
DISEÑO CONCEPTUAL Y PRELIMINAR DE UN COMPRESOR CENTRÍFUGO PARA UN MOTOR TURBOHÉLICE

Presentado por

ANDERSON FERNEY GÓMEZ MEDINA
DIDIER SANTIAGO GUERRERO RODRÍGUEZ



LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Fundación Universitaria Los Libertadores

Facultad de Ingeniería y Ciencias Básicas

Programa de Ingeniería Aeronáutica

Bogotá D.C, Colombia

2018

Página dejada en blanco intencionalmente

DISEÑO CONCEPTUAL Y PRELIMINAR DE UN COMPRESOR CENTRÍFUGO PARA UN MOTOR TURBOHÉLICE

Presentado por

ANDERSON FERNEY GÓMEZ MEDINA
DIDIER SANTIAGO GUERRERO RODRÍGUEZ

En cumplimiento parcial de los requerimientos para optar por el título de

Ingeniero Aeronáutico

LOS LIBERTADORES

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Dirigido por

FRANCISCO JAVIER GONZÁLEZ CRUZ

Codirector

JORGE LUIS NISPERUZA TOLEDO

Presenta al

Programa de Ingeniería Aeronáutica

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES

BOGOTÁ D.C, Colombia

2018

Página dejada en blanco intencionalmente

NOTA DE ACEPTACIÓN



LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Firma del presidente del jurado

Firma del jurado

Firma del jurado

Bogotá DC, Diciembre 2018.

Página dejada en blanco intencionalmente



LOS LIBERTADORES

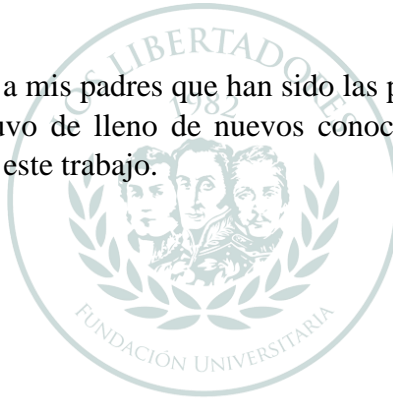
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Las directivas de la Fundación Universitaria Los Libertadores, los jurados calificadores y el cuerpo docente no son responsables por los criterios e ideas expuestas en el presente documento. Estos corresponden únicamente a los autores y a los resultados de su trabajo.

Página dejada en blanco intencionalmente

Dedicatoria

Les dedico este trabajo de grado a mis padres que han sido las personas que me han apoyado a lo largo de esta labor, la cual estuvo de lleno de nuevos conocimientos tanto académicos como personales para la realización de este trabajo.



LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Anderson Gómez

Dedicatoria

Este trabajo de grado lo dedico en primera instancia a Dios, por darme la oportunidad de todo lo que he aprendido a lo largo de mi vida académica, por darme la salud y fuerzas para permitirme llegar hasta este punto, el cual me conlleva a dar un siguiente gran paso en mi vida.

En segunda instancia, dedico este proyecto a mis padres y mi novia, quienes me han apoyado en cada una de mis metas y proyectos, estando para mí en mis buenos y malos momentos a lo largo carrera, aconsejándome en cada una de mis pasos y ayudándome en los momentos que lo he necesitado. Quienes son para mí, mi motivación y alegría.

Por último dedico este trabajo a cada uno de mis compañeros, quienes me acompañaron y me colaboraron a lo largo de la carrera.

LOS LIBERTADORES
FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Santiago Guerrero

Página dejada en blanco intencionalmente

Agradecimientos

Los autores de este proyecto expresan su agradecimiento:

A Dios por haber brindado la salud y el conocimiento para la realización de este trabajo, los cuales fueron los pilares fundamentales para nuestro desarrollo personal e intelectual con el cual se llevó a cabo este trabajo.

A nuestras familias, ya que son las personas que estuvieron apoyándonos y aconsejándonos a lo largo de este proyecto.

Al Profesor Francisco González quien estuvo con nosotros desde el comienzo hasta al final de este proyecto y a cada uno de las personas que de alguna u otra forma realizaron un aporte para la finalización de este proyecto.

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA

Página dejada en blanco intencionalmente

Índice general

1. Introducción	1
2. Planteamiento del Problema	3
2.1 Objetivos	4
2.1.1 Objetivo General.....	4
2.1.2 Objetivos Específicos	4
2.2 Justificación.....	5
3. Marco Teórico	6
3.1 Sistemas de propulsión a reacción	6
3.2 Pratt and Whitney PT6A	7
3.3 Tipos de Compresores	10
3.4 Partes Fundamentales de un Compresor Centrífugo	12
3.5 Segunda Ley del Movimiento de Newton.....	13
3.6 Diseño del Compresor Centrífugo	13
3.7 Ecuación de Continuidad	15
3.8 Ecuación de Euler.....	15
3.9 Ecuación de la Energía.....	16
3.10 Factor de Deslizamiento.....	16
3.11 Ciclo Brayton	18
3.12 Rendimientos Adiabáticos de la Compresión, Combustión y Expansión.....	19
3.13 Eficiencia Térmica	20
3.14 Eficiencia Propulsiva.....	20
3.15 Eficiencia Global.....	21
3.16 Fuerza de Empuje del Motor.....	21
3.17 Consumo Específico de Combustible	22
3.18 Temperatura y Presión Total.....	22
4. Metodología	23
5. Análisis y Resultados	25

5.1	Parámetros de Diseño para la Elaboración de un Compresor Centrífugo.....	25
5.2	Análisis Dimensional del Compresor Centrífugo	26
5.2.1	Diseño del Impulsor.....	27
5.2.2	Diseño del Difusor.....	38
5.3	Análisis Teórico del Desempeño del Compresor	44
5.4	Características del Desempeño del Compresor	44
5.5	Análisis Termogasodinámico.....	47
5.6	Análisis de Esfuerzo y de Deformación del Impulsor.....	59
5.6.1	Selección de Material	59
5.6.2	Análisis de Esfuerzos.....	61
5.6.3	Análisis de Deformación	65
5.7	Factores de Diseño Encontrados que Ayudan a Aumentar la Eficiencia del Compresor ...	66
5.8	Diseño del Compresor en CAD.....	67
5.8.1	Impulsor.....	67
5.8.2	Difusor	70
6.	Conclusiones y Recomendaciones	74
6.1	Conclusiones	74
6.2	Recomendaciones.....	75
	Referencias.....	76
	Anexo 1	78
	Anexo 2.....	80
	Anexo 3.....	81
	Anexo 4.....	82
	Anexo 5.....	83
	Anexo 6.....	88
	Anexo 7.....	93

Índice de figuras

Figura 1: (a) Principio operacional. (b) Comportamiento de flujo de aire.	8
Figura 2: Sección transversal del motor PT6A.....	9
Figura 3: Compresores de flujo axial.	10
Figura 4: Compresor centrífugo con difusor radial.	11
Figura 5: Partes primarias de un compresor centrífugo.....	12
Figura 6: Diagrama del impulsor.....	14
Figura 7: Triangulo de velocidades para una corriente de flujo con deslizamiento	17
Figura 8: Ciclo de funcionamiento de un turborreactor.	18
Figura 9: Etapas de un compresor centrífugo.....	27
Figura 10: Triangulo de velocidades de entrada y salida del impulsor	28
Figura 11: Geometría principal del difusor	38
Figura 12: Características del Compresor	46
Figura 13: Diagrama esquemático del motor PT6A.....	48
Figura 14: Sección de compresión del motor PT6T	50
Figura 15: Transmisión de potencia a través de un motor turboprop de turbina libre	54
Figura 16: Expansión en la turbina y la tobera de un motor turboprop de turbina libre	55
Figura 17: Esfuerzo en disco giratorio uniforme con agujero.	63
Figura 18: Vista ISO del impulsor diseñado en CAD.	69
Figura 19: Vista lateral del impulsor diseñado en CAD.....	69
Figura 20: Trazo de los alabes del difusor.....	71
Figura 21: Vista ISO del difusor diseñado en CAD.	71
Figura 22: Vista frontal del difusor diseñado en CAD.	72
Figura 23: Vista ISO del compresor centrífugo diseñado en CAD.	72
Figura 24: Vista frontal del compresor centrífugo diseñado en CAD.....	73

Índice de tablas

Tabla 1: Parámetros de entrada del compresor en fase de despegue, del motor PT6A	25
Tabla 2. Condiciones a la entrada del impulsor	26
Tabla 3: Características específicas adimensionales del compresor.....	26
Tabla 4: Medidas aproximadas del impulsor de un motor PT6T	30
Tabla 5: Parámetros iniciales para los cálculos del difusor.	39
Tabla 6 : Comparación del desempeño del motor PT6A con el compresor centrífugo de fábrica y el propuesto por los autores.	59
Tabla 7. Propiedades típicas de algunas aleaciones usadas actualmente	60
Tabla 8. Parámetros iniciales para el cálculo de deformaciones del impulsor.	61
Tabla 9. Resumen de los factores de diseño implementados en el compresor.	66
Tabla 10: Datos principales para la realización del diseño del impulsor con alabes en 3D.	67
Tabla 11: Datos para cada plano usado para el diseño del difusor.	68
Tabla 12: Datos principales para la realización del diseño del difusor con alabes en 3D.	70
Tabla 13: Valores de la atmosfera estándar a nivel medio del mar.	78
Tabla 14. Lista de dimensiones primas que influyen en el rendimiento del compresor	83

Página dejada en blanco intencionalmente

Simbología y Notaciones

Δh	Caída de la entalpía en una turbina ideal y la tobera
Δh_c	Trabajo específico del compresor
Δh_t	Trabajo específico de la turbina de alta
Δh_{ft}	Trabajo específico de la turbina libre
Δp	caída de presión en la cámara de combustión
A	Área en el borde del alabe
A_1	Área anular del ojo del impulsor
A_2	Área requerida para el paso de flujo
$A_{2,diff}$	Área de la sección transversal en dirección radial a la entrada del difusor
A_3	Área de la sección transversal en dirección radial en la garganta del difusor
α_r	Angulo de entrada del flujo en la raíz del alabe del impulsor
α_t	Angulo de entrada del flujo en la punta del alabe del impulsor
$\alpha_{2,diff}$	Angulo de entrada de los alabes del difusor
$\alpha_{3,diff}$	Angulo de salida de los alabes del difusor
a	Velocidad del sonido
β_2	Angulo del alabe a la salida del impulsor
b	Relación de sangrado
C_{a1}	Velocidad axial a la entrada del impulsor
C_1	Velocidad absoluta a la entrada del impulsor
C_2	Velocidad absoluta con la que el aire sale del impulsor
C_{r2}	Velocidad radial a la salida del impulsor
C_{w2}	Velocidad tangencial o de giro del aire a salida del impulsor
C_p	Calor específico a presión constante
C_{p_c}	Calor específico a presión constante de la sección fría del motor
C_{p_h}	Calor específico a presión constante de la sección caliente del motor
d_2	Diámetro de la base del impulsor
$d_{3,diff}$	Diámetro a la entrada del difusor
$d_{3,garganta}$	Diámetro de la garganta del difusor
$d_{4,diff}$	Diámetro en la periferia del difusor

d_r	Diámetro en la raíz del impulsor
d_t	Diámetro en la punta del impulsor
ρ	Densidad
E	Módulo de elasticidad o Young
e	Deformación
$ESFC$	Consumo específico de combustible
$ESHP$	Consumo específico de combustible
F	Fuerza de extracción de un alabe
F_{rim}	Fuerza de extracción de un alabe por número de alabes
f	Relación de combustible aire
h	Profundidad del canal formado por los álabes del impulsor
ψ	Factor de potencia de entrada
γ	Constante adiabática de los gases
\dot{m}_a	Flujo másico de aire
\dot{m}_f	Flujo másico de combustible
M_a	Numero Mach
η_b	Eficiencia de la cámara de combustión
η_c	Eficiencia isentropica del compresor
η_d	Eficiencia isentropica de la toma de aire
η_g	Eficiencia de la caja de engranajes
η_{imp}	Eficiencia del impulsor
η_{ft}	Eficiencia de la isentropica turbina libre
$\eta_{m,c}$	Eficiencia mecánica del compresor
$\eta_{m,ft}$	Eficiencia mecánica de la turbina libre
$\eta_{m,t}$	Eficiencia mecánica de la turbina de alta
η_n	Eficiencia isentropica de la tobera
η_{pr}	Eficiencia de la hélice
η_o	Eficiencia global
η_p	Eficiencia propulsiva
η_t	Eficiencia isentropica de la turbina de alta
η_T	Eficiencia térmica
N	Velocidad angular

N_b	Numero de alabes del impulsor
N_{diff}	Numero de alabes del difusor
ϕ_2	Relación de la velocidad radial a la salida del impulsor y la velocidad tangencial
σ	Factor de deslizamiento
σ_t	Esfuerzo tangencial
σ_r	Esfuerzo radial
P_i	Potencia de entrada del compresor
P_{0a}	Presión total del aire a nivel del mar
P_a	Presión estática del aire a nivel del mar
\dot{Q}_{in}	Tasa de energía térmica liberada
Q_R	Poder calorífico del combustible
$\pi_{c,Total}$	Relación de compresión de la sección de compresión del motor
$\pi_{c,centrifuga}$	Relación de compresión del compresor centrifugo
$\pi_{c,axial}$	Relación de compresión del compresor axial
T	Torque teórico aplicado al impulsor
T_{pr}	Empuje producido por la hélice
T_n	Empuje producido por los gases de escape en la tobera
T_{0a}	Temperatura total del aire a nivel del mar
T_a	Temperatura estática del aire a nivel del mar
t	Espesor en el borde
U_2	Velocidad tangencial en la punta del impulsor
ν	Constante de Poisson
V_a	Velocidad de entrada del aire
V_s	Velocidad de salida de los gases de escape
W_c	Potencia de salida del compresor
W_{ft}	Potencia de salida de la turbina libre
W_{out}	Potencia neta de salida del motor
W_{pr}	Potencia consumida en la hélice
W_t	Potencia de salida de la turbina de alta
W_T	Potencia total generada por el motor
w_{pr}	Potencia específica de la hélice

Página dejada en blanco intencionalmente

DISEÑO CONCEPTUAL Y PRELIMINAR DE UN COMPRESOR CENTRÍFUGO PARA UN MOTOR TURBOHÉLICE

Resumen

En el siguiente documento se presenta el proceso de diseño de un compresor centrífugo de una sola etapa para un motor turbo hélice, el cual se centró en encontrar los parámetros que ayudan a incrementar la eficiencia del motor sin alterar su número de etapas.

Para esto, se definieron los parámetros que rigen el funcionamiento del compresor y las condiciones de diseño del mismo, con el fin de dimensionar el impulsor y difusor a partir de las teorías relacionadas con el diseño de compresores centrífugos, tomando como base de diseño el compresor centrífugo de un motor PT6A small. Conforme a las dimensiones obtenidas y las condiciones de salida del fluido se realizó un análisis teórico del desempeño del compresor, para determinar la eficiencia y relación de compresión global, con el fin de implementarlos en el análisis termogasodinámico el cual tiene como fin determinar el rendimiento del motor con el diseño del compresor propuesto y los valores expuestos por el fabricante, dando como resultado un rendimiento similar al de fábrica con tan solo un 2% de diferencia entre estos, logrando con esto identificar las ventajas y desventajas generadas a través de la implementación de este diseño.

Posteriormente se realizó un análisis de esfuerzos en el impulsor a partir de la selección del material, con el fin de conocer la deformación en el impulsor, y por último se diseñó el compresor centrífugo en 3D con la ayuda del programa Solid Edge, a partir del dimensionamiento obtenido del compresor, en el cual se incluyeron los factores de diseño en el impulsor y difusor, dado a que producen una eficiencia general del 89%, con una relación de compresión de 3, sin necesidad de que sus demás componentes sufran cambios en sus dimensiones.

Palabras claves: Compresor centrífugo, Análisis de desempeño, Análisis Termogasodinámico, Diseño CAD.

Página dejada en blanco intencionalmente

Capítulo 1

1. Introducción

La turbo maquinaria es un dispositivo mediante el cual se busca aumentar la presión de un fluido con la menor cantidad de energía consumida. Esta es usada para una diversidad de aplicaciones como lo son la industria petrolera, la generación de energía, sistemas neumáticos y motores a reacción. (Cuesta, 2001)

Los motores a reacción también conocido como motores turbo, usan una sección de compresión movida por una sección de una turbina, la cual es accionada por los gases de salida de la cámara de combustión. Hoy en día existen tres tipos de configuraciones para la etapa de compresión ya sea axial, centrífuga y mixta. Sin embargo, en un principio los compresores centrífugos no eran implementados para los motores de aviación, ya que estos eran muy grandes y pesados, por lo que se optaba por los compresores de flujo axial, ya que no sólo ofrecían una menor área frontal la cual disminuía la misma del motor y producía un menor arrastre, sino también por la eficiencia de este mismo que era mejorada en un 3 o 4% (Dixon, 2005). No obstante, posteriormente el compresor centrífugo comenzó a implementarse en la aviación y por ende a mejorar sus características de desempeño, ya que los compresores axiales a bajas velocidades de flujo másico presentaban caídas bruscas en su eficiencia, además de que sus alabes al ser pequeñas eran difíciles de fabricar con precisión y la ventaja residía en el compresor centrífugo.

Los compresores axiales han sido predominantes para el uso en turbinas a gas para la propulsión aérea y muchas otras más aplicaciones, sin embargo, el compresor centrífugo suele ser empleado en motores a propulsión pequeños, en una mezcla de etapas axiales y una centrífuga, siendo esta última la sección de alta presión del motor (Came, 1978).

En la actualidad los compresores centrífugos pequeños de una sola etapa suelen tener una eficiencia total estática entre el 80 y 84%, con una relación de presión entre 4 y 6. No obstante, relaciones de presión más altas han sido logradas en etapas individuales, pero con una eficiencia reducida y para un rango de flujo limitado, produciendo un efecto negativo en relación a los otros compresores dentro del motor (Dixon, 2005).

Sin embargo esto puede ser contrarrestado con alabes entorchadas hacia atrás las cuales logran producir una eficiencia mayor, como lo demostró Came en 1978, con un compresor centrífugo el cual incorporaba álabes entorchadas hacia atrás a 30 grados, proporcionando una relación de presión de 6.5, una eficiencia total del impulsor de más del 85% y una eficiencia total para la etapa de 76,5% (Dixon, 2005).

Por tal motivo se desarrollará un diseño preliminar de un compresor centrífugo de una sola etapa, con el fin de analizar el funcionamiento e identificar las características de diseño que se deben tomar en cuenta al momento de implementar un compresor centrífugo para un motor turbo hélice, el cual es hecho mediante un análisis dimensional y evaluado por medio de un análisis

teórico de desempeño, termogasodinámico, de deformación y esfuerzos; tomando como base el diseño del compresor centrífugo de un motor PT6A small. Para así conocer algunos parámetros que incrementan la eficiencia del mismo, sin alterar el número de etapas que se encuentran en el motor.

Capítulo 2

2. Planteamiento del Problema

Hoy en día los avances recientes que hay en el material y diseño de los alabes de turbina y las cámaras de combustión, están permitiendo alcanzar temperaturas, presiones y carga más altas en las etapas de turbina de los motores, requiriendo una mayor relación de presión de los compresores que los alimentan, para así lograr objetivos como disminuir el consumo de combustible, tener una mayor potencia específica y una mayor relación potencia-peso. (K.R, 2012) En la actualidad la mayoría de esta necesidad es suplida mediante el uso de compresores axiales, los cuales son empleados en su mayoría en los motores a reacción, pero estos requieren de un número determinado de etapas, los cuales no solo aumentan la relación de presión sino también el peso del motor, por lo que se disminuye la relación potencia-peso y la eficiencia global del motor debido a la carga incrementada.

Los compresores centrífugos a diferencia del compresor axial ofrecen una mayor relación de compresión por etapa, mantiene su eficiencia para un mayor rango de velocidades a comparación de como lo hace el compresor axial, tiene una manufactura menos compleja, es menos pesado y menos costoso. Mas sin embargo este no es tan usado en la aviación debido a su baja eficiencia, dado a que el cambio de flujo en el compresor centrifugo causa pérdidas de energía, lo cual no se presenta en el compresor axial, ya que el flujo se mantiene paralelo al eje de rotación. (Kroes & Wild, 2013) Adicionalmente, a pesar que este ofrece una mayor relación de compresión por etapa, no se recomienda usar más de dos, debido a las pérdidas que se presentan por etapa, a diferencia del compresor axial que entre mayor número de etapas del compresor, ofrece una mayor relación de compresión, con un mínimo de pérdidas las cuales pueden ser despreciadas.

No obstante el compresor centrifugo tiene un buen desempeño en pequeños motores turbo fan como el Allied Signal 731 y pequeños motores turbo eje y turbo hélice como el Rolls Royce DART, Allied Signal 331, y el famoso motor fabricado por Pratt and Whitney of Canada, el PT6. (Sayed, 2017)

Por tal motivo se propone el diseño de un compresor centrifugo enfocado a determinar ¿Qué parámetros son necesarios para incrementar la eficiencia de un compresor centrifugo sin modificar su número de etapas y área de trabajo?, para así poder aprovechar los beneficios que este ofrece en el diseño de motores turbo hélice.

2.1 Objetivos

2.1.1 Objetivo General

Realizar un diseño conceptual y preliminar de un compresor centrífugo para un motor turbohélice con el fin de encontrar los parámetros que ayudan a incrementar su eficiencia sin alterar el número de etapas que se encuentran en el motor.

2.1.2 Objetivos Específicos

1. Realizar un análisis dimensional a partir de los parámetros que rigen el funcionamiento de un compresor centrífugo.
2. Realizar un análisis termogasodinámico con el fin de conocer el rendimiento del motor, empleando el diseño propuesto con los valores obtenidos del desempeño teórico del compresor.
3. Realizar un análisis de esfuerzos y deformaciones del compresor.
4. Realizar un diseño en 3D del compresor centrífugo mediante el software Solid Edge, a partir de la implementación de los factores de diseño encontrados.

2.2 Justificación

Entre los años 2017 y 2018, en Colombia no se cuenta con una amplia cantidad de estudios relacionados al diseño y construcción de compresores centrífugos para motores turbohélice. Por tal motivo, en el país el conocimiento relacionado a este tipo de motores y compresores, no permiten abarcar labores de diseño ni mantenimiento dirigido a este tipo de motores, perdiendo la posibilidad de suplir la demanda de la industria aeronáutica local, la cual cuenta con una gran cantidad de aeronaves que utilizan este tipo de motores, debido a que tanto en las fuerzas armadas las cuales cuentan con más 300 motores de este tipo (FAC, 2018), como en el ámbito privado, que es de gran uso debido a su gran rendimiento; para cada mantenimiento o remplazo de los componentes rotantes del motor es necesario que los propietarios envíen los motores a talleres en el extranjero certificados para este tipo de tareas, aumentando los costos de operación.

La principal causa de este problema radica, en que la Industria nacional se ha delimitado a depender de industrias extranjeras para poder llevar a cabo la actividad aeronáutica en el país. No obstante, algunas organizaciones en la actualidad se encuentran desarrollando productos aeronáuticos, de los cuales en su gran mayoría no son de alta complejidad, más sin embargo permiten el desarrollo de la industria nacional (Cardenas, 2013). A pesar de esto, el proceso avanza lentamente, ya que el desarrollo intelectual en estas áreas aún se encuentra atrasado respecto a países desarrollados, generando la necesidad de enfocar las investigaciones a aquellas áreas de diseño de componentes que demandan un desarrollo más especializado

Es por esto que con este proyecto se pretende ofrecer el diseño de un compresor centrífugo enfocado al aumento de la eficiencia a partir de los parámetros que influyen en el mismo, ofreciendo un rendimiento similar o mayor en el motor PT6A, a partir de una mayor relación potencia-peso en el motor, ya que la alta relación de presión por etapa ofrecida por este tipo de compresores permite sustituir un número determinado de etapas axiales. Por otra parte, se busca contribuir al fortalecimiento del conocimiento local en cuestión de diseño y funcionamiento de este tipo de componentes, dando el conocimiento base para el desarrollo del mantenimiento en la planta motriz de las aeronaves y así suplir la demanda que genera este tipo de motores en Colombia.

Capítulo 3

3. Marco Teórico

3.1 Sistemas de propulsión a reacción

La propulsión a reacción es una aplicación práctica de la tercera ley de movimiento de Newton que establece que "para cada fuerza que actúa sobre un cuerpo, hay una reacción igual y opuesta". Para la propulsión de la aeronave, el "cuerpo" es el aire atmosférico que se acelera a medida que pasa a través del motor, y la fuerza requerida para dar esta aceleración produce una reacción opuesta de igual magnitud que actúa sobre el dispositivo que la produce (Rolls Royce, 1986).

Para mover una aeronave a través del aire, se emplea algún tipo de sistema de propulsión para generar empuje. La forma más usada de sistema de propulsión para aviones modernos es el motor de turbina a gas. Los motores de turbina vienen en una variedad de formas, cada uno de estos motores tiene una toma de aire, una sección de compresión, una sección de combustión, una sección de turbina y un escape. El conjunto del compresor, la cámara de combustión, y la turbina se llaman núcleo del motor, ya que todas las turbinas de gas tienen estos componentes (Hall, 2015). Los motores más recientes cuentan con subsecciones en el compresor y la turbina, que por lo general son una sección de alta y una de baja presión, para disminuir los esfuerzos individuales en los componentes y lograr una mayor eficiencia.

Motor Turbo Jet

El motor turbo jet básicamente consiste en un compresor, una cámara de combustión y una turbina. El aire entra al motor a una presión atmosférica ambiente por la entrada de admisión y pasa al compresor donde es comprimido para aumentar su presión, una vez el aire haya sido comprimido pasa a la cámara de combustión donde se mezcla con el combustible y hacen combustión, debido a la chispa que se genera al prender el motor y que luego es mantenida con una combustión continua de la mezcla combustible y aire. El gas caliente que es proveniente de la combustión hace girar la turbina, y está por medio del eje le transmite potencia al compresor. Finalmente, el gas caliente que sale de las cámaras de combustión pasa la tobera creando empuje, el cual mueve al motor y al avión hacia adelante (Zalud, 1998).

Motor turbo hélice

Los motores turbo hélice tiene dos partes principales, el núcleo del motor y la hélice como se muestra en la figura 1.a. El núcleo es muy similar al de un turbo jet básico, excepto que en lugar de usar los gases calientes de expansión a través de la tobera para producir empuje, este usa la mayoría de la energía de los gases de escape para activar la turbina, que está conectada a un eje de accionamiento, el cual está unido a su vez a una caja de engranajes que se encarga de disminuir las revoluciones por minuto y aumenta el par motor para transmitírselo a la hélice la cual produce la mayor parte del empuje, ya que mueve una gran masa de aire a través de un pequeño cambio en la velocidad (Hall, 2015).

