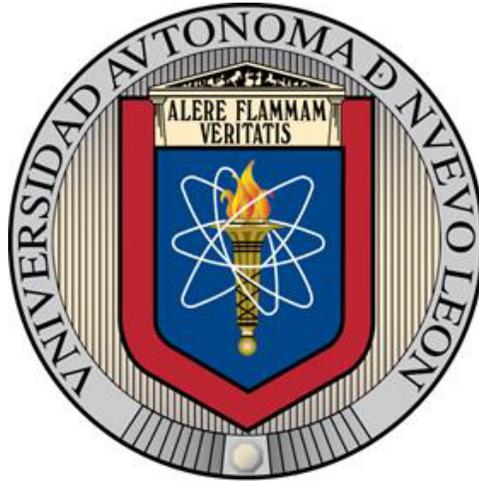


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



**ANÁLISIS DE UN CIRCUITO HIDRÁULICO
DE CIRCULACIÓN NATURAL PARA
EL ENFRIAMIENTO DE UN FLUIDO**

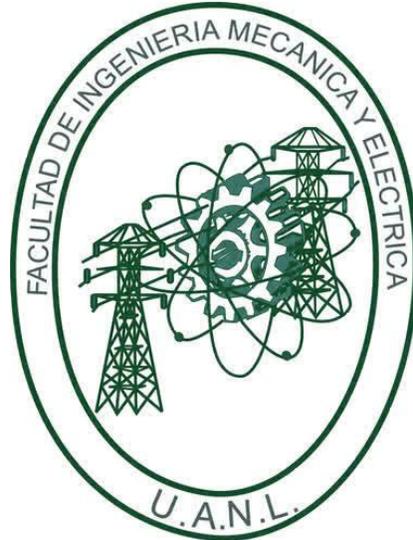
POR

JÉSSICA PATRICIA CASANOVA CARRIZALES

**COMO OPCIÓN A OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CON ORIENTACIÓN EN ENERGÍAS TÉRMICA Y RENOVABLE**

DICIEMBRE, 2016

**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO**



**ANÁLISIS DE UN CIRCUITO HIDRÁULICO
DE CIRCULACIÓN NATURAL PARA
EL ENFRIAMIENTO DE UN FLUIDO**

**POR
JÉSSICA PATRICIA CASANOVA CARRIZALES**

**COMO OPCIÓN A OBTENER EL GRADO DE
MAESTRÍA EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA
CON ORIENTACIÓN EN ENERGÍAS TÉRMICA Y RENOVABLE**

**DIRECTOR
DR. FAUSTO A. SÁNCHEZ CRUZ
CO-DIRECTOR
DR. SIMÓN MARTÍNEZ MARTÍNEZ**

DICIEMBRE, 2016

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Subdirección de Estudios de Posgrado

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «ANÁLISIS DE UN CIRCUITO HIDRÁULICO DE CIRCULACIÓN NATURAL PARA EL ENFRIAMIENTO DE UN FLUIDO», realizada por el estudiante Jéssica Patricia Casanova Carrizales, con número de matrícula 1757853, sea aceptada para su defensa en opción al grado de Maestría en Ciencias de la Ingeniería con Orientación en Energías Térmica y Renovable.

El Comité de Tesis



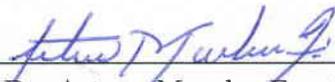
Dr. Fausto A. Sánchez Cruz

Director



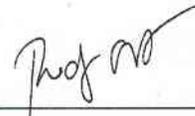
Dr. Simón Martínez Martínez

Co-director



Dr. Arturo Morales Fuentes

Revisor



Dr. Rodrigo Salgado Ayala

Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirección de Estudios de Posgrado

San Nicolás de los Garza, N. L. a 10 de Diciembre del 2016

*Dedicado a aquellas preciadas e inigualables
cosas y personas que tienes que dejar atrás
para construir un mejor futuro...*



ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	xv
NOMENCLATURA	xvii
RESUMEN	xxi
1. INTRODUCCIÓN	1
1.1. Transferencia de calor por convección natural	2
1.1.1. Ecuaciones de gobierno en la convección natural	5
1.1.2. Convección natural en cavidades	10
1.2. Circuitos hidráulicos de circulación natural	16
1.2.1. Principio de funcionamiento de un circuito de circulación natural	17
1.2.2. Ventajas de un sistema de circulación natural	18
1.2.3. Clasificación de los sistemas de circulación natural	19
1.2.4. Aplicaciones de los circuitos de circulación natural	23
1.3. Estado del arte	29
1.3.1. Convección en circuitos hidráulicos de circulación natural . . .	29

1.4. Hipótesis	31
1.5. Objetivos	32
1.5.1. Objetivo general	32
1.5.2. Objetivos específicos	32
1.6. Metodología	33
2. DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL	36
2.1. Estructura de un código CFD	38
2.1.1. Preprocesamiento	38
2.1.2. Solución	39
2.1.3. Postprocesamiento	39
2.2. Métodos numéricos típicamente utilizados en la solución de problemas de convección	40
2.3. Discretización del dominio	41
2.4. Métodos de solución	44
2.4.1. Método de interpolación lineal	44
2.4.2. Método UPWIND	44
2.4.3. Método SIMPLE	45
3. METODOLOGÍA	47
3.1. Definición del problema	49
3.2. Ecuaciones de gobierno del caso en estudio	51

3.3. Adimensionalización de las ecuaciones de gobierno	54
3.4. Diseño de experimentos	56
3.5. Discretización del dominio	62
3.6. Modelos	66
3.7. Propiedades del agua	67
3.8. Condiciones iniciales y de frontera	69
3.9. Solución	70
3.9.1. Métodos de solución	71
3.9.2. Criterios de convergencia	75
3.10. Procesamiento de datos	76
3.11. Validación de la hipótesis	79
4. RESULTADOS	82
4.1. Análisis de dependencia de malla	82
4.2. Resultados del diseño de experimentos	87
4.3. Resultados de la validación de la hipótesis	106
5. CONCLUSIONES	109
6. TRABAJOS FUTUROS	114

ÍNDICE DE FIGURAS

1.1. Convección natural en una cavidad rectangular calentada lateralmente [5].	11
1.2. Regímenes de convección natural en cavidades rectangulares [5].	13
1.3. Comportamiento del flujo para los diferentes regímenes en convección natural en cavidades rectangulares [5].	14
1.4. Convección natural de Bénard [5].	15
1.5. Esquemático de un circuito de circulación natural rectangular [8].	17
1.6. Sistema de circulación natural cerrado [8].	21
1.7. Sistema de circulación natural abierto con un tubo en forma de U horizontal para aplicaciones marinas (El tanque de agua representa el océano) [8].	21
1.8. Diferentes configuraciones geométricas de los circuitos hidráulicos de circulación natural: (a)Toroidal (b)Rectangular (c)Poligonal [12].	22
1.9. Sistema de circulación natural rotatorio [8].	23
1.10. Diagrama de un reactor nuclear AHWR basado en circulación natural [8].	24
1.11. Diagrama esquemático de un calentador solar [14].	25

1.12. Diagrama esquemático de un sistema de refrigeración de circuito secundario. (a) Sistema primario (Sistema de refrigeración tradicional), (b) Sistema secundario (Circuito hidráulico de circulación natural) [15].	26
1.13. Diagrama esquemático de un sistema de circulación natural para el enfriamiento de dispositivos electrónicos [16].	27
1.14. Diagrama del proceso de extracción de energía geotérmica [17].	28
1.15. Diagrama de la metodología empleada para el desarrollo del trabajo de investigación.	35
2.1. Tipos de elementos tridimensionales [2].	42
3.1. Etapas del análisis numérico.	48
3.2. Descripción del circuito hidráulico de circulación natural.	49
3.3. Esquema de la cavidad en estudio en 3D	51
3.4. Esquema de la cavidad en estudio	52
3.5. Geometría N°1.	60
3.6. Geometría N°2.	60
3.7. Geometría N°3.	60
3.8. Geometría N°4.	61
3.9. Geometría N°5.	61
3.10. Geometría N°6	61
3.11. Geometría N°7.	61
3.12. Geometría N°8.	61

3.13. Cortes realizados a la geometría N°1.	62
3.14. Cortes realizados a una sección recta de la geometría N°1.	63
3.15. Cortes realizados a una de las secciones curvas de la geometría N°1.	63
3.16. Discretización del dominio de la geometría N°1.	64
3.17. Malla de una de las secciones rectas de la geometría N°1.	65
3.18. Malla de una de las secciones curvas de la geometría N°1.	65
3.19. Verificación del ajuste del polinomio obtenido para la densidad del agua. Barras de error del 1%.	68
3.20. Condiciones de frontera para el caso en estudio.	69
3.21. Variación de una variable ϕ entre $X = 0$ y $X = L$ [36].	72
3.22. Plano central para distribuciones de temperatura, presión y vectores de velocidad.	78
3.23. Condiciones de frontera para la validación de la hipótesis.	81
4.1. Cambio porcentual de la magnitud del flujo másico con respecto a la cantidad de elementos de malla.	85
4.2. Tiempo de cómputo según la cantidad de elementos de malla.	86
4.3. Contornos de la temperatura en un plano transversal $X = 1/3L$ de la fuente de calor del circuito hidráulico para diferentes tiempos.	88
4.4. Contornos de la temperatura en un plano transversal $X = 1/3L$ del sumidero de calor del circuito hidráulico para diferentes tiempos.	89
4.5. Vectores de la velocidad en el plano transversal $X = 1/3L$ de uno de los tubos: (a) fuente de calor y (b) sumidero de calor ($t=10.7$ s).	90

4.6. Contornos de la magnitud de la velocidad en el plano transversal $X = 1/3L$ de uno de los tubos para diferentes tiempos: (a) 10.7 s (b) 16.05 s (c) 64.2 s (d) 147.13 s.	92
4.7. Número de Nusselt promedio en función del tiempo adimensional para diferentes números de codos.	93
4.8. Número de Nusselt promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y un Grashof de 1×10^5	95
4.9. Número de Nusselt promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y un Grashof de 3×10^5	96
4.10. Número de Nusselt promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y un Grashof de 1×10^6	96
4.11. Magnitudes de la velocidad promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y diferentes números de Grashof.	98
4.12. Coeficiente de fricción promedio en estado permanente para diferentes números de Grashof, diferentes número de codos y $Rc=3/4$	100
4.13. Coeficiente de fricción promedio en estado permanente para diferentes números de Grashof, diferentes número de codos y $Rc=1$	100
4.14. Contornos de la temperatura en un plano vertical longitudinal del circuito hidráulico de convección natural.	103
4.15. Contornos de la magnitud de la velocidad en un plano vertical longitudinal del circuito hidráulico de convección natural.	103
4.16. Distribución de esfuerzos cortantes en las paredes del circuito hidráulico de convección natural.	105

4.17. Tiempo de enfriamiento de las geometrías que promueven la mayor y menor transferencia de calor, $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$ (geometría N°2) y $\Gamma_{R_c} 3/41$, $n = 2$ (geometría N°7), respectivamente	107
--	-----

ÍNDICE DE TABLAS

2.1. Clasificación de la malla de acuerdo a su calidad [35].	43
3.1. Diseño de experimentos.	59
3.2. Estadísticas de la discretización del dominio de las geometrías en estudio.	66
3.3. Propiedades termofísicas del agua [37].	67
3.4. Características del equipo utilizado para la solución computacional.	70
3.5. Criterios de convergencia.	76
3.6. Características de las geometrías que promueven la mayor y menor transferencia de calor, N°2 y N°7, respectivamente.	80
3.7. Propiedades termofísicas del agua [37].	81
4.1. Estadísticas de las mallas y tiempo de cómputo empleado para el análisis de dependencia de malla. La malla N°1 corresponde a la malla inicial, mientras que las mallas N°2 y N°3, representan las mallas más refinada y menos refinada, respectivamente.	84

4.2. Magnitudes promedio de diferentes variables alcanzadas en el estado permanente bajo las condiciones: $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$, $Gr = 1 \times 10^6$ (Simulación N°21)	102
4.3. Características de las geometrías que promueven la mayor y menor transferencia de calor, $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$ (geometría N°2) y $\Gamma_{R_c} 3/41$, $n = 2$ (geometría N°7), respectivamente.	106

AGRADECIMIENTOS

A Dios por permitirme alcanzar otro logro personal y profesional, por guiarme y llevarme de su mano en todo momento.

A mis padres, Javier Casanova y Patricia Carrizales de Casanova, quienes han dado todo por mí. A quienes agradezco por inculcarme el amor por el estudio y la superación, por impulsarme a alcanzar mis sueños, por enseñarme que un logro conlleva un gran número de obstáculos y dificultades que con esmero son fácilmente superados, y especialmente les agradezco por brindarme su apoyo incondicional durante esta etapa de mi vida que culmina con este trabajo de grado.

A mi hermano Francisco Casanova por estar junto a mi y acompañarme a escalar la curva de aprendizaje que conlleva la vida.

A mi novio y compañero de logros, José Enrique Camacho, por sostener mi mano y atravesar juntos todo lo que hemos logrado, por tantas historias y anécdotas que hemos coleccionado al pasar de los años.

A mi Yaya e Ita Mary, por todo su cariño. A todos mis familiares que con su aliento y consejos siempre me apoyaron. A los señores José Antonio y Magalis por ser tan buenos y apoyarnos en tanto. A mis angelitos Ale, Nena, Yayita y abuelito Chebo, por su protección.

A la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica, especialmente al Grupo de Energías Térmica y Renovable (GETR) por abrirme sus puertas y haberme dado la oportunidad de trabajar en proyectos que me ayudaron a complementar mi apren-

dizaje durante la maestría.

A mi asesor, el Dr. Fausto Sánchez por su guía acertada en la realización de este trabajo, además de sus enseñanzas y consejos académicos y profesionales.

Al Dr. Simón Martínez por su soporte como Subdirector de la División de Estudios de Posgrado.

A mis profesores M.C. Jaime Armendáriz Velázquez, Dra. Elvira Martínez García, Dr. Arturo Morales Fuentes, Dr. Santos Méndez, Dr. Óscar de la Garza de León, por sus enseñanzas dentro y fuera del aula de clases.

Al M.C. Hugo Ramírez por su asistencia, consejos y tutoría.

A la empresa Whirlpool y al Dr. Rodrigo Salgado por la confianza y el apoyo brindado en el desarrollo de este trabajo.

A CONACyT, por el apoyo otorgado a través de la beca con clave 331450 que me brindó a partir del 1 de Agosto de 2014 hasta el 30 de Julio de 2016, para realizar mis estudios de maestría.

A mis compañeros de generación, Omar Torres, Asley Bautista y José E. Camacho por tantos buenos y divertidos momentos. A Andrés Patiño por su apoyo, enseñanzas, dedicación, aliento y por su gran amistad. A compañeros de generaciones anteriores, René Mondragón, Carlos Uder, Rosario Rodríguez, Ricardo Delgado, Mario Chapa, Víctor Madrid, Adolfo Benítez, Luis Valdez, Mayra Mendoza, Mirna Martínez, Jesús Juárez, Valery Garza, Milton Mendoza, y muy especialmente a César Ramírez, por ser la lucecita al inicio de nuestro sendero. A las generaciones posteriores, Hernán Ramírez, Pablo Gómez, Gabriela García, Alberto Arenas, Luis Fernando Rúa, Alfredo Jiménez y demás compañeros por la bonita convivencia diaria.

NOMENCLATURA

Mayúsculas

- A — Área.
- A_s — Área superficial.
- D — Diámetro.
- $\frac{D}{Dt}$ — Derivada material.
- E_T — Energía total.
- F_{visc} — Fuerzas viscosas.
- \vec{F} — Vector de fuerza.
- H' — Altura de una cavidad rectangular.
- L_c — Longitud característica.
- L_T — Longitud de tubo.
- L' — Anchura de una cavidad rectangular.
- P — Presión.
- \dot{Q}_{conv} — Transferencia de calor por convección.
- R_c — Radio de curvatura.
- Sk — Skewness.
- T — Temperatura.
- T_C — Temperatura caliente.
- T_F — Temperatura fría.
- T_o — Temperatura inicial.
- T_s — Temperatura de superficie.

T_∞	—	Temperatura del fluido.
V	—	Velocidad.
V_{max}	—	Velocidad máxima.
\bar{V}	—	Velocidad promedio.
\vec{V}	—	Vector de velocidad.
V_c	—	Velocidad característica.
\mathbb{V}	—	Volumen.

Minúsculas

c_p	—	Calor específico a presión constante.
e	—	Energía interna.
f	—	Coefficiente de fricción.
\vec{f}	—	Fuerzas de cuerpo.
g	—	Aceleración gravitacional.
h	—	Coefficiente de transferencia de calor por convección.
k	—	Conductividad térmica.
m	—	Número de tubos.
n	—	Número de codos.
q''	—	Flujo de calor.
t	—	Tiempo.
u	—	Componente del vector velocidad en la coordenada x .
v	—	Componente del vector velocidad en la coordenada y .
w	—	Componente del vector velocidad en la coordenada z .
x	—	Coordenada longitudinal.
y	—	Coordenada transversal.
z	—	Coordenada axial.

Letras griegas

- α — Difusividad térmica.
- β — Coeficiente de expansión volumétrica.
- Γ_{L_T} — Relación de aspecto ($\Gamma_{L_T} = L_T/D$).
- Γ_{R_c} — Relación de aspecto ($\Gamma_{R_c} = R_c/D$).
- δ_T — Espesor de la capa límite térmica.
- Δ — Diferencia.
- Θ — Temperatura adimensional.
- μ — Viscosidad dinámica.
- ν — Viscosidad cinemática.
- π — Valor de la constante matemática π .
- ρ — Densidad.
- τ_w — Esfuerzo cortante en la pared.
- Φ — Función de disipación viscosa.
- Ω — Factor geométrico ($\Omega = 1/m\Gamma_{L_T} + n\pi\Gamma_{R_c}$).

Operadores

- ∇ — Operador Gradiente.
- ∇^2 — Operador Laplaciano.

Números adimensionales

- Co — Número de Courant.
- Gr — Número de Grashof.
- Nu — Número de Nusselt.

- Pe — Número de Peclet.
 Pr — Número de Prandtl.
 Ra — Número de Rayleigh.

Superíndices

- * — Variable adimensional.

Acrónimos

- $AHWR$ — Advanced Heavy Water Reactor.
 CAD — Computer Aided Design.
 CFD — Computational Fluid Dynamics.
 FC — Freezer compartment.
 HCP — High Performance Computing.
 $QUICK$ — Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics.
 RC — Refrigerator compartment.
 $SIMPLE$ — Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations.

RESUMEN

En este trabajo de tesis se presenta un estudio paramétrico del diseño de un circuito hidráulico de circulación natural mediante un análisis numérico del transporte de calor por convección natural, en el que se evaluó el efecto que tienen diferentes factores geométricos y adimensionales, sobre los fenómenos de transporte en el circuito. Se consideró un circuito hidráulico formado por dos serpentines interconectados entre sí, de diámetro y volumen constante, lleno de un fluido newtoniano, específicamente agua con propiedades constantes, excepto la densidad, cuya variación es dependiente de la temperatura y fue calculada mediante una ecuación polinomial. Las ecuaciones de transporte que modelan el fenómeno que ocurre dentro del circuito son, la continuidad, la cantidad de movimiento y la ecuación de la energía. Un análisis adimensional demuestra que los parámetros adimensionales que gobiernan el problema son los número de Prandtl y Grashof, además de relaciones de aspecto en las que se encuentran involucrados el diámetro, la longitud de tubo y el radio de curvatura. Se realizó un diseño de experimentos con la finalidad de identificar las características del circuito hidráulico de convección natural que promoviera la mayor transferencia de calor, que generara el menor coeficiente de fricción posible, y el menor tiempo de enfriamiento del fluido. Entre los parámetros o factores evaluados en este diseño de experimentos se encuentran: el número de codos presentes en la geometría, la relación de aspecto Γ_{R_c} y el número adimensional Grashof. A partir de tales parámetros se definieron y modelaron ocho geometrías en tres dimensiones, así como veinticuatro casos de estudio. Se realizó la discretización del dominio con aproximadamente 2.5 millones de nodos para cada geometría. Se impusieron como condiciones de fronte-

ra temperaturas constantes, tanto para la fuente de calor del circuito como para el sumidero de calor, generándose tres posibles diferencias de temperatura (10, 20 y 30 grados). Se especificaron las propiedades constantes del agua a una temperatura promedio entre la temperatura de la fuente y el sumidero de calor. Se resolvieron las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía en estado transitorio, a través del método de los volúmenes finitos, mediante el software comercial ANSYS Fluent 16.0, considerando un régimen de flujo laminar. Se realizó el análisis de dependencia de malla en el que se generaron tres diferentes densidades de mallas, con lo que se redujo el tiempo de cómputo considerablemente. Los resultados muestran que la circulación natural en el circuito hidráulico es esencialmente el resultado de la fuerza de flotación generada por una diferencia de densidades en el fluido de trabajo, como consecuencia de un diferencial de temperaturas entre la fuente y el sumidero de calor, además, su capacidad de remoción de calor depende primordialmente de los parámetros geométricos. La transferencia de calor se ve incrementada cuando factores geométricos como el radio de curvatura o el número de codos presentes en el circuito hidráulico son elevados, produciendo un incremento en la velocidad del fluido que mejoran el desempeño del circuito hidráulico. También se demuestra que un número de Grashof más elevado incrementa la fuerza de flotación en el sistema por lo que la transferencia de calor se acrecienta proporcionalmente.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

La transferencia de calor es el proceso por el cual se intercambia energía en forma de calor entre distintos cuerpos, o entre diferentes partes de un mismo cuerpo que se encuentran a diferentes temperaturas. Los fenómenos de transferencia de calor son muy comunes y han sido estudiados durante las últimas décadas debido a su gran importancia en procesos industriales y fenómenos naturales. Debido a sus incalculables aplicaciones en la industria (turbinas de gas, intercambiadores de calor, enfriamiento de componentes eléctricos, entre muchos otros) la transferencia de calor ha atraído desde muchos centenarios de años a investigadores, ingenieros y diseñadores, quienes han tratado de mejorar significativamente la aplicación de este fenómeno dentro de la industria, con miras a una gran mejora en la vida humana.

El fenómeno de transferencia de calor puede ocurrir a través de tres diferentes mecanismos: por conducción, el calor se propaga a través de un medio. Se da por acción de la transferencia de energía cinética entre moléculas, el flujo de calor es a través de medios por la vibración interna de las moléculas y de los electrones libres, así como también por choques entre ellas. Se transmite por el interior del cuerpo estableciéndose una circulación del calor. La máxima cantidad de calor que atravesará dicho cuerpo será aquella para la cual se consigue una temperatura estable en todos los puntos del cuerpo.

El segundo mecanismo de transferencia de calor es la radiación térmica, la cual no necesita un medio material para propagarse, puede hacerlo a través del vacío. El calor se transfiere mediante emisiones electromagnéticas que son irradiadas por cualquier cuerpo cuya temperatura sea mayor a cero Kelvin. Las superficies mates son más favorables que las pulidas y los cuerpos negros son los de mayor poder de radiación.

Finalmente, el tercer mecanismo de transferencia de calor es la convección, la cual se refiere a la transferencia de calor que ocurre entre una superficie y un fluido en movimiento cuando se encuentran a diferentes temperaturas. La transferencia total de calor se debe a una superposición de transporte de energía por el movimiento aleatorio de las moléculas (difusión) y por el movimiento global del fluido. El movimiento masivo del fluido incrementa la transferencia de calor por convección.

El fenómeno de la convección se clasifica de acuerdo con la naturaleza del flujo en: convección forzada, que implica que el flujo es causado por un mecanismo externo, como una bomba, un ventilador o los vientos atmosféricos, que permiten que exista el movimiento del fluido. En contraste, la convección natural o libre se caracteriza por la ausencia de un medio externo que induzca el movimiento del fluido, en este caso, el aumento en la cantidad de movimiento del fluido es ocasionado por causas naturales, como las fuerzas de flotación, las cuales son inducidas por las diferencias de densidad debidas a la variación de la temperatura en ese fluido, provocando movimiento en presencia de la gravedad.

1.1 Transferencia de calor por convección natural

La convección natural ocurre en muchos fenómenos naturales y problemas de ingeniería. Se presenta cuando el campo de temperaturas en un fluido no es uniforme y existe un campo de aceleración, comúnmente la gravedad. En algunas ocasiones

la transferencia de calor por convección natural es muy pequeña comparada con los otros mecanismos de transferencia de calor, en estos casos es despreciable su efecto, sin embargo, en otros casos es el mecanismo dominante.

La transferencia de calor por convección natural depende fuertemente de las propiedades del fluido, entre ellas la viscosidad dinámica, conductividad térmica, densidad, calor específico, la velocidad. Asimismo depende de la configuración geométrica y rugosidad de la superficie sólida, además del tipo de flujo del fluido, laminar o turbulento.

En la convección natural el movimiento del fluido se debe a la existencia de fuerzas de empuje, también llamadas fuerzas de flotación. Cabe destacar que los gradientes de densidad en el fluido no garantizan el movimiento del fluido, como por ejemplo, un fluido que está contenido en una cavidad rectangular en donde la pared superior se encuentra a una temperatura mayor a la de la pared inferior no necesariamente ocasiona movimiento en el fluido, debido a que el fluido con mayor densidad siempre se encuentra depositado en la zona inferior de la cavidad y no tiende a moverse.

A pesar de la complejidad de la convección debido a su dependencia a un gran número de variables, es posible observar que la transferencia de calor por convección es proporcional a la diferencia de temperaturas, y se expresa de forma conveniente por la Ley de Enfriamiento de Newton como:

$$\dot{Q}_{conv} = hA_s(T_s - T_\infty) \quad (1.1)$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, A_s es el área superficial a través de la cual tiene lugar la transferencia de calor por convección, T_s es la temperatura de la superficie y T_∞ es la temperatura del fluido suficientemente alejado de esta superficie. El coeficiente de transferencia de calor por convección, h , no es una propiedad del fluido, es un parámetro que define la razón de la transferencia de calor entre una superficie sólida y un fluido por unidad de área superficial por

unidad de diferencia de temperatura. Este parámetro depende de todas las variables que influyen sobre la convección.

En los estudios de convección natural es práctica común adimensionalizar las ecuaciones que la rigen y combinar las variables, las cuales se agrupan en números adimensionales. Existen dos parámetros adimensionales relacionados con la transferencia de calor por convección natural. El número de Prandtl (Pr) y el número de Grashof (Gr). El primero está definido como:

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k} = \frac{\text{Difusividad de momentum}}{\text{Difusividad de calor}} \quad (1.2)$$

donde ν es la viscosidad cinemática del fluido y α es la difusividad térmica. Este parámetro adimensional representa la relación entre la difusividad molecular de la cantidad de movimiento con la difusividad térmica. El número de Grashof está definido como:

$$Gr = \frac{\beta g \Delta T L_c^3}{\nu^2} = \frac{\text{Fuerzas de flotación}}{\text{Fuerzas viscosas}} \quad (1.3)$$

en donde β es el coeficiente de expansión térmica, g es la aceleración de la gravedad, ΔT es la diferencia de temperatura entre la pared y el fluido, L_c es la longitud característica y ν es la viscosidad cinemática. El número de Grashof representa la razón entre la fuerza de flotación y las fuerzas viscosas que actúa sobre el fluido, y rige el régimen de flujo en la convección natural.

La adimensionalización de las ecuaciones muestra que en general el parámetro que gobierna la convección natural resulta de la multiplicación del número de Grashof y el número de Prandtl. Este parámetro adimensional es llamado el número de Rayleigh y describe la razón de las fuerzas de flotación y los productos de las difusividades térmica y de cantidad de movimiento. Este número es muy importante ya que también está relacionado con el régimen del flujo de convección natural, es decir, establece si el flujo es laminar o turbulento. El número de Rayleigh (Ra)

está definido como:

$$Ra = GrPr = \frac{\beta g \Delta T L_c^3}{\nu \alpha} = \frac{\text{Fuerzas de flotación}}{\text{Difusividad térmica y de momentum}} \quad (1.4)$$

Finalmente, es conveniente en los análisis de transferencia de calor por convección expresar el coeficiente de transferencia de calor en forma adimensional, a través del número de Nusselt (Nu) definido como:

$$Nu = \frac{hL_c}{k} = \frac{\text{Transferencia de calor por convección}}{\text{Transferencia de calor por conducción}} \quad (1.5)$$

donde h es el coeficiente de transferencia de calor por convección, L_c es una longitud característica y k es la conductividad térmica. Este número representa la proporción de la transferencia de calor a través de una capa de fluido como resultado de la convección en relación con la conducción a través de la misma capa. Entre mayor sea el número de Nusselt, más eficaz es la convección.

1.1.1 Ecuaciones de gobierno en la convección natural

Existen tres leyes físicas fundamentales para estudiar el flujo de fluidos, independientemente de su naturaleza, estas leyes son: Ley de Conservación de la Materia, Segunda Ley de Newton y Primera Ley de la Termodinámica; las ecuaciones que resultan al aplicar estas tres leyes a un fluido se conocen como ecuación de continuidad, ecuación de cantidad de movimiento y ecuación de energía, respectivamente.

- **Ecuación de continuidad**

La Ley de Conservación de la Materia establece que la masa del fluido en cualquier sistema cerrado se mantiene constante. La ecuación correspondiente

se deduce aplicando un balance de materia a un elemento unitario de volumen a través del cual está circulando un fluido, entonces, la rapidez de acumulación de materia debe ser igual a la diferencia entre flujos de la entrada y salida de materia [1]. Esto es:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) + \frac{\partial}{\partial z}(\rho w) = 0 \quad (1.6)$$

donde (u, v, w) son las componentes del vector de la velocidad del fluido (\vec{V}) en las direcciones x, y, z y ρ es la densidad del fluido en el mismo punto.

La ecuación (1.6) se puede escribir de forma vectorial como:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (1.7)$$

el primer término en esta ecuación representa la razón de incremento de la densidad en el volumen de control y el segundo término representa la razón neta de flujo de masa que atraviesa la superficie de control (superficie que rodea el volumen de control) por unidad de volumen. Generalmente es conveniente aplicar la derivada sustancial, definida como:

$$\frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \nabla \quad (1.8)$$

de tal forma que la ecuación de continuidad se puede escribir como:

$$\frac{D\rho}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{V}) = 0 \quad (1.9)$$

En una gran cantidad de fluidos, la densidad puede ser considerada constante (tanto en espacio como en tiempo); es decir, no hay compresión o expansión notables del fluido, tales casos se denominan fluidos incompresibles, lo cual implica que $\rho = cte.$, por lo que la ecuación (1.9) se reduce a:

$$\nabla \cdot \vec{V} = 0 \quad (1.10)$$

- **Ecuación de cantidad de movimiento**

Un elemento unitario de materia, en general, se encuentra sujeto a tres tipos de fuerzas: los gradientes de presión, fuerzas externas (como la debida a la gravedad) y fuerzas que se oponen al movimiento del fluido y que se deben a la resistencia interna o fricción que experimenta el fluido.

