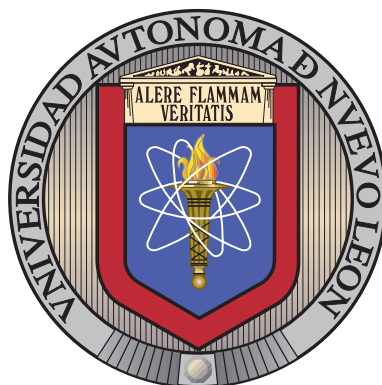


UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



OPTIMIZACIÓN DE LA PLANIFICACIÓN DE
SERVICIOS

POR

GABRIELA SÁNCHEZ YEPEZ

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

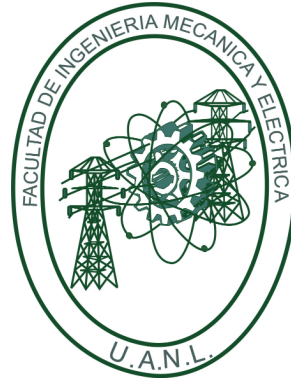
MAESTRÍA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

JULIO 2019

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN

FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA

SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



OPTIMIZACIÓN DE LA PLANIFICACIÓN DE
SERVICIOS

POR

GABRIELA SÁNCHEZ YEPEZ

COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENER EL GRADO DE

MAESTRÍA EN CIENCIAS
EN INGENIERÍA DE SISTEMAS

JULIO 2019

Universidad Autónoma de Nuevo León

Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Subdirección de Estudios de Posgrado

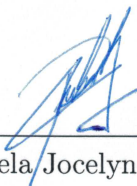
Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis «Optimización de la Planificación de Servicios», realizada por la alumna Gabriela Sánchez Yopez, con número de matrícula 1935064, sea aceptada para su defensa como requisito parcial para obtener el grado de Maestría en Ciencias en Ingeniería de Sistemas.

El Comité de Tesis



Dra. María Angélica Salazar Aguilar

Asesor



Dra. Pamela Jocelyn Palomo Martínez

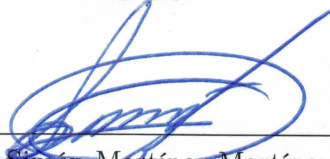
Revisor



Dr. Vincent André Lionel Boyer

Revisor

Vo. Bo.



Dr. Simón Martínez Martínez

Subdirector de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Julio 2019.

En memoria de Cristina Ruiz Aguilar.

A mi familia.

ÍNDICE GENERAL

Agradecimientos	XI
Resumen	XIII
Abstract	XV
1. Introducción	1
1.1. Motivación	1
1.2. Objetivos	4
1.3. Hipótesis	4
1.4. Estructura de la tesis	5
2. Antecedentes	6
2.1. Problemas de ruteo con beneficios	6
2.2. Team Orienteering Problem	8
2.3. Trabajo relacionado	11
3. Planteamiento del problema	13

3.1. Descripción formal del problema	15
3.2. Formulación matemática	15
3.3. Modelo matemático	17
4. Metodología de solución	19
4.1. Procedimiento de búsqueda voraz aleatorizado y adaptativo	19
4.1.1. Fase de construcción	20
4.1.2. Fase de mejora	22
4.1.3. GRASP Reactivo	26
5. Experimentación y resultados	29
5.1. Descripción de las instancias	29
5.1.1. Entorno experimental	30
5.2. Análisis de las formulaciones propuestas	31
5.3. Comparación de los modelos	34
5.4. Desempeño del algoritmo de solución	38
5.4.1. Modelo Max-Min	41
5.4.2. Modelo Min-Max	41
6. Conclusiones y trabajo futuro	45
6.1. Conclusiones	45
6.2. Trabajo futuro	46

A. Tablas de resultados	47
A.1. Resultados de la comparación de los modelos	47
A.2. Resultados del modelo Max-Min	53
A.3. Resultados del modelo Min-Max	65

ÍNDICE DE FIGURAS

3.1. Ejemplo de solución factible considerando compatibilidad servicio-cuadrilla.	14
5.1. Gráfico de violines de los resultados de la evaluación de las soluciones.	38

ÍNDICE DE TABLAS

1.1. Tipo de servicios.	2
2.1. Instancias para el TOP.	9
3.1. Ejemplo compatibilidad servicio-cuadrilla.	14
5.1. Clases de instancias.	30
5.2. Resultados reportados por CPLEX para el modelo Max-Min.	32
5.3. Resultados reportados por CPLEX para el modelo Min-Max.	33
5.4. Resultados de la evaluación de las soluciones versus CPLEX.	36
5.5. Tiempos de ejecución totales, en segundos, requeridos por el algoritmo GRASP y el optimizador CPLEX para ambos modelos.	40
5.6. Resultados del GRASP versus CPLEX para el modelo Max-Min.	42
5.7. Resultados del GRASP versus CPLEX para el modelo Min-Max.	43
A.1. Correspondencia grupo-clase de las instancias.	47
A.2. Resultados de la evaluación de las soluciones.	48
A.3. Resultados de la clase I, modelo Max-Min.	53

A.4. Resultados de la clase II, modelo Max-Min.	54
A.5. Resultados de la clase III, modelo Max-Min.	56
A.6. Resultados de la clase IV, modelo Max-Min.	58
A.7. Resultados de la clase V, modelo Max-Min.	59
A.8. Resultados de la clase VI, modelo Max-Min.	61
A.9. Resultados de la clase VII, modelo Max-Min.	63
A.10. Resultados de la clase I, modelo Min-Max.	66
A.11. Resultados de la clase II, modelo Min-Max.	67
A.12. Resultados de la clase III, modelo Min-Max.	68
A.13. Resultados de la clase IV, modelo Min-Max.	70
A.14. Resultados de la clase V, modelo Min-Max.	71
A.15. Resultados de la clase VI, modelo Min-Max.	74
A.16. Resultados de la clase VII, modelo Min-Max.	76

AGRADECIMIENTOS

Agradezco al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) por la beca que me fue otorgada, sin la cual no habría sido posible estudiar esta maestría y, por la beca que me permitió realizar una estancia de investigación en el extranjero.

Doy gracias a la Universidad Autónoma de Nuevo León, a la Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica y al Posgrado en Ingeniería de Sistemas por la oportunidad de continuar con mi formación académica al ser parte de su programa educativo. También agradezco el apoyo de la universidad mediante el Proyecto PAICYT CE863-19.

Doy gracias a los profesores del posgrado de quienes tuve la oportunidad de adquirir un poco de sus conocimientos. En especial a la Dra. María Angélica Salazar por apoyarme desde el inicio de la maestría, primero como tutora y después como directora de tesis. Agradezco su excelente guía y paciencia que me fue brindada durante la realización de este trabajo y por la motivación para enfrentar nuevos retos.

A los revisores de esta tesis, el Dr. Vincent A. Boyer y la Dra. Pamela J. Palomo, por el tiempo que dedicaron a la lectura de la misma y por todas sus observaciones que ayudaron a mejorar la calidad de este trabajo.

Agradezco a la Universidad de Málaga y al Departamento de Economía Aplicada, en especial al Dr. Julián Molina por recibirme para realizar una estancia de investigación bajo su tutela, que me permitió ampliar mis conocimientos y explorar alternativas para enriquecer el trabajo realizado.

Agradezco a mi familia: a mis padres y hermanas, por el apoyo infinito e incondicional que siempre he recibido de su parte; a mi abuelito y tíos que han aportado su granito de arena ayudándome de una u otra forma a lo largo de estos años.

A mis amigos y compañeros, que hicieron de estos dos años una gran experiencia y a los amigos que a pesar de la distancia me muestran su apoyo.

RESUMEN

OPTIMIZACIÓN DE LA PLANIFICACIÓN DE SERVICIOS

Número de páginas: 83.

OBJETIVOS Y MÉTODO DE ESTUDIO: El principal objetivo de esta tesis es estudiar un problema de planificación de servicios de telecomunicaciones que consiste en asignar órdenes de servicio a un conjunto de cuadrillas disponibles, así como en determinar la secuencia en que deben realizarse dichos servicios, con el fin de balancear el salario de las cuadrillas.

El estudio busca desarrollar modelos matemáticos y algoritmos de solución para al menos una variante del problema de planificación de servicios, con el fin de contribuir al avance del estado del arte en las áreas de ruteo de vehículos, logística y transporte.

La metodología de investigación que se siguió para lograr los objetivos propuestos es la siguiente:

- Revisión del estado del arte de problemas de ruteo de vehículos con beneficios, con énfasis en el *Team Orienteering Problem*.
- Formulación matemática del problema de estudio. Fueron propuestas dos formulaciones.
- Adaptación de las instancias propuestas por Chao *et al.* (1996b).

- Validación del alcance de los modelos matemáticos propuestos, mediante la solución de las instancias haciendo uso del optimizador CPLEX 12.8.
- Comparación de los modelos propuestos.
- Implementación del algoritmo metaheurístico tipo GRASP (Procedimiento de búsqueda voraz aleatorizado y adaptativo) reactivo.
- Experimentación computacional de los algoritmos propuestos.
- Análisis de resultados.

CONTRIBUCIONES Y CONCLUSIONES: Se proponen dos formulaciones matemáticas para el problema de estudio cuya diferencia radica en la forma que se aborda el balanceo del salario de las cuadrillas. En la primer formulación (Max-Min), se maximiza el mínimo de los salarios de las cuadrillas y en la segunda (Min-Max), se minimiza la máxima de las desviaciones con respecto al salario promedio. Los modelos se basan en la formulación del *Team Orienteering Problem* considerando restricciones adicionales, tales como la compatibilidad entre los servicios solicitados y las cuadrillas.

La validación de las formulaciones propuestas se realiza resolviendo un gran conjunto de instancias, con el *Branch and Bound* del optimizador CPLEX 12.8. Los resultados permiten evaluar el desempeño de una metaheurística GRASP reactiva, propuesta como alternativa de solución al problema.

El GRASP reactivo logra obtener soluciones de buena calidad en tiempos de cómputo aceptables, resolviendo a optimalidad 161 de las 185 instancias reportadas por el optimizador en el modelo Max-Min y 159 de las 189 reportadas en el modelo Min-Max. Además, logra mejorar los resultados obtenidos con el optimizador en 112 instancias en el primer modelo y 121 en el segundo, lo que equivale a cerca de un tercio del total de las instancias.

Firma del asesor:

Dra. María Angélica Salazar Aguilar

ABSTRACT

SERVICE PLANNING OPTIMIZATION

Number of pages: 83.

OBJECTIVES AND STUDY METHOD: The main objective of this thesis is to study a problem of telecommunications services planning, which consists on the assignment of service orders to a set of available crews as well as to determine the sequence in which the orders should be performed with the aim of balancing the wage obtained per crew.

The study seeks to propose mathematical formulations and solution algorithms for at least one variant of the problem with the purpose of contribute to the improvement of the state of the art of vehicle routing problems, logistics, and transport.

The research methodology followed to achieve the proposed objectives is the following:

- Literature review of vehicle routing problems with profits with emphasis on the Team Orienteering Problem.
- Mathematical formulation of the studied problem. Two formulations were proposed.
- Adaptation of the instances proposed by Chao *et al.* (1996b).

- Validation of the proposed mathematical models through the solution of the instances with the CPLEX 12.8 optimizer.
- Robustness analysis of the proposed models.
- Design and implementation of the reactive GRASP metaheuristic.
- Computational experimentation.
- Analysis of results.

CONTRIBUTIONS AND CONCLUSIONS: Two mathematical formulations for the studied problem are proposed whose difference lies on the way that the balance of salary is addressed. The models are based on the formulation of the *Team orienteering Problem* considering additional constraints that include compability between a service order and a crew.

The validation of the models is performed with the *Branch and Bound* of CPLEX, the results obtained are used to analyze the performance of the reactive GRASP metaheuristic over a large set of instances adapted from the literature.

The GRASP algorithm achieves high-quality solutions on reasonable computing times solving to optimality 161 out of 185 optimal solutions reported by the optimizer for the Max-Min model and 159 out of 189 reported for the Min-Max model. Futhermore, the reactive GRASP improves the best solution reported with CPLEX on 112 instances on the Max-Min model and 121 for the Min-Max model.

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Actualmente, cada vez más industrias trabajan de la mano con investigación de operaciones ya que les permite facilitar la toma de decisiones en sus procesos. Este apoyo a la toma de decisiones favorece que el desempeño del sistema analizado sea eficiente, lo cual resulta en un ahorro o ganancia de distintos tipos de recursos.

La motivación de esta tesis es el estudio de un problema real que tiene una empresa de telecomunicaciones, el cual consiste en asignar órdenes de servicio a un conjunto de cuadrillas disponibles, así como en determinar la secuencia en que deben realizarse dichos servicios dentro de la jornada laboral, con el objetivo de balancear el salario de las cuadrillas.

1.1 MOTIVACIÓN

Una empresa que brinda servicios de telecomunicaciones cuenta con cuatro matrices distribuidas en la ciudad, cada una tiene diferentes centros de trabajo en los cuales se cuenta con una plantilla de técnicos con diferentes habilidades y horarios de trabajo.

La empresa ofrece siete diferentes tipos de servicios y, por políticas de la misma, a cada uno de ellos se les asocia un puntaje determinado con base en la dificultad del

Tabla 1.1: Tipo de servicios.

Servicio	Cuadrilla		
	Tipo 1	Tipo 2	Tipo 3
Instalación un equipo			X
Instalación dos equipos			X
Instalación tres equipos			X
Instalación subterránea	X	X	
Instalación de fibra óptica	X	X	
Cambio de ubicación			X
Extensión (agrega más servicios)			X

servicio, mientras más especializado es, la puntuación que se le asocia es mayor. Además, el salario por realizar el servicio es directamente proporcional a la puntuación asociada al mismo.

La plantilla de trabajadores se encuentra dividida con base en sus habilidades en cuadrillas de tres tipos, así, una cuadrilla sólo puede realizar el tipo de servicio para el cual está capacitada. La configuración de las cuadrillas de trabajadores necesarios para cada tipo de servicio se muestra en la Tabla 1.1.

En la práctica, la asignación de órdenes de servicio la realiza un supervisor con base en su experiencia y la secuencia a seguir para realizarlas la determinan los técnicos a los cuales han sido asignadas. Sin embargo, este proceso ha resultado en una baja productividad y mayores costos para la empresa, ya que este no siempre considera la duración de los servicios y los traslados de manera adecuada, dejando algunas de las órdenes asignadas sin realizarse. En caso de que esto suceda o en caso de que quede una orden de servicio sin asignar, porque no hay técnico capacitado que pueda realizarla, las órdenes son reprogramadas para el día siguiente. Además, en ocasiones este proceso de asignación también resulta ser injusto ya que al final las puntuaciones entre las cuadrillas son bastante desbalanceadas.

A consecuencia de que el salario de los trabajadores depende de la cantidad y el tipo de servicio que realizan, se desea determinar la asignación de las órdenes de servicio, así como la secuencia en la cual deben realizarse, con el objetivo de balancear el salario entre las cuadrillas. Tomando en cuenta las habilidades de las cuadrillas y que no se debe exceder la jornada laboral.

Algunas características del problema se ajustan a las del *Team Orienteering Problem* (TOP). Este considera un conjunto de clientes a los cuales se les asocia un puntaje que es recolectado únicamente si el cliente se visita y un conjunto de rutas cuya duración está limitada por un tiempo máximo permitido. El problema consiste en determinar el conjunto de rutas que maximice el puntaje total colectado y que cada una de ellas no exceda la duración máxima permitida. En el contexto del problema de estudio, el conjunto de clientes se relaciona con las órdenes de servicio para las cuales el puntaje asociado es el determinado por la empresa y el conjunto de rutas son las cuadrillas disponibles así que la duración máxima de las mismas se relaciona con la duración de la jornada laboral.

Por lo anterior, para formular el problema de estudio, se consideran las formulaciones propuestas para el TOP. Sin embargo, en el problema de estudio además de la restricción de la duración de las rutas, se tiene que no todas las cuadrillas pueden realizar cualquier orden de servicio, es por esto que se incluyen restricciones adicionales que incorporan la compatibilidad entre órdenes de servicio y cuadrillas. El objetivo, en lugar de maximizar el puntaje total colectado, es el balanceo del salario de las cuadrillas.

El balanceo del salario en las formulaciones se aborda desde distintas perspectivas, una de ellas se enfoca en mejorar lo obtenido por la cuadrilla con menor puntaje, mientras que la otra, busca que la puntuación colectada por cada una de las rutas, se desvíe lo menos posible de un puntaje promedio.

1.2 OBJETIVOS

El principal objetivo de esta tesis es estudiar un problema de planificación de servicios de telecomunicaciones, que consiste en asignar órdenes de servicio a un conjunto de cuadrillas disponibles, así como en determinar la secuencia en que deben realizarse dichos servicios, con el objetivo de balancear el salario de las cuadrillas.

Los objetivos específicos son los siguientes:

1. Proponer formulaciones matemáticas para al menos una variante del problema de planificación de servicios de telecomunicaciones.
2. Validar las formulaciones propuestas.
3. Desarrollar algoritmos de solución.

Lo anterior, con el fin de contribuir al avance del estado del arte en las áreas de ruteo de vehículos, logística y transporte.

1.3 HIPÓTESIS

- El problema de planificación de servicios de telecomunicaciones puede representarse como un *Team Orienteering Problem* con restricciones adicionales.
- La implementación de un método de aproximación para resolver el problema de planificación de servicios de telecomunicaciones proporciona soluciones factibles y de calidad en tiempos aceptables.

1.4 ESTRUCTURA DE LA TESIS

La estructura de la tesis es la siguiente: en el Capítulo 2 se presenta la revisión de la literatura correspondiente al *Team Orienteering Problem* y otros problemas de ruteo de vehículos relacionados con el problema de estudio. En el Capítulo 3 se proponen dos formulaciones matemáticas para el problema de planificación de servicios. El Capítulo 4 describe el diseño de una metaheurística tipo GRASP reactiva como metodología de solución. La validación de las formulaciones propuestas, la robustez de las mismas, así como el desempeño del GRASP reactivo se muestran en el Capítulo 5. Finalmente, en el Capítulo 6 se discuten las conclusiones y el trabajo futuro.

CAPÍTULO 2

ANTECEDENTES

El *Team Orienteering Problem* (TOP) es una variante de los problemas de ruteo de vehículos con beneficios. Algunas de sus características se ajustan a las del problema de estudio. A saber, ambos consideran un conjunto de clientes a los cuales se les asocia un puntaje que es recolectado únicamente si el cliente se visita y un conjunto de rutas cuya duración se encuentra limitada.

En este Capítulo se presenta la revisión de la literatura de este problema y otros trabajos que comparten características con el problema de estudio.

2.1 PROBLEMAS DE RUTEO CON BENEFICIOS

El problema del agente viajero (TSP, por sus siglas en inglés) y el problema de ruteo de vehículos (VRP, por sus siglas en inglés) son de los problemas de optimización combinatoria que más han sido estudiados ya que tienen inmensas aplicaciones reales (Fagerholt y Lindstad, 2000; Chen *et al.*, 2007; Baldacci *et al.*, 2010; Kulakov y Kulakov, 2019). Una de las características principales de este tipo de problemas es que cada cliente debe ser servido, por lo tanto, todos los clientes tienen la misma prioridad/importancia. Una de las variantes de estos problemas permite analizar casos en los que no es posible o necesario visitar a todos los nodos por lo que a cada

uno se le asocia un beneficio (puntaje) que se obtiene si ocurre la visita y que apoya en la decisión de a quiénes incluir en las rutas (Feillet *et al.*, 2005).

