

**.Norges Handelshøyskole
Bergen, våren 2006**

**Utredning i særområdet: Finansiering og finansiell økonomi
Veileder: Førsteamanuensis Jøril Mæland**

Realopsjoner i shippingkontrakter



av

Andreas Mjelde

Erik N. Ingebrigtsen

Denne utredningen er gjennomført som ledd i siviløkonomutdanningen ved Norges Handelshøyskole og godkjent som sådan. Godkjenningen innebærer ikke at Høyskolen innestår for de metoder som er anvendt, de resultater som er fremkommet eller de konklusjoner som er trukket i arbeidet.

Utredningen tar sikte på å presentere metoder for beregning av ulike typer realopsjoner på skip. Dette vil vi gjøre med bakgrunn i teorier knyttet til de underliggende prosessene for fraktrater.

Vi vil bygge vår modell rundt en "mean-reverting" prosess, og deretter verifisere at denne er signifikant med tanke på å beskrive fraktratene. Basert på denne prosessen samt informasjon om inntekter og kostnader i shippingbransjen, presenteres en analytisk og en binomisk metode.

Oppgaven søker å gi akademisk teori en praktisk tilnærming, og kan benyttes som et grunnleggende eksempel for aktører som ønsker å implementere opsjonsteori som et prisingsverktøy. Prinsippene er også overførbare til fleksibilitetsproblemstillinger generelt, og kanskje spesielt situasjoner der råvarer er underliggende driver/aktivum.

Resultatene vi kommer frem til viser at realopsjonsteori gir verdifull innsikt i det verdipotensialet som finnes i shippingprosjekter. Et særlig interessant funn er at verdien av de vurderte realopsjonene påvirkes negativt av en økning i standardavviket. Dette står i kontrast til generell opsjonsteori der økt volatilitet også øker opsjonsverdien. Dette skyldes metoden prisprosessen risikojusteres på, da økt standardavvik reduserer den langsiktige likevekten tilstrekkelig til at den totale virkningen fra standardavviket er negativ.

Siviløkonomutredning

| | | |
|-------|--|----|
| 1. | Innledning..... | 5 |
| 1.1 | Problemstilling | 6 |
| 1.2 | Oppgavens struktur | 6 |
| 2. | Fakta om shippingbransjen og shippingkostnader | 8 |
| 2.1 | Shippingbransjen..... | 8 |
| 2.1.1 | Shippingmarkedet..... | 8 |
| 2.1.2 | Prosjektmeglerbransjen | 9 |
| 2.2 | Inntekter i shippingprosjekter..... | 10 |
| 2.3 | Kostnader i shippingprosjekter..... | 11 |
| 2.3.2 | Driftskostnader:..... | 12 |
| 2.3.3 | Andre kostnader | 13 |
| 2.3.4 | Definering av kostnader i oppgaven..... | 14 |
| 3. | Teorigrunnlag | 15 |
| 3.1 | Opsjoner | 15 |
| 3.2 | Realopsjoner..... | 16 |
| 3.3 | Verdsetting basert på lognormale prosesser..... | 17 |
| 3.4 | Verdsetting av realopsjoner basert på mean-reverting | 20 |
| 3.5 | Risikojustering av mean-reverting prosessen..... | 23 |
| 3.5.1 | Justering for risikoen til en realopsjon gjennom avkastningskravet | 24 |
| 3.5.2 | Justering for risiko med en sikkerhetsekvivalent kontantstrøm på grunnlag av arbitrasjeargumenter..... | 25 |
| 3.6 | Evaluering av betingede krav | 29 |
| 3.6.1 | Analytisk løsning for europeisk kjøpsopsjon av et skip/TC-kontrakt..... | 32 |
| 3.6.2 | Metode for opsjonsprising basert på et bionomisk tre | 34 |
| 3.7 | Fastsettelse av markedsprisen på risiko | 36 |
| 4. | Empirisk analyse av modellenes validitet | 38 |
| 4.1 | Fraktrater | 38 |
| 4.1.1 | Utfordringer ved bruk av historiske fraktrater til estimering..... | 38 |
| 4.1.2 | Bruk av rater:..... | 40 |
| 4.2 | Validering av stokastiske prosesser..... | 41 |
| 4.2.1 | Validering av lognormal prosess..... | 41 |
| 4.2.2 | Validering av mean-reverting prosess..... | 42 |
| 5. | Verdivurdering av shippingopsjoner | 45 |
| 5.1 | Generelle antakelser: | 45 |
| 5.1.1 | Ratespesifikasjoner..... | 46 |
| 5.1.2 | Tidsbenevning | 46 |
| 5.1.3 | Risikojustering | 46 |
| 5.1.4 | Forventet levetid..... | 50 |
| 5.1.5 | Kostnader | 50 |
| 5.1.6 | Skrappris..... | 50 |
| 5.1.7 | Inntjeningsandel ("Laden" andel) | 51 |
| 5.1.8 | Rente..... | 51 |
| 5.2 | Case 1: Kjøpsopsjon på VLCC med 10 års resterende levetid. | 51 |
| 5.2.1 | Analytisk løsning for kjøpsopsjonen..... | 52 |
| 5.2.2 | Bionomisk løsning for kjøpsopsjonen..... | 55 |

| | | |
|-------|--|----|
| 5.2.4 | Sensitivitetsanalyse av Case 1:..... | 57 |
| 5.2.5 | Oppsummering av case 1 | 68 |
| 5.3 | Case 2: Salgsopsjon knyttet til en bareboat kontrakt | 69 |
| 5.3.1 | Analytisk løsning..... | 70 |
| 5.3.2 | Binomisk løsning..... | 73 |
| 5.3.4 | Sensitivitetsanalyse: | 74 |
| 5.3.5 | Konklusjon på case 2..... | 77 |
| 5.4 | Case 3: Fleksibel levetid | 78 |
| 5.4.1 | Antagelser om utvikling i vedlikeholdskostnadene over tid | 78 |
| 5.4.2 | Binomisk modell med fleksibel levetid..... | 80 |
| 5.4.3 | Sensitivitetsanalyse | 82 |
| 5.4.4 | Oppsummering og konklusjon på case 3..... | 83 |
| 5.5 | Case 4: Bermudaopsjon på et skip | 84 |
| 5.5.1 | Binomisk modell for Bermudaopsjoner | 85 |
| 5.5.2 | Sensitivitetsanalyse: | 86 |
| 5.5.3 | Konklusjon på case 4: | 86 |
| 6.0 | Konklusjon og oppsummering | 87 |
| 7.0 | Appendiks..... | 90 |
| 7.1 | Kommandittselskap (KS) | 90 |
| 7.1 | Put-Call Paritet | 90 |
| 7.4 | Metode for opsjonsprising basert på Monte Carlo Simulering | 92 |
| 7.5 | Dager per måned | 95 |
| 9 | Litteraturreferanser:..... | 96 |
| 10. | Takk til: | 99 |

1. Innledning

I et samfunn i stadig raskere utvikling, har det vært mye oppmerksomhet rundt næringslivets evne til endring og fornyelse. Når bedrifter endrer seg, er det fordi de har et fleksibelt handlingsrom. Dette kan være fleksibilitet bedriften er oppmerksom på - eller ikke. Like fullt har denne fleksibiliteten en verdi på linje med andre aktiva, men den er ofte vanskelig å prise. Eksempler på dette kan være muligheten til å forlenge levetiden til et oljefelt, forlenge en leieavtale av et næringsbygg eller kjøpe et skip ved utgangen av en leieavtale.

Gjennom arbeid for en sentral norsk aktør i shippingbransjen, ble vi oppmerksom på at det i liten grad gjøres forsøk på å beregne verdien av ulike opsjoner knyttet til shippingprosjekter. Det er ofte knyttet opsjoner til sluttpris både for eier og befrakter ved utgangen av en kontrakt. De vanligste tilfellene er der kjøper er garantert å få en minimums salgspris og/eller befrakter kan kjøpe for en maksimumspris. Opsjoner til å utvide leieperioden eller situasjoner der kjøps- og salgsoptionene kan innfries ved en rekke forhåndsbestemte tidspunkter, er også vanlige.

I denne utredningen vil vi derfor bruke opsjoner innen shippingbransjen som eksempler på realopsjoner, og vise hvordan disse kan prises. Vi ønsker å overføre akademisk teori til et praktisk brukergrensesnitt. Dette vil gjøre med utgangspunkt i teori som antar at fraktratene er usikre men følger en såkalt "mean-reverting" prosess, og overføre dette til en dynamisk regnearkmodell. Ved å endre inndata vil modellen kunne beregne ulike opsjoner på skip og fraktkontrakter (på grunn av siviløkonomoppgavens formkrav, vil denne ikke bli vedlagt).

Vi vil ta utgangspunkt i virkelige prospekter fra shippingbransjen¹, samt informasjon fra meglere og redere angående inntekts- og kostnadsperspektiver for drifting av skip. For å gjøre eksemplene mer transparente vil vi fokusere på en skipstype,

¹ De presenterte casene i kapitel 5 vil ta utgangspunkt i prospekter vi har fått fra prosjektmeglerne Ness, Risan & Partners og Platou Finans.

VLCC², men tidligere studier³ viser at det samme rammeverket kan brukes også for andre skipstyper.

Oppsummert gir dette oss følgende problemstilling for oppgaven:

1.1 Problemstilling

Gitt at det eksisterer realopsjoner knyttet til shippingprosjekter, hvordan skal disse verdsettes?

1.2 Oppgavens struktur

Problemstillingen kan i hovedsak deles opp i tre delspørsmål. Det første er knyttet til hvordan fraktratene utvikler seg over tid. I mange finansielle opsjonsproblemer antar man at den underliggende variable faktoren er en geometrisk Brownsk bevegelse. Det vil si at prisutviklingen følger en tilfeldig gange (random walk) uavhengig av en historisk trend. Lignende utredninger⁴ har vist at fraktrater kan forklares bedre på bakgrunn av en mean-reverting prosess, det vil si at prisutviklingen trekkes mot et langsiktig likevektsnivå. Det er naturlig å undersøke hvorvidt dette faktisk er tilfellet for vårt tallmateriale. Vi vil derfor vise empirisk at modeller basert på en mean-reverting prosess har lav forklaringsgrad, men er klart statistisk signifikante.

Det andre spørsmålet er knyttet til selve verdivurderingen av opsjonene. Vi vil presentere metoder basert på både geometrisk brownsk bevegelse og en mean-reverting prosess. Med bakgrunn i disse metodene, vil vi finne praktiske metoder for å vurdere ulike typer realopsjoner. I tillegg til selve den tekniske utledningen av metodene, er det også utfordringer relatert til vurdering av utnyttelsen av skipene, samt kostnadene ved å operere dem.

Det tredje spørsmålet er knyttet til vurdering av risiko og premie for denne. Da det er hensiktsmessig å bruke risikofri rente til diskontering ved beregningen av nåverdier,

² "Very Large Crude Carrier" – skip som transporterer olje

³ Se Stray 1991, Andersen 1992 og Lorange 1998

⁴ Se Ekern og Bjerksund 1991, Andersen 1992, Lorange 1998

er det vanlig å søke en metode for risikojustering gjennom kontantstrømmen, og ikke avkastningskravet. I tradisjonell opsjonsteori løses dette ved at opsjoner kan replikeres med en "syntetisk opsjon" og verdien kan dermed beregnes basert på risikonøytrale argumenter. Det impliserer at forventet avkastning og avkastningskrav skal være lik risikofri rente. Da det er vanskelig å replikere kontantstrømmen til en realopsjon, vil vi derfor utlede en alternativ metode. Denne nedjusterer fremtidige forventede kontantstrømmer med en markedspris på risiko, slik at vi også her kan bruke risikofri rente til å diskonterings ved beregning av nåverdier.

Den videre oppgaven er strukturert som følger: Del 2 gir en grunnleggende introduksjon til shippingbransjen og skipskontrakter, mens del 3 beskriver relevant teori. Dette inkluderer de foreslåtte stokastiske prosesser samt utledning av modeller for beregning av opsjonsverdier. Del 4 tar utgangspunkt i teorigrunnlaget og tester dette empirisk opp mot tallmaterialet. I del 5 beregner vi verdien av realopsjonene til utvalgte shippingprosjekter og analyser disse. Del 6 oppsummerer oppgaven.

2. Fakta om shippingbransjen og shippingkostnader

Da oppgaven i all hovedsak baserer seg på shippingprosjekter, er det en forutsetning med en grunnleggende forståelse for bransjen. Denne delen er derfor ment å skulle gi en grunnleggende forståelse for shippingbransjen generelt og shippingprosjekter spesielt.

2.1 Shippingbransjen

Del 2.1 gir en generell introduksjon til bransjen og de viktigste aktørene.

2.1.1 Shippingmarkedet

Shipping er en bransje som kjennetegnes av store investeringer, høye kostnader og stor volatilitet i inntjening. Avkastningen på shippingprosjekter varierer fra å være svært høy i gode tider til tilsvarende lav i dårlige tider. Spesielt er fraktratene (som bestemmer skipets inntjening) svært volatile. Verdien av et skip avhenger både av markedssituasjonen, samt hvor lang gjenværende levetid det har (et kommersielt skip vil typisk kunne være i drift mellom 20 og 30 år). Høy volatilitet, lange tidshorisonter og store investeringer gjør opsjoner i denne bransjen verdifulle, og realopjonene vi vil diskutere i denne utredningen vil ha til felles at verdien av skipet vil være det underliggende som bestemmer opsjonens verdi. Med utgangspunkt i vanlig verdivurdering vil skipets verdi igjen bestemmes av dets fremtidige kontantstrøm.

Lønnsomheten til et skip påvirkes først og fremst av ratene og utviklingen av disse. På kort sikt avhenger disse i stor grad av konjunktorene i økonomien for øvrig, og i mindre grad av kostnadene ved å operere skipet. Kostnadene varierer i mindre grad enn inntektene (noe vi vil komme tilbake til senere). I de senere årene har shippingmarkedet hatt en positiv utvikling, og de fleste shippingsegmenter har hatt gode tider. Særlig gjelder dette tankrederier. Prisene på skip er i dag derfor høye historisk sett.

2.1.2 Prosjektmeidlerbransjen

Prosjektmeidlere er markedsaktører som meidler spesifikke realprosjekter, primært innen eiendom, shipping og offshore. Mange av prosjektene kjennetegnes ved at meidlerne innhenter kapital fra private investorer (private equity) for å finansiere prosjektene alternativt.

Den norske bransjen har vært kjennetegnet av at det har vært relativt få aktører, men dette er i ferd med å endres. Dette skyldes blant annet at aktørene har oppnådd svært gode resultater i de senere årene. Siden starten av år 2000, har den gode lønnsomheten i bransjen ført til at flere aktører har gått inn i markedet.

I prosjektene vi analyserer, får prosjektmeidleren ansvaret for å selge/kjøpe skip for sine kunder, samt sikre avkastningen for de nye eierne. Dette gjøres ved først å innhente kapital til å kjøpe skipet (gjerne gjennom et kommandittselskap⁵). Videre finner de en aktør som skipet kan leies ut til (befrakter), samt gjør de finansielle vurderingene knyttet til den avkastning og risiko som er forbundet med å investere i prosjektet. I tillegg hender det at prosjektmeidleren selv bidrar med noe egenkapital.

Det er prosjektmeidleren som vanligvis utarbeider et budsjett for prosjektet, og som forhandler frem den endelige avtalen med befrakter, inkludert eventuelle opsjoner knyttet til prosjektet. Disse opsjonene kan være konstruert for å minimere risikoen til investorene i kommandittselskapet (for eksempel ved å gi eierne en salgsopsjon), eller som en del av forhandlingene med befrakter (for eksempel ved å gi befrakter en kjøpsopsjon). Det vil derfor være i alle berørte parters interesse å få belyst verdien av opsjonene knyttet til prosjektet.

⁵ Se appendiks 7.1 for beskrivelse av et kommandittselskap

2.2 Inntekter i shippingprosjekter

I dette kapitlet vil vi diskutere kort inntektssiden til et skip. Et skip får inntekter i henhold til fraktratene som er avtalt for en spesifikk leveranse eller tidsperiode. Det vil derfor være nyttig å definere ulike fraktrater samt hvilke kostnader ratene er ment å dekke.

Fraktratene er en funksjon av den generelle etterspørselen og tilbudet av frakt som finnes i markedet til enhver tid. Fraktrater er kjent for å være meget volatile, men vil avhenge av hvilket fraktmarked man opererer i.

Spotrater er bruttoinntektene et skip kan oppnå per dag, dersom skipet kun skal frakte *en last en vei*. Ingen av skipets kostnader er her innkalkulert, slik at raten må dekke alle kostnader som påløper. I tillegg må reder forvente at skipet ikke har inntjening i en viss andel av tiden. Dette skyldes at det i mange markeder er etterspørsel etter transport av én type vare kun i én retning. For eksempel er det stor etterspørsel etter olje fra Midt-Østen til Europa/Nord-Amerika, men det er vanskelig å finne en oljeleveranse som skal i motsatt retning.

TC-rater er rater der deler av skipets daglige driftskostnader er innkalkulerte, dvs. at kostnader som havneavgifter, commision-fees og bunkringskostnader er trukket fra og betales av befrakter. TC-rater blir ofte brukt når eier og befrakter inngår en kontrakt over en lengre tidsperiode. Da avtales på forhånd en rate som skal gjelde ut hele kontraksperioden, der befrakter betaler deler av skipets driftskostnader.

I praksis opererer ikke aktørene i bransjen med en ren spotrate, men med et system kalt "deadweight scale". Dette innebærer at ratene, målt per tonn, for hver enkelt strekning blir bestemt ut i fra markedet, transportkostnadene (havneavgifter, bunker og commission fees) og lengden på reisen. Raten beregnes med utgangspunktet i en "standardreise", og justeres så i forhold til det spesifikke oppdraget. De relevante dagsratene blir så aggregert opp til skipets kapasitet og justert for transportkostnadene og fordelt utover antall dager den aktuelle reisen tar. Denne

korrigerede raten kalles for en TC-ekvivalent spotrate, fordi den skal dekke de samme kostnadene som en ren TC-kontrakt.

Bareboat (BB) er rater der befrakter dekker alle kostnader ved skipets drift og vedlikehold. Ofte er dette i tilknytning til at det blir avtalt en lengre kontraksperiode mellom eier og befrakter. Dette er en vanlig situasjon dersom en prosjektmegler har initiert kjøpet av skipet. Da vil ofte eierne gjennom et kommandittselskap leie ut skipet til en operativ befrakter (f.eks. et profesjonelt rederi), der eierne mottar en BB rate i retur. Eierne har intet operativt ansvar, og befrakterne tar på seg all risiko i forhold til kostnader og variasjoner i spotratene. Bareboat kontrakter brukes ofte når et rederi benytter finansielle investorer til å finansiere skip.

Del fire av denne oppgaven omhandler en inngående diskusjon knyttet til bruk av rater samt empiriske tester av historisk data.

2.3 Kostnader i shippingprosjekter

Til tross for at lønnsomheten i shippingbransjen i stor grad blir styrt av shippingratene og etterspørselssiden, er gode estimater over kostnadssiden til prosjektene en forutsetning for å gjøre realistiske beregninger av verdiene av realopsjonene i prosjektene. Kostnadene kan i hovedsak knyttes til følgende drivere:

2.3.1 Reiseavhengige kostnader:

De reiseavhengige kostnadene defineres som kostnader som påløper fordi skipet er i "bevegelse", og disse kostnadene dreier seg i hovedsak om bunkringskostnader, havneavgifter og "commission fees".

Bunkerkostnader (drivstoff):

Bunkerkostnadene kan være interessante i forbindelse med en opsjonsprising, både fordi det utgjør en betydelig kostnad og fordi drivstoffprisene er veldig volatile. Bunkerkostnader er dog vanskelig å estimere, noe som skyldes flere forhold. I tillegg til at de er volatile, varierer de også fra havn til havn. Videre avhenger

bunkerkostnadene på en tur av farten båten holder, hvor stor båten er og hvor fullastet (tung) den er.

Havneavgifter:

Havneavgifter inkluderer alle vanlige kostnader for et fartøy i forbindelse med ankomst, opphold ved havnen og avreise. Disse kostnadene varierer fra havn til havn. Derfor er det også for disse vanskelig å estimere nøyaktig. Samtidig svinger havneavgiftene relativt lite, og hvis vi vurderer prosjekter med flere år, kan et estimat på gjennomsnittlig kostnad per dag være en god tilnærning.

Commission fees:

I ordinære fraktoppdrag (kortsiktige som langsiktige) er en megler involvert i handelen. Vanligvis tar megleren en kommisjon på 2,5 % av fraktraten.

Til sammen utgjør disse de reiseavhengige kostnadene. Vi har i denne oppgaven benyttet oss av TC-ekvivalente spotrater, og dermed er de reiseavhengige kostnadene ikke eksplisitt uttrykt. Implikasjonen av dette er at det heller ikke har vært hensiktsmessig å gjøre eksplisitte analyser av dem.

2.3.2 Driftskostnader:

Driftskostnader definerer vi som kostnader ved å holde fartøyet operativt på kort sikt. Dette dreier seg i hovedsak om hyre, men det påløper også andre kostnader.

Hyre av mannskap:

Hyre av mannskap er lønns- og sosialkostnader til mannskapet som opererer fartøyet. Disse kan variere noe avhengig av hvor skipet opererer, nasjonaliteten på de ansatte og tilgangen på mannskap i markedet. Likevel er dette en relativt liten kostnad, og variasjonene vil i liten grad påvirke skipets verdi. De kan derfor anses som konstante og bestemt av standardkalkyler.

Andre driftskostnader:

Dette omfatter f. eks mat, vaskekostnader og annen generell drift.

2.3.3 Andre kostnader

Vedlikeholdskostnader

Et fartøy som opererer over en lengre tidsperiode krever betydelig vedlikehold. Noe som kompliserer utarbeidelsen av disse kalkylene er at eldre skip krever mer vedlikehold enn nye. Videre endres skipstypene kontinuerlig, slik at dagens nye skip nødvendigvis ikke vil ha samme størrelse og utvikling på vedlikeholdskostnadene som skip bygget på 80-tallet. I tillegg bestemmer fraktratene i stor grad hvor lenge et skip vil være i drift, som igjen påvirker hvor store vedlikeholdskostnadene blir. Det har vist seg vanskelig å få tak i gode kalkyler for vedlikeholdskostnader på skip. Derfor vil vi i denne oppgaven i utgangspunktet behandle vedlikeholdskostnadene som konstante.

For caset med fleksibel levetid, vil vi benytte en mer detaljert kalkyle for vedlikeholdskostnadene. I disse tilfellene forutsetter vi at kostnadene har samme nåverdi, men at de vokser eksponentielt i forhold til en baseverdi. Det må også forventes at veldig gamle skip må inn til omfattende overhaling. Dette kan inkorporeres i modellen ved at det påløper en engangskostnad når skipet når en bestemt alder.

Kapitalkostnader

Det kreves en betydelig mengde kapital for å investere i store frakteskip, og dermed løper det naturligvis store kostnader på disse. I denne oppgaven ser vi derimot bort fra finansieringssiden og konsentrerer oss om realsiden av prosjektene. Derfor ser vi bort fra kapitalkostnader i denne oppgaven.

2.3.4 Definerings av kostnader i oppgaven

For å kunne inkorporere kostnadselementene i oppgaven, må vi gjøre noen forutsetninger knyttet til utviklingen av disse. Det er i hovedsak tre mulige vinklinger på dette.

Den enkleste tilnærmingen er å anta at kostnadene er gitte og faste, samt at de utvikler seg tilsvarende inflasjonen. Vi vil kunne benytte denne metoden gitt at variasjonen ikke korrelerer med fraktratene og dermed kan denne forutsettes å være diversifiserbar.

En annen vinkling kunne vært å ta utgangspunkt i at kostnadene følger en bestemt vekst utover inflasjonen. Etter samtaler med aktører i bransjen har vi ikke grunnlag for å forvente at dette er tilfelle. I tillegg finner vi at dette ikke er en hensiktsmessig analyse for å illustrere prinsippene bak realopsjoner.

En tredje vinkling er å anta at kostnadene varierer stokastisk, slik at de kan inkluderes i den fundamentale prisprosessen. Denne prosessen kan beregnes ved hjelp av for eksempel binomiske trær. Dette vil kreve en meget omfattende modell, fordi ett hvert utfall i treet til en av de simulerte variablene krever uavhengige opsjonstrær for alle de andre simulerte variablene.

Vi har valgt å benytte oss av den første vinklingen, det vil si at vi ser på kostnadselementene som gitte og faste. Årsaken til dette er todelt; for det første antas kostnadene i liten grad å korrelere med fraktratene, og for det andre er svingningene i kostnadselementene små relativt sett til svingningen i fraktratene.

Vi har valgt å benytte reelle tall gjennom hele oppgaven. Vi behøver derfor ikke ta hensyn til inflasjonsjustering, og dermed heller ikke justere for en økning i kostnader gjennom prosjektets levetid.

