



XXXI

REUNIÓN
ESTUDIOS
REGIONALES**El Estado Autonómico a debate: eficiencia, eficacia y solidaridad**

Alcalá de Henares, 17-18 de noviembre de 2.005

TÍTULO DE LA COMUNICACIÓN

Cálculo de distancias efectivas para La localización de Centros de Servicio

Cristóbal Chamizo Guerra, Francisco Velasco Morente
Departamento de Economía Aplicada I. Universidad de Sevilla
{ chamizo, velasco }@us.es

RESUMEN (MÁXIMO: 150 PALABRAS)

Uno de los factores a tener en cuenta en un problema de Localización continua es la función de distancia estimada para la red viaria existente. Para encontrar la función de distancia adecuada creemos que es importante tener en cuenta el estado de las vías de comunicación. Para ello hemos tenido en consideración además de las distancias existentes entre los puntos fijos, el tiempo estimado de viaje entre dichos puntos (cronas), y así hemos calculado un nuevo valor para la "distancia" entre los puntos, que hemos denominado distancia efectiva, y con estos nuevos datos hallamos los parámetros adecuados para que unas familias de distancias ajusten la red existente en una determinada zona.

PALABRAS CLAVE (DE TRES A CINCO): Localización, cronas y distancias efectivas
CÓDIGOS JEL: C6, R1, R3, R4

CÁLCULO DE DISTANCIAS EFECTIVAS PARA LA LOCALIZACIÓN DE CENTROS DE SERVICIO

Francisco Velasco Morente

Cristóbal Chamizo Guerra

Dpto. Economía Aplicada I. Universidad de Sevilla {velasco,chamizo}@us.es

1.Introducción.

La reubicación de centros de servicios es un importante tema de debate, tanto en ámbitos empresariales, políticos, sindicales etc. Como ejemplo de ello podemos destacar la reubicación de la empresa Gillete en la provincia de Sevilla que pasó a otro lugar, cuando en su época la empresa tenía superávit. Los cambios que las empresas realizan en sus ubicaciones son debidos a situaciones que suelen tener un común denominador. Entre ellos podemos destacar las facilidades que determinadas regiones dan a las empresas para su ubicación, como gratuidad de los terrenos en los que la empresa se va a localizar, rebajas fiscales durante un número determinado de años, nuevas infraestructuras creadas para asistir al complejo empresarial que se pretende instalar en esa región, mano de obra cualificada y con un coste salarial muy inferior al que en ese momento tiene en su localización actual y costes inferiores en las materias primas que se puedan encontrar en la región en la que se pretende instalar la empresa. En los últimos años el ejemplo de Gillete es una mota de polvo comparado con la gran cantidad de casos que han sucedido. Así el trasvase de empresas de países ricos a países emergentes sucede muy a menudo. El movimiento de empresas de los Estados Unidos de América a los países del sur de Asia fue enorme en la década de los ochenta del siglo pasado. De igual manera aunque algo más reducido sucedió en la mitad de los años ochenta hasta mediados los noventa en el Mercado Común Europeo al entrar nuevos países en el año 1986. Los nuevos países se beneficiaron de esta entrada de capital extranjero, lo que hizo que aumentase la renta per cápita de forma extraordinaria en los años siguientes. En el año 2004 han entrado

en la Unión Europea 15 nuevos países cuyas rentas per cápita son inferiores a la media de los países que ya estaban en la Unión. Esto hace pensar que los movimientos de las empresas hacia lugares con perspectivas de fuertes crecimientos en los próximos años sea algo natural, de la misma manera que eso había sucedido en situaciones similares anteriores. Como ejemplo de ello podemos indicar las reubicaciones hacia países del Este de Europa de empresas ubicadas en España. Una vez decidido la reubicación de la empresa hay que tener en cuenta diversos factores para encontrar el mejor lugar para su localización, de manera que el beneficio sea lo mayor posible y que los perjuicios medioambientales sean lo menores posibles; para ello se han de tener en cuenta diversos factores, como pueden ser que determinadas regiones no estén dispuestas a permitir la localización de la empresa en algunas partes de su territorio, pero sí en otros, con lo cual tendremos que para determinadas comarcas dicha empresa pueda ser atractiva, por la carga de trabajo que pueda acarrear a sus habitantes con una renta per cápita inferior a las comarcas cercanas y que su medioambiente pueda permitir, con ciertas líneas de actuación sobre los vertidos de la empresa, la ubicación de la misma. Ahora bien, por el contrario, otras comarcas circundantes pueden ser un tanto reacias a la localización de alguna determinada empresa, por la gran cantidad de residuos que produzca y por la saturación que esa comarca tenga en cuanto a vertidos. Sin embargo, por regla general estas empresas prefieren estar ubicadas en estas comarcas, ya que suelen tener infraestructuras adecuadas para ellas y las demás son deficitarias con las infraestructuras necesarias para la labor cotidiana de la empresa. En definitiva, la empresa ha de plantearse aparte de cuál es la mejor ubicación, cuál es la localización posible en la que se pueden ubicar. A la hora de esta ubicación hay un factor extraordinariamente importante que es la infraestructura en cuanto al transporte, ya que afecta a factores tales como el transporte de las materias primas desde su ubicación inicial a la empresa, el transporte de su producción a un centro neurálgico

