

Abascal García, R.

Domínguez Abascal, J.

Departamento de Mecánica de los Medios Continuos, Teoría de Estructuras e Ingeniería del Terreno
E.T.S.I.I. de Sevilla. Universidad de Sevilla.
Av. Reina Mercedes s / n. Sevilla 41012. Tlfn (95) 4557999. FAX (95) 4557997

Resumen.-En el presente trabajo se estudia la respuesta en el tiempo de una cimentación superficial situada sobre un semiespacio, cuando un tren de ondas incide sobre ella. La interacción suelo-cimiento se considera no lineal con posibilidad de separación y deslizamiento, habiéndose supuesto fricción del tipo Coulomb. El algoritmo que se presenta se basa en el Método de los Elementos de Contorno en el dominio del tiempo, y resuelve, para cada intervalo lineal en el que las condiciones de contorno son constantes, el problema difractado.

Abstract.- In the present work the time response of a surface foundation on a half-space when a wave train acts on it, is studied. Non-linear soil-structure interaction, with uplift, sliding and Coulomb type friction, is considered. The algorithm presented is based on the time domain Boundary Element Method formulation, solving the diffracted problem for the different time steps where the boundary conditions are constants.

1.-INTRODUCCION

El estudio de los problemas de contacto entre sólidos despierta cada vez mayor interés entre los investigadores actuales en la Mecánica de Medios Continuos, y en particular en la Interacción Suelo-Estructura, dentro de la cual se encuadra el problema que aquí se presenta, el cual consiste en una cimentación superficial sobre un semiespacio elástico sobre la que incide un tren de ondas.

Las características del problema hacen adecuado el Método de los Elementos de Contorno (MEC) para su análisis, ya que se trata de un problema en el que las variables de interés se encuentran sobre el contorno y es preciso modelar un sólido seminfinito. El MEC ya ha sido usado con anterioridad con éxito para la resolución de problemas de contacto en estática y dinámica. Entre los que resuelven el problema estático se puede citar a Anderson y Persson (1983) y a París y Garrido (1988), mientras entre los que resuelven el problema dinámico puede citarse a Antes y Steinfeld (1988), Hillmer y Schmid (1988) y Mendelson y Doong (1989).

El presente trabajo es una extensión de los correspondientes presentados por los mismos autores en 1990, para la resolución de cimentaciones superficiales y enterradas sometidas a la acción de distintas cargas externas aplicadas sobre ella.

La excitación de origen sísmico puede ser representada por la superposición de distintos trenes de ondas que inciden sobre la estructura en la superficie del suelo, normalmente sobre su

cimentación. Si el problema se considera como lineal pueden resolverse independientemente cada uno de los trenes de ondas y luego realizar su composición. En el caso que nos ocupa al considerar no linealidades esto no es posible, será pues preciso agrupar todas las ondas en una sola excitación y estudiar la respuesta de una forma conjunta. El algoritmo que se presenta está diseñado para poder incorporar una o más ondas con el único requisito de que se conozcan sus campos incidentes. A título ilustrativo el ejemplo que se presentará consistirá en una sola onda incidiendo sobre la cimentación superficial.

2.-ALGORITMO DESARROLLADO.

El algoritmo desarrollado parte de la ecuación básica correspondiente al MEC en el dominio del tiempo, la cual puede encontrarse por ejemplo en Domínguez y Gallego (1991)

$$A_1 x_N = Z_1 y_N + \sum_{i=2}^N B_i b_i + \sum_{i=2}^N [G_i p_{N-i+1} - H_i u_{N-i+1}] \quad (1)$$

donde u y p son los desplazamientos y tracciones sobre el contorno, respectivamente, G y H son matrices calculadas mediante integración sobre el contorno de la solución fundamental en cada instante de tiempo, el vector x_N incluye las incógnitas sobre

el contorno en el tiempo $t_N = N \Delta t$, y_N los valores prescritos en el mismo instante; obteniéndose B_i por integración de la solución fundamental sobre el dominio.

Si el problema fuese lineal esta ecuación, planteada para cada sólido y junto a las correspondientes de equilibrio y compatibilidad entre las distintas interfases, permitiría resolver el problema. En el caso del problema de contacto el acoplamiento entre los distintos sólidos es no lineal y ha de ser establecido en cada instante de tiempo.

