

ESTUDIO AERODINÁMICO DE UN AVIÓN DE ALTA RELACIÓN DE ASPECTO  
USANDO CFD

ERNESTO SANDOVAL GARZÓN

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ D.C.  
2017

ESTUDIO AERODINÁMICO DE UN AVIÓN DE ALTA RELACIÓN DE ASPECTO  
USANDO CFD

ERNESTO SANDOVAL GARZÓN

Trabajo de grado para optar el título de ingeniero aeronáutico

Director  
Ingeniero John Jairo Vaca Ríos

FUNDACIÓN UNIVERSITARIA LOS LIBERTADORES  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
PROGRAMA DE INGENIERÍA AERONÁUTICA  
BOGOTÁ D.C.  
2017

Nota de aceptación

---

---

---

---

---

---

---

Firma del presidente del jurado

---

Firma del jurado

---

Firma del jurado

Bogotá, 11 de mayo de 2017

*Nuestras virtudes y nuestros defectos son inseparables, como la fuerza y la materia. Cuando se separan, el hombre deja de existir.*

*Nikola Tesla*

## AGRADECIMIENTOS

Agradezco especialmente a mis progenitores María Victoria Garzón Rincón y Ernesto Sandoval Garzón y a mis hermanos Laura Vannesa Sandoval Garzón y Jonathan Alexander Sandoval Garzón por el apoyo incondicional e incansable durante los 5 años que tomó este pregrado en ingeniera aeronáutica. Agradezco también a mi novia Manuella Estelle Huynh, quien con su apoyo fue vital para la concepción de este proyecto de grado.

A mi alma mater, la Fundación Universitaria Los Libertadores, por formarme y brindarme todas las herramientas para convertirme en ingeniero aeronáutico. Igualmente, expreso un especial agradecimiento a la Escuela de Ingeniería de Sao Carlos de la universidad de São Paulo en Brasil, donde realicé un intercambio académico por tres semestres, que fortalecieron mis conocimientos, gracias a su infraestructura y personal docente que hicieron posible este proyecto de grado.

Al Honorable Profesor JOHN JAIRO VACA RÍOS, por ser el motivador principal y quien entregó su sabiduría, esfuerzo y tiempo para orientarme en este propósito.

Al profesor Doctor HERNÁN DARÍO CERÓN MUÑOZ por ser un inspirador y guía constante, para obtener buenos resultados.

## CONTENIDO

	Pág.
<b>INTRODUCCIÓN</b>	<b>13</b>
<b>PROBLEMÁTICA</b>	<b>14</b>
<b>PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA</b>	<b>14</b>
<b>JUSTIFICACIÓN</b>	<b>14</b>
<b>ALCANCE</b>	<b>15</b>
<b>OBJETIVOS</b>	<b>16</b>
<b>OBJETIVO GENERAL</b>	<b>16</b>
<b>OBJETIVOS ESPECÍFICOS</b>	<b>16</b>
<b>1. TÓPICOS ESPECIALES</b>	<b>17</b>
<b>1.1 Alas con alta relación de aspecto</b>	<b>17</b>
1.1.1 Aumento del área	17
1.1.2 Reducción del arrastre	18
1.1.2.1 Control de flujo laminar	18
<b>1.2 Impacto de los aviones con alta relación de aspecto</b>	<b>20</b>
<b>1.3 Desventajas de la alta relación de aspecto</b>	<b>22</b>
<b>1.4 HAR 25</b>	<b>23</b>
<b>2. AERODINÁMICA COMPUTACIONAL</b>	<b>25</b>
<b>2.1 Mallas</b>	<b>26</b>
2.1.1 Malla estructurada	26
2.1.2 Malla no estructurada	28
<b>2.2 Modelos de turbulencia</b>	<b>29</b>
2.2.1 Reynolds averaged navier Stokes (RANS)	30
2.2.1.1 Modelo mixing length	32
2.2.1.2 Modelo k- $\epsilon$	34

2.2.1.3 Modelo de la ecuación de estrés de Reynolds	39
2.2.1.4 Modelos avanzados de turbulencia	43
2.2.2 Large Eddy simulation (LES)	53
2.2.3 Simulación numérica directa (DNS)	55
<b>3. DESARROLLO CENTRAL</b>	<b>57</b>
<b>3.1 Metodología</b>	<b>57</b>
3.1.1 Proceso Computacional	57
3.1.2 Proceso Analítico	66
<b>4. RESULTADOS Y ANÁLISIS</b>	<b>68</b>
<b>5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.</b>	<b>76</b>
<b>5.1 Conclusiones</b>	<b>76</b>
<b>5.2 Recomendaciones</b>	<b>77</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>78</b>

## LISTA DE FIGURAS

	Pág.
FIGURA 1: PROTOTIPO DEL HD-31 DE HUREL DUBOIS.	20
FIGURA 2: PROTOTIPO DEL DR. WERNER PFENNINGER.	21
FIGURA 3: VISTA LATERAL DEL HAR 25.	24
FIGURA 4: VISTA FRONTAL DEL HAR 25.	24
FIGURA 5: VISTA SUPERIOR DEL HAR 25.	24
FIGURA 6: EJEMPLO DE UNA MALLA CURVILÍNEA ORTOGONAL PARA EL CÁLCULO DE FLUJO EN TORNO A UN PERFIL AERODINÁMICO.	27
FIGURA 7: USO DE UNA DISPOSICIÓN DE MALLA NO ORTOGONAL PARA LA PREDICCIÓN DE FLUJO SOBRE UN CILINDRO.	27
FIGURA 8: MALLA TRIANGULAR PARA UN PERFIL AERODINÁMICO DE TRES ELEMENTOS.	28
FIGURA 9: EJEMPLO DE UNA MALLA NO ESTRUCTURADA CON ELEMENTOS MIXTOS.	29
FIGURA 10: COMPARACIÓN DE LAS PREDICCIONES DE MODELO K-E CON MEDICIONES EN UN COMBUSTOR: (A) LOS CONTORNOS DE VELOCIDAD AXIAL; (B) LOS CONTORNOS DE TEMPERATURA.	38
FIGURA 11: COMPARACIÓN DE LAS PREDICCIONES DE RSM Y EL MODELO K-E ESTÁNDAR CON LAS MEDICIONES EN UN PERFIL AERODINÁMICO AEROESPACIAL DE GRAN SUSTENTACIÓN: (A) EL COEFICIENTE DE PRESIÓN; (B) COEFICIENTE DE FRICCIÓN.	43
FIGURA 12: MODELO CAD DEL HAR 25 EN CATIA V5.	57
FIGURA 13: DOMINIO COMPUTACIONAL.	59
FIGURA 14: MALLA CASO 1.	62
FIGURA 15: MALLA CASO 5.	62
FIGURA 16: DATOS ATMOSFÉRICOS A 10000 FT DE ALTITUD.	63
FIGURA 17: CONDICIONES DE CONTORNO VISTA FRONTAL.	64
FIGURA 18: CONDICIONES DE CONTORNO VISTA SUPERIOR.	65
FIGURA 19: DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN ÁNGULO DE ATAQUE 1°.	71
FIGURA 20: DISTRIBUCIÓN DE PRESIÓN ÁNGULO DE ATAQUE 8°.	71
FIGURA 21: LÍNEAS DE FLUJO ÁNGULO DE ATAQUE 1°.	72
FIGURA 22: LÍNEAS DE FLUJO ÁNGULO DE ATAQUE 8°.	73
FIGURA 23: LÍNEAS DE FLUJO ÁNGULO DE ATAQUE 9°.	74



## LISTA DE TABLAS

	Pág.
TABLA 1:CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS RANS.	31
TABLA 2: VENTAJAS Y DESVENTAJAS DE LOS MODELOS RANS.	51
TABLA 3: CARACTERÍSTICAS DEL DOMINIO COMPUTACIONAL UTILIZADO.	58
TABLA 4: TABLA DE CONVERGENCIA DE MALLA.	60

## LISTA DE GRÁFICAS

	Pág.
GRAFICA 1: CONVERGENCIA DEL $C_L$ .	60
GRAFICA 2: CONVERGENCIA DE $C_D$ .	61
GRAFICA 3: $C_L$ VS ÁNGULO DE ATAQUE.	68
GRAFICA 4: $C_D$ VS ÁNGULO DE ATAQUE.	69

## RESUMEN

El proyecto que se presenta a continuación, pretende ilustrar acerca del proceso a realizarse durante el estudio aerodinámico de un avión regional para diecinueve pasajeros, planeado por un equipo conformado por diez (10) estudiantes del Departamento de Ingeniería Aeronáutica de la Universidad de São Paulo - Brasil. Para la realización de dicho estudio, se utilizó la herramienta computacional ANSYS CFD.

El citado proyecto fue posible, gracias a los diversos conocimientos adquiridos dentro de los cursos de pregrado, adelantados en la facultad de Ingeniería Aeronáutica de la Fundación Universitaria Los Libertadores de Colombia, como también los alcanzados en desarrollo de los acuerdos de intercambio académico, con la Universidad de São Paulo - Brasil.

- Aerodinámica computacional
- CFD
- ANSYS
- Avión de alta relación de aspecto.

## ABSTRAC

The project presented below is intended to illustrate about the process to be carried out during an aerodynamic study of a regional plane for nineteen passengers, designed by a team of ten (10) students from the Department of Aeronautical Engineering at University of São Paulo - Brazil. To carry out this study, we will use ANSYS CFD computational tool.

This project was possible thanks to the knowledge acquired in undergraduate courses, developed at the Faculty of Aeronautical Engineering at Los Libertadores University in Colombia, as well as those achieved in an academic exchange agreement with the University of São Paulo – Brazil.

- Computational aerodynamics
- CFD
- ANSYS
- High aspect ratio aircraft.

## INTRODUCCIÓN

Los aviones de alta relación de aspecto, son una manera innovadora de afrontar los problemas comerciales y ambientales que se están presentando en la industria del transporte aéreo. Este proyecto, como todo proyecto innovador, generó grandes desafíos en su concepción. El equipo de diseño que creó el HAR 25, avión utilizado en este estudio, tuvo que sortear magnos retos comenzando por la aerodinámica, pasando por la zona de estructuras con una viga central enorme construida en materiales compuestos y, concluyendo, con la difícil tarea de asegurar el control de estabilidad exigido para aeronaves de transporte de pasajeros.

En la fase de proyecto conceptual fue suficiente con realizar los cálculos analíticamente, sin embargo, cuando se pasó a la fase de proyecto preliminar, se hizo necesario realizar simulaciones con el fin de conocer el posible comportamiento de las variables analizadas. En el diseño aeronáutico se utilizaron programas como PATRAN NASTRAN para simular las condiciones estructurales de las aeronaves, códigos CFD como ANSYS para las simulaciones aerodinámicas y DATCOM para simular los escenarios de la estabilidad y control de la aeronave.

Este proyecto de grado tiene, como objetivo principal, ilustrar el proceso realizado durante el estudio aerodinámico de una aeronave para 19 pasajeros asistido por el software ANSYS. Aunque no esté incluido dentro de los objetivos de este documento, una de las expectativas del autor es que este proyecto de grado sirva como orientación, para futuros análisis aerodinámicos asistidos por ordenador que se realicen dentro de la fundación universitaria los libertadores.

## PROBLEMÁTICA

### PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Durante la fase del proyecto detallado de una aeronave, es preciso adelantar unos estudios aerodinámicos cuidadosos. Así, los softwares CFD son una versátil herramienta, que nos van a permitir realizar estudios fluido-dinámicos con resultados muy cercanos a la realidad, pero con significativos bajos costos comparado con las pruebas experimentales. Por dichos motivos y gracias a los avances tecnológicos, en la actualidad la mayoría de estudios fluido-dinámicos, en la industria, se realizan a través de los citados softwares.

En este orden de ideas, el actual proyecto de grado pretende mostrar cómo es realizado un estudio aerodinámico académico utilizando la herramienta computacional ANSYS CFD. Además, expondrá las dificultades que implica analizar un avión de alta relación de aspecto, incluso para uno de los mejores códigos computacionales que existe actualmente en el mercado. ¿Será ANSYS una herramienta computacional capaz de analizar una configuración exigente como lo son los aviones con alta relación de aspecto? ¿Qué modelo de turbulencia es el más apropiado para simular en estas configuraciones?

### JUSTIFICACIÓN

Como beneficiario dentro de un convenio de intercambio que se viene adelantando entre la Fundación Universitaria Los Libertadores de Colombia y la Universidad de São Paulo de Brasil, el autor de este proyecto de grado tuvo la oportunidad de cursar un año y medio en la institución brasileña de tanto reconocimiento mundial. Así, durante el último año de dicho intercambio y dentro del curso de proyecto de Aeronaves I y II, junto con un grupo de 10 personas se proyectó una aeronave regional para diecinueve pasajeros. En la primera fase del diseño, esto es, en el diseño conceptual, se realizó un estudio aerodinámico analítico. Sin embargo, durante la segunda fase o diseño preliminar, se pudo establecer la necesidad de realizar un estudio aerodinámico, utilizando una herramienta computacional o software CFD que permitiera unos resultados con una mayor proximidad a la realidad.

Durante la fase de diseño preliminar del HAR 25, se realizaron unas simulaciones utilizando el software CFX del paquete computacional ANSYS CFD, lastimosamente los resultados no fueron buenos y por falta de tiempo no se pudieron repetir, surgiendo de tal manera la necesidad de adelantar el presente proyecto. Además, en un mundo tan competitivo como en el que actualmente vivimos, resulta fundamental e indispensable para todos los ingenieros aeronáuticos, tener los conocimientos y el dominio en este tipo de herramientas y ayudas computacionales.

## ALCANCE

El diseño preliminar del HAR 25 fue desarrollado en la USP-EESC y presentado el año 2015 al jurado calificador de la materia proyecto de aeronaves, dicho jurado lo aprobó como una aeronave viable e innovadora. Aunque el modelo CAD utilizado en este estudio aerodinámico es el del HAR 25, el proyecto de grado que se presenta a continuación es fruto de un trabajo totalmente independiente realizado por el autor bajo la supervisión y apoyo de la fundación universitaria los libertadores. El alcance de este proyecto de grado no tratará sobre el proceso de diseño del HAR 25, pero sí de su estudio aerodinámico basado en el uso de herramientas computacionales.

## OBJETIVOS

### OBJETIVO GENERAL

Estudiar aerodinámicamente una aeronave de alta relación de aspecto, proyectada por estudiantes de la USP - Brasil, mediante CFD.

### OBJETIVOS ESPECÍFICOS

1. Realizar un estudio de convergencia de malla para el ya citado modelo computacional a utilizarse en este estudio aerodinámico.
2. Demostrar el proceso básico para la utilización del paquete computacional ANSYS CFD.
3. Analizar las gráficas aerodinámicas típicas obtenidas con los resultados de las simulaciones, para deducir la confiabilidad de los diferentes modelos de turbulencia de CFD en este tipo de aeronaves.



## 1. TÓPICOS ESPECIALES

### 1.1 Alas con alta relación de aspecto

Muchos aviones deben tener un rendimiento satisfactorio en un amplio rango de velocidad. Por lo tanto, se han diseñado alas delgadas con baja relación de aspecto para minimizar la resistencia durante el crucero supersónico, pero también deben ofrecer la suficiente sustentación a bajas velocidades para evitar velocidades inaceptables de aterrizaje y/o una longitud muy larga para el campo de aterrizaje. Cuando alas con relaciones de aspecto moderadas, delgadas y con ángulo de barrido, operan a altos ángulos de ataque durante las fuertes maniobras subsónicas, su rendimiento se degrada significativamente debido a varios factores: (i) La separación de la capa límite inducida por la onda de choque (ii) con los altos ángulos de ataque, se presenta separación del flujo en el borde de ataque y (iii) al operar a altos ángulos de ataque se puede alcanzar el ángulo de pérdida del ala. Además, debido a la posible escasez de combustible, el aumento de los precios del mismo y la necesidad de crear proyectos sustentables, se ha venido experimentando en la creación de nuevas alas para el transporte a alta velocidad que puedan ser optimizadas para un consumo mínimo de combustible. En este capítulo consideramos los parámetros de diseño que mejoran el rendimiento de la aeronave dentro de un amplio rango de velocidad.

Según BERTIN <sup>1</sup> considere el caso de que las fuerzas de sustentación aerodinámicas que actúan sobre un avión son igual a su peso:

$$W = L = \frac{1}{2} \rho U^2 s C_L \quad (1)$$

Para soportar el peso de la aeronave a velocidades relativamente bajas, se podría ya sea aumentar el área de superficie sobre la que las fuerzas de sustentación actúan o aumentar el coeficiente de sustentación de la superficie de sustentación.

#### 1.1.1 Aumento del área

Durante los primeros años de la aviación, el estado relativamente crudo de la técnica en el análisis estructural limitó la superficie que se podría obtener con una sola ala. Por lo tanto, como discute DOUGLAS <sup>2</sup>. "En el intento de aumentar la superficie de las alas con el fin de obtener la mayor sustentación de una superficie de sustentación, se encontró que había un punto más allá del cual no era ventajosa

---

<sup>1</sup> J. J. Bertin, R. M. Cummings, *aerodynamics for engineers*. Fifth edition, Pearson Education Limited.

<sup>2</sup> Douglas P. Wells. *Wing Configuration Impact on Design Optimums for a Subsonic Passenger Transport*. NASA Langley Research Center, Hampton. AIAA.

para proceder. Se llegó a esta etapa cuando el peso adicional de la construcción implicada en un aumento de la superficie alar, era justo lo suficiente para contrabalancear el aumento de sustentación. El método de uso de perfiles aerodinámicos en biplanos es deseable en primer lugar, ya que, con una menor pérdida en el peso de construcción, se puede obtener mayor área alar". Así, mientras que algunos de los aviones militares utilizaron monoplanos en el inicio de la Primera Guerra Mundial [por ejemplo, el tipo N de Morane-Saulnier (Francia) y la serie de Fokker de tipo E (Alemania)], la mayoría de los aviones en servicio al final de la guerra eran biplanos [por ejemplo, el SESA (Reino Unido), el Fokker D-VII (Alemania) y el SPAD XIII (Francia)] para aumentar el peso del motor y de la carga útil.

Aunque el diseño de biplanos continuó hasta finales de 1930, con el Fiat CR 42 (Italia) haciendo su primer vuelo en 1939, la mejoría del rendimiento en los diseños de monoplano los llevó a la delantera. Se propusieron varios métodos para cambiar la geometría de las alas en vuelo en los años 1920 y 1930. Basado en un concepto propuesto por el piloto de pruebas V. V. Shevchenko, el diseñador soviético V. V. Nikitin desarrolló un avión de combate que se podía convertir de un biplano a un monoplano, o viceversa, a voluntad del piloto. En el diseño de Nikitin (conocido como el IS-2), las secciones interiores del ala inferior fueron articuladas en sus raíces, doblándolas hacia arriba con apoyo en los laterales del fuselaje. Las secciones exteriores de los principales puntos de fijación del tren de aterrizaje también se articularon y, elevándolas verticalmente y hacia adentro, ocupaban compartimientos en el ala superior. Por lo tanto, el avión combinaba las características deseables de un biplano en pistas cortas y de baja velocidad, con el mayor rendimiento ofrecido por un monoplano de alta carga.

### 1.1.2 Reducción del arrastre

La posible escasez de combustible, combinado con fuertes aumentos de precios y los requisitos de alto rendimiento a través de una amplia gama de velocidades en un proyecto sustentable, hacen hincapié en la necesidad de reducir el arrastre de un vehículo y, por lo tanto, la mejora de la eficiencia aerodinámica. De los diversos conceptos de reducción de resistencia al avance, vamos a discutir el control de flujo laminar (LFC por sus siglas en inglés).

#### 1.1.2.1 Control de flujo laminar

En un esfuerzo para reducir la fricción del revestimiento, que es una parte importante del arrastre "parasito" del avión, se han hecho intentos para mantener el flujo laminar sobre porciones sustanciales de la superficie de la aeronave. Sin embargo, en una capa límite natural no se puede resistir a las perturbaciones, incluso si son pequeñas a altos números de Reynolds, lo que hace la transición difícil de evitar. Soluciones teóricas ponen de manifiesto que la eliminación de la

parte interna de la capa límite, aumenta sustancialmente la estabilidad de una capa límite laminar. El mantenimiento de un perfil laminar por succión, se denomina control de flujo laminar (LFC).

El análisis aerodinámico de la superficie LFC se divide en tres partes: (i) la predicción del campo de flujo no viscoso, (ii) el cálculo de la evolución natural de la capa límite, y (iii) el análisis del sistema de aspiración. En este enfoque (que puede en realidad requerir un procedimiento iterativo), el primer paso es para determinar la presión y la distribución de la velocidad del flujo no viscoso en el borde de la capa límite. El segundo paso es el cálculo de la capa límite en tres dimensiones, incluyendo tanto los perfiles de velocidad y los espesores integrales y cabe señalar que, debido al flujo cruzado, la capa límite sobre un ala en flecha puede ser más inestable que la de un ala sin ángulo de barrido. Por último y como tercer paso tenemos que, la succión requerida para estabilizar la capa límite se debe calcular y diseñar el sistema de aspiración.

En 1960, dos aviones WB-66 se adaptaron a un ala con  $30^\circ$  de ángulo de barrido con una relación de aspecto de 7 y una relación de espesor de aproximadamente 10%. Los aviones modificados fueron llamados X-21A. Un sistema de succión compuesto por unidades de turbocompresores elimina el aire de la capa límite a través de muchas ranuras de succión LFC espaciadas en un sentido estricto.

Con velocidades de flujo de entrada de aspiración que van desde  $0.0001U$  en regiones de gradiente de presión despreciable a  $0.001U$  cerca del borde de ataque del ala, los flujos laminares que van por toda el ala obtuvieron un número máximo de Reynolds de  $45,7 \times 10^6$ . Se concluyó entonces que el control de flujo laminar reduce significativamente el arrastre en el ala causado por la onda de choque.

Aplicando la innovación en los campos de la propulsión, controles de vuelo y estructura, se obtuvo un ahorro de combustible del 27 al 30% al aplicar LFC al diseño de grandes aviones de transporte militar subsónicos. Jobe (1978) supone que el sistema LFC utilizado en su diseño debería mantener una capa límite laminar para  $0.70c$ , aunque la laminarización completa de un ala con los controles del borde de salida, es técnicamente factible. La configuración óptima del ala para que el avión consuma el mínimo combustible debe tener: la mayor relación de aspecto posible, la relación más baja de espesor, y un ángulo de barrido de un cuarto de cuerda de unos  $12^\circ$  aproximadamente. En su análisis se mostró que una alta relación de aspecto es el parámetro más importante para minimizar el consumo de combustible, el grosor del ala es de importancia secundaria y el ángulo de barrido es relativamente poco importante. Sin embargo, ya que la productividad varía linealmente con la velocidad de crucero, un avión de máxima productividad requiere un relativamente alto ángulo de barrido, una máxima relación de aspecto y una baja relación de espesor para el perfil alar.