La ecuación dinámica del movimiento se obtiene al igualar la suma de estas fuerzas al producto de la masa y la aceleración del elemento de fluido al cual se aplica la fuerza, lo cual no es más que la Segunda Ley de Newton. Al aplicar esta ley en coordenadas rectangulares a un elemento de fluido que se mueve con velocidad \vec{V} y que ocupa un volumen de control fijo de tamaño infinitesimal, lleva a las siguientes ecuaciones de cantidad de movimiento:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{V}) &= -\frac{\partial P}{\partial x} + \mu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + \rho \vec{f}_x \\ \frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{V}) &= -\frac{\partial P}{\partial y} + \mu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + \rho \vec{f}_y \quad (1.11) \\ \frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \vec{V}) &= -\frac{\partial P}{\partial z} + \mu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + \rho \vec{f}_z \end{aligned}$$

Estas ecuaciones se conocen como ecuaciones de Navier-Stokes. Los términos del lado izquierdo de la igualdad en la ecuación (1.11) representan los términos convectivos; el primer término después de la igualdad representa las fuerzas de superficie debidas a gradientes en la presión, el segundo término está definido como el término difusivo de cantidad de movimiento y finalmente el último corresponde a la fuerzas de cuerpo que actúan sobre el volumen de control [2].

El término $\rho \vec{f}$ corresponde a las fuerzas de cuerpo por unidad de volumen. Las fuerzas de cuerpo actúan a distancia y se aplican en toda la masa del fluido.

La fuerza de cuerpo más común es la fuerza gravitacional. En este último caso

la fuerza por unidad de masa \vec{f} es igual a la aceleración de la gravedad \vec{g} , es decir:

$$\rho \vec{f} = \rho \vec{g} \quad (1.12)$$

La ecuación de conservación de cantidad de movimiento para un fluido newtoniano incompresible se puede reducir a un modelo vectorial como:

$$\rho \frac{D\vec{V}}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} + \rho \vec{g} \quad (1.13)$$

- **Ecuación de energía**

La distribución de temperatura se rige por una ecuación que describe el balance de calor en cada elemento unitario de volumen promedio, la cual es una expresión de la Primera Ley de la Termodinámica. Esta Ley aplicada a un elemento de fluido de tamaño infinitesimal que se mueve con velocidad \vec{V} conduce a la ecuación de la energía:

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} + \nabla \cdot E_t \vec{V} = \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{q} + \rho \vec{f} \cdot \vec{V} + \nabla \cdot (\vec{\tau}_{ij} \cdot \vec{V}) \quad (1.14)$$

donde E_t es la energía total por unidad de volumen dada como:

$$E_t = \rho \left(\hat{u} + \frac{V^2}{2} + \vec{g} \right) \quad (1.15)$$

y \hat{u} es la energía interna por unidad de masa. El primer término de la izquierda representa la razón de incremento de E_t dentro del volumen de control, mientras que el segundo término representa el transporte neto de energía por convección a través de la superficie de control. El primer término del lado derecho es la razón de producción de calor por agentes externos y el segundo término $(\nabla \cdot \vec{q})$ es la razón de calor transferido por conducción a través de la superficie de control. Se puede suponer que se cumple la Ley de Fourier de tal forma que:

$$\vec{q} = -k \nabla T \quad (1.16)$$

donde k es la conductividad térmica y T la temperatura. El tercer término del lado derecho corresponde al trabajo hecho sobre el volumen de control por parte de las fuerzas de cuerpo, mientras que el cuarto término cuantifica el trabajo hecho sobre el sistema por parte de fuerzas de superficie [3].

Es práctica común reescribir la ecuación de energía de tal forma que se aprecie la existencia de un término conocido como función de disipación viscosa (Φ), misma que físicamente representa la razón a la cual parte de la energía mecánica que se emplea en el proceso de deformación del fluido se convierte en calor debido a la fricción interna. La ecuación de la energía interna (e) queda de la siguiente forma:

$$\rho \frac{De}{Dt} + \rho(\nabla \cdot \vec{V}) = \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{q} + \Phi \quad (1.17)$$

Utilizando la definición de entalpía:

$$h = e + \frac{p}{\rho} \quad (1.18)$$

y la ecuación de continuidad, la ecuación de la energía queda de la siguiente manera:

$$\rho \frac{Dh}{Dt} = \frac{Dp}{Dt} \frac{\partial Q}{\partial t} - \nabla \cdot \vec{q} + \Phi \quad (1.19)$$

donde para un sistema cartesiano la función disipación es:

$$\begin{aligned} \Phi = \mu \left[2 \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + 2 \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 \right. \\ \left. + \left(\frac{\partial w}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial z} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 - \frac{2}{3} \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 \right] \quad (1.20) \end{aligned}$$

En caso de que el flujo sea incompresible y considerando que el coeficiente sea constante, la ecuación de la energía se reduce a:

$$\rho \frac{De}{Dt} = \frac{\partial Q}{\partial t} + k \nabla^2 T + \Phi \quad (1.21)$$

Para estudiar la transferencia de calor por convección natural es necesario que las ecuaciones que gobiernan la dinámica de fluidos y la ecuación de la

energía estén acopladas, además, la solución está restringida por la ecuación de continuidad. Si se considera un flujo incompresible, sin generación de calor y se desprecia el efecto de la disipación viscosa, las ecuaciones de gobierno en estado transitorio por las que estará regido el problema serán las ecuaciones (1.10), (1.13), y (1.21), descritas anteriormente.

1.1.2 Convección natural en cavidades

Tradicionalmente la convección natural se clasifica en dos tipos, convección externa y convección en cavidades. En la primera, típicamente una superficie está rodeada por un fluido de extensión “infinita”. Algunos análisis han considerado placas verticales, placas inclinadas, cilindros horizontales, esferas inmersas en fluidos, entre otros. Por su parte, la convección natural en cavidades toma lugar en regiones cerradas, como por ejemplo en recintos rectangulares, cilindros concéntricos y esferas concéntricas [4]. A continuación se presentan algunos aspectos particulares en este tipo de fenómenos.

La convección natural en cavidades las encontramos en muchos problemas de ingeniería, como por ejemplo, ventanas con doble vidrio, colectores solares, en las paredes huecas de las casas, en aplicaciones electrónicas, entre otras. Un fluido en el interior de una cavidad experimenta la convección natural si las paredes de la cavidad no se encuentran a temperatura uniforme. Las fuerzas de flotación causan que el fluido circule a través de la cavidad transportando el calor. Cabe mencionar, que si las fuerzas de flotación no son lo suficientemente grandes para vencer las fuerzas viscosas, la circulación es despreciable y la transferencia de calor sólo se presenta por el mecanismo de la conducción.

La convección natural en cavidades varía según la geometría y orientación de la cavidad, regularmente se clasifica en dos categorías: cavidades calentadas lateralmente y cavidades calentadas por abajo; la primera encuentra su aplicación en los colectores solares, los aislamientos con doble pared y la circulación de aire a través de los cuartos de edificios.

1.1.2.1 Convección natural en una cavidad calentada lateralmente

El caso típico encontrado en la literatura [5] consiste en una cavidad rectangular de altura H' y longitud horizontal L' , como se muestra en la Figura 1.1.

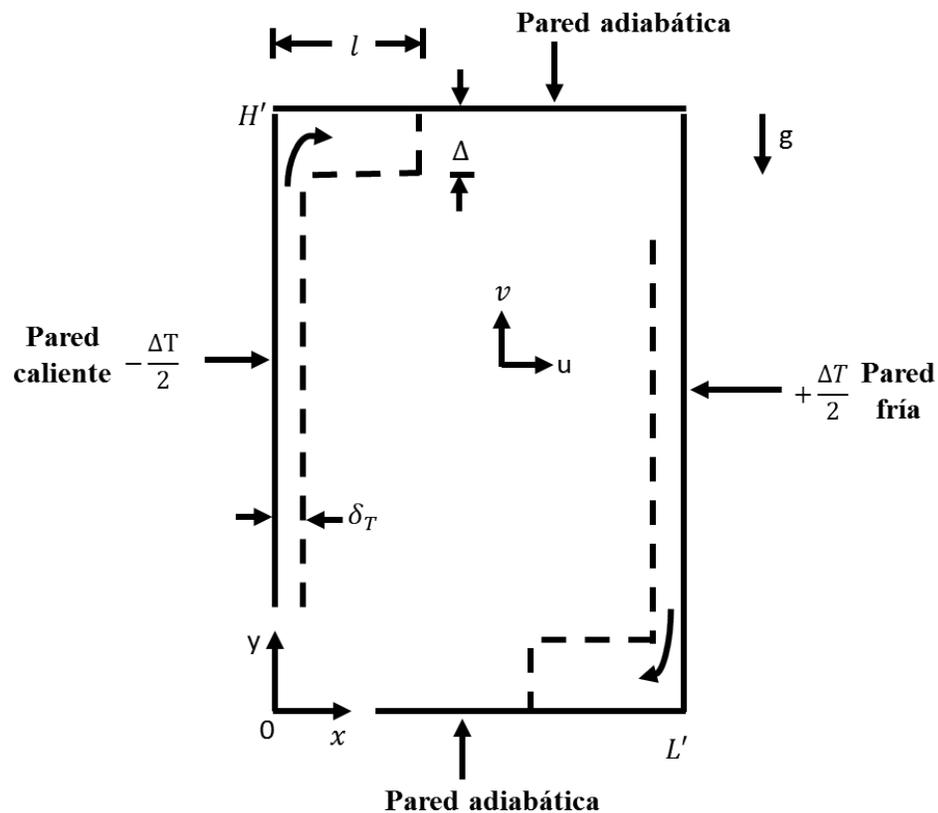


Figura 1.1: Convección natural en una cavidad rectangular calentada lateralmente [5].

Si se considera que el fenómeno es bidimensional, en estado permanente, con propiedades constantes, fluido newtoniano, una diferencia de temperaturas $T_C - T_F$ y paredes horizontales aisladas, las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía que modelan el fenómeno son las siguientes:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.22)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) \quad (1.23)$$

$$u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} = -\frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right) - g[1 - \beta(T_C - T_F)] \quad (1.24)$$

$$u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} = \alpha \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \right) \quad (1.25)$$

En este caso el principal parámetro adimensional que gobierna el problema es el número de Rayleigh ($Ra_{H'}$) definido como:

$$Ra_{H'} = \frac{g\beta(T_C - T_F)H'^3}{\alpha\nu} \quad (1.26)$$

donde $T_C > T_F$.

En cavidades rectangulares calentadas lateralmente es común diferenciar cuatro regímenes de transferencia de calor por convección natural:

- Régimen de conducción.
- Sistemas muy altos.
- Régimen de capa límite.
- Sistemas muy largos.

Estos regímenes se ilustran en la Figura 1.2, cada régimen tiene sus características y comportamiento muy particular. A continuación se da una breve descripción [6].

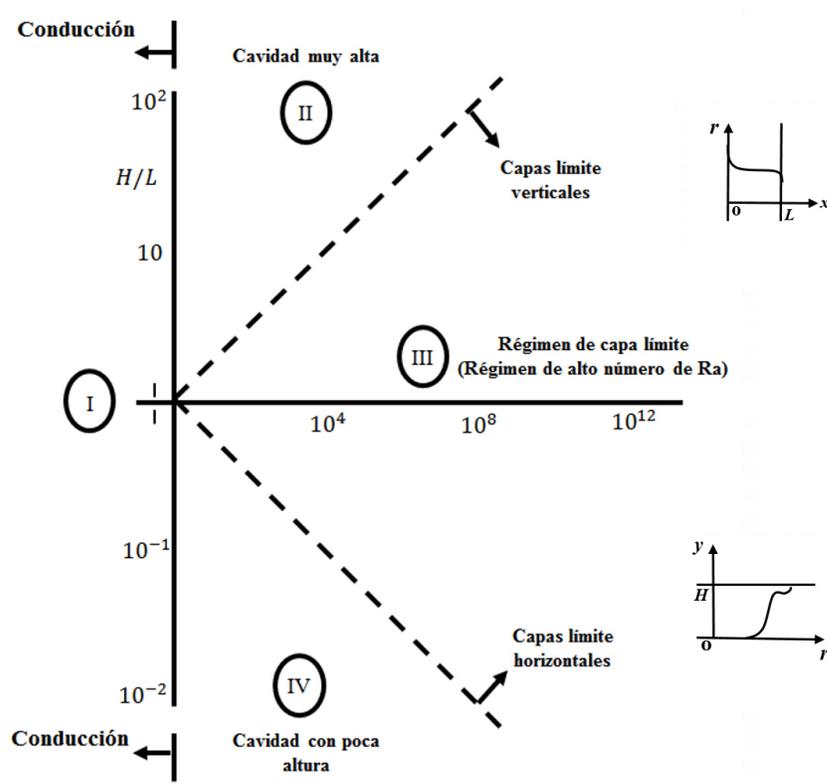


Figura 1.2: Regímenes de convección natural en cavidades rectangulares [5].

- (I) **Límite de conducción.** En este caso la temperatura varía linealmente a través de la cavidad, por lo tanto la transferencia de calor entre las dos paredes verticales es del orden de $kH'\Delta T/L'$. El gradiente de temperatura horizontal $\Delta T/L'$ genera una celda de convección muy lenta en dirección de las manecillas del reloj, sin embargo, la influencia en la transferencia de calor de este movimiento es insignificante.
- (II) **Límite de la cavidad muy alta.** En la mayoría de las cavidades altas la temperatura varía linealmente entre las dos paredes verticales. La transferencia de calor es del orden de $kH'\Delta T/L'$, como en el caso anterior. La circulación es en favor de las manecillas del reloj, y se caracteriza por capas muy cercanas a las paredes horizontales, tanto la superior como la inferior.

- (III) **Régimen de capa límite (Altos números de Rayleigh).** Se identifican claramente capas límite térmicas a lo largo de las paredes que se encuentran a temperatura constante. La transferencia de calor es del orden de $(k/\delta_T)H'\Delta T$, donde δ_T es el espesor de la capa límite térmica. Las paredes adiabáticas horizontales mantienen capas límite térmicas distintas. La mayor parte de la cavidad (el núcleo) tiene poca cantidad de movimiento y se encuentra estratificado térmicamente.
- (IV) **Régimen de cavidad con poca altura.** La transferencia de calor es dominada por la presencia de capas límite térmicas verticales, por lo tanto es del orden de $(k/\delta_T)H'\Delta T$. Esta escala representa el límite superior debido a que el largo núcleo interior añade un efecto adicional de aislamiento. En esta región, las dos secciones de contra flujo horizontal mantienen un buen contacto térmico, dando como resultado un buen aislamiento térmico en la dirección horizontal.

La Figura 1.3 muestra el comportamiento del flujo para los diferentes regímenes de convección mencionados.

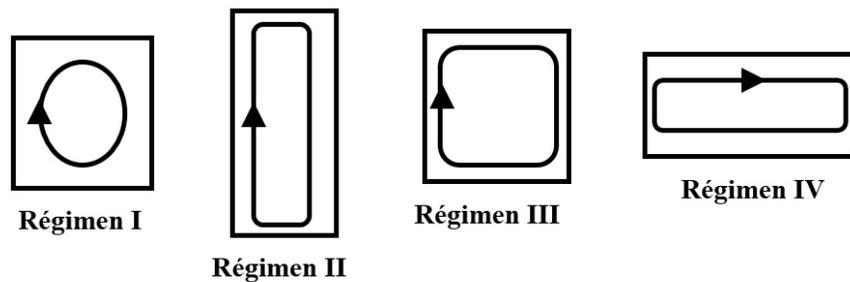


Figura 1.3: Comportamiento del flujo para los diferentes regímenes en convección natural en cavidades rectangulares [5].

1.1.2.2 Convección natural en una cavidad calentada por abajo

La diferencia fundamental entre las cavidades calentadas lateralmente y las calentadas por su pared inferior consiste en que el movimiento del fluido por flotación en las cavidades calentadas lateralmente se presenta inmediatamente después de que se impone una pequeña diferencia de temperaturas en las paredes laterales ($T_C \neq T_F$). Por el contrario, en las cavidades calentadas desde la pared inferior no se presenta movimiento hasta rebasar un límite crítico del número de Rayleigh. Por ejemplo, cuando la cavidad es lo suficientemente larga y de poca altura en la dirección vertical, la condición crítica para que inicie movimiento en el fluido está limitado por el número de Rayleigh crítico:

$$Ra_{cr} \geq 1708 \quad (1.27)$$

donde $Ra_{cr} = g\beta(T_C - T_F)H^3/(\alpha\nu)$. Después de sobrepasar el límite de 1708 se observa un flujo bidimensional como el que se muestra en la Figura 1.4. Este flujo es conocido como celdas de Bénard, o convección de Bénard, en honor a H. Bénard, quien reportó por primera vez este fenómeno en el año 1900.

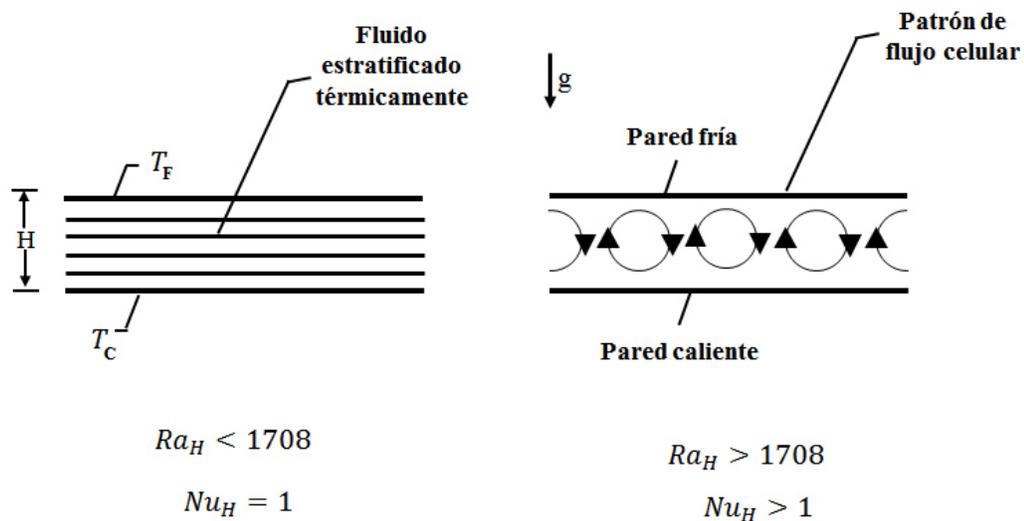


Figura 1.4: Convección natural de Bénard [5].

1.2 Circuitos hidráulicos de circulación natural

En la naturaleza encontramos un sin número de fenómenos comunes que se llevan a cabo por el sólo hecho de la presencia de una diferencia de densidad en diferentes regiones del medio, como las circulaciones atmosféricas u oceánicas, que son causadas por el desequilibrio térmico, y no debido a la energía externa impartida por un presurizador central, como lo sería el corazón durante la circulación sanguínea en el cuerpo humano; este tipo de sistemas son llamados sistemas de circulación natural, a diferencia de los otros que son nombrados sistemas de circulación forzada o asistida [7]. En este apartado se describe lo que es un sistema de circulación natural, cómo funciona y cuál es su aplicación en diferentes campos industriales.

Una fuente de calor, un sumidero de calor y una serie de tuberías que los conectan entre sí, son los elementos que conforman un circuito de circulación natural. Las tuberías están conectadas a la fuente y al sumidero de calor de manera que, entre ellos forman un circuito de trayectoria continua que aloja un fluido de trabajo en su interior [8]. La principal función de un circuito de circulación natural es la de transportar la energía térmica desde una fuente de alta temperatura hasta un sumidero de baja temperatura sin necesidad de la aplicación de ningún tipo de equipo o pieza rotatoria que promueva el movimiento forzado del fluido (bombas), convirtiéndolo en un sistema menos propenso a la ocurrencia de fallas; y más importante aún, generando una simplificación en su diseño, construcción, operación y mantenimiento, así como también la reducción considerable en la inversión económica, tanto de fabricación como de operación.

El fenómeno de convección natural ocurre cuando la fuente de calor es encendida, y con la ayuda de un campo de fuerzas de cuerpo, como la gravedad, se presenta la circulación del fluido de trabajo dentro del sistema como resultado de las fuerzas de flotación, las cuales son ocasionadas por un gradiente de densidades presente en

el fluido, el cual es a su vez inducido por la remoción de calor desde la fuente de calor hacia el sumidero. Manteniendo las condiciones constantes de la fuente y el sumidero de calor, se espera que ocurra una circulación estable del fluido, que puede continuar de manera indefinida si la integridad del sistema se mantiene [8].

1.2.1 Principio de funcionamiento de un circuito de circulación natural

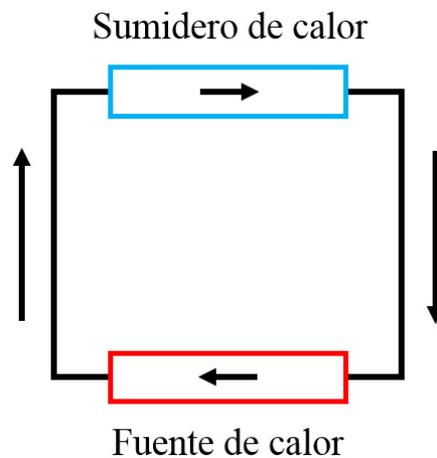


Figura 1.5: Esquemático de un circuito de circulación natural rectangular [8].

En el circuito de circulación natural representado en la Figura 1.5, de diámetro uniforme, con tuberías adiabáticas, y el sumidero de calor posicionado a una altura mayor que la fuente de calor, entonces, el fluido que está en contacto con la fuente de calor se calienta, de manera que su densidad decrece conforme va adquiriendo energía en forma de calor, por ende se vuelve más ligero y se eleva; simultáneamente, la densidad del fluido que se encuentra en contacto con el sumidero de calor va incrementando conforme el fluido va desechando calor, lo que hace que el fluido se torne más pesado y descienda dentro del circuito; gracias a este fenómeno se origina una diferencia de densidades del fluido dentro del circuito. El movimiento del fluido

dentro del sistema es propiciado por una fuerza de cuerpo, en este caso la gravedad, que actúa sobre la diferencia de densidades del fluido. La diferencia de elevación que existe entre la fuente y el sumidero, favorecen la fuerza de flotación que conlleva al movimiento del fluido a lo largo de todo el circuito [8,9].

El sentido del movimiento del fluido dentro del circuito podría estar ligado directamente a pequeñas imperfecciones geométricas en las tuberías, que dan lugar a un circuito asimétrico, lo que ocasionaría el movimiento del fluido hacia un determinado sentido [10].

La capacidad del sistema de remoción de calor depende de diferentes factores como: detalles geométricos, el área de superficie, las propiedades del fluido (conductividad térmica, calor específico, densidad, viscosidad), las propiedades del flujo (velocidad del fluido, distribución de flujo) y los materiales del circuito hidráulico (conductividad, rugosidad del material).

1.2.2 Ventajas de un sistema de circulación natural

- **Reducción de costos**

La ventaja económica más importante que puede encontrarse en la aplicación de un sistema de circulación natural es la omisión en la utilización de una bomba que induzca el movimiento del fluido. Lo anterior no sólo reduce los costos de adquisición del equipo, de instalación, de operación y de mantenimiento, sino que también elimina los costos asociados a cualquier tipo de falla a las que la bomba se encuentre expuesta.

- **Seguridad**

Debido a que el principio de funcionamiento de los sistemas de circulación natural está basado en una ley física natural, se espera que no ocurra ningún tipo de falla en el sistema como podría ocurrir con las bombas de un sistema de circulación forzado; este aspecto ha permitido la aplicación de estos sistemas en diseños que requieren de un flujo ininterrumpido a largo plazo. Los circuitos hidráulicos de circulación natural son altamente utilizados para los diseños actuales de reactores de energía nuclear, en los cuales se utilizan como un sistema de seguridad pasiva, lo que significa que, bajo condiciones críticas, sin ningún dispositivo externo, es capaz de proveer una seguridad estable por sus propias características de operación, además de que no se encuentra expuesto a errores humanos [11].

- **Simplicidad**

La simplicidad es una de las ventajas principales de los sistemas de circulación natural ya que, al eliminar cualquier fuente de alimentación o bomba, se simplifica en gran medida el diseño, construcción, operación y mantenimiento del sistema. Por otra parte, la omisión de bombas y tuberías de conexión también elimina escenarios de accidentes asociados con la pérdida del caudal de la bomba, accidentes de ruptura del sello de la bomba, entre otros.

1.2.3 Clasificación de los sistemas de circulación natural

Los sistemas de circulación natural pueden dividirse dependiendo de [8]:

1.2.3.1 El estado termodinámico del fluido de trabajo

Dependiendo del estado termodinámico del fluido de trabajo del sistema se clasifican en:

- **Sistemas de circulación natural de una fase:** El fluido que circula en todo el circuito permanece en una fase. Dentro de esta categoría podemos encontrar fluidos de trabajo en fase líquida o gaseosa, siendo más comunes los sistemas de circulación natural en fase líquida, comúnmente utilizados para la remoción de calor del núcleo de reactores nucleares.
- **Sistema de circulación natural bifásico:** Es aquel sistema en el cual el fluido de trabajo experimenta un cambio en su estado termodinámico a lo largo de su recorrido por el circuito. En los sistemas de circulación natural de dos fases, se genera una diferencia en la densidad del fluido mayor a la que se generan en un circuito de circulación natural monofásico, por lo tanto las velocidades de flujo en un sistema bifásico son mayores.
- **Sistema de circulación natural supercrítico:** Los sistemas supercríticos se caracterizan por operar en o sobre el punto crítico termodinámico del fluido de trabajo. El principal interés en los sistemas supercríticos se deriva del hecho de que cerca del punto crítico se manifiesta un gran cambio en el coeficiente de expansión volumétrica y, por lo tanto, el sistema es capaz de generar fuerzas motrices comparables a los sistemas bifásicos. Una de las ventajas más importantes es aquella en la que debido a que se evita el cambio de fase del fluido, es posible eliminar separadores y secadores necesarios en sistemas bifásicos.

1.2.3.2 Interacción del sistema con los alrededores

Dependiendo de su interacción con los alrededores pueden ser clasificados como:

- **Sistema de circulación natural cerrado:** Son aquellos sistemas los cuales sólo intercambian energía con el entorno que los rodea. Un ejemplo de estos sistemas está representado por la Figura 1.6.

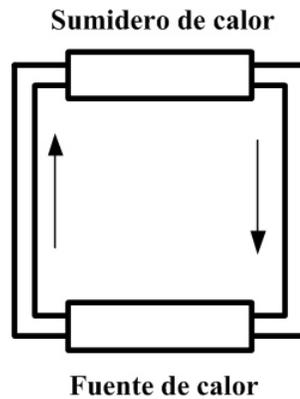


Figura 1.6: Sistema de circulación natural cerrado [8].

- **Sistemas de circulación natural abierto:** Son aquellos sistemas que intercambian no sólo energía, sino también masa con sus alrededores. Un ejemplo de estos sistemas está representado por la Figura 1.7.

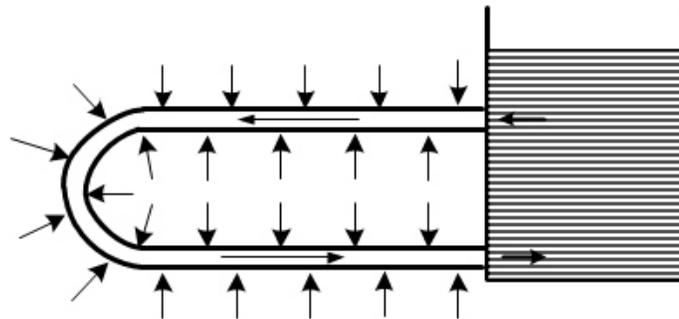


Figura 1.7: Sistema de circulación natural abierto con un tubo en forma de U horizontal para aplicaciones marinas (El tanque de agua representa el océano) [8].

1.2.3.3 Forma del circuito

Dependiendo de la forma del circuito los sistemas pueden clasificarse en: cuadrado, rectangular, toroidal, en forma de ocho, etc. Todos estos circuitos son estudiados numéricamente y experimentalmente para comprender mejor el fenómeno de convección natural, ver Figura 1.8.

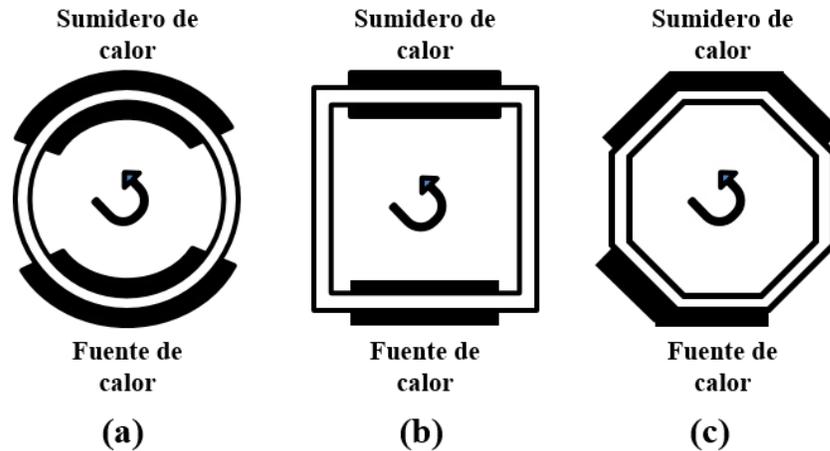


Figura 1.8: Diferentes configuraciones geométricas de los circuitos hidráulicos de circulación natural: (a)Toroidal (b)Rectangular (c)Poligonal [12].

1.2.3.4 Fuerza de cuerpo actuante

Los sistemas de circulación natural operan bajo la influencia de una fuerza de cuerpo actuante, los dos tipo de fuerzas de cuerpo que se utilizan en estos sistemas son la fuerza de gravedad y la fuerza centrífuga. La mayoría de ellos emplea la fuerza de gravedad y son sistemas estáticos, sin embargo, la fuerza centrífuga puede ser ventajosamente utilizada para enfriar maquinaria rotatoria, los cuales son llamados sistemas de circulación natural rotatorios. Ver Figura 1.9.

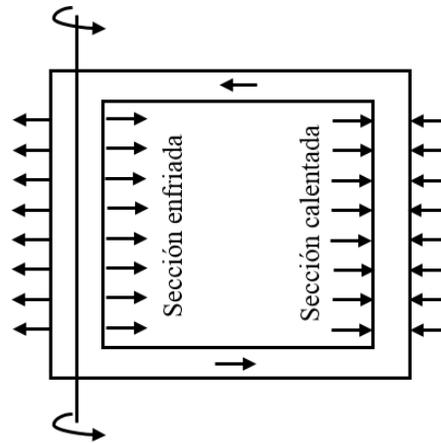


Figura 1.9: Sistema de circulación natural rotatorio [8].

1.2.4 Aplicaciones de los circuitos de circulación natural

- **Industria Nuclear**

Debido a la ausencia de algún tipo de elemento mecánico que promueva el movimiento del fluido, los circuitos hidráulicos de circulación natural se han convertido en una opción altamente rentable, simple y segura para aplicaciones industriales; especialmente para el diseño de las nuevas plantas nucleares, ya que, a partir de una serie de accidentes ocurridos en diferentes plantas como Fusikama, Three-Mile Island y Chernobyl, los científicos nucleares han enfatizado en el diseño y utilización de mecanismos de refrigeración pasiva para la remoción de calor, es por estas razones que actualmente los sistemas de circulación natural juegan un importante rol en materia de seguridad en la industria nuclear.

Esta nueva perspectiva en la industria nuclear ha dado lugar a una serie de cambios radicales en diferentes áreas como en la planificación de la respuesta de emergencia en caso de accidentes o fallas eléctricas, en el entrenamiento de personal operador de reactores, en la ingeniería de factor humano, en la

protección a la radiación y en muchas otras áreas relacionadas a la operación de plantas nucleares y la seguridad dentro de ellas [13]. En la Figura 1.10 se muestra el diagrama de un reactor nuclear AHWR (Advanced Heavy Water Reactor) basado en circulación natural.