La incidencia de ondas

Si el problema es de incidencia de ondas la ecuación la ecuación (1) se plantea para el problema difractado, supuesto que para cada intervalo de tiempo en el que las condiciones de contorno son constantes y lineales, se ha realizado la superposición siguiente

$$\begin{aligned} u &= u^{inc.} + u^{dif.} \\ p &= p^{inc.} + p^{dif.} \end{aligned} \quad (2)$$

indicándose por *inc.* al campo incidente, y por *dif.* el problema difractado, suma del reflejado y del refractado.

El problema de contacto

Las condiciones de contacto entre las interfases se imponen en variables totales. Supuesto que la fricción es del tipo Coulomb con coeficiente de fricción μ , éstas serán :

$$\begin{aligned} |p_t^{A,B}| &= \mu p_n^{A,B} \\ p_t^A &= p_t^B \\ p_n^A &= p_n^B \leq 0 \\ u_n^A + u_n^B &= 0 \end{aligned} \quad (3)$$

Adhesión :

$$\begin{aligned} |p_t^{A,B}| &< \mu p_n^{A,B} \\ p_t^A &= p_t^B \\ p_n^A &= p_n^B \leq 0 \\ u_n^A + u_n^B &= 0 \\ u_t^A + u_t^B &= 0 \end{aligned} \quad (4)$$

Separación :

$$\begin{aligned} p_n^{A,B} &= 0 \\ p_t^{A,B} &= 0 \\ \delta &> 0 \end{aligned} \quad (5)$$

donde los superíndices A y B indican la región a la que pertenece cada punto, el subíndice t indica dirección tangencial y el n normal, siendo δ la distancia entre los puntos en posible contacto.

El signo de las tracciones tangenciales, en el caso de deslizamiento, se calcula con la condición de trabajo negativo .

El conjunto de ecuaciones de contacto, para cada punto de las interfases, junto con las correspondientes de contacto para los dos dominios permiten resolver completamente el problema.

Proceso iterativo

La ecuación (1) puede ser expresada también como

$$A_1 x_N = f_N \quad (6)$$

donde f_N incluye todos los términos a derecha de la ecuación (1).

Las ecuaciones de contacto para todos los puntos pueden ser agrupadas como

$$C_N x_N = 0 \quad (7)$$

Pudiéndose ambas expresar conjuntamente

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ C_N \end{bmatrix} x_N = \begin{bmatrix} f_N \\ 0 \end{bmatrix} \quad (8)$$

ecuación que resuelve el problema en el instante N si las condiciones de contacto fuesen las correctas, y se mantuvieran en todo él.

El proceso iterativo para determinar en cada instante las condiciones de contacto se plantea en forma incremental. Para ello cada instante se refiere al anterior :

$$\begin{bmatrix} A_1 \\ C_N \end{bmatrix} (x_N - x_{N-1}) = \begin{bmatrix} f_N - f_{N-1} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (9)$$

escribiéndose cada incremento ahora como

$$\begin{aligned} \Delta f_{N_T} &= \sum_{k=1}^M \Delta f_{N_T}^k \\ \Delta x_{N_T} &= \sum_{k=1}^M \Delta x_{N_T}^k \end{aligned} \quad (10)$$

donde los incrementos entre pasos de tiempos se han subdividido a su vez en subincrementos en el interior de cada uno de ellos. Cada subincremento tendrá en general además distintas condiciones de contacto C_N^k .

El proceso incremental para cada paso de tiempo comienza con la solución de la ecuación (9) con las condiciones de contacto indicadas por el final del paso anterior C_N^1 . A continuación se resuelve el problema difractado, aplicando todo el incremento en las condiciones de contorno entre este paso y el anterior, al resultado se le suma el incidente y se calcula un factor de escala β_N^1 de tal forma que represente el porcentaje de las condiciones de contorno que hay que aplicar para que las condiciones de contacto no cambien, calculándose

$$\begin{aligned} \Delta x_N^1 &= \beta_N^1 \Delta x_{N_T}^1 \\ \Delta f_N^1 &= \beta_N^1 \Delta f_{N_T}^1 = \alpha_N^1 \Delta f_{N_T}^1 \end{aligned} \quad (11)$$

y estableciéndose las nuevas condiciones de contacto C_N^2 , una vez comprobado que las supuestas en el paso anterior, con las que se ha calculado, son válidas.

