infty} A(\omega)A(\omega')A^*(\omega + \omega')d\omega d\omega' \quad (7.2)$$

Abbildung 7.2 zeigt auch hierfür ein Beispiel. Im Vergleich zu dem erwarteten Poisson-Rauschen e^2I sind die Messwerte verschoben. Dieses Verhalten wurde auch von Bomze et al. beobachtet und auf Nichtlinearitäten in Detektion und Verstärkung zurückgeführt [179][176][178]. Der lineare Verlauf der Messwerte illustriert jedoch bereits, dass trotz der verschwindend geringen Größenordnung von $10^{-46} \text{A}^3/\text{Hz}^2$ ein drittes Moment mit diesem Aufbau detektiert werden kann.

7.2 Bispektrale Analyse

Das Bispektrum stellt eine frequenz aufgelöste und direkte Messmethode des dritten Moments dar. Hauptsächlich dient es in der Analyse von diskreten Zeitreihen der Detektion von nichtlinearen Wechselwirkungen [180][181] und der Extraktion von Phaseninformationen [182][183][184]. Das Bispektrum misst die Korrelation zwischen verschiedenen Frequenzkomponenten, wie sie einen Poisson-Prozess auszeichnet. Für einen Gauss-Prozess ist die Phasenbeziehung zwischen diesen Frequenzkomponenten zufällig, und das Bispektrum verschwindet. Die Wechselwirkung eines Gauss-Prozesses mit einer nichtlinearen Transferfunktion kann jedoch zu einer spektralen Umverteilung führen und damit zu einer Phasenbeziehung, die wiederum ein nicht verschwindendes Bispektrum nach sich zieht. Für die zukünftige Auswertung der Messdaten ist also die nichtlineare Wechselwirkung der Stromfluktuationen mit der Detektionselektronik zu berücksichtigen.

Das Bispektrum lässt sich aus der Fouriertransformation $V(\omega)$ der gemessenen Spannungsfuktuationen berechnen:

7 Das dritte Moment: Ein Ausblick

$$V^{(3)}(\omega_1, \omega_2) = V(\omega_1)V(\omega_2)V^*(\omega_1 + \omega_2) \quad (7.3)$$

Die mit dem AT9462-Digitalisierer aufgenommenen Spannungsfuktuationen werden während der Messung kontinuierlich in den Hauptspeicher des Messrechners transferiert. Folglich ist es zusammen mit der großen Datenmenge von 80 MB/s erforderlich, die Bispektren in Echtzeit zu berechnen und zu integrieren. Die parallelisierte und mittels SSE4.2 vektorisierte Berechnung auf einem Intel Core i7 Prozessor erlaubt bei einer Fenstergröße der diskreten Fouriertransformation von 1024 Punkten eine Aufzeichnung von 19500 Bispektren pro Sekunde. Dabei werden die verschiedenen Symmetrien (siehe Kapitel 1 und 6) ausgenutzt, um den Rechenaufwand zu reduzieren.

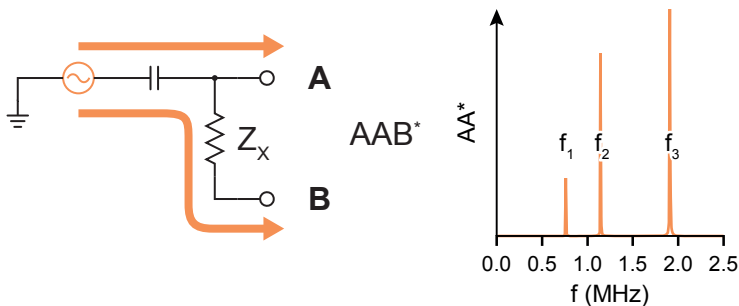


Abbildung 7.3:

Links: Schematische Skizze des Messaufbaus für eine Multi-Ton-Messung des Kreuzbispektrums. *Rechts:* Einkopplung einer Wellenform mit drei Frequenzkomponenten. Das Kreuzbispektrum AAB misst die Korrelation zwischen den Frequenzkomponenten.

Die Messung des dritten Moments mithilfe des Bispektrums macht es ebenfalls möglich, eine Kreuzkorrelationsmessung durchzuführen und somit unkorrelierte technische Rauschquellen zu eliminieren. Das

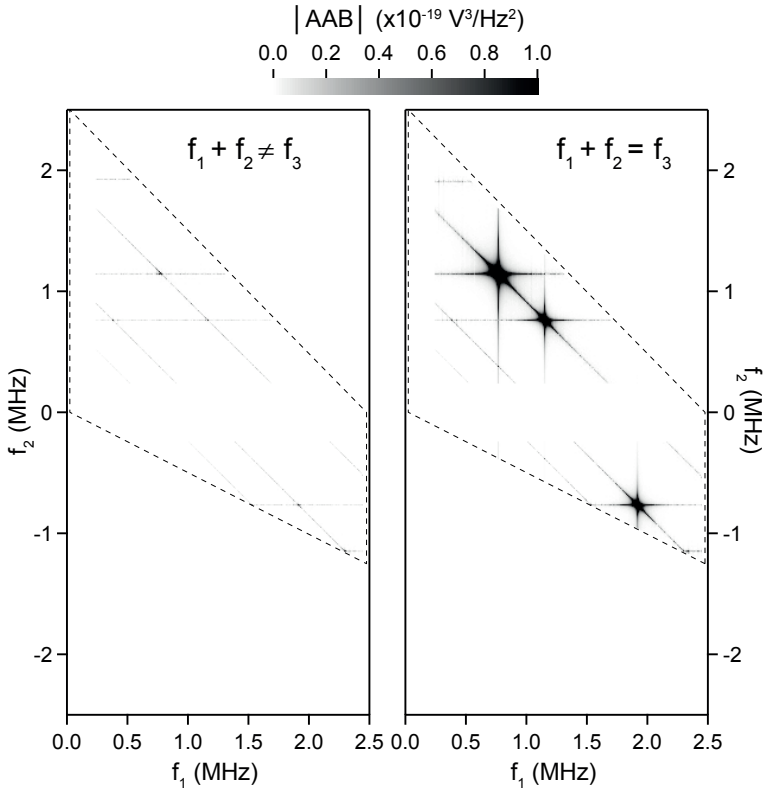


Abbildung 7.4:

Multi-Ton-Messung des Kreuzbispektrums. *Links:* Die drei Frequenzkomponenten der Multi-Ton-Wellenform sind unkorreliert. Die Farbskala wurde gerade so gewählt, dass die Spuren der Korrelation aufgrund der spektralen Verbreiterung der Frequenzkomponenten bei der diskreten Fouriertransformation sichtbar bleiben. *Rechts:* Bispektrale Korrelation der Wellenform.

7 Das dritte Moment: Ein Ausblick

Messprinzip lässt sich mit einer Multi-Ton-Messung illustrieren (siehe Abbildung 7.3), bei der über die Koaxialleitungen eine Wellenform mit drei verschiedenen Frequenzkomponenten in das Detektornetzwerk eingekoppelt wird. Das Kreuzbisppektrum misst die Korrelation dieser drei Frequenzkomponenten über die Probenimpedanz Z_X hinweg.

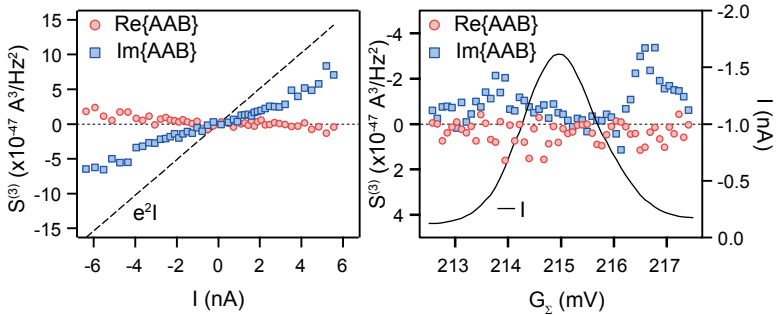


Abbildung 7.5:

Das aus dem Kreuzbisppektrum bestimmte dritte Moment. *Links:* Der Quantenpunktkontakt aus Kapitel 5 im Abschnürbereich im Vergleich zum vollen Poisson-Rauschen $e^2 I$. *Rechts:* Ein Coulomb-Blockade-Peak des Quantenpunkts aus Kapitel 4.