## 1.2 Impacto de los aviones con alta relación de aspecto

De acuerdo con DOUGLAS <sup>3</sup> la configuración de ala con alta relación de aspecto con soporte, (truss-braced wing TBW) por sus siglas en inglés, ha sido objeto de numerosos estudios de investigación en los últimos cuarenta años. Una de las primeras implementaciones en el transporte de pasajeros fue en la década de 1950. El fabricante de aviones francés Hurel-Dubois utilizó el concepto TBW para apoyar su ala de alta relación de aspecto (AR) en el prototipo de HD-31 en 1953. El HD-31 era un avión de transporte para 36 pasajeros con una envergadura de 148 pies (45.11 m), con flaps de alta sustentación. Tenía una relación de aspecto de 20,2. Hurel-Dubois diseñó alas con alta relación de aspecto intentando lograr la menor resistencia inducida posible para los aviones. También creía que con el uso de soportes en las alas podría lograr alas con alta relación de aspecto sin aumentar el peso de la estructura del avión. Afirmó haber superado otras objeciones del diseño de aviones con alto AR comúnmente aceptadas en la época, entre ellas: difícil maniobrabilidad de vuelo, problemas de torsión que conducen a la ineficacia de los alerones, limitación en el desplazamiento del centro de gravedad debido a la pequeña cuerda, y los problemas de deshielo de un borde de ataque tan largo. Todo ello manteniendo una fracción elevada de carga útil y de bajo costo. Air France ordenó 24 de los más poderosos HD-31, pero no se sabe por qué la orden no se cumplió o por qué el avión no fue ampliamente adoptado. La Figura 1: Prototipo del HD-31 de Hurel Dubois muestra una imagen de la HD-31 en vuelo.

Figura 1: Prototipo del HD-31 de Hurel Dubois.



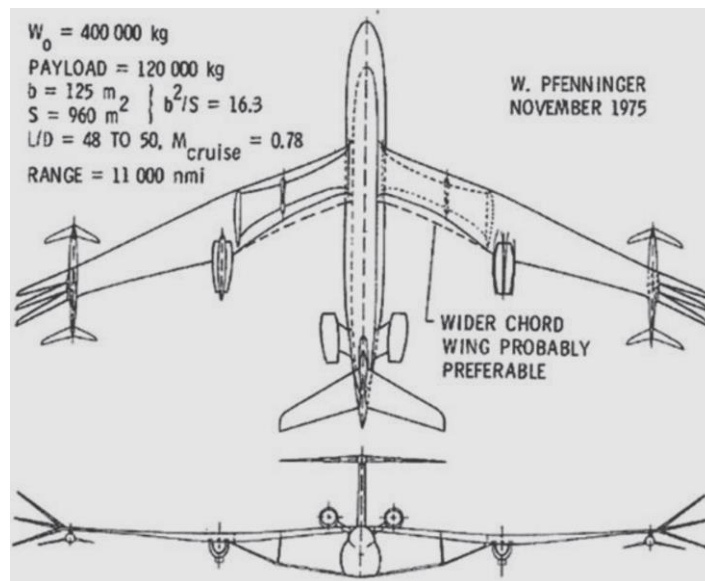
---

<sup>3</sup> Douglas P. Wells. *Wing Configuration Impact on Design Optimums for a Subsonic Passenger Transport*. NASA Langley Research Center, Hampton. AIAA.

Fuente: Douglas P. Wells. *Wing Configuration Impact on Design Optimums for a Subsonic Passenger Transport.*

El Dr. Werner Pfenninger introdujo un diseño TBW en 1975 para reducir el peso estructural y obtener varias ventajas aerodinámicas como una mayor relación de sustentación-arrastre ( $L/D$ ) y flujos naturales laminares. Con el fin de aumentar la cantidad de flujo laminar, Pfenninger utilizó una armadura estructural en el ala principal para disminuir la longitud de la cuerda. El concepto estructural era necesario para apoyar el ala con alta relación de aspecto. El TBW se convirtió en una configuración interesante para la investigación ya que el aumento de la relación  $L/D$  y el flujo laminar siempre han sido temáticas populares. La Figura 2: Prototipo del Dr. Werner Pfenninger muestra el diseño del Dr. Pfenninger.

Figura 2: Prototipo del Dr. Werner Pfenninger.



Fuente: Douglas P. Wells. *Wing Configuration Impact on Design Optimums for a Subsonic Passenger Transport.*

La NASA está interesada en configuraciones de aviones avanzados que ayudarán a alcanzar los objetivos ambientales de la agencia. El TBW, es una configuración en la que se ha continuado la investigación. La participación de la NASA en el TBW ha producido documentos de conferencias, artículos de revistas y tesis para títulos universitarios, que muestran los beneficios de la configuración. Las cuestiones más importantes en los resultados de estas investigaciones fueron: ¿cuánto flujo laminar es posible y cuál será el punto de flutter en el ala? La NASA se unió con Boeing para estudiar las áreas de riesgo más importantes para el TBW. Un túnel de viento para probar superficies de sustentación de flujo laminar natural de dos dimensiones, se completó en 2012 y una prueba de túnel de viento se realizó para probar las características de flutter y los límites de diseño en la configuración TBW en 2014.

### 1.3 Desventajas de la alta relación de aspecto

De acuerdo con el artículo <sup>4</sup> a pesar de las ventajas aerodinámicas que tiene un ala con una alta relación de aspecto, tales como mejorar la relación sustentación-arrastre, hay varias razones por las cuales no todas las aeronaves tienen alas con altas relaciones de aspecto:

- **Estructura**: Un ala larga tiene mayor tensión de flexión para una carga dada y por lo tanto requiere mayores especificaciones de diseño estructural. Además, las alas más largas pueden tener alguna torsión y, en algunas aplicaciones, esta torsión es indeseable (por ejemplo, si el ala deformada interfiere con el efecto del alerón).
- **Maniobrabilidad**: un ala de baja relación de aspecto tendrá una aceleración angular superior a uno de alta relación de aspecto, debido a que un ala de alta relación de aspecto tiene un momento de inercia más alto para superar. En un roll estacionario, el ala más larga da un momento de balanceo mayor debido al brazo de palanca más largo del alerón. Las alas con baja relación de aspecto se utilizan normalmente en los aviones de combate, no sólo por los altos índices de balanceo, sino también, por la cuerda más larga y superficies de sustentación más delgadas para el vuelo supersónico.
- **Resistencia parásita**: Mientras que las alas con alta relación de aspecto crean menor resistencia inducida, tienen mayor resistencia parásita. Esto es porque, para un área alar igual, la cuerda media es más pequeña. Debido a los efectos de número de Reynolds, el valor del coeficiente de la sección de arrastre es una función logarítmica inversa de la longitud característica de la superficie, lo que significa que, incluso si las dos alas de la misma área están volando a velocidades iguales y los ángulos de ataque son iguales, el coeficiente de arrastre es ligeramente superior en el ala con la menor cuerda. Sin embargo, esta variación es muy pequeña en comparación con la variación de la resistencia inducida con el cambio de envergadura.
- **Aplicación en la práctica**: Las relaciones de aspecto bajas tienen un mayor volumen interno útil ya que el espesor máximo es mayor y, tal volumen interno útil, puede ser utilizado para alojar a los tanques de combustible, el tren de aterrizaje retráctil y otros sistemas.
- **Tamaño del campo de aviación**: campos de aterrizaje, hangares y otros equipos en tierra definen una envergadura máxima, que no puede ser superada, y para

---

<sup>4</sup> Wikipedia foundation inc. *Aspect Ratio (aeronautics)* [en línea]. [Estados Unidos]. Última vez modificado el 3 de septiembre de 2016 [citado el 23 de junio de 2016]. [https://en.wikipedia.org/wiki/Aspect\\_ratio\\_\(aeronautics\)#Variable\\_aspect\\_ratio](https://en.wikipedia.org/wiki/Aspect_ratio_(aeronautics)#Variable_aspect_ratio).

generar la sustentación suficiente con la envergadura dada, el diseñador de aviones tiene que bajar la relación de aspecto y aumentar el área total del ala. Esto limita el Airbus A380 a 80 metros de ancho, con una relación de aspecto de 7,8, mientras que algunos Boeing 777 tienen una relación de aspecto de 9,0, que influyen en la economía de vuelo.

#### 1.4 HAR 25

El HAR 25 es una aeronave turbo-hélice para 19 pasajeros diseñada por un equipo de estudiantes de la USP-EESC. Esta aeronave tiene 12,34 m de largo, 1,95 m de alto con el tren de aterrizaje recogido y 36 m de envergadura. En cuanto a la configuración del HAR 25 es ala alta, el empenaje es convencional y tiene tren de aterrizaje tipo triciclo que es retráctil.

La filosofía del HAR25 es ser una aeronave con gran relación de aspecto (25), aumentando la sustentación, disminuyendo la resistencia aerodinámica y mejorando el consumo de combustible para tener menor emisión de gases tóxicos. Para lograr una alta relación de aspecto, el ala principal tiene el perfil NACA 651212 con una cuerda de 1,22 m y 36 m de envergadura.

Los estabilizadores horizontales y verticales tienen el perfil NACA 0012. El empenaje vertical tiene 3 m de altura con una cuerda en la raíz de 2 m con un estrechamiento de 0,5 y 30° de ángulo de barrido. El estabilizador horizontal tiene 6 m envergadura con 2,77 m de la cuerda en la raíz con estrechamiento de 0,47.

El fuselaje tiene una sección rectangular con esquinas redondeadas. El ancho es de 2 m y la altura de 1,95 m. La longitud del cockpit es de 2.85 m, la de la cabina 6,5 m y la de la cola 2.47 m. Los motores se encuentran bajo el ala, son dos motores Pratt and Wittney PT6A-64 que tienen cada uno 700 SHP. La hélice es el modelo Hartzell HC-E5N-3L con cinco palas.

Las Figura 3, Figura 4 y Figura 5, presentan las tres vistas del avión.

Figura 3: Vista lateral del HAR 25.

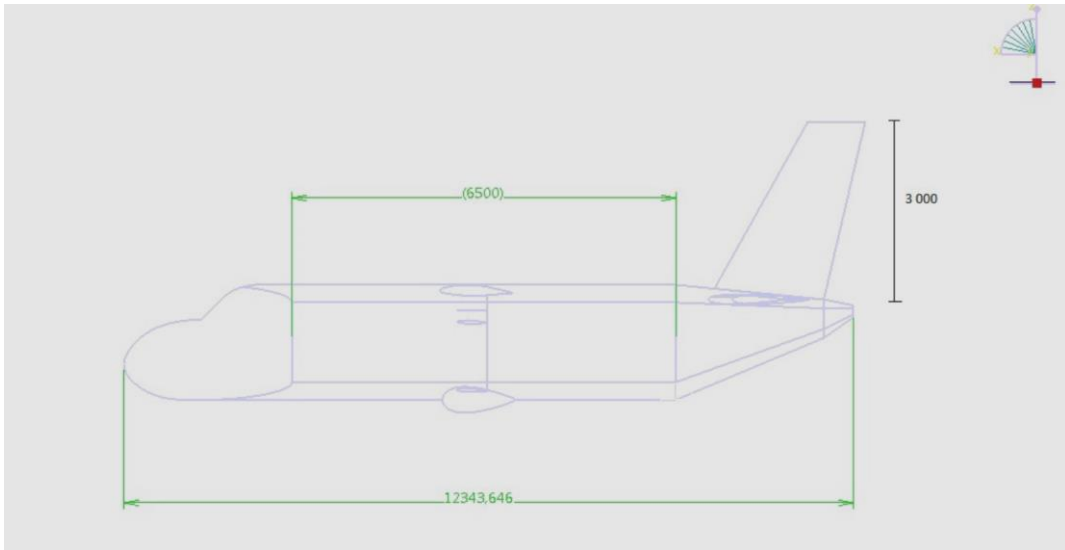


Figura 4: Vista frontal del HAR 25.

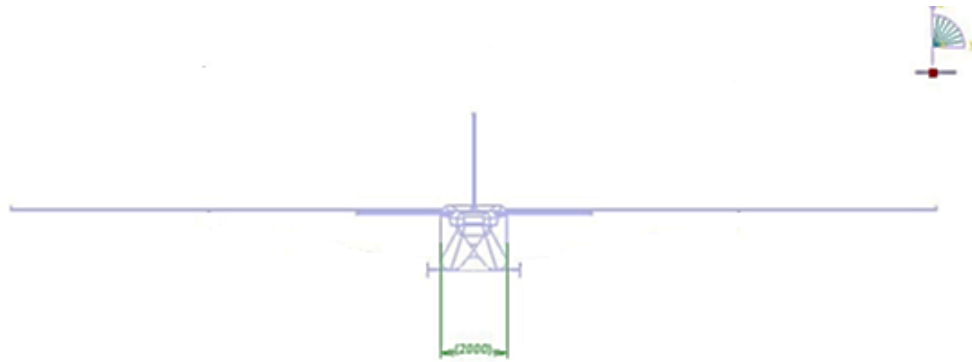
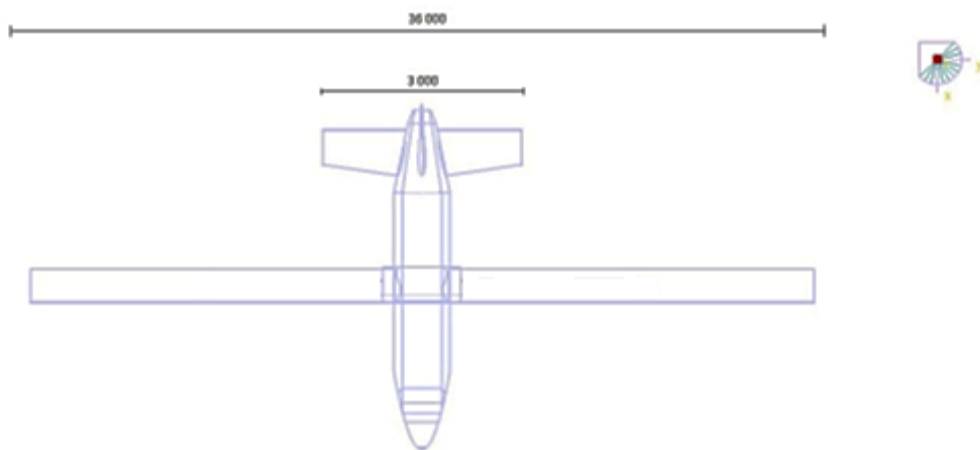


Figura 5: Vista superior del HAR 25.





## 2. AERODINÁMICA COMPUTACIONAL

Según el artículo <sup>5</sup> La dinámica de fluidos computacional (CFD) es una de las ramas de la mecánica de fluidos que utiliza métodos numéricos y algoritmos para resolver y analizar problemas sobre el flujo de sustancias. Los ordenadores son utilizados para realizar millones de cálculos requeridos para simular la interacción de los líquidos y los gases con superficies complejas proyectadas por la ingeniería. Aún con ecuaciones simplificadas y superordenadores de alto rendimiento, solo se pueden alcanzar resultados aproximados en muchos casos. La continua investigación, sin embargo, permite la incorporación de nuevos softwares que aumentan la velocidad de cálculo, pero también, disminuyen el margen de error, al tiempo que permiten analizar situaciones cada vez más complejas como los fluidos transónicos y los flujos turbulentos. La verificación de los datos obtenidos por CFD suele ser realizada en túneles de viento u otros modelos físicos a escala.

El método consiste en discretizar una región del espacio creando lo que se conoce por una *malla espacial*, dividiendo una región del espacio en pequeños volúmenes de control. Después se resuelve en cada uno de ellos las ecuaciones de conservación discretizadas, de forma que en realidad se resuelve una matriz algebraica en cada celda de forma iterativa hasta que el residuo es suficientemente pequeño.

De acuerdo con ANDERSON <sup>6</sup> Los resultados de la dinámica de fluidos computacional son directamente análogos a los resultados del túnel de viento obtenidos en un laboratorio. Ambos son grupos de datos que representan cómo las diferentes características se comportan en diferentes números de Mach, números de Reynolds, etc. Sin embargo, a diferencia de un túnel de viento, que es generalmente es un dispositivo pesado y difícil de manejar, un programa de ordenador (digamos en forma de disquetes) es algo que se puede llevar en la mano. O mejor aún, un programa de código en la memoria de un ordenador determinado se puede acceder de forma remota por la gente en los terminales que pueden estar a miles de millas de distancia de la computadora misma. Un programa de ordenador es, por lo tanto, una herramienta fácilmente transportable, un "túnel de viento transportable".

---

<sup>5</sup> Wikipedia foundation inc. *Mecánica de fluidos computacional* [en línea]. [España]. Última vez modificado el 20 de Julio de 2016 [citado el 17 de mayo de 2016]. [https://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica\\_de\\_fluidos\\_computacional](https://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica_de_fluidos_computacional).

<sup>6</sup> Anderson, John D. (1995). *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*. McGraw-Hill Science. ISBN 0-07-001685-2.

## 2.1 Mallas

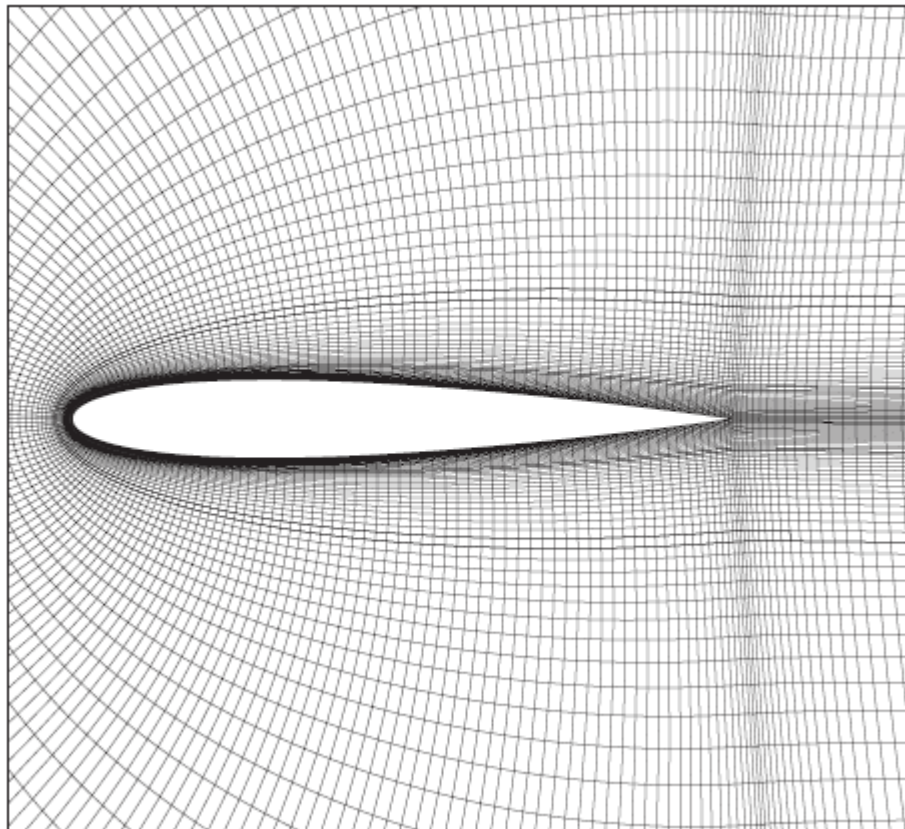
### 2.1.1 Malla estructurada

De acuerdo con VERSTEEG y MALALASEKERA <sup>7</sup> los métodos de mallas basados en sistemas alrededor de los cuerpos se han desarrollado para hacer frente a los flujos en bordes curvos, tales como el flujo a través de una superficie sustentadora. Hay dos tipos de sistema de coordenadas curvilíneas: (i) coordenadas curvilíneas ortogonales y (ii) coordenadas no ortogonales. En una malla ortogonal las líneas de la cuadrícula son perpendiculares en las intersecciones. La Figura 6 muestra un ejemplo de una malla curvilínea ortogonal para el cálculo del flujo alrededor de un perfil aerodinámico. En la Figura 7 se presenta una malla no ortogonal alrededor de medio cilindro. Aquí las líneas de la cuadrícula no se cruzan en ángulos de 90°. En ambos tipos de mallas estructuradas todos los límites de dominio coinciden con las líneas de coordenadas, por lo que los detalles geométricos se pueden incorporar con precisión sin necesidad de aproximaciones graduales. Además, como la Figura 6 muestra, la malla puede ser refinada fácilmente para capturar características de flujo importantes, por ejemplo, en regiones con grandes gradientes tales como capas límite.

---

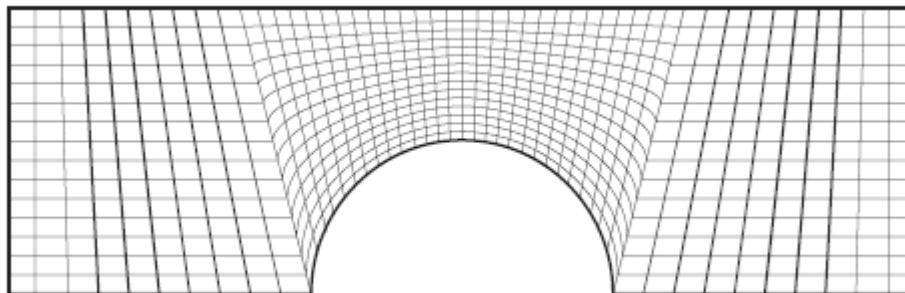
<sup>7</sup> H. K. Versteeg, W. Malalasekera. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Second edition.* Pearson Education Limited. ISBN 978-0-13-127498-3.

Figura 6: Ejemplo de una malla curvilínea ortogonal para el cálculo de flujo en torno a un perfil aerodinámico.



*Fuente:* Haselbacher.

Figura 7: Uso de una disposición de malla no ortogonal para la predicción de flujo sobre un cilindro.

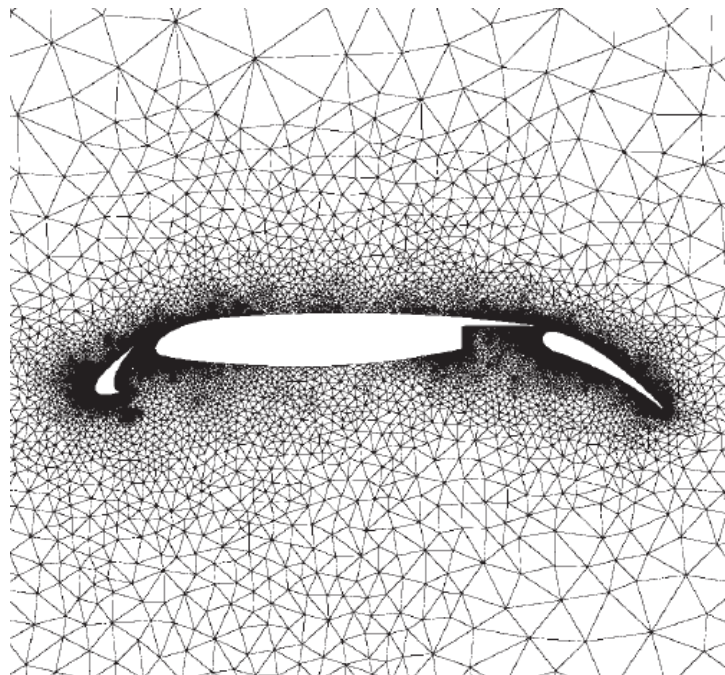


*Fuente:* H. K. Versteeg, W. Malalasekera. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method

### 2.1.2 Malla no estructurada

Según VERSTEEG y MALALASEKERA <sup>8</sup> una malla no estructurada se puede considerar como un caso límite de una red multi-bloque, en el que cada célula individual se trata como un bloque. La ventaja de tal disposición es que ninguna estructura implícita de líneas coordenadas es impuesta por la malla (de ahí el nombre no estructurada) y la malla se puede concentrar fácilmente cuando sea necesario sin perder almacenamiento en el ordenador. Por otra parte, los volúmenes de control pueden tener cualquier forma y no hay restricciones sobre el número de células adyacentes en un punto de reunión (2D) o a lo largo de una línea (3D). En la práctica de CFD, los triángulos o cuadriláteros se utilizan con mayor frecuencia para los problemas 2D y elementos tetraédricos o hexaedros en las 3D. La Figura 8: Malla triangular para un perfil aerodinámico de tres elementos muestra una malla no estructurada triangular para el cálculo de un flujo 2D sobre un perfil aerodinámico.