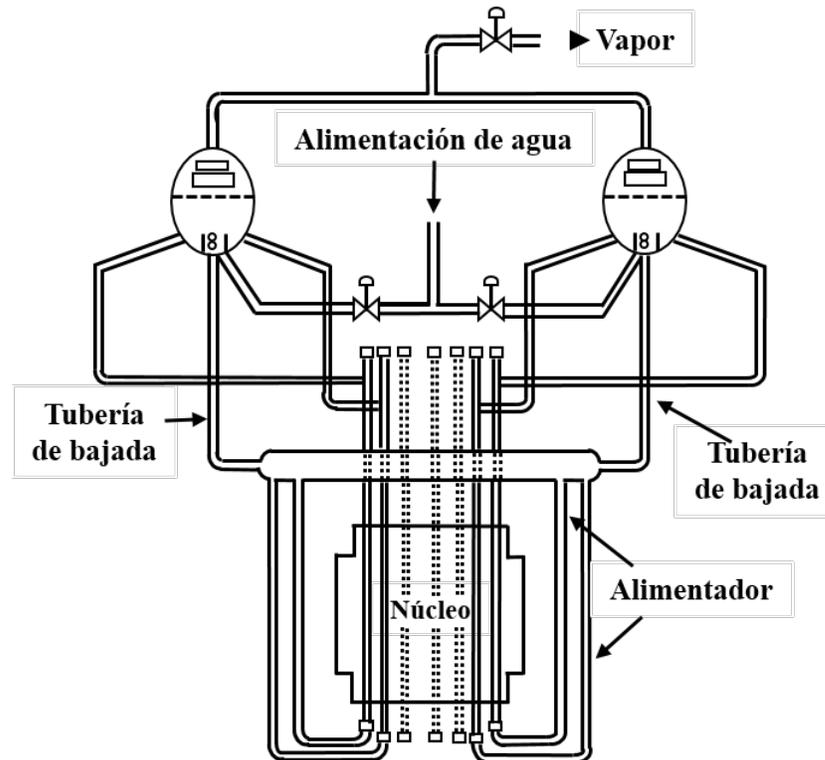


Figura 1.10: Diagrama de un reactor nuclear AHWR basado en circulación natural [8].

- **Calentadores solares**

El calentamiento de agua para uso doméstico es una de las aplicaciones más simples para los sistemas de circulación natural, y que además aunado al aprovechamiento de la energía solar, convierten a los colectores solares en uno de los sistemas más efectivos en el transporte de energía térmica. En la Figura 1.11 se muestra un diagrama esquemático de un calentador solar de agua de circulación natural, el cual consiste en un colector, un tanque de almacenamiento (instalado arriba del colector) y la tubería que los conecta entre sí. Cuando la radiación solar incide sobre el colector, se genera una diferencia de

temperatura entre los extremos inferior y superior del colector. La diferencia de temperatura causa una variación en la densidad del agua, dando como resultado su elevación debido a la fuerza de flotación. La circulación del agua entre el colector solar y el tanque está dado por la acción de la gravedad [14].

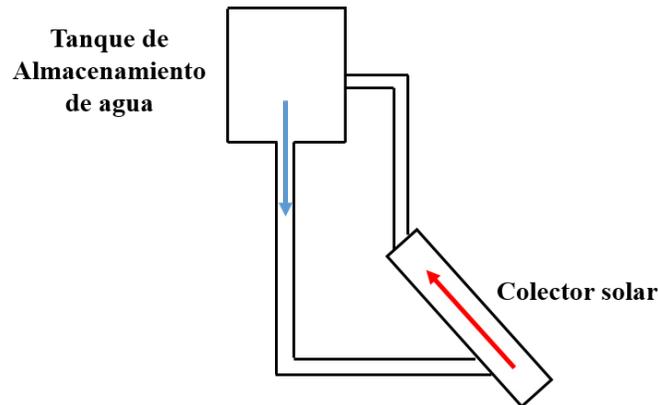


Figura 1.11: Diagrama esquemático de un calentador solar [14].

- **Refrigeración y sistemas de aire acondicionado**

Debido a los daños ambientales causados por los refrigerantes hidrofluorocarbonos (HFC), hay un creciente interés universal para investigar fluidos refrigerantes que sean mucho más amigables con el medio ambiente, y que puedan ser utilizados en el sistema de refrigeración tradicional. Estos refrigerantes incluyen amoníaco, dióxido de carbono, hidrocarburos, R152a, entre otros. Sin embargo, el principal inconveniente de estas sustancias es que son potencialmente peligrosas, ya que son inflamables y tóxicas. En este ámbito, una de las posibles soluciones para la implementación de estos nuevos refrigerantes, es la utilización de un sistema de refrigeración de circuito secundario; en este caso, el sistema secundario añadido al sistema de refrigeración tradicional, estará compuesto por un circuito de circulación natural con un fluido de trabajo inofensivo [15].

Siguiendo estos lineamientos, como se muestra en la Figura 1.12, es posible confinar el fluido refrigerante inflamable o tóxico en un espacio situado fuera del edificio o zona ocupada (sistema de refrigeración primario) y transferir el

calor desde el espacio acondicionado (supermercado, auditorio, etc.) a través del sistema secundario que es operado con agua, por ejemplo, un fluido de trabajo inofensivo, y así evitar un posible contacto directo de las personas dentro del recinto con el refrigerante tóxico.

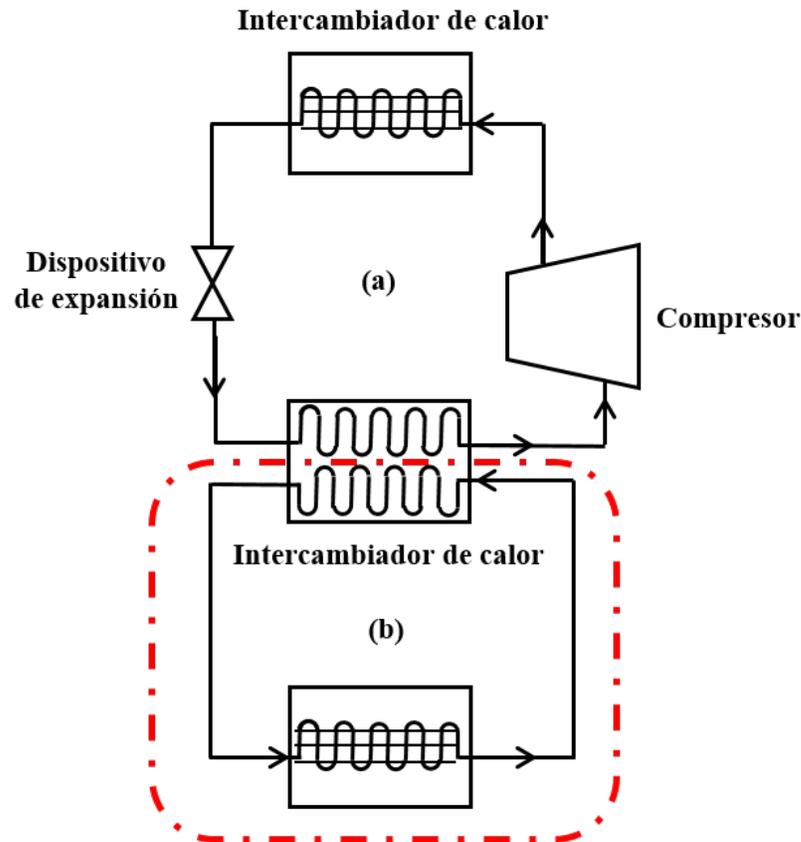


Figura 1.12: Diagrama esquemático de un sistema de refrigeración de circuito secundario. (a) Sistema primario (Sistema de refrigeración tradicional), (b) Sistema secundario (Circuito hidráulico de circulación natural) [15].

Otras aplicaciones de este tipo de sistemas en el campo de la refrigeración incluyen enfriamiento o calentamiento de fluidos, tales como agua, leche, etc., en sectores comerciales e industriales.

- **Enfriamiento de componentes electrónicos**

La tecnología de circulación natural se ha utilizado para enfriar dispositivos electrónicos durante muchos años. En la Figura 1.13 se muestra una cámara

herméticamente sellada, parcialmente llena de un fluido volátil y libre de gases no condensables. Cuando se genera calor en el área del calentador, el líquido se evapora, el vapor emigra hacia el condensador, y éste es condensado por la acción de medios externos. En este sentido, el fluido condensado se devuelve al área del calentador por la acción de la gravedad. Esta limitación requiere que el condensador se encuentre en la parte superior de la fuente de calor para que pueda ocurrir la remoción de calor por circulación natural [16].

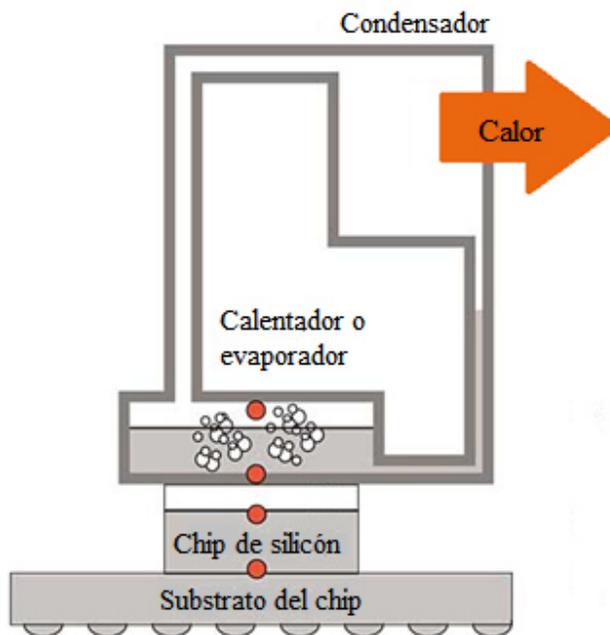


Figura 1.13: Diagrama esquemático de un sistema de circulación natural para el enfriamiento de dispositivos electrónicos [16].

- **Extracción de energía geotérmica**

De igual forma, en la industria geotérmica los sistemas de circulación natural son altamente utilizados; en la Figura 1.14 se puede observar el proceso de extracción de la energía geotérmica: se inyecta CO_2 , agua, u otro fluido a baja temperatura en un reservorio geotérmico para aprovechar el calor contenido en las capas más profundas de la tierra, la exposición del fluido a las altas temperaturas conlleva a un cambio en la densidad del fluido inyectado, debido

a que su densidad va disminuyendo y por acción de la fuerza de flotación, el fluido se eleva y pasa a través de todo el circuito hacia la superficie, en donde es dirigido hacia una turbina de gas para la generación de energía eléctrica; posteriormente, el fluido es condensado y reinyectado hacia el reservorio geotérmico aprovechando así una fuente de calor natural.

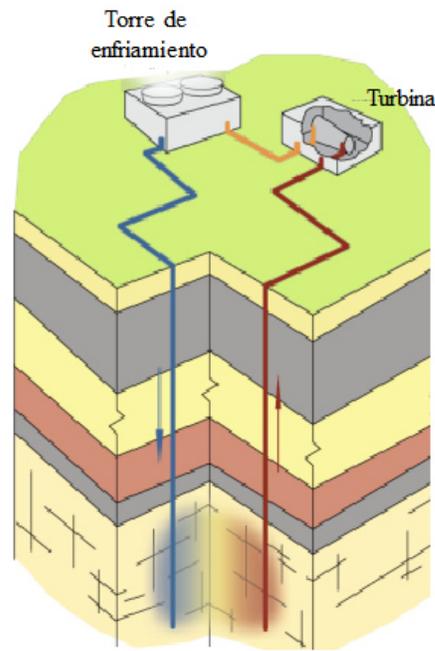


Figura 1.14: Diagrama del proceso de extracción de energía geotérmica [17].

- **Otras aplicaciones**

Existe una extensa variedad de aplicaciones de sistemas de circulación natural en la literatura dirigidas a la conversión de energía, al aprovechamiento de la posición de la fuente y el sumidero de calor, a la simplicidad de su diseño, a la seguridad y a la facilidad de operación de ellos, que están siendo empleados en muchas áreas industriales, pudiendo resaltar, ente otros, el enfriamiento de maquinarias, procesos químicos, bombas de calor, etc.

1.3 Estado del arte

La circulación natural es el resultado de una fuerza de flotación generada a partir de un gradiente de temperatura y no por un dispositivo mecánico que induzca el flujo en el sistema; por lo tanto, tales sistemas son mucho más fiables operacionalmente en comparación con aquellos sistemas de bombeo. Debido a esto, los circuitos hidráulicos de circulación natural se utilizan ampliamente en un sin número de industrias. La función principal de éstos es la de transportar energía de una fuente de calor a un sumidero. Dado que la capacidad de transporte de calor de los sistemas de circulación natural dependen de la velocidad del flujo del fluido de trabajo, la predicción fiable de la velocidad se ha convertido en un factor muy importante de estudio.

1.3.1 Convección en circuitos hidráulicos de circulación natural

Muchos aspectos de los sistemas de circulación natural han sido estudiados experimental y teóricamente, tanto para sistemas de una sola fase, como para los de dos fases, con el fin de comprender mejor el fenómeno. Por lo general, los objetivos de los estudios están relacionados con la optimización y análisis de estabilidad, que son influenciados por diferentes características del sistema, como la geometría, materiales de tuberías, fluido de trabajo, propiedades termo-físicas, inclinación del circuito, las pérdidas de presión concentradas, posiciones de la fuente y el sumidero de calor, etc.

Vijayan et al. [18] realizaron un estudio en el que compararon el comportamiento dinámico de un mismo circuito hidráulico de forma rectangular pero con diferentes desplazamientos de la fuente y el sumidero de calor. En sus conclusiones afirman que la configuración más estable para un circuito hidráulico de circulación rectangular es

aquella en la que tanto la fuente como el sumidero de calor se encuentran de forma vertical, en los brazos izquierdo y derecho del circuito, respectivamente; de manera que la inestabilidad nunca se presenta, además resaltan que la configuración menos estable es la más común en este tipo de intercambiadores de calor, en los que se posicionan la fuente y el sumidero de calor de forma horizontal en los brazos inferior y superior, respectivamente.

Por otro lado, existen varios trabajos de circuitos rectangulares y toroidales, en los que los autores introducen un ángulo de inclinación [19], [20] con el fin de estudiar los efectos que tiene en la dinámica del sistema la inclinación de la fuente y el sumidero de calor. Particularmente, Acosta et al. [20], estudiaron la circulación natural dentro de un circuito hidráulico rectangular inclinado, y determinaron experimentalmente la velocidad del flujo como función del flujo de calor y el ángulo de inclinación, confirmando así la multiplicidad de la velocidad en estado estable.

En circuitos rectangulares, también se analizan sistemáticamente la influencia de la relación de aspecto, definida como la altura en relación al ancho. Chen [21] encontró analíticamente que la estabilidad del sistema tiene un mínimo de relación de aspecto, aproximándose a la unidad. También se analizó la influencia de diferentes materiales de las tuberías. En particular, se encontró que mientras más conductor es el material de la tubería mayor es la estabilidad del sistema, esto debido a que las discontinuidades de temperatura se suavizan por la transferencia de calor entre el fluido y las paredes de la tubería [22], [23].

Greif [24], Vijayan et al. [25], y Zvirin [26], estudiaron el flujo en sistemas de circulación natural en las geometrías más comunes y sus aplicaciones. En el caso de los circuitos rectangulares cerrados y abiertos, se ha prestado mucha atención a los flujos tanto en su estado estable como en estado transitorio, así como también se ha estudiado de manera muy precisa la estabilidad del sistema bajo diversas condiciones de enfriamiento y calentamiento del mismo.

Zvirin [26] y Greif [24] en sus estudios presentan trabajos experimentales y teóricos de los sistemas de circulación natural de una sola fase, en los que discuten los métodos analíticos y numéricos para diferentes diseños tales como: (I) geometrías simples, (II) sistemas de pequeña escala, (III) reactores nucleares y (IV) termosifones.

Varios estudios muestran una metodología para el análisis unidimensional y bidimensional (1D/2D) de los circuitos de circulación natural propuestos por: Mertol [27], seguido de Bernier y Baliga [28], Misale [22] y más recientemente por Basran y Kücükca [29].

Desrayaud et al. [30] investigaron numéricamente un sistema de circulación de la forma toroidal de dos dimensiones bajo varias condiciones y geometrías. El modelo utiliza las ecuaciones de gobierno clásica de Navier-Stokes y la energía, en estado transitorio, incompresible y fluido newtoniano con la aproximación de Boussinesq.

Lavine [31] fue el precursor del análisis tridimensional en circuitos hidráulicos de la forma toroidal. Más recientemente, Ambrosini [32] y Pilkhwal [33] presentaron un análisis tridimensional de la estabilidad hidrodinámica de circuitos rectangulares en diversas posiciones de la fuente y el sumidero de calor. Compararon sus resultados con los suministrados por varios tipos de software, así como con los resultados experimentales.

1.4 Hipótesis

La transferencia de calor por convección natural se ve afectada por diferentes factores, entre ellos se encuentran las características del movimiento del fluido, el área superficial y el diferencial de temperatura entre la superficie de la pared y la temperatura del fluido. Es factible determinar la mejor combinación entre los factores de diseño de un circuito hidráulico de circulación natural, mediante un

estudio paramétrico utilizando la dinámica de fluidos computacional. Mediante este estudio se obtendrá un diseño que promueva la mayor transferencia de calor y el menor coeficiente de fricción, obteniendo así el menor tiempo de enfriamiento de una cierta cantidad de fluido.

1.5 Objetivos

1.5.1 Objetivo general

Realizar un estudio paramétrico de un circuito hidráulico de circulación natural para obtener la mayor transferencia de calor, el menor factor de fricción y el menor tiempo para el enfriamiento de una cierta cantidad de fluido.

1.5.2 Objetivos específicos

- Crear un modelo computacional que resuelva las ecuaciones fundamentales de la convección natural en un circuito hidráulico de circulación natural.
- Realizar un estudio parametrizado de la convección natural en un circuito hidráulico de circulación natural en donde se evalúe el efecto de parámetros geométricos y adimensionales sobre la transferencia de calor.
- Determinar la combinación de parámetros que dan lugar a un circuito hidráulico altamente efectivo para transferir calor.

1.6 Metodología

El presente trabajo de tesis se desarrolla en 8 fases, las cuales cuentan con diferentes actividades específicas cada una, y son explicadas a continuación:

Fase 1: Revisión bibliográfica. Se realiza una búsqueda y recopilación exhaustiva de una serie de artículos de investigación publicados en los últimos años que se encuentren relacionados al tema de estudio, así como también aquellos relacionados con el modelado computacional de convección natural y la solución de las ecuaciones de gobierno involucradas; en paralelo se lleva a cabo la investigación y descripción del estado del arte pertinente para este trabajo de grado.

Fase 2: Definición de las ecuaciones de gobierno. Se definen las ecuaciones de transporte que se deberán solucionar para la resolución del problema, así como también la adimensionalización de las mismas. Se definen los parámetros adimensionales y relaciones de aspecto que serán modificados para poder encontrar la geometría que promueva la mayor transferencia de calor y que posea el menor coeficiente de fricción.

Fase 3: Definición de la geometría. Se proponen, definen y modelan en 3D, las diferentes geometrías resultantes de la combinación de los factores involucrados, y se determina un diseño de experimentos a llevar a cabo en el estudio.

Fase 4: Mallado. Se genera la discretización del dominio para la solución de las ecuaciones de gobierno y se establece el número de elementos de la malla en los cuales el software utilizado sea capaz de resolver los esfuerzos cortante y el gradiente de temperatura en la geometría de estudio.

Fase 5: Evaluación computacional. Se determinan las condiciones de frontera, condiciones iniciales, los modelos a resolver y todas las condiciones necesarias para el análisis computacional del caso en estudio, así como también las propiedades del fluido de trabajo; se da solución al problema mediante el método de los volúmenes

finitos, a través del software comercial ANSYS Fluent 16.0.

Fase 6: Análisis de dependencia de malla. Se ejecuta un análisis de dependencia de malla, en el cual se determina hasta qué punto la malla es adecuada para no afectar el resultado de las simulaciones.

Fase 7: Validación de la hipótesis. Una vez determinada cuál es la mejor geometría para la transferencia de calor, se procede a una segunda parte del análisis numérico en el cual se pone a prueba la geometría seleccionada inicializando el fluido de trabajo en su interior a una temperatura elevada y así determinar el tiempo que le toma al sistema el enfriamiento del fluido.

Fase 8: Análisis de resultados. Se procesan, analizan y discuten los resultados obtenidos de las simulaciones, se comparan y se plasman las conclusiones más relevantes de la investigación.

Metodología

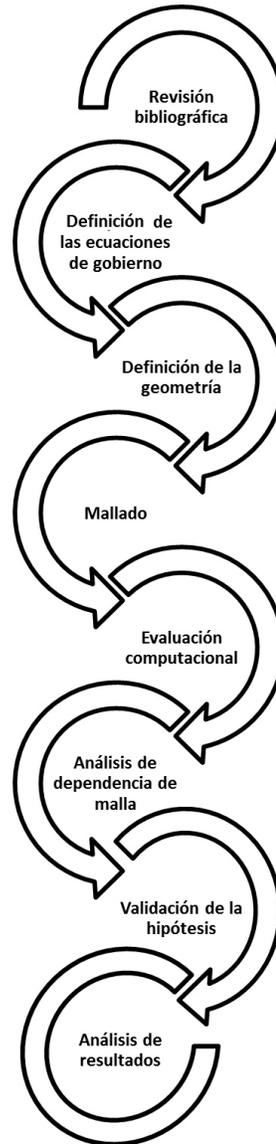


Figura 1.15: Diagrama de la metodología empleada para el desarrollo del trabajo de investigación.

CAPÍTULO 2

DINÁMICA DE FLUIDOS COMPUTACIONAL

La dinámica de fluidos computacional o CFD por sus siglas en inglés, consiste en el análisis de sistemas que involucran el flujo de un fluido, la transferencia de calor o fenómenos asociados a reacciones químicas, basado en soluciones computacionales. Esta técnica es muy atractiva, útil e interesante, ya que abarca una amplia gama de las áreas de aplicación industrial y no industrial. Algunos ejemplos son:

- Aerodinámica de aviones y automóviles: sustentación y resistencia.
- Hidrodinámica de barcos.
- Planta de energía: combustión en motores de combustión interna y turbinas de gas.
- Turbomaquinaria: flujo dentro de pasajes rotatorios, difusores, etc.
- Ingeniería eléctrica y electrónica: enfriamiento de equipos, incluyendo micro-circuitos.
- Ingeniería de procesos químicos: mezcladores, separadores, moldura de polímeros.
- Ambientes internos y externos de edificios: cargas de viento, calefacción, ventilación.
- Ingeniería ambiental: distribución de contaminantes y efluentes.
- Hidrología y oceanografía: flujo en ríos, océanos.

- Meteorología: predicción de condiciones climáticas.
- Ingeniería biomédica: flujo de la sangre a través de venas y arterias.

Las soluciones numéricas emplean métodos y algoritmos para obtener una solución aproximada de las ecuaciones diferenciales que modelan el movimiento de los flujos. Para desarrollar soluciones computacionales, las ecuaciones del medio continuo se resuelven mediante operaciones aritméticas simples. La región en estudio, que en realidad es un medio continuo, se discretiza para obtener una solución aproximada de las ecuaciones. Afortunadamente, el rápido desarrollo de las computadoras y de los algoritmos computacionales permite la solución numérica de problemas cada vez más complejos.

Para poder hacer uso de los métodos numéricos se debe obtener información detallada de las características del fluido en movimiento, entre ellas las propiedades del fluido, las características geométricas de la zona de interés, además de información relacionada con el transporte de la cantidad de movimiento y transferencia de calor y masa en las fronteras de la región en estudio.

El objetivo es llevar un problema que originalmente está definido mediante un sistema de ecuaciones diferenciales parciales a un programa para ordenador que, mediante operaciones aritméticas simples, permita obtener una solución numérica aproximada al problema original.

El uso de la dinámica de fluidos computacional tiene varias ventajas sobre los experimentos bien controlados, entre ellas:

- Reducción substancial en tiempo y costos para la obtención de información de las características de los flujos del fluido, y en general de transporte de calor y masa, comparado con los esfuerzos y recursos necesarios para llevar a cabo experimentos.
- La capacidad de estudiar sistemas donde el control de experimentos es realmente difícil o imposible de alcanzar (por ejemplo, sistemas muy grandes).

- La capacidad de estudiar sistemas bajo condiciones peligrosas, o más allá de sus límites normales de funcionamiento (estudios seguros sin escenarios peligrosos).
- Detalle prácticamente ilimitado de los resultados.

El análisis computacional es muy atractivo, útil e interesante, sin embargo, en ningún momento se debe olvidar que es una herramienta que permite conocer la solución numérica de modelos matemáticos de la mecánica de fluidos. Por su parte, los experimentos muestran la realidad, y si se tiene un buen control de ellos además de instrumentación, entonces es posible evaluar y caracterizar fenómenos físicos. Por esta razón, un análisis computacional debe estar apoyado en la medida de lo posible de resultados experimentales [34].

2.1 Estructura de un código CFD

Los códigos CFD están estructurados alrededor de algoritmos numéricos capaces de atacar problemas de flujo de fluidos. Todos los paquetes CFD comerciales incluyen interfaces sofisticadas de parámetros de entrada y análisis de resultados para proveer un fácil acceso a su poder de resolución. De ahí que los códigos contienen tres elementos principales: procesamiento, solución y postprocesamiento [34].

2.1.1 Preprocesamiento

Consiste en la entrada de un problema de flujo a un programa CFD a través de una interfaz y su subsecuente transformación en una configuración adecuada para poder ser resuelto por el programa. Entre las actividades que se encuentran involucradas en esta etapa se encuentran:

- Definición de la geometría en la zona de interés, es decir, el dominio computacional.
- La generación de la malla o la subdivisión del dominio en subdominios.
- La selección del fenómeno físico o químico que se desea modelar.
- La definición de las propiedades del fluido.
- La especificación de las condiciones frontera apropiadas en las celdas que coinciden con la frontera del dominio.

2.1.2 Solución

Existen varias técnicas de solución: diferencias finitas, elementos finitos, volúmenes finitos, entre otros. En general, los métodos numéricos que forman la base para la predicción de los fenómenos consisten en los siguientes pasos:

- Aproximación de las variables desconocidas del flujo a través de funciones simples.
- Discretización por sustitución de las aproximaciones en las ecuaciones de gobierno y su subsecuente manipulación matemática.
- Solución de las ecuaciones algebraicas.

2.1.3 Postprocesamiento

Existe una gran cantidad de software capaz de procesar la información que arroja la solución numérica y convertirla en diferentes formatos para su visualización, tratamiento y análisis, como por ejemplo:

- Visualización del dominio de la geometría y de la malla.

- Gráficas de vectores.
- Gráficas de líneas y sombras de contorno.
- Gráficas de superficie en 2D y 3D.
- Manipulación de vistas (traslación, rotación, escalas, etc.).

2.2 Métodos numéricos típicamente utilizados en la solución de problemas de convección

Para lograr una solución numérica de las ecuaciones de gobierno es necesario desarrollar ecuaciones discretizadas para reemplazar las ecuaciones diferenciales válidas en el medio continuo por expresiones algebraicas que se resuelven numéricamente. La exactitud de la solución numérica depende en gran medida de la calidad del método de discretización utilizado. Existen diferentes métodos de solución para problemas de convección, los más populares son los métodos de diferencias finitas, elemento finito y los volúmenes finitos [6].

- **Método de diferencias finitas:** El método requiere que la ecuación de conservación se encuentre en su forma diferencial. El dominio de solución debe ser cubierto por una malla. Para cada punto de la malla la ecuación diferencial se resuelve reemplazando las derivadas parciales por aproximaciones en diferencias de los valores nodales de las funciones. De este modo se obtiene una ecuación algebraica por cada nodo, que involucra el valor de la variable y de algunos nodos vecinos que son desconocidos. En principio, el método puede ser aplicado para cualquier tipo de malla, sin embargo, en su gran mayoría los autores utilizan una malla estructurada. En este tipo de mallas el método de diferencias finitas es muy simple y efectivo. La desventaja del método es que la conservación de la propiedad no está impuesta, y la restricción a geometrías simples es una desventaja para flujos complejos.

- **Método del elemento finito:** El dominio es discretizado en elementos generalmente no estructurados. Usualmente se utilizan triángulos o cuadriláteros en 2D y tetraedros o hexaedros para 3D. La característica principal del método es que las ecuaciones son multiplicadas por una función de ponderación antes de que la ecuación se integre en todo el dominio. Una ventaja importante de este método es su habilidad para tratar con geometrías complicadas, las mallas son fácilmente refinadas debido a que cada elemento es solamente subdividido.
- **Método de los volúmenes finitos:** Este método utiliza las formas integrales de las ecuaciones de conservación como punto de partida. El dominio es subdividido en un número finito de volúmenes contiguos de control y las ecuaciones de conservación se aplican a cada volumen. El centroide de cada volumen de control es un nodo en el cual el valor de la variable debe ser calculado. Se utiliza la interpolación para expresar el valor de la variable en la superficie del volumen de control en términos del valor del nodo local. Se obtiene una ecuación algebraica por cada volumen de control en la cual están los valores de los nodos vecinos. Este método puede acoplarse a cualquier tipo de malla, por lo tanto, es aplicable a geometrías complejas. Esta aproximación es simple de entender y de programar, además todos los términos que necesitan ser aproximados tienen significado físico, por tal razón es muy común entre los ingenieros.

2.3 Discretización del dominio

Una vez diseñado el dominio geométrico de estudio, se procede a dividirlo en volúmenes de control, en los cuales las ecuaciones de gobierno serán resueltas. Los nodos son puntos cruciales en la solución del fenómeno; en ellos será posible conocer el valor de la propiedad escalar o vectorial requerida para la predicción

del fenómeno, por lo que existe una gran necesidad de construir mallas con una distribución nodal definida y organizada. Los factores principales a considerar para determinar la calidad de la malla son:

- Tipo de elemento tridimensional.
- Distorsión geométrica que poseen los elementos (*Skewness*).

Los tipos de elementos posibles de generar en un mallado 3D, en su forma ideal, son los mostrados en la Figura 2.1. La calidad de la malla disminuirá conforme la cantidad de nodos ortogonales disminuya. Para lograr una mayor calidad de nodos es necesario la generación de caras cuadrangulares, es decir, se recomienda la utilización de hexaedros sobre las demás geometrías.

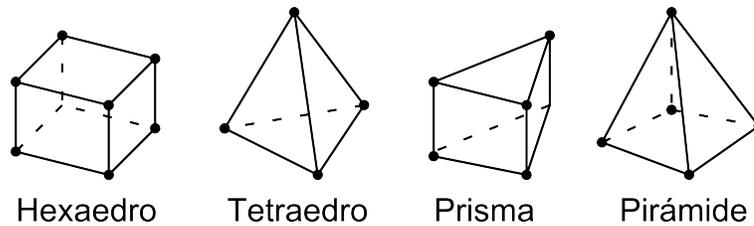


Figura 2.1: Tipos de elementos tridimensionales [2].

La calidad de la malla no sólo garantiza mejores resultados en el análisis de los fenómenos, sino que también reduce la demanda computacional para la obtención de las soluciones, lo que se traduce en una reducción del tiempo de análisis.

