

# Bedre læring av matematikk uten bruk av ekstra ressurser?

*Artikkelen er vitenskapelig vurdert av forskere utenfor redaksjonen.*

**Av Marianne  
Maugesten**

*Hvordan kan man redusere strykprosenten ved en eksamen i matematikk i lærerutdanningen fra over 50 % til 15 %, uten at verken lærere eller studenter blir stresset, og uten at de faglige kravene reduseres? Det skal denne artikkelen forsøke å gi svar på.*

## Innledning

ALTFOR OFTE RAPPORTERES DET OM dårlige resultater i matematikk, både i grunnskolen, videregående skole og i høgre utdanning. I sistnevnte får vi høre om svært høye strykprosenten innen mange typer utdanning, som for eksempel ingeniørutdanning, økonomifag og innen den utdanningen jeg representerer, lærerutdanning. Både studenter og lærere sliter. Når en gladnyhet presenteres innimellom, kan man formelig føle mistanken om at suksessen trolig skyldes at kravene til eksamen er redusert, ikke at studentene faktisk er blitt gode.

Det er fristende å delta i ansvarsfraskrivningen. Studentene har dårlige forutsetninger, og det synes umulig å bringe dem opp på et akseptabelt nivå med den tiden og de ressursene man har til rådighet. Det er lett å legge skylden på skoleslagene under oss.

Når situasjonen er så dårlig som den faktisk er, må vi som jobber innen lærerutdanning i hvert fall gjøre det vi kan for at matematikkundervisningen i skolen skal bli bedre. Det er ikke holdbart å skyldes på andre og ellers fortsette som før. Målet må være at våre studenter skal bli så gode som mulig både i matematikk og til å undervise i matematikkfaget. Vi må samtidig få studentene til å synes at matematikk er interessant og morsomt, både å lære og å undervise.

Høsten 2003 satte vi i gang et forsøk med vår undervisning, ut fra de ressursene vi disponerte og med det utgangspunktet at en underbemannet seksjon skulle kunne leve med den lærerinnsetningen vi hadde tilgjengelig. Resultatene hadde vært svært dårlige inntil da. Med relativt enkle midler oppnådde vi bedre resultater enn det vi hadde kunnet håpe på (Maugesten, Lauvås 2004).

Denne artikkelen er basert på en mer fullstendig rapport som er tilgjengelig for interesserte (Maugesten & Lauvås, 2004). Forhåpentlig kan denne artikkelen tjene som inspirasjon til andre som sliter med å oppnå gode resultater, ikke bare i matematikkfaget, og ikke bare i lærerutdanningen.

**Marianne Maugesten**  
(f. 1958)

Høgskolelektor, hovedfag i matematikkdidaktikk fra HiA 1997. Arbeidssted: Høgskolen i Østfold, avd. for lærerutdanning (fra 1998). Tidligere 17 år fartstid i grunnskolen i Østfold.

Publikasjoner: Maugesten, M. og Lauvås, P. (2004): Bedre læring av matematikk med enkle midler. Rapport HIO 2004:6  
Maugesten, M og Kvifte, B. (2003): Erfaringer fra IKT-prosjektet ved avdeling for lærerutdanning ved Høgskolen i Østfold. HiO-rapport 2003 nr.14

e-post: marianne.maugesten@hiof.no

### Kort beskrivelse av dagens situasjon

To ganger årlig pleier det å være oppslag i avisene med dårlige eksamensresultater, som regel med matematikk inne i bildet. En dag er det bedrøveligheten i skolen som brettes ut, den neste er det studentene i høgre utdanning som får sitt pass påskrevet. Hvor situasjonen er verst, er ikke godt å si. De fleste lærerutdanninger som bruker skriftlig eksamen som evalueringsform, har dårlige resultater generelt og uakseptabel strykprosent spesielt. Oppslagene i media er så å si blåkopi av dette oppslaget i internavisa ved NTNU (Under Dusken, 2002)

Ifølge faglærerne på Institutt for matematiske fag skyldes den høye strykprosenten dårlige forkunnskaper og liten arbeidsinnsats hos studentene.

Studentenes forkunnskaper i matematikk ser ut til å bli stadig dårligere. Det må mane til ettertanke når undersøkelsen til Norsk Matematikkråd høsten 2003 viste at bare vel 50 % blant begynnerstudentene høsten 2003 klarte å gi riktig svar på følgende oppgave, der svaret skulle gis på desimalform (Rasch-Halvorsen & Johnsbråten 2004:4):

$$2,8 \cdot \_ =$$

I grunnskolen er heller ikke situasjonen lys. I Pisaundersøkelsen er norske elever på sisteplass i Norden (<http://www.pisa.oecd.org>) når det gjelder matematikkforståelse. Avgangsprøva i grunnskolen viser at resultatene stadig blir dårligere. I 2003 fikk bare 15 % av elevene de to høyeste karakterene, mens bortimot 30 % av elevene fikk de to dårligste karakterene (Læringssenteret). Færre elever på videregående skole ønsker fordypning i matematikk. Lærere mangler eller har liten kompetanse i faget. For noen år siden hadde tre av fire matematikklærere i grunnskolen har mindre enn et års fordypning i faget (VG 26.05.99). Det totale antall undervisningstimer i realfag i løpet av grunnskolen er lavt i Norge sammenlignet med andre land (VG 06.12.98).