3. Teorigrunnlag

Denne delen vil bli innledet med en kort presentasjon av grunnleggende opsjonsteori og realopsjoner. Hovedtyngden vil ligge på en omfattende presentasjon av ulike bevegelsesmønstre fraktratene kan følge. Basert på disse vil vi utlede modeller som kan brukes til blant annet prising av skip og ulike typer realopsjoner innen shipping.

3.1 Opsjoner

En opsjon kan defineres som en rett, men ikke en plikt, til å kjøpe eller selge et underliggende aktivum i fremtiden. Muligheten til å kunne bestemme hvorvidt man ønsker eierskap til en forhåndsavtalt pris på et senere tidspunkt, skaper fleksibilitet for investoren, og har en verdi. Verdien av en opsjon avhenger i utgangspunktet av karakteristikaene til følgende seks faktorer⁶:

- Prisen på underliggende
- Utøvelsesprisen på opsjonen
- Tiden til utøvelsespunktet
- Volatiliteten
- Risikofri rente
- Dividendeutbetalinger/kontantstrømmer fra prosjektet

Opsjoner er vanligvis tilknyttet aksjer, obligasjoner og andre verdipapirer. Flexibilitet i beslutningsprosessen i et prosjekt kan likevel gi de samme fordelene som en finansiell opsjon, og kalles derfor gjerne en realopsjon. Den fundamentale prosessen bak slik fleksibilitet er ofte tilsvarende som for en finansiell, og vi kan derfor bruke det samme teorigrunnlaget for å prise disse.

⁶ Se McDonald "Derivatives Market", kapittel 2 m. m

3.2 Realopsjoner

Tradisjonelt har investorer brukt enten nåverdi- (DCF)⁷, eller internrenteanalyse for å vurdere investeringsprosjekter. I shippingbransjen har særlig internrente vært viktig som beslutningsvariabel. Investorene budsjetterer en kontantstrøm over prosjekthorisonen, for så å beregne den avkastningsrenten som gir en nåverdi lik 0. Dersom denne renten er større enn investorens krav til avkastning, bestemt av risikoen i prosjektet, blir prosjektet akseptert. Internrenteberegning og DCF analyse er basert på et statisk budsjett, der ledelse og eiere kun blir sett på som passive brikker. Muligheten for multiple scenarier blir tatt hensyn til i form av at det ligger et risikoelement i avkastningskravet.

Likevel vil det i mange situasjoner være mulig for ledelsen/eierne å ta valg som vil kunne påvirke prosjektverdien mens prosjektet pågår. Disse valgene vil kunne være svært avgjørende for prosjektets suksess. Dersom de ulike mulighetene er kjent før prosjektets start kan realopsjonsteori brukes til å beregne verdien av disse valgene.

En realopsjon er en rett, men ikke plikt, til å utøve en handling til en forhåndsbestemt kostnad. Dette kan for eksempel være retten til å ekspandere eller legge ned eksisterende virksomhet, til å kontrahere nye skip, til å avslutte en kontrakt før dens utløp, etc. Fleksibilitet som beskrevet over avhenger alltid av en underliggende faktor, og har en karakteristika med mange likhetstrekk med en finansiell opsjon. Verdien kan derfor beregnes med utgangspunkt i de samme prinsippene. Realopsjoner vil alltid ha en ikke-negativ verdi før utøvingstidspunktet, selv om sannsynligheten for at de blir utøvd er liten. Dette skyldes at realopsjonsanalyse verdsetter muligheten til å utsette avgjørelser til beslutningstaker har mer informasjon om implikasjonene av valgene.

Realopsjonsanalyse (ROA) tillater en formell analyse av sekvensielle investeringsbeslutninger. Muligheten til å forlenge et prosjekt etter at kontrakten er gått ut eller retten til å kunne kjøpe skipet til en forhåndsbestemt pris, vil være typiske

⁷ Discounted Cash Flow

eksempler. ROA vil derfor verdsette ledelsens muligheter for fleksibilitet i et prosjekt, ved å eksplisitt beregne beste handling på en fremtidig dato gitt situasjonen man da vil være i. Figur 3.1 oppsummerer diskusjonen rundt realopsjoner, og viser hvordan disse gir merverdi til prosjektet:

$$\text{Verdi av prosjekt med fleksibilitet} = \text{Verdi av prosjekt uten fleksibilitet} + \text{Verdien av fleksibilitet}$$

Figur 3.1 bryter verdien av et prosjekt ned i verdien av prosjektet gitt statisk ledelse pluss verdien av fleksibilitet

3.3 Verdsetting basert på lognormale prosesser

Det finnes flere måter å verdsette opsjoner på. I finansmarkedet har prisingsmodellen til Black og Scholes fått stor aksept, og er den mest brukte modellen for prising av opsjoner på aksjer. Det kan derfor være naturlig å bruke denne som et utgangspunkt for arbeidet med å finne en passende modell for våre problemstillinger. Metoden er basert på at den prosentvise endringen i en aksjekurs er uavhengig av tidligere endringer og den absolutte aksjekursen i dag⁸. Vi vil i de følgende avsnitt kort utlede den fundamentale teorien bak denne modellen.

Aksjer er gjerne karakterisert ved at de har en forventet avkastning, men at det er knyttet stor variasjon til denne. Dermed er det nærliggende å forvente at endringen i aksjens verdi avhenger av aksjens absoluttverdi på det nåværende tidspunktet. Ito-prosesser har nettopp disse egenskapene, og Black & Scholes brukte den *geometriske browniske prosessen*, gitt ved

$$dX(t) = \alpha X(t)dt + \sigma X(t)dZ(t) \quad (1)$$

som kan skrives som

⁸ Forventet endring i aksjekursen er likevel gjerne basert på historiske data gjennom en estimert forventet avkastning.

$$dX(t)/X(t) = \alpha dt + \sigma dZ(t) \quad (2)$$

Man forventer altså en prosentvis vekst per tidsenhet gitt ved driftsleddet, α , per periode, men at dette kan endres ved at standardavviket per tidsenhet, σ , slår inn gjennom den brownske prosessen, $Z(t)$.

En Brownsk prosess, som er en kontinuerlig "random walk", representert ved $Z(t)$, har følgende karakteristika:

- $Z(0) = 0$
- $Z(t + s) - Z(t)$ er normalfordelt med gjennomsnitt 0 og varians s
- Ikke-overlappende (med andre ord, to ulike perioder) økninger er uavhengige

Den prosentvise endringen i verdipapiret (dvs. avkastningen) blir dermed normalfordelt med gjennomsnitt α og varians σ^2 , hvilket vil si at prisen på verdipapiret, $X(t)$, er lognormalfordelt. Med en kontinuerlig dividendeutbetaling gitt med en prosentsats, δ , kan det videre vises at⁹

$$\text{Ln}[X(t)] \sim N(\text{Ln}[X(0)] + (\alpha - \delta - 0,5\sigma^2)t, \sigma^2 t)$$

Vi ser at vi må trekke fra halve variansen fra forventet avkastning når vi ser på den lognormale prosessen. Som et resultat av uttrykket ovenfor, kan vi skrive $X(t)$ ved følgende sammenheng:

$$X(t) = X(0)e^{((\alpha - \delta - 0,5\sigma^2)t + \sigma^2 \frac{1}{2} Z(t))} \quad (3)$$

Vi har nå fått et uttrykk for ratene der endringene avhenger av absoluttverdien til raten ved tidspunkt 0. Videre tar modellen hensyn til en random walk, og ratene kan

⁹ Se McDonald 2003, kapitel 18

heller ikke anta negative verdier. Vi har dermed en modell som tar hensyn til mange av karakteristikkene for aksjer og andre verdipapirer.

Med utgangspunkt i denne modellen for aksjeprising utledet Black & Scholes deres velkjente formel. Vi henviser til tradisjonell finansiell litteratur for en utledning av denne¹⁰, og presenterer her formlene som praktisk kan benyttes. Hvis verdien av den underliggende på tidspunkt 0 er gitt ved S_0 og utøvelsesprisen ved K , kan verdien av kjøpsopsjonen på tidspunkt 0, C_0 , uttrykkes som følger:

$$C_0 = S_0 e^{-\delta(T-t)} N(d_1) - K e^{-r(T-t)} N(d_2) \quad (4)$$

der N er den standard normalfordelte kumulative funksjonen, og d_1 og er gitt d_2 ved:

$$d_1 = \frac{\ln\left(\frac{S}{K}\right) + (r - \delta + \sqrt{\sigma})\sqrt{(T-t)}}{\sigma\sqrt{(T-t)}} \quad (5)$$

$$d_2 = d_1 - \sigma\sqrt{T-t} \quad (6)$$

En salgsopsjon med samme utøvelsespris følger da direkte fra dette resultatet ved hjelp av put-call pariteten¹¹: Hvis $PV()$ er nåverdien av uttrykket i parentes og X er utøvelsesprisen, kan salgsopsjonen på tidspunkt 0, P_0 , uttrykkes som følgende

$$P_0 = C_0 - S_0 + PV(X) + PV(\text{Dividender/Kontantoverskudd})$$

Dividender/kontantutskudd er verdier betalt ut til innehaveren av det underliggende aktivum før utøvelsestidspunktet, og som dermed reduserer forventet verdi av aktivumet. Dermed øker det verdien av salgsopsjonen

¹⁰ Se for eksempel Hull 2006 eller MacDonald 2003

¹¹ Se Appendix 7.2 for fullstendig utledning

Denne likningen har stor praktisk nytte innen prising av opsjoner, og er enkel å bruke. Vi vil derfor i den empiriske delen teste hvorvidt det historiske tallmaterialet rettfærdiggjør anvendelse av Black & Scholes også på shippingrater.

3.4 Verdssetting av realopsjoner basert på mean-reverting

Metodene for prising av finansielle opsjoner er i stor grad basert på enkle Markov prosesser, der prisen på det underliggende aktivum i teorien kan stige uendelig høyt eller ned til null og har en konstant forventet avkastning, jamfør likning (1)-(3). Det er ingen selvfølge at slike metoder også vil være mest beskrivende for prosessen som ligger til grunn for en bestemt realopsjon. Realopsjoner er i praksis fleksibilitet i spesifikke prosjekter som har sine bestemte karakteristika. Derfor må vi søke etter en modell som i størst mulig grad karakteriserer utviklingen i den/de underliggende faktoren(e) for prosjektet. Vi vil i denne delen først presentere en modell der ratene er tilbakevendende til en likevekt (mean-reverting). Etterpå vil vi utlede hvordan denne prosessen kan risikojusteres, for så å bruke resultatene til å løse realopsjoner analytisk og binomisk.

I shippingbransjen er det i hovedsak fraktratene som styrer verdien av et skip/prosjekt. Vi ønsker derfor en modell basert på en bevegelse som karakteriserer fraktratene i best mulig grad. Historiske data tyder på at ratene har en tendens til å falle når de er høye, og stige når de er lave¹². Dette kan intuitivt forklares ved at alt annet likt, vil høye rater føre til høyere avkastning, noe som fører til at flere vil inn i markedet. Over tid vil kapasiteten i markedet øke og dette medfører at ratene presses ned. Helt analogt vil lave priser føre til lav byggeaktivitet samt at flere vil forlate markedet. Som et resultat vil skip bli satt i opplag eller skrapes. Dermed reduseres kapasiteten i markedet og ratene presses oppover.

Videre vil det være naturlig å sette dette i sammenheng med at avkastning per enhet risiko i perfekte markeder skal være lik på tvers av bransjer. Hvis dette ikke er tilfellet,

¹² Per Lorange 1998

kan man forvente en dreining av investeringene mot bransjene med høyest avkastning per enhet risiko. Den økte konkurransen vil da presse avkastningen ned mot likevekt. Siden avkastningen i shippingbransjen i stor grad avhenger av fraktratene, kan man derfor forvente å finne en langsiktig likevektsrate i markedet bestemt av avkastningen på kapital og byggekostnadene for nye skip. Vi har ingen informasjon som tilsier at det skal bli relativt dyrere å bygge skip i årene framover. Hvis vi bruker reelle rater kan det da være naturlig å ta utgangspunkt i en fast likevektsrate som ikke vil endres gjennom prosjektenes levetid. Skulle en endring i likevektsraten likevel skulle forekomme, vil dette mest sannsynlig skyldes en endring i risikoen forbundet med å operere i bransjen.

Mean-reverting prosesser har nettopp disse egenskapene vi har beskrevet i avsnittene ovenfor. Prinsippet bak er at den usikre variabelen alltid vil bevege seg mot likevekt, men bevegelsen kan bli forstyrret av stokastiske innslag. En form for mean-reverting er Ornstein-Uhlenbeck prosessen (O-U prosessen). Basert på denne kan et skip sin nettoinntjening over et lite tidsintervall $d(t)$ beskrives som følgende:

$$D(t)dt = (aX(t) - b)dt \quad , \quad (7)$$

der $X(t)$ er karakterisert ved en O-U prosess av typen

$$dX(t) = k(\alpha - X(t))dt + \sigma dZ(t) \quad (8)$$

I den første ligningen kan a tolkes som en parameter som juster inntektssiden (f.eks. ved at båten bare mottar raten i 60 % av tiden) og $X(t)$ som den variable spotraten. Konstanten b kan være kostnadene ved å operere skipet. I den andre ligningen kan α tolkes som det langsiktige gjennomsnittet per tidsenhet, mens σ er standardavvik per tidsenhet. Av ligningens natur ser vi at $X(t)$ vil bevege seg i retning α . Videre forteller k hvor fort $X(t)$ nærmer seg sin langsiktige verdi, og denne parameteren kalles gjerne gravitasjonskraften. Det siste leddet i ligningen viser volatiliteten multiplisert med $dZ(t)$, som er en Brownsk prosess med forventet verdi lik 0 og varians lik 1.

Den videre utledningen av hvordan vi kan benytte O-U prosessen til å finne opsjonsverdier er basert på Ekern og Bjerksunds "Contingent Claims Evaluation for Mean-Reverting Cash Flows in Shipping" fra 1991.

Differensiallikningen (8) kan løses til å gi oss verdien av prosessen ved tidspunkt, T:

$$X(T) = e^{(-kT)} X(0) + (1 - e^{-kT})\alpha + \sigma e^{-kT} \int_0^T e^{kt} dZ(t) \quad (9)$$

Siden $X(T)$ er normalfordelt faller det siste leddet vekk når vi ser på forventet verdi, og forventet verdi blir et veid gjennomsnitt av verdien i dag $X(0)$ og den langsiktige verdien α .

$$E_0(X(T)) = e^{(-kT)} X(0) + (1 - e^{-kT})\alpha \quad (10)$$

Ligning (10) kan tolkes som at forventet fremtidig verdi er et veid gjennomsnitt av dagens rate, $X(0)$ og den langsiktige likevektsraten, α . Veiingen avhenger av gravitasjonskraften, k , og tidspunktet, T , som vi analyserer.

Videre er variansen er gitt ved:

$$Var_0(X(T)) = \frac{\sigma^2}{2k} (1 - e^{-2kT}) \quad (11)$$

For å få en bedre forståelse av parameteren k , kan man sette $E_0(X(T))$ slik at den er halvveis mellom dagens verdi $X(0)$ og den langsiktige verdien α :

$$X(0) + \frac{1}{2}(\alpha - X(0)) = e^{-kT} X(0) + (1 - e^{-kT})\alpha$$

Løser vi denne for T , får vi et uttrykk for halveringstiden av avviket mellom α og $X(0)$:

$$T = \frac{\ln(2)}{k} \quad (12)$$

Med andre ord ser vi at k bestemmer halveringstiden til avstanden mellom dagens nivå og likevektsnivået.

Formel (7) og (8) spesifiserer kontantstrømmen på tidspunkt T , $D(T)$. Ved å sette uttrykket i formel (9) inn i formel (7) får vi et uttrykk for $D(T)$ på bakgrunn av $D(0)$:

$$D(T) = e^{-kT} D(0) + (1 - e^{-kT})(a\alpha - b) + a\sigma e^{-kT} dZ(t) \quad (13),$$

og siden (13) er basert på den normalfordelte fordelingen (9) blir forventet verdi:

$$E_0(D(T)) = e^{(-kT)} D(0) + (1 - e^{(-kT)})(a\alpha - b) \quad (14)$$

Variansen er gitt ved

$$\text{Var}_0(D(T)) = \frac{(a\sigma)^2}{2k} (1 - e^{(-2kT)}) \quad (15)$$

3.5 Risikojustering av mean-reverting prosessen

Til nå har vi antatt risikonøytralitet. Det vil si at investorer ikke krever kompensasjon for risiko, noe som er en urealistisk antagelse. Vi vil i det følgende se på implikasjonene av å lette på kravet om risikonøytralitet. Dette innebærer at verdien av prosjektet må justeres for risikoen assosiert med det.

I nåverdianalyser er det vanlig å forutsette at risikoen forblir konstant gjennom prosjektets levetid, og man kan dermed justere verdien av prosjektet for risiko ved å inkludere en risikopremie i avkastningskravet. Kapittel 3.5.1 vil argumentere for at

denne metoden ikke er hensiktsmessig for opsjoner. Kapittel 3.5.2 vil deretter ta for seg hvordan vi kan justere for risiko med sikkerhetsekvivalente verdier basert på arbitrasjeargumenter.

3.5.1 Justering for risikoen til en realopsjon gjennom avkastningskravet

Vanlige nåverdianalyser bruker en fast diskonteringsfaktor gjennom hele prosjektets levetid, noe som muliggjør bruk av enkle matematiske formler for rekker til utregning av verdi. Opsjoner kan også beregnes basert på at kontantstrømmen diskonteres med et risikojustert avkastningskrav, men dette er en tungvint og tidkrevende prosess. Bakgrunnen for dette er at risikoen assosiert med opsjonen endres kontinuerlig avhengig av endringene i det underliggende aktivum. Vi vil illustrere dette ved å bruke tradisjonell prisingsteori for opsjoner:

Fra opsjonsteori har vi at en opsjon kan prises gjennom en syntetisk opsjon bestående av delta aksjer, ΔS , og et risikofritt investert beløp, B ¹³:

$$\Delta S + B$$

Endrer S verdi, vil delta endre verdi og man må foreta en justering i porteføljen. Med forutsetning om at innenfor et veldig kort tidsintervall vil S utvikle seg binomisk, vil justeringen være i henhold til følgende likninger:

$$\Delta = e^{-\delta h} \frac{C_u - C_d}{S(u - d)} \quad (16)$$

$$B = e^{-rh} \frac{uC_d - dC_u}{u - d}, \quad (17)$$

der C_u er opsjonsverdi gitt oppgang, C_d er opsjonsverdi gitt nedgang, u er sannsynlighet for oppgang, d er sannsynlighet for nedgang, r er kontinuerlig rente og

¹³ Se McDonald 2003, kapitel 11

h er tidsperioden. Denne porteføljen kan anses som en lånefinansiert investering, der avkastningskravet vil avhenge av kravet til S, kravet til B og vektene til S og B:

$$e^{rh} = \left(\frac{S\Delta}{S\Delta + B} e^{ch} + \frac{B}{S\Delta + B} e^{rh} \right) \quad (18)$$

Dermed vil en justering av Δ og B som følge av endret S medføre at avkastningskravet, γ , til porteføljen også endres. Implikasjonen er at avkastningskravet må justeres for hvert enkelt utfall gjennom hele tidshorisonen.

Videre kan det være vanskelig å finne et nøyaktig uttrykk for Δ , noe som er en forutsetning for å kunne benytte denne metoden. Dermed blir det en tidkrevende prosess som vanskelig kan modelleres dynamisk. Derfor er dette en lite benyttet metode for risikojustering i opsjonsberegninger.

3.5.2 Justering for risiko med en sikkerhetsekvivalent kontantstrøm på grunnlag av arbitrasjeargumenter

Utleddningen av den sikkerhetsekvivalente kontantstrøm baser seg i stor grad på Mæland (1993) og Ekern & Bjerksund (1993). Det stilles følgende nødvendige krav:

- Arbitrasjemuligheter må være fraværende
- Kontinuerlig omsetning av aktiva
- Homogene preferanser
- Ingen skatter og transaksjonskostnader

Videre forutsettes det at det finnes et tvillingaktivum til prosjektet vi skal evaluere, samt et aktivum, $R(t)$ med kontinuerlig risikofri avkastning lik r per tidsenhet. $R(t)$ kan da oppsummeres ved likning (19)-(20):

$$dR(t) = rR(t)dt \quad (19)$$

$$R(t) = R(0)e^{rt} \quad (20)$$

I vårt tilfelle kan dette være et rederi der hele virksomheten er knyttet til en skipstype der kontantstrømmen avhenger av en bestemt spotrate. For eksempel kan et rederi som bare opererer VLCC skip i spotmarkedet for tankskip fungere som et tilnærmet "tvillingaktivum" til spotprisene på VLCC.

Tvillingaktivumet har en prisprosess gitt ved en geometrisk brownsk bevegelse

$$dS(t) = S(t) * (\mu_s dt + \sigma_s dZ(t)) \quad (21)$$

$$S(t) = S(0) * e^{((\mu_s - \sigma_s^2 * \frac{1}{2})t + \sigma_s Z^*(t))} \quad (22)$$

Her kan μ_s tolkes som forventet avkastning per tidsenhet, mens σ_s er volatiliteten per tidsenhet.

En sikkerhetsekvivalent kontantstrøm er justert for risiko i selve kontantstrømmen slik at nåverdien basert på risikofri rente er lik nåverdien av den virkelige kontantstrømmen diskontert med et risikojustert avkastningskrav. For å unngå arbitrasjemuligheter ved enkle strategier¹⁴, er det nødvendig og tilstrekkelig at det eksisterer et sett av sannsynligheter som medfører at de normaliserte prisprosessene oppfører seg som martingales¹⁵. Hvis E_0^* [] representerer en risikojustert forventning av [] på tidspunkt 0, kan vi formelt uttrykke dette som

$$V_0(S(T)) = E_0^* [e^{(-rT)} S(T)] = S_0 \quad (23)$$

Hvis vi klarer å omformulere prisprosessen til tvillingaktivumet slik at den oppfører seg som om den er basert på martingale sannsynligheter (med andre ord at forventet fremtidig verdi er lik dagens verdi), vil den ha samme verdi som aktivumet (i vårt

¹⁴ En enkel strategi medfører at omsetting av underliggende aktiva kun finner sted på et forhåndsbestemt antall ganger

¹⁵ Se Harrison & Kreps, (1979)

tilfelle shippingrater) vi prøver å justere risikoen for. En slik prisprosess kan oppnås ved hjelp av følgende definisjon¹⁶:

$$Z(t) = Z^*(t) + \lambda t \quad (24)$$

Det vil si at den virkelige brownske prosessen, $Z(t)$, består av en ny brownsk prosess, $Z^*(t)$, og en risikojustering. $Z^*(t)$ har samme karakteristika som $Z(t)$. Blant annet innebærer dette at $Z^*(t)$ har en forventning lik 0. Risikopremien er her representert med λ , og er multiplisert med tiden, t . Ved å sette den nye definisjonen inn i prisprosessen til tvillingaktivumet og kreve at dette skal være lik S , kan vi så finne markedsprisen på risiko, λ :

$$S(t) = S(0)e^{((\mu_s - \frac{1}{2}\sigma_s^2)t + \sigma_s(Z^*(t) - \lambda t))} \quad (25)$$

Vi krever så at $S(T)$ er gitt ved sannsynligheter under martingale forventninger:

$$\begin{aligned} V_0(S(T)) &= E_0^*(e^{(-rT)}S(T)) \\ &= e^{(-rT)}E_0^*(S_0e^{((\mu_s - \sigma_s\lambda - \frac{1}{2}\sigma_s^2)T + \sigma_s Z(T))}) \end{aligned} \quad (26)$$

Av definisjonen av $Z^*(t)$ har vi at $E_0^*(Z^*(t)) = 0$. Videre kan det vises at hvis en variabel $x \sim N(\mu_s, \sigma_s)$ vil $E(\exp(x)) = \exp(\mu_s + \frac{1}{2}\sigma_s^2)$ ¹⁷. Dermed følger det at

$$\begin{aligned} V_0(S(T)) &= e^{(-rT)}E_0^*(S_0e^{((\mu - \mu_s\lambda - \frac{1}{2}\sigma_s^2)T)}) \\ &= e^{(\mu_s - \sigma_s\lambda - r)T}S_0 \end{aligned} \quad (27)$$

¹⁶ Se Ekern & Bjerksund (1991)

¹⁷ Se MacDonald appendiks 18.a

For at kravet om martingale forventning skal være tilfredsstillt, må $\mu_s - \sigma_s \lambda - r$ være lik null, og implikasjonen av dette er at λ må være gitt ved følgende sammenheng:

$$\lambda = (\mu_s - r) / \sigma_s \quad (28)$$

Går vi tilbake til den opprinnelige prisprosessen for tvillingaktivumet og substituerer $Z(t)$ med $Z^*(t)$ og setter inn for λ , får vi

$$S(T) = S(0)e^{((r - \frac{1}{2}\sigma_s^2)T + \sigma_s Z^*)} \quad (29)$$

Det vil si at den opprinnelige prisprosessen kan endres til en sikkerhetsekvivalent kontantstrøm ved å substituere driften med den risikofrie avkastningen. Dette er intuitivt riktig, da markedsprisen per enhet risiko er konstant.

