

## **Підготовчі процеси збагачення**

---

УДК 622.788.36

**М.І. СОКУР**, д-р техн. наук

(Україна, Кременчук, Кременчуцький національний університет ім. Михайла Остроградського),

**В.С. БІЛЕЦЬКИЙ**, д-р техн. наук

(Україна, Харків, Національний технічний університет "Харківський політехнічний інститут"),

**Д.П. БОЖИК, І.М.СОКУР,**

**Л.М.СОКУР**, канд. техн. наук

(Україна, Кременчук, Кременчуцький національний університет ім. Михайла Остроградського)

### **МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПРОХОДЖЕННЯ МАТЕРІАЛУ ЧЕРЕЗ РОЗВАНТАЖУВАЛЬНІ ГРАТИ БАРАБАННОГО МЛИНА**

Постановка проблеми і стан її вирішення. При моделюванні процесів які протікають у барабанному млині доцільно використовувати феноменологічну модель – схему, яка відображає послідовність та взаємозв'язок всіх елементарних фізичних процесів (субпроцесів), які мають місце при проведенні технологічного процесу. Вихідні величини кожного попереднього субпроцесу є вхідними для наступного. Вихідні величини останнього субпроцесу є вихідними величинами технологічного процесу в цілому [12].

У випадку барабанного млина доцільно розглядати мінімум два субпроцеси:

- 1) рух матеріалу в проточній частині барабанного млина;
- 2) процеси у розвантажувальному вузлі барабанного млина. При цьому суб-процес проходження матеріалу через розвантажувальні грати барабанного млина належить до другої позиції.

Розвантажувальна решітка є одним з основних елементів розвантажувального пристрою млина. Вона забезпечує підтримку необхідного рівня подрібнюваного матеріалу в барабані млина. Пропускна здатність ґрат залежить від площі отворів, їх форми, розмірів і профілю робочої поверхні ґрат.

Відомо ряд робіт з моделювання барабанного млина та його окремих вузлів, технологічного процесу подрібнення у млині. Так у [1-3] наведена динамічна модель барабанного млина, обґрунтоване розділення її на парціальні системи. Барабан з продуктами завантаження розглянуто як фізичний маятник. У роботі [4] застосовано декілька підходів до моделювання процесів у барабанному млині. По-перше, на підставі дослідження напружень у шматках породи в шарі завантаження методом скінченних елементів на базі пакета Solidworks показано вплив зсувних напружень на елементи завантаження. Показано, що механізм руйнування в барабані кульового млина з гумовою футеровкою заснований на наявності концентрації зсувних напружень. Розроблена модель [4] дозволяє розрахувати максимальні й мінімальні навантаження в елементах внутрішньомлинового завантаження (руда, кулі, вода, футерівка) при кульовому подрібненні магнетитових кварцитів з урахуванням форми й матеріалу футеровки. По-друге, в цій же роботі одержана стохастична модель кінетики подрібнення полідисперсної сировини з використанням ланцюгів Маркова. По-третє, виконано

імітаційне моделювання кінетики подрібнення. Як середовище моделювання було обрано AnyLogic [4]. Установлено, що при подрібненні магнетитових кварцитів у кульових млинах в умовах всебічного нерівномірно-компонентного стищення контактними силами має місце енергозберігаючий механізм руйнування, який реалізується за рахунок наявності концентрацій максимальних зсувних напружень, які виникають у точках поперечного перерізу шматка руди, розташованих на його нейтральній осі, що визначають концентрацію максимальних нормальних напружень у руді.

Авторами [5] подано основним математичний апарат опису технологічного процесу подрібнення корисних копалин у кульовому млині.

Автором [6] розглянуто задачу моделювання картин руху внутрішньокамерного завантаження барабанного млина. Застосовано аналітико-експериментальний метод досліджень. Побудована модель та виконано візуалізацію картин трифазного режиму руху завантаження у поперечному перерізі камери.