El proceso incremental en el interior de cada paso de tiempo termina en la iteración M, cuando se obtiene un coeficiente $\beta_N^M \geq 1..$

3.-INCLUSIÓN LINEAL

En orden a mostrar el adecuado funcionamiento del tratamiento de las ondas en el dominio del tiempo con el MEC se ha resuelto un problema lineal. Este problema es el de una inclusión cilíndrica sobre la que incide un tren de ondas. La elección de este problema ha sido debida al conocimiento de la solución del régimen permanente del problema en forma de series de funciones de Bessel, Pao y Mow (1973). El problema resuelto consiste en una inclusión de radio unidad con un medio interior cuyo módulo de elasticidad transversal es 16., módulo de Poisson 0.25 y densidad 1.; y un medio exterior de módulo de elasticidad transversal 4., módulo de Poisson 0.25 y densidad 1.. La onda incidente es una onda tipo P definida a partir del potencial complejo siguiente

donde A es la amplitud que se ha tomado de valor 1..

$$\phi^{inc.} = A \frac{i \omega}{c_p} e^{i[\omega t - (x+1) \frac{\omega}{c_p}]} \quad (12)$$

y habiéndose extraído, una vez calculados los desplazamientos y tracciones, la parte real de ellos; para ω se ha tomado el valor $\pi / 2$.

El modelo realizado consta 14 elementos de función de forma constante a modo de polígono circunscrito a la inclusión, de modo que sus puntos medios sean tangentes a ella. En la Fig. 1 se representan los desplazamientos normal y tangencial a la interfase obtenidos para un paso de tiempo de 0.1 sg., en un punto que forma 167.14° con la dirección de la onda.

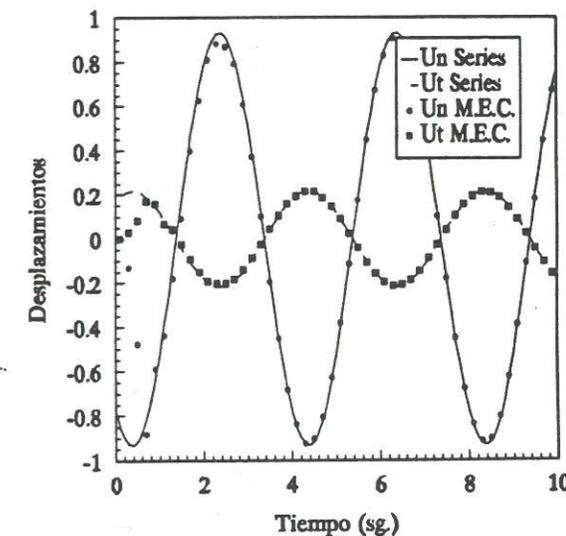


Fig. 1.- Desplazamientos en una cavidad circular.

En la figura se observa cómo después de un pequeño transitorio la solución calculada se ajusta exactamente a la teórica.

4.-CIMENTACIÓN SUPERFICIAL

Para mostrar el funcionamiento del algoritmo que resuelve el problema no lineal se ha utilizado una cimentación superficial de sección rectangular, 4 por 2 m., cuyo módulo de elasticidad transversal es $8.2 \cdot 10^6$ KNw / m², una densidad de $2.5 \cdot 10^3$ Kg / m³ y un módulo de Poisson de 0.20. El suelo se ha considerado con un módulo de elasticidad transversal de $1.8 \cdot 10^6$ KNw / m², una densidad de $2.0 \cdot 10^3$ Kg / m³ y un módulo de Poisson de 0.30, mientras que el coeficiente de fricción entre la cimentación y el suelo se ha tomado 0.1.

La discretización del la ecuación integral se ha llevado a cabo con elementos de función de forma

constante en el espacio, desplazamientos y tracciones constantes sobre cada elemento, mientras que para la discretización temporal las tracciones se han considerado constantes sobre cada paso de tiempo y los desplazamientos variando linealmente con él.

La onda incidente usada ha sido una onda P vertical. El campo incidente considerado ha sido el correspondiente a considerar el problema del semiespacio libre con ondas incidentes y reflejadas, es decir la solución exacta del semiespacio libre en régimen permanente. Ello es posible en un problema no lineal debido a que la descomposición entre problema incidente y difractado puede ser arbitraria, en el sentido de considerar como incidente partes conocidas del problema difractado; además es posible porque la resolución del problema no lineal se hace encadenando problemas lineales, y esta descomposición es válida en cada uno de ellos.