Innen høgre utdanning gir undersøkelsene til Norsk Matematikkråd gjennom mange år det beste grunnlaget for å spore utviklingen. De har undersøkt kunnskapsnivået i matematikk blant begynnerstudenter ved høyskoler og universiteter. De siste undersøkelsene (Rasch-Halvorsen & Johnsbråten 2002, 2004) er ingen morsom lesning:

Norsk Matematikkråd mener at de tre siste undersøkelser som er gjennomført viser at grunnleggende matematikk ikke beherskes tilfredsstillende for noen av respondentgruppene og at kunnskapsnivået her fremdeles er synkende. Det er betenkelig at de beste respondent-gruppene i gjennomsnitt ikke oppnår over 70 % rette svar på oppgaver der 90 prosent tilhører helt grunnleggende matematikk etter grunnskolens pensum (2002:36).

Og hvilke studenter skårer lavest?

Studieretningen der studentene skårer lavest er allmennlærer. Denne gruppen er nede på så lav prosent som 29,5 (2002:35).

Dette er bekymringsfullt med tanke på framtida. Derfor er det satt i verk tiltak og laget utredninger, bl. a. Kvalitetsreformen (St.meld. 27 2000-2001), "Å tenne de unge" (Handlingsplan for matematikk) og gitt støtte til konferanser, ulike prosjekter som stipendordninger til etter- og videreutdanning av lærere, opprettelse av "Nasjonalt senter for matematikk i opplæringen" og dannelse av Landslaget for matematikk i skolen (Lamis). Det er tydelig både vilje og ønske om å gjøre noe med situasjonen fra myndighetenes side.

Høgskolen i Østfold, avdeling for lærerutdanning, var fram til våren 03 ikke noe unn-

tak fra elendighetsbeskrivelsen. Med en strykprosent på rundt 50 blant lærerstudentene på det obligatoriske 30 studiepoengskurset i matematikk, og med to tredeler blant dem som sto som fikk laveste ståkarakter, var vi matematikklærere enige om at noe måtte gjøres. Problemstillingen var: Hvordan få bedre resultater på det obligatoriske matematikkurset i allmennlærerutdanninga uten å bruke mer lærerressurser?

### Hva gjorde vi?

Det tidligere obligatoriske trettistudiepoengskurset i matematikk ble delt opp i 3 moduler fra studieåret 03-04 (Emneplan for matematikk 1). Den første modulen ble gjennomført høsten 2003, den neste våren 2004 og den siste blir gjennomført våren 2005. Det faglige innholdet er uforandret i forhold til tidligere fagplan. I denne artikkelen avgrenses framstillingen til modul 1 og modul 2.

Kvalitetsreformen i høgre utdanning legger vekt på at studentene skal få 'tettere oppfølging'. Det er et nøkkelpunkt hvilken form en slik oppfølging skal ha. Noen former for 'tettere oppfølging' vil trolig gi liten uttelling, men trekke store vekslers på lærerne som både skal gi tilbakemeldinger, godkjenne og eventuelt også karaktersette mye som studentene produserer. Det er på dette punktet vi mener at våre resultater er av spesiell betydning. Kan man få til 'tett oppfølging' av studentene som både er læringsdrivende, interessedrivende og samtidig lite lærerintensiv? Litt forenklet kan man si at det ble satt i verk to tiltak, nivådifferensiering og formativ vurdering.

### Nivådifferensiering

Det er stor forskjell i det faglige nivået hos våre begynnerstudenter. Mange er svake, men hvert år er det noen studenter som både har et positivt forhold til faget og som har faglige ambisjoner<sup>1</sup>. I et fag som matematikk, tror vi det er viktig at studentene får arbeide sammen med studenter som ikke er på et helt annet nivå enn dem selv. For de som kan mye, blir undervisningen lett kjedelig og uinteressant når tiden også skal brukes til å forklare og diskutere det man allerede er vel fortrolig med. Og, kanskje enda viktigere, for de svake studentene er det ikke lett å lære i heterogene grupper.

Nivådifferensiering kan foregå innenfor storgrupper/klasser der man lager homogene grupperinger innen klassen, eller man kan dele studentene inn i homogene klasser. Sistnevnte inndeling ble valgt. Kort tid etter semesterstart fikk studentene en test, for det meste med oppgaver fra pensum i ungdomsskolen. Studentene rettet selv testen og valgte selv nivå på grunnlag av resultatet på testen. Fordelingen ble slik:

Nivå 1	18 studenter med best resultat (over 30 poeng av 45 mulige) <sup>2</sup> .
Nivå 2	80 studenter med middels resultat (15 - 30 poeng) ble delt inn i 2 klasser.
Nivå 3	16 studenter med de dårligste forkunnskaper (under 15 poeng) og et meget dårlig forhold til matematikkfaget.

Studentene deltok også på Norsk Matematikkråds test, som ble gjennomført på nær samme tid, og gjennomsnittlig poengsum der var som tidligere år mellom 15 og 16 poeng av 44 poeng.