donde poder enviar sus outputs hacia los mercados, o el transporte de su masa laboral hacia el centro de trabajo. Hay también una gran cantidad de factores, que aunque no son fundamentales para la empresa, sí lo son para sus trabajadores como pueden ser centros escolares, hospitalarios, comerciales, etc. Este tipo de factores de segundo orden son muy necesarios si queremos que la masa laboral no tenga que estar pendiente de problemas que disminuyan su rendimiento. Es decir, los buenos servicios para los trabajadores es algo que la empresa ha de tener muy en consideración para su beneficio propio, así como la formación de su masa laboral, ya que para el cambio de nuevas tecnologías se ha de tener una clase trabajadora suficientemente formada. En definitiva, hay muchos factores a tener en cuenta. Nosotros nos vamos a ocupar de uno de esos factores que creemos imprescindible que es el estado de las vías de comunicación y de las distancias efectivas que hay entre distintos puntos. Como ejemplo de distancia efectiva podemos poner el siguiente: entre dos puntos A y B podemos tener una distancia métrica de 5 unidades y entre los puntos A y C una distancia métrica de 10 unidades; no obstante cuando miramos el mapa de carreteras entre los puntos en cuestión comprobamos que entre A y B hay una carretera comarcal y entre A y C hay una autovía. A la hora de elegir entre los puntos B y C para ir desde A hemos de tener en cuenta la velocidad media a la que se puede ir por las carreteras entre los puntos en cuestión. Si nos encontramos que la velocidad media que hay entre A y B es de 40 Km/h y que la velocidad media entre A y C es de 80 Km/h, entonces los dos puntos B y C son equidistantes para el punto A. Con esto estamos diciendo que la distancia efectiva entre A y B es la misma que la que hay entre A y C.

Este trabajo lo hemos dividido en las siguientes secciones. La segunda sección expone el Problema de Localización de Weber, para el que necesitamos encontrar una función de distancia adecuada que ajuste la red de carreteras de la zona. La sección tercera muestra como calculamos las distancias efectiva, para las que tenemos en cuenta las cronas (tiempo medio estimado de viaje). En la última

sección vemos uno de los criterios más usuales para el ajuste de la función de distancia y calculamos los parámetros óptimos en la Provincia de Sevilla para dos familias clásicas de funciones de distancia.

2. El Problema de Weber con puntos atractivos y repulsivos

Uno de los problemas clásicos en teoría de localización de centros de servicio es la ubicación de un determinado centro $x \in \mathbb{R}^2$ que de servicio a un conjunto de poblaciones que se consideran fijas $p_i \in \mathbb{R}^2, i = 1, \dots, n$, minimizando la suma ponderada (por pesos asociados a cada punto, $w_i \in \mathbb{R}^2, i = 1, \dots, n$) de las distancias de los puntos fijos al nuevo centro (Drezner, Hamacher, 2002). Este es el Problema que Weber (1909) (Drezner, Klamroth y otros, 2001) propuso para la localización de industrias:

$$\min_{x \in \mathbb{R}^2} \sum_{i=1}^n w_i d(x, p_i)$$

donde $d(x, y)$ es una función de distancia preestablecida, entre los puntos x e y .

El problema, que en un principio fue puramente matemático, tuvo gran importancia práctica posteriormente y más aún con la aparición de los algoritmos que lo resolvían, favorecidos además por el auge de las computadoras.

Weiszfeld (1937) descubrió un algoritmo natural, que en definitiva es el algoritmo del gradiente aplicado a una función auxiliar, y que partiendo de un punto inicial, lo más próximo posible a la solución busca óptimos globales, ya que la función es convexa.