Cuando en este tipo de problemas se tiene en cuenta una sola ruta, son considerados extensiones del problema del agente viajero y se clasifican como problemas del agente viajero con beneficios (TSPP, por sus siglas en inglés) (Feillet *et al.*, 2005) mientras que las extensiones a múltiples vehículos se clasifican como problemas de ruteo de vehículos con beneficios (VRPP, por sus siglas en inglés) (Aksen y Aras, 2006; Speranza *et al.*, 2014).

Problema del agente viajero con beneficios (TSPP)

Los problemas del agente viajero con beneficios consisten en determinar un tour que no necesariamente visite todos los nodos con un interés tanto en el beneficio colectado como en los costos del tour. Feillet *et al.* (2005) proponen una clasificación para este tipo de problemas dependiendo de la forma en que se abordan estos dos objetivos:

- Si ambos criterios se combinan en la función objetivo minimizando el costo del tour menos el beneficio colectado, se tiene el *Profitable Tour Problem* (PTP) (Dell'Amico *et al.*, 1995).
- Si el objetivo es maximizar la ganancia colectada fijando que el costo del viaje no exceda un valor máximo, el problema se conoce como *Orienteering Problem* (OP) (Tsiligirides, 1984), *Selective Traveling Salesman Problem* (Laporte y Martello, 1990) o *Maximum Collection Problem* (Kataoka y Morito, 1988).
- Si el objetivo es minimizar el costo del tour fijando que el beneficio colectado no sea menor que un valor dado, el problema se conoce como *Prize Collecting Salesman Problem* (Balas, 1989) o *Quota Traveling Salesman Problem* (Awerbuch *et al.*, 1998).

Problemas de ruteo de vehículos con beneficios (VRPP)

En el caso de múltiples vehículos (Speranza *et al.*, 2014) se encuentran el *Team Orienteering Problem* (Chao *et al.*, 1996b), extensión del OP y la extensión del PTP, conocida como *Capacitated Profitable Tour Problem* (Archetti *et al.*, 2009), la cual además considera que cada vehículo tiene una capacidad limitada.

2.2 TEAM ORIENTEERING PROBLEM

En esta Sección se presenta una revisión literaria general del TOP, más detalles se pueden encontrar en los estudios de Vansteenwegen *et al.* (2011) y Gunawan *et al.* (2016).

Dados un conjunto vehículos y un conjunto de clientes, cada uno de ellos con un puntaje asociado que es recolectado únicamente si es visitado por uno de los vehículos. El TOP consiste en determinar el conjunto de rutas que seguirán los vehículos, de forma que se maximice el puntaje total colectado y la duración de cada una de ellas no exceda un tiempo límite.

En sus orígenes, el TOP fue estudiado por Butt y Cavalier (1994) bajo el nombre de *Multiple Tour Maximum Collection Problem* e introducido formalmente con el nombre *Team Orienteering Problem* por Chao *et al.* (1996b), quienes además diseñaron el conjunto de instancias usadas en este trabajo. Además, años más tarde Dang *et al.* (2013b) diseñaron conjuntos de instancias más grandes. Las características de estos dos grupos de instancias se resumen en la Tabla 2.1, donde el número de nodos incluye el(los) depósito(s).

En cuanto a la complejidad, Golden *et al.* (1987) demostraron que el OP es NP-difícil por lo que el TOP es, al menos tan difícil como el OP porque el TOP se reduce al OP cuando el número de rutas es igual a uno. Este problema ha sido ampliamente estudiado y se han propuesto distintos algoritmos de tipo exacto y

Tabla 2.1: Instancias para el TOP.

Autor	Número de instancias	Número de nodos	Número de rutas
Chao <i>et al.</i> (1996b)	353	21	2 a 4
		33	2 a 4
		64	2 a 4
		66	2 a 4
		100	2 a 4
		102	2 a 4
Dang <i>et al.</i> (2013b)	333	100 – 400	2 a 4

algoritmos aproximados para resolverlo, siendo en su mayoría métodos aproximados.

Algoritmos exactos

El primer procedimiento de tipo exacto para resolver el problema fue el propuesto por Butt y Ryan (1999) quienes presentaron un algoritmo basado en generación de columnas.

Boussier *et al.* (2007) propusieron un algoritmo *Branch and Price* que es capaz de resolver el TOP y el problema de ruteo de vehículos selectivo con ventanas de tiempo (SVRPTW, por sus siglas en inglés) (Gueguen, 1999), el cual es una generalización del TOP con ventanas de tiempo.

Enfoques más recientes proponen planos cortantes (El-Hajj *et al.*, 2016), *branch and cut and price* (Poggi *et al.*, 2010; Keshtkaran *et al.*, 2016) y *branch and cut* (Dang *et al.*, 2013a; Keshtkaran *et al.*, 2016; Bianchessi *et al.*, 2018) como métodos de solución al problema.

El trabajo de Dang *et al.* (2013a) se basa en una formulación lineal con un número polinomial de variables binarias, mientras que Bianchessi *et al.* (2018) presentan una formulación compacta para el TOP con un número polinomial de variables y restricciones, reforzado con restricciones de conectividad.

Todos estos estudios fueron evaluados en el conjunto de instancias propuestos

por Chao *et al.* (1996b), siendo el trabajo de Bianchessi *et al.* (2018) el que resuelve el mayor número de instancias en un tiempo límite de dos horas para cada una de ellas.

Algoritmos de aproximación

El trabajo de Butt y Cavalier (1994) es el primero en presentar algoritmos heurísticos para resolver el problema. Algunos años más tarde, Chao *et al.* (1996b) presentan un método de aproximación basado en la heurística de cinco pasos que propusieron para resolver el OP (Chao *et al.*, 1996a).

Una búsqueda tabú incrustada en un procedimiento de memoria adaptativo es propuesto por Tang y Miller-Hooks (2005). También Archetti *et al.* (2007) proponen una variante del algoritmo generalizado de búsqueda tabú, además de un algoritmo de búsqueda por entornos variables (VNS), siendo el segundo el que mostró, en promedio, mejores resultados en cuanto a la calidad de las soluciones.

Algunos trabajos se basan en algoritmos bio-inspirados, tal es el caso de Ke *et al.* (2008) que usan un algoritmo *Ant Colony Optimization*, proponiendo cuatro distintos métodos para construir soluciones factibles al problema. Además hay una variedad de trabajos cuyo método de solución se basa en *Particle Swarm Optimization* (Muthuswamy y Lam, 2011; Dang *et al.*, 2011, 2013b).

El primer algoritmo evolutivo usado para resolver el TOP fue el algoritmo memético propuesto por Bouly *et al.* (2010). Sin embargo, el trabajo de Dang *et al.* (2011) mejoró los resultados obtenidos por Bouly *et al.* (2010) al combinar *Particle Swarm Optimization* junto con un algoritmo memético.

El algoritmo propuesto por Dang *et al.* (2013b) mejora a los otros en su tipo, siendo éste el que presenta el menor promedio de gap en porcentaje (0.0005%). Con el objetivo de promover el desarrollo de nuevos algoritmos para el TOP proponen un nuevo conjunto de 333 instancias que considera un mayor número de nodos.

Otros enfoques propuestos son *path relinking* en combinación con GRASP bási-

co (Souffriau *et al.*, 2010), búsqueda por entornos variables sesgada (Vansteenwegen *et al.*, 2009b), algoritmos genéticos (Ferreira *et al.*, 2014), recocido simulado con inicio múltiple combinado con un algoritmo de escalada simple con inicio múltiple (Lin, 2013), entre otros.

Variantes y extensiones

Existen diversas extensiones y variantes del TOP; al considerar ventanas de tiempo, el TOP se extiende al *Team Orienteering Problem with Time Windows* (TOPTW, Vansteenwegen *et al.* (2009a)); si la búsqueda se enfoca en visitar arcos en lugar de visitar nodos, se obtiene el *Team Orienteering Arc Routing Problem* (TOARP, Archetti *et al.* (2014)); al considerar una demanda en los nodos además de capacidad en los vehículos, se obtiene otra variante conocida como *Capacitated Team Orienteering Problem* (CTOP, Archetti *et al.* (2009)), entre otros.

2.3 TRABAJO RELACIONADO

Las características principales que distinguen al problema de estudio del TOP son el balanceo de la carga de trabajo (en términos del puntaje colectado) y la compatibilidad entre nodos y vehículos.

En la literatura se encontraron algunos trabajos que abordan objetivos de balanceo. Tal es el caso de Jozefowicz *et al.* (2006, 2009) quienes abordan, en variantes del VRP, el balance de la carga de trabajo desde un enfoque que considera la longitud de las rutas, el objetivo es minimizar la diferencia entre la ruta más larga y la ruta más corta.

Ribeiro y Ramalinho Dias Lourenço (2001) exploran un problema de toma de decisiones en la gestión de distribución relacionada con la entrega de productos en un periodo de tiempo usando una flota de vehículos. En éste el balance de la carga de trabajo se mide en términos de la carga transportada, el objetivo es minimizar la

desviación estándar de la carga de trabajo de cada vehículo al final del periodo.

Sin embargo, estas propuestas son formuladas para problemas multiobjetivo de los cuales ninguno es clasificado como un VRPP, ya que a los nodos no se les asocia algún puntaje o beneficio.

Lee y Ahn (2019) abordan un problema al que se refieren como *Vehicle Routing Problem with Vector Profits* que consiste en determinar un conjunto de rutas que visiten sitios para coleccionar los beneficios asociados a ellos, saliendo y regresando de un depósito. La principal característica de este trabajo es que el beneficio de los nodos se define mediante un vector, representando que el puntaje en cada nodo es diferente para cada ruta que lo visite; el objetivo es maximizar el mínimo puntaje coleccionado por alguno de los vehículos. Si bien, la función objetivo busca lo mismo que uno de los modelos presentados en esta tesis, las formulaciones son distintas en ambos trabajos, ya que el problema que presentan Lee y Ahn (2019) no considera compatibilidades ni un tiempo límite en la duración de cada ruta.

Un problema que tiene en cuenta compatibilidad entre vehículos y clientes es el *Site-dependent Vehicle Routing Problem* (SDVRP, por sus siglas en inglés) (Nag *et al.*, 1988). El problema considera un conjunto de vehículos de distintos tipos en donde cada tipo tiene un número limitado de vehículos. Cada tipo considera una capacidad y duración limitada. Se tiene un conjunto de clientes, donde cada uno tiene una demanda y un tiempo de servicio no negativos, que pueden ser visitados únicamente por un subconjunto de tipos de vehículos. El problema consiste en determinar el conjunto de rutas que minimice la duración total. A grandes rasgos, la diferencia principal con el problema de estudio se concentra en la función objetivo.

Como se ha mostrado, existen distintos trabajos que comparten similitudes con el problema de estudio. Sin embargo, según nuestro conocimiento, ninguna de las formulaciones presentadas en esta tesis se encuentra en la literatura.

CAPÍTULO 3

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

El problema de planificación de servicios de telecomunicaciones busca determinar una asignación de órdenes de servicio a cuadrillas, así como la secuenciación de las mismas, de forma que se balancee el salario de las cuadrillas y no se exceda la duración de la jornada laboral.

Sin embargo, no todas las cuadrillas tienen las habilidades para realizar cualquier orden de servicio por lo que existe cierta compatibilidad entre cuadrillas de técnicos y órdenes de servicio. Ya que esta es una característica relevante en el problema, se explica más a detalle con un ejemplo.

En la Tabla 3.1 se muestran cuatro distintos tipos de servicios ofrecidos y dos tipos de cuadrillas de trabajadores, así como la compatibilidad entre los mismos. Por ejemplo, el servicio *instalación de fibra óptica* puede realizarse únicamente por una cuadrilla de tipo 2, mientras que un servicio *instalación de un equipo* puede efectuarse por cuadrillas de los dos tipos. Teniendo esto en mente, en la Figura 3.1 se muestra una solución factible para el problema.

En este Capítulo se describen dos formulaciones para el problema basadas en una adaptación del modelo del TOP descrito en (Vansteenwegen *et al.*, 2011), al cual se le incluyen restricciones que consideran la compatibilidad entre las órdenes de servicio y las cuadrillas de técnicos.

3.1 DESCRIPCIÓN FORMAL DEL PROBLEMA

Formalmente, el problema de estudio puede definirse como sigue. Sea $G = (N, A)$ un grafo completo, donde $N = \{0, \dots, n\}$ es el conjunto de nodos y $A = \{(i, j) : i \neq j \in N\}$ es el conjunto de aristas. El conjunto de nodos $N \setminus \{0, n\}$ representa las órdenes de servicio de los clientes, mientras que los nodos $\{0, n\}$ representan los puntos de inicio y fin de cada ruta, es decir, los depósitos. Si solo se cuenta con un depósito, el nodo n es una copia del nodo 0 . A cada orden se le asocia un puntaje s_i además de un tiempo de servicio d_i , mismos que dependen del tipo de servicio solicitado, esto es, mientras más especializado sea el servicio, la puntuación asociada y el tiempo para realizarla son mayores. El tiempo de traslado del cliente i al cliente j es conocido y se denota por t_{ij} . La compatibilidad entre clientes y cuadrillas se define mediante el parámetro c_{ik} , cuyo valor es uno si la cuadrilla k puede realizar la orden i , es decir, si hay compatibilidad y cero en otro caso. El objetivo del problema es encontrar m rutas, una para cada cuadrilla, de tal manera que se balancee el salario entre las mismas, sin que su duración exceda un tiempo límite denotado por T_{max} , el cual representa la duración de la jornada laboral de las cuadrillas.

Note que las órdenes de servicio también son llamadas clientes, no hay distinción entre estos términos.

3.2 FORMULACIÓN MATEMÁTICA

Conjuntos

$N = \{0, 1, \dots, n\}$ Conjunto de clientes y depósitos.

$V = \{1, \dots, m\}$ Conjunto de cuadrillas de técnicos.

Parámetros

T_{max} : Tiempo máximo de duración de cada ruta.

s_i : Puntaje obtenido por realizar la orden i .

t_{ij} : Tiempo de traslado del cliente i al cliente j .

d_i : Tiempo de servicio para la orden i .

$$c_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{si la orden } i \text{ es compatible con la cuadrilla } k \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Variables de decisión

$$x_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{si la orden } j \text{ es realizada inmediatamente después de la orden } i \\ & \text{por la cuadrilla } k \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

$$y_{ik} = \begin{cases} 1, & \text{si la orden } i \text{ es realizada por la cuadrilla } k \\ 0, & \text{en otro caso.} \end{cases}$$

Función objetivo

El principal objetivo es que la asignación de las órdenes de servicio balancee el salario de las cuadrillas, esto se logra al balancear el puntaje de los servicios a realizar ya que el salario es directamente proporcional al puntaje de cada servicio. Teniendo esto en mente, se proponen dos opciones de función objetivo:

- Maximizar el mínimo puntaje colectado

$$\max \min_{k \in V} \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} s_i y_{ik} \right\}, \quad (3.1)$$

- Minimizar la máxima desviación respecto a la media de los puntajes

$$\min \max_{k \in V} \left\{ \left| \mu - \sum_{i=1}^{n-1} s_i y_{ik} \right| \right\}, \quad (3.2)$$

donde

$$\mu = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^{n-1} s_i. \quad (3.3)$$

Note que estas funciones no son lineales, por lo que deben agregarse restricciones de linealidad a los modelos matemáticos para obtener modelos de programación lineal entera.

3.3 MODELO MATEMÁTICO

El modelo matemático que busca balancear el puntaje mediante la función objetivo (3.1) es llamado modelo Max-Min, mientras que el modelo que minimiza la máxima desviación respecto a la media de los puntajes es llamado modelo Min-Max.

De esta manera, el modelo propuesto Max-Min es descrito por las expresiones (3.4) a (3.15):

$$\text{Max } S_{min} \tag{3.4}$$

sujeto a:

$$S_{min} \leq \sum_{i=1}^{n-1} s_i y_{ik} \quad \forall k \in V \tag{3.5}$$

$$\sum_{k=1}^m \sum_{j=1}^n x_{0jk} = \sum_{k=1}^m \sum_{i=0}^{n-1} x_{ink} = m \tag{3.6}$$

$$\sum_{i=0}^{n-1} x_{ilk} = \sum_{j=1}^n x_{ljk} = y_{lk} \quad \forall k \in V, \quad \forall l = 1, \dots, n-1 \tag{3.7}$$

$$\sum_{k=1}^m y_{ik} \leq 1 \quad \forall i = 1, \dots, n-1 \tag{3.8}$$

$$y_{ik} \leq c_{ik}, \quad \forall k \in V, \quad \forall i = 1, \dots, n-1 \tag{3.9}$$

$$\sum_{i=0}^n d_i y_{ik} + \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=1}^n t_{ij} x_{ijk} \leq T_{max} \quad \forall k \in V \tag{3.10}$$

$$2 \leq u_{ik} \leq \sum_{i=1}^n y_{ik} \quad \forall k \in V \quad \forall i = 1, \dots, n \tag{3.11}$$

$$u_{ik} - u_{jk} + 1 \leq n(1 - x_{ijk}) \quad \forall k \in V, \quad \forall i, j = 1, \dots, n \tag{3.12}$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \quad i, j \in N, \quad k \in V \tag{3.13}$$

$$y_{ik} \in \{0, 1\} \quad i \in N, \quad k \in V \tag{3.14}$$

$$u_{ik} \in \{2, \dots, n\} \quad i = 1, \dots, n, \quad k \in V. \tag{3.15}$$

Las restricciones (3.5) se incluyen por la linealización de la función objetivo (3.1). El conjunto de restricciones (3.6) garantiza que las rutas inicien en el nodo 0 y terminen en el nodo n . Las restricciones (3.7) mantienen la conectividad en cada ruta. El conjunto de restricciones (3.8) asegura que cada cliente se visite a lo más una vez por una sola cuadrilla, mientras que (3.9) asegura que solo se asignen órdenes

compatibles con la cuadrilla correspondiente. Las restricciones (3.10) aseguran que la duración de las rutas no exceda el tiempo límite.

Las restricciones (3.11) y (3.12) impiden la creación de subtours, donde u_{ik} representa la posición del cliente i en la ruta de la cuadrilla k . La formulación de las restricciones (3.11) se realiza acorde a lo propuesto por Palomo-Martínez *et al.* (2017). Finalmente, las restricciones (3.13) a (3.15) determinan la naturaleza de las variables.

Utilizando la misma notación, la formulación del modelo Min-Max se describe mediante las siguientes expresiones:

$$\text{Min } D_{max}, \quad (3.16)$$

sujeto a:

$$(3.6) - (3.15)$$

$$\mu - \sum_{i=1}^{n-1} s_i y_{ik} \leq D_{max} \quad \forall k \in V \quad (3.17)$$

$$\sum_{i=1}^{n-1} s_i y_{ik} - \mu \leq D_{max} \quad \forall k \in V \quad (3.18)$$

$$D_{max} \geq 0. \quad (3.19)$$

Las restricciones (3.17)-(3.19) se incluyen por la linealización de la función objetivo (3.2).

CAPÍTULO 4

METODOLOGÍA DE SOLUCIÓN

En este trabajo se propone una metaheurística tipo GRASP reactiva como método de solución al problema de estudio. Es acertado usar un método aproximado para resolverlo ya que si se considera que todos los clientes son compatibles con todos los vehículos, ambos modelos se reducen al TOP con una función objetivo distinta. Note que de esta forma, una solución factible para el TOP es una solución factible para ambos de los modelos presentados.