Abbildung 7.4 zeigt ein Beispiel des Kreuzbisppektrums AAB für den unkorrelierten Fall ($f_1 + f_2 \neq f_3$) und den korrelierten Fall ($f_1 + f_2 = f_3$). Die drei möglichen Permutationen von AAB im Kreuzbisppektrum führen zu drei Peaks. Die Signalintensität dieser Peaks ist verschieden, da sich die Signale in Kanal A und die über die Probenimpedanz transferierten Signale in Kanal B in der Frequenzabhängigkeit ihrer Signalstärke unterscheiden. Darüber hinaus sind in der Abbildung Linien zu erkennen, die Spuren der Korrelation aufgrund der spektralen Verbreiterung der Frequenzkomponenten bei der diskreten Fouriertransformation kennzeichnen.

Am Beispiel des Quantenpunktkontakts im Abschnürbereich aus Kapitel 5 und eines Coulomb-Blockade-Peaks des Quantenpunkts aus Kapitel 4 lässt sich in Abbildung 7.5 die grundsätzliche Detektion des dritten Moments mithilfe der bispektralen Analyse demonstrieren. Dargestellt ist jeweils der Mittelwert des Kreuzbispektrums AAB , nachdem durch Verstärkung und Detektorimpedanz geteilt wurde. Die nichtlineare Wechselwirkung mit dem Detektor bleibt jedoch unberücksichtigt. Der lineare Verlauf des Messsignals des Quantenpunktkontakts (Abbildung 7.5 links) zeigt die erwartete lineare Abhängigkeit vom Strom. Der Ausschlag des Messsignals des Quantenpunkts (Abbildung 7.5 rechts) auf den Flanken des Coulomb-Blockadepeaks entspricht ebenfalls dem erwarteten Verhalten. Hingegen entsprechen Phase und Amplitude nicht dem erwarteten Verlauf, was vermutlich darauf zurückzuführen ist, dass die nichtlineare Wechselwirkung noch nicht berücksichtigt werden konnte.

7.3 Ausblick

Beide Analyseverfahren, sowohl Histogramm als auch Bispektrum, verdeutlichen, dass bei der Messung des dritten Moments das Auflösungslimit des im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Messaufbaus erreicht wird. Um das beobachtete dritte Moment weiter auszuwerten, ist eine Erweiterung des Rauschdetektormodells aus Kapitel 2 hinsichtlich der Wechselwirkungen der Stromfluktuationen der Probe mit der umgebenden Messelektronik notwendig. Gerade die Nichtlinearität in der Detektion und Verstärkung ist dabei von besonderer Bedeutung und illustriert eine wesentliche Eigenschaft einer jeden Messung des dritten Moments: Während gegenüber einer Messung des zweiten Moments der Einfluss thermischer Rauschquellen deutlich geringer ist, wächst der Einfluss der elektronischen Umgebung. Für eine weitergehende Verbesserung des Auflösungsvermögens des Messaufbaus ist eine

größere Bandbreite notwendig. Bereits bei der Entwicklung des bisherigen experimentellen Aufbaus zählte eine möglichst geringe Kapazität in der Detektionselektronik zu den entscheidenden Designkriterien. Diese Kapazität gilt es nun weiter zu verringern, z.B. durch die Entwicklung von Verstärkern, deren Energieverbrauch so gering ist, dass sie in unmittelbarer Nähe der Probe platziert werden können, ohne durch Heizeffekte die Temperatur der Messung negativ zu beeinflussen.

Das dritte Moment ist die niedrigste Ordnung, in der ein experimenteller Zugang zu Phaseninformationen des untersuchten Prozesses möglich ist, und stellt somit eine interessante Fortführung der bisherigen experimentellen Untersuchungen dar.

Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit wurden die dynamischen Fluktuationen des elektrischen Transports durch Halbleiter-Nanostrukturen untersucht. Die Analyse des beobachteten korrelierten Ladungstransfers durch niederdimensionale Systeme wie Quantenpunkt oder Quantenpunktkontakt erlaubte Rückschlüsse auf die Eigenschaften und die interne Dynamik des Systems.

Zunächst wurde die Realisierung eines speziellen Messaufbaus für die Detektion von Stromfluktuationen in einem Entmischungskryostaten vorgestellt. Die Entwicklung von Tieftemperaturverstärkern verringerte die Distanz zwischen Messelektronik und der zu untersuchenden Probe und vergrößerte die Detektorbandbreite. Gleichzeitig machte der Aufbau die Neuentwicklung vieler Techniken zur thermischen Kopplung der elektrischen Leitungen erforderlich. Um die Sensitivität des Detektors weiter zu erhöhen, wurde die Messung der Stromfluktuationen durch die Probe als Korrelationsmessung zwischen dem eingehenden und ausgehenden Strom ausgelegt. Spezielle Analyseverfahren zur Charakterisierung und Auswertung des gesamten Messaufbaus demonstrierten dabei den experimentellen Zugang zur Korrelationsfunktion der Stromfluktuationen.

Der Zusammenhang zwischen Wechselwirkungseffekten und korreliertem Transport wurde anhand des Beispiels einer Fermikantensingularität, eines Vielteilchenwechselwirkungseffektes, vorgestellt. Untersuchungen der Gleichstromeigenschaften von selbstorganisierten InAs-Quantenpunkten zeigten den Einfluss der in hohen Magnetfeldern

beobachteten Fluktuationen der lokalen Zustandsdichte auf die Fermikantensingularität und einen Zusammenhang mit der Anzahl an wechselwirkenden Elektronen. Die Messung der Stromfluktuationen ergab eine negative Korrelation, die quantitativ nicht mehr mit einem einfachen Tunnelratenmodell verstanden werden konnte. Im Magnetfeld trat darüber hinaus der entgegengesetzte Effekt auf, nämlich eine Erhöhung anstelle einer Reduktion des die Fluktuationen charakterisierenden Fano-Faktors, sofern sich die im Magnetfeld aufgespaltenen Zeeman-Niveaus gleichzeitig im Transportfenster befanden. Qualitativ ließ sich dieser Verlauf mit der Wechselwirkung zwischen den spinaufgespaltenen Transportkanälen und der bidirektionalen Erhöhung einer der beiden Tunnelkopplungen erklären, wie der Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit einem einfachen Master-Equation-Modell zeigte. Eine quantitative Modellierung der experimentellen Ergebnisse konnte durch die Berücksichtigung von Nicht-Markow-Effekten erreicht werden.

Der gegenseitige Einfluss der Coulomb-Wechselwirkung auf die Dynamik des Transports durch ein Spektrum von Transportkanälen wurde in Experimenten an einem Quantenpunkt mit lateraler Geometrie weiter verfolgt. In dieser Geometrie ließen sich unterschiedliche Konfigurationen des Transports im Coulomb-Blockadebereich wie Einzel- oder Mehrfachelektronentransport untersuchen. Die Vielzahl von Transportkanälen, die sich aufgrund der hohen Komplexität des Anregungsspektrums des Quantenpunkts in ihrer Tunnelkopplung stark unterschieden, führte zu einer dynamischen Blockade des Transports. Dieser Effekt ließ sich in der Korrelation der Stromfluktuationen beobachten und im Rahmen des Constant-Interaction-Modells mithilfe eines Master-Equation-Ansatzes nachvollziehen. Ebenfalls untersuchte Phänomene, wie die negative differentielle Leitfähigkeit, zeigten jedoch, dass kein einfacher Zusammenhang zwischen blockiertem Zustand und korreliertem Transport hergestellt werden darf.

