

Norges miljø- og  
biovitenskapelige  
universitet

Masteroppgave 2017 30 stp  
Fakultet for relfag og teknologi

# **Prestasjonsanalyse med GNSS i alpint**

Performance analysis with GNSS in alpine skiing

Håkon Støen Gussiås  
Geomatikk



# Sammendrag

Alpint er en idrett med svært små marginer. Der kan et par hundredeler skille seier fra fiasko. Alpint foregår med svært høye hastigheter, noe som gjør at en liten feil kan koste deg svært mye tid. De seneste årene har alpint begynt å ta i bruk GNSS som et verktøy for prestasjonsanalyse. Det har skjedd en stor utvikling innenfor GNSS de seneste årene, dette gjør at tilgjengeligheten på godt og nøyaktig utstyr har blitt mye større, noe som igjen har ført til interesse innenfor alpint.

I denne oppgaven sees det på ulike typer GNSS-mottakere, i tillegg til en mottaker med innebygd IMU. Dette gjøres for å sammenlikne disse, og se hvor godt de ulike mottakerne yter opp mot hverandre. Dette er testet sammen med et system som baserer seg på bruk av totalstasjon, Daedalus. Dataene er samlet inn under testkjøring på Juvasshytta sommeren 2016.

Resultatene har vist at for slike forhold som vi har på Juvasshytta er det lite som skiller mottakere med GNSS og mottakere med både GNSS og IMU. Hovedforskjellen på disse to systemene er oppdateringsfrekvensen. Oppdateringsfrekvensen for et system med IMU er mye høyere enn for et system som benytter kun GNSS, noe som er fordelaktig i en idrett som alpint hvor dynamikken er svært høy. Andre fordeler med systemer med både IMU og GNSS er at et slikt system vil fungere for korte perioder uten GNSS-signaler, siden IMU-observasjoner kan fremskrives over korte tidsrom uten noen form for eksterne sensorer. Med disse begrunnelsene som bakgrunn vil et system med både GNSS og IMU være å foretrekke for en applikasjon innenfor alpint.



# Abstract

Alpine skiing is a sport with very small margins. There can be a few hundredths divorcing victory from failure. Alpine skiing take place at very high speeds, which means that a small mistake can cost you a lot of time. In recent years, alpine skiing has begun to use GNSS as a tool for performance analysis. There has been a lot of development within GNSS in recent years, which in turn has led to interest in alpine skiing.

In this thesis i will test different types of GNSS receivers, as well as a receiver with embedded IMU. This is done to compare these and to see how well each receiver can provide. This has been tested together with a system based on the use of a total station, Daedalus. The data is collected during test run at Juvasshytta summer 2016.

The results have shown that for such conditions as we had at Juvasshytta, there is little difference between receivers with GNSS only and with receivers with both GNSS and IMU. The main difference between these two systems is the difference in observation frequency. The observation frequency for a system with IMU is much higher than for systems using GNSS only, which is beneficial in a sport like alpine skiing where the dynamics are very high. Other advantages of a system with both GNSS and IMU are that such a system will work for short periods of time without GNSS observations, since IMU observations can be interpolated over short periods of time without any kind of external sensors such as GNSS. With this in hand, a system with both IMU and GNSS would be recommended for an Alpine skiing application.



# Forord

Denne oppgaven markerer avslutningen på min 5-årige master i geomatikk ved Norges Miljø og Biovitenskapelige Universitet (NMBU). Oppgaven utgjør 30 studiepoeng og er gjennomført i løpet av våren 2017. Oppgaven er gitt som et samarbeid mellom Norges Idrettshøgskole (NIH) og NMBU

Jeg vil rette en stor takk til mine to veiledere Jon Glenn Omholt Gjevestad (NMBU) og Mathias Felix Gilgien (NIH) for svært grundig og faglig god veiledning underveis i prosessen med denne oppgaven. Jon Glenn Omholt Gjevestad har også vært til stor inspirasjon underveis i studieløpet på master i geomatikk ved NMBU. Uten deres hjelp hadde ikke oppgaven kommet dit den er i dag. Videre vil jeg takke alle de involverte ved datainnsamlingen på Juvasshytta sommeren 2016.

I tillegg ønsker jeg å takke familie, venner og kjæreste for god støtte gjennom arbeidet med masteroppgaven. En spesiell takk går også til de andre masterstudentene i geomatikk som alltid sørget for godt humør på masterrommet.

Avslutningsvis vil jeg rette en ekstra takk til min bestefar, Ingvald Gussiås, som dessverre gikk bort den 7. mai 2017. Uten deg hadde jeg ikke kommet dit jeg er i dag, derfor dedikerer jeg denne oppgaven til deg. Hvil i fred, bestefar.





# Innhold

<b>Sammendrag</b>	<b>iii</b>
<b>Abstract</b>	<b>v</b>
<b>Forord</b>	<b>vii</b>
<b>1 Innledning</b>	<b>1</b>
1.1 Bakgrunn . . . . .	1
1.2 Problemstilling . . . . .	2
<b>2 GNSS</b>	<b>3</b>
2.1 Global Positioning System . . . . .	3
2.1.1 Spesifikasjoner . . . . .	4
2.1.2 Signalstruktur . . . . .	4
2.2 GLONASS . . . . .	6
2.2.1 Spesifikasjoner . . . . .	6
2.2.2 Signalstruktur . . . . .	6
2.3 Andre systemer . . . . .	8
2.3.1 Galileo . . . . .	8
2.3.2 BeiDou . . . . .	9
2.4 Sammenlikning av GPS, GLONASS, Galileo og BeiDou . . . .	10
<b>3 Observasjonsmetoder</b>	<b>13</b>
3.1 Kodemåling . . . . .	13
3.2 Fasemåling . . . . .	14
3.3 Observasjonslikningene . . . . .	14
3.4 Differensielle målinger . . . . .	16
3.4.1 Enkeldifferanse . . . . .	16

3.4.2	Dobbeldifferanse . . . . .	17
3.4.3	Trippeldifferanse . . . . .	18
3.5	Feilkilder innen GNSS . . . . .	19
3.5.1	Klokkebias . . . . .	20
3.5.2	Banefeil . . . . .	21
3.5.3	Ionosfæren . . . . .	21
3.5.4	Troposfæren . . . . .	21
3.5.5	Antennas fasesenter offset . . . . .	23
3.5.6	Multipath . . . . .	24
3.5.7	Størrelsesorden på feilkilder . . . . .	25
3.6	DOP . . . . .	25
<b>4</b>	<b>Treghetsnavigasjon</b>	<b>29</b>
4.1	Referansesystem . . . . .	30
4.1.1	Inertiell referanseramme (i-frame) . . . . .	31
4.1.2	ECEF (e-frame) . . . . .	31
4.1.3	Geografisk referanseramme (g-frame) . . . . .	32
4.1.4	Skrogramme (b-frame) . . . . .	32
4.2	Monteringsteknikker . . . . .	32
4.2.1	Gimbalmontering . . . . .	32
4.2.2	Strapdownmontering . . . . .	33
4.3	Gyroskop . . . . .	34
4.3.1	Mekanisk gyroskop . . . . .	34
4.3.2	Optisk gyroskop . . . . .	35
4.3.3	MEMS gyroskop . . . . .	35
4.3.4	Feilkilder i et gyroskop . . . . .	36
4.4	Akselerometer . . . . .	37
4.4.1	Mekanisk akselerometer . . . . .	37
4.4.2	Solid state akselerometer . . . . .	37
4.4.3	MEMS akselerometer . . . . .	38
4.4.4	Feilkilder i et akselerometer . . . . .	38
4.5	Oversikt over treghetsnavigasjon . . . . .	38
4.6	Treghetsnavigasjon med eksterne sensorer . . . . .	40
4.7	Gangen i et komplementærfilter . . . . .	41
4.8	Navigasjonslikning i e-frame . . . . .	45
4.9	Numerisk integrasjon . . . . .	47
4.10	Kobling mellom IMU og GNSS . . . . .	48

4.11	Egenskaper treghetsnavigasjon . . . . .	51
<b>5</b>	<b>Beskrivelse av applikasjonen</b>	<b>53</b>
5.1	Alpint . . . . .	56
5.2	Utfordringer i alpint . . . . .	56
5.2.1	Vekt/montering . . . . .	56
5.2.2	Dynamikk . . . . .	57
5.2.3	Lagringsplass . . . . .	58
5.2.4	Leverarm . . . . .	58
5.2.5	Massemiddelpunktet . . . . .	59
5.2.6	Høydeforskjeller . . . . .	60
5.2.7	Skygging av satellitter . . . . .	61
5.3	Skadeforebygging . . . . .	61
5.3.1	Svingmekanikk . . . . .	62
5.3.2	Hastighet og kinetisk energi . . . . .	62
5.3.3	Utmattelse . . . . .	62
5.3.4	Hopp . . . . .	63
<b>6</b>	<b>Feltdelen</b>	<b>65</b>
6.1	Datainnsamlingen . . . . .	66
6.2	Utstyr som ble benyttet . . . . .	71
6.2.1	Septentrio PolaRx4TR PRO . . . . .	71
6.2.2	Applanix APX-15 . . . . .	72
6.2.3	Javad Alpha . . . . .	73
6.2.4	Emlid Reach RTK . . . . .	74
6.2.5	Daedalus . . . . .	75
6.2.6	Sekken . . . . .	77
6.2.7	Prosesseringen . . . . .	78
6.3	RTKLIB . . . . .	78
6.4	Matlab . . . . .	79
<b>7</b>	<b>Resultater og analyse</b>	<b>81</b>
7.1	Analyse av fullstendig kjøretur . . . . .	81
7.2	Totale differanser . . . . .	89
7.3	Analyse av enkeltsvinger . . . . .	91
7.3.1	Kjøring 1 . . . . .	92
7.3.2	Kjøring 2 . . . . .	94
7.4	Diskusjon . . . . .	96

<b>8 Konklusjon</b>	<b>103</b>
8.1 Veien videre . . . . .	105
<b>Bibliografi</b>	<b>107</b>
<b>A Plott over kjøringer</b>	<b>109</b>
A.1 Kjøring 2, dag 1 . . . . .	110
A.2 Kjøring 3, dag 1 . . . . .	113
A.3 Kjøring 1, dag 2 . . . . .	116

# Figurer

2.1	Utviklingen til GPS. [Tegedor, 2015]	5
2.2	Utviklingen til GLONASS. [Tegedor, 2015]	7
3.1	Troposfæren. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]	22
3.2	Antennas fasesenter offset. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]	23
3.3	Multipath. [Seeber, 2003]	24
3.4	Forskjellen på god og dårlig PDOP.[Seeber, 2003]	27
4.1	ECEF. [Farrell, 2008]	31
4.2	Gimbalmontering. [Woodman, 2007]	33
4.3	Integrasjon av Gimbalobservasjoner.[Woodman, 2007]	33
4.4	Integrasjon av strapdownobservasjoner. [Woodman, 2007]	34
4.5	Optisk gyroskop	35
4.6	Mekanisk akselerometer. [Woodman, 2007]	37
4.7	Komplementærfilter	41
4.8	Gangen i et kalmanfilter med eksterne sensorer. Hentet fra [Kjørsvik, 2010] med henvisning til hvilke likninger som benyttes.	43
4.9	Løs kobling. [Petovello, 2003]	50
4.10	Tett kobling. [Petovello, 2003]	50
5.1	Pendelmodellen fra [Gilgien et al., 2013]	60
6.1	Oversikt over området	66
6.2	Vektor mellom Lom og Juvasshytta (Septentrio)	67
6.3	Vektor mellom Juvasshytta (Septentrio) og Javad basestasjon	68
6.4	Oversikt over nettet på Juvass	69
6.5	Montering av antenna til Septentrio på Juvasshytta	71

6.6	Plasseringen til Javad basestasjon med alpinbakken i bakgrunnen. . . . .	73
6.7	Emlid Reach RTK <sup>1</sup> . . . . .	74
6.8	Totalstasjon med Daedalus montert. [Guillaume et al., 2012] .	75
6.9	Test av Daedalus på Gardermoen før avreise til Juvasshytta .	76
6.10	Bilde av sekken . . . . .	77
7.1	Plott over kjøring gitt i lokalt NED-system . . . . .	83
7.2	Plott over hastigheter i traseen . . . . .	84
7.3	Plott over differanse mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus . . . . .	85
7.4	Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Daedalus . . . . .	86
7.5	Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Javad . . . . .	87
7.6	Plott over kjøring gitt som retning, PDOP og antall satellitter	88
7.7	Totale differanser for Daedalus . . . . .	89
7.8	Totale differanser for Javad . . . . .	90
7.9	Totale differanser for Emlid Reach RTK . . . . .	91
7.10	Kjøring 1, sving 1, tid: 0.2 - 1.3 sek . . . . .	92
7.11	Kjøring 1, sving 5, tid: 7.5 - 8.0 sek . . . . .	93
7.12	Kjøring 1, sving 7, tid: 10.6 - 10.9 sek . . . . .	93
7.13	Kjøring 2, sving 3, tid: 3.4 - 3.8 sek . . . . .	94
7.14	Kjøring 2, sving 3 andre del, tid: 4.1 - 4.5 sek . . . . .	95
7.15	Kjøring 2, sving 5, tid: 7.3 - 7.7 sek . . . . .	95
7.16	Utfortrase, Kvitfjell . . . . .	99
7.17	Bilde fra testkjøring Røldal med sekk. Foto: Jon Glenn Gjevestad	100
7.18	Bilde fra testkjøring Røldal uten sekk. Foto: Jon Glenn Gjevestad	100
A.1	Plott over kjøring gitt i lokalt NED-system . . . . .	110
A.2	Plott over hastigheter i traseen . . . . .	110
A.3	Plott over differanse mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus . . . . .	111
A.4	Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Daedalus . . . . .	111
A.5	Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Javad . . . . .	112
A.6	Plott over kjøring gitt som retning, PDOP og antall satellitter	112

A.7	Plott over kjøring gitt i lokalt NED-system . . . . .	113
A.8	Plott over hastigheter i traseen . . . . .	113
A.9	Plott over differanse mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus . . . . .	114
A.10	Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Daedalus . . . . .	114
A.11	Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Javad . . . . .	115
A.12	Plott over kjøring gitt som retning, PDOP og antall satellitter	115
A.13	Plott over kjøring gitt i lokalt NED-system . . . . .	116
A.14	Plott over hastigheter i traseen . . . . .	116
A.15	Plott over differanse mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus . . . . .	117
A.16	Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Daedalus . . . . .	117
A.17	Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Javad . . . . .	118
A.18	Plott over kjøring gitt som retning, PDOP og antall satellitter	118





# Tabeller

2.1	Sammenlikning av sentrale parametre innenfor GPS, GLO-NASS, Galileo og BeiDou. Tallene i tabellen er hentet fra [Hofmann-Wellenhof et al., 2007] . . . . .	10
3.1	Største feilkildene innenfor GNSS . . . . .	20
3.2	Størrelsen på de største feilkildene innenfor GNSS. [Seeber, 2003] . . . . .	25
4.1	IMU klassifisering. [Petovello, 2003] . . . . .	30
6.1	Oversikt over utstyret som er blitt benyttet . . . . .	70
6.2	Spesifikasjoner for Applanix APX-15 . . . . .	72
6.3	Oversikt over hvor det er prosessert . . . . .	78



# Kapittel 1

## Innledning

### 1.1 Bakgrunn

Alpint er en idrett med svært små marginer. Der kan et par hundredeler skille seier fra fiasko. Alpint foregår med svært høye hastigheter, noe som gjør at en liten feil kan koste deg svært mye tid. Dette gjør at alpint de siste årene har begynt å se på teknologi for prestasjonsanalyse. Som Christian Mitter, hovedtrener for alpinlandslaget herrer, har sagt:

”Alpine skiing is a zoo of wild guesses –  
therefore analytical approaches are of great value in this sport.”

De seneste årene har alpint begynt å ta i bruk GNSS som et verktøy for prestasjonsanalyse. Det har skjedd en stor utvikling innenfor GNSS de seneste årene, dette gjør at tilgjengeligheten på godt og nøyaktig utstyr har blitt mye større, noe som igjen har ført til interesse innenfor alpint. Det er fortsatt en vei å gå før man har funnet ut hvilke utstyr som egner seg best innenfor alpint, men forhåpentligvis skal denne oppgaven være med på å lede de inn på rett spor.

## 1.2 Problemstilling

Problemstillingen for denne oppgaven er å se på ulikt GNSS-utstyr som kan benyttes til alpint, sammenlikne disse og se på hvordan de ulike enhetene yter opp mot hverandre. I alpint har man en rekke utfordringer man ikke har i annet bruk av GNSS, noe som gjør at det stilles strengere krav til oppdateringsfrekvens og tilgjengelighet.

Datene som er benyttet i denne masteroppgaven ligger på den vedlagte minnepinnen. For informasjon om dataene se les meg-filen som ligger på minnepinnen.

# Kapittel 2

## GNSS

Globale navigasjonssatellittsystemer (GNSS) er en samlebetegnelse på ulike satellittbaserte navigasjonstjenester. Eksempler på slike systemer er f.eks det amerikanske GPS, russiske GLONASS og europeiske Galileo. Disse benyttes i dag til mange ulike oppgaver både til militært og sivilt bruk. Både GPS og GLONASS startet som et militært initiativ, men har utviklet seg til å bli noe alle bruker hver dag. Ved hjelp av avanserte mottakere får man i dag nøyaktighet ned på noen cm ved differensierte fasemålinger. De fleste mottakere som benyttes i dag, de som sitter i blant annet mobiltelefoner, har en nøyaktighet på 3-5 m i grunnriss og 5-10 m i høyde. Ved denne målemetoden benyttes det enfrekvente kodemålinger.

GNSS har de seneste årene også blitt benyttet til analyse innenfor alpint. Da benyttes det mottakere med fasemåling. Dette skyldes at man ønsker svært god nøyaktighet.

### 2.1 Global Positioning System

Det amerikanske systemet GPS ble etablert av det amerikanske forsvarsdepartementet i 1973. GPS skulle fungere som et avstandssystem fra kjente posisjoner på satellittene til ukjente posisjoner på eller i nærheten av jordas

overflate. GPS ble startet som et militært system for det amerikanske forsvaret. Etter ulykken med Korean Airlines i 1983 ble det også bestemt at GPS skulle åpnes for sivile brukere. Den første satellitten ble skutt opp i februar 1978 og GPS ble fullt operasjonelt i 1995. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]

### 2.1.1 Spesifikasjoner

GPS består i alt av 27 nominelle satellitter i 6 ulike baneplan. I tillegg har man 6 reservesatellitter, en i hvert plan.<sup>1</sup> Denne konstellasjonen gjør at man til enhver tid vil observere minst fire satellitter på de fleste stedene på jordas overflate. GPS går i omtrent sirkulære baner med en banehøyde på 20 200 km, og har en omløpstid på i underkant av 12 timer. GPS har en inklinasjonsvinkel på 55 grader. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]

### 2.1.2 Signalstruktur

GPS består av to ulike tjenester. Disse er Standard Positioning Service (SPS) som gir tilgang for sivile brukere og Precise Positioning Service (PPS) for autoriserte brukere. GPS-signalet baserer seg på fundamentalfrekvensen  $f_0 = 10.23$  MHz. Ut fra denne fundamentalfrekvensen har GPS to signaler,  $L_1$  og  $L_2$ , som er et multiplum av fundamentalfrekvensen. Fra og med satellittene som er sendt opp etter 2010, blokk 2F satellitter, har man også et tredje sivilt signal,  $L_5$ .<sup>2</sup>

$$L_1 = 154 \cdot f_0 = 1575.42 \text{ MHz} \quad (2.1)$$

$$L_2 = 120 \cdot f_0 = 1227.60 \text{ MHz} \quad (2.2)$$

$$L_5 = 115 \cdot f_0 = 1176.45 \text{ MHz} \quad (2.3)$$

---

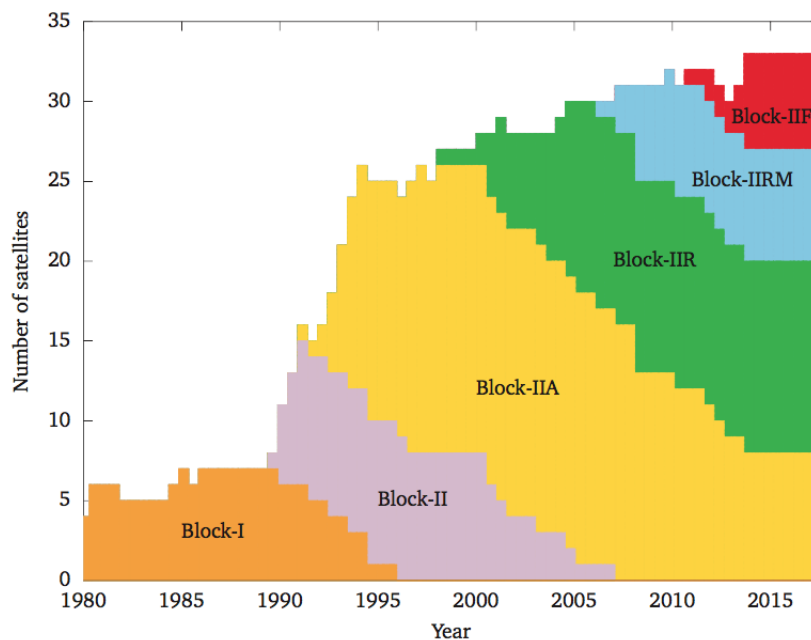
<sup>1</sup><http://gpsworld.com/the-almanac/>

<sup>2</sup>[http://www.navipedia.net/index.php/GPS\\_General\\_Introduction](http://www.navipedia.net/index.php/GPS_General_Introduction)

Disse tre frekvensene er viktig for å eliminere en av de største feilkildene innenfor GNSS, forsinkelsen gjennom ionosfæren.

GPS baserer seg på to ulike koder. Den første koden kalles C/A-koden. Den er tilgjengelig for sivile brukere og har en bølgelengde på omtrent 300 m. C/A-koden er modulert på  $L_1$ . Den andre koden kalles for P-koden, som er reservert for det amerikanske militæret og andre autoriserte brukere. P-koden har en effektiv bølgelengde på omtrent 30 m. P-koden er modulert både på  $L_1$  og  $L_2$ . I tillegg til disse to frekvensene vil det også for nye satellitter etter 2010 finnes en tredje frekvens,  $L_5$ .

GPS baserer seg på CDMA for å skille signaler fra forskjellige satellitter. Hver satellitt sender på lik frekvens, men med en unik PRN-kode. Denne koden benyttes for å identifisere de ulike satellittene. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]



Figur 2.1: Utviklingen til GPS. [Tegedor, 2015]

## 2.2 GLONASS

GLONASS står for Global'naya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema. GLONASS styres i dag av forsvarsdepartementet i Russland. Det startet som et militært system, men ble i 1995 også åpnet for sivile brukere. Den første satellitten ble skutt opp i 1982. GLONASS ble erklært operasjonelt i 1993, men nådde ikke 24 satellitter før i 1996. I de neste årene ble det færre satellitter, og det nådde et minimum i 2001 med kun 6 til 8 satellitter igjen. Etter dette ble systemet bygd opp igjen og har i dag full konstellasjon. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]

### 2.2.1 Spesifikasjoner

GLONASS har omtrent sirkulær bane med en banehøyde på 19 100 km. Totalt består GLONASS av 24 satellitter i tre ulike baneplan. GLONASS har en omløpstid på i overkant av 11 timer, og en inklinasjonsvinkel på 64.8 grader. I hvert baneplan er satellittene jevnt fordelt, og dette gjør at minst fem satellitter vil være synlig til enhver tid fra et sted på eller i nærheten av jordas overflate. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007] Per august 2016 er 23 GLONASS-satellitter satt som friske. <sup>3</sup>

### 2.2.2 Signalstruktur

I motsetning til GPS benytter GLONASS seg av FDMA for å skille mellom de ulike satellittene. Akkurat som for GPS sender GLONASS på to bærefrekvenser,  $G_1$  og  $G_2$ . C/A-koden er modulert på  $G_1$ , mens P-koden er modulert på både  $G_1$  og  $G_2$ , tilsvarende som for GPS. I motsetning til GPS er ikke P-koden kryptert, men det anbefales ikke å benytte seg av den siden den kan endres uten forvarsel. På de nye GLONASS-satellittene vil det også komme en tredje bærefrekvens  $G_3$ . Dette gjør at man også får en tredje sivil og militær kode.

---

<sup>3</sup><http://gpsworld.com/the-almanac/>



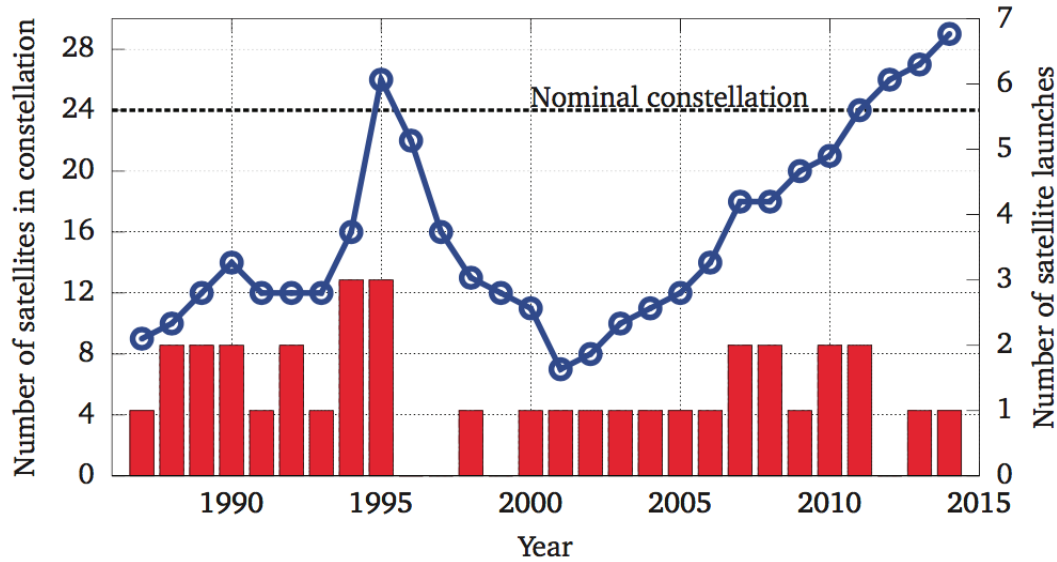
Siden GLONASS benytter seg av FDMA, gjør dette at alle satellittene sender med den samme PRN-koden, men med forskjellig bærefrekvens for hver satellitt. GLONASS-bærefrekvensene er gitt som <sup>4</sup>

$$G_1(n) = 1602 + n \cdot 0.5625 \text{ MHz} \quad (2.4)$$

$$G_2(n) = 1246 + n \cdot 0.4375 \text{ MHz} \quad (2.5)$$

$$G_3(n) = 1201 + n \cdot 0.4375 \text{ MHz} \quad (2.6)$$

hvor  $n$  er tall mellom  $-7$  og  $6$ . Siden de har en begrensning på 12 kanaler gjør dette at satellitter som til enhver tid er på hver sin side av jorda sender på samme kanalnummer. Dette gjør at en mottaker på jorda aldri vil motta signaler fra begge satellittene samtidig. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007].