Det var en ren nivådifferensiering som ble utprøvd, ingen tempodifferensiering. Studentene i de ulike klassene arbeidet i takt med de samme temaene, men gikk ulikt dypt ned i

stoffområdene. Ukeplanen så lik ut for alle studentene. Vi garanterte at dybden i stoffgjennomgangen, også på nivå 3, skulle være tilstrekkelig til å kunne bestå eksamen.

I norsk skole har det ikke siden kursplanenes tid vært kultur for å nivådifferensiere i homogene grupper. Sammenholdte klasser og enhetsskolen har stått sterkt, og etter M 74 ble det slått fast at elevene skal få opplæring etter evner og forutsetninger, men dette skal skje innenfor den etablerte klassen. I høgre utdanning har det vært mer tradisjon for individualisering enn differensiering. Det er åpenbare grunner for dette.

Nivådifferensiering kan ha negative effekter og ikke bare de positive virkningene som en ønsker å oppnå. Vi lanserte ideen som en praktisk måte å legge til rette for 'student-tilpasset opplæring'. Vi forespeilet studentene muligheter for å kunne flytte fra et nivå til et annet innen de praktiske rammene som var gitt, alt etter deres ønsker. Men risikoen var selvsagt til stede for at studentene på det laveste nivået skulle bli stigmatisert. Vi ønsket på ingen måte å skjelne mellom elitestudenter og de andre, mer svake studentene. Studentene ble spurt direkte om erfaringene med denne ordningen, samtidig som vi hadde antennene ute for å fange opp eventuelle signaler om utilsiktede konsekvenser. Skulle det utvikles noe som helst stigma overfor deler av studentgruppen, ville vi måtte ta differensieringen opp til ny vurdering.

### **Formativ vurdering – gjensidig studentretting (peer assessment)**

Et hovedmål var å få studentene til å arbeide jevnt over hele semesteret. Skippertaksmetoden egner seg dårlig innenfor matematikkfaget. I tillegg mente vi det var viktig med raske tilbakemeldinger på arbeidet. Men hvordan skulle vi få det til? Innleveringer med tilbakemeldinger fra lærerne ville bety mye tid brukt til rettelser og dermed mindre tid til undervisning i en allerede presset ressursituasjon.

Gjensidig studentretting ('peer assessment') ble løsningen. Tanken var å bruke vurderingen slik at den påvirket studentenes læring på en mest mulig heldig måte og ikke var mer arbeidskrevende for lærerne. Den underliggende tanken var at studentene skulle få mye formativ vurdering, og at det var denne vurderingsformen som så å si skulle bli motoren i studentenes læringsaktivitet.

Vurdering av studenter har både et kontroll- og et læringsaspekt. Både ved opplegget av undervisningen og ved valg av vurderingsordning, må man ta sikte på å ivareta begge disse aspektene. Egentlig vurderer vi studenter med tanke på å ivareta flere funksjoner i følge Graham Gribbs(1998):

1. Få studentene til å jobbe med stoffet, jevnt fordelt utover hele forløpet ('capturing student attention and effort')
2. Få studentene til å lære på effektive måter ('generating appropriate learning activity')
3. Sikre at studentene får mye god feedback ('providing feedback to the student')
4. Kontrollere at de kan det de skal kunne, evt også å fastsette hvor gode de er blitt (allocating marks – to distinguish between students or to distinguish between classifications')
5. Dokumentere for omverdenen at rimelige standarder opprettholdes ('accountability – to demonstrate to outsiders that standards are satisfactory')

For arbeidet i semesteret var punkt 1-3 sentrale, mens eksamen ivaretar den summative vurderingen i punkt 4. Et ikke uvesentlig punkt er nr 5. Vi ønsket å få flere studenter gjen-

nom studiene, men ville opprettholde den faglige standarden. Derfor har vi fortsatt å bruke eksternt sensur og på alle måter lagt opp vurderingen slik at det ikke skal kunne reises tvil om hvorvidt vi opprettholder tilfredsstillende standarder. Det er heller ikke noen motsetning mellom den formative og den summative vurderingen. Den formative vurderingen blir brukt for å få flere til å lykkes i den summative vurderingen.

Vår organisering ved utprøvingen ble slik:

Studentene hadde 6 timer matematikk fordelt på to dager. I prinsippet gjorde vi ingen endringer i 5 av timene. Oppgavene ble lagt ut på internett på ukeplanen uka før, og studentene skulle ha arbeidet med dem til første time mandag. Denne timen ble brukt til at studentene rettet oppgaver for hverandre. Studentenes oppgaver ble samlet inn og delt ut igjen slik at ingen fikk sin egen besvarelse. De som ikke hadde med oppgaver til retting, "ble sendt i kantina" eller kunne sitte og jobbe med egne oppgaver uten å bli involvert i rettingen. Studenter som ikke selv hadde noen besvarelse å legge fram, har heller ikke forutsetninger for å rette andres besvarelser. I tillegg er det selvsagt en del bakenforliggende tanker, særlig den at studenter skal oppleve det lite attraktivt å sette seg selv utenfor det læringsfelleskapet som den gjensidige rettingen utgjør. Læreren hadde laget fasit til oppgavene og veiledet under rettingen. Det skulle skrives kommentarer til besvarelsene, både positive og negative.