Estos motores se caracterizan por tener un consumo específico de combustible más bajo durante el despegue y a bajas velocidades subsónicas de vuelo, que un motor turbo jet y turbo fan. Sin embargo, esta ventaja disminuye cuando la altitud y la velocidad aumentan, ya que la eficiencia de la hélice se mantiene constante hasta un número mach de aproximadamente 0.5 (Bathie, 1996). Es por eso que las aeronaves que utilizan este tipo de motores suelen ser empleadas para solo vuelos nacionales y a bajas alturas en relación con aviones con motores turbo jet y turbo fan.

Motor turbo Fan

El motor turbo fan es similar al motor turbo jet a excepción de que este posee un fan en frente del núcleo motor, el cual aumenta la velocidad de los gases de salida y produce un mayor empuje, ya que no todo el aire que entra de la atmosfera es utilizado para la combustión, si no tan solo una fracción de esta; la mayor parte del flujo de aire pasa alrededor del núcleo del motor, enfriando a este, e incrementando el empuje. La cantidad de aire que fluye alrededor del núcleo del motor con respecto a la que pasa a través de este es llamada relación bypass, los motores que tiene una alta relación bypass poseen una mayor eficiencia que los de baja relación bypass, obteniendo un 80% del empuje a partir del aire que pasa alrededor del flujo del motor. (Zalud, 1998).

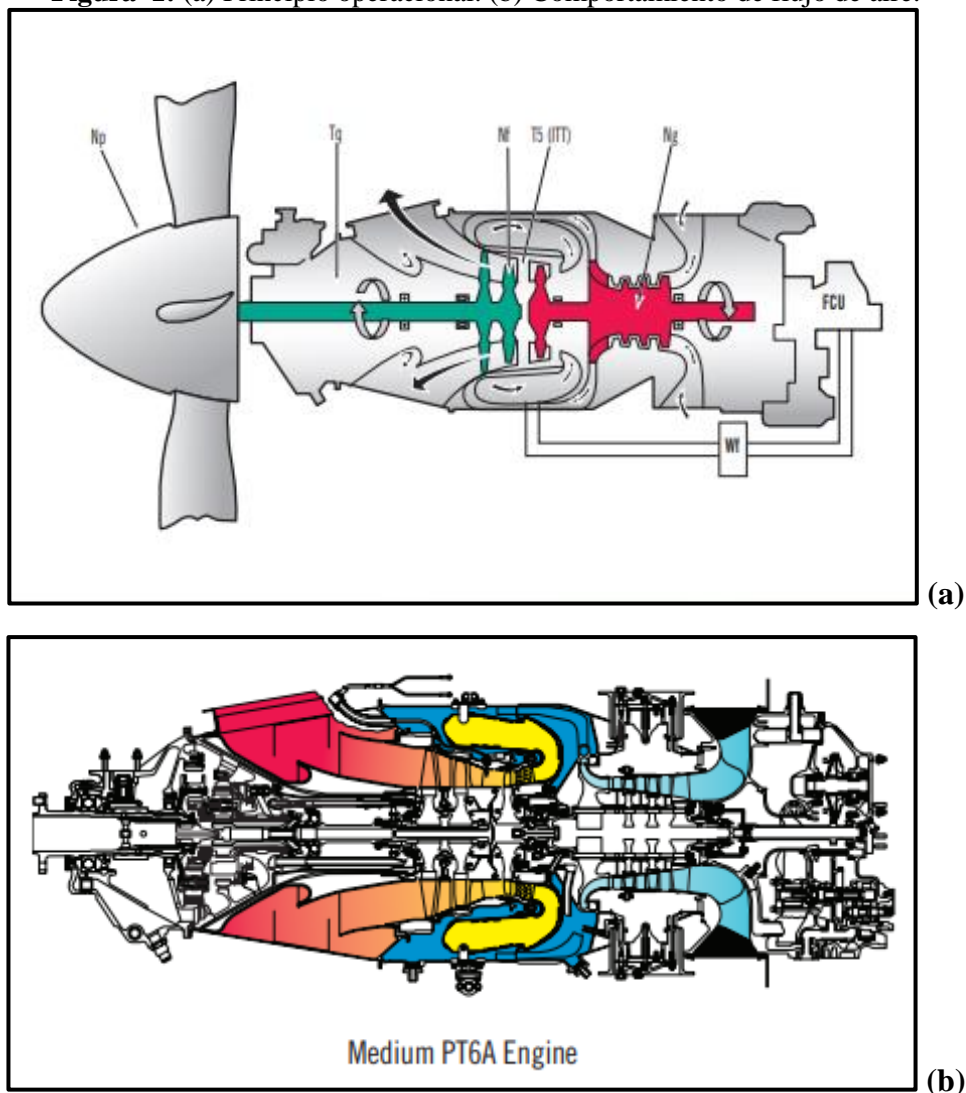
3.2 Pratt and Whitney PT6A

Para el diseño del compresor centrifugo es necesario partir de la consideración de algunos parámetros iniciales para el dimensionamiento del compresor, por lo que se optó por tomar los datos técnicos del motor PT6A, debido a que es un motor que tiene una sección de compresión mixta (tres etapas axiales y una etapa centrifuga) y es usado ampliamente en la industria aeronáutica en varias configuraciones para un numero de aeronaves.

El motor PT6A es un motor liviano de turbina libre, fabricado por United Technologies Pratt & withney Canda, el cual incorpora una vía de combustión de flujo inverso (como se muestra en la figura 1.b), diseñado para el uso de la propulsión de la aérea en aviones de ala fija o de ala descompuesta (Kroes & Wild, 2013). Se caracteriza por ofrecer rendimiento, fiabilidad y valores inigualables en su clase, además de una potencia de eje de 500-2000 HP para una amplia gama de aplicaciones.

Este motor utiliza dos turbinas contra rotantes; una encargada de accionar el compresor a través de un eje el cual gira a 33000 rpm y la otra de impulsar la hélice a través de una caja reductora que posee una relación de 15: 1; que reduce el número de revoluciones por minuto y aumenta el par motor para transmitírselo a la hélice (Kroes & Wild, 2013).

Figura 1: (a) Principio operacional. (b) Comportamiento de flujo de aire.



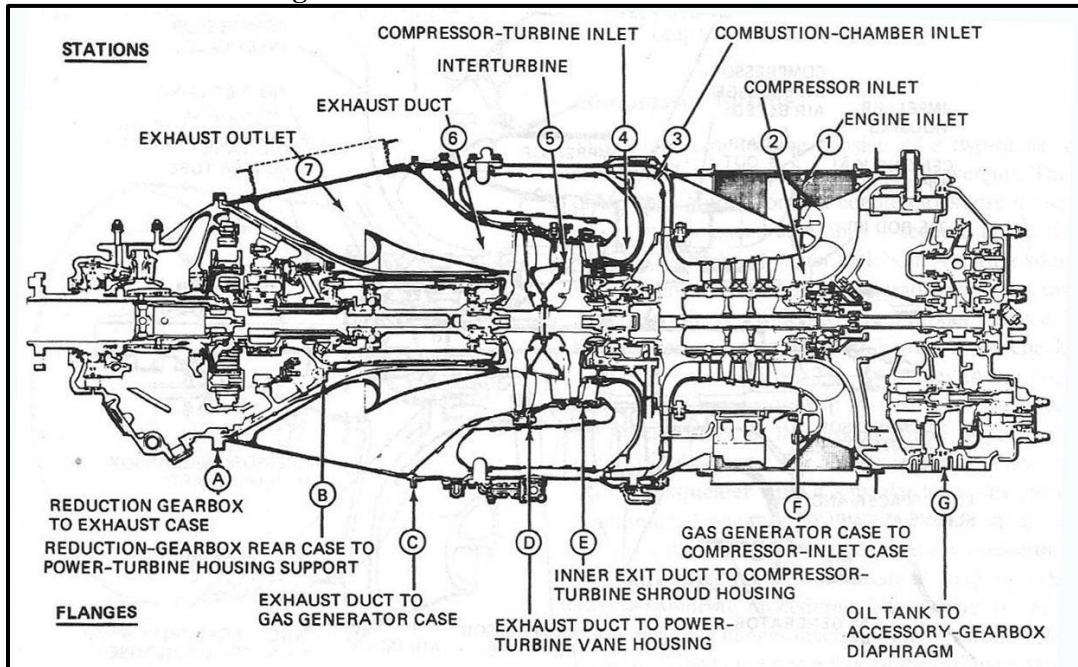
Fuente: (Pratt & Whitney Canada, s.f.)

Descripción de flujo dentro del motor (PT6A)

El aire entra al motor a través de la toma de aire la cual se encuentra en la parte trasera de este (ver figura 2, punto 1), de donde se dirige hacia adentro de la sección de compresión que consta de tres etapas axiales (cuatro etapas axiales en modelos de motores PT6A grandes) y una etapa centrífuga (ver figura 2, punto 2). El aire comprimido que sale del impulsor pasa a través de

tubos difusores que giran el flujo 90 grados, y reducen su velocidad para dirigirlo hacia la cámara de combustión anular, donde se mezcla con el combustible inyectado en el revestimiento de la cámara de combustión a través de 14 boquillas simples suministradas por un tubo múltiple común (ver figura 2, punto 3), aquí la mezcla combustible aire es encendida por dos bujías de ignición cuando se arranca el motor, y luego esta es mantenida por la combustión constante de la mezcla. Luego los gases calientes resultantes hacen girar la turbina del compresor (ver figura 2, punto 4), la cual proporciona la energía necesaria para el funcionamiento de la sección de compresión, y posteriormente continua a la turbina de potencia, donde se extrae la energía restante para girar la hélice, a través de la caja de engranajes situada en la parte posterior del motor (ver figura 2, punto A). Finalmente, los gases salen por el ducto de escape ubicado en la parte frontal del motor, hacia la atmosfera. (Ver figura 2, punto 6 y7) (Kroes & Wild, 2013).

Figura 2: Sección transversal del motor PT6A.



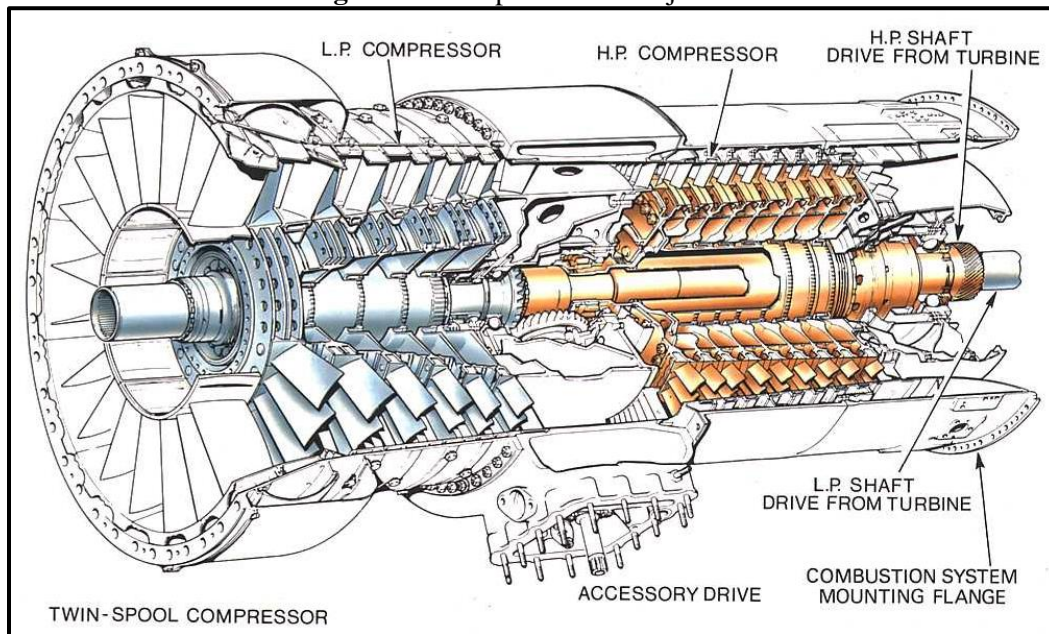
Fuente: (Kroes & Wild, 2013)

3.3 Tipos de Compresores

En los motores a reacción, la compresión del aire antes del proceso de la combustión, se realiza mediante la sección de compresión, la cual puede tener una configuración de tipo centrífugo, axial o mixta, que es accionada por la turbina del motor. El aire que entra a este tipo de compresores, lo hace a través de álabes en forma de perfil aerodinámico llamados álabes guía que se encuentran antes de los rotores o del impulsor, con el fin de desplazar el aire a través del compresor en direcciones ideales para la compresión dependiendo del tipo de compresor que tenga el motor.

Los compresores de flujo axial presurizan el aire pasándolo alternativamente a través de rotores y estatores, que son unas paletas curvas de perfil aerodinámico las cuales le dan la dirección adecuada al aire para pasar a la siguiente etapa y además aumentan la velocidad tangencial del aire, proporcionando un momento cinético respecto al eje del rotor, que al pasar al estator es disminuida hasta su valor inicial produciendo que la energía cinética transmitida por el rotor sea transformada en energía de presión en el estator (Kroes & Wild, 2013). Estos tipos de compresores tienen altas relaciones de compresión y, por lo tanto, alta eficiencia, debido a las múltiples etapas que son usadas para la compresión, las cuales cuentan con varios conjuntos de rotores y estatores que permiten aumentar la presión del aire aún más, pero aumentando también el tamaño y peso del motor, como se muestra en la siguiente figura.

Figura 3: Compresores de flujo axial.

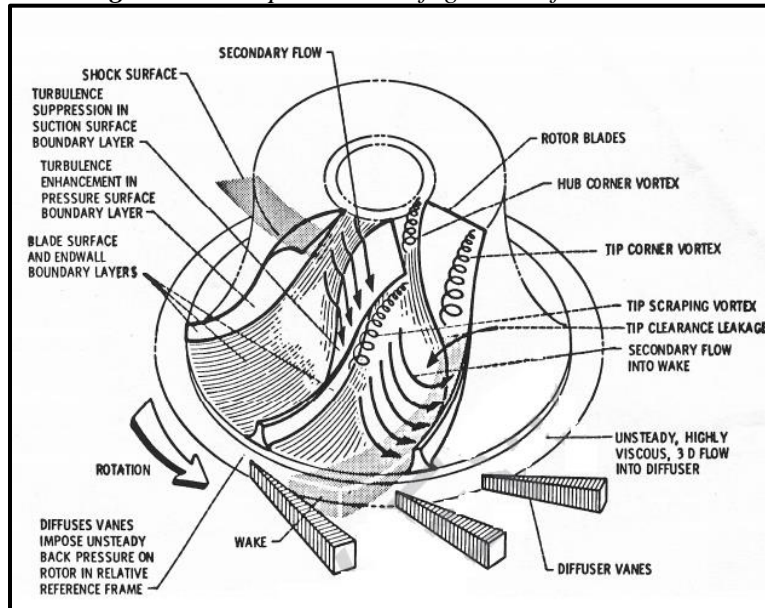


Fuente: (Rolls Royce, 1986)

Los compresores de flujo centrífugo recogen el aire cerca del centro de un impulsor y aumentan su velocidad girándolo al borde exterior de este como se muestra en la figura 4, donde un difusor

ralentiza el aire para aumentar su presión. Aquí la presión estática aumenta debido a la disminución de la velocidad relativa, y también debido a la fuerza centrífuga (Reza, Tousi, & Soltani, 2007). Estos compresores han sido utilizados para diversas aplicaciones técnicas tales como: la metalurgia, ingeniería química, petroquímica y refinerías, en la industria de gas y tuberías. Pero tomaron más fuerza en la introducción de la propulsión aérea (Li, 2005) .

Figura 4: *Compresor centrífugo con difusor radial.*

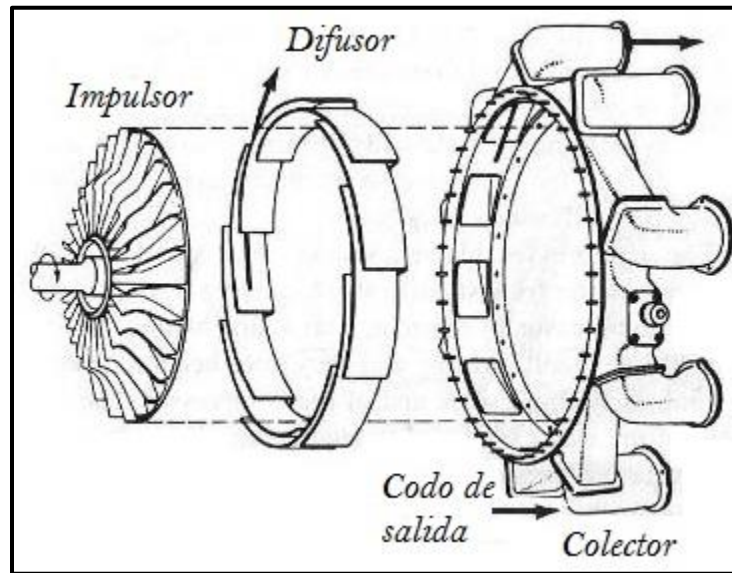


Fuente: (Japikse, 1996)

PRINCIPIO DE OPERACIÓN

El fluido es aspirado a través de la carcasa de entrada en el ojo del impulsor. La función del impulsor es aumentar el nivel de energía del fluido girándolo hacia fuera, aumentando así el momento angular del fluido. Tanto la presión estática como la velocidad se incrementan desde el ojo hasta la punta del impulsor. El resto de la presión estática es generada por el difusor, el cual convierte la energía cinética del fluido que sale del impulsor en energía de presión. Este proceso puede realizarse por difusión libre en el espacio anular que rodea al impulsor o, mediante la incorporación de una hilera de álabes difusores fijos que permiten al aire pasar a través de sus pasajes con forma divergente los cuales disminuyen la velocidad del aire y aumentan la presión estática de este. Fuera del difusor hay un colector cuya función es recoger el flujo del difusor y re direccionarlo por sus tubos de salida como se ve en la figura 5 (Dixon, 2005).

Figura 5: Partes primarias de un compresor centrífugo



Fuente: (Flack, 2005)

Se debe tener en cuenta que la fricción que se genera en las paredes del difusor con el aire puede causar algunas pérdidas en presión de estancamiento.

La holgura entre el impulsor y la cubierta del compresor debe ser lo más pequeña posible, ya que el aire va a tender a fluir alrededor de los bordes de los alabes, produciendo una disminución en la eficiencia del compresor. Una cubierta agarrada a las alabes puede eliminar las pérdidas, pero su manufactura es difícil ya que este puede si no se hace de la manera adecuada puede causar fricción en el disco.

Los alabes curvados hacia atrás son deseables para las altas relaciones de compresión, pero por muchos años los diseñadores fueron forzados a usar alabes radiales debido a que los alabes curvos tendían a ser enderezados por la acción considerable de la fuerza centrífuga, estableciendo indeseables esfuerzos flectores en los alabes. Pero ahora debido a los avances en los métodos de análisis de esfuerzos y que hay materiales más resistentes, ya se pueden realizar (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicki, & Nix, 2017).

3.4 Partes Fundamentales de un Compresor Centrífugo

Un compresor centrífugo tiene tres componentes esenciales que son el impulsor, difusor y colector. Las cuales realizan un trabajo integral con el fin de obtener un correcto funcionamiento y aplicabilidad para el trabajo que necesite emplearse.

- **Impulsor:** Es el componente más importante de un compresor centrífugo dado a que en este se realiza gran parte del trabajo que realiza el compresor, gracias a su sistema de alabes curvados desde el comienzo hasta el final de su diseño. Estos alabes cumplen funciones diferentes a lo largo del recorrido que realiza el fluido al pasar por el impulsor:

En la entrada o inductor del compresor tiene un ángulo apropiado para que el fluido ingrese al rotor con la velocidad relativa paralela a la superficie de la paleta haciendo que el fluido ingrese axialmente. Luego sigue una sección del conducto donde el fluido gira aproximadamente 90 grados y comienza a moverse en dirección radial, siguiendo el movimiento giratorio del impulsor. En esta sección es donde se produce la mayor parte de la impulsión del fluido en la dirección tangencial, donde las paletas ejercen presión sobre este, distinguiéndose una cara de presión y una cara de succión como se muestra en la figura 4. Y por último en la sección de salida sale el fluido del impulsor radialmente e ingresa al difusor.

- **Difusor:** El difusor se encuentra en la sección intermedia del compresor centrífugo, este tiene como objetivo fundamental convertir la energía cinética del fluido que sale del impulsor en energía de presión, este lo logra gracias a su diseño de conductos divergentes formados por sus alabes, esto en el caso de compresores centrífugos subsónicos.
- **Colector:** El colector es el último componente que se encuentra en un compresor centrífugo este tiene como función recolectar el fluido que sale del difusor de forma axial para ser descargado finalmente hacia las cámaras de combustión.

3.5 Segunda Ley del Movimiento de Newton

Uno de los principios más fundamentales y valiosos de la mecánica, es la segunda ley del movimiento de Newton. La ecuación de momentum relaciona la suma de las fuerzas externas que actúan sobre un elemento o fluido, con su aceleración o cambio en la velocidad en dirección de la fuerza externa resultante. En el estudio de turbo máquinas se pueden encontrar muchas aplicaciones de la ecuación de momentum, que pueden ser encontradas en la fuerza ejercida sobre un alabe de un compresor causada por la deflexión o aceleración del fluido que pasa por los alabes, y constituyen el proceso de diseño del compresor centrífugo (Flack, 2005).

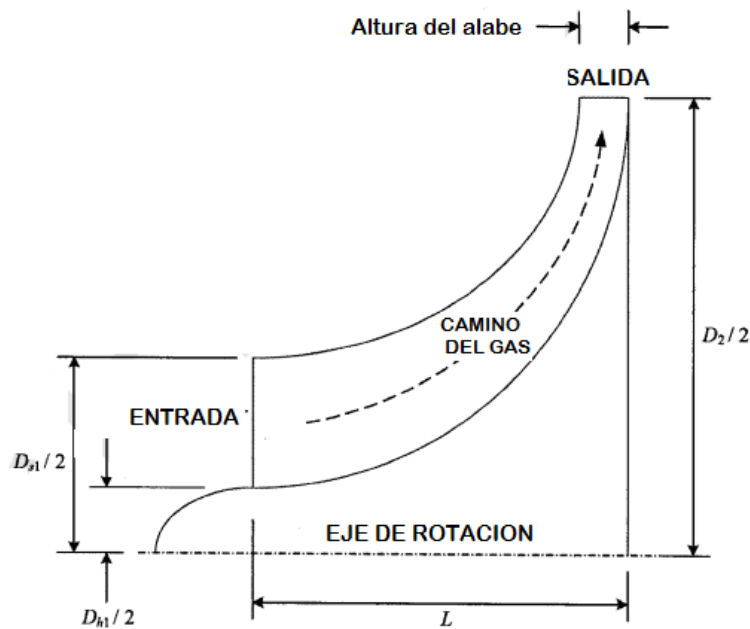
3.6 Diseño del Compresor Centrífugo

El diseño de un compresor centrífugo empieza definiendo las metas que se quieren alcanzar con este diseño, ya sea como incrementar la presión total, la eficiencia, la tasa de flujo o el rango de operación. Es necesario tener en cuenta que para tener un diseño adecuado del compresor se requiere producir el diseño del sistema completamente, optimizando todos los componentes conjuntamente, y evitando las fugas de aire que pueda haber entre el impulsor y el difusor, manteniendo así la eficiencia del compresor (Elia, 2008).

La construcción del compresor se centra en el impulsor, el difusor y el sistema de la toma de aire. El diseño del impulsor, está dividido en tres segmentos, que son la entrada, el paso de los alabes y la salida como se muestra en la figura 6; este es un disco forjado con alabes colocados radialmente o curvados, en uno o ambos lados del impulsor, formando pasajes convergentes en conjunto con la cubierta del compresor. Estos alabes por lo general son rectos debido a motivos de facilidad en la manufactura, pero en el centro del impulsor son curvos en dirección al giro, con el fin de facilitar la succión de aire desde el flujo axial (Soares, 2014).

Por otra parte, el difusor consiste en un numero de alabes formados tangencialmente al impulsor, en el cual el paso de los alabes son divergentes para convertir la energía cinética en energía de presión, manteniendo los bordes interiores de los alabes alineados con la dirección resultante del flujo del impulsor. Así mismo, se debe tomar una holgura entre el impulsor y difusor, con el fin de evitar que se produzcan impulsos de golpeteos aerodinámicos los cuales puedan ser transferidos al impulsor y crear un flujo inestable y vibraciones (Soares, 2014).

Figura 6: Diagrama del impulsor



Fuente: (Elia, 2008)

Entiendo entonces las funciones que realiza los componentes del compresor centrífugo, se definen ahora las ecuaciones que gobiernan el flujo en movimiento, para turbo maquinarias que son:

- Ecuación de continuidad
- Ecuación de Euler
- Ecuación de la energía

Las cuales están en función algunos parámetros adimensionales característicos del compresor como los son el factor de potencia y el factor de deslizamiento.