В роботі [7] запропонована комбінована модель технологічного процесу подрібнення рудних матеріалів в кульових барабанних млинах, що включає прогнозу, ідентифікуючу і нечітку складові. Вона адаптивна до зміни стану зовнішнього середовища. Для оцінки параметрів моделі пропонується використовувати апарат гібридних нейронних мереж. Розроблена модель може бути використана для управління процесом подрібнення.

У статті [8] представлений огляд існуючої методології та практики в області моделювання і управління процесом подрібнення в промислових кульових млинах.

У статті [9] крім огляду існуючих методів запропоновано авторський підхід до моделювання кульових млинів, який полягає, по-перше, у використанні суб-моделей, які успішно описують різні механізми подрібнення, враховують також масу зернистого матеріалу захопленого в кожному зіткненні, визначають ймовірність руйнування різними способами і враховують ефект ослаблення частинок при багаторазових зіткненнях. Підкреслено, що при моделюванні вихідна інформація, яка найбільше цікавить науковців і практиків – крупність та гранулометричний склад одержуваного матеріалу та енергетичні витрати на подрібнення (помел). Крім того, дається огляд літератури щодо застосування моделей на основі розподіленої інформації енергії зіткнення в барабанних млинах, зокрема кульових, аналізуються запропоновані критично різні підходи, оцінюється готовність різних моделей для використання при оптимізації роботи і проектуванні кульових млинів.

У статті [10] авторства китайських та мексиканських дослідників підкреслюється, що навантаження кульового млина по пульпі є ключовим параметром для процесу, який впливає на продуктивність, якість і споживання енергії необхідної для подрібнення. Автори пропонують навантаження кульового млина оцінювати за вібрацією його корпусу. Зазначено, що сигнал від датчика піддають швидкому перетворенню Фур'є і аналізують також окремі гармоніки та пі-

## **Підготовчі процеси збагачення**

---

ки. Визначають спектральну густину потужності – функцію, що описує розподіл потужності сигналу в залежності від частоти, тобто потужність, що припадає на одиничний інтервал частоти. Для визначення навантаження кульового млина застосовують метод опорних векторів. Експериментальні результати показують, що запропонована модель з т.зв. м'яким датчиком (soft sensor model) має більш високу точність і кращу прогностичну продуктивність, ніж інші нормальні підходи.

У статті [11] підкреслюється наявність великого числа експериментальних методів і опублікованих даних з подрібнення матеріалів у млинах. Водночас, порівняно мало інформації про механізм руйнування частинок у робочому просторі млина. Робота досліджує руйнування частинок від падаючої сталевий кульки в необмежених умовах, такі, як ті, які, ймовірно, мають місце в барабанних млинах. Досліджено вплив на подрібнення розміру часток, енергії удару, розміру кулі і конфігурації середовища, розроблена математична модель, яка описує вплив всіх цих змінних. Ця модель була відкалібрована і перевірена з використанням даних по кварцу, вапняку і мідній руді.

Мета статті – аналітичне моделювання процесу проходження матеріалу через розвантажувальні ґрати барабанного млина.

Виклад основного матеріалу. В даний час розвантажувальні ґрати барабанного млина виготовляються у вигляді радіальних секторів з круглими, квадратними або щілинними отворами. У разі рівномірного розташування отворів за площею секторів розвантажувальних ґрат, для характеристики їх пропускної спроможності (витрати пульпи із заданою величиною подрібнюючого матеріалу) введемо коефіцієнт, який залежить від конструкції ґрат і форми їх отворів:

$$k_0 = F_0 / F, \quad (1)$$

де  $F_0$  – загальна площа всіх отворів ґрат,  $m^2$ ;  $F$  – сумарна площа секторів ґрат,  $m^2$ .

При одному і тому ж рівні пульпи в барабані млина витрата пульпи пропорційна  $k_0$ .

Розглянемо потік пульпи з циліндрового барабана радіусом  $= 0,5D$  (діаметр  $D$  млина в світлі) через вертикальні розвантажувальні ґрати.