Calificar un centro como atractivo para todos los puntos fijos puede ser adecuado en muchos casos, como puede ser un ambulatorio o un centro educativo, asimismo ocurre con un centro repulsivo para todas las comunidades; ejemplos de esto último pueden ser una central nuclear o un basurero. También es posible que un centro sea atractivo para ciertas poblaciones y repulsivo para otras. En estos

casos hay diversos puntos de vista en cada comunidad que puede hacer que en algunas de ellas se puedan resolver problemas tales como el desempleo. Ejemplo de este tipo puede ser el de un centro de rehabilitación o una base militar. Con respecto a este último ejemplo, Daniel Gil en el diario El País Andalucía del 23 de septiembre de 2001 (Gil, 2001) publica un artículo en el que analiza el debate creado entre el miedo a la crisis mundial en torno a la base Norteamericana de Morón y la consideración de la misma como fuente de riqueza y empleo para la comarca.

Colocar un centro de este tipo en un sitio cercano a la población puede hacer replantearse a una comunidad su primera idea de repulsión, por los beneficios económicos o de otra índole que ello puede acarrear y que se pueden perder a favor de otros pueblos, que se llevarán todas las inversiones, y que además pueden estar próximos a nuestro pueblo, y con ello la ubicación del nuevo centro. Podemos pensar también que la localización de un centro así, puede que facilite la localización futura de centros atractivos cercanos, que en un principio parecerían impensables, como puede ser la ubicación de nuevos hoteles, nuevas infraestructuras de comunicación, nuevos centros sanitarios, etc. Es decir, de forma directa o indirecta puede haber muchos beneficios cuando se localiza un centro que en un primer momento puede parecer solo repulsivo.

En el problema de Weber original los puntos fijos son atractivos, es decir, están interesados en utilizar dicho centro (como por ejemplo un colegio o un centro sanitario), con lo que los pesos w_i son positivos; los puntos fijos son de demanda, y en este caso la función objetivo del problema de Weber es convexa, con lo que el óptimo local encontrado (mínimo) es global. Cuando los puntos fijos son repulsivos, esto es, no están interesados en tener cerca el centro de servicio (vertedero, central nuclear...) (Lozano, 2000), los pesos son negativos, y en este caso la función es cóncava. Además, puede darse el caso de que un centro de servicio sea repulsivo para ciertos puntos y atractivo para otros, como sucede con un

aeropuerto, que puede ser repulsivo para el área metropolitana de una ciudad, y sin embargo atractivo para una determinada comarca, por lo que puede suponer de aportación económica para dicha zona. Para este último caso la función objetivo es un problema **DC** (diferencia de convexas) con lo que los algoritmos clásicos de resolución tienen carácter local, como son el mencionado algoritmo de Weiszfeld, el algoritmo de Newton o bien los algoritmos genéticos (Velasco, 1991). Los algoritmos de Weiszfeld y Newton son algoritmos iterados que parten de una semilla relativamente próxima a la solución. Ahora bien, ¿Cómo se obtiene este punto del que debemos partir?, y si lo tenemos, ¿Converge al óptimo global?; además las soluciones halladas por estos métodos, podrían no ser mínimos de la función. En cualquier caso, incluidos los algoritmos genéticos, el carácter de la solución es local, sin garantía de que sea la mejor de todas las posibles (global).

En nuestra Tesis Doctoral (Chamizo, 2004) usamos un algoritmo de **ramificación y poda** (Hansen, 1992), basado en **el análisis intervalar**, para hallar las soluciones globales a este tipo de problemas. Hemos utilizado **la biblioteca de ILOG TM Solver 4.4** que resuelve problemas de satisfacción de restricciones en general. Introduciendo la función objetivo, y sus derivadas o condiciones de Fritz-John cuando se trate de optimización restringida, así como el dominio donde se encuadra la provincia de Sevilla.

Pero en este trabajo nos centramos en la elección de la función de distancia adecuada para una determinada zona, y en particular calculamos dicha función para la Provincia de Sevilla. Para ello previamente valoramos la red de carreteras provincial calculando lo que hemos llamado distancias efectivas entre localidades.