3.7 Ecuación de Continuidad

Partiendo del hecho del principio de la conservación de la masa, en el cual la cantidad de flujo de masa que entra a un volumen de control, es igual a la que sale de este, se obtiene la siguiente ecuación.

$$\dot{m}_1 = \dot{m}_2 \quad (3.1)$$

3.8 Ecuación de Euler

Para turbo maquinarias, la transferencia energía entre la máquina y el fluido es generada por el paso de este sobre las alabes, el cual da como resultado unas fuerzas que actúan sobre ellas, debido a los cambios que sufre la cantidad de movimiento del fluido a través del tiempo. Como la componente tangencial es la única que produce una acción significativa en la transferencia de energía, solo esta es considerada, entonces la fuerza generada sobre los alabes será igual al momento de giro (Filiberto, 2010).

$$F = \dot{m}(C_{w2} - C_{w1}) \quad (3.2)$$

La ecuación de momentum, también llamada ecuación de Euler para turbo maquinaria, empleada con el fin de calcular el torque teórico que se debe aplicar al impulsor, es igual a la tasa de cambio del momentum angular experimentado por el aire (Sayed, 2017).

$$T = \dot{m}(r_2 C_{w2} - r_1 C_{w1}) \quad (3.3)$$

Tomando en cuenta que para los análisis de este proyecto el aire entra al impulsor solo en dirección axial, la velocidad tangencial C_{w1} será igual a 0. Por otra parte, teniendo el torque y las rpm's del compresor, se calcula la potencia.

$$P = T * \omega = \dot{m}(\omega * r_2) C_{w2} = \dot{m} U_2 C_{w2} \quad (3.4)$$

Al ser la ecuación de Euler una expresión modelada idealmente, se ignoran algunas pérdidas de energía, como son: por fricción en el eje de rotor, por efecto del frenado del aire al paso del fluido por los ductos entre álabes y carcasa, o también, por variaciones en la velocidad del viento que modifican el flujo de fluido a la entrada de la máquina, por lo tanto, se introduce el factor de potencia de entrada (ψ), tomando valores mayores a la unidad, para así, tener una primera aproximación de la potencia real requerida para el proceso de compresión (Filiberto, 2010):

$$P_i = \psi P = \psi \dot{m} U_2 C_{w2} = \psi \dot{m} \sigma U_2^2 \quad (3.5)$$

3.9 Ecuación de la Energía

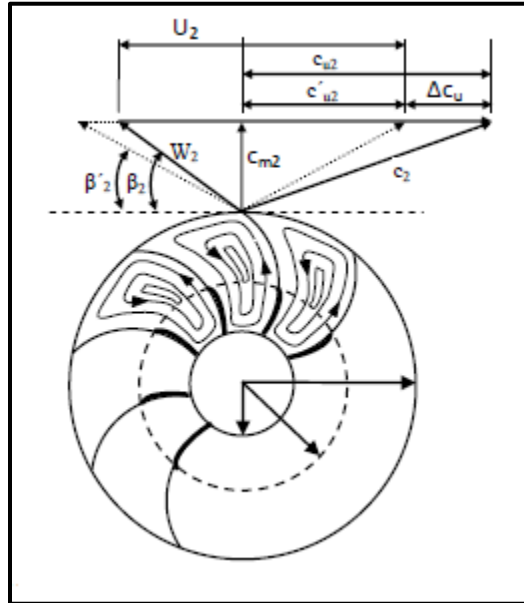
La primera ley de la termodinámica establece que el cambio neto de la energía del fluido sometido a cualquier proceso es igual a la transferencia neta de calor y trabajo, entre el fluido y sus alrededores. No obstante, en muchos casos para turbo maquinarias la energía potencial es despreciable, además de que estas son adiabáticas, por lo que solo se tiene en cuenta la tasa de potencia por unidad de flujo másico el cual es igual al incremento de la entalpía a través del compresor (Sayed, 2017).

$$\sigma \psi U_2^2 = Cp(T_{03} - T_{01}) \quad (3.6)$$

3.10 Factor de Deslizamiento

La ecuación 3.4 determina la potencia de compresión requerida de forma idealizada, ignorando al torbellino relativo entre los álabes, que son producto de la propia rotación de la turbo máquina (ver figura 7). Esto sucede debido a la inercia del aire atrapado entre los alabes del difusor, el cual es reacio a moverse alrededor con el impulsor, lo que produce una presión estática más alta en la cara de ataque del álabe que en la cara de arrastre, haciendo que el aire adquiera una velocidad de giro menor a la velocidad del impulsor en la punta de este (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017). Este efecto se conoce como deslizamiento y depende en gran medida del número de alabes en el impulsor.

Figura 7: Triangulo de velocidades para una corriente de flujo con deslizamiento



Fuente: (Filiberto, 2010)

El factor de deslizamiento es siempre constante, y se relaciona con el número de álabes en el impulsor por medio de modelos matemáticos, una de ellas, es propuesta por Stodola, la cual relaciona la velocidad del fluido en dirección tangencial y la velocidad periférica, que cuantifica la disminución de la energía transferida (Filiberto, 2010).

$$\sigma = \frac{C_{w2}}{U_2} \quad (3.7)$$

$$\sigma = 1 - \frac{\pi \operatorname{sen}(\beta_2)}{n} \quad (3.8)$$

El valor de σ es típicamente de alrededor de 0.9 para un compresor con un número de álabes entre 19-21.

3.11 Ciclo Brayton

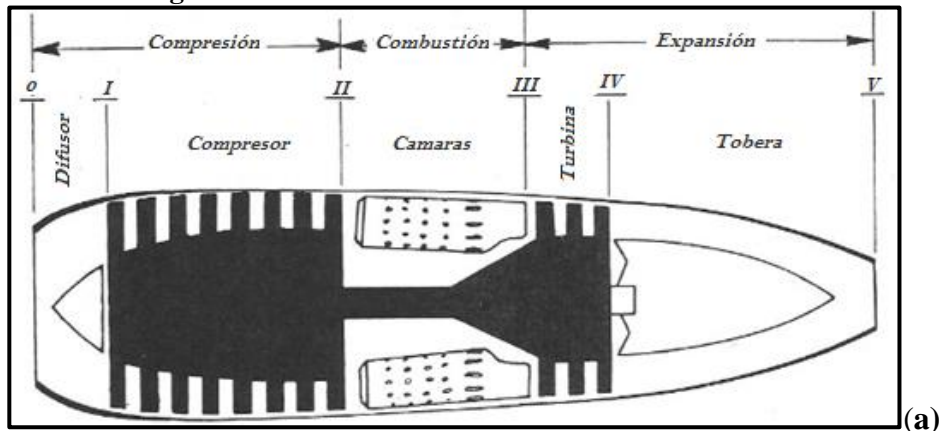
Cuando el desempeño y dimensionamiento del compresor es conocido, se determina el efecto que tiene el compresor diseñado dentro del motor de referencia por medio un análisis termodinámico del Ciclo Brayton, calculando valores de eficiencia térmica, propulsiva y global, además de consumo específico de combustible y fuerza generada por el motor; por medio de conocer las temperaturas y presiones totales en cada una de sus secciones.

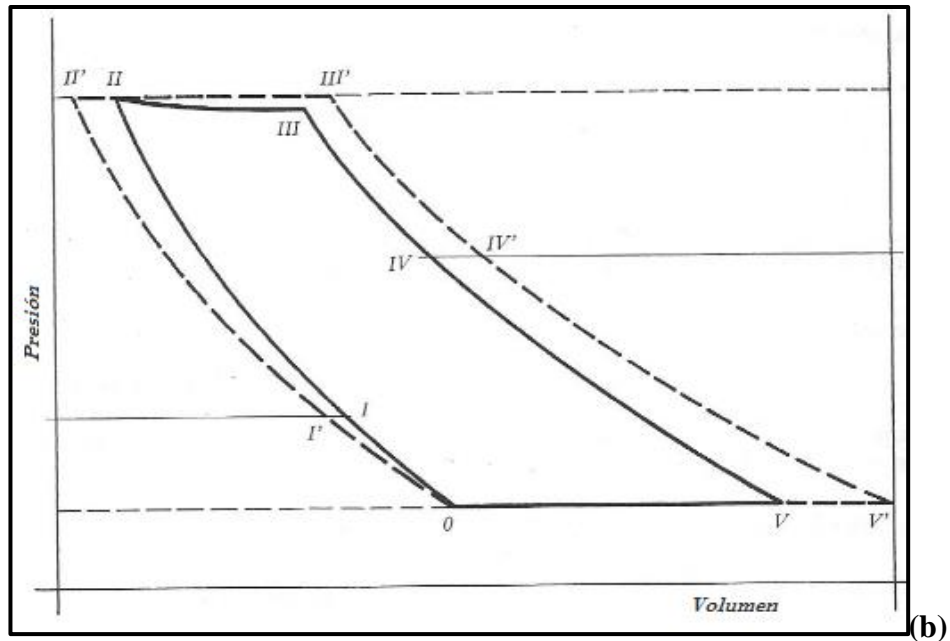
El Ciclo Brayton, es el proceso al que se somete el aire y el gas producido de la combustión, para el funcionamiento de turbinas a gas o motores a reacción, el cual consta de las siguientes secciones (Cuesta, 2001) que se muestran en la figura 8, donde cada una estas cuentan con un rendimiento adiabático el cual será discutido en la sección 3.12:

- 0-I.** Compresión del aire en el difusor de entrada, debido a la presión dinámica proporcionada por el movimiento relativo motor/aire.
- I-II.** Compresión del aire en la sección del compresor, mediante la aplicación del trabajo mecánico proporcionado por la turbina.
- II-III.** Combustión a presión constante, siendo en realidad una presión menor que la del final de la compresión, debido a las pérdidas por fricción.
- III-IV.** Expansión del gas en la sección de Turbina, captando su energía, que se le aplica para mover el compresor.
- IV-V.** Expansión del gas en la tobera de salida, aumentando la velocidad del gas, apareciendo un gran incremento de la cantidad de movimiento que produce el empuje.

Es necesario tener en cuenta, que para motores turbo hélice, además de aprovechar parte de la energía de la combustión para mover la turbina que hace mover el compresor y accesorios, la mayor parte de la energía cinética de los gases se utiliza también para mover la hélice que es el componente que genera la mayor parte de empuje del motor (Cuesta, 2001).

Figura 8: Ciclo de funcionamiento de un turbo reactor.





Fuente: (Cuesta, 2001)

3.12 Rendimientos Adiabáticos de la Compresión, Combustión y Expansión

Con el fin de desarrollar el análisis termodinámico, se toma en cuenta el valor de las eficiencias de los elementos que componen un motor turbo hélice, propuesto por Martín Cuesta Álvarez.

La eficiencia en el difusor y la sección del compresor, está definida la relación entre el trabajo real suministrado al aire y el trabajo que se debiera entregar al fluido para aumentar la presión, si no hubiera pérdidas debido a la fricción. Por tal manera:

- El difusor de entrada tiene un valor aproximado de 0,95.
- Los compresores tienen un valor aproximado de 0,85.

Para el caso de la combustión esta es considerada adiabática, dado a que se desprecian las pérdidas de calor, por lo tanto, el rendimiento de la combustión (η_q), es la relación entre el aumento de temperatura real y el teórico. (Cuesta, 2001) Entonces;

- Si la combustión fuese completa su valor es aproximadamente 0,95.

Para el caso de la expansión en la sección de turbinas y la tobera de salida, la eficiencia es definida por el trabajo obtenido realmente en la expansión, respecto al que se hubiera obtenido si no hubiera pérdidas debido a la fricción.

- En turbinas tiene un valor aproximado de 0,87.

- En tobera de escape tiene un valor prácticamente de la unidad.

Finalmente, el rendimiento de la hélice es definido como la potencia de la aeronave con respecto a la potencia de la hélice, teniendo un valor aproximado de 0,85. (Cuesta, 2001)

3.13 Eficiencia Térmica

La eficiencia térmica se define como la tasa de energía neta (potencia al eje o energía cinética) producida por el motor entre la tasa de energía térmica disponible a partir del combustible en el motor (Atahualpa & Gonzalez, 2015).

$$\eta_T = W_{out} * \dot{Q}_{in} \quad (3.9)$$

Donde, \dot{W}_{out} es la potencia neta de salida del motor y \dot{Q}_{in} es la tasa de energía térmica liberada ($\dot{m}_f Q_R$).

3.14 Eficiencia Propulsiva

La eficiencia propulsiva es la relación entre la potencia de la aeronave y la potencia neta de salida del motor (Atahualpa & Gonzalez, 2015). En forma de ecuación, esta se escribe como:

$$\eta_p = \frac{T V_a}{W_{out}} \quad (3.10)$$

Donde η_p es la eficiencia propulsiva del motor, T es el empuje del sistema de propulsión, V_a es la velocidad de la aeronave y W_{out} es la potencia neta de salida del motor. Para el caso cuando la relación de flujo másico de combustible es mucho menor que la de aire y las pérdidas instaladas son muy pequeñas. Por lo tanto, se simplifica la ecuación de la eficiencia propulsiva como (Atahualpa & Gonzalez, 2015):

$$\eta_p = \frac{2}{1 + \frac{V_s}{V_o}} \quad (3.11)$$

3.15 Eficiencia Global

El producto entre las eficiencias térmicas y propulsivas, es la relación entre la potencia de la aeronave y la tasa de energía calorífica liberada en el motor, conocida como la eficiencia global (Atahualpa & Gonzalez, 2015).

$$\eta_o = \eta_p * \eta_T = \frac{T V_a}{\dot{Q}_{in}} = \frac{T V_a}{\dot{m}_f Q_r} \quad (3.12)$$

3.16 Fuerza de Empuje del Motor

La propulsión de un motor turbo hélice es una acción combinada de la hélice ubicada al frente del motor y el empuje producido por la salida de los gases. El motor turbohélice combina las ventajas de un turbo jet con la eficiencia de una hélice. El motor turbo jet es clasificado en empuje mientras que el motor turbohélice es clasificado en potencia al eje más el empuje producido por la salida de los gases en la tobera (Bathie, 1996). La potencia producida por un motor turbohélice es expresada en potencia equivalente del eje (ESHP).

$$ESHP = SHP_{helice} + \frac{T_{jet}}{2.5} \quad (3.13)$$

Para un motor turbohélice se puede utilizar una variedad de hélices para diferentes aplicaciones, por lo que el desempeño del motor mismo es más importante. Una forma de expresarlo es mediante la potencia equivalente o efectiva, definida como:

$$EP = \frac{TP}{\eta_{pr}} = (SP) + \frac{F V_a}{\eta_{pr}} \quad (3.14)$$

3.17 Consumo Específico de Combustible

El desempeño del motor turbohélice es expresado por el consumo específico de combustible equivalente (ESFC), el cual es la cantidad de combustible en kilogramos que necesita un motor para producir la unidad de empuje, durante un tiempo determinado (Bathie, 1996).

$$ESFC = \frac{\dot{m}_f}{ESH P} \quad (3.15)$$

3.18 Temperatura y Presión Total

Las condiciones totales, se establecen a partir de inferir el resultado que se obtendría decelerando el fluido hasta el reposo según un proceso ideal, sin pérdidas en el ciclo Brayton. Para el caso de una aeronave estas condiciones se alcanzan en todos los puntos de remanso del fluido ya sea en la superficie del avión, o en los elementos del motor expuestos a la corriente (Atahualpa & Gonzalez, 2015). Por lo tanto, las condiciones totales, para un gas que viaja a una velocidad determinada con unas condiciones estáticas de temperatura y presión, dentro de una sección cualquiera de un conducto circular, se definen por:

$$T_0 = T + \frac{V^2}{2 C_p} \quad (3.16)$$

$$P_0 = P \left(1 + \frac{V^2}{2 C_p T} \right)^{\frac{\gamma_c}{(\gamma_c - 1)}} \quad (3.17)$$

Estas ecuaciones pueden expresarse también en función del número de Mach del movimiento, de esta forma:

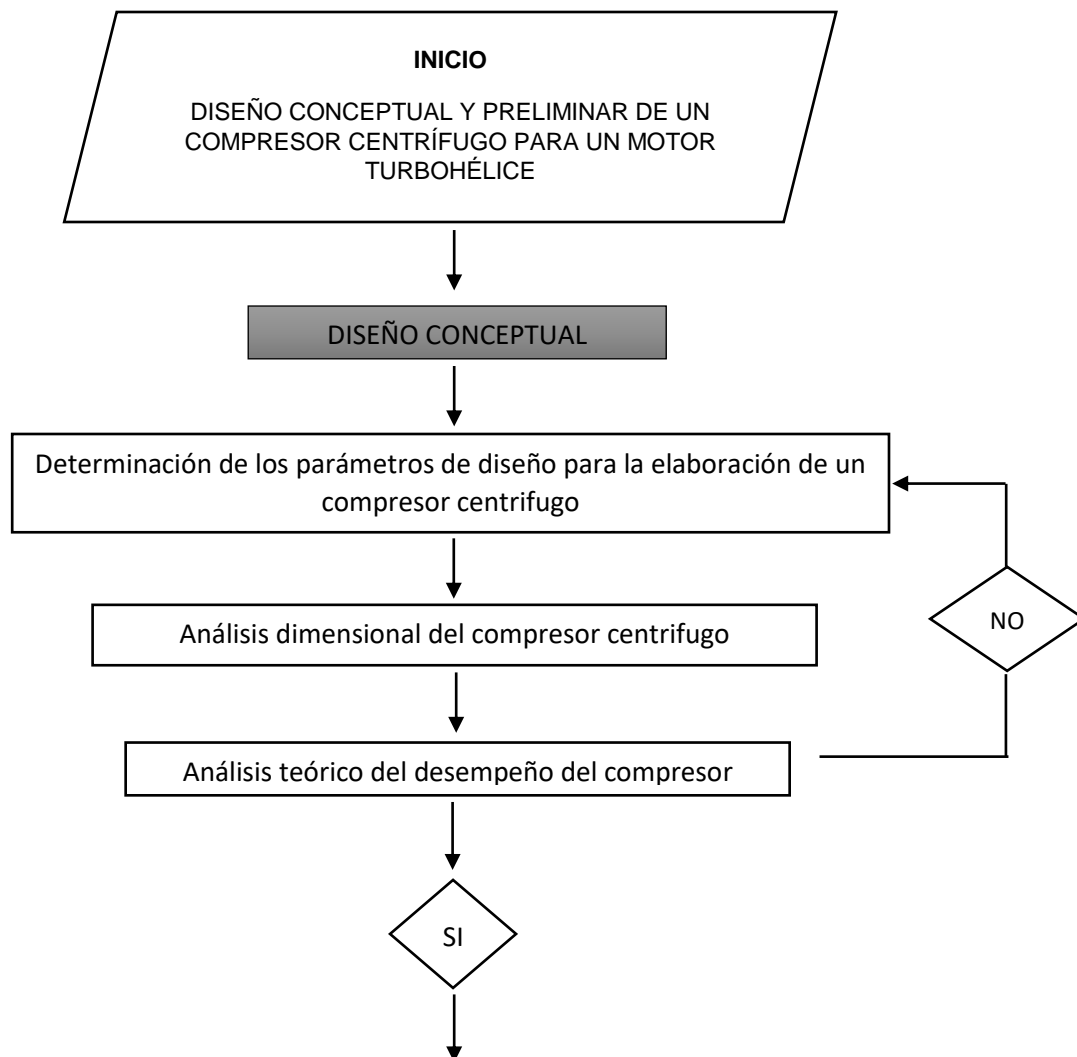
$$T_0 = T \left(1 + \frac{\gamma_c - 1}{2} M_a^2 \right) \quad (3.18)$$

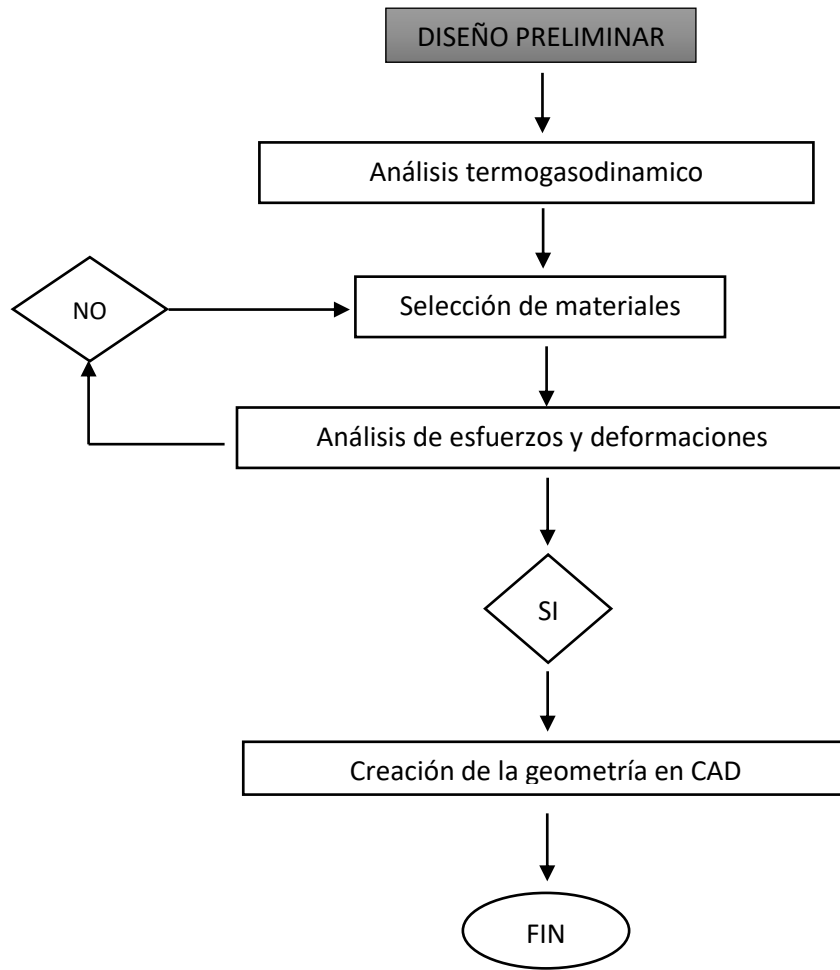
$$P_0 = P \left(1 + \frac{\gamma_c - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{\gamma_c}{(\gamma_c - 1)}} \quad (3.19)$$

Capítulo 4

4. Metodología

El desarrollo del proyecto, se dividirá en dos fases importantes de diseño: conceptual y preliminar. Para esto, se empleó un diagrama de flujo el cual permite realizar cada una de las fases de diseño a través de una investigación empírico analítica, a partir de establecer las condiciones existentes para el diseño y analizar cada uno de los resultados obtenidos (Custodio, 2008), de tal manera que se pueda alcanzar el objetivo general del proyecto, como se muestra a continuación:





Capítulo 5

5. Análisis y Resultados

5.1 Parámetros de Diseño para la Elaboración de un Compresor Centrífugo

Para iniciar la fase de diseño del compresor centrífugo es necesario partir de la consideración de algunos parámetros iniciales los cuales permitan darle dimensionamiento a cada uno de los componentes del compresor, tales como los parámetros de entrada al impulsor y la ubicación geográfica en las cuales este trabajara, que son de por si características que tiene el motor a una fase determinada, ya sea de despegue o vuelo crucero. Para cálculos de este proyecto se ha optado por diseñar el compresor en fase de despegue, por lo que también será necesario tomar en cuenta las condiciones atmosféricas estándar a nivel medio del mar expuestas en la tabla 1. Adicionalmente para los cálculos de diseño del compresor, se tomará el ciclo ideal teniendo en cuenta algunas hipótesis:

- El fluido de trabajo (Aire) es un gas perfecto.
- La compresión en el compresor es isentrópica.
- No hay diferencia en el flujo másico a lo largo del ciclo.

Tabla 1: Parámetros de entrada del compresor en fase de despegue, del motor PT6A

PARÁMETROS DEL MOTOR PT6A		
Flujo másico	\dot{m}_a	3.6 Kg/s
RPM's en fase de despegue	N	33000rev/min
Relación de compresión axial	$\pi_{c,axial}$	8
Relación de compresión centrifuga	$\pi_{c, centrifuga}$	3.1

Fuente: (Kroes & Wild, 2013), (Mattingly , Heiser , & Pratt , 2002)

Además de considerar los parámetros del motor, es necesario tomar en cuenta las condiciones a la entrada del impulsor (Ver tabla 2), las cuales serán las condiciones de diseño, y son obtenidas a partir de las condiciones del aire a la salida del compresor axial, dado a que como se puede ver en la figura 1.b, el compresor centrífugo está ubicado después de este, por lo que para un adecuado diseño, será enfocado a las condiciones que estará expuesto cuando el flujo de aire ha pasado por las etapas del compresor axial. El procedimiento para obtener las condiciones de entrada para el impulsor se muestra en el anexo 1.

Tabla 2. Condiciones a la entrada del impulsor

CONDICIONES A LA ENTRADA DEL IMPULSOR		
Temperatura de entrada	$T_{3,2}$	566.17 K
Presión de entrada	$P_{3,2}$	824771.6 Pa
Calor específico a presión constante	C_p	1005 J/Kg K
Constante adiabática del aire	γ	1.4
Constante universal de los gases ideales	R	287 J/Kg K

Fuente: (Anderson, 2011)

Adicionalmente de las consideraciones a la entrada del impulsor, es necesario tomar en cuenta algunas características específicas adimensionales del compresor como la eficiencia isentrópica, el factor de potencia de entrada y el factor de deslizamiento, las cuales son necesarias para realizar los cálculos del dimensionamiento del compresor.

Para la eficiencia isentrópica Escobar establece que la eficiencia para un compresor puede variar de 0.80 a 0.85 (Escobar, 2005). Por otra parte, Saravanamutto recomienda valores de 1.035 – 1.04 para el factor de potencia de entrada, y un número de alabes tal que el factor de deslizamiento sea igual a 0.9 (Saravanamutto, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017). Por tales motivos se establece que las características del compresor serán igual a:

Tabla 3: Características específicas adimensionales del compresor.

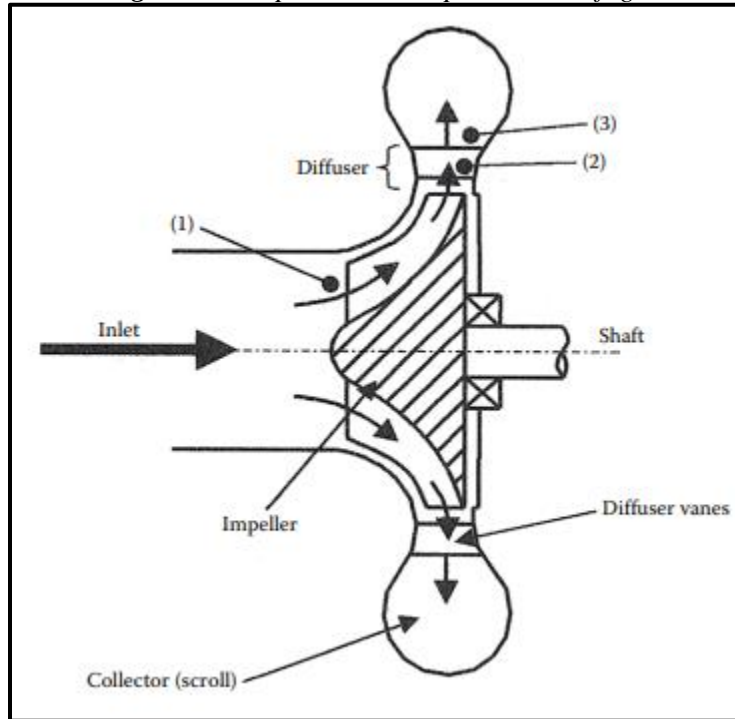
CARACTERÍSTICAS DEL COMPRESOR		
Eficiencia isentrópica	η_c	0.85
Factor de trabajo	ψ	1.035
Factor de deslizamiento	σ	0.9

Fuente: Autores

5.2 Análisis Dimensional del Compresor Centrífugo

El diseño del compresor centrífugo de este proyecto, se divide en tres etapas como que se muestra en la figura 9, llamadas, la entrada al impulsor (etapa 1), la salida del impulsor (etapa 2), y la salida del difusor (etapa 3). Para facilitar en la terminología, para esta sección los valores de presión y temperatura mostrados en la tabla 2 serán igual T_{01} y P_{01} , respectivamente.