La onda considerada viene expresada a partir de una onda incidente en el semiespacio dada por el potencial

$$\phi = A \frac{i \omega}{c_p} e^{i \omega [t - \frac{z}{c_p}]} \quad (13)$$

donde ω es la frecuencia, que se ha tomado de valor 2π , y A es la amplitud que se ha tomado de valor $0.35 \cdot 10^{-5}$. Este valor de la amplitud es pequeño debido a que valores mucho más altos hacen que la cimentación se separe completamente del suelo.

La discretización realizada, en una de las mitades simétricas del problema, consiste en diez elementos en la interfase cimiento-suelo, de longitudes entre 0.4 y 0.01 m., seis en el lateral de ésta, de longitudes entre 0.01 y 0.4 m., dos en la parte superior, de longitud 1., y once sobre la superficie libre del suelo, de longitudes entre 0.01 y 2.5 m., llegando hasta una distancia de 15 m., es decir 7.5 veces el semiancho de la cimentación. Las fuerzas de volumen se han representado mediante una discretización del dominio correspondiente a la cimentación en elementos de 1 por 1 m.. El paso de tiempo considerado ha sido de $2.258 \cdot 10^{-4}$ sg.

El método seguido para el análisis ha consistido en las siguientes etapas: En primer lugar se aplica al peso propio de la cimentación solamente, hasta que las tracciones en la interfase se hacen aproximadamente constantes, y la aceleración prácticamente nula. A continuación se hace actuar la onda sobre la cimentación y se estudia su respuesta en el tiempo.

La Fig.2 se representa la evolución de las tracciones normales en la interfase suelo-cimiento para un punto que dista 0.20 m. en horizontal del eje de simetría. Las curvas mostradas corresponden al caso de considerar interfase soldada, problema lineal, y con condiciones de contacto con fricción,

problema no lineal, en el caso de que sólo actúe el peso propio.

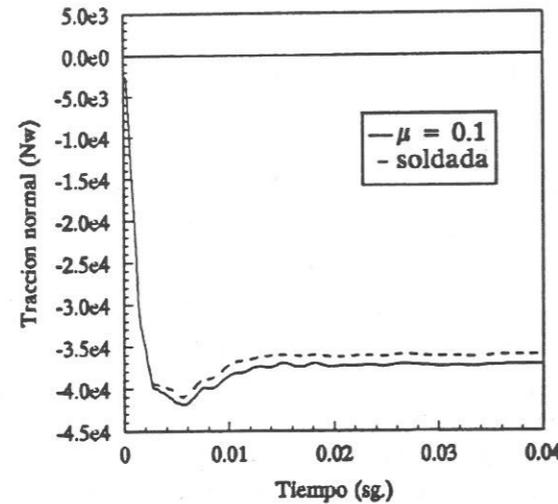


Fig. 2.- Tracciones normales en x = 0.20 m.

Como puede comprobarse las tracciones se estabilizan pronto en un valor cuasi constante. A efectos de cálculos posteriores se ha considerado que ello ocurre en el instante $t = 0.013548$ sg., que corresponde al paso de tiempo número 60. Será a partir de él cuando la onda comience a actuar.

Las Figuras 3 y 4 muestran la evolución de los desplazamientos y las tracciones normales cuando la onda está presente. Los valores representados corresponden al mismo punto que la curva anterior.

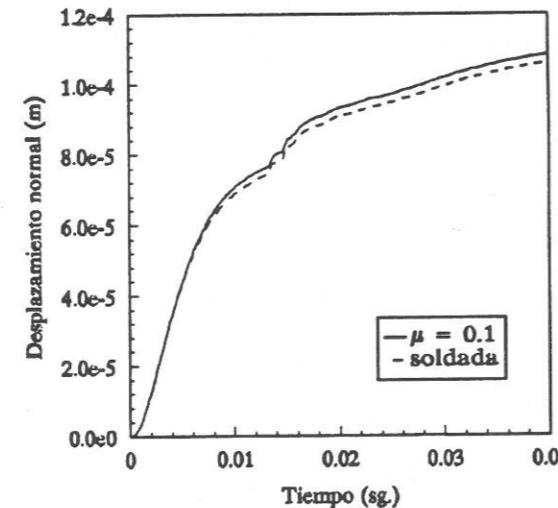


Fig. 3.- Desplazamiento normal en x = 0.20 m.

Puede comprobarse cómo los picos de tracciones son significativamente distintos en ambos casos, presentándose separación en los instantes que siguen al de incidencia de la onda. Los valores en los que se estabilizan los desplazamientos y tracciones normales son similares en ambos casos.

La evolución de las tracciones tangenciales de ese mismo punto se representa en la Fig. 5.