El procedimiento de búsqueda voraz aleatorizado y adaptativo o GRASP por sus siglas en inglés (Greedy Randomized Adaptive Search Procedure) es una metaheurística multiarranque que consta de dos fases principales, una fase de construcción y una fase de mejora. En este Capítulo se describen las componentes principales del GRASP así como la implementación de cada uno de ellos para el problema de estudio.

4.1 PROCEDIMIENTO DE BÚSQUEDA VORAZ ALEATORIZADO Y ADAPTATIVO

El *Greedy Randomized Adaptive Search Procedure* (Resende y Ribeiro, 2010) es una metaheurística multiarranque en la que cada iteración consta de dos fases

principales, una fase de construcción y una fase de mejora. Típicamente, la fase de construcción crea una solución que se toma como punto de partida para la fase de mejora. La fase de mejora en el GRASP, consiste en una búsqueda local. El procedimiento se repite un determinado número de iteraciones y se regresa la mejor solución encontrada, es decir, la solución con el mejor valor de la función objetivo. El Algoritmo 1 describe el esquema básico de un GRASP.

Algoritmo 1 GRASP

Entrada: Instancia

Salida: X_{best}

- 1: **Repetir**
 - 2: $X = \text{HeuristicaConstructiva}()$
 - 3: $X = \text{BúsquedaLocal}(X)$
 - 4: $X_{best} = \text{ActualizaSolucion}(X, X_{best})$
 - 5: **Hasta** cumplir con el criterio de paro
-

En adelante, al decir que un cliente se inserta en su mejor posición se refiere a la clásica mejor inserción de reducción de costos, en este caso, duración.

La notación usada para las soluciones es $X = \{r_1, \dots, r_m\}$, donde cada $r_j, j \in V$ representa la lista de clientes de la ruta j .

4.1.1 FASE DE CONSTRUCCIÓN

En esta fase se construyen soluciones mediante el uso de una heurística constructiva voraz, esta crea una solución incorporando uno a uno los elementos de manera iterativa. El elemento que será incorporado a la solución parcial, se elige con base en la contribución local a la calidad de la solución de cada elemento que puede ser agregado a la misma. Dicha contribución es medida por una función de evaluación.

En las heurísticas constructivas voraces se elige el candidato con mejor eva-

luación, lo cual siempre conduce a la misma solución. Las heurísticas constructivas semi-voraces tienen un cierto grado de aleatoriedad al momento de construir las soluciones. Generalmente, la forma en que se añade aleatoriedad al proceso es mediante el uso de una lista restringida de candidatos (LRC), la cual contiene a los elementos mejor evaluados, de los cuales se elige de manera aleatoria quién será incorporado a la solución parcial.

La lista restringida de candidatos se puede construir de dos formas:

- por cardinalidad $\beta \in \mathbb{Z}$,
- mediante un parámetro de calidad denotado por $\alpha \in [0, 1]$.

En la primera, la LRC contendrá los mejores β elementos. Mientras que en el segundo caso, se incluyen a la lista los elementos tales que $e_i \geq e_{max} - \alpha(e_{max} - e_{min})$, donde e_i el valor de la función de evaluación del elemento i y e_{max} , e_{min} son el máximo y mínimo valor de la función de evaluación, respectivamente.

Note que si $\alpha = 0$, se tiene una selección voraz ya que la lista contiene únicamente al elemento mejor evaluado. En cambio, si $\alpha = 1$ entonces la lista contiene todos los elementos disponibles, de este modo la selección del elemento a incluir en la solución es completamente aleatoria. En consecuencia, el parámetro α juega un rol significativo en la calidad de las soluciones.

Para evitar la calibración manual del parámetro α , se ha propuesto una versión de GRASP que no considera un α fijo para todas las iteraciones, en cambio se considera un conjunto de distintos valores de α de los cuales, en cada iteración, se elige uno de manera aleatoria a partir de una distribución de probabilidad que se ajusta al desempeño del algoritmo en iteraciones previas. Así, la calibración del parámetro se realiza dentro del mismo procedimiento, el cual es llamado GRASP reactivo (Resende y Ribeiro, 2010) y se detallará en la Sección 4.1.3.

La construcción de la lista restringida de candidatos en el algoritmo GRASP

diseñado para resolver los modelos Max-Min y Min-Max se realiza con base en el parámetro α . El Algoritmo 2 muestra a detalle el procedimiento de construcción de las soluciones.

El esquema general que sigue la heurística constructiva es el siguiente: primero, se elige a qué ruta $k \in V$, que aún no ha rebasado su jornada laboral, se le va a asignar algún cliente con base en la función de evaluación (4.1).

$$fr(k) = s_{acum_k} + \sum_{i \in C_k} \frac{s_i}{|C_k|}, \quad (4.1)$$

donde C_k es el conjunto de clientes compatibles con la cuadrilla k (eliminando los que ya han sido asignados a alguna ruta) y s_{acum_k} es el puntaje acumulado de la ruta parcial de la cuadrilla k . La ruta elegida k^* es aquella que tenga el menor valor en la función de evaluación, es decir, $k^* = \arg \min_{k \in V} \{fr(k)\}$ (ver paso 2, Algoritmo 2).

Después, se elige qué cliente $j \in N \setminus \{0, n\}$ que aún no ha sido incluido en alguna ruta, será servido con base en la función de evaluación (4.2).

$$fc(j) = \frac{s_j}{\epsilon_j}, \quad (4.2)$$

donde $\epsilon_j = \min_{(i,l) \in r_{k^*}} \{t_{ij} + t_{lj} - t_{il}\}$ y r_{k^*} es la ruta parcial de la cuadrilla k^* . El cliente a servir j^* se elegirá de la LRC formada por todos los clientes i tales que $fc(i) \in [fc_{max} - \alpha(fc_{max} - fc_{min}), fc_{max}]$ y se insertará en su mejor posición dentro de ruta r_{k^*} (pasos 3 a 5 del Algoritmo 2).

El proceso se repite mientras exista alguna ruta k tal que $C_k \neq \emptyset$, cuya duración no rebase el tiempo límite establecido T_{max} y que sea compatible con al menos un cliente no asignado a ninguna ruta.

4.1.2 FASE DE MEJORA

La fase de mejora del GRASP toma como punto de partida la solución obtenida en la fase de construcción.

Algoritmo 2 Heurística_Constructiva_Adaptativa

Entrada: Instancia**Salida:** Solución factible X

- 1: **Mientras** exista k tal que $C_k \neq \emptyset$ **hacer**
 - 2: Elegir k^* tal que $k^* = \arg \min_{k \in V} fr(k)$ y $C_{k^*} \neq \emptyset$
 - 3: Construir $LRC = \{i \in C_{k^*} \mid fc(i) \geq fc_{max} - \alpha(fc_{max} - fc_{min})\}$
 - 4: Seleccionar $i^* \in LRC$ de manera aleatoria
 - 5: Determinar mejor inserción de i^* en la ruta k^*
 - 6: **Si** $T_{acum_{k^*}} \leq T_{max}$ **entonces**
 - 7: Asignar cliente j^* a la ruta k^*
 - 8: $C_k \leftarrow C_k \setminus \{j^*\} \quad \forall k \in V$
 - 9: **Si no**
 - 10: $C_{k^*} \leftarrow C_{k^*} \setminus \{j^*\}$
 - 11: **Fin si**
 - 12: **Fin mientras**
-

El GRASP básico usa el algoritmo de búsqueda local como método de mejora. Sin embargo, se ha propuesto reemplazar el algoritmo de búsqueda local y hacer uso de otras metaheurísticas como estrategia de mejora, entre las cuales se encuentran búsqueda tabú, recocido simulado, búsqueda de entornos variables, entre otros (Festa y Resende, 2009; Cano *et al.*, 2013; Bourel *et al.*, 2019).

La fase de mejora propuesta en este trabajo consta de dos pasos, primero se busca una reducción en la duración de las rutas para después aplicar un algoritmo de búsqueda local que intenta mejorar el valor de la función objetivo. El algoritmo de reducción de tiempos identifica, para cada ruta, el cliente que provoca el mayor incremento en la duración de la ruta. Este cliente es eliminado de la ruta para después ser reinsertado en la misma, en su mejor posición (Algoritmo 3). El procedimiento es usado para resolver ambos modelos.

La búsqueda local para ambos modelos explora el vecindario bajo un esquema de *primera mejora*; es decir, el algoritmo de búsqueda se mueve a la primera solución

Algoritmo 3 Reducción_Tiempos

Entrada: Solución X **Salida:** Solución mejorada X^*

- 1: **Para** $k \in V$ **hacer**
 - 2: $i^* = \arg \max_{i \in r_k \setminus \{0, n\}} \{t_{i-1, i} + t_{i, i+1}\}$
 - 3: $r_k = r_k \setminus \{i^*\}$
 - 4: Insertar i^* en su mejor posición dentro de la ruta r_k
 - 5: **Fin para**
-

factible que mejore el valor de la función objetivo y se utiliza como criterio de paro 30 iteraciones consecutivas sin mejora.

En las siguientes Subsecciones se explican los vecindarios usados para la búsqueda local de cada modelo.

4.1.2.1 BÚSQUEDA LOCAL PARA EL MODELO MAX-MIN

El movimiento que define la estructura de vecindad para el modelo Max-Min es la inserción. Por ejemplo, sea r_1 una ruta factible para la cuadrilla 1 y C_1 el conjunto de clientes compatibles con la misma. La estructura de vecindad definida por el movimiento de inserción es $N(r_1) = \{r \mid r = r_1 \cup \{i\}, i \in C_1\}$, donde el cliente i es insertado en su mejor posición dentro de la ruta.

La estructura de vecindad se construye únicamente para la ruta de la cuadrilla con menor puntaje acumulado en la solución actual, siguiendo un orden en la inserción de los nodos. Primero se exploran los clientes que no pertenecen a ninguna otra ruta y después los clientes compatibles que ya están asignados a alguna otra ruta. El procedimiento seguido para la exploración del vecindario se muestra en el Algoritmo 4.

Algoritmo 4 Exploracion_VecindarioI

Entrada: Solución X^* , V , C_k , T_{max} **Salida:** Solución \tilde{X}

- 1: $\tilde{X} \leftarrow X^*$
 - 2: $vo \leftarrow$ valor objetivo de la solución X^*
 - 3: $k^* \leftarrow \arg \min_{k \in V} s_{acum_k}$
 - 4: $CNA := \{i \mid i \in C_{k^*}, i \notin r_k, \forall k \in V \setminus \{k^*\}\}$
 - 5: **Para** $i \in CNA$ **hacer**
 - 6: Insertar i en la ruta $r_{k^*} \in \tilde{X}$ en su mejor posición
 - 7: $actual \leftarrow$ valor objetivo de la solución \tilde{X}
 - 8: **Si** $actual \geq vo$ y $T_{acum_{k^*}} \leq T_{max}$ **entonces**
 - 9: **Termina**
 - 10: **Si no**
 - 11: $\tilde{X} \leftarrow X^*$
 - 12: **Fin si**
 - 13: **Fin para**
 - 14: $CA := \{\gamma_k \mid k \neq k^*\}$, donde $\gamma_k = \{j \mid j \in C_{k^*}, j \in r_k\}$
 - 15: Ordenar los elementos de CA de mayor a menor cardinalidad
 - 16: **Para** $\gamma_k \in CA$ **hacer**
 - 17: **Para** $j \in \gamma_k$ **hacer**
 - 18: Insertar j en la ruta $r_{k^*} \in \tilde{X}$ en su mejor posición
 - 19: $actual \leftarrow$ valor objetivo de la solución \tilde{X}
 - 20: **Si** $actual \geq vo$ y $T_{acum_{k^*}} \leq T_{max}$ **entonces**
 - 21: $r_k \leftarrow r_k \setminus \{j\}$
 - 22: **Termina**
 - 23: **Si no**
 - 24: $\tilde{X} \leftarrow X^*$
 - 25: **Fin si**
 - 26: **Fin para**
 - 27: **Fin para**
-

4.1.2.2 BÚSQUEDA LOCAL PARA EL MODELO MIN-MAX

Para el modelo Min-Max se utilizan dos vecindarios. El primero es el mismo que se emplea para la búsqueda del modelo Max-Min, descrito anteriormente y se usa cuando la ruta con máxima desviación tiene una puntuación acumulada menor que la media de los puntajes.

El segundo vecindario se usa cuando la ruta con máxima desviación tiene una puntuación acumulada mayor que la media y se define por un movimiento de *eliminación e inserción*. Este movimiento elimina un nodo i asignado a la ruta r^* (ruta con mayor desviación respecto a la media) e intenta insertarlo a la ruta r_{min} con menor puntaje acumulado en la solución actual. Si el nodo i no es compatible con la ruta r_{min} o la inserción no se permite por el límite de tiempo, el nodo i solamente es eliminado de la ruta r^* . En cambio, si el nodo i puede asignarse a la ruta r_{min} , dicha inserción se realiza en la mejor posición.

La eliminación de nodos sigue un orden específico que se guía con el valor de la función de evaluación (4.3)

$$f_{bl}(i) = |R_i| s_i, \quad (4.3)$$

donde R_i es el conjunto de rutas compatibles con el nodo i . Los nodos son ordenados de mayor a menor acuerdo al valor de $f_{bl}(i)$ y en ese orden son eliminados. El Algoritmo 5 describe la exploración del vecindario para el modelo Min-Max.

4.1.3 GRASP REACTIVO

En el GRASP reactivo el valor de α no es fijo para todo el proceso, sino que en cada iteración el parámetro se elige de un conjunto de posibles valores de forma aleatoria a partir de una distribución de probabilidad que depende del desempeño del mismo en iteraciones anteriores.

Algoritmo 5 Exploracion_VecindarioII

Entrada: Solución X^* , μ , V , $c_{ik} \forall i \in N \setminus \{0, n\} \forall k \in V$, T_{max} , s_i **Salida:** Solución X'

- 1: $X' \leftarrow X^*$
 - 2: $vo \leftarrow$ valor objetivo de la solución X^*
 - 3: $k^* \leftarrow \arg \max_{k \in V} | \mu - s_{acum_k} |$
 - 4: **Si** $\mu - s_{acum_{k^*}}$ **entonces**
 - 5: $X' \leftarrow$ ExploraciónVecindarioI(X')
 - 6: **Si no**
 - 7: $min \leftarrow \arg \min_{k \in V} s_{acum_k}$
 - 8: Ordenar de mayor a menor $i \in r_{k^*}$ de acuerdo con $| R_i | s_i$
 - 9: **Para** $i \in r_{k^*}$ **hacer**
 - 10: $r_{k^*} \leftarrow r_{k^*} \setminus \{i\}$
 - 11: **Si** $c_{i,min} = 1$ **entonces**
 - 12: $r_{min} \leftarrow r_{min} \cup \{i\}$, ($r_{min} \in X'$)
 - 13: $actual \leftarrow$ valor objetivo de la solución X'
 - 14: **Si** $actual \leq vo$ y $T_{acum_{min}} \leq T_{max}$ **entonces**
 - 15: **Termina**
 - 16: **Si no**
 - 17: $X' \leftarrow X^*$
 - 18: **Fin si**
 - 19: **Fin si**
 - 20: **Fin para**
 - 21: **Fin si**
-

Sea $A = \{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_b\}$ un conjunto de posibles valores de α . Inicialmente, los b posibles valores tienen la misma probabilidad p_i de ser elegidos, es decir,

$$p_i = \frac{1}{b}, \quad \text{para } i = 1, \dots, b.$$

Para iteraciones posteriores, sea z^* el valor de la función objetivo de la mejor solución encontrada hasta el momento y A_i el promedio del valor de la función objetivo de las soluciones obtenidas usando α_i , $i = 1, \dots, b$. Las probabilidades son reevaluadas periódicamente mediante la función (4.4)

$$p_i = \frac{q_i}{\sum_{j=1}^b q_j}. \quad (4.4)$$

Si el objetivo es maximizar, $q_i = \frac{A_i}{z^*}$, en caso contrario, $q_i = \frac{z^*}{A_i}$. Note que esta definición de q_i establece que si se han encontrado buenas soluciones usando α_i , entonces la probabilidad p_i será más alta.

El GRASP reactivo diseñado usa once posibles valores para α determinados por el conjunto $A = \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$. Por experimentación previa, el GRASP propuesto tiene un total de 1000 iteraciones y las probabilidades de elección de cada α son reevaluadas cada 100 iteraciones.

CAPÍTULO 5

EXPERIMENTACIÓN Y RESULTADOS

En este Capítulo se presenta el análisis de los resultados de la experimentación computacional realizada para la validación de los modelos, la comparativa entre las formulaciones y la evaluación del desempeño del método de solución propuesto. Note que todos los resultados presentados se redondean a dos cifras significativas.

5.1 DESCRIPCIÓN DE LAS INSTANCIAS

Las instancias usadas en la experimentación son adaptadas de las propuestas por Chao *et al.* (1996b). Se cuenta con siete clases teniendo en total 353 instancias disponibles.

Las instancias pertenecientes a una misma clase, contienen el mismo grafo y varían en la cantidad de vehículos disponibles y el tiempo límite de la duración de las rutas. Las características de cada clase de instancias se especifica en la Tabla 5.1.

Para poder validar los modelos propuestos y la metaheurística, fue necesario realizar una adaptación de las instancias, de modo que incluyan compatibilidades entre nodos y vehículos, es decir, clientes y cuadrillas de técnicos. La adaptación que se realiza incorpora en los datos de cada nodo i un valor $c_{ik} \in \{0, 1\}$ que determina dicha compatibilidad.

Tabla 5.1: Clases de instancias.

Clase	Nodos	Instancias			
		Vehículos			Total
		2	3	4	
Clase I	21	11	11	11	33
Clase II	32	17	16	15	48
Clase III	33	20	20	20	60
Clase IV	64	11	8	5	24
Clase V	66	25	25	24	74
Clase VI	100	20	19	17	56
Clase VII	102	20	19	19	58

Primero se modificaron las instancias que cuentan con dos vehículos. La compatibilidad se determina en base a probabilidades, cada nodo tiene 50 % de probabilidad de ser compatible con el vehículo k y 50 % de no serlo. Ya que se desea que las instancias representen al problema, al incluir la compatibilidad se verifica que cada nodo sea compatible con al menos uno de los vehículos.

En las instancias con tres vehículos se mantiene la información anterior y se agregan las compatibilidades con el tercer vehículo usando un procedimiento similar. De manera análoga, se realiza la modificación a las instancias con cuatro vehículos. Se procedió de esta forma con el objetivo de facilitar la comparación de los resultados obtenidos.

5.1.1 ENTORNO EXPERIMENTAL

Los modelos propuestos se implementaron en el lenguaje de programación C++ y se resolvieron con el optimizador CPLEX 12.8. Los algoritmos GRASP reactivos también se codificaron en C++. La experimentación correspondiente se ejecutó en

una Workstation HP Z620 con procesador Intel Xeon(R) CPU E5-2620 v2 a 2.10 GHz y con memoria RAM de 64Gb, bajo el sistema operativo Ubuntu 16.04 LTS.

5.2 ANÁLISIS DE LAS FORMULACIONES PROPUESTAS

Para llevar a cabo la validación de las formulaciones propuestas, las instancias son resueltas mediante el *Branch and Bound* del optimizador CPLEX versión 12.8 usando un solo hilo. Son considerados dos criterios de paro para cada una de las instancias: el tiempo de cómputo (7200 s) o la calidad de la solución (Gap de 0.0%).