Die Sensitivität der Korrelationsmessungen auf das Vorhandensein mehrerer unterschiedlich gut leitender Transportkanäle wurde auch in einem Experiment an einem Quantenpunktkontakt genutzt, um Informationen über die beobachtete Modulation der Leitfähigkeit zu erlangen. Die Analyse des gemessenen Stromverteilungsrauschens zeigte, dass die Modulation der Leitfähigkeit in dieser Probe eher auf die Existenz eines gebundenen Zustands in der Engstelle, als auf eine spontane Spinpolarisation zurückzuführen ist. Der Vergleich von Stromverteilungsrauschen und Leitfähigkeit bewies darüber hinaus, dass, obwohl die Quantisierung der Leitfähigkeit nur schwach ausgeprägt war, die Transmissionswahrscheinlichkeit durch die Engstelle einen Wert nahe 1 erreichte.

Während in diesen Experimenten sowohl Frequenz als auch Bandbreite des Detektors sehr viel kleiner waren als die Rate der tunnelnden Elektronen, konnte in einem Zählexperiment, in dem die Ladung auf dem Quantenpunkt über einen angrenzenden Quantenpunktkontakt gemessen wurde, eine Detektorbandbreite erreicht werden, welche die Tunnelrate deutlich überstieg. Die direkte Auswertung der Daten über die diskrete Fouriertransformation eines Pulsstroms ermöglichte die Bestimmung der Frequenzabhängigkeit mit hoher Präzision. Alle wesentlichen Strukturen der theoretischen Vorhersagen konnten experimentell gezeigt werden. Dabei wurden sowohl das Leistungsspektrum des zweiten Moments als auch das Bispektrum des dritten Moments betrachtet. Die Messung der Stromfluktuationen bei Frequenzen in der Größenordnung der Tunnelraten demonstriert, dass sich über die frequenzabhängigen Korrelationsspektren die Zeitskalen des Ladungstransports und der zugrunde liegende physikalische Prozess vollständig beschreiben lassen. Die Breite des Leistungsspektrums ist durch die inverse Korrelationszeit bestimmt, während das Bispektrum zusätzliche Zeitskalen aufzeigt. Auch die Fehler, die durch eine endliche Detektorauflösung entstehen, können vom theoretischen Modell vollständig

erfasst werden.

Die in dem Zählexperiment entwickelte bispektrale Analysemethode ermöglichte die Messung höherer Momente der direkt gemessenen Stromfluktuationen. Erste Untersuchungen demonstrieren die Anwendung dieser Methode an einem Quantenpunktkontakt und einem Quantenpunkt.

Literaturverzeichnis

- [1] P. A. W. Lewis, *A Branching Poisson Process Model for the Analysis of Computer Failure Patterns*, Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological) **26**, pp. 398 (1964). 21
- [2] D. Vere-Jones, *Stochastic Models for Earthquake Occurrence*, Journal of the Royal Statistical Society. Series B (Methodological) **32**, pp. 1 (1970). 21
- [3] W. Schottky, *Über spontane Stromschwankungen in verschiedenen Elektrizitätsleitern*, Ann. Phys. **57**, 541 (1918). 21
- [4] S. Gustavsson, R. Leturcq, B. Simovič, R. Schleser, T. Ihn, P. Studerus, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Counting Statistics of Single Electron Transport in a Quantum Dot*, Physical Review Letters **96**, 076605 (2006). 22
- [5] T. Fujisawa, T. Hayashi, R. Tomita und Y. Hirayama, *Bidirectional Counting of Single Electrons*, Science **312**, 1634 (2006). 22
- [6] S. Gustavsson, R. Leturcq, M. Studer, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Time-Resolved Detection of Single-Electron Interference*, Nano Letters **8**, 2547 (2008), pMID: 18611057. 22
- [7] S. Gustavsson, M. Studer, R. Leturcq, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Detecting single-electron tunneling*

- involving virtual processes in real time*, Phys. Rev. B **78**, 155309 (2008). 22
- [8] R. dePicciotto, M. Reznikov, M. Heiblum, V. Umansky, G. Bunin und D. Mahalu, *Direct observation of a fractional charge*, Nature **389**, 162 (1997). 22, 53
- [9] F. Lefloch, C. Hoffmann, M. Sanquer und D. Quirion, *Doubled Full Shot Noise in Quantum Coherent Superconductor-Semiconductor Junctions*, Phys. Rev. Lett. **90**, 067002 (2003). 22, 45
- [10] V. F. Mais, O. . Saira, Y. A. Pashkin, J. S. Tsai, D. V. Averin und J. P. Pekola, *Real-time observation of discrete Andreev tunneling events*, ArXiv e-prints (2010). 22
- [11] M. Reznikov, M. Heiblum, H. Shtrikman und D. Mahalu, *Temporal Correlation Of Electrons - Suppression Of Shot-Noise In A Ballistic Quantum Point-Contact*, Phys. Rev. Lett. **75**, 3340 (1995). 22, 151
- [12] A. Kumar, L. Saminadayar, D. C. Glattli, Y. Jin und B. Etienne, *Experimental test of the quantum shot noise reduction theory*, Phys. Rev. Lett. **76**, 2778 (1996). 22, 151, 157
- [13] A. H. Steinbach, J. M. Martinis und M. H. Devoret, *Observation of hot-electron shot noise in a metallic resistor*, Phys. Rev. Lett. **76**, 3806 (1996). 22
- [14] R. J. Schoelkopf, P. J. Burke, A. A. Kozhevnikov, D. E. Prober und M. J. Rooks, *Frequency dependence of shot noise in a diffusive mesoscopic conductor*, Phys. Rev. Lett. **78**, 3370 (1997). 22

- [15] M. Henny, S. Oberholzer, C. Strunk, T. Heinzel, K. Ensslin, M. Holland und C. Schonberger, *The fermionic Hanbury Brown and Twiss experiment*, Science **284**, 296 (1999). 22
- [16] W. D. Oliver, J. Kim, R. C. Liu und Y. Yamamoto, *Hanbury Brown and Twiss-type experiment with electrons*, Science **284**, 299 (1999). 22
- [17] S. Oberholzer, E. V. Sukhorukov und C. Schonberger, *Cross-over between classical and quantum shot noise in chaotic cavities*, Nature **415**, 765 (2002). 23
- [18] A. Nauen, I. Hapke-Wurst, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Pierz, *Shot noise in self-assembled InAs quantum dots*, Phys. Rev. B **66**, 161303R (2002). 23, 114
- [19] T. Ando, A. B. Fowler und F. Stern, *Electronic properties of two-dimensional systems*, Rev. Mod. Phys. **54**, 437 (1982). 26
- [20] L. Jacak, P. Hawrylak und A. Wójs, *Quantum Dots* (Springer, 1998). 28, 30
- [21] T. Heinzel, *Mesoscopic Electronics in Solid State Nanostructures* (Wiley, 2003). 28
- [22] N. Miura, *Physics of Semiconductors in High Magnetic Fields* (Oxford University press, 2007). 28
- [23] V. Fock, *Bemerkung zur Quantelung des harmonischen Oszillators im Magnetfeld*, Z. Phys. **47**, 446 (1928). 30
- [24] C. G. Darwin, *The Diamagnetism of the Free Electron*, Prog. Camp. Phil. Soc. **27**, 86 (1931). 30, 140