La ecuación (2.1) define la oblicuidad o *skewness*, es decir, la desviación respecto a un elemento equilátero. Dicho parámetro determina, de manera adimensional en una escala de cero a uno, qué tan cerca a la forma ideal es la forma del elemento generado, siendo el valor cero una celda equilátera perfecta, mientras que uno indica un elemento completamente distorsionado. El valor de este parámetro es importante debido al impacto que tendrá en la solución de las ecuaciones.

$$Sk = \frac{\text{Tamaño óptimo del elemento} - \text{Tamaño del elemento}}{\text{Tamaño óptimo del elemento}} \quad (2.1)$$

Los elementos que presentan altos niveles en este parámetro se consideran inadecuados o inaceptables debido a que las ecuaciones de gobierno del fenómeno que se estudia se resuelven suponiendo que el elemento discreto posee características equiláteras; es por ello que, la determinación de la calidad de una malla se lleva a cabo a través de los parámetros mostrados en la Tabla 2.1, donde mientras más cercano se encuentre el valor del skewness a cero, se considera que la malla posee mejor calidad para la predicción de un fenómeno.

Desviación ortogonal	Calidad del elemento
1	Distorsionada
0.9 – 1	Mala
0.75 – 0.9	Pobre
0.5 – 0.75	Razonable
0.25 – 0.5	Buena
0 – 0.25	Excelente
0	Equilátera

Tabla 2.1: Clasificación de la malla de acuerdo a su calidad [35].

Es recomendable el uso de mallas lo más equiláteras posible, caras y celdas desiguales deben evitarse debido a que pueden conducir a resultados menos precisos.

2.4 Métodos de solución

2.4.1 Método de interpolación lineal

El método estándar o lineal se utiliza para el cálculo de las propiedades del medio y los flujos difusivos en las caras de las fronteras nodales. Consiste en la suposición de que las fronteras del elemento son equidistantes a los nodos adyacentes. De esta forma, el cálculo de las propiedades y flujos en las fronteras se realiza mediante una interpolación lineal, es decir, la media aritmética. La ventaja de este método reside en su simplicidad y por ende en el poco rendimiento computacional que demanda. Sin embargo, este método puede llevar a un cálculo menos exacto comparado con otros métodos si las fronteras no se encuentran equidistantes a los nodos. Esta desventaja no presenta un gran impacto y su facilidad de cómputo justifica su implementación y popularidad.

2.4.2 Método UPWIND

El método UPWIND es utilizado para el cálculo de los flujos convectivos. El problema del uso de métodos de interpolación lineal para el cálculo de los flujos convectivos recae en la posibilidad de obtener valores negativos de los coeficientes (y por ende, no reales) cuando los flujos convectivos son mucho mayores a los difusivos ($Pe \geq 2$, siendo $Pe = XV/\alpha$). Cuando el fenómeno involucra flujos difusivos muy pequeños o flujos convectivos muy grandes, es conveniente el uso del método UPWIND, el cual consiste en aproximar la propiedad en una cara del volumen de control por la propiedad del nodo corriente arriba.

Al tomar en cuenta el valor del nodo central y del nodo corriente arriba, se obtiene un error de truncamiento de la serie de Taylor de primer orden. Al considerar el valor del nodo central, y el valor de los dos nodos siguientes corriente arriba, se

obtiene un error de truncamiento de la serie de Taylor de segundo orden; a este método se le conoce como UPWIND de segundo orden. El método que aproxima el valor de la propiedad en la cara del volumen de control tomando en cuenta el valor del nodo central y el valor de los tres nodos corriente arriba, se denomina método QUICK, Quadratic Upstream Interpolation for Convective Kinetics, por sus siglas en inglés.

Este esquema ofrece la ventaja de dar resultados más precisos al momento de solucionar las propiedades de los flujos convectivos, sin embargo puede llegar a ser inestable debido a que las propiedades en las fronteras pueden presentar valores negativos.

2.4.3 Método SIMPLE

El método SIMPLE (Semi-Implicit Method for Pressure-Linked Equations, por sus siglas en inglés) se utiliza para resolver el campo de flujo, es decir las ecuaciones de Navier-Stokes y la ecuación de continuidad. Se aplica para resolver el problema del acoplamiento de la presión y la velocidad. Debido a que no se conoce de entrada el campo de presiones, se define un campo de presiones supuesto, el cual lleva a la solución de un campo de velocidades igualmente supuesto. Asimismo, se definen ecuaciones de corrección para el campo de velocidades y presiones, las cuales conducen a los valores correctos de los campos de presión y velocidad. Se resuelve por métodos iterativos hasta lograr la convergencia.

El procedimiento de este algoritmo ha sido descrito por Patankar [36]. Las operaciones importantes para este algoritmo, en orden de ejecución son las siguientes:

1. Suponer un campo de presiones.
2. Resolver las ecuaciones de momentum para obtener el campo de velocidades supuestas.

3. Calcular la presión corregida sumando la corrección de la presión a la presión supuesta anteriormente.
4. Calcular el campo de velocidades de sus valores iniciales utilizando las fórmulas de la corrección de las velocidades.
5. Resolver las ecuaciones discretizadas para el resto de los parámetros (tales como temperatura, concentración y cantidades turbulentas) si éstas influyen el campo del flujo a través de propiedades del fluido, términos fuente, etc.
6. Considerar la presión corregida como la nueva presión supuesta, regresar al paso 2, y repetir todo el procedimiento hasta que se logre la convergencia.

CAPÍTULO 3

METODOLOGÍA

Para determinar la mejor combinación entre los factores de diseño de un circuito hidráulico de circulación natural se realizó un análisis mediante la dinámica de fluidos computacional, en el cual es necesaria la solución simultánea de las ecuaciones de conservación de masa (3.8), la ecuación de la cantidad de movimiento en sus tres dimensiones (3.9), (3.10), (3.11) y la ecuación de la energía (3.12), en modelos tridimensionales en donde se evaluará, entre otros factores, su capacidad de transferencia de calor y el factor de fricción. Las etapas para la realización del análisis numérico, resumidas en la Figura 3.1, son:

1. Definición y realización del dominio CAD mediante la herramienta SolidWorks 2014.
2. División del dominio en volúmenes de control, es decir, discretización de la geometría.
3. Selección de los modelos necesarios para el análisis numérico, así como también la imposición de las propiedades del agua que se encuentra dentro de la cavidad.
4. Definición de las condiciones iniciales y de frontera.
5. Solución de las ecuaciones de gobierno en los volúmenes de control con métodos iterativos.

6. Postprocesamiento de la información recabada en el análisis numérico necesaria para la formulación de conclusiones.

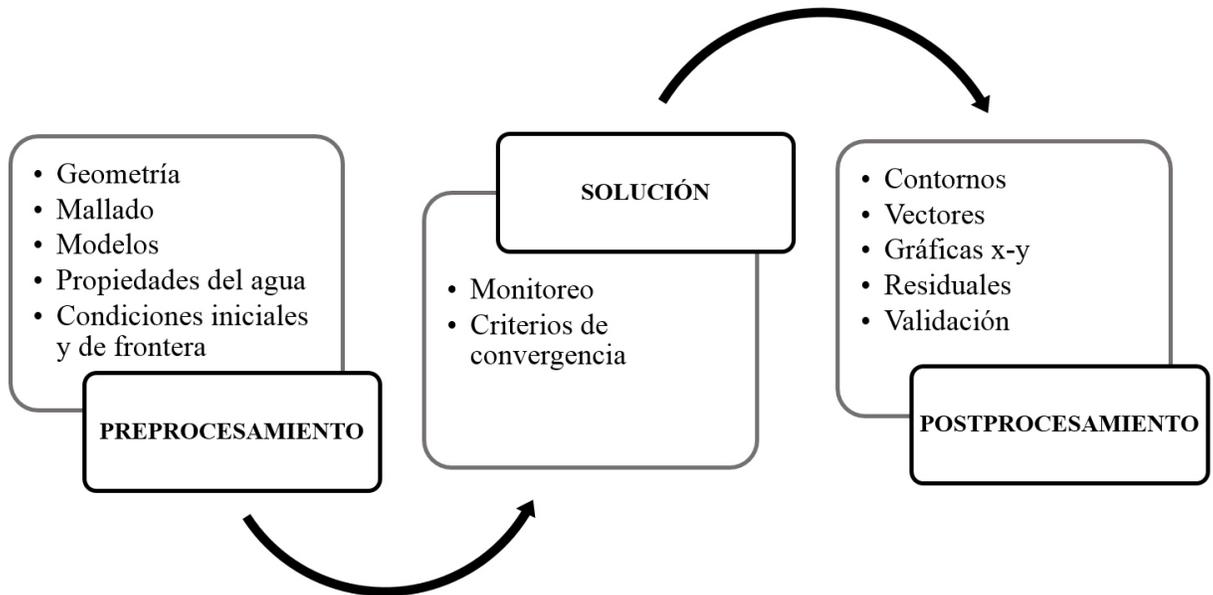


Figura 3.1: Etapas del análisis numérico.

Además de la metodología anteriormente planteada, se toman en cuenta las siguientes consideraciones:

- El estudio se realiza en geometrías tridimensionales.
- En estado transitorio.
- Se resuelven los modelos matemáticos mediante el método de los volúmenes finitos.
- Sólo se considera el dominio del fluido.
- No se considera el dominio del sólido, ni el espesor de pared.
- El fluido de trabajo que se aloja dentro del circuito hidráulico de circulación natural es agua.

- El régimen de flujo es laminar.
- Se toma en cuenta el vector de la aceleración de la gravedad en la dirección $-y$.
- Las simulaciones llegan a su término cuando alcanzan el estado permanente. El estado permanente es alcanzado cuando la diferencia entre los flujos de calor a través de las paredes que poseen temperaturas constantes es igual a cero.

3.1 Definición del problema

La base de las geometrías en estudio consiste en un circuito hidráulico con forma de dos serpentines interconectados entre sí, los cuales poseen una sección transversal uniforme; en el circuito es posible identificar cuatro zonas, las cuales se encuentran representadas en la Figura 3.2, la primera y segunda zona corresponden al sumidero y fuente de calor del circuito hidráulico de convección natural, mientras que la tercera y cuarta zona corresponden a dos tramos de tubería aislados térmicamente.

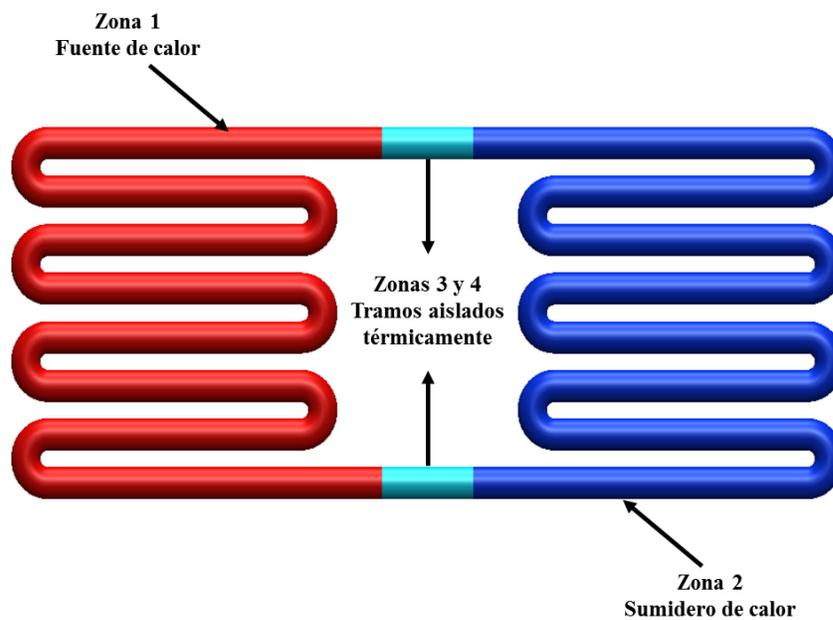


Figura 3.2: Descripción del circuito hidráulico de circulación natural.

Las geometrías fueron diseñadas considerando que todas contienen un volumen de fluido de 2.43 litros. Para realizar una comparación justa de la transferencia de calor entre los diferentes circuitos hidráulicos, además de mantenerse constante el volumen dentro de todos los circuitos, también es indispensable que el área que será expuesta a la transferencia de calor sea la misma en todos los casos a estudiar, razón por la cual, tanto la longitud de la línea directriz como el diámetro del circuito deben poseer la misma magnitud en las ocho geometrías, siendo éstas de 4.8 metros y 2.54 cm (1 pulgada), respectivamente.

La longitud de los tubos rectos en el circuito es inversamente proporcional al número de codos presentes en la geometría, de modo que, mientras menor sea el número de codos que posea el circuito, mayor será la longitud de los tramos rectos, esto con el fin de mantener siempre constante la longitud total de la línea directriz. De manera similar, cuando el radio de curvatura de los codos se reduce, la longitud de los tramos rectos se incrementa proporcionalmente.

Es importante mencionar que el sumidero y la fuente de calor, zonas 1 y 2, poseen la misma área expuesta entre ellos, mientras que los tramos aislados térmicamente, zonas 3 y 4, también poseen la misma área superficial.

3.2 Ecuaciones de gobierno del caso en estudio

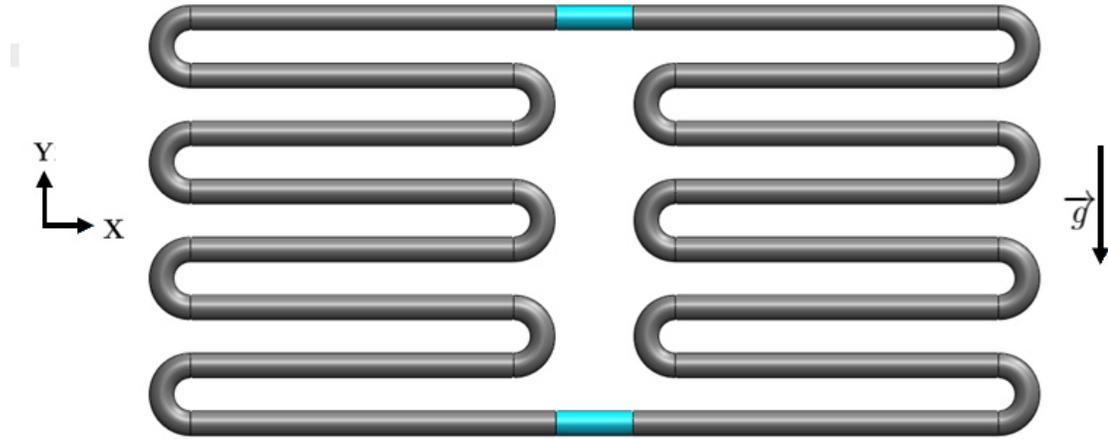


Figura 3.3: Esquema de la cavidad en estudio en 3D

Considerando la cavidad mostrada en la Figura 3.3, la cual posee las paredes de la mitad del lado izquierdo y derecho a temperaturas constantes T_C y T_F , respectivamente. Las paredes de los tramos centrales se encuentran térmicamente aislados. La cavidad posee radios de curvatura R_c , una longitud de tubo L_T , y un diámetro constante D , como se muestra en la Figura 3.4.

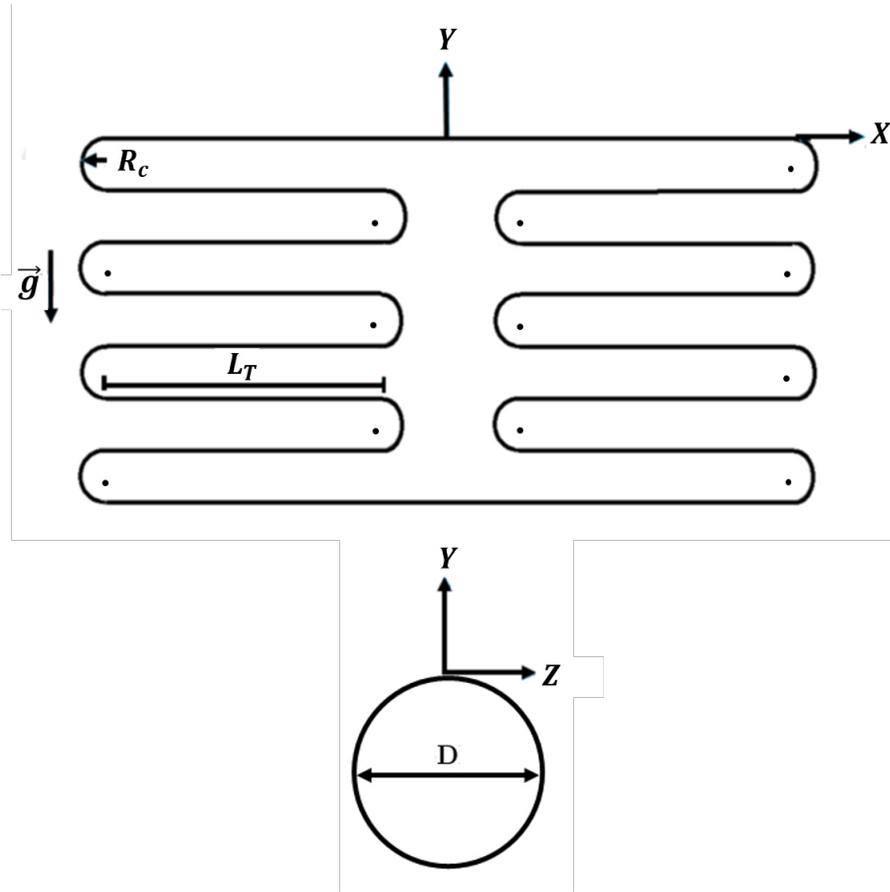


Figura 3.4: Esquema de la cavidad en estudio

La cavidad se encuentra llena de un fluido newtoniano con propiedades constantes, excepto la densidad, cuya variación es dependiente de la temperatura. Primeramente se considera un caso en el que la diferencia de temperaturas entre las temperaturas de ambas mitades de la cavidad es de un ΔT de 10°C ($\Delta T = T_C - T_F$), posteriormente se consideran un segundo y tercer caso en el que ΔT es igual 20°C y 30°C , respectivamente. Estos casos se estudian como un fenómeno transitorio en el que el fluido inicia desde el reposo y con una temperatura inicial igual a la temperatura media definida como:

$$T_o = \frac{T_C + T_F}{2} \quad (3.1)$$

Las ecuaciones de gobierno de conservación de masa, transporte de cantidad de movimiento y transporte de energía en estado transitorio, en coordenadas cartesianas y en tres dimensiones son:

- **Ecuación de continuidad**

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}) = 0 \quad (3.2)$$

- **Ecuación de cantidad de movimiento**

$$\frac{D(\rho \vec{V})}{Dt} = -\nabla P + \mu \nabla^2 \vec{V} + \vec{F} \quad (3.3)$$

La ecuación de cantidad de movimiento definida para las tres componentes de la velocidad en direcciones x, y, z , conocidas como las ecuaciones de Navier-Stokes se definen como:

$$\frac{\partial(\rho u)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho u \vec{V}) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \nabla \cdot (\mu \nabla u) \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial(\rho v)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho v \vec{V}) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \nabla \cdot (\mu \nabla v) + \rho \vec{g} \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial(\rho w)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho w \vec{V}) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \nabla \cdot (\mu \nabla w) \quad (3.6)$$

- **Ecuación de energía**

$$\rho c_p \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T \quad (3.7)$$

Considerando que las variaciones de las propiedades del fluido con respecto a la temperatura son despreciables; a excepción de la densidad, en donde su variación se considera relevante en presencia del campo gravitacional, ya que da cabida a la fuerza de flotación, entonces las ecuaciones de gobierno en su forma diferencial resultan:

- Ecuación de continuidad

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (3.8)$$

- Ecuación de cantidad de movimiento

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{\partial(u^2)}{\partial x} + \frac{\partial(uv)}{\partial y} + \frac{\partial(uw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left[\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right] + g_x \quad (3.9)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial(uv)}{\partial x} + \frac{\partial(v^2)}{\partial y} + \frac{\partial(vw)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left[\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right] + g_y \quad (3.10)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} + \frac{\partial(uw)}{\partial x} + \frac{\partial(vw)}{\partial y} + \frac{\partial(w^2)}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right] + g_z \quad (3.11)$$

- Ecuación de energía

$$\rho c_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right] = k \left[\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right] \quad (3.12)$$

en donde, u, v y w corresponden a las componentes de la velocidad en x, y y z , respectivamente.

3.3 Adimensionalización de las ecuaciones de gobierno

Un análisis de escala muestra que las ecuaciones (3.8) a (3.12) pueden ser adimensionalizadas empleando las siguientes variables:

$$x^* = \frac{x}{mL_t + n\pi R_c}; \quad y^* = \frac{y}{D}; \quad z^* = \frac{z}{D};$$

$$u^* = \frac{u}{V_c}; \quad v^* = \frac{v}{V_c}; \quad w^* = \frac{w}{V_c}; \quad (3.13)$$

$$P^* = \frac{P}{\rho V_c^2}; \quad \theta = \frac{T - T_o}{T_1 - T_2}; \quad t^* = \frac{t\alpha}{D^2}$$

en donde, asterisco (*) denota las variables adimensionales, m y n representan la cantidad de tubos y codos presentes en la cavidad, respectivamente, L_T es la longitud de tubo, R_c es el radio de curvatura, D es el diámetro de la cavidad, V representa una velocidad característica definida como $V_c = \mu/\rho D$, y θ representa la temperatura adimensional.

Al adimensionalizar las ecuaciones (3.8) a (3.12) mediante las variables adimensionales (3.13) y derivarlas, obtenemos las ecuaciones fundamentales de gobierno adimensionalizadas:

- **Ecuación de continuidad adimensional**

$$\Omega \frac{\partial u^*}{\partial x^*} + \frac{\partial v^*}{\partial y^*} + \frac{\partial w^*}{\partial z^*} = 0 \quad (3.14)$$

- **Ecuación de cantidad de movimiento adimensional**

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial u^*}{\partial t^*} + \Omega \frac{\partial(u^{*2})}{\partial x^*} + \frac{\partial(u^*v^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(u^*w^*)}{\partial z^*} = -\Omega \frac{\partial P^*}{\partial x^*} + \Omega \frac{\partial^2 u^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 u^*}{\partial z^{*2}} \quad (3.15)$$

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial v^*}{\partial t^*} + \Omega \frac{\partial(u^*v^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^{*2})}{\partial y^*} + \frac{\partial(v^*w^*)}{\partial z^*} = \Omega^2 \frac{\partial^2 v^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 v^*}{\partial z^{*2}} + Gr \theta^* \quad (3.16)$$

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial w^*}{\partial t^*} + \Omega \frac{\partial(u^*w^*)}{\partial x^*} + \frac{\partial(v^*w^*)}{\partial y^*} + \frac{\partial(w^{*2})}{\partial z^*} = -\Omega \frac{\partial P^*}{\partial z^*} + \Omega \frac{\partial^2 w^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 w^*}{\partial z^{*2}} \quad (3.17)$$

- Ecuación de energía adimensional

$$\frac{1}{Pr} \frac{\partial \theta^*}{\partial t^*} + \Omega u^* \frac{\partial \theta^*}{\partial x^*} + v \frac{\partial \theta^*}{\partial y^*} + w^* \frac{\partial \theta^*}{\partial z^*} = \frac{1}{Pr} \left[\Omega^2 \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial x^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial y^{*2}} + \frac{\partial^2 \theta^*}{\partial z^{*2}} \right] \quad (3.18)$$

donde, Ω representa un factor geométrico definido como:

$$\Omega = 1/m\Gamma_{L_T} + n\pi\Gamma_{R_c} \quad (3.19)$$

en donde $\Gamma_{L_T} = L_T/D$ y $\Gamma_{R_c} = R_c/D$, mientras que los números adimensionales Gr y Pr son los números de Grashof y Prandtl, respectivamente, y están definidos de la siguiente manera:

$$Gr = \frac{\beta g \Delta T D^3}{\nu^2} \quad (3.20)$$

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{c_p \mu}{k} \quad (3.21)$$

3.4 Diseño de experimentos

Un diseño de experimentos se realiza, entre otras razones, con la finalidad de encontrar las condiciones que permitan alcanzar un valor ideal en la respuesta de un sistema, particularmente en este caso se emplea para identificar el diseño del circuito hidráulico de circulación natural que sea capaz de promover la mayor transferencia de calor y generar el menor coeficiente de fricción posible para obtener el menor tiempo de enfriamiento del fluido. Es necesario conocer cómo influye cada factor o condición, y cada combinación entre ellos sobre el sistema. La aplicación de esta metodología permite identificar cuál de los factores tiene un mayor efecto sobre las características del flujo y la efectividad en la transferencia de calor.

Los factores o condiciones de diseño que se pondrán bajo estudio son algunos de los factores adimensionales que aparecen tras la adimensionalización de las ecuaciones de conservación de masa, conservación de cantidad de movimiento y conservación de energía, anteriormente expuestas. Entre ellos se encuentran:

- **Número de codos**

El número de codos descrito con la letra n , se ubica dentro del factor adimensional Omega definido como $\Omega = 1/m\Gamma_{L_T} + n\pi\Gamma_{R_c}$ en las ecuaciones de transporte adimensionalizadas; la variación de n se estudia con el fin de conocer cómo es la caída de presión a través de los codos y percibir la magnitud de la fuerza de fricción que ejercen cada uno de ellos sobre el fluido en movimiento, y finalmente lograr establecer si es conveniente un aumento o una reducción en el número de codos para el diseño final del circuito de circulación natural. Se delimitan 4 casos de estudio para el número de codos presentes en el circuito: 14 codos, 10 codos, 6 codos y 2 codos.

- **Relación de aspecto $\Gamma_{R_c} = R_c/D$**

De igual forma la relación de aspecto Γ_{R_c} se encuentra dentro del parámetro adimensional Ω . Este factor en estudio relaciona la magnitud del radio de curvatura del codo con el diámetro del circuito hidráulico, su análisis permitirá conocer la magnitud de la caída de presión, específicamente en los codos del circuito debido a su modificación, lo que se transformaría directamente en una reducción de la velocidad del fluido y por ende en un incremento en el tiempo de enfriamiento del mismo. Los valores que toma Γ_{R_c} son de 1 y 3/4, lo que significa que los radios de curvatura toman valores de un diámetro ($1D$) y tres cuartas partes del diámetro del circuito hidráulico ($\frac{3}{4}D$), es decir, 0.0254 m y 0.01905 m, respectivamente.

- **Número de Grashof**

Los valores del número de Grashof para este diseño de experimentos se considerarán de 1×10^5 , 3×10^5 y de 1×10^6 , los cuales se presentan bajo un diferencial de temperatura al cual estará sometido el circuito hidráulico de circulación natural. El estudio de la variación del número de Grashof se lleva a cabo con la finalidad de cuantificar la cantidad de energía que es transferida hacia el fluido en cada caso, compararlos entre sí y percibir la relación que existe entre el ΔT y las fuerzas de flotación. Se puede suponer que al imponer un número de Grashof mayor, las fuerzas de flotación serán mayores y por ende el movimiento del fluido se incrementará por acción de la diferencia de densidades traduciéndose en una reducción del tiempo de enfriamiento del fluido.

La Tabla 3.1 muestra las diferentes combinaciones entre estos tres factores objeto de estudio, así como las condiciones iniciales y de frontera a las cuales serán sometidos.

Las ocho geometrías que serán puestas bajo estudio son las que se muestran en las Figuras 3.5 a 3.12

Simulación	ΔT	T_C	T_F	T_o	G_r	Γ_{R_c}	n
N°1	10°C	15°C	5°C	10°C	1×10^5	3/4	14
N°2	10°C	15°C	5°C	10°C	1×10^5	3/4	10
N°3	10°C	15°C	5°C	10°C	1×10^5	3/4	6
N°4	10°C	15°C	5°C	10°C	1×10^5	3/4	2
N°5	10°C	15°C	5°C	10°C	1×10^5	1	14
N°6	10°C	15°C	5°C	10°C	1×10^5	1	10
N°7	10°C	15°C	5°C	10°C	1×10^5	1	6
N°8	10°C	15°C	5°C	10°C	1×10^5	1	2
N°9	20°C	25°C	5°C	15°C	3×10^5	3/4	14
N°10	20°C	25°C	5°C	15°C	3×10^5	3/4	10
N°11	20°C	25°C	5°C	15°C	3×10^5	3/4	6
N°12	20°C	25°C	5°C	15°C	3×10^5	3/4	2
N°13	20°C	25°C	5°C	15°C	3×10^5	1	14
N°14	20°C	25°C	5°C	15°C	3×10^5	1	10
N°15	20°C	25°C	5°C	15°C	3×10^5	1	6
N°16	20°C	25°C	5°C	15°C	3×10^5	1	2
N°17	30°C	35°C	5°C	20°C	1×10^6	3/4	14
N°18	30°C	35°C	5°C	20°C	1×10^6	3/4	10
N°19	30°C	35°C	5°C	20°C	1×10^6	3/4	6
N°20	30°C	35°C	5°C	20°C	1×10^6	3/4	2
N°21	30°C	35°C	5°C	20°C	1×10^6	1	14
N°22	30°C	35°C	5°C	20°C	1×10^6	1	10
N°23	30°C	35°C	5°C	20°C	1×10^6	1	6
N°24	30°C	35°C	5°C	20°C	1×10^6	1	2

Tabla 3.1: Diseño de experimentos.

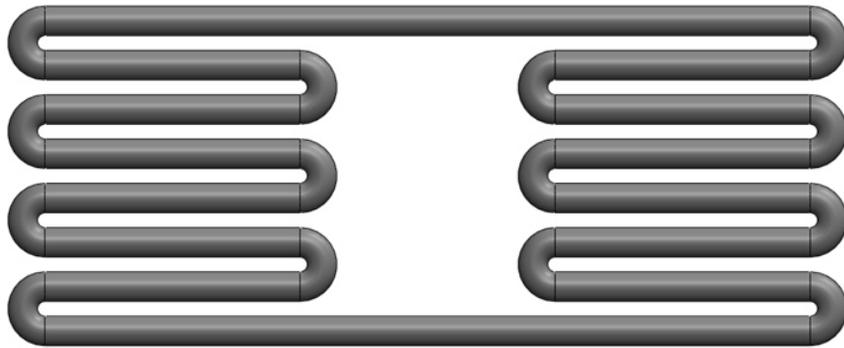


Figura 3.5: Geometría N°1.

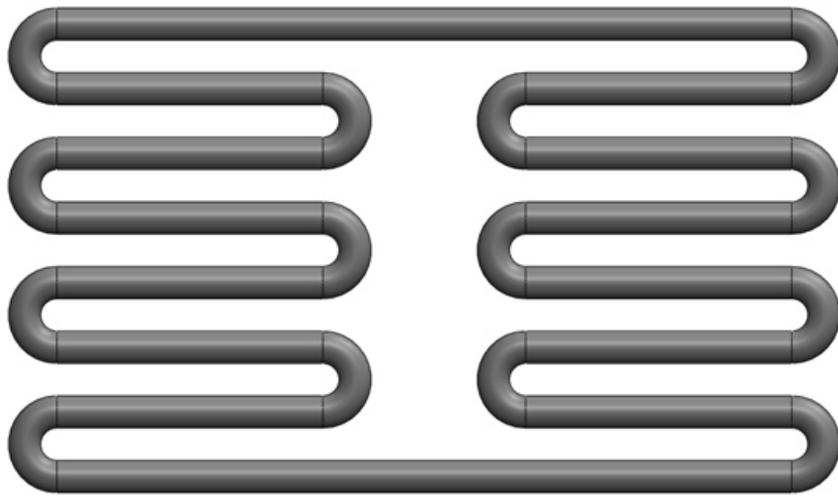


Figura 3.6: Geometría N°2.