Los resultados del modelo Max-Min y Min-Max se presentan en las Tablas 5.2 y 5.3, respectivamente. Estas muestran en la tercera, cuarta y quinta columna, el gap (en porcentaje) mínimo, promedio y máximo, respectivamente; el tiempo de cómputo promedio obtenido se reporta en la sexta columna y en la última columna se muestra la cantidad de óptimos reportados en cada caso. Los resultados se reportan para cada grupo de instancias de acuerdo con la cantidad de rutas en cada una de las instancias. Como es de esperarse, por la dificultad del problema, a medida que crece el número de nodos en la instancia el tiempo de cómputo es mayor, mientras que la calidad de las soluciones disminuye.

Los resultados en la calidad de las soluciones muestran que el desempeño del optimizador es bueno en las clases I, II, y IV, ya que se encuentran los óptimos para casi todas las instancias de cada clase y el gap promedio es bueno para ambos objetivos. Lo mismo sucede con los resultados de la clase III con dos y cuatro vehículos.

De acuerdo con los resultados, en el modelo Max-Min las clases más difíciles de resolver son la clase V y la clase VII. En el caso del modelo Min-Max, las últimas tres clases son las que reportan los resultados con gap más altos.

En total, el optimizador fue capaz de encontrar 185 óptimos para el modelo

Tabla 5.2: Resultados reportados por CPLEX para el modelo Max-Min.

Clase	Rutas	Gap (%)			Tiempo (s)	Óptimos
		Min	Prom	Max		
Clase I	2	0.00	0.76	8.33	975.34	10/11
	3	0.00	0.00	0.00	357.42	11/11
	4	0.00	0.00	0.00	2.32	11/11
Clase II	2	0.00	2.74	19.48	1548.68	14/17
	3	0.00	0.00	0.00	118.04	16/16
	4	0.00	0.00	0.00	337.10	15/15
Clase III	2	0.00	0.51	6.18	1002.35	18/20
	3	0.00	9.78	37.50	4941.59	7/20
	4	0.00	0.00	0.00	264.49	20/20
Clase IV	2	0.00	0.76	8.33	1854.17	10/11
	3	0.00	1.93	10.61	2446.99	6/8
	4	0.00	1.11	5.56	1549.04	4/5
Clase V	2	0.00	17.69	53.66	6075.80	5/25
	3	0.00	26.62	95.90	4813.66	10/25
	4	0.00	47.87	148.59	5735.17	5/24
Clase VI	2	0.00	3.98	10.77	5156.44	8/20
	3	0.00	14.52	32.31	5737.45	5/19
	4	0.00	23.45	51.29	6397.01	2/17
Clase VII	2	0.00	36.91	82.25	6167.82	3/20
	3	0.00	52.41	111.51	6457.23	2/19
	4	0.00	80.55	148.40	6008.83	3/19
Total					185/353	

Max-Min y 189 para el modelo Min-Max, esto es, aproximadamente un 52 % y 54 % del total de las instancias, respectivamente.

Tabla 5.3: Resultados reportados por CPLEX para el modelo Min-Max.

Clase	Rutas	Gap (%)			Tiempo (s)	Óptimos
		Min	Prom	Max		
Clase I	2	0.00	0.87	9.52	856.97	10/11
	3	0.00	0.00	0.00	61.45	11/11
	4	0.00	0.00	0.00	3.82	11/11
Clase II	2	0.00	0.00	0.00	761.26	17/17
	3	0.00	0.00	0.00	203.16	16/16
	4	0.00	0.00	0.00	455.66	15/15
Clase III	2	0.00	0.00	0.00	612.76	20/20
	3	0.00	12.29	33.46	4979.28	7/20
	4	0.00	0.00	0.00	489.91	20/20
Clase IV	2	0.00	0.98	10.76	1874.70	10/11
	3	0.00	4.70	33.97	2539.91	6/8
	4	0.00	0.00	0.00	641.55	5/5
Clase V	2	0.00	24.23	64.34	5989.43	5/25
	3	0.00	21.43	77.17	5095.76	9/25
	4	0.00	23.76	78.33	5736.84	5/24
Clase VI	2	0.00	16.06	65.26	4761.76	8/20
	3	0.00	23.04	60.64	5742.84	5/19
	4	0.00	27.59	66.46	6401.97	2/17
Clase VII	2	0.00	18.45	40.17	6186.95	3/20
	3	0.00	26.09	50.65	6451.11	2/19
	4	0.00	26.91	55.23	6070.71	3/19
Total						189/353

En varias instancias el límite de tiempo para la duración de las rutas deja acce-

sible a solo un pequeño grupo de clientes, permitiendo que el optimizador resuelva a optimalidad en tiempos cortos incluso para las clases con mayor cantidad de nodos, esto puede observarse con detalle en las Tablas de resultados incluidas en el Apéndice A.

En general, el desempeño del optimizador muestra mejores resultados para el modelo Min-Max para el cual el gap máximo es de 78.33% mientras que en el caso del modelo Max-Min se alcanza un gap de hasta 148.59%.

5.3 COMPARACIÓN DE LOS MODELOS

Para determinar la robustez de los modelos, las soluciones del modelo Max-Min se evalúan en la función objetivo del modelo Min-Max y viceversa. Una vez evaluadas las soluciones, se calcula la diferencia porcentual entre el valor objetivo de la evaluación de la solución y el valor objetivo de la mejor solución encontrada por CPLEX en el modelo correspondiente.

Por ejemplo, considere S^* la mejor solución encontrada al resolver una instancia con el modelo Max-Min, en la cual se tienen dos rutas con puntuaciones A y B , respectivamente. Si la media de las puntuaciones de esa instancia es C , la evaluación de esta solución en el modelo Min-Max equivale a determinar la máxima de las desviaciones de las rutas respecto a C , es decir

$$f_2(S) = \max_{k=1, \dots, m} \left\{ \left| \mu - \sum_{i=1}^{19} s_i y_{ik} \right| \right\},$$

que en este caso equivale a

$$f_2(S^*) = \max \{|C - A|, |C - B|\}.$$

Sea $Z_{max-min}$ el valor objetivo de la mejor solución encontrada (S_1) por el optimizador al resolver el modelo Max-Min y $Z_{min-max}$ el valor objetivo de la mejor

solución encontrada (S_2) por el optimizador al resolver el modelo Min-Max. El cálculo de la desviación porcentual depende del modelo. Para determinar la desviación porcentual entre el valor objetivo del modelo Max-Min y la evaluación correspondiente se emplea la ecuación (5.1).

$$\Delta_1 = 100 \times \frac{Z_{max-min} - f_1(S_2)}{Z_{max-min}}, \quad (5.1)$$

donde $f_1(S) = \min_{k=1, \dots, m} \left\{ \sum_{i=1}^{n-1} s_i y_{ik} \right\}$. Mientras que la desviación porcentual entre el valor objetivo del modelo Min-Max y la evaluación de la mejor solución del modelo Max-Min, se calcula mediante la ecuación (5.2)

$$\Delta_2 = -100 \times \frac{Z_{min-max} - f_2(S_1)}{Z_{min-max}}. \quad (5.2)$$

En ambos casos, obtener una desviación negativa significa que la evaluación de la solución es mejor que el valor obtenido por el optimizador en el modelo correspondiente.

La evaluación de las soluciones y el cálculo de la desviación porcentual se realiza para cada una de las soluciones de ambos modelos. Los resultados del análisis se resumen en la Tabla 5.4. En ésta se reporta la desviación porcentual mínima, promedio y máxima obtenida de las evaluaciones correspondientes en cada uno de los casos. Los resultados en la tercera, cuarta y quinta columna corresponden a la desviación porcentual de la evaluación de las soluciones obtenidas al resolver el modelo Min-Max en el modelo Max-Min y los resultados en la sexta, séptima y octava columna corresponden a la desviación porcentual de la evaluación de las soluciones del modelo Max-Min en el modelo Min-Max. De estos resultados se puede resaltar que los resultados de ambos modelos coinciden para la clase I, además también coinciden para la clase II con tres y cuatro rutas y para la clase III y IV con cuatro rutas.

En promedio, la mejor desviación de las evaluaciones de las soluciones del modelo Min-Max se obtiene para la clase VII con un 3.29 %, mientras que la mejor desviación se tiene alcanza en la clase V con un 24.14 %.

Tabla 5.4: Resultados de la evaluación de las soluciones versus CPLEX.

Clase	Rutas	Δ_1			Δ_2		
		Min	Prom	Max	Min	Prom	Max
Clase I	2	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Clase II	2	-12.5	-1.19	0.00	0.00	1.53	19.05
	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Clase III	2	-4.35	-0.22	0.00	0.00	0.31	6.25
	3	-12.50	-0.27	7.14	-7.31	-0.08	5.66
	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Clase IV	2	-8.33	-0.65	1.20	-3.33	1.30	17.65
	3	-7.41	0.93	14.81	-27.91	-0.49	24.00
	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
Clase V	2	-10.26	1.59	21.95	-39.18	-3.06	45.83
	3	-17.24	0.09	21.69	-38.30	-2.42	7.89
	4	-24.14	-2.76	12.00	-27.08	-0.66	11.63
Clase VI	2	-3.38	-0.14	3.32	-19.00	-0.25	11.38
	3	-17.62	-0.72	14.59	-31.51	1.58	68.54
	4	-20.00	-2.38	4.73	-4.98	4.18	42.16
Clase VII	2	-11.82	-3.29	4.83	-3.86	1.76	10.06
	3	-13.69	0.95	26.84	-14.70	-0.75	10.57
	4	-20.86	2.04	26.47	-14.37	-0.18	14.76
Promedio		-8.77	-0.29	7.60	-11.03	0.13	14.07

Los resultados de la evaluación de las soluciones del modelo Max-Min alcanzan desviaciones mayores que en el caso contrario, las evaluaciones de la clase VI se alejan del valor objetivo de las mejores soluciones reportadas por el optimizador. En promedio, la mejor desviación se obtiene en la clase V con un 3.06%, además es en esta misma clase que se obtiene la máxima mejora del 39.09% en una instancia.

No obstante, de esta tabla no se puede concluir en concreto si un modelo es mejor que otro por lo que se analiza la robustez de ambos modelos mediante pruebas estadísticas. Lo que se desea analizar es si hay diferencia significativa entre las desviaciones Δ_1 y Δ_2 de todas las instancias.

Debido a que las muestras analizadas son pareadas y una de ellas no sigue una distribución normal, se utiliza la prueba de los rangos con signo de Wilcoxon que está implementada en lenguaje de programación R.

La teoría del test se basa en el supuesto que los valores observados en las dos muestras serán distintos (DeGroot y Schervish, 2012), es por esto que se consideran únicamente los resultados que son diferentes. Una vez guardados los datos que cumplen con esta condición, se tiene que hay un total de 134 instancias para las cuales las desviaciones son distintas. El detalle de los resultados de las correspondientes evaluaciones de estas instancias se registran en el Apéndice A, sección A.1.

La hipótesis nula H_0 que adopta el test es que la mediana de las diferencias es cero. En este caso la hipótesis alternativa se considera bilateral, esto es, $H_1 :=$ la mediana de las diferencias es distinta de cero.

En la Figura 5.1 se muestran de forma sintetizada, en un gráfico de violines, los resultados de las desviaciones obtenidas en las evaluaciones de las 134 instancias para las cuales $\Delta_1 \neq \Delta_2$. Puede observarse que los valores son similares en ambas evaluaciones aunque hay varios casos aislados en los resultados de las evaluaciones de las soluciones del modelo Max-Min.

El resultado de la prueba estadística indica que con un 95% de confianza se

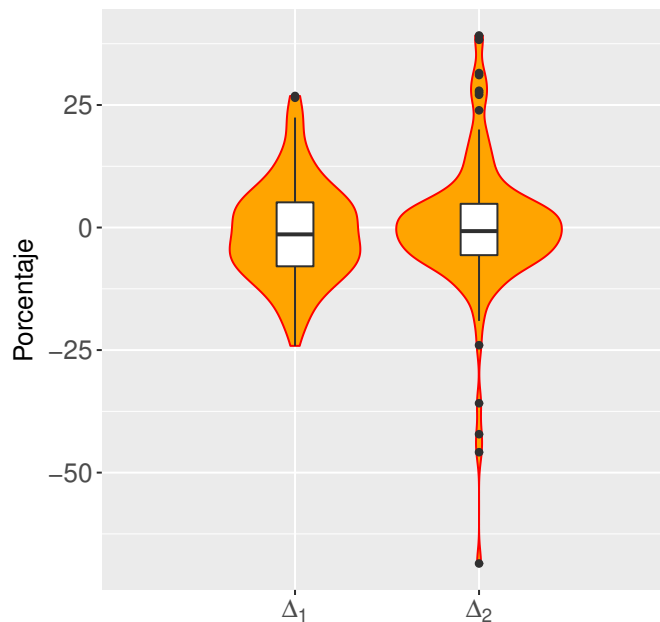


Figura 5.1: Gráfico de violines de los resultados de la evaluación de las soluciones.

acepta la hipótesis nula de que no hay diferencia significativa entre las soluciones de los modelos, ya que el p -valor = 0.1069 es mayor que el nivel de significancia 0.05. Por lo tanto, no existe evidencia estadística de que un modelo sea más robusto que otro.

Note que esta conclusión únicamente es válida bajo las condiciones en las cuales se obtuvieron los resultados. Recuerde que no todas las soluciones con las cuales se realiza el análisis son óptimas, esto por los criterios de paro que se utilizaron al resolver las instancias.

5.4 DESEMPEÑO DEL ALGORITMO DE SOLUCIÓN

El algoritmo propuesto se codificó en el lenguaje de programación C++. El desempeño del mismo es evaluado con el grupo de instancias descritas previamente, bajo el mismo entorno experimental usado con el optimizador CPLEX.

En la Tabla 5.5 se reportan por separado, los tiempos totales de ejecución, en segundos, requeridos por CPLEX y por el algoritmo GRASP reactivo para obtener las soluciones de cada una de las instancias en ambos modelos.

El gap, en porcentaje, se mide de acuerdo a la función (5.3).

$$Gap = 100 \times \frac{Z_{cplex} - Z_{grasp}}{Z_{cplex}}, \quad (5.3)$$

donde Z_{cplex} y Z_{grasp} representan el valor de la función objetivo obtenida por CPLEX y el GRASP reactivo, respectivamente.

De esta forma, para un modelo cuya función objetivo es maximizar, un gap negativo indica que el valor obtenido de la metaheurística es mejor que el obtenido con el optimizador. Mientras que para un modelo que busca minimizar es lo contrario, es decir, un gap negativo indica que el valor obtenido del optimizador es mejor que el obtenido con la metaheurística.

Para evitar posibles confusiones al momento de comparar los resultados de ambos modelos, el gap en el caso del modelo Min-Max se multiplica por (-1), de tal forma que en ambos modelos un gap negativo indique que el valor de la metaheurística es mejor que el del optimizador.

Los resultados obtenidos para el modelo Max-Min y Min-Max se resumen en las Tablas 5.6 y 5.7, respectivamente. El gap mínimo, promedio y máximo, se muestra en la tercera, cuarta y quinta columna, respectivamente; en la sexta columna se reportan los tiempos de ejecución en segundos, mientras que las últimas dos columnas muestran los óptimos obtenidos con el optimizador y los óptimos alcanzados con el GRASP reactivo en comparación con los de CPLEX.

Para un análisis más detallado se han incluido en el Apéndice A los resultados de la experimentación realizada con el optimizador CPLEX y la metaheurística tipo GRASP reactiva, de cada una de las 353 instancias adaptadas de la literatura.

Tabla 5.5: Tiempos de ejecución totales, en segundos, requeridos por el algoritmo GRASP y el optimizador CPLEX para ambos modelos.

Clase	Rutas	Max-Min		Min-Max	
		GRASP	CPLEX	GRASP	CPLEX
Clase I	2	9.40	10728.77	9.97	9426.67
	3	9.35	3931.60	9.95	675.93
	4	9.03	25.49	9.65	41.99
Clase II	2	26.74	26327.56	26.97	12941.48
	3	20.39	1888.61	21.75	3250.62
	4	20.19	5056.46	21.13	6834.86
Clase III	2	37.57	20047.07	38.30	12255.18
	3	39.15	98831.78	39.91	99585.59
	4	34.99	5289.74	35.37	9798.26
Clase IV	2	74.92	20395.82	74.02	20621.74
	3	56.31	19575.95	56.01	20319.27
	4	30.20	7745.19	30.41	3207.77
Clase V	2	152.11	151894.91	151.39	149735.68
	3	124.51	120341.59	124.48	127394.11
	4	119.06	137643.96	123.99	137684.21
Clase VI	2	344.63	103128.73	361.53	95235.19
	3	271.13	109011.49	280.02	111947.77
	4	231.84	108749.19	246.42	109113.60
Clase VII	2	283.49	123356.49	282.65	123739.05
	3	254.89	122687.43	264.89	122571.18
	4	225.52	115358.98	245.54	115343.51
Totales		2375.42	1312016.81	2454.35	1291723.66

5.4.1 MODELO MAX-MIN

En promedio, los resultados del algoritmo para las instancias pequeñas (clase I y II) se muestran competitivos con los resultados obtenidos del optimizador. Sin embargo, en los tiempos de ejecución de cada una de estas clases se tiene un ahorro considerable, el GRASP reactivo utiliza aproximadamente un 0.19 % del tiempo total que el optimizador emplea para obtener las soluciones de la clase I y un 0.2 % en la clase II.

En promedio, el mejor desempeño de la metaheurística se alcanza en las últimas tres clases de instancias, en donde la máxima mejora promedio es del 16.06 %.

De un total de 185 óptimos reportados por CPLEX, el método propuesto logró alcanzar 161, es decir, un 5 % menos que el optimizador. Además, logró mejorar los valores de la función objetivo de 112 instancias, alcanzando un máximo de 63.29 % de mejora. En los tiempos de ejecución, en total, el algoritmo usa un 0.18 % del tiempo que el optimizador emplea para resolver las 353 instancias.

La peor solución encontrada por el GRASP se aleja en un 14.29 % de lo reportado por el optimizador y corresponde a una instancia de la clase III para cuatro rutas.

5.4.2 MODELO MIN-MAX

Todos los resultados del algoritmo en las instancias de la clase I coinciden con los reportados por el optimizador. Para las clases II y III, no se logra ninguna mejora. Sin embargo, en promedio los resultados son competitivos además de que las soluciones son encontradas en tiempos mucho más cortos que los que usa el optimizador.

En promedio, el mejor desempeño de la metaheurística se alcanza para las

Tabla 5.6: Resultados del GRASP versus CPLEX para el modelo Max-Min.

Clase	Rutas	Gap (%)			Tiempo(s)	Óptimos	
		Min	Prom	Max		Cplex	G vs C
Clase I	2	0.00	0.41	4.55	0.85	10/11	9/10
	3	0.00	0.00	0.00	0.85	11/11	11/11
	4	0.00	0.00	0.00	0.82	11/11	11/11
Clase II	2	-6.25	-0.11	4.35	1.57	14/17	13/14
	3	0.00	0.00	0.00	1.27	16/16	16/16
	4	0.00	1.67	12.50	1.35	15/15	13/15
Clase III	2	0.00	0.60	5.71	1.88	18/20	15/18
	3	-12.50	0.66	7.14	1.96	7/20	7/7
	4	0.00	1.21	14.29	1.75	20/20	18/20
Clase IV	2	-5.56	1.17	8.16	6.81	10/11	7/10
	3	-3.70	0.52	5.56	7.04	6/8	4/6
	4	0.00	1.52	4.17	6.04	4/5	2/4
Clase V	2	-15.48	-3.45	2.88	6.08	5/25	5/5
	3	-50.00	-9.79	3.57	4.98	10/25	9/10
	4	-41.86	-15.17	0.00	4.96	5/24	5/5
Clase VI	2	-1.41	3.21	8.13	17.23	8/20	3/8
	3	-15.41	-3.39	7.60	14.27	5/19	3/5
	4	-23.59	-4.27	7.21	13.64	2/17	2/2
Clase VII	2	-27.80	-10.57	0.00	14.17	3/20	3/3
	3	-33.92	-12.35	0.00	13.42	2/19	2/2
	4	-63.29	-16.06	1.47	11.87	3/19	3/3
Total						161/185	

Tabla 5.7: Resultados del GRASP versus CPLEX para el modelo Min-Max.