Innsatt i differensiallikningen basert på Ornstein-Uhlenbeck prosessen (likning(8)), gir følgende uttrykk rateutviklingen justert for prisen på risiko:

$$dX(t) = k(\alpha^* - X(t))dt + \sigma Z^*(T) \quad (30)$$

Den langsiktige likevektsraten per tidsenhet er da gitt ved

$$\alpha^* = \alpha - \frac{\sigma \lambda}{k} \quad (31)$$

Den justerte likevektsraten antar en slik verdi at aktørene er indifferent mellom å motta/betale denne og spotraten som varierer rundt α . Da standardavviket og gravitasjonsfaktoren, k , er definert positive, ser vi at en negativ pris på risiko fører til en høyere likevektsrate, mens en positiv pris fører til en lavere likevektsrate enn den risikonøytrale. Vanlige investorpreferanser tilsier at man er villige til å betale for å redusere risikoeksponeringen, det vil si at vi har en positiv pris på risiko og dermed at likevektsraten blir redusert når den er justert for risikoprisen.

Det kan tenkes at det oppstår tilfeller der likevektsraten blir endret for kortere perioder. Intuitivt kan man anta at man i noen perioder (f.eks. i perioden før og rett etter USA gikk til krig mot Irak i 2003) forventer at utviklingen i ratene kan f. eks øke og at investorer derfor ønsker å posisjonere seg i forhold. Dette vil føre til uregelmessighet i forhold til pris på risiko, ved at risikopreferansene endres. Hvis vi antar at den *langsiktige* likevekten forblir uendret, betyr det implisitt at vi får en negativ risikopremie for et kortere tidsintervall.

3.6 Evaluering av betingede krav

På bakgrunn av formlene ovenfor kan vi nå evaluere betingede krav. Fremstillingen baserer seg i hovedsak på Ekern og Bjerksund (1991), og vi gjør følgende antagelser for analysen:

- Risikofri rente forblir konstant gjennom hele perioden
- Markedsprisen per enhet av spredningsrisiko, λ , er konstant
- Antar perfekte markeder uten skatter eller transaksjonskostnader

Likning (9) ga oss et uttrykk for verdien til raten, X , på tidspunkt T . Med utgangspunkt i denne likningen samt den justerte likevektsraten kan vi finne den risikojusterte verdien:

$$X(T) = e^{(-kT)} X(0) + (1 - e^{-kT}) \alpha^* + \sigma e^{-kT} \int_0^T e^{kt} dZ^*(t) \quad (32)$$

Vi har nå justert $X(T)$ for markedspris på risiko og dermed funnet en sikkerhetsekvivalent verdi for $X(T)$. Dette medfører at nåverdien av $X(T)$ kan evalueres basert på diskontering med risikofri rente.

Forventet verdi av $X(T)$, μ^* , og variansen til $X(T)$ med risikojustering blir da henholdsvis

$$\mu^* = e^{(-kT)} X(0) + (1 - e^{(-kT)}) \alpha^* \quad (33)$$

$$(\sigma^*)^2 = \frac{\sigma^2}{2k} (1 - e^{(-2kT)}) \quad (34)$$

Vi har nå nok informasjon til å trekke noen resultater som vi vil ha bruk for når vi senere skal beregne opsjonsverdier:

1. Nåverdien av å motta en kontinuerlig utbetaling på 1 per tidsenhet fra tidspunkt 0 til tidspunkt T, også kalt annuitetsfaktoren, er gitt ved

$$A(T, r) = \int_0^T e^{-rt} dt = \frac{(1 - e^{(-rT)})}{r} \quad (35)$$

2. Nåverdien av å motta en usikker kontantstrøm, $X(T)$ på en framtidig dato T er:

$$V_0(X(T)) = E_0^* [e^{-rT} X(T)] = (X(0) - \alpha^*) e^{-(r+k)T} + e^{-rT} \alpha^* \quad (36)$$

Dette kan bevises ved å bruke definisjonen fra (23) på (10).

3. Nåverdien av en kontinuerlig kontantstrøm fra tid 0 til tid T er gitt ved:

$$V_0\left(\int_0^T X(t) dt\right) = E_0^* \left[\int_0^T e^{-rt} X(t) dt \right] = (X(0) - \alpha^*) A(T, r+k) + \alpha^* A(T, r) \quad (37)$$

Likning (37) kan bevises ved å integrere likning (36) samt ved å benytte annuitetsfaktoren fra resultat 1.

Tolkning av resultat 2 og 3: Det siste leddet på høyre side av ligningen er den neddiskonterte verdien gitt at fraktraten ligger på sitt langsiktige gjennomsnitt, mens det første leddet er en justering som en følge av at raten ved tidspunkt 0 ikke er lik α^* .

4. Den konstante sikkerhetsekvivalente pengestrømmen, TC, kan finnes ved å sette

$$V_0 \left[\int_0^T (TC dt) \right] = V_0 \left[\int_0^T X(t) dt \right] \quad (38)$$

Det vil vi at hvis det er likevekt i markedet for lasteskip, vil nåverdien av en sikker kontantstrøm, TCdt, være lik den tapte nåverdien av den risikjusterte kontantstrømmen fra spotratene, X(t)dt. Vi vil senere komme tilbake til denne sammenhengen, da den kan benyttes til å finne en implisitt markedspris på risiko. Et eksempel på en konstant og (tilnærmet) sikker pengestrøm er en TC-kontrakt fra tidspunkt 0 til T.

Nettoverdi av å operere båten over en bestemt tidsperiode

Fra likning (7) har vi et uttrykk for den kontinuerlige netto inntektsstrømmen fra å operere båten. Ved å risikjustere, benytte oss av definisjonen i likning (23) samt integrere dette uttrykket fra tidspunkt 0 til T, kan vi finne nettoverdien av å operere skipet i denne perioden:

$$V_0 \left(\int_0^T D(t) dt \right) = a V_0 \left(\int_0^T X(t) dt \right) - b V_0 \left(\int_0^T 1 dt \right) \quad (39)$$

Både a og b er definert som konstanter. Fra likning (37) har vi verdien i dag av $V_0 \left[\int_0^T X(t) dt \right]$, og likning (35) gir oss et uttrykk for annuitetsberegningen til en konstant. Innsetting av disse uttrykkene gir oss dermed nettoverdien av å operere skipet fra tidspunkt 0 til T:

$$V_0 \left(\int_0^T D(t) dt \right) = a(X(0) - \alpha^*)A(T, r + k) + (a\alpha^* - b)A(T, r) \quad (40)$$

På bakgrunn av likning (7) kan vi tolke siste del av likning (40) som verdien av å operere skipet fra tidspunkt 0 til T *gitt* raten i dag er ved langsiktig likevekt. Den første delen blir en justering som følge av at raten i dag avviker fra den langsiktige likevekten.

For den videre fremstillingen kan det være hensiktsmessig å forenkle uttrykket i likning (40):

$$V_0(\int_0^T D(t)dt) = a(X(0)A(T, r+k) - B(t)), \quad (41)$$

der B(t) er gitt ved

$$B(t) = a\alpha^* A(T, r+k) - (a\alpha^* - b)A(T, r) \quad (42)$$

Vi kan også benytte de samme prinsippene til å verdsette en forwardkontrakt ved å endre den nedre grensen fra 0 til t i likning (40)¹⁸.

3.6.1 Analytisk løsning for europeisk kjøpsopsjon av et skip/TC-kontrakt

Vi kan nå evaluere verdien av muligheten til å kunne kjøpe et skip til pris C, på tidspunkt t med levetid frem til tidspunkt T.

Ved å holde skipets levetid samt skrapprisen konstant, kan vi definere C som den netto utøvelsesprisen til opsjonen gitt ved

$$C = \text{Strike} - \text{PV}(\text{Skrappris})$$

Med andre ord, vi diskonterer skrapprisen tilbake til utøvelsestidspunkt og trekker dette beløpet fra utøvelsesprisen.

¹⁸ Se appendiks 7.3 for utledning

Helt analogt, kan resonnementet benyttes til å bestemme verdien av å kunne inngå en TC-kontrakt som starter ved tidspunkt t og løper fram til T ved å betale et engangsbeløp, C . Ved tidspunkt t er verdien av denne opsjonen lik:

$$Y(t) = \max\left\{V_t\left(\int_t^T D(s)ds\right) - C, 0\right\} \quad (43)$$

Ved å bruke resultatet fra likning (40) kan vi gjøre følgende omskriving:

$$Y(t) = aA(T-t, r+k) \max\left\{X(t) - \frac{[B(T-t) + C]}{[aA(T-t, r+k)]}, 0\right\} \quad (44)$$

$Y(t)$ kan tolkes som verdien av $aA(T-t, r+k)$ (antallet) opsjoner på $X(t)$ med strike gitt av

$$K = \frac{[B(T-t) + C]}{[aA(T-t, r+k)]} \quad (45)$$

$Y(t)$ forteller oss den endelige verdien ved tidspunkt t , mens vi er interessert i verdien på tidspunkt 0. Det kan vises at denne er gitt ved ligningen¹⁹

$$V_0[X(t) - K] = e^{-rT} [(\mu^* - K)N(d) + \sigma^* n(d)], \quad (46)$$

der μ^* og σ^* er definert av ligning (33)-(34), $N(d)$ er den kumulative normalfordelingen, $n(d)$ representerer en standard normalfordeling og d er gitt ved

$$d = \frac{(\mu^* - K)}{\sigma^*} \quad (47)$$

På bakgrunn av disse to resultatene kan vi nå finne nåverdien av opsjonen $Y(t)$:

¹⁹ Se Ekern og Bjærksund (1991) sitt appendiks for fullstendig utledning

$$V_0(Y(t)) = aA(T - t, r + k)e^{-rT} [(\mu^* - K)N(d) + \sigma^* n(d)] \quad (48)$$

Vi har nå en enkel formel for prising av europeiske kjøpsopsjoner på så vel skip som TC-kontrakter.

3.6.2 Metode for opsjonsprising basert på et binomisk tre

Vi vil i dette avsnittet presentere en prisingsmetode med utgangspunkt i binomiske trær. En slik fremgangsmåte kan være fornuftig og hensiktsmessig av flere grunner. Treet gir oss en intuitiv modell for utviklingen i verdien av den underliggende variabelen og dermed også opsjonen tilknyttet denne. I tillegg muliggjør denne metoden beregning av amerikanske, eksotiske og andre ikke-standardiserte opsjoner. Realopsjoner har gjerne unike karakteristika som må hensyntas i verdiberegningen, og dette kan i større grad modelleres inn i en binomisk modell enn i en analytisk formel.

Nelson og Ramaswamy (1990) viste at en passende binomisk modell konvergerer mot en rekke vanlige benyttede fordelinger, deriblant Ornstein-Uhlenbeck prosessen. En binomisk modell er formet slik at en variabel vil utvikle seg enten opp eller ned en fast størrelse innenfor en bestemt tidsperiode. Desto kortere tidsintervaller vi benytter, jo mer nøyaktig blir modellen. Dette skyldes at variabelen vil få flere mulige utfall som sannsynlighetene fordeles utover. Sannsynligheten for hvert utfall er gitt ved den binomiske distribusjonen, der de ekstreme utfallene på toppen og bunnen av treet er minst sannsynlige.

Verdien ved tidspunkt $t + \Delta t$ defineres på følgende måte²⁰:

$$R(t + \Delta t) = \begin{cases} R_+(t) = R(t) + \sigma \sqrt{\Delta t} \\ R_-(t) = R(t) - \sigma \sqrt{\Delta t} \end{cases} \quad (49)$$

²⁰ Nelson and Ramaswamy (1990), ligning 2.22 og 2.23

Med tilhørende sannsynligheter gitt ved²¹

$$\Pr(R + (t)) = \begin{cases} 0,5 + \frac{\Delta t^2 k(\alpha - R(t))}{2\sigma} & \text{hvis } 0 \leq 0,5 + \frac{\Delta t^2 k(\alpha - R(t))}{2\sigma} \\ 0 & \text{hvis } 0,5 + \frac{\Delta t^2 k(\alpha - R(t))}{2\sigma} < 0 \\ 1 & \text{hvis } 1 \leq 0,5 + \frac{\Delta t^2 k(\alpha - R(t))}{2\sigma} \end{cases}$$

Her tar modellen utgangspunkt i at kapitalavkastningen er lik risikofri rente. I en verden der investorene har andre risikopreferanser må vi justere for dette, f.eks. ved å justere likevektsraten, α , og standardavviket, σ , for risikoprisen. Vi viste i likning (31) og (34) hvordan dette kan gjøres:

$$\alpha^* = \alpha - \frac{\sigma\lambda}{k} \quad (31)$$

$$(\sigma^*)^2 = \frac{\sigma^2}{2k} (1 - e^{(-2kT)}) \quad (34)$$

Ved å substituere disse to verdiene i den skisserte modellen over får vi et risikojustert opsjonstre som kan diskonteres ved hjelp av risikofri rente. Vi vil komme tilbake til hvordan vi praktisk gjennomfører beregningene i del 5 av oppgave.

Det finnes andre dynamiske simuleringmetoder enn den binomiske som har blitt presentert i denne utledningen. Blant annet kan man ved hjelp av Monte Carlo simulering simulere de fleste opsjonsproblemer. I appendiks 7.4 utleder vi en metode med formler som kan benyttes i en regnearkmodell i for eksempel Excel.

²¹ Nelson and Ramaswamy(1990), ligning 2.24

3.7 Fastsettelse av markedsprisen på risiko

Den generelle prisen på risiko kan finnes basert på grunnleggende finansteori, forventet avkastning til et tvillingaktivum og dets standardavvik (se likning (28)). I vårt tilfelle skal vi vurdere spesifikke shippingprosjekter som avhenger av den underliggende fraktraten. Vi kan beregne prisen på risiko gitt at vi finner et tvillingaktivum. Alternativt kan vi estimere prisen på risiko ved å bruke en implisitt metode som vil bli presentert i de følgende avsnittene.

Hvis vi antar at det eksisterer et perfekt marked for fraktrater, vil verdien av en TC-kontrakt være lik verdien av å operere i spotmarkedet. Markedsprisen kan da finnes implisitt ved å løse likning (38)

$$V_0 \left[\int_0^T X(t) dt \right] = V_0 \left[\int_0^T TC(t) dt \right] \quad (38)$$

der $X(t)$ er en TC-ekvivalent, mens $TC(t)$ er den rene TC-raten.

Vi har tidligere (likning 17) funnet et uttrykk for å operere i spotmarkedet, og på bakgrunn av dette kan vi løse for λ :

$$(X(0) - \alpha^*)A(T, r+k) + \alpha^* A(T, r) = V_0 \left[\int_0^T TC(t) dt \right] \quad (50)$$

Omskriving gir oss

$$\alpha^* = \left\{ X(0)A(T, r+k) - V_0 \left[\int_0^T TC(t) dt \right] \right\} / [A(T, r+k) - A(T, r)] \quad (51)$$

og ved å bruke resultatet fra likning (31) blir markedsprisen på risiko gitt ved

$$\lambda = \frac{k}{\sigma} \left[\left(V_0 \left[\int_0^T TC(t) dt \right] - X(0)A(T, r+k) \right) / [A(T, r+k) - A(T, r)] \right] \quad (52)$$

Dette er et resultat som kan benyttes praktisk ved å sammenligne observerte TC-rater og spotrater. Vi kommer tilbake til dette i del 5 der vi estimerer prisen på risiko.

4. Empirisk analyse av modellenes validitet

I denne delen av oppgaven vil vi bruke historiske data for å vurdere validiteten til de ulike modellene som har blitt presentert i teoriutredningen. Hovedfokus vil være rundt en vurdering av en modell basert på en geometrisk brownsk prosess versus en mean-reverting prosess. Tidligere analyser har vist at en mean-reverting prosess er statistisk signifikant, mens den rene brownske prosessen ikke er det²². Vi ønsker å verifisere at dette også er tilfelle for vårt tallmateriale.

4.1 Fraktrater

Før vi kan gjennomføre analysene vil vi først redegjøre for noen av utfordringene ved å benytte seg av historiske data, samt definere hvilke type rater vi velger som utgangspunkt for videre beregninger i oppgaven.

4.1.1 Utfordringer ved bruk av historiske fraktrater til estimering

Flere av parameterne definert i den lognormale modellen og mean-reverting modellen kan ikke observeres eksplisitt. Dette gjelder spesielt det langsiktige gjennomsnittet α , gravitasjonsfaktoren k , en eventuell drift og standardavvikene til de ulike prosessene. Estimerer basert på historiske data vil ofte være den beste tilnærmingen. Vi har i den praktiske delen av oppgaven tatt nettopp utgangspunkt i historiske data, og vil redegjøre for noen av utfordringene knyttet til dette.

Da shippingrater ikke handles på vanlige børser som er tilgjengelige for allmennheten, har vi fått tilgang til historiske rater gjennom ulike shippingmeglere og rederier. Vi har basert oss på månedlige gjennomsnitt av daglige spotrater for hver måned for de siste 15 årene, da dette var det mest komplette tallmaterialet vi fikk tak

²² Se Alf Andersen 1992 og Per Lorange 1998

i. Dette innebærer at spotratene er oppgitt som et månedlig gjennomsnitt per dag, mens volatiliteten basert på tallmaterialet er oppgitt per måned.

Dette medfører at vi ønsker å gjøre visse forenklinger for å kunne benytte den binomiske modellen. Vi forutsetter derfor at endringene i rater som følge av både gravitasjonseffekten og wienerprosessen virker hver måned, og at spotprisene ikke endrer seg per dag i periodene mellom innslaget.

Det hadde vært ønskelig å basere analysene våre på daglige noteringer av spotratene. Spesielt vil binomiske modeller gi en bedre tilnærming med kortere tidsintervaller. Vår spesifikke modell viser også at med en sannsynlighetsfordeling basert på vårt tallmateriale og mean-reverting modellen vil bare et mindretall utfall få en positiv sannsynlighet for å inntreffe. Det hadde derfor vært en fordel om endringene i spotrater kunne vært simulert per uke eller dag.

En annen problemstilling er knyttet til hvor lang tidshorisont for de historiske ratene man bør bruke som utgangspunkt for estimatene. Det vil ofte være en fordel med en lengst mulig tidshorisont og dermed et størst mulig tallmateriale. Samtidig kan det være faktorer som gjør at dette ikke er tilfellet. Ratene kan antas å korrelere med konjunktursyklusen, og i tillegg kan strukturelle endringer føre til permanente skift i etterspørselen og ratenes atferd.

I modellene utledet i den teoretiske delen, har vi til dels implisitt tatt høyde for at ratene avhenger av konjunktursyklusen (i den grad ratene samvarierer med syklusen). Det er heller ikke åpnet opp for eksogene sjokk som fører til permanente skift i spotprisene, og vi har heller ingen sikre indikasjoner på at det faktisk har skjedd slike eksogene sjokk i løpet av denne tidsperioden. Derfor har vi valgt å bruke et størst mulig tallmateriale. Dette gir likevel ca 180 observasjoner av raten, som er et brukbart grunnlag til å estimere parameterne med.

4.1.2 Bruk av rater:

Som nevnt i del 2.2 avhenger rederienes inntekter hovedsakelig av fraktratene, hvilken type kontrakt rederiet har på skipet samt inntjeningsgraden rederiet klarer å oppnå. Det ble i 2.2 også definert ulike typer rater som skulle dekke bestemte kostnader.

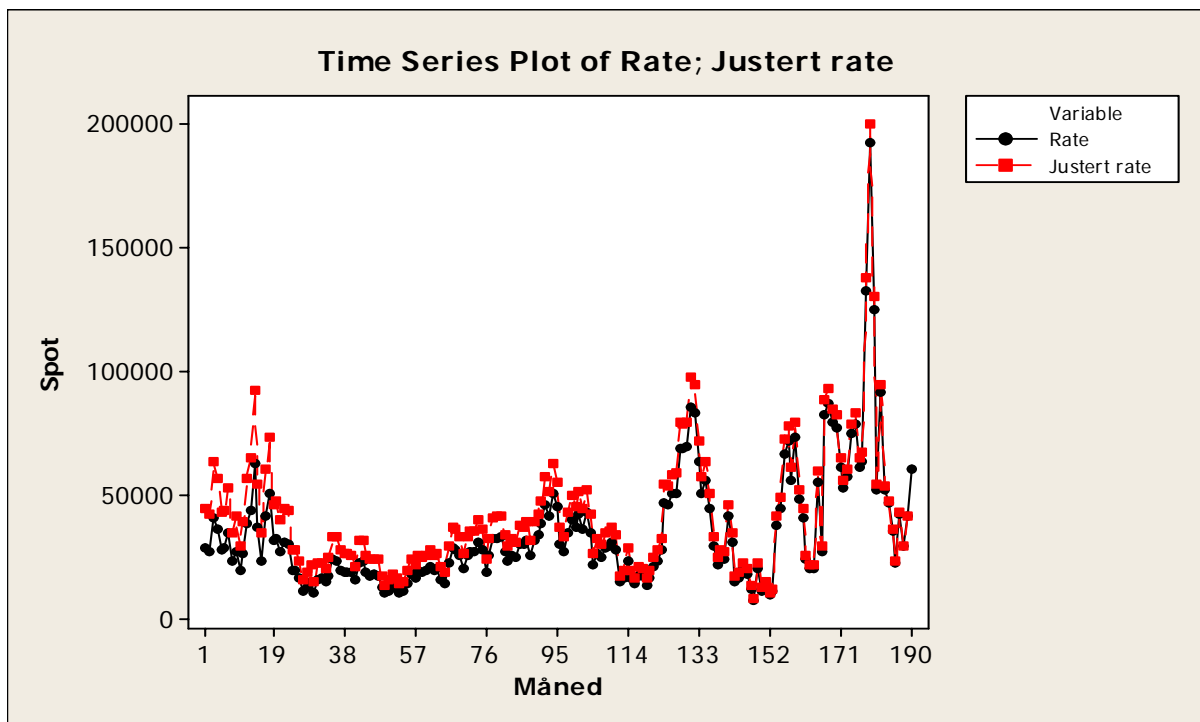
Den praktiske delen av oppgaven vil benytte TC-ekvivalente rater. Dette skyldes at vi antar at kostnadselementene er konstante. I tillegg er TC-ekvivalente rater velkjente for aktørene i bransjen. Vi har med andre ord ikke tatt høyde for mulig korrelasjon mellom transportkostnadene og ratene, men ser på dette som usystematisk risiko. Dette er en brukbart realistisk antagelse i følge meglere i bransjen.

TC-ekvivalente spotrater justert for inflasjon

Dataene våre er TC-ekvivalente spotrater, det vil si justert for transportkostnader men ikke for en forventning om inntjeningsgrad (det vil si hvor mange dager i måneden skipet får betalt).

Det kan være verdt å merke seg at siden vi benytter oss av TC-ekvivalente rater vil transportkostnader implisitt også være en del av regresjonen.

Vi har også valgt å justere for inflasjon. Motivasjonen bak dette er at mean-reverting modellen baserer seg på en fast langsiktig likevekt. I nominelle verdier vil en slik likevekt øke kontinuerlig med inflasjonen, noe modellen vår ikke kan ta høyde for. Vi unngår dette problemet ved kun å benytte reelle verdier. Siden ratene over hele verden er oppgitt i USD, inflasjonsjusterer vi med utgangspunkt i CPI i USA. Vi indekserer tilbake til 1990, med oktober 2005 som basedato. I grafen under har vi vist både den rene spotraten og spotraten justert for inflasjon. I våre data har vi hatt en nesten eksplosiv økning i spotratene siden 2004. Dette kan være med på å gjøre forklaringsgraden noe mindre.



Figur 4.1: Vi ser av tabellen at vi får en noe jevnere utvikling av raten ved å justere for CPI.

4.2 Validering av stokastiske prosesser

Vi ønsker å undersøke hvorvidt de to foreslåtte modellene (geometrisk brownsk prosess og mean reverting prosess) er empirisk signifikante, samt hvilken av de to som gir best treffsikkerhet. Dette kan f.eks. gjøres ved å gjøre en regresjonsanalyse for hver av modellene. Regresjon baserer seg på en lineær sammenheng, men vi kan med små grep omforme våre to modeller til en ekvivalent lineær modell.