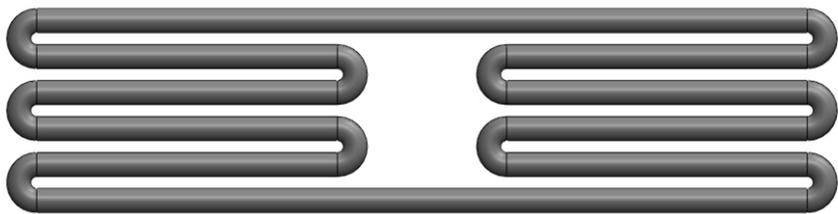


Figura 3.7: Geometría N°3.

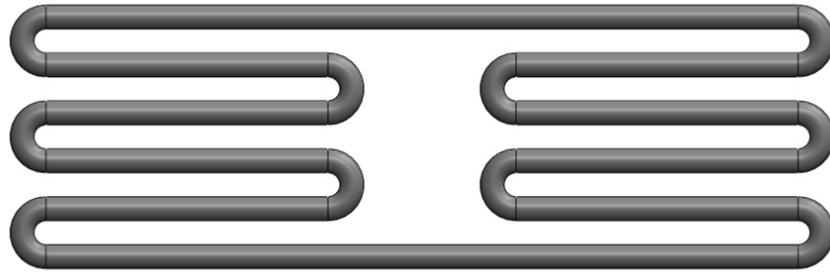


Figura 3.8: Geometría N°4.



Figura 3.9: Geometría N°5.



Figura 3.10: Geometría N°6



Figura 3.11: Geometría N°7.



Figura 3.12: Geometría N°8.

3.5 Discretización del dominio

La malla se elaboró mediante la herramienta computacional ANSYS Meshing 16.0, en donde el proceso automático de la subdivisión del dominio requiere una definición explícita de la estructura bajo la cual se genera la malla, ésto para poder tener un mejor control de la calidad de los elementos resultantes. Es por ello, que se realizaron una serie de cortes a lo largo de todo el circuito, mediante la herramienta ANSYS Design Modeler, los cuales se traducen en un impacto positivo sobre el tiempo de cómputo y la calidad de los elementos que se generarán en la malla.

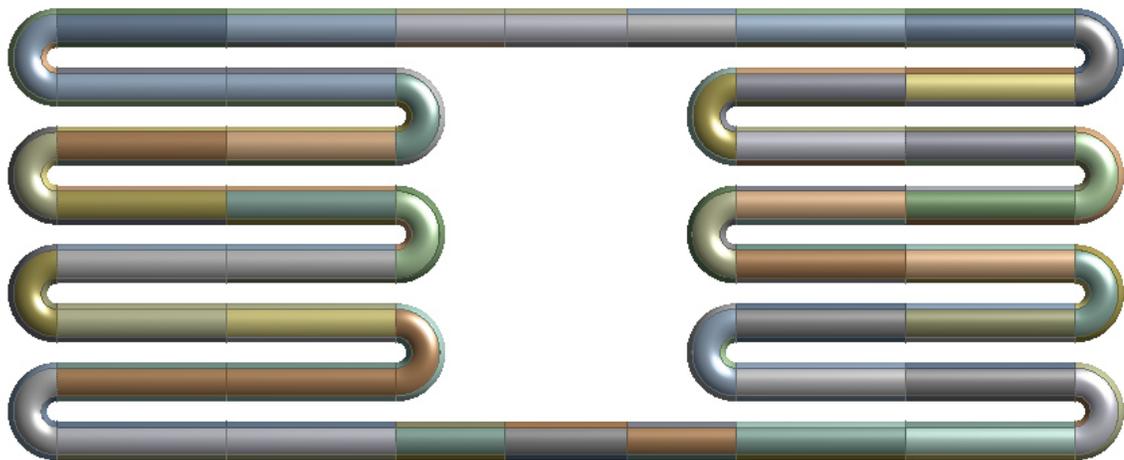


Figura 3.13: Cortes realizados a la geometría N°1.

En la Figura 3.13 es posible observar los cortes transversales realizados con el fin de separar las secciones rectas de las secciones curvas presentes en la geometría; además de ello, se observan cuatro cortes realizados a las secciones rectas centrales, dos en la parte inferior y dos en la parte superior, éstos con el fin de generar los tramos que se encuentran aislados térmicamente en la geometría.

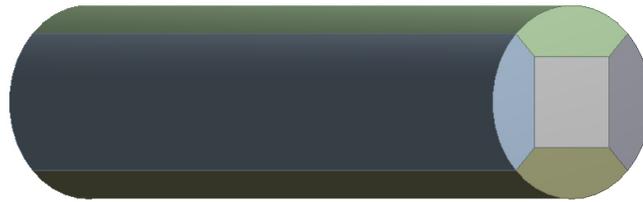


Figura 3.14: Cortes realizados a una sección recta de la geometría N°1.

En las Figuras 3.14 y 3.15 se observan los cortes efectuados en todos los cuerpos resultantes de los cortes transversales efectuados anteriormente. Se aplican tanto en secciones rectas como en secciones curvas, con la finalidad de fraccionar los cuerpos en 5 partes cada uno. El cuadrilátero que se percibe en el centro de cada cuerpo se creó con la intención de reducir la deformación que pudiera generarse en los volúmenes de control debido a la complejidad de la geometría. Con estos cortes es factible obtener una mayor cantidad de elementos hexaédricos con la menor distorsión posible.

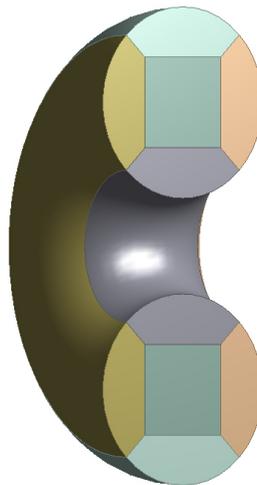


Figura 3.15: Cortes realizados a una de las secciones curvas de la geometría N°1.

Seguidamente se lleva a cabo la generación de la malla mediante la especificación del número de divisiones para cada una de las aristas de los cuerpos generados con anterioridad. La malla generada para el dominio computacional correspondiente a la geometría N°1 se observa en la Figura 3.16, la cual está formada por 2,412,800 elementos hexaédricos, con un skewness promedio de 0.075, lo que representa una malla equilátera según la Tabla 2.1.

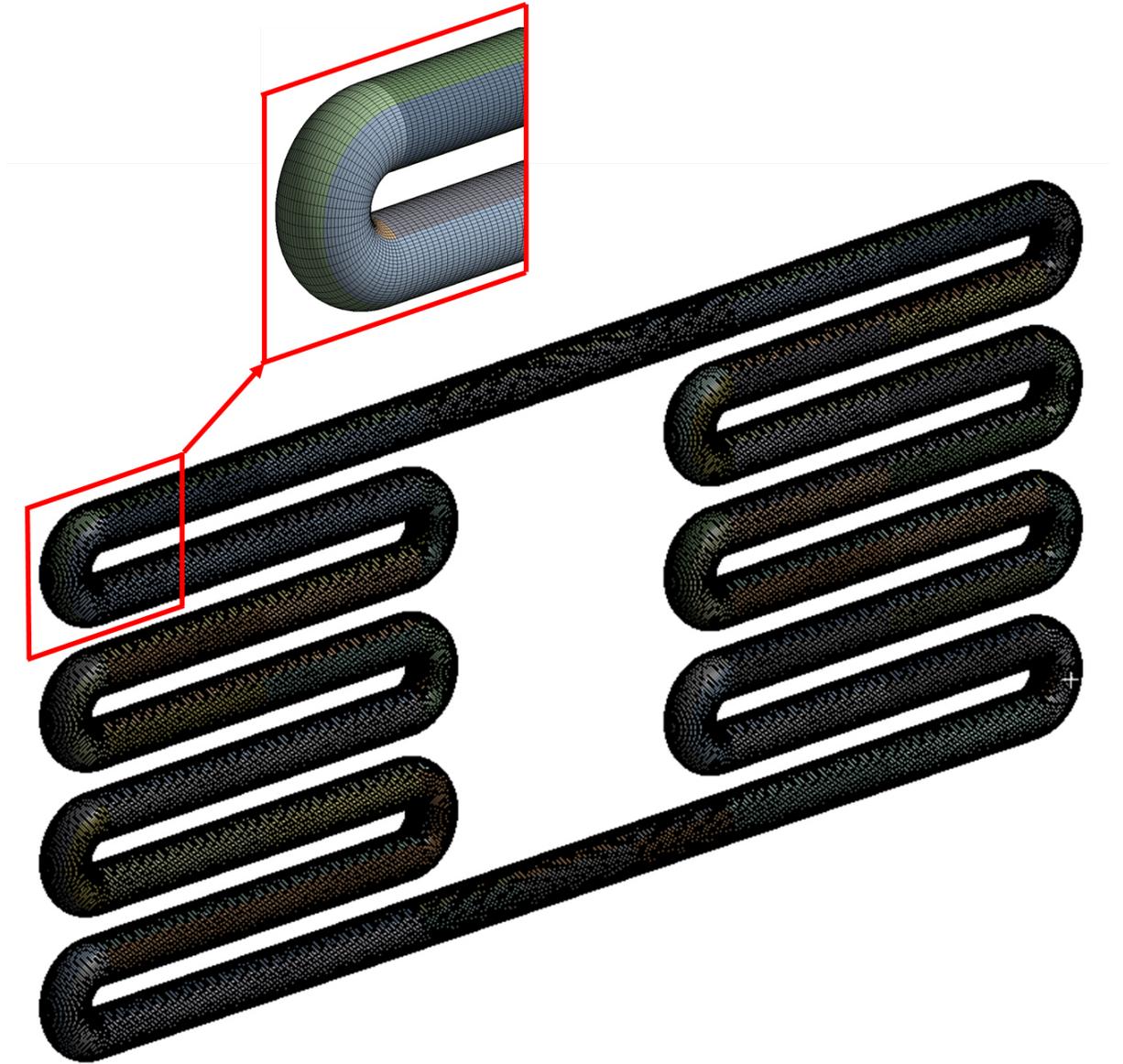


Figura 3.16: Discretización del dominio de la geometría N°1.

En las Figuras 3.17 y 3.18 se muestran las mallas generadas para una sección recta y una sección curva de la geometría N°1, respectivamente. El tamaño de los elementos de la discretización es de alrededor de 0.7 mm en la dirección radial.

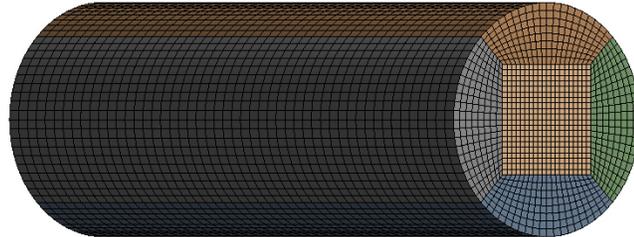


Figura 3.17: Malla de una de las secciones rectas de la geometría N°1.

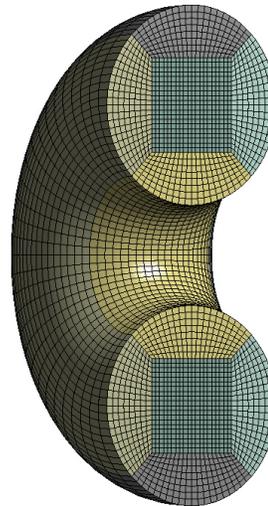


Figura 3.18: Malla de una de las secciones curvas de la geometría N°1.

El proceso antes descrito para la generación de la malla es el mismo utilizado para la discretización de las ocho geometrías, las cuales poseen en su totalidad elementos hexaédricos, apuntando a que las mallas son equiláteras, lo que indica que no se presentarán errores en cuanto a la transferencia de información de un nodo a otro en el estudio computacional. En la Tabla 3.2 se sintetizan las estadísticas de la discretización del dominio para las ocho geometrías en estudio.

Geometría	Nodos	Elementos	Skewness mínimo	Skewness máximo	Skewness promedio
N°1	2,507,920	2,412,800	1.30×10^{-10}	0.5	7.58×10^{-2}
N°2	2,378,200	2,288,000	1.30×10^{-10}	0.5	7.59×10^{-2}
N°3	2,205,240	2,121,600	1.30×10^{-10}	0.5	7.54×10^{-2}
N°4	2,464,680	2,371,200	1.30×10^{-10}	0.5	7.51×10^{-2}
N°5	2,529,540	2,433,600	1.30×10^{-10}	0.5	7.44×10^{-2}
N°6	2,529,540	2,433,600	1.30×10^{-10}	0.5	7.44×10^{-2}
N°7	2,551,160	2,454,400	1.30×10^{-10}	0.5	7.37×10^{-2}
N°8	2,551,160	2,454,400	1.30×10^{-10}	0.5	7.37×10^{-2}

Tabla 3.2: Estadísticas de la discretización del dominio de las geometrías en estudio.

3.6 Modelos

Los modelos a los cuales se les darán solución para el análisis computacional del problema de convección natural con un flujo laminar en estado transitorio son:

- Conservación de la masa.
- Conservación de la cantidad de movimiento.
- Conservación de la energía.

las cuales se encuentran descritas anteriormente por las ecuaciones (3.2), (3.3) y (3.7), respectivamente.

3.7 Propiedades del agua

Para realizar las simulaciones se considera la temperatura inicial del agua a una temperatura promedio entre la superficie fría, es decir, la mitad del lado derecho del circuito, la cual actúa como sumidero de calor y la temperatura de la superficie izquierda. En consecuencia del diseño de experimentos concebido, las simulaciones involucran tres diferentes temperaturas iniciales del agua, según sea el caso, es por ello que en la Tabla 3.3 se muestran las propiedades termofísicas del agua a 10°C, 15°C y 20°C.

Propiedad	Unidades	Agua a 10°C	Agua a 15°C	Agua a 20°C
Calor específico (c_p)	$J/kg \cdot K$	4194	4185	4182
Conductividad térmica (k)	$W/m \cdot K$	0.580	0.589	0.598
Viscosidad dinámica (μ)	$kg/m \cdot s$	1.307×10^{-3}	1.138×10^{-3}	1.002×10^{-3}
Viscosidad cinemática (ν)	$kg/m^2 \cdot s$	1.307×10^{-6}	1.156×10^{-6}	1.005×10^{-6}
Expansión volumétrica (β)	K^{-1}	0.733×10^{-3}	0.138×10^{-3}	0.195×10^{-3}
Número de Prandtl (Pr)	-	9.45	8.09	7.01

Tabla 3.3: Propiedades termofísicas del agua [37].

Cabe mencionar que se considera el agua como un fluido newtoniano, incompresible y todas sus propiedades se consideran constantes a excepción de la densidad, ya que es una propiedad dependiente de la temperatura en este caso de estudio. La variación de la densidad con respecto a la temperatura se expresa a través del siguiente polinomio:

$$\rho = 351.53833 + 5.64911T + (-0.01528T^2) + 1.20435 \times 10^{-5}T^3 \quad (3.22)$$

y es válido en el rango de temperatura entre los 0°C y 100°C. El polinomio es obtenido con la ayuda de una herramienta graficadora a partir de los datos de temperatura

y densidad de la Tabla A1, del libro Mecánica de fluidos del autor Frank White [38]; posteriormente se verifica el ajuste del polinomio con una pequeña simulación tridimensional en estado permanente de un cubo en el software comercial ANSYS Fluent 16.0, donde se imponen como condiciones de frontera:

- Pared izquierda: temperatura constante de 0°C .
- Pared derecha: temperatura constante de 100°C .
- El resto de las paredes se encuentran térmicamente aisladas.

El resultado de la simulación, el polinomio obtenido y los valores de la tabla A1 se muestran en la Figura 3.19 con barras de error del 1%; en ésta se observa un comportamiento congruente del polinomio obtenido con respecto a la simulación y a los datos del libro de mecánica de fluidos, por lo que puede ser utilizado de manera confiable para el análisis numérico.

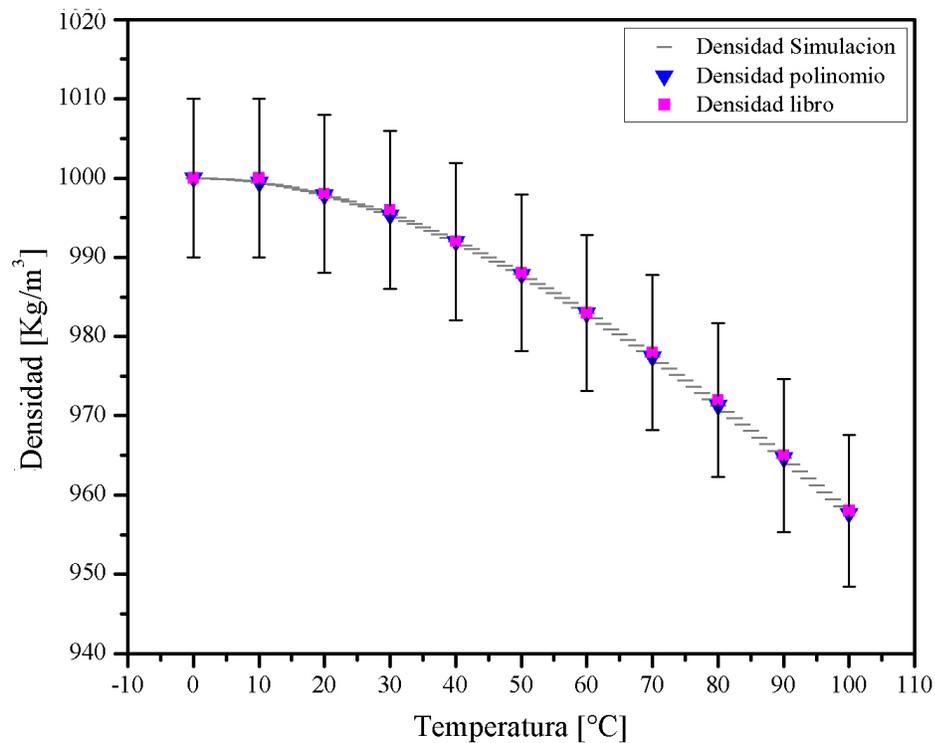


Figura 3.19: Verificación del ajuste del polinomio obtenido para la densidad del agua. Barras de error del 1%.

3.8 Condiciones iniciales y de frontera

Las condiciones de frontera para la solución de las ecuaciones de gobierno en este caso de estudio se ilustran en la Figura 3.20, en donde al centro de la geometría tanto en la tubería superior como inferior se encuentra un tramo de tubería aislada, por la cual se supone que no existe ningún flujo de calor. A partir de los tramos aislados se generan dos mitades del circuito hidráulico, en donde la condición frontera aplicada a toda la tubería que conforma la mitad del lado izquierdo corresponde a una temperatura constante caliente denominada T_C , mientras que la condición de frontera aplicada a la mitad del lado derecho del circuito hidráulico se define como T_F , y corresponde a una temperatura constante menor que la aplicada del lado izquierdo.

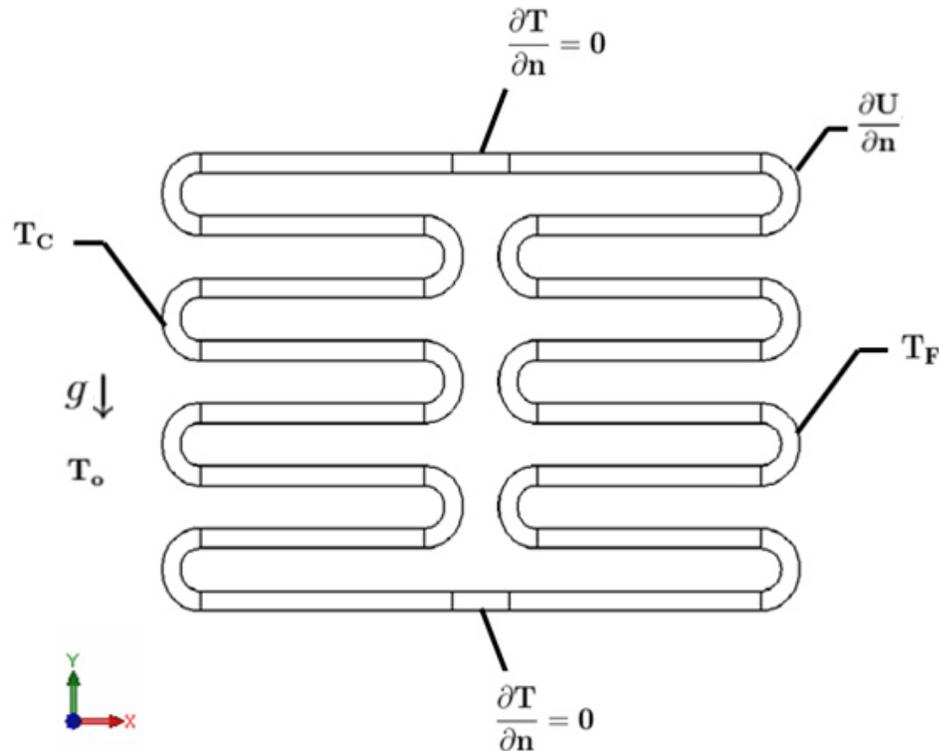


Figura 3.20: Condiciones de frontera para el caso en estudio.

En la superficie de las paredes del dominio se suponen velocidades de cero, y se establece la condición de no deslizamiento. Por otro lado, las condiciones iniciales para el problema en estudio son velocidad inicial cero en toda la cavidad y una temperatura inicial del fluido T_o , determinada a partir de la ecuación (3.1).

Las especificaciones para cada una de las condiciones estudiadas, son las temperaturas en las fronteras y la temperatura inicial del agua para cada caso, como se muestra en la Tabla 3.1. Se analizan distintos valores del número de Grasshof, para analizar el efecto que tiene el diferencial de temperatura al cual se encuentra expuesto el circuito.

3.9 Solución

Las ecuaciones que gobiernan el problema de este caso de estudio se resuelven mediante la técnica CFD, a través del software comercial ANSYS Fluent 16.0, el cual se basa en el método de los volúmenes finitos.

El procesamiento del análisis numérico se realiza utilizando un cluster HCP (High Performance Computing) de diez procesadores con seis núcleos por procesador y con una memoria RAM de 120GB. Las simulaciones se llevaron a cabo en un sólo nodo, las características de éste se definen en la Tabla 3.4.

Características	
Sistema operativo	Red Hat 5.5
Tipo de sistema operativo	Sistema de 64 bits
Procesador	Intel(R) Xenon(R) CPU X5650 @ 2.67GHz
Memoria RAM	24 GB
Cantidad de procesadores	2

Tabla 3.4: Características del equipo utilizado para la solución computacional.

3.9.1 Métodos de solución

El método numérico utilizado para la solución de las ecuaciones diferenciales parciales no lineales se basó en el uso del solver basado en la presión (The Pressure-Based Solver), ya que es una aproximación desarrollada para flujos incompresibles o de baja compresibilidad con baja velocidad [35]. En este método el campo de velocidad se obtiene de la ecuación de cantidad de movimiento, mientras que el campo de presión es determinado resolviendo una ecuación para la presión o una presión corregida, la cual es obtenida manipulando las ecuaciones de conservación de masa y cantidad de movimiento.

Puesto que las ecuaciones que gobiernan el problema son no lineales y están acopladas entre sí, el proceso de solución implica iteraciones en el que todo el conjunto de ecuaciones se resuelve varias veces hasta que la solución converge. Este método utiliza un algoritmo de solución en el que las ecuaciones de gobierno son resueltas secuencialmente, ya que cada una es desacoplada de las demás para ser resueltas una tras otra; lo que se traduce en un algoritmo más eficiente en cuanto a memoria computacional debido a que sólo demanda guardar en la memoria una ecuación discretizada a la vez.

La interpolación para las variables en el cálculo de las ecuaciones de cantidad de movimiento y energía se realizaron con esquemas UPWIND de doble precisión. El criterio de selección del esquema para evaluar los flujos convectivos y difusivos en las fronteras del volumen de control se encuentra descrito en la literatura por Patankar [36], en donde expone una gráfica que muestra la variación de una propiedad ϕ con respecto a X bajo diferentes valores del número de Peclet para la comprensión de la solución exacta de un problema simple, en el que se ven involucrados términos de difusión y convección. Es importante acotar que el número de Peclet es un número adimensional que relaciona el transporte convectivo con el transporte difusivo, y

está definido como:

$$Pe = \frac{X \cdot V}{\alpha} \quad (3.23)$$

donde X es la longitud del volumen de control, V es la velocidad del fluido y α es la difusividad térmica.

Patankar, con la Figura 3.21, explica que en el límite donde $Pe = 0$ existe un problema puramente difusivo, y la variación de ϕ con respecto a X es lineal, por lo tanto, es posible emplear una interpolación lineal para conocer el valor de ϕ en $X = L/2$. Por otro lado, cuando el flujo es positivo en la dirección X (para valores positivos de Pe), los valores de ϕ en el dominio se encuentran mayormente influenciados por el valor corriente arriba ϕ_0 ; mientras que cuando el flujo del fluido va en la dirección negativa de X , ϕ_L se convierte en el valor corriente arriba, el cual domina como valor de ϕ dentro del dominio. Todo esto implica que cuando el flujo es dominado por la convección ($Pe \geq 2$), el valor de ϕ en el punto $X = L/2$ dentro del volumen de control es igual al valor de la propiedad corriente arriba, por lo que es muy conveniente utilizar el método UPWIND para determinar los flujos convectivos en las fronteras del volumen de forma satisfactoria.

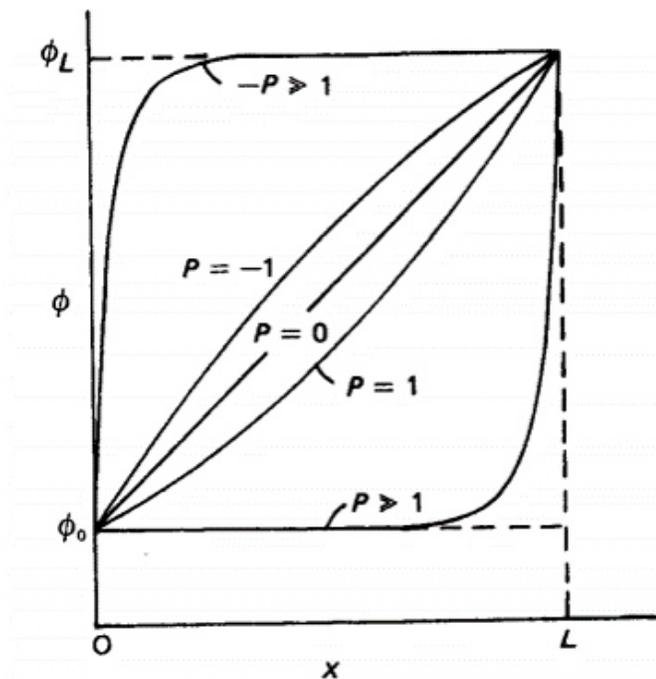


Figura 3.21: Variación de una variable ϕ entre $X = 0$ y $X = L$ [36].

De la misma forma, ANSYS Fluent 16.0 recomienda el mismo método de selección para la discretización espacial de las ecuaciones de gobierno, por lo que se determina el número de Peclet para este caso en estudio:

$$Pe = \frac{X \cdot V}{\alpha} = \frac{(7 \cdot 10^{-4}m) \cdot (0.00284m/s)}{1.38 \cdot 10^{-7}m^2/s} = 14.4 \quad (3.24)$$

y se confirma la selección del método UPWIND para la solución de los términos convectivos presentes en las ecuaciones de gobierno y el método de interpolación lineal para los términos difusivos .

Se selecciona el esquema SIMPLE (Semi Implicit Method Pressure Linked Equation) para resolver los campos de presión y velocidad; la secuencia de operación del algoritmo SIMPLE propuesto por Patankar [36] se encuentra descrita anteriormente en la sección 2.4.3 del Capítulo 2. Además de que la literatura lo avala por ser uno de los esquemas que requiere menor poder de cómputo gracias a que realiza un menor número de operaciones matemáticas, sin dejar de ser eficiente como cualquier otro método que involucre un mayor número de operaciones matemáticas [34], se remarca su aplicación cuando se realizan simulaciones de flujo transitorio, especialmente cuando el tamaño del paso de tiempo es pequeño; razón por la cual se procede a determinar el tamaño de paso de tiempo apto para las simulaciones.

El tamaño del paso de tiempo es definido en base al número de Courant (Co), el cual indica cuánto ha sido el desplazamiento de una partícula de fluido dentro del dominio en un determinado tiempo, y se define como:

$$Co = \frac{V_{max}\Delta t}{\Delta x} \quad (3.25)$$

donde V_{max} es la magnitud de la velocidad del fluido, Δt es el tamaño del paso de tiempo y Δx es la longitud del volumen de control. Si Co es ≤ 1 significa que una partícula de fluido se mueve desde una celda a otra en al menos un paso de tiempo, pero si $Co \geq 1$ entonces la partícula de fluido se mueve a través de dos o más celdas en cada paso de tiempo. Para mejorar la precisión de la simulación se define $Co = 1$

y se determina el tamaño del paso de tiempo estimando una velocidad máxima:

$$\Delta t = \frac{Co\Delta x}{V_{max}} = \frac{(1) \cdot (7 \cdot 10^{-4}m)}{2.84 \cdot 10^{-3}m/s} = 0.246s \quad (3.26)$$

y se comprueba que el modelo SIMPLE es apto para la solución de los campos de presión y velocidad.

Los términos dependientes del tiempo son discretizados por el software a través del método implícito de primer orden. La discretización temporal envuelve la integración de cada término presente en las ecuaciones diferenciales en cada paso de tiempo y se representa por la ecuación:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = F(\phi) \quad (3.27)$$

en donde F simboliza cualquier discretización espacial. La precisión de primer orden radica en la discretización temporal a través de diferencias posteriores, es decir:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi) \quad (3.28)$$

en donde ϕ es una cantidad escalar, n es el valor en el tiempo actual (t) y $n + 1$ es el valor en el tiempo siguiente ($t + \Delta t$); por otro lado, el método implícito tiene su fundamento en la evaluación de $F(\phi)$ en un tiempo futuro:

$$\frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} = F(\phi^{n+1}) \quad (3.29)$$

en donde es resuelto iterativamente antes de pasar al siguiente paso de tiempo. La literatura resalta la estabilidad incondicional de éste método a pesar de su alto costo en cómputo [34–36].

3.9.2 Criterios de convergencia

Para la evaluación de la convergencia del método numérico se establecieron criterios basados en los valores de los residuales totales ponderados de todas las ecuaciones de conservación involucradas. Para la definición de los residuales, se tiene una ecuación diferencial representada por [36]:

$$L(\phi) = 0 \quad (3.30)$$

Suponiendo una solución aproximada $\bar{\phi}$ que contiene un número de parámetros indeterminados, por ejemplo:

$$\bar{\phi} = a_o + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_mx^m \quad (3.31)$$

donde las a_i representan los parámetros. La sustitución de $\bar{\phi}$ dentro de la ecuación diferencial conlleva a un residual R , definido como:

$$R = L(\bar{\phi}) \quad (3.32)$$

La suma de los valores absolutos de todos los residuales de los nodos de la malla es quien da información de la convergencia del método numérico. Una solución se considera que converge si:

$$R^u < \varepsilon^u; R^v < \varepsilon^v; R^m < \varepsilon^m \quad (3.33)$$

donde ε^u , ε^v y ε^m son los residuales máximos permitidos para las ecuaciones de la cantidad de movimiento en x , en y , y para la continuidad respectivamente. Los valores de ε^u , ε^v y ε^m son valores muy pequeños previamente seleccionados. Los valores definidos como criterios se muestran en la Tabla 3.5.