Figur 2.2: Utviklingen til GLONASS. [Tegeador, 2015]

<sup>4</sup>[http://www.navipedia.net/index.php/GLONASS\\_Signal\\_Plan](http://www.navipedia.net/index.php/GLONASS_Signal_Plan)

## 2.3 Andre systemer

### 2.3.1 Galileo

Galileo er det europeiske satellittnavigasjonssystemet som er under utvikling av den europeiske romfartsorganisasjonen ESA. Galileo skal bli et selvstendig GNSS som skal gi en høy grad av nøyaktighet, og i motsetning til GPS og Glonass skal det være under sivil kontroll. Hovedårsaken til at ESA ønsket seg et eget sivilt system, skyldes at alle de andre systemene er under militær kontroll. <sup>5</sup>

### Spesifikasjoner

Galileo vil ha omtrent sirkulær bane med en banehøyde på 23 222 km, og vil ha en omløpstid på i overkant av 14 timer. Galileo vil ha tre baneplan som er adskilt med 120 grader mellom hvert plan, og 8 satellitter i hvert plan. Dette gjør at Galileo totalt vil ha 24 operasjonelle satellitter, i tillegg til to reservesatellitter i hvert plan dersom noen av satellittene skulle svikte. Når Galileo er fullt operasjonelt vil det bestå av 30 satellitter. Disse vil ha en inklinasjon på 56 grader. <sup>6</sup>

Galileo sender på fire ulike frekvenser. Disse fire frekvensene er E5a, E5b, E6 og E1. Disse fire frekvensene er [Tegedor, 2015]

$$E5a = 1176.45 \text{ MHz} \quad (2.7)$$

$$E5b = 1207.14 \text{ MHz} \quad (2.8)$$

$$E6 = 1278.75 \text{ MHz} \quad (2.9)$$

---

<sup>5</sup>[http://www.navipedia.net/index.php/Galileo\\_General\\_Introduction](http://www.navipedia.net/index.php/Galileo_General_Introduction)

<sup>6</sup>Se fotnote 5

$$E1 = 1575.42 \text{ MHz} \quad (2.10)$$

Per august 2016 er det skutt opp totalt 14 satellitter. Blant disse ble to satellitter skutt opp i feil bane, E14 og E18. Full operasjonell kapasitet er forventet med 26 satellitter i 2020. <sup>7</sup>

### 2.3.2 BeiDou

BeiDou er et kinesisk satellittnavigasjonssystem. BeiDou er i oppskytingsfasen, og har per august 2016 totalt 23 ulike satellitter. Når systemet er ferdig vil det bestå av 35 satellitter, dette inkluderer 5 geostasjonære satellitter, 27 satellitter med omtrent sirkulær bane og 5 satellitter i inklinert geosynkron bane. <sup>8</sup>

BeiDou ble erklært operasjonelt i Kina og omkringliggende områder 27. desember 2011 med totalt 10 satellitter. <sup>9</sup> BeiDou er planlagt ferdigstilt i 2020.

---

<sup>7</sup><http://gpsworld.com/the-almanac/>

<sup>8</sup><http://www.navipedia.net/index.php/BeiDou.General.Introduction>

<sup>9</sup>Se fotnote 7

## 2.4 Sammenlikning av GPS, GLONASS, Galileo og BeiDou

Karakteristikk	GPS	GLONASS	Galileo	BeiDou
Første oppskytning	22. februar 1978	12. oktober 1982	28. desember 2005	30. oktober 2000
Full operasjonell kapasitet	1995	1996	2020	2020
Antall satellitter	24	24	27	35
Baneplan	6	3	3	3
Inklinasjonsvinkel	55 grader	64,8 grader	56 grader	55 grader
Store halvakse	26 560 km	25 508 km	29 601 km	27 878 km
Baneplan separasjon (MEO)	60 grader	120 grader	120 grader	120 grader
Omløpstid	11h 57,96 min	11h 15,73 min	14h 4,75 min	12h
Ephemeridedata	KE og K <sup>10</sup>	P, H og A <sub>11</sub>	KE og K <sup>12</sup>	KE og K <sup>13</sup>
Referansesystem	WGS-84	PE-90	GTRF	CGCS2000
Tidssystem	GPS-tid, UTC	Glonass-tid, UTC	Galileo systemtid	Beidou navigation satellite systemtid
Signalseparasjon	CDMA	FDMA	CDMA	CDMA

Tabell 2.1: Sammenlikning av sentrale parametre innenfor GPS, GLONASS, Galileo og BeiDou. Tallene i tabellen er hentet fra [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]

---

<sup>10</sup>Keplerelement og korreksjonskoeffisienter

<sup>11</sup>Posisjon-, hastighet- og akselerasjonsvektor

<sup>12</sup>se fotnote 10

<sup>13</sup>se fotnote 10



# Kapittel 3

## Observasjonsmetoder

### 3.1 Kodemåling

Kodemåling er teknikken som benyttes i enkle håndholdte mottakere som f.eks mobiltelefon eller treningsklokke. Kodemåling baserer seg på enkel geometri hvor man måler hvor lang tid signalet bruker fra satellitt til mottaker. Man vet at signalet beveger seg med lysets hastighet, og ut fra dette kan man beregne avstanden mellom satellitt og mottaker. For å beregne posisjonen til en mottaker vil en mottaker måle avstanden mot minst fire satellitter samtidig, og ved å vite satellittenes posisjon ved tidspunktet signalet ble sendt, kan man ved triangulering beregne posisjonen til mottakeren.

Nøyaktigheten til en kodemåling er ofte gitt som en prosent av chiplengden. Dette gjør at C/A-koden til GPS, som har en chiplengde på i underkant av 300 m, vil gi en nøyaktighet på omtrent 3 m. P-koden til GPS har en chiplengde på 30 m, og vil da gi en nøyaktighet på omtrent 0.3 m. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]

## 3.2 Fasemåling

Ved fasemåling måler man på fasen til bærebølgen. Denne måleteknikken baserer seg på å måle antall bølgelengder mellom satellitt og mottaker. For GPS har bærebølgen,  $L_1$  en bølgelengde på 19 cm, noe som gjør at antallet hele bølgelengder mellom satellitt og mottaker vil bli et svært stort tall. Dette heltallet kan beregnes ved å måle mot to satellitter og to mottakere samtidig. Nøyaktigheten på bølgen er på omtrent 1%, noe som gjør at nøyaktigheten på målingen av fasen kan bli ned mot omtrent 2 mm. Det vil gi en bedre nøyaktighet på posisjonen enn det man får fra kodemåling dersom avstanden mellom de to mottakerne ikke er for stor. Årsaken til dette skyldes at påvirkningen fra atmosfæren vil være forskjellig. For å kunne måle på fasen, trenger man mer avanserte og dyrere mottakere enn de som sitter i en mobiltelefon eller treningsklokke.

## 3.3 Observasjonslikningene

Observasjonslikningene for kodemåling (P) og fasemåling (L) mellom mottaker  $r$  og satellitt  $s$ , for frekvens  $f_i$  er gitt som

$$P_{r_i}^s = \rho_r^s + T_r^s + I_r^s + c(\delta t_r - \delta t^s) + c(p_{r_i} - p_i^s) + \epsilon_{p_i} \quad (3.1)$$

$$L_{r_i}^s = \rho_r^s + T_r^s - I_{r_i}^s + c(\delta t_r - \delta t^s) + c(l_{r_i} - l_i^s) + \lambda_i N_{r_i}^s + \epsilon_{L_i} \quad (3.2)$$

Likningene og beskrivelsene er hentet fra [Tegeador, 2015]

I likning 3.1 og 3.2 er:

- $\rho$  er den geometriske avstanden mellom satellitt og mottaker, under forutsetning av at man har korrigert for antennes fasesenter offset for satellitt og mottaker, tidejord og tidevann og en rekke andre mindre



korreksjoner. Vi antar  $X_r = (x_r, y_r, z_r)$  og  $X^s = (x^s, y^s, z^s)$  er koordinatene til henholdsvis mottaker og satellitt gitt i kartesiske koordinater. Uttrykket for  $\rho_r^s$  kan da uttrykkes som:

$$\rho_r^s = |X_r - X^s| = \sqrt{(x_r - x^s)^2 + (y_r - y^s)^2 + (z_r - z^s)^2} \quad (3.3)$$

- $c$  er lysets hastighet i vakuum. Hvert system har definert sin egen lyshastighet.
- $\delta t_r$  og  $\delta t^s$  er henholdsvis mottakerens og satellittens klokkefeil. Satellittens klokkefeil får man stort sett fra modeller.
- $T_r^s$  er troposfærisk forsinkelse mellom satellitt og mottaker. Dette kan uttrykkes som

$$T^{r,s} = T(a, e) = m_d(e)T_d + m_w(e)T_w + m_g(e) \cot(e)[G_N \cos(a) + G_E \sin(a)] \quad (3.4)$$

Her er  $a$  og  $e$  henholdsvis asimuth og elevasjonsvinkel mellom satellitt og mottaker,  $T_d$  er forsinkelse i senith for den hydrostatiske delen (den tørre delen),  $T_w$  er forsinkelsen i zenith for den våte delen,  $m_d$  og  $m_w$  er mapping-funksjonen for den tørre og våte delen.  $G_N$  og  $G_E$  er den nordlige og den østlige troposfæriske gradienten med den tilhørende mapping-funksjonen  $m_g$ .

- $I_{r_i}^s$  er forsinkelsen gjennom ionosfæren mellom satellitt og mottaker på frekvens  $f_i$ . Første ordens ionosfæriske effekt står for 99,9 % av den ionosfæriske refraksjonen. Effekten av ionosfæren kan minimeres dersom man sender på flere frekvenser
- $p_{r_i}$  og  $p_i^s$  er pseudorange hardware forsinkelse for mottaker og satellitt, på frekvens  $f_i$
- $l_{r_i}$  og  $l_i^s$  er fase hardware forsinkelse for mottaker og satellitt, på frekvens  $f_i$
- $\lambda_i N_{r_i}^s$  er fasemålingens heltall for frekvens  $f_i$ , hvor  $N_{r_i}^s$  er heltallet og  $\lambda_i$

er den tilhørende bølgelengden. Det er dette tallet man ønsker å løse for å oppnå heltallsløsning, eller det som kalles fix-løsning

- $\epsilon_{p_i}$  og  $\epsilon_{L_i}$  er observasjonsfeilene for henholdsvis kodemåling og fasemåling. Denne størrelsen inkluderer også termisk støy og multipath. Man antar at disse feilene følger en normalfordeling. Nøyaktigheten til fasemålingen er mye mer nøyaktig enn kodemålingen:  $\sigma_{L_i} \ll \sigma_{p_i}$

## 3.4 Differensielle målinger

All notasjon og utregning i avsnittene om differensielle målinger er hentet fra [Kristiansen, 2015].

### 3.4.1 Enkeldifferanse

Enkeldifferanser dannes mellom to mottakere, A og B, og en satellitt, j. Formålet med enkeldifferanser er å eliminere satellitens klokkefeil. Vi har to faseobservasjonslikninger mellom to mottakere, A og B, som måler samtidig mot satellitt j. Disse er gitt som

$$L_A^j = \rho_A^j + T_A^j - I_A^j + c\delta t_A - c\delta t^j + c(l_{A_i} - l_i^j) + \lambda_i N_{A_i}^j + \epsilon_{A_i} \quad (3.5)$$

$$L_B^j = \rho_B^j + T_B^j - I_B^j + c\delta t_B - c\delta t^j + c(l_{B_i} - l_i^j) + \lambda_i N_{B_i}^j + \epsilon_{B_i} \quad (3.6)$$

Enkeldifferanser defineres som forskjellen mellom disse to likningene

$$\begin{aligned}
 \Delta L_{AB}^j &= L_A^j - L_B^j \\
 &= \rho_A^j + T_A^j - I_A^j + c\delta t_A - c\delta t^j + c(l_{A_i} - l_i^j) + \lambda_i N_{A_i}^j + \epsilon_{A_i} \\
 &\quad - \rho_B^j + T_B^j - I_B^j + c\delta t_B - c\delta t^j + c(l_{B_i} - l_i^j) + \lambda_i N_{B_i}^j + \epsilon_{B_i} \\
 &= (\rho_A^j - \rho_B^j) + (T_A^j - T_B^j) - (I_A^j - I_B^j) + (c\delta t_A - c\delta t_B) \\
 &\quad - (c\delta t^j - c\delta t^j) + (c(l_{A_i} - l_i^j) - (l_{B_i} - l_i^j)) + (\lambda_i N_{A_i}^j - \lambda_i N_{B_i}^j) + (\epsilon_{A_i} - \epsilon_{B_i}) \\
 &= \Delta\rho_{AB}^j + \Delta T_{AB}^j - \Delta I_{AB}^j + c\Delta\delta t_{AB} + \Delta\lambda_i N_{AB_i}^j + \Delta\epsilon_{AB}^j
 \end{aligned} \tag{3.7}$$

Dette blir også tilsvarende for kodemåling. Som man kan se fra likning 3.7 vil man ved enkeldifferanser eliminere satellittklokkefeilen. Vi sitter fortsatt igjen med mottakerklokkefeilen. Denne kan elimineres ved dobbeldifferanser.

### 3.4.2 Dobbeldifferanse

Dobbeldifferanser dannes mellom to mottakere, A og B, og to satellitter, j og k. Dette gjøres for å eliminere mottakerens klokkefeil. Vi tar da utgangspunkt i enkeldifferansen fra likning 3.7 og benytter denne mot to ulike satellitter, j og k

$$\Delta L_{AB}^j = \Delta\rho_{AB}^j + \Delta T_{AB}^j - \Delta I_{AB}^j + c\Delta\delta t_{AB} + \Delta\lambda_i N_{AB_i}^j + \Delta\epsilon_{AB}^j \tag{3.8}$$

$$\Delta L_{AB}^k = \Delta\rho_{AB}^k + \Delta T_{AB}^k - \Delta I_{AB}^k + c\Delta\delta t_{AB} + \Delta\lambda_i N_{AB_i}^k + \Delta\epsilon_{AB}^k \tag{3.9}$$

Dobbeldifferansen er differansen mellom disse to likningene

$$\begin{aligned}
 \nabla\Delta L_{AB}^{jk} &= \Delta L_{AB}^j - \Delta L_{AB}^k \\
 &= \Delta\rho_{AB}^j + \Delta T_{AB}^j - \Delta I_{AB}^j + c\Delta\delta t_{AB} + \Delta\lambda_i N_{AB_i}^j + \Delta\epsilon_{AB}^j \\
 &\quad - \Delta\rho_{AB}^k + \Delta T_{AB}^k - \Delta I_{AB}^k + c\Delta\delta t_{AB} + \Delta\lambda_i N_{AB_i}^k + \Delta\epsilon_{AB}^k \\
 &= (\Delta\rho_{AB}^j - \Delta\rho_{AB}^k) + (\Delta T_{AB}^j - \Delta T_{AB}^k) - (\Delta I_{AB}^j - \Delta I_{AB}^k) \\
 &\quad + c(\Delta\delta t_{AB} - \Delta\delta t_{AB}) + (\Delta\lambda_i N_{AB_i}^j - \Delta\lambda_i N_{AB_i}^k) + (\Delta\epsilon_{AB}^j - \Delta\epsilon_{AB}^k) \\
 &= \nabla\Delta\rho_{AB}^{jk} + \nabla\Delta T_{AB}^{jk} - \nabla\Delta I_{AB}^{jk} + \nabla\Delta\lambda_i N_{AB_i}^{jk} + \nabla\Delta\epsilon_{AB}^{jk}
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Fordelen med dobbeldifferanser er at man da har eliminert både satellitt-klokkefeilen og mottakerklokkefeilen. Dette forutsetter at begge mottakerne observerer de samme satellittene samtidig. En annen fordel med dobbeldifferanser er at man sitter igjen med  $N_{AB_i}^{jk}$ , og det som tidligere ikke har vært et heltall, klokkene og hardware forsinkelse, er eliminert. Å benytte seg av dobbeldifferanser er helt elementært i denne oppgaven for å oppnå den beste mulige nøyaktigheten på målingene.

### 3.4.3 Trippeldifferanse

Ved trippeldifferanser danner man differanser over to ulike tidsepoker. Da tar man utgangspunkt i to dobbeldifferanser som i likning 3.10 for mottaker A og B og satellitt j og k og differensierer disse over to forskjellige tidsepoker. Vi har to dobbeldifferanser som utgangspunkt

$$\nabla\Delta L_{AB_k}^{jk} = \nabla\Delta\rho_{AB_k}^{jk} + \nabla\Delta T_{AB_k}^{jk} - \nabla\Delta I_{AB_k}^{jk} + \nabla\Delta\lambda_i N_{AB_k}^{jk} + \nabla\Delta\epsilon_{AB_k}^{jk} \tag{3.11}$$

$$\nabla\Delta L_{AB_{k+1}}^{jk} = \nabla\Delta\rho_{AB_{k+1}}^{jk} + \nabla\Delta T_{AB_{k+1}}^{jk} - \nabla\Delta I_{AB_{k+1}}^{jk} + \nabla\Delta\lambda_i N_{AB_{k+1}}^{jk} + \nabla\Delta\epsilon_{AB_{k+1}}^{jk} \tag{3.12}$$

Trippeldifferansen er differansen mellom disse to likningene

$$\begin{aligned}
 \delta \nabla \Delta L_{AB_{k,k+1}}^{jk} &= \nabla \Delta L_{AB_k}^{jk} - \nabla \Delta L_{AB_{k+1}}^{jk} \\
 &= (\nabla \Delta \rho_{AB_k}^{jk} - \nabla \Delta \rho_{AB_{k+1}}^{jk}) + (\nabla \Delta T_{AB_k}^{jk} - \nabla \Delta T_{AB_{k+1}}^{jk}) \\
 &\quad - (\nabla \Delta I_{AB_k}^{jk} - \nabla \Delta I_{AB_{k+1}}^{jk}) + (\nabla \Delta \lambda_i N_{AB_k}^{jk} - \nabla \Delta \lambda_i N_{AB_{k+1}}^{jk}) \\
 &\quad + (\nabla \Delta \epsilon_{AB_k}^{jk} - \nabla \Delta \epsilon_{AB_{k+1}}^{jk}) \\
 &= \delta \nabla \Delta \rho_{AB_{k,k+1}}^{jk} + \delta \nabla \Delta T_{AB_{k,k+1}}^{jk} - \delta \nabla \Delta I_{AB_{k,k+1}}^{jk} + \delta \nabla \Delta \epsilon_{AB_{k,k+1}}^{jk}
 \end{aligned} \tag{3.13}$$

Fordelen med trippeldifferanser er at man da også eliminerer tvetydigheten. Dette gjelder kun dersom man ikke har opplevd et fasebrudd i det aktuelle tidsintervallet. Ulempen med trippeldifferanser er at man vil få en korrelasjon mellom observasjonene over tid. Dette gjør man sjelden benytter trippeldifferanser i praksis. [Kristiansen, 2015]

### 3.5 Feilkilder innen GNSS

Både kodemålinger og fasemålinger er beheftet med feil. Dette kan være både systematiske og vilkårlige feil. Feilkildene deles gjerne i tre [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]

- Feil relatert til satellitten
- Feil på signalet mellom satellitt og mottaker
- Feil relatert til mottakeren

Enkelte systematiske feil kan modelleres som tilleggsukjente i observasjonslikningen. Andre systematiske feil kan også elimineres ved å benytte ulike kombinasjoner av observasjoner som f.eks differensiering av målinger eller ved å måle på flere frekvenser.

Kilder	Effekter
Satellitt	Klokkebias
	Banefeil
Signalforplantning	Ionosfæren
	Troposfæren
Mottaker	Fasesenter offset
	Klokkebias
	Multipath

Tabell 3.1: Største feilkildene innenfor GNSS

### 3.5.1 Klokkebias

Signalet til satellittene beveger seg med lysets hastighet, dette gjør at satellittene må ha veldig presise klokker. Dersom man har en synkroniseringsfeil på  $1 \mu s$  vil det føre til en feil på ca 300 m på avstandsmålingen. Dersom man ønsker å oppnå posisjonsnøyaktighet på meter-nivå må klokkesynkroniseringen være gitt innenfor noen få nanosekund. Dette er grunnen til at satellitter har innebygde Cesium- og Rubidium-klokker.

Ytelsen til hver klokke observeres av kontrollsenteret. Her beregnes det korreksjoner på alle klokkene, som sendes tilbake til satellittene og leveres til brukerne sammen med ephemeride-dataene. Satellittklokkene drifter også, noe som gjør at disse også må synkroniseres.

Kravet til mottakerklokkene er ikke like høye. De fleste mottakerne som benyttes inneholder Quartz-oscillatorer. Disse baserer seg på vibrasjoner som produserer et elektrisk signal med presise frekvenser. Mottakerklokkene er ikke like presise som de klokkene som sitter i satellittene. I de fleste geodetiske anvendelser vil mottakerklokken elimineres i form av dobbeldifferanser.

[Seeber, 2003]

### 3.5.2 Banefeil

Feilen i satellittkoordinatene vil direkte gjenspeile seg i estimering av posisjonen til mottakeren. Baneinformasjonen sendes enten av satellitten som en del av ephemeride-datene eller kan hentes som presise ephemerider fra andre kilder. Dataene man får fra satellitten hentes ned i sanntid, mens presise ephemerider lastes ned i ettertid og benyttes til post-prosessering.

### 3.5.3 Ionosfæren

Ionosfæren strekker seg fra 50 – 1000 km over jordoverflaten. Forsinkelsen gjennom ionosfæren avhenger av elektroninnholdet, og hvilke frekvens det sendes på. Ionosfæren er et dispersivt medium, dette vil si at ionosfæren er frekvensavhengig. Dersom man sender på flere frekvenser, f.eks  $L_1$  og  $L_2$ , kan effekten gjennom ionosfæren omtrent elimineres.

Forsinkelsen gjennom ionosfæren kan variere fra 1-100 m. Forsinkelsen gjennom ionosfæren er modellert som en funksjon av elektrontettheten representert av total electron content (TEC). TEC er påvirket av solaktivitet, årlige og daglige variasjoner, og jordas magnetfelt.

### 3.5.4 Troposfæren

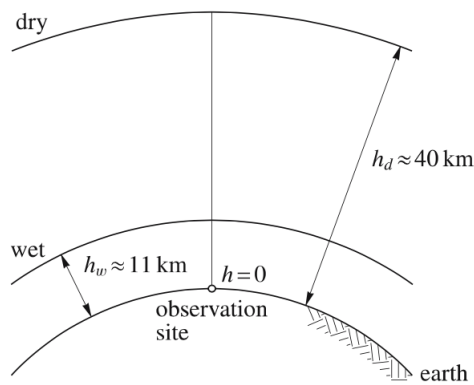
Troposfæren er den nedre delen av atmosfæren, der blant annet vær fenomener forekommer. Troposfæren er en funksjon av temperatur, trykk og vann-dampinnhold. Den er et ikke-dispersivt medium, noe som vil si at den ikke kan elimineres om man måler på flere frekvenser. Troposfæren deles inn i en våt og en tørr del. Den tørre delen står for 90% av forsinkelsen, mens den våte delen står for omtrent 10%.

### KAPITTEL 3. OBSERVASJONSMETODER

---

Den tørre delen er avhengig av trykk, og vil i zenith ha en forsinkelse på et par meter, men kan for lavere elevasjonsvinkler stige opp mot det tidobbele. For å beregne forsinkelsen ved lavere elevasjonsvinkler benytter man mapping-funksjoner. For den tørre delen finnes det mange ulike modeller som omtrent helt kan eliminere effekten.

Forsinkelsen gjennom den våte delen er på et par desimeter. I motsetning til den tørre delen er den våte delen veldig vanskelig å finne tilfredsstillende modeller for. Her finnes det også en rekke ulike modeller. Årsaken til at det finnes så mange ulike modeller for estimering av vanndampinnholdet skyldes at det er en bestanddel som er veldig krevende å modellere. Vanndampinnholdet er også den viktigste bestanddelen i den våte delen. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]



Figur 3.1: Illustrasjon av troposfæren. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007] <sup>1</sup>

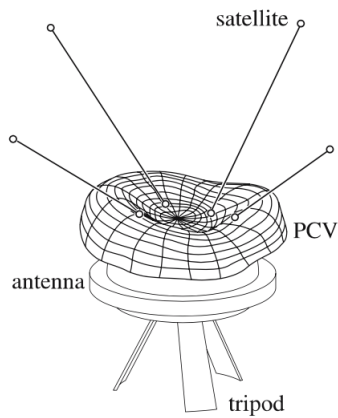
---

<sup>1</sup> $h_w$  = høyden til den våte delen,  $h_d$  = høyden til den tørre delen



### 3.5.5 Antennas fasesenter offset

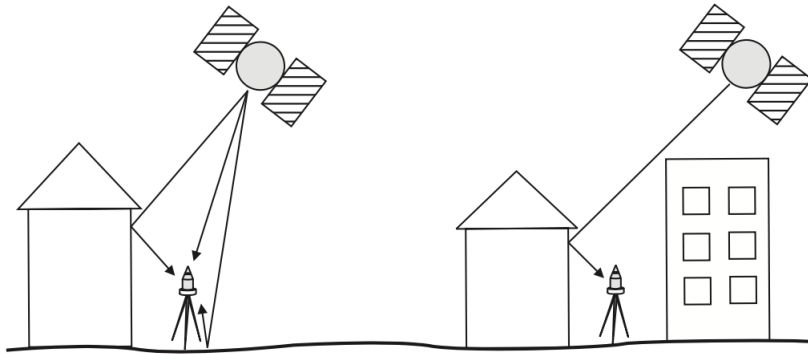
Posisjonering innen GNSS referer seg til antennas fasesenter. Dette punktet varierer med intensitet og retningen til det mottatte signalet, noe som vil si at hvert enkelt signal som mottas av antenna vil ha hvert sitt fasesenter. Der-  
som man ønsker høy nøyaktighet må man vite fasesenteret til alle antennene som er involvert. Dette er spesielt viktig for høydekomponenten. Antennas fasesenter offset er definert som forskjellen mellom antennas referansepunkt og det gjennomsnittlige antennas fasesenter offset for de mottatte signalene. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]



Figur 3.2: Antennas fasesenter offset. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]

### 3.5.6 Multipath

Multipath vil si når signalet er reflektert fra et annet objekt før det når antenna. Disse refleksjonene kan komme fra gateplan, bygninger, vann eller biler. Dette bør man tenke på før man setter opp en stasjon. Påvirkningen fra multipath kan estimeres ved å kombinere målinger på flere frekvenser. Satellitter med lave elevasjonsvinkler vil være mer utsatt for multipath enn satellitter med høye elevasjonsvinkler. Kodemåling er mer utsatt for multipath enn fasemåling. I ekstreme tilfeller kan feilen som stammer fra multipath nå opp mot 100 meter. [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]



Figur 3.3: Multipath. [Seeber, 2003]

### 3.5.7 Størrelsesordenen på feilkilder

Feilkilder	RMS avstandsfeil
Satellitt	
- bane	1 - 2 m
- klokke	1 - 2 m
Signalforplantning	
- ionosfæren (2 frekvenser)	5 - 20 cm
- ionosfæren (modell, best)	1 - 2 m
- ionosfæren (modell, gjennomsnittlig)	5 - 10 m
- ionosfæren (modell, dårlig)	10 - 50 m
- troposfæren (modell)	20 - 40 cm
- multipath	1 - 2 m
Mottaker	
- observasjonsstøy	0,2 - 1 m
- hardware forsinkelse	0,5 - 2 m
- antennas fasesenter offset	0,5 - 5 cm

Tabell 3.2: Størrelsen på de største feilkildene innenfor GNSS. [Seeber, 2003]

## 3.6 DOP

Nøyaktigheten til posisjonering fra GNSS avhenger av to faktorer [Seeber, 2003]

- Nøyaktigheten til en enkelt pseudorange-måling
- Satellitt mottaker geometri

Geometrien til satellittene er en viktig faktor for å oppnå høy nøyaktighet

på den beregnede posisjonen. Geometrien endrer seg med tiden, siden både mottakeren og satellitten vil være i bevegelse. Et måltall på denne geometrien er det som kalles for dilution of precision (DOP).

DOP beregnes som den inverse av normallikningsmatrisen. Kofaktormatrisen på de estimerte parameterne beregnes som [Hofmann-Wellenhof et al., 2007]

$$Q_x = (A^T P A)^{-1} \quad (3.14)$$

Hvor  $A$  er designmatrisen, mens  $P$  er vektsmatrisen. Ofte antar man vektene lik en, som gjør at uttrykket kan forenkles til

$$Q_x = (A^T A)^{-1} \quad (3.15)$$

Kofaktormatrisen  $Q_x$  er en  $[4 \times 4]$ -matrise. Her er de tre første diagonalelementene komponenter av koordinatene X, Y og Z, mens det siste diagonalelementet er en komponent av mottakerklokka. Dette gir oss den endelige kofaktormatrisen

$$Q_x = \begin{bmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} & q_{xt} \\ q_{xy} & q_{yy} & q_{yz} & q_{yt} \\ q_{xz} & q_{yz} & q_{zz} & q_{zt} \\ q_{xt} & q_{yt} & q_{zt} & q_{tt} \end{bmatrix} \quad (3.16)$$

Diagonalelementene kan benyttes for å beregne følgende DOP-verdier

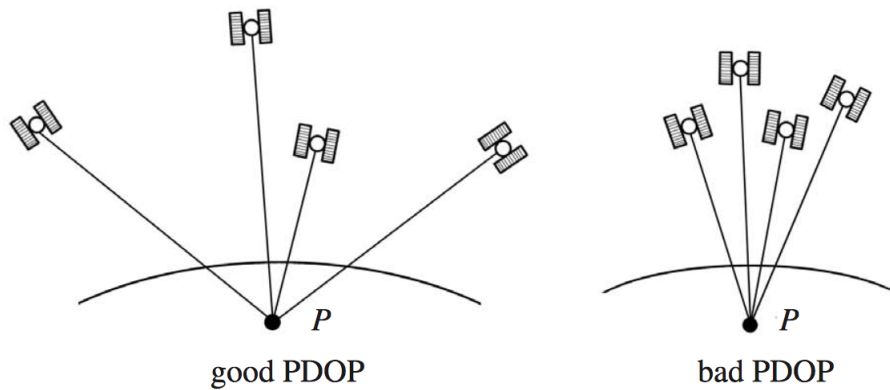
$$GDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}} \quad (3.17)$$

$$PDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}} \quad (3.18)$$

$$TDOP = \sqrt{q_{tt}} \quad (3.19)$$

I formlene over er GDOP geometric dilution of precision, PDOP er position dilution of precision og TDOP er time dilution of precision. PDOP er den mest brukte verdien innen GNSS. Dette gir et tall på geometrien basert på både horisontale og vertikale DOP-verdier. For at DOP-verdiene skal gi mening, må de være gitt i lokaltoposentrisk system, f.eks NED.