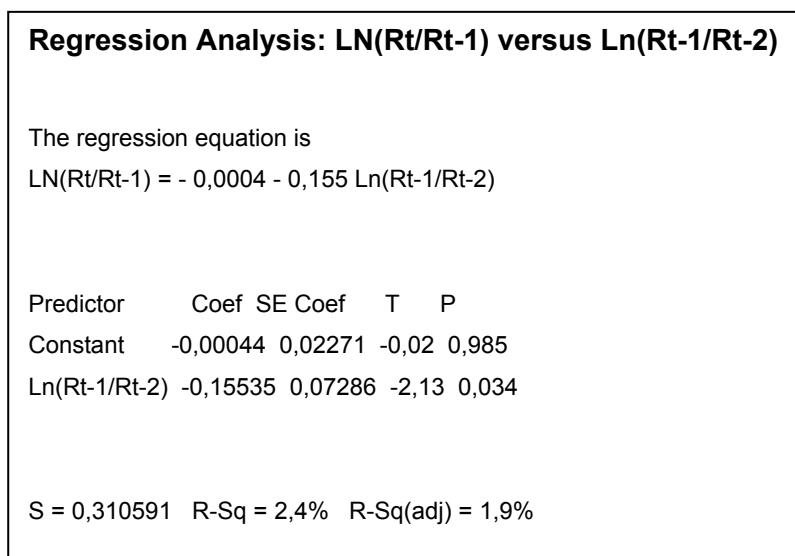
4.2.1 Validering av lognormal prosess

Den lognormale modellen krever at raten ved tidspunkt t ikke kan avhenge av den historiske utviklingen. Ved å bruke regneregler for den naturlige logaritmen, kan vi basert på den lognormale prosessen definere følgende sammenheng mellom raten i periode t og de to foregående periodene:

$$\ln(R_t/R_{t-1}) = \beta_0 + \beta_1 \ln(R_{t-1}/R_{t-2}) + e_t$$

Hvis ratene følger den skisserte modellen, må konstanten β_1 være lik null. Vi ønsker altså å teste nullhypotesen $\beta_1=0$ mot $\beta_1 \neq 0$. Hvis vi må forkaste nullhypotesen betyr det at vi også må forkaste hypotesen om en geometrisk brownsk bevegelse fordi avkastningen i en periode er korrelert med avkastningen i foregående periode.

Vi foretok dermed en regresjon med 0,05 signifikansnivå der $\ln(R_t/R_{t-1})$ er avhengig og $\ln(R_{t-1}/R_{t-2})$ er uavhengig, og resultatet ble som følger:



Figur 4.2: Regresjonsanalysen viser at den lognormale modellen ikke er egnet til å forklare utviklingen i fraktratene

Av resultatene ser vi at vi har en forklaringsgrad på bare 2,4 %, hvilket er veldig lavt. Vi ser videre at konstantleddet, β_0 , har en p-verdi på 98,5 %, mens β_1 har en p-verdi på 3,4 %. Dermed er leddet β_1 signifikant ikke lik null, og nullhypotesen faller. Vi forkaster dermed hypotesen om at ratene følger en lognormal modell basert på brownsk bevegelse.

4.2.2 Validering av mean-reverting prosess

Vi har tidligere presentert endringene i fraktraten med følgende formel:

$$dX(t) = k(\alpha - X(t))dt + \sigma dZ(t)$$

Her er forventningsverdien lineær, og ved å se på forventningsverdien samt omskrive venstre side av ligningen over, får vi følgende sammenheng som kan testes med regresjon:

$$R_t - R_{t-1} = \alpha k - kR_{t-1} + e_t$$

Nullhypotesen er her at k er større enn null, samt at konstantleddet αk er signifikant. Med andre ord at spotratene viser tendens til en mean reverting prosess, der spotratene søker mot den markedsklarerende spotraten α .

Resultatet av regresjonen er gitt av tabell 3:

| Regression Analysis: Rt-Rt-1 versus Rt-1 | | | | |
|---|----------|---------|-------|-------|
| The regression equation is | | | | |
| Rt-Rt-1 = 8412 - 0,204 Rt-1 | | | | |
| Predictor | Coef | SE Coef | T | P |
| Constant | 8412 | 2140 | 3,93 | 0,000 |
| Rt-1 | -0,20426 | 0,04440 | -4,60 | 0,000 |
| S = 15162,7 R-Sq = 10,2% R-Sq(adj) = 9,7% | | | | |

Figur 4.3

Av resultatene ser vi at forklaringsgraden er på 10,2 %, hvilket er en klar forbedring i forhold til den geometrisk brownske bevegelsesmodellen. I tillegg er både nullhypotesen og konstantleddet klart signifikant med p-verdier lik 0,00. Til tross for at forklaringsgraden også for denne modellen er lav, er Ornstein-Uhlenbeck signifikant i forhold til vårt historiske tallmateriale, og den beste av våre to alternative modeller. Vi vil derfor ta utgangspunkt i denne prosessen i den resterende delen av oppgaven.

Ut i fra regresjonsanalysen for Ornstein-Uhlenbeck modellen bestemmer vi følgende parameterverdier som vi vil benytte videre i våre studier:

| | |
|--------------------------------|--|
| Gravitasjonseffekten: | $k = 0,204$ (koeffisienten til R_{t-1}) |
| Likevektsnivået til spotraten: | $\alpha = 8412/0,204=41235$ (fordi $\alpha k = 8412$) |
| Standardavviket til spotraten: | $\sigma = 15162,7$ |

Figur 4.4 Verdiene for likevektsnivå og standardavvik er oppgitt som daglige gjennomsnitt per måned

5. Verdivurdering av shippingopsjoner

I denne delen av oppgaven vil vi bruke teorigrunnlaget til å vurdere verdien av en rekke kontraktsfestede opsjoner i shippingprosjekter. For at sammenligningsgrunnlaget skal bli best mulig har vi valgt å konsentrere oss om skipstypen VLCC. Dette har medført at vi har behøvd å tilpasse noen av casene slik at de passer for VLCC.

Vi vil inkludere sensitivitetsanalyser av resultatene vi kommer fram til. Empirien rundt fraktratene viser at til tross for at vår modell er signifikant, har den liten forklaringskraft (10,2 %). Man må derfor forvente at de ulike inndata variablene er usikre. Videre er den resterende informasjonen innhentet fra meglere og rederier, og er i beste fall tilnærmede verdier. Disse usikkerhetskildene gjør det helt nødvendig å foreta grundige sensitivitetsanalyser. Vi har valgt å presentere sensitivitetsanalyse av alle usikre variabler i det innledende caset. For de resterende casene vil bare de mest relevante og utslagsgivende variablene bli presentert.

På bakgrunn av våre empiriske analyser har vi valgt å bruke modellen med mean-reverting prisutvikling, da denne viste seg å ha høyere forklaringsgrad (samt være signifikant for lavere forkastningsnivåer) enn den lognormale modellen.

Vi vil presentere fire ulike case. Disse er valgt fordi det er typiske opsjoner som inkluderes i shippingprosjekter, de spenner over en rekke forskjellige opsjonstyper og fordi de viser rent praktisk hvorfor kunnskap om opsjonsteori kan være fordelaktig for aktørene i bransjen.

5.1 Generelle antakelser:

Før vi presenterer casene, vil vi komme med noen generelle antagelser som vil være gjeldende for alle casene.

5.1.1 Ratespesifikasjoner

Ratespesifikasjonene blir bestemt ut i fra den empiriske testen av mean-reverting modellen. Denne testen baserer seg på månedlige gjennomsnitt av dagsratene, og spesifikasjonene i tabell 4 er månedsverdier for dagsraten.

Ratespesifikasjoner

| Periode | N | α | k | σ | R ² |
|-----------|-----|----------|---------|----------|----------------|
| 1990-2005 | 188 | 41182,81 | 0,20426 | 15162,7 | 10,20 % |

Figur 5.1 viser ratespesifikasjonene for månedlige gjennomsnitt av dagsverdiene. N viser at regresjonen er basert på 188 månedlige observasjoner, og den langsiktige likevekten er gitt ved α . Videre viser tabellen gravitasjonseffekten, k, standardavviket, σ , og forklaringsgraden R².

Altså, vi tar utgangspunkt i et månedlig gjennomsnitt for den langsiktige likevektsraten per dag på \$ 41 182,81, en gravitasjonskraft på 0,20426 per måned og et månedlig standardavvik for gjennomsnittlig rate per dag på \$ 15 162,7.

5.1.2 Tidsbenevning

Vi har valgt å bruke måned som tidsbenevning. Dette skyldes at vi har tatt utgangspunkt i et datamateriale med månedlige endringer. Gravitasjonskraften, k, er allerede per måned. Likevektsraten α og standardavviket σ må derimot justeres. Med en nødvendig antagelse om at ratene bare endrer seg en gang per måned, kan vi multiplisere med årlig gjennomsnittlig antall dager per måned²³ (30,42) for å finne månedsverdiene. Dette gir oss følgende månedsverdier for ratene:

| α | k | σ |
|------------|---------|-----------|
| 1252784,12 | 0,20426 | 461249,33 |

Figur 5.2: Viser månedsverdier for den langsiktige likevekten, gravitasjonskraften og standardavviket

5.1.3 Risikojustering

Da opsjonene vi vil vurdere innehar risiko, vil vi risikojustere for dette direkte i kontantstrømmen. Ligning (28) gir oss et uttrykk for hvordan vi kan fastsette

²³ Se appendiks 7.5 for forklaring

markedsprisen på risiko, men dette krever at vi kjenner forventet avkastning og dermed også avkastningskravet. Dette kan vi i beste fall gjøre kvalifiserte gjetninger om.

Alternativt kan vi observere den implisitte markedsprisen på risiko gjennom sammenhengen mellom TC-kontrakter og TC-ekvivalente spotrater. Denne fremgangsmåten ble presentert i kapittel 3.7. Da vi har tilgang til både TC-rater og TC-ekvivalente rater for perioden 1997-2005, har vi valgt å benytte oss av denne metoden.

For en gitt TC-kontrakt, $V_0 \left[\int_0^T TC(t) dt \right]$, kan markedsprisen på risiko per tidsenhet bestemmes ved likning (52):

$$\lambda = \frac{k}{\sigma} * \frac{V_0 \left[\int_0^T TC(t) dt \right] - X(0)A(T, r+k)}{A(T, r+k) - A(T, r)} \quad (52)$$

Hvis TC_t defineres som den ettårige TC-raten i måned t kan verdien av TC-kontrakten beregnes ved hjelp av følgende formel:

$$V_0 \left[\int_0^T TC(t) dt \right] = \int_0^T TC_t * e^{-rt} dt = \frac{-1}{r} TC_t * e^{rT} - \frac{-1}{r} \quad (53)$$

Vi tok deretter og beregnet risikoprisen for hver enkelt måned gjennom hele tidsperioden for tallmaterialet. Med første øyekast virker det som om markedsprisen for risiko de siste par årene har blitt mindre. En hypotese kunne derfor være at markedsprisen har hatt en lineær negativ trend. Hvis vi definerer F som en konstant og t som antall perioder, kunne denne utviklingen vært beskrevet med

$$\lambda_{t+1} = \lambda_0 - Ft \quad (54)$$

Derimot visert regresjonsanalyser av denne nullhypotesen at konstanten F er meget liten av verdi og ikke signifikant på et 5 % konfidensnivå. Som vi tidligere har vært

inne på, er det også nærliggende å anta at en lav/negativ pris på risiko skyldes kortsiktig oppjustering av likevekt. Vi har derfor valgt å benytte oss av et gjennomsnitt for risikopremien i den nevnte perioden, noe som gir oss følgende resultat:

$$\lambda = 0,1155$$

Dette er et estimat som det knytter seg stor usikkerhet til. Som en kontroll av dette estimatet, kan vi gjøre grove antagelser om avkastningskravet til et VLCC skip, og benytte ligning (28) som nevnt innledningsvis i kapittelet:

$$\lambda = (\mu_s - r) / \sigma_s \quad (28)$$

Hvis vi definerer $\mu_s - r$ som meravkastning utover risikofri rente (dvs. markedspremien gitt av kapitalverdimodellen multiplisert med β til bransjen), og kaller denne størrelsen for M , kan vi beregne prisen på risiko etter følgende ligning:

$$\lambda_{\text{årlig}} = M / \sigma_s \quad (55)$$

Hvis vi gjør en liten forenkling og definerer månedlig meravkastning som $M/12$ og månedlig volatilitet som $\sigma_s/12$ får vi månedlig pris på risiko ved

$$\lambda_{\text{månedlig}} = \frac{\frac{M}{12}}{\frac{\sigma_s}{\sqrt{12}}} = \frac{M}{\sigma_s \sqrt{12}} \quad (56)$$

Med en årlig volatilitet på 0,2 og en årlig meravkastning på 5 %, vil månedlig risikopris være gitt ved

$$\lambda_{\text{månedlig}} = \frac{0,05}{0,2 \sqrt{12}} = 0,072$$

Nedenfor følger en matrise over månedlige priser på risiko basert på mulige årlige meravkastninger og volatiliteter.

| $M\sigma$ | 0,2 | 0,3 | 0,4 |
|-----------|-------|-------|-------|
| 0,05 | 0,072 | 0,048 | 0,036 |
| 0,07 | 0,101 | 0,067 | 0,051 |
| 0,09 | 0,130 | 0,087 | 0,065 |

Figur 5.3: Eksempler på månedlige priser på risiko gitt årlige meravkastninger og volatiliteter. Beregningene er basert på ligning (28) og kapitalverdimodellen

Som vi ser av matrisen kan det virke som om estimatet vårt ligger i overkant av hva som er realistisk basert på kapitalverdimodellen. Samtidig ser vi at estimatet ligger innenfor mulighetsområdet basert på realistiske meravkastninger og volatiliteter. Vi velger derfor å bruke vårt opprinnelige estimat på 0,1155 i de resterende beregningene:

Vi bruker markedsprisen på risiko til å justere likevektsraten etter ligning (31):

$$\alpha^* = \alpha - \frac{\sigma\lambda}{k} = 1252784,12 - \frac{461249,33 \times 0,1155}{0,20426} = 991968$$

Vi ser altså at risikojusteringen reduserer verdien av den langsiktige likevekten betydelig.

Da det er lite realistisk å anta at et prosjekt ikke innebærer risiko, har vi valgt å ikke gjennomføre beregninger uten risikojustering. Tidligere studier vist at risikojustering endrer opsjonsverdien betydelig²⁴. De praktiske casene vil derfor alltid benytte seg av risikojusterte kontantstrømmer.

²⁴ Se f.eks. Alf Andersen (1992) eller Per Fridtjof Lorange (1997)

5.1.4 Forventet levetid

Levetiden for de fleste typer skip, inkludert VLCC, vil kunne variere svært mye. Dette kommer blant annet av variasjoner i byggekvalitet, vedlikehold, antall og type dokking. I tillegg vil fraktratene bestemme hvorvidt det fortsatt er lønnsomt å drive skipet. Det er derfor vanskelig å estimere et skips levetid, men moderne VLCC skip estimeres av megler²⁵ til å ha en levetid på ca. 25 år +/- 5 år. Omjustert til måneder innebærer dette at et skip kan ha en levetid på 300 +/- 60 måneder.

5.1.5 Kostnader

Siden vi benytter oss av TC-ekvivalente rater faller bunker, havneavgifter og avgifter til megler inn under denne variabelen, og det er derfor ikke et behov for å estimere disse. Resterende kostnader knyttet til drift, hyre og vedlikehold estimeres fra ulike meglere og redere til å ligge rundt \$ 8000 per dag. Vi benytter oss derfor av denne samleposten i de fleste av casene som vil bli presentert. Omjustert til månedlige verdier vil diverse kostnader utgjøre 243 360.

Ett case illustrerer en opsjon på et skip med variabel levetid, og i dette tilfellet kan det være interessant å skille ut vedlikeholdskostnadene. Fra redere og skipsmeglere har vi fått oppgitt at omtrent 5 % av beløpet ovenfor går direkte til vedlikeholdskostnader og dokking. I caset med fleksibel levetid vil vi skille ut vedlikeholdskostnadene og gjøre egne beregninger av disse.

5.1.6 Skrappris

Skrapppris vil bestemme terminalverdien til skipet. Etter diskusjon med megler har vi valgt å bruke et gjennomsnitt av den reelle skrapprisen for den samme tidsperioden som vi har for de historiske ratene. Dette gir oss en fast skrappris på \$ 232 per tonn. En vanlig VLCC har en lettvekt på 38 000 tonn, noe som gir en total skrapverdi av båten på \$ 8 816 000. Denne verdien er benyttet i alle casene som presenteres senere.

²⁵ Frontline Management, Platou

5.1.7 Inntjeningsandel ("Laden" andel)

Inntjeningsandel er den andelen av året der skipet faktisk tjener inn rater. Ettersom det vil gå bort tid til transport uten last, vedlikehold, etc. så vil ikke skipet kunne ha inntjening 100 % av tiden. Etter diskusjon med megler har vi valgt å sette den til 0,6, dvs. at skipet tjener rater i 60 % av tiden per måned. Dette er hva effektive rederier kan forvente å oppnå.

5.1.8 Rente

Vi har valgt å sette nominell rente til 5 % per år, og holder den konstant gjennom tidshorisonten. Vi mener dette gir et godt bilde av fremtidige renteforventninger i Norge. Som diskutert i del 4, benytter vi oss av reelle tall gjennom hele utredningen. Med Norges Bank sitt inflasjonsmål på 2,5 % som utgangspunkt, gir det oss en real rente på 2,5 %. Med kontinuerlig renteberegning innebærer dette en realrente på 0,2058 % per måned.

5.2 Case 1: Kjøpsopsjon på VLCC med 10 års resterende levetid.

Som et tenkt eksempel antar vi at et rederi ønsker å endre på kapitalstrukturen ved å selge en VLCC med gjenværende levetid på 10 år. Skipet selges til et kommandittselskap (KS), som blir å betrakte som en finansiell investor. Avtalen inkluderer en 60 måneders leieavtale av skipet til rederiet, der rederiet betaler den til en hver tid gjeldende TC-ekvivalente raten justert for inntjeningsandel (0,6) og andre kostnader (\$ 243 360 per måned). Rederiet ønsker muligheten til å kjøpe skipet tilbake om 60 måneder hvis de ønsker, og partene blir enige om en pris på \$ 20 000 000. Vi søker å bestemme hvor stor rabatt rederiet må gi for at handelen skal være rettfærdig for begge parter.

Vi antar at begge selskapene er enige om at den teoretiske verdien er en korrekt markedsverdi, og at de to selskapene priser risikoen i prosjektet likt, slik at rabatten vil bli gitt ved verdien av kjøpsopsjonen.

Tabell 5.4 oppsummerer de viktigste opsjonsparametrene for problemet vårt:

| Opsjonsspesifikasjoner | |
|----------------------------------|---------------|
| Spotrate IB april 2004: | 501875 |
| Inntjeningsandel | 0,60 |
| Resterende levetid skip, mnd (T) | 120,00 |
| Tid til utøvelse, mnd (t) | 60,00 |
| Årlig rente | 0,025 |
| Periodisk rente (r) | 0,002058 |
| Strike/utøvelsespris | 20 000 000,00 |

Tabell 5.4

I en problemstilling som skissert ovenfor, er det åpenbart at skatt vil spille en viktig rolle. Sannsynligvis vil motivasjonen for transaksjonen delvis være motivert av skattehensyn. Videre vil skatt innvirke på netto kontantstrøm og dermed også på verdien av skipet og opsjonene på dette. Da denne utredningen tar sikte på å vise prinsippene bak fleksibilitetsberegninger, samt at skattehensyn til komplisere beregningene betydelig, har vi derfor valgt å se helt bort fra skatt i den videre fremstillingen. Dette er også gjeldene for de resterende casene som blir presentert.

5.2.1 Analytisk løsning for kjøpsopsjonen

Den analytiske framgangsmåten er detaljert beskrevet i teorigrunnlaget, og selve verdiberegningen av en kjøpsopsjon på et skip kan gjøres ved formel gjengitt nedenfor:

$$V_0[Y(t)] = aA(T-t, r+k)e^{-rt} [(\mu^* - K)N(d) + \sigma^* n(d)] \quad (48)$$

Av formelen ser vi at en rekke variabler i må beregnes før vi kan finne opsjonsverdien. Nedenfor følger utregning og forklaring av variablene som inngår i formel 48.

$$a = 0,6$$

Dette er inntjeningsprosenten som tidligere har blitt diskutert, og kan variere mellom ulike skipstyper og rederier. Like fullt kan det virke som om det er konsensus blant flere aktører i bransjen på en verdi rundt 0,6 for VLCC skip

$$\text{Ligning (35): } A(T-t, r+k) = ((1-\text{EXP}(-(r+k)*(T-t)))/(r+k)) = 4,85$$

I vårt tilfelle er gjenværende levetid, T , lik 120 måneder, mulig utøvelsestidspunkt, t , lik 60 måneder, gravitasjonskraften, k , lik 0,2043 og månedlig rente, r , lik 0,00206. Uttrykket følger da av vanlig annuitetsformel. Dette er med andre ord annuiteten for periodene mellom utøvelse til prosjektets slutt med en diskonteringsfaktor lik $(r+k)$

$$\text{Ligning (33): } \mu^* = \text{EXP}(-k*t)*X(0) + (1-\text{EXP}(-k*t))*\alpha^* = 991\ 854$$

μ^* er den sikkerhetsekvivalente forventningsverdien til spotraten på utøvelsestidspunktet. $X(0)$ er spotraten i dag som er 501 875 per måned, mens α^* er den sikkerhetsjusterte likevektsraten på 991 856

$$\text{Ligning (42): } B(T-t) = [a \alpha^* A(T, r+k) - (a\alpha^* - b)A(T, r)] = -16\ 971\ 432$$

Denne faktoren er vanskelig å tolke intuitivt, men benyttes for å gjøre utregningene enklere å holde oversikt over. Uttrykkene for $A(T, r+k)$ og $A(T, r)$ er vanlige annuitetsuttrykk og beregnes etter samme prinsipper som $A(T-t, r+k)$ ovenfor. Konstanten b beskriver kostnadene ved å operere skipet, og er på 243 333 per måned.

$$C = \text{Utøvelsespris} - \text{Skrapverdi} * \exp(-r(T-t)) = 12\ 207\ 941$$

C er utøvelsesprisen justert for den sikre skrapprisen eier vil få når skipet skraper. Siden skrapprisen antas som sikker, er det C som er den reelle

utøvelsesprisen for opsjonen. I denne opsjonen er utøvelsesprisen 20 000 000 og skrapverdien lik 8 816 000.

Ligning (45): $K = (B(T-t)+C)/(A(T-t, r+k)) = -1\,637\,995$

Ovenfor fant vi C som er utøvelsesverdien for opsjonen vi ønsker å beregne. For å gjøre denne beregningen, omskriver vi det opprinnelige opsjonsproblemet til et uttrykk som kan tolkes som en annen opsjon. K tolkes som utøvelsesverdien i denne opsjonsformelen (formel 28) gitt i teorigrunnlaget.

Ligning (34): $\sigma^* = \text{sqrt}(\sigma^2(1-\exp(2*k*t))/(2*k)) = 721\,575$

Som følge av at vi risikojusterer i kontanstrømmen og ikke i avkastningskravet, må også standardavviket justeres i henhold til tidspunkt for utøvelses, t, som er 60 måneder.

Ligning (47): $d = (\mu^*-K)/(\sigma^*) = 3,64$

d forteller oss antall standardavvik forventningsverdien er fra utøvelsesprisen gitt ved K.

$N(d) = 0,9999$

Dette er standard normalfordel kumulativ sannsynlighet for at et utfall skal være mindre enn d standardavvik fra forventningsverdien.

$n(d) = 0,00052$

der n(d) er funnet ved formelen for standard normal tetthet

Vi har nå gjort alle nødvendige mellomberegninger, og kan finne opsjonsverdien ved å plote disse inn i likning (48):

$$\begin{aligned} \text{Call} &= 0,6*4,85*\exp(-0,00206*60)*((991\,854 - -1637\,995)*0,9999+ 721\,575*0,00052) \\ &= 6\,763\,376 \end{aligned}$$

Grunnet avrundinger avviker verdien ovenfor noe fra regnearkberegningen på 6 759 712.

5.2.2 Binomisk løsning for kjøpsopsjonen

Til tross for at vi har funnet en teoretisk "korrekt" løsning på caset, vil vi også presentere en binomisk tilnærming. Dette skyldes at vi ønsker å bygge en regnearkmodell som senere kan benyttes på problemstillinger som ikke kan løses med den analytiske formelen. Ved å løse case 1 også binomisk, får vi testet ut hvorvidt den gir en god tilnærming til den teoretisk "korrekte" løsningen.

Den binomiske løsningen baserer seg på formler som er beskrevet i avsnitt 3.7.2. Spotratene endrer seg med faktoren $\pm \sigma\sqrt{t}$ per periode, og de tilhørende sannsynlighetene bestemmes av Ornstein-Uhlenbeck prosessen. I vårt tilfelle er spotraten i utgangspunktet 501 875 og standardavviket 461 198 per måned. Siden måned er tidsenhet, blir \sqrt{t} lik 1 slik at endringen per måned tilsvare \pm standardavviket. På neste side følger det binomiske treet for de første 6 månedene. For hver node følger sannsynligheten for opp- eller nedgang i henholdsvis raden ovenfor eller nedenfor i neste kolonne. Spotraten for neste periode følger så i raden ovenfor eller nedenfor sannsynlighetene.