Residuales	
Ecuación de conservación de masa	1×10^{-8}
Ecuación de conservación de la cantidad de movimiento	1×10^{-7}
Ecuación de la conservación de la energía	1×10^{-6}

Tabla 3.5: Criterios de convergencia.

3.10 Procesamiento de datos

Los parámetros esenciales para la validación de la hipótesis y la formulación de conclusiones son: la velocidad del fluido de trabajo, los flujos de calor a través de las paredes, el flujo másico, el esfuerzo cortante promedio en las paredes de la geometría, entre otros, y son calculados por el código comercial empleado de la siguiente manera:

- **Velocidad promedio**

La velocidad promedio del fluido es calculada en un plano generado en la sección transversal de los tramos rectos del circuito a través del promedio ponderado. El promedio ponderado de una variable es calculada dividiendo la sumatoria del producto de la variable por el área de la superficie del volumen de control por donde fluye entre el área total de la superficie del plano generado.

$$\frac{1}{A} \int \bar{V} dA \approx \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n \bar{V}_i |A_i| \quad (3.34)$$

- **Flujo másico**

El flujo másico del fluido es calculado en un plano generado en la sección transversal de los tramos rectos del circuito. Con el software se puede calcular el flujo másico que fluye a través de una superficie sumando el producto de la

densidad y el producto escalar del vector área de la superficie y el vector de velocidad del fluido.

$$\int \rho \vec{V} \cdot d\vec{A} \approx \sum_{i=1}^n \rho_i \vec{V}_i \cdot \vec{A}_i \quad (3.35)$$

- **Flujo de calor**

Se calculan los flujos de calor que pasan a través de la superficie de las dos zonas que poseen temperatura constante a través del promedio ponderado de igual forma que se hace para la velocidad promedio del fluido.

$$\frac{1}{A} \int q'' dA \approx \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n q''_i |A_i| \quad (3.36)$$

- **Esfuerzo cortante**

El esfuerzo cortante en un flujo laminar está definido por el gradiente de velocidad normal a la superficie como:

$$\tau_w = \mu \frac{\partial V}{\partial n} \quad (3.37)$$

El esfuerzo cortante promedio en las paredes de toda la geometría, incluyendo ambas zonas de temperatura constante, así como también las paredes en la zona aislada térmicamente, se determina a través del promedio ponderado.

$$\frac{1}{A} \int \tau_w dA \approx \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n \tau_{wi} |A_i| \quad (3.38)$$

- **Distribución de temperatura y vectores de velocidad**

Las distribuciones de temperatura y vectores de velocidad que se presentan en el documento, corresponden a planos generados en la sección transversal en el centro, tanto de la fuente como del sumidero de calor, así como también se muestran en un plano vertical longitudinal creado en la parte central del circuito hidráulico, como se muestra en la Figura 3.22.

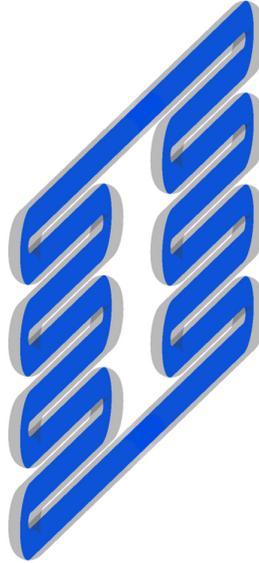


Figura 3.22: Plano central para distribuciones de temperatura, presión y vectores de velocidad.

A partir de los parámetros obtenidos por el código comercial es necesario el cálculo de variables y números adimensionales adicionales de suma importancia que coadyuven al análisis del fenómeno de convección natural presente en los diferentes escenarios planteados. El cálculo de estos parámetros se lleva a cabo de la siguiente manera:

- **Coefficiente de transferencia de calor por convección natural**

El coeficiente de transferencia de calor por convección natural (h) se determina a partir de los datos de flujo de calor proporcionados por la simulación dividido entre la diferencia de las temperaturas constantes impuestas como condiciones de fronteras.

$$h = \frac{q''}{\Delta T} = \frac{q''}{T_C - T_F} \quad (3.39)$$

- **Calor transferido**

El calor transferido está dado por:

$$Q = q'' A \quad (3.40)$$

donde los valores de h son obtenidos de la ecuación (3.14) y A representa el área de las superficie por la cual se transfiere la energía hacia el fluido.

- **Número de Nusselt promedio**

El número de Nusselt se calcula dividiendo el producto del coeficiente de transferencia de calor por convección por la longitud característica. En este caso el diámetro de la tubería, dividido entre la conductividad térmica del fluido.

$$\overline{Nu} = \frac{hD}{k} \quad (3.41)$$

- **Coefficiente de fricción**

El coeficiente de fricción (C_f) está definido como la división entre el esfuerzo cortante obtenido a partir de las simulaciones entre la presión dinámica. El coeficiente C_f es obtenido por la ecuación:

$$C_f = \frac{\tau_w}{\frac{1}{2}\rho\bar{V}^2} \quad (3.42)$$

3.11 Validación de la hipótesis

Una vez que se determinó la mejor combinación entre los factores estudiados anteriormente en el diseño de experimentos, y que se definió cual es el diseño que promueve la mayor transferencia de calor y el menor coeficiente de fricción, se realizó un segundo análisis numérico en el que se pone a prueba el tiempo de enfriamiento del sistema y se comprueba que el circuito hidráulico que presenta la mayor transferencia de calor es también aquel al que le toma menos tiempo enfriar el fluido de trabajo alojado en su interior.

Para validar la hipótesis se realiza una comparación entre los tiempos de enfriamiento de las geometrías N°2 y N°7, ya que éstas corresponden a los diseños

que promueven la mayor y la menor transferencia de calor, respectivamente. Sus características son comparadas en la tabla 4.3.

Características	Geometría N°2	Geometría N°7
Número de codos (n)	14	2
Relación de aspecto (Γ_{Rc})	1	3/4

Tabla 3.6: Características de las geometrías que promueven la mayor y menor transferencia de calor, N°2 y N°7, respectivamente.

El tiempo de enfriamiento se determina contabilizando el tiempo que le toma a cada sistema descender la temperatura inicial del agua, en este caso de 21°C, hasta una temperatura final de 8°C, esto para ambos circuitos hidráulicos puestos bajo prueba. Para medir la temperatura promedio del agua, Fluent 16.0 calcula una media ponderada dividiendo la sumatoria del producto de la densidad, el volumen de la celda y la variable que se desea calcular entre la sumatoria del producto de la densidad por el volumen de la celda.

$$\frac{\int T \rho dV}{\int \rho dV} \approx \frac{\sum_{i=1}^n T_i \rho_i |\mathbb{V}_i|}{\sum_{i=1}^n \rho_i |\mathbb{V}_i|} \quad (3.43)$$

En la Figura 3.23 se muestran las condiciones de frontera aplicadas para esta segunda parte del trabajo. Se fijan como temperaturas constantes 13°C para la fuente de calor y 3°C para el sumidero de calor, generando un diferencial de temperatura de 10°C. Las propiedades del agua se determinan a una temperatura promedio de las condiciones de fronteras impuestas al sistema, es decir, a 8°C. Todas las propiedades se consideran constantes, mismas que se muestran en la Tabla 3.7, a excepción de la densidad que varía con la temperatura, y puede ser calculada mediante la ecuación (3.22).

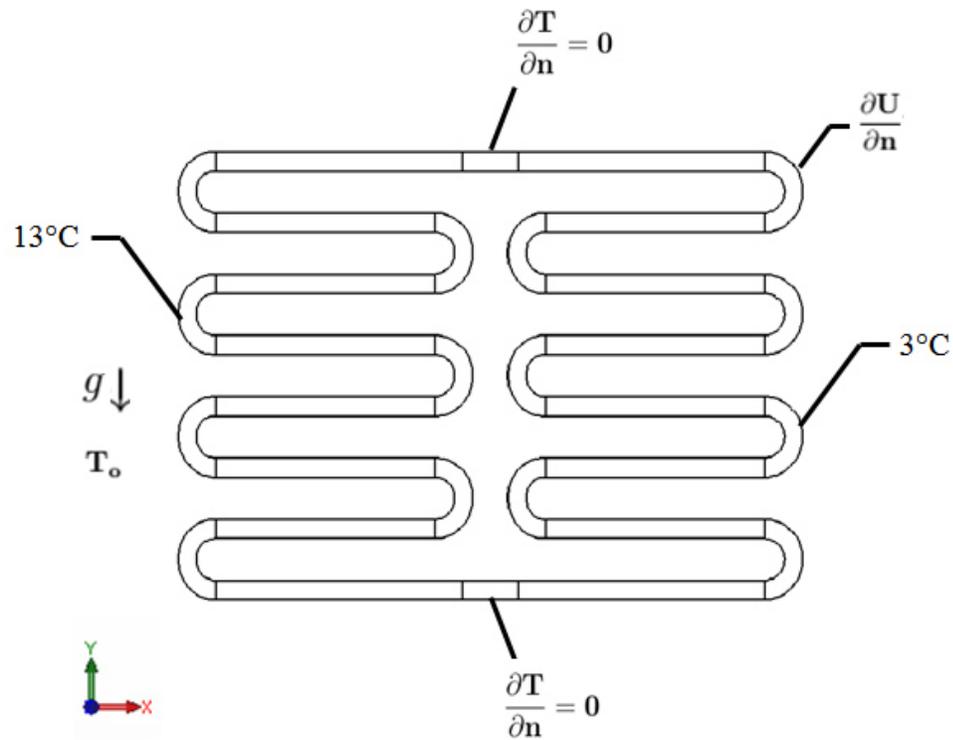


Figura 3.23: Condiciones de frontera para la validación de la hipótesis.

Propiedad	Unidades	Agua a 8°C
Calor específico (c_p)	$J/kg \cdot K$	4198.4
Conductividad térmica (k)	$W/m \cdot K$	0.5764
Viscosidad dinámica (μ)	$kg/m \cdot s$	1.4032×10^{-3}
Viscosidad cinemática (ν)	$kg/m^2 \cdot s$	1.4032×10^{-6}
Expansividad volumétrica (β)	K^{-1}	0.4458×10^{-3}
Número de Prandtl (Pr)	-	10.15

Tabla 3.7: Propiedades termofísicas del agua [37].

Es necesario mencionar que los modelos a solucionar y los métodos de solución aplicados son los descritos anteriormente para la primera fase del trabajo en curso.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

En este capítulo se describen los resultados obtenidos de un análisis de dependencia de malla llevado a cabo, además de los resultados obtenidos de un diseño de experimentos que se empleó con la finalidad de realizar el estudio paramétrico del diseño de un circuito hidráulico de circulación natural mediante un análisis numérico del transporte de calor por convección natural, en el que se estudió el efecto que tienen diferentes factores geométricos y adimensionales sobre los fenómenos de transporte en el circuito. Finalmente, se plantean y discuten los resultados concernientes a la validación de la hipótesis de este estudio en el que se determinan los tiempos de enfriamiento de los sistemas que promueven la mayor y la menor transferencia de calor.

4.1 ANÁLISIS DE DEPENDENCIA DE MALLA

No existe una manera formal de estimar los errores introducidos en una simulación por el diseño inadecuado de una malla, la única manera de eliminar o despreciar los errores debido a un mal refinamiento en una malla es poner en práctica un análisis de dependencia de malla.

El estudio de dependencia de malla consiste en la generación de una malla robusta inicial, obtener los resultados de la simulación, posteriormente, realizar un refinamiento sucesivo de la malla inicial y, obtener resultados con las nuevas mallas bajo el mismo método y condiciones de solución que la inicial. Se repite este ejercicio hasta que los resultados obtenidos en las simulaciones para las diferentes mallas generadas, no presenten una variación significativa entre ellos, y es cuando se dice que los resultados son independientes de la malla.

Además de eliminar los errores por el diseño inadecuado de la malla, este estudio es indispensable en la determinación del punto óptimo en el balance entre tiempo de cómputo y tamaño de malla para que exista una alta precisión en los resultados obtenidos en la simulación. En otras palabras, es posible determinar el menor tiempo de cómputo por consecuencia de la reducción del número de los elementos de malla, siempre y cuando no exista una variación significativa en la precisión de los resultados.

El análisis de dependencia de malla para este caso de estudio se lleva a cabo con la geometría N°1. Se generó una malla inicial que posee 2,507,920 nodos, posteriormente se realizó una segunda malla en la que se incrementó en un 25 % el número de divisiones en los cuerpos de la geometría con respecto a la malla inicial, obteniendo así un mallado más fino. Finalmente, se creó una tercera malla en la que se reduce en un 25 % el número de divisiones en los cuerpos con respecto a la malla inicial, obteniendo un mallado menos refinado que la malla original. La cantidad de nodos, elementos y el skewness promedio de las tres mallas generadas se exponen en la Tabla 4.1, así como el tiempo de cómputo empleado para la solución del problema en cada caso.

Malla	Nodos	Elementos	Skewness mínimo	Skewness máximo	Skewness promedio	Tiempo empleado
N°1	2,507,920	2,412,800	1.30×10^{-10}	0.5	7.58×10^{-2}	19.62 h
N°2	5,176,094	5,021,016	1.30×10^{-10}	0.5	6.88×10^{-2}	36.13 h
N°3	961,554	911,848	1.30×10^{-10}	0.5	8.87×10^{-2}	8.66 h

Tabla 4.1: Estadísticas de las mallas y tiempo de cómputo empleado para el análisis de dependencia de malla. La malla N°1 corresponde a la malla inicial, mientras que las mallas N°2 y N°3, representan las mallas más refinada y menos refinada, respectivamente.

A partir de los resultados obtenidos, la Figura 4.1 muestra el cambio porcentual en el flujo másico calculado y el número de elementos de malla. Es evidente que el incremento en el número de elementos de malla conlleva a un decremento en la diferencia porcentual del flujo másico dentro del sistema. Se comparan los resultados obtenidos de las mallas N°1 y N°3, con respecto a los resultados obtenidos de la malla más refinada (Malla N°2). La malla N°1 muestra un cambio del 0.5% con respecto a la malla N°2, mientras que la malla N°3 muestra un cambio mucho más significativo, del 1.4%, en el cambio porcentual de la magnitud del flujo másico; lo que demuestra que una malla más refinada proporciona mayor exactitud o precisión en los resultados.

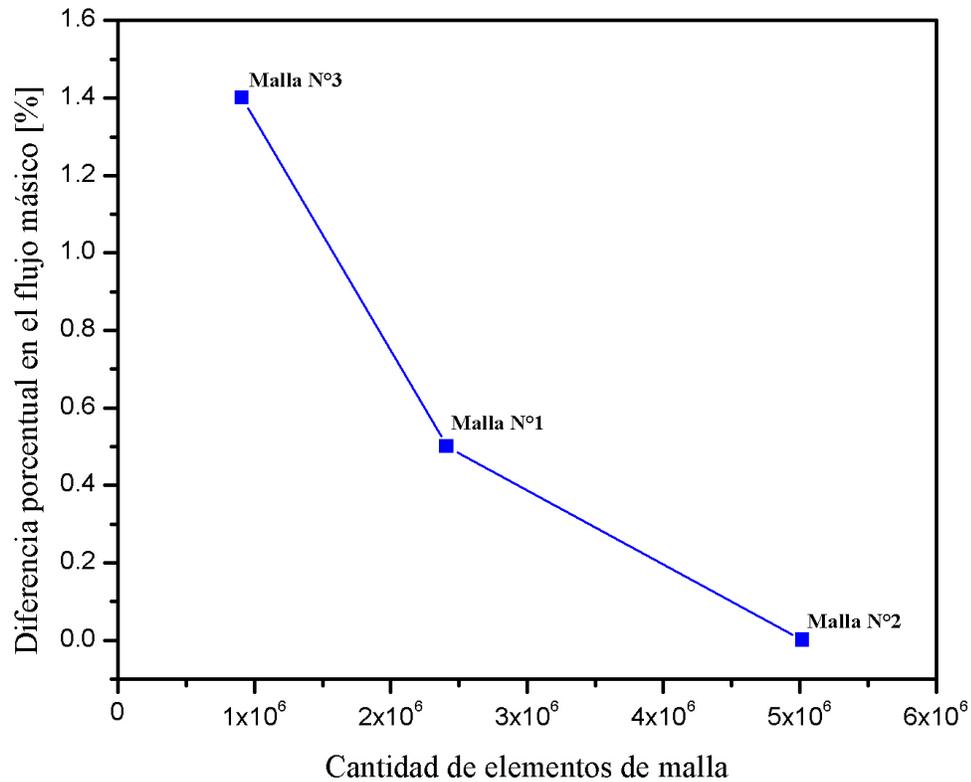


Figura 4.1: Cambio porcentual de la magnitud del flujo másico con respecto a la cantidad de elementos de malla.

Sin embargo, realizando una comparación entre los tiempos de cómputo que toma la resolución del problema para los tres tipos de malla generados, se observa en la Figura 4.2 que, a medida que se incrementa la cantidad de elementos de malla, el tiempo de cómputo requerido es mayor. La malla N°3 requiere de la menor cantidad de horas; sin embargo los resultados obtenidos por ésta muestran diferencias del 1.4 % respecto a la malla más fina. Para el caso de la malla N°2 el tiempo de cómputo aumenta de manera drástica con respecto a la malla N°1 y, conociendo la diferencia de los resultados entre éstas, es posible realizar un balance entre la exactitud de los resultados y el tiempo de simulación que ambas presentan para determinar el punto de equilibrio entre estos dos parámetros.

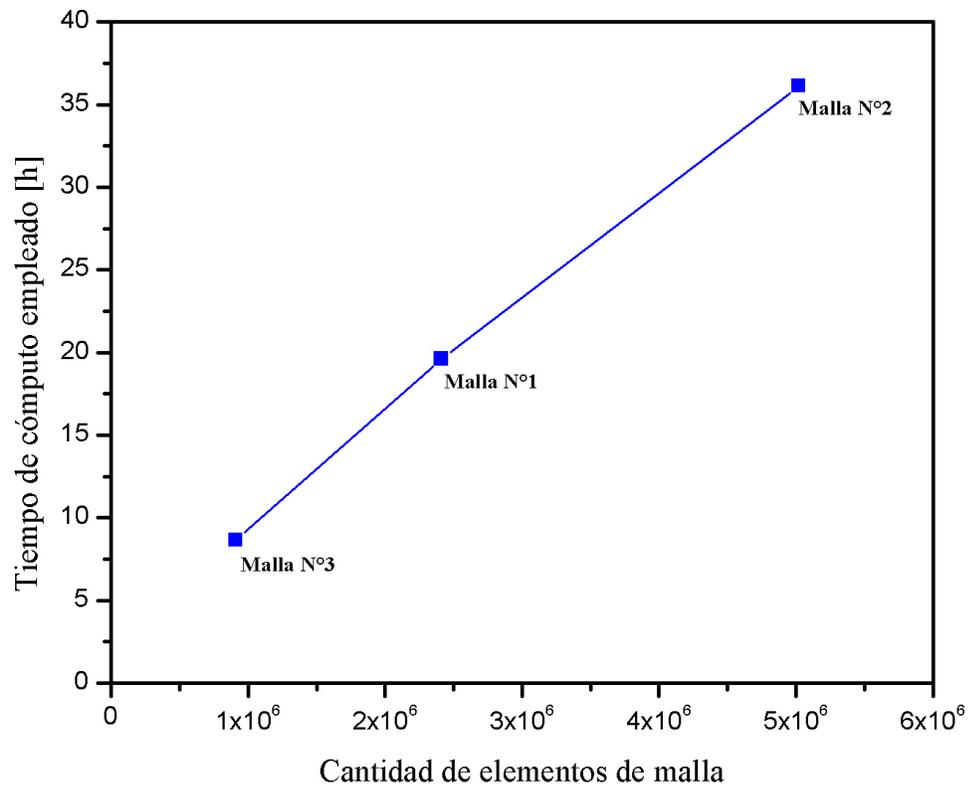


Figura 4.2: Tiempo de cómputo según la cantidad de elementos de malla.

El análisis de dependencia de malla demuestra que aunque es posible alcanzar resultados más exactos con una malla más refinada, como es el caso de la malla N°2, se puede seleccionar una malla con menor número de elementos que requiere de un tiempo de simulación mucho menor, y aún así, conseguir resultados lo suficientemente precisos, como la malla N°1. En este sentido, se determina que la malla N°1 es la mejor opción debido a que la diferencia que presenta en los resultados no es significativa (menor al 1%), y la reducción en el tiempo de cómputo empleado es considerable, ahorrándose 17 horas de simulación (de 36 horas a sólo 19 horas, aproximadamente).

4.2 RESULTADOS DEL DISEÑO DE EXPERIMENTOS

En un inicio, la transferencia de calor que ocurre entre el agua y las paredes de la cavidad en la que está contenida ocurre mediante el mecanismo de conducción de calor, y se debe a la diferencia de temperatura que existe entre la temperatura de la superficie y la temperatura del fluido. En este sentido, el fluido adquiere energía del lado donde la temperatura de la pared es mayor que la temperatura inicial del agua, mientras que del otro lado el agua pierde energía por el contacto con una pared con menor temperatura que ella. En la Figura 4.3 se muestran los contornos de temperatura de la sección transversal de la fuente de calor, es evidente que al comienzo del fenómeno el mecanismo de transferencia de calor predominante es la conducción y a medida que el tiempo transcurre se observa como las líneas de temperatura constante avanzan desde la pared del sistema hacia el centro de la tubería (2.67 s y 10.7 s) debido a que la energía se transfiere de una capa de agua a otra. Al paso del tiempo comienza a formarse una estratificación térmica en el área transversal que avanza desde la parte superior hacia la parte inferior de la tubería (16.5 s, 37.45 s, 58.85 s). Esta distribución de temperatura se forma debido a que el fluido que se encuentra en contacto con la pared va ganando temperatura y comienza a moverse barriendo toda la superficie en dirección ascendente por acción de un cambio en su densidad, debido a los gradientes de temperaturas que se originan localmente entre zonas contiguas dentro del fluido. El cambio en la densidad del agua que se encuentra cerca de la pared, en este caso en decremento, implica que el fluido que se vuelve más ligero a medida que adquiere temperatura comience a elevarse por toda la superficie de la pared dejando que el fluido más denso y con menor temperatura que se encuentra en el centro del tubo descienda por acción de la fuerza de gravedad hacia la parte inferior. Esto ocurre hasta llegar nuevamente a la pared del circuito donde eventualmente ocurre el mismo fenómeno de manera repetida.

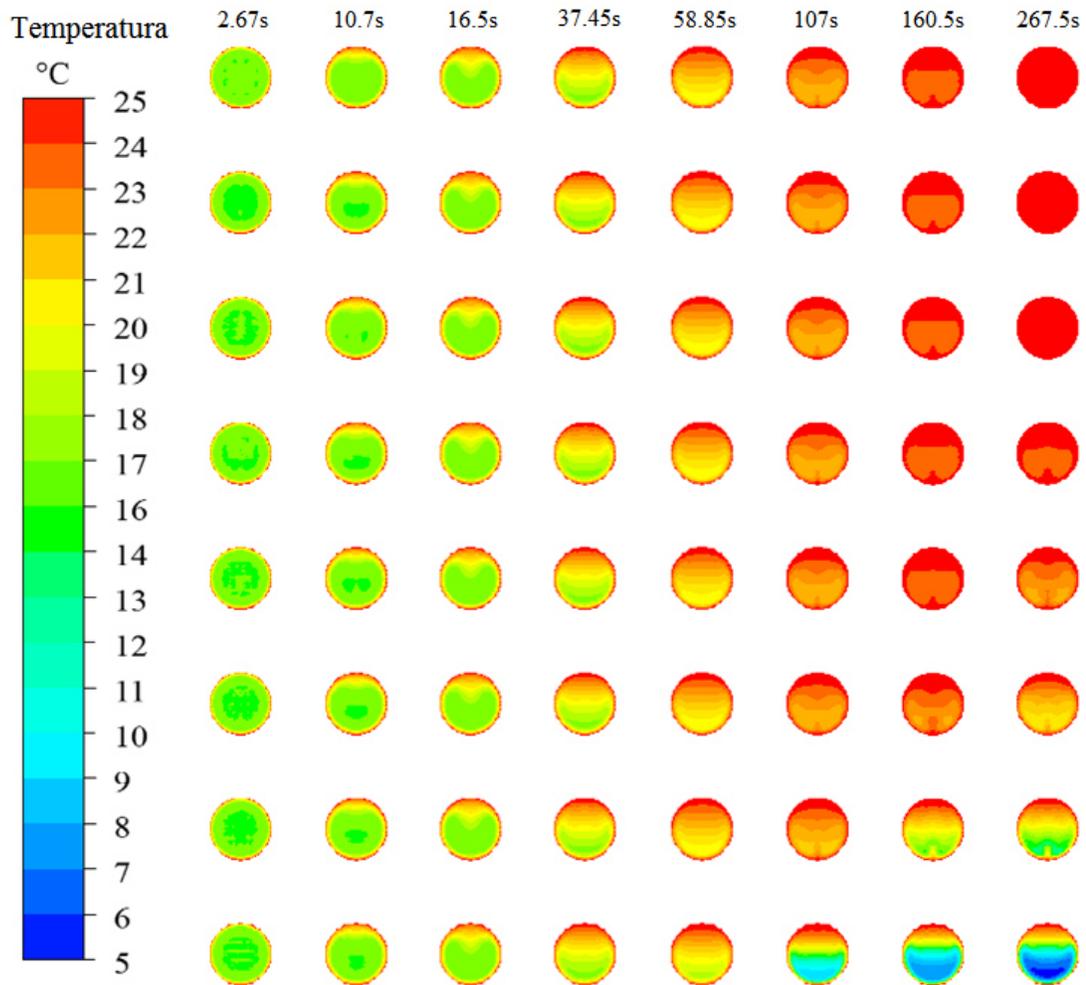


Figura 4.3: Contornos de la temperatura en un plano transversal $X = 1/3L$ de la fuente de calor del circuito hidráulico para diferentes tiempos.

Simultáneamente, en el sumidero de calor, donde la temperatura de la pared es menor a la temperatura del agua, el comportamiento descrito anteriormente ocurre de forma similar, como se aprecia en la Figura 4.4. En este caso el fluido en vez de adquirir calor desecha energía y, por lo tanto, la densidad del fluido que se encuentra en contacto directo con la pared se va incrementando conforme el fluido va perdiendo energía, haciendo que éste se torne más pesado y descienda por toda la pared hacia el fondo de la misma por acción de la fuerza de gravedad, y el fluido menos denso se eleve por el centro del tubo hacia la superficie superior.

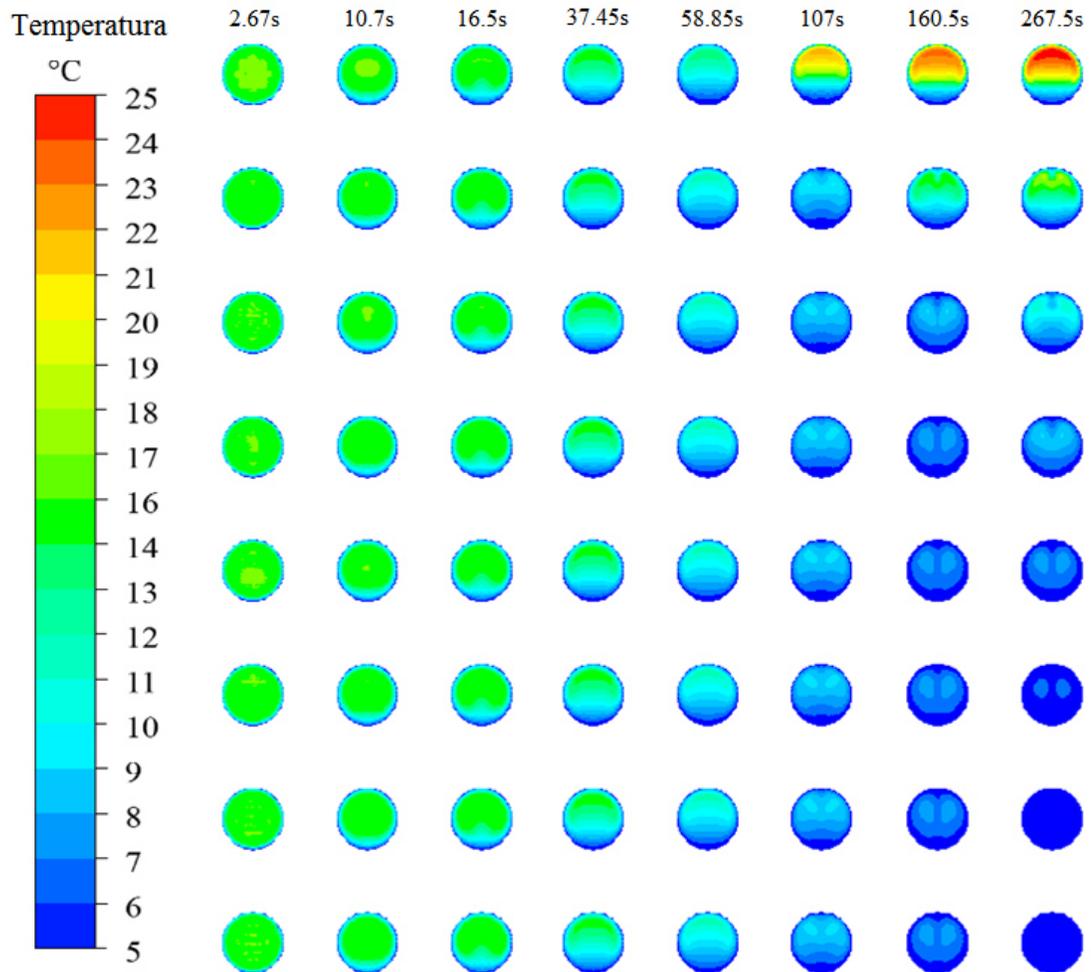


Figura 4.4: Contornos de la temperatura en un plano transversal $X = 1/3L$ del sumidero de calor del circuito hidráulico para diferentes tiempos.

Cuando una porción de agua absorbe calor y luego esa porción se mezcla con otra de menor temperatura cediéndole calor, se origina un movimiento denominado corriente de convección, el cual puede observarse en las Figuras 4.3 y 4.4. En el lado caliente se origina un movimiento ascendente y en el lado frío un movimiento descendente, este comportamiento puede apreciarse de manera mucho más clara en la Figura 4.5, donde se muestran los vectores y contornos de velocidad en ambos lados de la geometría.