Beste mulige PDOP får man dersom man har en satellitt rett over, i tillegg til en rekke andre satellitter jevnt fordelt på himmelen.



Figur 3.4: Forskjellen på god og dårlig PDOP.[Seeber, 2003]



# Kapittel 4

## Treghetsnavigasjon

Treghetsnavigasjon er en navigasjonsteknikk hvor målinger gjøres ved hjelp av akselerometer og gyro for å beregne posisjon og orientering til et objekt relativt et kjent startpunkt, kjent orientering og kjent hastighet. IMU inneholder tre ortogonale gyroskop og tre ortogonale akselerometer, som måler vinkelhastighet og akselerasjon. I en IMU vil gyroskopet måle vinkelendringer, mens akselerometeret måler absolutt akselerasjon. Det vil blant annet bety at akselerometeret alltid vil måle tyngdekraften vi opplever på jorda. Ved å prosessere disse målingene er det mulig å beregne posisjon og hastighet for et objekt. Treghetsnavigasjon benyttes til ulike navigasjonsformål som f.eks fly, droner, laserscanning o.s.v. [Woodman, 2007]

Det finnes mange ulike typer sensorer, og det er slik at jo dyrere sensoren er, jo bedre vil den yte. Største feilkilder for en IMU er driften, noe som betyr at jo dyrere en IMU er, jo mindre drift vil den ha. De beste og dyreste er ringlasergyro. De beste har en ytelse på gyroen på ca  $0.001^\circ \text{h}^{-1}$ , mens akselerometeret kan ha en nøyaktighet på  $1 \mu\text{g}$ . Disse koster også gjerne over 100 000 dollar.

IMU deles i to ulike klassifiseringer. Forskjellen på disse er kvaliteten og prisen på utstyret som er blitt benyttet. De to ulike typene er Navigation grade og Tactical grade. Navigation grade har bedre nøyaktighet og er dermed også dyrere enn Tactical grade. Under er en tabell som viser kvaliteten på de to

ulike typene.

Sensorfeil	Navigation	Tactical
Gyro bias (deg/h)	0.005-0.010	0.1-10
Gyro støy (deg/h/ $\sqrt{Hz}$ )	0.002-0.005	0.2-0.5
Akselerometerbias (mm/s <sup>2</sup> )	0.050-0.100	2-4
Akselerometerstøy (mm/s <sup>2</sup> / $\sqrt{Hz}$ )	0.050-0.100	2-4

Tabell 4.1: IMU klassifisering. [Petovello, 2003]

Innenfor treghetsnavigasjon benytter man tre sentrale begrep. GNSS er betegnelsen på globale navigasjonssatellittsystemer, som f.eks GPS og GLO-NASS, som benyttes som eksterne sensorer innenfor treghetsnavigasjon. IMU er betegnelsen på instrumentet som gjør treghetsmålingene, altså målinger av akselerasjoner og vinkelendringer. INS er samlebetegnelsen på et system som benytter både IMU- og GNSS-målinger. Hovedforskjellen på GNSS og IMU er oppdateringsfrekvensen. Et GNSS-system logger vanligvis på mellom 1 Hz og 10 Hz, mens et IMU-system vanligvis logger på mellom 100 Hz og 300 Hz.

## 4.1 Referansesystem

Ulike navigasjonssystemer krever transformasjon mellom ulike referansesystem. Dette gjelder også for treghetsnavigasjon. Her gjøres målinger i ulike referansesystemer, for at disse skal kunne sammenliknes må de transformeres til det samme referansesystemet. Dette gjøres ved hjelp av ulike rotasjons-



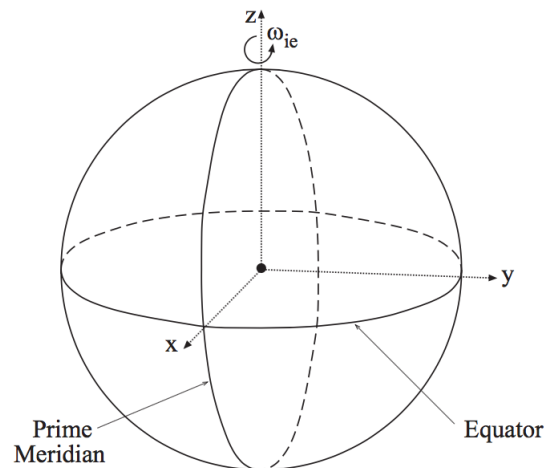
matriser. Under følger en oversikt og beskrivelse av de mest brukte referansesystemene. Disse er hentet fra [Farrell, 2008].

#### 4.1.1 Inertiell referanseramme (i-frame)

En inertiell referanseramme er en ramme hvor Newtons lover gjelder. Dette vil si at det er et system som ikke er akselerert, men kan være i uniform lineær bevegelse. Systemet kan heller ikke være rotert. Origo til det inertielle systemet velges tilfeldig og aksene peker i vilkårlige retninger. Alle inertielle sensorer gjør målinger relativt det inertielle systemet.

#### 4.1.2 ECEF (e-frame)

ECEF står for Earth-Centered Earth-Fixed, og er et referansesystem som er gitt relativt jordas masse-middelpunkt. ECEF er et kartesisk referansesystem.  $X^e$ -aksen peker mot Greenwich-meridianen,  $Z^e$ -aksen peker gjennom jordas rotasjonsakse, mens  $Y^e$ -aksen fullfører et høyrehåndssystem.  $X^e$ -aksen og  $Y^e$ -aksen ligger i jordas ekvatorplan. Alle GNSS-målinger er gitt i ECEF.



Figur 4.1: ECEF. [Farrell, 2008]

### 4.1.3 Geografisk referanseramme (g-frame)

Geografisk referanseramme er definert lokalt, relativt jordas geoide. Origo til det geografiske systemet beveger seg sammen med sensoren. Et slikt system kalles for et NED-system, hvor N står for nord, E for øst og D for ned.  $D^g$ -aksen peker mot jordas indre,  $N^g$ -aksen peker mot sann nord, mens  $E^g$ -aksen peker øst for å fullføre et høyrehåndssystem. Siden origo beveger seg sammen med kjøretøyet, gjør dette at systemet roterer dersom kjøretøyet beveger seg enten nord eller øst.

### 4.1.4 Skrogramme (b-frame)

Skrogrammen er festet til kjøretøyet man observerer, gjerne i et kjent punkt, f.eks i massemiddelpunktet til sensoren i kjøretøyet.  $X^b$ -aksen peker i kjøreretningen,  $Z^b$ -aksen peker mot bunnen av kjøretøyet, mens  $Y^b$ -aksen fullfører et høyrehåndssystem. Skrogrammen følger kjøretøyet man observerer og dersom man har strapdownmontering av sensoren, vil målingene skje i skrogrammen.

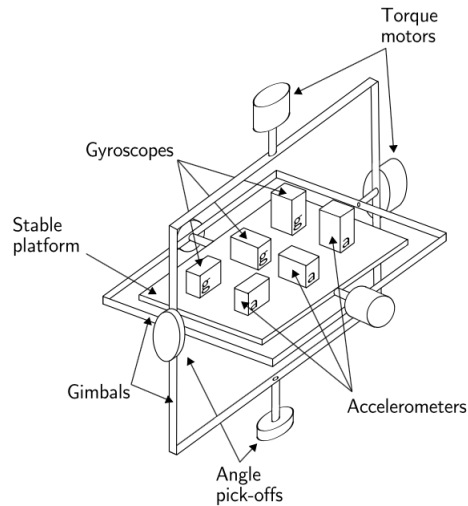
## 4.2 Monteringsteknikker

Det finnes to monteringssteknikker som i hovedsak benyttes innen treghetsnavigasjon. Forskjellen på disse er hvilken referanseramme målingene er gitt i. Disse to monteringssteknikkene er gimbalmontering og strapdownmontering.

### 4.2.1 Gimbalmontering

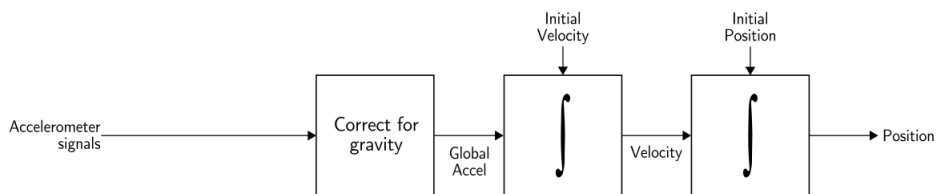
I gimbalmontering er sensoren plassert på en plattform som er isolert fra eksterne rotasjoner. Dette gjør at disse målingene foregår i Global frame, og sensoren kan da bevege seg fritt i alle tre aksene. For å få til dette monteres sensoren slik at hver eneste rotasjon av plattformen korrigeres av gimbale. Det gjør at uansett hvilken retning plattformen er, vil sensoren alltid ligge i Global frame. Kamera som benyttes til flyfotografering er gjerne montert i en

Gimbal. Dette gjør at kameraet alltid vil peke rett ned mot bakken uansett hvordan flyet ligger i luften.



Figur 4.2: Gimbalmontering. [Woodman, 2007]

For å beregne orienteringen til sensoren måler man vinkelen mellom de omkringliggende gimbalene. For å beregne den endelige posisjonen til sensoren må målingene fra akselerometeret integreres to ganger. Det er viktig at man før integrasjonen korrigerer for tyngdeakselerasjonen.



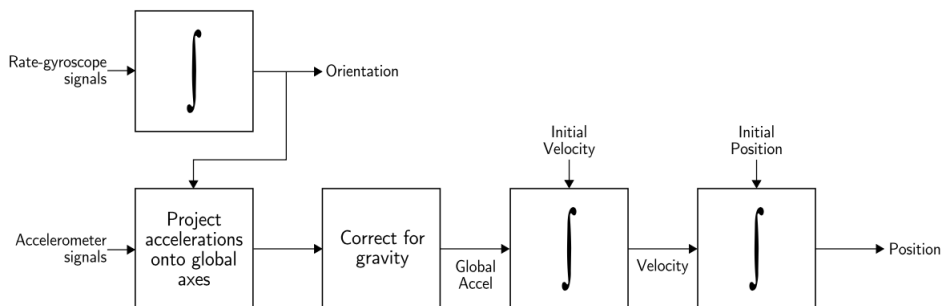
Figur 4.3: Integrasjon av Gimbalobservasjoner. [Woodman, 2007]

## 4.2.2 Strapdownmontering

I strapdownmontering er sensoren montert fast til enheten eller kjøretøyet. Dette gjør at målinger foretatt av sensoren gjøres i skrogrammen og ikke i

global frame. For å ha kontroll på orienteringen integreres vinkelmålingene fra gyroskopet over tid. For å beregne posisjonen må akselerasjonsmålingene transformeres til global frame, og deretter korrigeres for tyngdeakselerasjonen. Denne algoritmen er vist i figuren under.

Strapdownmontering har noen fordeler i forhold til gimbalmontering. Strapdown er mye enklere mekanisk sett, og er ofte en del mindre i størrelse. Ulempen er at strapdownmontering er litt mer krevende regnemessig.



Figur 4.4: Integrasjon av strapdownobservasjoner. [Woodman, 2007]

## 4.3 Gyroskop

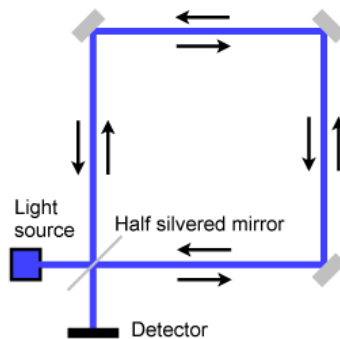
Gyroskop deles i hovedsak i tre typer, Mekanisk gyroskop, optisk gyroskop og MEMS gyroskop.

### 4.3.1 Mekanisk gyroskop

Mekanisk gyroskop består av et spinnende hjul som er montert på to gimbaler slik at det kan rotere fritt i alle tre aksene. Her kan man måle vinkler mellom de tre aksene som vil gi orienteringen. Ulempen med mekaniske gyroer er at de inneholder bevegelige deler som fører til friksjon. Dette fører til at gyroen vil oppleve en drift over tid.

### 4.3.2 Optisk gyroskop

Optisk gyroskop benytter interferensen til lys for å beregne vinkelhastigheter. Her sender man inn to lys i hver sin retning, og dersom flyet svinger vil en av retningene oppleve en lenger bane enn det andre. Dette kalles Sagnac-effekt. I motsetning til mekaniske gyroskop trenger ikke optiske gyroskop lang tid for å bli klar. Nøyaktigheten til et optisk gyroskop avhenger i hovedsak av lengden lyset beveger seg, jo lenger vei lyset går, jo bedre nøyaktighet vil det ha.



Figur 4.5: Optisk gyroskop. <sup>1</sup>

### 4.3.3 MEMS gyroskop

Mekaniske og optiske gyroskop består av mange deler som krever høy nøyaktighet, dette gjør at disse vil bli dyre. Det gjør at man har utviklet MEMS gyroskop. Disse består av svært få deler, noe som gjør at de kan være mye billigere å produsere enn tradisjonelle gyroskop.

MEMS gyroskop baserer seg på Corioliseffekten, som sier at at dersom et objekt befinner seg i en ramme som roterer med vinkelhastigheten  $\omega$ , vil en masse  $m$  som beveger seg med hastigheten  $v$ , oppleve en kraft

$$\mathbf{F}_c = -2m(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}) \quad (4.1)$$

<sup>1</sup><http://sensorwiki.org/doku.php/sensors/gyroscope>

MEMS gyroskop består av vibrerende element for å måle Corioliseffekten. Hovedfordelene med MEMS-sensorer er [Woodman, 2007]

- Liten størrelse
- Lav vekt
- Krever lite energi
- kort oppstartstid
- Billig å produsere
- Høy pålitelighet
- Krever lite vedlikehold

#### 4.3.4 Feilkilder i et gyroskop

Et gyroskop vil oppleve en rekke feilkilder. Alle gyroer vil blant annet ha en konstant drift. Denne driften beregnes gjerne i et kalmanfilter. Størrelsen på driften avhenger av kvaliteten på gyroskopet. Dette gjør at jo dyrere gyroskopet er, jo mindre drift vil det oppleve. Dersom man integrerer en konstant bias over tid,  $\epsilon$ , vil det føre til en vinkelfeil,  $\theta$ , som vil øke lineært med tiden,  $t$

$$\theta(t) = \epsilon \cdot t \tag{4.2}$$

Denne konstante biasen kan estimeres dersom man beregner et gjennomsnitt over lang tid når gyroen ikke opplever noen rotasjon. Dersom denne biasen blir kjent, kan man kompensere for den.

Et gyroskop vil også oppleve det som kalles for random walk. Random walk er definert som en prosess som består av ulike steg, hvor retningen og størrelsen på hvert steg er tilfeldig.

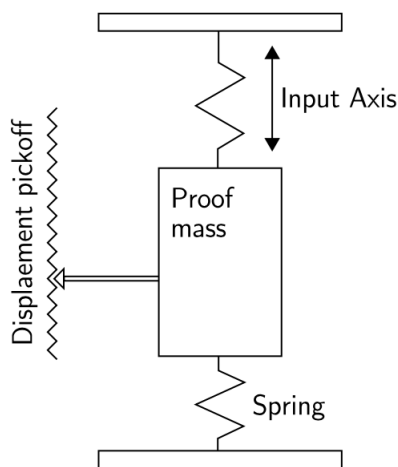
Temperaturvariasjoner er også en feilkilde som vil påvirke gyroskopet.

## 4.4 Akselerometer

Et akselerometer kan i hovedsak deles i tre typer, mekanisk, solid state og MEMS.

### 4.4.1 Mekanisk akselerometer

Et mekanisk akselerometer består av en masse som er festet til en fjær. Man ser da på forflytningen til fjæra for å kunne si noe om akselerasjonsendringene. Newtons 2. lov,  $F = ma$ , benyttes for å beregne akselerasjonen som virker på enheten.



Figur 4.6: Mekanisk akselerometer. [Woodman, 2007]

### 4.4.2 Solid state akselerometer

Solid state akselerometer kan igjen deles i flere ulike undergrupper. Disse akselerometrene er små, pålitelige og robuste. Man kan da f.eks måle aksele-

rasjoner v.h.a. frekvensendringer, vibrasjoner, silikon o.s.v.

### 4.4.3 MEMS akselerometer

MEMS baserer seg på de samme prinsippene som mekanisk og solid state akselerometer. Det finnes to hovedklasser av MEMS akselerometer. Den første består av mekaniske akselerometer, som måler forflytningen til en fjær, ved å benytte MEMS teknologi. Den andre gruppen består av sensorer som måler frekvensendringer i vibrerende elementer som skyldes endring i spenning.

MEMS akselerometer har de samme fordelene som er listet opp i avsnitt 4.3.3.

### 4.4.4 Feilkilder i et akselerometer

Et akselerometer vil oppleve de samme feilkildene som et gyroskop. Hovedforskjellen er at målinger fra et akselerometer integreres to ganger for å beregne posisjon, mens gyromålinger integreres kun en gang for å beregne orientering. De største feilkildene i et akselerometer er

- Konstant drift
- Random walk
- Temperaturvariasjoner

## 4.5 Oversikt over treghetsnavigasjon

Som tidligere nevnt vil man ikke ved et system som benytter kun IMU beregne absolutte posisjoner. Dette gjør at for å kunne beregne posisjon fra IMU, trenger man startbetingelser. Disse henter man gjerne fra GNSS. Da trenger



man informasjon om posisjon, hastighet og orientering til sensoren.

Anta startebetingelser ved tidspunkt  $t_0$ , a priori posisjon  $\tilde{x}^e$ , a priori hastighet  $\tilde{\dot{x}}^e$  og a priori orientering i form av retningsmatrise  $\tilde{C}_s^e$ .

Vinkelmålingene man får fra gyroen benyttes da for å oppdatere orienteringen til sensoren ( $C_s^e$ ). Den oppdaterte orienteringsmatrisen benyttes deretter til å transformere hastighetsmålingene fra s-frame til e-frame. S-frame står for sensor-frame, og vil i mange tilfeller sammenfalle med b-frame. Oppdatert posisjon og hastighet ved tidspunkt  $t_0 + \delta t$  får man ved integrasjon av gyromålinger og akselerasjonsmålinger.  $\delta t$  er IMU-dataintervallet.

Dersom vi antar at startbetingelsene er riktig, og at man har et system uten instrumentfeil, vil IMU-målingene gi kontinuerlig oppdatert posisjon, hastighet og orientering. Dette kalles for Free-inertial navigation, som er et system kun basert på treghetssensorene, og ikke noen form for eksterne sensorer.

Dessverre vil man alltid ha et system med instrumentfeil, dette gjør at et system som inneholder IMU vil være ustabilt uten noen eksterne sensorer. Disse sensorene vil kun være stabile over korte tidsintervaller, avhengig av hvor dyrt instrument man benytter.

GNSS benyttes som en ekstern sensor for systemer til lands eller i luften. Grunnen til dette er at GNSS har høy absolutt nøyaktighet. Med GNSS som ekstern sensor, vil man kunne beregne et nøyaktig estimat på posisjonsfeilen man får fra IMU. [Kjørsvik, 2010]

## 4.6 Treghetsnavigasjon med eksterne sensorer

Man starter med startbetingelsene ( $\tilde{x}^e(t_0)$ ,  $\tilde{\dot{x}}^e(t_0)$  og  $\tilde{C}_s^e(t_0)$ ) fra avsnitt 4.5. Ut fra disse kan man ved hjelp av gyromålinger og akselerasjonsmålinger beregne tilstanden ved neste epoke  $t_0 + \delta t$ .

En IMU har god relativ nøyaktighet, men dårlig absolutt nøyaktighet. Dette gjør at uten eksterne sensorer får man ikke beregnet en posisjon, men kun relative posisjoner. Dette gjør at for navigasjonsformål trenger man eksterne sensorer. Her benyttes i hovedsak GNSS som har dårlig relativ nøyaktighet, men god absolutt nøyaktighet.

Siden man ikke har nøyaktig informasjon om starttilstanden, instrumentbias og støy, vil den integrerte tilstanden bli mer forskjellig fra den sanne tilstanden. Dersom man inkluderer eksterne sensorer som f.eks. GNSS kan feilen til tilstanden estimeres og korrigeres. Dersom man har et estimat på navigasjonsfeilen, kan tilstanden korrigeres. Estimat på navigasjonsfeilen og biasfeilen er gitt med  $\delta$

$$\hat{x}^e = \tilde{x}^e + \delta \hat{x}^e \quad (4.3)$$

$$\hat{\dot{x}}^e = \tilde{\dot{x}}^e + \delta \hat{\dot{x}}^e \quad (4.4)$$

$$\hat{C}_s^e = (I + \hat{\Psi}^e) \tilde{C}_s^e \quad (4.5)$$

og biasestimatene kan korrigeres

$$\hat{b}_f^s = \tilde{b}_f^s + \delta \hat{b}_f^s \quad (4.6)$$

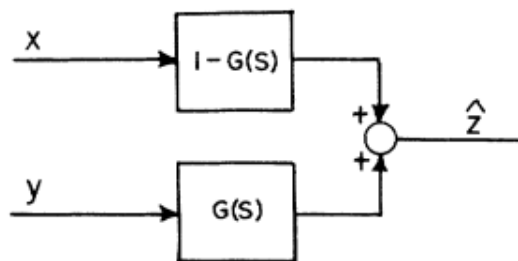
$$\hat{b}_w^s = \tilde{b}_f^s + \delta \hat{b}_w^s \quad (4.7)$$

$$\hat{g}^e = \tilde{g}^e + \delta \hat{g}^e \quad (4.8)$$

Vangligvis er det forskjellen mellom IMU-tilstandene og den eksterne sensoren sin tilstand (GNSS) som benyttes i kalmanfilteret. Dette betyr at det ikke er selve dynamikken til sensoren som beregnes i kalmanfilteret, men feiltilstandene. Grunnen til dette er at man da holder systemet lineært. Denne tilnærmingen kalles for et komplementærfilter. [Kjørsvik, 2010]

## 4.7 Gangen i et komplementærfilter

Et komplementærfilter benyttes ofte dersom man har målinger fra to ulike systemer. Disse gis også med ulike frekvenser og ut i fra målinger med den ene sensoren kan man beregne feiltilstander for den andre sensoren. For å kunne benytte seg av et komplementærfilter, må man ha to komplementære signaler. Dette gjør at et komplementærfilter er godt egnet for IMU med eksterne sensorer som f.eks GNSS.

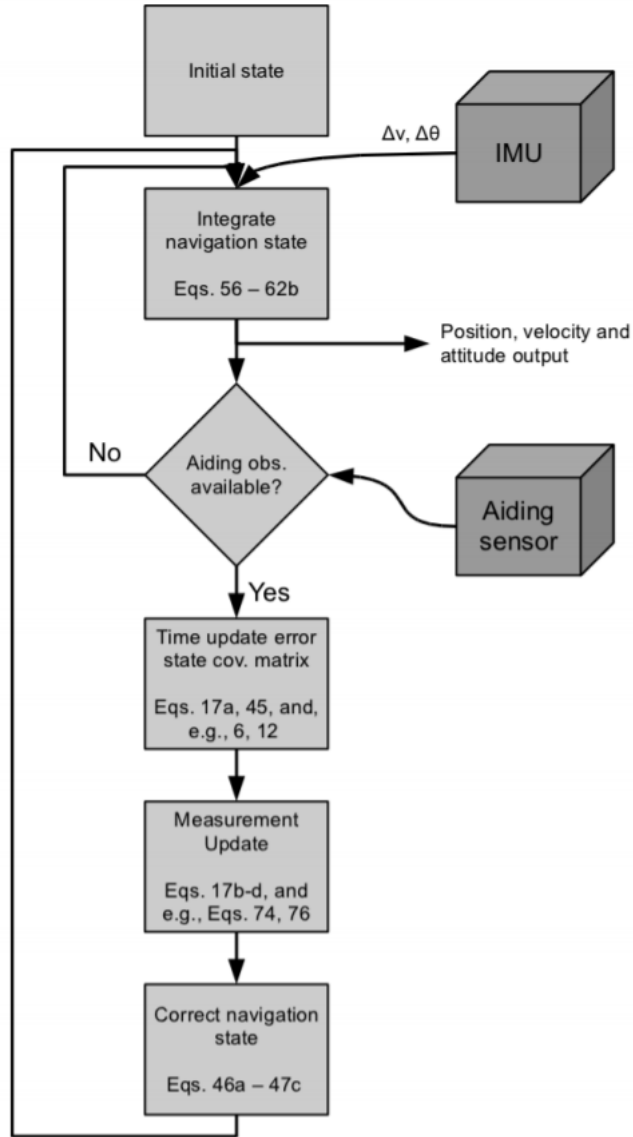


Figur 4.7: Komplementærfilter. <sup>2</sup>

<sup>2</sup><https://dsp.stackexchange.com/questions/25220/what-is-the-definition-of-a-complementary-filter>

Figuren over viser en forenkling av et komplementærfilter. Det som kommer inn er målinger fra sensorene, konvertert til hensiktsmessige størrelser. Akselerometermålingene og gyromålingene går inn i et høypass filter,  $y$ , mens GNSS-målinger går inn i et lavpass filter,  $x$ . Disse settes sammen i et komplementærfilter hvor  $z$  er målingene. Målingene er differansen mellom IMU posisjon og GNSS posisjon. Det er da disse to posisjonene som er komplementære. Det man da får ut fra komplementærfilteret er feiltilstanden.

Man starter med kjent posisjon, hastighet og orientering. Man får deretter inn IMU-observasjoner i form av akselerasjonsmålinger og gyromålinger. Disse integreres over tid helt til man får inn en ekstern observasjon, ofte fra GNSS. Deretter benyttes generelle likninger fra kalmanfilteret med tidsoppdatering og måleoppdatering før man til slutt korrigerer navigasjonstilstanden. Deretter kommer det nye IMU-observasjoner og man gjennomgår den samme reglen. Under er et flytskjema over gangen i et kalmanfilter med eksterne sensorer.



Figur 4.8: Gangen i et kalmanfilter med eksterne sensorer. Hentet fra [Kjørsvik, 2010] med henvisning til hvilke likninger som benyttes.

Etter at man har fått inn en ekstern observasjon, f.eks fra GNSS, må navigasjonstilstanden korrigeres. Dette gjøres ved

$$\tilde{x}_k + \delta x_k = x_k \quad (4.9)$$

som beskriver sammenhengen mellom a priori tilstand ( $\tilde{x}_k$ ), den sanne tilstanden ( $x_k$ ) og korreksjonen ( $\delta x_k$ ). Målingene relaterer seg til tilstandsvektoren som en ikke-lineær funksjon

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (4.10)$$

hvor  $z_k$  er en vektor med målinger og  $v_k$  er observasjonsstøy.