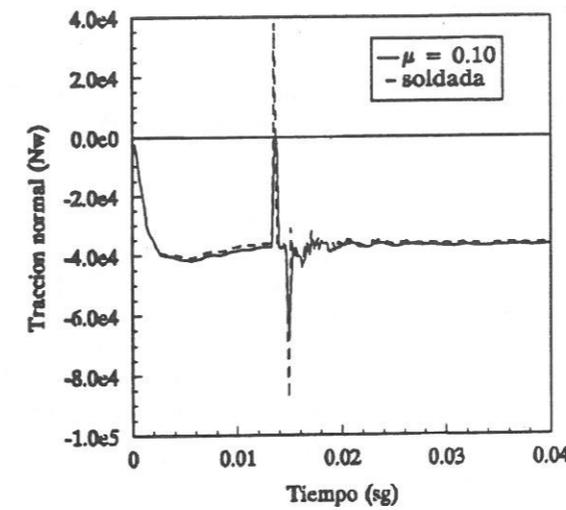


Fig. 4.- Tracciones normales en x = 0.20 m.

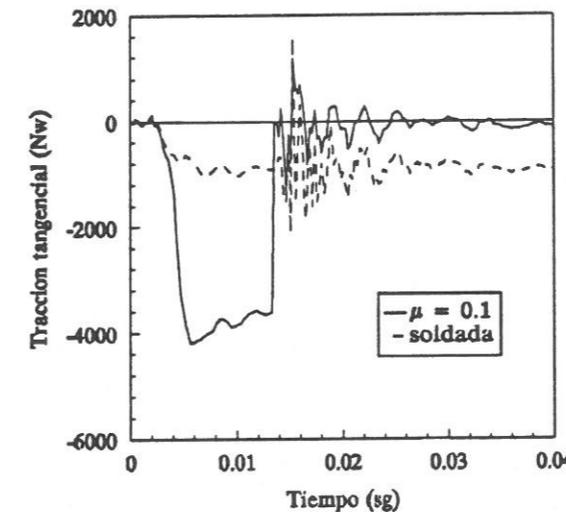


Fig. 7.- Tracciones tangenciales en x = 0.20 m.

En la figura citada puede verse como de distintas son las evoluciones de la tracciones tangenciales en uno y otro caso. Cuando se considera la fricción se obtienen, antes de que la onda actúe, unos valores n mayores en este punto, consecuencia de los procesos de deslizamiento producidos en los diferentes puntos de la interfase; mientras que a partir de la incidencia de la onda se lleva a cabo una redistribución de estas tracciones debido a los procesos de separación, adhesión y deslizamiento que ello implica. Esta redistribución no es uniforme en todos los puntos, dependiendo de la situación en que se encontraba cada punto en dicho instante.

En las Fig. 6 y 7 se muestran las tracciones normales y tangenciales que se producen en las cercanías del extremo de la cimentación, $x = 1.89$ m..

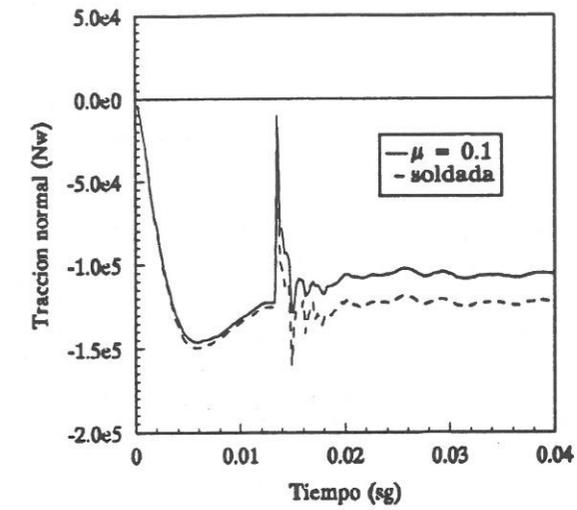


Fig. 6.- Tracciones normales en x = 1.995 m.