Det var totalt ni uker med retting i høstsemesteret, og studentene måtte ha rettet og fått godkjent sju av dem for å gå opp til eksamen.

Etter at alle besvarelsene var returnert til eier, ble de oppgavene som studentene hadde problemer med, gjennomgått. I klassene ble det diskutert hvordan man skal arbeide videre med oppgaver man ikke hadde fått til eller som var feil. Og det hendte at det kom for en dag så alvorlige kunnskapshull at lærer fant det nødvendig å gjennomgå noe stoff som egentlig skulle være kjent.

Et viktig aspekt må understrekes. Dette opplegget skulle ikke være noen form for standpunktvurdering. Oppgaveløsningen og –rettingen var noe studentene skulle lære av, ikke noe som skulle inngå i den kontrollerende vurderingen. Det oppsto situasjoner der studentene ikke fikk til oppgavene hjemme. Kravet til godkjenning var da heller ikke at studentene hadde kommet fram til det riktige svaret. Studentene skulle dokumentere seriøse forsøk på oppgaveløsning, og dette skulle være skriftlig dokumentert. Studenten skulle beskrive hva som var gjort, hvor hun/han hadde stoppet opp, og så skulle de prøve å forklare hvorfor de stoppet opp og hva de ikke forsto. De som rettet, skulle prøve å stille spørsmål slik at studenten kom videre i sin løsning av oppgavene.

## **Resultatene**

Eksamensresultatene fra tidligere år var ikke noe vi ikke kunne være fornøyd med. Ved eksamen høsten 2003, hadde vi kun skriftlig eksamen<sup>3</sup>. Nedenfor vises resultatene på skriftlig eksamen i modul 1. 94 allmennlærerstudenter gikk opp til eksamen.

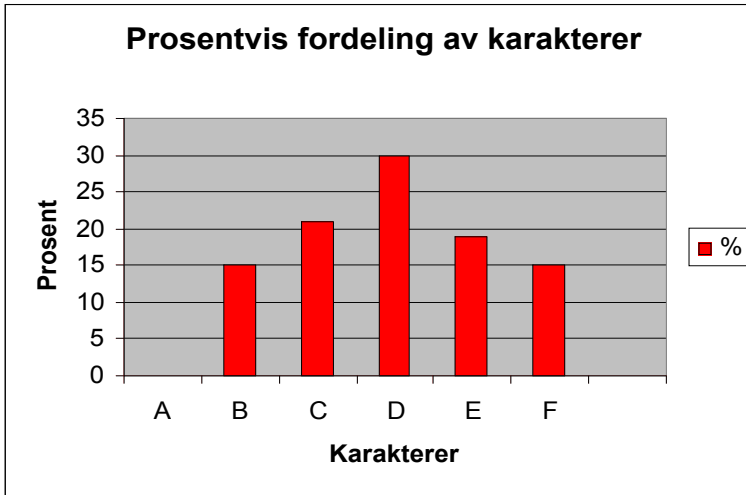


Fig. 1. Eksamenskarakter, skriftlig eksamen 2003/2004

Det må understrekes her at vi beflittet oss på å stille de samme kravene til studentene som vi hadde gjort tidligere. Pensum i de tre modulene er det samme som i det gamle kurset. Lærerne var de samme, vi brukte samme oppgavetyper og de samme eksterne sensorene som tidligere år.

Resultatene var altså blitt dramatisk mye bedre enn ved siste eksamen. Strykprosenten er redusert fra 54 % til 15 %. Selv om ingen oppnådde A, er fordelingen blitt vesentlig bedre, bl a med 15 % B.

Semesteret etter (våren 2004) gikk 87 av de samme allmennlærerstudentene opp til muntlig eksamen i modul 2 og resultatene ble slik:

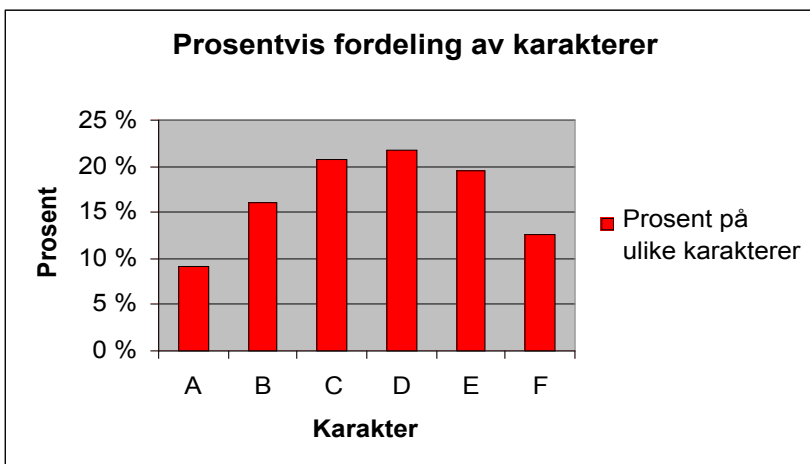


Fig.2. Eksamensresultatene våren 2004, muntlig eksamen

Det er ikke uvanlig at eksamenskarakterene blir høyere ved bruk av muntlig eksamen som prøveform, sammenliknet med skriftlig eksamen, i hvert fall i matematikk. Forbedringen i karakternivå fra modul 1 til modul 2 kan dermed ikke tas som uttrykk for ytterligere forbedringer i studentenes matematikk-kunnskaper. Men like fullt er vi godt fornøyd med disse resultatene. På begge modulene er både gjennomsnittskarakterene og fordelingen av karakterer vesentlig bedre enn tidligere. (Maugesten, Lauvås, 2004)

### **Og hva sa studentene?**

Studentenes opplevelser og vurderinger er viktige, særlig med tanke på det tosidige forholdet de skal ha til faget matematikk; de skal lære en del av dette faget, samtidig som de skal forberede seg til å undervise i matematikk i skolen. Det er altså viktig å få kjennskap til deres læringserfaringer og til deres erfaringer med undervisningsopplegget.