En lineær tilnærming er gitt som

$$\begin{aligned} \delta z_k &= z_k - h(\tilde{x}_k) \\ &= h(x_k) + v_k - h(\tilde{x}_k) \\ &\approx H_k \delta x_k + v_k \end{aligned} \quad (4.11)$$

hvor

$$H_k = \left. \frac{\partial h}{\partial x} \right|_{x=\tilde{x}_k} \quad (4.12)$$

er designmatrisen. Optimal estimering estimerer tilstanden og den tilhørende kovariansmatrisen ved hjelp av Kalmanfilterlikningene:

$$\tilde{P}_k = \Phi_{k-1} \hat{P}_{k-1} \Phi_{k-1}^T + Q_k \quad (4.13)$$

$$\delta \hat{x}_k = K_k \delta z_k \quad (4.14)$$

$$\hat{P}_k = (I - K_k H_k) \tilde{P}_k \quad (4.15)$$

I likningen over er  $K_k$  gitt som

$$K_k = \tilde{P}_k H_k^T [H_k \tilde{P}_k + R_k]^{-1} \quad (4.16)$$

Siste steget i algoritmen er å oppdatere tilstandene. Dette gjøres med likning 4.3 til 4.8 fra avsnitt 4.6 for tilstandsestimatene og biasestimaterne. [Kjørsvik, 2010]

## 4.8 Navigasjonslikning i e-frame

En vektor med koordinatene  $x^e$  gitt i e-frame, kan uttrykkes i i-frame som

$$x^i = C_e^i x^e \quad (4.17)$$

hvor  $C_e^i$  er en transformasjonsmatrise som transformerer fra e-frame til i-frame. Den tidsderiverte av denne transformasjonsmatrisen kan uttrykkes som

$$\dot{C}_a^b = C_a^b \Omega_{ba}^a \quad (4.18)$$

hvor  $\Omega_{ba}^a$  kan uttrykkes som

$$\Omega_{ba}^a \equiv [\omega_{ba}^a \times] = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_3 & \omega_2 \\ \omega_3 & 0 & -\omega_1 \\ -\omega_2 & \omega_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

Dette er vinkelraten i a-frame relativt b-frame, gitt i a-frame og skrevet på skjevsymmetrisk form. Likning 4.17 kan deriveres med hensyn på tid som gir

$$\begin{aligned}
 \dot{x}^i &= \dot{C}_e^i x^e + C_e^i \dot{x}^e \\
 &= C_e^i \Omega_{ie}^e x^e + C_e^i \dot{x}^e
 \end{aligned} \tag{4.20}$$

Ved å derivere likning 4.20 over tid en gang til får man

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}^i &= \dot{C}_e^i \Omega_{ie}^e x^e + C_e^i \dot{\Omega}_{ie}^e x^e + C_e^i \Omega_{ie}^e \dot{x}^e + \dot{C}_e^i \dot{x}^e + C_e^i \ddot{x}^e \\
 &= C_e^i \Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e x^e + C_e^i \dot{\Omega}_{ie}^e x^e + C_e^i \Omega_{ie}^e \dot{x}^e + C_e^i \Omega_{ie}^e \dot{x}^e + C_e^i \ddot{x}^e \\
 &= C_e^i (\Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e + \dot{\Omega}_{ie}^e) x^e + 2C_e^i \Omega_{ie}^e \dot{x}^e + C_e^i \ddot{x}^e
 \end{aligned} \tag{4.21}$$

Dersom man løser 4.21 med hensyn på  $\ddot{x}^e$  får man

$$\ddot{x}^e = C_i^e \ddot{x}^i - (\Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e + \dot{\Omega}_{ie}^e) x^e - 2\Omega_{ie}^e \dot{x}^e \tag{4.22}$$

Sammenhengen mellom den spesifikke kraften ( $f^i$ ), den inertielle akselerasjonen ( $\ddot{x}^i$ ) og tyngdeakselerasjonen ( $g_{att}^i$ ) er gitt som

$$\ddot{x}^i = f^i + g_{att}^i \tag{4.23}$$

Likning 4.23 kan da settes inn i likning 4.22

$$\ddot{x}^e = C_i^e (f^i + g_{att}^i) - (\Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e + \dot{\Omega}_{ie}^e) x^e - 2\Omega_{ie}^e \dot{x}^e \tag{4.24}$$

Ved å anta at jordas rotasjonshastighet er konstant, som vil si  $\dot{\Omega}_{ie}^e = 0$ , får vi

$$\begin{aligned}
 \ddot{x}^e &= C_i^e f^i + C_i^e g_{att}^i - \Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e x^e - 2\Omega_{ie}^e \dot{x}^e \\
 &= f^e + g_{att}^e - \Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e x^e - 2\Omega_{ie}^e \dot{x}^e
 \end{aligned} \tag{4.25}$$

Ved å benytte sammenhengen  $g_{att}^e = g^e + \Omega_{ie}^e \Omega_{ie}^e x^e$ , hvor  $g^e$  er tyngden uttrykt i e-frame, kan likning 4.25 forenkles til



$$\ddot{x}^e = f^e + g^e - 2\Omega_{ie}^e \dot{x}^e \quad (4.26)$$

Dette systemet kan deretter transformeres til første ordens differensiallikninger med hastighet som en ny variabel

$$\frac{d}{dt} \dot{x}^e = f^e + g^e - 2\Omega_{ie}^e \dot{x}^e \quad (4.27)$$

$$\frac{d}{dt} x^e = \dot{x}^e \quad (4.28)$$

Ved å anta kjente startbetingelser, kan systemet løses ved numerisk integrasjon for posisjon ( $x^e$ ) og hastighet ( $\dot{x}^e$ ). [Kjørsvik, 2010]

## 4.9 Numerisk integrasjon

Numerisk integrasjon er prosessen som gjennomføres når det kommer inn nye IMU-observasjoner. Da må man legge til de innkommende IMU-observasjonene i navigasjonslikningen til systemet.

Hastighetsinkrementene i s-frame må transformeres til e-frame for å sammenliknes med andre størrelser. Den gjennomsnittlige retningsmatrisen for hele IMU dataintervallet ( $\delta t$ ) benyttes

$$\Delta v^e = \bar{C}_s^e v^s - (2\Omega_{ie}^e v^e - C_g^e g^g) \delta t \quad (4.29)$$

hvor  $\bar{C}_s^e$  er gitt som

$$\bar{C}_s^e = C_s^e(t_{k+1}) [I - \frac{1}{2}(\rho^s \times)] \quad (4.30)$$

og  $\rho$  er gitt som

$$\rho^s = \Delta\theta_{is}^s - C_e^s \omega_{ie}^e \delta t \quad (4.31)$$

I likning 4.29 benytter man hastigheten fra forrige oppdatering som en tilnærming i leddet med Corioliseffekten. Til slutt kan posisjon og hastighet oppdateres

$$x^e(t_{k+1}) = x^e(t_k) + \dot{x}^e(t_k)\delta t + \Delta v^e \frac{\delta t}{2} \quad (4.32)$$

$$\dot{x}^e(t_{k+1}) = \dot{x}^e(t_k) + \Delta v^e \quad (4.33)$$

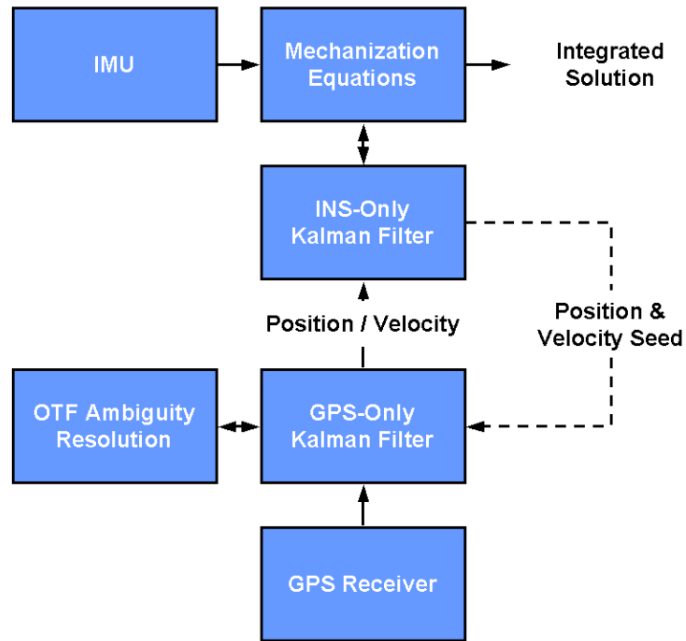
Her vil hastigheten oppdateres ved å benytte gjennomsnittshastigheten over et IMU dataintervall. [Kjørsvik, 2010]

## 4.10 Kobling mellom IMU og GNSS

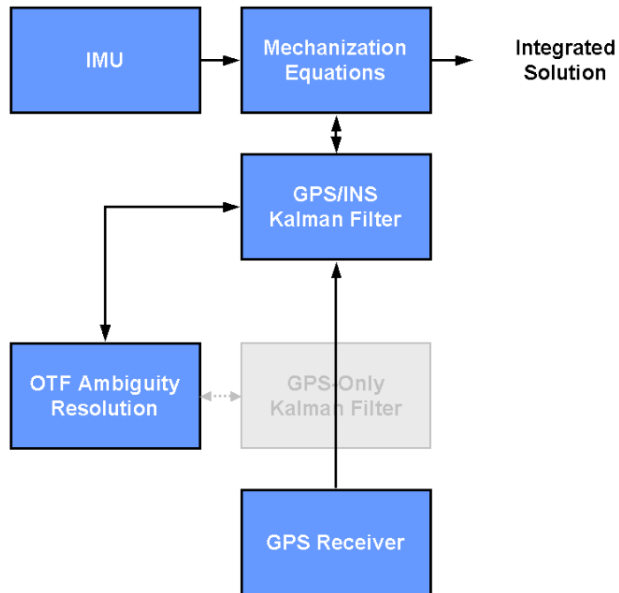
Det finnes flere ulike måter for å koble sammen observasjoner fra IMU og GNSS. De to mest vanlige er løs kobling og tett kobling. I løs kobling får man inn posisjon og hastighet fra GNSS som eksterne observasjoner i tillegg til IMU-målinger. I tett kobling integreres GNSS-målingene sammen med IMU-målinger.

Dersom man har tett kobling kan man integrere GNSS- og IMU-målinger selv om antallet satellitter er under 4. Fordelen med dette er at dersom man ønsker det kan observasjoner fra enkelte satellitter fjernes fra måleoppdateringen i kalmanfilteret. Dette gjør at tett kobling er mye mer robust mot perioder da man har få satellitter eller svært dårlig geometri (f.eks PDOP opp mot 50). Ulik forskning har vist at dersom man kun har noen få satellitter tilgjengelig vil dette likevel forbedre den beregnede posisjonen i tett kobling. Dersom man har god geometri er det ikke noen signifikant forskjell på løs og tett kobling. [Wägli, 2009]

Figurene under viser forskjellen på løs og tett kobling. Ved løs kobling, figur 4.9, håndteres observasjoner fra IMU og GNSS som to uavhengige filter, noe som vil si at GNSS-observasjoner går først gjennom et GNSS-filter før det går inn i det andre filteret sammen med IMU-observasjonene. En av hovedulempene i løs kobling er at man da vil ha to uavhengige filtere som begge vil ha prosesstøy. Ved tett kobling, figur 4.10, vil GNSS-observasjonene føres rett inn i IMU-filteret, noe som gjør at vi totalt trenger å håndtere kun ett filter. I motsetning til på figur 4.9 vil man nå hoppe over steget med GNSS-filter, som vist med den grå boksen i figur 4.10. Dette gjør også at man kun har prosesstøy på IMU-observasjonene, og ikke GNSS-observasjonene. Hovedulempen med tett kobling er at man da vil få en større dimensjon på tilstandsvektoren, som vil være mer regnekrevende sammenliknet med løs kobling. Tett kobling er det som er mest utbredt på grunn av fordelene den har sammenliknet med løs kobling. [Petovello, 2003]



Figur 4.9: Løs kobling. [Petovello, 2003]



Figur 4.10: Tett kobling. [Petovello, 2003]

## 4.11 Egenskaper treghetsnavigasjon

Treghetsnavigasjon som navigasjonssensor har en rekke fordeler og ulemper. De største fordelene er

- IMU har en høy oppdateringsfrekvens. Dette gjør at man vil få svært ofte oppdateringer på posisjon og hastighet. Dette vil være fordelaktig i applikasjoner hvor man har stor dynamikk
- Dersom man har et system med både GNSS og IMU vil IMU kunne fungere en god stund uten oppdateringer fra GNSS. Dette vil være fordelaktig i applikasjoner hvor GNSS-signaler vil falle bort en periode på grunn av f.eks vegetasjon, høye bygninger eller tunneler

De største ulempene med treghetsnavigasjon er

- IMU og GNSS kommer med forskjellig oppdateringsfrekvens, noe som kan føre til at det blir problemer med hvordan man skal benytte observasjoner fra begge systemene
- Et system bestående av både GNSS og IMU vil være et mer kostbart system enn om det kun hadde bestått av GNSS



# Kapittel 5

## Beskrivelse av applikasjonen

Formålet med oppgaven er å se på ulikt utstyr for bruk innenfor alpint. Utstyret er valgt ut på bakgrunn av ulike kriterier som vekt, oppdateringsfrekvens og pris. Utstyr som er blitt benyttet er stort sett GNSS-utstyr, men også en mottaker med innebygd IMU. GNSS innenfor alpint benyttes for å gjenskape sporet utøveren har fulgt. Formålet er å kunne analysere utøverens prestasjoner underveis i traseen, og se på forbedringer. Det skal også være mulig å benytte denne applikasjonen til skadeforebygging. Da ønsker man å se på krefter som virker på utøveren.

I studien til [Gilgien et al., 2014b] stilles det tre krav til et målesystem basert på GNSS for å observere en utøvers bane

- Det må ha høy nøyaktighet for å kunne detektere forskjellen i ulike utøvers linjevalg
- Det skal være til minimal plage for utøverens skikjøring under konkurranse
- Det må kunne lagres store mengder data slik at man skal kunne analysere hele konkurransen eller hele treningen

Man ønsker å kunne bruke dette verktøyet for analyse i treningssammenheng. Formålet er å kunne lage et enkelt verktøy slik at de kan hente ut de para-

metrene som er interessante å se på innenfor alpint. For alpint er det gjerne andre parametre enn posisjon man ønsker å se på. Ut i fra posisjon lages det en tidsanalyse for å se på hvordan utøverne ligger i forhold til hverandre til enhver tid. For tidsanalysen settes det opp et tenkt plan hver 0.3m som ligger normalt på fartsretningen. Man tar deretter tiden for hvert plan og da kan man se på tidsdifferanser og andre interessante størrelser. Denne informasjonen lagres som en funksjon av avstanden fra startstedet. Dette kan på mange måter sees på som en rekke fotoceller plassert med 0.3m mellomrom. [Gilgien et al., 2016]

Tyngdepunktet til utøveren var tidligere viktig, siden det var dette punktet man ønsket å beregne posisjonen for. Tidligere har det vært benyttet en pendelmodell, som beskrevet nedenfor, for å estimere tyngdepunktet. For å kunne gjøre dette trenger man også en 3D-modell over terrenget, noe som gjør den lite hensiktsmessig i praksis. Dette gjør at man i vanlig trenings-sammenheng bruker antennas posisjon.

For å kunne se på hastigheter og hvordan dette varierer med tiden beregner man krefter. For prestasjonsanalyse er det den bremsende kraften langs hastighetsvektoren som er mest interessant å se på. Andre krefter man ønsker å se på er luftmotstand, skifriksjon og andre krefter mot underlaget. For utdypende informasjon om modellering av krefter i alpint, anbefales [Gilgien et al., 2013].

For å kunne gi informasjon som skal være hensiktsmessig innenfor alpint er det viktig at det presenteres i en global referanseramme. For å kunne benytte målinger av krefter fra f.eks et akselerometer må man vite hvilken retning utøveren har. Dersom man ikke har gitt informasjon om krefter relativt sportet til utøveren, vil man ikke like enkelt kunne beregne krefter som man ser på innenfor alpint som f.eks crosstrack og longtrack. Crosstrack er krefter på tvers av kjøreretningen, mens longtrack er krefter langs kjøreretningen.

I 2009 ble det gjort en studie i Canada, [Lachapelle et al., 2009]. Der ga det Canadiske landslaget følgende krav til en slik applikasjon i 2006:



- Detektere forskjell i linjevalg i utfor, super-G, storslalåm og glidtesting med en nøyaktighet på 10 cm
- Fungere i temperaturer ned mot  $-20^{\circ}\text{C}$
- Ikke til hinder for utøvere med hastigheter opp til  $150\text{ km h}^{-1}$
- Nøyaktighet bedre enn 10 cm for posisjon og 1 ms for tidssynkronisering, 20 ganger i sekundet
- Nøyaktighet på 5 cm for portpasseringer
- En bærbar enhet som ikke overstiger 500 g og med kapasitet på å vare lenger enn 4 timer
- Passende datapresentasjon for løper og trener

Kravene som er blitt etterspurt fra Norges Skiforbund er som følger:

- Presise data over alle øktene som er målt. Dersom dataene ikke er pålitelige og de ikke får noe ut av det, er dette ikke et utstyr utøvere og trenere vil ta i bruk
- Det skal være enkelt og raskt å bruke. Det er ønskelig at man bare skal kunne skru det på, så skal utstyret vare ut treningsøkten uten at man trenger å gjøre noe med det.
- En totalvekt på under 400 gram
- Kort nedlastnings- og prosesseringstid
- Oppdateringsfrekvens på minst 50 Hz
- Kort tid for å få fix-løsning
- Ingen faser uten fix-løsning

## 5.1 Alpint

Alpint er en konkurranseform hvor man kjører i bratt terreng, og hvor hele foten er fastspent til skien. Alpine grener består av fire hoveddisipliner, slalåm, storslalåm, super-G og utfor, som hver har sine spesifikke løype- og terrengkarakteristikker. Det Internasjonale Skiforbundet (FIS) har regulert løypelengde, høydefall fra start til mål og løypesetting for å skille de ulike disiplinene.[Gilgien et al., 2015a] En alpintrase består av en rekke porter med ulik avstand alt etter hvordan disiplin man konkurrer i. Formålet er å forse-re traseen på kortest mulig tid. Utfor er den alpingrenen hvor man oppnår den høyeste farten, og hvor avstanden mellom portene er størst. I motsatt ende finner vi slalåm hvor farten er lavest og avstanden mellom portene er kortest. I utfor og super-G avgjøres resultatet med ett løp, mens i slalåm og storslalåm har man to omganger. I alpint konkurreres det i OL hvert fjerde år, VM hvert andre år, mens det konkurreres årlig i en verdenscup.

## 5.2 Utfordringer i alpint

Det er en rekke ulike utfordringer knyttet til GNSS innenfor alpint. Dette skyldes i hovedsak at alpint utføres med svært høye hastigheter, samtidig som man skifter retning hyppig og beveger seg lang jordas overflate i motsetning til f.eks fly. Utstyret kan heller ikke ha for høy vekt eller være til hindre for utøveren.

### 5.2.1 Vekt/montering

Vekt og montering er en av de viktigste problemstillingene når det kommer til GNSS innenfor alpint. Dette skyldes at det benyttes utstyr som skal festes på utøveren, noe som gjør at dersom utstyret blir for stort og tungt, vil det være til stort hinder for utøveren.

For best mulig tilgjengelighet må antenna monteres fast på hjelmen eller høyt på ryggen. Dette må gjøres for å unngå skygging til satellittene. Dersom vek-

ten på antenna blir for stor, gjør dette at det vil være til stort hinder, og vil også utgjøre en sikkerhetsrisiko dersom utøveren skulle falle.

Mottakeren må også festes på utøveren. Dette må enten gjøres som et belte eller som en liten ryggsekk. Der stilles det strenge krav til vekt og passform. Målet må være å lage en så liten enhet slik at den kan gjemmes under dressen til utøveren og bygges inn i ryggbeskytteren til utøveren. Dette vil gjøre at det ikke vil være til hinder for utøveren, og man unngår da også problemer med aerodynamikken.

### 5.2.2 Dynamikk

Alpint utføres med svært høye hastigheter. I utfor, hvor man oppnår den høyeste hastigheten, kan man oppnå hastigheter opp til  $150 \text{ km h}^{-1}$ , dette vil si at man beveger seg opptil  $42 \text{ m s}^{-1}$ . Dersom man da har en GNSS-mottaker som måler på 1 Hz vil det si at man får en ny måling hver 42. m. Det sier seg selv at man da ikke vil kunne gjenskape sporet utøveren har fulgt på en tilfredsstillende måte.

Formålet med dette prosjektet er å kunne bruke resultatene i analysen etter en treningsdag eller liknende. Da ønsker man gjerne å se på portpasseringer, sammenlikne det valgte sporet med andre utøvere og se på hastigheter. Skal man kunne beregne disse parametrene, trengs det en gjengivelse av sporet som kan gi dette.

I studien [Gilgien et al., 2015a] ble det gjort studier for å se på hvordan løypa og terrenget påvirker utøverens hastighet i konkurranse. Der ble det funnet følgende punkter

- Variasjonen i horisontal portavstand var større enn variasjonen i portavstand for alle disipliner
- Den horisontale portavstanden økte med økende bratthet i Super-G

- Det var en liten tendens mot kortere portavstand når terrenget ble brattere
- Porter ble vanligvis satt for nært terrengoverganger
- Terrenget var flatere og i større grad tiltet sidelengs for fartsretningen i utfor enn i de andre disiplinene
- Utfør bestod av mer ekstreme terrengendringer per tidsenhet enn de andre disiplinene
- Hastighet var signifikant forskjellig mellom disiplinene og økte når terrenget flatet ut i alle disipliner utenom utfør
- I bratt terreng ble hastigheten påvirket av økende horisontal portavstand og kortere portavstand i super-G og redusert portavstand i super-G og utfør
- På tvers av disiplinene ble utøverens hastighet beskrevet 57% av løypesettingen og brattheten på terrenget

### 5.2.3 Lagringsplass

Når man måler med GNSS på svært høy datarate som vil være hensiktsmessig for dette prosjektet, trenger man nok lagringsplass på den aktuelle enheten. En treningsdag varer gjerne fra 2-4 timer, og for at man skal slippe å tømme enheten for hver tur er det viktig å ha en stor nok lagringsenhet. Det bør være nok lagringsplass til at det kun skal være nødvendig å tømme enheten etter hver treningsdag. Kriteriene for lagringsplass er ikke noe problem for nye mottakere i dag.

### 5.2.4 Leverarm

For en GPS-mottaker vil referansepunktet være fasesenteret til antenna, mens for en IMU vil referansepunktet være skjæringen mellom de ulike treghetsaksene. Forskjellen i avstand mellom disse to referansepunktene er det

som kalles for leverarm. [Petovello, 2003] I alpint hvor dynamikken er stor, ønsker man gjerne å bestemme posisjonen i nærheten av massemidelpunktet til utøveren. Dette ligger i nærheten av mottakeren. For å kunne beregne posisjonen til utøveren, trenger man derfor å vite lengden på leverarmen. Siden utøveren beveger seg mye, vil leverarmen variere mye med tiden. Dette gjør at leverarmen også må beregnes kontinuerlig. Mottakeren er festet på en sekk utøveren har på ryggen. Dette vil begrense leverarmen sin bevegelse i den ene retningen. Beregningen av leverarmen gjøres i forbindelse med prosesseringen av dataene. For vanlige applikasjoner, som treghetsnavigasjon i fly, vil leverarmen være konstant, og beregnes ved hjelp av tradisjonell landmåling.

### 5.2.5 Massemidelpunktet

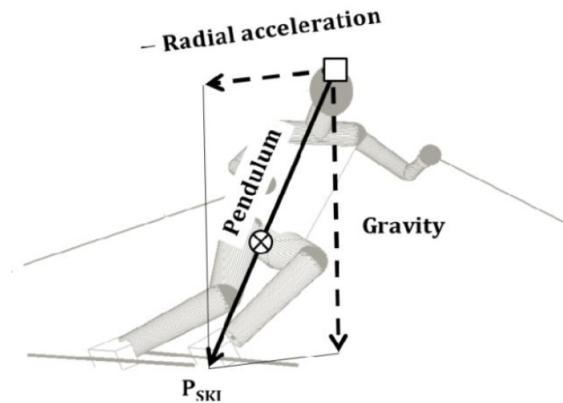
I følge [Gilgien et al., 2015b] er det anbefalt å bruke massemidelpunktet til utøveren som referansepunkt. Dette skyldes at det er dette punktet som på best mulig måte representerer bevegelsene til utøveren. Problemet man da får er at man ikke kan plassere antenna i dette punktet. Dette skyldes at massemidelpunktet vil endre seg med tiden, og man vil også få mye skygging av satellittene.

I følge [Meyer, 2012] kom det fram at dersom man plasserte antenna på ryggen, altså nærmere massemidelpunktet til utøveren, ville det gjøre beregningen av posisjonen til massemidelpunktet mye enklere. Ulempen med dette er at sannsynligheten for skygging av satellittene er mye større. For å unngå slike problemer festes antenna på hjelmen eller høyt på ryggen til utøveren. Da minimerer man risikoen for skygging av satellittene.

Neste utfordring blir da å beregne massemidelpunktet ut fra antenna man har festet på hodet eller ryggen. I følge [Gilgien et al., 2013] ble pendelen til utøveren beregnet som en lineær kombinasjon av tyngden og den radielle akselerasjonen til GPS-antenna. Skjæringen vektoren hadde med snøen, ga skienes posisjon. Ulempen med denne metoden er at for å kunne beregne underlaget må man ha en 3D-modell av underlaget. Dette gjør at kravene til tilgjengelig utstyr og mannskap vil være mye høyere enn dersom man

kun benytter antenna som referansepunkt. I følge [Gilgien et al., 2013] ble massemiddepunktet beregnet som 53% av den totale lengden til vektoren fra antenna til skiene.

Problemene med beregningen av leverarmen i dag, gjør at man i de seneste forskningsrapportene har benyttet antenna som referansepunkt, og ikke massemiddepunktet. Dette har ført til enklere beregninger, og gir likevel tilfredsstillende resultater. Spørsmålet som da dukker opp er dersom antenna er montert høyt på ryggen eller hodet, vil utøveren kjøre jevnt nok fra gang til gang slik at dette også ikke blir en feilkilde. Forskning på området så langt tyder på at å benytte antenna som referansepunkt er tilfredsstillende nok.



Figur 5.1: Pendelmodellen fra [Gilgien et al., 2013]

### 5.2.6 Høydeforskjeller

En trase som brukes i utfor kan gjerne ha en høydeforskjell på opp til 1000 m. Dette kan føre til utfordringer knyttet til troposfæren. GNSS-målinger i alpint gjøres med differensielle målinger. Man antar gjerne at de to stasjonene opplever den samme troposfæren. Dette vil ikke være tilfelle dersom stasjonene har store forskjeller i høyde mellom seg, da vil man få troposfæregradienter. For å unngå problemer med troposfæregradienten prosesseres den som en tilleggsukjent i tilstandsvektoren dersom høydeforskjellen blir for stor.

### 5.2.7 Skygging av satellitter

Den største GNSS-relaterte utfordringen innenfor alpint er skygging av satellitter. Grunnen til dette er at en alpintrase gjerne ligger i bratt terreng, og med mye skog rundt. Dette gjør at man vil ha en begrenset utsikt mot satellittene. Som nevnt i [Lachapelle et al., 2009] kan man ofte i en skitrase oppnå elevasjonsvinkler på opp mot 40 grader. I mange tilfeller fører dette til at man ikke får en tilfredsstillende løsning kun ved bruk av GNSS.

## 5.3 Skadeforebygging

Alpint er en idrett som er mye utsatt for skader. Skaderaten per sesong og per 100 verdenscupløper er beregnet til å være 36.7, hvor kne er den kroppsdelen som er hardest utsatt. Disse tallene avhenger av disiplin (menn/kvinner) [Gilgien et al., 2014a] :

- slalåm: 7.5/1.5 skade per 1000 løper
- super-G: 14.5/7.7 skade per 1000 løper
- utfor: 19.3/13.9 skade per 1000 løper

I studien [Gilgien et al., 2014a] ble det gjort statistiske analyser for å finne ut hvordan skader fordeler seg i alpint. Der fant man følgende utfall:

- Antall skader per time skikjøring var lik for storslalåm, super-G og utfor
- Utfor besto av 45% kjøring rett frem, super-G 20% og storslalåm 7%
- Svinghastighet og svingradius var høyest i utfor, etterfulgt av super-G og storslalåm
- Kinetisk energi og kjøretid var størst for utfor, etterfulgt av super-G og storslalåm

- antall hopp, lengde på hopp og tid i luften var større i utfor enn i super-G

I denne studien benyttet man GNSS og en terrengmodell for å beregne de aktuelle parametrene. Dette gjør at kravet til å ha et nøyaktig system er veldig viktig for å kunne gi bedre tall på hvordan unngå skader. I studien ble det satt opp en del faktorer som er hovedårsakene til den høye skadefrekvensen i alpint.