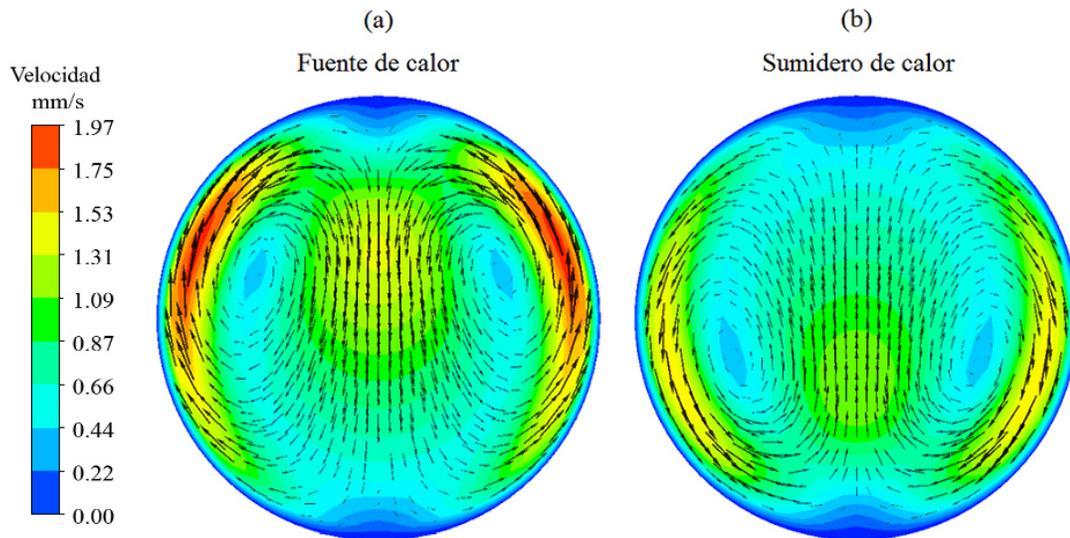


Figura 4.5: Vectores de la velocidad en el plano transversal $X = 1/3L$ de uno de los tubos: (a) fuente de calor y (b) sumidero de calor ($t=10.7$ s).

El patrón de movimiento que se observa es generado debido a que la temperatura del fluido no es uniforme, por lo que se dan movimientos locales en los cuales las regiones frías y densas del agua tienden a moverse hacia abajo de las regiones calientes y menos densas, siendo la fuerza de flotación la responsable de este movimiento. La dirección de la velocidad depende de la temperatura del fluido y de la pared. En la fuente la temperatura de la pared es mayor que la del agua por lo que se observan velocidades ascendentes cerca de la pared, mientras que ocurre el caso contrario en el sumidero de calor.

Adicionalmente, el movimiento del fluido no sólo ocurre de forma radial, sino también de manera longitudinal al tubo. El movimiento del fluido a través del circuito es propiciado por una fuerza de cuerpo, en este caso la gravedad, que actúa sobre la diferencia de densidades del fluido que se encuentra en ambos lados, produciendo una fuerza de flotación que conlleva al movimiento del fluido a lo largo de todo el circuito. Mientras el agua incrementa su temperatura del lado caliente y se vuelve menos densa, ésta transita hacia la pared superior del tubo. Cuando el fluido caliente

ha abarcado la totalidad de la parte superior y alcanza la sección curvada (codo), el fluido caliente es capaz de transitar hacia el siguiente tubo que se encuentra por encima y seguir su camino hacia los tubos superiores hasta que llega a la parte superior de la geometría y entra en el sumidero de calor aconteciendo ahí el mismo proceso pero de forma inversa. El fluido desciende por todo el circuito por acción de la gravedad y, por ende, debido a la conservación de masa, se origina un movimiento a lo largo de todo el circuito hidráulico por acción de la convección natural.

En la Figura 4.6 se muestran contornos de la magnitud de la velocidad en un plano transversal de uno de los tubos, tanto del sumidero como de la fuente de calor, bajo diferentes tiempos. Se observa que al inicio del fenómeno, a los 10.7 s (a), aparece el patrón de celdas convectivas en ambos lados de la geometría alcanzando mayores velocidades en la zonas cercanas a la pared; es posible observar claramente la dirección del movimiento en ambos casos. En la imagen (b) se observa que el patrón de la celda convectiva se ha desarrollado casi totalmente formándose dos grandes celdas que presentan velocidades mucho más uniformes y que dividen la sección transversal en dos mitades simétricas. Al pasar el tiempo, en las imágenes (c) y (d), se observa la aparición del movimiento longitudinal; los contornos de velocidad muestran una distribución de velocidad no uniforme dentro del tubo con velocidades nulas en la pared y velocidades mucho más elevadas en el centro de la sección. El efecto combinado de la gravedad, la fuerza de flotación y los codos de la geometría, son los factores que podrían ocasionar la variación asimétrica de la velocidad, que se distingue especialmente en la imagen (d).

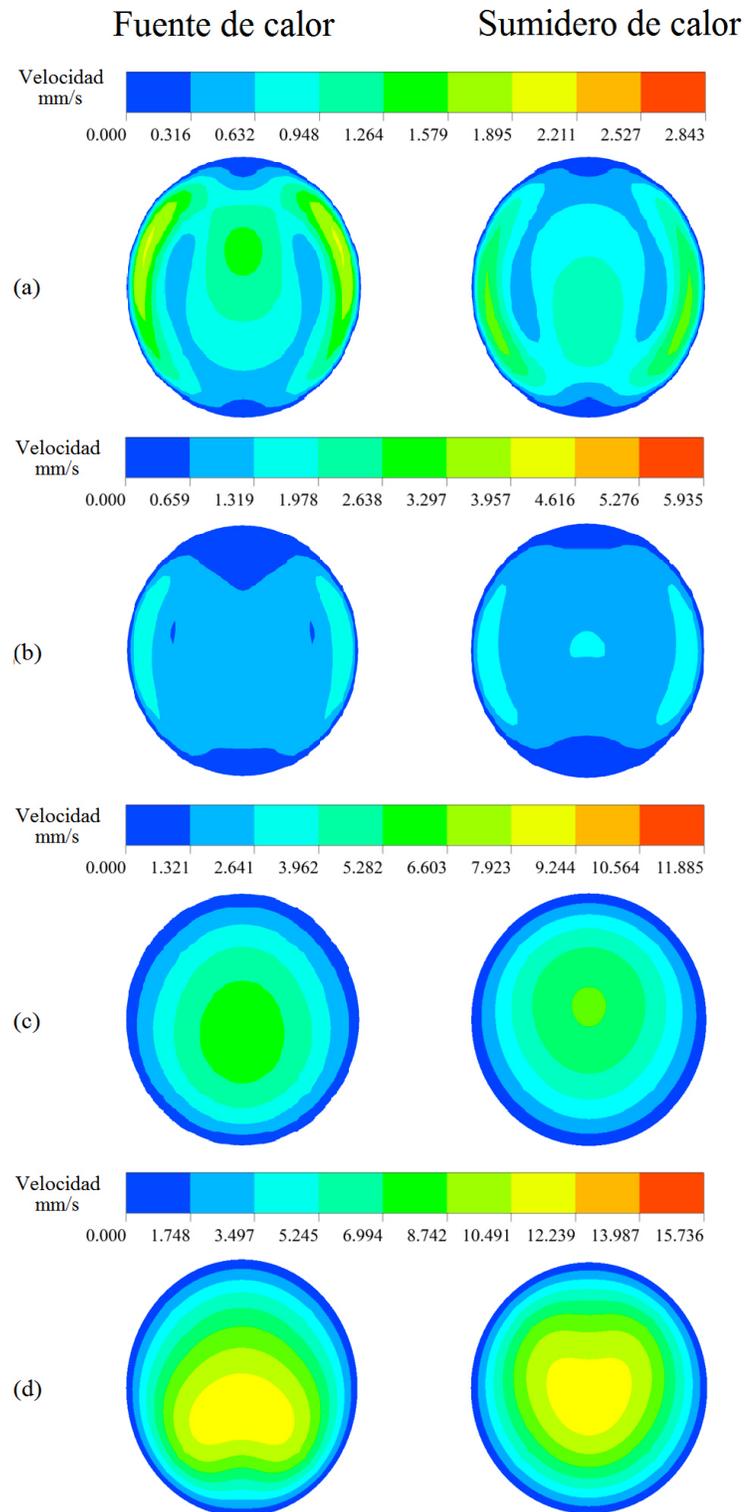


Figura 4.6: Contornos de la magnitud de la velocidad en el plano transversal $X = 1/3L$ de uno de los tubos para diferentes tiempos: (a) 10.7 s (b) 16.05 s (c) 64.2 s (d) 147.13 s.

La manera cuantitativa de presentar la información obtenida en el diseño de experimentos antes descrito es a través de parámetros adimensionales. Está bien documentado que el fenómeno de la transferencia de calor por convección natural se puede describir a través de la relación entre el número de Nusselt y la intensidad de la convección natural, número de Grashof. En la Figura 4.7 se presenta el comportamiento del número de Nusselt en estado transitorio para diferentes números de codos, $\Gamma_{R_c} = 3/4$ y un mismo número de Grashof, siendo éste último 1×10^5 .

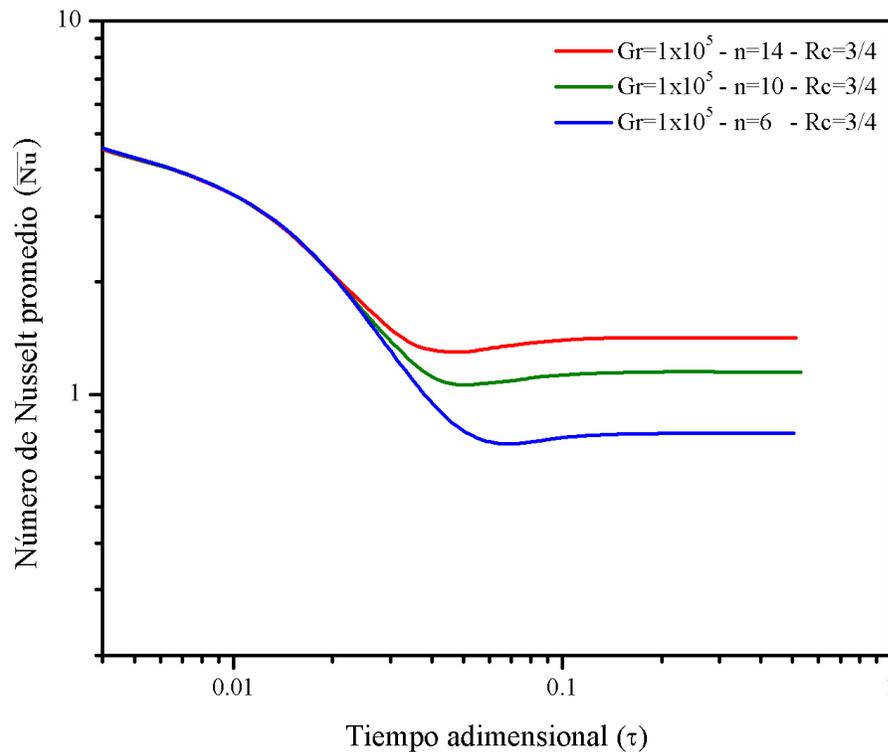


Figura 4.7: Número de Nusselt promedio en función del tiempo adimensional para diferentes números de codos.

La figura muestra al inicio del proceso de transferencia de calor un elevado número de Nusselt promedio, que es debido a un alto diferencial de temperatura generado a partir de la imposición de temperaturas constantes en las paredes del circuito como condiciones de frontera, y la temperatura inicial del agua dentro del circuito. El elevado número de Nusselt demuestra que el mecanismo predominante de transferencia de calor es la convección natural. La diferencia de densidades que se

manifiesta en el fluido conllevan al incremento de la fuerza de flotación, lo que induce el movimiento del fluido localmente y, posteriormente, se traduce en el incremento del flujo másico a través de todo el circuito transportando toda la energía adquirida en la fuente de calor hacia el sumidero de calor. Cuando el fluido comienza a moverse los gradientes de temperatura locales que existen en el fluido comienzan a atenuarse, por lo que la transferencia de calor desciende rápidamente hasta que llega al estado permanente, donde la velocidad, el flujo másico, así como también la transferencia de calor, se hacen constantes con el tiempo. La Figura 4.7 muestra sólo 3 de las 24 simulaciones llevadas a cabo con el propósito de describir el fenómeno en este trabajo de tesis. Es importante destacar que el comportamiento de todos los casos estudiados son iguales a los que aquí se reportan, pero con variaciones en el número de Nusselt, mismos que son expuestos en las Figuras 4.8, 4.9 y 4.10 para efectos de una comparación más directa.

En la Figura 4.8 se presenta el comportamiento del número de Nusselt promedio en estado transitorio para diferentes factores geométricos y un mismo número de Grashof, $Gr = 1 \times 10^5$. Se observa el efecto de dos factores geométricos, el número de codos presentes en el circuito hidráulico y el radio de curvatura de los mismos, sobre la transferencia de calor por convección natural. Es posible notar que ocurre un incremento en el número de Nusselt a medida que el número de codos presentes en el circuito se incrementa, ésto debido a que cuanto mayor es la cantidad de codos que posea el circuito, mayor es la caída de presión en el sistema, lo que origina que la velocidad del fluido se incremente influyendo sobre el comportamiento del fluido haciendo que éste se vuelva menos laminar y por ende se genere una mayor transferencia de calor en el circuito hidráulico; para el caso en el que el radio de curvatura se mantiene constante igual a 1, se registran aumentos en el número de Nusselt desde un $Nu=0.397$ a $Nu=1.71$ cuando el número de codos presentes en la geometría es de 2 y 14, respectivamente. De igual forma, cuando el radio de curvatura se mantiene constante en $3/4$, se registran aumentos desde $Nu=0.34$ a $Nu=1.42$, cuando n se incrementa de 2 a 14.

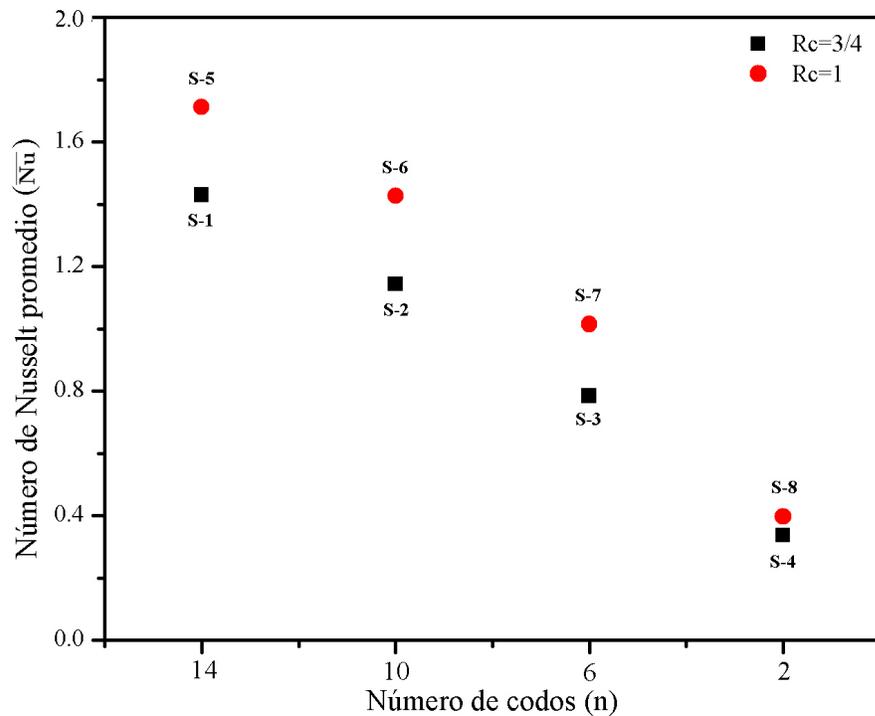


Figura 4.8: Número de Nusselt promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y un Grashof de 1×10^5 .

Los codos causan una perturbación en la corriente, pues debido a la fuerza centrífuga, se origina un aumento de presión y correspondiente disminución de la velocidad a lo largo de la pared externa, y una disminución de la presión y aumento de la velocidad en la pared interna del codo. En la Figura 4.8 también se hace notoria la influencia del radio de curvatura de la geometría sobre la transferencia de calor del sistema, y se observa que cuando el radio de curvatura se hace más grande ocurre un pequeño incremento en la transferencia de calor, registrándose un aumento desde un $Nu=1.42$ cuando $R_c=3/4$, hasta $Nu=1.71$ cuando $R_c=1$, todo esto cuando el número de codos permanece constante en 14. Ocurre una tendencia similar al establecerse el número de tubos constante en 10, 6, 2 y sólo variar el radio de curvatura.

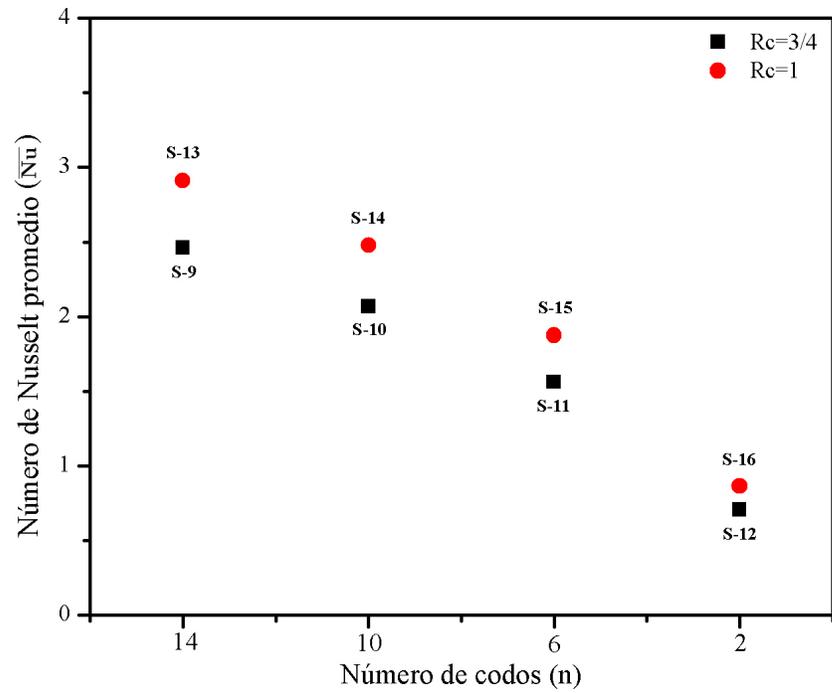


Figura 4.9: Número de Nusselt promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y un Grashof de 3×10^5 .

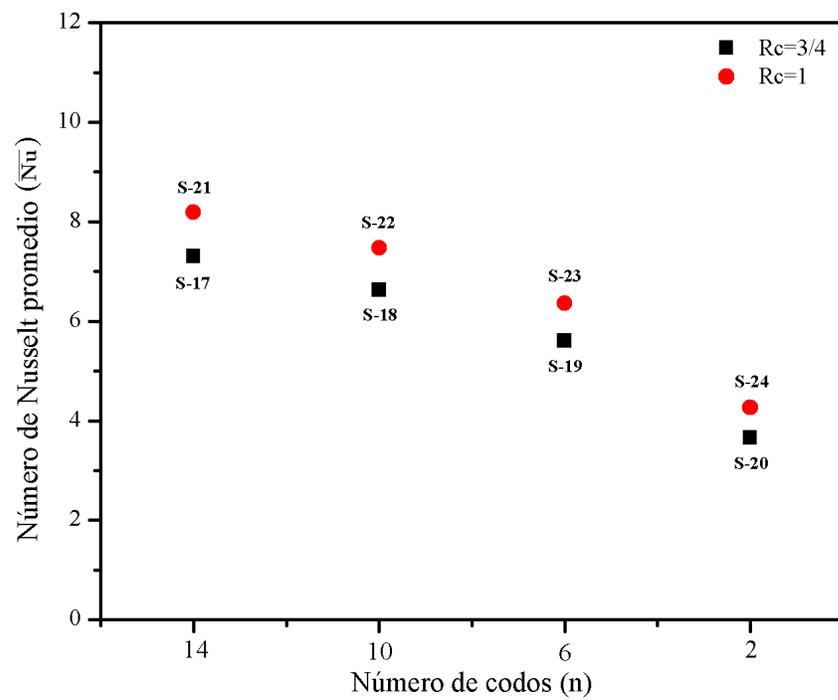


Figura 4.10: Número de Nusselt promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y un Grashof de 1×10^6 .

En las Figuras 4.9 y 4.10 se muestran los número de Nusselt promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y un mismo número de Grashof, de 3×10^5 para la Figura 4.9, y de 1×10^6 para la Figura 4.10. Los resultados muestran la misma tendencia que se presenta en la Figura 4.8, en donde se ratifica que mientras mayor sea el número de codos que posea el circuito y mayor sea la amplitud del radio de curvatura, mayor es el número de Nusselt. Sin embargo, la diferencia que se muestra entre estos tres resultados se encuentra en el valor del número de Nusselt, donde se observa que éste es proporcional al número de Grashof. A medida que el número de Gr se incrementa por acción de un diferencial de temperatura más elevado, el número de Nusselt asciende debido a que un incremento en ΔT se traduce en un incremento en la fuerza de flotación dentro del sistema y por ende en un incremento en la transferencia de calor. La convección natural se ve favorecida por el incremento en la fuerza de flotación, la cual contribuye a la aparición de celdas convectivas; estas celdas son mucho más intensas en el circuito a medida que el número de Gr es mayor, como el resultado de la imposición de un diferencial de temperatura más elevado en la fuente y el sumidero de calor del sistema.

La capacidad de transportar calor de un circuito de circulación natural está altamente relacionado a la velocidad del fluido y al flujo másico dentro del sistema, es por esto que en la Figura 4.11 se muestra la magnitud de la velocidad promedio del agua en estado permanente para diferentes factores geométricos y diferentes números de Grashof.

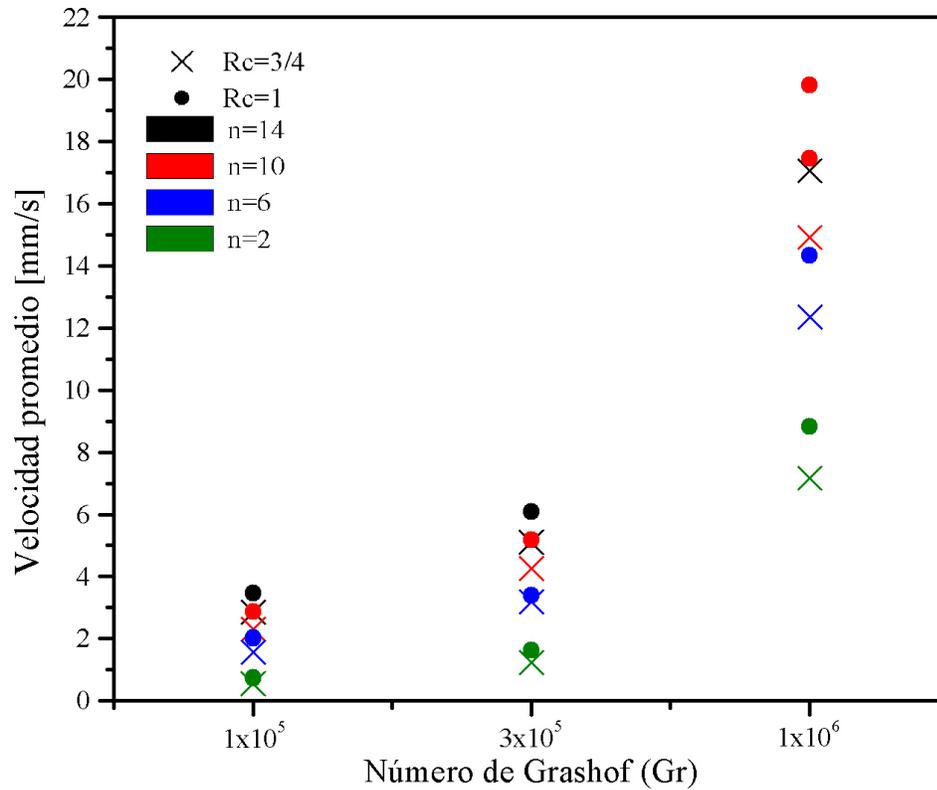


Figura 4.11: Magnitudes de la velocidad promedio en estado permanente para diferentes factores geométricos y diferentes números de Grashof.

La magnitud de la velocidad depende directamente de tres factores, uno de ellos son las propiedades del fluido, especialmente la viscosidad. El segundo corresponde a la geometría y factores geométricos involucrados en el diseño del circuito; claramente se observa en la Figura 4.11 que cuánto mayor es el número de codos en la geometría mayor velocidad puede alcanzar el fluido. Finalmente, el último factor es aquel en el que la magnitud de la velocidad es proporcional al diferencial de temperatura impuesto sobre el sistema, por lo que a mayor número de Grashof, la velocidad y el flujo másico se incrementan y por ende también la transferencia de calor. Los valores de velocidad promedio en estado permanente, máximo y mínimo, alcanzados en el diseño de experimentos llevado a cabo son de 19.8 mm/s y 0.5 mm/s, que corresponden a las simulaciones N°21 y N°4, cuyas características son: $\Gamma_{Rc} = 1$, $n = 14$, $Gr = 1 \times 10^6$ y $\Gamma_{Rc} = 3/4$, $n = 2$, $Gr = 3 \times 10^5$, respectivamente.

En un régimen de flujo laminar el movimiento del fluido es altamente ordenado, mientras que en un régimen de flujo turbulento existe un movimiento irregular del fluido. El movimiento de las partículas de fluido que existe dentro de un flujo turbulento mejora significativamente el coeficiente de transferencia de calor, y es por ésto que al comparar las Figuras 4.8, 4.9 y 4.10 con la Figura 4.11 se observa como al incrementarse la velocidad del agua dentro del sistema existe un aumento en el número de Nusselt promedio. Es posible concluir que la velocidad es uno de los parámetros más influyentes en cuanto al desempeño de un circuito hidráulico de convección natural. Sin embargo, también es posible notar en la comparación que, bajo ciertas condiciones no se alcanza un Nusselt promedio mayor a 1, como es el caso de: la simulación N° 3 cuyas condiciones son $\Gamma_{R_c} = 3/4$, $n = 6$, $Gr = 1 \times 10^5$, de la simulación N° 4 cuyas condiciones son $\Gamma_{R_c} = 3/4$, $n = 2$, $Gr = 1 \times 10^5$, de la simulación N° 8 cuyas condiciones son $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 2$, $Gr = 1 \times 10^5$, de la simulación N° 12 cuyas condiciones son $\Gamma_{R_c} = 3/4$, $n = 2$, $Gr = 3 \times 10^5$, y de la simulación N° 16 cuyas condiciones son $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 2$, $Gr = 3 \times 10^5$; esto implica que los efectos convectivos son débiles y que el mecanismo predominante de transferencia de calor es la conducción, por otro lado, las magnitudes de velocidades atribuidas a estos cinco casos son: 1.5, 0.5, 0.7, 1.2 y 1.6 mm/s, respectivamente, y constituyen las velocidades más bajas registradas en los veinticuatro casos analizados. Estos resultados afirman que evidentemente un movimiento más ordenado del fluido de trabajo y con menor velocidad implica que la transferencia de calor que se da a través de las paredes de la cavidad se hace mucho más significativa, lo que resulta en un coeficiente de transferencia de calor por convección menor y totalmente dependiente de la velocidad del fluido de trabajo.

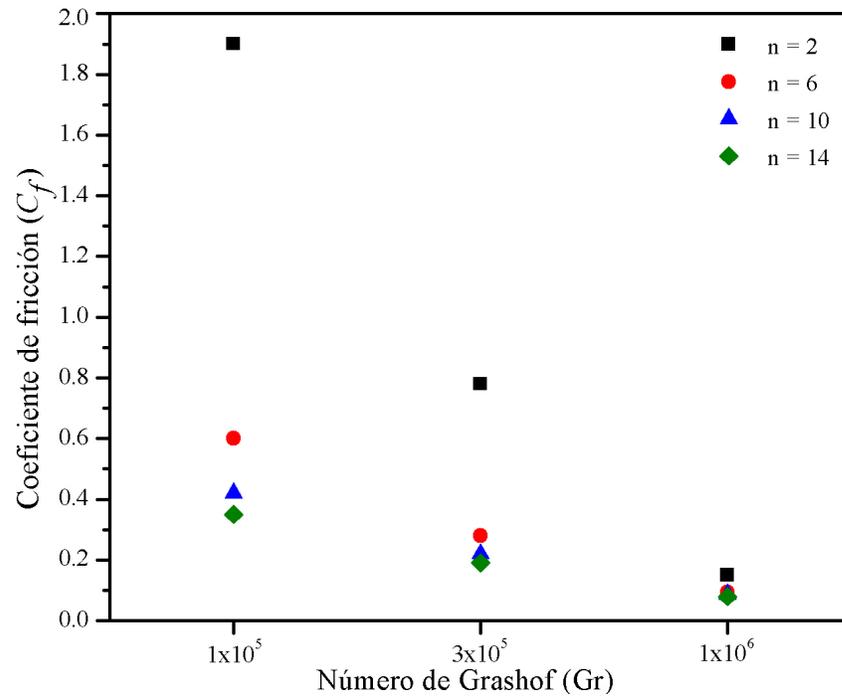


Figura 4.12: Coeficiente de fricción promedio en estado permanente para diferentes números de Grashof, diferentes número de codos y $Rc=3/4$.

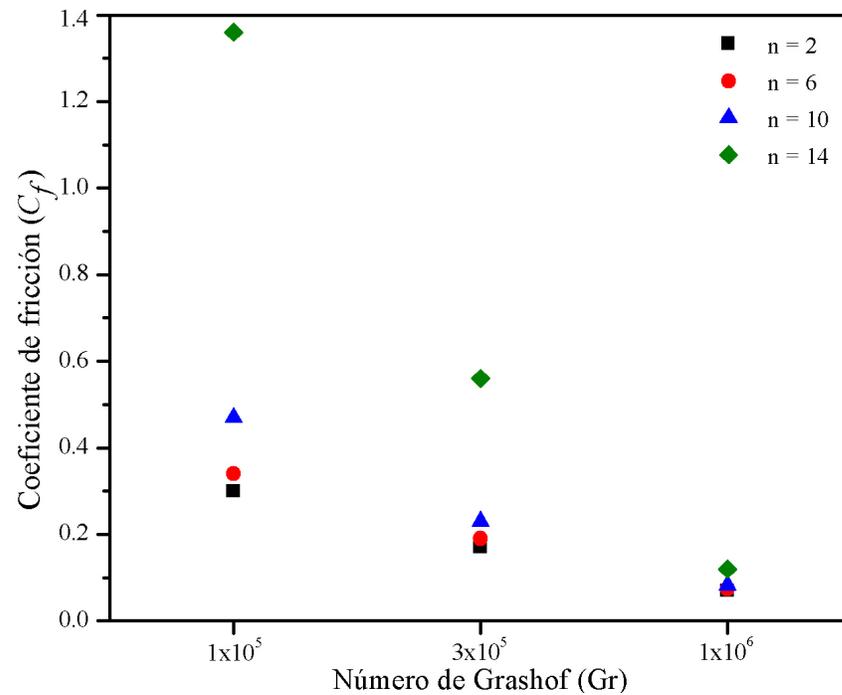


Figura 4.13: Coeficiente de fricción promedio en estado permanente para diferentes números de Grashof, diferentes número de codos y $Rc=1$.

Por otro lado, se muestran los resultados del esfuerzo cortante en las paredes del circuito de forma adimensional mediante el coeficiente de fricción en la Figuras 4.12 y 4.13. Los resultados muestran que las geometrías con el radio de curvatura menor ($3/4$) alcanzan coeficientes de fricción más elevados en comparación con aquellos que presentan un radio de curvatura de 1, para cualquier número de Grashof. También se observa que el coeficiente de fricción se incrementa a medida que el número de codos en la geometría se incrementa. Sin embargo, cuando el número de Grashof asciende el coeficiente de fricción se reduce. Las velocidades promedio que alcanzan los sistemas que presentan un número de Grashof mayor son mucho más altas que aquellas en las que $Gr = 1 \times 10^5$ o $Gr = 3 \times 10^5$, y como el coeficiente de fricción es la adimensionalización del esfuerzo cortante con una presión dinámica, la cual es dependiente de la velocidad del fluido, entonces esta es la razón por la cual mientras mayor es la velocidad del agua en el circuito, menor es el coeficiente de fricción en él. Los valores mínimo y máximo del coeficiente de fricción en estado permanente, alcanzados en el diseño de experimentos llevado a cabo son de 0.07 y 1.9, que corresponden a las condiciones $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$, $Gr = 1 \times 10^6$ (Simulación N°21) y $\Gamma_{R_c} = 3/4$, $n = 2$, $Gr = 1 \times 10^5$ (Simulación N°4), respectivamente.