### **Kursvurdering**

Mot slutten av første semester ble studentene spurt om deres erfaringer med opplegget. Tilbakemeldingene var entydig positive. Studentene hadde god erfaring med den formen for differensiering vi hadde valgt. Kun fire studenter ønsket ikke å fortsette med ordningen. Det kom ikke fram noen indikasjoner på stigmatisering i undersøkelsen, og vi har heller ikke registrert noen slike tendenser via andre kanaler.

95 % av studentene ønsket å fortsette med den gjensidige studentrettingen. Rettingen ble opplevd som lærerik. Studentene lærte seg å forstå andres feil og tankegang, og de ble tvunget til å jobbe. Motstanden som ble uttrykt fra de 5 % som var negative, gikk ikke på selve studentvurderingen, men på det obligatoriske elementet i ordningen. Ikke en eneste student stilte seg avvisende til studentvurderingen.

At det kommer fram avvikende oppfatninger om det obligatoriske i ordningen, er helt naturlig. Den negative holdningen hos noen studenter, er først og fremst begrunnet i at obligatorikk medførte praktiske problemer (sykdom, barn, liten fleksibilitet). Men det reises også et prinsipielt spørsmål om hvordan en profesjonsutdanning skal legges opp – hvor sterkt man skal styre studenter som skal utdanne seg til selvstendig yrkesvirksomhet, hvor stor fleksibilitet skal et høyskolestudium ha for ulike studentgrupper osv.

### **Refleksjonsnotater**

Ved starten av Modul 1 ga vi ikke bare studentene en test. De fikk også i oppdrag å skrive et kort notat om deres egne tanker<sup>4</sup> og forsetter om det å lære matematikk. Vi ønsket å fokusere på studentenes eget ansvar for å lære og deres refleksjon og bevissthet om egen innsats. Svarene ble samlet inn og arkivert til etter avsluttet kurs. Ved starten av andre semester (etter at eksamensresultatene var klare) fikk studentene tilbake sine egne notater og et nytt oppdrag<sup>5</sup>

Svarene fra første semester viste at studentene hadde ambisjoner om å møte forberedt til timene, delta aktivt og ikke glemme etterarbeidet. Samarbeid var også viktig. Studentene på nivå 3 svarte litt annerledes enn de andre studentene. Der ble betydningen av trygghet i gruppa nevnt sammen med krav om konsentrasjon og vilje til å gjennomføre dette.

Svarene ved starten av neste semester var også entydige. Mange var godt fornøyd med innsatsen, men noe kunne gjøres enda bedre, bl.a. å spørre mer. Men det var gledelig å se

at mange ville jobbe enda mer, være mer forberedt og etterlese mer til tross for at de har fått bestått på eksamen. Det var altså viktig å bli god og ikke bare få en E i matematikk.

### Intervju

En gruppe tilfeldig utvalgte studenter ble også intervjuet. Studentene bekreftet inntrykket av at det er en sterk sammenheng mellom motivasjon for å arbeide med matematikken og mestring av faget. For mange studenter var matematikken lett å følge med i på barnetrinnet, men utviklingen fra ungdomstrinnet og videre har vært ganske forskjellig. Matematikken oppleves som et fag som er morsomt når man klarer å henge med, men strevsomt når det går dårlig. De som har opplevd problemer med matematikken, mener at de bare har seg selv å takke. De skulle jobbet mer, for det krever mye arbeid å lære matematikk. De tenker ikke på at matematikk-karrieren deres kan ha noe med den undervisningen de har fått, å gjøre.

For de som hadde de laveste forkunnskapene, er det en gjennomgående holdning at de regnet det som lite sannsynlig at de ville lykkes, nesten uansett hva de kunne finne på å foreta seg. Og det var tilsvarende overraskende – og hyggelig – at de kunne lære så mye som de faktisk har gjort. For det trodde de ikke på forhånd.

### Bedre undervisning – eller bedre vurdering av studentene?

Matematikken er i krise som skole- og studiefag. For det mindretallet av elever og studenter som er dyktige i matematikk og som liker dette faget, er det vel mer et spørsmål om å sørge for å ikke ødelegge for dem og støtte dem i å komme lengst mulig med det de ønsker å arbeide med. Men for de andre?