### 5.3.1 Svingmekanikk

Svinger er en av de største risikofaktorene for skader i alpint. I studien [Gilgien et al., 2014a] kom det fram at i utfor svinger man i omtrent 55% av tiden, i super-G svinger man omtrent 80%, mens man i storslalåm svinger omtrent 93% av tiden. Det kom også fram at i svinger med kortere radius er man mer utsatt for skader siden de da må bruke mer av kroppen for å svinge, noe som gjør at det er lettere å komme ut av balanse. I studien kom det også fram at man i gjennomsnitt har et høyere antall svinger i storslalåm ( $52.0 \pm 3.5$ ) sammenlignet med super-G ( $40.0 \pm 3.5$ ) og utfor, hvor tallene i parentes representerer antall svinger.

### 5.3.2 Hastighet og kinetisk energi

Hastighet er sett på som den største risikofaktoren for skader i alpint. Hypotesen i [Gilgien et al., 2014a] var at forskjeller i hastigheter er grunnen til høyere antall skader per 1000 løp i hastighetsdisiplinene utfor og super-G i forhold til de tekniske disiplinene som slalåm og storslalåm. I studien kom det fram at man ikke kan se noen sammenheng mellom hastigheter og skader i de ulike disiplinene.

### 5.3.3 Utmattelse

Utmattelse er en stor årsak til skader i alpint. I Studien [Bere et al., 2012] kom det fram at 46% av skader i alpint skjedde i siste fjerdedelen av løypa. Det



er også kjent at utmattelse har en negativ effekt på balansen, og at utslitte utøvere er mer utsatt for å komme opp i situasjoner hvor man kommer ut av balanse og skader seg. Siden utmattelse er en egenskap som ikke så lett kan måles er det i [Gilgien et al., 2014a] benyttet tid som en faktor for å se på utmattelse. Siden man i fartsdisipliner har løyper som varer lenger enn i de tekniske disiplinene kan dette være en årsak til at skaderaten per 1000 løper er større i utfor enn i f.eks slalåm. Siden man i [Gilgien et al., 2014a] kun benyttet data fra to sesonger er dette et lite datagrunnlag for å kunne si noe om skader per 1000 løp, men man kan se en trend i sammenhengen mellom lengder på løp og antall skader.

### 5.3.4 Hopp

Hopp er den siste faktoren [Gilgien et al., 2014a] ser på som en årsak til skader i alpint. Antall hopp i utfor er omtrent det dobbelte av antall hopp i super-G, mens i de mer tekniske disiplinene som storslalåm og slalåm har man omtrent ikke hopp. Det som skyldes at hoppene er farlig i alpint er dersom man kommer i ubalanse ut fra hoppet. Dette gjør at det er tiden man er i luften som er det kritiske for å unngå skader på hoppene. I studien [Gilgien et al., 2014a] kom det fram at lengden på hoppene var 21% kortere i super-G enn i utfor, mens tiden man var i luften var kun 6% kortere i super-G enn i utfor.

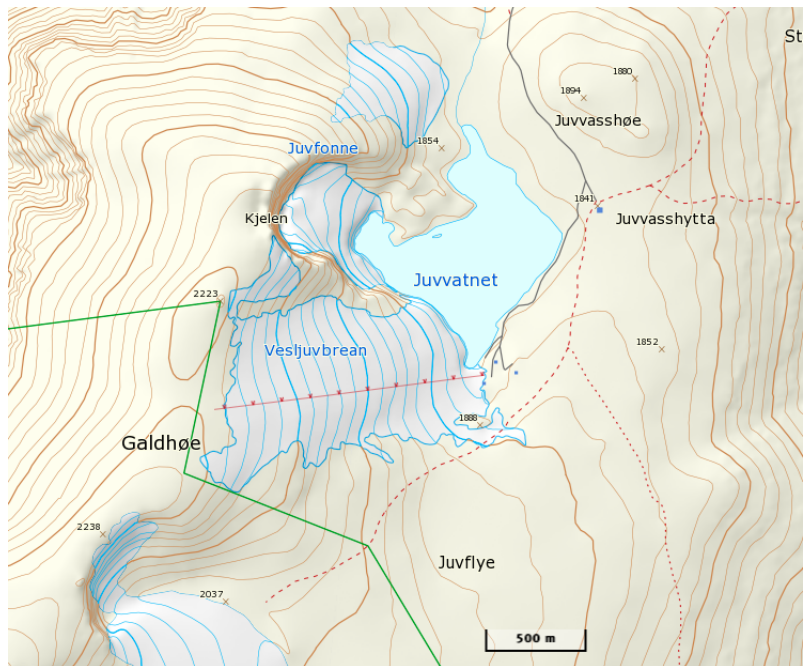


# Kapittel 6

## Feltdelen

Dataene benyttet i denne masteroppgaven er samlet inn mellom 14. og 17. juni 2016 på Juvasshytta. Juvasshytta ligger i Jotunheimen, og ligger omtrent 1850 meter over havet. Dataene er samlet inn i skitrekket som ligger sørvest for hytta. Skitrekket ligger på mellom 1800-2200 meter over havet.

Skitrekket på Juvasshytta ligger i østvendt retning. Traseen er svært åpen uten noen form for vegetasjon, noe som gjør den svært godt egnet for GNSS-målinger.



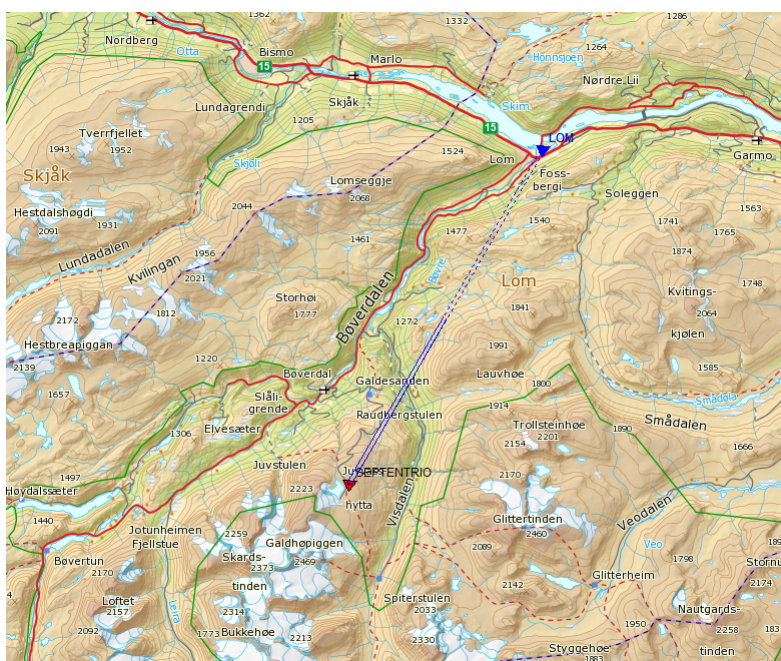
Figur 6.1: Oversikt over området

Figuren over viser oversikten over området som ble benyttet til testkjøringen. Det ble benyttet to Daedalus-stasjoner med et par hundre meters mellomrom som lå rett sør for testløypa. Det var en Javad basestasjon på parkeringsplassen, og en Septentrio basestasjon som lå ved Juvasshytta. Septentrio var basestasjon for Applanix-mottakeren. For å danne koordinater på Septentrio-mottakeren ble det dannet en vektor mot Statens Kartverk sin stasjon i Lom. I tillegg hadde vi en Emlid basestasjon som var festet til taket på Juvasshytta.

## 6.1 Datainnsamlingen

Datainnsamlingen ble gjennomført på Juvasshytta mellom 14. og 17. juni 2016. Første oppgave var å etablere nettet som skulle brukes til testkjøringen. For å beregne nettet benyttet vi oss av koordinatene på Statens Kartverk sin stasjon i Lom. Ut fra den dannet vi en vektor mellom Lom og Septentrio-mottakeren som var montert på Juvasshytta. Under er en figur som viser vektoren mellom Lom og Juvasshytta. Høydeforskjellen på disse to stedene

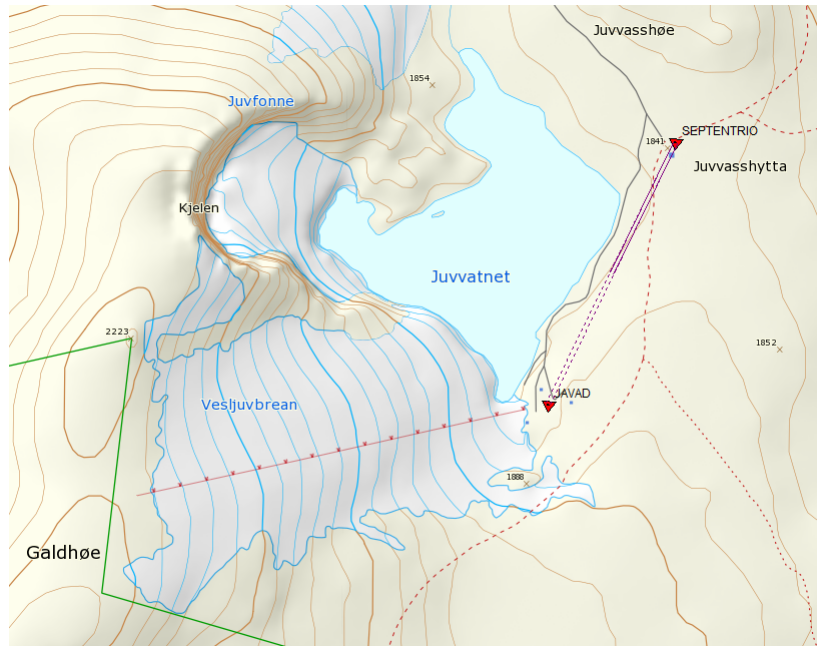
er i underkant av 1500 m, noe som gir litt utfordringer knyttet til troposfæregradienter. Dette ble løst ved å beregne denne gradienten i forbindelse med prosesseringen av dataene. Kartene som er benyttet i dette avsnittet er hentet fra <sup>1</sup>. Vektorene og punktene i dette avsnittet er laget i GISLINE.



Figur 6.2: Vektor mellom Lom og Juvasshytta (Septentrio)

For å etablere koordinater på de andre basestasjonene ble det dannet vektor mellom Septentrio-stasjonen og Javad basestasjon. I tillegg ble dannet en vektor mellom Septentrio-stasjonen og Emlid basestasjon. Siden den ble plassert rett ved siden av Septentrio-mottakeren er ikke den vektoren tegnet inn i figuren under.

<sup>1</sup>[www.norgeskart.no](http://www.norgeskart.no)

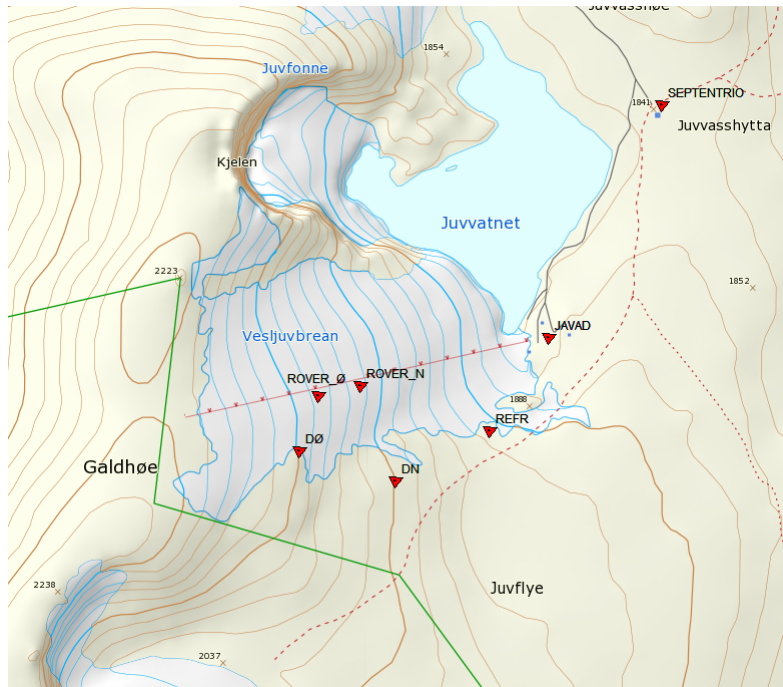


Figur 6.3: Vektor mellom Juvasshytta (Septentrio) og Javad basestasjon

Under kjøreturen benyttet vi i hovedsak tre ulike GNSS-mottakere. Dette var Applanix-mottakeren, Javad-mottakeren og Emlid-mottakeren. For disse tre roverne benyttet vi tre ulike basestasjoner, Septentrio, Javad og Emlid. Grunnen til at vi hadde flere ulike basestasjoner skyldes at mottakerne som ble benyttet som rover logget med ulike frekvenser. Applanix-mottakeren benyttet Septentrio som basestasjon som var festet på Juvasshytta. Javad-mottakerne ble benyttet som basestasjon og rover for hverandre med basestasjon på parkeringsplassen i bunnen av bakken. Emlid-mottakeren benyttet Emlid som basestasjon som var festet fast til taket på Juvasshytta. For å få best mulig resultater på Emlid-dataene ble Septentrio-mottakeren benyttet som basestasjon i proseseringen av dataene.

I tillegg til disse GNSS-mottakerne benyttet vi også Daedalus som et referansesystem. For å etablere koordinater for Daedalus benyttet vi to punkter som referanse. I tillegg til å måle mot to referansepunkter ble det målt mot en rekke referansepunkter og porter nedover traseen avslutningsvis hver dag. Under kjøreturene målte de to Daedalus-stasjonene samtidig mot roveren. Ut fra disse målingene nedover løypen ble det beregnet koordinater på ro-

veren. Dette ga oss det totale nettet med punkter som er benyttet til denne oppgaven.



Figur 6.4: Oversikt over nettet på Juvass. <sup>2</sup>

Når nettet var på plass ble det stukket en storslalåm-trase som ble kjørt mellom 15 og 20 ganger hver dag. Løypa ble stukket på nytt for hver dag. Totalt ble det tre dager med testkjøring. Grunnet mye tåke den tredje dagen er det kun data fra de to første dagene som er blitt benyttet til analysen.

<sup>2</sup>DN = Daedalus nedre, DØ = Daedalus øvre, ROVER\_Ø = start på traseen, ROVER\_N = slutt på traseen, refr = referanseretning for Daedalus

## KAPITTEL 6. FELTDELEN

Utstyr	Observasjonsmetode	Frekvens	Satellittsystemer
Applanix APX-15	GNSS og IMU	200 Hz	GPS, GLO, GAL og BDS
Javad Alpha	GNSS	25 Hz	GPS og GLO
Emlid reach RTK	GNSS	1 Hz	GPS, GLO, GAL og BDS
Daedalus	Totalstasjon	20 Hz	-
Applanix APX-15 (kun GNSS)	GNSS	1 Hz	GPS, GLO, GAL og BDS

Tabell 6.1: Oversikt over utstyret som er blitt benyttet



## 6.2 Utstyr som ble benyttet

### 6.2.1 Septentrio PolaRx4TR PRO

Septentrio ble benyttet som basestasjon for Applanix APX-15. Septentrio er en flerfrekvent GNSS-mottaker som kan måle signaler fra alle typer GNSS, som blant annet GPS, Glonass, Galileo og BeiDou, og kan logge på opp til 50 Hz.<sup>3</sup> Septentrio logget hele tiden på 1 Hz.



Figur 6.5: Montering av antenna til Septentrio på Juvasshytta

<sup>3</sup><http://www.terrisgps.com/product/septentrio-polarx4tr-pro/>

### 6.2.2 Applanix APX-15

Applanix APX-15 er en flerfrekvent GNSS-mottaker som kan måle signaler fra alle typer GNSS, som blant annet GPS, Glonass, Galileo og BeiDou. I tillegg inneholder enheten en solid stade MEMS-IMU. Den er bygget for droner, noe som kan føre til enkelte utfordringer i forhold til andre bruksområder. Dette gjelder blant annet initielle orienteringer, noe som ikke vil være et problem for denne applikasjonen grunnet høye hastigheter. Under er en tabell over spesifikasjonene til Applanix APX-15. Enheten kan logge GNSS-målinger på opp til 5 Hz, mens IMU-målingene kan logges på opp til 200 Hz. Dette kortet veier totalt 60 gram<sup>4</sup>. Applanix APX-15 ble benyttet som rover, og lå i sekken under stort sett alle kjøreturene. Applanix APX-15 koster omtrent 15 000 dollar.

	SPS	DGPS	RTK	Postprosessering
Posisjon (m)	1.5 - 3.0	0.5 - 2.0	0.02 - 0.05	0.02 - 0.05
Hastighet (m/s)	0.05	0.05	0.02	0.015
Roll og Pitch (deg)	0.04	0.03	0.03	0.025
Sann Heading (deg)	0.30	0.28	0.18	0.080

Tabell 6.2: Spesifikasjoner for Applanix APX-15. <sup>5</sup>

<sup>4</sup><https://www.applanix.com/products/dms-uavs.htm>

<sup>5</sup>Se fotnote 4

### 6.2.3 Javad Alpha

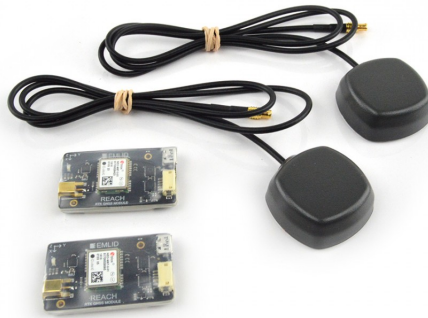
Vi hadde flere ulike Javad-mottakere. Javad-mottakerne ble benyttet som basestasjon og rover. Det ble opprettet en Javad basestasjon på parkeringsplassen, mens en ble benyttet til kjøringene. På grunn av dårlig lagringskapasitet på disse enhetene ble disse byttet ut med nye etter halv dag, noe som var en begrensning under testkjøringen. Javad Alpha er en tofrekvent GNSS-mottaker. Den versjonen vi benyttet kunne registrere signaler fra GPS og Glonass. Javad-mottakerne logget hele tiden på 50 Hz. På grunn av problemer med de prosesserte Javad-dataene, har de prosesserte dataene kun oppdateringsfrekvens på 25 Hz. Disse dataene er prosessert av samarbeidspartnerne i Zurich. Javad Alpha starter på 3400 dollar med den billigste konfigurasjonen, men prisen stiger fort dersom man ønsker en mer avansert konfigurasjon. Enheten veier totalt 430 gram.



Figur 6.6: Plasseringen til Javad basestasjon med alpinbakken i bakgrunnen.

### 6.2.4 Emlid Reach RTK

Emlid ble benyttet som basestasjon og Rover. Vi hadde en Emlid montert fast på taket på Juvasshytta, mens en ble benyttet til kjøringene. Emlid er en enfrekvent GNSS-mottaker som kan måle signaler fra alle GNSS, som blant annet GPS, GLONASS, Galileo og BeiDou. Emlid logget hele tiden på 1 Hz, men kan logge opp til 10 Hz. Emlid Reach RTK kit med to mottakere og to antenner koster 570 dollar. Dette kortet veier totalt 12 gram. Emlid-mottakeren inneholder også IMU, noe vi ikke benyttet i våre datasett. Dette skyldes at Emlid firmware enda ikke har støtte for IMU.



Figur 6.7: Emlid Reach RTK<sup>6</sup>

<sup>6</sup><http://www.robotshop.com/uk/reach-rtk-kit-multi-gnss-accurate-positioning-system>

### 6.2.5 Daedalus

Daedalus er et målesystem som er utviklet ved Eidgenössische Technische Hochschule, ETH, i Zurich. Hovedideen er å erstatte ”øyedelen” av en eksisterende totalstasjon med et kamera, som automatisk og veldig nøyaktig kan måle vinkel og avstand uten at det er nødvendig å måle mot prismer eller andre reflekterende overflater. [Guillaume et al., 2012]



Figur 6.8: Totalstasjon med Daedalus montert. [Guillaume et al., 2012]

For vårt formål ble Daedalus styrt ved hjelp av joystick og en PC. For å få resultatene så like som mulig i forhold til GNSS, ble det hele tiden målt mot antenna til GNSS-mottakerne. Vi hadde to Daedalus-stasjoner med noen hundre meters mellomrom som målte samtidig til utøveren mens han kjørte traseen. Avslutningsvis hver dag ble det målt til en rekke ulike kontrollpunkter, og man kom til slutt ut med en posisjon på de målte punktene. Under kjøreturen målte Daedalus kun vinkler mot utøveren siden utøveren ikke hadde noen reflekterende på seg. Avslutningsvis hver dag ble det målt mot referansepunktene med prismer. Daedalus-systemet målte hele tiden på 20 Hz. Daedalus ble tatt med kun som en referanse, siden dette systemet vil kreve svært mye utstyr sammenliknet med GNSS-mottakere.



Figur 6.9: Test av Daedalus på Gardermoen før avreise til Juvasshytta

### 6.2.6 Sekken

Vi benyttet sekken som vist på bildet under. Antenna var festet på toppen av sekken med svart tape på slik at den skulle bli lettere å se for de som styrte Daedalusene. Ut fra antenna brukte vi splitter for å benytte flere GNSS-mottakere samtidig. Til denne antenna benyttet vi både Javad- og Applanix-mottakeren. I tillegg ble antenna til Emlid Reach tapet fast på den ene stroppen, og mottakeren ble lagt ned i sekken. Sekken inneholdt også noen batterier for å drifte mottakerne.



Figur 6.10: Bilde av sekken

### 6.2.7 Prosesseringen

Dataene som er benyttet til analysen i denne oppgaven er prosessert flere ulike steder. Disse er

Utstyr	Prosesseringsted
Applanix APX-15	Applanix programvare
Javad Alpha	Samarbeidspartnerne i Zurich
Emlid reach RTK	RTKLIB
Daedalus	Samarbeidspartnerne i Zurich
Applanix APX-15 (kun GNSS)	RTKLIB

Tabell 6.3: Oversikt over hvor det er prosessert

## 6.3 RTKLIB

RTKLIB er et open source program for prosessering av GNSS-data. RTKLIB støtter alle de store GNSS, som GPS, GLONASS, Galileo og BeiDou. Det støtter også ulike posisjoneringsmoduser, som Precise Point Positioning, differensiell GNSS, Statisk og kinematisk o.s.v. RTKLIB består av en rekke ulike program, blant annet postprosessering, program for plotting og program for nedlastning av GNSS-produkter. [Takasu, 2013]

RTKLIB har blitt benyttet for postprosessering av GNSS-dataene.



## 6.4 Matlab

Matlab er et beregningsprogram laget for numeriske beregninger og matematiske analyser. Matlab er spesielt godt egnet for plotting av ulike matematiske variabler.

Matlab har blitt benyttet til beregning og plotting av aktuelle parametre. Alle plottene presentert i resultatene er plottet i Matlab.



# Kapittel 7

## Resultater og analyse

Under analysen av dataene vil jeg presentere en del ulike plott fra noen utvalgte kjøring. Under prosesseringen av Javad-dataene var det en del problemer, noe som gjør at det kun er bruddstykker av dataene fra Javad-mottakeren som er blitt prosessert. Disse dataene er prosessert av de som var med på datainnsamlingen på Juvasshytta fra universitet i Zurich. Det førte også til at de prosesserte Javad-dataene kun er prosessert med 25 Hz. Dette gjør at det totalt ble fire kjøring hvor alle systemene fungerte som de skulle.

### 7.1 Analyse av fullstendig kjøretur

I dette avsnittet presenteres en fullstendig nedfart. I nedfartene som er presentert nedenfor har disse systemene blitt benyttet:

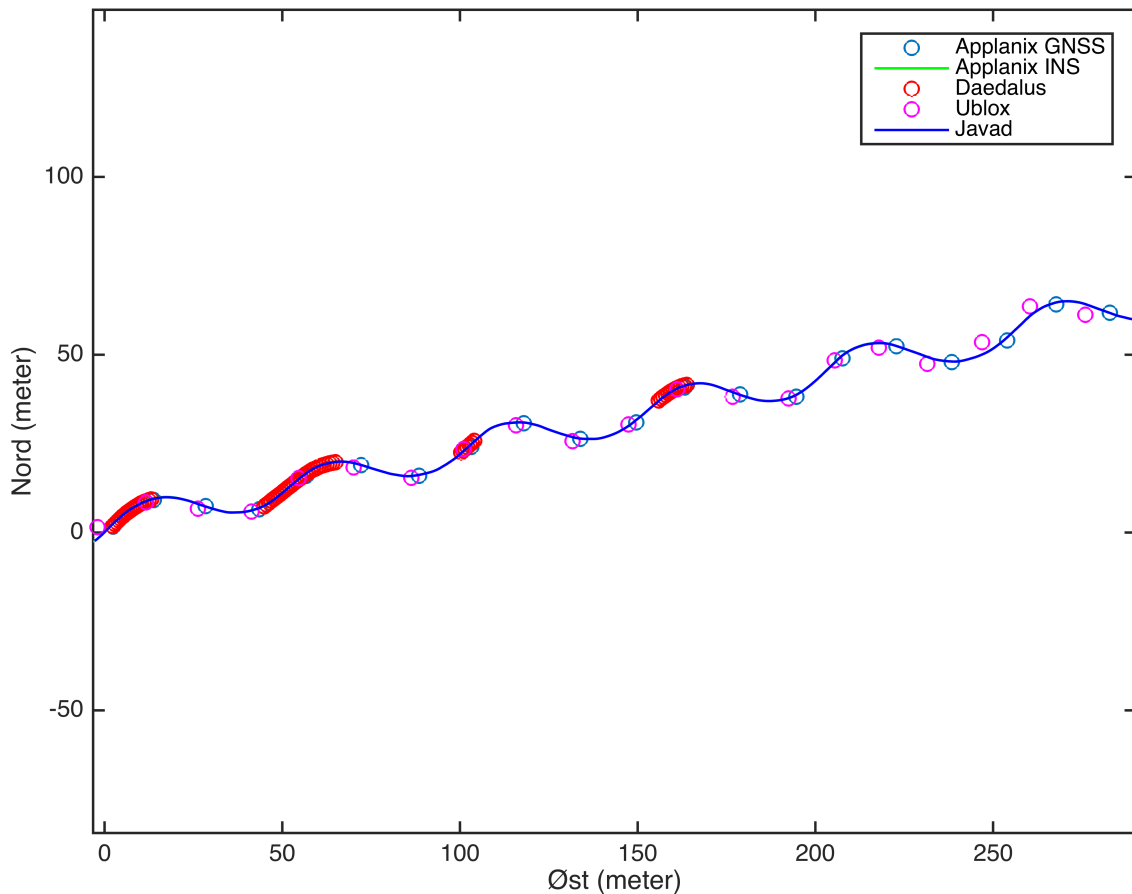
- Applanix APX-15 GNSS og IMU
- Applanix APX-15 kun GNSS
- Daedalus
- Emlid reach RTK/Ublox

- Javad Alpha

Plottene presentert i avsnittet nedenfor starter ved første Daedalus-observasjon, og varer i 20 sekunder. Plottene presentert nedenfor stammer fra den første kjøringen for den første dagen. Plott over de tre siste kjøreturene hvor alle systemene logget samtidig finnes i Tillegg A.