Figura 9: Etapas de un compresor centrífugo



Fuente: (Sayed, 2017)

5.2.1 Diseño del Impulsor

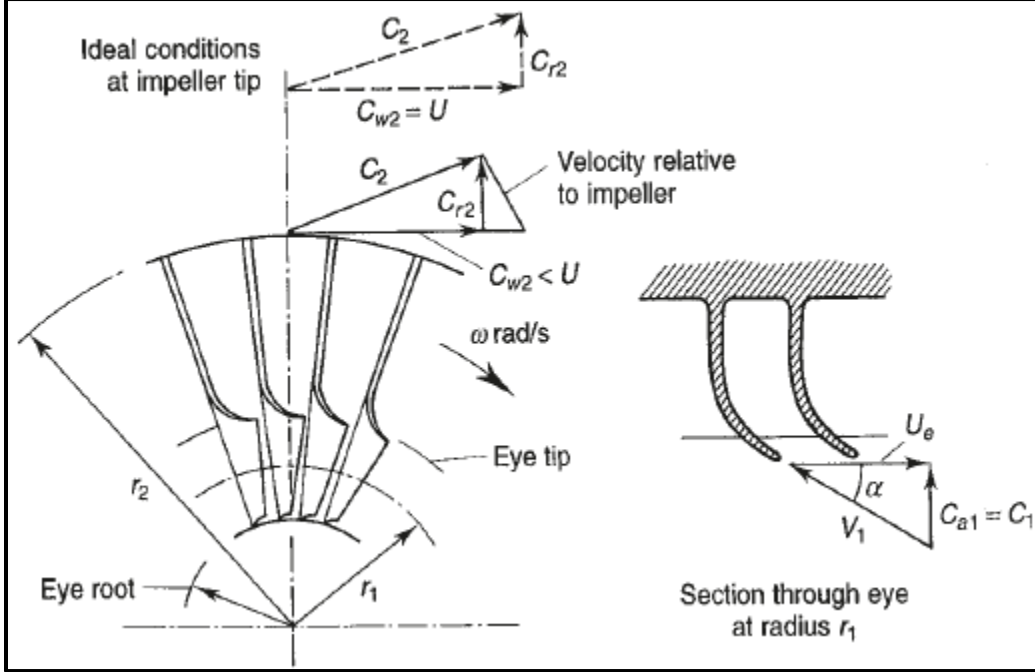
Analizando la etapa 1 y la etapa 2 del compresor centrífugo, se dice que la presión y temperatura a la salida del impulsor es mayor a la presión y temperatura de entrada, debido a los efectos de fricción y compresión que se tienen en el proceso mientras el aire pasa por el impulsor. También, la velocidad con la que entra el aire al impulsor (C_1), será mucho menor a la velocidad con la que sale del impulsor C_2 , la cual está compuesta por una velocidad radial C_{r2} , que sumada con la velocidad tangencial U_2 , dan la velocidad absoluta C_2 , (ver figura 10).

Se inicia realizando un análisis dimensional del impulsor considerando la figura 10, donde se muestra que la velocidad con la que entra el aire al impulsor cuenta con una componente radial y una tangencial. Para este proyecto se considerará la componente de la velocidad axial únicamente, ya que no se incluirán en el diseño del compresor, alabes guías a la entrada del impulsor que le den una componente tangencial al aire antes de entrar al impulsor.

Teniendo esto en cuenta, se considera la primera ley de la termodinámica (Ecuación de energía) expresada en la ecuación 3.6, de la cual se despeja la diferencia de temperaturas para así conocer el incremento de la temperatura a través del impulsor (ΔT_0).

$$\Delta T_0 = T_{03} - T_{01} = \frac{\sigma \psi U_2^2}{C_p} \quad (5.1)$$

Figura 10: Triangulo de velocidades de entrada y salida del impulsor



Fuente: (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017)

Por otra parte, se incluye el parámetro de relación de compresión, el cual relaciona la presión que entra al compresor, con la que sale de este.

$$\pi_c = \frac{P_{03}}{P_{01}} = \left[1 + \frac{\eta_c (T_{03} - T_{01})}{T_{01}} \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5.2)$$

La ecuación que define la relación de compresión dentro del impulsor, está relacionada con la ecuación del incremento de temperatura. Entonces si se despeja $(T_{03} - T_{01})$ de la ecuación (5.2) y se reemplaza en la ecuación (5.1), se obtiene la siguiente ecuación:

$$(T_{03} - T_{01}) = \frac{\left((\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) T_{01}}{\eta_c}$$

$$\frac{\left((\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) T_{01}}{\eta_c} = \frac{\sigma \psi U_2^2}{C_p} \quad (5.3)$$

Despejando U_2 de la ecuación (5.3) se obtiene una ecuación con la cual se puede conocer la velocidad tangencial en la punta del impulsor, a partir de los valores de la tabla 2:

$$U_2 = \sqrt{\frac{\left((\pi_c)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) C_p T_{01}}{\eta_c \sigma \psi}} \quad (5.4)$$

$$U_2 = \sqrt{\frac{\left((3.1)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1 \right) * 1005 \frac{J}{Kg K} * 566.17 k}{0.85 * 0.9 * 1.035}} = 523.69 \frac{m}{s}$$

La velocidad de giro en cualquier punto de un disco que gira sobre su centro, puede ser conocida por la siguiente relación:

$$U = \pi N d \quad (5.5)$$

Como la velocidad tangencial en la punta del impulsor, ya fue calculada anteriormente, se procede a calcular el diámetro de la base del impulsor a partir de la ecuación anterior, haciendo la conversión de revoluciones por minuto del impulsor, a revoluciones por segundo.

$$d_2 = \frac{U_2}{\pi N} = \frac{523.69 \frac{m}{s}}{\pi \left(33000 \frac{rev}{min} * \frac{1 min}{60 s} \right)} = 0.303 m$$

Para conocer la velocidad axial a la entrada del impulsor (C_{a1}) es necesario hacer un proceso iterativo, ya que la densidad también es desconocida. Por lo tanto, se estima el valor de la densidad con base a la temperatura y presión de estancamiento a la entrada del impulsor, el resultado será una densidad muy alta y una velocidad muy baja, por lo que será necesario hacer un determinado número de iteraciones con el fin de que la velocidad axial asumida concuerde con la anterior iteración (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017). Entonces tomando en cuenta el flujo másico de aire a la entrada, se obtiene que:

$$\dot{m}_1 = \rho_1 C_{a1} A_1 \quad (5.6)$$

Donde A_1 es el área anular del ojo del impulsor y está definida como:

$$A_1 = \left[\frac{\pi}{4} (d_t^2 - d_r^2) \right] \quad (5.7)$$

d_r y d_t , son el diámetro de la raíz y de la punta del ojo del impulsor, respectivamente. Para conocer estos valores se decidió tomar las medidas reales que tiene el impulsor, pero dado a que no se lograron encontrar las medidas del PT6A, se incluyeron los del PT6T los cuales no varían en gran parte (ver tabla 4), y permiten tener un aproximado para realizar los cálculos posteriores.

Tabla 4: Medidas aproximadas del impulsor de un motor PT6T

MEDIDAS DEL IMPULSOR DEL PT6T		
Espesor de los alabes	t	0.001 m
Diámetro de la raíz del ojo del impulsor	d_r	0.1123 m
Diámetro de la punta del ojo del impulsor	d_t	0.1623 m
Altura del impulsor	l	0.075 m
Holgura entre el impulsor y difusor	H	0.001 m
profundidad del canal formado por los alabes en la periferia	h	0.008 m

Fuente: Autores

Con base en esto, el área anular del ojo del impulsor y la densidad a la entrada de este, son igual a:

$$A_1 = \left[\frac{\pi}{4} (d_t^2 - d_r^2) \right]$$

$$A_1 = \left[\frac{\pi}{4} ((0.1623 \text{ m})^2 - (0.1123 \text{ m})^2) \right] = 0.011 \text{ m}^2$$

$$\rho_1 = \frac{P_{01}}{R T_{01}} = \frac{824771.6 \text{ Pa}}{\left(287 \frac{\text{J}}{\text{Kg} * \text{K}} \right) (566.17 \text{ K})} = 5.076 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

Entonces despejando la velocidad axial a la entrada del impulsor (C_{a1}) de la ecuación 5.6 y reemplazando los valores anteriormente calculados, se obtiene que:

$$C_{a1} = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_1} = \frac{3.6 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}}{\left(5.076 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3} \right) (0.011 \text{ m}^2)} = 65.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Ya que el aire entra en dirección axial al impulsor, se toma el valor de $C_{a1} = C_1$, para poder calcular la temperatura y presión estática, con el fin de volver a recalcular la densidad y así también la velocidad axial a la entrada del impulsor:

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2C_p} \quad (5.8)$$

$$T_1 = 566.17 \text{ K} - \frac{\left(65.77 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 * \left(1005 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}}\right)} = 564.02 \text{ K}$$

$$P_1 = \frac{P_{01}}{\left(\frac{T_{01}}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} \quad (5.9)$$

$$P_1 = \frac{824772 \text{ Pa}}{\left(\frac{566.17 \text{ K}}{564.02 \text{ K}}\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}}} = 813850.4 \text{ Pa}$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{R T_1} = \frac{813850,4 \text{ Pa}}{\left(287 \frac{\text{J}}{\text{Kg * K}}\right) (564.02 \text{ K})} = 5.028 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

$$C_{a1} = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_1} = \frac{3.6 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}}{\left(5.028 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}\right) (0.011 \text{ m}^2)} = 66.4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como se puede ver la velocidad axial varía ligeramente con la calculada anteriormente, por lo que es necesario seguir el proceso iterativo hasta que se obtenga una velocidad la cual no cambie con respecto a la calculada en la iteración anterior, para efectos prácticos y no extenderse con el proceso iterativo este se evidencia en el anexo 2. Así que para los posteriores cálculos se utilizará la siguiente velocidad (66.41 m/s).

Como el diámetro de la raíz y de la punta del ojo del impulsor ya se conoce, se puede calcular la velocidad tangencial en cada uno de estos puntos. Para conocer el ángulo de entrada de los alabes en el ojo del impulsor, se considera nuevamente que la entrada del aire al impulsor tiene solo dirección axial. Por lo tanto, a partir de la ecuación (5.5), se calcula la velocidad tangencial en la raíz y en la punta del ojo del impulsor.

Velocidad tangencial en la raíz del ojo del impulsor.

$$C_{w,r} = \pi N d_r$$

$$C_{w,r} = \pi \left(33000 \frac{rev}{min} * \frac{1 min}{60 s} \right) * 0.1123 = 194.04 \frac{m}{s}$$

Velocidad tangencial en la punta del ojo del impulsor.

$$C_{w,t} = \pi N d_t$$

$$C_{w,t} = \pi \left(33000 \frac{rev}{min} * \frac{1 min}{60 s} \right) * 0.1623 = 280.43 \frac{m}{s}$$

Teniendo las velocidades tangenciales en la raíz y en la punta del ojo del impulsor, se calcula el ángulo de entrada a partir de la figura 10, considerando únicamente el triángulo de velocidades, donde α es el ángulo de entrada de los alabes formado por la velocidad tangencial y la velocidad axial. Aplicando la entidad trigonométrica tangente se obtiene:

$$\tan \alpha = \frac{CO}{CA} = \frac{Ca}{C_w}$$

Por lo tanto, despejando α de la ecuación anterior, se calcula el ángulo en la entrada de la raíz y la punta del ojo del impulsor, usando la siguiente ecuación.

$$\alpha = \tan^{-1} \frac{Ca}{C} \quad (5.10)$$

$$\alpha_r = \tan^{-1} \frac{C_{a1}}{C_{w,r}} = \tan^{-1} \frac{66,41 m/s}{194.04 m/s} \approx 19^\circ$$

$$\alpha_t = \tan^{-1} \frac{C_{a1}}{C_{w,t}} = \tan^{-1} \frac{66.41 m/s}{280.43 m/s} \approx 13^\circ$$

Retomando la ecuación (5.1) , el incremento de la temperatura dentro del impulsor es:

$$\Delta T_0 = T_{03} - T_{01} = \frac{\left(0.9 * 1.035 * \left(523.69 \frac{m}{s} \right)^2 \right)}{1005 \frac{J}{Kg K}} = 254.2 K$$

Teniendo en cuenta que $T_{03} = T_{02}$, se calcula T_{02} de la ecuación anterior:

$$T_{02} = \Delta T_0 + T_{01} = 254.2 K + 566.76 K = 820.39 K$$

Por consiguiente, la relación de compresión de solo el impulsor está definida por la siguiente ecuación:

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[1 + \eta_{imp} \left(\frac{T_{03} - T_{01}}{T_{01}} \right) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5.11)$$

Donde η_{imp} es la eficiencia isentrópica del impulsor. Entonces asumiendo que la mitad de las pérdidas en el compresor se deben al impulsor y la otra mitad al difusor, la eficiencia del impulsor queda definida como:

$$\eta_{imp} = 0.5(1 + \eta_c) \quad (5.12)$$

$$\eta_{imp} = 0.5(1 + 0.85) = 0.93$$

Por lo tanto, la relación de compresión de solo el impulsor es.

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[1 + 0.93 \left(\frac{254.2 K}{566.76 K} \right) \right]^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 1.415^{3.5} = 3.37$$

Siendo P_{02} igual a:

$$P_{02} = 3.37 * 824771.6 Pa = 2.781 MPa$$

Conociendo ahora la relación de presiones del impulsor, se puede conocer la densidad en ese punto a partir de calcular la presión y temperatura total en el impulsor.

La relación de la temperatura total y estática del impulsor está definida por:

$$\frac{T_{02}}{T_2} = \frac{\gamma + 1}{2} \quad (5.13)$$

$$T_2 = \frac{(T_{02})}{(1.4 + 1)/2} = \frac{820.39 K}{(1.4 + 1)/2} = 683.66 K$$

La relación de la presión total y estática del impulsor está definida por:

$$\frac{P_{02}}{P_2} = \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5.14)$$

$$P_2 = \frac{P_{02}}{\left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = \frac{2.781 \text{ MPa}}{\left(\frac{1.4 + 1}{2}\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}}} = 1.469 \text{ MPa}$$

Suponiendo que el número Mach en la salida del impulsor no debe exceder la unidad, la velocidad absoluta es tomada igual a la velocidad del sonido para T_2 (Sayed, 2017), por lo que se obtiene:

$$C_2 = \sqrt{\gamma R T_2} \quad (5.15)$$

$$C_2 = \sqrt{1.4 * 287 \frac{J}{Kg K} * 683.66 K} = 524.11 \frac{m}{s}$$

A partir del triángulo de velocidades a la salida del impulsor, mostrado en la figura 10 se determina C_{r2} , ya que tanto la velocidad absoluta como la velocidad tangencial son conocidas, teniendo en cuenta para esta última el factor de deslizamiento ($C_{w2} = U_2 * \sigma$), debido a que el flujo en realidad no es perfectamente guiado ya que el número de alabes es finito, por lo que la velocidad con la que sale el aire en la componente tangencial será menor a la velocidad con la que está rotando el impulsor ($C_{w2} < U_2$) (Sayed, 2017).

$$C_2^2 = C_{r2}^2 + C_{w2}^2 \quad (5.16)$$

$$C_{r2} = \sqrt{C_2^2 - C_{w2}^2} = \sqrt{\left(524.11 \frac{m}{s}\right)^2 - \left(523.69 \frac{m}{s} * 0.9\right)^2} = 229.23 \frac{m}{s}$$

Recordando que el diseño del impulsor será con alabes entorchados hacia atrás se aplica entonces la siguiente ecuación para conocer la relación de presiones de este, cuando el ángulo de entorchamiento de los alabes es igual a 40° .

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[1 + (\gamma - 1)\eta_c \sigma_s \left(\frac{U_2}{a_{01}^2}\right)^2 (1 - \phi_2 \tan \beta'_2) \right]^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \quad (5.17)$$

Teniendo en cuenta que a_{01} es la velocidad del sonido total a las condiciones de entrada del aire al impulsor se aplica la ecuación 5.15 y se calcula $\Phi = C_{r2}/U_2$, obteniendo entonces:

$$a_{01} = \sqrt{\gamma R T_{01}} = \sqrt{1.4 * 287 \frac{J}{Kg K} * 566.76 K} = 476.97 \frac{m}{s}$$

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = \left[1 + (1.4 - 1) * 0.85 * 0.9 \left(\frac{524.11 \frac{m}{s}}{476.97 \frac{m}{s}} \right)^2 \left(1 - \frac{229.23 \frac{m}{s}}{524.11 \frac{m}{s}} \tan 40^\circ \right) \right]^{\frac{1.4}{1.4-1}} = 2.084$$

Despejando P_{02} de la relación de presiones, se obtiene la presión de salida del impulsor.

$$P_{02} = 2.084 * 824771.6 Pa = 1.718 MPa$$

Posteriormente se calcula la relación de temperaturas, la cual está definida como:

$$\frac{T_{02}}{T_{01}} = 1 + \frac{\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c} \quad (5.18)$$

De la cual despejamos T_{02} y reemplazamos los valores conocidos.

$$T_{02} = \left[1 + \frac{\pi^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\eta_c} \right] * T_{01}$$

$$T_{02} = \left[1 + \frac{2.084^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1}{0.85} \right] * 566.19 K = 721.67 K$$

Por último, conociendo el valor de la presión y temperatura total, se calcula la densidad del aire a la salida del impulsor.

$$\rho_2 = \frac{P_{02}}{R T_{02}} = \frac{1.718 MPa}{\left(287 \frac{J}{Kg * K} \right) (721.67 K)} = 8.298 \frac{Kg}{m^3}$$

Con la densidad y teniendo en cuenta la profundidad del canal formado por los alabes en la periferia del impulsor (ver Tabla 4), la velocidad radial a la salida impulsor puede ser calculada a partir de la tasa de flujo a la salida del impulsor, teniendo en cuenta la ley de la conservación de la masa por lo cual $\dot{m}_1 = \dot{m}_2$.

$$\dot{m}_2 = \rho_2 C_{r2} A_2 \quad (5.19)$$

Donde A_2 es el área de la sección transversal de flujo en la dirección radial en la punta del impulsor y es igual a:

$$A_2 = [h(\pi d_2 - nt)] \quad (5.20)$$

Entonces reemplazando la ecuación 5.20 en la 5.19, y despreciando el espesor de los alabes (t), se obtiene que:

$$C_{r2} = \frac{\dot{m}_2}{\pi d_2 \rho_2 h}$$

$$C_{r2} = \frac{3.6 \frac{Kg}{s}}{\pi(0.303 m) \left(8.298 \frac{Kg}{m^3}\right) (0.008 m)} = 56.95 \frac{m}{s}$$

Con la velocidad radial se calcula la velocidad tangencial a partir del ángulo de entorchamiento de los alabes del impulsor y la velocidad a la que esta gira en la periferia.

$$C_{w2} = U_2 - C_{r2} \tan \beta_2 \quad (5.21)$$

$$C_{w2} = 523.69 \frac{m}{s} - 56.95 \frac{m}{s} * \tan 40^\circ = 428.32 \frac{m}{s}$$

Por último, con los valores anteriormente calculados, se obtiene la velocidad absoluta a partir de la ecuación 5.16.

$$C_2 = \sqrt{\left(56.95 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(428.32 \frac{m}{s}\right)^2} = 432.08 \frac{m}{s}$$

Para conocer el número de alabes que tendrá el impulsor, se parte de la ecuación del factor de deslizamiento definida por Stanitz, la cual es aplicable para alabes rectos, y alabes inclinados hacia atrás o hacia adelante que tengan un rango entre -45° y 45° (Sayed, 2017).

$$\sigma = 1 - \frac{0.63 \pi}{N_i} \quad (5.22)$$

Siendo N_i el número de alabes del impulsor, despejando el número de alabes de la ecuación 5.22 y reemplazando todos los valores conocidos, obtenemos:

$$N_i = \frac{0.63 \pi}{1 - \sigma}$$

$$N_i = \frac{0.63 \pi}{(1 - 0.9)} = 19.79 \approx 19$$

Se toma la decisión de trabajar con 19 alabes en el impulsor, ya que este es un número primo y de acuerdo a Cuesta, usar un número primo hace que los efectos de vibración sean menores (Cuesta, 2001). Además de que este número de alabes es razonable, ya que si se aumenta también se aumentarían las pérdidas por fricción que se produce al contacto del flujo y la superficie de los alabes.

Para finalizar el torque teórico que debe ser aplicado al impulsor, se calcula partir de la ecuación momentum (ecuación 3.3), tomando en cuenta nuevamente que el aire entra al impulsor solo en dirección axial, por lo que la velocidad tangencial C_{w1} será igual a 0. Por lo tanto:

$$T = \dot{m}(r_2 C_{w2})$$

$$T = 3.6 \frac{Kg}{s} * 0.312 m * 428,32 \frac{m}{s} = 467.37 N * m$$

Teniendo el torque y las rpm's del compresor, se determina la potencia de entrada del compresor P_i , usando la ecuación 3.5, la cual toma en cuenta el factor de potencia.

$$P_i = \psi \dot{m} \sigma U_2^2$$

$$P_i = 1.035 * 3.6 \frac{Kg}{s} * 0.9 * \left(523,69 \frac{m}{s}\right)^2 = 919.7 KW$$

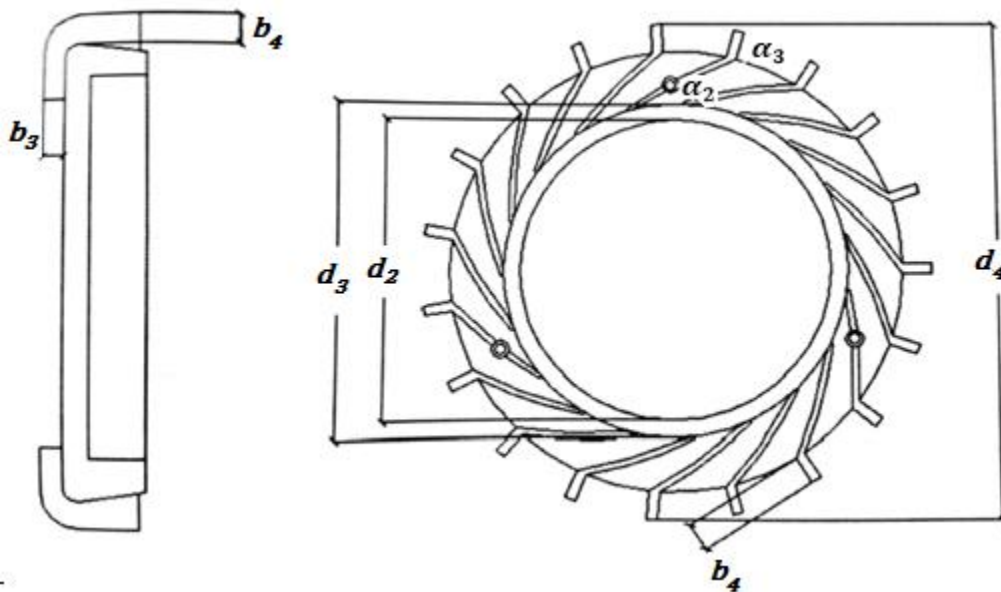
5.2.2 Diseño del Difusor

Gracias al impulsor se logra incrementar la energía cinética del fluido absorbiendo la energía mecánica que se emplea para vencer el par resistente que provoca la diferencia de presión entre las caras de los álabes. Para completar la función del compresor es necesario convertir la energía cinética en energía de presión, lo que se logra por medio del difusor.

El problema que se plantea al diseñar un sistema de combustión eficaz, se simplifica haciendo que la velocidad del aire a la entrada de la cámara de combustión sea lo más baja posible (Escobar, 2005). Por lo que para lograr lo anterior, se diseña un difusor con canales divergentes, con los cuales se desacelera el flujo a la entrada de la cámara de combustión, y al mismo tiempo permite que el proceso de difusión se produzca con pocas pérdidas.

Por lo que se diseña un difusor con álabes, que se observa en la figura 11; el cual es un poco más costoso, pero tiene un mejor rendimiento que el difusor sin álabes, lo cual gracias a estos álabes ya no se hace necesario incluir un colector que re direcciona el fluido hacia las cámaras de combustión ya que este lo hace.

Figura 11: Geometría principal del difusor



Fuente: (Escobar, 2005)

Para realizar los cálculos geométricos del difusor, se emplean las condiciones del fluido cuando sale del impulsor y algunas de sus dimensiones reales, lo cual es la base con la que se empiezan a realizar sus respectivos cálculos. A continuación, se muestra las condiciones y medidas tenidas en cuenta:

Tabla 5: Parámetros iniciales para los cálculos del difusor.

PARÁMETROS INICIALES PARA EL DIFUSOR		
Temperatura total a la salida del impulsor	T_{02}	721.66 K
Presión total a la salida del impulsor	P_{02}	1.718 MPa
Velocidad tangencial en la punta del impulsor	U_2	523.69 m/s
Diámetro de la base del impulsor	d_2	0.303 m
Flujo másico	\dot{m}_a	3.6 Kg/s
Velocidad absoluta a la salida del impulsor	C_2	432.08 m/s
Velocidad radial a la salida del impulsor	C_{r2}	56.95 m/s
Velocidad de giro a la salida del impulsor	C_{w2}	428.32 m/s
Factor de deslizamiento	σ	0,9
Numero de alabes del impulsor	N_i	19
profundidad del canal formado por los alabes en la periferia	h	0.008 m

Fuente: Autores

Teniendo en cuenta los datos de la tabla 5 se procede a calcular el diámetro de entrada del difusor (d_{3diff}), el cual se obtiene considerando la holgura entre el impulsor y el difusor (ver tabla 4), que es un factor de diseño el cual se deja con el fin de que no exista fricción entre estos y haya la menor pérdida de presión.

$$d_{3,diff} = d_2 + 0.002m$$

$$d_{3,diff} = 0.303 m + 0.002m = 0.305 m$$

Es necesario aclarar que se multiplica por dos la holgura, ya que se está trabajando con diámetros, en vez de radios. Posteriormente se calcula la velocidad tangencial con la que el aire entra al difusor (C_{w2diff}), considerando las condiciones en el espacio sin alabes, ya que en este punto el momentum angular es constante (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017), para lo cual se tiene:

$$C_{w2,diff} = C_{w2} * \frac{d_2}{d_{3diff}} \quad (5.23)$$

$$C_{w2,diff} = 428.32 \frac{m}{s} * \frac{0.303 m}{0.305 m} = 425.51 \frac{m}{s}$$

Como la velocidad radial a la entrada del difusor y la densidad son desconocidas es necesario hacer un proceso iterativo similar al que se hizo anteriormente con el impulsor, hasta que la velocidad radial asumida concuerde con la anterior iteración. Para comenzar se tomará la componente radial de la velocidad con la que sale el aire del impulsor ($C_{r2} = 209.7 m/s$).

$$\frac{C_2^2}{2C_p} = \frac{\left(425.51 \frac{m}{s}\right)^2 + \left(56.95 \frac{m}{s}\right)^2}{2 * 1005 \frac{J}{Kg * K}} = 91.69 K$$

Suponiendo que no se presentan pérdidas adicionales entre la punta del impulsor y los bordes del alabe del difusor, la presión de estancamiento será la calculada para la punta del impulsor, es decir:

$$\frac{P_{02}}{P_{01}} = 1.233^{3.5}$$

Con base en esto se procede a calcular la temperatura y la presión estática, con el fin de volver a evaluar la densidad y la velocidad radial a la entrada del difusor.

$$T_{2,diff} = T_{02} - \frac{C_2^2}{2C_p} = 721.66 K - 91.69 K = 629.98 K$$

$$P_{2,diff} = \left(1.233 * \frac{629.98 K}{721.66 K}\right)^{3.5} * 824.77 KPa = 1.068 MPa$$

$$\rho_{2,diff} = \frac{P_2}{R * T_{2,diff}} = \frac{1.068 MPa}{287 \frac{J}{Kg * K} * 629.98 K} = 5.908 \frac{Kg}{m^3}$$

El área de la sección transversal en dirección radial a la entrada del difusor está definida como:

$$A_{3,diff} = 2 * \pi * d_{3,diff} * h \quad (5.24)$$

$$A_{3,diff} = 2\pi * 0.305 m * 0.008 m = 0.0153 m^2$$

Con base en la ecuación 5.6 se calcula la velocidad radial:

$$C_{r2,diff} = \frac{m\dot{a}}{A_2 * \rho_2} = \frac{3.6 \frac{Kg}{s}}{0.0153 m^2 * 5.908 \frac{Kg}{m^3}} = 39.73 \frac{m}{s}$$

Como se puede ver la velocidad radial no concuerda con la calculada tomada anteriormente, por lo que es necesario seguir el proceso iterativo hasta que se obtenga una velocidad la cual no

cambie con la calculada en la iteración anterior, para efectos prácticos y no extenderse con el proceso iterativo este se evidencia en el anexo 3. Así que para los posteriores cálculos se utilizará esta velocidad (39.6 m/s).