Innenfor undervisning på alle nivåer er det viktig å stille spørsmålet: Hvordan lærer studentene/elevene best mulig, det de skal lære ( i vårt tilfelle, matematikk)? I stedet for å fokusere altfor mye på hva læreren skal gjøre for at studentene skal lære, hvordan er det studentene skal arbeide for å lære for å bli best mulig? Hva er de optimale læringssituasjonene og læringsforløpene? Hvilke faktorer gir framgang hos studentene? I lærerutdanningen har vi et ytterligere anliggende: Hvordan blir studentene våre gode matematikklærere?

Læreplanen for grunnskolen, L97, har et konstruktivistisk læringssyn. "Elevene konstruerer selv sine matematiske kunnskaper" (L97 s. 156). Samarbeid, kommunikasjon, forståelse, problemløsning og prosessorientert matematikkundervisning er noen av hovedtankene i matematikkplanen i L97. Evalueringen av L97 viser imidlertid at undervisningen i skolen fortsatt er ganske tradisjonell. Læreren starter timen med introduksjon av nytt stoff og gjennomgåelse av lekser, for deretter å sette elevene i gang med oppgaveregning som samsvarer godt med eksempler læreren har vist på tavla (Alseth m. fl. 2003). I høgre utdanning har forelesningen stått sterkt. Avskrift fra tavla sammen med oppgaveregning har dominert i matematikkundervisningen selv om arbeidsmåter som prosjektarbeid og problembasert læring har fått innpass innenfor en del fag på høyskole- og universitetsnivå.

Undervisningstradisjonene er svært sterke i matematikkfaget. Men Hart (1999:18) konkluderer i sin metastudie<sup>6</sup> om matematikkundervisning på universitetsnivå slik:

...what we are doing in mathematics classrooms now is not working for the vast majority of students".

Hun viser til at "teaching as telling" er den dominerende formen. Innen denne formen er god undervisning synonymt med klare presentasjoner fra læreren med gode skriftbilder



på tavla i passe tempo. Det stereotype bildet av matematikklæreren som står ved tavla med krittstøv opp til albuene, ser ut til å stemme med praksis i stor grad. Det har ikke manglet på problematisering av denne tradisjonen. For undervisningen i skolen ga det amerikanske forskningsrådet klare anbefalinger for 15 år siden:

Teachers almost always present mathematics as an established doctrine to be learned just as it was taught. This 'broadcast' metaphor for learning leads students to expect that mathematics is about right answers rather than about clear, creative thinking. (National Research Council, 1989:57, sitert i Hart, 1999:4)

Den innebygde utfordringen ble tatt opp av National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) som i diverse publikasjoner har tatt til orde for at nøkkelordene for god undervisning i matematikk skal være aktivitet og involvering av elevene:

Rather than being passive recipients of information, learners need to communicate their mathematical thinking, defend and justify their arguments, and work with others to develop mathematical knowledge. (op.cit.)

Rapporten fra den nordiske konferansen i matematikdidaktikk i 2002 (*Utvikling av matematikkundervisning i samspill mellom praksis og forskning*) kan omtrent leses som en utdyping av det samme synet. Tankene i L97 og evalueringen av den, målbærer det samme; elever og studenter må være mindre passive, samarbeide mer og kommunisere mer i matematikk, uavhengig av alder.

Dette er i tråd med litteraturstudiene vi hadde gjort på forhånd. Mindre tavleundervisning, mer samarbeid om oppgaver og oppgaveløsning og å forklare hverandre oppgaver har vært gjennomgående i våre timer. Å få mange og raske tilbakemeldinger på arbeidet var noe av ideen med den gjensidige studentrettingen. Oppgaveretningen forteller både lærere og studenter om studentene har forstått lærestoffet. For studenter med et dårlig utgangspunkt, er det trolig spesielt viktig med hyppige tilbakemeldinger slik at man vet om arbeidsinnsatsen er tilstrekkelig.

Vi har fått bekreftet verdien av å legge vekten på funksjonene 1 – 3 hos Gibbs, og ikke bare legge vekten på å vurdere studentene med tanke på den summative vurderingen. Nå vektlegges også den første funksjonen mange steder og på ulike måter, f.eks ved obligatoriske innleveringer, arbeidskrav osv som må være godkjent for at studenten skal få lov til å framstille seg til eksamen. Er oppgavene studentene settes til å arbeide med på denne måten utformet slik at arbeidet med dem medfører 'appropriate learning activity', vektlegges også den andre funksjonen. Det vi har fått bekreftet uhyre klart, er betydningen av den tredje funksjonen. Studentene skal arbeide jevnt og trutt (funksjon 1) med gode læringsaktiviteter (funksjon 2) og få rask feedback på det de har gjort (funksjon 3) – her medregnet hjelp til å forstå det som ikke var klart eller riktig forstått – raskt og effektivt. Vi tror det er dette som er hovedforklaringen på de gode resultatene vi oppnådde. Intervjuene og refleksjonsnotatene gjenspeiler dette.

I litteraturen om vurdering, henvises det til de to hovedformene for vurdering av studenter/elever, den formative og den summative (se for eksempel Black & Wiliam 1998, OECD 2005, Lauvås & Jakobsen 2002, Lauvås 2003, Taasen, Havnes & Lauvås 2004). Den kontrollerende, ofte også rangerende vurderingen er den det refereres til som summativ. Da skal de som blir vurdert vise hvor gode de er blitt når de har lært. Av og til er dette sluttvurdering, men en del av den summative vurderingen foregår også underveis, for eksempel som stand-

punktvurdering. Den formative vurderingen har et annet siktemål. Den skal være et middel i selve læringsprosessen, som er en hjelp for den som holder på å lære seg noe nytt, mens man holder på.

Det kan virke som en liten detalj om studentene får formativ eller summativ vurdering. Det er det ikke. Studentene skal lære av den formative vurderingen, ikke kontrolleres. I denne formen gjelder at studentene enten skal vise at de har forstått og at de kan. Og når de har demonstrert sin forståelse, skal de slippe å måtte jobbe med flere oppgaver om det samme. Eller så skal studenten demonstrere seriøs læringsvirksomhet og dermed skaffe seg retten til å få forklart det som ikke er forstått av noen andre som kan. Studentene skal vite at det er en læringsperiode der det er formativ vurdering som skal råde grunnen. Der er det lov å ikke forstå og å gjøre feil. Det eneste som ikke er lov, er å la være å jobbe med å lære det som skal læres. I denne fasen skal studentene bygges opp til den summative vurderingen slik at man er best mulig rustet til den kontrollen av læringsresultatene som skal avslutte læringsforløpet. Den formative og den summative vurderingen er holdt skarpt atskilt fra hverandre.

Betydningen av formativ vurdering er formulert på følgende måte:

We shouldn't want it [a shift to formative assessment] because research shows how it improves learning (we don't need to be told that – it has to be true). We should want it because schools are places where learners should be learning more often than they are being selected, screened or tested in order to check up on their teachers. The latter are important; the former are why schools exist. (William 2000:3, sitert etter Silcock 1998)

## Og så?

En oppsummering av hva vi har oppnådd er:

- vesentlig bedre resultater, som også må bety at studentene kan og forstår mer matematikk
- mer fornøyde studenter
- bedre deltagelse i undervisningen
- en uventet, for studentene, læringseffekt av å rette hverandres besvarelser

Dette er gjennomført med relativt lite lærerinnsats til retting og veiledning.

Vi har med glede kunnet konstatere at andre matematikkmiljøer har fattet interesse for det vi har gjort og er i gang med å prøve ut de samme ideene på litt forskjellige måter.

Det samme opplegget brukes i inneværende studieår (04-05). Men opplegget skal og kan naturligvis også forbedres. Metakognisjon er viktig i all læring, og innsikt i egen læring er ikke mindre vesentlig i lærerutdanning. Det er et ønske at studentene skal bli flinkere til å reflektere over hvorfor de ikke kommer videre når de løser oppgaver. Hvor stopper de opp? Hva må de jobbe mer med? Studentene må forstå at de lærer mest når de jobber med oppgaver, både alene og i samarbeid med en eller flere andre studenter. Å anvende kunnskapen i oppgaver viser god begrepsforståelse sammenliknet med å bare forstå det læreren forklarer. De fleste studentene er til stede når nytt stoff gjennomgås, men alle ser ikke betydningen av å være til stede ved oppgaveregning.

Tidligere var matematikkfaget "den store stygge ulven" i lærerutdanninga ved HIØ. Dårlige resultater, negative holdninger til faget, dårlig frammøte, frustrasjon og skuffelse var

forbundet med faget. Slik har ikke opplevelsen vært dette studieåret. Mange har opplevd å lykkes med faget, og flere av studentene er opptatt av å gjøre det bra faglig. En del sier også at de kan tenke seg å velge matematikk fordypning i tredje eller fjerde studieår. Vi har også opplevd at det er svært viktig å få godkjent og notert retting. Studenter som av ulike grunner vet at de skal være borte, har gjort avtaler om å levere oppgaver til retting dagen før/ sende med medstudenter. Dette er positivt.

Hvilken overføringsverdi har dette forsøket til studentenes framtidige yrkesutøvelse? Hva har studentene lært som kan være av nytte i arbeidet med elever? Til tross for at høgsolen og grunnskolen er to ulike skoleslag, er tilbakemeldingene på arbeidet viktige på begge steder. Det å få en rask bekreftelse på om arbeidet er rett eller galt, hva som kan eller også må forbedres og hvordan man skal gå fram for å lære mer og bli bedre, driver læringsprosessen videre. Å få elevene i grunnskolen til å arbeide med lærerens tilbakemeldinger og ikke bare legge bort arbeidet, er en stor utfordring for de framtidige lærerne. Studentene har sett at svært mange oppgaver kan løses på ulike måter. Solide begreper i matematikk dannes nettopp ved å ta i bruk ulike innfallsvinkler og i diskusjon med andre. Mange grunnskoler og etter hvert en del videregående skoler tar i bruk mer elevaktive arbeidsformer og prøver nye organiseringer i matematikkundervisningen. Det er viktig for oss som høgsolen å tilpasse oss de nye elevgruppene. Det bør ikke bety lavere nivå, men vi må tenke annerledes enn før.