Clase	Rutas	Gap (%)			Tiempo(s)	Óptimos	
		Min	Prom	Max		Cplex	G vs C
Clase I	2	0.00	0.00	0.00	0.91	10/11	10/10
	3	0.00	0.00	0.00	0.90	11/11	11/11
	4	0.00	0.00	0.00	0.88	11/11	11/11
Clase II	2	0.00	2.51	18.18	1.59	17/17	13/17
	3	0.00	0.57	9.09	1.36	16/16	15/16
	4	0.00	1.07	16.00	1.41	15/15	14/15
Clase III	2	0.00	3.21	20.00	1.92	20/20	15/20
	3	0.00	2.06	21.43	2.00	7/20	7/7
	4	0.00	1.67	33.33	1.77	20/20	19/20
Clase IV	2	0.00	8.20	57.14	6.73	10/11	7/10
	3	-17.44	-0.68	12.00	7.00	6/8	5/6
	4	0.00	2.11	7.41	6.08	5/5	3/5
Clase V	2	-30.00	-7.13	4.17	6.06	5/25	5/5
	3	-42.55	-9.59	3.39	4.98	9/25	9/9
	4	-41.03	-9.73	0.00	5.17	5/24	5/5
Clase VI	2	-16.13	6.04	18.44	18.08	8/20	3/8
	3	-17.25	-3.34	14.09	14.74	5/19	3/5
	4	-25.89	-13.28	-3.75	14.50	2/17	2/2
Clase VII	2	-16.31	-4.65	0.00	14.13	3/20	3/3
	3	-22.18	-6.99	0.00	13.94	2/19	2/2
	4	-24.64	-7.28	0.32	12.92	3/19	3/3
Total						159/189	

últimas tres clases de instancias, en donde la máxima mejora promedio para este caso es del 13.28 %.

Para este modelo, CPLEX reporta un total de 189 óptimos de los cuales 159 son alcanzados con la metaheurística propuesta. Se logran mejorar los valores reportados de 121 instancias alcanzando un máximo del 42.55 % de mejora. En los tiempos de ejecución, en total, el algoritmo usa un 0.19 % del tiempo que el optimizador emplea para resolver las 353 instancias.

Los peores resultados que el algoritmo reporta, se encuentran en la clase III en el grupo correspondiente a cuatro rutas y en la clase IV en el grupo de dos rutas, ya que la solución encontrada por el GRASP se aleja en un 33.33 % y 57.14 % de la reportada por el optimizador, respectivamente.

CAPÍTULO 6

CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

En este Capítulo se presentan las conclusiones del trabajo y las posibles extensiones y/o mejoras que se pueden realizar.

6.1 CONCLUSIONES

Este trabajo estudia un problema de planificación de servicios de telecomunicaciones que consiste determinar la asignación y secuencia de órdenes de servicio a cuadrillas de trabajadores de manera que se balancee el salario entre las mismas sin que dicha asignación exceda la duración de la jornada laboral.

Dos formulaciones para el problema son propuestas cuya diferencia radica en la forma que se aborda el balanceo del salario de las cuadrillas. Estas formulaciones se basan en el modelo del TOP considerando además restricciones de compatibilidad entre nodos y vehículos.

Se implementa una metaheurística tipo GRASP reactiva como método de solución, la cual logra tener un buen desempeño sobre un gran conjunto de instancias adaptadas de la literatura. El algoritmo logra obtener soluciones de buena calidad en tiempos de cómputo aceptables, resolviendo a optimalidad 161 de las 185 instancias reportadas por el optimizador en el caso del modelo Max-Min y 159 de 189 en el

modelo Min-Max.

Además, logra mejorar los resultados reportados por el optimizador en 112 instancias en el modelo Max-Min y 121 en el modelo Min-Max, lo que equivale a cerca de un tercio del total de las instancias.

6.2 TRABAJO FUTURO

Como trabajo futuro, el principal objetivo sería extender las formulaciones presentadas para incluir ventanas de tiempo ya que la situación que motivó este trabajo las considera. Por un lado, los clientes pueden elegir un horario en el cual desean que la cuadrilla de técnicos realice la orden de servicio y por otro, las cuadrillas de trabajadores tienen distintos horarios de jornada laboral.

Se pueden diseñar posibles mejoras al algoritmo propuesto como implementar nuevos vecindarios o reemplazar la búsqueda local y hacer uso de una metaheurística como fase de mejora. Además, se pueden proponer otras alternativas de solución que permitan resolver las formulaciones presentadas y las formulaciones con ventanas de tiempo.

Asimismo se puede explorar optimización multiobjetivo. Por ejemplo, la extensión con ventanas de tiempo puede considerar como segundo objetivo minimizar la penalización por no cumplir con las ventanas.

APÉNDICE A

TABLAS DE RESULTADOS

En este Apéndice se presentan las tablas de resultados de los distintos experimentos computacionales que fueron realizados.

El nombre de la instancia se escribe como **pa.b.c**, donde *a* distingue el grupo al que pertenece la instancia (ver Tabla A.1), *b* es en número de rutas y *c* es una clave para distinguir las instancias en la misma clase. Por ejemplo, la instancia **p6.3.m** corresponde a una instancia de la clase IV que considera tres rutas.

Tabla A.1: Correspondencia grupo-clase de las instancias.

Grupo (a)	1	2	3	4	5	6	7
Clase	II	I	III	VI	V	IV	VII

A.1 RESULTADOS DE LA COMPARACIÓN DE LOS MODELOS

Los resultados para los cuales la evaluación es distinta de lo obtenido con el optimizador en el modelo correspondiente se muestran en la Tabla A.2. En la tercera columna se reporta el resultado de la evaluación de las soluciones del modelo Min-

Max en el modelo Max-Min y en la cuarta la desviación correspondiente. En la sexta columna se muestra el resultado de la evaluación de las soluciones del modelo Max-Min en el modelo Min-Max y su correspondiente desviación se reporta en la séptima columna.

Tabla A.2: Resultados de la evaluación de las soluciones.

Instancia	Soluciones Min-Max			Soluciones Max-Min		
	$Z_{\max-\min}$	Evaluación	Δ_1	$Z_{\min-\max}$	Evaluación	Δ_2
p1.2.k	65	70	-7.69	72.5	77.5	-6.90
p1.2.m	80	90	-12.5	52.5	62.5	-19.05
p3.2.l	230	240	-4.35	160	170	-6.25
p3.3.i	80	90	-12.5	176.67	186.67	-5.66
p3.3.l	140	130	7.14	136.67	126.67	7.32
p6.2.k	432	468	-8.33	204	240	-17.65
p6.2.l	498	492	1.20	180	174	3.33
p6.3.m	324	276	14.81	172	124	27.91
p6.3.n	324	348	-7.41	100	124	-24
p5.2.b	5	5	0	835	825	1.20
p5.2.h	175	185	-5.71	655	665	-1.53
p5.2.i	205	160	21.95	680	635	6.62
p5.2.k	260	275	-5.77	565	580	-2.65
p5.2.l	320	315	1.56	525	520	0.95
p5.2.m	345	355	-2.90	485	295	39.18
p5.2.n	370	355	4.05	485	470	3.09
p5.2.o	390	430	-10.26	410	450	-9.76
p5.2.p	465	445	4.30	395	375	5.06
p5.2.r	520	515	0.96	325	320	1.54
p5.2.s	555	550	0.90	290	285	1.72
p5.2.t	590	495	16.10	345	250	27.54
p5.2.u	595	565	5.04	275	245	10.91
p5.2.v	600	540	10	300	240	20

Continúa en la siguiente página

Instancia	Soluciones Min-Max			Soluciones Max-Min		
	$Z_{\max-\min}$	Evaluación	Δ_1	$Z_{\min-\max}$	Evaluación	Δ_2
p5.2.w	605	570	5.79	270	235	12.96
p5.2.x	665	625	6.02	215	175	18.60
p5.2.y	625	650	-4	190	215	-13.16
p5.2.z	665	720	-8.27	120	175	-45.83
p5.3.k	140	135	3.57	425	420	1.18
p5.3.m	155	170	-9.68	390	405	-3.85
p5.3.n	145	170	-17.24	390	415	-6.41
p5.3.o	180	200	-11.11	360	380	-5.56
p5.3.p	170	195	-14.71	365	390	-6.85
p5.3.q	245	265	-8.16	295	315	-6.78
p5.3.r	215	235	-9.30	325	345	-6.15
p5.3.s	290	275	5.17	285	270	5.26
p5.3.t	290	255	12.07	305	270	11.48
p5.3.u	305	275	9.84	285	255	10.53
p5.3.v	340	300	11.76	260	220	15.38
p5.3.w	305	310	-1.64	250	255	-2
p5.3.x	355	370	-4.23	190	205	-7.89
p5.3.y	385	330	14.29	230	175	23.91
p5.3.z	415	325	21.69	235	145	38.30
p5.4.j	50	60	-20	360	370	-2.78
p5.4.k	60	65	-8.33	355	360	-1.41
p5.4.l	75	80	-6.67	340	345	-1.47
p5.4.m	85	95	-11.76	325	335	-3.08
p5.4.n	105	95	9.52	325	315	3.08
p5.4.o	125	110	12	310	295	4.84
p5.4.p	120	135	-12.5	285	300	-5.26
p5.4.q	135	140	-3.70	280	285	-1.79
p5.4.s	145	180	-24.14	240	175	27.08
p5.4.t	180	160	11.11	260	240	7.69

Continúa en la siguiente página

Instancia	Soluciones Min-Max			Soluciones Max-Min		
	$Z_{\max-\min}$	Evaluación	Δ_1	$Z_{\min-\max}$	Evaluación	Δ_2
p5.4.u	180	205	-13.89	215	240	-11.63
p5.4.v	205	210	-2.44	210	215	-2.38
p5.4.w	235	215	8.51	205	185	9.76
p5.4.y	250	260	-4	160	170	-6.25
p5.4.z	215	225	-4.65	195	205	-5.13
p4.2.g	325	336	-3.38	317	328	-3.47
p4.2.j	424	420	0.94	233	229	1.72
p4.2.l	463	462	0.22	191	190	0.52
p4.2.m	477	475	0.42	178	176	1.12
p4.2.n	495	498	-0.61	155	158	-1.94
p4.2.o	500	512	-2.4	141	153	-8.51
p4.2.p	516	530	-2.71	123	137	-11.38
p4.2.q	547	541	1.10	112	106	5.36
p4.2.r	546	552	-1.10	101	107	-5.94
p4.2.s	572	553	3.32	100	81	19
p4.2.t	568	560	1.41	93	85	8.60
p4.3.e	118	118	0	317.33	217.33	31.51
p4.3.h	173	175	-1.16	260.33	262.33	-0.77
p4.3.i	191	195	-2.09	240.33	244.33	-1.66
p4.3.j	207	192	7.25	243.33	228.33	6.16
p4.3.k	208	196	5.80	239.33	227.33	5.01
p4.3.l	222	234	-5.41	201.33	213.33	-5.96
p4.3.m	238	229	3.78	206.33	197.33	4.36
p4.3.n	255	268	-5.10	167.33	180.33	-7.77
p4.3.o	261	307	-17.62	128.33	174.33	-35.85
p4.3.p	329	281	14.59	154.33	106.33	31.10
p4.3.q	333	336	-0.90	99.33	102.33	-3.02
p4.3.s	347	331	4.61	104.33	88.33	15.34
p4.3.t	305	358	-17.38	77.33	130.33	-68.54

Continúa en la siguiente página

Instancia	Soluciones Min-Max			Soluciones Max-Min		
	$Z_{\max-\min}$	Evaluación	Δ_1	$Z_{\min-\max}$	Evaluación	Δ_2
p4.4.i	124	131	-5.65	195.5	202.5	-3.58
p4.4.j	139	136	2.16	190.5	187.5	1.57
p4.4.l	169	161	4.73	165.5	157.5	4.83
p4.4.m	173	166	4.05	160.5	153.5	4.36
p4.4.n	172	189	-9.88	137.5	154.5	-12.36
p4.4.o	176	191	-8.52	135.5	150.5	-11.07
p4.4.p	197	194	1.52	132.5	129.5	2.26
p4.4.q	189	198	-4.76	128.5	137.5	-7.00
p4.4.r	212	206	2.83	120.5	114.5	4.98
p4.4.s	204	218	-6.86	108.5	122.5	-12.90
p4.4.t	195	234	-20	92.5	131.5	-42.16
p7.2.e	94	105	-11.70	624	635	-1.76
p7.2.f	141	152	-7.80	577	588	-1.91
p7.2.g	166	175	-5.42	554	563	-1.62
p7.2.h	181	191	-5.52	538	548	-1.86
p7.2.i	197	207	-5.08	522	532	-1.92
p7.2.j	232	225	3.02	504	497	1.39
p7.2.k	220	246	-11.82	483	509	-5.38
p7.2.l	257	249	3.11	480	472	1.67
p7.2.m	241	266	-10.37	463	488	-5.40
p7.2.n	326	318	2.45	411	403	1.95
p7.2.o	331	315	4.83	414	398	3.86
p7.2.p	348	350	-0.57	379	381	-0.53
p7.2.q	367	358	2.45	371	362	2.43
p7.2.r	343	375	-9.33	354	386	-9.04
p7.2.s	390	421	-7.95	308	339	-10.06
p7.2.t	381	404	-6.04	325	348	-7.08
p7.3.e	43	47	-9.30	439	443	-0.91
p7.3.h	96	104	-8.33	382	390	-2.09

Continúa en la siguiente página

Instancia	Soluciones Min-Max			Soluciones Max-Min		
	$Z_{\max-\min}$	Evaluación	Δ_1	$Z_{\min-\max}$	Evaluación	Δ_2
p7.3.j	134	123	8.21	363	352	3.03
p7.3.k	151	143	5.30	343	335	2.33
p7.3.l	132	121	8.33	365	354	3.01
p7.3.m	190	139	26.84	347	296	14.70
p7.3.n	180	169	6.11	317	306	3.47
p7.3.o	168	191	-13.69	295	318	-7.80
p7.3.p	171	182	-6.43	304	315	-3.62
p7.3.q	214	240	-12.15	246	272	-10.57
p7.3.r	204	193	5.39	293	282	3.75
p7.3.t	271	250	7.75	236	215	8.90
p7.4.f	33	30	9.09	334.5	331.5	0.90
p7.4.g	43	34	20.93	330.5	321.5	2.72
p7.4.h	51	53	-3.92	311.5	313.5	-0.64
p7.4.i	68	50	26.47	314.5	296.5	5.72
p7.4.j	74	76	-2.70	288.5	290.5	-0.69
p7.4.k	90	84	6.67	280.5	274.5	2.14
p7.4.m	93	107	-15.05	257.5	271.5	-5.44
p7.4.n	79	92	-16.46	272.5	285.5	-4.77
p7.4.o	125	105	16	259.5	239.5	7.71
p7.4.p	119	112	5.88	252.5	245.5	2.77
p7.4.q	139	143	-2.88	221.5	225.5	-1.81
p7.4.r	145	155	-6.90	209.5	219.5	-4.77
p7.4.s	156	121	22.44	243.5	208.5	14.37
p7.4.t	139	168	-20.86	196.5	225.5	-14.76

A.2 RESULTADOS DEL MODELO MAX-MIN

En las Tablas A.3 a A.9 se presentan los resultados de las instancias de cada una de las clases. En la segunda, tercera y cuarta columna se reporta el valor de la función objetivo, el gap y el tiempo de ejecución total en segundos que reporta el optimizador CPLEX, respectivamente. Mientras que en últimas tres columnas se reporta el valor de la función objetivo que se obtiene con el algoritmo GRASP, el gap en porcentaje del GRASP respecto a CPLEX y el tiempo de ejecución total del GRASP reactivo al resolver el modelo Max-Min.

Se puede notar que las instancias con mayor valor de T_{max} , generalmente son más difíciles de resolver que aquellas que tienen valores más pequeños, ya que los tiempos para resolverlas y el gap son mayores.