- [25] M. A. Kastner, *The single-electron transistor*, Rev. Mod. Phys. **64**, 849 (1992). 31
- [26] L. P. Kouwenhoven, D. G. Austing und S. Tarucha, *Few-electron quantum dots*, Reports on Progress in Physics **64**, 701 (2001). 31
- [27] R. Landauer, *Spatial Variation of Currents and Fields Due to Localized Scatterers in Metallic Conduction*, IBM Journal of Research and Development **1**, 223 (1957). 33
- [28] R. Landauer, *Spatial variation of currents and fields due to localized scatterers in metallic conduction*, IBM Journal of Research and Development **32**, 306 (1988). 33
- [29] M. Büttiker, *Absence of backscattering in the quantum Hall effect in multiprobe conductors*, Phys. Rev. B **38**, 9375 (1988). 33
- [30] C. W. J. Beenakker, *Theory of Coulomb-blockade oscillations in the conductance of a quantum dot*, Phys. Rev. B **44**, 1646 (1991). 33
- [31] A. N. Korotkov, *Intrinsic noise of the single-electron transistor*, Phys. Rev. B **49**, 10381 (1994). 33, 130
- [32] S. Hershfield, J. H. Davies, P. Hyldgaard, C. J. Stanton und J. W. Wilkins, *Zero-frequency current noise for the double-tunnel-junction Coulomb blockade*, Phys. Rev. B **47**, 1967 (1993). 33, 41, 105, 116, 134
- [33] G. Kiesslich, A. Wacker und E. Scholl, *Shot noise of coupled semiconductor quantum dots*, Phys. Rev. B **68**, 125320 (2003). 33, 105, 114, 116
- [34] Y. M. Blanter und M. Buttiker, *Shot noise in mesoscopic conductors*, Physics Reports **336**, 1 (2000). 34, 41, 43

- [35] Y. Imry und R. Landauer, *Conductance viewed as transmission*, Rev. Mod. Phys. **71**, S306 (1999). 35
- [36] M. Büttiker, *Quantized transmission of a saddle-point constriction*, Phys. Rev. B **41**, 7906 (1990). 36
- [37] Y. V. Nazarov und Y. M. Blanter, *Quantum transport : introduction to nanoscience* (Cambridge Univ. Press, 2009). 37, 38, 40, 44
- [38] M. Büttiker, *Scattering theory of current and intensity noise correlations in conductors and wave guides*, Phys. Rev. B **46**, 12485 (1992). 41
- [39] U. Fano, *Ionization Yield of Radiations. II. The Fluctuations of the Number of Ions*, Phys. Rev. **72**, 26 (1947). 43
- [40] L. Y. Chen und C. S. Ting, *Theoretical investigation of noise characteristics of double-barrier resonant-tunneling systems*, Phys. Rev. B **43**, 4534 (1991). 45
- [41] J. H. Davies, P. Hyltdgaard, S. Hershfield und J. W. Wilkins, *Classical theory for shot noise in resonant tunneling*, Phys. Rev. B **46**, 9620 (1992). 45
- [42] M. Buttiker, *Reversing the sign of current-current correlations*, Arxiv Condensed Matter e-prints (2002). 45
- [43] W. Belzig, *Full counting statistics of super-Poissonian shot noise in multilevel quantum dots*, Phys. Rev. B **71**, 161301 (2005). 45, 118, 126
- [44] B. Reulet, in *Nanophysics: Coherence and Transport*, *École d'été de Physique des Houches Session LXXXI*, Band 81 aus *Les Houches*

- Summer School Proceedings*, Herausgeber: H. Bouchiat, Y. Gefen, S. Guéron, G. Montambaux und J. Dalibard (Elsevier, 2005), Seiten 361 - 382. 46
- [45] J. Mendel, *Tutorial on higher-order statistics (spectra) in signal processing and system theory: theoretical results and some applications*, Proceedings of the IEEE **79**, 278 (1991). 46
- [46] C. Nikias und J. Mendel, *Signal processing with higher-order spectra*, Signal Processing Magazine, IEEE **10**, 10 (1993). 46
- [47] C. Nikias und M. Raghuveer, *Bispectrum estimation: A digital signal processing framework*, Proceedings of the IEEE **75**, 869 (1987). 46
- [48] A. Swami, J. M. Mendel und C. L. Nikias, *Higher-Order Spectral Analysis Toolbox User's Guide*. 46
- [49] K. S. Lii und K. N. Helland, *Cross-Bispectrum Computation and Variance Estimation*, ACM Trans. Math. Softw. **7**, 284 (1981). 47
- [50] D. A. Bagrets und Y. V. Nazarov, *Full counting statistics of charge transfer in Coulomb blockade systems*, Phys. Rev. B **67**, 085316 (2003). 48
- [51] N. Maire, *Rauschspektroskopie von Quantenpunktsystemen*, Dissertation, Universität Hannover, 2009. 52, 97, 105
- [52] M. Sampietro, L. Fasoli und G. Ferrari, *Spectrum analyzer with noise reduction by cross-correlation technique on two channels*, Review of Scientific Instruments **70**, 2520 (1999). 53

- [53] G. Ferrari und M. Sampietro, *Correlation spectrum analyzer for direct measurement of device current noise*, Review of Scientific Instruments **73**, 2717 (2002). 53
- [54] L. DiCarlo, Y. Zhang, D. T. McClure, C. M. Marcus, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *System for measuring auto- and cross correlation of current noise at low temperatures*, Review of Scientific Instruments **77**, 073906 (2006). 53, 54
- [55] M. Pospieszalski und S. Weinreb, in *Microwave Symposium Digest, MTT-S International* (IEEE, 1987), Nr. 2, Seiten 955-958. 54
- [56] A. M. Robinson und V. I. Talyanskii, *Cryogenic amplifier for 1 MHz with a high input impedance using a commercial pseudomorphic high electron mobility transistor*, Review of Scientific Instruments **75**, 3169 (2004). 54, 64
- [57] A. T. Lee, *Broadband cryogenic preamplifiers incorporating GaAs MESFETs for use with low-temperature particle detectors*, Review of Scientific Instruments **60**, 3315 (1989). 54
- [58] N. Oukhanski, M. Grajcar, E. Il'ichev und H.-G. Meyer, *Low noise, low power consumption high electron mobility transistors amplifier, for temperatures below 1 K*, Review of Scientific Instruments **74**, 1145 (2003). 54
- [59] N. Oukhanski und E. Hoenig, *Ultrasensitive radio-frequency pseudomorphic high-electron-mobility-transistor readout for quantum devices*, Applied Physics Letters **85**, 2956 (2004). 54
- [60] L. Roschier und P. Hakonen, *Design of cryogenic 700 MHz amplifier*, Cryogenics **44**, 783 (2004). 54, 64

- [61] M. Hashisaka, Y. Yamauchi, S. Nakamura, S. Kasai, K. Kobayashi und T. Ono, *Measurement for quantum shot noise in a quantum point contact at low temperatures*, Journal of Physics: Conference Series **109**, 012013 (2008). 54
- [62] M. Somerville, A. Ernst und J. del Alamo, *A physical model for the kink effect in InAlAs/InGaAs HEMTs*, Electron Devices, IEEE Transactions on **47**, 922 (2000). 56
- [63] B. G. Vasallo, J. Mateos, D. Pardo und T. González, *Kink-effect related noise in short-channel InAlAs/InGaAs high electron mobility transistors*, Journal of Applied Physics **95**, 8271 (2004). 56, 64
- [64] J. Pantoja, C.-I. Lin, M. Shaalan, J. Sebastian und H. Hartnagel, *Monte Carlo simulation of microwave noise temperature in cooled GaAs and InP*, Microwave Theory and Techniques, IEEE Transactions on **48**, 1275 (2000). 56
- [65] W. Jung, *Build An Ultra-Low-Noise Voltage Reference*, ED Analog Applications 74 (1993). 61
- [66] L. DiCarlo, Y. Zhang, D. T. McClure, D. J. Reilly, C. M. Marcus, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Shot-noise signatures of 0.7 structure and spin in a quantum point contact*, Phys. Rev. Lett. **97**, 036810 (2006). 64, 151, 155, 156, 161, 163, 164
- [67] M. Frigo, Steven und G. Johnson, in *Proceedings of the IEEE* (IEEE, 2005), Seiten 216–231. 75
- [68] M. S. Skolnick, J. M. Rorison, K. J. Nash, D. J. Mowbray, P. R. Tapster, S. J. Bass und A. D. Pitt, *Observation of a Many-Body Edge Singularity in Quantum-Well Luminescence Spectra*, Phys. Rev. Lett. **58**, 2130 (1987). 91