Елементарний елемент розвантажувальних ґрат  $dF$  можна представити як елементарний майданчик отвору з площею  $dF_0$

$$dF_0 = k_0 dF. \quad (2)$$

При безперервній рівномірній подачі матеріалу і води в млин потік пульпи через кожен отвір у вертикальній стінці відбувається при постійному напорі потоку  $H_i$ . Напір потоку  $H_i$  розглядаємо як питому енергію потоку в перетині на рівні вільної поверхні, відносно щодо центру перетину отвору. Тому середню швидкість пульпи в перетинах отворів, розташованих на глибині  $H_i$  під вільною

поверхнею знаходимо з рівняння Д. Бернуллі:

$$u_i = \varphi_i \sqrt{2gH} , \quad (3)$$

де  $u_i$  – середня швидкість пульпи, м/с;  $g$  – прискорення вільного падіння, м/с<sup>2</sup>;  $\varphi$  – коефіцієнт швидкості, враховує вплив гідравлічних опорів на швидкість закінчення.

До отворів частинки пульпи рухаються з усіх боків по криволінійних траєкторіях. Унаслідок інертності частинок струмінь стискається при виході пульпи з отвору. На стиснення струменя впливає форма отвору і наявність грудкуватого матеріалу перед отвором. Внаслідок цього перетин струменя істотно перетворюється. Особливість витoku пульпи з млинів – стиснення струменя на деякій частині периметра отвору. Коефіцієнт стиснення струменя  $e$  визначається за формулою

$$e = f_c / f_0 , \quad (4)$$

де  $f_c$  – площа перетину струменя, м<sup>2</sup>;  $f_0$  – площа отвору, м<sup>2</sup>.

Витрати через отвір дорівнюють:

$$Q_i = E_i k_0 f_0 \varphi_0 \sqrt{2gH_i} . \quad (5)$$

Введемо коефіцієнт витрати отвору  $\alpha_1$ :

$$\alpha_1 = E_1 \varphi_i . \quad (6)$$

Кожен отвір має свої значення коефіцієнта стиснення, коефіцієнта швидкості і коефіцієнта витрати  $\alpha_p$ .

Загальні витрати через розвантажувальні грати барабанного млина представимо у вигляді суми витрат через  $n$  отворів, прийнявши середнє значення коефіцієнта витрати рівним  $\alpha_p$ :

$$Q = k_0 \sum_{i=1}^n \alpha_p f_0 \sqrt{2gH_i} = k_0 \alpha_p f_0 \sqrt{2g} \sum_{i=1}^n \sqrt{H_i} . \quad (7)$$

При динамічній рівновазі рівень вільної поверхні пульпи перед ґратами встановлюється залежно від притоку і витрати пульпи через ґрати.

Встановимо аналітичну залежність між витратами пульпи  $Q$  і рівнем вільної поверхні  $H$  перед ґратами:

## Підготовчі процеси збагачення

$$Q = \int dQ = \int u dF, \quad (8)$$

де  $dF = 2k_0 b dh$  – елементарна площа отворів на глибині  $h$ .

Швидкість потоку на цій глибині рівна  $u$ :

$$u = \varphi \sqrt{2gH}. \quad (9)$$

Підставляючи значення швидкості у рівняння (8) отримаємо:

$$Q = 2\varphi \sqrt{2gk_0} \int_0^k b \sqrt{hd} h. \quad (10)$$

Виразимо ширину площадки  $b$  через радіус барабана:

$$b = \sqrt{R^2 - (R \cos \alpha_0 + h)^2}. \quad (11)$$

Позначимо

$$c = R \cos \alpha_0. \quad (12)$$

Розкладемо  $b = (R^2 - (c + h)^2)^{0.5}$  в ряд за формулою бінома Ньютона:

$$b = R \left[ 1 - \left[ \frac{c+h}{R} \right]^2 \right]^{0.5} = R \left[ 1 - \frac{1}{2} \left[ \frac{c+h}{R} \right]^2 - \frac{1}{8} \left[ \frac{c+h}{R} \right]^4 + \dots \right]. \quad (13)$$