Tabla A.3: Resultados de la clase I, modelo Max-Min.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p2.2.a	45	0	0.55	45	óptimo	0.8
p2.2.b	50	0	8.8	50	óptimo	0.85
p2.2.c	65	0	14.8	65	óptimo	0.95
p2.2.d	75	0	15.08	75	óptimo	0.81
p2.2.e	75	0	31.57	75	óptimo	0.76
p2.2.f	90	0	28.06	90	óptimo	0.83
p2.2.g	100	0	70.65	100	óptimo	0.81
p2.2.h	100	0	496.98	100	óptimo	0.86
p2.2.i	110	0	2280.56	105	4.55	0.82
p2.2.j	115	0	581.71	115	óptimo	0.98
p2.2.k	120	8.33	7200.01	120	0	0.94
p2.3.a	20	0	0.41	20	óptimo	0.79
p2.3.b	20	0	0.93	20	óptimo	0.79
p2.3.c	25	0	0.99	25	óptimo	0.8
p2.3.d	30	0	0.85	30	óptimo	0.82
p2.3.e	40	0	1.16	40	óptimo	0.82

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p2.3.f	40	0	5.04	40	óptimo	0.84
p2.3.g	40	0	5.97	40	óptimo	0.88
p2.3.h	45	0	43	45	óptimo	0.89
p2.3.i	60	0	71.62	60	óptimo	0.87
p2.3.j	60	0	109.18	60	óptimo	0.93
p2.3.k	65	0	3692.44	65	óptimo	0.92
p2.4.a	0	0	0.02	0	óptimo	0.06
p2.4.b	10	0	0.08	10	óptimo	0.86
p2.4.c	10	0	0.23	10	óptimo	0.86
p2.4.d	10	0	0.5	10	óptimo	0.85
p2.4.e	10	0	0.39	10	óptimo	0.86
p2.4.f	25	0	0.32	25	óptimo	1.09
p2.4.g	25	0	0.41	25	óptimo	1.01
p2.4.h	25	0	3.17	25	óptimo	0.99
p2.4.i	25	0	5.17	25	óptimo	0.83
p2.4.j	25	0	4.28	25	óptimo	0.79
p2.4.k	40	0	10.91	40	óptimo	0.82

Tabla A.4: Resultados de la clase II, modelo Max-Min.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p1.2.b	5	0	0.03	5	óptimo	1.18
p1.2.c	5	0	0.26	5	óptimo	1.21
p1.2.d	10	0	3.08	10	óptimo	1.25
p1.2.e	20	0	10.88	20	óptimo	1.24
p1.2.f	30	0	36.47	30	óptimo	1.39
p1.2.g	35	0	496.64	35	óptimo	1.55
p1.2.h	45	0	137.99	45	óptimo	1.56
p1.2.i	55	0	118.4	55	óptimo	1.69
p1.2.j	65	0	214.47	65	óptimo	1.66
p1.2.k	65	19.48	7200	65	0	1.73

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p1.2.l	80	0	249.11	80	óptimo	1.77
p1.2.m	80	14.11	7200	85	-6.25	1.73
p1.2.n	95	0	791.55	95	óptimo	1.73
p1.2.o	95	0	567.92	95	óptimo	1.78
p1.2.p	95	13.04	7200	95	0	1.8
p1.2.q	105	0	1298.5	105	óptimo	1.71
p1.2.r	115	0	802.27	110	4.35	1.77
p1.3.c	0	0	0.03	0	óptimo	0.09
p1.3.d	0	0	0.1	0	óptimo	0.09
p1.3.e	5	0	0.2	5	óptimo	1.18
p1.3.f	10	0	0.34	10	óptimo	1.38
p1.3.g	10	0	2.07	10	óptimo	1.24
p1.3.h	20	0	3.64	20	óptimo	1.23
p1.3.i	30	0	30.62	30	óptimo	1.62
p1.3.j	30	0	8.75	30	óptimo	1.42
p1.3.k	35	0	8.21	35	óptimo	1.44
p1.3.l	40	0	417.08	40	óptimo	1.46
p1.3.m	45	0	15.52	45	óptimo	1.56
p1.3.n	50	0	106.8	50	óptimo	1.51
p1.3.o	50	0	28.73	50	óptimo	1.51
p1.3.p	50	0	34.34	50	óptimo	1.6
p1.3.q	55	0	1194.27	55	óptimo	1.49
p1.3.r	60	0	37.9	60	óptimo	1.56
p1.4.d	0	0	0.04	0	óptimo	0.1
p1.4.e	0	0	0.06	0	óptimo	0.1
p1.4.f	5	0	0.27	5	óptimo	1.61
p1.4.g	5	0	0.38	5	óptimo	1.38
p1.4.h	10	0	1.34	10	óptimo	1.46
p1.4.i	10	0	10.42	10	óptimo	1.74
p1.4.j	15	0	27.11	15	óptimo	1.37
p1.4.k	20	0	20.36	20	óptimo	1.48
p1.4.l	20	0	4816.82	20	óptimo	1.64
p1.4.m	25	0	21.07	25	óptimo	1.58

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p1.4.n	30	0	7.88	30	óptimo	1.57
p1.4.o	35	0	27.11	35	óptimo	1.53
p1.4.p	35	0	46.96	35	óptimo	1.52
p1.4.q	40	0	13.15	35	12.5	1.54
p1.4.r	40	0	63.48	35	12.5	1.58

Tabla A.5: Resultados de la clase III, modelo Max-Min.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p3.2.a	30	0	0.78	30	óptimo	1.29
p3.2.b	70	0	1.96	70	óptimo	1.48
p3.2.c	80	0	6.96	80	óptimo	1.58
p3.2.d	100	0	18.72	100	óptimo	1.68
p3.2.e	110	0	563.43	110	óptimo	1.66
p3.2.f	130	0	599.77	130	óptimo	1.9
p3.2.g	150	0	163.18	150	óptimo	2.04
p3.2.h	170	0	209.44	170	óptimo	1.98
p3.2.i	190	0	1189.14	190	óptimo	2.06
p3.2.j	210	0	829.44	210	óptimo	1.97
p3.2.k	230	0	387.06	230	óptimo	2.06
p3.2.l	230	6.18	7200	230	0	2.1
p3.2.m	250	4	7200	250	0	1.99
p3.2.n	270	0	494.18	270	óptimo	2.05
p3.2.o	290	0	163.77	290	óptimo	2.09
p3.2.p	300	0	77.7	300	óptimo	1.98
p3.2.q	310	0	108.7	300	3.23	2.08
p3.2.r	320	0	198.85	310	3.12	1.86
p3.2.s	330	0	364.79	330	óptimo	1.91
p3.2.t	350	0	269.2	330	5.71	1.82
p3.3.a	10	0	0.07	10	óptimo	1.5
p3.3.b	10	0	0.57	10	óptimo	1.4

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p3.3.c	30	0	1	30	óptimo	1.71
p3.3.d	50	0	1.71	50	óptimo	1.81
p3.3.e	60	0	19.35	60	óptimo	1.8
p3.3.f	70	0	664.28	70	óptimo	1.8
p3.3.g	70	0	4544.71	70	óptimo	1.98
p3.3.h	80	25	7200.02	80	0	2.07
p3.3.i	80	37.5	7200	90	-12.5	2.21
p3.3.j	100	30	7200.01	100	0	2.04
p3.3.k	120	16.67	7200.03	120	0	2.16
p3.3.l	140	7.14	7200.01	130	7.14	2.14
p3.3.m	150	6.67	7200	140	6.67	2.3
p3.3.n	160	11.76	7200.01	150	6.25	2.06
p3.3.o	170	11.76	7200.01	170	0	2.15
p3.3.p	180	5.9	7200	170	5.56	2.15
p3.3.q	180	15.08	7200.01	180	0	2.15
p3.3.r	190	13.51	7200	190	0	2
p3.3.s	200	10	7200	200	0	1.83
p3.3.t	220	4.55	7200	220	0	1.91
p3.4.a	0	0	0.03	0	óptimo	0.13
p3.4.b	0	0	0.06	0	óptimo	0.14
p3.4.c	10	0	0.13	10	óptimo	1.63
p3.4.d	10	0	0.12	10	óptimo	1.67
p3.4.e	30	0	1.01	30	óptimo	1.91
p3.4.f	30	0	0.74	30	óptimo	1.69
p3.4.g	40	0	17.16	40	óptimo	1.76
p3.4.h	40	0	259.35	40	óptimo	1.9
p3.4.i	50	0	453.38	50	óptimo	1.82
p3.4.j	60	0	576.66	60	óptimo	2.1
p3.4.k	60	0	2485.7	60	óptimo	2.13
p3.4.l	70	0	131.17	70	óptimo	1.99
p3.4.m	70	0	27.93	70	óptimo	1.9
p3.4.n	70	0	21.63	70	óptimo	1.89
p3.4.o	80	0	32.31	80	óptimo	1.95

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p3.4.p	100	0	39.13	90	10	2.02
p3.4.q	100	0	53.48	100	óptimo	2.08
p3.4.r	110	0	65.12	110	óptimo	2.21
p3.4.s	140	0	444.54	120	14.29	2.12
p3.4.t	140	0	680.08	140	óptimo	1.94

Tabla A.6: Resultados de la clase IV, modelo Max-Min.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p6.2.d	84	0	2.14	84	óptimo	4.12
p6.2.e	162	0	3.01	162	óptimo	5.44
p6.2.f	246	0	1.26	246	óptimo	6.47
p6.2.g	306	0	1.42	306	óptimo	7
p6.2.h	360	0	2.77	360	óptimo	7.29
p6.2.i	402	0	419.86	402	óptimo	7.37
p6.2.j	426	0	2450.93	426	óptimo	7.48
p6.2.k	432	8.33	7200	456	-5.56	7.51
p6.2.l	498	0	6139.23	480	3.61	7.41
p6.2.m	546	0	3900.46	510	6.59	7.5
p6.2.n	588	0	274.75	540	8.16	7.32
p6.3.g	84	0	13.28	84	óptimo	5.1
p6.3.h	132	0	25.33	132	óptimo	6.16
p6.3.i	192	0	35.86	192	óptimo	6.91
p6.3.j	228	0	110.98	228	óptimo	7.39
p6.3.k	258	0	3069.54	252	2.33	7.47
p6.3.l	282	4.85	7200.01	282	0	7.67
p6.3.m	324	0	1920.96	306	5.56	7.71
p6.3.n	324	10.61	7200	336	-3.7	7.91
p6.4.j	78	0	33.56	78	óptimo	5.51
p6.4.k	108	5.56	7200.01	108	0	6.16
p6.4.l	144	0	101.5	138	4.17	6.36

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p6.4.m	174	0	288.14	168	3.45	6.09
p6.4.n	186	0	121.97	186	óptimo	6.09

Tabla A.7: Resultados de la clase V, modelo Max-Min.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p5.2.b	5	0	0.58	5	óptimo	2.21
p5.2.c	20	0	8.58	20	óptimo	3.02
p5.2.d	35	0	123.75	35	óptimo	3.39
p5.2.e	65	0	2423.34	65	óptimo	4.04
p5.2.f	95	0	5338.52	95	óptimo	4.33
p5.2.g	135	53.66	7200	135	0	4.93
p5.2.h	175	26.5	7200.01	190	-8.57	5.78
p5.2.i	205	26.44	7200	225	-9.76	6.07
p5.2.j	250	20.58	7200.01	260	-4	6.4
p5.2.k	260	31.63	7200.01	290	-11.54	6.57
p5.2.l	320	19.06	7200	330	-3.12	6.62
p5.2.m	345	21.55	7200.01	340	1.45	6.7
p5.2.n	370	22.02	7200	385	-4.05	6.98
p5.2.o	390	24.99	7200	425	-8.97	7.11
p5.2.p	465	14.13	7200.01	470	-1.08	7.21
p5.2.q	420	33.97	7200	485	-15.48	7.36
p5.2.r	520	14.45	7200	505	2.88	7.15
p5.2.s	555	12.52	7200.01	545	1.8	7.16
p5.2.t	590	10.89	7200.01	580	1.69	7.14
p5.2.u	595	14.9	7200.02	605	-1.68	7.18
p5.2.v	600	17.79	7200.01	630	-5	7.02
p5.2.w	605	20.82	7200.01	655	-8.26	6.85
p5.2.x	665	13.46	7200.02	665	0	7.05
p5.2.y	625	23.84	7200.01	675	-8	6.86
p5.2.z	665	19.12	7200.01	695	-4.51	6.98

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p5.3.b	0	0	0.08	0	óptimo	0.22
p5.3.c	0	0	0.33	0	óptimo	0.22
p5.3.d	15	0	10.49	15	óptimo	3.47
p5.3.e	15	0	50.19	15	óptimo	3.48
p5.3.f	30	0	311.64	30	óptimo	3.86
p5.3.g	40	0	152.99	40	óptimo	4.09
p5.3.h	65	0	3171.55	65	óptimo	4.65
p5.3.i	80	12.5	7200.01	80	0	4.39
p5.3.j	105	0	702.68	105	óptimo	4.73
p5.3.k	140	0	5313.07	135	3.57	5.24
p5.3.l	150	0	2628.37	150	óptimo	5.24
p5.3.m	155	70.32	7200	175	-12.9	5.42
p5.3.n	145	95.9	7200.01	195	-34.48	5.53
p5.3.o	180	78.06	7200.01	230	-27.78	5.76
p5.3.p	170	68.79	7200.02	255	-50	5.83
p5.3.q	245	48.2	7200.01	270	-10.2	6.09
p5.3.r	215	51.51	7200.01	290	-34.88	5.97
p5.3.s	290	38.44	7200.01	305	-5.17	6.28
p5.3.t	290	25.36	7200.01	315	-8.62	6.24
p5.3.u	305	28.6	7200.01	330	-8.2	6.34
p5.3.v	340	23.36	7200.01	370	-8.82	6.19
p5.3.w	305	45.1	7200.01	375	-22.95	6.23
p5.3.x	355	31.29	7200.06	405	-14.08	6.15
p5.3.y	385	26.75	7200.01	420	-9.09	6.54
p5.3.z	415	21.37	7200.01	420	-1.2	6.35
p5.4.c	0	0	0.09	0	óptimo	0.27
p5.4.d	0	0	0.45	0	óptimo	0.27
p5.4.e	0	0	28.27	0	óptimo	0.27
p5.4.f	15	0	62.88	15	óptimo	4.23
p5.4.g	15	0	752.08	15	óptimo	4.11
p5.4.h	30	16.67	7200.01	30	0	4.52
p5.4.i	40	62.5	7200.01	40	0	4.81
p5.4.j	50	148.59	7200.01	65	-30	5.1

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p5.4.k	60	33.33	7200.01	65	-8.33	5.3
p5.4.l	75	20	7200.01	80	-6.67	5.22
p5.4.m	85	130.96	7200.01	100	-17.65	5.41
p5.4.n	105	100	7200.01	115	-9.52	5.69
p5.4.o	125	12	7200.01	135	-8	5.84
p5.4.p	120	51.12	7200.01	140	-16.67	5.8
p5.4.q	135	62.89	7200.01	165	-22.22	5.92
p5.4.r	145	48.28	7200.02	185	-27.59	6.13
p5.4.s	145	62.1	7200.01	200	-37.93	5.99
p5.4.t	180	60.73	7200.01	215	-19.44	6.07
p5.4.u	180	76.98	7200.01	235	-30.56	6.28
p5.4.v	205	46.34	7200.01	255	-24.39	6.4
p5.4.w	235	36.51	7200.01	260	-10.64	6.26
p5.4.x	215	61.38	7200.01	285	-32.56	6.25
p5.4.y	250	44.89	7200.01	300	-20	6.36
p5.4.z	215	73.65	7200.01	305	-41.86	6.57

Tabla A.8: Resultados de la clase VI, modelo Max-Min.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p4.2.a	82	0	24.06	82	óptimo	9.09
p4.2.b	134	0	127.75	134	óptimo	11.17
p4.2.c	183	0	683.52	183	óptimo	12.57
p4.2.d	218	0	2629.68	217	0.46	14.06
p4.2.e	269	0	482.04	252	6.32	14.94
p4.2.f	300	0	1983.07	291	3	16.16
p4.2.g	325	5.11	7200.01	325	0	17.1
p4.2.h	371	0	6281.1	341	8.09	17.6
p4.2.i	393	0.89	7200.01	371	5.6	18.35
p4.2.j	424	0	4517.32	393	7.31	18.51
p4.2.k	443	2.67	7200.02	407	8.13	18.77

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p4.2.l	463	4.1	7200.01	435	6.05	18.94
p4.2.m	477	6.54	7200.01	464	2.73	19.15
p4.2.n	495	7.29	7200.02	465	6.06	19.48
p4.2.o	500	9.69	7200.04	490	2	19.7
p4.2.p	516	10.77	7200.01	510	1.16	19.85
p4.2.q	547	6.36	7200.02	521	4.75	19.69
p4.2.r	546	9.07	7200.01	542	0.73	19.84
p4.2.s	572	7.4	7200.01	554	3.15	20.14
p4.2.t	568	9.67	7200.02	576	-1.41	19.52
p4.3.b	1	0	2.95	1	óptimo	5.67
p4.3.c	50	0	254.73	50	óptimo	9.18
p4.3.d	85	0	1778.73	85	óptimo	10.65
p4.3.e	118	0	1779.62	115	2.54	11.84
p4.3.f	146	0	4395.16	137	6.16	13.55
p4.3.g	162	3.09	7200.02	162	0	13.54
p4.3.h	173	11.72	7200.01	182	-5.2	14.7
p4.3.i	191	15.23	7200.02	199	-4.19	14.48
p4.3.j	207	19.63	7200.02	211	-1.93	15.04
p4.3.k	208	27.85	7200.02	223	-7.21	15.6
p4.3.l	222	29.61	7200.03	252	-13.51	15.68
p4.3.m	238	28.31	7200.01	270	-13.45	16.25
p4.3.n	255	25.99	7200.01	284	-11.37	16.03
p4.3.o	261	30.21	7200.02	292	-11.88	16.32
p4.3.p	329	7.12	7200.04	304	7.6	16.39
p4.3.q	333	10.6	7200.02	316	5.11	16.92
p4.3.r	317	19.93	7200.05	326	-2.84	16.24
p4.3.s	347	14.37	7200.03	343	1.15	16.46
p4.3.t	305	32.31	7200.01	352	-15.41	16.58
p4.4.d	0	0	3.67	0	óptimo	0.56
p4.4.e	35	0	745.17	35	óptimo	9.54
p4.4.f	63	7.94	7200.03	62	1.59	10.73
p4.4.g	85	21.18	7200.02	85	0	12.34
p4.4.h	111	13.34	7200.01	103	7.21	13.2

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p4.4.i	124	14.86	7200.01	123	0.81	13.68
p4.4.j	139	14.83	7200.02	139	0	14.49
p4.4.k	156	14.79	7200.03	156	0	14.44
p4.4.l	169	18.62	7200.04	166	1.78	15.32
p4.4.m	173	22.64	7200.02	180	-4.05	15.21
p4.4.n	172	33.96	7200.02	186	-8.14	15.69
p4.4.o	176	38.88	7200.02	192	-9.09	16.01
p4.4.p	197	30.33	7200.01	205	-4.06	16.21
p4.4.q	189	42.12	7200.03	215	-13.76	16.02
p4.4.r	212	31.67	7200.06	224	-5.66	16.48
p4.4.s	204	42.13	7200.02	236	-15.69	15.63
p4.4.t	195	51.29	7200.02	241	-23.59	16.29

Tabla A.9: Resultados de la clase VII, modelo Max-Min.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p7.2.a	0	0	0.36	0	óptimo	0.41
p7.2.b	18	0	46.4	18	óptimo	6.57
p7.2.c	48	0	909.52	48	óptimo	7.48
p7.2.d	73	77.86	7200.03	81	-10.96	8.94
p7.2.e	94	82.25	7200	109	-15.96	10.03
p7.2.f	141	35.39	7200.01	152	-7.8	11.84
p7.2.g	166	33.58	7200.01	178	-7.23	12.79
p7.2.h	181	39.7	7200.03	201	-11.05	13.86
p7.2.i	197	44.44	7200.01	219	-11.17	14.68
p7.2.j	232	31.75	7200.01	240	-3.45	15.4
p7.2.k	220	51.97	7200.01	262	-19.09	16.15
p7.2.l	257	40.52	7200.01	278	-8.17	16.86
p7.2.m	241	60.54	7200.01	308	-27.8	17.68
p7.2.n	326	26.76	7200.01	337	-3.37	17.77
p7.2.o	331	32.16	7200.02	353	-6.65	18.37

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p7.2.p	348	31.96	7200.01	384	-10.34	18.67
p7.2.q	367	31.5	7200.01	403	-9.81	19
p7.2.r	343	44.8	7200.01	424	-23.62	18.96
p7.2.s	390	32.62	7200.01	445	-14.1	19.05
p7.2.t	381	40.48	7200.01	460	-20.73	18.97
p7.3.b	0	0	0.95	0	óptimo	0.61
p7.3.c	16	0	286.24	16	óptimo	7.43
p7.3.d	31	3.23	7200.01	31	0	8.09
p7.3.e	43	16.28	7200.01	47	-9.3	9.6
p7.3.f	51	27.45	7200.01	59	-15.69	10.28
p7.3.g	77	111.51	7200.01	77	0	11.49
p7.3.h	96	87.03	7200.01	107	-11.46	12.7
p7.3.i	120	61.18	7200.02	133	-10.83	13.85
p7.3.j	134	64.48	7200.01	144	-7.46	14.63
p7.3.k	151	58.86	7200.01	170	-12.58	15.23
p7.3.l	132	91.18	7200.01	175	-32.58	15.73
p7.3.m	190	42.82	7200.02	197	-3.68	15.95
p7.3.n	180	58.4	7200.01	204	-13.33	16.15
p7.3.o	168	79.33	7200.01	214	-27.38	16.69
p7.3.p	171	85.06	7200.01	229	-33.92	17.04
p7.3.q	214	55.31	7200.02	245	-14.49	17.38
p7.3.r	204	69.9	7200.01	259	-26.96	17.39
p7.3.s	240	47.34	7200.04	266	-10.83	17.02
p7.3.t	271	36.39	7200.02	282	-4.06	17.64
p7.4.b	0	0	0.35	0	óptimo	0.64
p7.4.c	0	0	6.32	0	óptimo	0.75
p7.4.d	14	0	152.02	14	óptimo	7.92
p7.4.e	27	18.52	7200.01	27	0	9.11
p7.4.f	33	148.4	7200.01	33	0	9.98
p7.4.g	43	139.32	7200.01	43	0	10.07
p7.4.h	51	140.14	7200.06	53	-3.92	11.21
p7.4.i	68	86.76	7200.02	67	1.47	12.33
p7.4.j	74	96.29	7200.01	89	-20.27	12.97

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p7.4.k	90	79.41	7200.01	103	-14.44	13.76
p7.4.l	82	113.87	7200.02	112	-36.59	14.65
p7.4.m	93	101.06	7200.01	119	-27.96	14.15
p7.4.n	79	143.95	7200.01	129	-63.29	14.83
p7.4.o	125	72.86	7200.01	141	-12.8	14.98
p7.4.p	119	82.09	7200.02	152	-27.73	15.55
p7.4.q	139	70.45	7200.04	165	-18.71	16.24
p7.4.r	145	65.47	7200.02	180	-24.14	15.02
p7.4.s	156	66.14	7200.02	184	-17.95	15.63
p7.4.t	139	90.72	7200.01	193	-38.85	15.73

A.3 RESULTADOS DEL MODELO MIN-MAX

En las Tablas A.3 a A.9 se presentan los resultados de las instancias de cada una de las clases. En la segunda, tercera y cuarta columna se reporta el valor de la función objetivo, el gap y el tiempo de ejecución total en segundos que reporta el optimizador CPLEX, respectivamente. Mientras que en últimas tres columnas se reporta el valor de la función objetivo que se obtiene al resolver con el algoritmo GRASP, el gap en porcentaje del GRASP respecto a CPLEX y el tiempo de ejecución total del GRASP reactivo al resolver el modelo Min-Max.