Figura 8: Malla triangular para un perfil aerodinámico de tres elementos.



Fuente: Haselbacher.

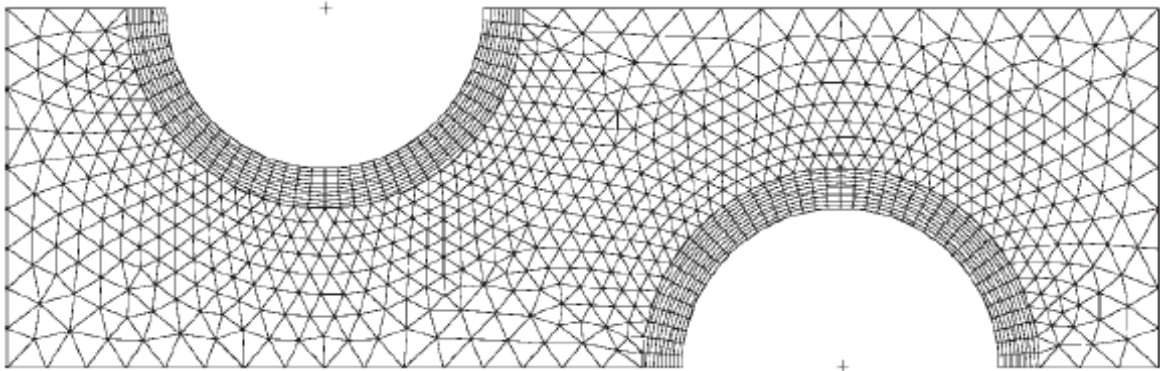
En la disposición de la malla no estructurada no estamos restringidos a un tipo particular de célula, pero es posible utilizar una mezcla de formas celulares. En 2D una mezcla de elementos triangulares y cuadriláteros se puede utilizar para construir la red. En los cálculos de flujo en 3D se utilizan con frecuencia

---

<sup>8</sup> H. K. Versteeg, W. Malalasekera. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Second edition.* Pearson Education Limited. ISBN 978-0-13-127498-3.

combinaciones de elementos tetraédricos y hexaedros. Tales redes se denominan mallas híbridas. La Figura 9: Ejemplo de una malla no estructurada con elementos mixtos muestra un ejemplo de una malla no estructurada híbrida para el cálculo de flujo en un banco de tubos, donde las células en forma de cuadriláteros se han utilizado cerca de paredes sólidas para proporcionar una mejor resolución de los efectos viscosos en las capas límite y una estructura de malla triangular de expansión en lugares lejanos de las paredes para utilizar los recursos eficientemente.

Figura 9: Ejemplo de una malla no estructurada con elementos mixtos.



Fuente: H. K. Versteeg, W. Malalasekera. An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method.

La característica más atractiva de la malla no estructurada, es que permite el cálculo de los flujos en o alrededor de geometrías de complejidad arbitraria, sin tener que gastar mucho tiempo en la generación de la malla y la cartografía. La generación de la malla es bastante sencilla (especialmente con mallas triangulares y tetraédricas), y las técnicas de generación automática, desarrolladas originalmente para métodos de elementos finitos, ahora están ampliamente disponibles. Por otra parte, el refinamiento y la adaptación de la malla (refinamiento de la malla semi-automática para mejorar la resolución en regiones con grandes gradientes) son mucho más fáciles en mallas no estructuradas. Actualmente la malla no estructurada es la técnica más popular y está incluida en todos los códigos de comercio de CFD en el mercado.

## 2.2 Modelos de turbulencia

Los métodos se pueden agrupar en las siguientes tres categorías:

**Modelos de turbulencia para las ecuaciones Reynolds-averaged Navier-Stokes (RANS):**

La atención se centra en el flujo medio y los efectos de la turbulencia en las propiedades medias de flujo. Antes de la aplicación de los métodos numéricos, las ecuaciones de Navier-Stokes son promediado en el tiempo (o conjunto promedio de los flujos con condiciones de contorno dependientes del tiempo). Términos adicionales aparecen en las ecuaciones de flujo promediadas en el tiempo (o Reynolds-averaged) debido a las interacciones entre diversas fluctuaciones turbulentas. Estos términos adicionales se modelan con modelos de turbulencia clásicos, entre los más conocidos son el modelo  $k-\varepsilon$  y el modelo de estrés de Reynolds. Los recursos informáticos necesarios para los cálculos razonablemente exactos de flujo son modestos, por lo que estos métodos han sido el pilar de los cálculos de flujo de ingeniería, en las últimas tres décadas.

### **Large eddy simulation (LES):**

Esta es una forma intermedia de cálculos de turbulencia que realiza un seguimiento del comportamiento de los remolinos más grandes. El método implica un filtro espacial de las ecuaciones de Navier-Stokes antes de realizar los cálculos, esto con el fin de dejar pasar los remolinos más grandes y rechaza los remolinos más pequeños.

Ecuaciones de flujo no estacionario deben ser resueltas, por lo que la demanda de recursos informáticos en términos de almacenamiento y el volumen de cálculos son grandes, pero esta técnica está empezando a abordar los problemas de CFD de geometrías complejas.

### **Simulación numérica directa (DNS):**

Estas simulaciones calculan el flujo medio y todas las fluctuaciones de la velocidad turbulenta. Las inestables ecuaciones de Navier-Stokes se resuelven en las redes espaciales que son suficientemente finas para que puedan resolver las escalas de longitud de Kolmogorov en el que la disipación de energía se lleva a cabo y con pasos de tiempo suficientemente pequeños para resolver el período de las fluctuaciones rápidas. Estos cálculos son altamente costosos en términos de recursos de computación, por lo que el método no se usa para cálculos de flujo industriales.

#### **2.2.1 Reynolds averaged navier Stokes (RANS)**

Con el fin de ser capaz de calcular flujos turbulentos con las ecuaciones RANS es necesario desarrollar modelos de turbulencia para predecir las tensiones de Reynolds y los términos de transporte escalares y cerrar el sistema de ecuaciones de flujo medio (2.1), (2.2a-c) y (2.3).

Continuidad:

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho}\tilde{\mathbf{u}}) = 0 \quad (2.1)$$

Ecuaciones de Reynolds:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{u})}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho}\tilde{u}\tilde{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial x} + \text{div}(\mu \text{grad } \tilde{u}) + \left[ -\frac{\partial(\bar{\rho}u'^2)}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{\rho}u'v')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{\rho}u'w')}{\partial z} \right] + S_{Mx} \quad (2.2a)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{v})}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho}\tilde{v}\tilde{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial y} + \text{div}(\mu \text{grad } \tilde{v}) + \left[ -\frac{\partial(\bar{\rho}u'v')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{\rho}v'^2)}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{\rho}v'w')}{\partial z} \right] + S_{My} \quad (2.2b)$$

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{w})}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho}\tilde{w}\tilde{\mathbf{u}}) = -\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial z} + \text{div}(\mu \text{grad } \tilde{w}) + \left[ -\frac{\partial(\bar{\rho}u'w')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{\rho}v'w')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{\rho}w'^2)}{\partial z} \right] + S_{Mz} \quad (2.2c)$$

Ecuación de transporte escalar:

$$\frac{\partial(\bar{\rho}\tilde{\Phi})}{\partial t} + \text{div}(\bar{\rho}\tilde{\Phi}\tilde{\mathbf{u}}) = \text{div}(\Gamma_{\Phi} \text{grad } \tilde{\Phi}) + \left[ -\frac{\partial(\bar{\rho}u'\Phi')}{\partial x} - \frac{\partial(\bar{\rho}v'\Phi')}{\partial y} - \frac{\partial(\bar{\rho}w'\Phi')}{\partial z} \right] + S_{\Phi} \quad (2.3)$$

Donde la barra superior indica una variable promediada en el tiempo y la tilde indica una variable promediada en densidad o Favre.

Tabla 1: Clasificación de los modelos RANS.

<b>Nº de ecuaciones de transporte adicionales</b>	<b>Nombre del modelo</b>
Cero	Modelo mixing length
Uno	Modelo Spalart-Allmaras
Dos	Modelo $k-\varepsilon$ Modelo $k-\omega$
Siete	Modelo de estrés de Reynolds

De los modelos tabulados, los modelos mixing length y  $k-\varepsilon$  son en la actualidad, por mucho, los más ampliamente utilizados y validados. Se basan en la presunción de que existe una analogía entre la acción de esfuerzos viscosos y esfuerzos de Reynolds en el flujo medio.

Dado que el transporte turbulento de la cantidad de movimiento y el calor o masa es debido al mismo mecanismo - mezcla de Eddy - se espera que el valor de la difusividad turbulenta  $\Gamma_t$  sea lo bastante cercana a la de la viscosidad turbulenta  $\mu_t$ . Esta suposición es mejor conocida como la analogía de Reynolds. Se introduce un número de turbulencia de Prandtl / Schmidt que se define como:

$$\sigma_t = \frac{\mu_t}{\Gamma_t} \quad (2.4)$$

Los experimentos en muchos flujos han establecido que esta relación es a menudo casi constante. La mayoría de los procedimientos CFD asumen que se trata de este caso y usan los valores de  $\sigma_t$  como una unidad.

El modelo mixing length intenta describir las tensiones por medio de fórmulas algebraicas simples para  $\mu_t$  como una función de la posición. El modelo  $k-\varepsilon$  es más sofisticado y general, pero también más costoso. La descripción de la turbulencia permite los efectos del transporte de las propiedades de turbulencia por convección y difusión, como también la producción y la destrucción de la turbulencia. Dos ecuaciones de transporte (EDP), una para la energía cinética turbulenta  $k$  y otra más para la tasa de disipación de energía cinética turbulenta  $\varepsilon$ , se resuelven. La principal hipótesis de estos dos modelos es que la viscosidad turbulenta es isotrópica: en otras palabras, que la relación entre las tensiones de Reynolds y la velocidad de deformación media, es la misma en todas las direcciones. Esta premisa falla en muchos flujos complejos en donde se llega a predicciones inexactas.

En los modelos de la ecuación de estrés de Reynolds (también conocido en la literatura como modelos de cierre de segundo orden o de segundo momento) se hacen suposiciones acerca de estos términos desconocidos, y las EDPs resultantes se resuelven en conjunto con la ecuación de transporte para la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta  $\varepsilon$ .

La solución de las siete EDPs adicionales da lugar a un aumento sustancial en el costo computacional de simulaciones CFD cuando se compara con el modelo  $k-\varepsilon$ , por lo que la aplicación del modelo de la ecuación de estrés de Reynolds fuera de la fraternidad académica es relativamente reciente.

### 2.2.1.1 Modelo mixing length

Por razones dimensionales asumimos la viscosidad cinemática turbulenta  $\nu_t$ , que tiene dimensiones de  $m^2/s$ , se puede expresar como el producto de la velocidad de la turbulencia  $\vartheta$  (m/s) y la longitud de la turbulencia  $l$  (m). Si una escala de velocidad y una escala de longitud son suficientes para describir los efectos de la turbulencia, entonces:

$$\vartheta_t = C\vartheta l \tag{2.5}$$

Donde  $C$  es una constante de proporcionalidad adimensional. Por supuesto, la viscosidad dinámica turbulenta es dada por

$$\mu_t = C\rho\vartheta l$$

Esto se ha encontrado para trabajar bien en flujos turbulentos bidimensionales simples, donde la única tensión significativa Reynolds es  $\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho u'v'$  y el



único gradiente significativo de velocidad media es  $\partial U/\partial y$ . Para este tipo de flujos es al menos dimensionalmente correcto afirmar que, si la escala de longitud de Eddy es  $l$ ,

$$\vartheta = c l \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (2.6)$$

Donde  $c$  es una constante adimensional. Se toma el valor absoluto para garantizar que la escala de la velocidad es siempre una cantidad positiva, independientemente del signo del gradiente de la velocidad.

La combinación de (2.5) y (2.6) y absorbiendo las dos constantes  $C$  y  $c$  en una nueva escala de longitud obtenemos

$$v_t = l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \quad (2.7)$$

Este es el **modelo Prandtl mixing length**. Observando que  $\partial U/\partial y$  es el único gradiente de velocidad media significativa, la tensión de Reynolds turbulenta es descrita por

$$\tau_{xy} = \tau_{yx} = -\rho u'v' = \rho l_m^2 \left| \frac{\partial U}{\partial y} \right| \frac{\partial U}{\partial y} \quad (2.8)$$

El modelo mixing length también se puede utilizar para predecir el transporte turbulento de cantidades escalares.

$$-\rho v' \phi' = \Gamma_t \frac{\partial \phi}{\partial y} \quad (2.9)$$

Dónde  $\Gamma_t = \mu_t / \sigma_t$  y  $\mu_t = \rho v_t$  donde  $v_t$  se encuentra a partir de (2.7). RODI <sup>9</sup> recomienda valores de referencia de 0,9 en los flujos cercanos a las paredes, 0,5 para chorros y capas mezcladas y 0,7 en jets de simetría axial.

El modelo mixing length se ha encontrado ser muy útil en los flujos bidimensionales simples con cambios lentos en la dirección del flujo. En estos casos la producción de turbulencia está en equilibrio con su disipación en todo el flujo, y las propiedades de la turbulencia se desarrollan en proporción con una escala de longitud de flujo promedio  $L$ . Esto significa que en tales flujos la longitud de la mezcla  $l_m$  es proporcional a  $L$  y puede ser descrito como una función de la posición por medio de una simple fórmula algebraica.

---

<sup>9</sup> Rodi, W. (1980). *Turbulence Models and their Application in Hydraulics – A State of the Art Review*, IAHR, Delft, The Netherlands.

### 2.2.1.2 Modelo k-ε

En las delgadas capas de cizallamiento en dos dimensiones, los cambios en la dirección del flujo son siempre tan lentos que la turbulencia puede ajustarse a las condiciones locales. En flujos donde la convección y difusión causan diferencias significativas entre la producción y la destrucción de la turbulencia, por ejemplo, en los flujos de recirculación, una receta algebraica compacta para la longitud de mezcla ya no es factible.

El modelo  $k$ - $\epsilon$  se centra en los mecanismos que afectan a la energía cinética turbulenta. Algunas definiciones preliminares se requieren primero. La energía cinética instantánea  $k(t)$  de un flujo turbulento es la suma de la energía cinética media  $K = \frac{1}{2} (U^2 + V^2 + W^2)$  y la energía cinética turbulenta  $k = \frac{1}{2} (\bar{u}'^2 + \bar{v}'^2 + \bar{w}'^2)$ :

$$k(t) = K + k$$

En los desarrollos más adelante necesitaremos usar ampliamente la tasa de deformación y las tensiones turbulentas. Para facilitar los cálculos posteriores, es común escribir las componentes de la tasa de deformación y las tensiones en forma tensorial (matriz):

$$s_{ij} = \begin{bmatrix} s_{xx} & s_{xy} & s_{xz} \\ s_{yx} & s_{yy} & s_{yz} \\ s_{zx} & s_{zy} & s_{zz} \end{bmatrix} \text{ and } \tau_{ij} = \begin{bmatrix} \tau_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \tau_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \tau_{zz} \end{bmatrix}$$

➤ Ecuación de la energía cinética  $K$  para el flujo promedio

De acuerdo con Tennekes y Lumley <sup>10</sup>:

$$\frac{\partial(\rho K)}{\partial t} + \text{div}(\rho K U) = \text{div}(-\rho U + 2\mu U s_{ij} - \rho U \bar{u}'_i \bar{u}'_j) - 2\mu s_{ij} \cdot s_{ij} + \rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j \cdot s_{ij} \quad (2.10)$$

(I)            (II)            (III)            (IV)            (V)            (VI)            (VII)

O en palabras

- 1) Tasa de cambio de la energía cinética  $K$  media.
- 2) Transporte de  $K$  por convección.
- 3) Transporte de  $K$  por la presión.
- 4) Transporte de  $K$  por esfuerzos viscosos.
- 5) Transporte de  $K$  por el estrés Reynolds.

---

<sup>10</sup> Tennekes, H. and Lumley, J. L. (1972). *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, MA.

- 6) Tasa de disipación viscosa.
- 7) Tasa de destrucción de K debido a la producción de turbulencia.

En flujos de grandes números de Reynolds, los términos turbulentos (V) y (VII) son siempre mucho más grandes que sus contrapartes viscosas (IV) y (VI).

➤ Ecuación de la energía cinética turbulenta k

De acuerdo con Tennekes y Lumley <sup>11</sup>:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left( \underbrace{-\bar{\rho} \bar{u}'}_{\text{(I)}} + \underbrace{2\mu \bar{u}' \bar{s}'_{ij}}_{\text{(IV)}} - \underbrace{\rho \frac{1}{2} \bar{u}'_i \cdot \bar{u}'_i \bar{u}'_j}_{\text{(V)}} \right) - \underbrace{2\mu \bar{s}'_{ij} \cdot \bar{s}'_{ij}}_{\text{(VI)}} - \underbrace{\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j \cdot s_{ij}}_{\text{(VII)}} \quad (2.11)$$

En palabras

- 1) Tasa de variación de la energía cinética turbulenta  $k$ .
- 2) Transporte de  $k$  por convección.
- 3) Transporte de  $k$  por la presión.
- 4) Transporte de  $k$  por esfuerzos viscosos.
- 5) Transporte de  $k$  por el estrés de Reynolds.
- 6) Tasa de disipación de  $k$ .
- 7) Tasa de producción desde  $k$ .

La aparición de las cantidades en el lado derecho de la ecuación  $k$  muestra que los cambios en la energía cinética turbulenta se rigen principalmente por interacciones turbulentas. En la ecuación  $K$ , sin embargo, el signo es negativo, por lo que destruye la energía cinética del flujo promedio. Esto expresa matemáticamente la conversión de la energía cinética media en energía cinética turbulenta.

El término de la disipación viscosa (VI),

$$-2\mu \bar{s}'_{ij} \cdot \bar{s}'_{ij} = -2\mu(\bar{s}'_{11}^2 + \bar{s}'_{22}^2 + \bar{s}'_{33}^2 + \bar{s}'_{12}^2 + \bar{s}'_{13}^2 + \bar{s}'_{23}^2)$$

Da una contribución negativa a (2.11) debido a la aparición de la suma de las tasas de deformación fluctuantes al cuadrado  $\bar{s}'_{ij}$ . La disipación de la energía cinética turbulenta es causada por el trabajo realizado por los remolinos más pequeños en contra de los esfuerzos viscosos. La tasa de disipación por unidad de volumen (VI) se escribe normalmente como el producto de la densidad  $\rho$  y la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta por unidad de masa  $\epsilon$ , entonces

---

<sup>11</sup> Tennekes, H. and Lumley, J. L. (1972). *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, MA

$$\varepsilon = 2\nu \bar{s}'_{ij} \cdot \bar{s}'_{ij}$$

Las dimensiones de  $\varepsilon$  son  $m^2/s^3$ . Esta cantidad es de vital importancia en el estudio de la dinámica de la turbulencia. Este es el término de la destrucción en la ecuación de la energía cinética turbulenta, del mismo orden de magnitud que el término de producción y nunca despreciable.

➤ Las ecuaciones del modelo  $k$ - $\varepsilon$

El modelo estándar  $k$ - $\varepsilon$  descrito por LAUNDER y SPALDING<sup>12</sup> tiene dos ecuaciones modelo, una para  $k$  y una para  $\varepsilon$ , en base a nuestro mejor entendimiento de los procesos relevantes que causan cambios en estas variables. Utilizamos  $k$  y  $\varepsilon$  para definir la escala de velocidad  $\vartheta$  y la escala de longitud  $l$  que representan la turbulencia a gran escala de la siguiente manera:

$$\vartheta = k^{1/2} \text{ y } l = \frac{k^{3/2}}{\varepsilon}$$

Uno podría cuestionar la validez de la utilización del "pequeño eddy" variable  $\varepsilon$ , para definir la escala 'grande Eddy'  $l$ . Se nos permite hacer esto porque en altos números de Reynolds la tasa a la que los grandes remolinos extraen energía del caudal medio, corresponde ampliamente a la tasa de transferencia de energía en todo el espectro de energía de los pequeños, que disipan, remolinos si el flujo no cambia demasiado rápido. Si este no fuera el caso, la energía en algunas escalas de turbulencia podría crecer o disminuir sin límite. Esto no ocurre en la práctica y justifica el uso de  $\varepsilon$  en la definición de  $l$ .

Aplicando el análisis dimensional podemos especificar la viscosidad de remolino de la siguiente manera:

$$\mu_t = C\rho\vartheta l = \rho C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon} \quad (2.12)$$

Donde  $C_\mu$  es una constante adimensional.

El modelo  $k$ - $\varepsilon$  estándar utiliza las siguientes ecuaciones de transporte para  $k$  y  $\varepsilon$ :

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_t} \text{grad } k \right] + 2\mu_t s_{ij} \cdot s_{ij} - \rho\varepsilon \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial(\rho\varepsilon)}{\partial t} + \text{div}(\rho\varepsilon U) = \text{div} \left[ \frac{\mu_t}{\sigma_t} \text{grad } \varepsilon \right] + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2\mu_t s_{ij} \cdot s_{ij} - C_{2\varepsilon} \rho \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.14)$$

<sup>12</sup> Launder, B. E. and Spalding, D. B. (1974). *The Numerical Computation of Turbulent Flows, Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* Vol. 3, pp. 269–289.

Los términos en palabras son:

- 1) Tasa de variación de  $k$  o  $\varepsilon$ .
- 2) Transporte de  $k$  o  $\varepsilon$  por convección.
- 3) Transporte de  $k$  o  $\varepsilon$  por difusión.
- 4) Tasa de producción de  $k$  o  $\varepsilon$ .
- 5) Tasa de destrucción de  $k$  o  $\varepsilon$ .

Las ecuaciones contienen cinco constantes ajustables:  $C_\mu$ ,  $\sigma_k$ ,  $\sigma_\varepsilon$ ,  $C_{1\varepsilon}$  y  $C_{2\varepsilon}$ . El modelo estándar  $k$ - $\varepsilon$  emplea los valores de las constantes que son apropiados para una amplia gama de flujos turbulentos:

$$C_\mu = 0,09 \quad \sigma_k = 1,00 \quad \sigma_\varepsilon = 1,30 \quad C_{1\varepsilon} = 1,44 \quad C_{2\varepsilon} = 1,92 \quad (2.15)$$

La producción y la destrucción de la energía cinética turbulenta siempre están estrechamente vinculadas. La tasa de disipación  $\varepsilon$  es grande, donde la producción de  $k$  es grande. La ecuación del modelo (2.14) para  $\varepsilon$  supone que sus términos de producción y destrucción son proporcionales a las condiciones de producción y destrucción de la ecuación  $k$  (2.13). La adopción de dichas formas se asegura que  $\varepsilon$  aumente rápidamente si  $k$  aumenta rápidamente y que disminuya suficientemente rápido para evitar los valores negativos de la energía cinética turbulenta si  $k$  disminuye. El factor  $\varepsilon/k$  en los términos de producción y destrucción hace que estos términos sean dimensionalmente correctos en la ecuación de  $\varepsilon$ . Las constantes  $C_{1\varepsilon}$  y  $C_{2\varepsilon}$  permiten la proporcionalidad correcta entre los términos en las ecuaciones de  $k$  y  $\varepsilon$ .

Para calcular las tensiones de Reynolds utilizamos la relación de Boussinesq:

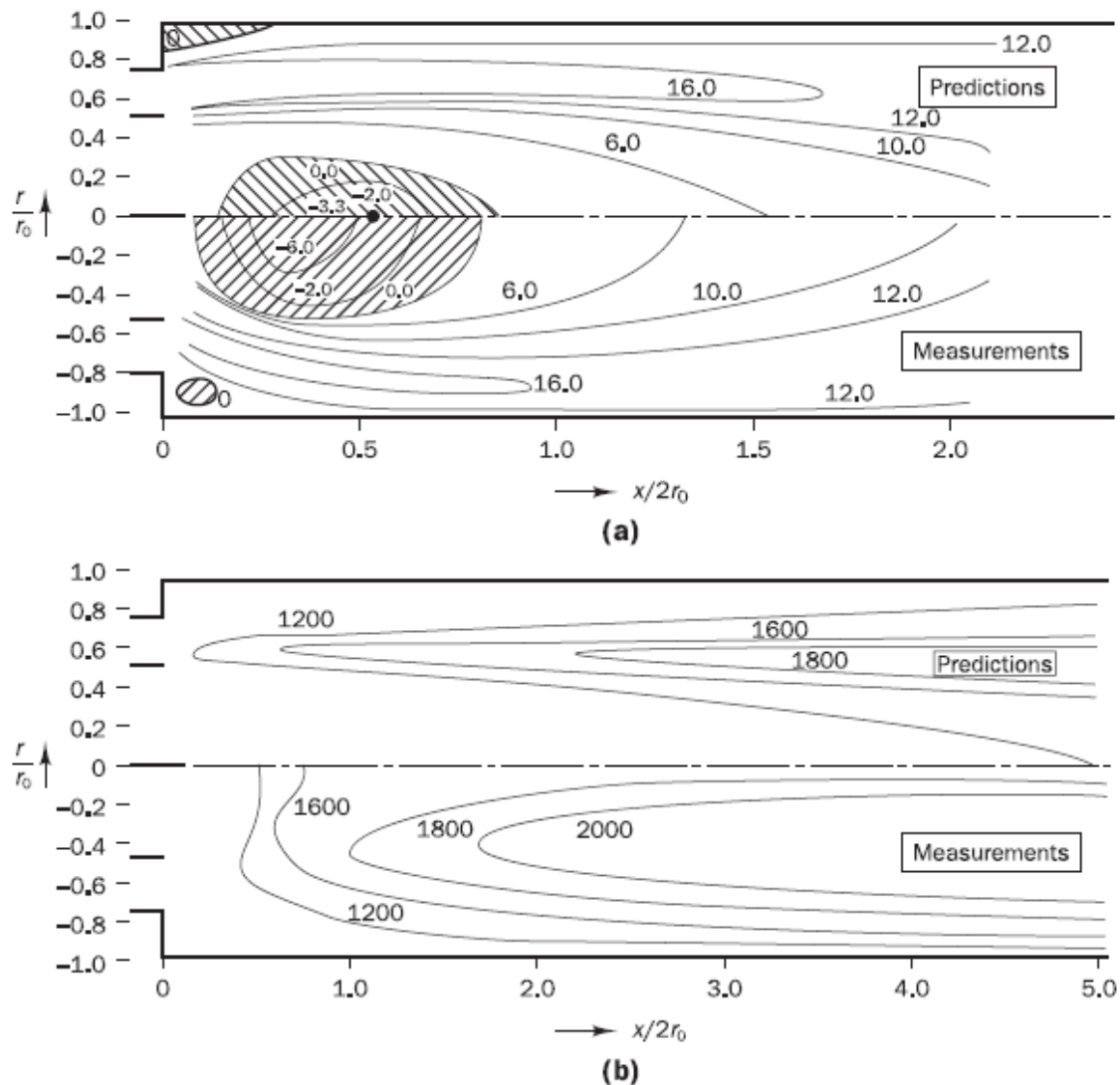
$$-\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = 2\mu_t s_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.16)$$

➤ Evaluación del desempeño del modelo  $K$ - $\varepsilon$

El modelo  $k$ - $\varepsilon$  es el modelo de turbulencia más ampliamente utilizado y validado. Se ha logrado éxitos notables en el cálculo de una amplia variedad de delgadas capas de cizallamiento y de flujos con recirculación, sin la necesidad de ajustar caso por caso las constantes de modelo. El modelo funciona especialmente bien en los flujos confinados donde las tensiones cortantes de Reynolds son más importantes. Esto incluye una amplia gama de flujos con aplicaciones de ingeniería industrial, lo que explica su popularidad. Las versiones del modelo que están disponibles incorporan

los efectos de la flotabilidad RODI <sup>13</sup>. Estos modelos también se utilizan para estudiar los flujos ambientales como la dispersión de contaminantes en la atmósfera, en los lagos y el modelado de incendios.

Figura 10: Comparación de las predicciones de modelo  $k-\epsilon$  con mediciones en un combustor: (a) los contornos de velocidad axial; (b) los contornos de temperatura.



**Fuente:** Jones y Whitelaw.

A pesar de los numerosos éxitos, el modelo  $k-\epsilon$  estándar muestra un asertividad moderada en los flujos abiertos. Se reportó que el modelo no funciona bien en capas de cizallamiento débiles (estelas lejanas y capas de mezcla), y la tasa de difusión

<sup>13</sup> Rodi, W. (1980). *Turbulence Models and their Application in Hydraulics – A State of the Art Review*, IAHR, Delft, The Netherlands.

en chorros de simetría axial alrededor del punto de estagnación está severamente sobre prevista. En gran parte de estos flujos la tasa de producción de la energía cinética turbulenta es mucho menor que la tasa de disipación, y las dificultades sólo se pueden superar al hacer ajustes ad hoc para modelar las constantes  $C$ .

Es de esperar que el modelo  $k-\varepsilon$ , y todos los demás modelos que se basan en la hipótesis de la viscosidad isotrópica de eddy de Boussinesq, tendrán problemas en los flujos arremolinados y flujos con grandes deformaciones adicionales (por ejemplo, capas límite muy curvadas y pasajes divergentes) que afectan a la estructura de la turbulencia de una manera sutil. Flujos secundarios en largos conductos no circulares, que son impulsados por tensiones normales anisotrópicas de Reynolds, tampoco se pueden predecir debido a las mismas deficiencias del tratamiento de las tensiones normales dentro del modelo  $k-\varepsilon$ . Finalmente, el modelo es ajeno a las fuerzas de cuerpo debidas a la rotación del cuerpo de referencia.

### 2.2.1.3 Modelo de la ecuación de estrés de Reynolds

El modelo de turbulencia clásico más complejo es el modelo de la ecuación de la tensión de Reynolds (RSM), también llamado el modelo de segundo orden o modelo de cierre del segundo momento. Varios inconvenientes principales del modelo  $k-\varepsilon$  surgen cuando se intenta predecir flujos con campos de tensiones complejas o fuerzas de cuerpo significativas. En tales condiciones, las tensiones de Reynolds individuales están mal representadas por la fórmula (2.16) incluso si la energía cinética turbulenta se calcula con una precisión razonable. La ecuación de transporte de la tensión exacta de Reynolds, por el contrario, puede dar cuenta de los efectos direccionales del campo de esfuerzos de Reynolds.

La estrategia de modelado se origina del trabajo presentado LAUNDER et al <sup>14</sup>. Siguiendo la práctica establecida en la literatura y la llamada  $R_{ij} = -\frac{\tau_{ij}}{\rho} = \bar{u}'_i \bar{u}'_j$  tensión de Reynolds, aunque el término tensión cinemática de Reynolds sería más preciso. La ecuación exacta para el transporte de  $R_{ij}$  tiene la forma siguiente:

$$\frac{DR_{ij}}{Dt} = \frac{\partial R_{ij}}{\partial t} + C_{ij} = P_{ij} + D_{ij} - \varepsilon_{ij} + \Pi_{ij} + \Omega_{ij} \quad (2.17)$$

(I)      (II)                      (III) (IV) (V)    (VI) (VII)

- 1) Tasa de cambio de  $R_{ij} = \bar{u}'_i \bar{u}'_j$ .
- 2) Transporte de por convección de  $R_{ij}$ .
- 3) Tasa de producción de  $R_{ij}$ .
- 4) Transporte de por difusión de  $R_{ij}$ .

---

<sup>14</sup> Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W. (1975). *Progress in the Development of a Reynolds-stress Turbulence Closure*, *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, Pt 3, pp. 537–566.

- 5) Tasa de disipación de  $R_{ij}$ .
- 6) Transporte de  $R_{ij}$  debido a la presión turbulenta- interacciones de deformación.
- 7) Transporte de debido a la rotación.

La ecuación (2.17) describe seis ecuaciones diferenciales parciales: una para el transporte de cada uno de las seis tensiones independientes de Reynolds ( $\bar{u}'_1{}^2, \bar{u}'_2{}^2, \bar{u}'_3{}^2, \bar{u}'_1\bar{u}'_2, \bar{u}'_1\bar{u}'_3$  y  $\bar{u}'_2\bar{u}'_3$ , desde  $\bar{u}'_2\bar{u}'_1 = \bar{u}'_1\bar{u}'_2, \bar{u}'_3\bar{u}'_1 = \bar{u}'_1\bar{u}'_3$  y  $\bar{u}'_3\bar{u}'_2 = \bar{u}'_2\bar{u}'_3$ ). Si se compara con la ecuación de transporte exacta para la energía cinética turbulenta (2.11) dos nuevos procesos físicos aparecen en las ecuaciones de las tensiones de Reynolds: la interacción presión-deformación o el término de correlación  $\Pi_{ij}$ , cuyo efecto sobre la energía cinética puede ser mostrado como cero, y el término rotación  $\Omega_{ij}$ .

En los cálculos CFD con las ecuaciones de transporte de la tensión de Reynolds, los términos de convección, de producción y de rotación pueden ser retenidos en su forma exacta. El término convectivo es el siguiente:

$$C_{ij} = \frac{\partial(\rho U_k \bar{u}'_i \bar{u}'_j)}{\partial x_k} = \text{div} (\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j U) \quad (2.18)$$

El término producción es

$$P_{ij} = - \left( R_{im} \frac{\partial U_j}{\partial x_m} + R_{jm} \frac{\partial U_i}{\partial x_m} \right) \quad (2.19)$$

Y, finalmente, el término rotación es dado por

$$\Omega_{ij} = -2\omega_k (\bar{u}'_j \bar{u}'_m e_{ikm} + \bar{u}'_i \bar{u}'_m e_{jkm}) \quad (2.20)$$

Aquí  $\omega_k$  es el vector de rotación y  $e_{ijk}$  es el símbolo alternativo;  $e_{ijk} = +1$  si  $i, j, k$  son diferentes y en orden cíclico,  $e_{ijk} = -1$  si  $i, j, k$  son diferentes y con un orden anti-cíclico; y  $e_{ijk} = 0$  si dos índices son los mismos. Para obtener una forma soluble de (2.17) necesitamos modelos para la difusión, la tasa de disipación y los términos de correlación de presión-tensión en el lado derecho.

En aras de la simplicidad citamos los modelos derivados de este enfoque que se utiliza en algunos códigos CFD comerciales. Estos modelos suelen carecer de un poco en detalle, pero su estructura es más fácil de entender y el mensaje principal está intacto en todos los casos. El término de difusión  $D_{ij}$  se puede modelar con la hipótesis que la tasa de transporte de esfuerzos de Reynolds por difusión es proporcional a los gradientes de esfuerzos de Reynolds. Los códigos comerciales de CFD a menudo favorecen la forma más simple:



$$D_{ij} = \frac{\partial}{\partial x_m} \left( \frac{v_t}{\sigma_t} \frac{\partial R_{ij}}{\partial x_m} \right) = \text{div} \left( \frac{v_t}{\sigma_t} \text{grad} (R_{ij}) \right) \quad (2.21)$$

Con  $v_t = C_\mu \frac{k^2}{\varepsilon}$ ,  $C_\mu = 0,09$  y  $\sigma_t = 1,0$

La tasa de disipación  $\varepsilon_{ij}$  es modelada suponiendo que los pequeños eddys disipativos son isotrópicos. Esto se establece de modo que afecte la tensión normal de Reynolds ( $i=j$ ) solamente y cada componente de la tensión en la misma medida. Esto se puede lograr por

$$\varepsilon_{ij} = \frac{2}{3} \varepsilon \delta_{ij} \quad (2.22)$$

Donde  $\varepsilon$  es la tasa de disipación de la energía cinética turbulenta. El delta de Kronecker  $\delta_{ij}$  es dado por  $\delta_{ij} = 1$  si  $i = j$  y  $\delta_{ij} = 0$  si  $i \neq j$ .

Las interacciones de presión-deformación constituyen uno de los términos más importantes de (2.17), pero el más difícil de modelar con precisión. Su efecto sobre los esfuerzos de Reynolds es causado por dos procesos físicos diferentes: (i) un proceso “lento” que reduce la anisotropía de los remolinos turbulentos debido a sus interacciones mutuas; y (ii) un proceso “rápido” debido a las interacciones entre las fluctuaciones de la turbulencia y las capas de flujo medio que producen los remolinos de tal manera que la producción anisotrópico de remolinos turbulentos se opone. El efecto global de ambos procesos es redistribuir la energía entre los esfuerzos normales de Reynolds ( $i = j$ ) con el fin de hacerlos más isotrópicos y para reducir los esfuerzos de corte de Reynolds ( $i \neq j$ ). La cuenta más simple del proceso lento, toma la tasa de retorno a las condiciones isotropas que sea proporcional al grado de anisotropía  $a_{ij}$  de los esfuerzos de Reynolds ( $a_{ij} = R_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij}$ ) por una escala de tiempo característica de la turbulencia  $k/\varepsilon$ . La tasa del proceso rápido es llevada a ser proporcional a los procesos de producción que generan la anisotropía. Por lo tanto, la representación más simple del término presión-deformación en la ecuación de transporte de la tensión de Reynolds está dada por:

$$\Pi_{ij} = -C_1 \frac{\varepsilon}{k} \left( R_{ij} - \frac{2}{3} k \delta_{ij} \right) - C_2 \left( P_{ij} - \frac{2}{3} P \delta_{ij} \right) \quad (2.23)$$

Con  $C_1 = 1,8$  y  $C_2 = 0,6$

Más cuentas avanzadas incluyen las correcciones en el segundo conjunto de corchetes en la ecuación (2.23) para asegurar que el modelo sea invariante.

El efecto de la expresión de presión-deformación (2.23) es la disminución de la anisotropía de los esfuerzos de Reynolds (es decir, para igualar los esfuerzos normales  $\bar{u}'_1$ ,  $\bar{u}'_2$  y  $\bar{u}'_3$ ), pero hemos visto que las mediciones indican un aumento de la anisotropía de los esfuerzos normales de Reynolds en las proximidades de

una pared sólida debido a la amortiguación de las fluctuaciones en las direcciones normales a la pared. Por lo tanto, se necesitan correcciones adicionales para tener en cuenta la influencia de la proximidad de la pared en las condiciones de presión-deformación. Estas correcciones son de naturaleza distinta a las funciones de amortiguación de la pared que se encuentran en el modelo  $k-\varepsilon$  y necesitan ser aplicadas con independencia del valor del número de Reynolds del fluido medio.

Se necesita energía cinética turbulenta  $k$  en las fórmulas anteriores y se puede encontrar por una simple adición de las tres tensiones normales:

$$k = \frac{1}{2}(R_{11} + R_{22} + R_{33}) = \frac{1}{2}(\bar{u}'_1 + \bar{u}'_2 + \bar{u}'_3)$$

Las seis ecuaciones para el transporte de la tensión de Reynolds se resuelven junto con una ecuación modelo para la tasa de disipación escalar  $\varepsilon$ . Una vez más una forma más exacta se encuentra en LAUNDER et al <sup>15</sup>, pero la ecuación del modelo  $k-\varepsilon$  estándar se utiliza en los códigos CFD comerciales en búsqueda de la simplicidad:

$$\frac{D\varepsilon}{Dt} = \text{div} \left( \frac{v_t}{\sigma_\varepsilon} \text{grad } \varepsilon \right) + C_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{k} 2v_t s_{ij} \cdot s_{ij} - C_{2\varepsilon} \frac{\varepsilon^2}{k} \quad (2.24)$$

Donde  $C_{1\varepsilon} = 1,44$  y  $C_{2\varepsilon} = 1,92$

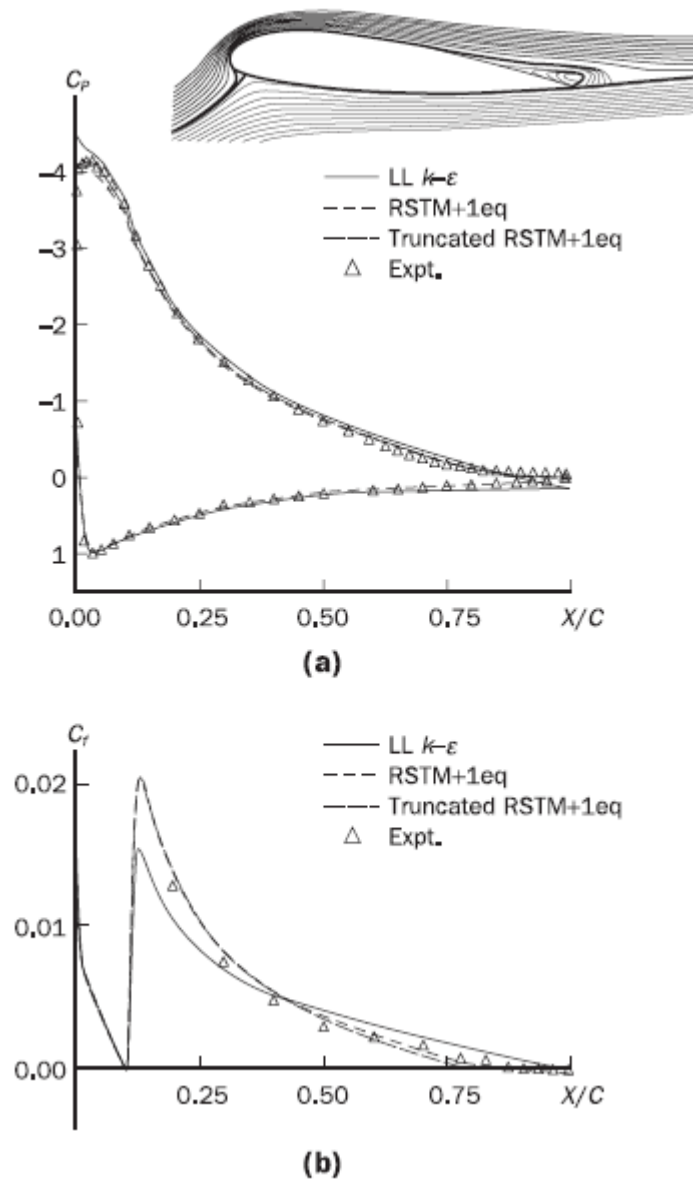
#### ➤ Evaluación del desempeño

El modelo RSM es claramente bastante complejo, pero en general se acepta que es del tipo de modelo 'simple' con el potencial para describir todas las propiedades del flujo medio y los esfuerzos de Reynolds sin la necesidad de hacer ajustes caso por caso. El modelo RSM no está tan bien validado como el modelo  $k-\varepsilon$ , y debido al alto costo de los cálculos, no es tan ampliamente utilizado en los cálculos de flujo industriales. Además, el modelo puede sufrir de problemas de convergencia, debido a problemas numéricos asociados con el acoplamiento de la velocidad media y campos de esfuerzos turbulentos. Una vez que se haya alcanzado consenso sobre la forma precisa de las componentes de los modelos y la mejor estrategia para la solución numérica, es probable que esta forma de modelar la turbulencia comience a ser más ampliamente aplicada por los usuarios industriales.

---

<sup>15</sup> Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W. (1975). *Progress in the Development of a Reynolds-stress Turbulence Closure*, *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, Pt 3, pp. 537–566.

Figura 11: Comparación de las predicciones de RSM y el modelo  $k-\epsilon$  estándar con las mediciones en un perfil aerodinámico aeroespacial de gran sustentación: (a) el coeficiente de presión; (b) coeficiente de fricción.



**Fuente:** Peyret y Krause.

#### 2.2.1.4 Modelos avanzados de turbulencia

Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones, tales como el modelo  $k-\epsilon$  presentado anteriormente, dan buenos resultados para los flujos simples y algunos flujos con recirculación, pero la investigación durante un período de tres décadas ha

manifestado una serie de deficiencias. PEYRET y KRAUSE en <sup>16</sup> y HANJALIZ en <sup>17</sup> resumieron la naturaleza y las causas de estos problemas de rendimiento:

1. **Flujos con bajo número de Reynolds:** En estos flujos las funciones para la pared son inexactas y es necesario integrar las ecuaciones de  $k$  y  $\varepsilon$  a la pared. Cambios muy rápidos se producen en las distribuciones de  $k$  y  $\varepsilon$  cuando llegamos a la capa intermedia entre la región completamente turbulenta y la subcapa viscosa. Esto requiere una malla con gran número de puntos para poder corregir estos cambios, y también necesita funciones de amortiguación en la pared no lineales para forzar el correcto comportamiento de  $k$  y  $\varepsilon$ . Como consecuencia, el sistema de ecuaciones que necesita ser resuelto es numéricamente rígido, lo que significa que puede ser difícil de obtener soluciones convergentes. Además, los resultados pueden ser dependientes de la malla.
2. **Flujos que cambian rápidamente:** la tensión de Reynolds  $-\rho\bar{u}'_i\bar{u}'_j$  es proporcional a la tasa media de deformación en los modelos de dos ecuaciones. Esto sólo se cumple cuando las tasas de producción y disipación de la energía cinética turbulenta están más o menos en equilibrio. En los flujos que cambian rápidamente este no se cumple.
3. **Estrés anisotrópico:** las tensiones normales de Reynolds  $-\rho\bar{u}'_i{}^2$  serán todas aproximadamente igual a  $-2/3\rho k$  si se evalúa un flujo con una fina capa de cizallamiento utilizando un modelo de dos ecuaciones. Los datos experimentales mostraron que esto no es correcto, pero a pesar de esto, el modelo  $k$ - $\varepsilon$  se desenvuelve bien en dichos flujos porque los gradientes de tensiones turbulentas normales son pequeños en comparación con el gradiente de la tensión de cizalladura turbulenta dominante. En consecuencia, las tensiones normales pueden ser grandes, pero no son dinámicamente activas en los flujos con delgadas capas de cizallamiento, es decir, que no son responsables de conducir las corrientes. En flujos más complejos, los gradientes de tensiones turbulentas normales no son despreciables y pueden conducir flujos significativos. Estos efectos no se pueden predecir por los modelos de dos ecuaciones.
4. **Fuertes gradientes de presión adversos y regiones de recirculación:** este problema afecta particularmente al modelo  $k$ - $\varepsilon$ , se le atribuye a la isotropía de las tensiones normales de Reynolds. Esto resulta en el fracaso por representar correctamente las interacciones sutiles entre las tensiones

---

<sup>16</sup> Peyret, R. and Krause, E. (eds) (2000). *Advanced Turbulent Flow Computations*, CISM Courses and Lectures No. 395, International Centre for Mechanical Sciences, Springer-Verlag, Vienna.

<sup>17</sup> Hanjaliz, K. (2004). *Closure Models for Incompressible Turbulent Flows*, Von Karman Institute Lecture Series Turbulence 2004, Von Karman Institute, Rhode-Saint Genese, Belgium, <http://www.vki.ac.be/educat/lect-ser/2004/turbulence2004/hanjalic.pdf>.

normales de Reynolds y el flujo medio que determinan la producción de energía turbulenta. El modelo  $k-\varepsilon$  sobre predice el esfuerzo cortante y suprime la separación de los flujos en las paredes curvas. Este es un problema significativo en los flujos sobre perfiles aerodinámicos y en aplicaciones aeroespaciales.

5. **Deformaciones adicionales:** Líneas de corriente curvas, las rotaciones y las fuerzas de cuerpo adicionales, dan lugar a interacciones adicionales entre la velocidad de deformación media y los esfuerzos de Reynolds. Estos efectos físicos no son capturados por los modelos de dos ecuaciones.

Como hemos visto, el RSM incorpora una representación exacta del proceso de producción de esfuerzos de Reynolds y, por lo tanto, se dirige a la mayoría de estos problemas de manera adecuada, pero a costa de un aumento significativo en el almacenamiento del ordenador y del tiempo de ejecución. A continuación, consideramos algunos de los avances más recientes en el modelado de la turbulencia que buscan resolver algunos o todos los problemas anteriores.

### **Efectos de los gradientes de presión adversos: modelos de turbulencia para aplicaciones aeroespaciales.**

Los cálculos aerodinámicos, como simulaciones de todo el avión, implican geometrías y fenómenos muy complejos, a diferentes escalas de longitud inducidas por la geometría. La mayor parte del flujo será efectivamente no viscoso, pero la estructura del flujo exterior se ve afectada por el desarrollo de capas límite viscosas y estelas, por lo que los efectos locales a pequeña escala pueden influir en el estado de todo el campo de flujo. La especificación de una longitud de mezcla no es posible en los flujos de tal complejidad y, como hemos visto anteriormente, el modelo  $k-\varepsilon$  no tiene un registro de desempeño intachable. PEYREY y KRAUSE<sup>18</sup> resume los problemas en este contexto como sigue:

- El modelo  $k-\varepsilon$  predice niveles excesivos de esfuerzo de cizallamiento turbulento, particularmente en presencia de los gradientes de presión desfavorables que conducen a la supresión de la separación en las paredes curvas.
- Niveles excesivos de turbulencia en las regiones de estagnación/choque que dan lugar a la transferencia de calor excesiva en las regiones de reinserción.

En tal flujo complejo se esperaría que el RSM fuera significativamente mejor, pero la sobrecarga computacional de este método impide su aplicación rutinaria para la evaluación de los flujos externos complejos. Se han hecho esfuerzos importantes por la comunidad CFD para desarrollar nuevos métodos más económicos para las

---

<sup>18</sup> Peyret, R. and Krause, E. (eds) (2000). *Advanced Turbulent Flow Computations*, CISM Courses and Lectures No. 395, International Centre for Mechanical Sciences, Springer-Verlag, Vienna.



En la ecuación (2.27) la tasa de producción de  $\tilde{v}$  está relacionada con la vorticidad media local:

$$\tilde{\Omega} = \Omega + \frac{\tilde{v}}{(ky)^2} f_{v2}$$

Dónde

$$\Omega = \sqrt{2 \Omega_{ij} \Omega_{ij}} = \text{vorticidad media}$$

Y

$$\Omega_{ij} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} - \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) = \text{tensor de vorticidad media}$$

Las funciones  $f_{v2} = f_{v2} \left( \frac{\tilde{v}}{v} \right)$  y  $f_w = f_w \left( \frac{\tilde{v}}{\tilde{\Omega} k^2 y^2} \right)$  son funciones de amortiguación en la pared.

En el modelo  $k$ - $\varepsilon$  la escala de longitud se encuentra mediante la combinación de las dos cantidades transportadas  $k$  y  $\varepsilon$ :  $l = \frac{k^{2/3}}{\varepsilon}$ . En el modelo de turbulencia de una sola ecuación, la escala de longitud no puede ser calculada, pero se debe especificar para determinar la tasa de disipación de la turbulencia transportada. Inspeccionando el término destructivo (V) de la ecuación (2.27) se revela que  $ky$  (con  $y$  = distancia a la pared sólida) se ha utilizado como la escala de longitud. La escala de longitud  $ky$  también entra en el parámetro de vorticidad  $\tilde{\Omega}$  y es exactamente igual a la longitud de mezcla utilizada para desarrollar el registro de las capas límite en la pared.

Las constantes de modelo son los siguientes:

$\sigma_v = \frac{2}{3}$	$k = 0,4187$	$C_{b1} = 0,1355$	$C_{b2} = 0,622$	$C_{w1} = C_{b1} + k^2 \frac{1 + C_{b2}}{\sigma_v}$
--------------------------	--------------	-------------------	------------------	---

Estas constantes en el modelo y tres adicionales ocultas en las funciones de la pared, fueron creadas para los flujos aerodinámicos externos. El modelo ha demostrado dar buenos resultados en las capas límite con gradientes de presión adversos, que son importantes para predecir los flujos en pérdida. Su idoneidad para aplicaciones en perfiles aerodinámicos significa que el modelo Spalart-Allmaras también ha atraído cada vez más a la comunidad de la industria motriz. En geometrías complejas es difícil definir la escala de longitud, por lo que el modelo no es adecuado para flujos internos más generales.

➤ Modelo K- ω de Wilcox

En el modelo  $k$ - $\varepsilon$  la viscosidad cinemática de eddy  $\nu_t$  se expresa como el producto de una escala de velocidad  $\vartheta = \sqrt{k}$  y una escala de longitud  $l = \frac{k^{2/3}}{\varepsilon}$ . La tasa de disipación de la energía cinética turbulenta  $\varepsilon$  no es la única variable determinante para la escala de longitud. De hecho, muchos otros modelos de dos ecuaciones se han postulado. La alternativa más prominente es el modelo  $k$ - $\omega$  propuesto por Wilcox, que utiliza la frecuencia de turbulencia  $\omega = \varepsilon/k$  (dimensiones  $s^{-1}$ ) como la segunda variable. Si utilizamos esta variable la escala de longitud es  $l = k/\omega$ . La viscosidad de eddy está dada por

$$l = k/\omega \quad (2.28)$$

Las tensiones de Reynolds se calculan como es habitual en los modelos de dos ecuaciones con la expresión de Boussinesq:

$$\tau_{ij} = -\rho \bar{u}'_i \bar{u}'_j = 2\mu_t S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} = \mu_t \left( \frac{\partial U_i}{\partial x_j} + \frac{\partial U_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \rho k \delta_{ij} \quad (2.29)$$

La ecuación de transporte para  $k$  y  $\omega$  para flujos turbulentos en altos números de Reynolds es la siguiente:

$$\frac{\partial(\rho k)}{\partial t} + \text{div}(\rho k U) = \text{div} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_t} \right) \text{grad}(k) \right] + p_k - \beta * \rho k \omega \quad (2.30)$$

(I)            (II)                            (III)                            (IV)            (V)

Donde

$$p_k = \left( 2\mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right)$$

Es la tasa de producción de energía cinética turbulenta

$$\frac{\partial(\rho \omega)}{\partial t} + \text{div}(\rho \omega U) = \text{div} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \text{grad}(\omega) \right] + \gamma_1 \left( 2\rho S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho \omega \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \beta_1 \rho \omega^2 \quad (2.31)$$

O en palabras

- 1) Tasa de variación de  $k$  o  $\omega$ .
- 2) Transporte de  $k$  o  $\omega$  por convección.
- 3) Transporte de  $k$  o  $\omega$  por difusión turbulenta.



- 4) Tasa de producción de  $k$  o  $\omega$ .
- 5) Tasa de disipación de  $k$  o  $\omega$ .

El modelo  $k$ - $\omega$  inicialmente atrajo la atención debido a que la integración de la pared no requiere funciones de amortiguación, esto en aplicaciones de bajos números de Reynolds. El valor de la energía cinética turbulenta  $k$  en la pared se establece en cero. La frecuencia  $\omega$  tiende a infinito en la pared, pero se puede especificar un valor muy grande en la pared o, siguiendo WILCOX<sup>20</sup>, aplicar una variación hiperbólica  $\omega_p = \frac{6v}{\beta_1 y_p^2}$  en el punto de la malla próximo a la pared. La experiencia práctica con el modelo ha demostrado que los resultados no dependen demasiado en los detalles precisos de este tratamiento.

Desafortunadamente, los resultados del modelo tienden a ser dependientes del valor asumido  $\omega$ , que es un problema grave en la aerodinámica externa y aplicaciones aeroespaciales donde se utilizan condiciones de contorno de flujo libre como una cuestión de rutina.

➤ Modelo  $k$ - $\omega$  sst de Menter

MENTER<sup>21</sup> observó que los resultados del modelo  $k$ - $\epsilon$  son mucho menos sensibles a los valores que se asumen en la corriente libre, pero su rendimiento cerca de la pared no es satisfactorio para las capas límite con gradientes de presión adversos. Esto le llevó a sugerir un modelo híbrido usando (i) una transformación del modelo  $k$ - $\epsilon$  en un modelo  $k$ - $\omega$  en la región cercana a la pared y (ii) el modelo  $k$ - $\epsilon$  en la región completamente turbulenta lejos de la pared. El cálculo del estrés de Reynolds y de la ecuación de  $k$  son los mismos que en el modelo  $k$ - $\omega$  original de Wilcox, pero la ecuación de  $\epsilon$  se transforma en una ecuación de  $\omega$  sustituyendo  $\epsilon = k\omega$ .

$$\frac{\partial(\rho\omega)}{\partial t} + \text{div}(\rho\omega U) = \text{div} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_{\omega,1}} \right) \text{grad}(\omega) \right] + \gamma_2 \left( 2\rho S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3}\rho\omega \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) - \beta_2 \rho \omega^2 + 2 \frac{\rho}{\sigma_{\omega,2}\omega} \frac{\partial k}{\partial x_k} \frac{\partial \omega}{\partial x_k} \quad (2.32)$$

La comparación con la ecuación (2.31) muestra que (2.32) tiene un término adicional de origen en el lado derecho: el término de difusión, que surge durante  $\epsilon = k\omega$  la transformación del término de difusión en la ecuación de  $\epsilon$ . MENTER<sup>22</sup> resumen una serie de modificaciones para optimizar el rendimiento del modelo  $k$ - $\omega$  SST basada en la experiencia con el modelo en el cálculo de propósitos generales.

<sup>20</sup> Wilcox, D. C. (1988). *Reassessment of the Scale-determining Equation for Advanced Turbulence Models*, AIAA J., Vol. 26, No. 11, pp. 1299–1310.

<sup>21</sup> Menter, F. R. (1992). *Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flow*, AIAA J., Vol. 30, pp. 2066–2072

<sup>22</sup> Menter Op. Cit.

Constantes modelo revisado:

$\sigma_k = 1,0$	$\sigma_{\omega,1} = 2,0$	$\sigma_{\omega,2} = 1,17$	$\gamma_2 = 0,44$	$\beta_2 = 0,083$	$\beta^* = 0,09$
------------------	---------------------------	----------------------------	-------------------	-------------------	------------------

Las principales mejoras son:

- Funciones de mezcla: Las inestabilidades numéricas pueden ser causadas por las diferencias en los valores calculados de la viscosidad de eddy con el modelo  $k-\varepsilon$  en el campo lejano y la transformada del modelo  $k-\varepsilon$  cerca de la pared. Las funciones de mezcla se utilizan para lograr una transición suave entre los dos modelos. Las funciones de mezcla se introducen en la ecuación para modificar el término de difusión transversal y también se utilizan para las constantes de los modelos que tienen valor de  $C_1$  para el modelo original  $k-\omega$  y valor de  $C_2$  en la transformada del modelo  $k-\varepsilon$  de Menter:

$$C = F_c C_1 + (1 - F_c) C_2 \quad (2.33)$$

Típicamente, una función de mezcla  $F_c = F_c(\frac{l_t}{y}, Re_y)$  es una función de la relación de la turbulencia  $l_t = \sqrt{k/\omega}$ , la distancia  $y$  a la pared y de un número de Reynolds turbulento  $Re_y = y^2 \omega / \nu$ . La forma funcional de  $F_c$  se elige de modo que (i) sea cero en la pared, (ii) tienda a la unidad en el campo lejano y (iii) produzca una transición suave alrededor de la distancia media entre la pared y el borde de la capa límite. De esta manera el método combina ahora el buen comportamiento cerca de la pared del modelo  $k-\omega$  con la robustez del modelo  $k-\varepsilon$  en el campo lejano de una manera estable numéricamente.

- Los limitadores: La viscosidad de eddy se limita a dar un mejor rendimiento en los flujos con los gradientes de presión adversos y en regiones de choque, y la producción de energía cinética turbulenta se limita a prevenir la acumulación de turbulencia en las regiones de estancamiento. Los limitadores son los siguientes:

$$\mu_t = \frac{a_1 \rho k}{\max(a_1 \omega, S F_2)} \quad (2.34a)$$

Donde  $S = \sqrt{2 S_{ij} S_{ij}}$ ,  $a_1 =$  constante y  $F_2$  es una función de mezcla, y

$$P_k = \min \left( 10 \beta^* \rho \omega, 2 \mu_t S_{ij} \cdot S_{ij} - \frac{2}{3} \rho k \frac{\partial U_i}{\partial x_j} \delta_{ij} \right) \quad (2.34b)$$

## Evaluación del rendimiento de los modelos de turbulencia para aplicaciones aeroespaciales

- Aerodinámica externa: Los modelos Spalart-Allmaras,  $k-\omega$  y  $k-\omega$  SST son todos adecuados. El modelo  $k-\omega$  SST es más general, y las pruebas sugieren que proporciona un rendimiento superior para gradiente de presión cero y capas límite con gradiente de presión adverso, capas de corte libres y un perfil aerodinámico NACA4412 MENTER<sup>23</sup>. Sin embargo, el modelo original  $k-\omega$  fue el mejor para el flujo con recirculación.

- Propósito general del CFD: El modelo Spalart-Allmaras no es adecuado, pero los modelos  $k-\omega$  y  $k-\omega$  SST pueden ser aplicados. Ambos tienen un rango similar de las fortalezas y debilidades. Como el modelo  $k-\epsilon$ , fallan al incluir las cuentas de las interacciones más sutiles entre las tensiones turbulentas y el flujo medio en comparación con el RSM.

➤ Resumen de los modelos RANS más utilizados.

En forma resumida, se presenta a continuación la Tabla 2 con las ventajas y desventajas de los modelos más usados, de acuerdo con toda la información presentada anteriormente:

Tabla 2: Ventajas y desventajas de los modelos RANS.

MODELO	VENTAJAS	DESVENTAJAS
<b>Modelo Mixing Length.</b>	Fácil de implementar y barato en términos de recursos informáticos.	Completamente incapaz de describir flujos con separación y recirculación.
	Buenas predicciones para capas delgadas de cizallamiento.	Calcula únicamente las propiedades de flujo medio y el esfuerzo cortante turbulento.
	Bien establecido.	Sólo 2D.
<b>Modelo <math>k-\epsilon</math>.</b>	Es el modelo de turbulencia más simple, en el que sólo sus condiciones iniciales y/o de contorno necesitan ser suministradas.	Más costoso de implementar que el modelo mixing length (con dos EDP adicionales).

<sup>23</sup> Menter, F. R. (1992). *Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flow*, AIAA J., Vol. 30, pp. 2066–2072

	Un excelente rendimiento durante muchos flujos de interés industrial.	bajo rendimiento en una variedad de casos importantes, tales como: <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Algunos flujos no confinados.</li> <li>2. Los flujos con grandes deformaciones adicionales (capas límite curvas, las corrientes arremolinadas).</li> <li>3. Flujos Rotativos.</li> </ol>
	Bien establecido. Es el modelo de turbulencia más ampliamente validado.	
<b>Reynolds Stress Equation Model.</b>	Potencialmente el más idóneo de todos los modelos de turbulencia clásicos.	Costos computacionales muy grandes (siete PDE adicionales).
	Sólo condiciones iniciales y/o de contorno, necesitan ser suministradas.	No tan ampliamente validado como modelos mixing length y $k-\epsilon$ .
	Cálculo muy preciso de las principales propiedades del flujo y de todas las tensiones de Reynolds, para flujos simples y más complejos, incluyendo canales asimétricos, flujos de conductos no circulares y flujos curvos.	Tiene los mismos inconvenientes que el modelo $k-\epsilon$ en algunos flujos, debido al idéntico formato de la ecuación de $\epsilon$ (Por ejemplo, chorros de simetría axial y flujos de recirculación no confinada).
<b>Modelo Spalart-Allmaras.</b>	Bajo costo computacional porque solo tiene una ecuación adicional.	En geometrías complejas es difícil de definir la escala de longitud, por lo que el modelo solo es adecuado para flujos internos generales.

	Buen comportamiento en condiciones de contorno con gradientes de presión adversos, que es importante para encontrar el punto de estagnación.	Carece de sensibilidad para los procesos de transporte de las corrientes, que cambian rápidamente.
<b>Modelo <math>k-\omega</math> Wilcox.</b>	Costo computacional aceptable porque utiliza dos ecuaciones adicionales.	
	Es un modelo interesante debido a que la integración de la pared, no requiere funciones de amortiguación en aplicaciones de bajos números de Reynolds.	
	La experiencia práctica con el modelo ha demostrado, que los resultados del mismo no dependen, exclusivamente, de los detalles precisos de la energía cinética en la pared.	Los resultados del modelo tienden a ser dependientes del valor supuesto para $\omega$ de la corriente libre.
<b>Modelo <math>k-\omega</math> Menter SST</b>	Excelente comportamiento en situaciones de gradiente de presión cero o adverso.	Sin embargo, el modelo $k-\omega$ original, es mejor para los casos donde hay recirculación de flujo.
	Mezcla lo mejor del modelo clásico de $k-\omega$ y el modelo $k-\epsilon$ .	

### 2.2.2 Large Eddy simulation (LES)

De acuerdo con VERSTEEG y MALALASEKERA <sup>24</sup> a pesar de los esfuerzos de un siglo para desarrollar modelos de turbulencia RANS, un modelo de uso general adecuado para una amplia gama de aplicaciones prácticas, pero que hasta ahora ha demostrado ser difícil de alcanzar. Esto en gran parte se atribuye a las diferencias en el comportamiento de los remolinos grandes y pequeños.

Los remolinos más pequeños son casi isotrópicos y tienen un comportamiento universal (para flujos turbulentos en los números de Reynolds suficientemente

<sup>24</sup> H. K. Versteeg, W. Malalasekera. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Second edition.* Pearson Education Limited. ISBN 978-0-13-127498-3.

altos). Por otro lado, los remolinos más grandes, que interactúan y extraen la energía del flujo medio, son más anisotrópicos y su comportamiento es dictado por la geometría del dominio del problema, las condiciones de contorno y las fuerzas del cuerpo. Cuando las ecuaciones promediadas de Reynolds se utilizan, el comportamiento colectivo de los remolinos debe ser descrito por un solo modelo de turbulencia, pero la dependencia del problema por los remolinos más grandes complica la búsqueda de modelos ampliamente aplicables.

Un enfoque diferente para el cálculo de los flujos turbulentos acepta que los remolinos más grandes necesitan ser calculados para cada problema en una simulación dependiente del tiempo. El comportamiento universal de los remolinos más pequeños, por otra parte, debería ser más fácil de capturar con un modelo compacto. Esta es la esencia de **Large Eddy Simulation (LES)**, que se enfoca en el tratamiento numérico de la turbulencia.

En lugar de tiempo promedio, LES utiliza una operación de filtrado espacial para separar los remolinos más grandes y más pequeños. El método comienza con la selección de una función de filtrado y una cierta anchura de corte con el fin de resolver en un cálculo de flujo inestable todos esos remolinos con una escala de longitud mayor que la anchura de corte. El siguiente paso de la operación de filtrado espacial, se realiza en las ecuaciones de flujo dependientes del tiempo. Durante el filtrado espacial la información con relación a los remolinos turbulentos más pequeños se destruye. Esto, y efectos de interacción entre los remolinos, los más grandes son resueltos y los más pequeños se quedan sin resolver, da lugar a tensiones de sub-escala de malla o tensiones de SGS. Su efecto sobre el flujo resuelto debe ser descrito por medio de un modelo de SGS. Si se utiliza el método dependiente del tiempo, método de volúmenes finitos, las ecuaciones de flujo que filtra el espacio se resuelven en una cuadrícula de volúmenes de control junto con el modelo SGS de las tensiones sin resolver.

### **Observaciones generales sobre el rendimiento de los modelos LES**

Los modelos LES son la principal herramienta de modelado de la turbulencia para desarrollar procedimientos de cálculo con la suficiente precisión y generalidad, que ayudan a los ingenieros a predecir las tensiones de Reynolds y los términos de transporte escalar. La naturaleza inestable de los modelos LES sugiere que los requisitos de cálculo deben ser mucho mayores que los de los modelos de turbulencia clásicos. Como es el caso cuando los modelos LES se comparan con los modelos de dos ecuaciones tales como  $k-\varepsilon$  y  $k-\omega$ . Sin embargo, el modelo RSM requiere la solución de siete PDE adicionales, se observó que los modelos LES, pueden necesitar aproximadamente el doble de los recursos informáticos en comparación con el modelo RSM para el mismo cálculo. Con tales diferencias modestas en los requerimientos computacionales, el foco cambia a la precisión de la solución alcanzable y la capacidad de los modelos LES para resolver ciertas características que dependen del tiempo.

El post-procesamiento de los resultados del modelo LES, demostró información relacionada con el flujo medio y las estadísticas de las fluctuaciones resueltas. Estas últimas son exclusivas de LES, se han mostrado ejemplos de flujos donde vórtices persistentes a gran escala tienen una influencia sustancial en el desarrollo del flujo, por ejemplo, emisión de vórtices detrás de los cuerpos, los flujos en los pasajes que se difunden, flujos en los codos del tubo y la espiral de tambor en las cámaras de combustión del motor. La capacidad para obtener campos de presión fluctuantes a través de los modelos LES, también ha conducido a aplicaciones en aeroacústica para la predicción del ruido de los aviones y otros flujos de alta velocidad.

LES ha existido desde la década de 1960, pero los suficientemente poderosos recursos computacionales para considerar la aplicación a problemas industrialmente relevantes, lo han convertido en recientemente disponible. La inclusión de LES en el CFD comercial es aún más reciente, por lo que el rango de la experiencia de validación es limitado. La mayoría de los proveedores de códigos, por lo general establecen que se debe tener cuidado con la interpretación de los resultados generados con sus modelos LES. Además, hay que señalar que la metodología para el tratamiento de los efectos en una malla no uniforme y no estructurada es relativamente reciente, del mismo modo, para los tratamientos de flujo compresible y las fluctuaciones escalares turbulentas.

### 2.2.3 Simulación numérica directa (DNS)

Según VERSTEEG y MALALASEKERA <sup>25</sup> la continuidad instantánea y las ecuaciones de Navier-Stokes para un flujo turbulento incompresible forman un conjunto cerrado de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas  $u$ ,  $v$ ,  $w$  y  $p$ . La Simulación numérica directa (DNS) de un flujo turbulento, toma este conjunto de ecuaciones como un punto de partida y desarrolla una solución transitoria en una malla espacial lo suficientemente fina, con pasos de tiempo lo suficientemente pequeños para resolver incluso los más pequeños remolinos turbulentos y las fluctuaciones rápidas.

Los beneficios de DNS son:

- Los detalles precisos de los parámetros de turbulencia y su transporte en cualquier punto del flujo se pueden calcular con el DNS. Esto es útil para el desarrollo y validación de nuevos modelos de turbulencia. Ahora existen bases de datos que dan acceso gratuito a los resultados del DNS (por ejemplo, ERCOFTAC, el laboratorio de turbulencia y transferencia de calor de la Universidad de Tokio y la Universidad de Manchester).

---

<sup>25</sup> H. K. Versteeg, W. Malalasekera. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Second edition*. Pearson Education Limited. ISBN 978-0-13-127498-3.

- Se pueden generar resultados instantáneos que no se pueden medir con instrumentos. Las estructuras de la turbulencia pueden ser visualizadas y probadas. Por ejemplo, los términos de la correlación de presión-deformación del modelo de turbulencia RSM no se pueden medir, pero los valores exactos se pueden calcular a partir de DNS.
- Técnicas experimentales avanzadas pueden ser probadas y evaluadas con DNS en campos de flujo. Reynolds observó que el DNS se ha utilizado para calibrar las sondas de anemometría de hilo caliente en zonas de turbulencias cercanas a la pared.
- Permite la investigación de la turbulencia fundamental en campos de flujo virtuales que no ocurren en la realidad, por ejemplo, por inclusión o exclusión de los aspectos individuales del flujo físico.

En el lado negativo se observa que la solución directa de las ecuaciones de flujo es muy difícil debido a la amplia gama de escalas de tiempo y longitud causadas por la aparición de remolinos en un flujo turbulento. Se estudió las estimaciones del orden de magnitud del rango de escalas presentes en un flujo turbulento y se encontró que la relación del más pequeño al más grande en escalas de longitud varía en proporción a  $Re^{3/4}$ . Para resolver la longitud más pequeña y la más grande en la escala turbulenta, una simulación directa de un flujo turbulento con un número Reynolds modesto de  $10^4$  requeriría del orden de  $10^3$  puntos en cada dirección de coordenadas. Por lo tanto, puesto que los flujos turbulentos son inherentemente en tres dimensiones, necesitaríamos mallas de computación con  $10^9$  puntos en la cuadrícula ( $N \cong Re^{9/4}$ ) para describir procesos en todas las escalas de longitud. Por otra parte, la proporción de las escalas de tiempo más pequeñas a las más grandes varían en  $Re^{-1/2}$ , por lo que en  $Re = 10^4$  tendríamos que ejecutar una simulación de por al menos 100 pasos de tiempo. En la práctica, sería necesario un mayor número de pasos en el tiempo para asegurar el paso de varios de los remolinos más grandes, con el fin de obtener los principales resultados del flujo en el tiempo promedio y las mejores estadísticas de la turbulencia.



### 3. DESARROLLO CENTRAL

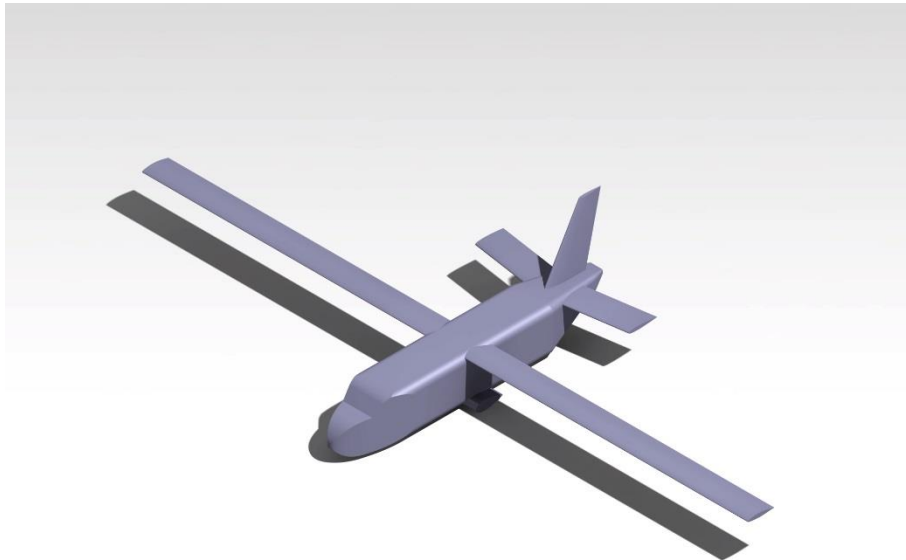
#### 3.1 Metodología

##### 3.1.1 Proceso Computacional

Este capítulo ilustra el proceso computacional realizado por el autor, para simular las condiciones de vuelo y obtener el análisis aerodinámico de la aeronave objeto de este estudio.

La Figura 12 muestra el modelo de la aeronave HAR 25 en el programa CATIA V5.

*Figura 12: Modelo CAD del HAR 25 en CATIA V5.*



Fuente: Autor.

Haciendo un corte simétrico a lo largo del eje longitudinal con el fin de que el análisis sea menos denso de computar, dentro del dominio computacional solo se analizó la mitad del avión. Posteriormente aplicando la condición de simetría, los resultados no se vieron afectados.

El primer paso para realizar una simulación es establecer un dominio computacional. Después de tener el dominio definido, el siguiente paso es crear la malla cuya función es discretizar el espacio, para luego poder calcular las ecuaciones en pequeños volúmenes de control. Ahora bien, para comenzar a trabajar con la plataforma ANSYS, se utilizó el programa generador de malla WORKBENCH. Así, cuando el modelo de CATIA fue exportado a WORKBENCH en

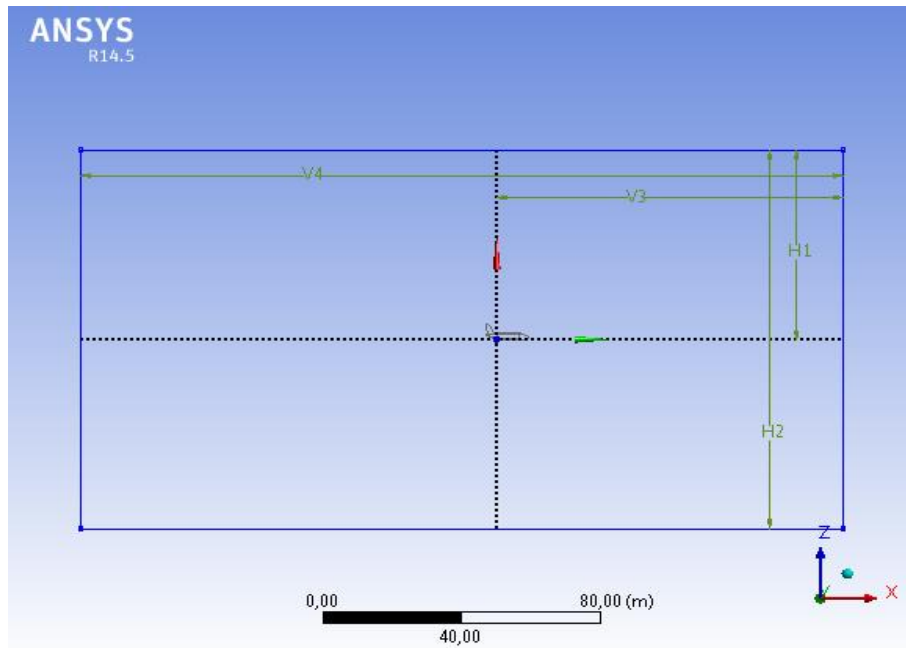
el tipo de archivo .STP, se creó el dominio computacional con las características mostradas en la Tabla 3.

*Tabla 3: Características del dominio computacional utilizado.*

<b>ITEM.</b>	<b>MEDIDA [m]</b>
Longitud del avión.	12,4
Envergadura.	36
Altura con tren de aterrizaje recogido.	1,95
H1.	60
H2.	120
V3.	100
V4.	220
Profundidad del dominio.	30

Para la creación del dominio computacional se utilizaron las recomendaciones dadas en el curso de aerodinámica computacional tomado en la universidad de Sao Paulo, donde para estudios académicos se recomienda un dominio computacional de aproximadamente 20 cuerdas. Para este estudio si se interpreta como cuerda la longitud del avión (12,4m), como se evidencia en la Tabla 3, el dominio computacional tiene 17,74 cuerdas; pero si se interpreta como longitud de referencia la cuerda del ala (1.22m), que es el principal componente aerodinámico, se encuentra que el dominio computacional tiene 180.33 cuerdas. En los dos casos se asume que el dominio computacional cuenta con el suficiente espacio para realizar unas simulaciones con resultados académicamente permitidos. La Figura 13 muestra la vista lateral del dominio computacional utilizado.

Figura 13: Dominio computacional.



Fuente: Autor.

Después de la concepción de un dominio que se considera aceptable para este estudio, se realiza la convergencia de malla. La convergencia de malla es un proceso importante dentro de las simulaciones computacionales. Es importante recalcar que del tamaño de la malla depende la precisión del estudio, como también el costo computacional del mismo. Pero ¿Qué es el costo computacional? Cuando se realiza un proceso computacional, los procesadores y las memorias tardan cierto tiempo en procesar el algoritmo, este tiempo que normalmente es medido en ciclos de CPU es lo que se llama comúnmente como costo computacional. Entonces, si el costo computacional es demasiado elevado quiere decir que el algoritmo necesitara de un muy buen computador para ser procesado y asimismo tomara bastante tiempo para finalizar el cálculo.

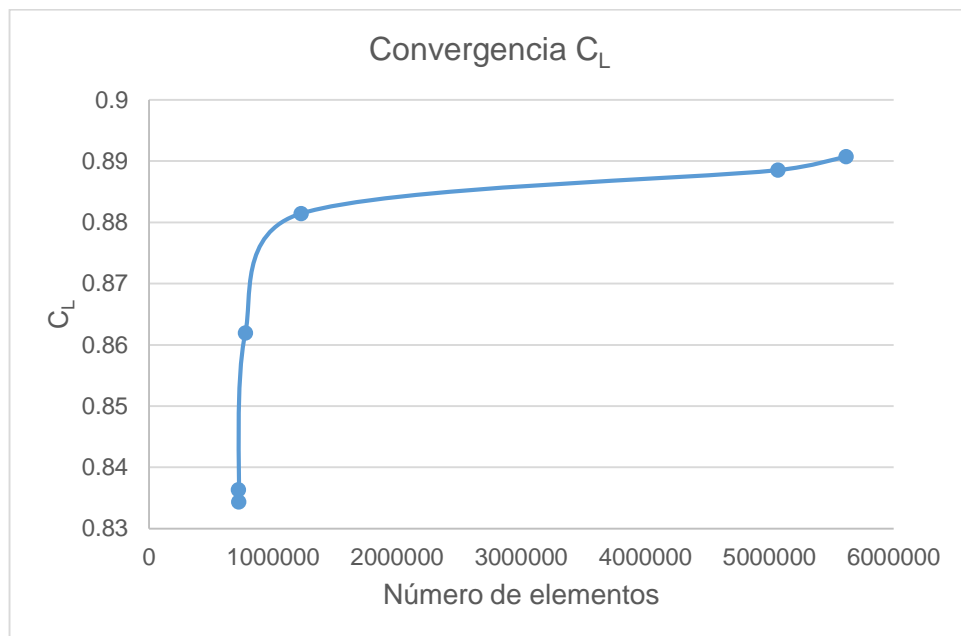
Es importante hacer una optimización entre la precisión y el número de elementos de la malla para lograr los mejores resultados con el menor costo computacional posible. Para ello se comienza con una malla gruesa y poco a poco se va refinando en las secciones críticas o de interés como bordes de ataque y fuga. El borde de fuga normalmente es la sección más crítica cuando se simula un perfil aerodinámico, esto debido a que en esta región se presentan flujos cruzados entre el fluido que circula por el extradós y el que pasa por el intradós. Además, se pueden presentar problemas de recirculación que son muy difíciles de predecir si la malla no es lo suficientemente fina.

Durante las simulaciones aerodinámicas normalmente las variables de mayor interés son los coeficientes de sustentación y de resistencia aerodinámica, por esta razón cuando se realizó el estudio de convergencia de malla en este proyecto, se utilizaron estas variables para ver la desviación y determinar cuál era la mejor malla a utilizarse. La Tabla 4 muestra los valores obtenidos con las diferentes mallas examinadas.

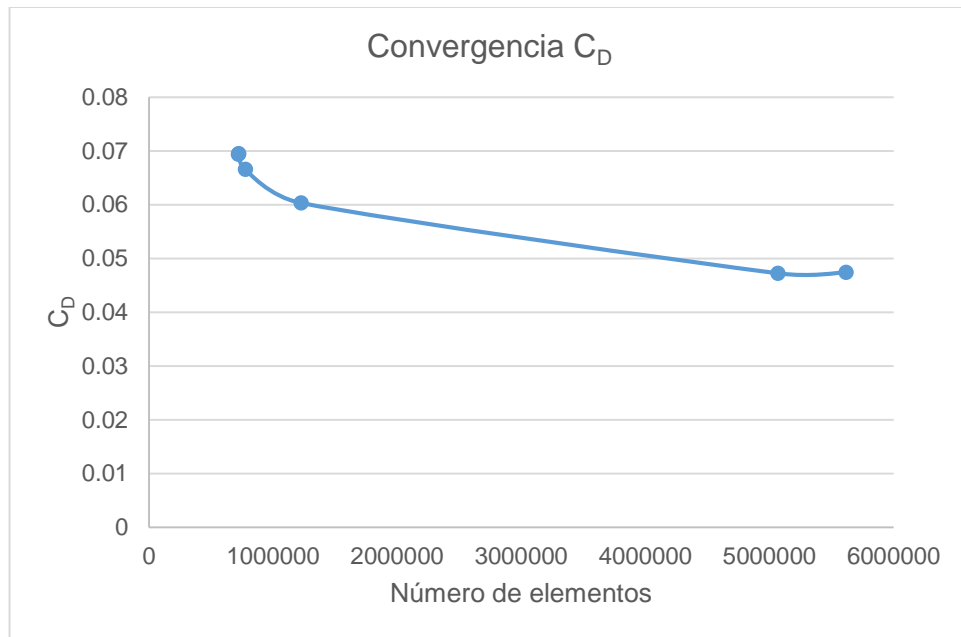
Tabla 4: tabla de convergencia de malla.

Caso	# Elementos	# nodos	$C_L$	$C_D$
1	719918	128248	0.836377	0.069417
2	723471	128912	0.834383	0.069532
3	775972	138697	0.861974	0.066582
4	1226435	221964	0.881467	0.060324
5	5068823	925714	0.888551	0.047245
6	5615605	1018529	0.890747	0.047428

Grafica 1: Convergencia del  $C_L$ .



Grafica 2: Convergencia de  $C_D$ .

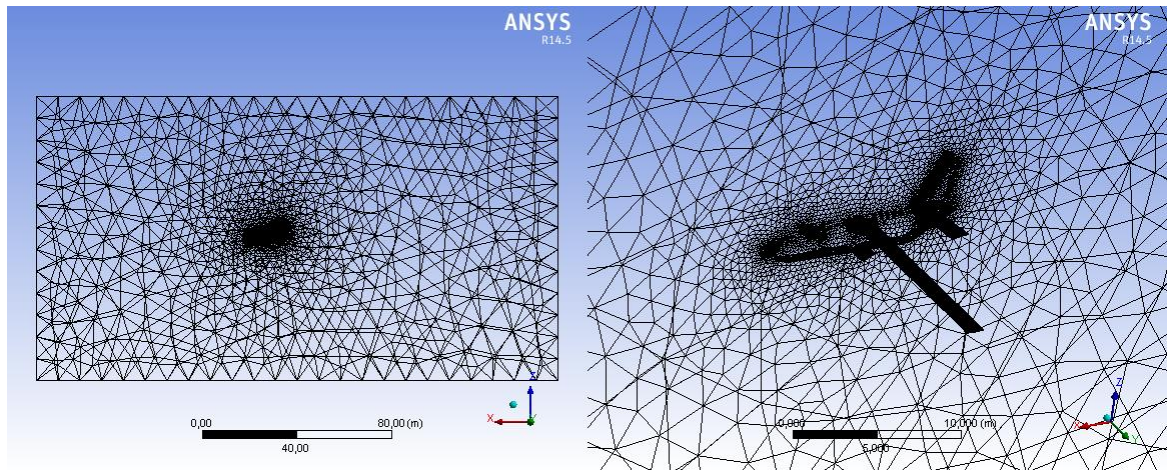


En definitiva del estudio de convergencia de malla demostrado en la Tabla 4 y las Grafica 1 y Grafica 2, se obtuvo que las diferencias entre los casos 5 Y 6 son:

$\Delta$ de número de elementos:	546782.
$\Delta$ de número de nodos:	92815.
$\Delta$ de $C_L$ :	0,0021.
$\Delta$ de $C_D$ :	0,00001.

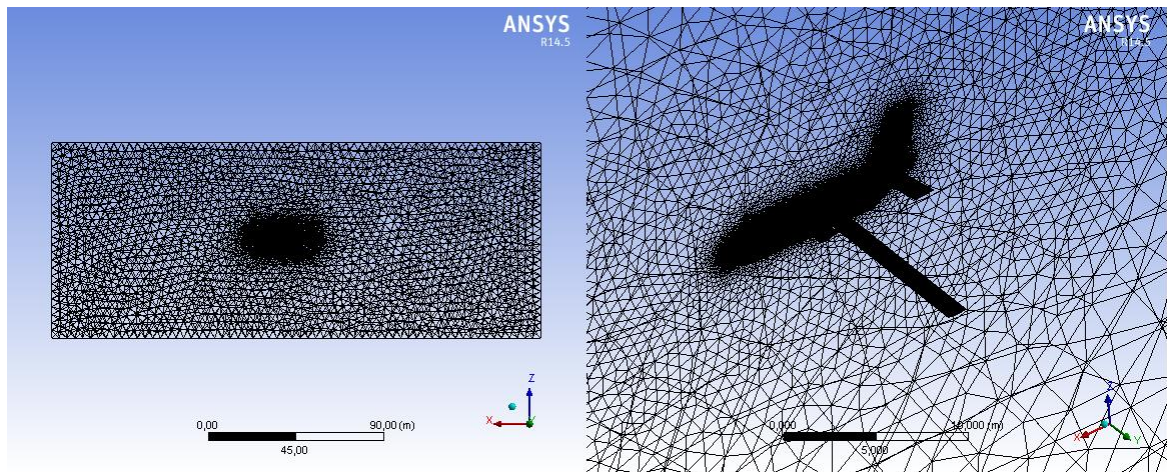
Observando que las diferencias entre los casos 5 y 6 son mínimas en términos de resultados y con el objetivo de optimizar el trabajo, se considera que la malla del caso 5 es una malla apta para trabajar, porque se espera que la malla del caso 6 aumentara el costo computacional de las simulaciones, pero que no entregará mayor exactitud en los resultados. En las Figura 14 y Figura 15 con las mismas escalas de longitud, se puede apreciar el refinamiento que hubo en la malla desde el caso 1 hasta el caso 5.

Figura 14: Malla caso 1.



Fuente: Autor.

Figura 15: Malla caso 5.



Fuente: Autor.

Después de tener la malla definida, el siguiente paso es preparar el pre procesamiento en el software ANSYS CFX. El pre procesamiento es la sección donde se definen las condiciones de análisis. El primer componente que se define es el fluido dentro del dominio. Las propiedades del fluido son definidas como las condiciones atmosféricas a las cuales se quiere experimentar. En este caso se selecciona aire como gas ideal y según la atmósfera estándar internacional<sup>26</sup>, se tiene para una altura de 10000 ft, altitud de vuelo crucero del HAR 25, una presión

---

<sup>26</sup> U.S. Standard atmosphere, 1976. National oceanic and atmosphere administration. National aeronautics and space administration. United States Air Force. Washington D.C. October 1976

de 69681,7 pascales y una temperatura de 268,338 kelvin, como lo muestra la Figura 16.

Figura 16: datos atmosféricos a 10000 ft de altitud.

The image shows a web-based calculator titled "1976 Standard Atmosphere Calc". It has a navigation bar with buttons for "Calculator", "Table", "Graphs", "Options", and "Help". The interface is divided into two main sections: "Input" and "Output".

**Input Section:**

- Altitude: 10000 (unit: feet [ft])
- Temperature offset\*: 0 (unit: Celsius / Kelvin)

\*Temperature deviation from 1976 standard atmosphere (off-standard atmosphere).

[SI Units](#) | [English/US Units](#)

**Output Section:**

- Temperature: 268.338 (unit: Kelvin)
- Pressure: 69681.7 (unit: pascals [Pa])
- Density: 0.904637 (unit: kilograms/cubic mete)
- Speed of sound: 328.387 (unit: meters/second [m/s])
- Dynamic viscosity: 0.0000171150 (unit: pascal second [Pa.s])

Fuente: Digital dutch. 1976 *Standard Atmosphere Calculator*

Después de tener definido las condiciones físicas para el fluido, es necesario seleccionar el modelo de turbulencia con el que se desea simular. Este parámetro es fundamental ya que define las ecuaciones que va a resolver el algoritmo. Basados en VERSTEEG y MALALASEKERA<sup>27</sup> y además en toda la información presentada en el capítulo dos de este proyecto de grado, se seleccionó como modelos de turbulencia  $k-\epsilon$ ,  $k-\omega$  y sst. Los tres modelos seleccionados, son modelos que trabajan con dos ecuaciones lo que reduce el costo computacional ya que un modelo de 7 ecuaciones sería inviable para procesarlo en un computador personal.

El modelo de turbulencia  $k-\epsilon$  ha sido escogido por ser el más ampliamente validado en las aplicaciones industriales y además por ser el modelo de turbulencia más simple. El modelo de turbulencia  $k-\omega$  es interesante debido a que la integración de la pared, no requiere funciones de amortiguación, lo que conlleva a que sea más práctico en aplicaciones con diversos números de Reynolds. Para finalizar, el modelo de turbulencia sst es uno de los modelos más recientes que además ha sido optimizado para usos aeronáuticos. Debido a que es una mezcla entre los modelos

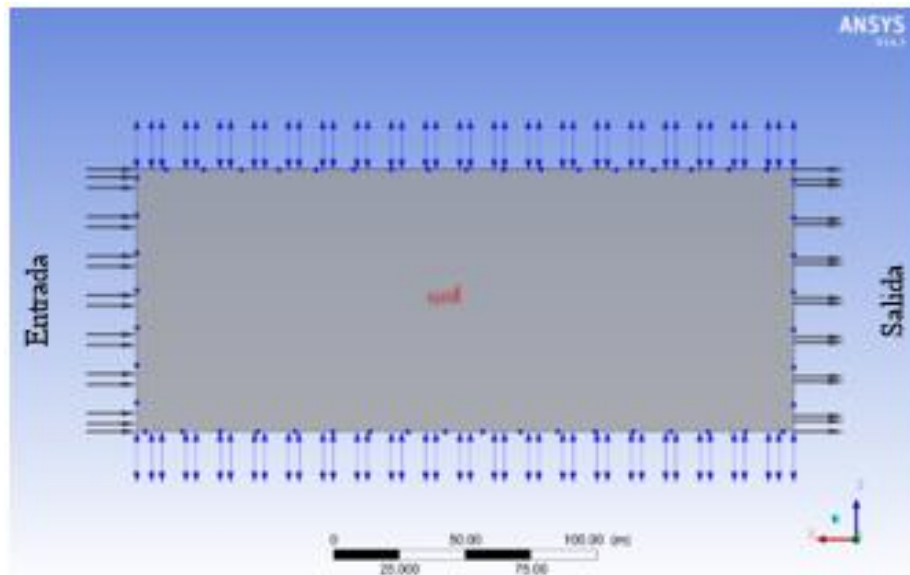
<sup>27</sup> H. K. Versteeg, W. Malalasekera. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Second edition.* Pearson Education Limited. ISBN 978-0-13-127498-3.

$k-\varepsilon$  y  $k-\omega$  su comportamiento bajo situaciones de gradiente de presión adverso o cero es excepcional.

El siguiente paso en el pre procesamiento es definir las condiciones de contorno para todos los componentes del modelo que se desea simular. Comenzando con el avión, este elemento lleva la condición de pared. La siguiente condición a definir es la entrada, que sería la pared derecha en la Figura 13 del dominio. En la condición de entrada es donde se define la velocidad del fluido y utilizando las componentes cartesianas, se puede definir el ángulo de ataque al cual se está simulando el vuelo. Para las paredes superior e inferior del dominio se les asigna la condición de contorno abierta, esta condición permite que estas paredes no afecten el flujo libre, lo cual evita especialmente fenómenos asociados a la reflexión del flujo. La pared izquierda del dominio tiene la condición de contorno de salida, esta condición se asegura que la presión estática a la salida del dominio sea cero. Como último queda la condición de contorno de simetría, dicha condición se asigna a la pared que está en contacto con el avión. La simetría permite que se pueda analizar solo la mitad del modelo CAD como se mencionó anteriormente al inicio de este capítulo, esto permite reducir a la mitad el número de elementos de la malla sin afectar los resultados de la simulación.

En las Figura 17 y Figura 18 se pueden apreciar las condiciones de contorno asignadas al modelo, las flechas negras representan la entrada y salida del flujo, las flechas azules representan la condición de contorno abierta y las líneas rojas representan la condición de simetría.

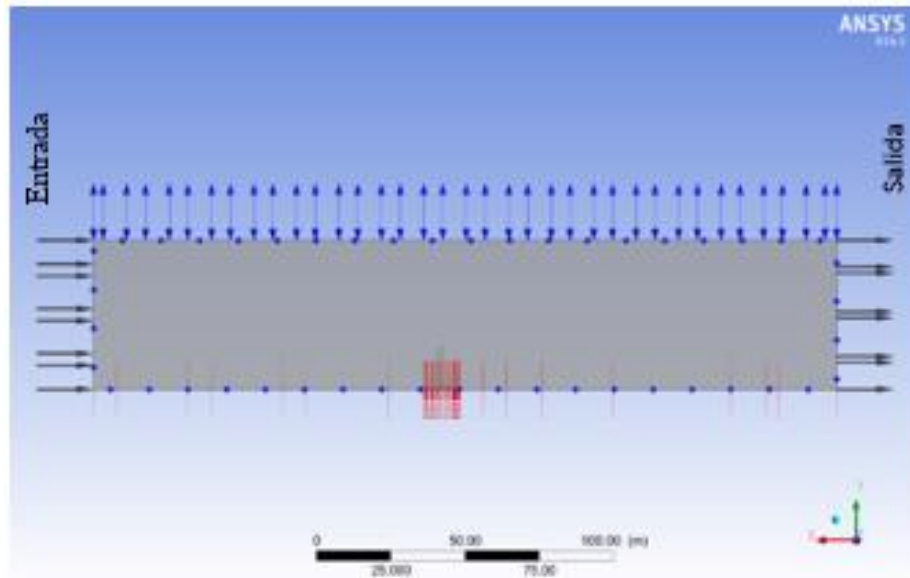
*Figura 17: Condiciones de contorno vista frontal.*



Fuente: Autor.



Figura 18: Condiciones de contorno vista superior.



Fuente: Autor.

Para finalizar el pre procesamiento, se tiene que definir una condición inicial que es necesaria para solucionar las ecuaciones del modelo de turbulencia. En esta sección se establece como condición inicial la velocidad cartesiana, ya que la presión estática se define automáticamente y la intensidad de la turbulencia se asume como baja.

La intensidad de turbulencia es un indicador que le permite saber al programa, en qué nivel de turbulencia está entrando el fluido al dominio computacional. Dicho valor es un porcentaje del nivel de intensidad de turbulencia en fluidos. El valor de la intensidad de turbulencia se obtiene, casi exclusivamente, a partir de datos experimentales, por desgracia es un valor de prueba-error y será necesario realizar varios cálculos.

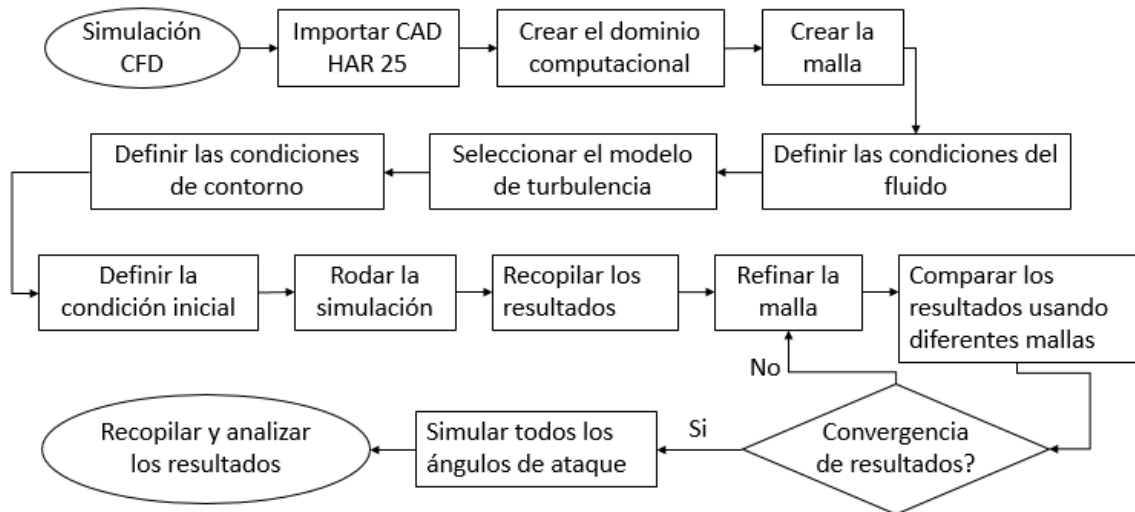
Para muchos problemas de fluidos es difícil tener una buena estimación de la turbulencia, por lo tanto, normalmente se dejan los valores de intensidad de turbulencia de 0.1% para flujos externos y 5% para flujos internos. Ahora bien, Podemos asumir que dicha intensidad tiene como valor 0.1%, debido a que en este proyecto de grado se está simulando una condición de vuelo crucero.

El siguiente paso es el procesamiento. El procesamiento es donde el software va a solucionar las ecuaciones de la simulación. Para definir el procesamiento es necesario seleccionar el método de solución de las ecuaciones, en nuestro caso se ha seleccionado "condición inicial". En la definición del procesamiento también se tiene que escoger el modo de computo, en serie o paralelo, si se selecciona el

computo en paralelo se debe indicar también el número de particiones que se desean utilizar. En este momento es importante supervisar la convergencia de las variables críticas, un buen nivel de convergencia puede ser sinónimo de un óptimo cálculo.

Una vez que el procesamiento ha acabado, el siguiente paso es el post procesamiento. El post procesamiento es la interfaz donde se puede leer y analizar los resultados obtenidos. Las herramientas visuales en esta sección del programa es algo destacable, las diferentes ayudas visuales nos permiten una mejor comprensión de los fenómenos que se presentan en el modelo. El siguiente capítulo discutirá los resultados logrados en este proyecto de grado, así como también, mostrará algunas de las opciones graficas que brinda el post procesamiento.

Para facilitar la comprensión del proceso computacional anteriormente descrito, se presenta a continuación un diagrama de flujo que resumen el proceso realizado.



### 3.1.2 Proceso Analítico

Para poder evaluar los resultados de las simulaciones es necesario realizar un estudio analítico y tener unos datos como base comparativa, para esto se utilizó RAYMER<sup>28</sup>. Para calcular el  $C_{L\alpha}$  del ala se utilizó la formula (3.1).

$$C_{L\alpha} = \frac{2\pi A}{2 + \sqrt{4 + \frac{A^2 \beta^2}{\eta^2} \left(1 + \frac{\tan^2 \Lambda_{max}}{\beta^2}\right)}} \left(\frac{S_{exposed}}{S_{ref}}\right) (F) \quad (3.1)$$

<sup>28</sup> D. P. Raymer, *Aircraft design: a conceptual approach*. AIAA education series. ISBN 0-930403-51-7

Donde  $\beta^2 = 1 - M^2$ ,  $\Lambda_{max}$  es el ángulo de barrido, que para el HAR 25 es cero.  $\eta$  es la eficiencia del ala, aquí se sigue la recomendación de RAYMER <sup>29</sup> donde  $\eta = 0.95$ ,  $S_{exposed}$  es el área expuesta del ala,  $A$  es la relación de aspecto y  $F = 1,07 \left(1 + \frac{d}{b}\right)^2$  es el factor de sustentación debido al fuselaje.

Siguiendo esta fórmula se encuentra un  $C_{L\alpha} = 6,60$ .

Para encontrar el  $C_L$  máximo, se toma el  $C_i$  del perfil y se multiplica por 0.9, esto aplica únicamente a aviones de alta relación de aspecto según RAYMER <sup>30</sup>. Con esto se llega a un máximo  $C_L$  de 0,9925 a  $8,6^\circ$  de ángulo de ataque.

Ahora para la estimación del  $C_{D0}$  se sigue el método Buildup descrito en RAYMER <sup>31</sup>. Con este método se encontró un  $C_{D0} = 0,023$  para crucero a 320 km/h. Para calcular el  $C_{Di}$  se utiliza la formula (3.2).

$$C_{Di} = \frac{C_L^2}{\pi AR e} \quad (3.2)$$

Donde  $e$  es el factor de oswald del ala que según RAYMER <sup>32</sup> se puede utilizar el valor 0.95.

---

<sup>29</sup> D. P. Raymer, *Aircraft design: a conceptual approach*. AIAA education series. ISBN 0-930403-51-7

<sup>30</sup> D. P. Raymer, Op. Cit.

<sup>31</sup> D. P. Raymer, *Aircraft design: a conceptual approach*. AIAA education series. ISBN 0-930403-51-7.

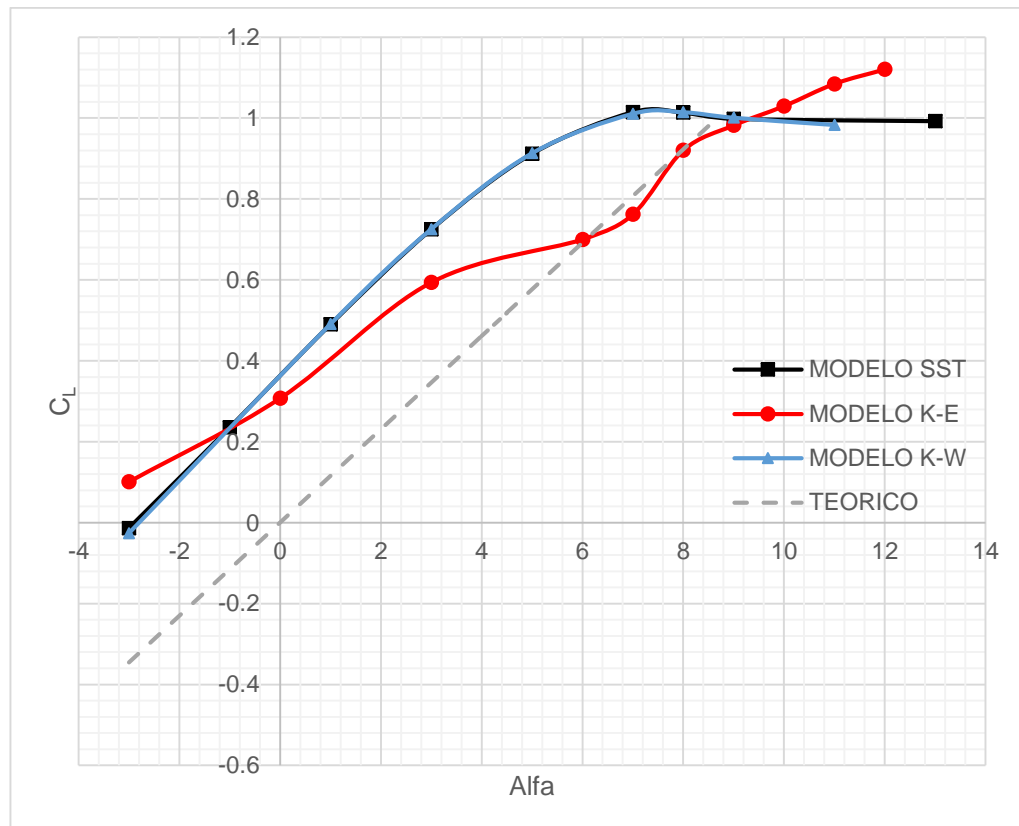
<sup>32</sup> D. P. Raymer, Op. Cit.

## 4. RESULTADOS Y ANÁLISIS

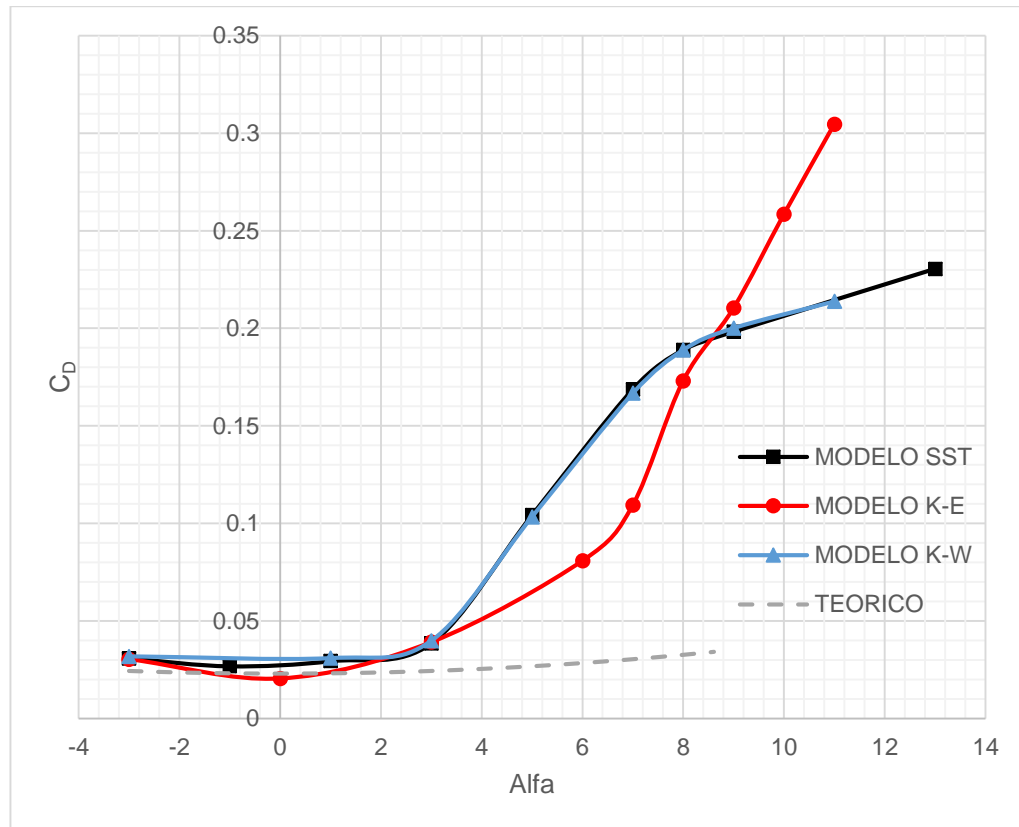
El capítulo que se presenta a continuación, pretende exhibir y discutir los resultados obtenidos, tras simular en CFD una aeronave de alta relación de aspecto para 19 pasajeros. Dichas simulaciones han sido realizadas con diferentes modelos de turbulencia. Esto con el fin de comparar el rendimiento de los modelos bajo situaciones difíciles de predecir, como lo es el vuelo de una aeronave con alta relación de aspecto.

El modelo de turbulencia  $k-\epsilon$  funciona muy bien especialmente en los flujos confinados donde las tensiones cortantes de Reynolds son más importantes. En flujos externos donde la mayor participación es gracias al término de la presión, el modelo puede pasar malos momentos, es posible que se necesite un ajuste en las constantes para tener una mayor precisión. Las Grafica 3 y Grafica 4 muestran los resultados, en términos de coeficientes aerodinámicos, obtenidos durante las simulaciones desarrolladas en este proyecto de grado.

Grafica 3:  $C_L$  vs ángulo de ataque.



Grafica 4:  $C_D$  vs ángulo de ataque.



Como se puede observar en las Grafica 3 y Grafica 4 los resultados de los modelos k- $\omega$  y SST han sido muy similares. Por otro lado, el modelo k- $\epsilon$  no ha conseguido muy buenos resultados, esto se puede explicar ya que como se mencionó anteriormente, el modelo k- $\epsilon$  no tiene buenos resultados cuando se trata de analizar situaciones con gradientes de presión no favorables.

Una de las ventajas de la formulación k- $\omega$  es el tratamiento de la pared cercana para cálculos de bajos números de Reynolds. El modelo no implica las funciones de amortiguación no lineal complejas requeridas para el modelo k- $\epsilon$  y, por lo tanto, es más preciso y más robusto. Un modelo k- $\epsilon$  para bajo Reynolds, normalmente requeriría una resolución de pared próxima de  $y^+ < 2$ , mientras que un modelo k- $\omega$  de bajo Reynolds requeriría al menos  $y^+ < 2$ . Incluso en los flujos industriales,  $y^+ < 2$  no se puede garantizar en la mayoría de las aplicaciones y, por esta razón, se desarrolló un nuevo tratamiento de pared cercana para los modelos k- $\omega$ . Permitiendo de esta forma, el cambio suave de una fórmula de número de Reynolds bajo a una formulación de función de pared.

Mientras que, El modelo SST basado en k- $\omega$  explica el transporte de la tensión de cizallamiento turbulenta y proporciona predicciones altamente precisas del inicio y la cantidad de separación de flujo bajo gradientes de presión negativos.

En la Grafica 3 se puede observar una diferencia entre los resultados teóricos y los resultados computacionales. Esta diferencia puede estar relacionada con el hecho de que, en el cálculo analítico, solo se tiene en cuenta como superficie sustentadora el ala principal, mientras que; el elevador y el carenaje para el tren de aterrizaje van a tener una contribución en la sustentación de la aeronave.

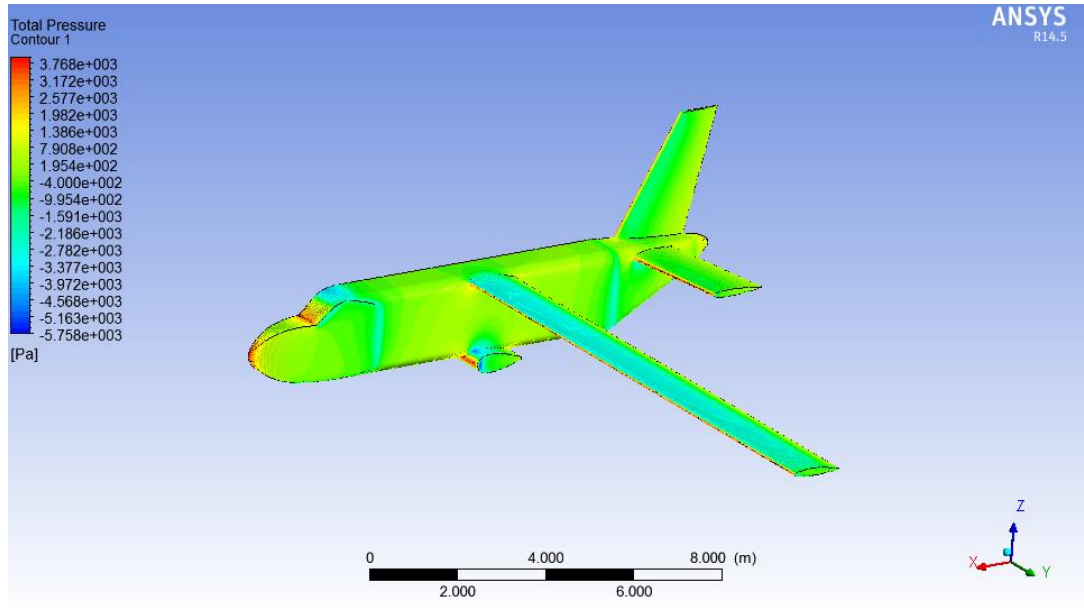
Por otro lado, en la región cerca al stall se hallaron datos similares. En las simulaciones por CFD se encontró que el avión entraría en pérdida entre el ángulo 8 y 9 de ataque, lo cual es coherente a lo probado analíticamente (8.6°). Para el  $C_{Lmax}$  teórico se encontró 0.9925 a 8,6°, así mismo, a través de CFD se halló un  $C_{Lmax}$  de 0.9983 para 8°.

La resistencia parásita se estimó primero usando el método buildup que es un método constructivo, es decir, tiene en cuenta la contribución de cada componente individual en la resistencia total del avión. La ventaja de este método es que, debido a que el avión es poco convencional, se puede tener un mayor control sobre cada característica distintiva del mismo y su contribución a la resistencia aerodinámica.

En las estimaciones del coeficiente de resistencia parásita en las superficies sustentadoras, fuselaje, empenaje y carenaje, se asume flujo turbulento, esto es una estimativa conservadora. Debido a la gran superficie de sustentación laminar en las alas, su participación en la resistencia parásita puede ser menor en condiciones favorables de limpieza de la superficie.

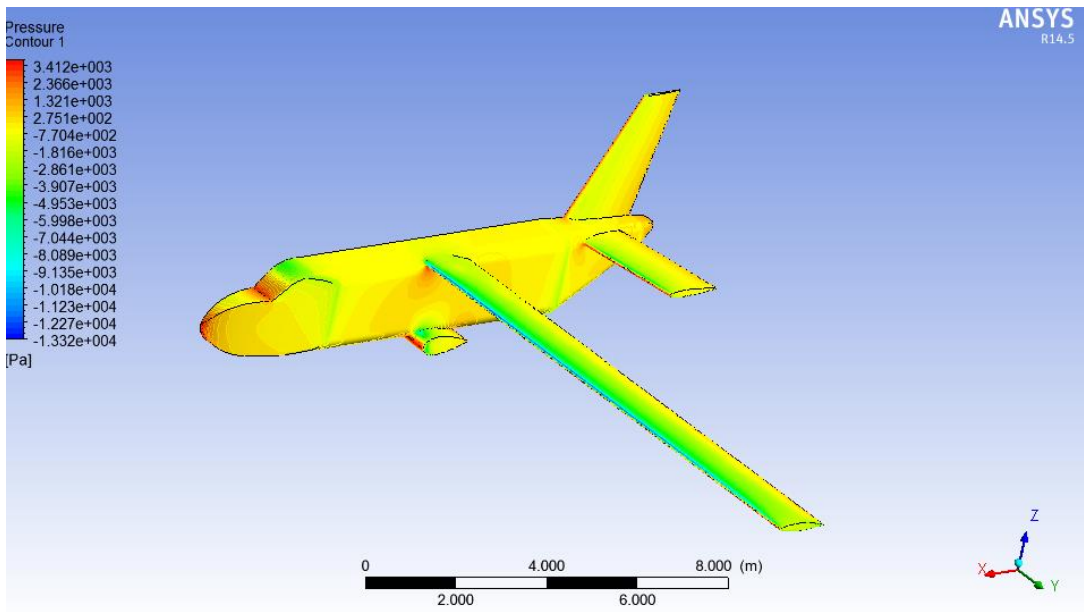
En la Grafica 4 se observa que, hasta el ángulo de ataque de 3°, los resultados analíticos y computacionales no tienen mayor diferencia, esto debido a que el método buildup realiza una estimativa de la resistencia aerodinámica de cada componente, que para bajos ángulos de ataque suele ser acertada. Por otra parte, para altos ángulos de ataque, el gradiente de presión aumenta creando mayor vorticidad y esto, junto con el aumento del área frontal proyectada, generan un incremento en la resistencia parasita. Este incremento no es considerado en el método buildup.

Figura 19: Distribución de presión ángulo de ataque 1°.



Fuente Autor.

Figura 20: Distribución de presión ángulo de ataque 8°.

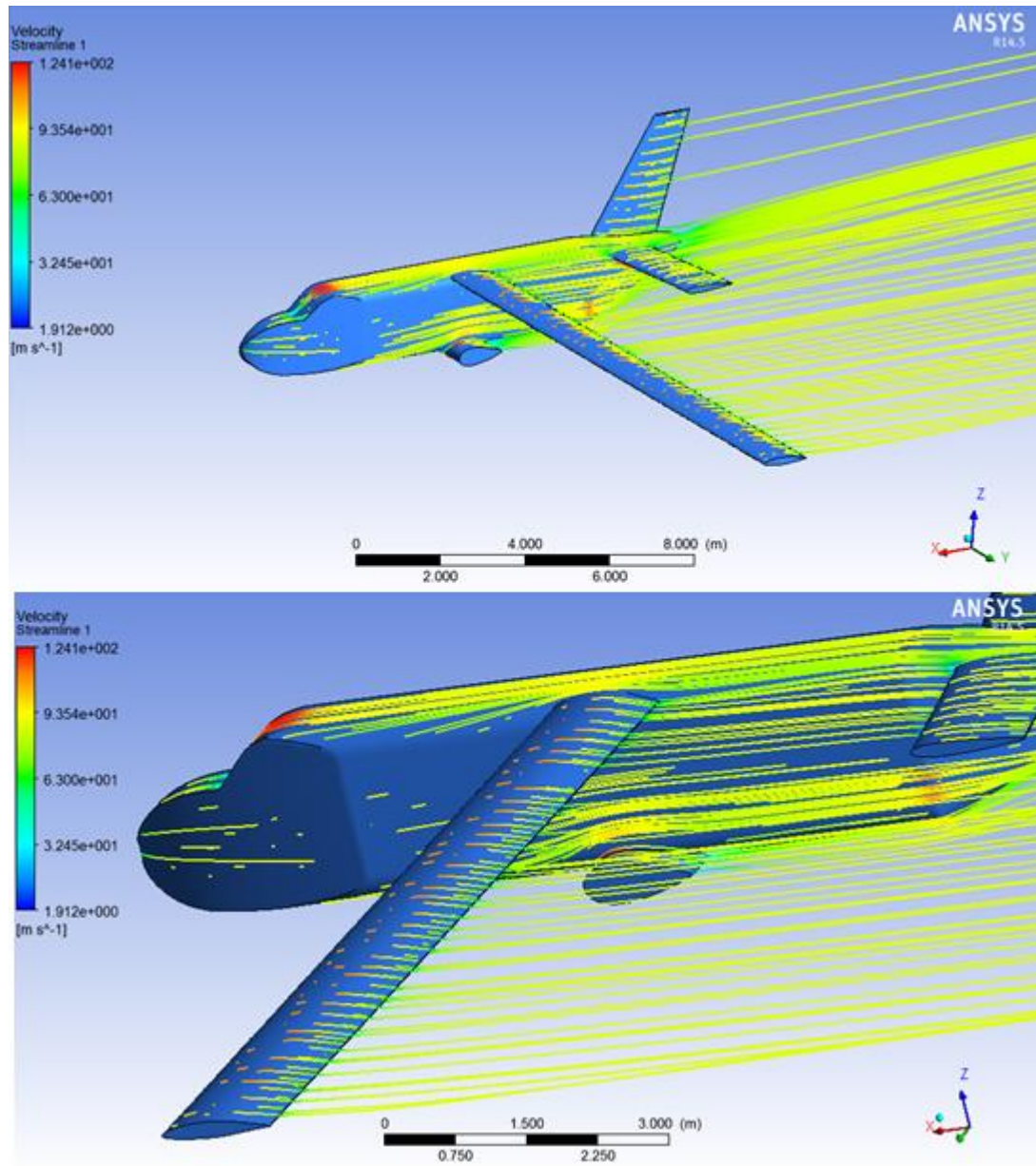


Fuente Autor.

Las Figura 19 y Figura 20 nos permiten afirmar lo que se dijo anteriormente. Haciendo la comparación visual entre la distribución de presión para los ángulos de ataque 1° y 8°, se puede observar que efectivamente para mayores ángulos de ataque el elevador, el carenaje para el tren de aterrizaje y el fuselaje, presentan en

la parte de intradós menor presión, lo cual a su vez generará sustentación que no está incluida dentro del análisis teórico de Raymer<sup>33</sup>.

Figura 21: Líneas de Flujo ángulo de ataque 1°.

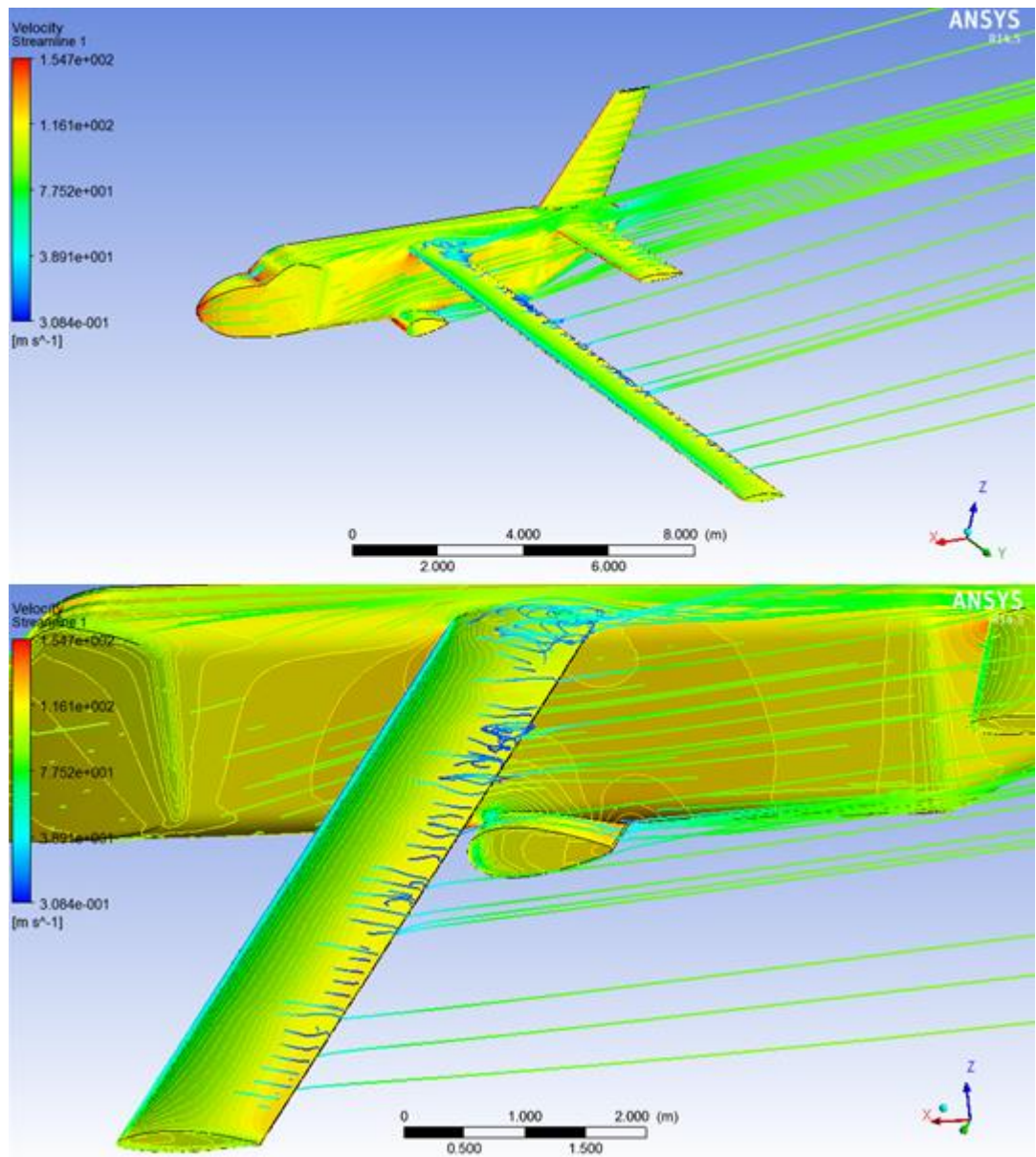


Fuente Autor.

<sup>33</sup> D. P. Raymer, *Aircraft design: a conceptual approach*. AIAA education series. ISBN 0-930403-51-7

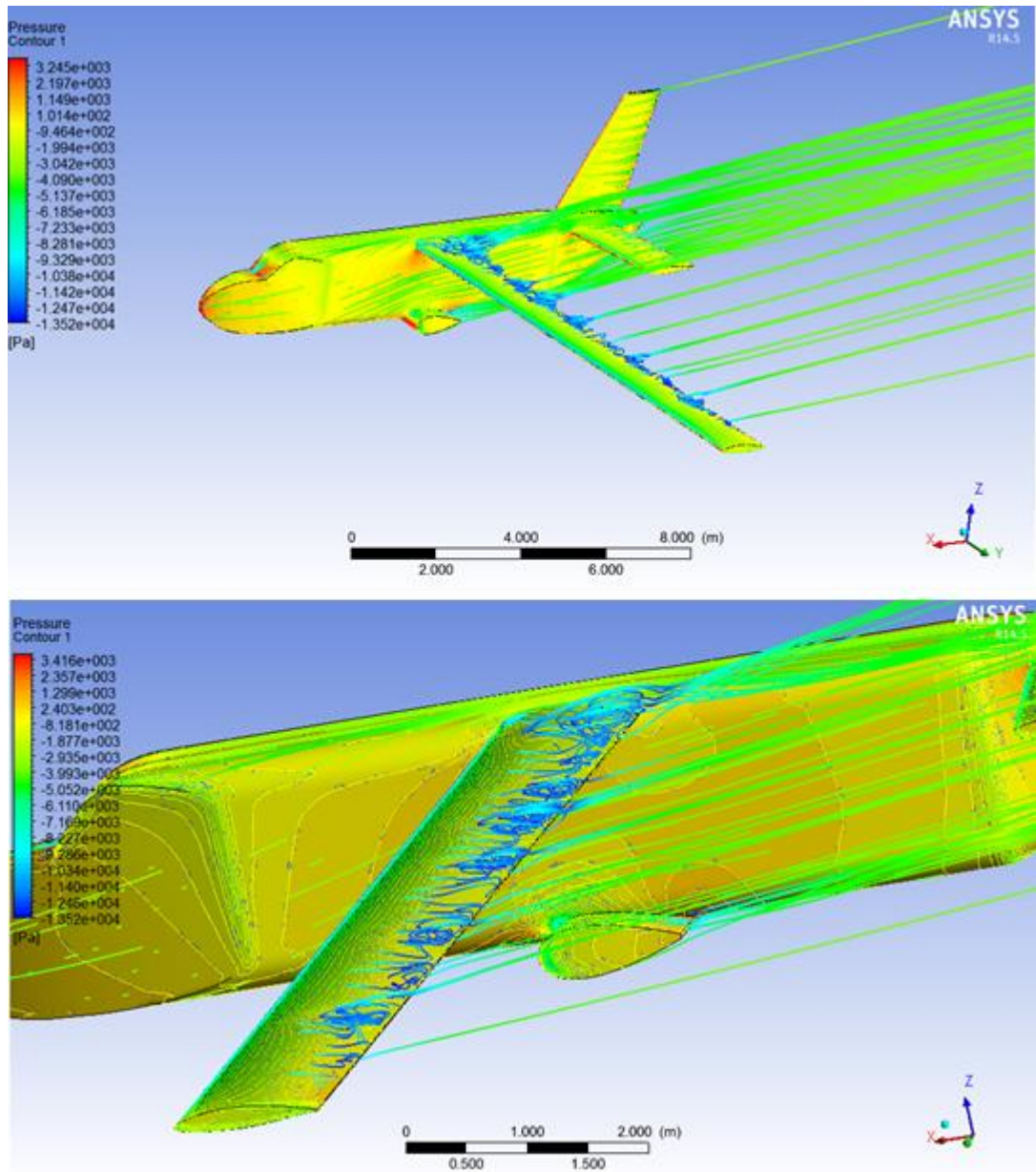


Figura 22: Líneas de Flujo ángulo de ataque 8°.



Fuente: Autor.

Figura 23: Líneas de Flujo ángulo de ataque 9°.



Fuente: Autor.

Las Figura 21, Figura 22 y Figura 23 ilustran las líneas de flujo para diversos ángulos de ataque. Se puede observar en la Figura 21 que para el ángulo de ataque 1° el flujo es totalmente laminar sobre el avión, mientras que, para en ángulo de ataque 8° ya se pueden observar vorticidad y recirculación de flujo, lo cual es un indicador de flujo turbulento.

Las Figura 22 y Figura 23 tienen como objetivo mostrar lo que sucede con las líneas de flujo antes y después de que el avión entré en pérdida. En la Figura 22 se puede ver que para el ángulo  $8^\circ$  ya hay un desprendimiento y recirculación de flujo sobre el ala, pero debido a que este desprendimiento de flujo es parcial, para este ángulo el ala aún sigue generando sustentación. En la Figura 23 se puede observar que la separación y recirculación de flujo han aumentado y se encuentran por casi todo el ala. Como lo muestran los resultados para el coeficiente de sustentación en la Grafica 3, el avión tiene una pérdida de sustentación debido a que el flujo en el ala se desprendió hasta el punto en que la diferencia de presión entre el intradós y extradós no es suficiente para generar una fuerza de elevación.

En la Figura 23 es posible percibir que a medida que el flujo sobre el ala se acerca al fuselaje aumenta la vorticidad. Esto es una clara muestra de horseshoe vortex, que se presenta cuando un fluido atraviesa un cuerpo que tiene interferencia con otra superficie. Esta vorticidad está en actual estudio, pero se sabe que es la causa por la cual la resistencia aerodinámica aumenta bastante en los aviones. Hasta el momento no se ha encontrado una solución satisfactoria para este fenómeno fluido dinámico.

## 5. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

### 5.1 Conclusiones

- ✓ El HAR 25 es una aeronave que gracias a su alta relación de aspecto logra un buen comportamiento en la generación de sustentación aerodinámica. No obstante, tiene deficiencias de diseño, ya que los abruptos cambios de geometría en el cockpit (especialmente el parabrisas) y en las zonas de interferencia entre el fuselaje y los otros elementos estructurales, generan altas presiones que, a su vez, van a crear resistencia aerodinámica que puede ser eludible.
- ✓ Los modelos de turbulencia de dos ecuaciones son muy utilizados, ya que ofrecen un buen compromiso entre el esfuerzo numérico y la exactitud computacional. Sin embargo, el modelo de dos ecuaciones  $k-\epsilon$  se comporta mejor en flujos internos. Por otra parte, los modelos  $k-\omega$  y SST han podido analizar correctamente el flujo a través de la aeronave de alta relación de aspecto, gracias a sus tratamientos en las regiones cerca a la pared.
- ✓ El software ANSYS CFD es un muy buen código para simulaciones computacionales, de ahí que sea una de las plataformas más costosas del mercado. En búsqueda de los mejores resultados posibles a la hora de trabajar con este programa, es importante tener cuidado con la selección de malla y el modelo de turbulencia a usarse. La versatilidad de ANSYS CFD es excepcional, consigue simular una gran variedad de situaciones siempre y cuando sea utilizado de la manera adecuada.
- ✓ Debido a la variación de la geometría en un avión, para una misma velocidad de vuelo se pueden experimentar grandes rangos de números de Reynolds. Esta condición sumada a un fino borde de ataque, obliga a crear una malla muy fina para que los fenómenos fluido dinámicos cercanos a la pared del ala se puedan analizar correctamente. Así, en los estudios aeronáuticos, es necesario crear estas finas mallas ya que fenómenos como la separación de flujo, recirculación y evolución de la capa límite, son temas de gran interés y que mayor influencia van a tener en el performance de las aeronaves.

## 5.2 Recomendaciones

- I. Las herramientas computacionales, especialmente hablando de los códigos CFD, son ampliamente utilizadas por la academia y la industria por su versatilidad y bajo costo comparado con las pruebas experimentales. Es de vital importancia para un ingeniero aeronáutico, conocer estos códigos y saberlos utilizar en forma apropiada.
- II. Los Aviones de alta relación de aspecto son el futuro de la aviación comercial ya que, teniendo en cuenta su bajo consumo de combustible, son eficientes económicamente y además son proyectos sustentables. Así lo demuestra el nuevo proyecto en el que actualmente la NASA se encuentra trabajando junto con la Boeing. El Sugar es un avión para transporte de pasajeros con alta relación de aspecto que, según los investigadores, revolucionará la industria aeronáutica. Es importante comenzar a estudiar más sobre esta nueva configuración de aeronaves.
- III. Para realizar estudios aerodinámicos computacionales se recomienda contar con un computador apto para dicho trabajo. Así las cosas, si se va a trabajar con un computador personal se recomienda no laborar con muchos millones de elementos. Claramente esto depende del tipo de computador con el que se esté trabajando. Para este estudio se utilizó un computador con un procesador Intel core i7 con 8 gb de ram. Con esta configuración no se recomienda superar los 8 millones de elementos ya que los cálculos van a demorar mucho y generarán gran desgaste en las piezas de su ordenador.

## BIBLIOGRAFÍA

Anderson, John D. (1995). *Computational Fluid Dynamics: The Basics with Applications*. McGraw-Hill Science. ISBN 0-07-001685-2.

Basile, Mauro. *Et al.* Proyecto conceptual aeronave HAR-25. Sao Carlos Universidade de Sao Paulo EESC, Facultad de ingeniera, departamento de ingeniería aeronáutica, 2015.

Basile, Mauro. *Et al.* Proyecto detallado aeronave HAR-25. Sao Carlos Universidade de Sao Paulo EESC, Facultad de ingeniera, departamento de ingeniería aeronáutica, 2015.

D. P. Raymer, *Aircraft design: a conceptual approach*. AIAA education series. ISBN 0-930403-51-7

Digital dutch. 1976 *Standard Atmosphere Calculator* [en línea]. [Países Bajos]. 1999 [consultado el 15 de marzo de 2016] <http://www.digitaldutch.com/atmoscalc/>

Douglas P. Wells. *Wing Configuration Impact on Design Optimums for a Subsonic Passenger Transport*. NASA Langley Research Center, Hampton. AIAA.

H. K. Versteeg, W. Malalasekera. (2007). *An Introduction to Computational Fluid Dynamics: The Finite Volume Method. Second edition*. Pearson Education Limited. ISBN 978-0-13-127498-3.

Hanjalic, K. (2004). *Closure Models for Incompressible Turbulent Flows*, Von Karman Institute Lecture Series Turbulence 2004, Von Karman Institute, Rhode-Saint Genese, Belgium, <http://www.vki.ac.be/educat/lect-ser/2004/turbulence2004/hanjalic.pdf>.

Haselbacher, A. (1999). *A Grid-transparent Numerical Method for Compressible Viscous Flows on Mixed Unstructured Grid*, Ph.D. Thesis, Loughborough University.

J. J. Bertin, R. M. Cummings, *aerodynamics for engineers*. Fifth edition, Pearson Education Limited.

Jones, W. P. and Whitelaw, J. H. (1982). *Calculation of Turbulent Reacting Flows: A Review, Combust. Flame*, Vol. 48, pp. 1–26.

Launder, B. E. and Spalding, D. B. (1974). *The Numerical Computation of Turbulent Flows, Comput. Methods Appl. Mech. Eng.* Vol. 3, pp. 269–289.

Launder, B. E., Reece, G. J. and Rodi, W. (1975). *Progress in the Development of a Reynolds-stress Turbulence Closure*, *J. Fluid Mech.*, Vol. 68, Pt 3, pp. 537–566.

Menter, F. R. (1992). *Performance of Popular Turbulence Models for Attached and Separated Adverse Pressure Gradient Flow*, *AIAA J.*, Vol. 30, pp. 2066–2072.

Peyret, R. and Krause, E. (eds) (2000). *Advanced Turbulent Flow Computations*, CISM Courses and Lectures No. 395, International Centre for Mechanical Sciences, Springer-Verlag, Vienna.

Rodi, W. (1980). *Turbulence Models and their Application in Hydraulics – A State of the Art Review*, IAHR, Delft, The Netherlands.

Spalart, P. and Allmaras, S. A. (1992). *One-Equation Turbulence Model for Aerodynamic Flows*, AIAA Paper 92-0439.

Tennekes, H. and Lumley, J. L. (1972). *A First Course in Turbulence*, MIT Press, Cambridge, MA.

*U.S. Standard atmosphere, 1976*. National oceanic and atmosphere administration. National aeronautics and space administration. United States Air Force. Washington D.C. October 1976.

Wikipedia foundation inc. *Aspect Ratio (aeronautics)* [en línea]. [Estados Unidos]. Última vez modificado el 3 de septiembre de 2016 [citado el 23 de junio de 2016]. [https://en.wikipedia.org/wiki/Aspect\\_ratio\\_\(aeronautics\)#Variable\\_aspect\\_ratio](https://en.wikipedia.org/wiki/Aspect_ratio_(aeronautics)#Variable_aspect_ratio).

Wikipedia foundation inc. *Mecánica de fluidos computacional* [en línea]. [España]. Última vez modificado el 20 de Julio de 2016 [citado el 17 de mayo de 2016]. [https://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica\\_de\\_fluidos\\_computacional](https://es.wikipedia.org/wiki/Mec%C3%A1nica_de_fluidos_computacional).

Wilcox, D. C. (1988). *Reassessment of the Scale-determining Equation for Advanced Turbulence Models*, *AIAA J.*, Vol. 26, No. 11, pp. 1299–1310.