El incremento en la velocidad y por ende en el flujo másico, debido al incremento en el diferencial de densidades en el fluido entre la fuente y el sumidero de calor, conllevan a una reducción en el coeficiente de fricción, desarrollando un régimen de flujo menos laminar que conlleva al incremento en el coeficiente de transferencia de calor (h), que aunque el área de transferencia siga siendo constante en todos los circuitos, h aumenta y resulta un incremento en la tasa de transferencia de calor. A través de todos los resultados obtenidos se puede determinar que la mejor combinación entre los factores de diseño de un circuito hidráulico de circulación natural que promueven la mayor transferencia de calor y el menor coeficiente de fricción corresponden a: el radio de curvatura más amplio, $R_c = 1$, el mayor número de codos, $n=14$, y finalmente, el mayor número de Grashof, $Gr = 1 \times 10^6$ (Simulación N°21). Para mayor información y descripción de este circuito hidráulico, la Tabla 4.2 mues-

tra los valores promedio de diferentes variables alcanzados en el estado permanente por este sistema. También se muestran los contornos de velocidad y temperatura del mismo.

Variable	Magnitud	Unidades
Nusselt promedio	8.19	-
Flujo de calor	5781.9	W/m^2
Coefficiente de transferencia de calor	192.7	W/m^2K
Velocidad	19.8	mm/s
Flujo másico	0.010	Kg/s
Esfuerzo cortante	0.014	Pa
Coefficiente de fricción	0.07	-
Calor transferido	106.69	W

Tabla 4.2: Magnitudes promedio de diferentes variables alcanzadas en el estado permanente bajo las condiciones: $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$, $Gr = 1 \times 10^6$ (Simulación N°21)

En las Figura 4.14 y 4.15 se muestran los contornos de la temperatura y magnitud de la velocidad en un plano longitudinal vertical del circuito hidráulico de convección natural cuando $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$, $Gr = 1 \times 10^6$ (simulación N°21), respectivamente, en el estado permanente. Se muestran en la Figura 4.16 los resultados en un modelo 3D de la distribución del esfuerzo cortante en las paredes de la geometría.

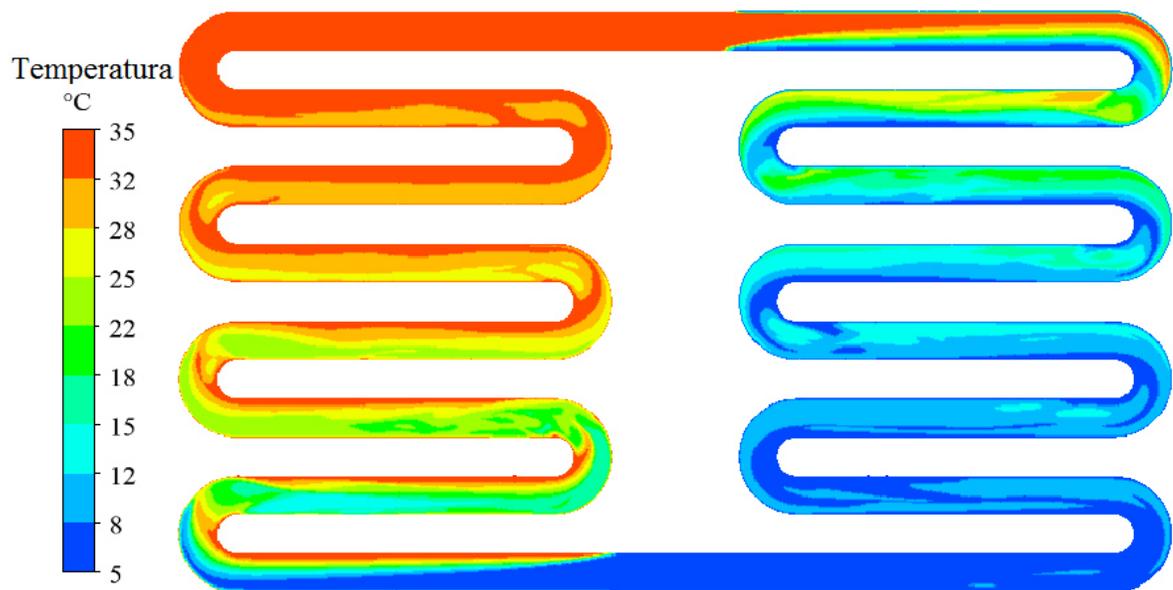


Figura 4.14: Contornos de la temperatura en un plano vertical longitudinal del circuito hidráulico de convección natural.

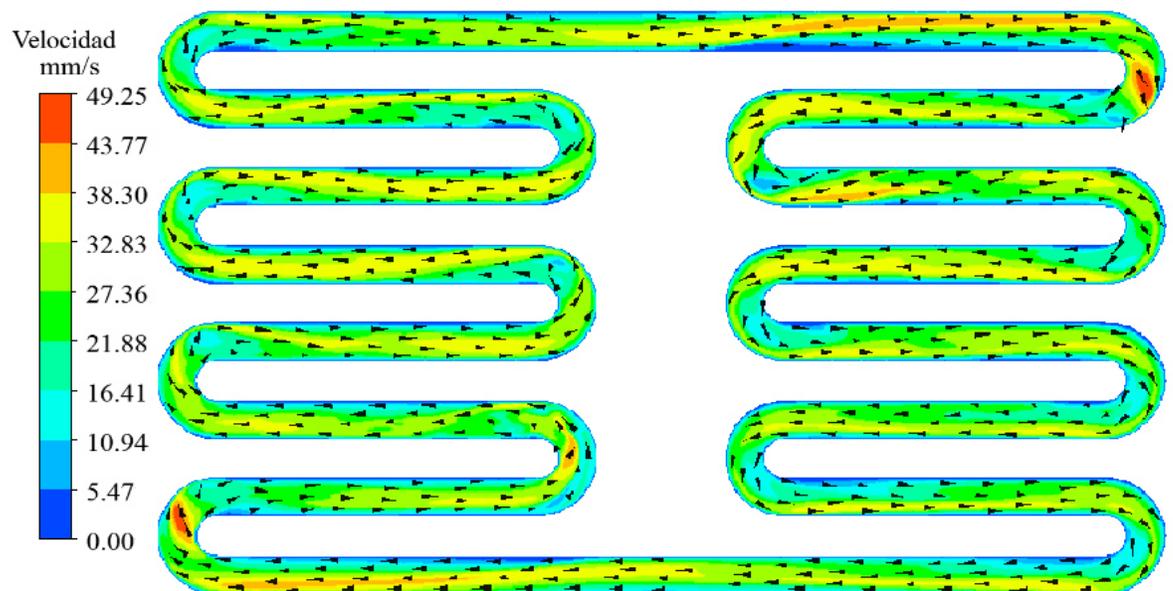


Figura 4.15: Contornos de la magnitud de la velocidad en un plano vertical longitudinal del circuito hidráulico de convección natural.

En estas figuras se puede observar la dirección del movimiento del fluido, misma que es dependiente de la temperatura del fluido y la pared de la cavidad. Es posible observar que, como en la fuente de calor, la temperatura de la pared de la cavidad es mayor a la del agua, lo que produce un decremento en su densidad causando un movimiento ascendente. Por otra parte, en el sumidero de calor el fluido incrementa su densidad y ocurre un movimiento de descenso, ésto conlleva a que ocurra un movimiento de recirculación natural dentro del circuito en sentido de las agujas del reloj. En los contornos de temperatura se muestran temperaturas mayores en la parte superior de los tubos y temperaturas menores en la parte inferior, tanto de la fuente como del sumidero de calor. Esto se debe a los efectos de la fuerza de flotación y el cambio de densidad en el fluido. Por otro lado, en los contornos de velocidad se aprecia claramente una velocidad muy baja o nula en toda la pared de la cavidad, mientras que en el centro la velocidad es más elevada y no es constante. Las velocidades máximas que se registran son de 49 mm/s, en las áreas curvadas (codo), y velocidades promedio de 19 mm/s, además se percibe una aceleración del fluido a la entrada tanto de la fuente como al sumidero de calor. Esto es debido a que en estas zonas los gradientes de temperatura son mucho más elevados, lo que causan el incremento en la velocidad del fluido.

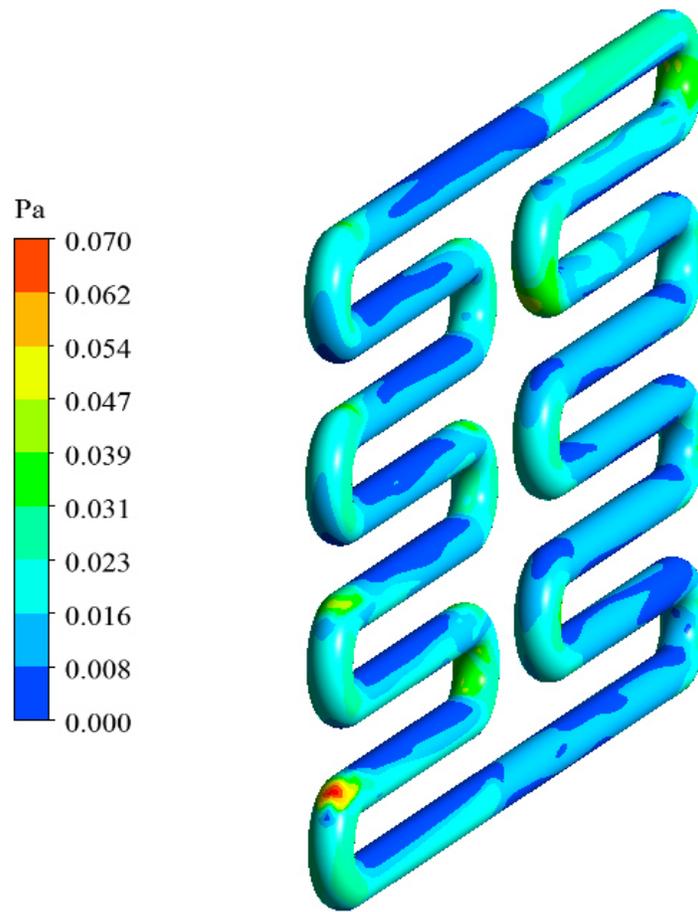


Figura 4.16: Distribución de esfuerzos cortantes en las paredes del circuito hidráulico de convección natural.

En la Figura 4.16 se observa una distribución no uniforme del esfuerzo cortante en las paredes de la geometría. Las zonas donde se registran los esfuerzos cortantes mayores son las paredes internas y externas de los codos, registrándose como esfuerzo cortante máximo 0.07 Pa.

4.3 RESULTADOS DE LA VALIDACIÓN DE LA HIPÓTESIS

El estudio de algunos factores de diseños de un circuito hidráulico de convección natural, conllevó a determinar la mejor combinación entre ellos y conocer la geometría que promueve la mayor transferencia de calor; la hipótesis de este trabajo de tesis contempla que la geometría que promueve la mayor transferencia de calor también es aquella a la cual le toma menos tiempo enfriar el fluido contenido en su interior. Los diseños definidos como aquellos que transfieren la mayor y menor transferencia de calor, están representados por las geometrías N°2 y N°7, respectivamente, por lo que se realiza una comparación del tiempo de enfriamiento entre ambas geometrías en la Figura 4.17. Además se muestran las características de ambas en la Tabla 4.3.

Características	Geometría N°2	Geometría N°7
Número de codos (n)	14	2
Relación de aspecto (Γ_{R_c})	1	3/4

Tabla 4.3: Características de las geometrías que promueven la mayor y menor transferencia de calor, $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$ (geometría N°2) y $\Gamma_{R_c} 3/41$, $n = 2$ (geometría N°7), respectivamente.

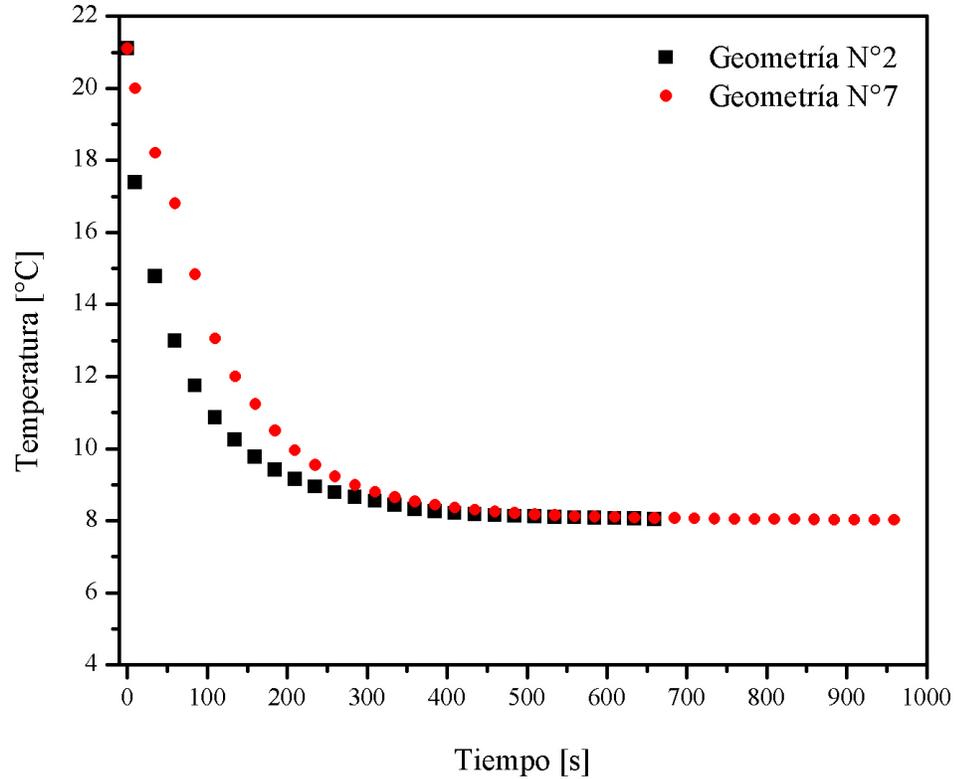


Figura 4.17: Tiempo de enfriamiento de las geometrías que promueven la mayor y menor transferencia de calor, $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$ (geometría N°2) y $\Gamma_{R_c} = 3/4$, $n = 2$ (geometría N°7), respectivamente .

Los resultados muestran que el descenso en la temperatura del agua desde una temperatura inicial de 21°C hasta una temperatura de 10°C, corresponden a 155 segundos para la geometría con $\Gamma_{R_c} = 1$ y $n = 14$ (geometría N°2); y 205 segundos para la geometría con $\Gamma_{R_c} = 3/4$ y $n = 2$ (geometría N°7), dejando una diferencia de 50 segundos entre ambas, aunque la diferencia no es muy relevante cuando el agua alcanza la temperatura de 10.0°C, la diferencia se hace un poco más evidente a la hora de comparar el tiempo de enfriamiento cuando la temperatura del agua alcanza los 8.0°C, que corresponde a la temperatura cuando el sistema alcanza la estabilidad térmica. Para este caso es posible apreciar en la gráfica que la línea negra alcanza los 8.0°C en 690 segundos, siendo ésta las condiciones: $\Gamma_{R_c} = 1$ y $n = 14$ (geometría N°2), mientras que a la línea roja correspondiente a las condiciones: $\Gamma_{R_c} = 3/4$ y

$n = 2$ (geometría N°7), le toma 975 segundos alcanzar esta misma temperatura, dejando una diferencia entre ambas de 285 segundos, casi 5 minutos de diferencia.

La Figura 4.17 valida la hipótesis de este trabajo de tesis en la que se demuestra que la geometría que presenta la mayor transferencia de calor es también aquella que requiere un menor tiempo de enfriamiento del agua contenida en su interior, siendo éste de 11.5 minutos.

CONCLUSIONES

Se realizó un estudio paramétrico del diseño de un circuito hidráulico de circulación natural mediante un análisis numérico del transporte de calor por convección natural. Se evaluaron los efectos que tienen diferentes factores geométricos y adimensionales sobre los fenómenos de transporte en el circuito. Se consideró un circuito hidráulico formado por dos serpentines interconectados entre sí, de diámetro y volumen constante, lleno de un fluido newtoniano, específicamente agua, con propiedades constantes, excepto la densidad, cuya variación es dependiente de la temperatura, y fue calculada mediante una ecuación polinomial.

Las ecuaciones de transporte que modelan el fenómeno que ocurre dentro del circuito son: la continuidad, la cantidad de movimiento y la ecuación de la energía. Un análisis adimensional demostró que los parámetros adimensionales que gobiernan el problema son los números de Prandtl y Grashof, además de relaciones de aspecto en las que se encuentran involucrados el diámetro, la longitud de tubo y el radio de curvatura.

Se realizó un diseño de experimentos con la finalidad de identificar las características del circuito hidráulico de convección natural que promueve la mayor transferencia de calor y que genera el menor coeficiente de fricción posible para finalmente obtener el menor tiempo de enfriamiento del fluido. Entre los parámetros o

factores evaluados en este diseño de experimentos se encontraron: el número de codos presentes en la geometría, la relación de aspecto Γ_{R_c} y el número adimensional Grashof; a partir de los cuales se definieron y modelaron ocho geometrías en 3D, así como veinticuatro casos de estudio.

Se realizó la discretización del dominio para la solución de las ecuaciones de gobierno, con aproximadamente 2.5 millones de nodos para cada geometría. Se impusieron como condiciones de frontera temperaturas constantes, tanto para la fuente de calor del circuito como para el sumidero de calor, generándose tres posibles ΔT (10°C, 20°C y 30°C). Se especificaron las propiedades constantes del agua a una temperatura promedio entre la temperatura de la fuente y el sumidero de calor; y se verificó el ajuste del polinomio de la densidad mediante una pequeña simulación en estado permanente.

Se resolvieron las ecuaciones de continuidad, cantidad de movimiento y energía en estado transitorio, a través del método de los volúmenes finitos, mediante el software comercial ANSYS Fluent 16.0, considerando un régimen de flujo laminar.

Los resultados de un análisis de dependencia de malla, en el que se generaron tres diferentes densidades de mallas, permitieron concluir que, aunque una malla más refinada proporciona mayor precisión en los resultados, y una menos densa proporciona un menor tiempo de cómputo, es posible seleccionar una malla intermedia que posea un número de elementos menor y que requiera un menor tiempo de cómputo, y aún así conseguir resultados suficientemente precisos. En este caso, se seleccionó la malla N°1 como la mejor opción, debido a que la variación que presentó en los resultados no es significativa (menor al 1%), y la reducción en el tiempo de cómputo empleado es considerable, pudiéndose ahorrar 17 horas de simulación en cada caso estudiado.

La transferencia de calor por convección natural se ve afectada por diferentes factores, entre ellos, el coeficiente de transferencia de calor por convección, el área superficial y el diferencial de temperatura entre la superficie de la pared y la

temperatura del fluido. En este trabajo de tesis se estudiaron diferentes combinaciones de factores de diseño de un circuito hidráulico de circulación natural. A partir del análisis detallado de los resultados obtenidos se pueden establecer las siguientes conclusiones:

- La recirculación natural en el circuito hidráulico es esencialmente resultado de la fuerza de flotación generada por una diferencia de densidades en el fluido de trabajo, como consecuencia de un diferencial de temperaturas entre la fuente y el sumidero de calor.
- La capacidad de transporte de calor de un circuito hidráulico de circulación natural depende primordialmente de la velocidad y el flujo másico del fluido de trabajo, y por ende de los parámetros geométricos, los cuales constituyen elementos claves en el diseño de estos sistemas.
- La transferencia de calor a través de las paredes de la cavidad se torna más significativa a medida que la velocidad del fluido de trabajo es mayor.
- Se registran movimientos radial y longitudinal del fluido de trabajo a través de todo el circuito hidráulico.
- Las distribuciones de velocidad y temperatura en el circuito hidráulico no son uniformes, y se ven altamente afectadas por la incidencia de los codos de la geometría y los efectos de la fuerza de flotación.
- El movimiento de recirculación natural dentro del circuito se da en sentido de las agujas del reloj, y está íntimamente ligado a la interacción entre la temperatura del fluido y la temperatura de la pared de la cavidad.
- En cuanto a los factores geométricos que se estudiaron se puede decir que:
 - Cuando el número de codos (n) presentes en la geometría se incrementa, se refleja un aumento en el número de Nusselt promedio del sistema, lo que se debe a la oportunidad de generar un flujo vertical que toma ventaja de

la fuerza de flotación que actúa en esa dirección, promoviendo una mayor velocidad del flujo y una mayor transferencia de calor.

- El número de Nusselt promedio en el circuito hidráulico se eleva cuando el radio de curvatura de los codos (Γ_{R_c}) se incrementa; el aumento en este factor conllevan a una mayor velocidad del fluido de trabajo, por ende a un mayor flujo másico y a una mayor transferencia de calor; lo anterior como consecuencia de una mayor resistencia al flujo ya que no se presenta desprendimiento de la corriente en los codos.
- Al someter el circuito hidráulico de circulación natural a un número de Grashof más elevado contribuye a un incremento en la fuerza de flotación del sistema, la cual es la responsable de la recirculación natural; y al ser la fuerza de flotación mayor, la transferencia de calor se incrementa directamente.
- La fuerza de flotación, la velocidad del fluido y el flujo de circulación natural tienen una relación directa con el ΔT impuesto entre la fuente y el sumidero de calor, por lo que cuanto mayor es el ΔT , mejor es el desempeño del circuito hidráulico de circulación natural.
- Se observó que el aumento en la velocidad del fluido de trabajo reduce el coeficiente de fricción. No quiere decir que disminuye el esfuerzo cortante, disminuye el coeficiente de fricción debido a que por definición, es la relación del cortante con la presión dinámica, y ésta última es proporcional a la velocidad al cuadrado.
- Los resultados del diseño de experimentos propuesto muestran que entre los veinticuatro casos de simulaciones llevados a cabo, la mejor combinación entre los factores de diseño de un circuito hidráulico de circulación natural, que conllevan a la mayor transferencia de calor y el menor coeficiente de fricción, son aquellos con: un radio de curvatura mayor, $\Gamma_{R_c} = 1$, el número de codos máximo, $n = 14$, y un número de $Gr = 1 \times 10^6$ (Simulación N° 21).

- Se definen las geometrías N°2, con características: $\Gamma_{R_c} = 1$, $n = 14$, y la geometría N°7 con características: $\Gamma_{R_c} = 3/4$, $n = 2$, como las geometrías que promueven la mayor y menor transferencia de calor, respectivamente.
- Finalmente se comprobó a través de un análisis numérico que la geometría que presenta la mayor transferencia de calor que posee las características: $\Gamma_{R_c} = 1$ y $n = 14$ (geometría N°2), también es aquella a la cual le toma menos tiempo enfriar el agua contenida en su interior, descendiendo la temperatura de la misma desde una temperatura inicial de 21°C hasta 8°C en 11.5 minutos. Mientras que la geometría que promueve la menor transferencia de calor posee las siguientes condiciones: $\Gamma_{R_c} = 3/4$ y $n = 2$, en este caso la geometría N°7, le toma 16.25 minutos en descender la temperatura del fluido hasta 8°C.

CAPÍTULO 6

TRABAJOS FUTUROS

Con el fin de enriquecer el trabajo realizado en la presente tesis, así como acrecentar sus alcances, se propone la validación del modelo numérico mediante un arreglo experimental con el que se pueda conocer la distribución de velocidad en el circuito hidráulico de circulación natural, a través de técnicas ópticas avanzadas como PIV (Particle Image Velocimetry) o mediante la técnica de Anemometría Laser Doppler (LDA).

Otra recomendación es que pudiera realizarse a futuro es un estudio de optimización en el cual se tomen en cuenta diferentes parámetros del diseño de un circuito hidráulico de circulación natural como por ejemplo el diámetro de la tubería, material de los tubos, entre otros.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Báez, E., **Un esquema numérico para la aproximación de Boussinesq en medios porosos**. Tesis de maestría, Universidad Autónoma Metropolitana-Iztapalapa, 2002.
- [2] Rodríguez, R.J., **Estudio numérico del distribuidor hidráulico de un colector solar de tubo al vacío tipo Heat-Pipe**. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2015.
- [3] Mondragón, R.G., **Desarrollo de un sistema de refrigeración doméstica compacto y de bajo consumo energético**. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2015.
- [4] Jiji, L.M., **Heat convection**. Ed. Springer. Primera edición, 2006.
- [5] Bejan, A., **Convection heat transfer**. Ed. Wiley. Tercera edición, 2004.
- [6] Ramírez, H.G., **Convección natural de calor y masa en una cavidad cilíndrica con paredes onduladas**. Tesis de maestría, Universidad Autónoma de Nuevo León, 2011.
- [7] Basu, D.N., Bhattacharyya, S., Das, P.K., ***A review of modern analyses and applications of single-phase natural circulation loop in nuclear thermal hydraulics***. Nucl. Eng. Des. 280, 326-348, 2014.
- [8] Vijayan, P.K., Nayak, A.K., ***Natural circulation systems: Advantages and challenges-I***. Lecture Notes for T-02 of IAEA Training Course on Na-

- tural Circulation Phenomena and Passive Safety System in Advanced Water-Cooled Reactors, 2010.
- [9] International Atomic Energy Agency (IAEA), *Natural circulation in water cooled nuclear power plants. Phenomena, models, and methodology for system reliability assessments*. Nucl. Pow. Tech. Dev. Sec, 2005.
- [10] M. Misale, P. Garibaldi, J.C., Passos, G., Ghisi de Bitencourt, *Experiments in a single-phase natural circulation mini-loop*. Exp. Therm. Fluid Sci. 31 (8), 1111-1120, 2007.
- [11] Angelo, G., Andrade, D.A., Angelo, E., Torres, W.M., Sabundjian, G., Macedo, L.A., Silva, A.F., *A numerical and three-dimensional analysis of steady state rectangular natural circulation loop*. Nucl. Eng. Des. 244, 61-72, 2011.
- [12] Basu, D.N., Bhattacharyya, S., Das, P.K., *Development of a unified model for the steady-state operation of single-phase natural circulation loops*. International Journal of Heat and Mass Transfer. 62, 452-462, 2013.
- [13] Wang, J.Y., Chuang, T.J., Ferng, Y.M., *CFD investigating flow and heat transfer characteristics in a natural circulation loop*. Annals of Nuclear Energy 58, 65-71, 2013.
- [14] Bolaji, B.O., *Flow design and collector performance of a natural circulation solar water heater*. J. Eng. Applied Sci., 1(1):7-13, 2006.
- [15] Wang, K., Eisele, M., Hwang, Y., Radermacher, R., *Review of secondary loop refrigeration systems*. International Journal of Refrigeration 33, 212-234, 2010.
- [16] Tuma, P.E., Mortazavi, H.R., *Indirect thermosyphons for cooling electronic devices*. Electronic Cooling (12)(1)26-32, 2006.

- [17] Atrens, A., Gurgenci, H., Rudolph, V., 2010, *Economic analysis of CO₂ thermosiphon*. Proceedings World Geothermal Congress 2010. Bali, Indonesia, 25-29, 2010.
- [18] Vijayan, P.K., Sharma, M., Saha, D., *Steady-state and stability characteristics of a single-phase natural circulation in a rectangular loop with different heater and cooler orientation*. Experimental Thermal and Fluid Science. Vol. 31, 925-945, 2007.
- [19] Damerell, P.S., Schoenhals R.J., *Fluid in a toroidal thermosyphon with angular displacement of heated and cooled sections*. J. of Heat Transfer. Vol. 101, pp. 672-676, 1979.
- [20] Acosta, R., Sen, M, Ramos, E., *Single-phase natural circulation in a tilted square loop*. Heat and Mass Transfer. Vol. 21, n 5, 269-275, 1987.
- [21] Chen, K., *On the oscillatory instability of closed loop thermosyphons*. J. Heat Transfer. Vol. 107, 826-832, 1985.
- [22] Misale, M., Ruffino, P., Frogheri, M., *The influence of the wall thermal capacity and axial conduction over a single-phase natural circulation loop: 2D numerical study*. Heat and Mass Transfer. Vol. 36, No. 6, 533-539, 2000.
- [23] Jiang, Y.Y., Shoji, M., *Flow stability in a natural circulation loop influences of a wall thermal conductivity*. Nuclear Engineering and Design, Vol. 222(1), 16-28, 2003.
- [24] Greif, R., *Natural circulation loops*. Journal of Heat Transfer, 110, 1243-1257.
- [25] Vijayan, P.K., Nayak, A.K., Pilkhwal, D.S., Saha, D., Verkat Raj, V., *Effect of loop diameter on the stability of single-phase natural circulation in rectangular loops*. Nureth 5, 261-267, 1992.

- [26] Zvirin, Y., *A review of N.C. loops in PWR and other systems*. Nuclear Engineering and Design, 67, 203-225, 1981.
- [27] Mertol, A., Greif, R., Zvirin, Y., *Two-dimensional study of heat transfer and fluid flow in a natural convection loop*. Journal of Heat Transfer, 104, 508, 1982.
- [28] Bernier, M., Baliga, B., *A 1-D/2-D model and experimental results for a closed loop thermosyphon with vertical heat transfer sections*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 35 (11), 2969-2982, 1992.
- [29] Basran, T., Kucuka, S., *Flow through a rectangular thermosyphone at specified wall temperatures*. International Communications in Heat and Mass Transfer, 30 (7), 1027-1039, 2003.
- [30] Desrayaud, G., Fichera, A., Marcoux, M., *Numerical investigation of natural circulation in a 2D-annular closed-loop thermosyphon*. International Journal of Heat and Fluids Flow, 27 (1), 154-166, 2006.
- [31] Lavine, A., Greif, R., Humphrey, J., *A three-dimensional analysis of natural convection in a toroidal loop-the effect of Grashof number*. International Journal of Heat and Mass Transfer, 30 (2), 251-262, 1987
- [32] Ambrosini, W., Forgione, N., Ferreri, J., Bucci, M., *The effect of the wall friction in single-phase natural circulation stability at the transition between laminar and turbulent flow*. Annals of Nuclear Energy, 31 (16), 1833-1865, 2004.
- [33] Pilkhwal, D., Ambrosini, W., Forgione, N., Vijayan, P., Saha, D., Ferreri, J., *Analysis of the unstable behaviour of a single-phase natural circulation loop with one-dimensional and computational fluid-dynamic models*. Annals of Nuclear Energy, 34 (5), 339-355, 2007.
- [34] Malalasekera, W., Versteeg, H., *An introduction to computational fluid dynamics. The finite volume method*. Ed. Pearson. Segunda edición, 2014.

-
- [35] Fluent, A., **Meshing User's Guide 16.0**. SAS IP, Inc., 2013.
- [36] Patankar, S., **Numerical heat transfer and fluid flow**. Ed. Hemisphere Publishing Corporation. 1980.
- [37] Cengel, Y.A., Ghajar, A.J., **Transferencia de calor y masa. Fundamentos y aplicaciones**. Mc. Graw Hill. Cuarta edición, 2011.
- [38] White, F.M., **Mecánica de fluidos**. Mc. Graw Hill. Sexta edición, 2008.