- [69] K. A. Matveev und A. I. Larkin, *Interaction-Induced Threshold Singularities In Tunneling Via Localized Levels*, Phys. Rev. B **46**, 15337 (1992). 91, 96
- [70] M. Hentschel, *Anderson orthogonality catastrophe and the X-ray edge problem of nanosystems: From rounded to peaked edge* (Seminar: Cooperative Phenomena in Optics and Transport in Nanostructures, 2004). 92
- [71] G. D. Mahan, *Excitons in Degenerate Semiconductors*, Phys. Rev. **153**, 882 (1967). 92
- [72] G. D. Mahan, *Excitons in Metals: Infinite Hole Mass*, Phys. Rev. **163**, 612 (1967). 92
- [73] P. W. Anderson, *Infrared Catastrophe in Fermi Gases with Local Scattering Potentials*, Phys. Rev. Lett. **18**, 1049 (1967). 92
- [74] G. D. Mahan, *Many-particle physics, Physics of solids and liquids*, 3. ed. (Kluwer Acad./Plenum Publ., New York, NY [u.a.], 2000), Seiten XII, 785 S. 93
- [75] D. Abanin, *Non-Equilibrium Fermi-edge singularity* (International Argonne Fall Workshop on Nanophysics V: Nanoscale Superconductivity and Magnetism, 2005). 94
- [76] P. Nozières und C. T. De Dominicis, *Singularities in the X-Ray Absorption and Emission of Metals. III. One-Body Theory Exact Solution*, Phys. Rev. **178**, 1097 (1969). 93
- [77] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, H. Frahm, A. G. M. Jansen, R. J. Haug und K. Pierz, *Magnetic-field-induced singularities in spin-dependent tunneling through InAs quantum dots*, Phys. Rev. B **62**, 12621 (2000). 95, 99

- [78] H. Frahm, C. von Zobeltitz, N. Maire und R. J. Haug, *Fermi-edge singularities in transport through quantum dots*, Phys. Rev. B **74**, 035329 (2006). 95, 96
- [79] N. A. J. M. Kleemans, J. van Bree, A. O. Govorov, J. G. Keizer, G. J. Hamhuis, R. Notzel, A. Y. Silov und P. M. Koenraad, *Many-body exciton states in self-assembled quantum dots coupled to a Fermi sea*, Nat Phys **6**, 534 (2010). 96
- [80] M. Hentschel, D. Ullmo und H. U. Baranger, *Fermi edge singularities in the mesoscopic regime: Anderson orthogonality catastrophe*, Phys. Rev. B **72**, 035310 (2005). 96
- [81] T. Lüdtkke, *Transportmessungen an selbstorganisierten InAs-Quantenpunktsystemen kleinerer Abmessungen*, Diplomarbeit, Universität Hannover, 2004. 96, 97, 106
- [82] I. Hapke-Wurst, U. Zeitler, R. J. Haug und K. Pierz, *Mapping the g factor anisotropy of InAs self-assembled quantum dots*, Physica E **12**, 802 (2002). 99, 108, 110
- [83] T. Schmidt, P. König, E. McCann, V. I. Fal'ko und R. J. Haug, *Energy Dependence of Quasiparticle Relaxation in a Disordered Fermi Liquid*, Phys. Rev. Lett. **86**, 276 (2001). 99
- [84] A. Nauen, F. Hohls, N. Maire, K. Pierz und R. J. Haug, *Shot noise in tunneling through a single quantum dot*, Phys. Rev. B **70**, 033305 (2004). 99, 111
- [85] B. L. Altshuler, P. A. Lee und R. A. Webb, *Mesoscopic Phenomena in Solids* (North Holland, 1991). 102
- [86] P. König, *Spinaufgelöste Tunnelspektroskopie von Halbleiterheterostrukturen: Zeeman-Effekt und Phasenrelaxation*, Dissertation, Universität Hannover, 2000. 102

- [87] I. V. Lerner, *Distribution functions of current density and local density of states in disordered quantum conductors*, Physics Letters A **133**, 253 (1988). 102
- [88] T. Schmidt, R. J. Haug, V. I. Fal'ko, K. v. Klitzing, A. Förster und H. Lüth, *Spectroscopy of local density of states fluctuations in a disordered conductor*, EPL (Europhysics Letters) **36**, 61 (1996). 102
- [89] A. A. Abrikosov und I. A. Ryzhkin, *Conductivity of quasi-one-dimensional metal systems*, Advances in Physics **27**, 147 (1978). 103
- [90] T. Schmidt, R. J. Haug, V. I. Fal'ko, K. v. Klitzing, A. Förster und H. Lüth, *Observation of the Local Structure of Landau Bands in a Disordered Conductor*, Phys. Rev. Lett. **78**, 1540 (1997). 103
- [91] D. H. Cobden und B. A. Muzykantskii, *Finite-Temperature Fermi-Edge Singularity in Tunneling Studied Using Random Telegraph Signals*, Phys. Rev. Lett. **75**, 4274 (1995). 105
- [92] I. Hapke-Wurst, *Resonanter Magnetotransport durch selbstorganisierte InAs Quantenpunkte*, Dissertation, Universität Hannover, 2002. 106
- [93] P. König, T. Schmidt und R. J. Haug, *Spin effects in the local density of states of GaAs*, EPL (Europhysics Letters) **54**, 495 (2001). 110
- [94] N. Maire, F. Hohls, T. Luedtke, K. Pierz und R. J. Haug, *Noise at a Fermi-edge singularity in self-assembled InAs quantum dots*, Phys. Rev. B **75**, 233304 (2007). 116

- [95] A. Braggio, J. König und R. Fazio, *Full Counting Statistics in Strongly Interacting Systems: Non-Markovian Effects*, Phys. Rev. Lett. **96**, 026805 (2006). 116, 119
- [96] C. Flindt, A. Braggio und T. Novotný, in *Non-Markovian dynamics in the theory of full counting statistics*, Herausgeber: M. Tacano, Y. Yamamoto und M. Nakao (AIP, 2007), Nr. 1, Seiten 531-534. 116
- [97] A. Cottet, W. Belzig und C. Bruder, *Positive Cross Correlations in a Three-Terminal Quantum Dot with Ferromagnetic Contacts*, Phys. Rev. Lett. **92**, 206801 (2004). 118
- [98] A. V. Mokshin, R. M. Yulmetyev und P. Hänggi, *Simple Measure of Memory for Dynamical Processes Described by a Generalized Langevin Equation*, Phys. Rev. Lett. **95**, 200601 (2005). 118
- [99] C. Flindt, T. c. v. Novotný, A. Braggio, M. Sassetti und A.-P. Jauho, *Counting Statistics of Non-Markovian Quantum Stochastic Processes*, Phys. Rev. Lett. **100**, 150601 (2008). 118
- [100] C. Flindt, T. Novotny, A. Braggio und A.-P. Jauho, *Counting statistics of transport through Coulomb blockade nanostructures: high-order cumulants and non-Markovian effects*, ArXiv e-prints (2010). 118
- [101] M. M. Wolf, J. Eisert, T. S. Cubitt und J. I. Cirac, *Assessing Non-Markovian Quantum Dynamics*, Phys. Rev. Lett. **101**, 150402 (2008). 118
- [102] J. Jin, X.-Q. Li, M. Luo und Y. Yan, *Non-Markovian shot noise spectrum of quantum transport through quantum dots*, Journal of Applied Physics **109**, 053704 (2011). 119

- [103] K. Roszak und T. Novotný, private Korrespondenz. 119
- [104] S. Tarucha, D. G. Austing, T. Honda, R. J. van der Hage und L. P. Kouwenhoven, *Shell Filling and Spin Effects in a Few Electron Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **77**, 3613 (1996). 125
- [105] A. Thielmann, M. H. Hettler, J. König und G. Schön, *Super-Poissonian noise, negative differential conductance, and relaxation effects in transport through molecules, quantum dots, and nanotubes*, Phys. Rev. B **71**, 045341 (2005). 125, 139, 140
- [106] S. Gustavsson, R. Leturcq, B. Simovič, R. Schleser, P. Studerus, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Counting statistics and super-Poissonian noise in a quantum dot: Time-resolved measurements of electron transport*, Phys. Rev. B **74**, 195305 (2006). 126
- [107] S. De Franceschi, S. Sasaki, J. M. Elzerman, W. G. van der Wiel, S. Tarucha und L. P. Kouwenhoven, *Electron Cotunneling in a Semiconductor Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **86**, 878 (2001). 126
- [108] R. Schleser, T. Ihn, E. Ruh, K. Ensslin, M. Tews, D. Pfannkuche, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Cotunneling-Mediated Transport through Excited States in the Coulomb-Blockade Regime*, Phys. Rev. Lett. **94**, 206805 (2005). 126
- [109] E. V. Sukhorukov, G. Burkard und D. Loss, *Noise of a quantum dot system in the cotunneling regime*, Phys. Rev. B **63**, 125315 (2001). 126, 130
- [110] A. Thielmann, M. H. Hettler, J. König und G. Schön, *Cotunneling current and shot noise in quantum dots*, Phys. Rev. Lett. **95**, 146806 (2005). 126, 130

- [111] E. Onac, F. Balestro, B. Trauzettel, C. F. J. Lodewijk und L. P. Kouwenhoven, *Shot-noise detection in a carbon nanotube quantum dot*, Phys. Rev. Lett. **96**, 026803 (2006). 126
- [112] Y. Zhang, L. DiCarlo, D. T. McClure, M. Yamamoto, S. Tarucha, C. M. Marcus, M. P. Hanson und A. C. Gossard, *Noise Correlations in a Coulomb-Blockaded Quantum Dot*, Phys. Rev. Lett. **99**, 036603 (2007). 126, 133
- [113] B. Harke, *Herstellung und Untersuchung von Quantenpunkt-kontakten und Quantenpunkten - Möglichkeiten der AFM-Lithographie*, Diplomarbeit, Universität Hannover, 2004. 127, 128, 156
- [114] M. Rogge, *Einzel-, Doppel- und Dreifachquantenpunkte*, Dissertation, Leibniz Universität Hannover, 2008. 127, 143
- [115] C. Fricke, *Der Quantenpunktkontakt als Ladungsdetektor in der Transportspektroskopie*, Dissertation, Universität Hannover, 2009. 127, 128, 130, 143, 171, 177
- [116] A. K. Hüttel, H. Qin, A. W. Holleitner, R. H. Blick, K. Neumaier, D. Weinmann, K. Eberl und J. P. Kotthaus, *Spin blockade in ground-state resonance of a quantum dot*, EPL (Europhysics Letters) **62**, 712 (2003). 130
- [117] L. DiCarlo, *Mesoscopic Electronics Beyond DC Transport*, Dissertation, Harvard University, 2007. 134
- [118] Y. Zhang, *Waves, Particles, and Interactions in Reduced Dimensions*, Dissertation, Harvard University, 2009. 134
- [119] Y. P. Li, A. Zaslavsky, D. C. Tsui, M. Santos und M. Shayegan, *Noise characteristics of double-barrier resonant-tunneling structures below 10 kHz*, Phys. Rev. B **41**, 8388 (1990). 138

- [120] V. V. Kuznetsov, E. E. Mendez, J. D. Bruno und J. T. Pham, *Shot noise enhancement in resonant-tunneling structures in a magnetic field*, Phys. Rev. B **58**, R10159 (1998). 138
- [121] G. Iannaccone, G. Lombardi, M. Macucci und B. Pellegrini, *Enhanced Shot Noise in Resonant Tunneling: Theory and Experiment*, Phys. Rev. Lett. **80**, 1054 (1998). 138
- [122] J. Weis, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Ploog, *Competing channels in single-electron tunneling through a quantum dot*, Phys. Rev. Lett. **71**, 4019 (1993). 138
- [123] D. Weinmann, W. Häusler und B. Kramer, *Spin Blockades in Linear and Nonlinear Transport through Quantum Dots*, Phys. Rev. Lett. **74**, 984 (1995). 139
- [124] F. Cavaliere, A. Braggio, J. T. Stockburger, M. Sassetti und B. Kramer, *Negative Differential Conductance Induced by Spin-Charge Separation*, Phys. Rev. Lett. **93**, 036803 (2004). 139
- [125] M. H. Hettler, H. Schoeller und W. Wenzel, *Non-linear transport through a molecular nanojunction*, EPL (Europhysics Letters) **57**, 571 (2002). 139
- [126] M. H. Hettler, W. Wenzel, M. R. Wegewijs und H. Schoeller, *Current Collapse in Tunneling Transport through Benzene*, Phys. Rev. Lett. **90**, 076805 (2003). 139
- [127] P. L. McEuen, E. B. Foxman, J. Kinaret, U. Meirav, M. A. Kastner, N. S. Wingreen und S. J. Wind, *Self-consistent addition spectrum of a Coulomb island in the quantum Hall regime*, Phys. Rev. B **45**, 11419 (1992). 143

- [128] M. Ciorga, A. S. Sachrajda, P. Hawrylak, C. Gould, P. Zawadzki, S. Jullian, Y. Feng und Z. Wasilewski, *Addition spectrum of a lateral dot from Coulomb and spin-blockade spectroscopy*, Phys. Rev. B **61**, R16315 (2000). 143
- [129] K. J. Thomas, J. T. Nicholls, M. Y. Simmons, M. Pepper, D. R. Mace und D. A. Ritchie, *Possible Spin Polarization in a One-Dimensional Electron Gas*, Phys. Rev. Lett. **77**, 135 (1996). 150
- [130] A. Kristensen, H. Bruus, A. E. Hansen, J. B. Jensen, P. E. Lindelof, C. J. Marckmann, J. Nygård, C. B. Sørensen, F. Beuscher, A. Forchel und M. Michel, *Bias and temperature dependence of the 0.7 conductance anomaly in quantum point contacts*, Phys. Rev. B **62**, 10950 (2000). 150, 156, 157
- [131] K. F. Berggren und I. I. Yakimenko, *Effects of exchange and electron correlation on conductance and nanomagnetism in ballistic semiconductor quantum point contacts*, Phys. Rev. B **66**, 085323 (2002). 150
- [132] D. J. Reilly, T. M. Buehler, J. L. O'Brien, A. R. Hamilton, A. S. Dzurak, R. G. Clark, B. E. Kane, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Density-Dependent Spin Polarization in Ultra-Low-Disorder Quantum Wires*, Phys. Rev. Lett. **89**, 246801 (2002). 150
- [133] D. J. Reilly, *Phenomenological model for the 0.7 conductance feature in quantum wires*, Phys. Rev. B **72**, 033309 (2005). 150
- [134] L. P. Rokhinson, L. N. Pfeiffer und K. W. West, *Spontaneous Spin Polarization in Quantum Point Contacts*, Phys. Rev. Lett. **96**, 156602 (2006). 150

- [135] F. Sfigakis, C. J. B. Ford, M. Pepper, M. Kataoka, D. A. Ritchie und M. Y. Simmons, *Kondo Effect from a Tunable Bound State within a Quantum Wire*, Phys. Rev. Lett. **100**, 026807 (2008). 150, 156
- [136] T. Rejec, A. A. Ramšak und J. H. Jefferson, *Spin-dependent resonances in the conduction edge of quantum wires*, Phys. Rev. B **62**, 12985 (2000). 150, 155
- [137] D. Kaufman, Y. Berk, B. Dwir, A. Rudra, A. Palevski und E. Kapon, *Conductance quantization in V-groove quantum wires*, Phys. Rev. B **59**, R10433 (1999). 150
- [138] P. Ramvall, N. Carlsson, I. Maximov, P. Omling, L. Samuelson, W. Seifert, Q. Wang und S. Lourduoss, *Quantized conductance in a heterostructurally defined Ga_{0.25}In_{0.75}As/InP quantum wire*, Applied Physics Letters **71**, 918 (1997). 150
- [139] S. M. Cronenwett, H. J. Lynch, D. Goldhaber-Gordon, L. P. Kouwenhoven, C. M. Marcus, K. Hirose, N. S. Wingreen und V. Umansky, *Low-Temperature Fate of the 0.7 Structure in a Point Contact: A Kondo-like Correlated State in an Open System*, Phys. Rev. Lett. **88**, 226805 (2002). 150, 156
- [140] R. C. Liu, B. Odom, Y. Yamamoto und S. Tarucha, *Quantum interference in electron collision*, Nature **391**, 263 (1998). 151
- [141] P. Roche, J. Ségala, D. C. Glatli, J. T. Nicholls, M. Pepper, A. C. Graham, K. J. Thomas, M. Y. Simmons und D. A. Ritchie, *Fano Factor Reduction on the 0.7 Conductance Structure of a Ballistic One-Dimensional Wire*, Phys. Rev. Lett. **93**, 116602 (2004). 151, 161, 163

- [142] S. Nakamura, M. Hashisaka, Y. Yamauchi, S. Kasai, T. Ono und K. Kobayashi, *Conductance anomaly and Fano factor reduction in quantum point contacts*, Phys. Rev. B **79**, 201308 (2009). 151, 165
- [143] J. Regul, U. F. Keyser, M. Paesler, F. Hohls, U. Zeitler, R. J. Haug, A. Malavé, E. Oesterschulze, D. Reuter und A. D. Wieck, *Fabrication of quantum point contacts by engraving GaAs/AlGaAs heterostructures with a diamond tip*, Applied Physics Letters **81**, 2023 (2002). 151
- [144] J. Regul, *Eindimensionaler Elektronentransport in Halbleiterheterostrukturen. Quantenpunktkontakt und Randkanäle*, Dissertation, Universität Hannover, 2003. 151, 152, 154, 156
- [145] H. Pothier, J. Weis, R. J. Haug, K. v. Klitzing und K. Ploog, *Realization of an in-plane-gate single-electron transistor*, Applied Physics Letters **62**, 3174 (1993). 154
- [146] K. J. Thomas, J. T. Nicholls, N. J. Appleyard, M. Y. Simmons, M. Pepper, D. R. Mace, W. R. Tribe und D. A. Ritchie, *Interaction effects in a one-dimensional constriction*, Phys. Rev. B **58**, 4846 (1998). 155
- [147] Y. Ren, W. W. Yu, S. M. Frolov, J. A. Folk und W. Wegscheider, *Zero-bias anomaly of quantum point contacts in the low-conductance limit*, Phys. Rev. B **82**, 045313 (2010). 156
- [148] L. Martin-Moreno, J. T. Nicholls, N. K. Patel und M. Pepper, *Non-linear conductance of a saddle-point constriction*, Journal of Physics: Condensed Matter **4**, 1323 (1992). 156

- [149] M. Braun, J. König und J. Martinek, *Frequency-dependent current noise through quantum-dot spin valves*, Phys. Rev. B **74**, 075328 (2006). 169
- [150] I. Djuric, B. Dong und H. L. Cui, *Super-Poissonian shot noise in the resonant tunneling due to coupling with a localized level*, Appl. Phys. Lett. **87**, 032105 (2005). 169
- [151] H. Bi Sun und G. J. Milburn, *Quantum open-systems approach to current noise in resonant tunneling junctions*, Phys. Rev. B **59**, 10748 (1999). 169
- [152] C. Flindt, T. c. v. Novotný und A.-P. Jauho, *Current noise in a vibrating quantum dot array*, Phys. Rev. B **70**, 205334 (2004). 169
- [153] T. c. v. Novotný, A. Donarini, C. Flindt und A.-P. Jauho, *Shot Noise of a Quantum Shuttle*, Phys. Rev. Lett. **92**, 248302 (2004). 169
- [154] D. Mozyrsky, L. Fedichkin, S. A. Gurvitz und G. P. Berman, *Interference effects in resonant magnetotransport*, Phys. Rev. B **66**, 161313 (2002). 169
- [155] R. Aguado und T. Brandes, *Shot Noise Spectrum of Open Dissipative Quantum Two-Level Systems*, Phys. Rev. Lett. **92**, 206601 (2004). 169
- [156] A. N. Korotkov und D. V. Averin, *Continuous weak measurement of quantum coherent oscillations*, Phys. Rev. B **64**, 165310 (2001). 170
- [157] A. Shnirman, D. Mozyrsky und I. Martin, *Output spectrum of a measuring device at arbitrary voltage and temperature*, EPL (Europhysics Letters) **67**, 840 (2004). 170

- [158] G. Johansson, P. Delsing, K. Bladh, D. Gunnarsson, T. Duty, A. Käck, G. Wendin und A. Aassime, *Noise in the Single Electron Transistor and its back action during measurement*, ArXiv Condensed Matter e-prints (2002). 170
- [159] C. Emary, *Dark states in the magnetotransport through triple quantum dots*, Phys. Rev. B **76**, 245319 (2007). 170
- [160] K. E. Nagaev, S. Pilgram und M. Büttiker, *Frequency Scales for Current Statistics of Mesoscopic Conductors*, Phys. Rev. Lett. **92**, 176804 (2004). 170
- [161] S. Pilgram, K. E. Nagaev und M. Büttiker, *Frequency-dependent third cumulant of current in diffusive conductors*, Phys. Rev. B **70**, 045304 (2004). 170
- [162] S. Gustavsson, R. Leturcq, M. Studer, I. Shorubalko, T. Ihn, K. Ensslin, D. C. Driscoll und A. C. Gossard, *Electron counting in quantum dots*, Surface Science Reports **64**, 191 (2009). 175, 188
- [163] O. Naaman und J. Aumentado, *Poisson Transition Rates from Time-Domain Measurements with a Finite Bandwidth*, Phys. Rev. Lett. **96**, 100201 (2006). 175
- [164] T. Brandes, *Waiting times and noise in single particle transport*, Ann. Phys. **17**, 477 (2008). 176, 177
- [165] D. Allan, *Statistics of atomic frequency standards*, Proceedings of the IEEE **54**, 221 (1966). 177
- [166] D. K. C. MacDonald, *XLIX. Transit-time deterioration of space-charge reduction of shot effect*, Philosophical Magazine Series 7 **40**, 561 (1949). 179, 180