## KAPITTEL 7. RESULTATER OG ANALYSE

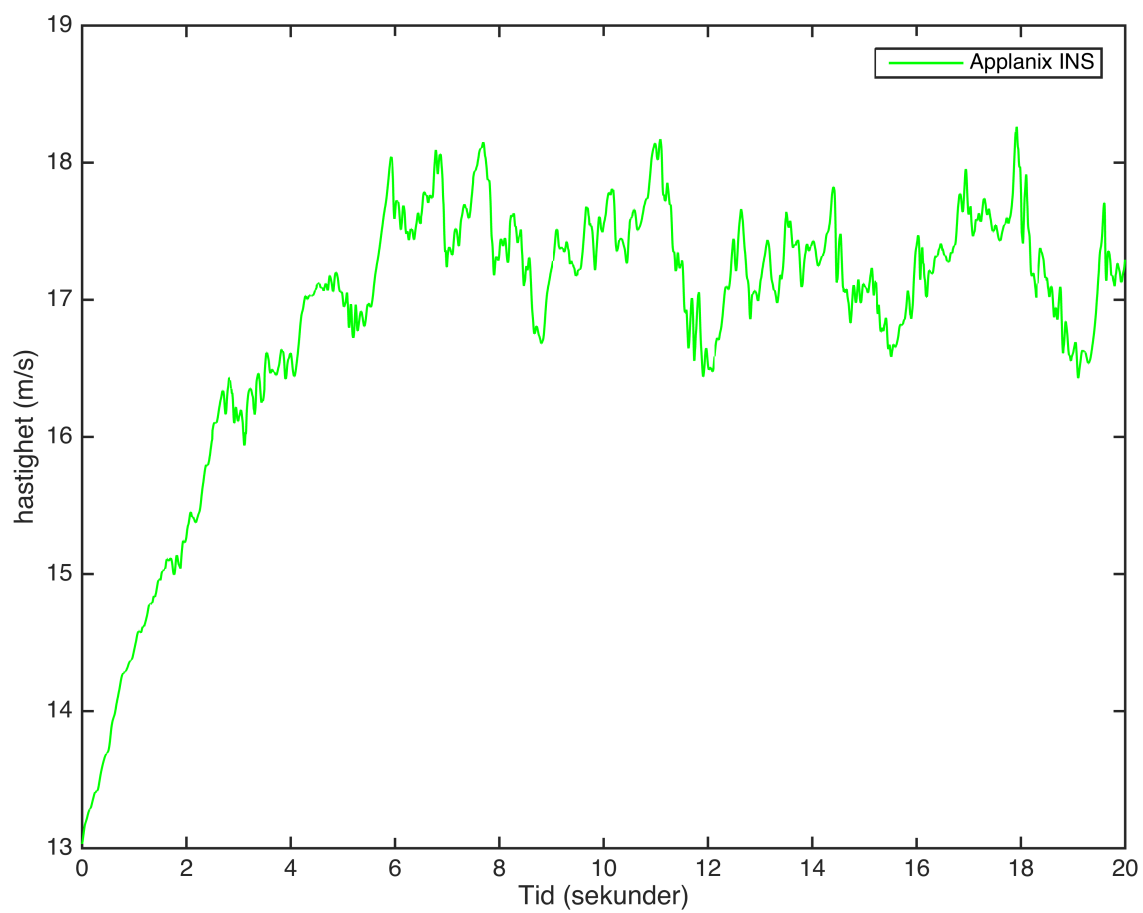
Plottet nedenfor viser plott over alle systemene som er blitt benyttet under nedfartene. Disse er plottet i lokalt NED-system og viser når og hvor de ulike systemene har koordinater. Applanix INS og Javad er plottet som kontinuerlige linjer, siden disse har koordinater under hele nedfarten. Applanix GNSS, Daedalus og Ublox/Emlid er plottet som sirkler, siden de ikke har så høy oppdateringsfrekvens som det Applanix INS og Javad har. Applanix GNSS og Ublox/Emlid har logget på 1 Hz, mens Daedalus har logget på 20 Hz, men er kun med på bruddstykker av nedfarten siden det kun er enkelte områder hvor referansepunktet var synlig fra stasjonene.



Figur 7.1: Plott over kjøring gitt i lokalt NED-system

## KAPITTEL 7. RESULTATER OG ANALYSE

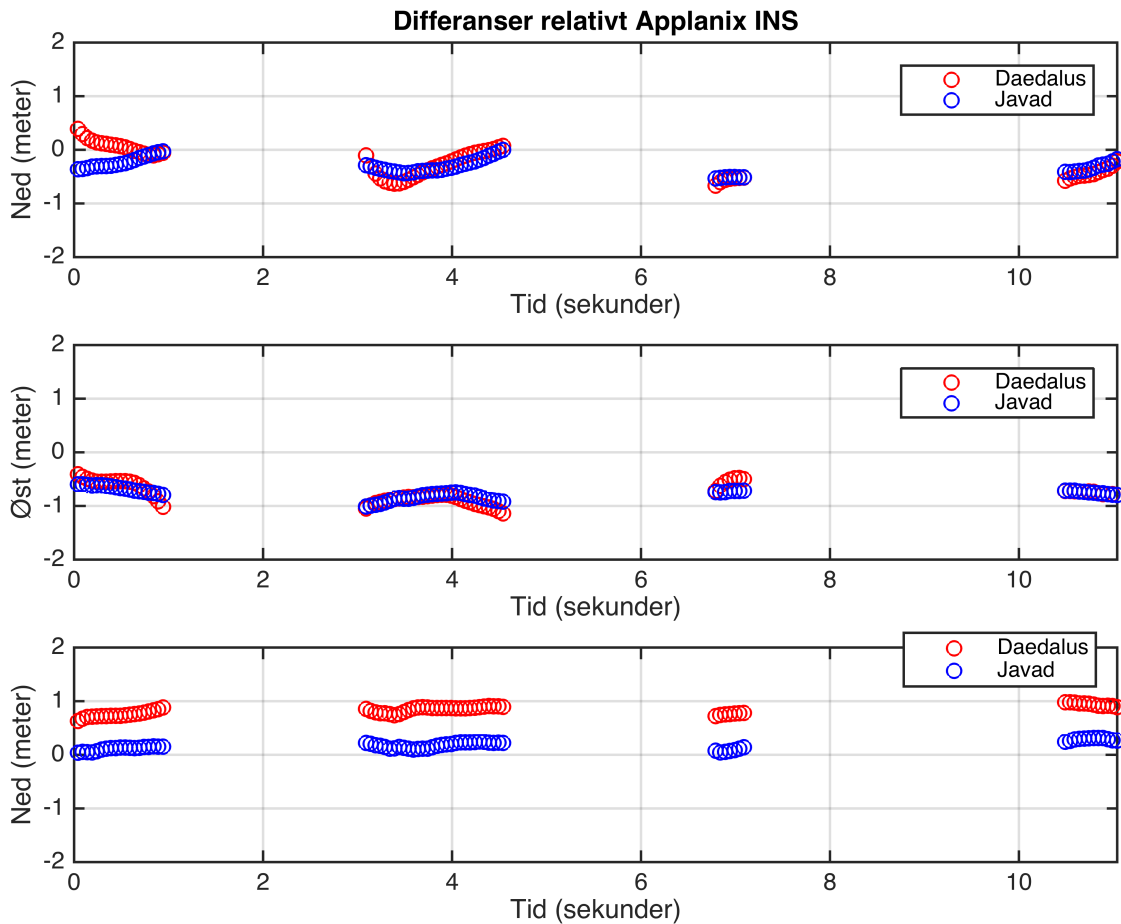
Plottet nedenfor viser hastighetene underveis i traseen gitt i m/s.



Figur 7.2: Plott over hastigheter i traseen

## KAPITTEL 7. RESULTATER OG ANALYSE

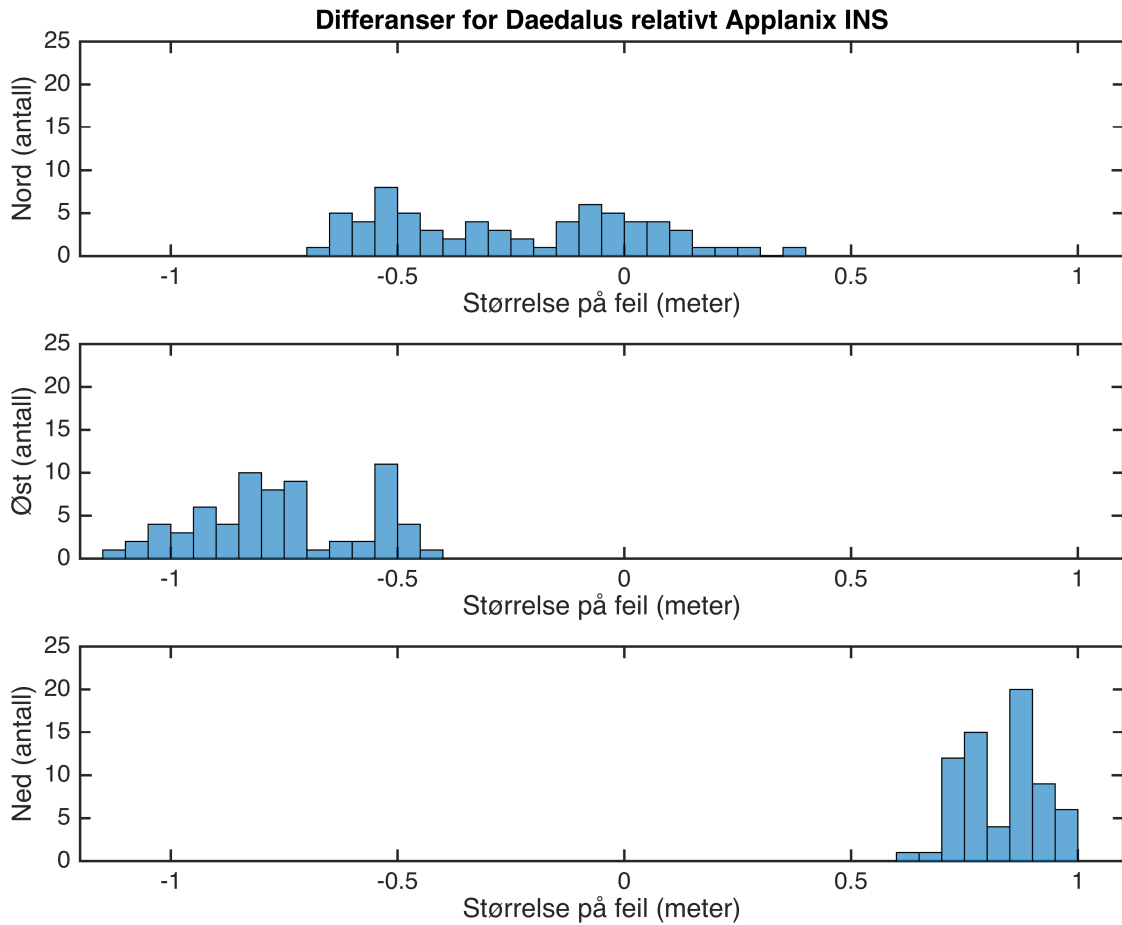
Plottet nedenfor viser differansene mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus. For å opprettholde nøyaktigheten så god som mulig er Javad og Applanix INS interpolert ned til å gjelde for de samme tidspunktene som Daedalus-systemet har koordinater. Dette gjør at i figuren under er det kun bruddstykker hvor man har differanser. Differansene er gitt i lokalt NED-system.



Figur 7.3: Plott over differanse mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus

## KAPITTEL 7. RESULTATER OG ANALYSE

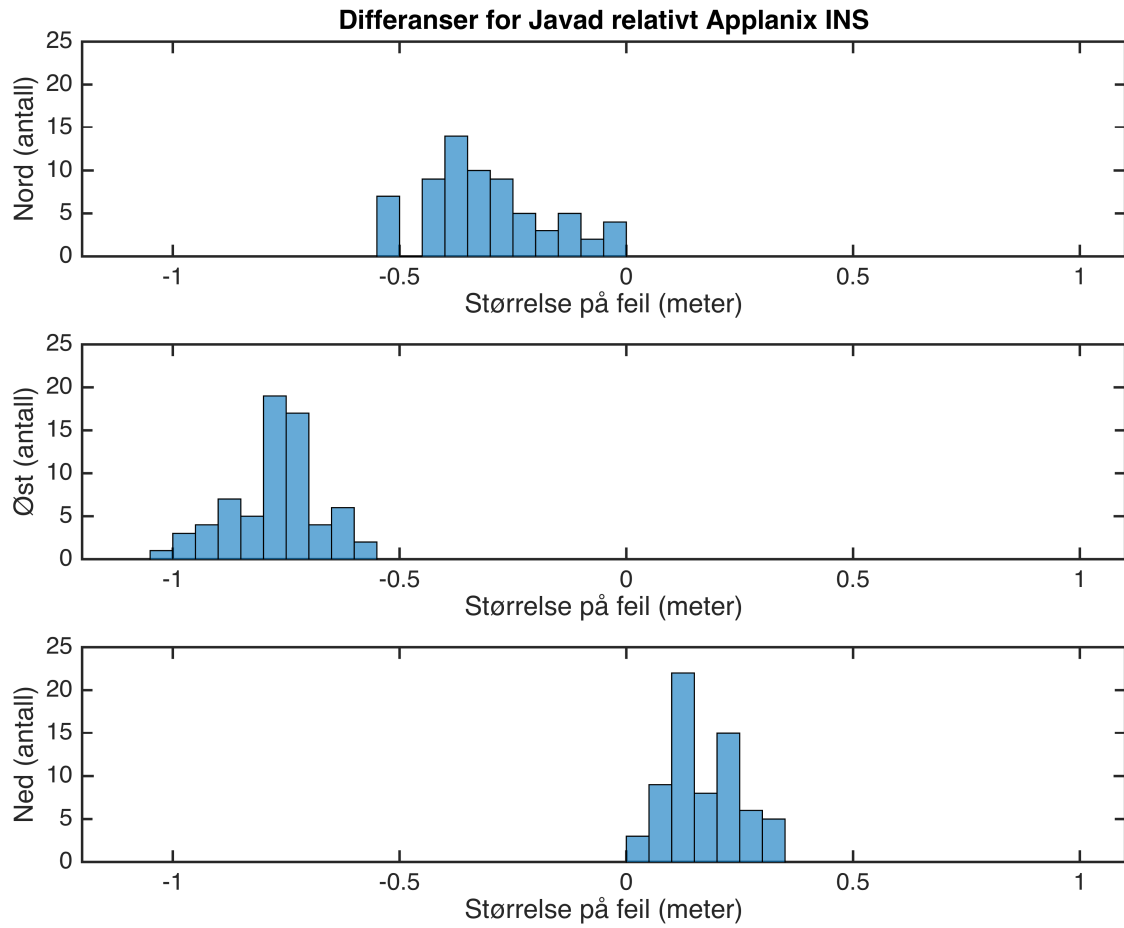
Plottet nedenfor viser differansene mellom Applanix-INS løsning mot Daedalus og Javad plottet som histogram. Hver søyle har en bredde på 5 cm. X-aksen i figurene under går fra -1.2 m til 1.1 m mens y-aksen går fra 0 til 25.



Figur 7.4: Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Daedalus



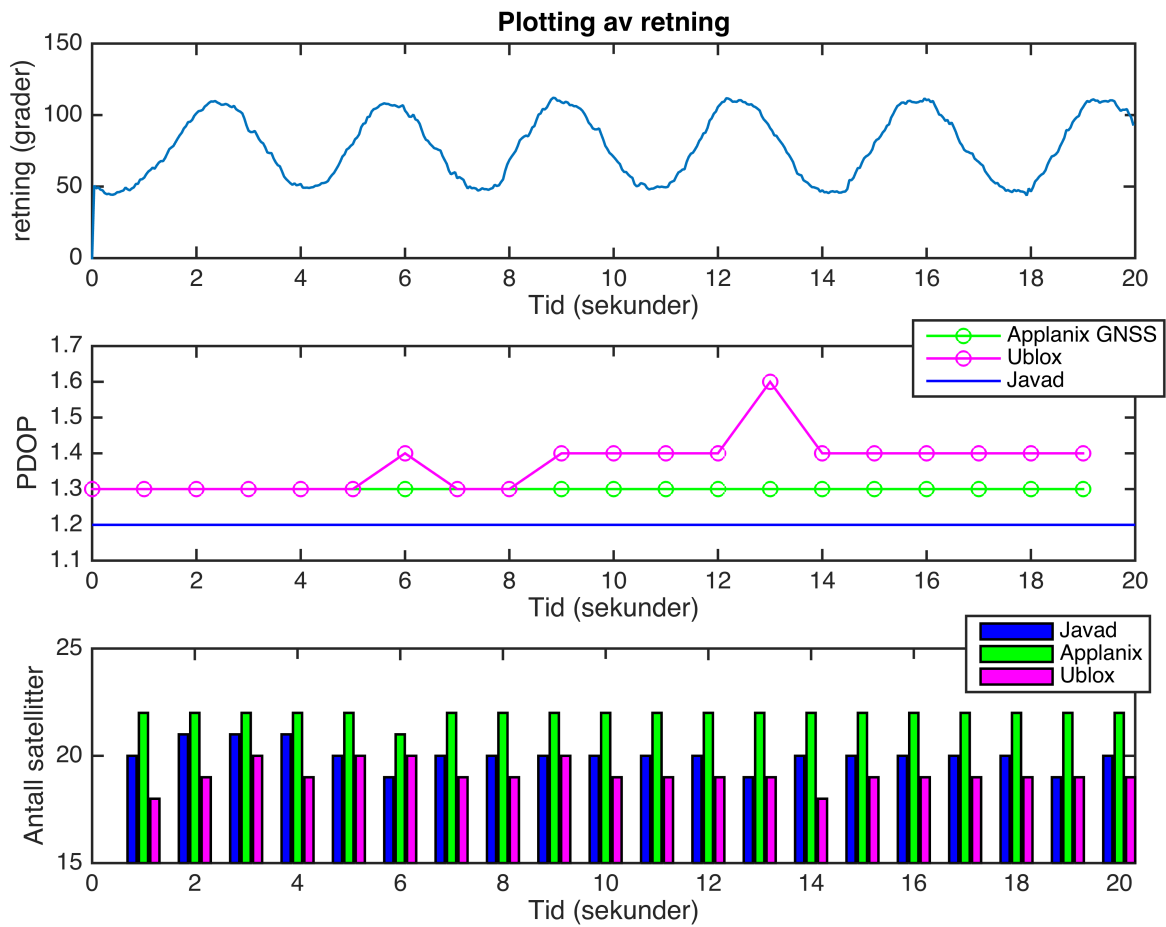
## KAPITTEL 7. RESULTATER OG ANALYSE



Figur 7.5: Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Javad

## KAPITTEL 7. RESULTATER OG ANALYSE

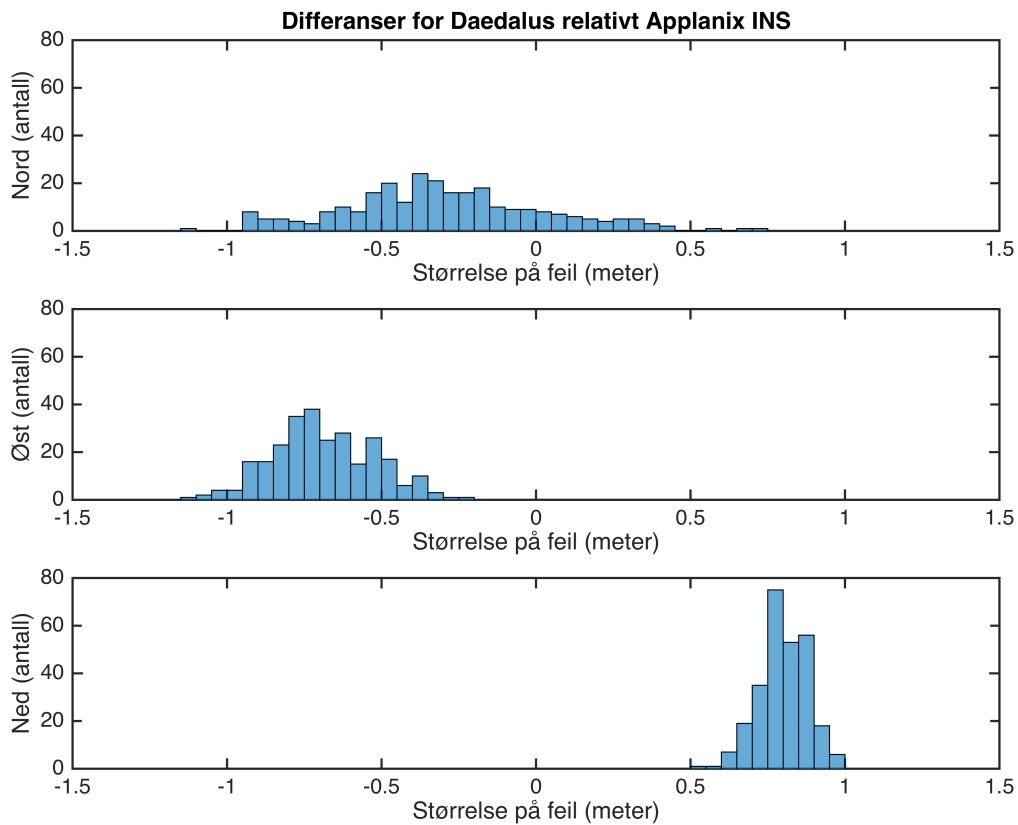
Plottet nedenfor viser plott av retning, hvor 0 er rett mot nord og 180 grader er rett sør, PDOP for Javad, Applanix GNSS og Ublox/Emlid og antall satellitter i observasjonsintervallet for Javad, Applanix GNSS og Ublox/Emlid. Retningen har et middel på omtrent 80-90 grader, noe som samsvarer med det figur 7.1 viser, traseen ligger omtrent rett øst.



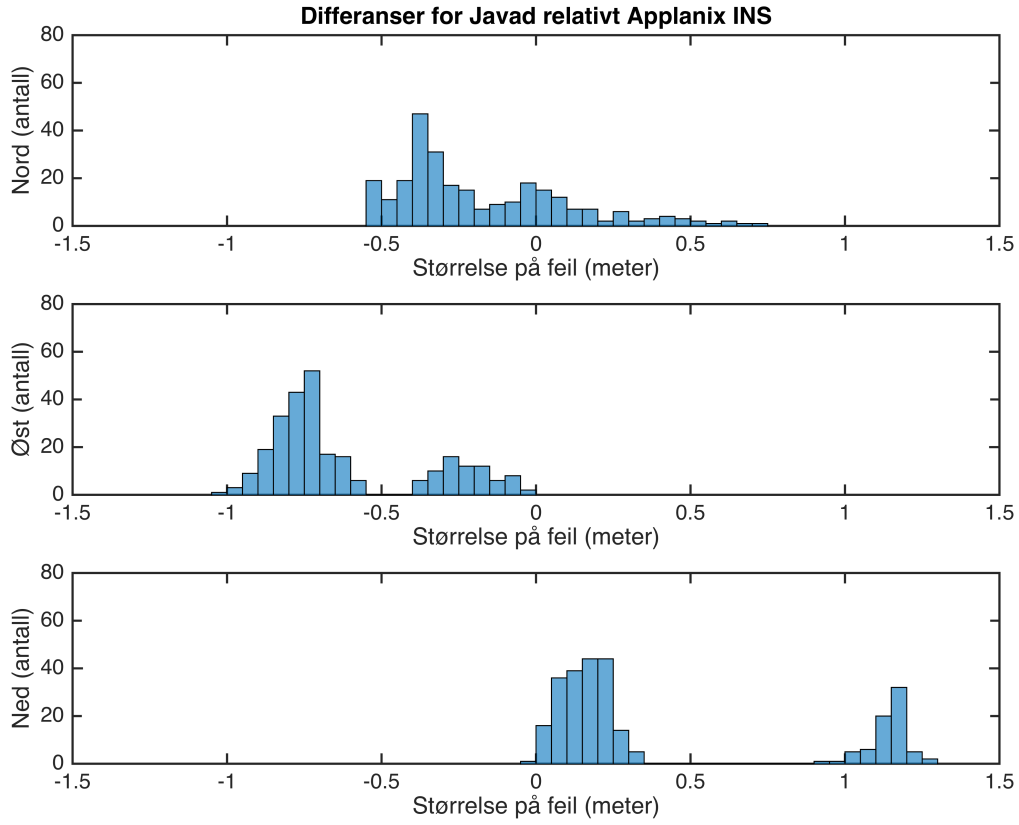
Figur 7.6: Plott over kjøring gitt som retning, PDOP og antall satellitter

## 7.2 Totale differanser

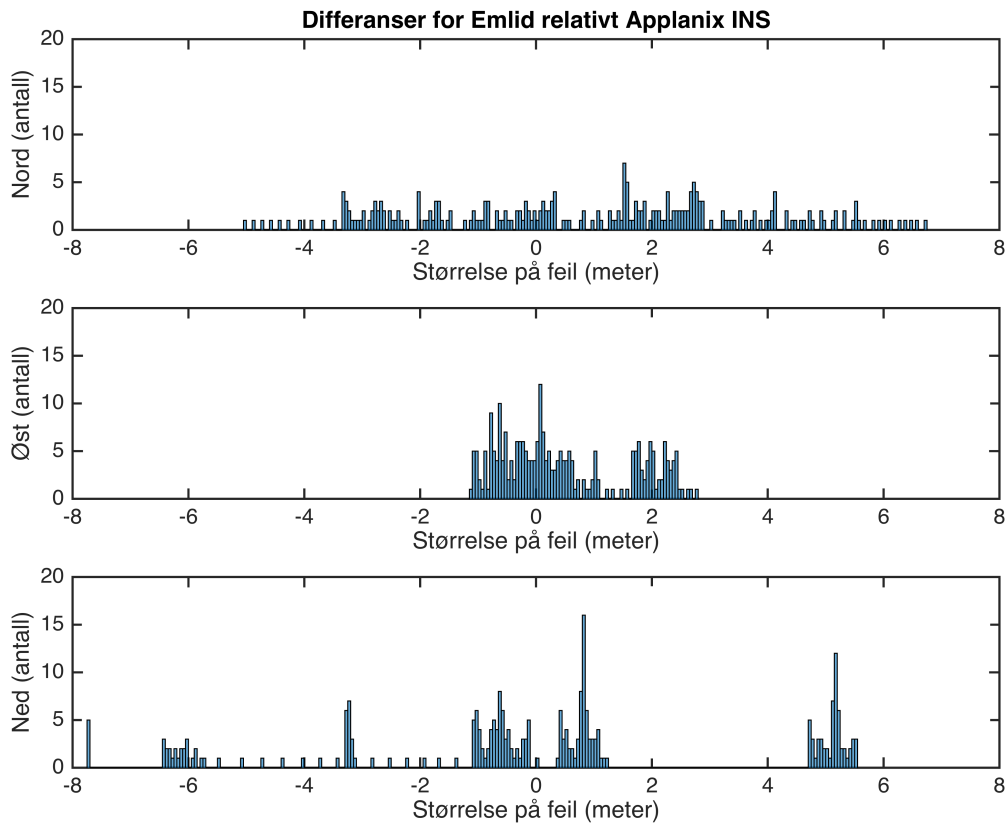
De totale differansene viser differansene for de fire nedfartene hvor både Applanix INS, Javad og Daedalus har logget. I disse histogrammene har søylene en bredde på 5 cm. De to første plottene, differanser Daedalus og differanser Javad, er plottet med samme x-akse og y-akse. X-aksen går fra -1.5 m til 1.5 m, mens y-aksen går fra 0 til 80. Siden Emlid sin mottaker har mye større unøyaktighet, er den plottet med en mye større x-akse enn de to første. Y-aksen er også redusert på grunn av den store spredningen.



Figur 7.7: Totale differanser for Daedalus



Figur 7.8: Totale differanser for Javad



Figur 7.9: Totale differanser for Emlid Reach RTK

### 7.3 Analyse av enkeltsvinger

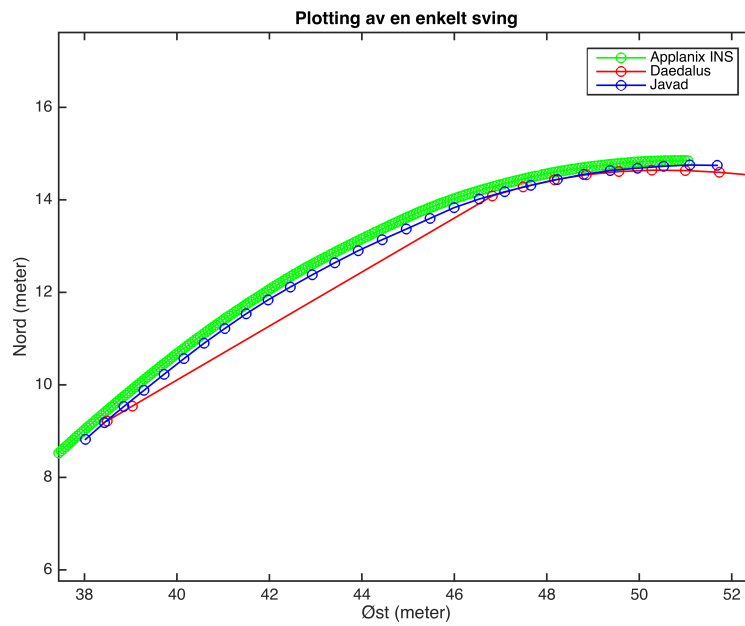
I dette avsnittet presenteres enkeltsvinger. I svingene presentert nedenfor har disse systemene blitt benyttet:

- Applanix APX-15 GNSS og IMU
- Daedalus
- Javad Alpha

Plottene presentert nedenfor er korte bruddstykker fra noen utvalgte kjøring

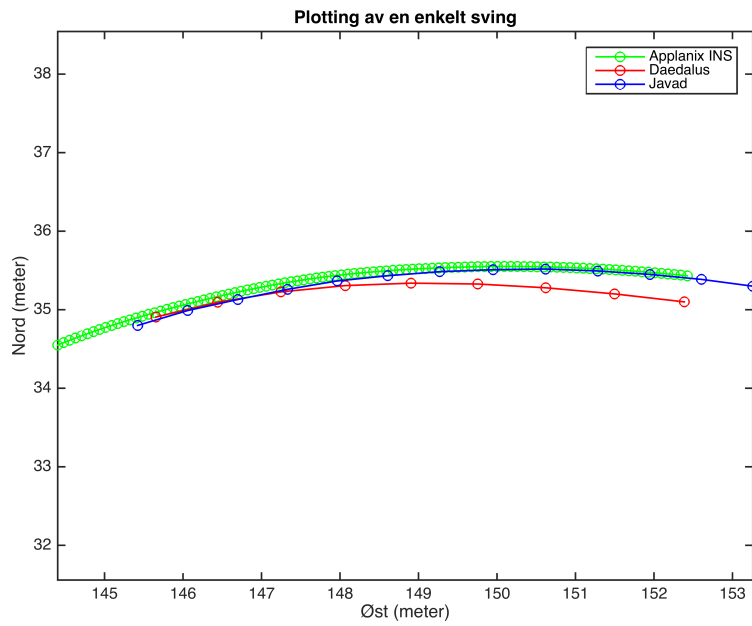
presentert i lokalt NED-system. Tilsvarende som for plottene over er tiden gitt i sekunder fra første Daedalus-observasjon. I plottene nedenfor har jeg kun presentert svinger hvor alle systemene har observasjoner, noe som gjør at det omtrent er hver andre sving som er presentert.

### 7.3.1 Kjøring 1

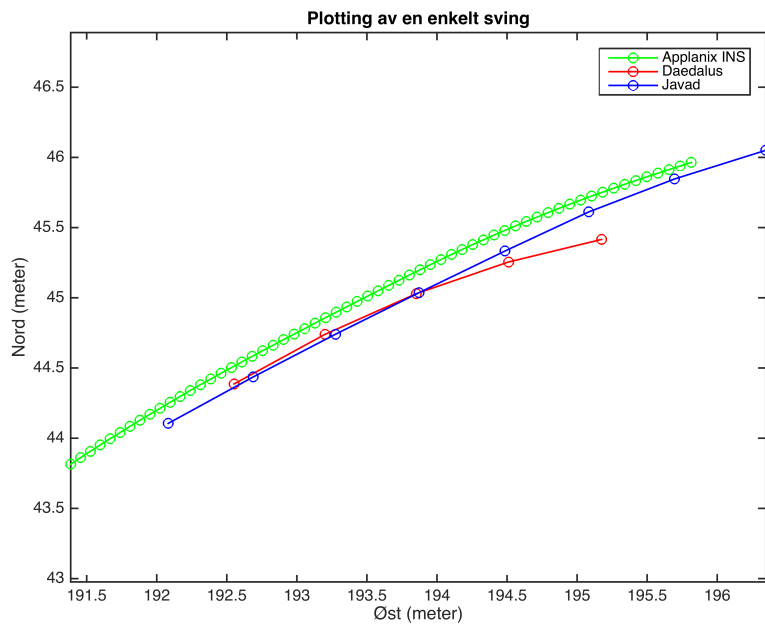


Figur 7.10: Kjøring 1, sving 1, tid: 0.2 - 1.3 sek

## KAPITTEL 7. RESULTATER OG ANALYSE

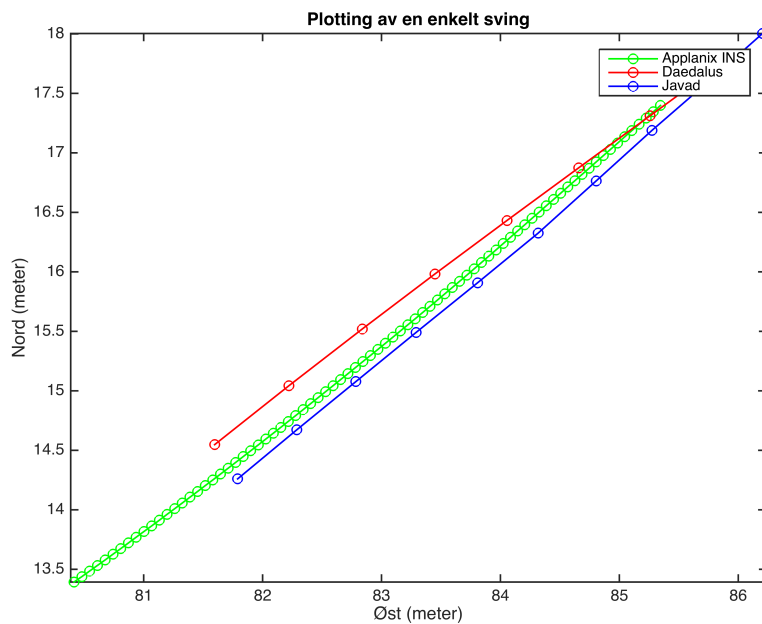


Figur 7.11: Kjøring 1, sving 5, tid: 7.5 - 8.0 sek



Figur 7.12: Kjøring 1, sving 7, tid: 10.6 - 10.9 sek

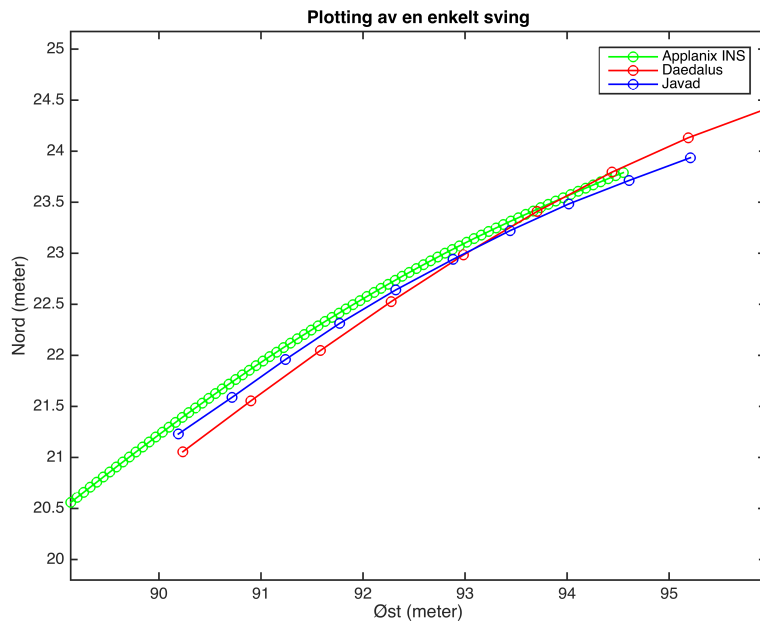
### 7.3.2 Kjøring 2



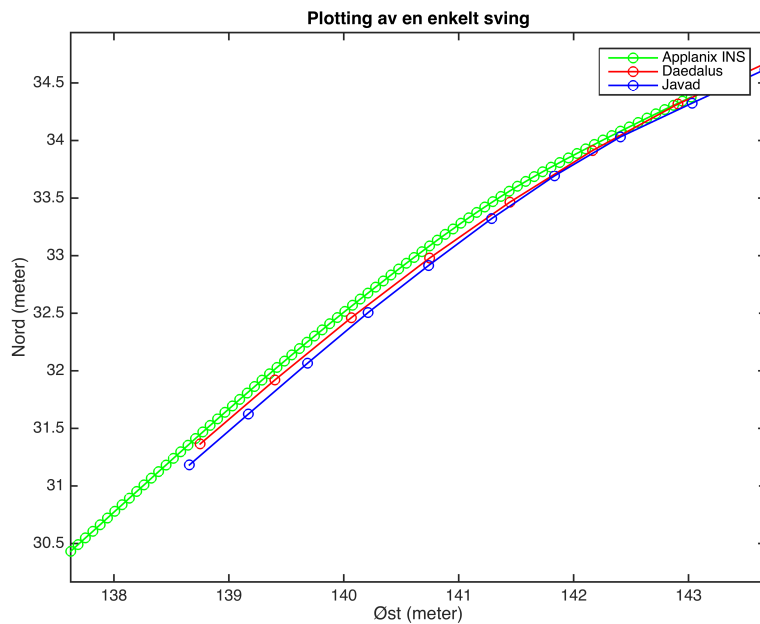
Figur 7.13: Kjøring 2, sving 3, tid: 3.4 - 3.8 sek



## KAPITTEL 7. RESULTATER OG ANALYSE



Figur 7.14: Kjøring 2, sving 3 andre del, tid: 4.1 - 4.5 sek



Figur 7.15: Kjøring 2, sving 5, tid: 7.3 - 7.7 sek

## 7.4 Diskusjon

Hastighetene i plottene over varierer mellom  $16 - 19 \text{ m s}^{-1}$ . Traseen som er blitt benyttet til testkjøringer er satt som en storslalåm-trase. Dette gjør at man ikke oppnår den hastigheten man vil ha i fartsdisiplinene utfor og super-G. Likevel vil denne traseen gi dynamikk som gir et godt grunnlag for å si noe om hvilken oppdateringsfrekvens som er nødvendig. Hastighetene under trening vil naturlig nok ikke bli like høye dersom utstyret hadde vært testet under konkurranse.

Alle systemene i plottene over har observert med ulike oppdateringsfrekvenser. En del av problemstillingen var å finne ut hvilken oppdateringsfrekvens som var nødvendig for å få resultatene så nøyaktig som man ønsker. Kravene som er stilt fra Norges skiforbund er at oppdateringsfrekvensen minst skal være på 50 Hz. Dette gjør at systemer som logger på lavere oppdateringsfrekvens enn dette, ikke er aktuelle for denne applikasjonen. De systemene som har en lavere oppdateringsfrekvens enn 50 Hz vil uansett ikke gi den ønskede kvaliteten. Som tidligere nevnt kan man i alpint oppnå hastigheter opp mot  $150 \text{ km h}^{-1}$ . Dette gjør at man må ha høy oppdateringsfrekvens for å tilfredstille disse kravene.

Med hastigheter opp til  $150 \text{ km h}^{-1}$  vil man ved oppdateringsfrekvens på 50 Hz ha et nytt punkt omtrent hver 0.8 m. Det er kun i fartsdisiplinene man oppnår hastigheter opp mot dette. Disse hastighetene oppnås kun i rette strekninger hvor man uansett ikke trenger så kort avstand mellom punktene. I svinger vil naturlig nok hastighetene være noe lavere. I datasettene over, hvor det er satt en storslalåm-trase, er hastighetene rundt  $19 \text{ m s}^{-1}$ . Selv om hastighetene i en konkurranse vil være noe høyere, representerer dette de tekniske disiplinene på en tilfredstillende måte. Med oppdateringsfrekvens på 50 Hz vil man da ha et nytt punkt omtrent hver 0.38 m. I rette strekninger vil dette være nok, men i svinger bør det være ønskelig med en kortere avstand mellom hvert punkt. For å oppnå dette trenger man en høyere oppdateringsfrekvens.

Daedalus er med på alle nedfartene. Daedalus har kun koordinater for korte deler av nedfartene. Dette skyldes at for å kunne prosessere dataene må antenna, som er referansepunktet, være godt synlig for de to Daedalus-stasjonene. I de periodene da den ikke er synlig har vi derfor ikke koordinater fra Daedalus. Som man kan se på figuren som viser hele nedfarten ser man at Daedalus kun har logget svinger mot høyre. Det betyr at svinger som er gjort mot venstre ikke gir et godt nok bilde av referansepunktet på utøveren. Grunnen til dette er at når utøveren svinger mot venstre vil utøveren selv skygge for antenna. Dette gjør Daedalus til et system som er lite egnet for analyser innenfor alpint, noe som vi forventet. For å kunne benytte Daedalus må også de som styrer totalstasjonene klare å følge utøveren, noe som var problematisk for noen nedfarter. Daedalus krever også mye utstyr og må i tillegg ha fri sikt mot utøveren under hele nedfarten. En annen ulempe med Daedalus er at det heller ikke kan være tåke, noe som var tilfelle for den siste dagen. Det gjorde at vi ikke fikk noen koordinater fra Daedalus den siste dagen. For de periodene der Daedalus har fått koordinater har man et lite avvik i forhold til Applanix INS-løsning.

Emlid Reach RTK er med på alle nedfartene. Emlid ble tatt med for å teste hvordan en slik billig enhet kan yte. Emlid sine data er prosessert med Septentrio som basestasjon, dette for å ha mest mulig nøyaktige koordinater på basestasjonen. Under våre kjøring har den logget kontinuerlig på 1 Hz, men kan logge opp til 10 Hz. Man kan se på plottene over kjøringen at det ser ut til at Emlid er den som ligger lengst unna Applanix INS-løsningen. Dette skyldes nok mye at Emlid har en mye dårligere antenne enn de andre mottakerne har. Selv om det kunne vært interessant å teste Emlid med en bedre antenne er den ikke særlig egnet som en enhet i en applikasjon for alpint. Dette skyldes den lave oppdateringsfrekvensen. Men til andre aktiviteter, som f.eks langrenn eller lagidretter, kan dette være en svært egnet enhet som er enkel i bruk og også er svært billig sammenlignet med de andre enhetene som er blitt benyttet til datainnsamlingen.

Javad Alpha er med på alle nedfartene. Javad er mottakeren som tilhører NIH. Den logget kontinuerlig på 50 Hz, men grunnet trøbbel med prosesseringen har de prosesserte dataene kun 25 Hz. Siden den logger på så høy rate

gjør dette at vi måtte bytte mottakeren med en ny en etter halv dag på grunn av dårlig lagringskapasitet. Dette kommer ikke til å bli noe problem dersom man investerer i en ny mottaker, de nye mottakerne har høyere lagringskapasitet enn den vi benyttet. De dyreste Javad-mottakerne kan logge opp til 100 Hz dersom man har den dyreste konfigurasjonen. En ulempe med den høye oppdateringsfrekvensen er at da vil dataene bli korellert i tid. Ulempen med denne mottakeren vil da være at den ikke har innebygd noen IMU, men kun inneholder GNSS. I perfekte forhold uten skog og andre forstyrrende objekter slik vi har på Juvasshytta vil dette fungere fint, men problemene vil komme dersom man har en trase som ligger litt annerledes i terrenget og som har mye skog. I følge Javad sine hjemmesider vil en mottaker som har mulighet for å logge på 100 Hz være 2800 dollar dyrere enn en mottaker som kun har mulighet til å logge på 1 Hz. Dersom man forbedrer konfigurasjonen til ønskede spesifikasjoner på Javad sine nettsider, får man en mottaker som vil koste i overkant av 12 000 dollar, noe som er i nærheten av Applanix APX-15.

Antall satellitter under disse nedfartene har variert mellom 18 og 23 avhengig av hvilke mottakere som har logget. For de korte datasettene som vi har fra Juvasshytta er det lite variasjon i antall satellitter. Dette skyldes nok de perfekte forholdene for GNSS vi har der. Skal man kunne se på variasjoner i antall satellitter bør det testes i traseer som er mer varierende enn det den på Juvasshytta er. I de neste årene kommer det til å skje en voldsom utvikling i forhold til antall synlige satellitter nå som både Galileo og BeiDou skytes opp. Dette gjør at man i fremtiden vil ha flere tilgjengelige satellitter i områder som tidligere ikke har hatt så mange synlige. Likevel er det ikke sikkert at dette er tilfredsstillende nok i områder og traseer som ligger annerledes til enn det traseen på Juvasshytta gjør.

Vi har kun benyttet IMU i den ene mottakeren, Applanix APX-15. IMU logger på en svært høy rate, dette gjør at man får gjengitt sporet på en veldig tilfredsstillende måte. En IMU logger typisk på mellom 100 og 300 Hz. Det er ikke sikkert man er avhengig av så høy loggingsrate i alpint, men uansett har IMU andre fordeler som kan være med på å styrke tilgjengeligheten. Grunnen til dette er at IMU kan fungere i kortere perioder uten noen eksterne observasjoner fra GNSS. Dette gjør at IMU vil være godt egnet innenfor

alpint, hvor løypene går i bratte skråninger og ofte en del skog rundt løypene. Et eksempel på dette kan være fra Kvitfjell som visst i bildet under. For fremtidige forsøk kunne det vært interessant å teste GNSS og IMU mot kun GNSS i traseer som f.eks utfortraseen på Kvitfjell.



Figur 7.16: Utfortrase, Kvitfjell<sup>1</sup>

En del av hypotesen var at PDOP ville variere med retningen til utøveren. Tanken var at ved ulike retninger ville utøverens hode skygge for en del satellitter i ulike retninger. Dette viste seg å ikke stemme. Grunnen til dette er at antenna er festet såpass høyt på sekken. I tillegg vil en utøver krumme nakken under kjøring slik at hodet ikke vil være til særlig hinder. Under er to bilder fra to forskjellige testkjørere på en annen testkjøring i Røldal hvor man ser posisjonen til utøverne under kjøring. Her er det kun en av de som kjører med sekken, men dette gir likevel en pekepinn på teknikken under kjøring. Antenna er her festet helt på toppen av sekken.

---

<sup>1</sup><http://worldcup.kvitfjell.no/Course+Names/1045/>



Figur 7.17: Bilde fra testkjøring Røldal med sekk. Foto: Jon Glenn Gjevestad



Figur 7.18: Bilde fra testkjøring Røldal uten sekk. Foto: Jon Glenn Gjevestad

Siden det ikke er stor variasjon i antall satellitter betyr dette at variasjonen i PDOP også er svært liten. Som man kan se fra plottene over PDOP er den omtrent konstant under hele kjøreturen, noe som skyldes liten variasjon i antall satellitter og korte observasjonsintervall.

Avvikene som forekommer i differanseplottene har flere mulige forklaringer. Grunnen til at ned-plottene for Daedalus er mye større enn de andre skyldes at høydene er oppgitt i forskjellige høydesystem. Alle systemene med GNSS involvert har oppgitt ellipsoidiske høyder, mens Daedalus har ortometriske høyder. Jeg har benyttet Kartverket sin høydereferansemodell for omregning fra ortometriske til ellipsoidiske høyder. Differansen i høydesystemene er interpolert fra et datasett med høydedifferanser for hele Norge. Dette gjør at avvikene i ned for Daedalus er såpass stor. De andre avvikene ser ut til å følge en normalfordeling, men differansene i nord og øst ser ut til å være noe større for Javad enn for Daedalus.

De totale differansene er satt sammen av alle nedfartene hvor det er observasjoner fra Javad, Applanix INS og Daedalus samtidig. Dette har totalt gitt 271 punkter for Daedalus og Javad, og 256 punkter for Emlid. Daedalus har en ganske naturlig klokkeform for både ned og øst, mens nord har en litt større spredning. Javad har to klokker for både nord, øst og ned. Årsaken til at det forekommer to klokker på Javad-dataene skyldes at disse er fra to forskjellige dager. Den toppen i plottet med færrest observasjoner stammer fra den andre dagen. Forklaringen på dette kan være at det er benyttet ulike koordinater på basestasjonen under prosesseringen, noe som naturlig vil gjenspeile seg i de beregnede differansene. Disse dataene var det som sagt noe trøbbel med, de er derfor prosessert av samarbeidspartnerne ved universitet i Zurich. At en del nedfarter får den klokkeformen, tyder på at de følger en normalfordeling. Jevnt over ser differansene for Daedalus og Javad ut til å være omtrent like store. Differansene for Daedalus og Javad varierer i hovedsak mellom -1.2 og 1.2 m, mens Emlid varierer mellom -8 og 8 m, hvor ned er dårligst. Hovedårsaken til at Emlid varierer mye mer skyldes at den har en mye dårligere antenne enn de andre mottakerne. Man ser at Emlid sine differanser har en mye mer tilfeldig variasjon enn Javad og Daedalus sine differanser.

Enkeltsvingene er plottet over korte tidsintervaller i lokalt NED-system. Plottene inneholder koordinater fra Javad, Applanix INS og Daedalus i de svingene hvor de har koordinater. Tanken var å se på oppdateringsfrekvensen for å se på hva som er hensiktsmessig for å gi best mulig gjengivelse av sporet til utøveren. Man kan se at for en del av svingene er Daedalus kun med på bruddstykker. Daedalus logger på 20 Hz, Javad logger på 25 Hz, mens Applanix INS logger på 200 Hz. Det ser ut til at koordinatene fra Javad stemmer bedre overens med koordinatene fra Applanix INS enn det Daedalus gjør. Daedalus har nok en større usikkerhet knyttet til referansepunktet på antenna, siden dette er siktet inn med totalstasjon. Ut i fra plottene ser man også at Applanix INS får en mye mer glattere og jevnere svingbue enn det Javad får, noe som naturlig nok skyldes den høye oppdateringsfrekvensen.



# Kapittel 8

## Konklusjon

Konklusjonen for denne oppgaven har problemstillingen som utgangspunkt. Det dreide seg om å teste ulikt GNSS-utstyr for å se hvordan disse yter i alpint. Enhetene som er blitt benyttet er

- Javad Alpha GNSS
- Daedalus totalstasjon
- Emlid Reach RTK GNSS
- Applanix APX-15 GNSS og IMU

Javad-mottakeren som vi benyttet er en ganske gammel modell. Dette gjør at lagringskapasiteten og antall GNSS-systemer den logget var veldig begrenset, noe som gjorde at vi måtte bytte mottaker etter en halv dag. Det er ikke ønskelig, noe som gjør at denne egner seg dårlig til alpint. Siden dette er en gammel mottaker, vil en ny mottaker gjøre at lagringskapasiteten vil bli en del høyere og man vil også kunne logge data fra flere GNSS-systemer. Fordelen med Javad Alpha kontra Applanixen er at Javaden har et innebygd batteri, noe som gjør at den totale vekten vil være omtrent 430 gram som er omtrent det kravet som er stilt fra Norges Skiforbund. Denne mottakeren er godt egnet, noe som skyldes den høye oppdateringsfrekvensen og den lave totalvekten. Ulempen er at denne ikke har innebygd IMU. En annen ulempe med den høye oppdateringsfrekvensen, opp til 100 Hz, er at observasjonene

vil være veldig korrelerte i tid.

Daedalus-systemet var med på denne testkjøringen som en referanse for å se hvor godt dette systemet yter opp mot de andre. Ytelsen på Daedalus ser ut til å være ganske bra, men har alt for mange ulemper til å benyttes innenfor alpint. Daedalus krever mye utstyr, to totalstasjoner og alt som trengs for å sette opp en totalstasjon, GNSS-mottakere, prismer o.s.v. Dette er hovedgrunnen til at systemet egner seg dårlig innenfor alpint. I tillegg kreves det at man må se utøveren fra begge stasjonene under hele nedfarten, noe som kan være vanskelig under andre forhold enn det som var på Juvasshytta. Selv om sikten på Juvasshytta var bra er det likevel kun svært få svinger som har data fra dette systemet. En av grunnene til dette er den høye hastigheten man har i alpint. Totalt sett gjør dette at Daedalus egner seg dårlig for alpint, noe som var forventet ved starten av dette prosjektet. Denne ble tatt med for å teste systemet, og for å ha en uavhengig referanse.

Emlid Reach RTK ble benyttet under alle testkjøringene. Emlid er den av mottakerne som er benyttet som er den billigste. Ytelsen er en del dårligere enn både Daedalus og Javad. Mye av grunnen til dette skyldes nok den dårlige antenna som er benyttet. For videre arbeid kunne det vært interessant å sett på hvordan Emlid yter med en bedre antenne, men Emlid har for lav oppdateringsfrekvens for å kunne være til særlig nytte innenfor alpint. Den kan ha en oppdateringsfrekvens på opp til 10 Hz, men har også en innebygd IMU. Den ble ikke benyttet under testkjøringene på Juvasshytta grunnet at Emlid firmware ikke har støtte for IMU enda.<sup>1</sup> Selv om Emlid ikke ser ut til å egne seg særlig godt innenfor alpint, er dette en enhet som hadde vært spennende å teste ut til andre formål. Totalt koster denne enheten 570 dollar for to enheter og to antenner, noe som gjør at denne enheten er mulig å skaffe for de fleste formål.

Den siste mottakeren som er benyttet er Applanix APX-15. Denne er lånt fra NMBU. Applanix har en innebygd IMU, noe som gjør at den har oppdateringsfrekvens på 200 Hz. Applanix er den enheten som ser ut til å yte best.

---

<sup>1</sup><https://community.emlid.com/t/imu-data-from-reach-kit/1743/11>

Hovedfordelen til Applanix kontra de andre enhetene er at denne har innebygd IMU. Dette gjør den svært godt egnet innenfor alpint. Alpint foregår med svært høye hastigheter og gjerne i bratt terreng med en del skog rundt. Dette gjør at man ikke alltid har tilgang på nok satellitter for å få en tilfredsstillende løsning. For de periodene man ikke har GNSS-signaler, vil IMU-en gi posisjoner en periode uten noe behov for GNSS-signaler. Grunnet drift av IMU-data vil dette ikke fungere over alt for lange tidsrom, men opp mot 10 sekunder uten GNSS vil kunne gi tilfredsstillende resultater. Ulempen med systemer med både GNSS og IMU er at prisen da vil bli noe høyere.

For å kunne si noe om skader og andre parametre som er interessante innenfor alpint er det viktig å ha en datarate som kan gi dette. Siden det de seneste årene har vokst fram flere ulike typer IMU-er, som f.eks. MEMS, gjør dette at prisen og tilgjengeligheten på gode og nøyaktige IMU-er har gått mye ned de seneste årene. Dette gjør at prisforskjellen på en god GNSS-mottaker og en mottaker med både IMU og GNSS har blitt mye mindre. Med dette som begrunnelse vil det for fremtidige applikasjoner innenfor alpint foretrekkes å bruke systemer med både GNSS og IMU.

## 8.1 Veien videre

Aspekter det kan være interessant å se videre på:

- Flere tester av Emlid Reach med blant annet den innebygde IMU-en til andre applikasjoner enn alpint
- Flere tester i alpinbakker som er mer utsatt for vegetasjon og terreng rundt bakken enn det som er tilfelle for Juvasshytta. Et eksempel kan være utfortraseen på Kvitfjell
- Studie for å sammenlikne priser og ytelse for ulike IMU-er og ulikt GNSS-utstyr for å se hva som vil egne seg best innenfor alpint



# Bibliografi

- Bere, T., Flørenes, T. W., Krosshaug, T., Haugen, P., Svandal, I., Nordsletten, L., and Bahr, R. (2012). A systematic video analysis of 69 injury cases in world cup alpine skiing.
- Farrell, J. (2008). *Aided Navigation: GPS with High Rate Sensors*. McGraw-Hill professional engineering: Electronic engineering. McGraw-Hill Education.
- Gilgien, M., Crivelli, P., Spörri, J., Kröll, J., and Müller, E. (2015a). Characterization of course and terrain and their effect on skier speed in world cup alpine ski racing.
- Gilgien, M., Spörri, J., Chardonens, J., Kröll, J., Limpach, P., and Müller, E. (2015b). Determination of the centre of mass kinematics in alpine skiing using differential global navigation satellite systems.
- Gilgien, M., Spörri, J., Chardonens, J., Kröll, J., and Müller, E. (2013). Determination of external forces in alpine skiing using a differential global navigation satellite system.
- Gilgien, M., Spörri, J., Kröll, J., Crivelli, P., and Müller, E. (2014a). Mechanics of turning and jumping and skier speed are associated with injury risk in men's world cup alpine skiing: a comparison between the competition disciplines.
- Gilgien, M., Spörri, J., Kröll, J., and Müller, E. (2016). Effect of ski geometry and standing height on kinetic energy: equipment designed to reduce risk of severe traumatic injuries in alpine downhill ski racing, supplementary

material.

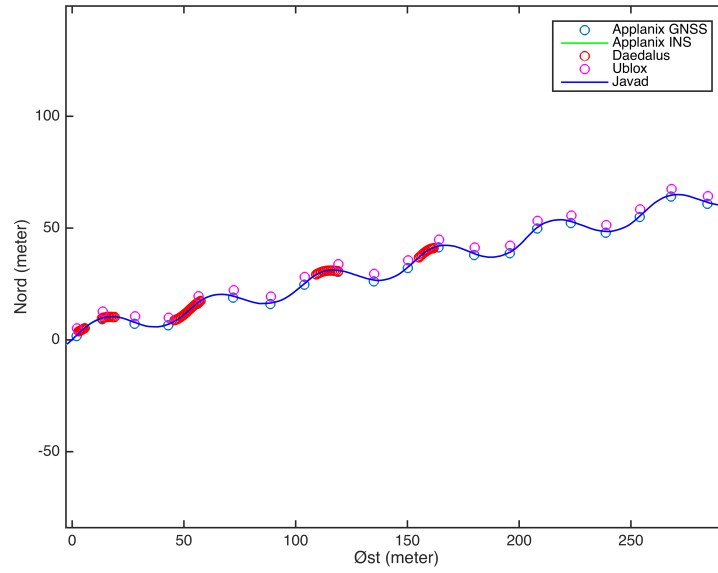
- Gilgien, M., Spörri, J., Limpach, P., Geiger, A., and Müller, E. (2014b). The effect of different global navigation satellite system methods on positioning accuracy in elite alpine skiing.
- Guillaume, S., Buerki, B., Griffet, S., and Mainaud Durand, H. (2012). Qdaedalus: augmentation of total stations by ccd sensor for automated contactless high-precision metrology.
- Hofmann-Wellenhof, B., Lichtenegger, H., and Wasle, E. (2007). *GNSS – Global Navigation Satellite Systems: GPS, GLONASS, Galileo, and more*. Springer Vienna.
- Kjørsvik, N. S. (2010). Introduction to inertial navigation.
- Kristiansen, O. (2015). Posisjonering med gps - teori og anvendelser.
- Lachapelle, G., Morrison, A., and Ong, R. (2009). Ultra-precise positioning for sport applications.
- Meyer, F. (2012). Biomechanical analysis of alpine skiers performing giant slalom turns.
- Petovello, M. G. (2003). Real-time integration of a tactical-grade imu and gps for high-accuracy positioning and navigation.
- Seeber, G. (2003). *Satellite Geodesy*. Walter de Gruyter.
- Takasu, T. (2013). Rtklib ver. 2.4.2 manual.
- Tegedor, J. (2015). Multi-constellation satellite navigation: Precise orbit determination and point positioning.
- Woodman, O. J. (2007). An introduction to inertial navigation.
- Wägli, A. (2009). Trajectory determination and analysis in sports by satellite and inertial navigation.

# Tillegg A

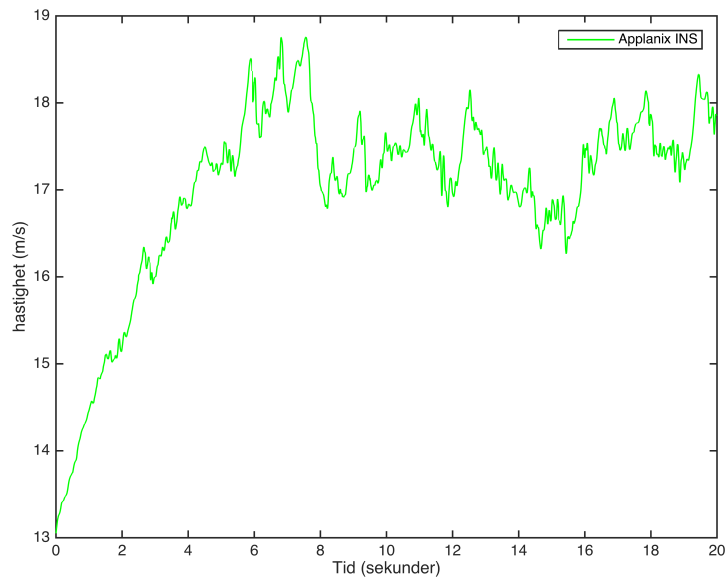
## Plott over kjøring

Plottene presentert nedenfor stammer fra de tre siste kjøringene hvor alle systemene logget samtidig. Plott for kjøring 1, dag 1 er presentert i avsnitt 7.1. Det er disse fire kjøringene som er utgangspunktet for diskusjonen og konklusjonen.

## A.1 Kjøring 2, dag 1



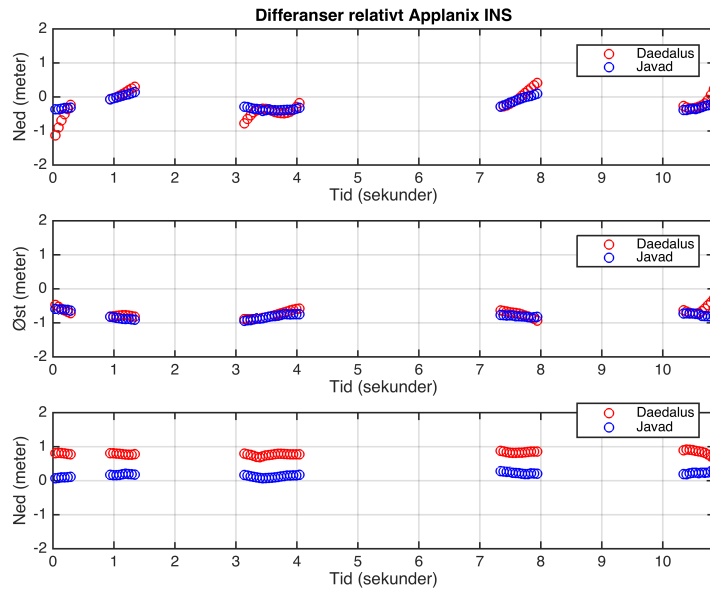
Figur A.1: Plott over kjøring gitt i lokalt NED-system



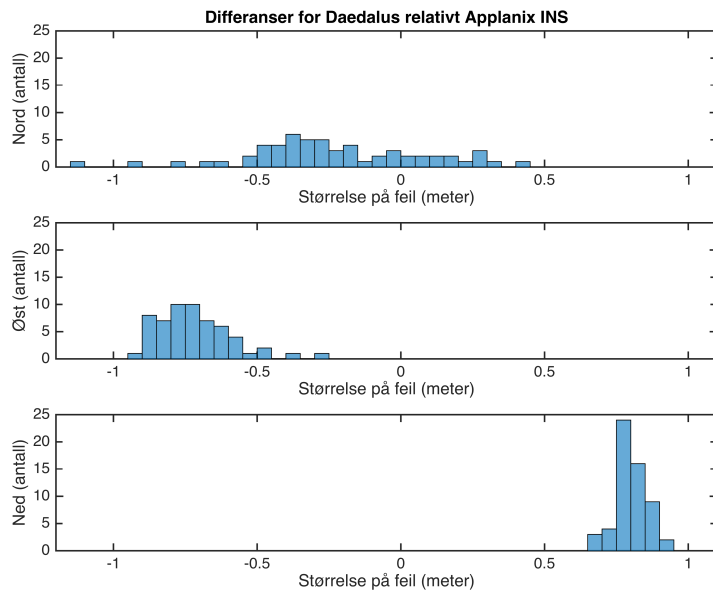
Figur A.2: Plott over hastigheter i traseen



## TILLEGG A. PLOTT OVER KJØRINGER

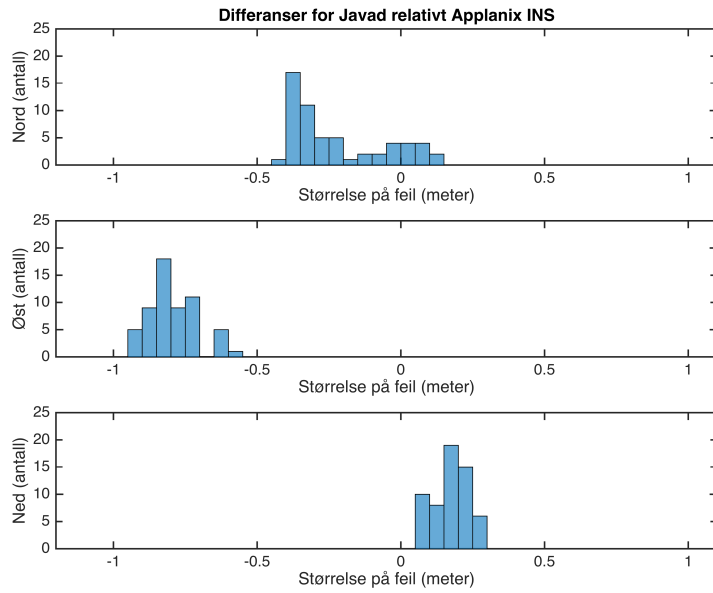


Figur A.3: Plott over differanse mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus

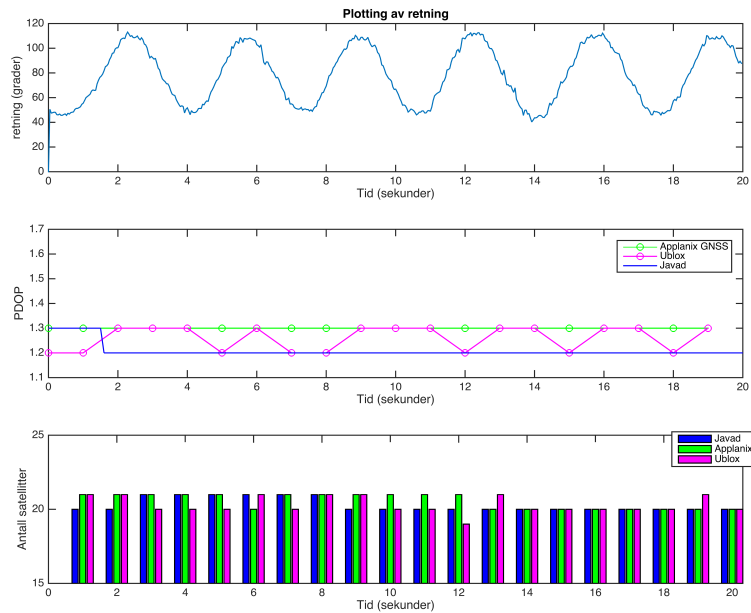


Figur A.4: Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Daedalus

## TILLEGG A. PLOTT OVER KJØRINGER

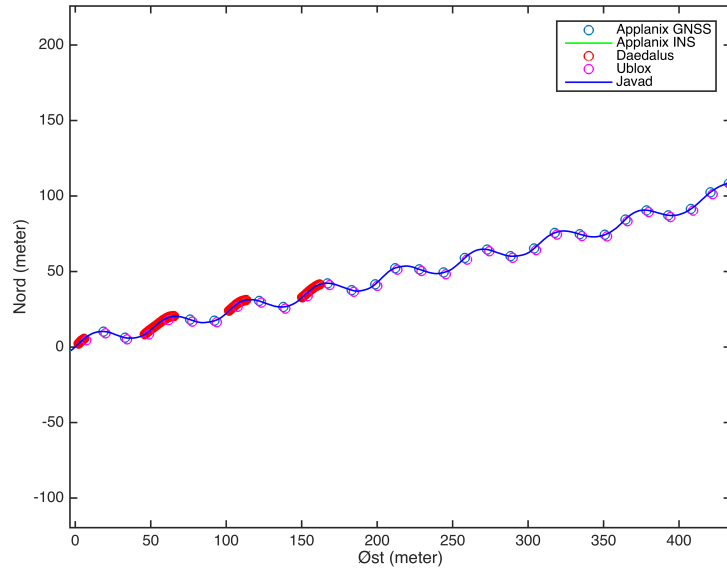


Figur A.5: Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Javad

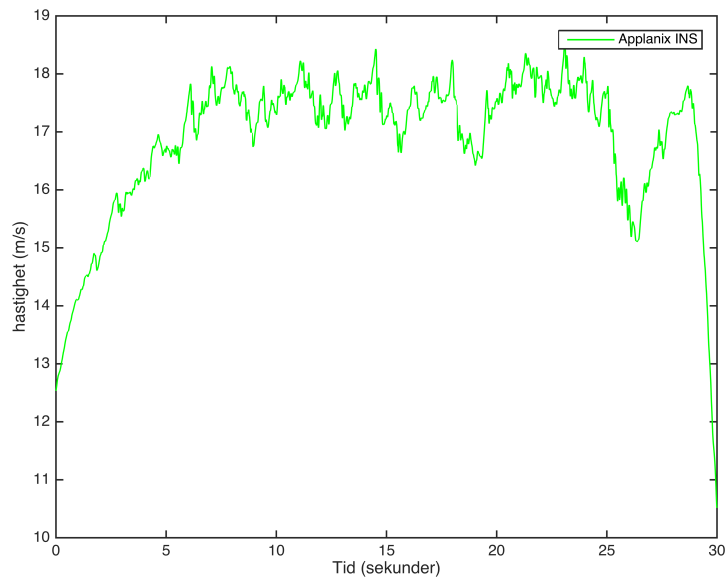


Figur A.6: Plott over kjøring gitt som retning, PDOP og antall satellitter

## A.2 Kjøring 3, dag 1

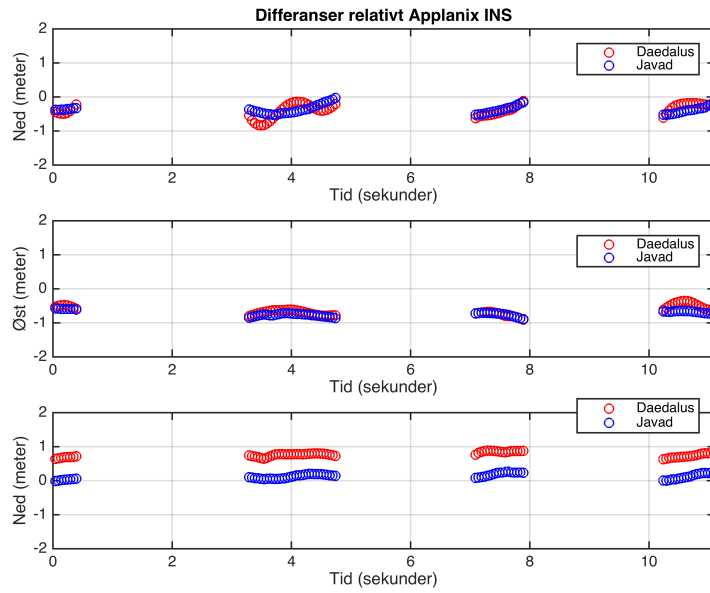


Figur A.7: Plott over kjøring gitt i lokalt NED-system

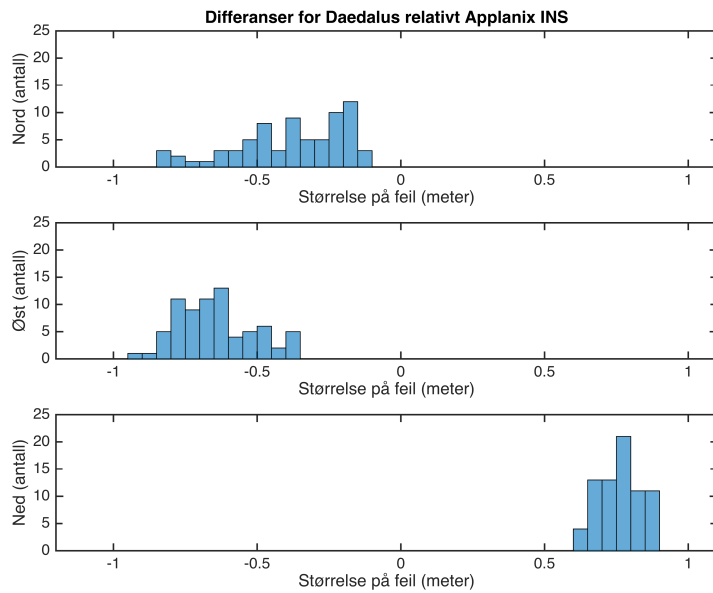


Figur A.8: Plott over hastigheter i traseen

## TILLEGG A. PLOTT OVER KJØRINGER

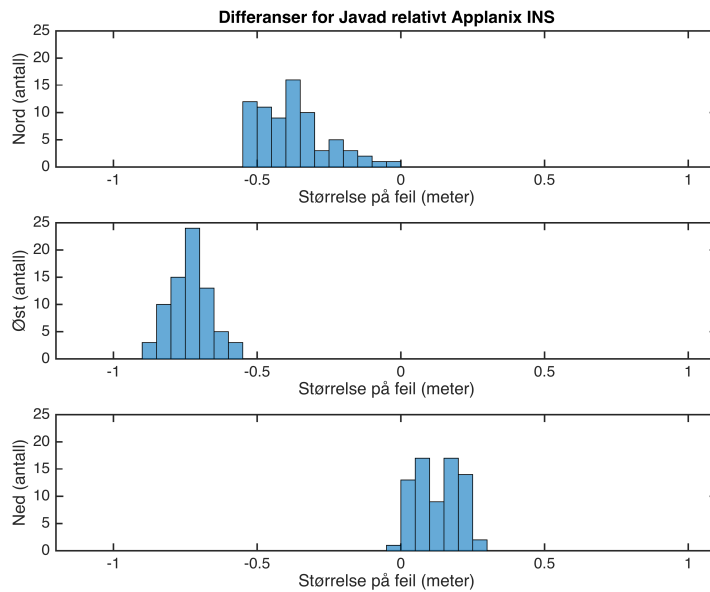


Figur A.9: Plott over differanse mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus

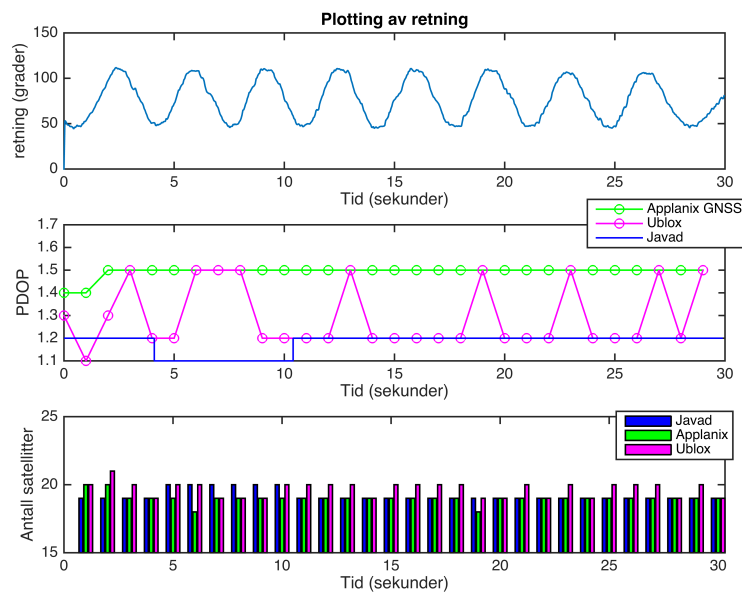


Figur A.10: Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Daedalus

## TILLEGG A. PLOTT OVER KJØRINGER

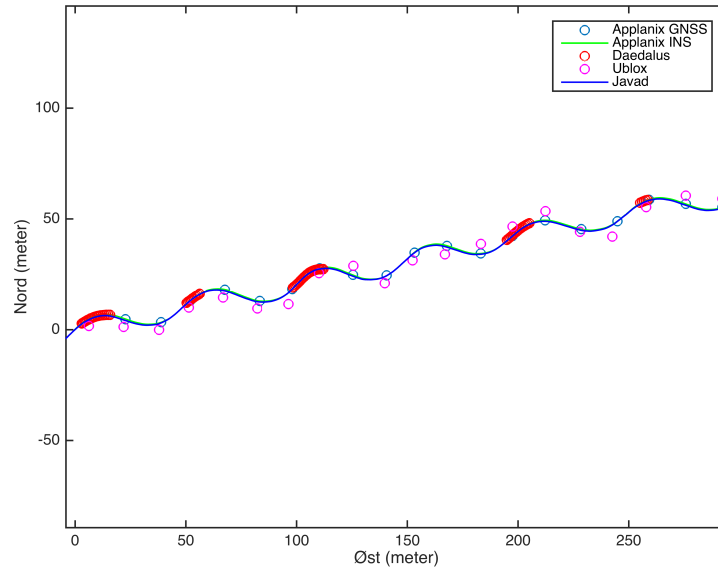


Figur A.11: Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Javad

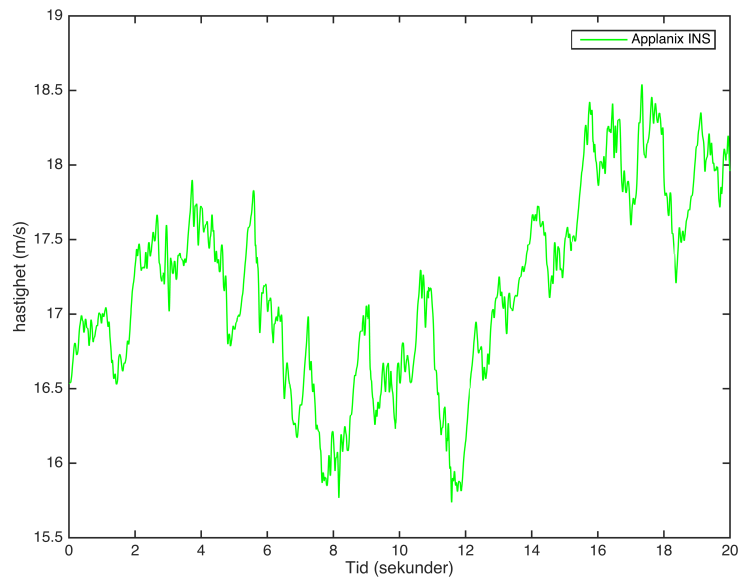


Figur A.12: Plott over kjøring gitt som retning, PDOP og antall satellitter

### A.3 Kjøring 1, dag 2

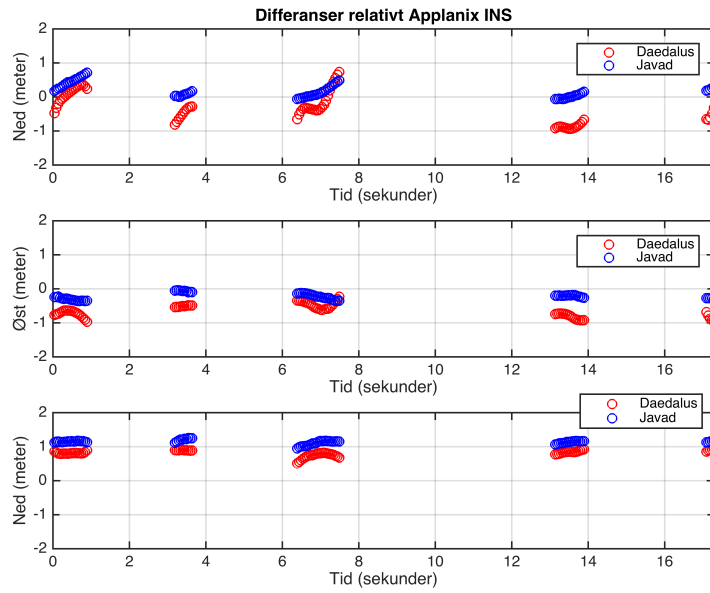


Figur A.13: Plott over kjøring gitt i lokalt NED-system

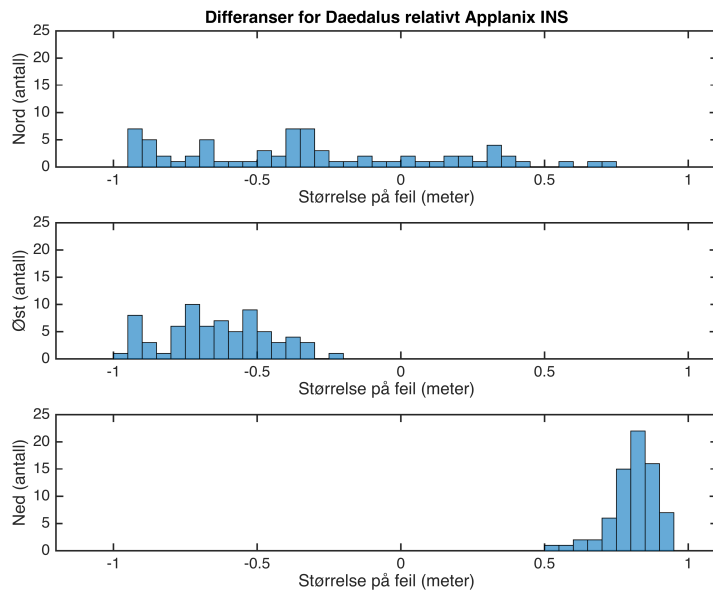


Figur A.14: Plott over hastigheter i traseen

## TILLEGG A. PLOTT OVER KJØRINGER

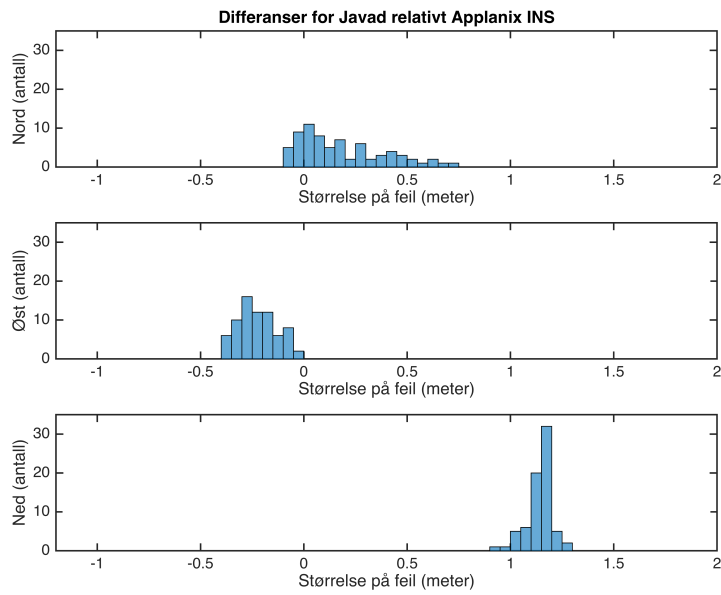


Figur A.15: Plott over differanse mellom Applanix INS-løsning mot Javad og Daedalus

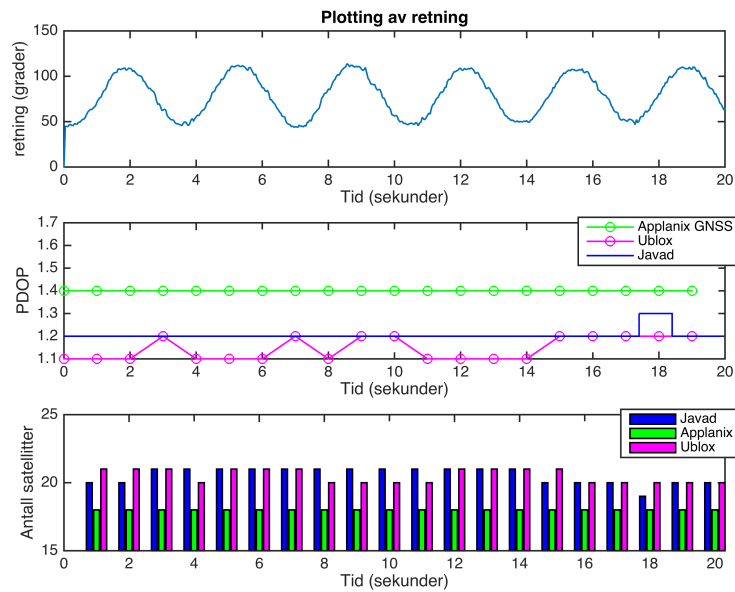


Figur A.16: Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Daedalus

## TILLEGG A. PLOTT OVER KJØRINGER



Figur A.17: Plott over fordelingen til de ulike differansene som histogram for Javad



Figur A.18: Plott over kjøring gitt som retning, PDOP og antall satellitter







Norges miljø- og biovitenskapelig universitet  
Noregs miljø- og biovitenskapelige universitet  
Norwegian University of Life Sciences

Postboks 5003  
NO-1432 Ås  
Norway