For første periode følger sannsynligheten for oppgang av avsnitt 3.6.2, og gir oss

$$\Pr(R^+(1)) = 0,5 + \frac{\Delta t^2 k(\alpha^* - R(t))}{2\sigma} = 0,5 + \frac{1^2 \times 0,2043 \times (991856 - 501875)}{2 \times 461199} = 0,608504,$$

Det følger da at

$$\Pr(R^-(1)) = 1 - \Pr(R^+(1)) = 1 - 0,608504 = 0,391496$$

De tilhørende ratene for måned 1 blir da gitt ved ligning (49):

$$R(t + \Delta t) = \begin{cases} R_{+(t)}=R(t)+\sigma\sqrt{\Delta t}=501875+461199=963074 \\ R_{-(t)}=R(t)-\sigma\sqrt{\Delta t}=501875-461199=40676 \end{cases}$$

Beregningene for sannsynlighetene og ratene i de følgende månedene følger helt analogt til eksempelet for måned 1, og gir oss følgende binomiske tre for de første 6 månedene:

| | | | | | | | | | | |
|--------|--|--|--|--|--|--|--|--|-----------|-----------|
| | | | | | | | | | 3269068 | |
| | | | | | | | | | 0,097854 | |
| | | | | | | | | | 2807869 | |
| | | | | | | | | | 0,199984 | 0,902146 |
| | | | | | | | | | 2346670 | 2346670 |
| | | | | | | | | | 0,302114 | 0,302114 |
| | | | | | | | | | 1885471 | 1885471 |
| | | | | | | | | | 0,404244 | 0,697886 |
| | | | | | | | | | 1424273 | 1424273 |
| | | | | | | | | | 0,506374 | 0,506374 |
| | | | | | | | | | 0,595756 | 0,595756 |
| | | | | | | | | | 963073,8 | 963073,8 |
| | | | | | | | | | 0,608504 | 0,608504 |
| | | | | | | | | | 0,493626 | 0,493626 |
| | | | | | | | | | 501875 | 501875 |
| 501875 | | | | | | | | | 0,710634 | 0,710634 |
| | | | | | | | | | 0,391496 | 0,391496 |
| | | | | | | | | | 0,710634 | 0,710634 |
| | | | | | | | | | 40676,21 | 40676,21 |
| | | | | | | | | | 0,289366 | 0,289366 |
| | | | | | | | | | 0,812764 | 0,812764 |
| | | | | | | | | | -420522,6 | -420522,6 |
| | | | | | | | | | 0,187236 | 0,187236 |
| | | | | | | | | | 0,914894 | 0,914894 |
| | | | | | | | | | -881721,4 | -881721,4 |
| | | | | | | | | | 0,085106 | 1 |
| | | | | | | | | | -1342920 | -1342920 |
| | | | | | | | | | | 1 |
| | | | | | | | | | -1804119 | |
| | | | | | | | | | | 0 |
| | | | | | | | | | | -2265318 |

Figur 5.5

Som vi ser fra det binomiske treet endrer raten seg raskt, og allerede etter seks måneder er sannsynlighetene for de mest ekstreme utfallene veldig små.

Ratene justeres så for forventet inntjeningsandel (0,6) før vi trekker fra kostnader (\$ 243 360) for å få netto månedlig kontantstrøm. Dette gjøres gjennom hele treet, slik at hver node beskriver en netto kontantstrøm.

I siste kolonne i det binomiske treet legges skrapprisen til som et positivt bidrag til kontantstrømmen, siden eier vil motta denne når skipet skraperes.

Den månedlige netto kontantstrømmen blir så akkumulert bakover. Ved hjelp av diskonteringsraten og sannsynlighetene for oppgang/ nedgang gitt noden, legger vi til verdien av kontantstrømmen i de resterende periodene til den spesifikke noden. Denne prosessen pågår helt til vi kommer til kolonnen assosiert med måneden opsjon kan utøves i. Hvis S står for forventet verdi av fremtidig kontantstrøm og K er utøvelsesprisen, gjøres det en beregning av typen

$$\text{Maks}(S-K, 0)$$

Resultatet av disse beregningene i hver enkelt node blir så diskontert tilbake til tidspunkt 0 ved hjelp av diskonteringsraten og sannsynlighetene assosiert med de spesifikke nodene i treet.

Med denne metoden får kjøpsopsjonen en verdi på 7 050 528. Avviket i forhold til den analytiske løsningen blir da på ca 4,3 %, noe som etter vår mening er rimelig akseptabelt. Vi kan også forvente at tilnærmingen hadde blitt bedre hvis tidsenheten for det binomiske treet hadde vært satt til en uke eller helst en dag.

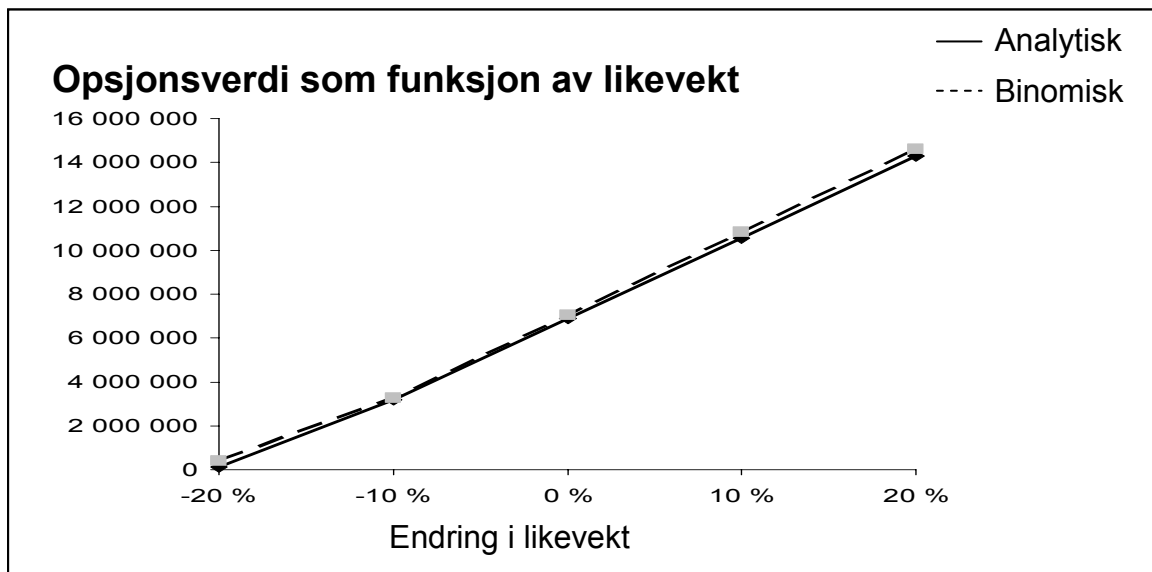
5.2.4 Sensitivitetsanalyse av Case 1:

I case 1 har vi valgt å gjøre sensitivitetsanalyser av både den binomiske og den analytiske modellen. Dette for å sammenligne svarene og for å teste ut validiteten til den binomiske approksimasjonsmetoden.

For de fleste variablene vi har analysert, har vi valgt å presentere endring i opsjonsverdi som et resultat av opptil +/- 20 % endring i variabel.

Langsiktig likevekt:

Vi har tatt utgangspunkt i en langsiktig likevekt α per måned på 1 252 644 dollar. Analysen nedenfor illustrer opsjonsverdien som en funksjon av den prosentvise endringen i likevekt:



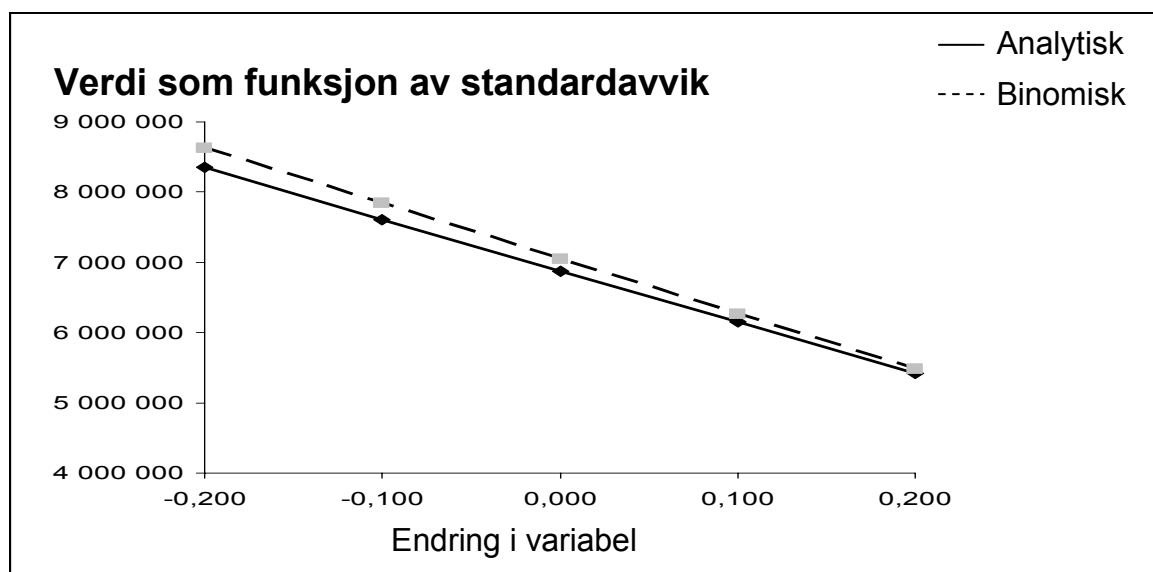
Figur 5.6

Når likevektsraten øker, øker også verdien av kjøpsopsjonen. Dette kan forklares ved at en økning i likevektsraten fører til en økning i forventet fremtidig kontantstrøm, som igjen øker skipets forventede verdi. Dette resulterer i at kjøpsopsjonen blir mer verdt.

Det er verdt å merke seg at vi har en sterkt elastisk sammenheng mellom likevektsrate og kjøpsopsjon. En økning i likevektsraten med 20 % øker opsjonsverdien fra ca 7 000 000 til over 14 000 000 (over 100 % økning). Dette forklares intuitivt ved at inntektene fra raten er den største enkeltkomponenten i kontantstrømmen, og med en høy likevektsrate kombinert med en sterk gravitasjonskraft, vil ratene i stor grad svinge rundt denne raten. Dermed vil en endring av likevektsraten gi et betydelig utslag for opsjonsverdien.

Tilslutt ser vi at den analytiske og binomiske beregningen av opsjonens verdi som funksjon av likevekt er konsistente når vi varierer likevekten.

Standardavvik:



Figur 5.7

Standardavviket påvirker opsjonsverdien negativt. En prosentvis økning i standardavviket reduserer opsjonsverdien med en noe større prosentandel både for den analytiske så vel som binomiske modellen. Opsjonsverdien er altså elastisk med hensyn på standardavviket.

Det kan være verdt å dvele litt ved analysen av standardavviket. Generell opsjonsteori tilsier at en økning i volatiliteten til det underliggende aktivum medfører en økning i opsjonen skrevet på aktivumet. Analysen viser derimot at i dette tilfellet vil økt standardavvik redusere opsjonsverdien. Dette kan forklares ved at en endring i standardavviket påvirker opsjonsverdien gjennom flere kanaler. I tillegg til den generelle virkningen beskrevet over, bidrar standardavviket også til å redusere den langsiktige likevekten. Ligning (31) beskriver denne prosessen:

$$\alpha^* = \alpha - \frac{\sigma\lambda}{k} \quad (31)$$

Fra våre empiriske tester har vi positive verdier for både λ og k . Dermed vil en økning i standardavviket redusere den justerte likevekten med endringen i σ multiplisert med en faktor på:

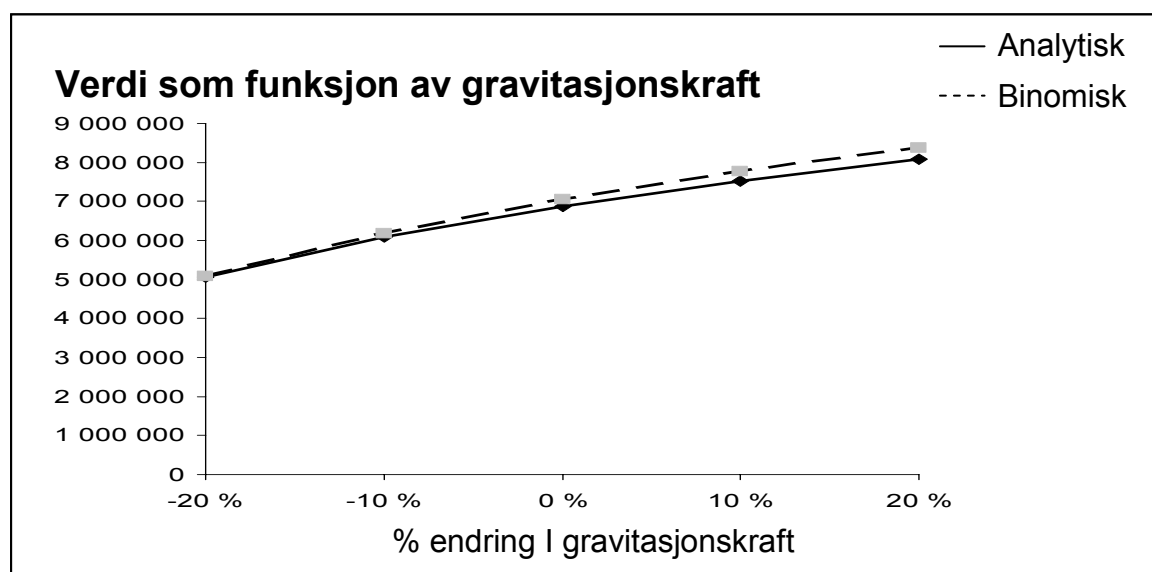
$$\frac{\lambda}{k} (=0,1155/0,2043=0,5655).$$

Effekten av redusert justert likevekt er betydelig større enn effekten fra økt usikkerhet i underliggende aktivum. Dermed faller opsjonsverdien som følge av en økning i standardavvik.

Hvis vi velger å holde den justerte likevekten konstant til tross for at standardavviket endrer seg, påvirker standardavviket opsjonsverdien bare gjennom økt volatilitet i underliggende. Resultatet blir da at standardavviket bidrar positivt til kjøpsopsjonens verdi.

Gravitasjonskraft:

Vi tar utgangspunkt i en gravitasjonskraft på 0,204 per måned. Nedenfor illustreres opsjonsverdien som en funksjon av gravitasjonskraften:



Figur 5.8

Grafen viser at en økning i gravitasjonseffekten også øker kjøpsopsjonens verdi. Intuitivt burde en høyere gravitasjonseffekt føre til mindre usikkerhet rundt fremtidig inntjening fordi stokastiske utslag raskt blir korrigert. Dette burde igjen redusere opsjonsverdien, hvilket ikke er tilfelle her.

Dette skyldes at gravitasjonskraften, k , påvirker opsjonsverdien også gjennom flere andre kanaler:

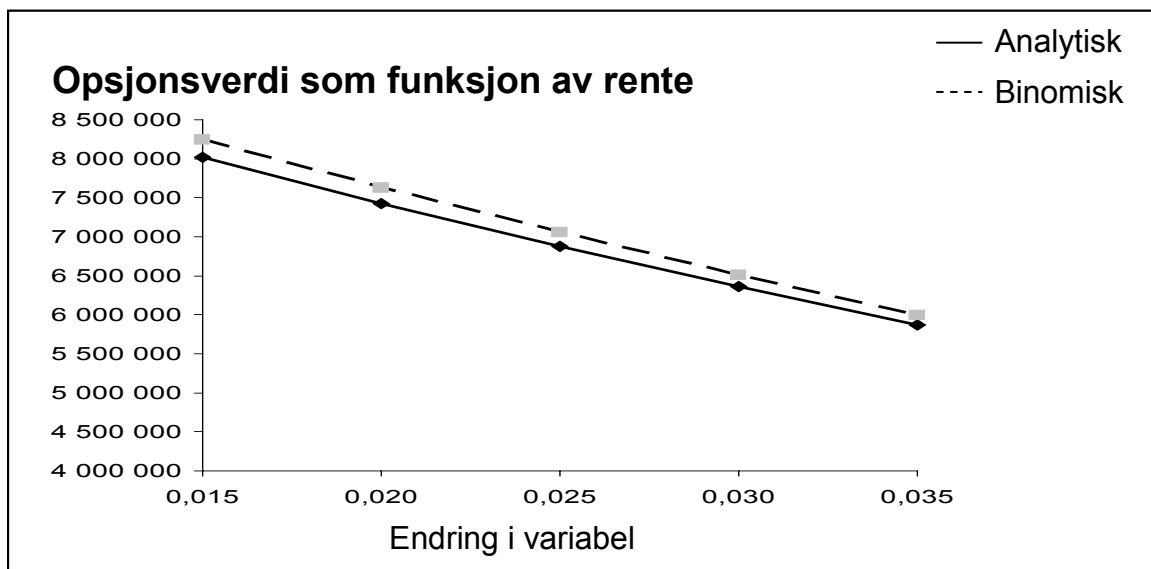
For det første bestemmer k halveringstiden til avviket mellom dagens spotrate, S^0 , og den langsiktige likevektsraten. I vårt tilfelle er spotraten på tidspunkt 0 betydelig under likevektsraten. En sterkere gravitasjonskraft fører dermed til at raten vil stige raskere, noe som øker verdien av skipet.

Videre påvirker k også den justerte likevektsraten, jmfør likning (31). Økt gravitasjonskraft øker også den justerte likeveksten. Som tidligere diskutert, er opsjonsverdien meget følsom overfor endringer i langsiktig likevekt.

Det viser seg at i dette tilfellet er effekten fra de to sistnevnte kanalene, det vil si økt justert likevekt og redusert halveringstid til spotraten når likevekt, større enn fra lavere usikkerhet rundt ratens verdi. Dermed bidrar økt gravitasjonskraft også til økt opsjonsverdi.

Risikofri rente:

Vi har her valgt å illustrere rentesensitiviteten som prosent per år. Grunnen til dette er at rente er en kjent størrelse som vi vanligvis forholder oss til per år. Til de faktiske utregningene benyttes den tilhørende månedelige renten basert på kontinuerlig rente. Som i resten av oppgaven, ser vi på realrente. I figuren nedenfor er resultatene av både en analytisk og binomisk sensitivitetsanalyse illustrert:

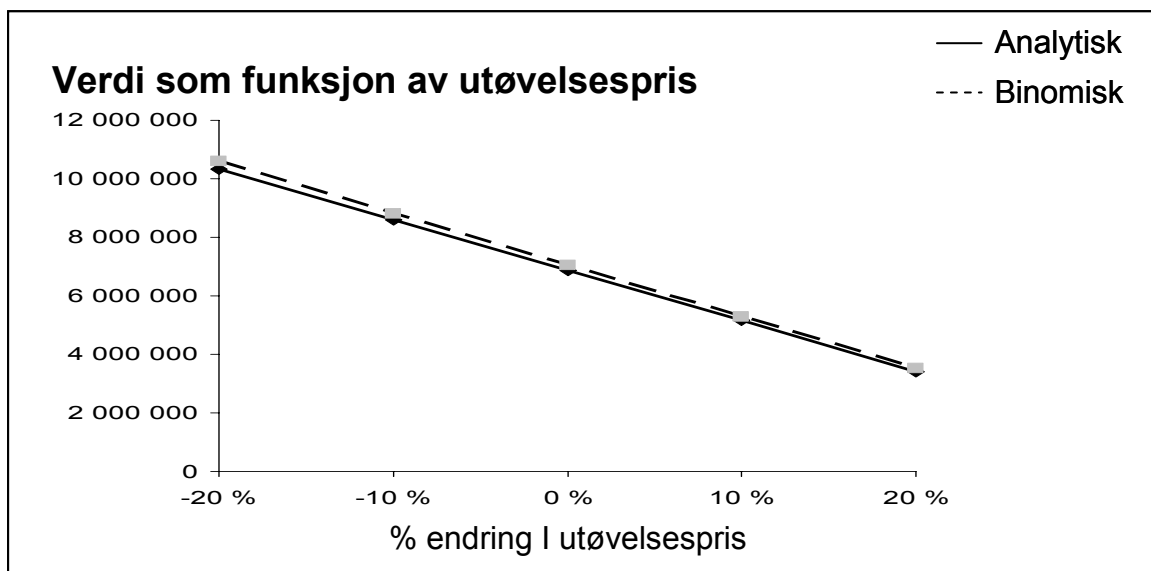


Figur 5.9

Som det kommer frem av illustrasjonen, vil økt realrente redusere verdien av kjøpsopsjonen. Dette er i tråd med våre forventninger, siden renten reduserer verdien av fremtidige kontantstrømmer. Dette vil igjen føre til at verdien av skipet reduseres, og dermed vil verdien av kjøpsopsjonen også minke. Selv meget små renteendringer gir betydelige utslag i opsjonsverdien. Øker realrenten fra 2,5% til 3,5 % p.a., reduseres opsjonsverdien med omtrent 1 000 000, eller ca. 15 % av opprinnelig verdi. Med tanke på prosjektets varighet må man forvente at realrenten svinger noe i løpet av prosjektets løpetid, og renten er dermed en viktig usikkerhetsskilde i beregningen.

Utøvelsespris/strike:

Utøvelsesprisen er i caset er i utgangspunktet satt til 20 millioner dollar. Nedenfor illustreres opsjonsverdien som en funksjon av utøvelsesprisen:



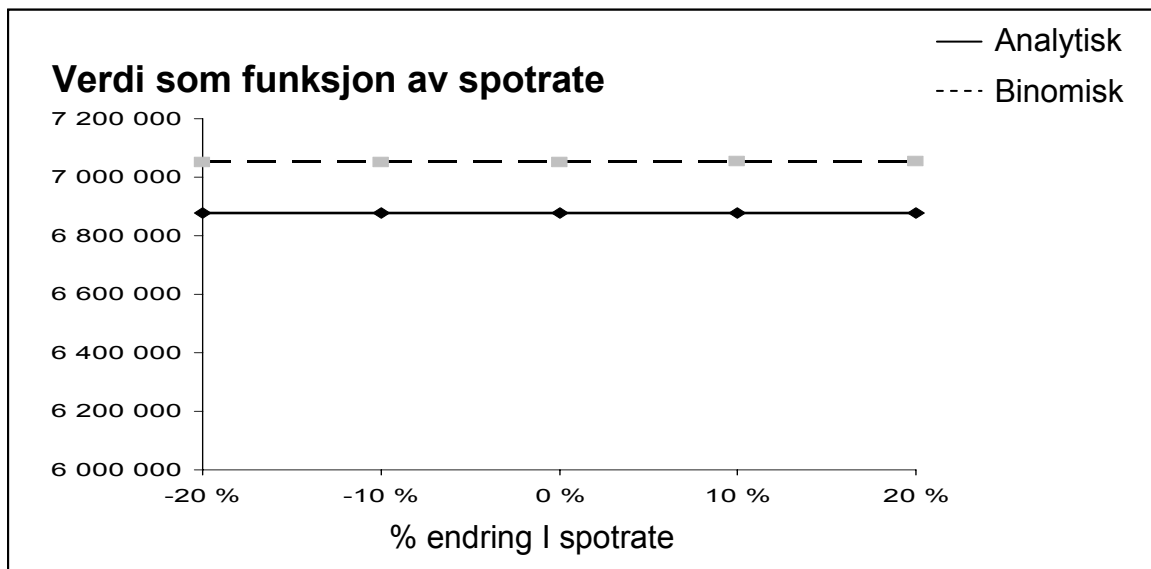
Figur 5.10

Utøvelsesprisen påvirker verdien av en kjøpsopsjon gjennom at innehaver må betale mer for å utøve opsjonen. En økning medfører dermed at opsjonen blir mindre verdt, og analogt vil en reduksjon av utøvelsesprisen øke kjøpsopsjonens verdi. Vi ser at dette også er tilfellet i dette caset. Den analytiske og binomiske metoden samsvarer godt, men den binomiske er noe mer sensitiv enn den analytiske.

Opsjonsverdien endrer seg betydelig med en endring i utøvelsesprisen, noe vi også forventet. Derimot vil ikke utøvelsespris være en stor usikkerhetskilde i tilsvarende kontrakter til dette caset. Dette skyldes at utøvelsesprisen er forhåndsbestemt gjennom kontrakten. I mange andre realopsjoner, for eksempel ved en utbygging av et oljefelt, vil det derimot være en reell risiko for at utøvelsesprisen vil endre seg.