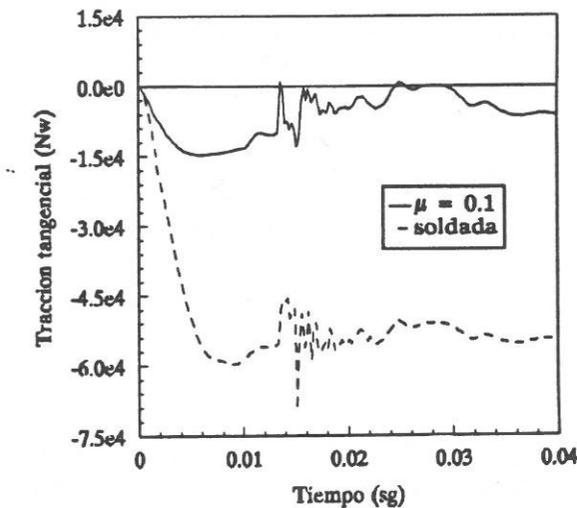


Fig. 7.- Tracciones tangenciales en x = 1.89 m.

Los valores representados en dichas figuras han de interpretarse a título cualitativo, ya que el pico de tensión real que se produce no puede ser recogido adecuadamente con las funciones de forma utilizadas en la discretización. Desde esta perspectiva se comprueba como la tracción normal tiende en su régimen permanente a valores similares, aunque en este caso no iguales, se considere o no el problema lineal y a pesar del proceso de deslizamiento-adhesión producido, mientras que de nuevo las tracciones tangenciales toman valores muy distintos debido a esos mismos procesos. En general la tendencia de la tracciones tangenciales es a disminuir su valor debido al trabajo disipativo que durante los deslizamientos se produce.

5.-SUMARIO

Se ha presentado una formulación que permite el estudio de la respuesta en el dominio del tiempo de problemas bidimensionales que incluyan contacto con fricción, y en los que exista una excitación del tipo de una onda incidente. La formulación permite que las superficies en contacto puedan separarse y deslizarse.

Se ha resuelto el problema de interacción suelo-estructura correspondiente a una cimentación superficial sobre un semiespacio, sobre la cual incide un tren de ondas P vertical, permitiendo el algoritmo, no obstante, resolver otros problemas tales como cimentaciones enterradas sometidas a ondas con diferentes ángulos de incidencia.

En el caso estudiado se ha observado que para los valores de amplitud usados las variables asociadas a la normal a la interfase no se ven muy afectadas, mientras que las tangenciales varían sustancialmente debido a los procesos de separación-deslizamiento-adhesión que se llevan a cabo al considerar el problema como no lineal.

La ley de fricción considerada es de tipo Coulomb, no obstante la formulación desarrollada permite sin excesiva dificultad la incorporación de otras leyes de rozamiento.

En resumen la aproximación realizada aborda el problema desde un punto de vista general y permite la solución de numerosos problemas de interés con garantías de robustez y fiabilidad.

6.-REFERENCIAS

- 1 Anderson T. and Persson B.G.A.. The Boundary Element Method Applied to Two-Dimensional Contact Problems. Progress in Boundary Element Methods. Vol 2. Pentech Press.(1983).
- 2 Paris F. and Garrido J.A. On the Use of Discontinuous Elements in Two-Dimensional contact Problems. Proc. VII Int. Conf. Boundary Element Method. Springer-Verlag.(1988).
- 3 Antes H. and Steinfeld B. Unilateral Contact in Dynamic Soil-Structure interaction by a Time Domain Boundary Element Method. C.A. Brebbia Ed., Vol 4. C.M. Publications- Springer Verlag.(1988) .
- 4 Hillmer D. and Schmid G. Calculation of foundation Uplift using a Numerical Laplace Transform. Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol 16, pp 789-801. (1988).
- 5 Mendelson D.A. and Doong J.M. Transient Dynamic Elastic Frictional Contact : A General 2D Boundary Element Formulation with Examples on SH Motion. Wave Motion, Vol 11, pp 1-21.(1989).
- 6 Abascal R. and Domínguez J. Dynamic Response of Two-Dimensional Flexible Foundations Allowed

to Uplift. Computer and Geotechnics, Vol 9, pp 113-129.(1990).

- 7 Abascal R. and Domínguez J. Non-Linear Effects Due to the Contact Conditions on the Dynamic Response of Embedded Foundations. Proc. Fifth Int. Conf. on Boundary Element Technology, Vol 2, pp 37-48. C.M. Publications.(1990).
- 8 Domínguez J. and Gallego R. Time Domain Boundary Element Method for Elastodynamic Problems. Math. Comput. Modelling, Vol 15, No. 3-5, pp 119-129. (1991).
- 9 Pow, Y.H. and Mow C.C.. Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations. A Rand Corp. Research Study. Crane Russak (New York) and Adam Hilger (London).(1973)