Lærerne i seksjonen ønsker også å arbeide med å utvikle formative quizzer. Det vil si å utvikle en bank av flervalgsoppgaver som man kan trekke ut til tester som studentene kan, bør eller må ta i løpet av læringsperioden. Med en slik bank åpner det seg store muligheter for feedback som ikke er tidkrevende, og dermed også for andre aktiviteter for studentene enn bare rettingen

Vi har vist at det er mulig å bedre resultatene uten å bruke mer ressurser. I tillegg har studentene blitt mer fornøyde. Som tidligere allmennlærer i grunnskolen ser jeg ikke store problemer med å overføre ideene med formativ vurdering til andre skoleslag og til andre fag. Formativ vurdering er ikke spesifikt for matematikkfaget. I en del andre fag kan man antagelig få enda flere interessante diskusjoner av oppgaveløsningene enn i matematikk. Muligheten for jevnt arbeid gjennom semesteret er uavhengig av fag. □

#### REFERANSER

- Alseth, B, Breiteig, T og Brekke, G** (2003): Endringer og utvikling ved R97 som bakgrunn for videre planlegging og justering-matematikkfaget som kasus. Telemarksforskning
- Ellingsrud, G. & A. Rasch-Halvorsen** (2001): Matematikklærere – en utdøende rase? Aftenposten 2001-08-23
- Emneplan for matematikk 1:** <http://www.hiof.no/index.php?ID=3669&lang=nor>
- Gibbs, G.** (1998): Improving Teaching, Learning and Assessment. <http://www.chelt.ac.uk/gdn/conf/gibbs.htm>
- Hart, L. C.** (1999): The Status of Research on Postsecondary Mathematics Education. Journal of Excellence in College Teaching, 10(2):3-26
- KUF(1996):** Læreplanverket for den 10-årige grunnskolen. Oslo
- Lauvås, P.** (2003): Vurdering for læring – viktigere enn eksamen (vurdering av læring)? Rev. versjon. Høgsolen i Østfold. <http://klaff.hiof.no/~pla/formativ-vurdering-hiof.htm>
- Lærerstudentene fortsatt ikke gode nok i matematikk.** Aftenposten 2001-09-04

Læringscenteret: <http://www.ls.no/Stati/KarG/03>

**Maugesten, M & Kvifte, B** (2003): Erfaringer fra IKT-prosjektet ved avdeling for lærerutdanning ved Høgskolen i Østfold. HiO-rapport 2003 nr.14

**Maugesten, M, Lauvås, P** (2004): Bedre læring av matematikk ved enkle midler. HIØ-rapport 2004 :6

**Mohr, G.** (2002): Opplegget ved introduksjonskursene ved Danmarks Tekniske Universitet før og nå. Personlig kommunikasjon

**OECD** (2005): Formative assessment. Improving learning in secondary classrooms

**Pisaundersøkelsen** (<http://www.pisa.oecd.org>)

**Rasch-Halvorsen, A. & H. Johnsbråten** (2002): Norsk Matematikkråds undersøkelse blant nye studenter høsten 2001. <http://www.mi.uib.no/nmr/rapport2001/NMRrapportH2001.doc>

**Rasch-Halvorsen, A. & H. Johnsbråten** (2004): Norsk Matematikkråds undersøkelse blant nye studenter høsten 2003.

**Real jumbo.** VG 06.12.98

**St.meld. 27** (2000-2001) Gjør din plikt- Krev din rett. Kvalitetsreform av høyere utdanning.

**Svakere matematikklærere.** VG 26.05.99

**Taasen, I, A, Havnes & P Lauvås** (2004): Mappevurdering- av og for læring. Oslo: Gyldendal Akademisk

**Under Dusken. Kan ikke regne.,** 28.01.2002 <http://www.underdusken.no/html/2002/02/959.html>

Utvikling av matematikkundervisning i samspill mellom praksis og forskning. Nye arbeidsformer i matematikkundervisningen. Nordisk konferanse i matematikdidaktikk, Trondheim, 18 - 19 november 2002 <http://www.alt.hist.no/~froder/arbeidsformer/>

**Wennevold, S.** (2001) Internt HiØ/LU-notat, datert 21.12.01.

**Wennevold, S** (2003) Personlig kommunikasjon

**William, D.** (2000): Integrating formative and summative functions of assessment. Paper presented at Working Group 10, The International Congress on Mathematics Education,

**Makuhari, Tokyo** (<http://www.kcl.ac.uk/depsta/education/hpages/dwiliam.html>)

**Handlingsplan for matematikkfaget**(2002)"Å tenne de unge" .Læringscenteret.

#### NOTER

- 1 Studieåret 03-04 hadde vi i tillegg til allmennlærerstudentene 8-10 fagstudenter (60 eller 30 stp) som hadde valgt matematikk med tanke på å gå videre til en bachelorgrad.
- 2 Her inngår også de fagstudentene som ble omtalt over.
- 3 Egentlig var det innslag av mappevurdering også. Studentene kunne lage en mappe med oppgaver de hadde arbeidet med underveis. Denne mappen kunne de ha med seg til eksamen som hjelpemiddel. Men kvaliteten i mappa ble ikke trukket inn i vurderingen.
- 4 Oppdraget: Hvordan mener du at du skal gjennomføre modul 1 i matematikk?
- 5 Oppdraget: I hvilken grad synes du at du har greid arbeidet med målene du satte deg i høst?
- 6 Metastudie = analyse av all tilgjengelig forskning på feltet, i dette tilfellet om matematikk undervisning på universitetsnivå som er publisert de siste 15 år.