Spotrate:

Analysene tar utgangspunkt i en spotrate på 501 875 per måned. Nedenfor illustreres sensitiviteten til opsjonsverdien med hensyn på spotraten:



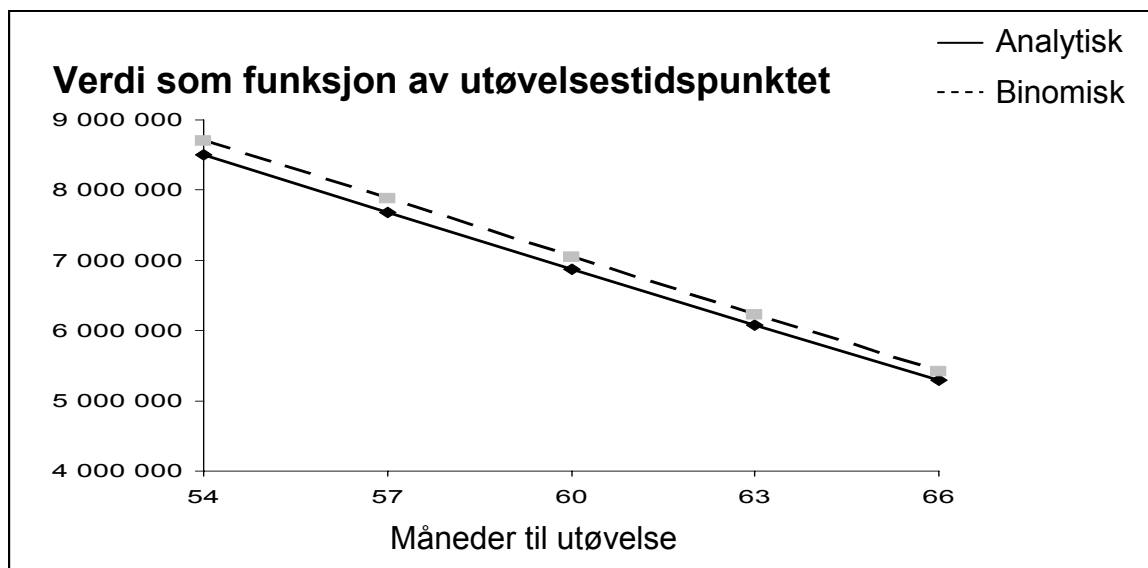
Figur 5.11

Spotraten påvirker kjøpsopsjonens verdi ved at ratene kontinuerlig beveger seg fra dagens spotrate mot likevektsraten. Økt spotrate i dag øker inntjeningen i den inneværende perioden og også den forventede inntjeningen i de kommende periodene. Dermed øker også kjøpsopsjonens verdi. Tilsvarende vil en reduksjon i spotrate redusere opsjonsverdien. Dette er tilfellet også for case 1, men utslagene er minimale som illustrert ovenfor.

Dette kan forklares ved at vi vurderer et prosjekt med lang levetid, og at likevektsraten samt det stokastiske innslaget i stor grad bestemmer den totale inntjeningen til skipet. I dette caset er utøvelsestidspunktet 60 måneder frem i tid. Med en gravitasjonskraft på 0,2058 er halveringstiden på 3,37 måneder. Dermed marginaliseres betydning av spotraten i dag, siden første måned med potensiell inntjening ligger 60 måneder frem i tid.

Tid til utøvelse:

Vi har tatt utgangspunkt i en opsjon med 60 måneder til utøvelse. Nedenfor illustreres sensitiviteten til opsjonsverdien med hensyn på antall måneder til utøvelse:



Figur 5.12

Tid til utøvelse påvirker opsjonsverdien gjennom flere kanaler. For det første vil økt tid til utøvelse resultere i større fleksibilitet ved at vi kan vente lenger og vurdere utviklingen i det underliggende (skipets verdi). I tillegg blir nåverdien av utøvelsesprisen lavere. Begge disse faktorene drar i retning av at økt tid til utøvelse øker kjøpsopsjonens verdi.

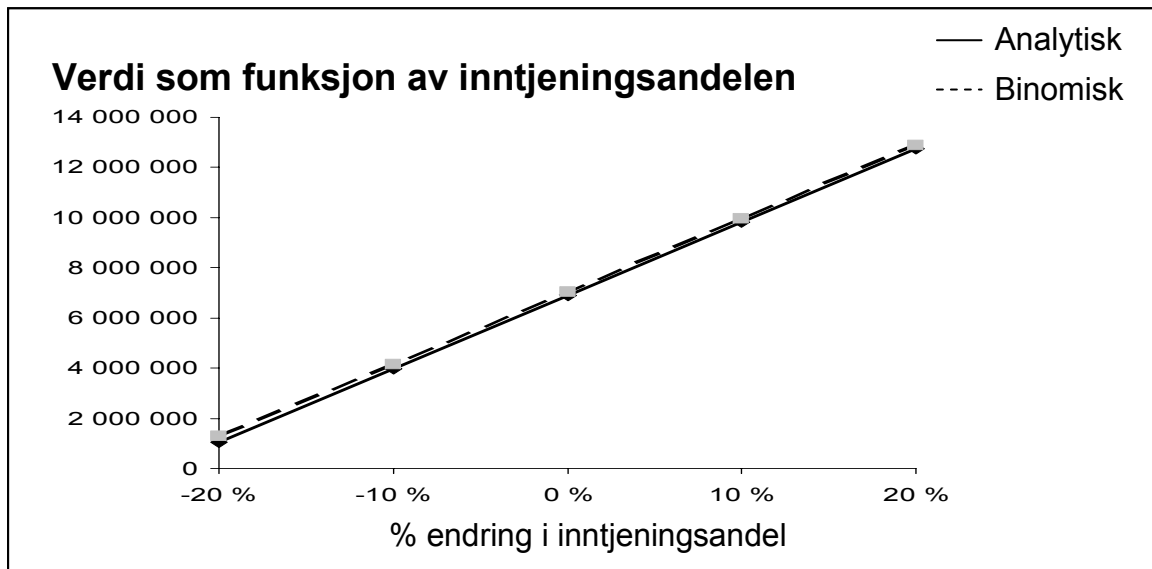
Samtidig medfører økt tid til utøvelse at innehaver vil tape inntjening i denne perioden. Skipet vil naturligvis ikke utvide sin levetid tilsvarende økningen i tid til utøvelse, og verdien av skipet ved utøvelse blir dermed mindre. Vi ser at i vårt tilfelle veier den siste faktoren tyngst, og økt tid til utøvelse reduserer opsjonsverdien betydelig.

Dette kan man også forvente er tilfelle for mange andre realopsjoner. Hvis horisonten for hvor lenge du vil motta inntjening fra et prosjekt er uavhengig av når du utøver, samt at det generer en jevn og kontinuerlig kontantstrøm gjennom dets levetid, vil det som oftest være gunstig å utøve tidlig.

Inntjeningsprosent:

Etter diskusjon med reder har vi tatt utgangspunkt i en inntjeningsandel på 60 %.

Nedenfor illustreres opsjonsverdiens sensitivitet med hensyn på denne:



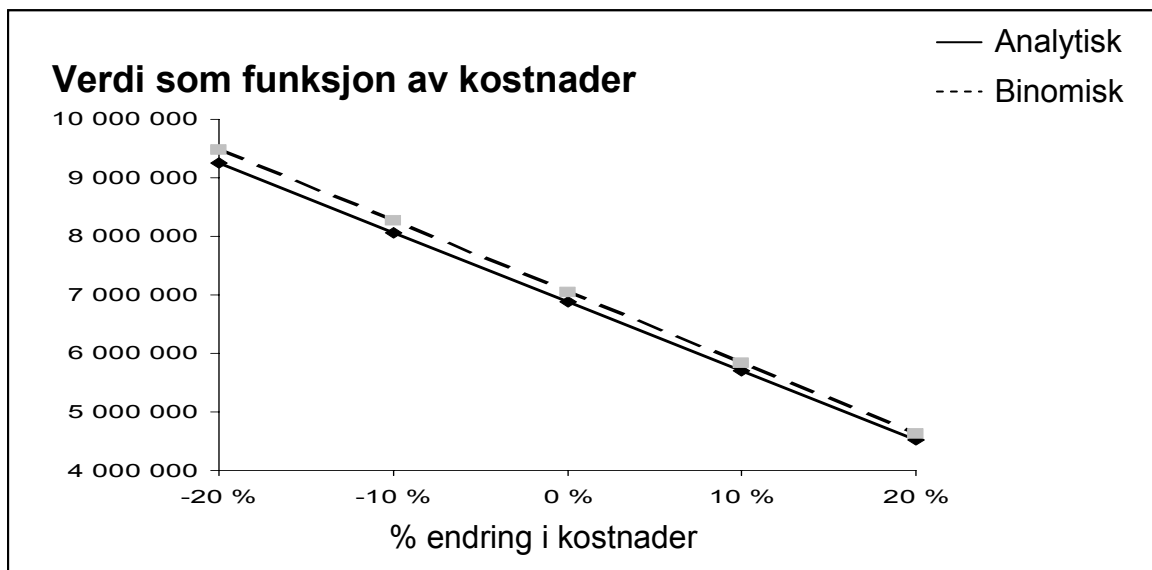
Figur 5.13

Opsjonsprisen er veldig sensitiv i forhold til inntjeningsandelen. Dette kan forklares med at inntjeningsandelen er svært vesentlig for inntektene til skipet, og dermed dets verdi.

Inntjeningsprosent er en faktor rederiene til en hvis grad har innvirkning på. Et godt drevet rederi vil ofte, i motsetning til et dårligere drevet rederi, ha en høy inntjeningsprosent. Dermed kan den samme opsjonen ha ulike verdier avhengig av det spesifikke rederiet sin forventede inntjeningsgrad, og arbitrasjemuligheter kan oppstå.

Kostnader:

Vi har tatt utgangspunkt i månedlige kostnader på 243 333 dollar. Nedenfor illustreres opsjonsverdiens sensitivitet i forhold til kostnadene per måned:



Figur 5.14

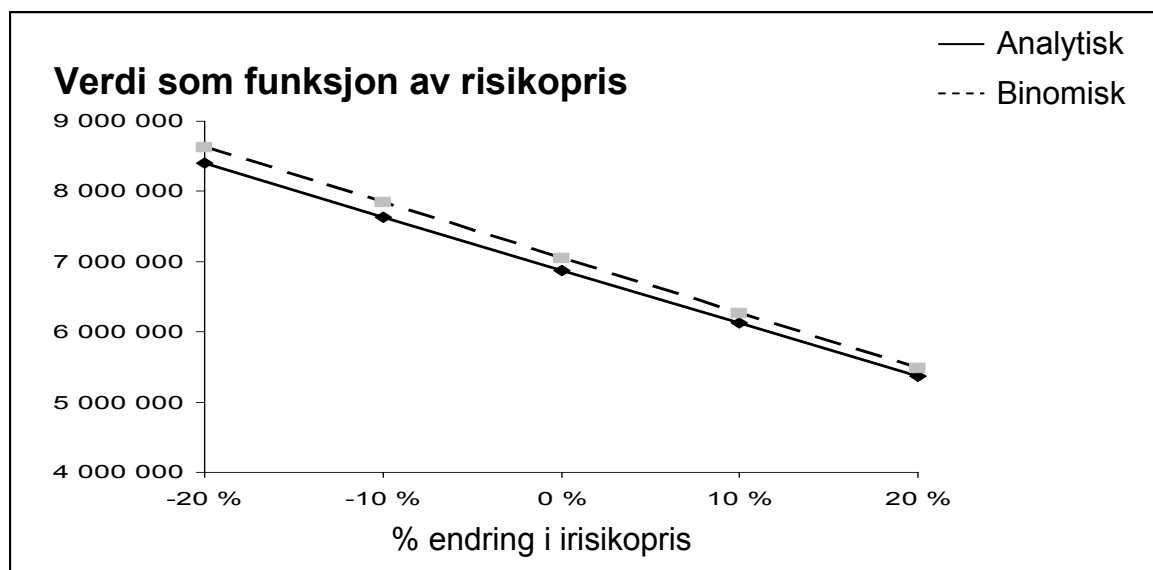
Kjøpsopsjonens verdi påvirkes negativt av økte kostnader, noe som følger av at økte kostnader isolert sett reduserer netto kontantstrøm og dermed også skipets verdi.

Kostnadene ved å drifte skipet knytter det seg derimot lite usikkerhet til, og med unntak av kostnadene relatert til vedlikehold varierer de lite over tid. Dermed vil en erfaren aktør kunne innhente tilstrekkelig med informasjon til at opsjonsrisikoen knyttet til kostnadselementet blir marginalisert.

Pris på risiko:

Basert på vårt datamateriale har vi tidligere estimert en risikopris på 0,1155.

Nedenfor illustreres opsjonsverdien med hensyn på endringer i risikoprisen:



Figur 5.15

Illustrasjonen viser at økt pris på risiko reduserer opsjonens verdi. Dette er i overensstemmelse med våre forventninger, siden økt pris på risiko medfører at investoren krever høyere kompensasjon for en usikker kontantstrøm.

5.2.5 Oppsummering av case 1

Case 1 representerer en vanlig opsjon tilknyttet kontrakter innen prosjektmeglerbransjen. Dette caset er ikke reelt, og er ment som et grunnleggende eksempel på hvordan en opsjon på et skip kan vurderes.

Til tross for at caset ikke er reelt, gir det oss mye informasjon om problemstillingene knyttet til opsjoner på shippingkontrakter. For det første illustrerer det at en opsjon flere år frem i tid kan ha en stor verdi. Aktørene bør derfor aldri inkludere opsjoner som lokkemiddel for å inngå en større avtale, uten at man har gjort nøye beregninger av hva den er verdt.

Videre har vi gjennom sensitivitetsanalysene fått innblikk i hvilke faktorer som driver risikoen til opsjonen. Likevekt, gravitasjonskraft, standardavvik og pris på risiko er alle variabler som opsjonsverdien er veldig sensitiv ovenfor, og som i tillegg er vanskelig å få nøyaktige estimater på. Opsjonsverdien er også sensitiv ovenfor andre faktorer som kostnader og inntjeningsandel, men disse vil erfarne aktører i bransjen kunne estimere med god nøyaktighet.

Vi har også sett at realopsjoner nødvendigvis ikke har de samme karakteristika som vanlige finansielle opsjoner. Sensitivitetsanalysene avdekket at standardavviket og gravitasjonskraften påvirket opsjonsverdien i motsatt retning av hva finansiell opsjonsteori tilsier. Dette skyldes en kombinasjon av metoden som benyttes for å risikojustere de usikre kontantstrømmene, at prisen på risiko her vurderes som en konstant samt de spesifikke parametrene som benyttes i beregningene.

5.3 Case 2: Salgsopsjon knyttet til en bareboat kontrakt

I april 2004 tilrettela et norsk prosjektmeglerfirma et shippingprosjekt knyttet til en VLCC. Den da 132 måneder gamle tankeren ble solgt fra et selskap til et annet for \$ 30 millioner²⁶. Tankeren ble samtidig låst til en 72 måneder lang bareboat kontrakt for \$ 450 000 per måned til et tredje selskap som vil operere tankeren. Kjøper er en finansiell investor, og har ved utløpet av kontrakten en salgsopsjon på båten på \$ 9,5 millioner. I prospektet er det ikke gjort noen verdivurdering av denne opsjonen, men man har alternativt valgt å kalkulere med et salg for \$ 9,5 millioner (at salgsopsjonen blir utøvd) ved bareboat kontraktens utløp. Dette er en forenkling som kan innebære at prosjektets lønnsomhet blir undervurdert. Vi vil derfor forsøke å finne verdien av salgsopsjonen.

²⁶ Skipet ble solgt med en rabatt, da markedspris var forventet å ligge på ca. \$ 35 millioner.

Av hensyn til miljø og sikkerhet vil single-huller²⁷ VLCC skip gradvis bli faset ut, og skip av denne typen vil maksimalt være i drift frem til det blir 20 år, eller 240 måneder gammelt. Ettersom skipet vi bruker i dette caset er en single-huller, tar vi derfor utgangspunkt i at maksimal driftstid for båten i dette spesifikke prosjektet er mai 2013. Det er også en realistisk antagelse at skipet ikke vil bli skrapet før dette tidspunktet, da skip av denne typen forventes å være i stand til å operere atskillig lengre.

For case 2 får vi dermed følgende input:

| Opsjonsspesifikasjoner | |
|-------------------------------|------------|
| Spotrate IB april 2004: | 16500 |
| Spotrate pr måned | 501 875 |
| Inntjeningsandel | 0,60 |
| Resterende levetid (måned) | 108,00 |
| Tid til utøvelse (måned) | 72,00 |
| Årlig rente | 0,025 |
| Månedlig rente | 0,002058 |
| Strike/utøvelsespris | 9 500 000 |
| Pris ved t=0 | 39 702 697 |

Figur 5.16

5.3.1 Analytisk løsning

Vi finner verdien av salgsoptionen ved å bruke den analytiske metoden for kjøpsoptioner sammen med put-call pariteten.

Med en forutsetning om at put-call pariteten holder også for skip (noe den gjør gitt at vi kan replikere den gjennom et tvillingaktivum, for eksempel en rederiaksje), kan verdien av salgsoptionen på tidspunkt 0, P_0 , uttrykkes ved hjelp av verdien av kjøpsoptionen på tidspunkt 0, C_0 , skipets verdi på tidspunkt 0, S_0 , nåverdien av den kontraktsfestede kjøps/salgssummen, $PV(X)$ og nåverdien av kontantoverskuddet. I denne sammenhengen er kontantoverskuddet det kontinuerlige overskuddet fra skipet som følge av dets operasjoner.

$$P = C - S_0 + PV(X) + PV(\text{Dividender/Kontantoverskudd})$$

²⁷ En single-huller er et skip med bare et skrog, og dermed utsatt for større risiko for store utslipp ved ulykker enn et skip med dobbelt skrog

For at denne antagelsen skal være realistisk, må følgende være gjeldene: Verdien av skipet ved tidspunkt 0, samt nåverdien av kontantoverskuddet, må være bestemt av den samme underliggende kontantstrømmen som opsjonen verdsettes på. Dette løses ved å kreve at disse to elementene er gitt ved de underliggende fraktratene.

For å finne verdien av skipet på tidspunkt, må vi beregne nåverdien av kontantstrømmen fra skipets operasjoner, samt nåverdien av skrapprisen.

Nåverdien av skipets operasjoner kan vi beregne ved å ta utgangspunkt i ligning (40) som gir forventet verdi av en usikker kontantstrøm basert på Ornstein-Uhlenbeck prosessen:

$$V_0({}_0 \int^T D(t)dt) = a(X(0) - \alpha^*)A(T, r + k) + (a\alpha^* - b)A(T, r) =$$

$$0,6 \times (501875 - 991856) \times 4,847 + (0,6 \times 991856 - 243333) \times 106,33 = 32641864$$

Deretter finner vi den sikre skrapprisen neddiskontert til tidspunkt 0. Med en skrappris på 8 816 000, en månedlig rente på 0,002058 og 108 måneder til skipet vil skrapes, blir nåverdien, $PV()$ gitt ved

$$PV(\text{Skrappris}) = \frac{8816000}{(1 + 0,002058)^{108}} = 7060833$$

Dette gir oss at verdien av skipet er

$$32641864 + 7060833 = 39702697$$

Dette er noe over den forventede markedsprisen i prospektet, som antas å ligge i overkant av 35 millioner. Dette kan skyldes flere faktorer, og som vist i case 1 kan små endringer i for eksempel likevektsraten eller inntjeningsgraden påvirke skipets verdi i stor grad.

PV(dividender/kontantoverskudd) tilsvarer den kontantstrømmen som eier mottar i løpet av de seks årene fram til opsjonen kan utøves. Vi kan benytte ligning (40) på tilsvarende måte som for utregning av skipets verdi på forrige side. Utregningen vil avvike fra beregningen av skipets verdi ved at T er lik 72, som er antall måneder til utøvelse:

$$V_0(\int_0^T D(t)dt) = a(X(0) - \alpha^*)A(T, r+k) + (a\alpha^* - b)A(T, r) =$$

$$0,6 \times (501875 - 991856) \times 4,844 + (0,6 \times 991856 - 243333) \times 66,92 = 22117171$$

Verdien av kjøpsopsjonen løses på samme måte som i case 1. Dette gir oss følgende tabell over inputparameterne:

| Analytiske opsjonsberegninger | |
|-------------------------------|------------|
| sigma* | 721 575 |
| A(T-t, r+k) | 4,8440 |
| B(T-t) | -9 323 663 |
| μ^* | 595 114 |
| K | 36 403,19 |
| d | 5,1941 |
| N(d) | 1,0000 |
| n(d) | 0,00000055 |
| A(T, r+k) | 4,8469 |
| A(T, r) | 96,84 |
| A(t, r+k) | 4,8469 |
| A(t, r) til utøvelse | 66,92 |
| Dividende fram til utøvelse | 22 117 171 |

Figur 5.17

Vi benytter oss nok en gang av likning (48) for å beregne opsjonsverdien:

$$V_0(Y(t)) = aA(T-t, r+k)e^{-rT} [(\mu^* - K)N(d) + \sigma^* n(d)] \quad (48)$$

Innsetting av parameterne fra tabellen i likning (48) gir oss en verdi av kjøpsopsjonen på \$ 9 392 941.

Det siste elementet er verdien av utøvelsesprisen. Denne finner vi ved å diskontere tilbake fra utøvelsestidspunktet til i dag, det vil si 72 måneder tilbake. En månedlig kontinuerlig rente på 0,002058 og en utøvelsespris på 9,5 millioner, gir følgende verdi:

$$PV(\text{Utøvelsespris}) = 9500000 \times e^{-0,002058 \times 72} = 8191820$$

Vi har nå funnet en verdi for alle elementene i put-call pariteten, og dermed kan vi beregne verdien av kjøpsopsjonen gjennom pariteten:

$$P = C - S^{\circ} + PV(X) + PV(\text{Dividender/Kontantoverskudd})$$
$$P = 9\,392\,941 - 39\,702\,697 + 8\,191\,820 + 22\,117\,171 = -765$$

Opsjoner er definert ikke-negativ. Det vil si at den antar den høyeste verdien av 0 og den beregnede verdien. Dette gir oss en opsjonsverdi som følger:

$$\text{Opsjonsverdi} = \max(0, -765) = 0$$

Med andre ord finner vi at opsjonsverdien er lik null. De mest nærliggende årsakene til dette er opsjonens spesifikasjoner, eller eventuelt at parameterne i modellen er unøyaktige. Vi vil komme nærmere tilbake til dette i sensitivitetsanalysene som følger etter den binomiske løsningen.

5.3.2 Binomisk løsning

Vi benytter oss her av samme fremgangsmåte som for case 1, justert for at vi nå ser på en salgsopsjon. Dette gjøres ved at hvis K er utøvelsesverdien og S verdien av den fremtidige kontantstrømmen ved å eie skipet, gjør man i hver node i raden som er knyttet til utøvelsen en beregning av typen:

$$\text{Maks}(K - S, 0)$$

På bakgrunn av denne metoden får vi at opsjonen får en verdi lik 0, noe som også var tilfelle for den analytiske metoden. Strengt tatt burde begge metodene gi en liten, men positiv verdi. Bakgrunnen for at den binomiske metoden får 0 i verdi kan best forstås ved å undersøke det binomiske treet, samt de underliggende faktorene i modellen.

Grunnet et meget stort relativt standardavvik per måned (\$ 461 199) kan fraktratene variere betydelig i den binomiske metoden, siden den legger til eller trekker fra ett standardavvik per periode. Videre har vi en sterk gravitasjonskonstant (0,204) som medfører at sannsynligheten for veldig høye/lave fraktrater blir liten. Dermed vil bare et fåtall forskjellige noder ved enden av treet ha en positiv sannsynlighet for å inntreffe. Dette skaper problemer for opsjoner som i utgangspunktet har lav sannsynlighet for å bli utøvd, fordi de gjerne bare vil bli utøvd ved veldig få av nodene med positiv sannsynlighet. I dette spesifikke tilfellet vil opsjonen ikke bli utøvd ved noen av nodene med positiv sannsynlighet for utøvelse, og opsjons verdi blir lik 0.

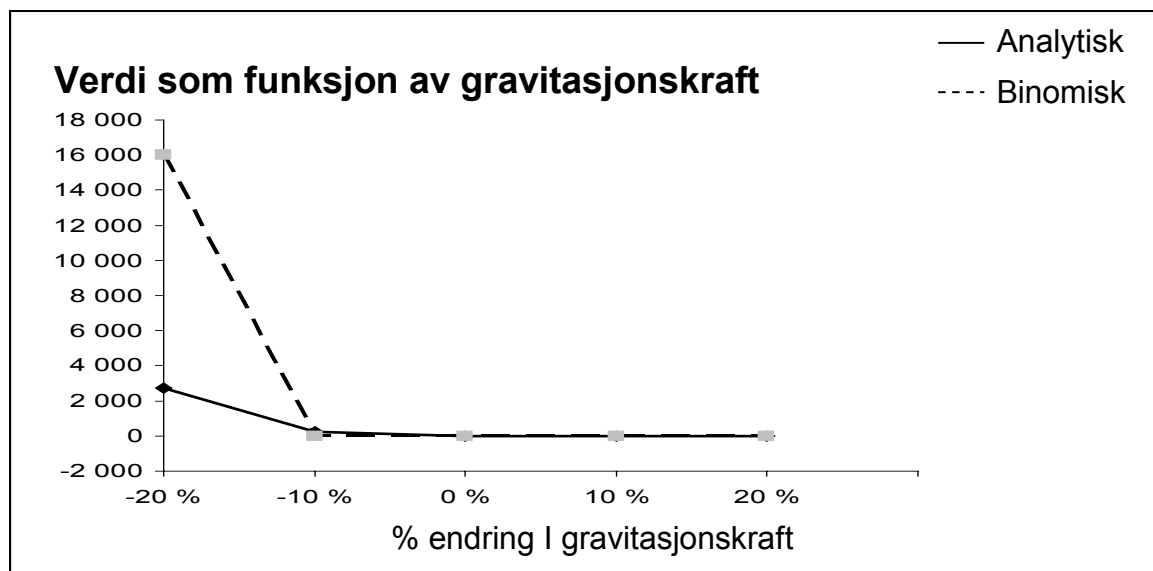
Salgsopsjonen i dette reelle caset er i hovedsak inkludert som en sikring mot et worst-case scenario, og aktørene har nok vurdert det som lite sannsynlig at den skal bli utøvd.

5.3.4 Sensitivitetsanalyse:

I case 1 gjennomførte vi en grundig sensitivitetsanalyse av de viktigste faktorene for opsjonsverdien. Vi vil i de følgende avsnittene presentere en lignende analyse for salgsopsjonen i case 2. Vi vil prøve å fokusere på forskjeller fra den første analysen samt eventuelle nye momenter som ikke ble diskutert i case 1.

Det er verdt å merke seg at salgsopsjonen i utgangspunktet har en verdi lik null. For at grafene skal være mer lesbare, har vi derfor satt kryssningspunktet mellom x- og y-aksen til -2000 i stedet for 0.

Endring i gravitasjonseffekt:

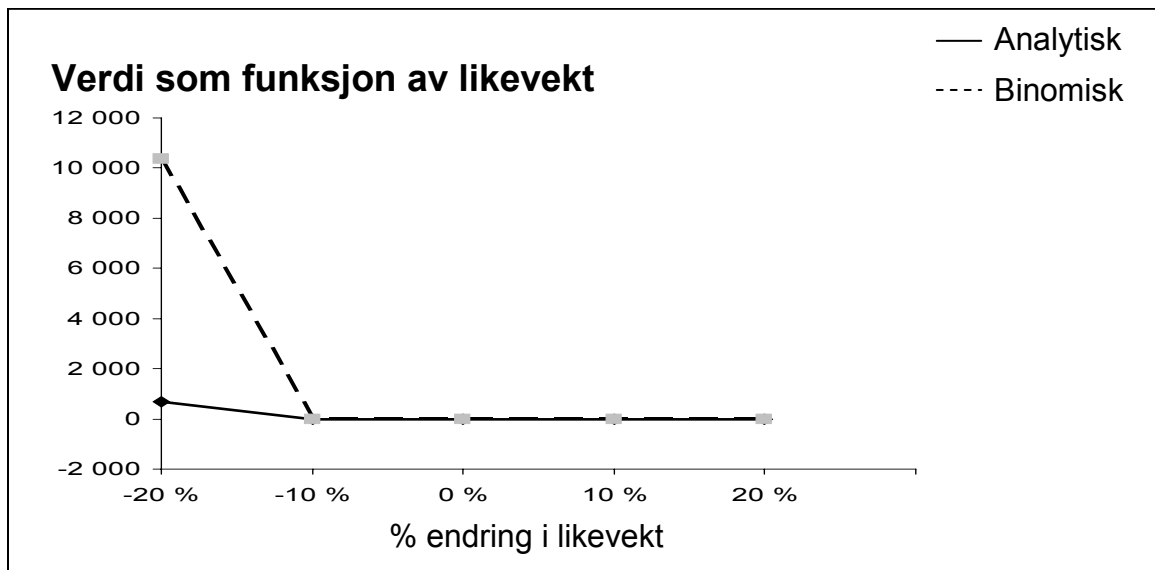


Figur 5.18

Av grafen ser vi at opsjonsverdien i liten grad påvirkes av små endringer i gravitasjonskraften. For en 20 % reduksjon i gravitasjonskraften viser derimot både den analytiske og binomiske modellen at salgsopsjonens verdi øker.

Dette kan forklares gjennom at gravitasjonskraften virker i tre kanaler, og at den i dette tilfellet virker negativt i dem alle. For det første vil sterkere gravitasjonskraft redusere prisen på en opsjon gjennom redusert usikkerhet i underliggende aktivum. For det andre bidrar redusert gravitasjonskraften til å redusere den justerte langsiktige likevekten (jfr. likning (31)). For det tredje har vi på tidspunkt 0 en spotrate som er betydelig lavere enn den langsiktige likevekten, og gravitasjonskraften bidrar til å øke raten mot likevektsnivået. Dermed påvirker gravitasjonskraften negativt også i denne kanalen i forhold til en salgsopsjon.

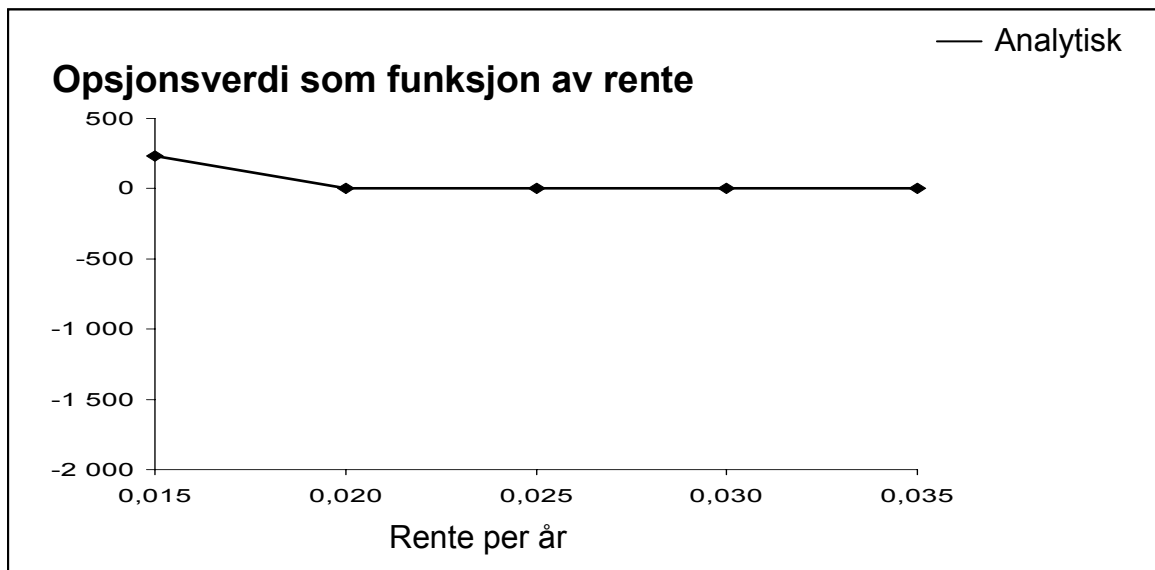
Endring i langsiktig likevekt



Figur 5.19

Vi ser fra sensitivitetsanalysen at opsjonsverdien påvirkes i liten grad av små endringer i likevektsraten. For store nok endringer, vil en reduksjon i likevektsraten øke opsjonens verdi. Dette er som forventet, da redusert likevektsrate fører til redusert forventet inntjening på skipet.

Endring i rente:



Figur 5.20

Renten påvirker opsjonsverdien gjennom to kanaler. For det første fører økt rente til at skipets fremtidige inntekter diskonteres med en høyere sats, og skipet blir mindre verdt. Dette virker positivt inn på salgsoptionens verdi. Samtidig fører økt rente til at også optionens verdi diskonteres tilbake fra utøvelsestidspunktet med en høyere sats, noe virker negativt inn. Vi ser av analysen at den sistnevnte kraften er dominerende, da en reduksjon av renten til 1,5 % per år gir en positiv opsjonsverdi. Effekten er derimot relativt liten.

For de resterende faktorene hadde en +/- 20 % endring i variabler ingen betydning for den binomiske løsningen, og beregningene viste en opsjonsverdi lik 0.

5.3.5 Konklusjon på case 2

Dette caset representerer et reelt opsjonsproblem i en shippingkontrakt som ble inngått i april 2004. I analysene rundt lønnsomheten i prosjektet var det ikke gjort forsøk på å beregne verdien av denne optionen som var en del av en større avtale. Våre beregninger viser at dette neppe gjorde store utslag i beslutningsgrunnlaget til de involverte partene. Både den analytiske og binomiske metoden beregner opsjonsverdien til lik 0.

Samtidig viser analysen at optionen kan ha en verdi. Spesielt er optionen sensitiv ovenfor en reduksjon av den langsiktige likevekten eller gravitasjonskraften.

Det er også verdt å merke seg at retningen på utslagene i opsjonsverdi som sensitivitetsanalysene i case 2 avdekker, er konsistente med case 1. Dette til tross for at vi finner den analytiske løsningen indirekte gjennom put-call pariteten.

5.4 Case 3: *Fleksibel levetid*

Frem til nå har vi antatt at levetiden for en VLCC er en kjent konstant, i våre eksempler 25 og 20 år. Dette er ikke en realistisk antagelse, da standarden på båten avhenger av f.eks. konstruksjonen og hvordan den er vedlikeholdt. I tillegg vil skipets levetid avhenge av fraktratene på et hvert tidspunkt. Hvis ratene er så lave at fremtidige kostnader overstiger fremtidige inntekter, kan skipet skrapes av finansielle grunner. Likeledes kan et rederi velge å påkoste et skip oppgraderinger for å kunne drive det lenger.

Vi ønsker å inkorporere dette i modellen vår. Deretter vil vi gjøre en analyse av hvor mye denne økte fleksibiliteten kan være verdt. For denne analysen antar vi at vi har de samme ratespesifikasjonene som i de tidligere casene. Videre antar vi at vi ser på et 23 år (276 måneder) gammelt VLCC skip som i utgangspunktet bare har en resterende levetid på 2 år (24 måneder). Vi ønsker å se hvilken verdi en økning av levetiden fra 25 (300 måneder) til 30 år (360 måneder) har.

Denne fleksibilitetsberegningen er av amerikansk type, og derfor velger vi å kun benytte den binomiske metoden for å løse dette problemet. Vi gjør ytterligere antagelser knyttet til skipets levetid og dets vedlikeholdskostnader:

5.4.1 Antagelser om utvikling i vedlikeholdskostnadene over tid

Til nå har vi antatt at vedlikeholdskostnadene er konstante og omtrent 5 % av de månedlige kostnadene på \$ 243 360. Dette gir månedlige vedlikeholdskostnader på \$ 12 168. I praksis er vedlikeholdskostnadene i stor grad knyttet til periodene hvor skipet dokker. For de første 15 årene (180 månedene) dokker skipet hver 60. måned - etter dette hver 30. måned. Samtidig kan man forvente at vedlikeholdskostnadene øker noe. Vi forenkler ved å ta utgangspunkt i de faste månedlige vedlikeholdskostnadene, og sette disse lik en eksponentiell modell av typen:

$$NV(\text{Vedlikehold}) = \int_0^T A * e^{(\text{vekstfaktor} * \text{tid})} dt \quad (57)$$

Nåverdien av vedlikeholdskostnadene kan finnes ved å beregne den kontinuerlige kontantstrømmen av \$ 12 168 per måned gjennom skipets forventede levetid, det vil si at T settes lik 300 mnd (tilsvarer 25 år):

$$\int_0^T 12168 \cdot \exp(-rt) dt = 12168 \cdot (-1/r) \cdot \exp(-r \cdot 300) - 12168 \cdot (-1/r) = 2\,723\,640$$

Som et tenkt eksempel kan vi anta at vedlikeholdskostnadene i løpet av skipets første leveår bare er halvparten av estimatet vi har fått oppgitt, det vil si 6 084. Videre antar vi at de utvikler seg eksponentielt. Ved å kreve at nåverdien av de eksponentielle vedlikeholdskostnadene er lik nåverdien av de faste, kan vi finne den eksponentielle veksten, v , per måned:

$$\int_0^T 6084 \cdot \exp[(v-r)t] dt = 12168 \cdot (1/(v-r)) \cdot \exp((v-r) \cdot 300) - 12168 \cdot (1/(v-r)) = 2\,724\,640$$

Ved å bruk av Excel solver kan vi løse for v , og får at likningen stemmer for en månedlig vekst i vedlikeholdskostnadene på 0,0046.

Med en slik modell vil ikke vedlikeholdskostnadene øke mer enn at skipet med de riktige fraktratene kan være i drift i mange år fremover, og det er derfor praktisk å sette en maksimal grense for hvor lenge skipet kan være i drift. Som tidligere nevnt, mener vi at 30 år en realistisk grense for absolutt maksimal levetid for en VLCC.

Det må forventes at skipet må inn til betydelig overhaling når skipet passerer 300 måneder (25 år), og at en slik overhaling også må gjentas i løpet av kort tid. Vi har tatt hensyn til dette ved å legge inn en spesifikk kostnad når skipet dokker etter 300 måneder og etter 330 (27,5 år). Da svært få VLCC skip har nådd denne alderen, har det vært vanskelig å oppdrive gode estimer for kostnadene ved slike ekstraordinære overhalinge. Etter samtale med megler har vi valgt å legge inn en kostnad på 8 millioner ved hver av disse overhalingene.

Vi har dermed omformulert kostnadsmodellen til skipet til å inkludere en generell vedlikeholdskostnad som utvikler seg eksponentielt, samt to engangsbeløp som slår inn hvis rederiet skulle velge å drifte skipet utover hva som er ordinær levetid. Inndata for opsjonsberegningen blir som følger:

| | |
|--|-----------|
| Initielle månedlige vedlikeholdskostnader (\$) | 12 168 |
| Eksponentiellvekst (v) | 0,0046 |
| Overhaling 300 måneder (nominell verdi \$) | 8 000 000 |
| Overhaling 330 måneder (nominell verdi \$) | 8 000 000 |

Figur 5.21

5.4.2 Binomisk modell med fleksibel levetid

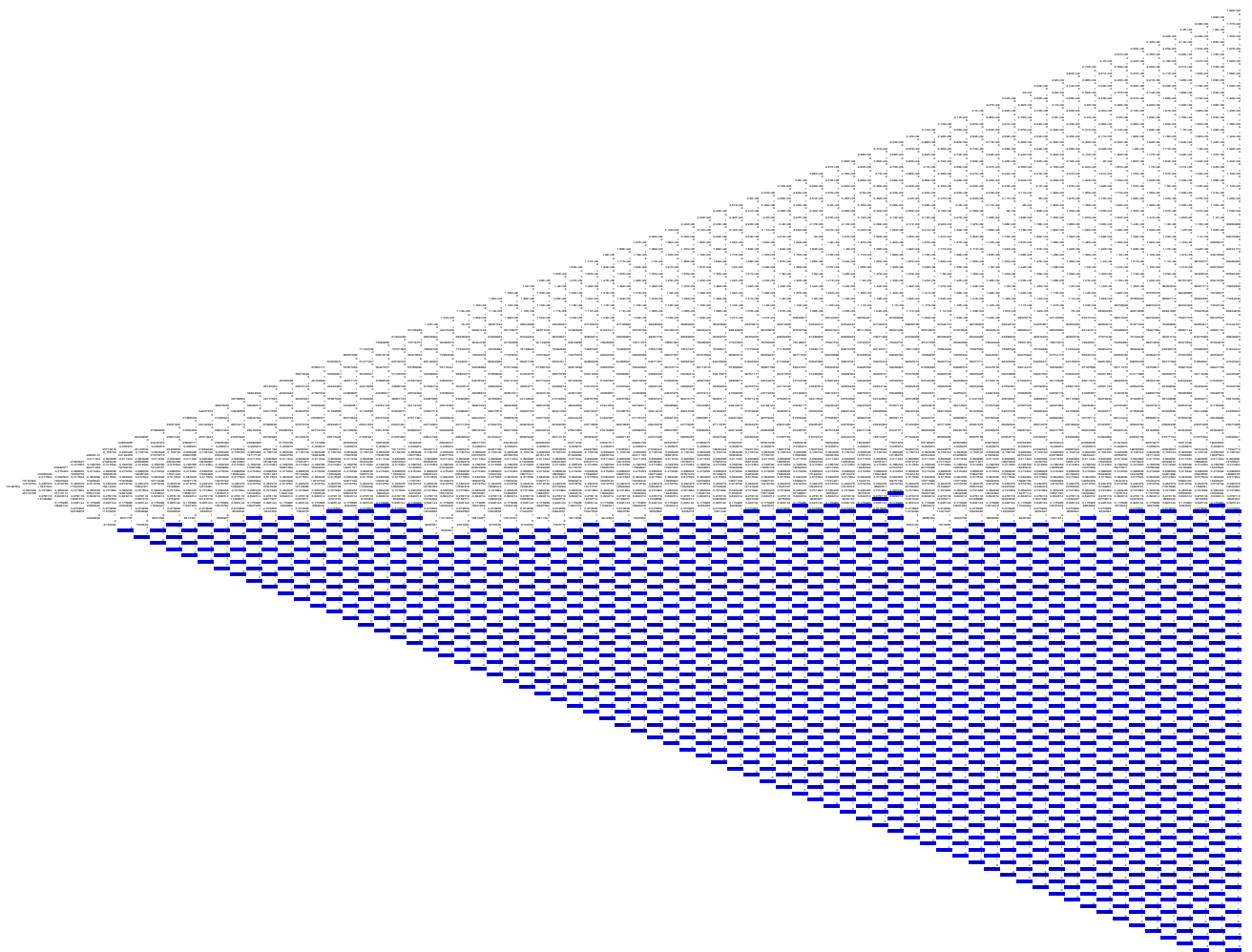
I forhold til den binomiske modellen vi har benyttet tidligere, gjør vi to justeringer. Den første er knyttet til vedlikeholdskostnadene. Her legger vi nå inn en eksponentiell vekst som tar hensyn til alderen til skipet i hver enkelt periode. I tillegg legges engangskostnader knyttet til ekstraordinær dokking etter 300 måneder og 330 måneder.

Den andre justeringen dreier seg om at vi legger inn en "opsjonsberegning i opsjonsberegningen". Siden vi nå har fleksibel levetid, har vi ved hver node nå muligheten til å skrape båten og dermed motta skrapprisen. Vi gjør en beregning der vi ser om fremtidig kontantstrøm er større enn kontantstrømmen av å skrape båten. Hvis CF står for kontantstrøm for skipets resterende levetid, gjør vi opsjonsberegningen:

$$\text{Maks (Skrape båten, } E(\text{CF}))$$

Denne beregningen gjøres gjennom hele det binomiske treet, også for nodene assosiert med en tidsperiode før skipet når den vanlige levetiden på 300 måneder. Det kan altså tenkes at eier vil velge å skrape skipet umiddelbart gitt lav rate, store fremtidige kostnader eller en kombinasjon av disse.

Resultatet av disse beregningene blir et nytt opsjonstre, der det ved hver node allerede er gjort en vurdering av om skipet skal beholdes eller skrapes. Et oversiktsbilde over treet er vist nedenfor (noder der en rasjonell aktører vil velge å skrape skipet, er farget med blått). I dette treet er en rad med noder knyttet til en spesifikk spotrate. Hvis vi starter fra høyre ser vi at noder farget med blått er synkende når vi beveger oss mot venstre. Denne trenden har to diskontinuerlige punkter, der vi ser at de blå nodene stiger flere rader. Dette skyldes engangskostnadene som påløper til overhaling av skipet. Siden disse kostnadene forventes å påløpe i en spesifikk periode, medfører det at det i mange situasjoner vil bli lønnsomt å skrape skipet. Det binomiske treet nedenfor er hentet fra problemstillingen i case 3:



Figur 5.22

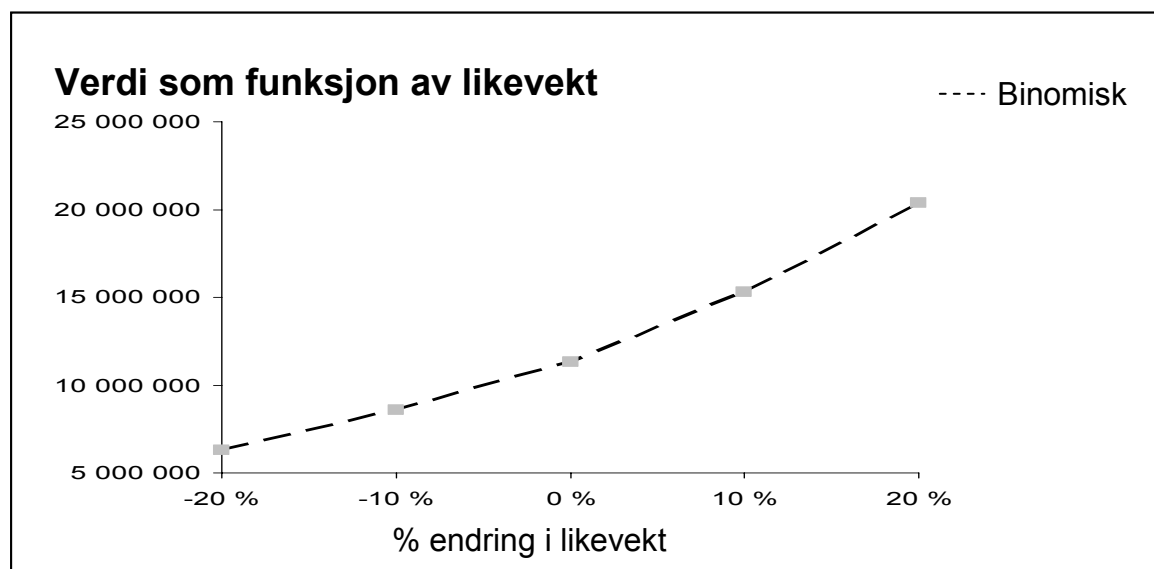
Basert på det binomiske treet med fleksibel levetid, kan vi beregne opsjonsverdiene våre på akkurat samme måte som for modellene presentert i case 1 og 2. Binomisk beregning gir oss en verdi av kjøpsopsjonen på 11 331 390,55:

Vi ser altså at fleksibiliteten knyttet til å kunne operere skipet i fem år ekstra har en betydelig verdi. Dette er en sterk indikasjon på at fleksibilitetsvurderinger bør inkorporeres i modeller for verdivurdering av skip.

5.4.3 Sensitivitetsanalyse

Vi har tidligere gjennomført grundige sensitivitetsanalyser av en kjøps- og en salgsoption. Dette caset vurderer ikke en eksplisitt option i en kontrakt, men mer en fleksibilitet som rederiet har. Til tross for at karakteristikaene er litt annerledes enn i case 1, ser vi akkurat de samme hovedtrekkene i denne sensitivitetsanalysen. Vi nøyer oss derfor med en kort gjennomgang av faktorene som opsjonsverdien er mest sensitiv ovenfor.

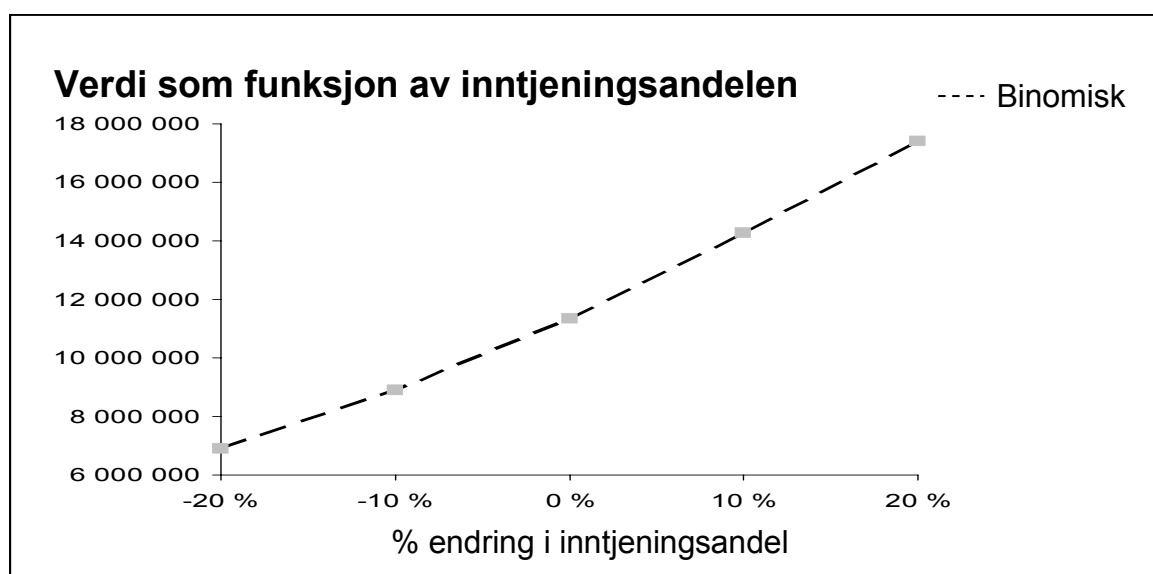
Langsiktig likevekt:



Figur 5.23

Vi ser at som for de andre casene vi har presentert så langt, har likevektsraten stor betydning for opsjonsverdien. Samtidig er det verdt å merke seg at selv for en 20 % reduksjon i likevektsraten, vil opsjonen fortsatt ha en stor verdi.

Inntjeningsandel:



Figur 5.24

Vi ser at inntjeningsandelen påvirker opsjonsverdien i omtrent like stor grad som den langsiktige likevekten. Også her merker vi oss at selv med 20 % reduksjon i inntjeningsandelen har fleksibilitet knyttet til når skipet skal skrapes stor verdi.

5.4.4 Oppsummering og konklusjon på case 3

I case 3 letter vi på den noe strenge antagelsen om at et skip har en forhåndsbestemt levetid, og lar den forventede fremtidige kontantstrømmen bestemme hvor lenge skipet vil være i drift. Det har vært vanskelig å få gode estimater på kostnadssiden ved disse beregningene, og vi har derfor valgt å være på den trygge siden ved å sette disse høyt. Beregningene kan derfor bare sees på som et eksempel basert på grove estimater.

Det er likevel verdt å ta legge merke til resultatet. Ved å åpne opp for fleksibel levetid som strekker seg til maksimalt fem år ekstra, øker verdien av skipet tilsvarende opsjonsverdien. Denne verdien er betydelig. For rederier betyr dette først og fremst to ting. For det første viser dette hvor viktige opsjonsberegninger kan være for god strategisk administrasjon og ledelse. For det andre viser beregningen at det kan være verdt å koste på skipet ekstra vedlikehold og dokking også mens skipet er relativt nytt. Disse kostnadene er nemlig å betrakte som en opsjonspris på en opsjon med en betydelig oppside.

5.5 Case 4: Bermudaopsjon på et skip

Ved flere tilfeller har vi sett shippingkontrakter der et rederi har muligheten til å kjøpe et skip ved ett av flere forhåndsbestemte tidspunkter til forhåndsbestemte priser. Dette kalles gjerne Bermuda opsjoner. Dette caset illustrerer hvordan vi kan ta hensyn til en slik opsjon i beregningen vår.

Vi tar utgangspunkt i situasjonen med case 1, men vi ser bort i fra at kontrakten inkluderer en bareboat kontrakt. Det vil si at vi får samme inndata som for case 1. I tillegg åpner vi opp for muligheten til å velge mellom ett av flere forhåndsbestemte tidspunkt opsjonen kan utøves på. Vi lar første mulighet for å utøvelse oppstå etter 42 måneder (3,5 år), og deretter kan opsjonen utøves hver 6 måned frem til måned 60. Det innebærer at vi har fire forskjellige utøvelses tidspunkt. En oppsummering av disse samt de tilhørende utøvelsesprisene finnes i figuren nedenfor:

| Måneder til utøvelse | Utøvelsespris |
|----------------------|---------------|
| 42,00 | 32 000 000,00 |
| 48,00 | 27 000 000,00 |
| 54,00 | 23 000 000,00 |
| 60,00 | 20 000 000,00 |

Figur 5.25: Vi ser her de ulike utøvelsesprisene ved bestemte tidspunkter. Tidspunktene er gjensidig utelukkende.

5.5.1 Binomisk modell for Bermudaopsjoner

Det finnes ingen hensiktsmessig analytisk løsning til dette problemet, og vi har valgt å ta utgangspunkt i den binomiske modellen.

Fordelen med denne metoden er at vi "nøster" oss bakfra: For å løse Bermudaproblemet kan vi derfor starte med å løse opsjonsverdien ved siste mulige tidspunkt som ved en vanlig europeisk opsjon. Opsjonsverdiene ved hver node diskonteres så fremover helt til det nest siste tidspunktet for utøvelse. Ved hver node har vi dermed en forventet opsjonsverdi gitt vi venter med å utøve opsjonen til siste utøvelsetidspunkt. Vi gjør deretter en sammenligning av denne verdien med verdien av å utøve opsjonen nå (nest siste utøvelsetidspunkt). Den største verdien blir lik opsjonsverdien på dette tidspunktet. Oppsummert, vil man med hver node på det nest siste utøvelsetidspunktet, kalt tidspunkt t_{n-1} , gjøre følgende opsjonsberegning

$$\text{Maks } \{ S(t_{n-1}) - X(t_{n-1}), E[\text{PV}(C(t_n))] \}$$

der $S(t_{n-1})$ er skipets verdi ved tidspunkt t_{n-1} , X er utøvelsesverdien ved t_{n-1} , og $E[\text{PV}(C(t))]$ er forventningsverdien ved en bestemt node på tidspunkt t_{n-1} av å utøve ved tid t_n . Prosessen fortsetter analogt ved hvert enkelt utøvelsetidspunkt helt frem til det første. Etter at denne beregningen er gjennomført, diskonteres så verdiene ved hver enkelt node tilbake til tidspunkt 0, og vi har verdien av Bermudaopsjonen.

Dette gir oss en binomisk løsning av opsjonsverdien på 7 142 240.

Fra case 1 har vi at opsjonen med utøvelsetidspunkt etter 60 måneder har en verdi på 7 050 528. Ved å inkludere flere mulige utøvelsetidspunkt som, øker verdien til 7 142 240, eller nærmere 100 000. Økningen skyldes at det ved noen av nodene ved de tidligere utøvelsetidspunktene, vil det være gunstigere å utøve opsjonen øyeblikkelig. Samtidig ser vi at opsjonsprisen bare endrer seg 1,3 %. Dette kan forklares ved at de tre første utøvelsesprisene satt relativt høyt, og dermed må

ratene være tilsvarende høye for at det skal være lønnsomt å ikke vente. For det andre er parameterne for opsjonen slik at bare et begrenset antall noder i en kolonne har en positiv sannsynlighet for utøvelse. Dermed får mange av utfallene der det ville vært gunstigere å utøve opsjonen tidligere, en sannsynlighet og forventet verdi lik 0.

5.5.2 Sensitivitetsanalyse:

Vi har gjennomført en binomisk sensitivitetsanalyse analogt til i de forhenværende casene. Resultatene av denne er også tilnærmet like, og blir derfor ikke presentert eksplisitt. Opsjonsverdien viser seg å være særlig sensitiv ovenfor den langsiktige likevekten og inntjeningsandelen. Faktorer som standardavvik og gravitasjonskraft kan også påvirke verdien betydelig.

5.5.3 Konklusjon på case 4:

Case 4 viser hvordan den binomiske modellen kan benyttes til å verdsette en Bermuda opsjon. En slik opsjon er mye benyttet i shippingkontrakter, og kan relateres til andre problemstillinger næringslivet står ovenfor. I praksis kan en aktør velge å utsette en beslutning, investering etc. til senere tidspunkt, og kostnadene ved å initiere prosjektet vil avhenge av tidspunktet. Dette noe enkle eksempelet viser hvorfor Bermuda opsjoner kan overføres til fleksibilitetsbeslutninger i næringslivet

6.0 Konklusjon og oppsummering

Utredningen har tatt sikte på å belyse hvordan realopsjoner eksplisitt uttrykt i shippingkontrakter kan prises. Vi har tatt utgangspunkt i en "mean-reverting" prosess til å bygge en prisingsmodell, som er eksemplifisert gjennom fire case. Avslutningsvis vil vi oppsummere karakteristika ved modellen, interessante resultater fra utredningen samt diskutere forbedringspotensial og mulige videre studier.

Tidligere utredninger har vist hvordan opsjoner på TC-kontrakter og skipsverdier kan beregnes med god treffsikkerhet. I denne utredningen mener vi å ha gått et steg lenger, og ser på opsjoner på skipet i seg selv. Ved hjelp av moderne datakraft og dynamisk programmering har vi gjennomført binomiske beregninger over lange tidsperioder (en VLCC forventes å ha en levetid på 25 år). Regnearkmodellen har et enkelt brukergrensesnitt, og er både robust og dynamisk. Man kan med enkelhet endre parameterne til å gjelde andre case enn de presenterte, og kan beregne prisen både analytisk og binomisk. Det viser seg at det er godt samsvar mellom løsningene til de to fremgangsmåtene.

For at oppgaven skulle være mer transparent og enklere å følge, valgte vi å presentere case basert på en skipstype, VLCC. Case 2 er et autentisk case på en VLCC, og analysen av salgsoptionen viste at denne tilnærmet ikke hadde en verdi. Dette kan gjerne forklares ved at optionen ble inkludert som en sikring av nedsiden for eier, og det er lite sannsynlig at optionen noensinne vil bli utøvd. Like fullt har optionen en verdi, og andre reelle case vil kunne vise større verdier for optionene knyttet til dem.

De andre casene er ment som rene eksempler på reelle problemstillinger i shippingkontrakter. Spesielt 3 og 4 viser hvordan verdien av en fleksibilitet øker med graden av fleksibilitet. Dette er eksemplifisert med fleksibel levetid på skipet samt en opsjon med flere gjensidig ekskluderende utøvelsestidspunkter. Implikasjonene er like fullt gjeldende for andre fleksibilitetssituasjoner i næringslivet; økt fleksibilitet øker verdien til et prosjekt.

Sensitivitetsanalysene avdekket også interessante funn. Standardavviket påvirker verdien på en kjøpsopsjon negativt, mens gravitasjonskraften påvirker positivt. Med utgangspunkt i tradisjonell opsjonsteori, hadde vi forventet motsatte virkninger. Nærmere undersøkelser viser at dette skyldes en kombinasjon av de estimerte parameterne og metoden som benyttes for å risikojustere kontantstrømmen.

Årsaken til at disse resultatene ikke har blitt avdekket i tidligere studier, tror vi skyldes at man tidligere har basert seg på eldre datamateriale. Disse analysene har resultert i en negativ risikopris. Denne utredningen baserer seg på data fra 1990 til 2005, og som diskutert tidligere har vi i denne perioden hatt en positiv risikopris. Det er nettopp endringen av fortegnet på risikoprisen som fører til at prisen påvirkes negativt av standardavviket.

Ved veis ende av utredningen, innser vi at den har et forbedringspotensial. Vi kan grovt dele disse inn i problemstillinger knyttet til den fundamentale modellen og med innhenting av data.

Modellen baserer seg som tidligere nevnt på den stokastiske Ornstein-Uhlenbeck prosessen. Denne viser seg å være stokastisk signifikant, men har lav forklaringsgrad (10,2 % for VLCC). Et forslag til en videre studie vil derfor være å vurdere alternative prosesser, gjerne med et innslag av stokastiske hopp i den langsiktige likevektsraten.

Det er også mulig å inkorporere flere dynamiske variabler enn fraktratene. For eksempel kunne det vært interessant å sette skrapprisen som variabel (siden man kan anta at den påvirkes av fraktratene og dermed ikke kan vurderes som ren usystematisk risiko), eller eventuelt bunkerkostnadene.

Vi skulle også gjerne hatt tilgang til et rikere datamateriale. Daglige eller ukentlige oppdaterte rater, i stedet for månedlige ville sannsynligvis ført til bedre estimater på

likevektsrate, standardavvik og gravitasjonskraft. I tillegg ville det mest sannsynlig ført til en bedre tilnærming mellom den analytiske og binomiske metoden

Videre hadde det vært ønskelig å bruke nøyaktige estimerer på de resterende parameterne i utregningene. Spesielt risikoprisen har vi beregnet implisitt basert på en sammenheng mellom TC og TC-ekvivalente rater, da vi ikke har hatt tilgang til konkrete avkastningskrav fra redere/befraktere som utgangspunkt for risikoprisen.

Vi møtte også på utfordringer knyttet til modelleringen. Vi valgte å bruke Visual Basic til Microsoft Excel, både fordi vi har god kjennskap til dette og at det er lett tilgjengelig for alle aktørene i bransjen. Det viste seg at det tok svært lang tid å kjøre modellen, gjerne så mye som 6 timer for de tyngste sensitivitetsanalysene. Det ligger antakelig forbedringspotensial i å bruke mer ressursvennlige program enn Excel.

Utredningen gir et svar på hvordan realopsjoner knyttet til shippingprosjekter kan verdsettes. Til tross for en del utfordringer og forbedringspotensial, mener vi utredningen kan benyttes så vel praktisk som teoretisk. Vi håper derfor at modellen kan være et godt supplement til andre prisingsverktøyer benyttet i shippingbransjen, og at den kan gi inspirasjon til videre studier av realopsjoner.

7.0 Appendiks

7.1 Kommandittselskap (KS)

Et kommandittselskap er en form for ansvarlig selskap. Den består av en *hovedmann* som har et ubegrenset ansvar, og flere *deltakere* som kun hefter for sin ansvarlige kapital. Som regel vil hovedmannen være et AS som er stiftet og eid 100 % av deltakerne. På den måten eier deltakerne hele KS'et, uten å være økonomisk ansvarlig for mer en sin ansvars kapital. Tidligere ville deltakerne i et KS bli personlig belastet skattemessig. Dette gav ofte et ekstra incentiv til å starte et KS, ettersom det ofte forekommer store investeringsbeløp i starten av et prosjekt. Disse investeringene kunne deltakerne trekke fra sin personlige skatt. Dette incentivet vil i stor grad forsvinne i 2006 når nye skatteregler gjør dette mindre lønnsomt. Deltakerne vil etter dette sannsynligvis være AS.

7.1 Put-Call Paritet

Put-Call teoremet representerer forholdet mellom put og call priser. Hvis denne ikke holder, vil det oppstå arbitrasjesituasjoner:

$$P=C-S^{\circ}+PV(X)+PV(\text{Dividender/Kontantoverskudd})$$

Der P = pris put opsjon

C = pris call opsjon

S° = pris underliggende år 0

X = Strikeverdi

Vi kan vise dette forholdet ved å ta for oss kontantstrømmene fra to porteføljer, en som inneholder en call opsjon og en risikofri obligasjon, den andre inneholder en put opsjon og en aksje i det underliggende aktivumet.

| Tabell: | Verdi ved tidspunkt * | |
|-------------------|-----------------------|-----------|
| | $S^* > X$ | $S^* < X$ |
| Portefølje 1 | | |
| Verdi Call opsjon | 0 | $S^* - X$ |
| Verdi Obligasjon | X | X |
| Total | X | $S^* - X$ |
| Portefølje 2 | | |
| Verdi Put opsjon | $X - S^*$ | 0 |
| Verdi Aksje | S^* | S^* |
| Total | X | S^* |

Ettersom disse sikre utbetalingene fra de to porteføljene er identiske, vil de to porteføljene ha lik verdi. Har de ikke det vil det oppstå arbitrasjesituasjoner som raskt vil bli tettet igjen av markedet.

7.3 Forwardkontrakt på nettokontantstrøm

Helt analogt til ligningene ovenfor, kan vi finne verdien av en forward-kontrakt ved følgende ligning:

$$\begin{aligned}
 V_0[\int_t^T D(s)ds] &= V_0[\int_0^T D(s)ds] - V_0[\int_0^t D(s)ds] \\
 &= aX(0)[A(T, r+k) - A(T, r)] - [B(T) - B(t)] \quad (58)
 \end{aligned}$$

For at det ikke skal være arbitrasjemuligheter knyttet til disse forward-kontraktene må derfor ligning 20 ha samme verdi som kontantstrømmen fra forwardkontrakten **F**:

$$V_0[\int_0^T Fdt] = F[A(T, r) - A(t, r)] \quad (59)$$

Som gir oss verdien av forwardkontrakten **F**:

$$F = A(T, r) - A(t, r) \int_0^T V_0[\int_0^T D(s)ds] \quad (60)$$

7.4 Metode for opsjonsprising basert på Monte Carlo Simulering

Generell Monte Carlo simulering

Monte Carlo simulering er en effektiv metode for opsjonsprising som direkte simulerer prisprosessen. Simuleringen kan være tidkrevende, men er likevel en meget populær metode og benyttes innenfor både økonomi andre fagfelt. Grunnen til dette er at simuleringen kan gi oss gode løsninger på vanskelige differensiallikninger med flere variabler. Vi ønsker å inkludere Monte Carlo simulering som et eksempel på hvordan dette kan benyttes. I tillegg åpner det opp for å definere prosessen slik at at fraktratene som genereres alltid er positive. Dermed kan denne metoden gi oss et ekstra perspektiv på problemene, og være et godt sammenligningsgrunnlag til de andre metodene.

Monte Carlo simulering av en Ornstein-Uhlenbeck prosess

Siden Monte Carlo simulering, i likhet med binomisk simulering, betinger en løsning i diskret tid, må vi derfor omforme den kontinuerlige Ornstein-Uhlenbeck ligningen (8). Det kan vises at denne likningen er en kontinuerlig likning av samme form som en førsteordens autoregressiv likning (AR1)²⁸. Den tilhørende AR1 likningen til (8) blir gyldig for store tidsintervaller, og blir som følger:

$$X_t - X_{t-1} = \alpha(1 - e^{-k}) + (e^{-k} - 1)X_{t-1} + Z(0,1) \quad (61)$$

med varians gitt ved

$$\sigma_\varepsilon^2 = \sigma^2(1 - e^{-2k})/(2k) \quad (62)$$

når vi setter inn for standardavviket samt tar hensyn til tidsintervallet mellom hver observasjon, kan X_t uttrykkes som følger:

²⁸ Se Dixit & Pindyck (1994) kapittel 3 for videre utledning

$$X_t = X_{t-1}e^{-k\Delta t} + \alpha(1 - e^{-k\Delta t}) + \sigma\sqrt{(1 - e^{-2k\Delta t})/(2k)}Z(0,1) \quad (63)$$

Også den diskrete funksjonen for fraktratene er normalfordelt. Det kan videre være verdt å legge merke til at for store standardavvik kan raten anta negativ verdi, noe som er en urealistisk antagelse. Denne feilkilden kan vi fjerne ved hjelp av to enkle prinsipper. Det første er å omdefinere den langsiktige likevektsraten fra α til P og kreve følgende likhet:

$$\alpha = \ln(P) \quad (64)$$

Det vil med andre ord si at Ornstein-Uhlenbeck prosessen som vi skal simulere er den naturlige logaritmen til ratene, og den langsiktige likevektsraten er dermed gitt med

$$P = e^\alpha \quad (65)$$

Det andre prinsippet er at vi krever at ratene må tilfredsstillere sammenhengen $E[P(T)] = \exp\{E[x(T)]\}$. Denne sammenhengen mellom X og P medfører at vi under simuleringen får følgende forventningsverdi av P på gitt tidspunkt T :

$$E[P(T)] = e^{x(0)e^{-kT} + \alpha(1 - e^{-kT})} \quad (66)$$

Vi må kompensere i formelen for at den eksponentielle til en normalfordelt funksjon legger til halve variansen i den lognormale middelverdien:

$$P(t) = e^{x(t) - 0.5\text{Var}[x(t)]} \quad (67)$$

Gitt at disse to prinsippene er tilfredsstillt har vi omformulert prosessen på en slik måte at vi kan benytte oss av karakteristikaene ved den opprinnelige prosessen, samtidig som vi forhindrer at raten, P , antar negative verdier.

Risikojustering av Monte Carlo simuleringen

Vi benytter oss av den risikojusterte Ornstein-Uhlenbeck formelen også for Monte Carlo-simulering. Det vil si at endringen i raten, $X(t)$, og den justerte langsiktige likevektsraten kan skrives som

$$dX(t) = k(\alpha^* - X(t))dt + \sigma Z^*(T) \quad (68)$$

$$\alpha^* = \alpha - \sigma\lambda / k \quad (31)$$

Ved å benytte oss av den risikojusterte likevekten kan den diskrete prosessen skrives på følgende måte

$$X_t = X_{t-1}e^{-k\Delta t} + \alpha^*(1 - e^{-k\Delta t}) + \sigma\sqrt{(1 - e^{-2k\Delta t})/(2k)}Z(0,1) \quad (69)$$

Substituering av α^* i henhold til likning (31) gir oss da

$$x_t = x_{t-1}e^{-k\Delta t} + \left[\alpha - \left(\frac{\sigma\lambda}{k} \right) \right] (1 - e^{-k\Delta t}) + \sigma\sqrt{(1 - \exp(-2k\Delta t))/(2k)}Z(0,1) \quad (70)$$

Ved hjelp av de to egenskapene vi utledet ovenfor for det generelle tilfellet, samt formelen for variansen til prosessen, kan vi uttrykke prisprosessen for ratene ved hjelp av følgende likning:

$$P(t) = \exp \left\{ \begin{array}{l} \left[\ln[P(t-1)] \exp[-k\Delta t] \right] + \left[\left[\ln(\alpha) - \frac{\sigma\lambda}{k} \right] (1 - \exp[-k\Delta t]) \right] \\ - \left[(1 - \exp[-2k\Delta t]) \frac{\sigma^2}{4k} \right] + \sigma \sqrt{\frac{1 - \exp[-2k\Delta t]}{2k}} Z(0,1) \end{array} \right\} \quad (71)$$

Vi har nå et uttrykk som kan benyttes til simulering. Ved å simulere Z-verdier kan vi finne ulike prisbaner til ratene. Ved å gjennomføre denne prosessen et tilstrekkelig

antall ganger vil gjennomsnittet av prisbanene konvergere mot en endelig verdi. Vi vil komme nærmere tilbake til hvordan vi praktisk gjennomfører simuleringen i del 5.

7.5 Dager per måned

Siden vi benytter oss av månedlige gjennomsnitt av rater per dag, må vi multiplisere opp hver enkelt rate med antall dager per måned. Som en forenkling benytter vi oss av gjennomsnittlig antall dager per måned gjennom et år, det vil si $365/12 = 30,42$. Antall dager per måned varierer stort sett mellom 30 og 31 dager annenhver måned, og det er realistisk å anta ingen korrelasjon mellom antall dager i en måned og størrelsen på spotraten. Vi kan derfor trygt anta at endringene i antall dager er ren støy, og at et fast gjennomsnittlig antall dager kan benyttes.

9 Litteraturreferanser:

Alf Andersen: "Valuation of Shipping Options," Working Paper No. 14/SIS notat No. 28, 1992

Lenos Trigeorgis: "Real options in capital investment", Praeger 1995

Brennan/Trigeorgis: "Project flexibility, agency and competition", Oxford University Press 2000

Z. Bodie, A. Kane & A.J. Marcus: "Investments, Sixth edition", Irwin-McGraw Hill, 2005

Costas Grammenos: "The handbook of maritime economics and business", Informa Pub 2002

Per Frithjof Lorange: "Opsjonsprising innenfor shipping", Siviløkonomutredning NHH, 1997

Jøril Mæland: "Reverserende oljepriser og verdsetting av oljeprosjekt", SNF-rapport 53/93, 1993

Aadland, Koekebakker, Sødal, "The value of market switching option for combination carriers", 2004

George M. Constantinides, "Market Risk Adjustment in Project Valuation", Journal of Finance 1978.

Dixit & Pindyck: "Investment under Uncertainty", Princeton University Press 1994

Robert L. McDonald: "Derivatives Markets", Pearson Education Inc, 2003

John C. Hull: "Options, futures and other derivatives", Prentice Hall, 2002

Ekern og Bjerksund: "Contigent Claims Evaluation for Mean-Reverting Cash Flows in Shipping", SIS notat, 21/199229, 1991

Jostein Lillestøl: "Sannsynlighetsregning og statistikk med anvendelser", 5 utg. Cappelen Akademisk Forlag, 1997

Keller og Warrack: "Statistics for Management and Economics 6th Ed", Thomson 2003 (KW)

Petter Bjerksund og Steinar Ekern: "Prinsipper for opsjonsbaserte analyser innen shipping", SNF rapport 13/92, 1992

Petter Bjerksund og Gunnar Stensland: "Mean-reverting Values and Irreversible Decisions", SNF-rapport 45/93, 1993

D.B. Nelson og K. Ramaswamy: "Simple binomial processes as diffusion approximations in financial models", Review of Financial Studies, 1990

J.M. Harrison & D.M Kreps: "Martingales and arbitrage in multiperiod securities markets", Journal of Economic Theory, 1979

Alfredo Ibanes og Fernando Zapatero: "Monte Carlo Simulation of American Options through Computation of the Optimal Exercise Frontier",
<http://www.cirano.qc.ca/financegroup/activites/A56-04032002-03.pdf>, 2001

Marco Antonio Guimarães Dias's webpage, "Real Options with Monte Carlo Simulation", <http://sphere.rdc.puc-rio.br/marco.ind/monte-carlo.html>

Lamper & Howison: "Monte Carlo Simulation of American Options", University of Oxford, http://www.finance.ox.ac.uk/file_links/mf_papers/2003mf01.pdf

Dr.Sheri Markose: “Note 10: Martingale Representation Theorem and Equilibrium Asset Prices”,

<http://courses.essex.ac.uk/ec/ec907/EC907%20Lecture%20note10Martingale%20Representation%20Theorem.doc>

10. Takk til:

Vi ønsker å rette en stor takk til vår veileder Jøril Mæland for å ha stilt opp oss gjennom hele prosessen med gode råd og støtte på veien. I tillegg vil vi takke for god hjelp til innsamling av data og ikke minst gode råd på veien:

Aage Sending, Frontline

Steinar Ekern, Professor NHH

Martin Gjølme og Magnus Hillestad, tidligere studenter ved NHH

Aksel Aas, Platou Finans

Ragnvald Risan, Ness Risan & partners

Espen Harr, Orion Shipping

Bjørn Boddling, Platou Shipping

Åge Østern, Frontline Management