Una vez calculado la velocidad radial ($C_{r2,diff}$), se procede a calcular el ángulo de entrada de los alabes del difusor ($\alpha_{2,diff}$), obteniendo:

$$\alpha_{2,diff} = \text{atan} \frac{C_{r2,diff}}{C_{w2,diff}} = \text{atan} \frac{39.6 \frac{m}{s}}{425.5 \frac{m}{s}} \approx 6^\circ$$

El ángulo obtenido no es tan alejado del valor sugerido por Saravanamutto, el cual recomienda un ángulo óptimo de 7° de divergencia, que permite que no se produzcan grandes pérdidas de presión por estancamiento del flujo. (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017)

Para conocer el número de alabes del difusor, se supondrá un alabe cada 1.5 veces el espacio comprendido entre los alabes del impulsor, dado a que en la actualidad no se encuentra una estandarización para calcular del número de alabes del difusor, ya que este es un parámetro de diseño usado por cada fabricante. Además, autores como Saravanamuttoo recomienda que el número de estos debe ser menor al número de alabes del impulsor, debido al retraso del flujo producido por las fuerzas de fricción que se presentan en los alabes. (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017)

$$N_{diff} = \frac{Nb}{1,5} = \frac{19}{1,5} = 12,66 \approx 12$$

Con el número de álabes calculado, se establece que este es óptimo ya que es aconsejable si se diseña un difusor con álabes, que el número de estos no sea menor a 6 y que deberían ser igual al número de cámaras de combustión de la sección caliente del motor (Cuesta, 2001), dado a que este motor cuenta con una cámara anular para su combustión, no se encuentran grandes complicaciones al momento de usar 12 alabes en el difusor.

Para conocer las dimensiones $b_{3,diff}$ y $b_{4,diff}$ de los alabes del difusor (mostrados en la figura 11), se consideran igual a la profundidad de los alabes a la salida del impulsor (h).

Posteriormente se procede a calcular $d_{4,diff}$, el cuál es el diámetro externo del difusor, y es obtenido a partir de la siguiente relación, propuesta por Escobar (Escobar, 2005).

$$d_{4,diff} = d_{3,diff} * 1,6 \quad (5.25)$$

$$d_{4,diff} = 0,305 \text{ m} * 1.6 = 0.485 \text{ m}$$

Para conocer la temperatura y presión a la salida del difusor se realiza un análisis igual al de la entrada, en la garganta, suponiendo a esta en la mitad del difusor, es decir:

$$d_{3,garganta} = d_{3,diff} + \frac{d_{4,diff} - d_{3,diff}}{2} \quad (5.26)$$

$$d_{3,garganta} = 0.305 \text{ m} + \frac{0,485 \text{ m} - 0.305 \text{ m}}{2} = 0.393 \text{ m}$$

Considerando nuevamente que el momentum angular se mantiene constante (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017), entonces la velocidad tangencial con la que el aire sale del difusor (C_{w3diff}), es:

$$C_{w3,diff} = 485.82 \frac{\text{m}}{\text{s}} * \frac{0.303 \text{ m}}{0.393 \text{ m}} = 330.31 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Para la velocidad radial a la salida del difusor y la densidad, se realiza el proceso iterativo partiendo de la velocidad radial a la entrada del difusor.

$$\frac{C_3^2}{2C_p} = \frac{\left(330.31 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + \left(39.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2 * 1005 \frac{\text{J}}{\text{Kg} * \text{K}}} = 55.06 \text{ K}$$

$$T_3 = T_{02} - \frac{C_3^2}{2C_p} = 721.66 \text{ K} - 55.06 \text{ K} = 666.61 \text{ K}$$

$$P_3 = \left(1.233 * \frac{666.61 \text{ K}}{721.66 \text{ K}}\right)^{3,5} * 824.77 \text{ MPa} = 1.302 \text{ Mpa}$$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{R * T_3} = \frac{1.302 \text{ Mpa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{Kg} * \text{K}} * 666.61 \text{ K}} = 6.804 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

El área de la sección transversal en dirección radial en la garganta del difusor está definida como:

$$A_3 = 2 * \pi * d_{3,garganta} * h \quad (5.27)$$

$$A_3 = 2\pi * 0.393 \text{ m} * 0.008 \text{ m} = 0.0198 \text{ m}^2$$

Con base en la ecuación 5.6 se calcula la velocidad radial:

$$C_{r3,diff} = \frac{ma}{A_3 * \rho_3} = \frac{3.6 \frac{Kg}{s}}{0.0198 \text{ m}^2 * 6.804 \frac{Kg}{m^3}} = 26,78 \frac{m}{s}$$

Como se puede ver la velocidad radial no concuerda con la calculada tomada anteriormente, por lo que es necesario seguir el proceso iterativo hasta que se obtenga una velocidad la cual no cambie con la calculada en la iteración anterior, para efectos prácticos y no extenderse con el proceso iterativo este se evidencia en el anexo 4. Así que para los posteriores cálculos se utilizará esta velocidad (26.74 m/s).

Conociendo la velocidad radial en la garganta del impulsor, se procede a calcular el ángulo de salida de los alabes del difusor ($\alpha_{3,diff}$), obteniendo:

$$\alpha_{3,diff} = \text{atan} \frac{C_{r3,diff}}{C_{w3,diff}} = \text{atan} \frac{26.74 \text{ m/s}}{330,31 \text{ m/s}} \approx 5^\circ$$

Por último, para conocer la temperatura y presión total, se toman la ecuación 5.13 y 5.14, respectivamente, tomando en cuenta los resultados obtenidos de la presión y temperatura estática a la salida de la garganta del difusor (anexo 4), por lo que se obtiene que:

$$T_{03} = \frac{\gamma + 1}{2} * T_3 = \frac{1.4 + 1}{2} * 667.03 \text{ K} = 800.44 \text{ K}$$

$$P_{03} = \left(\frac{\gamma + 1}{2}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} * P_3 = \left(\frac{1.4 + 1}{2}\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}} * 1.304 \text{ MPa} = 2.469 \text{ MPa}$$

5.3 Análisis Teórico del Desempeño del Compresor

Una vez conociendo las condiciones de salida del aire del difusor, se procede a calcular la relación de presiones del compresor centrífugo y la eficiencia de este mismo, considerando las condiciones a la salida del compresor con el sufijo 3 y las a la entrada con el sufijo 1.

La relación de presión, se define como la relación del incremento de presión desde el punto 3.1 al punto 3.3, es decir, desde la entrada del impulsor a la salida del difusor. Entonces:

$$\pi_{c,centrifuga} = \frac{P_{03} P_{02}}{P_{02} P_{01}} = \frac{P_{03}}{P_{01}} \quad (5.28)$$

$$\pi_{c,centrifuga} = \frac{2469838.65 \text{ Pa}}{824771.1 \text{ Pa}} \approx 3$$

Posteriormente la eficiencia isentrópica del compresor es calculada a partir de la ecuación 5.29.

$$\eta_c = \frac{T'_{03} - T_{01}}{T_{03} - T_{01}} = \frac{\left(\frac{P_{03}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{T_{03}}{T_{01}}\right) - 1} \quad (5.29)$$

$$\eta_c = \frac{(3)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1}{\left(\frac{800.43 \text{ K}}{566.19 \text{ K}}\right) - 1} = 0.89$$

5.4 Características del Desempeño del Compresor

El desempeño del compresor centrífugo va a ser analizado mediante graficas de relación de presión y eficiencia isentrópica, versus el flujo másico para valores diferentes de velocidad rotacional, considerando el rendimiento del compresor como un todo, es decir analizando las condiciones a la entrada del impulsor y las condiciones a la salida difusor.

Para mostrar todos los resultados teniendo en cuenta las distintas variaciones que pueden ser realizadas se requieren de excesivos experimentos, lo cual no es muy práctico y es por esto que se usa una técnica de análisis dimensional, la cual permite combinar la mayoría de variables para disminuir el número de estas, y así realizar dos conjuntos de curvas donde se evidencia el desempeño del compresor diseñado (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017).Este análisis dimensional se hace mediante el teorema de Pi, considerando las diversas

variables que influirán en el comportamiento del compresor y dependerán de él, como lo son las condiciones a la entrada y salida del fluido trabajado, y características del compresor como su flujo másico, velocidad rotacional y su dimensión (característica lineal), que usualmente se toma el diámetro del impulsor. Con base en estas variables se formula una ecuación en la que la función de todas estas variables es igual a cero.

$$f(d_2, N, \dot{m}_a, P_{01}, P_{02}, RT_{01}, RT_{02}) = 0 \quad (5.30)$$

Ahora implementando el teorema anteriormente mencionado, se busca reducir en número de variables con el fin de facilitar el análisis del desempeño compresor. Por lo que se llega a esta forma adimensional de P_{02}, T_{02}, \dot{m} y N (El análisis adimensional de cómo se llega a este resultado se muestra en el anexo 5).

$$\frac{P_{02}}{P_{01}}, \frac{T_{02}}{T_{01}}, \frac{\dot{m}_a \sqrt{RT_{01}}}{d_2^2 P_{01}}, \frac{Nd_2}{\sqrt{RT_{01}}}$$

Según Saravanamutto si se considera el desempeño de una maquina comprimiendo un gas específico, R y d_2 pueden ser omitidos de la función adimensional (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017). Entonces:

$$\frac{P_{02}}{P_{01}}, \frac{T_{02}}{T_{01}}, \frac{\dot{m}_a \sqrt{T_{01}}}{P_{01}}, \frac{N}{\sqrt{T_{01}}} = 0$$

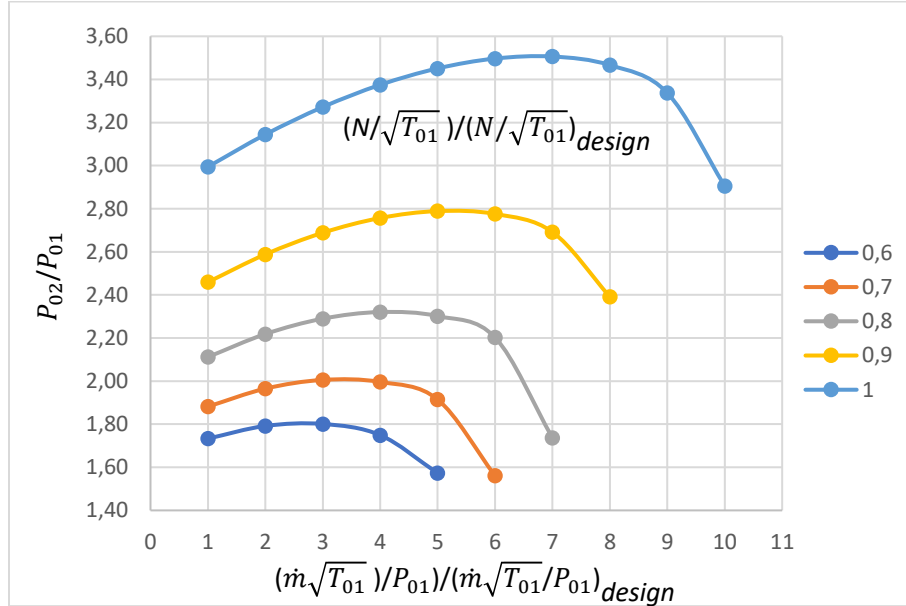
Como se puede notar la forma adimensional del parámetro de flujo másico y de la velocidad rotacional, no es ahora adimensional, pero relacionando estos parámetros (que se usaran para calcular las diferentes relaciones de presiones y la eficiencia isentrópica que se pueden obtener) con los parámetros de los valores que se emplearon para hacer el diseño del compresor, estos son adimensionales. De forma más clara cuando la relación de la forma flujo másico y de velocidad rotacional sean iguales, es decir a la de diseño, están serán igual a la unidad, de lo contrario habrá variación.

$$\frac{\left(\frac{\dot{m}_a \sqrt{T_{01}}}{P_{01}}\right)}{\left(\frac{\dot{m}_a \sqrt{T_{01}}}{P_{01}}\right)_d}, \frac{\left(\frac{N}{\sqrt{T_{01}}}\right)}{\left(\frac{N}{\sqrt{T_{01}}}\right)_d}$$

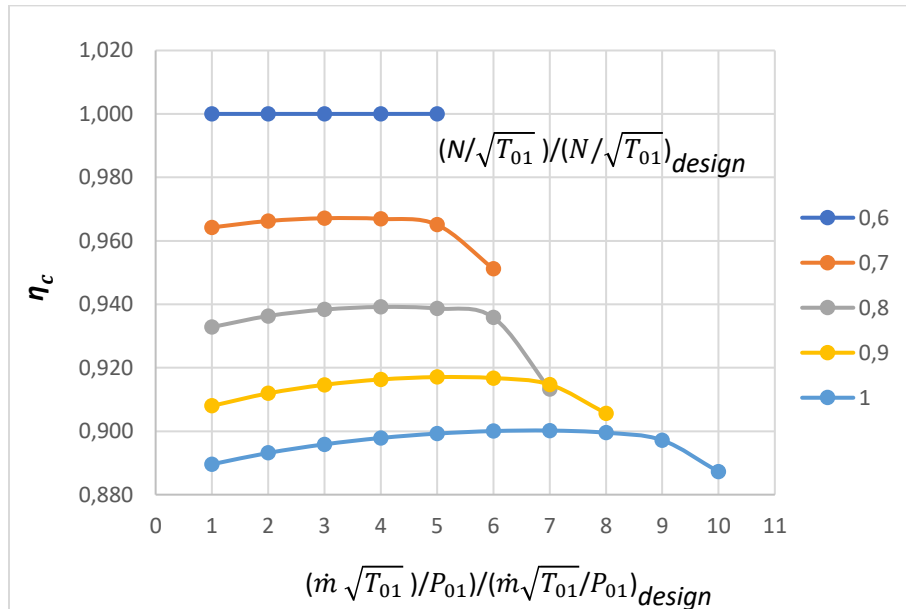
Para llevar a cabo este análisis, se tomarán valores del parámetro de flujo másico y velocidad rotacional, de tal forma que estos se encuentren entre un rango adimensional, de 1 a 10 y de 0.6 a

1, respectivamente; para observar las caídas de presión y de eficiencia que se presentan cuando se varían estos parámetros dentro del compresor, como se muestra en la siguiente figura 12.

Figura 12: Características del Compresor



(a) Relación de presión versus el flujo másico para valores diferentes de velocidad rotacional



(b) Eficiencia isentrópica versus el flujo másico para valores diferentes de velocidad rotacional

Fuente: Autores

Con base en la figura 12, se entiende que la relación de compresión es inversamente proporcional a la eficiencia, dado a que esta aumenta conforme el flujo másico lo hace para una velocidad rotacional constante, por otra parte, la eficiencia es mayor para un flujo másico constante si la velocidad rotacional es menor. Por lo tanto, dado a que el efecto del compresor centrífugo en el motor se mide por medio de su eficiencia, la cual produce una mayor potencia y menor consumo específico de combustible en el motor, se debe dar prioridad al aumento de esta. Sin embargo, con el fin de encontrar una condición de diseño óptima en donde la relación de compresión no afecte el rendimiento de la cámara de combustión se busca un punto de equidad entre los dos, ya que, si la relación de compresión es muy baja, la velocidad de salida es alta, lo cual se traduce en que el proceso de combustión no sea realice de forma correcta.

Entonces se entiende que los parámetros para obtener el mejor desempeño del compresor, son aquellos donde se tenga un equilibrio entre la velocidad de rotación y el flujo másico, por lo tanto se recomienda que se aumente este último a la entrada del motor manteniendo la misma velocidad de giro, debido a que esto se puede lograr fácilmente por medio de incrementar el área de la toma de aire del motor o adicionando otra toma al mismo, pues si se parte de la ecuación de flujo másico (ecuación 5.6), cuando se aumenta el área también lo hace este mismo.

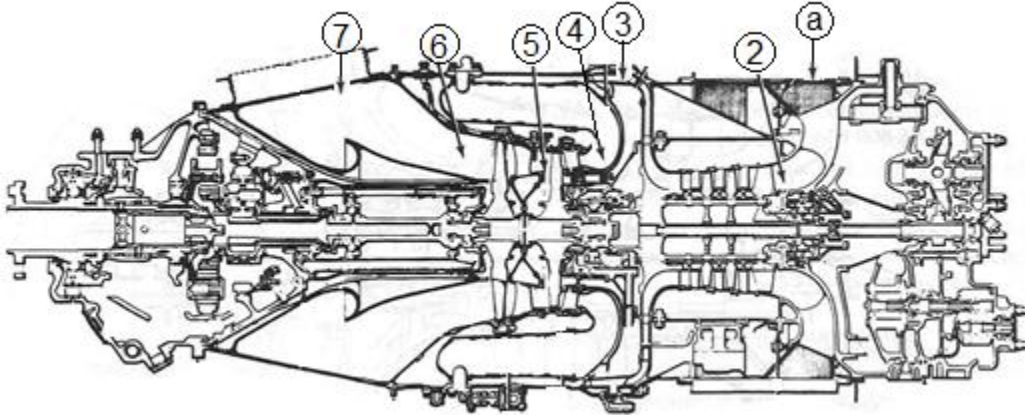
Esto permitiría flujos másicos mayores para una velocidad de giro menor, pero cabe aclarar que dado a que el propósito de este proyecto es solo cambiar el diseño del compresor centrífugo sin necesidad de alterar toda la composición del motor, se entiende que el máximo desempeño del compresor ocurre con las condiciones para las cuales fue diseñado, y que este solo variara cuando lo haga la velocidad de rotación del compresor.

5.5 Análisis Termogasodinámico

Con base al análisis teórico del desempeño del motor, se realiza el análisis termogasodinámico, el cual es un procedimiento donde se busca hallar algunos parámetros internos del funcionamiento del motor tales como presiones, temperaturas y velocidades en diferentes puntos específicos propios de una máquina térmica como un motor turbohélice; ya sea a la entrada del motor o de la turbina, como a la salida del compresor de alta o de la tobera. (Atahualpa & Gonzalez, 2015). Para el análisis de presiones y temperaturas del PT6A se toma en cuenta que este es un motor turbohélice de turbina libre y de flujo reverso, por lo que es necesario dividir el motor en las siguientes secciones, como se ven en la siguiente figura 13, donde:

- De a - 2, se encuentra toma aire.
- De 2 - 3, es la sección de compresión de aire.
- De 3 - 4, es la cámara combustión.
- De 4 - 5, se encuentra la turbina de alta.
- De 5 - 6, se tiene la turbina libre.
- De 6 - 7, está el escape de los gases.

Figura 13: Diagrama esquemático del motor PT6A.



Fuente: (Kroes & Wild, 2013)

Como una primera aproximación se supondrá que el aire o los gases propulsores se comportan termodinámicamente de acuerdo con las leyes de los gases perfectos y que el flujo es unidimensional. Además de tomar en cuenta el rendimiento o la eficiencia de cada uno de los componentes del motor, mencionados en la sección 3.12.

Partiendo de la figura 13, se puede apreciar que el motor tiene dos secciones en general las cuales son la sección fría (desde la toma de aire hasta la salida del compresor) y la sección caliente (desde la salida del compresor hasta el escape de los gases). Es por esto que para realizar el análisis termogasdinámico es necesario partir de la consideración, de que la constante adiabática de los gases no va ser la misma cuando el aire está entrando al motor, que cuando sale, por lo tanto, se toman diferentes valores para realizar los cálculos del motor en la sección fría y caliente, en base a el autor el Sayed, los cuales son $\gamma_c = 1.4$ y $\gamma_h = 1.3299$ respectivamente (Sayed, 2017). Ya que como la constante adiabática no es la misma dentro de todo el motor, es necesario calcular el calor específico a presión constante (C_p) para ambas secciones del motor. A partir de la siguiente ecuación.

$$C_{p_c} = \gamma_c * \frac{R}{\gamma_c - 1} \quad (5.31)$$

Por lo que la sección fría, siendo $\gamma_c = 1.4$

$$C_{p_c} = \gamma_c * \frac{R}{\gamma_c - 1} = 1.4 * \frac{287 \frac{J}{Kg K}}{1.4 - 1} = 1004.5 \frac{J}{Kg K}$$

Y para la sección caliente, siendo $\gamma_h = 1.3299$

$$Cp_h = \gamma_h * \frac{R}{\gamma_h - 1} = 1.3299 * \frac{287 \frac{J}{Kg K}}{1.3299 - 1} = 1156.96 \frac{J}{Kg K}$$

La toma de aire es un conducto por el cual entra el aire con una velocidad, presión y temperatura, las cuales son condiciones en la entrada del motor que son asumidas por cada autor (Sayed, 2017), para este proyecto se asume que la aeronave se encuentra a nivel medio del mar (ver tabla 14), con una velocidad de entrada del aire de 55 m/s. Con base en esto se calcula la temperatura y presión a la salida de la toma de aire, ya que son diferentes a la entrada y están dadas por la siguiente relación:

$$P_{02} = P_a \left(1 + \eta_d \frac{\gamma_c - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{\gamma_c}{(\gamma_c - 1)}} \quad (5.32)$$

$$T_{02} = T_a \left(1 + \frac{\gamma_c - 1}{2} M_a^2 \right) \quad (5.33)$$

Donde (η_d) es la eficiencia isentrópica de la toma de aire y M_a es el numero mach con el cual se desplaza la aeronave. Por lo tanto:

$$M_a = \frac{V_a}{\sqrt{\gamma * R * T_a}} \quad (5.34)$$

$$M_a = \frac{55 \frac{m}{s}}{\sqrt{1.4 * 287 \frac{J}{Kg K} * 288.16 K}} = 0.16$$

$$P_{02} = 101325 Pa \left(1 + 0.95 \frac{1.4 - 1}{2} (0.16^2) \right)^{\frac{1.4}{(1.4 - 1)}} = 103096.44 Pa$$

$$T_{02} = 288.16 K \left(1 + \frac{1.4 - 1}{2} (0.16^2) \right) = 289.66 K$$

Figura 14: Sección de compresión del motor PT6T



Fuente: Autores

Para la sección de compresión del motor seleccionado, se divide está en una sección de baja presión (compresor axial) y una sección de alta presión (compresor centrífugo). A partir de la figura 14, se entiende que la relación de presión general está comprendida desde la entrada al compresor axial (punto 3.1) hasta la salida del difusor (punto 3.3). Por lo que reemplazando las condiciones a la salida de la toma de aire y a la salida del difusor, se obtiene que:

$$\pi_{c,total} = \frac{P_{03,3}}{P_{03,1}} \quad (5.35)$$

$$\pi_{c,total} = \frac{2469838.65 \text{ Pa}}{103096.44 \text{ Pa}} \approx 24$$

Para la eficiencia isentrópica global se toma nuevamente la ecuación 5.29, pero esta vez tomando en cuenta las condiciones de entrada en el compresor axial como el sufixo 1.

$$\eta_c = \frac{\left(\frac{P_{03}}{P_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1}{\left(\frac{T_{03}}{T_{01}}\right) - 1} = \frac{(24)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1}{\left(\frac{800.44 \text{ K}}{289.67 \text{ K}}\right) - 1} = 0.84$$

Con base en la relación de compresión general de toda la sección de compresión, y la eficiencia isentrópica global (η_c), la temperatura y presión a la salida de la sección del compresor, así como también el trabajo específico del compresor pueden ser calculados por:

$$P_{03} = P_{02}(\pi_c) \quad (5.36)$$

$$T_{03} = T_{02} \left(1 + \frac{\pi_c^{\frac{\gamma_c-1}{\gamma_c}} - 1}{\eta_c} \right) \quad (5.37)$$

$$\Delta h_c = C p_c (T_{03} - T_{02}) \quad (5.38)$$

Por lo tanto, reemplazando los valores conocidos se obtiene que:

$$P_{03} = 103096.44 \text{ Pa (24)} = 2.469 \text{ MPa}$$

$$T_{03} = 289.66 \text{ K} \left(1 + \frac{(24)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1}{0.84} \right) = 800.44 \text{ K}$$

$$\Delta h_c = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}} (800.44 \text{ K} - 289.66 \text{ K}) = 513.06 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}$$

Conociendo el cambio de la entalpia en el compresor, se calcula la potencia a la salida este, multiplicando el cambio de la entalpia por el flujo másico.

$$W_c = \dot{m}_a C p_c (T_{03} - T_{02}) = \dot{m}_a \Delta h_c \quad (5.39)$$

$$W_c = 3.6 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} * 513.06 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}} = 1.847 \text{ MW}$$

La elevada potencia es causada por las condiciones ideales que se asumieron para este análisis, ya que no se están considerando las pérdidas que se presentan en cada uno de los componentes del motor.

Por otra parte, el proceso de combustión toma lugar en las cámaras de combustión con una eficiencia (η_b), dentro de esta el producto de la combustión experimenta una caída de presión

(Δp). Por lo que la presión a la salida de la cámara de combustión y la relación combustible-aire están dadas por:

$$P_{04} = (1 - \Delta p)P_{03} \quad (5.40)$$

$$f = \frac{Cp_h T_{04} - Cp_c T_{03}}{\eta_b Q_R - Cp_h T_{04}} \quad (5.41)$$

Para conocer la presión a la salida de la cámara de combustión, es necesario tomar en cuenta la caída de presión que se presenta dentro de esta (Δp), la cual es producida por la fricción de la piel y el arrastre de presión, que generalmente es un 3% a 6% la presión total del aire a la entrada de esta (Sayed, 2017). Con base en lo anterior, se supondrá entonces un 4% de la caída de presión, adicionalmente la temperatura a la salida de la cámara de combustión será 1350 K y el poder calorífico del combustible 43000 kJ/kg.

$$P_{04} = (1 - \Delta p)P_{03} = (1 - 0.04) * 2.469 MPa = 2.371 MPa$$

$$f = \frac{\left(1156.96 \frac{J}{Kg K} * 1350 K\right) - \left(1004.5 \frac{J}{Kg K} * 800.44 K\right)}{\left(0.95 * 43000 \frac{KJ}{Kg}\right) - \left(1156.96 \frac{J}{Kg K} * 1350 K\right)} = 0.019$$

Conociendo la relación de combustible aire, se procede a calcular el flujo másico de combustible, a partir del flujo másico de aire.

$$\dot{m}_f = \dot{m}_a * f = 3.6 \frac{Kg}{s} * 0.019 = 0.069 \frac{Kg}{s}$$

Para el análisis en la sección de turbina, se divide está en dos partes dado a que el motor PT6A es un motor de turbina libre, es decir, que la sección de turbina esta compuestas por dos turbinas, una diseñada para absorber la potencia requerida para accionar al compresor y los accesorios, y la otra para entregar el máximo torque posible al eje de la hélice. Sin embargo toda la potencia absorbida por las turbinas desde la combustión no es entregada al compresor y a la hélice, debido a la fricción que existen en los rodamientos, es por esto que es necesario tomar en cuenta la eficiencia mecánica para el compresor (η_{mc}), la turbina de alta (η_{mt}) y la turbina libre (η_{mft}), para los cuales se asumen un valor de 0.98 (Sayed, 2017).

Entonces el balance de energías entre el compresor y la turbina de alta es:

$$\frac{\Delta h_c}{\eta_{mc}} = \eta_{mt} \Delta h_t \quad (5.42)$$

Siendo Δh_t , el trabajo específico generado en la turbina de alta el cual está definido como:

$$\Delta h_t = Cp_h(T_{04} - T_{05})(1 + f - b) \quad (5.43)$$

Donde b , es la relación de sangrado del aire que sale del compresor hacia la sección de turbina, con el fin disminuir las altas temperaturas producidas por el proceso de la combustión. Para aplicación de este proyecto se supondrá un valor de 0.04, ya que, por cada fila de álabes, se necesita un 2% de enfriamiento (Sayed, 2017). Entonces para conocer la temperatura de salida de la turbina de alta (T_{05}) se reemplaza la ecuación 5.38 y 5.43 en la ecuación 5.42, obteniendo la siguiente ecuación:

$$T_{05} = T_{04} - \frac{Cp_c(T_{03} - T_{02})}{Cp_h \eta_{mc} \eta_{mt}(1 + f - b)} \quad (5.44)$$

$$T_{05} = 1350 K - \frac{1004.5 \frac{J}{Kg K} (800.44 K - 289.66 K)}{\left(1156.96 \frac{J}{Kg K}\right) (0.98)(0.98)(1 + 0.019 - 0.04)} = 878.49 K$$

Por otra parte, desde la eficiencia isentrópica de la turbina de alta (η_t), la presión de salida (P_{05}), es calculada por la siguiente relación:

$$P_{05} = P_{04} \left[1 - \left(\frac{T_{04} - T_{05}}{\eta_t T_{04}} \right) \right]^{\frac{\gamma_h}{(\gamma_h - 1)}} \quad (5.45)$$

$$P_{05} = 2.371 MPa \left[1 - \left(\frac{1350 K - 878.49 K}{0.87 * 1350 K} \right) \right]^{\frac{1.3299}{(1.3299 - 1)}} = 299471.9 Pa$$

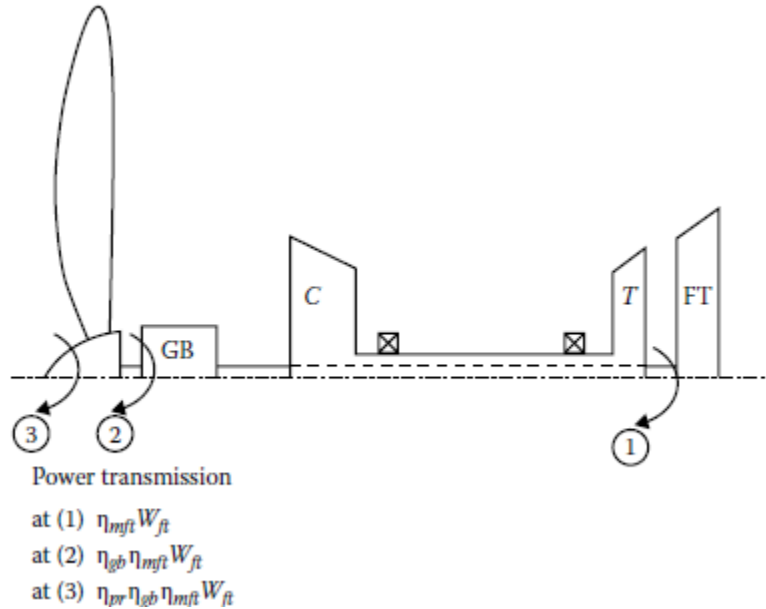
Conociendo la temperatura a la salida de la turbina de alta (T_{05}), se calcula la potencia de salida por la turbina de alta, la cual está definida como:

$$W_t = \dot{m}_a(1 + f)Cp_h(T_{04} - T_{05}) \quad (5.46)$$

$$W_t = 3.6 \frac{Kg}{s} (1 + 0.019) * 1156.96 \frac{J}{Kg K} (1350 K - 878.49 K) = 2.001 MW$$

La elevada potencia es causada por las condiciones ideales que se asumieron para este análisis, ya que no se están considerando las pérdidas que se presentan en cada uno de los componentes del motor.

Figura 15: Transmisión de potencia a través de un motor turboprop de turbina libre



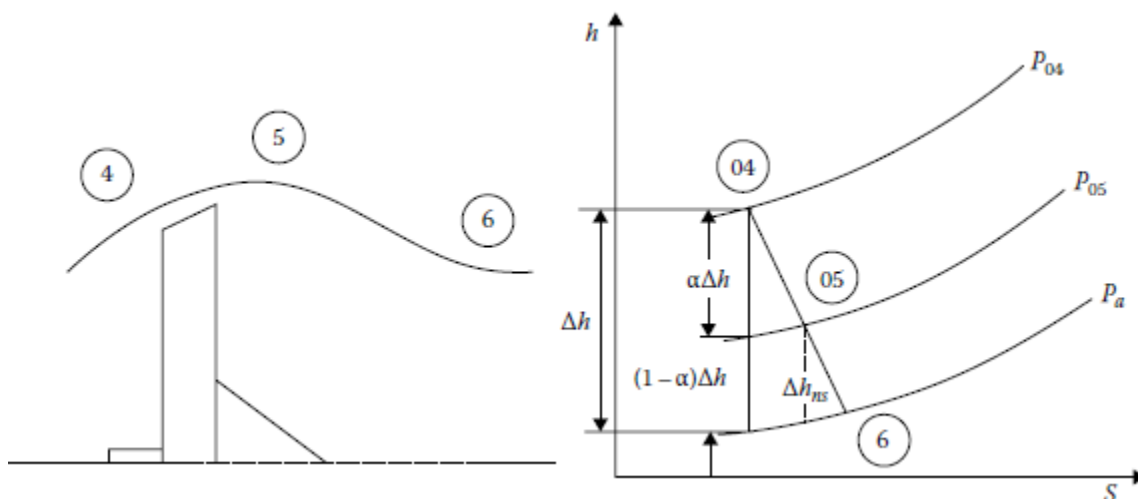
Fuente: (Sayed, 2017).

Como se ve en la figura 15 el flujo de potencia es transmitido desde la turbina libre hasta la hélice. Entonces el trabajo específico desarrollado por la turbina de potencia libre está definido por:

$$\Delta h_{ft} = Cp_h (1 + f - b) (T_{05} - T_{06}) \quad (5.47)$$

Sin embargo la temperatura T_{06} no es conocida y tampoco puede ser calculada, entonces se considera el proceso de expansión de la turbina libre y la tobera mostrado en la figura 16, donde se toma Δh igual a la caída de la entalpia disponible en una turbina ideal (isentropica) y una tobera; asumiendo una expansión completa a la presión ambiente en la tobera ($P_7 = Pa$) (Sayed, 2017).

Figura 16: Expansión en la turbina y la tobera de un motor turboprop de turbina libre



Fuente: (Sayed, 2017)

Por lo que Δh es igual a:

$$\Delta h = c_{p_h} T_{05} \left[1 - \left(\frac{P_7}{P_{05}} \right)^{\frac{(\gamma_h - 1)}{\gamma_h}} \right] \quad (5.48)$$

$$\Delta h = 1156.96 \frac{J}{Kg K} * 878.49 K \left[1 - \left(\frac{101325 Pa}{299471.9 Pa} \right)^{\frac{(1.3299 - 1)}{1.3299}} \right] = 239.58 \frac{KJ}{Kg}$$

Conociendo la caída de la entalpía disponible, se calcula entonces el valor de T_{06} a partir de la siguiente ecuación:

$$\Delta h = c_{p_h} (T_{05} - T_{06}) \quad (5.49)$$

$$T_{06} = T_{05} - \frac{\Delta h}{c_{p_h}} = 878.49 K - \frac{239.58 \frac{KJ}{Kg}}{1156.96 \frac{J}{Kg K}} = 671.41 K$$

Teniendo en cuenta que el trabajo específico de la turbina Δh_{ft} , es igual a la fracción de la caída la entalpia $\alpha \Delta h$, la cual podría estar disponible para una turbina de potencia libre isentrópica con una relación de presión actual. (Sayed, 2017) Se determina el valor óptimo de α , para el máximo empuje T con la eficiencias de los componentes fijas, a una velocidad de vuelo V_a y Δh .

$$\alpha_{opt} = 1 - \frac{V_a^2}{2\Delta h} \left(\frac{\eta_n}{\eta_{pr}^2 \eta_g^2 \eta_{mt}^2 \eta_t^2} \right) \quad (5.50)$$

$$\alpha_{opt} = 1 - \frac{\left(55 \frac{m}{s}\right)^2}{2 \left(239.58 \frac{KJ}{Kg}\right)} \left(\frac{1}{0.85^2 0.95^2 0.98^2 0.87^2} \right) = 0.987$$

Conociendo α_{opt} , se procede a calcular finalmente la potencia de salida de la turbina libre la cual está definida como:

$$W_{ft} = \dot{m}_a (1 + f) \alpha \Delta h \quad (5.51)$$

$$W_{ft} = 3.6 \frac{Kg}{s} (1 + 0.019) * 0.987 * \left(239.58 \frac{KJ}{Kg}\right) = 867.42 \text{ KW}$$

La elevada potencia es causada por las condiciones ideales que se asumieron para este análisis, ya que no se están considerando las pérdidas que se presentan en cada uno de los componentes del motor.

El valor correspondiente a la velocidad de salida de los gases está dado por la siguiente ecuación:

$$V_s = V_a \left(\frac{\eta_n}{\eta_{pr} \eta_g \eta_{mft} \eta_{ft}} \right) \quad (5.52)$$

$$V_s = 55 \frac{m}{s} * \left(\frac{1}{0.85 * 0.95 * 0.98 * 0.87} \right) = 79.88 \frac{m}{s}$$

Para calcular el empuje de la hélice y el empuje de la tobera se determinan a partir de las siguientes relaciones. Donde η_{mft} y η_{ft} , es la eficiencia mecánica y eficiencia isentrópica de la turbina de potencia libre.

$$T_{pr} = \frac{\dot{m}_a \eta_{pr} \eta_g}{V_a} [(1 + f - b) \eta_{mft} \eta_{ft} \alpha \Delta h] \quad (5.53)$$

$$T_{pr} = \frac{3.6 \frac{Kg}{s} * 0.85 * 0.95}{55 \frac{m}{s}} \left[(1 + 0.019 - 0.04) * 0.98 * 0.87 * 0.987 * 239.58 \frac{KJ}{Kg} \right]$$

$$T_{pr} = 10432.04 N$$

$$T_n = \dot{m}_a [(1 + f - b)V_s - V_a] \quad (5.54)$$

$$T_n = 3.6 \frac{Kg}{s} \left[(1 + 0.019 - 0.04) 79.88 \frac{m}{s} - 55 \frac{m}{s} \right] = 83.64 N$$

Por lo que el empuje total estará definido por:

$$T_T = T_{pr} + T_n \quad (5.55)$$

Pero como el motor PT6A es un motor el cual solo obtiene su empuje a partir de la hélice, se desprecia entonces la salida de los gases en la tobera, ya que estos no serán utilizados para el empuje. Por lo que el empuje total será igual al empuje realizado por la hélice.

$$T_T = T_{pr} = 10432.04 N$$

La potencia específica de la hélice está definida como:

$$w_{pr} = \eta_{pr} \eta_g \eta_m \eta_{ft} \alpha \Delta h \quad (5.56)$$

$$w_{pr} = 0.85 * 0.95 * 0.98 * 0.87 * 0.987 * 239.58 \frac{KJ}{Kg} = 162.75 \frac{KJ}{Kg}$$

Conociendo la potencia específica de la hélice se calcula la potencia consumida por esta, la cual también será la potencia total (W_T), ya que como se dijo anteriormente los gases de escape en este motor no se utilizan para la propulsión.

$$W_{pr} = \dot{m}_a w_{pr}$$

$$W_T = W_{pr} = 3.6 \frac{Kg}{s} * 162.75 \frac{KJ}{Kg} = 585.89 KW$$

Por lo tanto, la potencia al eje (SHP) de la hélice y la potencia equivalente al eje (ESHP), la cuales son iguales debido a lo descrito anteriormente, son calculadas a partir del factor de conversión de KW a hp.

$$SHP = \frac{W_T}{0.7457} \quad (5.57)$$

$$ESHP = SHP = \frac{585.89 \text{ KW}}{0.7457} = 785.7 \text{ hp}$$

Conociendo la potencia equivalente al eje se calcula el consumo específico de combustible aplicando la ecuación 3.15, teniendo en cuenta que el flujo másico de combustible (\dot{m}_f), debe estar en kg/h.

$$ESFC = \frac{\dot{m}_f}{ESHP} = \frac{\left(0.069 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} * 3600\right)}{785.7 \text{ hp}} = 0.318 \frac{\text{Kg}}{\text{hp h}}$$

Por último, se determina la eficiencia térmica, propulsiva y global del motor, a partir de las ecuaciones 3.9, 3.11 y 3.12, respectivamente. Teniendo en cuenta que el trabajo de salida de este motor es la potencia total, es decir, la generada por la hélice en KW.

$$\eta_T = \frac{W_{out}}{\dot{Q}_{in}} = \frac{W_{pr}}{\dot{m}_f Q_R} = \frac{585.89 \text{ kW}}{0.069 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} * 43000 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}} = 0.196 * 100 = 19.6\%$$

$$\eta_p = \frac{2}{1 + \frac{V_s}{V_a}} = \frac{2}{1 + \frac{79.88 \text{ m/s}}{55 \text{ m/s}}} = 0.815 * 100 = 81.5\%$$

$$\eta_o = \frac{T V_a}{\dot{m}_f Q_R} = \frac{10432.04 \text{ N} * 55 \text{ m/s}}{0.069 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} * 43000 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}} = 0.192 * 100 = 19.2\%$$

Posterior al análisis termodinámico del diseño del compresor implementando en el motor PT6A, se procede a realizar el mismo análisis, pero con los datos mencionados en la tabla 1 (ver anexo 6), es decir, con los valores del compresor centrífugo de fábrica; para así poder comparar los datos de cada uno y evidenciar las variaciones que presentan entre ellos, con el fin de conocer las ventajas y desventajas obtenidas con este diseño. A continuación, se presentan los valores obtenidos más relevantes del análisis.

Tabla 6 : Comparación del desempeño del motor PT6A con el compresor centrífugo de fábrica y el propuesto por los autores.

Parámetro	PT6A	PT6A(MOD)	ERROR %
ESH _P	802.1 hp	785.7 hp	2.04
ESFC	0.311Kg/ hp h	0.318Kg/ hp h	2.06
Eficiencias			
Térmica	0.201	0.196	2.21
Propulsiva	0.815	0.815	0
Global	0.196	0.192	2.21

Fuente: Autores

Con base a los resultados obtenidos, se observa que el desempeño del motor con el compresor centrífugo diseñado, presenta un valor similar al del fabricante, con un discrepancia promedio inferior al 2%, este puede radicar en el diseño del difusor de tuberías creado por el fabricante, el cual permite tener un mejor aumento de presión mientras se disminuye la velocidad del fluido, como lo menciona Kroes (Kroes & Wild, 2013), no obstante, es necesario aclarar que usar un compresor centrífugo con un impulsor de alabes entorchadas hacia atrás, permite obtener una buena relación de compresión con una eficiencia mayor a la sugerida por los autores, la cual es del 89%, como se puede ver en la sección 5.3.

5.6 Análisis de Esfuerzo y de Deformación del Impulsor

5.6.1 Selección de Material

El material para cada parte del motor es seleccionado, teniendo en cuenta su uso, el entorno y durabilidad requerida; además de las propiedades del material antes de poder contemplar un diseño confiable. Entre las propiedades más destacadas están la resistencia a la tracción y compresión permisible, resistencia cíclica, velocidades de fluencia, oxidación, erosión y tasas de corrosión, tenacidad a la fractura, velocidad de propagación de grietas, ductilidad, deformación permisible, dureza, módulo de elasticidad, conductividad térmica, coeficiente de crecimiento térmico y relación de Poisson (todo en función del tiempo, la temperatura y el tratamiento térmico) (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017).

Sin embargo, para facilitar la selección de materiales del compresor nos basaremos en los materiales que comúnmente se emplean en la industria aeronáutica para estas partes. Dado a que el entorno hostil del motor requiere materiales especiales, que en gran parte son desconocidos con exactitud dado a que están desarrollados exclusivamente para esta aplicación por expertos en materiales, los cuales trabajan para una empresa de motores o una empresa de materiales, por lo que las propiedades de muchos materiales utilizados para componentes críticos en motores de turbinas de gas son secretos corporativos, y los datos publicados son limitados.

(a) Alabes del compresor y vanos

Según Saravanamutto la selección del material para un alabe varía según el número de etapas del compresor. Si el compresor está ubicado en la sección de baja presión requiere alabes con buena fuerza, resistencia a la fatiga, desempeño de corrosión, erosión y buena relación de rigidez-peso. Para este caso aleaciones de titanio son generalmente usadas en los motores de aviación. Pero si el compresor está ubicado en la sección de alta presión, el material usado será similar al material usado en las turbinas, debido a las elevadas temperaturas de esta sección. Este material debe contar con buena resistencia a la fluencia, alta conductividad térmica, bajo coeficiente de expansión térmico y resistencia al ambiente (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017).

Por lo tanto, con base en la información anterior, y teniendo en cuenta que el compresor centrífugo está ubicado en la sección de alta presión, se establece una lista de materiales los cuales están expuestos en la tabla 8, la cual está basada en la teoría propuesta por Ashby.

(b) Disco del compresor

Para el material del impulsor se escoge uno cuyas propiedades sean similares a las de los alabes, pero de manera no tan demandante. Por lo tanto, se procede a realizar una selección de materiales que cumplan con las necesidades requeridas.

Tabla 7. Propiedades típicas de algunas aleaciones usadas actualmente

Material	Uso	$\rho \left(\frac{Kg}{m^3} \right)$	E (GPa)	UTS (MPa)	Endurance (MPa)	Temp. Limit (°C)	A/C	IND
AISI 410	Estatores	7800	200	Hasta 820	330	750	X	X
AISI 416	Alabes, Discos	7800	200	Hasta 900	245	750	X	X
17-4 PH	Discos	8030	196	1070	689	370		X
IN 718	Alabes, Eje	8220	208	1250	280	580		X
Ti-6Al-4V	Alabes, Discos	4500	120	880	350	350	X	X
IMI 834	Alabes, Discos	4550	120	1030	280	600	X	

Fuente: (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017)

Cabe aclarar que en la tabla 7, E es el módulo de Young, UTS es la resistencia máxima a la tracción, Endurance es resistencia a la fatiga a 10^7 ciclos, Temp.Limit es la temperatura de servicio a corto plazo utilizable y A / C e IND se refieren a aplicaciones en aeronaves y en turbinas de gas industriales.

Por lo tanto, para este proyecto se empleara una aleación de acero AISI 416 tanto para el impulsor como para el difusor, a pesar de que las aleaciones de titanio cuentan con una menor densidad, ya que como lo menciona Saravanamuttoo la relación resistencia/peso de titanio se reduce severamente a temperaturas superiores a 755 K (480 ° C) (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017), y teniendo en cuenta los resultados obtenidos por el análisis termogasdinamico mostrados en la sección 5.5, donde el aire a la salida del difusor alcanza una temperatura mayor a los 800 K (527.29 °C), por lo tanto esta propiedad se perdería, así el AISI 416 es la aleación que más se acomoda a estas condiciones hostiles, además ofrece un valor elevado de UTS lo cual brinda la confiabilidad de que el material tendrá la capacidad de soportar los esfuerzos máximos que se presentan a la salida del impulsor.

5.6.2 Análisis de Esfuerzos

El impulsor transfiere el par generado o absorbido por los alabes y soporta una diferencia de presión. La consideración principal en el diseño de un impulsor es la evitación de una explosión, que es causada por el fallo elasto-plástico del material de los discos. Es una cuestión de seguridad, que una turbina de gas este diseñada para evitar el exceso de flujo que circula por el compresor a través de una válvula de sangrado de alta, no obstante es crítico evitar la explosión causada por una propagación de una grieta producida por la fatiga de bajo ciclo (conocido por sus siglas en inglés LCF Low- Cycle Fatigue) en el impulsor (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017). A pesar de que cada motor este diseñado y probado para cumplir con este requisito, a lo largo de los años ha habido muchos fallos catastróficos del motor causados por la explosión de LCF. Por lo tanto, el estudio LCF para el diseño del impulsor se hace pertinente dado a las condiciones a las que este opera.

Estado de esfuerzo en un disco con alabes

Gracias a la selección de materiales del impulsor se procede a realizar los cálculos de los esfuerzos con la finalidad de conocer si el material es apto para su fabricación.

Asumiendo el caso más simple que es un impulsor uniforme (espesor constante) con un agujero y sin alabes, girando a una velocidad constante. En el estado elástico, los esfuerzos se pueden calcular fácilmente usando la teoría de la elasticidad (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017). Para lo cual se tendrá en cuenta los datos mostrados en la tabla 8.

Tabla 8. Parámetros iniciales para el cálculo de deformaciones del impulsor.

N	Velocidad angular	550	Rev/s
$r_0 = r_2$	Radio total	0,15	m
$r_i = r_7$	Radio de la raíz del ojo del impulsor	0,056	m

Fuente: Autores

Asumiendo un estado del esfuerzo 2D con esfuerzo cero a través del espesor, los dos componentes son el esfuerzo tangencial (σ_t) y el esfuerzo radial (σ_r).

$$\sigma_t = \frac{E}{(1-v^2)} \left[(1+v)A - (1-v)\frac{B}{r^2} - \frac{(1+3v)(1-v^2)}{8E} \rho N^2 r^2 \right] \quad (5.58)$$

$$\sigma_r = \frac{E}{(1-v^2)} \left[(1+v)A - (1-v)\frac{B}{r^2} - \frac{(3+v)(1-v^2)}{8E} \rho N^2 r^2 \right] \quad (5.59)$$

A y B son constantes de integración; para el disco considerado es evidente que el esfuerzo radial debe ser cero tanto en el radio interior como en el exterior del disco. Entonces, tomando los subíndices (*i*) y (0) como el radio de la raíz del ojo del impulsor y el radio total respectivamente, y asumiendo a *r* como el radio total del impulsor, los esfuerzos se pueden calcular como se muestra a continuación (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017). Siendo 0.31 el coeficiente de Poisson dado al material seleccionado.

$$\sigma_t = \frac{(3+v)}{8} \rho N^2 \left[r_0^2 + r_i^2 + \frac{r_0^2 r_i^2}{r^2} - \left(\frac{1+3v}{3+v} \right) r^2 \right] \quad (5.60)$$

$$\sigma_t = \frac{(3+0,31)}{8} 7800 \frac{Kg}{m^3} \left(550 \frac{rev}{s} \right)^2 \left[(0,15m)^2 + (0,056m)^2 + \frac{(0,15m)^2 * (0,05m)^2}{(0,15m)^2} - \left(\frac{1+3*0,31}{3+0,31} \right) (0,15m)^2 \right] \approx 16 \text{ MPa}$$

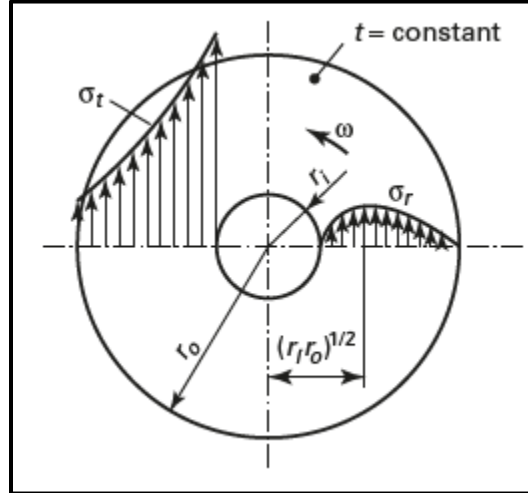
$$\sigma_r = \frac{(3+v)}{8} \rho N^2 \left[r_0^2 + r_i^2 - \frac{r_0^2 r_i^2}{r^2} - r^2 \right] \quad (5.61)$$

$$\sigma_r = 0 \text{ MPa}$$

Una vez conocido los valores de los esfuerzos máximos tangenciales los cuales se encontrarán en la raíz del impulsor como se muestra en la figura 17, se procede a conocer los esfuerzos que el impulsor soportara en el centro y a la salida. Con base en lo anterior, considerando un disco sólido, se obtiene que la constante (B) es cero y la constante (A) se determina a partir de la condición de que el esfuerzo radial debe ser cero en el diámetro exterior. Por lo tanto, se

encuentra que los esfuerzos radial y tangencial son iguales en el centro del disco como se muestra en la siguiente ecuación:

Figura 17: Esfuerzo en disco giratorio uniforme con agujero.



Fuente: (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017)

$$\sigma_t = \sigma_r = \frac{(3 + \nu)}{8} \rho N^2 r_0^2 \quad (5.62)$$

$$\sigma_t = \sigma_r = \frac{(3 + 0,31)}{8} 7800 \frac{Kg}{m^3} \left(550 \frac{rev}{s}\right)^2 * (0,056m)^2 = 3,1 MPa$$

Curiosamente, suponiendo que un diámetro de tamaño pequeño en el centro del disco conduce a un esfuerzo tangencial que es el doble del valor de un disco sólido. La tracción del alabe sobre la superficie exterior de la cabina del disco se aproxima por un esfuerzo radial distinto de cero en el diámetro exterior o borde, calculada a partir del equilibrio.

$$\sigma_{r(rim)} = \frac{F_{rim}}{2\pi r_0 t} \quad (5.63)$$

Dónde t es el espesor en el borde y F_{rim} es igual al producto entre la fuerza de extracción del alabe y el número de alabes.

$$F_{rim} = F * Nb \quad (5.64)$$

Para conocer la fuerza de extracción de un alabe (F) se obtiene a partir de la siguiente ecuación:

$$F = \rho * A * dr * r * N^2 \quad (5.65)$$

Dónde dr está en el borde del alabe y es igual a $0,01m$ (valor obtenido en el diseño del impulsor), y A es el área en el borde del alabe, y está determinada por la siguiente ecuación.

$$A = 2\pi * r_0 * t \quad (5.66)$$

$$A = 2\pi * 0,15m * 0,001 = 0,0009 m^2$$

Una vez conocido estos parámetros se procede a calcular la fuerza de un alabe, obteniendo así:

$$F = 7800 \frac{Kg}{m^3} * 0,0009 m^2 * 0,01m * 0,15m * \left(550 \frac{rev}{s}\right)^2 = 3.404 KN$$

A partir de este valor, se calcula la fuerza que soporta todo el impulsor multiplicando a este por el número total de alabes.

$$F_{rim} = 3.404 KN * 19 \approx 65 KN$$

Una vez calculado la fuerza que ejercen los alabes del impulsor se procede a conocer el esfuerzo que se presenta en el borde de los alabes del impulsor dado a que esta descrita como una de las secciones con mayor tendencia a fracturarse.

$$\sigma_{r(rim)} = \frac{F_{rim}}{A} = \frac{65 KN}{0,0009 m^2} \approx 68 MPa$$

Una vez conocido el valor de los esfuerzos que tendrá que soportar el disco se procede a aplicarle un factor de seguridad (FS) de 1.5 (Saravanamuttoo, Cohen, Rogers, Straznicky, & Nix, 2017), el cual es el estandarizado para el diseño de piezas aeronáuticas.

$$\sigma_r = \sigma_{r(rim)} * FS = 68 MPa * 1.5 = 102 MPa$$

El esfuerzo calculado en la punta de los alabes es un indicador del esfuerzo que tienen que soportar estos, el cual influirá en la durabilidad del diseño cuando este se encuentre trabajando.

5.6.3 Análisis de Deformación

Una vez conocido los esfuerzos a los que estará expuesto el impulsor y conociendo el material propuesto en el que será construido, se procede a calcular la deformación que tendrá el material de acuerdo a la Ley de Hooke, para lo cual se tendrá en consideración las propiedades del material expuestas en la tabla 7.

A continuación, se procede a calcular la deformación en todo el disco con los esfuerzos calculados anteriormente, para lo cual se obtiene:

Deformación del disco teniendo en consideración que este es sin alabes.

$$e = \frac{\sigma_t}{E} \quad (5.67)$$

$$e = \frac{\sigma_t}{E} = \frac{16 \text{ MPa}}{200 \text{ GPa}} = 7,8 \times 10^{-5}$$

Deformación en centro del disco.

$$e = \frac{\sigma_t}{E} = \frac{3,1 \text{ MPa}}{200 \text{ GPa}} = 1,5 \times 10^{-5}$$

Deformación en la punta de los alabes.

$$e = \frac{\sigma_t}{E} = \frac{68 \text{ MPa}}{200 \text{ GPa}} = 3,4 \times 10^{-4}$$

Deformación en la punta de los alabes aplicando el factor de seguridad.

$$e = \frac{\sigma_t}{E} = \frac{102 \text{ MPa}}{200 \text{ GPa}} = 5,1 \times 10^{-4}$$

Una vez conocido los valores de deformación que tendrá el material, se encuentra que el valor más crítico se sitúa en la punta de los alabes, lo cual es una deformación lo suficientemente pequeña, para considerar que el material AISI 416 es apto para la construcción de este diseño.

5.7 Factores de Diseño Encontrados que Ayudan a Aumentar la Eficiencia del Compresor

Con la finalidad obtener un diseño óptimo del compresor centrífugo, en la siguiente tabla se encuentra los factores implementados teóricamente los cuales han sido encontrados a partir de los trabajos realizados anteriormente.

Tabla 9. Resumen de los factores de diseño implementados en el compresor.

FACTOR	BENEFICIO	DESVENTAJA
Impulsor con alabes entorchados hacia atrás (numeral 5.2.1)	Mayor rendimiento y línea característica más estable, dado a que la difusión es menos estricta en el impulsor y el difusor, tendiendo a incrementar la eficiencia de ambos componentes.	Menor transformación de energía cinética en presión. Es decir, se obtiene una menor relación de compresión.
Difusor con alabes (numeral 5.2.2)	Mejora la relación de compresión por medio del ángulo de divergencia de los alabes, los cuales desaceleran el fluido aumentando la presión estática, mientras lo re direccionan hacia las cámaras de combustión, permitiendo que este se desacelere lo suficiente para una mejor combustión de la mezcla.	Aumento del coste de fabricación, además de la necesidad de un monitoreo sobre las condiciones de los alabes del difusor.

Fuente: Autores

Una vez teniendo claro cómo será el diseño del compresor centrífugo con los factores de diseño que se van a implementar, con la finalidad de optimizar su diseño, se procede a realizar su diseño en 3D, expuesto en la sección 5.8, donde se podrá observar cada una de sus partes y su diseño final.

5.8 Diseño del Compresor en CAD

A partir de las medidas obtenidas en análisis dimensional del compresor centrífugo (impulsor y difusor), se procede a elaborar un diseño en 3D con la ayuda del software Solid Edge.

5.8.1 Impulsor

Para la creación de la geometría del impulsor se toman en cuenta los siguientes datos geométricos mostrados tabla 10.

Tabla 10: Datos principales para la realización del diseño del impulsor con alabes en 3D.

Datos para el diseño del impulsor	
d_r	112,3 mm
d_t	162,3 mm
d_2	303 mm
d_1	48,15 mm
α_r	19°
α_t	13°
β_2	40°
Altura caída impulsor	20 mm
l	85 mm
h	8 mm
t	1 mm
N_i	19

Fuente: Autores

Una vez conocidas las dimensiones primarias necesarias para realizar el diseño del impulsor, se procede a su elaboración en el programa Solid Edge, donde se trabaja con tres diferentes planos sobre un espacio de tres dimensiones. El primero de ellos se encuentra ubicado en el origen y los otros dos están espaciados a 20 y 80 mm de este (plano 2 y 3 respectivamente), con el fin de realizar el diseño de un solo alabe, con las medidas y ángulos respectivos calculados anteriormente. A continuación, se muestra los datos utilizados en cada plano, en los cuales se tuvo en cuenta un espesor constante de 1mm con un diámetro del eje (d_1) de 48,15 mm.

Tabla 11: Datos para cada plano usado para el diseño del difusor.

	Plano 1	Plano 2	Plano 3
Diámetro	d_1, d_r, d_t	d_r, d_t	d_2, d_t
Angulo	α_r, α_t	α_r, α_t	β_2

Fuente: Autores

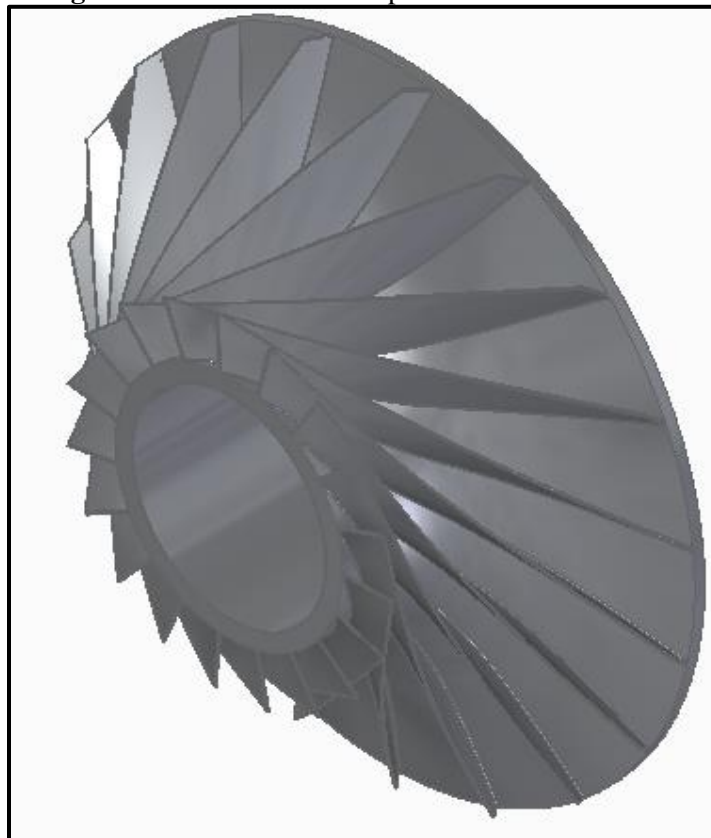
Con la finalidad de tener un correcto diseño de los ángulos de entrada del impulsor se realizan dos planos perpendiculares en el plano 1, el primero ubicado en $d_r/2$ y el segundo en $d_t/2$ tomados desde el origen, en los cuales se realizan los ángulos α_r y α_t respectivamente, llevándolos hasta el plano dos el cual hace referencia a la altura de caída del impulsor.

Posteriormente, se procede a la realización del bosquejo del alabe en los planos 1,2 y 3 con el fin de obtener el diseño en 3D de un solo alabe, el cual posteriormente se reproduce a 19 alabes con la ayuda del comando patrón circular, tomando como referencia el origen.

Una vez creado todos los alabes correctamente, se procede a unir las circunferencias d_r del plano 1 y 2, y la circunferencia d_2 en el plano 3, para así obtener la sección por donde fluirá el aire, tomando en cuenta el espesor de la base del impulsor.

Luego se crea el agujero del eje (d_1) del impulsor y para finalizar, se procede a darle un radio de 0,2 mm a aquellas zonas que son concentradores de esfuerzos, obteniendo así el diseño final del impulsor mostrado en las figuras 18 y 19 (ver anexo 7, planos de este diseño).

Figura 18: Vista ISO del impulsor diseñado en CAD.



Fuente: Autores

Figura 19: Vista lateral del impulsor diseñado en CAD.



Fuente: Autores

5.8.2 Difusor

Para la realización del difusor hay que tener en cuenta los datos geométricos mostrados en la tabla 12:

Tabla 12: Datos principales para la realización del diseño del difusor con alabes en 3D.

Datos para el diseño del difusor	
$d_{3,diff}$	305 mm
$d_{4,diff}$	485 mm
$\alpha_{2,diff}$	6°
$\alpha_{3,diff}$	5°
N_d	12

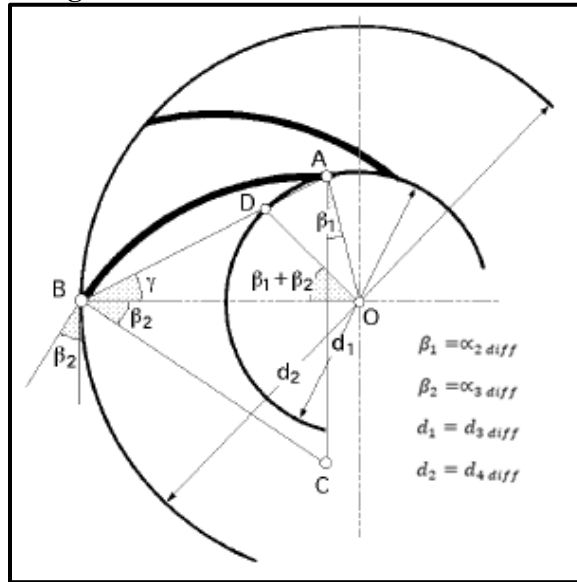
Fuente: Autores

Ya con el conocimiento de estos datos se inicia el proceso de diseño del difusor para lo cual se toma el trazado de los alabes expuesto Gil en su tesis, Selección Y Diseño De Compresores Centrífugos (Gil, 2013)

Para el trazado de los alabes se han determinado hasta el momento solamente los ángulos $\alpha_{2,diff}$ y $\alpha_{3,diff}$. En un fluido ideal, la forma del alabe sería indiferente, sin embargo, en el fluido real es preciso buscar que la curvatura del alabe sea lo más favorable para que reduzca las pérdidas a un mínimo. Para hacer este trazado basta con determinar el centro C de una circunferencia que corte a las circunferencias de diámetros $d_{3,diff}$ y $d_{4,diff}$, respectivamente bajo los ángulos $\alpha_{2,diff}$ y $\alpha_{3,diff}$, como se muestra en la figura 20.

Consecutivamente, se toma un segmento de arco paralelo a la construcción realizada para así darle espesor al álabe que es de 1mm. Hay que tener en cuenta que este factor no afecta en gran proporción el funcionamiento y desempeño del compresor por lo cual el diseñador es libre de tomar el espesor que vea conveniente para su diseño. Posteriormente con el comando extruir se procede a darle espesor a un alabe, el cual finalmente se reproduce a 12 alabes con la ayuda del comando patrón circular

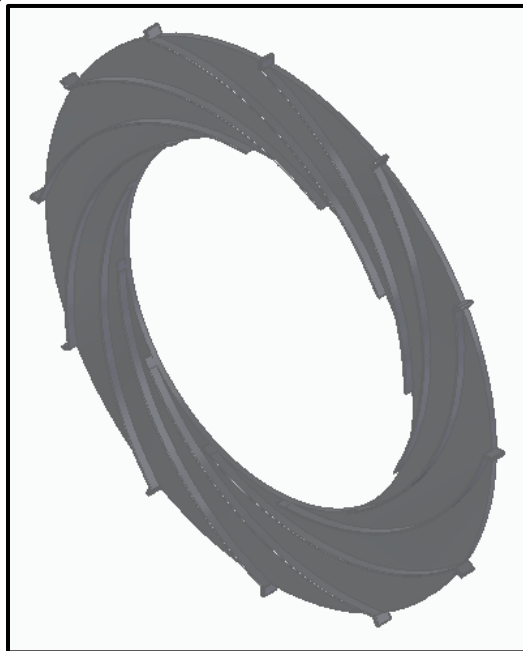
Figura 20: Trazo de los alabes del difusor.



Fuente: (Gil, 2013)

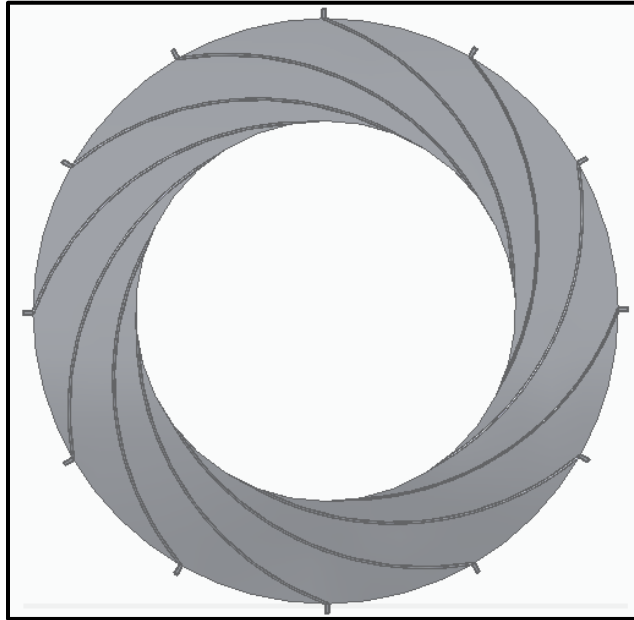
Para finalizar se da un radio de 0,5 mm a aquellas zonas que son concentradores de esfuerzos. Una vez realizado todos los pasos nombrados anteriormente, se tendrá el diseño final mostrados en las figuras 21 y 22 (ver anexo 7, planos de este diseño).

Figura 21: Vista ISO del difusor diseñado en CAD.



Fuente: Autores

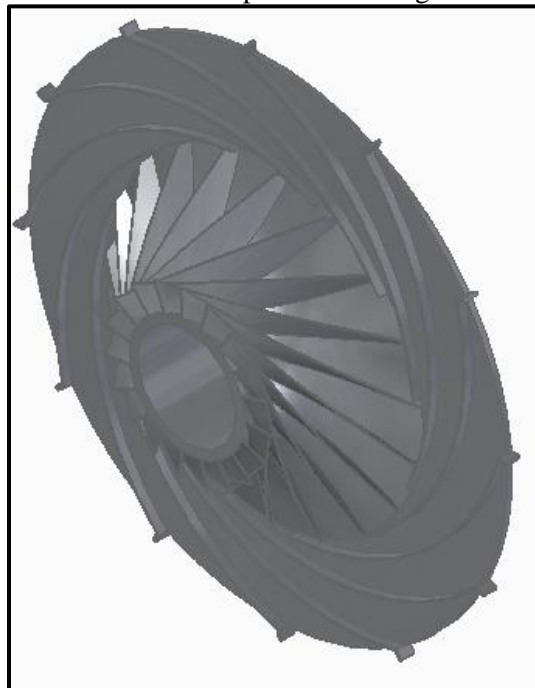
Figura 22: Vista frontal del difusor diseñado en CAD.



Fuente: Autores

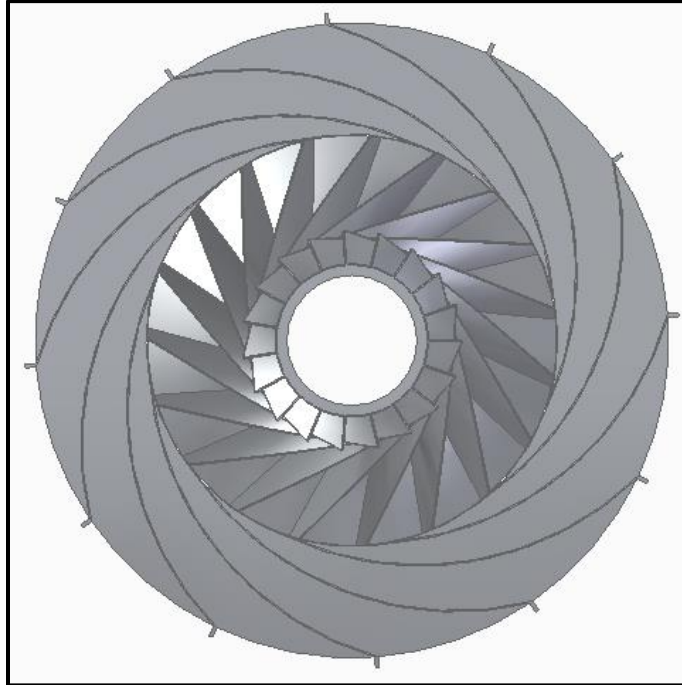
Una vez realizado el impulsor y el difusor con las dimensiones descritas en este trabajo se procede a realizar el ensamble de estas dos piezas con el fin de tener el compresor centrífugo completo, mostrado en las figuras 23 y 24.

Figura 23: Vista ISO del compresor centrífugo diseñado en CAD.



Fuente: Autores

Figura 24: Vista frontal del compresor centrífugo diseñado en CAD.



Fuente: Autores

6. Conclusiones y Recomendaciones

6.1 Conclusiones

- Gracias al estudio realizado se implementaron algunos factores de diseño teóricos, como lo son el entorchamiento de los alabes y el tipo de difusor. La variación del entorchamiento de los alabes hacia atrás ofrece una mayor estabilidad y rendimiento, teniendo en cuenta que el diseño que se usa en la actualidad es recto. Por otra parte, el diseño propuesto del difusor con alabes simplifica el diseño propio de la compañía Pratt & Whitney Canadá el cual es tubular, ya que se obtiene una sola pieza que cumple con el mismo trabajo que realizan diferentes componentes al mismo tiempo y mantiene la misma área de trabajo gracias a las medidas tomadas del motor PT6T, el cual permite que no se modifique el diseño general del motor por la implementación del diseño propuesto, el cual brinda una eficiencia general del compresor del 89% con una relación de compresión de 3.
- La consideración de las condiciones iniciales del diseño después de las etapas de los compresores axiales, permiten obtener un diseño óptimo para las condiciones reales a las cuales tendrá que estar expuesto el compresor centrífugo, dado a que este hace parte de la sección de alta compresión en la cual las condiciones del fluido han variado drásticamente luego de haber pasado por la toma de aire y la sección de baja compresión, sin embargo, este se limita únicamente al motor PT6A small.
- Una vez realizado el análisis termogasodinámico del motor, con la configuración con la que viene de fábrica y la implementación del diseño propuesto, no se evidencian grandes cambios en cada uno de los ítems evaluados, como lo son la potencia específica al eje ($ESHP$), consumo específico de combustible ($ESFC$) y eficiencia global (η_o), de los cuales se obtuvo una discrepancia inferior aproximadamente del 2%, concluyendo que el diseño propuesto realiza un desempeño similar al de fábrica.
- A partir del análisis de los esfuerzos se determina que la zona en la cual se presentan los mayores esfuerzos es en la punta del impulsor, el cual es de 102 MPa. Con base en esto se determinó que el material más óptimo es el Acero Inoxidable AISI 416, con el cual se presenta una deformación de $5,1 \times 10^{-4}$.

6.2 Recomendaciones

- Dado al análisis teórico obtenido y expresado en la figura 12, donde se muestra en que puntos se podría tener la mejor relación de presiones y la mejor eficiencia, cuando se está variando el flujo másico que le ingresa al compresor y la velocidad de rotación, se hace oportuno realizar un estudio sobre nuevas tomas de aire o rediseño de las mismas las cuales contribuyan a tener un mejor ingreso de flujo de aire, con la finalidad de aprovechar el rendimiento que tiene el compresor centrifugo.
- También se hace oportuno la realización de un estudio donde se estime el peso del compresor centrifugo propuesto con el de fábrica, con la finalidad de conocer si se tiene una reducción considerable que ayude al funcionamiento y mejoramiento del compresor dado a que el diseño propuesto simplifica el diseño del difusor, sin alterar la eficiencia que este tiene.
- Por otra parte, es pertinente realizar cada uno de los análisis elaborados en un programa CFD, en cual se verifiqué los datos obtenidos teóricamente teniendo como prioridad los datos de presión, velocidad, temperatura y esfuerzos que soporta el compresor centrifugo cuando se encuentran expuestos al paso de un flujo de aire con las condiciones en las que este tiene que trabajar.
- El uso de la aleación de acero (AISI 416) como material sugerido para su construcción, facilita el mecanizado y el coste de fabricación en comparación a una aleación de titanio usualmente implementada en la fabricación de componentes rotantes del motor, no obstante, se hace oportuno realizar un estudio más detallado sobre nuevas aleaciones las cuales puedan ofrecer un mejor comportamiento a las condiciones a las cuales estará expuesto el compresor centrifugo.

Referencias

- Anderson, J. (2011). *Introduction to Flight* (7 ed.). Maryland: McGraw-Hill.
- Atahualpa, O., & Gonzalez, F. (2015). Diseño conceptual y preliminar de la etapa de turbina de alta presión para un motor Turbofan high bypass. Bogotá: Fundación Universitaria Los Libertadores.
- Bathie, W. (1996). *Fundamentals of gas turbine* (2 ed.). New York, USA: John Wiley y Sons.
- Came, P. (1978). The development, application and experimental evaluation of a design procedure for centrifugal compressors. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers*, 192(5), 46-97.
- Cardenas, J. (2013). La historia no lo es todo, Colombia y su necesidad de un equipo interdisciplinario para la fabricación de componentes y aeronaves. Bogotá: Universidad Militar Nueva Granada.
- Cuesta, M. (2001). *Motores de Reacción* (9 ed.). Madrid: Paraninfo.
- Custodio, A. (2008, Agosto 05). *gestiopolis*. Retrieved from <https://www.gestiopolis.com/metodos-y-tecnicas-de-investigacion-cientifica/>
- Dixon, L. (2005). *Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery* (5 ed.). Burlington, USA: Elsevier Butterworth-Heinemann.
- Elia. (2008). *Porquest*. Retrieved from <https://search.proquest.com/docview/304665457?accountid=48891>
- Escobar, A. (2005). *Metodología de diseño para turboreactores de bajo flujo másico*. Bogotá: Bonaventuriana.
- FAC, F. (2018, 6). Feria de capacidades CAMAN. (Autores, Interviewer)
- Filiberto, S. (2010). Fundamentos termodinámicos y metodologías para el diseño de turbocompresores centrífugos. Ciudad de México: Universidad Autónoma Metropolitana.
- Flack, R. (2005). *Fundamentals of Jet Propulsion with Applications* (1 ed.). New York : Cambridge Aerospace Press.
- Gil, C. (2013). Selección y Diseño de Compresores Centrífugos. Madrid: Universidad Carlos III de Madrid.
- Hall, N. (2015, Mayo 05). *National Aeronautics and Space Administration*. Retrieved from <https://www.grc.nasa.gov/www/k-12/airplane/trbtyp.html>
- Japikse, D. (1996). *Centrifugal Compressor Design and Performance*. Wilder: Concepts Eti.

- K.R, M. (2012). *Proquest*. Retrieved from <https://search.proquest.com/docview/1221529807?accountid=48891>
- Kroes, M., & Wild, T. (2013). *Aircraft Powerplants* (octava ed.). New York: McGraw-Hill.
- Li, X. (2005). *Proquest*. Retrieved from <https://search.proquest.com/docview/305362805?accountid=48891>
- Mattingly , J., Heiser , W., & Pratt , D. (2002). *Aircraft Engine Design* (2 ed.). Virginia: AIAA Education Series.
- Pratt & Whitney Canada. (n.d.). *Pilotund Flugzeug*. Retrieved from https://www.pilotundflugzeug.de/img/ads/max/material/Know_your_PT6A.pdf
- Reza, A., Tousi, M., & Soltani, M. (2007). Design and CFD analysis of centrifugal compressor for a microgasturbine. *Aircraft Engineering and Aerospace Techonology*, 79, 137-143. doi:10.1108/00022660710732680
- Rolls Royce. (1986). *The Jet Engine* (5 ed.). Derby, Inglaterra: Roll Royce Plublications.
- Saravanamuttoo, H., Cohen, H., Rogers, G., Straznicky, P., & Nix, A. (2017). *Gas turbine theory* (7 ed.). Harlow, England: Pearson.
- Sayed, E. (2017). *Aircraft propulsion and gas turbine engines* (2 ed.). New York: CRC Press Taylor & Francis Group.
- Soares, C. (2014). *Gas Turbine Handbook of air, land and sea applications* (2 ed.). Boston: Elsevier Butterworth-Heinemann.
- Zalud. (1998, Noviembre 05). *Proquest*. Retrieved from <https://search.proquest.com/docview/217176727?accountid=48891>.

Anexos

Anexo 1

Para obtener las condiciones a la entrada del impulsor, se parte de las condiciones atmosféricas a nivel del mar y se aplica un análisis termodinámico entre la toma de aire y la sección de compresión del motor, tomando en cuenta a las eficiencias mencionadas en la sección 3.12

Tabla 13: Valores de la atmosfera estándar a nivel medio del mar.

PARÁMETROS INICIALES		
Temperatura de entrada	T_a	288.16 K
Presión de entrada	P_a	101325 Pa
Velocidad de entrada del aire	V_a	55 m/s
Calor específico a presión constante	C_p	1005 J/Kg K
Constante adiabática del aire	γ	1.4
Constante universal de los gases ideales	R	287 J/Kg K

Fuente: (Anderson, 2011)

Con base en esto, se calcula la temperatura y presión a la salida de la toma de aire, a partir de las siguientes ecuaciones:

$$P_{02} = P_a \left(1 + \eta_d \frac{\gamma_c - 1}{2} M_a^2 \right)^{\frac{\gamma_c}{\gamma_c - 1}}$$

$$T_{02} = T_a \left(1 + \frac{\gamma_c - 1}{2} M_a^2 \right)$$

Donde (η_d) es la eficiencia isentrópica de la toma de aire, la cual tiene un valor de 0.95; y M_a es el número mach con el cual se desplaza la aeronave. Entonces:

$$M_a = \frac{V_a}{\sqrt{\gamma * R * T_a}} = \frac{55 \frac{m}{s}}{\sqrt{1.4 * 287 \frac{J}{Kg K} * 288.16 K}} = 0.16$$

$$P_{02} = 101325 Pa \left(1 + 0.95 \frac{1.4 - 1}{2} (0.16^2) \right)^{\frac{1.4}{(1.4 - 1)}} = 103096.44 Pa$$

$$T_{02} = 288.16 \text{ K} \left(1 + \frac{1.4 - 1}{2} (0.16^2) \right) = 289.67 \text{ K}$$

Conociendo las condiciones a la entrada del compresor axial, se procede a calcular la temperatura y presión en la salida de este, con las siguientes ecuaciones, a partir de la relación de compresión y la eficiencia isentrópica ($\eta_c = 0.85$) del compresor axial.

$$P_{03,2} = P_{02}(\pi_{c,axial}) = 103096.44 \text{ Pa} * (8) = 824771.6 \text{ Pa}$$

$$T_{03,2} = T_{02} \left(1 + \frac{\frac{\gamma_c - 1}{\gamma_c} \pi_{c,axial} - 1}{\eta_c} \right) = 289.67 \text{ K} \left(1 + \frac{8^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1}{0.85} \right) = 566.17 \text{ K}$$

Anexo 2

Proceso iterativo de la velocidad axial (C_{a1}), partiendo de un valor de 66.4 m/s hasta que este concuerde con el valor anteriormente calculado.

$$C_{a1} = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_1} = \frac{3.6 \frac{Kg}{s}}{\left(5.028 \frac{Kg}{m^3}\right) (0.011 m^2)} = 66.4 \frac{m}{s}$$

$$T_1 = T_{01} - \frac{C_1^2}{2C_p} = 566.17 K - \frac{\left(66.4 \frac{m}{s}\right)^2}{2 * \left(1005 \frac{J}{Kg K}\right)} = 563.98 K$$

$$P_1 = \frac{P_{01}}{\left(\frac{T_{01}}{T_1}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}} = \frac{824772 Pa}{\left(\frac{566.17 K}{563.98 K}\right)^{\frac{1.4}{1.4-1}}} = 813641.4 Pa$$

$$\rho_1 = \frac{P_1}{R T_1} = \frac{813641.4 Pa}{\left(287 \frac{J}{Kg * K}\right) (563.98 K)} = 5.027 \frac{Kg}{m^3}$$

Revisando la velocidad axial con el valor anteriormente calculado:

$$C_{a1} = \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 A_1} = \frac{3.6 \frac{Kg}{s}}{\left(5.027 \frac{Kg}{m^3}\right) (0.011 m^2)} = 66.41 \frac{m}{s}$$

Como se observa con la última iteración la velocidad axial no cambia con la velocidad calculada anteriormente, por ende, se puede culminar el proceso iterativo en este punto.

Anexo 3

Proceso iterativo de la velocidad radial ($C_{r2,diff}$), partiendo de un valor de 39.73 m/s hasta que este concuerde con el valor anteriormente calculado.

$$\frac{C_2^2}{2C_p} = \frac{\left(425.51 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 + (39.73 \text{ m/s})^2}{2 * 1005 \frac{\text{J}}{\text{Kg} * \text{K}}} = 91.69 \text{ K}$$

$$T_{2,diff} = T_{02} - \frac{C_3^2}{2C_p} = 721.66 \text{ K} - 91.69 = 630.8 \text{ K}$$

$$P_{2,diff} = \left(1.233 * \frac{630.8 \text{ K}}{721.66 \text{ K}}\right)^{3,5} * 824.77 \text{ MPa} = 1.073 \text{ Mpa}$$

$$\rho_{2,diff} = \frac{P_3}{R * T_{2,diff}} = \frac{1.073 \text{ Mpa}}{287 \frac{\text{J}}{\text{Kg} * \text{K}} * 630.8 \text{ K}} = 5.928 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}$$

Revisando la velocidad radial con el valor anteriormente calculado:

$$C_{r,2diff} = \frac{ma}{A_2 * \rho_2} = \frac{3.6 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}}{0.0153 \text{ m}^2 * 5.298 \frac{\text{Kg}}{\text{m}^3}} = 39.6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Como se observa con la última iteración la velocidad radial no cambia significativamente con la calculada anteriormente, por ende, se puede culminar el proceso iterativo en este punto.

Anexo 4

Proceso iterativo de la velocidad radial de salida del difusor ($C_{r3,garganta}$), partiendo de un valor 26.78 m/s hasta que este concuerde con el valor anteriormente calculado.

$$\frac{C_3^2}{2C_p} = \frac{\left(330.31 \frac{m}{s}\right)^2 + (26.78 \text{ m/s})^2}{2 * 1005 \frac{J}{Kg * K}} = 54.64 K$$

$$T_3 = T_{02} - \frac{C_3^2}{2C_p} = 721.66 K - 54.64 K = 667.03 K$$

$$P_3 = \left(1.233 * \frac{667.03 K}{721.66 K}\right)^{3.5} * 824.77 MPa = 1.305 MPa$$

$$\rho_3 = \frac{P_3}{R * T_3} = \frac{1,305 MPa}{287 \frac{J}{Kg * K} * 667.03 K} = 6.816 \frac{Kg}{m^3}$$

Revisando la velocidad radial con el valor anteriormente calculado:

$$C_{r,3 \text{ diff}} = \frac{ma}{A_2 * \rho_2} = \frac{3.6 \frac{Kg}{s}}{0.0153 m^2 * 6.816 \frac{Kg}{m^3}} = 26.74 \frac{m}{s}$$

Como se observa con la última iteración la velocidad radial no cambia significativamente con la calculada anteriormente, por ende, se puede culminar el proceso iterativo en este punto.

Anexo 5

Retomando la ecuación 5.30

$$f(d_2, N, m, P_{01}, P_{02}, RT_{01}, RT_{02}) = 0$$

Con base en la anterior ecuación $n = 7$, ya que estas son el número de variables que influyen en el comportamiento del compresor. Posteriormente se realiza un listado de las dimensiones primarias de cada parámetro, con el fin de establecer la reducción alguna de ellos.

Tabla 14. Lista de dimensiones primas que influyen en el rendimiento del compresor

d_2	N	m	P_{01}	P_{02}	RT_{01}	RT_{02}
L	T ⁻¹	M T ⁻¹	L ⁻¹ M T ⁻²	L ⁻¹ M T ⁻²	L ² T ⁻²	L ² T ⁻²

Fuente: Autores

Es necesario aclarar que L, T y M, hacen referencia a longitud, tiempo y masa, respectivamente. Por lo que por esto se tienen 3 dimensiones primarias.

$$j = 3$$

Con base en esto, si j es correcto el número de π predicho por el teorema de pi de Buckingham es 4, dado que se trabajan con 3 dimensiones primarias, por lo que.

$$K = n - j = 7 - 3 = 4 \rightarrow \pi_4$$

Tomando esto en cuenta, se eligen variables donde existan dimensiones primarias repetidas, las cuales son d_2 , P_{01} y RT_{01} ; con el fin de combinarlas con los restantes y así reducir el número de estas. A continuación, se muestra el procedimiento de reducción de variables a cuatro variables adimensionales.

La primera π se forma con la variable P_{02}

$$\pi_1 = P_{02} d_2^{a_1} P_{01}^{b_1} RT_{01}^{c_1}$$

Con base en lo anterior se busca que π_1 sea adimensional a partir de las dimensiones primarias de cada variable.

$$\{\pi_1\} = \{M^0 L^0 T^0\} = \{P_{02} d_2^{a_1} P_{01}^{b_1} RT_{01}^{c_1}\}$$

$$\{\pi_1\} = \{M^0 L^0 T^0\} = \{L^{-1}M T^{-2} (L)^{a_1} (L^{-1}M T^{-2})^{b_1} (L^2 T^{-2})^{c_1}\}$$

Inicialmente se trabajará la masa dado a que es más fácil conocer el valor para b_1 .

$$Masa = \{M^0\} = M M^{b_1}$$

$$0 = 1 + b_1 \rightarrow b_1 = -1$$

Ahora para el tiempo se buscar despejar c_1 y conocer su valor, a partir de b_1 .

$$Tiempo = \{T^0\} = T^{-2} T^{-2b_1} T^{-2c_1}$$

$$0 = -2 - 2b_1 - 2c_1 \rightarrow c_1 = \frac{-2 - 2(-1)}{2} = 0$$

Finalmente conociendo b_1 y c_1 se calcula a_1 de la longitud

$$Longitud = \{L^0\} = L^{-1} L^{a_1} L^{-b_1} L^{2c_1}$$

$$0 = -1 + a_1 - b_1 + 2c_1 \rightarrow a_1 = 1 + (-1) - 2(0) = 0$$

Una vez conocida a_1 , b_1 y c_1 , se reemplaza en la ecuación π_1 , obteniendo una relación de presiones la cual es adimensional.

$$\pi_1 = P_{02} d_2^{a_1} P_{01}^{b_1} RT_{01}^{c_1} = P_{02} d_2^0 P_{01}^{-1} RT_{01}^0$$

$$\pi_1 = \frac{P_{02}}{P_{01}}$$

Posteriormente se crea la siguiente π , a partir de combinar los parámetros repetidos con RT_{02} .

$$\pi_2 = RT_{02} D^{a_2} P_{01}^{b_2} RT_{01}^{c_2}$$

Buscando que π_2 sea adimensional se realiza el mismo procedimiento anterior igualando los exponentes de cada dimensión primaria de cada variable.

$$\{\pi_2\} = \{M^0 L^0 T^0\} = \{RT_{02} d_2^{a_2} P_{01}^{b_2} RT_{01}^{c_2}\}$$

$$\{\pi_2\} = \{L^2 T^{-2} (L)^{a_2} (L^{-1}M T^{-2})^{b_2} (L^2 T^{-2})^{c_2}\}$$

Nuevamente se empieza con la masa por ser la variable primaria menos repetida:

$$Masa = \{M^0\} = M^{b_2}$$

$$0 = b_2$$

Conociendo b_2 se calcula ahora c_2 , a partir del tiempo:

$$Tiempo = \{T^0\} = T^{-2} T^{-2b_2} T^{-2c_2} \rightarrow 0 = -2 - 2b_2 - 2c_2$$

$$c_2 = \frac{-2 - 2(0)}{2} = -1$$

Finalmente conociendo b_2 y c_2 se calcula a_2 de la longitud.

$$Longitud = \{L^0\} = L^2 L^{a_2} L^{-b_2} L^{2c_2}$$

$$0 = 2 + a_2 - b_2 + 2c_2 \rightarrow a_2 = -2 + (0) - 2(-1) = 0$$

Conociendo a_2 , b_2 y c_2 , se reemplaza en la ecuación π_2 , obteniendo una relación de temperaturas la cual es adimensional.

$$\pi_2 = RT_{02} d_2^{a_2} P_{01}^{b_2} RT_{01}^{c_2} = RT_{02} d_2^0 P_{01}^0 RT_{01}^{-1}$$

$$\pi_2 = \frac{RT_{02}}{RT_{01}} = \frac{T_{02}}{T_{01}}$$

Para π_3 , se combinan los parámetros repetidos con \dot{m} .

$$\pi_3 = \dot{m} d_2^{a_3} P_{01}^{b_3} RT_{01}^{c_3}$$

Buscando volver adimensional a π_3 , se igualan los exponentes de cada dimensión primaria de cada variable.

$$\{\pi_3\} = \{M^0 L^0 T^0\} = \{\dot{m} d_2^{a_3} P_{01}^{b_3} RT_{01}^{c_3}\}$$

$$\{\pi_3\} = \{M T^{-1} (L)^{a_3} (L^{-1} M T^{-2})^{b_3} (L^2 T^{-2})^{c_3}\}$$

Empezando con la masa por ser la variable primaria menos repetida.

$$Masa = \{M^0\} = M M^{b_3}$$

$$0 = 1 + b_3 \rightarrow b_3 = -1$$

Conociendo b_3 se calcula ahora c_3 , a partir del tiempo

$$Tiempo = \{T^0\} = T^{-1} T^{-2b_3} T^{-2c_3}$$

$$0 = -1 - 2b_3 - 2c_3 \rightarrow c_3 = \frac{-1 - 2(-1)}{2} = \frac{1}{2}$$

Finalmente conociendo b_3 y c_3 se calcula a_3 de la longitud

$$Longitud = \{L^0\} = L^{a_3} L^{-b_3} L^{2c_3}$$

$$0 = a_3 - b_3 + 2c_3 \rightarrow a_3 = (-1) - 2\left(\frac{1}{2}\right) = -2$$

Conociendo a_3 , b_3 y c_3 se reemplaza en la ecuación π_3 , obteniendo forma adimensional de flujo másico.

$$\pi_3 = \dot{m} d_2^{a_3} P_{01}^{b_3} RT_{01}^{c_3} = \dot{m} d_2^{-2} P_{01}^{-1} RT_{01}^{1/2}$$

$$\pi_3 = \frac{\dot{m} \sqrt{RT_{01}}}{d_2^2 P_{01}}$$

Por último π_4 , se obtiene a partir de combinar los parámetros repetidos con N .

$$\pi_4 = N d_2^{a_4} P_{01}^{b_4} RT_{01}^{c_4}$$

Igualando los exponentes de cada dimensión primaria de cada variable, se obtiene que:

$$\{\pi_4\} = \{M^0 L^0 T^0\} = \{N d_2^{a_4} P_{01}^{b_4} RT_{01}^{c_4}\}$$

$$\{\pi_4\} = \{T^{-1} (L)^{a_4} (L^{-1}M T^{-2})^{b_4} (L^2 T^{-2})^{c_4}\}$$

Se empieza con la masa por ser la variable primaria menos repetida.

$$Masa = \{M^0\} = M^{b_4}$$

$$0 = b_4$$

Conociendo b_4 se calcula ahora c_4 , a partir del tiempo.

$$Tiempo = \{T^0\} = T^{-1} T^{-2b_4} T^{-2c_4}$$

$$0 = -1 - 2b_4 - 2c_4 \rightarrow c_4 = \frac{-1 - 2(0)}{2} = -\frac{1}{2}$$

Finalmente conociendo b_4 y c_4 se calcula a_4 de la longitud.

$$Longitud = \{L^0\} = L^{a_4} L^{-b_4} L^{2c_4} \rightarrow 0 = a_4 - b_4 + 2C_4$$

$$a_4 = (0) - 2\left(-\frac{1}{2}\right) = 1$$

Conociendo a_4 , b_4 y c_4 se reemplaza en la ecuación π_4 , obteniendo forma adimensional de la velocidad rotacional.

$$\pi_4 = N d_2^{a_4} P_{01}^{b_4} RT_{01}^{c_4} = N d_2^1 P_{01}^0 RT_{01}^{-1/2}$$

$$\pi_4 = \frac{N d_2}{\sqrt{RT_{01}}}$$

Entonces conociendo todas las π se llega a una ecuación adimensional que permite conocer el desempeño del comportamiento del compresor de una forma sencilla.

$$\frac{P_{02}}{P_{01}}, \frac{T_{02}}{T_{01}}, \frac{m\sqrt{RT_{01}}}{d_2^2 P_{01}}, \frac{N d_2}{\sqrt{RT_{01}}}$$

Anexo 6

Teniendo en cuenta los mismos datos que se usaron para el análisis termogasodinámico del motor PT6A implementando el diseño del compresor centrífugo, se realiza ahora el mismo análisis, pero usando los datos reales mencionados por el fabricante (tabla 1).

Recordando que la aeronave se desplaza a 55 m/s, es decir 0.16 Ma, la temperatura y presión en la toma de aire se mantienen igual a los datos anteriormente calculados.

$$P_{02} = 103096.44 \text{ Pa}$$

$$T_{02} = 289.66 \text{ K}$$

$$\pi_{c,total} = 8 * 3.1 = 24,8$$

Entonces la temperatura y presión a la salida de la sección del compresor son calculadas, así como también el trabajo específico del compresor y potencia de salida, teniendo en cuenta que $\pi_{c,total}$ es el producto de la relación de compresión de las etapas axiales y centrífuga.

$$P_{03} = P_{02}(\pi_{c,total}) = 103096.44 \text{ Pa} (8 * 3.1) = 2.556 \text{ MPa}$$

$$T_{03} = T_{02} \left(1 + \frac{\frac{\gamma_c - 1}{\pi_c^{\gamma_c}} - 1}{\eta_c} \right) = 289.66 \text{ K} \left(1 + \frac{(24.8)^{\frac{1.4-1}{1.4}} - 1}{0.85} \right) = 801.77 \text{ K}$$

$$\Delta h_c = C p_c (T_{03} - T_{02}) = 1004.5 \frac{\text{J}}{\text{Kg K}} (801.77 \text{ K} - 289.66 \text{ K}) = 514.41 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}$$

$$W_c = \dot{m}_a \Delta h_c = 3.6 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} * 514.41 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}} = 1.851 \text{ MW}$$

La elevada potencia es causada por las condiciones ideales que se asumieron para este análisis, ya que no se están considerando las pérdidas que se presentan en cada uno de los componentes del motor.

Al igual que con el anterior análisis termogasodinámico, la temperatura en la cámara de combustión se toma igual a 1350 K, por lo tanto la presión a la salida de la cámara de combustión, la relación combustible-aire y el flujo de másico de combustible son igual a:

$$P_{04} = (1 - \Delta p)P_{03} = (1 - 0.04) * 2.556 \text{ MPa} = 2.454 \text{ MPa}$$

$$f = \frac{Cp_h T_{04} - Cp_c T_{03}}{\eta_b Q_R - Cp_h T_{04}} = \frac{\left(1156.96 \frac{J}{Kg K} * 1350 K\right) - \left(1004.5 \frac{J}{Kg K} * 801.77 K\right)}{\left(0.95 * 43000 \frac{KJ}{Kg}\right) - \left(1156.96 \frac{J}{Kg K} * 1350 K\right)}$$

$$f = 0.019$$

$$\dot{m}_f = \dot{m}_a * f = 3.6 \frac{Kg}{s} * 0.019 = 0.069 \frac{Kg}{s}$$

Retomando las eficiencias mecánicas tanto del compresor como de la turbina, se calcula la temperatura y presión a la salida de la turbina de alta, y posteriormente la potencia de salida de esta.

$$T_{05} = T_{04} - \frac{Cp_c(T_{03} - T_{02})}{Cp_h \eta_{mc} \eta_{mt}(1 + f - b)}$$

$$T_{05} = 1350 K - \frac{1004.5 \frac{J}{Kg K} (801.77 K - 289.66 K)}{\left(1156.96 \frac{J}{Kg K}\right) (0.98)(0.98)(1 + 0.019 - 0.04)} = 877.24 K$$

$$P_{05} = P_{04} \left[1 - \left(\frac{T_{04} - T_{05}}{\eta_t T_{04}}\right)\right]^{\frac{\gamma_h}{(\gamma_h - 1)}}$$

$$P_{05} = 2.454 \text{ MPa} \left[1 - \left(\frac{1350 K - 877.24 K}{0.87 * 1350 K}\right)\right]^{\frac{1.3299}{(1.3299 - 1)}} = 307.79 \text{ KPa}$$

$$W_t = \dot{m}_a(1 + f)Cp_h(T_{04} - T_{05})$$

$$W_t = 3.6 \frac{Kg}{s} (1 + 0.019) * 1156.96 \frac{J}{Kg K} (1350 K - 877.24 K) = 2.007 \text{ MW}$$

La elevada potencia es causada por las condiciones ideales que se asumieron para este análisis, ya que no se están considerando las pérdidas que se presentan en cada uno de los componentes del motor.

Asumiendo nuevamente una expansión completa a la presión de ambiente en la tobera ($P_7 = P_a$).

$$\Delta h = C p_h T_{05} \left[1 - \left(\frac{P_7}{P_{05}} \right)^{\frac{(\gamma_h - 1)}{\gamma_h}} \right]$$

$$\Delta h = 1156.96 \frac{J}{Kg K} * 877.24 K \left[1 - \left(\frac{101325 Pa}{307799.51 Pa} \right)^{\frac{(1.3299 - 1)}{1.3299}} \right] = 244.5 \frac{KJ}{Kg}$$

Entonces T_{06} es igual a

$$T_{06} = T_{05} - \frac{\Delta h}{C p_h} = 877.24 K - \frac{244.5 \frac{KJ}{Kg}}{1156.96 \frac{J}{Kg K}} = 665.91 K$$

El máximo empuje T para los componentes de eficiencias fijas, con una velocidad de vuelo V_a y Δh da el siguiente valor óptimo de (α_{opt}).

$$\alpha_{opt} = 1 - \frac{V_a^2}{2\Delta h} \left(\frac{\eta_n}{\eta_{pr}^2 \eta_g^2 \eta_{mft}^2 \eta_{ft}^2} \right) = 1 - \frac{(55 \frac{m}{s})^2}{2 \left(244.5 \frac{KJ}{Kg} \right)} \left(\frac{1}{0.85^2 0.95^2 0.98^2 0.87^2} \right)$$

$$\alpha_{opt} = 0.987$$

Conociendo α_{opt} , se procede a calcular la potencia absorbida por la turbina libre:

$$W_{ft} = \dot{m}_a (1 + f) \alpha \Delta h = 3.6 \frac{Kg}{s} (1 + 0.019) * 0.987 * \left(244.5 \frac{KJ}{Kg} \right) = 885.42 KW$$

La elevada potencia es causada por las condiciones ideales que se asumieron para este análisis, ya que no se están considerando las pérdidas que se presentan en cada uno de los componentes del motor.

Para calcular la velocidad de salida de los gases se hace a partir de:

$$V_s = V_a \left(\frac{\eta_n}{\eta_{pr}\eta_g\eta_{mft}\eta_{ft}} \right) = 55 \frac{m}{s} * \left(\frac{1}{0.85 * 0.95 * 0.98 * 0.87} \right) = 79.88 \frac{m}{s}$$

El empuje producido por la hélice y la tobera se determinan a partir de:

$$T_{pr} = \frac{\dot{m}_a \eta_{pr} \eta_g}{V_a} [(1 + f - b) \eta_{mft} \eta_{ft} \alpha \Delta h]$$

$$T_{pr} = \frac{3.6 \frac{Kg}{s} * 0.85 * 0.95}{55 \frac{m}{s}} \left[(1 + 0.019 - 0.04) * 0.98 * 0.87 * 0.987 * 244.5 \frac{KJ}{Kg} \right]$$

$$T_{pr} = 10648.75 N$$

$$T_n = \dot{m}_a [(1 + f - b) V_s - V_a] = 3.6 \frac{Kg}{s} \left[(1 + 0.019 - 0.04) 79.88 \frac{m}{s} - 55 \frac{m}{s} \right]$$

$$T_n = 83.63 N$$

Nuevamente como el motor PT6A es un motor el cual solo obtiene su empuje a partir de la hélice, se desprecia entonces el empuje producido por la tobera. Por lo que el empuje total será igual al empuje realizado por la hélice.

$$T = T_{pr} = 10648.75 N$$

Con base a lo anterior, la potencia específica de la hélice, así como también la potencia total (W_T), son igual a:

$$w_{pr} = \eta_{pr} \eta_g \eta_m \eta_{ft} \alpha \Delta h$$

$$w_{pr} = 0.85 * 0.95 * 0.98 * 0.87 * 0.987 * 244.5 \frac{KJ}{Kg} = 166.13 \frac{KJ}{Kg}$$

$$W_T = W_{pr} = \dot{m}_a w_{pr} = 3.6 \frac{Kg}{s} * 166.13 \frac{KJ}{Kg} = 598.08 KW$$

Entonces la potencia equivalente al eje (ESHP) es

$$ESHP = SHP = \frac{W_T}{0.7457} = \frac{598.08 \text{ KW}}{0.7457} = 802.05 \text{ hp}$$

Por lo que a partir del flujo másico de combustible y la potencia equivalente al eje se calcula el consumo específico de combustible.

$$ESFC = \frac{\dot{m}_f}{ESHP} = \frac{\left(0.069 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} * 3600\right)}{802.05 \text{ hp}} = 0.311 \frac{\text{Kg}}{\text{hp h}}$$

Finalmente, la eficiencia termodinámica, propulsiva y total del motor son:

$$\eta_T = \frac{W_{out}}{\dot{Q}_{in}} = \frac{W_{pr}}{\dot{m}_f Q_R} = \frac{598.08 \text{ KW}}{43000 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}} * 0.069 \frac{\text{Kg}}{\text{s}}} = 0.201 * 100 = 20.1\%$$

$$\eta_p = \frac{2}{1 + \frac{V_s}{V_a}} = \frac{2}{1 + \frac{79.88 \text{ m/s}}{55 \text{ m/s}}} = 0.815 * 100 = 81.5\%$$

$$\eta_o = \frac{T V_a}{\dot{m}_f Q_R} = \frac{10648.75 \text{ N} * 55 \text{ m/s}}{0.069 \frac{\text{Kg}}{\text{s}} * 43000 \frac{\text{KJ}}{\text{Kg}}} = 0.196 * 100 = 19.6\%$$

Anexo 7