Після інтегрування отримаємо залежність:  $Q = \int (H)$

$$Q = 4k_0 \varphi \sqrt{2g} R H^{3/2} \left( \frac{1}{3} - \frac{c^2}{2R^2} - \frac{c^4}{8R^4} \right) + \frac{1}{5} \left( \frac{c}{R^2} + \frac{c^3}{2R^4} \right) H - \frac{1}{7} \left( \frac{3c^2}{4R} + \frac{1}{2R^2} \right) H^2 + \frac{c}{18R^4} H^3 \quad \text{м}^3/\text{с}. \quad (14)$$

Як показує аналіз отриманої залежності, її можна замінити наближеним значенням. Площу змоченого сегменту  $F_c$  визначимо з геометричних міркувань з параметрів:

$$F_c = \frac{2}{3} LH, \text{ м}^2, \quad (15)$$

де

$$L = 2\sqrt{R^2 - (R - H)^2} = 2\sqrt{H(2R - H)}, \text{ м.} \quad (16)$$

$$F_c = \frac{2}{3} 2H\sqrt{H(2R - H)} = \frac{4}{3} H\sqrt{H(2R - H)} = \varphi_n \pi R^2, \text{ м}^2 \quad (17)$$

де  $\varphi_n$  – ступінь заповнення барабана пульпою (частки одиниці);  $L, H$  – відповідно основа і висота сегменту.

Витрату пульпи виразимо через середню теоретичну швидкість потоку  $U_c$  в центрі ваги сегменту, прийнявши напір витікання  $H_c$  рівним:

$$H_c = \frac{1}{3} H + H_j, \quad (18)$$

де  $H_j$  – напір, обумовлений відцентровою силою при обертанні барабана

$$H_j = (R - \frac{2}{3} H)^2 \varpi^2 / 2g, \text{ м;} \quad (19)$$

$\varpi$  – кутова швидкість обертання барабана.

$$Q = \alpha_p k_0 F_c U_c; \quad (20)$$

$$U_c = \sqrt{2gH_c} = \sqrt{\frac{2}{3} gH + R^2 \varpi^2 - \frac{4}{3} RH\varpi^2 + \frac{4}{9} H^2 \varpi^2}. \quad (21)$$

Після спрощення визначимо наближене значення швидкості закінчення:

$$U_c = \sqrt{H \frac{2}{3} g + 2R\varpi^2 - \frac{4}{3} R\varpi^2 + \frac{2}{9} R\varpi^2} = \sqrt{H(\frac{2}{3} g + R\varpi^2)}, \text{ м/с}, \quad (22)$$

де  $g$  – прискорення сили тяжіння,  $\text{м/с}^2$ .

Пропускна спроможність розвантажувальних решіток дорівнює:

## **Підготовчі процеси збагачення**

---

$$Q = \alpha_p k_0 \frac{4}{3} H^2 (2R - H)^{0.5} \left( \frac{2}{3} g + R\omega^2 \right)^{0.5} \quad (23)$$

За експериментальними даними при ламінарному потоці пульпи через отвори розвантажувальних решіток коефіцієнт витрати  $\alpha_p$  залежить від густини  $\rho$  пульпи і значення її коефіцієнта динамічної в'язкості  $\mu$ :

$$\alpha_p = 0,131g \frac{4U\rho f}{\mu x} \quad (24)$$

де  $f$  – площа отвору, м<sup>2</sup>;  $x$  – змочений периметр отвору, м.

Із залежності (23) знайдемо наближене значення рівня пульпи перед розвантажувальними решітками:

$$H = 0,865Q^{0.5} / \alpha_p^{0.5} D^{0.25} \left( \frac{2}{3} g + 0,5D\omega^2 \right)^{0.25} \quad (25)$$

Оскільки коефіцієнт витрати  $\alpha_p$  залежить від швидкості витікання пульпи рішення задачі можливе методом послідовних наближень.