También se observa que las instancias con mayor valor de T_{max} , generalmente son más difíciles de resolver que aquellas que tienen valores más pequeños, ya que los tiempos para resolverlas y el gap son mayores.

Tabla A.10: Resultados de la clase I, modelo Min-Max.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p2.2.a	180	0	0.74	180	óptimo	0.89
p2.2.b	175	0	8.32	175	óptimo	0.93
p2.2.c	160	0	10.81	160	óptimo	0.92
p2.2.d	150	0	19.06	150	óptimo	0.91
p2.2.e	150	0	71.94	150	óptimo	0.83
p2.2.f	135	0	37.68	135	óptimo	0.84
p2.2.g	125	0	31.52	125	óptimo	0.9
p2.2.h	125	0	583.78	125	óptimo	0.91
p2.2.i	115	0	491.49	115	óptimo	0.87
p2.2.j	110	0	971.33	110	óptimo	0.98
p2.2.k	105	9.52	7200	105	0	0.99
p2.3.a	130	0	0.22	130	óptimo	0.79
p2.3.b	130	0	0.75	130	óptimo	0.84
p2.3.c	125	0	1.33	125	óptimo	0.89
p2.3.d	120	0	2.26	120	óptimo	0.87
p2.3.e	110	0	1.41	110	óptimo	0.87
p2.3.f	110	0	9.69	110	óptimo	0.89
p2.3.g	110	0	11.82	110	óptimo	0.92
p2.3.h	105	0	60.34	105	óptimo	0.94
p2.3.i	90	0	28.87	90	óptimo	0.93
p2.3.j	90	0	241.54	90	óptimo	1.03
p2.3.k	85	0	317.69	85	óptimo	0.99
p2.4.a	112.5	0	0.02	112.5	óptimo	0.31
p2.4.b	102.5	0	0.11	102.5	óptimo	0.89
p2.4.c	102.5	0	0.2	102.5	óptimo	0.88
p2.4.d	102.5	0	0.34	102.5	óptimo	0.87
p2.4.e	102.5	0	0.94	102.5	óptimo	0.88
p2.4.f	87.5	0	0.36	87.5	óptimo	1.08
p2.4.g	87.5	0	0.42	87.5	óptimo	1.07
p2.4.h	87.5	0	3.46	87.5	óptimo	0.98
p2.4.i	87.5	0	9.63	87.5	óptimo	0.88

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p2.4.j	87.5	0	7.08	87.5	óptimo	0.91
p2.4.k	72.5	0	19.42	72.5	óptimo	0.9

Tabla A.11: Resultados de la clase II, modelo Min-Max.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p1.2.b	137.5	0	0.05	137.5	óptimo	1.35
p1.2.c	137.5	0	0.29	137.5	óptimo	1.16
p1.2.d	132.5	0	3.38	132.5	óptimo	1.24
p1.2.e	122.5	0	9.88	122.5	óptimo	1.21
p1.2.f	112.5	0	54.61	112.5	óptimo	1.43
p1.2.g	107.5	0	551.48	107.5	óptimo	1.5
p1.2.h	97.5	0	201.99	97.5	óptimo	1.49
p1.2.i	87.5	0	291.71	87.5	óptimo	1.71
p1.2.j	77.5	0	594.82	77.5	óptimo	1.66
p1.2.k	72.5	0	237.72	77.5	6.9	1.8
p1.2.l	62.5	0	1037.44	67.5	8	1.72
p1.2.m	52.5	0	3955.13	57.5	9.52	1.77
p1.2.n	47.5	0	496.74	47.5	óptimo	1.79
p1.2.o	47.5	0	1405.05	47.5	óptimo	1.84
p1.2.p	47.5	0	2577.92	47.5	óptimo	1.84
p1.2.q	37.5	0	1122.64	37.5	óptimo	1.75
p1.2.r	27.5	0	400.62	32.5	18.18	1.71
p1.3.c	95	0	0.03	95	óptimo	0.56
p1.3.d	95	0	0.1	95	óptimo	0.59
p1.3.e	90	0	0.3	90	óptimo	1.15
p1.3.f	85	0	0.74	85	óptimo	1.41
p1.3.g	85	0	0.4	85	óptimo	1.25
p1.3.h	75	0	2.73	75	óptimo	1.33
p1.3.i	65	0	19.27	65	óptimo	1.74
p1.3.j	65	0	23.77	65	óptimo	1.44

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p1.3.k	60	0	9.12	60	óptimo	1.4
p1.3.l	55	0	31.9	60	9.09	1.45
p1.3.m	50	0	46.9	50	óptimo	1.5
p1.3.n	45	0	32.21	45	óptimo	1.54
p1.3.o	45	0	24.88	45	óptimo	1.57
p1.3.p	45	0	98.93	45	óptimo	1.67
p1.3.q	40	0	2337.73	40	óptimo	1.57
p1.3.r	35	0	621.6	35	óptimo	1.58
p1.4.d	71.25	0	0.05	71.25	óptimo	0.66
p1.4.e	71.25	0	0.06	71.25	óptimo	0.69
p1.4.f	66.25	0	0.23	66.25	óptimo	0.73
p1.4.g	66.25	0	0.76	66.25	óptimo	1.42
p1.4.h	61.25	0	1.15	61.25	óptimo	1.48
p1.4.i	61.25	0	4.01	61.25	óptimo	1.81
p1.4.j	56.25	0	4.33	56.25	óptimo	1.44
p1.4.k	51.25	0	13.29	51.25	óptimo	1.5
p1.4.l	51.25	0	6310.02	51.25	óptimo	1.73
p1.4.m	46.25	0	30.83	46.25	óptimo	1.66
p1.4.n	41.25	0	28.04	41.25	óptimo	1.57
p1.4.o	36.25	0	345.81	36.25	óptimo	1.55
p1.4.p	36.25	0	33.06	36.25	óptimo	1.63
p1.4.q	31.25	0	22.23	31.25	óptimo	1.56
p1.4.r	31.25	0	41.01	36.25	16	1.7

Tabla A.12: Resultados de la clase III, modelo Min-Max.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p3.2.a	370	0	0.6	370	óptimo	1.45
p3.2.b	330	0	2.31	330	óptimo	1.5
p3.2.c	320	0	9.84	320	óptimo	1.69
p3.2.d	300	0	60.5	300	óptimo	1.75

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p3.2.e	290	0	212.98	290	óptimo	1.72
p3.2.f	270	0	739.57	270	óptimo	1.91
p3.2.g	250	0	791.64	250	óptimo	2.05
p3.2.h	230	0	284.8	230	óptimo	2.07
p3.2.i	210	0	5085.64	210	óptimo	2.16
p3.2.j	190	0	818.73	190	óptimo	2.02
p3.2.k	170	0	245.28	170	óptimo	2.08
p3.2.l	160	0	708.37	170	6.25	2.12
p3.2.m	150	0	528.58	150	óptimo	1.96
p3.2.n	130	0	546.52	130	óptimo	1.99
p3.2.o	110	0	282.81	110	óptimo	2.1
p3.2.p	100	0	327.68	100	óptimo	2.06
p3.2.q	90	0	135.27	100	11.11	2.01
p3.2.r	80	0	534.24	90	12.5	1.85
p3.2.s	70	0	543.67	80	14.29	1.92
p3.2.t	50	0	396.17	60	20	1.88
p3.3.a	256.67	0	0.11	256.67	óptimo	1.47
p3.3.b	256.67	0	0.69	256.67	óptimo	1.52
p3.3.c	236.67	0	1.05	236.67	óptimo	1.78
p3.3.d	216.67	0	1.51	216.67	óptimo	1.85
p3.3.e	206.67	0	44.12	206.67	óptimo	1.87
p3.3.f	196.67	0	285.13	196.67	óptimo	1.86
p3.3.g	196.67	0	5652.8	196.67	óptimo	2.04
p3.3.h	186.67	11.33	7200.01	186.67	0	2.09
p3.3.i	176.67	11.32	7200.01	176.67	0	2.2
p3.3.j	166.67	20.02	7200.02	166.67	0	2.09
p3.3.k	146.67	13.64	7200.02	146.67	0	2.18
p3.3.l	136.67	18.93	7200	136.67	0	2.21
p3.3.m	116.67	8.57	7200.01	116.67	0	2.26
p3.3.n	106.67	17.53	7200	116.67	9.37	2.14
p3.3.o	96.67	11.09	7200.01	106.67	10.35	2.22
p3.3.p	86.67	21.01	7200.02	86.67	0	2.22
p3.3.q	86.67	25.88	7200.01	86.67	0	2.19

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p3.3.r	76.67	33.46	7200.05	76.67	0	1.99
p3.3.s	66.67	31.69	7200.01	66.67	0	1.84
p3.3.t	46.67	21.43	7200	56.67	21.43	1.89
p3.4.a	200	0	0.03	200	óptimo	0.7
p3.4.b	200	0	0.06	200	óptimo	0.81
p3.4.c	190	0	0.1	190	óptimo	0.85
p3.4.d	190	0	0.12	190	óptimo	0.85
p3.4.e	170	0	0.67	170	óptimo	1.88
p3.4.f	170	0	0.57	170	óptimo	1.68
p3.4.g	160	0	33.45	160	óptimo	1.73
p3.4.h	160	0	109.92	160	óptimo	1.96
p3.4.i	150	0	545.09	150	óptimo	1.88
p3.4.j	140	0	1236.72	140	óptimo	2.1
p3.4.k	140	0	3978.41	140	óptimo	2.28
p3.4.l	130	0	29.18	130	óptimo	2.06
p3.4.m	130	0	19.11	130	óptimo	2.02
p3.4.n	130	0	22.24	130	óptimo	1.88
p3.4.o	120	0	59.29	120	óptimo	2.05
p3.4.p	100	0	65.76	100	óptimo	2.09
p3.4.q	100	0	41.86	100	óptimo	2.19
p3.4.r	90	0	302.04	90	óptimo	2.26
p3.4.s	60	0	3090.09	80	33.33	2.06
p3.4.t	60	0	263.53	60	óptimo	2.06

Tabla A.13: Resultados de la clase IV, modelo Min-Max.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p6.2.d	588	0	1.4	588	óptimo	4.19
p6.2.e	510	0	4.2	510	óptimo	5.66
p6.2.f	426	0	1.8	426	óptimo	6.42
p6.2.g	366	0	2.08	366	óptimo	6.87

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p6.2.h	312	0	6.6	312	óptimo	6.87
p6.2.i	270	0	155.46	270	óptimo	7.42
p6.2.j	246	0	3346.87	246	óptimo	7.43
p6.2.k	204	0	7046.04	216	5.88	7.22
p6.2.l	180	10.76	7200.01	186	3.33	7.29
p6.2.m	126	0	2570.64	156	23.81	7.42
p6.2.n	84	0	286.63	132	57.14	7.23
p6.3.g	364	0	4.94	364	óptimo	5.09
p6.3.h	316	0	43.79	316	óptimo	6.18
p6.3.i	256	0	113.16	256	óptimo	6.74
p6.3.j	220	0	341.98	220	óptimo	7.12
p6.3.k	190	0	2588.5	190	óptimo	7.47
p6.3.l	166	3.61	7200.02	166	0	7.73
p6.3.m	172	33.97	7200.01	142	-17.44	7.82
p6.3.n	100	0	2826.87	112	12	7.87
p6.4.j	258	0	47.3	258	óptimo	5.6
p6.4.k	228	0	1873.44	228	óptimo	6.07
p6.4.l	192	0	336.24	198	3.12	6.4
p6.4.m	162	0	350.45	174	7.41	6.2
p6.4.n	150	0	600.34	150	óptimo	6.15

Tabla A.14: Resultados de la clase V, modelo Min-Max.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p5.2.b	835	0	0.39	835	óptimo	2.26
p5.2.c	820	0	5.04	820	óptimo	3.1
p5.2.d	805	0	78.48	805	óptimo	3.44
p5.2.e	775	0	630.52	775	óptimo	4.11
p5.2.f	745	0	5021.03	745	óptimo	4.5
p5.2.g	705	9.75	7200.01	705	0	5
p5.2.h	655	5.29	7200.01	650	-0.76	5.82

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p5.2.i	680	14.06	7200	615	-9.56	6.08
p5.2.j	590	9.78	7200.01	585	-0.85	6.28
p5.2.k	565	11.98	7200	550	-2.65	6.49
p5.2.l	525	13.64	7200.03	525	0	6.43
p5.2.m	485	13.22	7200	495	2.06	6.43
p5.2.n	485	21.4	7200.01	455	-6.19	6.87
p5.2.o	410	14.96	7200.04	410	0	7.05
p5.2.p	395	19	7200.01	380	-3.8	7.1
p5.2.q	420	34	7200.01	355	-15.48	7.33
p5.2.r	325	22.61	7200.01	335	3.08	7.2
p5.2.s	290	24.9	7200.01	285	-1.72	7.1
p5.2.t	345	45.71	7200	255	-26.09	7.1
p5.2.u	275	42.65	7200.01	225	-18.18	6.9
p5.2.v	300	56.89	7200.01	210	-30	6.9
p5.2.w	270	60.87	7200.01	195	-27.78	7.05
p5.2.x	215	58.29	7200.01	170	-20.93	7.02
p5.2.y	190	64.34	7200.01	145	-23.68	6.96
p5.2.z	120	62.5	7200.01	125	4.17	6.85
p5.3.b	560	0	0.07	560	óptimo	1.36
p5.3.c	560	0	0.31	560	óptimo	1.35
p5.3.d	545	0	7.61	545	óptimo	3.3
p5.3.e	545	0	47.24	545	óptimo	3.18
p5.3.f	530	0	59.13	530	óptimo	3.84
p5.3.g	520	0	107.26	520	óptimo	4.13
p5.3.h	495	0	5168.16	495	óptimo	4.52
p5.3.i	480	2.08	7200.01	480	0	4.48
p5.3.j	455	0	1452.58	455	óptimo	4.98
p5.3.k	425	1.18	7200.01	420	-1.18	5.36
p5.3.l	410	0	5351.56	410	óptimo	5.1
p5.3.m	390	1.28	7200.01	385	-1.28	5.37
p5.3.n	390	30.14	7200.02	365	-6.41	5.6
p5.3.o	360	13.89	7200.01	330	-8.33	5.57
p5.3.p	365	23.28	7200.01	305	-16.44	5.78

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p5.3.q	295	11.86	7200.02	305	3.39	5.97
p5.3.r	325	31.67	7200.02	280	-13.85	5.86
p5.3.s	285	27.85	7200.01	255	-10.53	6.01
p5.3.t	305	41.28	7200.01	250	-18.03	5.88
p5.3.u	285	49.43	7200.01	220	-22.81	6.03
p5.3.v	260	48.56	7200.01	200	-23.08	6.02
p5.3.w	250	53.88	7200.01	180	-28	6.27
p5.3.x	190	51.64	7200.01	160	-15.79	6.22
p5.3.y	230	70.57	7200.01	150	-34.78	6.16
p5.3.z	235	77.17	7200	135	-42.55	6.12
p5.4.c	420	0	0.09	420	óptimo	1.84
p5.4.d	420	0	0.43	420	óptimo	1.85
p5.4.e	420	0	26.24	420	óptimo	1.84
p5.4.f	405	0	22.39	405	óptimo	3.77
p5.4.g	405	1.23	7200	405	0	3.9
p5.4.h	390	0	834.83	390	óptimo	4.31
p5.4.i	380	4.14	7200.02	380	0	4.64
p5.4.j	360	2.78	7200.01	355	-1.39	4.87
p5.4.k	355	4.23	7200.01	355	0	4.98
p5.4.l	340	7.35	7200.02	335	-1.47	5.04
p5.4.m	325	3.08	7200.02	320	-1.54	5.36
p5.4.n	325	13.69	7200.01	305	-6.15	5.58
p5.4.o	310	9.68	7200.01	285	-8.06	5.85
p5.4.p	285	10.35	7200.01	270	-5.26	5.8
p5.4.q	280	42.82	7200.01	260	-7.14	6.11
p5.4.r	275	50.91	7200.01	230	-16.36	6.13
p5.4.s	240	30.42	7200.02	210	-12.5	6.35
p5.4.t	260	40.54	7200.01	200	-23.08	6.34
p5.4.u	215	32.56	7200.01	190	-11.63	6.32
p5.4.v	210	44.77	7200.01	165	-21.43	6.48
p5.4.w	205	62.95	7200.01	155	-24.39	6.55
p5.4.x	215	66.32	7200.01	150	-30.23	6.64
p5.4.y	160	64.03	7200.01	125	-21.88	6.74

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p5.4.z	195	78.33	7200.01	115	-41.03	6.69

Tabla A.15: Resultados de la clase VI, modelo Min-Max.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p4.2.a	571	0	34.8	571	óptimo	8.99
p4.2.b	519	0	248.97	519	óptimo	11.11
p4.2.c	470	0	345.18	470	óptimo	13.07
p4.2.d	435	0	1257.51	441	1.38	14.18
p4.2.e	384	0	1089.7	401	4.43	15.87
p4.2.f	353	0	1559.88	355	0.57	16.3
p4.2.g	317	0	2587.9	338	6.62	17.38
p4.2.h	282	0	1711.06	308	9.22	18.36
p4.2.i	260	3.49	7200.02	280	7.69	18.79
p4.2.j	233	6.01	7200.01	262	12.45	19.47
p4.2.k	210	4.96	7200.01	242	15.24	20.01
p4.2.l	191	9.43	7200.01	225	17.8	20.55
p4.2.m	178	17.55	7200.02	203	14.04	20.4
p4.2.n	155	18.96	7200.01	172	10.97	20.61
p4.2.o	141	27.53	7200.02	167	18.44	21
p4.2.p	123	26.27	7200.01	127	3.25	21.15
p4.2.q	112	38.87	7200.02	132	17.86	21.05
p4.2.r	101	42.22	7200.03	103	1.98	21.1
p4.2.s	100	60.66	7200.02	95	-5	21.4
p4.2.t	93	65.26	7200.01	78	-16.13	20.75
p4.3.b	434.33	0	3.41	435.33	0.23	3.99
p4.3.c	385.33	0	221.14	385.33	óptimo	9.66
p4.3.d	350.33	0	450.71	350.33	óptimo	11.42
p4.3.e	317.33	0	1551.66	322.33	1.58	12.95
p4.3.f	289.33	0	6086.19	289.33	óptimo	13.8
p4.3.g	273.33	1.83	7200.02	273.33	0	14.44