3. Distancias efectivas

Un hecho a tener en cuenta es que no es lo mismo una distancia en llano que la misma distancia en montaña, o si se trata de vías principales o secundarias. Hemos valorado esta situación calculando unas distancias por carretera que

hemos llamado **efectivas**, y con estas distancias hemos calculado de nuevo los parámetros anteriores. Para hallar la distancia *efectiva* entre dos puntos p_i y p_j hemos calculado primero las cronas (tiempo de viaje) entre todos los pueblos (con el mismo programa AND Route Compact) que llamamos t_{ij} , y a continuación hemos calculado las velocidades medias entre cada dos municipios $v_{ij} = \frac{d_{ij}}{t_{ij}}$, y posteriormente hemos calculado la velocidad media total que rige en la provincia de Sevilla:

$$vm = \frac{1}{\binom{n}{2}} \sum_{i=1}^n \sum_{i=i+1}^{n-1} v_{ij}$$

y por último hemos valorado la distancia efectiva media entre dos puntos como el producto de esta velocidad media por la crona correspondiente:

$$de_{ij} = vm \cdot t_{ij}$$

con ello, de alguna forma, tenemos en cuenta no sólo la distancia por carretera, sino también el tiempo de viaje para hacer efectiva esa distancia.

Hemos calculado las distancias efectivas para la Provincia de Sevilla, donde hay 105 localidades que son los puntos fijos (p_{ij})($n=105$). Las distancias existentes y el tiempo medio estimado de viaje entre cada dos localidades (d_{ij}, t_{ij}) han sido calculadas con el programa AND ROUTE COMPACT ESPAÑA. Destaquemos solo que la velocidad media de circulación para la Provincia de Sevilla es de aproximadamente 60 Km/h .

Hemos comparado las distancias efectivas obtenidas con las distancias reales existentes calculando sus diferencias ($d_{efectiva} - d_{real}$), y en esta comparación hemos comprobado que la diferencia más grande en sentido negativo (desfavorablemente en relación a la media de los trayectos provinciales) se encuentra en el trayecto de *Guadalcanal* a *Los Corrales*, y el trayecto donde la

distancia efectiva difiere más de la distancia real, pero en sentido positivo, es el que va de *Estepa* a *Castilleja del Campo*. En general los trayectos más desfavorables son los que unen la *Sierra Norte* con la *zona Sureste* de la provincia (Los Corrales, Martín de la Jara, El Saucejo...), y los más favorables son los que unen las localidades orientales de la provincia situadas en torno a la autovía A-92, con pueblos de la comarca del Aljarafe, siempre que no se den situaciones extraordinarias.

Estos resultados son debidos a la peor o mejor accesibilidad de estas poblaciones a las vías principales de comunicación de la Provincia (ver mapa provincial). Esta situación es susceptible de cambio mejorando las comunicaciones, sobre todo en las zonas más desfavorables.

4. Ajuste de la función de distancia

Sea n el número de puntos fijados (ciudades, destinos, clientes) en la red viaria elegida para el conjunto de datos, y sea p_i es el i -ésimo punto fijo y localizado, $i = 1, \dots, n$ y d_{ij} = distancia real entre los puntos fijos p_i y p_j , $j = 1, \dots, n$, $i < j$, y sea $d(p_i, p_j, \theta)$ la función de distancia dependiente de los parámetros θ . Dos de los criterios más habituales para el ajuste de una función de distancia son:

CRITERIO 1:

$$\min_{\theta} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n |d(p_i, p_j, \theta) - d_{ij}|$$

CRITERIO 2:

$$\min_{\theta} \sum_{i=1}^{n-1} \sum_{j=i+1}^n \frac{[d(p_i, p_j, \theta) - d_{ij}]^2}{d_{ij}}$$

Nótese que hemos supuesto que las distancias son simétricas. Si no fuese así se cogerían todas las permutaciones posibles de los pares (i, j) , para el sumatorio;

éste sería el caso de una ciudad, ya que depende de la circulación (direcciones prohibidas, semáforos, etc...). El primer criterio hace uso de una minimización de la suma de las desviaciones absolutas entre las distancias estimadas y las reales. Como apuntaron Love y Morris (1972) la implicación es que la función empírica tiende a estimar grandes distancias por carretera, relativamente mejor que las cortas. De otra manera, el segundo criterio, que trata de la minimización de una suma ponderada de desviaciones cuadradas, consigue una sensibilidad mayor para distancias cortas, al tener los pesos d_{ij}^{-1} , y que además de ser diferenciable posee interesantes propiedades estadísticas (Love y Morris, 1972)

Hemos calculado los parámetros óptimos (Chamizo, Tesis Doctoral, 2004) para la Provincia de Sevilla con dos familias de normas usuales en la literatura (Love, Morris, 1972; Ward, Wendel, 1985;...), que inducen la función de distancia correspondiente:

- 1) Múltiplo de las normas ℓ_p (parámetros $\tau > 0, 1 \leq p \leq 2$) (Entre ellas la Norma Euclídea)

$$\|v\|_{(\tau,p)} = \tau \|v\|_p$$

- 2) Mixtura de las normas uno e infinito (parámetros $\alpha_1 \geq 0, \alpha_2 \geq 0$)

$$\|v\|_{(\alpha_1,\alpha_2)} = \alpha_1 \|v\|_1 + \alpha_2 \sqrt{2} \|v\|_\infty$$

Usando primero las distancias reales, estos parámetros son:

- 1) $\tau = 1.013, p = 1.1468$
- 2) $\alpha_1 = 0.8323, \alpha_2 = 0.1131$

Posteriormente con las distancias efectivas, la solución obtenida para ambas familias es la misma, un múltiplo (con factor 0.78076) de la **norma uno**, que simula movimientos perpendiculares y paralelos a los ejes. Si observamos el mapa de la provincia, esto puede deberse a que las principales vías de comunicación de la misma se cortan casi en perpendicular en la capital.



BIBLIOGRAFÍA:

- AND ROUTE COMPACT ESPAÑA 99. VERSIÓN 4.08. (1998). AND Publishers.
- BRIMBERG, J., HANSEN, P., MLADENOVIC, N. AND TAILLARD, E. D. (2000). "Improvements and Comparison of Heuristics for Solving the Uncapacitated Multisource Weber Problem". *Operations Research*, 58, 444-460.
- BRIMBERG, J. AND WESOLOWSKY, G. O. (2000). "Note: Facility Location with closest rectangular distances". *Naval Research Logistics*, 47, 77-84.
- CHAMIZO, C (2004). Localización de Centros de Servicios atractivos y/o repulsivos con Algoritmos de Ramificación y Poda. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- CHAMIZO, C. (1996). Medición de la distancia en el Problema de Weber. Tesina. Universidad de Sevilla.
- CHAMIZO, C., GUTIERREZ, F. A., VELASCO, M. F. (1994). "Localización de un Centro de Enseñanza Secundaria en la zona norte de la Provincia de Sevilla". VIII Reunión Asepelt-España. Palma de Mallorca.
- DREZNER, Z. AND HAMACHER, H. H. (2002). Facility Location. Applications and Theory. Drezner and H. Hamacher eds. Springer. Berlin.
- DREZNER, Z., KLAMROTH, K. SCHÖBEL, A. AND WESOLOWSKY, G. O. (2001). The Weber Problem, in Location Analysis. Applications and Theory. Drezner and H. Hamacher eds. Springer. Berlin.
- GIL, D. (2001). "Morón se debate entre el miedo a la crisis mundial y la posibilidad de que el uso de la base cree empleo". *El País*; Andalucía, 23-9-2001: 1.
- HANSEN, E.(1992). Global Optimization Using Interval Analysis. Marcel Dekker, INC. New York.
- ILOG. (2001). Ilog optimization. <http://www.ilog.fr>.
- LOVE, R. F., MORRIS, J. G. (1972). "Modelling Inter City Road Distances by Mathematical Functions". *Operational Research Quaterly* 23, 61-71.

- LOZANO, A. J. AND MESA, J. A. (2000). "Location of Facilities with Undesirable Effects and Inverse Location Problems: A Classification". *Studies in Locational Analysis*, 14, 253-291.
- ORTEGA, F. A., MESA, J. A. AND SÁNCHEZ, A. B. (2000). "An Iterative Method for Solving the Weber Problem in \mathbb{R}^2 with l_p Norms, $p \in (1,2)$, Based in Linear Programming". *Studies in Locational Analysis*, 14, 137-152.
- ROCKAFELLAR, R. T. (1972). *Convex Analysis*. Princeton University Press, Princeton. New York.
- SOTIROPOULOS, D. G. AND GRAPSA, T. N. (2001). *A branch-and-prune method for global optimisation: The univariate case*. Kluwer. Boston.
- VAN HENTENRYCK, P., MICHEL, L. Y DEVILLE, Y. (1997). *Numerica. A modeling language for global optimization*. The MIT Press.
- VELASCO, F. (1991). *Localización de centros atractivos y repulsivos*. Tesis Doctoral. Universidad de Sevilla.
- WARD, J. E., AND WENDELL, R. E. (1985), "Using Block Norms for Location Modeling ". *Operations Research*, 33(5), 1074-1090.
- WEISZFELD, E. (1937). "Sur le point pour lequel la somme des distances de n points donnés est minimum." *Tohoku Math. J.* 43: 355-386.
- WEBER, A. (1909). *Über den Standort der Industrien*. Tübingen. (English translation by Friedrich, C. J. (1929). *Theory of the Location of Industries*. University of Chicago Press.