### *Висновок*

Одержані аналітичні залежності можуть бути використані як наукова основа для розробки нових конструкцій вузлів проточної частини барабанних млинів з урахуванням основних параметрів її роботи: витрати і швидкості потоку пульпи (формули 22 і 23) і рівня пульпи перед розвантажувальними ґратами (формула 25).

Окрім цього, ці викладки є теоретичною базою для розробки програми імітаційного моделювання кінетики руху пульпи в проточній частині барабанного млина та руху матеріалу через розвантажувальні ґрати.

### **Список літератури**

1. Виноградов Б.В. Динаміка барабанних млинів / Б.В. Виноградов. – Д.: УДХТУ, 2004. – 127 с.
2. Виноградов Б.В. Динамічна модель приводу барабанного млина в сталому режимі роботи. // Науковий вісник НГУ, 2010, № 3. С. 72-76.
3. Сокур Л.М. Дробильно-сортировочное и транспортное оборудование: [монографія] / Л. М. Сокур, Е. К. Бабец, Н. И. Сокур, Ю. Н. Чебенко. – Кременчуг: Изд. ЧП Щербатых А.В., 2011. – 235 с.
4. Хміль І.В. Особливості технології подрібнення магнетитових кварцитів в умовах об'ємного нерівномірно-компонентного стиснення [Текст]: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.15.08 / Хміль Ірина Віталіївна; Держ. ВНЗ "Криворізь. нац. ун-т". – Кривий Ріг, 2016. – 20 с.

5. Смирнов В. О., Білецький В. С., Шолда Р. О. Переробка корисних копалин (монографія). Донецьк: Східний видавничий дім. 2013. 600 с.
6. Науменко Ю.В. Моделювання трифазного режиму руху внутрішньо камерного завантаження барабанного млина. // Вісник НТУ "ХПІ". 2014. № 27. С. 45-52.
7. Андреев А. А. О модели процесса измельчения в шаровой барабанной мельнице / А. А. Андреев, А. Г. Кулаков // Обогащение руд. 2009. – №4. – С. 3 – 7.
8. Grinding in Ball Mills: Modeling and Process Control. /Vladimir Monov, Blagoy Sokolov, Stefan Stoenchev. / The Journal of Institute of Information and Communication Technologies of Bulgarian Academy of Sciences. Volume 12, Issue 2 (Jun 2012). Published Online: <https://www.degruyter.com/view/j/cait.2012.12.issue-2/cait-2012-0012/cait-2012-0012.xml> 2013-03-16 | DOI: <https://doi.org/10.2478/cait-2012-0012>
9. Luís Marcelo Tavares. A Review of Advanced Ball Mill Modelling. // KONA Powder and Particle Journal. Vol. 34 (2017) p. 106-124. <http://doi.org/10.14356/kona.2017015>
10. Lijie Zhao ; Jian Tang ; Wen Yu ; Heng Yue ; Tianyou Chai. Modelling of mill load for wet ball mill via GA and SVM based on spectral feature. // Bio-Inspired Computing: Theories and Applications (BIC-TA), 2010 IEEE Fifth International Conference on. 23-26 Sept. 2010. DOI: 10.1109/ВІСТА.2010.5645241 <http://ieeexplore.ieee.org/document/5645241/>
11. Gabriel K.P. Barrios, Rodrigo M. de Carvalho, Luís Marcelo Tavares. Modeling breakage of monodispersed particles in unconfined beds. Minerals Engineering. Volume 24, Issues 3–4, February–March 2011, Pages 308–318. <http://dx.doi.org/10.1016/j.mineng.2010.09.018> <http://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0892687510002608>
12. Білецький В.С. Феноменологічний метод дослідження технологічних процесів у гірництві // Донецьк. Вісті Донецького гірничого інституту. №2, 2013. – С. 149-152.

© Сокур М.И., Белецкий В.С., Божик Д.П., Сокур И.М., Сокур Л.М., 2017

*Надійшла до редколегії 27.04.2017 р.  
Рекомендовано до публікації д.т.н. П.І. Піловим*