- [167] N. Lambert, R. Aguado und T. Brandes, *Nonequilibrium entanglement and noise in coupled qubits*, Phys. Rev. B **75**, 045340 (2007). 181
- [168] C. Flindt, private Korrespondenz. 182
- [169] C. Flindt, T. Novotný und A.-P. Jauho, *Current noise spectrum of a quantum shuttle*, Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures **29**, 411 (2005). 183
- [170] C. Flindt, C. Fricke, F. Hohls, T. Novotný, K. Netočný, T. Brandes und R. J. Haug, *Universal oscillations in counting statistics*, Proceedings of the National Academy of Sciences **106**, 10116 (2009). 188
- [171] C. Emary, D. Marcos, R. Aguado und T. Brandes, *Frequency-dependent counting statistics in interacting nanoscale conductors*, Phys. Rev. B **76**, 161404 (2007). 191, 192
- [172] S. Gustavsson, R. Leturcq, T. Ihn, K. Ensslin, M. Reinwald und W. Wegscheider, *Measurements of higher-order noise correlations in a quantum dot with a finite bandwidth detector*, Physical Review B (Condensed Matter and Materials Physics) **75**, 075314 (2007). 192
- [173] L. S. Levitov und M. Reznikov, *Counting statistics of tunneling current*, Phys. Rev. B **70**, 115305 (2004). 199
- [174] D. B. Gutman und Y. Gefen, *Shot noise at high temperatures*, Phys. Rev. B **68**, 035302 (2003). 200
- [175] B. Reulet, J. Senzier und D. E. Prober, *Environmental Effects in the Third Moment of Voltage Fluctuations in a Tunnel Junction*, Phys. Rev. Lett. **91**, 196601 (2003). 200

- [176] Y. Bomze, G. Gershon, D. Shovkun, L. S. Levitov und M. Reznikov, *Measurement of Counting Statistics of Electron Transport in a Tunnel Junction*, Phys. Rev. Lett. **95**, 176601 (2005). 200, 203
- [177] A. V. Timofeev, M. Meschke, J. T. Peltonen, T. T. Heikkilä und J. P. Pekola, *Wideband Detection of the Third Moment of Shot Noise by a Hysteretic Josephson Junction*, Physical Review Letters **98**, 207001 (2007). 200
- [178] G. Gershon, Y. Bomze, E. V. Sukhorukov und M. Reznikov, *Detection of Non-Gaussian Fluctuations in a Quantum Point Contact*, Phys. Rev. Lett. **101**, 016803 (2008). 202, 203
- [179] C. W. J. Beenakker, M. Kindermann und Y. V. Nazarov, *Temperature-Dependent Third Cumulant of Tunneling Noise*, Phys. Rev. Lett. **90**, 176802 (2003). 203
- [180] M. J. Hinich, *Testing for Gaussianity and Linearity of a Stationary Time Series*, Journal of Time Series Analysis **3**, 169 (1982). 203
- [181] J. Nichols, P. Marzocca und A. Milanese, *On the use of the auto-bispectral density for detecting quadratic nonlinearity in structural systems*, Journal of Sound and Vibration **312**, 726 (2008). 203
- [182] K. S. Lii und M. Rosenblatt, *Deconvolution and Estimation of Transfer Function Phase and Coefficients for Nongaussian Linear Processes*, The Annals of Statistics **10**, pp. 1195 (1982). 203
- [183] R. S. Holambe, A. K. Ray und T. K. Basu, *Signal phase recovery using the bispectrum*, Signal Processing **55**, 321 (1996). 203
- [184] S. K. Kniffen, M. F. Becker und E. J. Powers, *Bispectral magnitude and phase recovery using a wide bandwidth acousto-optic processor*, Appl. Opt. **31**, 1015 (1992). 203

Lebenslauf

- seit 2005 Vorbereitung der Dissertation
- 2004 Diplom
Diplomarbeit: „Speicherung und
kohärente Manipulation von
Rubidium in optischen Dipolfallen“
- 1996 – 2004 Studium Physik, Universität Hannover
- 1995 – 1996 Zivildienst
- 16.05.1995 Abitur am Lichtenberg-Gymnasium Cuxhaven
- 19.09.1975 geboren in Buxtehude

Publikationen

Teile dieser Arbeit sind zur Veröffentlichung eingereicht:

- *Measurement of finite-frequency current statistics in a single electron transistor*, N. Ubbelohde, C. Fricke, C. Flindt, F. Hohls und R. J. Haug

Weitere Publikationen:

- *Quantized current source with mesoscopic feedback*, L. Fricke, F. Hohls, N. Ubbelohde, B. Kaestner, C. Leicht, P. Mirovsky, K. Pierz, H. - W. Schumacher, and R. J. Haug, akzeptiert bei Physical Review B

Danksagung

An dieser Stelle möchte ich allen Mitarbeitern, Kollegen und Freunden in der Abteilung Nanostrukturen meinen Dank aussprechen:

Professor Dr. Rolf Haug für die Möglichkeit, in seiner Arbeitsgruppe diese Dissertation anfertigen und das interessante Thema bearbeiten zu können, sowie für seine Anregungen, seine stete Unterstützung und seinen Rat.

Professor Dr. Michael Oestreich für die freundliche Aufnahme in seinen Arbeitsbereich und für die Möglichkeit, einen Einblick in die Spintronik zu bekommen.

Priv.-Doz. Dr. Frank Hohls für die vielen überaus interessanten Diskussionen, durch die ich viel gelernt habe, das Interesse an dieser Arbeit und für die freundliche Übernahme des Koreferats.

Dr. Christian Fricke für die freundschaftliche Kooperation als Administrator, die Zusammenarbeit im Experiment (oft bis spät in die Nacht) und für die gute Zeit im Büro.

Ronny Hüther für die unschätzbare wertvolle technische Unterstützung bei allen Projekten und seine ständige Hilfsbereitschaft.

Dr. Niels Maire für vielfältige Hilfe, das unermüdliche Korrekturlesen dieser Dissertation und die anregenden Kaffeepausen.

Dr. Stefan Pfalz für die gelungene Zusammenarbeit, die Hilfe bei so vielen Fragen und für jede Tasse guten Kaffees.

Daniel Tutuc für die Unterstützung im Experiment und die Lösung so manchen technischen Problems beim Umgang mit dem alten Entmischungskryostaten.

Dr. Christian Flindt für die hilfreichen Diskussionen, Ideen und Anregungen und die ausgezeichnete Zusammenarbeit beim Thema Zählstatistik.

Dr. Michael Römer für die nette Zusammenarbeit in der Administra-

tion und für die Hilfe bei diversen Computerproblemen.

Den Mitarbeitern der Werkstatt, insbesondere Hartmut Lehmann und Manfred Marquardt, für ihre ständige Hilfsbereitschaft, die Unterstützung selbst bei kurzfristig auftretenden Problemen und vor allen Dingen für die wunderbare Umsetzung jeder noch so ungewöhnlichen Idee!

Yvonne Griep und Klara Wernecke für ihre Unterstützung und unschätzbare Hilfe in allen organisatorischen Dingen.

Dr. Maximillian Rogge für das Korrekturlesen der Arbeit und für hilfreiche Diskussionen zum Thema Quantenpunkte.

Dr. Katarzyna Roszak und Dr. Tomáš Novotný für wertvolle Diskussionen und die konstruktive Kooperation beim Thema Nicht-Markow-Effekte.

Dr. Annelene Dethlefsen für viel Hilfe in den Anfangstagen und die gute Atmosphäre im Büro.

Professor Dr. Roland Winkler für manche weiterführende Diskussion und seine wertvolle Hilfe bei theoretischen Fragen.

Lukas Fricke und Oliver Gerberding für die gute Teamarbeit.

Allen aktuellen und ehemaligen Mitgliedern der Abteilung Nanostrukturen gebührt mein Dank für die tolle Atmosphäre!

Ganz besonders möchte ich mich bei meinen Eltern bedanken.