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p4.3.h	260.33	6.85	7200.02	253.33	-2.69	15.02
p4.3.i	240.33	11.46	7200.51	239.33	-0.42	15.41
p4.3.j	243.33	20.86	7200.12	227.33	-6.58	15.96
p4.3.k	239.33	29.57	7200.01	215.33	-10.03	15.76
p4.3.l	201.33	28.4	7200.02	174.33	-13.41	15.96
p4.3.m	206.33	35.36	7200.01	173.33	-15.99	16.56
p4.3.n	167.33	32.04	7200.02	151.33	-9.56	16.69
p4.3.o	128.33	22.78	7200.02	144.33	12.47	16.91
p4.3.p	154.33	46.57	7200.02	131.33	-14.9	17.02
p4.3.q	99.33	31.14	7200.03	113.33	14.09	17.11
p4.3.r	118.33	55.29	7200.01	103.33	-12.68	17.12
p4.3.s	104.33	60.64	7200.03	86.33	-17.25	17.39
p4.3.t	77.33	54.9	7200.02	86.33	11.64	16.86
p4.4.d	326.5	0	3.36	326.5	óptimo	4.25
p4.4.e	291.5	0	829.86	291.5	óptimo	11.83
p4.4.f	263.5	1.14	7200.02	266.5	1.14	11.27
p4.4.g	241.5	5.78	7200.02	241.5	0	12.56
p4.4.h	215.5	4.92	7200.01	215.5	0	13.3
p4.4.i	195.5	4.2	7200.02	202.5	3.58	13.98
p4.4.j	190.5	14.12	7200.02	187.5	-1.57	14.53
p4.4.k	170.5	11.13	7200.01	170.5	0	15.03
p4.4.l	165.5	23.35	7200.03	162.5	-1.81	15.82
p4.4.m	160.5	30.76	7200.04	149.5	-6.85	15.83
p4.4.n	137.5	32.74	7200.05	140.5	2.18	15.87
p4.4.o	135.5	38.95	7200.02	128.5	-5.17	16.87
p4.4.p	132.5	49.31	7200.02	121.5	-8.3	16.92
p4.4.q	128.5	58.7	7200.01	111.5	-13.23	16.96
p4.4.r	120.5	62.21	7200.02	104.5	-13.28	17.44
p4.4.s	108.5	65.23	7200.02	94.5	-12.9	16.81
p4.4.t	92.5	66.46	7200.02	85.5	-7.57	17.15

Tabla A.16: Resultados de la clase VII, modelo Min-Max.

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p7.2.a	729	0	0.12	729	óptimo	2.79
p7.2.b	711	0	37.85	711	óptimo	5.99
p7.2.c	681	0	1300.81	681	óptimo	7.19
p7.2.d	656	8.65	7200.01	648	-1.22	8.76
p7.2.e	624	9.33	7200.01	620	-0.64	10.47
p7.2.f	577	7.99	7200.01	577	0	11.53
p7.2.g	554	8.59	7200.01	551	-0.54	12.7
p7.2.h	538	10.75	7200.01	528	-1.86	13.29
p7.2.i	522	14.72	7200.04	512	-1.92	14.1
p7.2.j	504	15.49	7200.01	487	-3.37	14.87
p7.2.k	483	18.07	7200.02	468	-3.11	16.23
p7.2.l	480	23.92	7200.01	447	-6.88	16.77
p7.2.m	463	25.8	7200.01	424	-8.42	17.35
p7.2.n	411	24.11	7200.01	399	-2.92	17.49
p7.2.o	414	29.08	7200.03	378	-8.7	18.11
p7.2.p	379	29.7	7200.01	353	-6.86	18.47
p7.2.q	371	33.04	7200.03	328	-11.59	18.77
p7.2.r	354	35.19	7200.01	312	-11.86	19.02
p7.2.s	308	34.34	7200.01	287	-6.82	19.16
p7.2.t	325	40.17	7200.02	272	-16.31	19.63
p7.3.b	486	0	1.23	486	óptimo	4.41
p7.3.c	470	0	169.64	470	óptimo	7.83
p7.3.d	455	0.22	7200.01	455	0	8.27
p7.3.e	439	0.68	7200.02	439	0	9.45
p7.3.f	435	3.22	7200.01	427	-1.84	10.53
p7.3.g	409	21.67	7200.01	409	0	11.56
p7.3.h	382	16.13	7200.02	379	-0.79	12.85
p7.3.i	366	20.28	7200.01	353	-3.55	13.88
p7.3.j	363	28.22	7200.03	342	-5.79	14.17
p7.3.k	343	28.04	7200.03	316	-7.87	14.67
p7.3.l	365	36.56	7200.01	311	-14.79	15.69

Continúa en la siguiente página

Instancia	Cplex			GRASP		
	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)	Objetivo	Gap(%)	Tiempo(s)
p7.3.m	347	38.02	7200.01	293	-15.56	16.48
p7.3.n	317	37.96	7200.02	282	-11.04	16.84
p7.3.o	295	37.3	7200.02	269	-8.81	17.34
p7.3.p	304	43.79	7200.04	256	-15.79	17.77
p7.3.q	246	35.76	7200.02	245	-0.41	17.98
p7.3.r	293	50.65	7200.01	228	-22.18	18.44
p7.3.s	246	48.19	7200.02	215	-12.6	18.36
p7.3.t	236	49	7200.02	208	-11.86	18.36
p7.4.b	364.5	0	0.38	364.5	óptimo	5.04
p7.4.c	364.5	0	6.51	364.5	óptimo	5.62
p7.4.d	350.5	0	135.51	350.5	óptimo	8.38
p7.4.e	337.5	1.48	7200.01	337.5	0	9.47
p7.4.f	334.5	5.38	7200.01	331.5	-0.9	10.27
p7.4.g	330.5	20.91	7200.01	321.5	-2.72	10.76
p7.4.h	311.5	20.79	7200.73	312.5	0.32	11.6
p7.4.i	314.5	27.99	7200.1	297.5	-5.41	12.9
p7.4.j	288.5	25.3	7200.01	275.5	-4.51	13.54
p7.4.k	280.5	29.33	7200.01	261.5	-6.77	14.1
p7.4.l	282.5	35.31	7200.03	252.5	-10.62	14.65
p7.4.m	257.5	34.18	7200.02	246.5	-4.27	15.23
p7.4.n	272.5	38.03	7200.03	233.5	-14.31	15.59
p7.4.o	259.5	39.31	7200.02	222.5	-14.26	15.53
p7.4.p	252.5	42.49	7200.02	210.5	-16.63	16.03
p7.4.q	221.5	42.33	7200.02	199.5	-9.93	16.43
p7.4.r	209.5	44.62	7200.03	186.5	-10.98	16.51
p7.4.s	243.5	55.23	7200.02	183.5	-24.64	16.99
p7.4.t	196.5	48.55	7200.04	171.5	-12.72	16.9

BIBLIOGRAFÍA

- AKSEN, D. y N. ARAS (2006), «Customer Selection and Profit Maximization in Vehicle Routing Problems», en H.-D. Haasis, H. Kopfer y J. Schönberger (editores), *Operations Research Proceedings 2005*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, págs. 37–42.
- ARCHETTI, C., A. CORBERÁN, I. PLANA, J. M. SANCHIS y M. SPERANZA (2014), «The Team Orienteering Arc Routing Problem», *Transportation Science*.
- ARCHETTI, C., D. FEILLET, A. HERTZ y M. G. SPERANZA (2009), «The capacitated team orienteering and profitable tour problems», *Journal of the Operational Research Society*, **60**(6), págs. 831–842.
- ARCHETTI, C., A. HERTZ y M. G. SPERANZA (2007), «Metaheuristics for the team orienteering problem», *Journal of Heuristics*, **13**(1), págs. 49–76.
- AWERBUCH, B., Y. AZAR, A. BLUM y S. VEMPALA (1998), «New approximation guarantees for minimum-weight k-trees and prize-collecting salesmen», *SIAM Journal on computing*, **28**(1), págs. 254–262.
- BALAS, E. (1989), «The prize collecting traveling salesman problem», *Networks*, **19**(6), págs. 621–636.
- BALDACCI, R., E. BARTOLINI y G. LAPORTE (2010), «Some applications of the generalized vehicle routing problem», *Journal of the Operational Research Society*, **61**(7), págs. 1072–1077.

- BIANCHESSI, N., R. MANSINI y M. G. SPERANZA (2018), «A branch-and-cut algorithm for the Team Orienteering Problem», *International Transactions in Operational Research*, **25**(2), págs. 627–635.
- BOULY, H., D.-C. DANG y A. MOUKRIM (2010), «A memetic algorithm for the team orienteering problem», *4OR*, **8**(1), págs. 49–70.
- BOUREL, M., E. CANALE, F. ROBLEDO, P. ROMERO y L. STÁBILE (2019), «A Hybrid GRASP/VND Heuristic for the Design of Highly Reliable Networks», en *Hybrid Metaheuristics*, Springer International Publishing, Cham, págs. 78–92.
- BOUSSIER, S., D. FEILLET y M. GENDREAU (2007), «An exact algorithm for team orienteering problems», *4OR*, **5**(3), págs. 211–230.
- BUTT, S. E. y T. M. CAVALIER (1994), «A heuristic for the multiple tour maximum collection problem», *Computers & Operations Research*, **21**(1), págs. 101 – 111.
- BUTT, S. E. y D. M. RYAN (1999), «An optimal solution procedure for the multiple tour maximum collection problem using column generation», *Computers & Operations Research*, **26**(4), págs. 427 – 441.
- CANO, R. G., G. KUNIGAMI, C. C. DE SOUZA y P. J. DE REZENDE (2013), «A hybrid GRASP heuristic to construct effective drawings of proportional symbol maps», *Computers & Operations Research*, **40**(5), págs. 1435 – 1447.
- CHAO, I.-M., B. L. GOLDEN y E. A. WASIL (1996a), «A fast and effective heuristic for the orienteering problem», *European Journal of Operational Research*, **88**(3), págs. 475 – 489.
- CHAO, I.-M., B. L. GOLDEN y E. A. WASIL (1996b), «The team orienteering problem», *European Journal of Operational Research*, **88**(3), págs. 464 – 474.
- CHEN, S., B. GOLDEN y E. WASIL (2007), «The split delivery vehicle routing problem: Applications, algorithms, test problems, and computational results», *Networks*, **49**(4), págs. 318–329.

- DANG, D.-C., R. EL-HAJJ y A. MOUKRIM (2013a), «A branch-and-cut algorithm for solving the team orienteering problem», en *International Conference on AI and OR Techniques in Constraint Programming for Combinatorial Optimization Problems*, Springer, págs. 332–339.
- DANG, D.-C., R. N. GUIBADJ y A. MOUKRIM (2011), «A PSO-Based Memetic Algorithm for the Team Orienteering Problem», en *Applications of Evolutionary Computation*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, págs. 471–480.
- DANG, D.-C., R. N. GUIBADJ y A. MOUKRIM (2013b), «An effective PSO-inspired algorithm for the team orienteering problem», *European Journal of Operational Research*, **229**(2), págs. 332 – 344.
- DEGROOT, M. y M. SCHERVISH (2012), *Probability and Statistics*, Addison-Wesley.
- DELL'AMICO, M., F. MAFFIOLI y P. VÄRBRAND (1995), «On prize-collecting tours and the asymmetric travelling salesman problem», *International Transactions in Operational Research*, **2**(3), págs. 297–308.
- EL-HAJJ, R., D.-C. DANG y A. MOUKRIM (2016), «Solving the team orienteering problem with cutting planes», *Computers & Operations Research*, **74**, págs. 21–30.
- FAGERHOLT, K. y H. LINDSTAD (2000), «Optimal policies for maintaining a supply service in the Norwegian Sea», *Omega*, **28**(3), págs. 269 – 275.
- FEILLET, D., P. DEJAX y M. GENDREAU (2005), «Traveling Salesman Problems with Profits», *Transportation Science*, **39**(2), pág. 188.
- FERREIRA, J., A. QUINTAS, J. A. OLIVEIRA, G. A. PEREIRA y L. DIAS (2014), «Solving the team orienteering problem: developing a solution tool using a genetic algorithm approach», en *Soft Computing in Industrial Applications*, Springer, págs. 365–375.
- FESTA, P. y M. G. C. RESENDE (2009), *Hybrid GRASP Heuristics*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, págs. 75–100.

- GOLDEN, B. L., L. LEVY y R. VOHRA (1987), «The orienteering problem», *Naval Research Logistics (NRL)*, **34**(3), págs. 307–318.
- GUEGUEN, C. (1999), *Méthodes de résolution exacte pour les problèmes de tournées de véhicules*, Tesis Doctoral, Châtenay-Malabry, Ecole centrale de Paris.
- GUNAWAN, A., H. C. LAU y P. VANSTEENWEGEN (2016), «Orienteering problem: A survey of recent variants, solution approaches and applications», *European Journal of Operational Research*, **255**(2), págs. 315–332.
- JOZEFOWIEZ, N., F. SEMET y E.-G. TALBI (2006), «Enhancements of NSGA II and Its Application to the Vehicle Routing Problem with Route Balancing», en *Artificial Evolution*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, págs. 131–142.
- JOZEFOWIEZ, N., F. SEMET y E.-G. TALBI (2009), «An evolutionary algorithm for the vehicle routing problem with route balancing», *European Journal of Operational Research*, **195**(3), págs. 761 – 769.
- KATAOKA, S. y S. MORITO (1988), «An algorithm for single constraint maximum collection problem», *Journal of the Operations Research Society of Japan*, **31**(4), págs. 515–531.
- KE, L., C. ARCHETTI y Z. FENG (2008), «Ants can solve the team orienteering problem», *Computers & Industrial Engineering*, **54**(3), págs. 648–665.
- KESHTKARAN, M., K. ZIARATI, A. BETTINELLI y D. VIGO (2016), «Enhanced exact solution methods for the Team Orienteering Problem», *International Journal of Production Research*, **54**(2), págs. 591–601.
- KULAKOV, B. y D. KULAKOV (2019), «Travelling salesman problem concerning to manipulator Kawasaki FS03N trajectory formation», en *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, tomo 589, IOP Publishing, pág. 012038.
- LAPORTE, G. y S. MARTELLO (1990), «The selective travelling salesman problem», *Discrete Applied Mathematics*, **26**(2), págs. 193 – 207.

- LEE, D. y J. AHN (2019), «Vehicle Routing Problem with Vector Profits (VRPVP) with Max-Min Criterion», *Engineering Optimization*, **51**(2), págs. 352–367.
- LIN, S.-W. (2013), «Solving the team orienteering problem using effective multi-start simulated annealing», *Applied Soft Computing*, **13**(2), págs. 1064–1073.
- MUTHUSWAMY, S. y S. S. LAM (2011), «Discrete particle swarm optimization for the team orienteering problem», *Memetic Computing*, **3**(4), págs. 287–303.
- NAG, B., B. L. GOLDEN y A. ASSAD (1988), «Vehicle routing with site dependencies», *Vehicle routing: Methods and studies*, págs. 149–159.
- PALOMO-MARTÍNEZ, P. J., M. A. SALAZAR-AGUILAR y V. M. ALBORNOZ (2017), «Formulations for the orienteering problem with additional constraints», *Annals of Operations Research*, **258**(2), págs. 503–545.
- POGGI, M., H. VIANA y E. UCHOA (2010), «The Team Orienteering Problem: Formulations and Branch-Cut and Price», en T. Erlebach y M. Lübbecke (editores), *10th Workshop on Algorithmic Approaches for Transportation Modelling, Optimization, and Systems (ATMOS'10)*, *OpenAccess Series in Informatics (OASICs)*, tomo 14, Schloss Dagstuhl–Leibniz-Zentrum fuer Informatik, Dagstuhl, Germany, págs. 142–155.
- RESENDE, M. G. y C. C. RIBEIRO (2010), *Greedy Randomized Adaptive Search Procedures: Advances, Hybridizations, and Applications*, Springer US, Boston, MA, págs. 283–319.
- RIBEIRO, R. y H. RAMALHINHO DIAS LOURENÇO (2001), «A multi-objective model for a multi-period distribution management problem», *Available at SSRN 273419*.
- SOUFFRIAU, W., P. VANSTEENWEGEN, G. V. BERGHE y D. V. OUDHEUSDEN (2010), «A Path Relinking approach for the Team Orienteering Problem», *Computers & Operations Research*, **37**(11), págs. 1853 – 1859, metaheuristics for Logistics and Vehicle Routing.

- SPERANZA, M., C. ARCHETTI y D. VIGO (2014), *Chapter 10: Vehicle Routing Problems with Profits*, SIAM, págs. 273–297.
- TANG, H. y E. MILLER-HOOKS (2005), «A tabu search heuristic for the team orienteering problem», *Computers & Operations Research*, **32**(6), págs. 1379–1407.
- TSILIGIRIDES, T. (1984), «Heuristic methods applied to orienteering», *Journal of the Operational Research Society*, **35**(9), págs. 797–809.
- VANSTEENWEGEN, P., W. SOUFFRIAU, G. V. BERGHE y D. V. OUDHEUSDEN (2009a), *Metaheuristics for Tourist Trip Planning*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, págs. 15–31.
- VANSTEENWEGEN, P., W. SOUFFRIAU y D. VAN OUDHEUSDEN (2009b), «A Detailed Analysis of Two Metaheuristics for the Team Orienteering Problem», en T. Stützle, M. Birattari y H. H. Hoos (editores), *Engineering Stochastic Local Search Algorithms. Designing, Implementing and Analyzing Effective Heuristics*, Springer Berlin Heidelberg, Berlin, Heidelberg, págs. 110–114.
- VANSTEENWEGEN, P., W. SOUFFRIAU y D. VAN OUDHEUSDEN (2011), «The orienteering problem: A survey», *European Journal of Operational Research*, **209**(1), págs. 1–10.

RESUMEN AUTOBIOGRÁFICO

Gabriela Sánchez Yepez

Candidato para obtener el grado de
Maestría en Ciencias
en Ingeniería de Sistemas

Universidad Autónoma de Nuevo León
Facultad de Ingeniería Mecánica y Eléctrica

Tesis:

OPTIMIZACIÓN DE LA PLANIFICACIÓN DE SERVICIOS

Hija de Elida Yepez y Filiberto Sánchez, nacida en Nuevo Zirosto, Uruapan, Michoacán un 03 de marzo del año 1994.

Cursó sus estudios de educación básica en el periodo 2000-2006 en la escuela primaria “Ricardo Flores Magón”, los estudios de educación media en la secundaria “Ana María Gallaga” durante los años 2006-2009 y en el periodo 2009-2012 realizó los estudios de educación medio superior en el Colegio de Bachilleres del Estado de Michoacán.

En el año 2017 obtiene el título de Licenciada en Ciencias Físico Matemáticas por la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo.