

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA



TESIS

**ESTUDIO ANALÍTICO Y EXPERIMENTAL DE AISLANTES DE VIBRACIÓN
POR IMPACTO CON RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO NO LINEAL**

POR

PABLO ERNESTO TAPIA GONZÁLEZ

**EN OPCIÓN AL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA**

SEPTIEMBRE, 2017

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO



TESIS

**ESTUDIO ANALÍTICO Y EXPERIMENTAL DE AISLANTES DE VIBRACIÓN
POR IMPACTO CON RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO NO LINEAL**

POR

PABLO ERNESTO TAPIA GONZÁLEZ

**EN OPCIÓN AL GRADO DE
DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA**

SAN NICOLÁS DE LOS GARZA, NUEVO LEÓN , MÉXICO

SEPTIEMBRE, 2017

UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DE NUEVO LEÓN
FACULTAD DE INGENIERÍA MECÁNICA Y ELÉCTRICA
SUBDIRECCIÓN DE ESTUDIOS DE POSGRADO

Los miembros del Comité de Tesis recomendamos que la Tesis "ESTUDIO ANALÍTICO Y EXPERIMENTAL DE AISLANTES DE VIBRACIÓN POR IMPACTO CON RIGIDEZ Y AMORTIGUAMIENTO NO LINEAL" realizada por el alumno PABLO ERNESTO TAPIA GONZÁLEZ, matrícula 0976545, sea aceptada para su defensa como opción al grado de DOCTOR EN CIENCIAS DE LA INGENIERÍA AERONÁUTICA.

El Comité de Tesis

Dr. Diego Francisco Ledezma Ramírez
Director

Dr. Martín Castillo Morales
Revisor

Dra. Patricia del Carmen Zambrano Robledo
Revisora

Dr. César Guerra Torres
Revisor

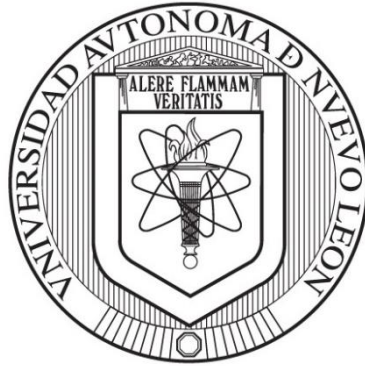
Dr. Daniel Olvera Trejo
Revisor

Vo. Bo.

Dr. Simón Martínez Martínez
Subdirector de Estudios de Posgrado



San Nicolás de los Garza, Nuevo León, Septiembre 2017.



RECTOR

M. E. C. ROGELIO GARZA RIVERA

SECRETARIA GENERAL

M. A. CARMEN DEL ROSARIO DE LA FUENTE GARCÍA

SECRETARIO ACADÉMICO

DR. SANTOS GUZMÁN LÓPEZ

DIRECTOR DEL SISTEMA DE ESTUDIOS DE POSGRADO

DR. GERARDO ENRIQUE MUÑOZ MALDONADO

Agradecimientos

Dios ayuda a alcanzar metas y sueños, intercede poniendo sobre el camino a las personas adecuadas en el momento adecuado.

Desde la vida personal como a Edna Ávila, Ernesto, Alexa y Erick Tapia Ávila, Manuel Tapia, Lucrecia González, Norma, Lilia y Emmanuel Tapia González, Isaura Villarreal, Rubén e Isaura Ávila, José Arrieta, Enrique, Leonardo y Estefanía Arrieta Ávila.

En el ámbito laboral a Diego Ledezma, José Villalobos, Carlos Lara, Dante Jiménez, María Nañez, Adrián García, Pedro López, Fernando Elizondo, Francisco Olvera, Rolando Aguilera, Ismael Portales, Cuauhtémoc Muñoz, Maribel Hernández y Cecilia Santacruz.

En el estudiantil se podría mencionar a María Lara, Daniel Vázquez, Victoria Gutiérrez, Brenda Arreola, Michelle Guzmán, Mario Hernández, Luis Pantoja y Jesús Puente.

A las autoridades, que nunca negaron el apoyo, durante sus funciones como Jesús Áncer, Rogelio Garza, Esteban Báez, Jaime Castillo, Patricia Zambrano, Moisés Hinojosa, Simón Martínez, Eduardo Liceaga, Citlalli Gaona, Ulises García y Emma Melchor.

Justificación

Esta investigación fue motivada por la falta de información sobre el tema de los resortes de cable, sus características y sobretodo su comportamiento dinámico bajo cargas de impacto. Generando así un protocolo de investigación el cual permitiría la generación de esta tesis doctoral en ciencias de la ingeniería aeronáutica.

Las vibraciones mecánicas suelen emplearse en elementos acústicos y de confort, pero no siempre son una sensación agradable para el ser humano; en el ámbito industrial, las vibraciones en la maquinaria pueden ser un reflejo o una causa de su mal funcionamiento e incluso de falla; pero en el caso de elementos aeronáuticos, las vibraciones se presentan como una amenaza para su integridad y correcto funcionamiento, por lo que el empleo de elementos que las aíslen eficazmente es vital en este rubro. Por ejemplo, el equipo electrónico en las aeronaves se encuentra sometido a vibraciones mecánicas de diferentes tipos y el mismo es diseñado para soportar dichas vibraciones, pero los equipos más sensibles se montan en una base suspendida en aisladores de vibración, los cuales se encargan de absorber y disipar energía proveniente del resto de la estructura de la aeronave durante el vuelo o, más severamente, durante los aterrizajes.

Las vibraciones mecánicas en sistemas aeroespaciales causan efectos indeseables como desgaste, fatiga, ruido o fallas mecánicas. Existen varios métodos para minimizar los efectos negativos de la vibración, la opción más común es implementar un aislador de vibraciones que comúnmente consta de un soporte flexible y un amortiguador, ambos modelados como un elemento lineal rígido-viscoso. Sin embargo, en muchas ocasiones el amortiguamiento no es viscoso sino de naturaleza más compleja, ya sea viscoelástico o de fricción seca. Con el fin de considerar la disipación de energía y el efecto de la rigidez no lineal de una manera más precisa, existen algunos modelos que utilizan el principio de amortiguamiento por fricción seca en base a lazos de histéresis, por ejemplo el

modelo de Bouc-Wen. En donde, debido a la falta de información teórica sobre el comportamiento de alguno de sus componentes, en este proyecto se abordará el comportamiento teórico del amortiguamiento debido a fricción seca, ajustarlo al modelo de Bouc-Wen, y comprobar experimentalmente para establecer su validez en aislantes de vibración que trabajan en base a este principio. Así mismo, se busca analizar los efectos no lineales en la rigidez, que es una importante característica de este tipo de aislantes y aprovechar estas cualidades para el control de vibraciones de amplitudes muy altas, por ejemplo impactos.

Por último, se propone dejar las bases para diseñar un prototipo de aislante óptimo en base a los resultados de los resortes estudiados. Este aislante podrá ser usado en aplicaciones que requieran altos índices de aislamiento vibratorio en un espacio compacto, por ejemplo sistemas aeronáuticos y aeroespaciales, en particular sistemas de aviónica.

Contenido

1. Introducción	1
1.1 Antecedentes.....	4
1.1.1 Aislamiento de vibraciones debidas a impactos.....	4
1.1.2 Aislantes antivibratorios con fricción seca e histéresis.....	11
1.2 Enunciado del problema	17
1.3 Propuesta científica	18
1.4 Justificación del proyecto.....	18
1.5 Hipótesis	19
1.6 Objetivo general.....	19
1.7 Objetivos específicos	19
1.8 Metas	19
1.9 Metodología	20
1.10 Limitantes.....	21
2. Teoría fundamental sobre vibraciones y amortiguamiento.	22
2.1 Introducción	22
2.2 Vibraciones debidas a Impactos	23
2.3 Aislamiento de vibraciones e impacto.....	32
2.4 Amortiguamiento.....	36
2.4.1 Mecanismos de amortiguamiento.....	39
2.4.2 Amortiguamiento viscoelástico o de histéresis	40
2.4.3 Amortiguamiento en el modelado matemático	44
2.5 Comentarios finales	46
3. Estudio de la respuesta de impacto en el modelo de Bouc-Wen.....	48
3.1 Introducción	48

3.2	Modelo de Histéresis de Bouc-Wen bajo cargas de impacto.....	49
3.2.1	Espectro de respuesta de impacto.....	50
3.2.2	Efecto de la amplitud de entrada en la respuesta	56
3.2.3	Respuesta de parámetros SAR, SDR y RDR.....	64
3.3	Conclusiones	69
4.	Caracterización experimental de rigidez y de amortiguamiento.....	71
4.1	Introducción	71
4.2	Descripción de los aislantes de prueba	72
4.3	Pruebas estáticas	73
4.3.1	Procedimiento experimental.....	74
4.3.2	Resultados de fuerza– deformación.....	75
4.3.3	Caracterización de rigidez.....	80
4.4	Pruebas dinámicas	86
4.4.1	Procedimiento experimental.....	86
4.4.2	Lazos de histéresis.....	89
4.4.3	Caracterización del amortiguamiento	99
4.5	Conclusiones	102
5.	Respuesta experimental al impacto de los resortes de cable.....	104
5.1	Introducción	104
5.2	Procedimiento experimental	105
5.3	Resultados de respuesta de impacto.....	109
5.3.1	Respuesta al impacto para aceleración	109
5.3.2	Respuesta al impacto para desplazamiento.....	115
5.4	Efecto de la amplitud de entrada	120
5.5	Conclusiones	127

6.	Conclusiones finales y trabajo futuro	129
6.1	Conclusiones generales.....	129
6.2	Recomendaciones para trabajo futuro	133
7.	Referencias.....	135
8.	Apéndice 1	144
	Código para la obtención de las respuestas maximax, relativa y residual. .	144
9.	Apéndice 2.....	154
	Características de la respuesta en frecuencia de un sistema no lineal.	154
10.	Apéndice 3	157
	Resultados de caracterización estática para los siete resortes.	157
	Resorte CR1-400.....	158
	Resorte CR4-400.....	159
	Resorte V10Z69-0937290.....	160
	Resorte V10Z70-0625150.....	161
	Resorte WR-280010D.	162
	Resorte WR-380010D.	163
	Resorte V10Z70-1250230.....	164
11.	Apéndice 4	165
	Datos del fabricante de los resortes de cable.....	165
	Detalles del Resorte 1, CR4-400.	167
	Detalles del Resorte 2, WR-280010D.....	169
	Detalles del Resorte 3, WR-380010D.....	171
	Detalles del resorte CR1-400.....	173
	Detalles del resorte V10Z69-0937290.	175
	Detalles del resorte V10Z70-0625150.	177

	Detalles del resorte V10Z70-1250230.	179
12.	Apéndice 5	181
	Detalles sobre la de doble integración de señales de aceleración.....	181
13.	Apéndice 6	184
	Parámetros del ajuste de curvas, para la respuesta al impacto normalizada.	184
	Parámetros para el Arreglo 1.	184
	Parámetros para el Arreglo 2.	187
	Parámetros para el Arreglo 3.	189

Índice de Figuras

Figura 1.1. Montaje de aislantes de vibración, bajo el soporte para tarjetas electrónicas de la aviónica, en el interior de una aeronave de ala fija tipo Cessna: (a) vista frontal hacia la parte trasera del fuselaje y (b) vista lateral del montaje.	2
Figura 1.2. (a) Detalle de la sección transversal de un cable de acero 7x7 típico (7 cordones de 7 alambres cada uno). (b) Detalle del cable y los arrollamientos entre alambres y cordones. (c) Diferentes muestras de resortes de cable disponibles comercialmente como aisladores de vibración.	12
Figura 1.3. Aplicaciones de aisladores de vibración del tipo resortes de cables: (a) en configuración de 4 hojas soportando circuitos eléctricos, (b) en configuración de 8 hojas, (c) en configuración helicoidal de 8 espiras; (d) telescopio SOFIA montado en una aeronave y operando durante el vuelo; (e) resorte de cable en configuración de 4 hojas soportando una cámara de video en la parte inferior de una aeronave no tripulada; y (f) resortes de cable en configuración de 4 hojas soportando una cámara de alta resolución.	14
Figura 2.1. Ejemplo de un impacto real debido a pirotecnia. La amplitud está dada en unidades de aceleración (ms^2), como función del tiempo (ms). Traducida de [64].	24
Figura 2.2. Diferentes tipos de excitaciones ideales, para el modelaje de un impacto: (a) cuadrada o escalón, (b) medio seno, (c) triangular y (d) medio verseno.	25
Figura 2.3. (a) Espectro de respuesta al impacto (SRS) correspondiente a un sistema de 1gdl bajo una entrada de aceleración impulsiva de medio seno, dada por la respuesta normalizada x_{mup} (relación de la respuesta dividida por la entrada), en función de la razón de periodos τT (entre la duración del pulso y el correspondiente período natural). (b) Pulso medio seno para diferentes valores de duración del pulso $\lambda = T2\tau$	27

Figura 2.4. Respuesta maximax, para un impulso medio seno, con diferentes valores de razón de amortiguamiento ($\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.3$, $\zeta = 0.5$, $\zeta = 0.7$, $\zeta = 0.9$).....	28
Figura 2.5. Respuesta relativa, para un impulso medio seno, con diferentes valores de razón de amortiguamiento ($\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.3$, $\zeta = 0.5$, $\zeta = 0.7$, $\zeta = 0.9$).....	29
Figura 2.6 Parte residual de la respuesta, para un impulso medio seno, con diferentes valores de razón de amortiguamiento ($\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.3$, $\zeta = 0.5$, $\zeta = 0.7$, $\zeta = 0.9$).....	29
Figura 2.7. Razón de la aceleración de impacto (SAR) para un sistema de un grado de libertad ligeramente amortiguado bajo un pulso verseno, en función del factor de severidad $\lambda = T2\tau$ ($T =$ periodo natural y $\tau =$ la duración del pulso).	30
Figura 2.8. Razón de desplazamiento de impacto (SDR) para un sistema de un grado de libertad ligeramente amortiguado bajo un pulso verseno, en función del factor de severidad $\lambda = T2\tau$ ($T =$ periodo natural y $\tau =$ la duración del pulso).	31
Figura 2.9. Razón de desplazamiento relativo (RDR) para un sistema de un grado de libertad ligeramente amortiguado bajo un pulso verseno, en función del factor de severidad $\lambda = T2\tau$ ($T =$ periodo natural y $\tau =$ la duración del pulso).	32
Figura 2.10. Tipos de aislamiento [43].	33
Figura 2.11. Configuración típica de un aislador de vibraciones tipo “grommet” [1].	35
Figura 2.12. Función de Transmisibilidad y sus regiones típicas para su aplicación en el análisis de aislamiento vibratorio ($\zeta = 0$; $\zeta = 0.05$; $\zeta = 0.1$; $\zeta = 0.2$; $\zeta = 0.5$; $\zeta = 1$).....	38
Figura 2.13 Representación del lazo de histéresis en amortiguamiento [64], (a) para un sistema lineal y (b) para un sistema no lineal.	41
Figura 2.14. Ejemplo de curva fuerza-deformación para el cálculo del amortiguamiento [67], (a) lazo de histéresis experimental original, (b) lazo de histéresis con puntos y diagonales auxiliares para el cálculo del área.	42

Figura 2.15. Lazo de histéresis de un sistema no lineal, la elipse sombreada de eje mayor D_{max} y eje menor F_{max} , representa la energía máxima que el sistema es capaz de disipar. 43

Figura 2.16. Sistema masa-resorte-amortiguador..... 44

Figura 2.17. Lazos de histéresis resultantes de diversas combinaciones en los parámetros del modelo de Bouc-Wen, (a) $\alpha = 0.75$ y $\beta = 0.25$, (b) $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, (c) $\alpha = 0.25$ y $\beta = 0.75$, (d) $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.95$, (e) $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, (f) $\alpha = 0.8$ y $\beta = -0.2$, (g) $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, (h) $\alpha = 0.5$ y $\beta = -0.5$, (i) $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$ 46

Figura 3.1. Gráfica de la historia en tiempo de la respuesta al impacto para el modelo Bouc-Wen bajo una excitación tipo pulso medio verseno. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la amplitud máxima del pulso, y el eje horizontal representa tiempo normalizado con respecto a la duración del pulso. Las diferentes gráficas representan diferentes duraciones relativas del pulso. (a) $\tau T = 0.25$, (b) $\tau T = 0.5$, (c) $\tau T = 1$ y (d) $\tau T = 2$. (--- sistema con endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, ... sistema con ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, — sistema lineal y — pulso de excitación). 51

Figura 3.2. Respuesta Maximax del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno, con amplitud fija, para parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$, -·-·- $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$), de endurecimiento (· · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$) y para un sistema lineal (O). El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema..... 52

Figura 3.3. Respuesta Relativa del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno, con amplitud fija, para parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$, -·-·- $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$), de endurecimiento (· · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$) y para un sistema lineal (O). El eje vertical representa la respuesta

normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema..... 53

Figura 3.4. Respuesta Residual del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno, con amplitud fija, para parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$, - · - · - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$), de endurecimiento (· · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$) y para un sistema lineal (O). El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema..... 54

Figura 3.5. Relación entre la respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno, para parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$) y de endurecimiento (+ + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$), y la la respuesta al impacto de un sistema lineal (- · - · - línea auxiliar para relaciones igual a 1). El eje vertical representa la respuesta (a) Maximax, (b) Relativa y (c) Residual, con respecto a la respuesta lineal, mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema. 55

Figura 3.6. Respuesta Maximax del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g)..... 57

Figura 3.7. Respuesta Relativa del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada

mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g)..... 58

Figura 3.8. Respuesta Residual del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g)..... 59

Figura 3.9. Respuesta Maximax del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g)..... 60

Figura 3.10. Respuesta Relativa del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g)..... 61

Figura 3.11. Respuesta Residual del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la

respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g)..... 62

Figura 3.12. Efecto del incremento en la amplitud de entrada sobre la respuesta del sistema, para el modelo de Bouc-Wen. El eje vertical representa la respuesta máxima con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la amplitud de entrada. Para parámetros de: — Endurecimiento ($\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$), - - - Ablandamiento ($\alpha = 1$ y $\beta = 0$)... 63

Figura 3.13. Efecto del incremento en la amplitud de entrada sobre la respuesta del sistema, para el modelo de Bouc-Wen. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la amplitud de entrada. Para parámetros de: — Endurecimiento ($\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$), - - - Ablandamiento ($\alpha = 1$ y $\beta = 0$).64

Figura 3.14. Espectro de Respuesta al Impacto de máxima aceleración absoluta para una excitación de aceleración por la base (° ° ° sistema lineal, — $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$, · · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$; + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$)..... 65

Figura 3.15. Espectro de Respuesta al Impacto de desplazamiento máximo absoluto para una excitación de desplazamiento por la base (° ° ° sistema lineal, — $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$, · · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$; + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$). 66

Figura 3.16 Espectro de Respuesta al Impacto de desplazamiento relativo para una excitación de desplazamiento por la base (° ° ° sistema lineal, — $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$, · · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$; + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$)..... 67

Figura 3.17. Parámetros SAR, SDR y RDR normalizados, obtenidos al simular con parámetros de ablandamiento ($\alpha = 1$ y $\beta = 0$) con las respuestas (a) SAR, (b) SDR y (c) RDR, y con parámetros de endurecimiento ($\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$) con las respuestas (d) SAR, (e) SDR y (f) RDR, para diferentes amplitudes de excitación verseno (— 1g, - - - 2g, · · · 3g), en el modelo de Bouc-Wen..... 68

Figura 4.1. Resortes de cable seleccionados para las pruebas experimentales, (1) Resorte de hojas Enidine CR4-400, (2) Resorte helicoidal Enidine WR280010D y (3) Resorte helicoidal Enidine WR380010D.	72
Figura 4.2. Montaje base para las pruebas experimentales estáticas. (a) Esquemático de las pruebas y (b) imagen de un resorte de cable durante las pruebas.....	74
Figura 4.3. Arreglos de resortes en posición de estabilidad durante las pruebas estáticas, previo a la deformación: (a) Arreglo 1, (b) Arreglo 2, (c) Arreglo 3, y al alcanzar la deformación estática máxima: (d) Arreglo 1, (e) Arreglo 2, (f) Arreglo 3.....	75
Figura 4.4. Curva carga (N) – deformación (m) para el Resorte 1. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.....	76
Figura 4.5. Curva carga (N) – deformación (m) para el Arreglo 1. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.....	77
Figura 4.6. Curva carga (N) – deformación (m) para el Resorte 2. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.....	78
Figura 4.7. Curva carga (N) – deformación (m) para el Arreglo 2. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.....	78
Figura 4.8. Curva carga (N) – deformación (m) para el Resorte 3. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.....	79
Figura 4.9. Curva carga (N) – deformación (m) para el Arreglo 3. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.....	79
Figura 4.10. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte 1.	83
Figura 4.11. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Arreglo 1.	83
Figura 4.12. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el resorte 2.....	84
Figura 4.13. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Arreglo 2.	84
Figura 4.14. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el resorte 3.....	85
Figura 4.15. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Arreglo 3.	85

Figura 4.16. Montaje base para las pruebas experimentales dinámicas cíclicas. (a) Esquemático de las pruebas y (b) imagen de la configuración utilizada durante las pruebas. 86

Figura 4.17. Captura de pantalla de los parámetros utilizados por el sistema de excitación cíclica para la obtención de los lazos de histéresis (LASER)..... 87

Figura 4.18. Detalle de la configuración de los parámetros utilizados para la captura de fuerza y aceleración en cada arreglo de resortes (Data Physics)... 88

Figura 4.19. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1, sin deformación previa, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, . . . 12 mm, — 14 mm, - - - 16 mm, . . . 18 mm. 91

Figura 4.20. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1, con deformación previa de 15 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, . . . 12 mm, — 14 mm, - - - 16 mm, . . . 18 mm. 91

Figura 4.21. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1, con deformación previa preferente de 26 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, . . . 12 mm, — 14 mm, - - - 16 mm, . . . 18 mm..... 92

Figura 4.22. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1, con deformación previa de 30 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, . . . 12 mm, — 14 mm, - - - 16 mm, . . . 18 mm. 92

Figura 4.23. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2, sin deformación previa, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm..... 94

Figura 4.24. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2, con deformación previa de 5 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm..... 94

Figura 4.25. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2, con deformación previa preferente de 7.8 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm. 95

Figura 4.26. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2, con deformación previa de 10 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, . . . 12 mm. 95

Figura 4.27. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 3, sin deformación previa, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm. 97

Figura 4.28. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 3, con deformación previa de 5 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, . . . 12 mm. 97

Figura 4.29. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 3, con deformación previa de 10 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm. 98

Figura 4.30. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 3, con deformación previa preferente de 12.8 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, . . . 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, . . . 12 mm. 98

Figura 4.31. Tendencia del amortiguamiento (η), en el Arreglo 1, a diferentes valores de excitación por la base en mm para varios casos de deformación estática: —●— $\delta = 0\text{ mm}$, - -■- $\delta = 15\text{ mm}$, ..◆.. $\delta = 26\text{ mm}$, --▼-- $\delta = 30\text{ mm}$. 99

Figura 4.32. Tendencia del amortiguamiento (η), en el Arreglo 2, a diferentes valores de excitación por la base en mm para varios casos de deformación estática: —●— $\delta = 0\text{ mm}$, - -■- $\delta = 5\text{ mm}$, ..◆.. $\delta = 7.8\text{ mm}$, --▼-- $\delta = 10\text{ mm}$. 100

Figura 4.33. Tendencia del amortiguamiento (η), en el Arreglo 3, a diferentes valores de excitación por la base en mm para varios casos de deformación estática: —●— $\delta = 0\text{ mm}$, - -■- $\delta = 5\text{ mm}$, ..◆.. $\delta = 10\text{ mm}$, --▼-- $\delta = 12.8\text{ mm}$ 101

Figura 5.1. Montaje base para las pruebas experimentales dinámicas de impacto. (a) Esquemático de las pruebas y (b) imagen de la configuración utilizada durante las pruebas. 105

Figura 5.2. Captura de pantalla de los parámetros utilizados por el sistema de excitación de pulsos para la obtención de las respuestas al impacto (LASER). Se

puede apreciar el perfil original de aceleración de medio seno, y los perfiles correspondientes de velocidad y desplazamiento..... 106

Figura 5.3. Ejemplo de pulso de aceleración de forma medio seno con amplitud de 10 g y duración de 20 ms, y resultados de doble integración para obtener velocidad y desplazamiento. (a) pulso original de aceleración (b) pulso de velocidad, (c) pulso de desplazamiento. 107

Figura 5.4. Localización de cada uno de los casos, especificado en la Tabla 5.1, para las curvas Fuerza – Deformación del (a) Arreglo 1, (b) Arreglo 2 y (c) Arreglo 3. 109

Figura 5.5. Respuesta al impacto para aceleración en el Arreglo 1, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms,(c) 25 ms, (d) 30 ms,(e) 35 ms, (f) 40 ms. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. — Aceleración de excitación normalizada, - - - aceleración de respuesta normalizada. 110

Figura 5.6. Respuesta al impacto para aceleración en el Arreglo 2, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms,(c) 25 ms, (d) 30 ms,(e) 35 ms, (f) 40 ms. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. — Aceleración de excitación normalizada, - - - aceleración de respuesta normalizada. 111

Figura 5.7. Respuesta al impacto para aceleración en el Arreglo 3, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms,(c) 25 ms, (d) 30 ms,(e) 35 ms, (f) 40 ms. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. — Aceleración de excitación normalizada, - - - aceleración de respuesta normalizada. 112

Figura 5.8. Aceleración absoluta máxima de la respuesta al impacto normalizada con respecto a la amplitud de entrada, en función de la duración del pulso, para el (a) Arreglo 1, (b) Arreglo 2 y (c) Arreglo 3, soportando las cargas especificadas en la Tabla 5.1 (●a, ■b, ◆c, ▼d y ▲e). 113

Figura 5.9. Respuesta al impacto para desplazamiento en el Arreglo 1, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms,(c) 25 ms, (d) 30 ms,(e) 35 ms, (f) 40 ms, considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. La respuesta está normalizada con respecto a la amplitud máxima de entrada (— Desplazamiento de entrada, - - - desplazamiento absoluto, · · · desplazamiento relativo). 115

Figura 5.10. Respuesta al impacto para desplazamiento en el Arreglo 2, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms, (c) 25 ms, (d) 30 ms, (e) 35 ms, (f) 40 ms, considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. La respuesta está normalizada con respecto a la amplitud máxima de entrada (— Desplazamiento de entrada, - - - desplazamiento absoluto, . . . desplazamiento relativo). 116

Figura 5.11. Respuesta al impacto para desplazamiento en el Arreglo 3, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms, (c) 25 ms, (d) 30 ms, (e) 35 ms, (f) 40 ms, considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. La respuesta está normalizada con respecto a la amplitud máxima de entrada (— Desplazamiento de entrada, - - - desplazamiento absoluto, . . . desplazamiento relativo). 117

Figura 5.12. SRS de desplazamiento relativo, en función de la duración del pulso, para: (a) el Arreglo 1, (b) el Arreglo 2 y (c) el Arreglo 3, soportando las cargas especificadas en la Tabla 5.1 (●a, ■b, ◆c, ▼d y ▲e). 119

Figura 5.13. Respuesta en aceleración absoluta, del Arreglo 1, (a) para pulsos de 15 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 9 g, (b) para pulsos de 20 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 9 g. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. 121

Figura 5.14. Respuesta en aceleración absoluta, del Arreglo 2, (a) para pulsos de 15 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 9 g, (b) para pulsos de 20 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 3 g. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. 122

Figura 5.15. Respuesta en aceleración absoluta, del Arreglo 3, (a) para pulsos de 15 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 9 g, (b) para pulsos de 20 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 5 g. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. 123

Figura 5.16. Respuesta al impacto, del Arreglo 1, para las cargas mostradas en la Tabla 5.1 (●a, ■b, ◆c, ●d y ■e), en función de la amplitud de excitación, además de un ajuste de curvas — para cada caso: (a) respuesta absoluta al pulso de 15 ms, (b) respuesta normalizada al pulso de 15 ms, (c) respuesta absoluta al pulso de 20 ms, (d) respuesta normalizada al pulso de 20 ms. 124

Figura 5.17. Respuesta al impacto, del Arreglo 2, para las cargas mostradas en la Tabla 5.1 (●a, ■b, ◆c), en función de la amplitud de excitación, además de un ajuste de curvas — para cada caso: (a) respuesta absoluta al pulso de 15 ms, (b) respuesta normalizada al pulso de 15 ms, (c) respuesta absoluta al pulso de 20 ms, (d) respuesta normalizada al pulso de 20 ms. 125

Figura 5.18. Respuesta al impacto, del Arreglo 3, para las cargas mostradas en la Tabla 5.1 (●a, ■b), en función de la amplitud de excitación, además de un ajuste de curvas — para cada caso: (a) respuesta absoluta al pulso de 15 ms, (b) respuesta normalizada al pulso de 15 ms, (c) respuesta absoluta al pulso de 20 ms, (d) respuesta normalizada al pulso de 20 ms..... 127

Figura A2.1. Respuesta en estado estable en función de la razón de frecuencias de un sistema (a) lineal, (b) no lineal de endurecimiento a diferentes magnitudes de fuerza de excitación, (c) posibles respuesta de un sistema no lineal con endurecimiento, a un nivel particular de fuerza (— zona estable, - - - zona inestable). 155

Figura A2.2. Respuesta en resonancia, en función de la razón de frecuencias, para sistemas no lineales con (a) ablandamiento y (b) endurecimiento. 156

Figura A3.1. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte CR1-400. 158

Figura A3.2. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte CR1-400. 158

Figura A3.3. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte CR4-400. 159

Figura A3.4. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte CR4-400. 159

Figura A3.5. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte V10Z69-0937290..... 160

Figura A3.6. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte V10Z69-0937290.....	160
Figura A3.7. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte V10Z70-0625150.....	161
Figura A3.8. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte V10Z70-0625150.....	161
Figura A3.9. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte WR-280010D.....	162
Figura A3.10. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte WR-280010D.	162
Figura A3.11. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte WR-380010D.....	163
Figura A3.12. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte WR-380010D.	163
Figura A3.13. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte V10Z70-1250230.....	164
Figura A3.14. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte V10Z70-1250230.....	164
Figura A4.1. Extracto del folleto donde el fabricante, Enidine [71], menciona algunas de las características de los resortes de cable.....	165
Figura A4.2. Extracto del folleto donde el fabricante, Advanced Antivibration Components [73], menciona algunas de las características de los resortes de cable.	166
Figura A4.3. Datos técnicos, sobre la configuración del Resorte 1, por Enidine [71].....	167
Figura A4.4. Datos técnicos, sobre la relación carga y deformación del Resorte 1, por Enidine [71].....	168
Figura A4.5. Datos técnicos, sobre la configuración del Resorte 2, por Enidine [71].....	169

Figura A4.6. Datos técnicos, sobre la relación carga y deformación del Resorte 2, por Enidine [71].	170
Figura A4.7. Datos técnicos, sobre la configuración del Resorte 1, por Enidine [71].	171
Figura A4.8. Datos técnicos, sobre la relación carga y deformación del Resorte 3, por Enidine [71].	172
Figura A4.9. Datos técnicos, sobre la configuración del resorte CR1-400, por Enidine [71].	173
Figura A4.10. Datos técnicos, sobre la relación carga y deformación del resorte CR1-400, por Enidine [71].	174
Figura A4.11. Datos técnicos, sobre la configuración del resorte V10Z69-0937290, por Advanced Antivibration Components [73].	175
Figura A4.12. Datos de fabricación y máximas deformaciones para el resorte V10Z69-0937290, por Advanced Antivibration Components [73].	176
Figura A4.13. Datos técnicos, sobre la configuración del resorte V10Z70-0625150, por Advanced Antivibration Components [73].	177
Figura A4.14. Datos de fabricación y máximas deformaciones para el resorte V10Z70-0625150, por Advanced Antivibration Components [73].	178
Figura A4.15. Datos técnicos, sobre la configuración del resorte V10Z70-1250230, por Advanced Antivibration Components [73].	179
Figura A4.16. Datos de fabricación y máximas deformaciones para el resorte V10Z70-1250230, por Advanced Antivibration Components [73].	180
Figura A5.1. Ventana general, mostrada al ejecutar el script vibrationdata. ...	182
Figura A5.2. Ventana de opciones para integrar o diferenciar, en vibrationadata.	182
Figura A5.3. Ventana con los parámetros y opciones disponibles para la doble integración, en vibrationdata.	183

Índice de Tablas

Tabla 4.1. Capacidades de carga y deformación suministradas por el fabricante de los resortes de cable usados en las pruebas experimentales.....	73
Tabla 4.2. Resumen de los valores máximos de carga y deflexión para los 3 resortes seleccionados y el número de resorte asignado a los usados en los arreglos posteriores.	75
Tabla 4.3. Valores de carga y deflexión máximos en los arreglos de resortes de cable, usados en las pruebas experimentales.	76
Tabla 4.4. Constantes p_1 , p_2 , p_3 y p_4 para los resortes de cable individuales, obtenidos del ajuste de curvas.....	80
Tabla 4. 5. Constantes p_1 , p_2 , p_3 y p_4 para los arreglos de resortes de cable, obtenidos del ajuste de curvas.....	81
Tabla 4.6 Valores de carga preferente para cada resorte individual.....	81
Tabla 4.7 Valores de carga preferente para cada arreglo de resortes.....	82
Tabla 5.1. Casos de carga considerados en las pruebas de impacto.....	108
Tabla 5.2. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para los Arreglos 1 y 2, en los casos e y c respectivamente, para la forma $y = a * xb + c$	125
Tabla 5.3. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3, de la forma $y = p_1 * x^4 + p_2 * x^3 + p_3 * x^2 + p_4 * x + p_5$	126
Tabla A3.1. Detalles de los siete resortes probados originalmente y resultados generales de las pruebas estáticas realizadas en ellos.	157
Tabla A6.1. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso e , de la forma $y = a * xb + c$	184
Tabla A6.2. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso e , de la forma $y = a * xb + c$	184

Tabla A6.3. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso d , de la forma $y = a * xb + c$	185
Tabla A6.4. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso d , de la forma $y = a * xb + c$	185
Tabla A6.5. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso c , de la forma $y = a * xb$	185
Tabla A6.6. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso c , de la forma $y = a * xb + c$	185
Tabla A6.7. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso b , de la forma $y = a * xb + c$	186
Tabla A6.8. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso b , de la forma $y = a * xb + c$	186
Tabla A6.9. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso a , de la forma $y = a * xb + c$	186
Tabla A6.10. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso a , de la forma $y = a * xb + c$	186
Tabla A6.11. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso c , de la forma $y = a * xb + c$	187
Tabla A6.12. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso c , de la forma $y = a * xb + c$	187
Tabla A6.13. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso b , de la forma $y = p1 * x6 + p2 * x5 + p3 * x4 + p4 * x3 + p5 * x2 + p6 * x + p7$	187
Tabla A6.14. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso b , de la forma $y = a * xb + c$	188
Tabla A6.15. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso a , de la forma $y = p1 * x6 + p2 * x5 + p3 * x4 + p4 * x3 + p5 * x2 + p6 * x + p7$	188
Tabla A6.16. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso a , de la forma $y = p1 * x2 + p2 * x + p3$	188

Tabla A6.17. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3 caso **b**, de la forma $y = p_1 * x^4 + p_2 * x^3 + p_3 * x^2 + p_4 * x + p_5$ 189

Tabla A6.18. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3 caso **b**, de la forma $y = p_1 * x^4 + p_2 * x^3 + p_3 * x^2 + p_4 * x + p_5$ 189

Tabla A6.19. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3 caso **a**, de la forma $y = a * x^b + c$ 189

Tabla A6.20. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3 caso **a**, de la forma $y = p_1 * x^4 + p_2 * x^3 + p_3 * x^2 + p_4 * x + p_5$ 190

Nomenclatura

Abreviaciones

RDR	Relación de desplazamiento relativo (Relative Displacement Ratio)
SAR	Relación de la aceleración de impacto (Shock Acceleration Ratio)
SDR	Relación de desplazamiento de impacto (Shock Displacement Ratio)
SRS	Espectro de respuesta al impacto (Shock Response Spectra)
TR	Transmisibilidad

Simbología alfabética

<i>A</i>	Parámetro del modelo de Bouc-Wen
<i>B</i>	Rigidez compleja
<i>c</i>	Amortiguamiento
<i>D</i>	Desplazamiento en el lazo de histéresis
<i>F</i>	Fuerza
<i>g</i>	Aceleración de la gravedad (9.8 m/s^2)
<i>k</i>	Rigidez
<i>m</i>	Masa
<i>n</i>	Parámetro de suavidad del lazo en el modelo de Bouc-Wen
<i>t</i>	Tiempo
<i>T</i>	Periodo natural
<i>u</i>	Desplazamiento del impulso en la base
<i>U</i>	Energía disipada
<i>W</i>	Energía disipada en un ciclo
<i>x</i>	Desplazamiento del impulso en el sistema
<i>X</i>	Deformación bajo carga cíclica
<i>z</i>	Fuerza de histéresis

Simbología griega

α	Parámetro de tamaño del lazo en el modelo de Bouc-Wen
β	Parámetro de tamaño del lazo en el modelo de Bouc-Wen
γ	Parámetro de forma del lazo en el modelo de Bouc-Wen
δ	Deformación estática
ζ	Razón de amortiguamientos
η	Factor de pérdida
λ	Factor de severidad
μ	Coefficiente de fricción
ν	Desplazamiento de respuesta
ξ	Desplazamiento de excitación
τ	Duración del impacto
ω	Frecuencia de operación o de trabajo
ω_n	Frecuencia natural

Resumen

El presente trabajo se ha realizado en base a los avances científicos y tecnológicos actuales, para desarrollar un área del conocimiento que aún se está investigando, esto para el mejoramiento de las condiciones de operación en aeronaves.

Primeramente se expone una reseña histórica sobre el estudio de sistemas aislantes de vibración basados en fricción seca, sobre las aplicaciones de la no linealidad de la rigidez y el amortiguamiento en los sistemas aislantes de vibración, así como los avances más actuales en la tecnología de control pasivo, semiactivo y activo de vibraciones.

Posteriormente, se presenta una caracterización cuasi estática de los aisladores de fricción seca, previa a cualquier simulación, obteniendo de ella las curvas fuerza – desplazamiento. Se realizó un ajuste de curvas de las mismas para derivar el desplazamiento, obteniendo así las curvas de rigidez, las cuales fueron utilizadas para demostrar la no linealidad de los resortes de cable.

Las pruebas dinámicas se desarrollaron inicialmente con una excitación sinusoidal para obtener la respuesta de fuerza y desplazamiento de algunos arreglos de resortes de cable, esto con el fin de obtener sus lazos de histéresis y de ahí el amortiguamiento de cada arreglo. Posteriormente, la excitación fue una señal impulsiva de diferentes amplitudes y diferentes duraciones, donde también fue expuesta la no linealidad de los resortes de cable.

Para el modelo matemático de Bouc-Wen, se tomaron como entrada excitaciones transitorias de diferentes duraciones y amplitudes para obtener la respuesta y validarla con los resultados experimentales obtenidos previamente.

Finalmente, las conclusiones más representativas de los resultados experimentales mostrados por los resortes de cable, se incluyen junto con las comparativas entre dichos resultados y las simulaciones teóricas, además de sugerencias para trabajo futuro que se puede desarrollar en esta rama de la ciencia y la tecnología.

Capítulo 1.

Introducción

Algunos tipos de vibraciones mecánicas son fuente común de efectos indeseables, tal es el caso de desgaste, fatiga, ruido o fallas mecánicas, entre otros, y son muy comunes en sistemas aeronáuticos y aeroespaciales. Cuando las vibraciones se producen debido a excitaciones transitorias, o impactos, pueden causar daños importantes en equipos delicados, ya que los niveles permisibles de esfuerzo y deformación pueden ser superados. Existen diversos métodos usados con el fin de minimizar estos efectos negativos, siendo la opción más común y relativamente sencilla de implementar el aislamiento de vibraciones. Los aislantes antivibratorios proveen elasticidad y amortiguamiento al sistema, que tienen la finalidad de almacenar y disipar la energía proveniente de la fuente vibratoria respectivamente. En la práctica, esto se logra por medio de un soporte flexible, simplificado como una combinación de elemento elástico y amortiguante viscoso lineal. Los aislantes usados para reducir el efecto de las vibraciones se encuentran disponibles en diferentes formas, tales como resortes helicoidales, amortiguadores viscosos, almohadillas de goma, neopreno, silicón, resortes de hojas, etc. En general, los aisladores pasivos con propiedades constantes de rigidez y amortiguamiento, son la solución más utilizada para la excitación por impactos.

Las aeronaves son ejemplos importantes en los cuales el aislamiento vibratorio es crucial, según lo expone Irvine en su síntesis [1], los componentes de aviónica, en un vehículo aéreo, contienen partes electrónicas sensibles que pueden fallar cuando se somete a excitaciones de impacto o vibración excesiva durante el vuelo. Por ejemplo, los osciladores de cristal pueden romperse, y las uniones soldadas también son propensas a fallar. La falla puede presentarse por alcanzar el esfuerzo final o el de cedencia, por pandeo, por fatiga, excesivo desplazamiento relativo o la pérdida de tolerancias [2]. La fatiga es, generalmente, el modo más crítico para la vibración. Por ejemplo, en la Figura 1.1 (a) y (b) se muestra el montaje típico de un aislante de copa de acero inoxidable con núcleo de aluminio sujetando la base de tarjetas electrónicas de la aviónica en una aeronave tipo Cessna. Normalmente este tipo de aislantes se selecciona en base a recomendaciones del fabricante, y al sentido común ingenieril, sin existir normas, estándares o guías de diseño específicas [2].



Figura 1.1. Montaje de aislantes de vibración, bajo el soporte para tarjetas electrónicas de la aviónica, en el interior de una aeronave de ala fija tipo Cessna: (a) vista frontal hacia la parte trasera del fuselaje y (b) vista lateral del montaje.

Aunque la selección y diseño de los aislantes antivibratorios se basa en modelos lineales, en muchas ocasiones el amortiguamiento no responde a un modelo viscoso, sino más complejo, ya sea viscoelástico, de fricción seca, estructural, etc. Además, el elemento elástico puede presentar comportamientos no lineales, especialmente cuando son sujetos a grandes deformaciones, como por ejemplo las excitaciones debidas a impactos y choques.

Debido al comportamiento no lineal de los aislantes antivibratorios, se han desarrollado otros enfoques que son más apropiados para representar estas propiedades, con el fin de considerar la disipación de energía y el efecto de la rigidez no lineal de una manera más precisa, por ejemplo el modelo de Bouc-Wen [3]. Este modelo aproxima los lazos de histéresis que se observan en los sistemas de aislamiento descritos, cuando son sometidos a cargas cíclicas. Además, la falta de información teórica y experimental sobre la respuesta impulsiva y de impacto a aislantes con propiedades no lineales es factor importante para desarrollar este proyecto. Como resultado, el presente estudio tiene como objetivo analizar el comportamiento de un tipo particular de aislantes de vibraciones e impacto con propiedades no lineales en rigidez y amortiguamiento, usando el modelo de Bouc-Wen para predecir la respuesta teórica, y validar experimentalmente las predicciones teóricas para determinar el grado de correlación alcanzado. Dentro de este objetivo, se caracterizan los efectos no lineales en la rigidez y amortiguamiento, buscando aprovechar estas cualidades para el control de vibraciones debidas a impactos. Se propone, como trabajo futuro, diseñar un prototipo de aislante vibratorio óptimo en base a los resultados de los modelos estudiados. Este aislante vibratorio podrá ser usado en aplicaciones que requieran altos índices de aislamiento vibratorio en un espacio compacto, por ejemplo los sistemas aeronáuticos y aeroespaciales, en particular sistemas de aviónica. El uso de resortes de cable no se ha generalizado en todas las aplicaciones donde tiene un gran potencial, esto puede deberse al desconocimiento de los diseñadores de automóviles comerciales, máquinas de control numérico computarizado, por decir algunos ejemplos. Su aplicación en vehículos navales, y sobre todo en aplicaciones militares como embarcaciones y tanques, es donde su uso se ha generalizado.

1.1 Antecedentes.

1.1.1 Aislamiento de vibraciones debidas a impactos.

La mayor parte de la teoría básica de aislamiento al impacto fue publicada entre 1940 y 1970 la cual considera modelos lineales, y aproximaciones no lineales orientados a aislantes viscoelásticos, y se puede consultar en las referencias [4], [5], [6], [7] y [8]. De cualquier manera, existe un renovado interés en el tema de aislamiento de vibraciones, el cual se refleja en el incremento de publicaciones en recientes años, sobre esta área, tal y como se analiza brevemente en esta revisión bibliográfica.

La importancia de determinar la respuesta al impacto radica en la cuantificación del daño potencial. Algunos de los trabajos más significativos respecto a la respuesta de impacto fueron realizados por Mindlin [5] quien realizó una monografía dedicada al aislamiento y protección de dispositivos delicados en base a un sistema de empaque contra pulsos de aceleración como los que se observan en caídas libres. Jacobsen y Ayre [9] extendieron el estudio de la respuesta al impacto y generalizaron el estudio de la respuesta al impacto en múltiples escenarios.

Snowdon [10] y Parfitt [6] buscaban identificar las características que debe poseer un aislante ideal para disminuir la respuesta de un sistema, estudiando los efectos de la rigidez no lineal y las curvas de transmisibilidad, llevándolos a concluir que el aislante ideal debe tener las siguientes características:

- Una frecuencia natural baja, que se traduce en soportes de baja rigidez.
- Baja transmisibilidad en el punto de resonancia.
- Decremento rápido de la fuerza transmitida con el incremento de la frecuencia.

El efecto de los elementos no lineales en los sistemas de aislamiento de impactos fue un tema que no pasó desapercibido, Snowdon [11] y [12] fue uno de los primeros en publicar sobre el tema, con diferentes análisis sobre aislantes

viscoelásticos, seguido por otros autores, como Hundal [13] quien en 1976 presentó sus estudios sobre los efectos del amortiguamiento no lineal en resortes de aire, y continuó con sus trabajos [14], [15], [16] también con Fitzmorris [17] referentes al aislamiento de impactos con monturas aislantes neumáticas no lineales. Como se mencionó previamente, el uso de elementos pasivos, ya sean lineales o no lineales comprende los fundamentos de la teoría y la práctica de aislamiento de impactos. Sin embargo, hay mejoras recientes y resultados en el uso de estos elementos, en especial aprovechando las propiedades no lineales. Por ejemplo, existe el compromiso, entre el rendimiento de aislamiento y las limitaciones de espacio, cuando se adopta una baja rigidez de aislamiento para obtener un sistema de frecuencia natural más baja. Además, el sistema de aislamiento puede comportarse de forma no lineal debido a grandes deformaciones resultantes de los impactos. Recientemente, ha habido un renovado interés en el uso de aisladores no lineales de vibración, como lo identificó Ibrahim en su revisión [18].

Por otra parte, el desarrollo de los aisladores de impacto para equipo electrónico es otro ejemplo donde se pueden encontrar publicaciones recientes. Goyal et al. [19] estudiaron la respuesta al impacto teórica y experimental en placas de circuito impreso (PCB del inglés, Printed Circuit Board), demostrando el uso del espectro de respuesta al impacto (SRS) para encontrar el pico de aceleración experimental en las PCB sometidas a diferentes pulsos de impacto. La respuesta al impacto se redujo mediante el uso de anillos elastoméricos en los puntos de montaje de las PCB en el chasis, y se sugirió que a los diseños más rígidos de PCB se les adicionaran más puntos de apoyo para conducir a un mejor aislamiento. Los autores señalaron los beneficios del amortiguamiento en la reducción de la aceleración de impacto, sin embargo, esto podría representar una discusión interesante, ya que algunos trabajos recientes han sugerido lo contrario [20], además, Goyal considera el análisis lineal, pero los anillos de elastoméricos son propensos a exhibir un comportamiento no lineal, siendo este otro potencial para futuras investigaciones.

Es importante mencionar el uso de la rigidez no lineal en el aislamiento, específicamente la combinación de rigidez negativa con elementos de rigidez positiva. La fuerza elástica de la rigidez negativa propicia a que el sistema salga del equilibrio y pueda volverse inestable, en contraste con la rigidez positiva, que siempre trata de restaurar el equilibrio del sistema. La combinación de estos elementos busca lograr una rigidez dinámica muy baja manteniendo una alta rigidez estática para soportar el peso del equipo aislado. Este concepto muestra una rigidez tangencial, lo que significa que la rigidez instantánea o tangente, alrededor de un punto de equilibrio es muy baja. Esto se denomina "rigidez cuasi cero", (HSLDS del inglés, High Static – Low Dynamic Stiffness), que puede proporcionar un excelente aislamiento alrededor de un punto de equilibrio en particular. Diferentes variantes y fenómenos implicados con estos aisladores han sido ampliamente estudiados para vibración armónica y aleatoria. Carella et al. [21], [22], [23], [24], [25] estudiaron el comportamiento estático y dinámico de estos mecanismos y desarrollaron dispositivos experimentales para validar la teoría. Este concepto aún se explora para el diseño de nuevos y mejorados aisladores, por ejemplo, en el estudio de Valeev et al. [26] quienes diseñaron un aislador de vibraciones compacto, de un solo material elástico y con las ventajas de la rigidez cuasi cero (HSLDS). Aunque en los estudios previos no se había considerado la respuesta al impacto, esta idea representa un gran potencial para sistemas de aislamiento a vibraciones impulsivas, ya que uno quiere tener, idealmente, un montaje más suave, de baja frecuencia y capaz de almacenar grandes cantidades de energía, pero esto no siempre es posible debido a restricciones de espacio y el peso de los soportes.

Recientemente, este concepto de aislamiento vibratorio se ha aplicado con éxito a excitación de impacto. Xingtian et al. [27] estudiaron teóricamente el rendimiento de un aislante con "rigidez cuasi cero" bajo diferentes excitaciones de impacto por la base, tales como paso redondeado, pulso redondeado y paso oscilatorio. Encontraron que un sistema con muy baja rigidez tangencial, tiene un mejor rendimiento de aislamiento al impacto, en relación con la respuesta de aceleración absoluta. Por su parte, la respuesta de desplazamiento absoluto

disminuye cuando la duración del impacto es corta en comparación con el período natural del sistema. En lo que respecta al movimiento relativo, la respuesta observada era más alta al compararse con un sistema lineal. Por lo que sigue siendo una tarea pendiente, el validar experimentalmente e investigar las implicaciones prácticas de estos sistemas en el aislamiento a impactos. Por otra parte, Tang y Brennan [28] estudiaron la respuesta teórica al impacto de un sistema de aislamiento similar de alta rigidez estática – baja rigidez dinámica donde reportaron resultados similares a los de Xingtian en términos de mejora de aislamiento de la aceleración, pero con un efecto negativo para el movimiento relativo. En este trabajo, se determinó la respuesta al impacto en términos de los parámetros de rendimiento: relación de la aceleración de impacto (SAR del inglés, Shock Acceleration Ratio), relación de desplazamiento de impacto (SDR del inglés, Shock Displacement Ratio) y la relación de desplazamiento relativo (RDR del inglés, Relative Displacement Ratio) para diferentes amplitudes de entrada, logrando encontrar un mejor aislamiento al impacto para bajas amplitudes de impacto en términos de aceleración máxima y respuesta de desplazamiento, debido a la reducción de la frecuencia natural efectiva. Sin embargo, para grandes desplazamientos de entrada, el efecto es perjudicial debido al aumento en la rigidez del sistema cuando la extensión o compresión del resorte aislante es grande.

Con el fin de reproducir un sistema físico con una baja rigidez, Ledezma et al. [29] desarrollaron un dispositivo experimental destinado a mostrar su viabilidad. Dicho dispositivo lo compone un imán suspendido por medio de hilos de nylon representando la masa de carga a ser aislada y también se diseñaron un par de electroimanes en configuraciones opuestas o repulsivas, con respecto a la masa suspendida. Se caracterizó la rigidez estática y dinámica, demostrando los efectos de endurecimiento y ablandamiento, dependiendo de la configuración de la fuerza magnética, es decir, la polaridad y la magnitud del voltaje suministrado a los electroimanes. Se encontró que el uso de una fuerza magnética de atracción proporciona una rigidez dinámica efectiva muy baja, cuando actúa en contra de la fuerza de restauración pasiva, proporcionada por los hilos tensados de soporte.

También un aislamiento al impacto mejorado, donde la aceleración absoluta y el desplazamiento fueron los parámetros de interés, pero a costa de un mayor desplazamiento relativo, como se había sugerido en estudios teóricos anteriores. Los autores dieron una breve información sobre posibles inestabilidades debido a un fenómeno de salto, por la excitación armónica, de la variación lenta de frecuencia, lo cual es interesante para futuras investigaciones.

La idea de la rigidez negativa también fue investigada recientemente por Fulcher et al. [30] utilizando vigas en condiciones de pandeo, que son un ejemplo común de una rigidez negativa inestable. Alternativamente Ma et al. [31] idearon un sistema de aislamiento, a impactos, de alta rigidez estática y baja rigidez dinámica utilizando cables. El dispositivo comprende al objeto aislado suspendido por varios cables y restringido por una serie de cables pretensados y distribuidos de manera uniforme en el plano horizontal, donde la baja rigidez dinámica del sistema es controlada por la pretensión de los cables, y la alta rigidez estática se determina por la rigidez axial de los cables y sus configuraciones geométricas. Los autores presentaron simulaciones numéricas de la respuesta en el dominio del tiempo para varias entradas de impacto. Entonces, se sintetizó el SRS a partir de las respuestas en el tiempo y se produjeron los espectros de diseño para el posterior diseño de sistemas de aislamiento similares. Se concluyó que se logró un mejor rendimiento del aislamiento en el plano deseado, el horizontal. Sin embargo, los resultados fueron sólo teóricos y aunque la estrategia se presume de gran potencial, la validación experimental es necesaria desde un punto de vista práctico.

Otros avances interesantes en el aislamiento vibratorio no lineal de impactos se pueden encontrar en las soluciones para los sistemas de envasado con cartón corrugado, presentadas por Wang et al. [32], en este trabajo, se estudiaron los modelos no lineales en las curvas carga–deformación, que tiene una rigidez tangencial similar al concepto de baja rigidez dinámica. Los autores propusieron un método variacional para resolver las ecuaciones diferenciales no lineales. Aunque las curvas carga–deformación fueron validadas de manera experimental,

mostrando una buena concordancia con las curvas teóricas, las simulaciones numéricas de la respuesta al impacto no se validaron y es un reto para el trabajo futuro.

La espuma como un medio de aislamiento personal, durante las explosiones submarinas, fue considerada y modelada numéricamente por Chen et al. [33]. Los cojines de espuma se caracterizaron por una curva carga – deformación no lineal de tres fases, es decir, la deformación elástica lineal, la zona llana de la carga correspondiente al pandeo elástico y el posterior efecto de pandeo. El cojín fue modelado como una cadena de masas separadas por resortes y amortiguadores no lineales en paralelo. Los autores propusieron parámetros de diseño tales como el aumento en el tiempo de la carga de impacto, fuerza de pandeo de la espuma elástica y el amortiguamiento. En particular, se deberá tener en cuenta la importancia de la fuerza de pandeo crítica de la almohadilla de espuma, que es un parámetro de diseño clave que controla el rendimiento de atenuación. Los autores concluyeron que si hay suficiente espacio para la deformación, entonces se permite aumentar el espesor de la almohadilla, un cojín con una fuerza crítica inferior proporciona una mejor atenuación de impacto. La selección adecuada de estos parámetros puede atenuar eficazmente la energía del impacto transmitida al cuerpo humano en las aplicaciones consideradas.

En lo que respecta a las investigaciones sobre el efecto de amortiguamiento viscoso en la respuesta al impacto y el aislamiento, hay recientes hallazgos notables. La implementación del amortiguamiento viscoso para el aislamiento durante la instalación de grandes estructuras, como las turbinas eólicas, se estudió por Zhang et al. [34], quienes diseñaron un nuevo aislador de impactos basado en un amortiguador hidráulico. Los autores establecieron un diseño óptimo del orificio de estrangulamiento de la compuerta, enfocado en reducir el pico de aceleración debido al impacto, encontrando relaciones óptimas entre el área del orificio de estrangulamiento y el desplazamiento del pistón. Las simulaciones numéricas mostraron la viabilidad y mejoría, en la reducción de la aceleración, con el modelo propuesto. Se desarrolló y evaluó un prototipo

experimental mediante una prueba de caída libre, logrando concordancia con las predicciones teóricas y validando el diseño.

Estudios experimentales hechos por Lu et al. [35], en 2013, sobre el efecto del amortiguamiento en aisladores deslizantes, para el control de impactos y vibraciones durante terremotos, han demostrado que para estructuras rígidas el amortiguamiento viscoso es capaz de suprimir el pico de desplazamiento, inducido por la componente de larga duración del pulso típico previo a los terremotos, sin aumentar la respuesta de aceleración. Sin embargo, existe un compromiso, que es un ligero aumento en la aceleración estructural debido a la excitación sísmica. Este trabajo también demostró que los pulsos en los movimientos de tierra pueden inducir resonancias en los aisladores deslizantes, cuando la duración del pulso es cercana al período natural del aislante. Sin embargo, este efecto se puede suprimir mediante la adición de amortiguamiento viscoso al sistema de aislamiento. El trabajo consideró el efecto del amortiguamiento viscoso tanto lineal como no lineal, no encontrando diferencias considerables entre los resultados numéricos.

El concepto de amortiguamiento asimétrico, en el caso de la suspensión de los asientos de camiones pesados, fue estudiado por Stein y Múčka [36], quienes consideraron un asiento equipado con un sistema de suspensión de punta a cola, es decir, el movimiento horizontal en el asiento del conductor. Una de las principales conclusiones fue que es preferible el uso de un amortiguador con características de fuerza y velocidad progresiva, y una mayor constante de amortiguamiento viscoso debería atenuar adecuadamente la excitación por impactos frontales y traseros, y prevenir rebote.

Recientemente, Narkhede y Sinha [37] investigaron más a fondo el efecto del amortiguamiento viscoso no lineal, señalando los beneficios al considerar este tipo de amortiguamiento en el aislamiento de impactos, ya que normalmente los modelos solamente están ligeramente amortiguadas. Narkhede y Sinha consideraron una ley de potencia fraccionaria para el modelado de la fuerza amortiguante no lineal. El pico de desplazamiento, encontrado con simulaciones

numéricas era más pequeño cuando la fuerza de amortiguamiento es no lineal, en comparación con el amortiguamiento lineal, por lo tanto la fuerza transmitida al sistema de soporte era también más pequeña. Otra aplicación reciente de amortiguamiento no lineal es el diseño de la dependencia del amortiguamiento asimétrico para vehículos automotrices, es decir, la suspensión lineal por segmentos. Silveira et al. [38] evaluaron la respuesta al impacto de suspensiones asimétricas en modelos de medio automóvil, encontrando un comportamiento más suave, afirmando que las fuerzas del amortiguamiento viscosos son más pequeñas durante el primer ciclo de la oscilación (cuando se producen los impactos) y esta tendencia aumenta con impactos más severos. Mediante la evaluación de los parámetros de rendimiento relación de la aceleración de impacto (SAR), relación de desplazamiento de impacto (SDR) y la relación de desplazamiento relativo (RDR), se encontró que el uso del amortiguamiento asimétrico reduce los niveles de aceleración aumentando el movimiento relativo entre la masa suspendida y la masa no suspendida, pero esto no necesariamente representa un desplazamiento mayor en la masa suspendida. Por otra parte, el uso de una suspensión trasera simétrica lineal, en combinación con una suspensión delantera asimétrica, podría reducir movimientos angulares a costa del aumento en el movimiento vertical, a comparación del sistema totalmente asimétrico.

1.1.2 Aislantes antivibratorios con fricción seca e histéresis

Un tipo particular de aislador pasivo de vibraciones, que se caracteriza por sus propiedades de rigidez y amortiguamiento no lineal, son los resortes de cable, los cuales se construyen de alambres de acero enrollados, formando cuerdas y dichas cuerdas enrolladas alrededor de un núcleo, normalmente en la dirección opuesta en comparación con los alambres individuales, para formar un cable de acero entrelazado, como se representa en la Figura 1.2. Al aplicar cargas en estos resortes, los alambres que componen los cables se deslizan, provocando disipación de energía por fricción, y además son capaces de deformarse en

grandes proporciones con respecto a su tamaño, de esta manera almacenando grandes cantidades de energía.

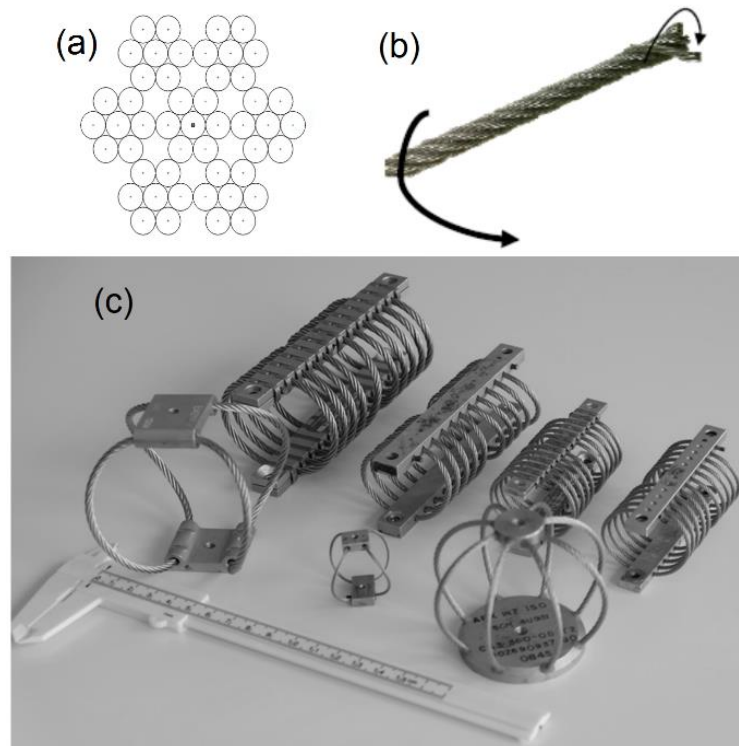


Figura 1.2. (a) Detalle de la sección transversal de un cable de acero 7x7 típico (7 cordones de 7 alambres cada uno). (b) Detalle del cable y los arrollamientos entre alambres y cordones. (c) Diferentes muestras de resortes de cable disponibles comercialmente como aisladores de vibración.

A pesar de que estos aisladores de vibraciones han existido desde hace mucho tiempo, en la actualidad existe un renovado interés en la investigación de sus propiedades, especialmente con respecto al modelaje matemático de sus propiedades de fuerza y de disipación de energía, en base al fenómeno de histéresis que los caracteriza. Además, es importante destacar que uno de los principales usos de este tipo de aislantes son las aplicaciones aeronáuticas, como el aislamiento de componentes de aviónica, electrónicos, ópticos, etc. Se mencionan a continuación algunos ejemplos notables. La Figura 1.3 (a), muestra un resorte de cable en configuración de 4 hojas que actualmente son recomendados para aislar circuitos electrónicos. Actualmente, en el Mars

Science Laboratory de la National Aeronautics and Space Administration (NASA) se han utilizado resortes de cable, en configuración de 8 hojas, para soportar sensores electrónicos, como se muestra en la Figura 1.3 (b) [38]. Por su parte, resortes de cable en configuración helicoidal de 8 espiras, los cuales se muestran en la Figura 1.3 (c), se utilizan para proporcionar aislamiento a elementos sensibles del telescopio del Stratospheric Observatory For Infrared Astronomy (SOFIA), proyecto conjunto de la NASA y el Centro Aeroespacial Alemán DLR, que vuela en un Boeing 747 modificado mientras opera, como se puede observar en la Figura 1.3 (d).

Recientemente los resortes de cable se han vuelto populares para el aislamiento de vibraciones en cámaras de video instaladas en aeronaves no tripuladas (UAV del inglés, Unmanned Air Vehicles) la Figura 1.3 (e) muestra en configuración de 4 hojas soportando una cámara de video en la parte inferior de una aeronave no tripulada, mientras que en la Figura 1.3 (f) el montaje en configuración de 4 hojas soportando una cámara de alta resolución. Sin embargo, a pesar de la popularidad de estos aislantes, su selección y diseño es por lo general empírico, o basado en modelos lineales que no reflejan sus propiedades de manera correcta.

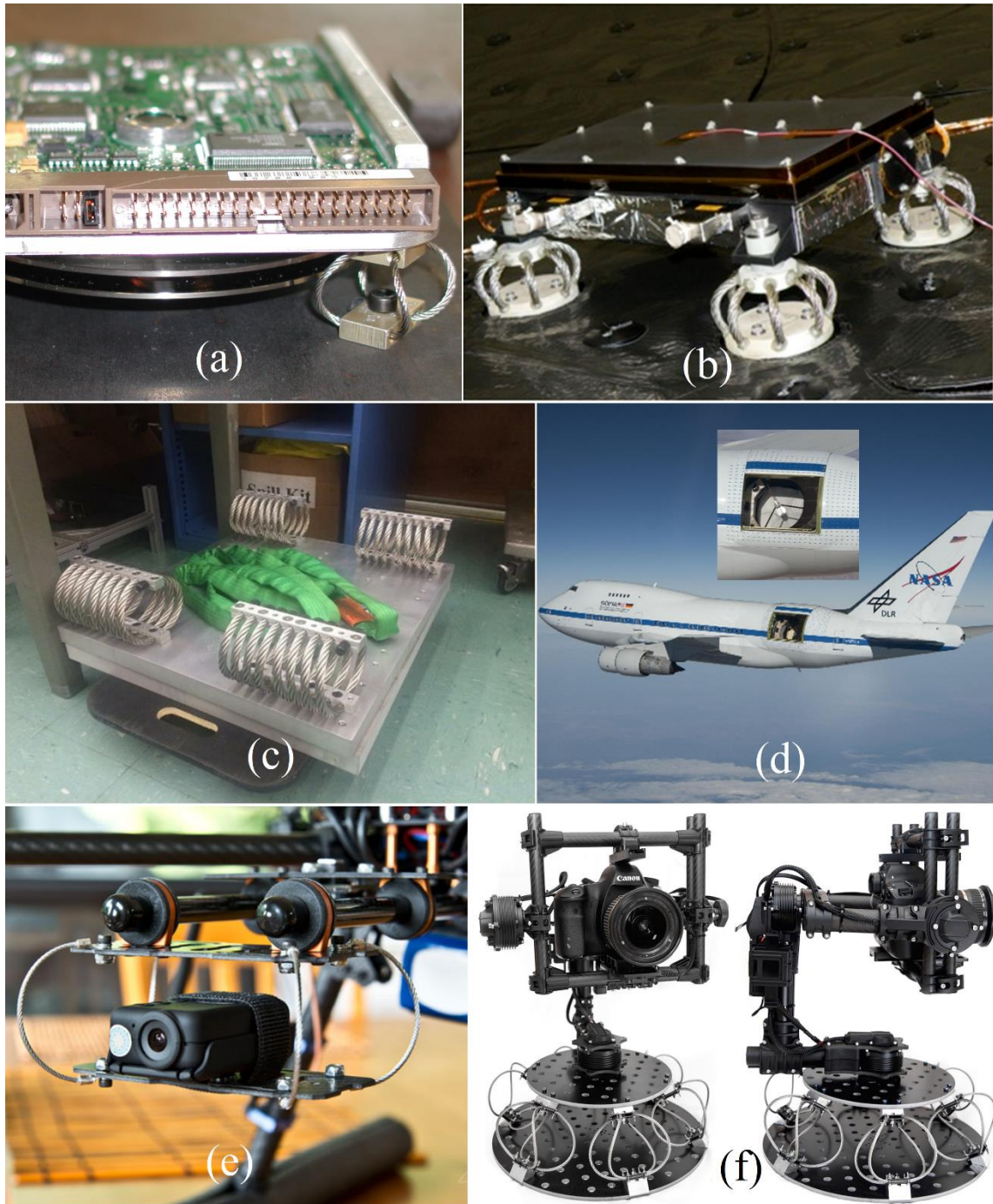


Figura 1.3. Aplicaciones de aisladores de vibración del tipo resortes de cables: (a) en configuración de 4 hojas soportando circuitos eléctricos, (b) en configuración de 8 hojas, (c) en configuración helicoidal de 8 espiras; (d) telescopio SOFIA montado en una aeronave y operando durante el vuelo; (e) resorte de cable en configuración de 4 hojas soportando una cámara de video en la parte inferior de una aeronave no tripulada; y (f) resortes de cable en configuración de 4 hojas soportando una cámara de alta resolución.

La mayoría de los trabajos publicados relevantes a este tipo de aislantes se enfocan a la descripción de los lazos de histéresis bajo excitaciones armónicas, ya sea por medios experimentales, un módulo complejo de elasticidad o por modelos modificados de Bouc-Wen, [39]. Ismail [40], en 2009, presentó un estudio del estado del arte sobre el uso del modelo de histéresis de Bouc-Wen, siendo notable el incremento de publicaciones en años recientes. Esta tendencia continúa hoy en día, como puede destacarse en publicaciones como las presentadas por Wang, [41], y Balaji, et al. [42] y [43].

El análisis de aislamiento de vibraciones utilizando resortes de cable se remonta al trabajo de Molyneux [44] quien estudiaba el comportamiento de diferentes arreglos de resortes de baja rigidez con rangos de desplazamiento limitado, para el aislamiento de vibraciones mecánicas en aplicaciones aeronáuticas. Cutchins et al. [45] publicaron estudios sobre rigidez y amortiguamiento no lineal en 1987, donde se derivó un modelo analítico para la descripción del lazo de histéresis comúnmente observado en sistemas de rigidez no lineal y en 1992 Cutchins y Tinker [46] continuaron sus investigaciones en donde buscaban desarrollar un modelo analítico semi-empírico, que pudiera describir en su totalidad el comportamiento de aislantes de impacto conformados por resortes helicoidales de cable bajo cargas axiales. A finales de 1993, Demetriades et al. [47] también investigaron la respuesta de resortes de cable, pero esta vez para movimientos sísmicos, y derivaron un modelo analítico que se calibró mediante resultados experimentales. Para el año 2000, Popp [48] realizó una investigación teórica, citando estudios relevantes a la naturaleza discontinua de ambos fenómenos: impacto y fricción, resaltando ejemplos cotidianos donde se observan, y la importancia de su estudio. Más recientemente, en el 2002, Leenen [49] y posteriormente en el 2004 Schwanen [50] presentaron la caracterización de resortes de fricción seca con el uso de un modelo modificado de Bouc-Wen, el cual apareció en 1971 y fue generalizado más tarde por Wen. Recientemente en el 2012 Ismail [51] presentó un sistema de aislamiento de impacto de control activo, incorporando un modelo matemático con amortiguamiento de Coulomb para predecir la respuesta del sistema se utilizaron dos modelos. El modelo

presentado demostró que si bien la fricción reduce notoriamente el desplazamiento máximo, se observa una transición brusca del cambio instantáneo de la aceleración cada vez que la fuerza de fricción cambia de dirección. Los resultados del modelo matemático y del modelo experimental concuerdan de forma aceptable.

Debido a su efectividad, bajo costo y sus dimensiones relativamente pequeñas, los aislantes de fricción seca han encontrado aplicaciones en áreas de la ingeniería aeronáutica y naval, donde los componentes electrónicos son montados sobre sistemas de aislantes compuestos por resortes de cable. Otras áreas como la ingeniería civil también han hecho uso de sus propiedades, Georges y Vickery [52], [53] y [54] diseñaron y probaron experimentalmente un amortiguador de masa, sintonizado, utilizando resortes de cable. Utilizando un enfoque similar en 2008 Wang et al. [55] realizaron pruebas sobre cientos de resortes de cable de acero dispuestos en una configuración paralela para crear un dispositivo contra colisiones entre barcos y puentes. Hoge y Bausic [56], así como Foss [57], realizaron pruebas experimentales, en dirección axial, en resortes de cable para obtener datos sobre su rigidez dinámica y su amortiguamiento bajo cargas armónicas.

Por otra parte, a pesar de que son considerados como excelentes aisladores de impactos y comercializados como tal, la mayoría de los estudios de estos aisladores se limitan a la excitación armónica para mostrar su eficacia en términos del amortiguamiento. De esta misma manera, los fabricantes de este tipo de aislantes solo proveen información técnica acerca de las propiedades aislantes para excitaciones armónicas. Hasta la fecha, existen pocos estudios dedicados al amortiguamiento de aislantes de fricción seca, como los resortes de cable, con aplicación al aislamiento de impacto. Eshlemann [8] y Rao [58] discutieron el uso de estos resortes en el aislamiento de impactos, debido a su alta capacidad de almacenamiento y disipación de energía en un paquete compacto para varias direcciones, es decir, a compresión, rolado y corte. Mercer y Rees [59], en 1971, también investigaron los sistemas de aislamiento, utilizaron amortiguadores de

fricción seca obteniendo mejores resultados que en estudios previos donde se utilizaban polímeros, como fue el caso de Snowdon [10], [11], [12] y [60]. Un enfoque similar basado en fricción seca son los aisladores de vibración hechos de malla de alambre, que también están disponibles comercialmente y de fabricación relativamente sencilla. Por ejemplo, Youn et al. [61] presentaron una serie de aisladores de vibración hechos de malla de alambre utilizados para aislar la vibración por impactos pirotécnicos con un alto contenido de frecuencia de hasta 10 kHz. Los aisladores presentados proporcionan una mejor atenuación de impactos en comparación con los montajes rígidos, pero el trabajo presentado fue sólo experimental. Una mayor comprensión de este tipo de aisladores de vibración se puede obtener mediante el análisis de los modelos matemáticos, probablemente por el uso del modelo de Bouc-Wen u otro modelo de amortiguamiento, ya que estos aisladores presentan también efectos de histéresis.

Es de destacar un estudio realizado, en 2015, por Guzmán-Nieto et al. [62] quienes presentaron la respuesta al impacto experimental de varias muestras de aisladores de vibración de resortes de cable disponibles en el mercado, donde se demostraron sus capacidades superiores en el aislamiento de vibraciones por impacto en comparación con aisladores de vibración comunes. Sin embargo, sigue siendo una tarea para futuras investigaciones el desarrollar un modelo matemático y realizar predicciones para la respuesta al impacto, a fin de proporcionar herramientas de diseño que pueden aprovechar tanto la rigidez como el amortiguamiento no lineales.

1.2 Enunciado del problema

Actualmente no existe un estudio que describa analíticamente y valide de manera experimental la respuesta de impacto en resortes basados en fricción seca. De igual manera, existe el problema de la caracterización teórica y experimental en diferentes condiciones de carga el cual no ha sido propiamente abordado y analizado.

1.3 Propuesta científica

Aplicar el modelo matemático teórico de Bouc-Wen, para realizar simulaciones de cálculo numérico, de respuesta al impacto, y las correspondientes pruebas experimentales a las muestras de aislantes disponibles, en diferentes configuraciones de las cargas de impacto.

Caracterizar la elasticidad y el amortiguamiento de aislantes vibratorios de fricción seca, sometidos a cargas cíclicas axiales, para validar la aplicación del modelo matemático de "Bouc-Wen".

1.4 Justificación del proyecto

Actualmente existe poca información sobre el comportamiento de la respuesta de impacto, en base a la cuantificación del amortiguamiento y rigidez en aislantes vibratorios basados en fricción seca. Estos dispositivos han demostrado ser muy eficaces en aislamiento de vibraciones por impacto, pero es necesario el desarrollo de un modelo que permita predecir su comportamiento. Además, por ser de uso común en la ingeniería aeronáutica y aeroespacial, es de suma importancia contar con información científica que refleje su comportamiento y permita el futuro diseño de aislantes óptimos para aplicaciones específicas.

La tecnología aplicada y el conocimiento actual de este tipo de aislantes son en su mayoría, muy antiguas, y hoy en día se percibe como un área de oportunidad para aplicaciones tanto militares como civiles e industriales en el desarrollo tecnológico.

El desarrollo de un modelo matemático enfocado al estudio del fenómeno de disipación en base a histéresis, que permita predecir el comportamiento de los amortiguadores de fricción seca, bajo la acción de cargas cíclicas y transitorias, permitirá futuras aplicaciones en tecnología de aislamiento y control de vibraciones y ruido en diferentes áreas, particularmente aplicaciones aeroespaciales.

1.5 Hipótesis

Al usar el modelo matemático de Bouc-Wen, se predecirá el comportamiento del fenómeno amortiguante, de la rigidez no lineal en los aislantes de fricción seca y su respuesta al impacto. Se observará una mejora en el rendimiento del aislante de vibraciones, de acuerdo a la selección de los parámetros del modelo.

1.6 Objetivo general

Aplicar un modelo matemático y su comprobación experimental para estudiar el comportamiento de aisladores vibratorios basados en elasticidad no lineal y fricción seca tanto estática como dinámicamente.

1.7 Objetivos específicos

- Revisión exhaustiva de estado del arte.
- Investigar la respuesta no lineal de los aisladores de impacto y el fenómeno de fricción seca.
- Aplicar un modelo matemático que realice predicciones acertadas del comportamiento de amortiguadores de fricción seca.
- Analizar el comportamiento de los resortes de cable a través de simulaciones numéricas.
- Caracterizar experimentalmente el comportamiento y los parámetros físicos, de aislantes vibratorios de fricción seca, como amortiguamiento y rigidez en diferentes configuraciones de carga.

1.8 Metas

- o Propuesta de un modelo matemático, que se adecue al comportamiento de los resortes de cable considerando el amortiguamiento por histéresis y fricción seca.

- o Simulaciones del modelo matemático de los resortes de cable, para el análisis de su comportamiento bajo cargas impulsivas.
- o Caracterización experimental de los resortes de cable, tanto estática como dinámicamente, bajo cargas impulsivas.
- o Comparar los resultados experimentales con los obtenidos en las simulaciones matemáticas para verificar la validez del modelo.

1.9 Metodología

El presente proyecto doctoral contempla las siguientes etapas:

1. Estudio del estado de arte. Se presenta una investigación a fondo de los antecedentes de los temas de amortiguamiento e histéresis, así como desarrollos recientes del modelo Bouc-Wen y caracterización de resortes de cables.
2. Clases y asesorías. Se cursaron las unidades de aprendizaje, del Programa Doctoral, más adecuadas para el desarrollo de este proyecto, así como asesorías y asistencia a cursos relacionados con el mismo. Esto para lograr un mejor entendimiento acerca del comportamiento de los aisladores de impacto y los efectos involucrados.
3. Aplicación del modelo matemático. Al comprender de mejor manera las relaciones entre los factores en un sistema amortiguante y el modelaje matemático, se aplicó un modelo matemático que realiza predicciones acertadas del comportamiento de aislantes como amortiguadores de fricción seca.
4. Ajuste del modelo matemático. Se utilizaron los resultados estáticos experimentales, para empezará a trabajar con las variables del modelo de Bouc-Wen. Esto con el fin de lograr el mejor ajuste del modelo matemático, aplicado a los sistemas aislantes de fricción seca caracterizados, por medio de simulaciones matemáticas.

5. Caracterización de aisladores. Utilizando el equipo del Laboratorio de Dinámica Estructural, se realizaron pruebas en resortes de cable comerciales sometidos a diferentes tipos de excitaciones, con el fin de caracterizar su comportamiento y los parámetros físicos como el amortiguamiento y la rigidez de aislantes de fricción seca en variadas excitaciones sobre los mismos.
6. Estudio de resultados. Al tener resultados analíticos y experimentales, se podrán comprobar las relaciones que demuestren y validen los resultados teóricos o, en su defecto, las posibles causas de las diferencias.
7. Publicación del proyecto. El proyecto se ha publicado de manera periódica en el Seminario semestral del programa de posgrado en aeronáutica, en las instalaciones del Centro de Investigación e Innovación en Ingeniería Aeronáutica (CIIIA), además de congresos y revistas indexadas nacionales e internacionales.
8. Escritura de tesis. Paralelo al estudio del estado del arte, buscando nuevas publicaciones en los temas involucrados, el estudio de los resultados y la escritura de varios artículos y presentaciones, para revistas y congresos respectivamente, se logró la escritura y revisión de la presente tesis.

1.10 Limitantes.

Dentro de este estudio no se considera la identificación de parámetros en base a los lazos de histéresis medidos experimentalmente. El análisis se limita al estudio teórico de casos específicos de lazos de histéresis por amortiguamiento y a la validación experimental de la respuesta de los sistemas propuestos. Se estudian solamente arreglos de resortes disponibles comercialmente. Debido a esto, el desarrollo de un prototipo experimental para optimizar las propiedades amortiguantes y elásticas estudiadas se presenta como una futura aplicación para el desarrollo de un sistema de aislamiento vibratorio de alto rendimiento.

Capítulo 2.

Teoría fundamental sobre vibraciones y amortiguamiento.

2.1 Introducción

Durante la operación de las aeronaves las vibraciones mecánicas se deben a diferentes efectos, por ejemplo, turbulencias, vibración proveniente de las fuentes de propulsión como turbinas, propelas, palas de rotor, rodaje en pistas, aterrizajes, etc. Estas vibraciones pueden ser particularmente peligrosas cuando son de naturaleza impulsiva, conocidos como impactos, que surgen durante los aterrizajes, incluso durante turbulencias, y en el caso de aeronaves militares debido a la liberación de cargas explosivas, disparos de armamento o maniobras rápidas. Primeramente, los efectos de estas oscilaciones son indeseables e incluso inaceptables ya que afectan negativamente al rendimiento de componentes sensibles, especialmente equipos aviónicos como son el giroscopio, elementos electrónicos de posicionamiento, sistemas inerciales de navegación, elementos ópticos para observación del espacio, y recientemente cámaras en vehículos aéreos no tripulados. En segundo lugar, las vibraciones con niveles de amplitud demasiado altos molestan a los tripulantes de la aeronave.

Los impactos y las vibraciones pueden ser, deseados o no deseados, dependiendo de las circunstancias. Por ejemplo, la vibración está involucrada en el modo primario de funcionamiento de los equipos, tales como el transporte aéreo y las máquinas de mantenimiento de aeronaves; en todo aterrizaje se somete la aeronave a un impacto y el ajuste de remaches depende de la aplicación de un impacto. Desde esta perspectiva, los impactos y las vibraciones son indeseadas. Entonces, el objetivo es eliminar o reducir su severidad o, alternativamente, diseñar equipos para disminuir la influencia de sus efectos [4]. Para ello existen múltiples materiales que se utilizan para el aislamiento de vibraciones.

Cuando se trata con vibraciones de corta duración y altas amplitudes denominados impactos, se requiere de aislantes capaces de disipar grandes cantidades de energía. Los impactos crean estados transitorios en los sistemas mecánicos donde se inducen esfuerzos dinámicos que, al superar el valor de deformación elástica de alguno de los materiales que componen el sistema, generan daños, ya sea por deformación plástica, fractura, o bien, fatiga cuando la carga es cíclica.

2.2 Vibraciones debidas a Impactos

La vibración por impacto es una excitación no periódica, la cual se caracteriza por la súbita y severa aplicación de carga o de movimiento. Ésta es muy común en la práctica, por ejemplo: martillos de forja, automóviles pasando a través de un tope, la caída libre de un objeto desde una cierta altura, turbulencias durante el vuelo y aterrizaje de aeronaves, etc. Una excitación es considerada impulsiva cuando dura menos de dos veces el período natural del sistema, de lo contrario la entrada se aplica muy lentamente y se considera cuasi estática [4].

Un impacto ocurre cuando se modifica bruscamente una fuerza, una posición, una velocidad o una aceleración, creándose un estado transitorio en un sistema [63]. En términos generales, un impacto específico se puede describir cualitativamente como de corta o larga duración, en comparación con el periodo

natural fundamental del sistema. La modificación se considera como abrupta si se produce en un período de tiempo corto, en comparación con el periodo natural del sistema: una excitación vibratoria que tiene una duración entre el período natural del sistema mecánico excitado y dos veces ese período (Figura 2.1).

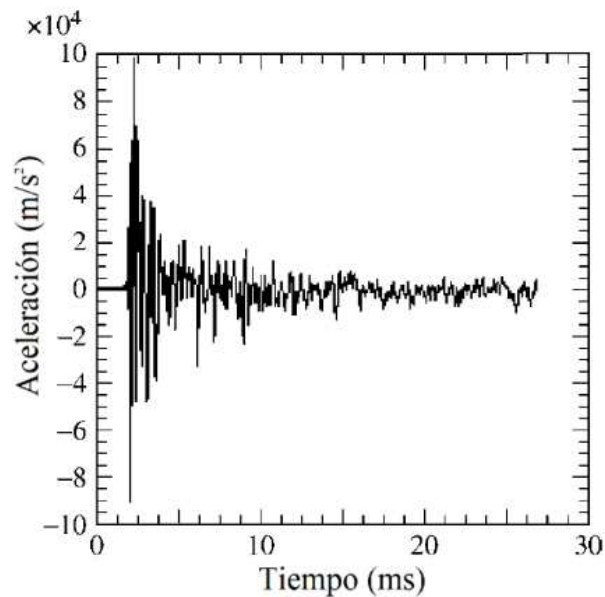


Figura 2.1. Ejemplo de un impacto real debido a pirotecnia. La amplitud está dada en unidades de aceleración (m/s^2), como función del tiempo (ms). Traducida de [64].

La descripción de un impulso como entrada, requiere del conocimiento de la variación del desplazamiento, velocidad o aceleración en función del tiempo. Un impacto cuya señal de excitación puede representarse exactamente en términos matemáticos simples se le llama impacto ideal. Las señales estandarizadas más comúnmente utilizadas para modelar un impacto ideal se representan en la Figura 2.2, donde τ es la duración del impacto y ξ_p es la amplitud pico de la excitación de aceleración. Esta figura presenta gráficamente los pulsos así como las ecuaciones que los representan, que son funciones definidas por segmentos.

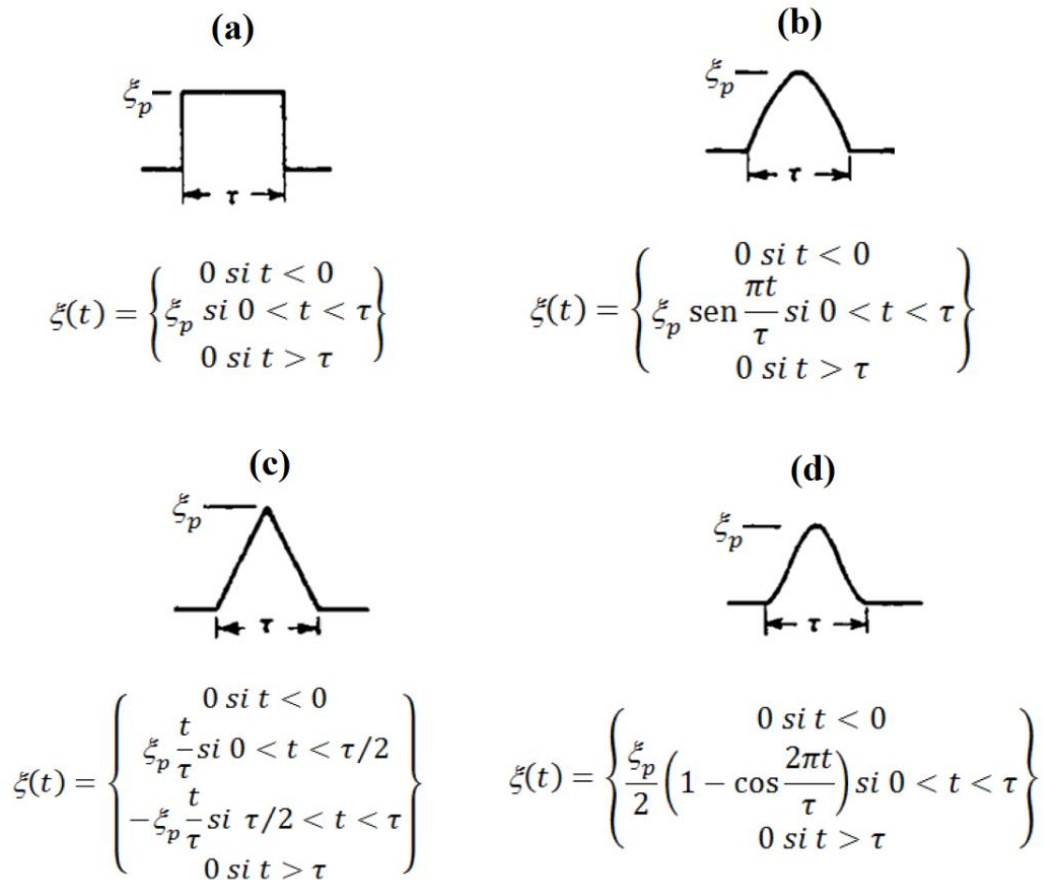


Figura 2.2. Diferentes tipos de excitaciones ideales, para el modelaje de un impacto: (a) cuadrada o escalón, (b) medio seno, (c) triangular y (d) medio verseno.

La señal rectangular es un impacto ideal para el cual la curva aceleración-tiempo aumenta instantáneamente hasta un valor dado, se mantiene constante a lo largo de la señal, y disminuye instantáneamente a cero. La señal de medio seno es un impacto ideal, para el cual la curva aceleración-tiempo tiene la forma de medio período (parte positiva o negativa) de una senoide. Sin embargo, en vez de la función medio seno muchas veces se usa la función verseno, ya que la curva aceleración-tiempo tiene la forma de un periodo de la curva representativa de la función $[1 - \text{Cos}(\theta)]$ con un período partiendo de cero, ya que si θ tiende a cero el verseno resulta en la diferencia de dos cantidades muy parecidas, además el verseno nunca es negativo, por lo tanto, es una señal que varía entre dos mínimos de una onda sinusoidal. Esto evita el problema de las discontinuidades al momento de derivar la función. Las señales triangular y diente de sierra son impactos ideales para los cuales la curva aceleración-tiempo tiene forma

triangular, aquí la aceleración se incrementa linealmente hasta un valor máximo y luego disminuye linealmente en la triangular e instantáneamente a cero para el caso de la diente de sierra [64].

Se pueden considerar varias funciones de impulso ideales para la excitación, como: medio de seno, verseno, rectangular, trapezoidal, etc., aunque también pueden ser utilizados pulsos más complejos. Normalmente, la duración del impulso τ se compara con el período natural del sistema T , resultando en la relación de periodos τ/T , con el fin de evaluar la respuesta al impacto.

Para resumir un escenario de impacto típico, existe una herramienta llamada Espectro de Respuesta al Impacto (SRS por sus siglas en inglés, Shock Response Spectra) [4] que representa la respuesta de una serie de sistemas de un grado de libertad bajo una excitación impulsiva por la base, caracterizado por tres zonas en función de la duración relativa del impacto. Esto puede observarse al examinar los espectros de respuesta al impacto (SRS), un ejemplo del cual se muestra en la Figura 2.3 (a), para un sistema de aislamiento pasivo de un grado de libertad excitado por la base (resorte y amortiguador viscoso en paralelo); en este caso, la entrada de aceleración es un pulso simétrico de medio seno con duración variable, tal y como se muestra en la Figura 2.3 (b).

En la Figura 2.3 (a) x_m es la máxima respuesta de desplazamiento absoluto en la masa aislada y u_p es el máximo desplazamiento del impulso en la base. Para pulsos cortos en comparación con el período natural, es decir, aproximadamente cuando la relación entre la duración del impacto y el período natural es de menos de 0.25 se dice que son impulsivos, y la respuesta es menor que el máximo de la excitación de entrada, es decir, el sistema está aislando la entrada de impacto.

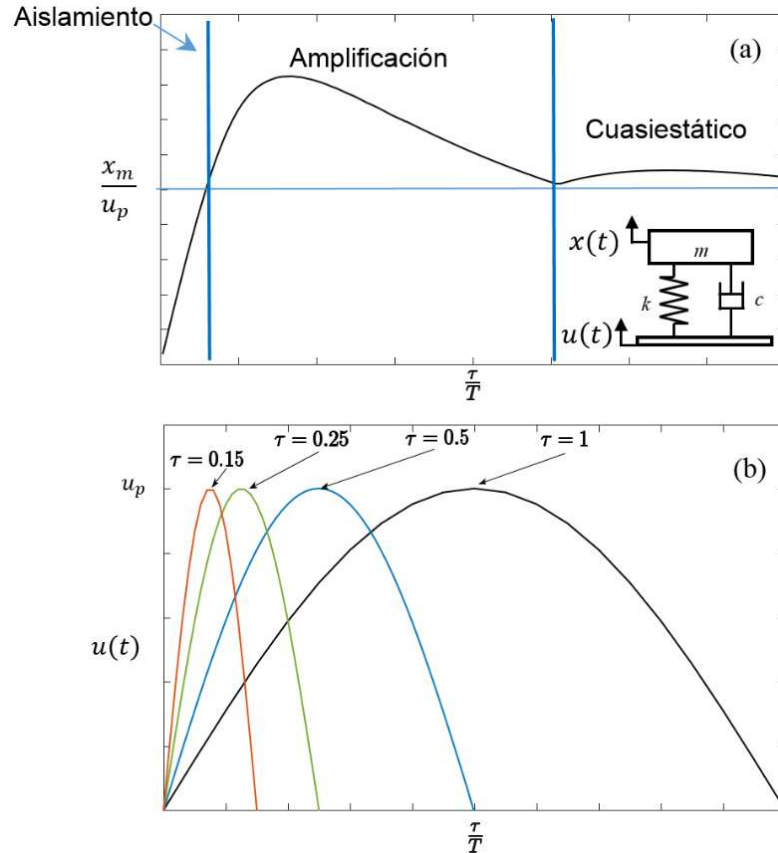


Figura 2.3. (a) Espectro de respuesta al impacto (SRS) correspondiente a un sistema de 1gdl bajo una entrada de aceleración impulsiva de medio seno, dada por la respuesta normalizada x_m/u_p (relación de la respuesta dividida por la entrada), en función de la razón de periodos τ/T (entre la duración del pulso y el correspondiente período natural). (b) Pulso medio seno para diferentes valores de duración del pulso ($\lambda = T/2\tau$).

Para excitaciones de mayor duración, aproximadamente igual al período natural, la respuesta máxima en la masa aislada es mayor que la amplitud de la entrada. Para pulsos mucho más largos en comparación con el período natural, el choque se aplica muy lentamente y la entrada se vuelve cuasi estática. Normalmente se dice que la excitación ya no es impulsiva cuando dura más de dos veces el período natural del sistema.

En la teoría de aislamiento de impacto [4], la respuesta maximax se define como la respuesta máxima a un impulso en particular en cualquier momento durante o después de la aplicación del mismo, el valor de esta respuesta depende principalmente de la duración y de la forma del impacto. La Figura 2.4 muestra la respuesta de aceleración maximax (v_m) normalizada con respecto a la amplitud

de entrada (ξ_p), como función de la razón de periodos (SRS). En este caso se muestra el efecto del amortiguamiento viscoso, pudiendo observar como la respuesta máxima se disminuye al incrementar el nivel de amortiguamiento viscoso equivalente, siendo este efecto mayor en la zona de amplificación y casi nulo en la zona cuasiestática.

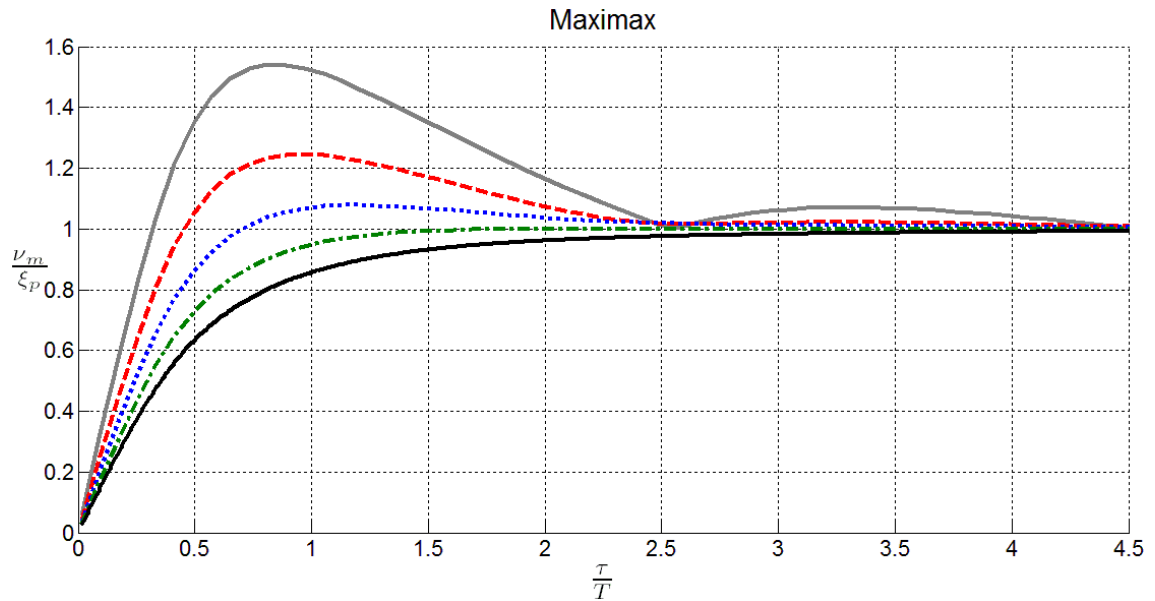


Figura 2.4. Respuesta maximax, para un impulso medio seno, con diferentes valores de razón de amortiguamiento ($\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.3$, $\zeta = 0.5$, $\zeta = 0.7$, $\zeta = 0.9$).

Además, tanto la respuesta relativa (mostrada en la Figura 2.5 y que es la diferencia entre el movimiento de la base y la respuesta en la masa aislada) y la respuesta residual (mostrada en la Figura 2.6 y que es la vibración libre tras el impacto).

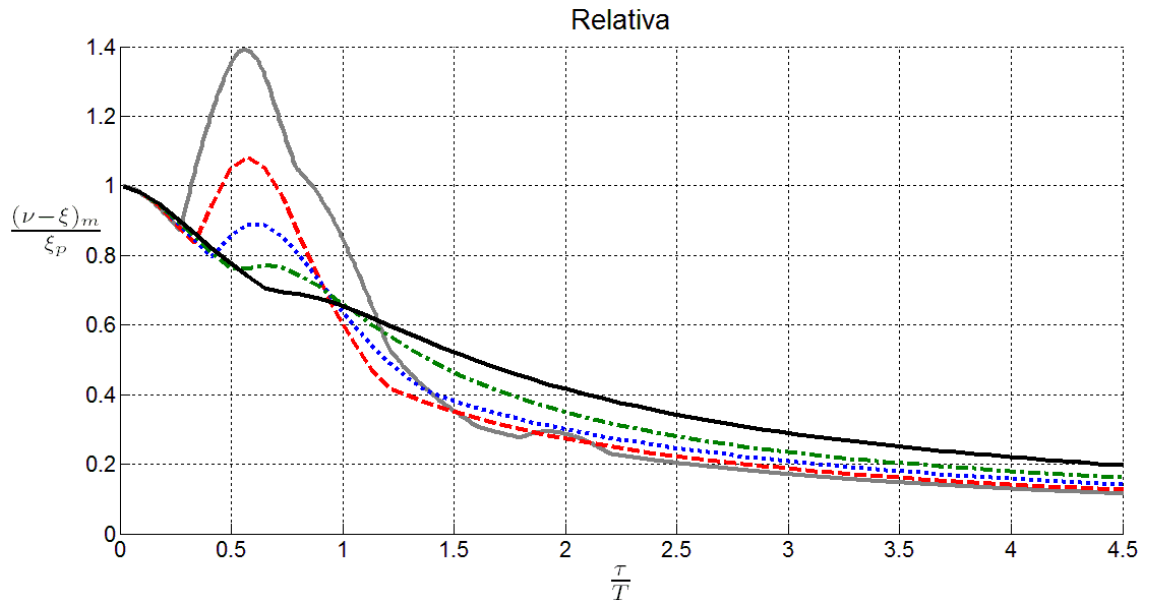


Figura 2.5. Respuesta relativa, para un impulso medio seno, con diferentes valores de razón de amortiguamiento ($\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.3$, $\zeta = 0.5$, $\zeta = 0.7$, $\zeta = 0.9$).

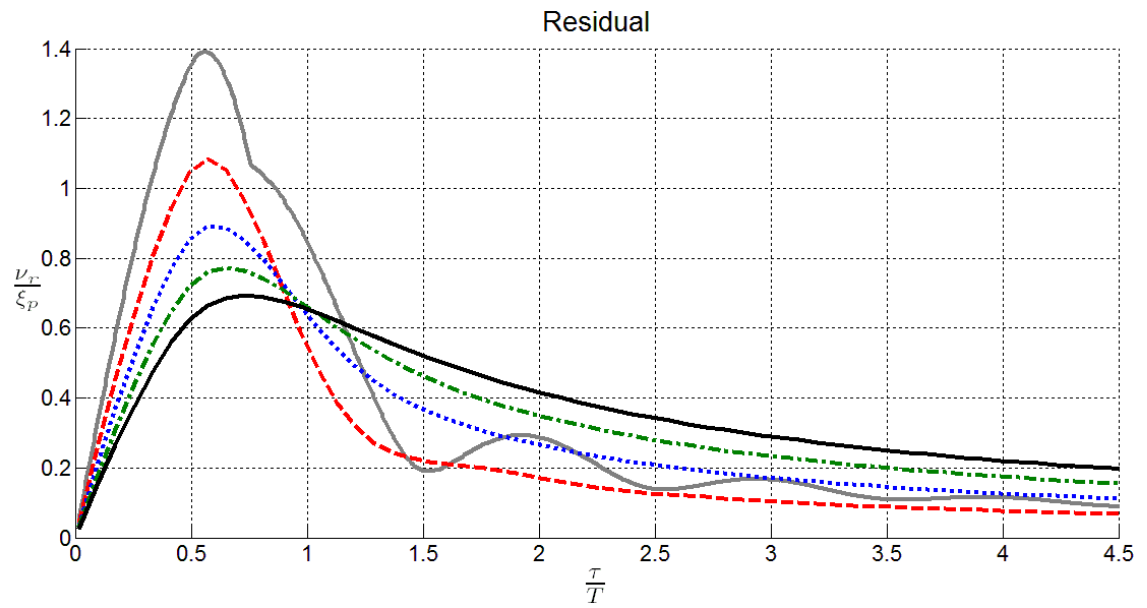


Figura 2.6 Parte residual de la respuesta, para un impulso medio seno, con diferentes valores de razón de amortiguamiento ($\zeta = 0.1$, $\zeta = 0.3$, $\zeta = 0.5$, $\zeta = 0.7$, $\zeta = 0.9$).

Estos son parámetros importantes, porque permiten estimar las máximas fuerzas y aceleraciones transmitidas, se puede estimar el espacio requerido para que el sistema se desplace sin obstrucciones y se pueda estimar su respuesta dinámica antes de llegar al estado estable. El código utilizado para la obtención de las respuestas maximax, relativa y residual se puede encontrar en el Apéndice 1.

Adicionalmente, Parfitt y Snowdon [6] propusieron el uso de un factor de severidad para excitaciones impulsivas, que se ha utilizado recientemente por varios autores. Este relaciona la duración relativa del pulso y el período natural del sistema $\lambda = T/2\tau$. Cuando el factor de severidad λ es pequeña, la duración relativa del impulso es grande. Si el valor del factor de severidad λ , es grande el pulso es corto, es decir, impulsivo.

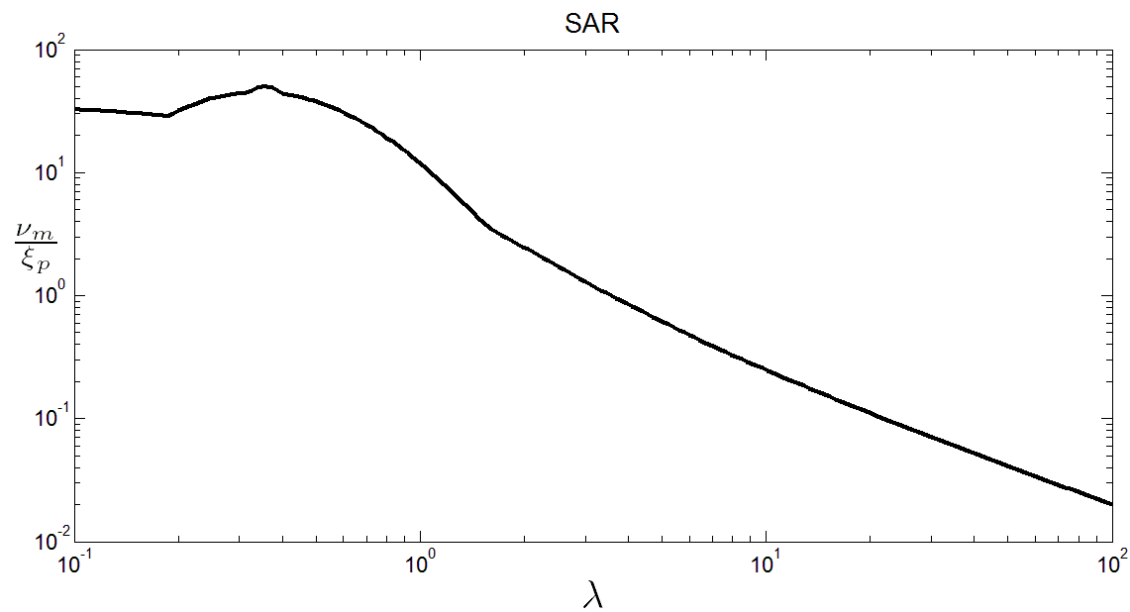


Figura 2.7. Razón de la aceleración de impacto (SAR) para un sistema de un grado de libertad ligeramente amortiguado bajo un pulso verseno, en función del factor de severidad $\lambda = T/2\tau$ (T = período natural y τ = la duración del pulso).

Este factor de severidad se usa en conjunto con los parámetros de interés para el diseño y selección de aisladores, como lo son la razón de la aceleración de impacto (SAR), la razón de desplazamiento de impacto (SDR) y la razón de desplazamiento relativo (RDR), los cuales están relacionados a las fuerzas transmitidas a través del aislador y con el espacio disponible para el montaje.

Además, son normalmente representados gráficamente como una función del parámetro de severidad λ .

El parámetro SAR representa la máxima transmisibilidad de aceleración (Ecuación 2.1), así, para un valor elevado de respuesta de aceleración, las fuerzas transmitidas a través de los elementos elásticos y amortiguantes que representan al aislador también son elevadas (Figura 2.7).

$$SAR = \frac{\dot{v}_{max}}{\dot{\xi}_p} \quad \text{Ecuación 2.1}$$

El parámetro SDR puede generarse si se considera una excitación impulsiva de aceleración por la base e integrando dos veces el perfil del pulso resultando en el perfil de desplazamiento y obteniéndose el máximo desplazamiento de excitación. Entonces, si el SDR, el cual resulta en la máxima transmisibilidad de desplazamiento (Ecuación 2.2), resulta en un valor elevado, significa un pobre desempeño del aislante (Figura 2.8).

$$SDR = \frac{V_{max}}{\xi_{max}} \quad \text{Ecuación 2.2}$$

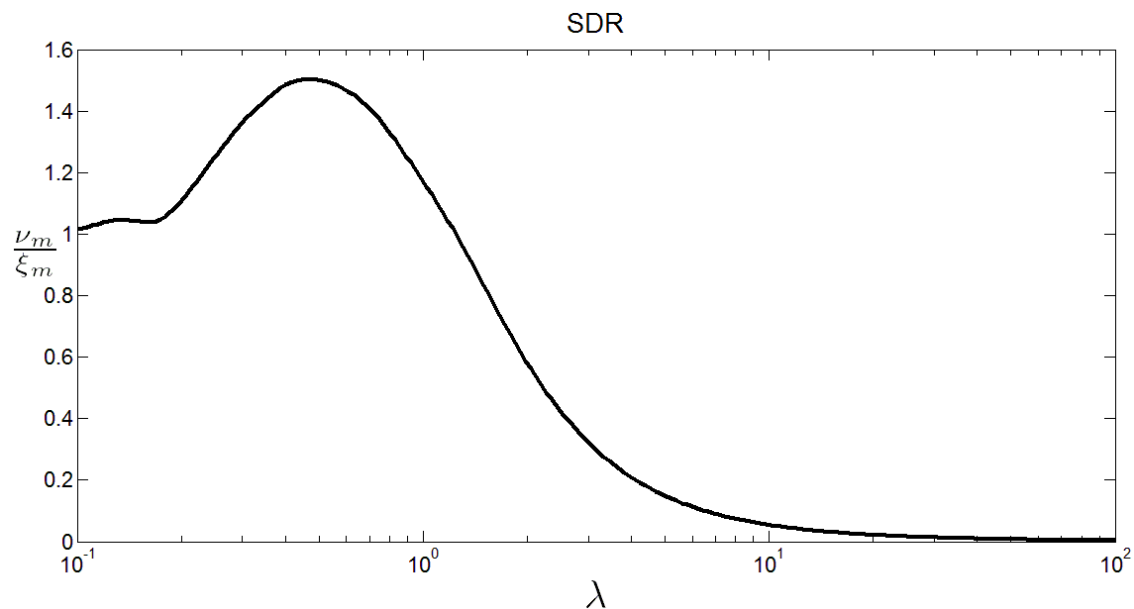


Figura 2.8. Razón de desplazamiento de impacto (SDR) para un sistema de un grado de libertad ligeramente amortiguado bajo un pulso verseno, en función del factor de severidad $\lambda = T/2\tau$ (T = periodo natural y τ = la duración del pulso).

El parámetro RDR, representa el movimiento relativo (Ecuación 2.3), que es la deformación del aislante, donde un valor elevado de este parámetro significa una gran deflexión (Figura 2.9).

$$SDR = \frac{(\nu - \xi)_{max}}{\xi_{max}} \quad \text{Ecuación 2.3}$$

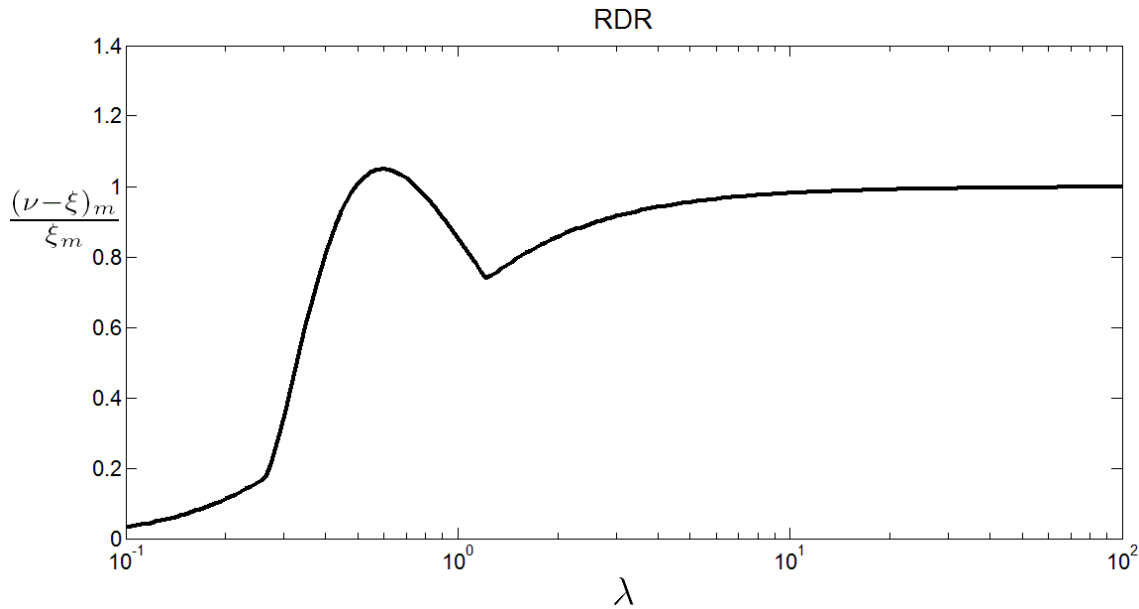


Figura 2.9. Razón de desplazamiento relativo (RDR) para un sistema de un grado de libertad ligeramente amortiguado bajo un pulso verseno, en función del factor de severidad $\lambda = T/2\tau$ (T = periodo natural y τ = la duración del pulso).

2.3 Aislamiento de vibraciones e impacto

A fin de reducir los niveles de vibración, existen numerosas soluciones, como aumentar la rigidez en el sistema, el uso de materiales con alto nivel de amortiguamiento, o mediante la aplicación de una estrategia de control de vibraciones. Se pueden distinguir tres tipos de control de vibraciones: control activo, semiactivo y pasivo (Figura 2.10).

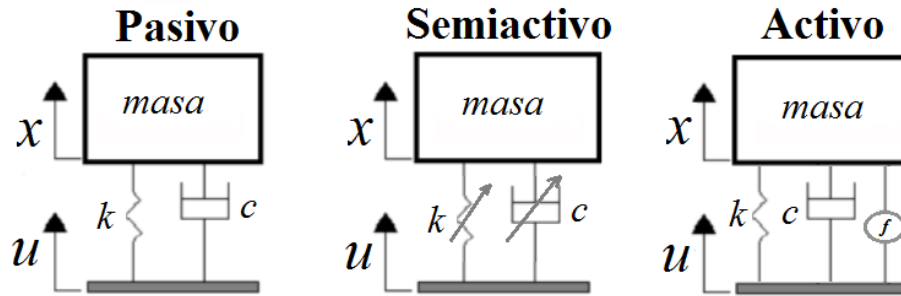


Figura 2.10. Tipos de aislamiento [43].

El control pasivo de vibraciones es el más utilizado en las aeronaves, un aislante de vibraciones que se coloca debajo de una base para proteger equipo electrónico o a los tripulantes de la aeronave, es un ejemplo típico de un controlador pasivo [50].

Cuando una aeronave se somete a vibraciones o golpes significativos, durante su funcionamiento normal, pueden ser colocados aisladores vibratorios para proteger dispositivos sensibles y a las personas, de impactos y vibraciones. Por ejemplo, durante una turbulencia la aeronave tiende a recibir vibraciones impulsivas de una magnitud suficientemente grande como para interferir con la operación de equipo delicado en su interior. Esta condición puede ser aliviada, ya sea evitando las turbulencias o aislando los equipos sensibles que operan en su interior y su correcta operación afecta el vuelo de la aeronave. Por ejemplo, los equipos montados en buques, sometido a impactos de gran intensidad durante operaciones navales, pueden ser protegidos de daños montándolos sobre aisladores vibratorios [4].

Si la frecuencia natural de la estructura de un equipo coincide con la frecuencia de la vibración aplicada, la condición de vibración se puede hacer mucho peor como resultado de la resonancia. En tales circunstancias, si la frecuencia de la excitación es sustancialmente constante, a menudo es posible aliviar la vibración cambiando la frecuencia natural de dicha estructura. Por ejemplo, la vibración de una pala del rotor de cola, en un helicóptero, se reduce sustancialmente mediante la modificación de un refuerzo en el fuselaje, cambiando así su frecuencia natural y evitando la resonancia, con la frecuencia de rotación de la pala. Resultados

similares son alcanzables mediante la modificación de la masa en lugar de la rigidez.

Si la frecuencia de vibración no es constante o si la vibración implica un gran número de frecuencias, la reducción deseada de la vibración no puede ser posible mediante la alteración de la frecuencia natural del sistema. Puede ser posible lograr resultados equivalentes por la disipación de energía para eliminar los efectos graves de resonancia. Por ejemplo, el fuselaje de una aeronave puede hacerse menos susceptible a la vibración mediante la aplicación de un recubrimiento de material amortiguante en la cara interior del mismo fuselaje [4].

Por otro lado, cuando las propiedades del aislador pueden ser controladas y/o ajustadas, de acuerdo a ciertos requisitos y/o estrategias, se habla de un sistema adaptativo cuando las propiedades varían lentamente; y de un sistema semiactivo cuando cambian rápidamente, es decir, dentro de cada ciclo de la vibración. Por otra parte, una estrategia de control completamente activa es cuando una fuerza externa se utiliza para cancelar la vibración del sistema, en el equipo aislado.

Los componentes de aviónica pueden montarse sobre aisladores, para reducir la energía de vibración por impacto, transmitida desde el lugar de montaje al propio componente. Hay ciertas excepciones, como transmisores y contestadores (transponders) que pueden generar gran energía calorífica. Dichos componentes pudieran requerir montajes rígidos a otras estructuras, para poder deshacerse del calor a través de éstas. Los sistemas de navegación inercial contienen acelerómetros sensibles y giroscopios, estos sistemas típicamente contienen su propio aislamiento interno, y montar el sistema sobre aislantes externos puede interferir con la operación del mismo. La información que se presenta a continuación, es un extracto del documento sobre aislamiento de componentes aviónicos de Tom Irvine, disponible en línea [2].

Ciertos componentes utilizan la superficie de montaje como plano de tierra eléctrica, por lo tanto el contacto metal-metal se puede romper (Figura 2.11) al utilizar aisladores de vibración, fabricados con partes de elastómeros como

silicón y neopreno, aunque la tierra eléctrica se podría lograr vía un cable de tierra, lo que implicaría mayores costos de fabricación y montaje.

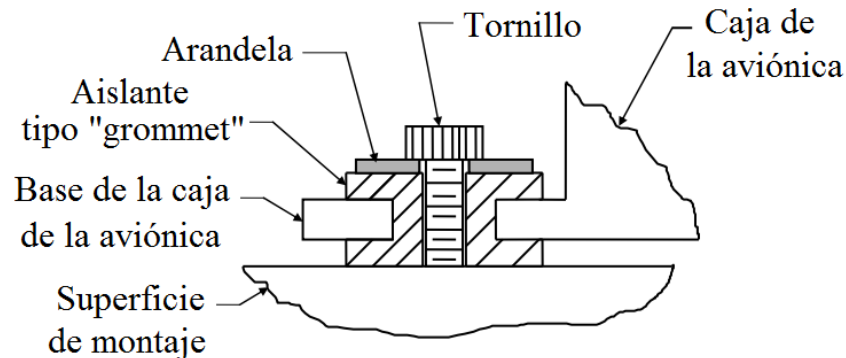


Figura 2.11. Configuración típica de un aislador de vibraciones tipo “grommet” [1].

El tornillo de sujeción, en el aislante tipo “grommet”, se utiliza para aplicar una compresión, en el aislante, a una deformación inicial típica del 5% al 15%, dependiendo de las recomendaciones del proveedor. Usualmente, se utilizan cuatro aisladores tipo “grommets” para montar componentes de aviónica (Figura 2.11), en paralelo, uno en cada esquina de la base. Los componentes aislados pueden tener altos desplazamientos relativos, como respuesta a vibración por impactos de baja frecuencia, esto podría generar desalineamientos o falta de espacio para el desplazamiento.

Los aisladores están hechos típicamente de un material elastomérico o termoplástico de tipo caucho. Los materiales elastoméricos se consideran incompresibles ya que su volumen tiende a permanecer constante independientemente de la carga. Sin embargo, la deflexión del aislador elastomérico depende de la carga. Los bordes del aislador se abomban hacia afuera para mantener el volumen constante durante la carga.

Dos de los fabricantes más usados en componentes de aviónica son LORD [65], y E-A.R [66]. En el caso del primero, el modelo más común para estas aplicaciones es el 156APLQ-8. Este aislante vibratorio, con rigidez estática de 9,800 N/m y rigidez dinámica de 15,750 N/m, permite una deflexión estática de 9.652 mm en dirección axial. El rango de temperaturas es entre -9°C y 38°C. La masa promedio por aislante está entre 0.34 kg y 1,020.5 kg. Para el segundo

fabricante, el modelo de aislante más común para aviónica es el B-434/R-444. Éste está disponible, y codificado por colores, en diferentes materiales elastoméricos. Su rigidez depende del material, la temperatura y las cargas a las que se someta. El material más común es C-1002, el cual es azul, la temperatura límite superior de operación es de 71°C y la inferior es de 7°C. La rigidez corregida de este aislante está entre 105,000 y 210,000 N/m, la cual es muy sensible a la temperatura.

Los aisladores vibratorios también proveen un cierto amortiguamiento, que es un importante beneficio para componentes de aeronaves. Este amortiguamiento reduce la amplitud de la vibración en resonancia, al convertir parte de la energía en calor, debido al mecanismo de fricción interna. Este es el amortiguamiento histerético, sin embargo puede ser modelado como un amortiguador viscoso para fines de cálculo.

Un sistema simple de un grado de libertad, atenúa energía a partir de $\sqrt{2}$ veces su frecuencia natural, así el propio aislador filtra la energía de alta frecuencia proveniente de la vibración por impactos. Como contraparte, se presentan ciertas amplificaciones en la frecuencia natural del sistema aislado, idealmente, el sistema contiene suficiente amortiguamiento para minimizar dichas amplificaciones. El alto desplazamiento relativo puede ser otra consecuencia, sin embargo, el aislamiento de la vibración es casi siempre una buena práctica para la mayoría de los componentes en aviónica.

2.4 Amortiguamiento

Se define amortiguamiento como el fenómeno por el cual se disipa la energía mecánica en un sistema dinámico, por lo general mediante la conversión en energía térmica interna, el conocimiento del nivel de amortiguamiento en un sistema dinámico es importante en la utilización, el análisis y las pruebas del sistema [63]. Por ejemplo, en un aislante de vibraciones, con una frecuencia natural baja, es decir, menos de 10 Hz y que tiene relativamente bajo amortiguamiento, podría producir movimientos perjudiciales en condiciones de

resonancia cuando entra en acción ante una excitación por la base. Este efecto podría verse reforzado por las estructuras de soporte de baja frecuencia y elementos adyacentes con bajo amortiguamiento. Este ejemplo muestra que el conocimiento de los niveles y tipo de amortiguamiento en los dispositivos constituyentes, componentes y estructuras de apoyo es importante en el diseño y operación de los sistemas mecánicos complejos, que al considerarse en simulaciones analíticas y de elemento finito, resultaría en resultados más acertados. La naturaleza y el nivel de amortiguamiento deben ser conocidos con el fin de desarrollar un modelo dinámico del sistema y sus periféricos. El nivel del amortiguamiento en un sistema es también importante en la imposición de limitaciones dinámicas en el ambiente del sistema, es decir, la máxima excitación dinámica que el sistema puede soportar en condiciones de servicio. Por otra parte, el conocimiento del amortiguamiento de un sistema puede ser útil con el fin de hacer modificaciones en el diseño de un sistema que ha reprobado la prueba de aceptación. Al registrar la transmisibilidad (TR o relación respuesta excitación) en un sistema aislante m–k–c lineal, con diferentes valores de razón de amortiguamiento (ζ o relación entre el amortiguamiento real y el amortiguamiento crítico), en la Figura 2.12 se pueden identificar tres zonas en las cuales puede trabajar el sistema a lo largo de la relación de frecuencias (ω/ω_n), a decir, la zona de cuerpo rígido, donde la respuesta es completamente igual a la excitación, la zona de amplificación donde para pequeños valores de ζ la respuesta es mucho mayor a la excitación y a la inversa, por último la zona de aislamiento en la cual la respuesta del sistema se ve disminuida por efecto del sistema aplicado donde la TR disminuye al disminuir la ζ . Además, aunque se pueden tener valores estimados de amortiguamiento para los sistemas para el fin de cálculos y diseño, es recomendable siempre validar experimentalmente estos niveles, ya que pueden variar mucho según las características del sistema, y afectar la respuesta de manera importante.

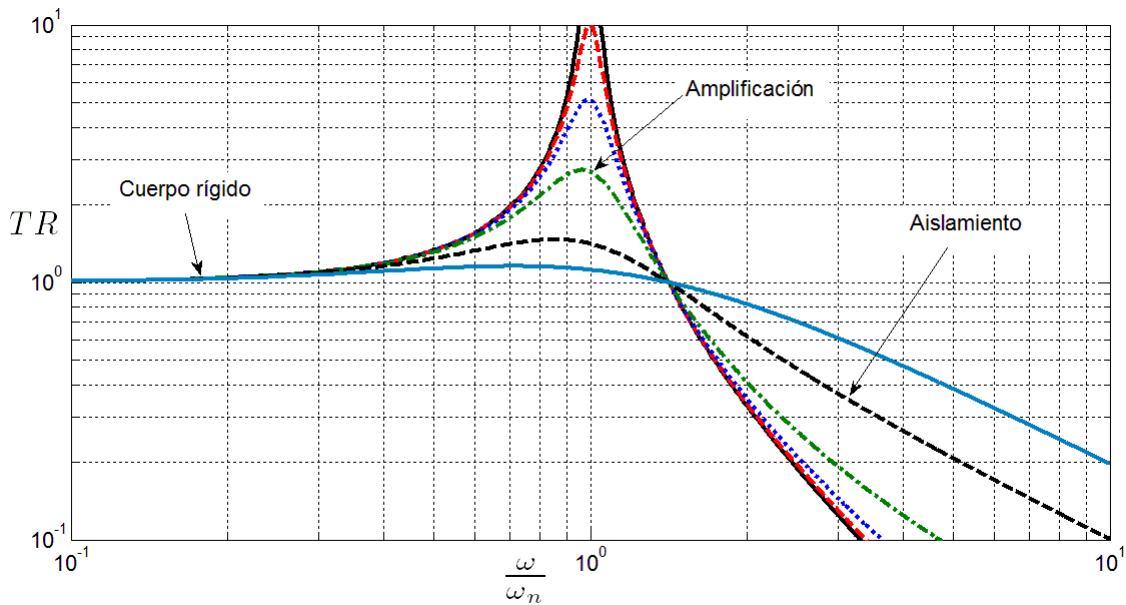


Figura 2.12. Función de Transmisibilidad y sus regiones típicas para su aplicación en el análisis de aislamiento vibratorio (— $\zeta = 0$; - - - $\zeta = 0.05$; · · · $\zeta = 0.1$; - - - $\zeta = 0.2$; - - - $\zeta = 0.5$; — $\zeta = 1$).

En la caracterización del amortiguamiento, en un sistema dinámico, primeramente se deben comprender los mecanismos principales asociados con la disipación de energía mecánica en el sistema. Posteriormente, se elige un modelo de amortiguamiento adecuado para representar la disipación de energía asociada. Por último, se determinan los valores de amortiguamiento (parámetros del modelo), por ejemplo, poniendo a prueba el sistema, o un modelo físico representativo, obteniendo la respuesta del sistema en condiciones transitorias durante el funcionamiento normal o empleando datos ya disponibles.

En todos los sistemas dinámicos existe siempre una forma de disipación de energía. En el modelado de sistemas, el amortiguamiento se puede despreciar si la energía mecánica que se disipa, durante la duración de tiempo de interés, es pequeña en comparación con la energía mecánica total inicial de excitación en el sistema. Incluso para sistemas altamente amortiguados, es útil llevar a cabo un análisis despreciando los términos de amortiguamiento, a fin de estudiar varias características dinámicas cruciales, por ejemplo, características modales (frecuencias naturales no amortiguadas y formas de los modos). Varios tipos de amortiguamiento son inherentes a un sistema mecánico. Si el nivel de

amortiguamiento que está disponible no es adecuado para el buen funcionamiento del sistema, se pueden añadir dispositivos amortiguantes externos ya sea durante el diseño original o durante posteriores modificaciones de diseño del sistema.

2.4.1 Mecanismos de amortiguamiento

Hay numerosas fuentes de amortiguamiento en las estructuras y máquinas. La fricción deslizante y la disipación de energía del material que se mueve en el aire proporcionan las principales fuentes de amortiguamiento externo. Existen tres mecanismos principales de amortiguamiento, según lo expone Silva [63] que son importantes en el estudio de los sistemas mecánicos: el amortiguamiento de fluidos, el amortiguamiento estructural y el amortiguamiento interno del material.

2.4.1.1 Amortiguamiento de fluidos o viscoso

El amortiguamiento de fluidos, que se da en las interacciones fluido-estructura, la disipación de energía resultante de las fuerzas de arrastre y de las interacciones dinámicas asociadas, cuando un sistema mecánico o alguno de sus componentes se mueven en un fluido.

2.4.1.2 Amortiguamiento estructural

El amortiguamiento estructural, que se da en las interfaces de contacto, es el causado por los movimientos relativos entre los componentes de una estructura mecánica que tiene puntos de contacto comunes como articulaciones y soportes;

2.4.1.3 Amortiguamiento interno

El amortiguamiento interno es el resultado de diversos procesos macroscópicos y microscópicos del material asociado con defectos en la microestructura, (impurezas), efectos termo-elásticos (causados por los gradientes de

temperatura local resultado de tensiones no uniformes), efectos de corrientes parásitas (en materiales ferromagnéticos), dislocación de los metales y movimiento de la cadena en polímeros. Sin embargo, se pueden identificar dos tipos generales de amortiguamiento interno: amortiguamiento por fricción seca y amortiguamiento viscoelástico o de histéresis.

2.4.1.4 Amortiguamiento por fricción seca

En este tipo de amortiguamiento, la disipación de energía se debe al rozamiento entre dos superficies sin fluido en su interfaz, esta fricción por deslizamiento también existe como una causa interna de amortiguamiento en las estructuras articuladas.

2.4.2 Amortiguamiento viscoelástico o de histéresis

Este amortiguamiento se presenta en materiales que presentan un comportamiento diferente al variar las condiciones de operación, por ejemplo la carga o la deformación que se le aplican siguen un camino al ser cargados y otro muy diferentes en la descarga. El término amortiguamiento de histéresis es en realidad un nombre inapropiado, ya que todos los tipos de amortiguamiento interno se asocian con histéresis de lazo (Figura 2.13), donde el área dentro del lazo (conocida como factor de pérdida η) es el amortiguamiento que presenta el sistema [63]. También el amortiguamiento estructural, que es una combinación de fricción seca por uniones entre elementos estructurales y amortiguamiento interno se caracteriza por estos lazos de histéresis cuando se somete a cargas cíclicas. Para algunos tipos de material, se ha observado que la fuerza de amortiguamiento de histéresis no depende de la frecuencia de oscilación en la deformación unitaria (o la frecuencia del movimiento armónico).

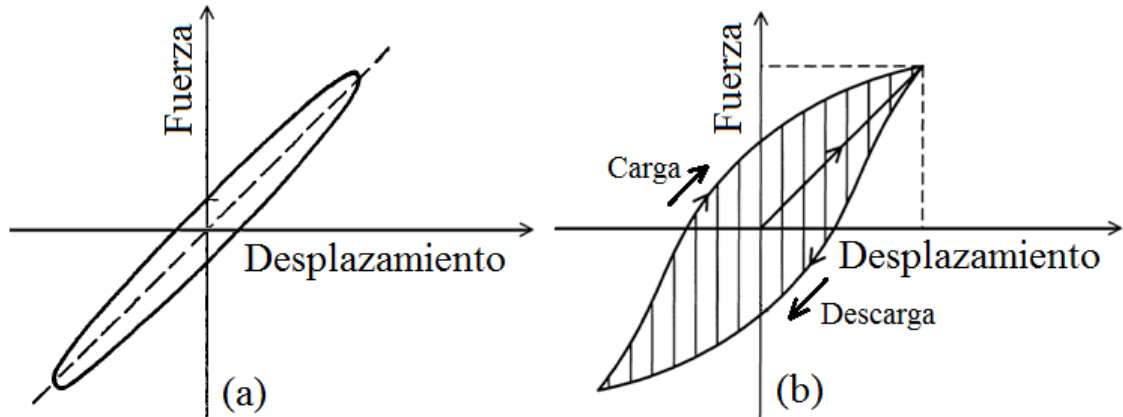


Figura 2.13 Representación del lazo de histéresis en amortiguamiento [64], (a) para un sistema lineal y (b) para un sistema no lineal.

Una forma de comparar los diferentes tipos de amortiguamiento y su efectividad, es a través de la evaluación de la energía (U) que dicha forma de amortiguamiento disipa por radian, del ciclo, contra la cantidad máxima que es capaz de disipar, lo que es el factor de pérdida η , de acuerdo a la Ecuación 2.4.

$$\eta = \frac{\Delta U}{\Delta \pi U_{max}} \quad \text{Ecuación 2.4}$$

Para sistemas viscosos la relación entre el factor de pérdida y el amortiguamiento fraccional se muestra en la Ecuación 2.5 y es válida cuando el amortiguamiento es pequeño y no existe una diferencia significativa entre la frecuencia natural y la frecuencia amortiguada del sistema [64].

$$\eta = 2\zeta \quad \text{Ecuación 2.5}$$

En mecánica de materiales, se establece que la relación esfuerzo-deformación es lineal y reversible siempre y cuando se respete la condición de pequeños desplazamientos y la magnitud del esfuerzo este por debajo del punto de cedencia. Sin embargo, en la realidad la relación esfuerzo-deformación es irreversible y una pequeña parte de la energía utilizada para deformar el material se disipa. En otras palabras, la función que describe el comportamiento del material al encontrarse bajo una carga no es idéntica a la función que describe el proceso de descarga. Cuando la carga es cíclica, las funciones forman un lazo cerrado, llamado lazo de histéresis, mostrado en la Figura 2.13. El área que se

enmarca entre los lazos representa la cantidad de energía que se disipa por ciclo, es decir que es una medida directa del amortiguamiento del sistema.

Por ejemplo, si las mediciones experimentales en una estructura que se modela como un sistema masa-resorte-amortiguador m, k, c , el cual fue mostrado en la Figura 2.3 (a) y cuyos datos de fuerza-deformación se grafican en la Figura 2.14 (a); el estimado de la constante de amortiguamiento de histéresis c sería igual a la energía disipada en un ciclo ΔW (el área dentro del lazo de histéresis), que está en función de la rigidez k , la rigidez compleja $B = c/k$ y la máxima deformación X , como se indica en la Ecuación 2.6

$$\Delta W = \pi k B X^2$$

Ecuación 2.6

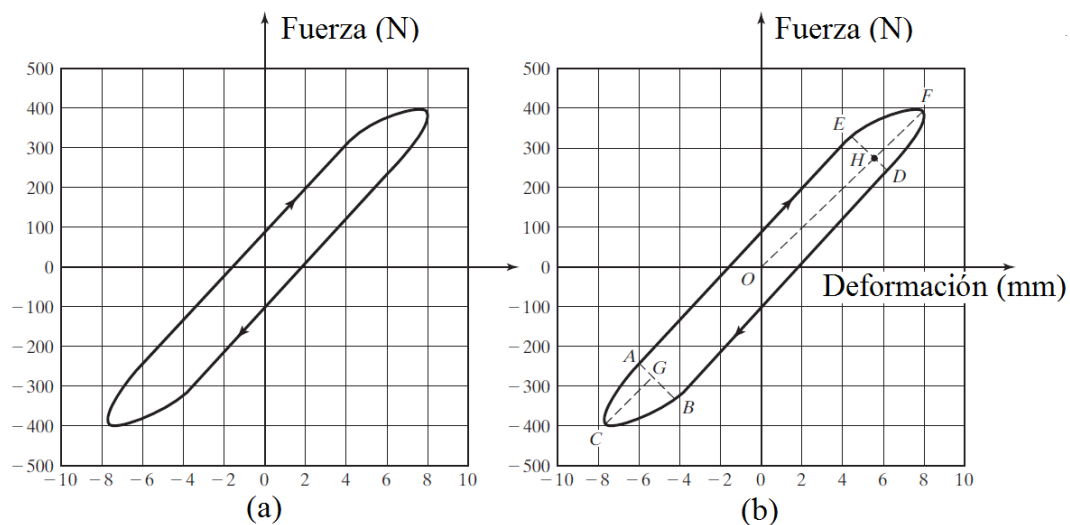


Figura 2.14. Ejemplo de curva fuerza-deformación para el cálculo del amortiguamiento [67], (a) lazo de histéresis experimental original, (b) lazo de histéresis con puntos y diagonales auxiliares para el cálculo del área.

Cada cuadrado en la Figura 2.14 representa $100 * 2 = 200 \text{ N} - \text{mm}$. El área dentro del lazo se puede encontrar como la suma de las áreas $ACB + ABDE + DFE \cong \frac{1}{2}(AB)(CG) + (AB)(AE) + \frac{1}{2}(DE)(FH) = \frac{1}{2}(1.25)(1.8) + (1.25)(8) + \frac{1}{2}(1.25)(1.8) = 12.25 \text{ Unidades cuadradas}$. Lo que representa una energía disipada de $\Delta W = (12.25 * 200 \text{ N} - \text{mm}) / (1000 \text{ mm}/\text{m}) = 2.5 \text{ N} - \text{m}$. La rigidez, que sería la pendiente de la línea OF , $k = 400/8 = 50 \text{ N}/\text{mm} = 50000 \text{ N}/\text{m}$. La máxima deformación $X = 8 \text{ mm} = 0.008 \text{ m}$.

Así, utilizando la Ecuación 2.6 para obtener la constante de amortiguamiento de histéresis $c = (\Delta W)/(\pi X^2) = 2.5/\pi(0.008)^2$, entonces $c = 12433.95$, presente en el sistema m, k, c .

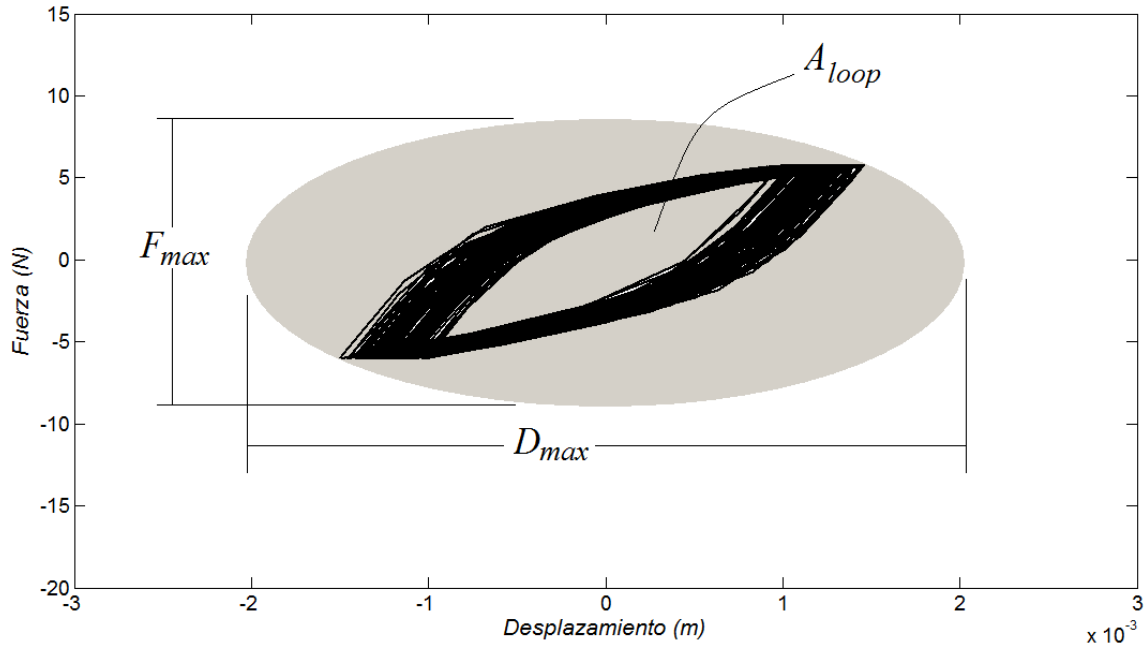


Figura 2.15. Lazo de histéresis de un sistema no lineal, la elipse sombreada de eje mayor D_{max} y eje menor F_{max} , representa la energía máxima que el sistema es capaz de disipar.

En el caso de lazos de histéresis de sistemas no lineales, el cálculo del amortiguamiento no se da de manera directa como el recién descrito. En sistemas no lineales, se define una relación a partir de la cantidad máxima de energía que el sistema podría disipar y la cantidad de energía que realmente se disipa. Siendo el área máxima posible del lazo de histéresis una elipse de semieje mayor D_{max} y semieje menor F_{max} y el área A_{loop} que se enmarca dentro de un lazo de histéresis, como el que se muestra en la Figura 2.15, el factor de pérdida η se expresa de acuerdo a la Ecuación 2.7 [56].

$$\eta = \frac{A_{loop}}{\pi F_{max} D_{max}} \quad \text{Ecuación 2.7}$$

2.4.3 Amortiguamiento en el modelado matemático

La disipación de energía en los sistemas de vibración es un fenómeno físico muy significativo. Sin embargo, los modelos de amortiguamiento siguen siendo un tema de investigación actual. Parte de la razón de la falta de modelos de amortiguamiento definitivos, es que las mediciones de las propiedades de amortiguamiento deben ser dinámicas. Por otra parte, las mediciones de la rigidez y la inercia se pueden hacer a partir de experimentos estáticos. La necesidad de experimentos dinámicos con el fin de verificar los modelos analíticos de amortiguamiento ha resultado en una gran cantidad de dificultades en la determinación de la naturaleza de la disipación de energía en una gran variedad de estructuras y máquinas. El otro hecho que hace del amortiguamiento un fenómeno difícil de modelar es que es inherentemente no lineal, dependiente de la frecuencia y dependiente de la temperatura [68], más detalles, sobre las características de la respuesta en frecuencia de un sistema no lineal, se exponen en el Apéndice 2.

Hay algunos modelajes particulares que utilizan el principio de amortiguamiento de fricción con el fin de considerar la disipación de energía y la baja rigidez en un paquete compacto (Figura 2.16). Sin embargo el amortiguamiento, en algunas ocasiones, no puede considerarse viscoso y se debe tomar en cuenta el mecanismo de amortiguamiento real.

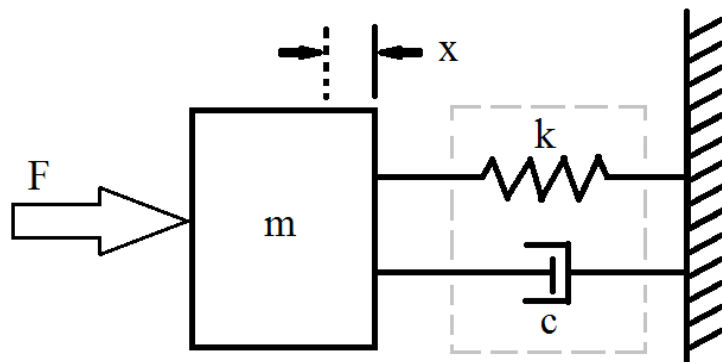


Figura 2.16. Sistema masa-resorte-amortiguador.

Para representar la disipación de la energía causada por el amortiguamiento interno se han empleado varios modelos, esta variabilidad es principalmente el

resultado de la amplia gama de materiales de ingeniería, y no hay un modelo absoluto que pueda representar, satisfactoriamente, las características de amortiguamiento interno de todos los materiales.

2.4.3.1 Modelo de histéresis de Bouc-Wen.

La caracterización del amortiguamiento, en resortes de fricción seca, con el uso de modelos matemáticos es un reto actual, donde el modelo modificado de Bouc-Wen, considerado como un modelo matemático semi-físico, se ha utilizado ampliamente para la descripción de sistemas histeréticos [3], [69] y [69]. Este modelo representa no sólo la disipación de energía con el área dentro del lazo, sino también las características no lineales del amortiguamiento y la rigidez, que definen la forma del lazo. Este modelo histerético se expresa por las ecuaciones diferenciales de la Ecuación 2.8, las cuales gobiernan el movimiento de un sistema de un grado de libertad.

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + (1 - \gamma)\omega^2z &= u(t) \\ \dot{z} &= A\dot{x} - \alpha|\dot{x}|z|z|^{n-1} - \beta\dot{x}|z|^n \end{aligned} \quad \text{Ecuación 2.8}$$

Donde x , \dot{x} y \ddot{x} representan el desplazamiento, velocidad y aceleración, respectivamente, z proporciona la fuerza histerética restauradora, $u(t)$ es la excitación externa, γ es la relación entre post cedencia y pre cedencia, mientras que A , α y β controlan el tamaño del lazo de histéresis y n la suavidad del mismo.

A través de una selección adecuada de los parámetros, se puede representar una amplia variedad de lazos, así como las características de disipación de energía, tal como se representa en la Figura 2.17, que presenta diferentes lazos para los comportamientos de endurecimiento y ablandamiento. Por ejemplo, manteniendo $\gamma = 0.25$, $\zeta = 0.05$ y el resto de los parámetros y variables igualados a la unidad, se puede ver un comportamiento de ablandamiento en la Figura 2.17 (c) donde $\alpha = 0.25$ y $\beta = 0.75$, por otro lado, cuando los parámetros son $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, el sistema presenta endurecimiento, como se puede ver en la Figura 2.17 (g).

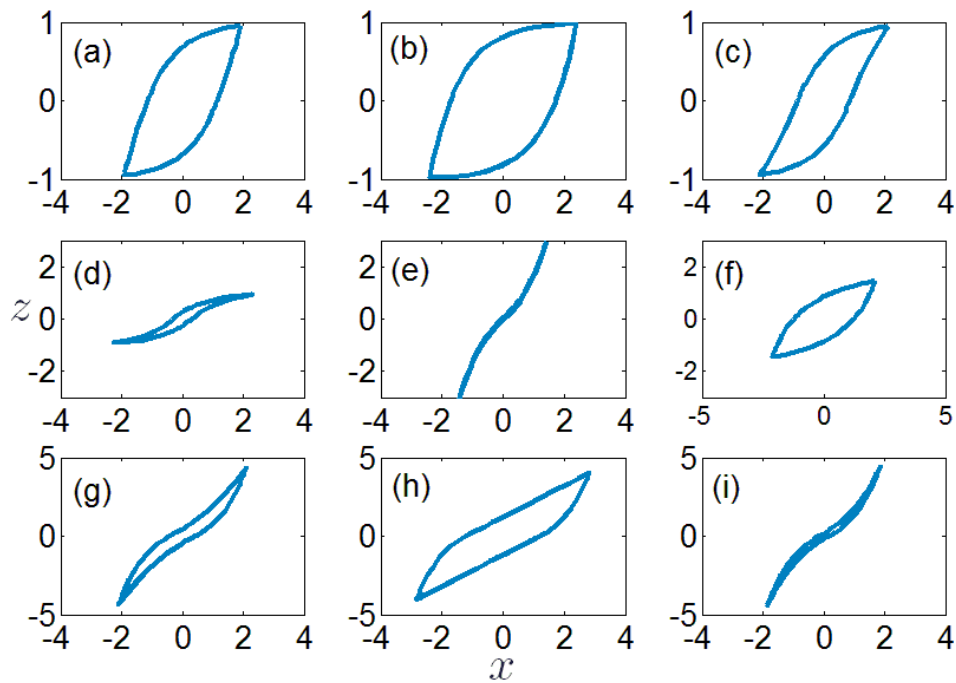


Figura 2.17. Lazos de histéresis resultantes de diversas combinaciones en los parámetros del modelo de Bouc-Wen, (a) $\alpha = 0.75$ y $\beta = 0.25$, (b) $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, (c) $\alpha = 0.25$ y $\beta = 0.75$, (d) $\alpha = 0.05$ y $\beta = 0.95$, (e) $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, (f) $\alpha = 0.8$ y $\beta = -0.2$, (g) $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, (h) $\alpha = 0.5$ y $\beta = -0.5$, (i) $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$.

Un tipo particular de sistemas que pueden ser aproximados, utilizando el modelo Bouc-Wen, son los resortes de cables como aisladores de vibración, dado que éstos, por naturaleza, muestran un comportamiento no lineal de endurecimiento durante la carga y ablandamiento durante la descarga. El modelaje de la disipación de energía en resortes de cable utilizando los lazos de histéresis se tratará más adelante en el presente trabajo, así como también resultados experimentales de los propios lazos.

2.5 Comentarios finales

En este segundo capítulo, donde se expuso la teoría fundamental de vibraciones y amortiguamiento, se hace conciencia sobre los problemas que provocan las vibraciones mecánicas en el adecuado funcionamiento de cualquier maquinaria incluyendo aeronaves. La vibración se considera impulsiva o impactos, cuando

dura menos de dos veces el período natural del sistema, este tipo de vibración se presenta como turbulencias durante el vuelo y aterrizaje de aeronaves.

Para resumir un escenario de impacto típico, se expuso el espectro de respuesta al impacto (SRS), caracterizado por tres zonas en función de la duración relativa del impacto: aislamiento, amplificación y cuasiestático. El SRS puede ser construido con la respuesta relativa máxima, con la relativa o incluso con la residual como se expuso para varias razones de amortiguamiento. El factor de severidad λ , para excitaciones impulsivas, también fue mencionado en cuanto a su relación con la duración del impacto τ y su aplicación para graficar tres parámetros importantes para el diseño y selección de aisladores como son el SAR, el SDR y el RDR, los cuales están relacionados a las fuerzas transmitidas a través del aislador y con el espacio disponible para el montaje.

Respecto al aislamiento, cuyo fin es reducir los niveles de vibración que se transmiten al sistema, se mencionaron las tres estrategias de control básicas, que puede ser aislamiento pasivo, semiactivo y activo. Además, se mencionó que el tipo de aislamiento de vibraciones más recurrido en las aeronaves es el aislamiento pasivo, donde los resortes de cable han ganado campo de aplicación. El efecto de la resonancia en sistemas aviónicos y cómo evitarla o aliviarla también se mencionó en este capítulo, junto con los aislantes de vibración generalmente utilizados en las aeronaves comerciales.

El amortiguamiento, que representa el fenómeno de disipación de energía en un sistema mecánico, puede deberse a diversos mecanismos, como el de fluidos, el estructural y el interno. Dentro del amortiguamiento interno se encuentran la fricción seca y el viscoelástico, en este último, se pueden presentar los lazos de histéresis, cuya área interna representa el factor de pérdida η (amortiguamiento). Se mencionó, también, que existe una falta de modelos de amortiguamiento definitivos, para sistemas inherentemente no lineales. Sin embargo, el modelo semi-físico de Bouc-Wen se ha considerado para sistemas histeréticos y su análisis en simulación se aplicará en la presente tesis.

Capítulo 3.

Estudio de la respuesta de impacto en el modelo de Bouc-Wen

3.1 Introducción

Este capítulo presenta un estudio teórico que aborda la respuesta al impacto de aislantes de vibración con propiedades no lineales en rigidez y amortiguamiento mismas que se ven reflejadas en respuestas con histéresis bajo cargas cíclicas. Las propiedades no lineales se pueden representar por medio del modelo Bouc-Wen, que refleja los lazos de histéresis formados de acuerdo a estas características, según los parámetros que lo conforman tal y como se ha presentado en el capítulo anterior. Las simulaciones presentadas son estimadas en base a análisis numéricos de las ecuaciones de movimiento usando un programa de simulación numérica (MATLAB), ya que por la no linealidad de los modelos se vuelve impráctico el uso de enfoques simbólicos. En este caso, se presenta una compilación de la respuesta de este modelo considerando diferentes parámetros para reflejar diferentes tipos de comportamientos no lineales. Se analiza la respuesta en tiempo, así como los diferentes parámetros de severidad de impactos en función de la duración relativa del impacto. Posteriormente se estudia el efecto de la amplitud de entrada, lo cual es

importante en sistemas que presentan efectos no lineales dado que la respuesta no aumenta con la misma proporción que la entrada.

3.2 Modelo de Histéresis de Bouc-Wen bajo cargas de impacto

La ecuación del modelo de Bouc-Wen que se presentó en el capítulo previo (Ecuación 2.8), define la respuesta del sistema y la fuerza histerética relacionada. Usualmente la excitación externa $u(t)$ se considera un desplazamiento o una fuerza controlada de tipo senoide y se evalúa la fuerza histerética z de acuerdo a los parámetros del modelo. En este caso, para evaluar la respuesta de impacto, se considera que la excitación $u(t)$ tiene la forma de un pulso de tipo medio seno, y posteriormente se evalúa la respuesta residual libre una vez que el pulso ha terminado. De esta forma, la ecuación del modelo matemático está dada por:

$$\begin{aligned} \ddot{x} + 2\zeta\omega_n\dot{x} + (1 - \gamma)\omega^2z &= \xi_p \sin\left(\frac{\pi t}{t}\right) \\ \dot{z} &= A\dot{x} - \alpha|\dot{x}|z|z|^{n-1} - \beta\dot{x}|z|^n \end{aligned} \tag{Ecuación 3.1}$$

Donde los parámetros del modelo Bouc Wen han sido previamente descritos siguiendo la nomenclatura definida en la sección 2.4.3.1, ver Figura 2.17. Haciendo uso del software de análisis numérico MATLAB, se desarrolló un código en el cual se programó el modelo de histéresis de Bouc-Wen, las ecuaciones diferenciales se resolvieron utilizando la función ODE15s, la cual es la más adecuada para este modelo no lineal ya que puede resolver ecuaciones diferenciales que involucran matrices de rigidez y de masa singular.

Utilizando una excitación de aceleración en la forma de un pulso de medio seno aplicado por la base, con diversas duraciones y amplitudes, se analizó el comportamiento de la respuesta del sistema al variar los parámetros α y β que definen la forma del lazo y el tipo de no linealidad en el sistema. Dado que la cantidad de combinaciones de los parámetros del modelo es enorme, el resto de los parámetros se mantuvieron fijos durante las simulaciones en $A = 1$, $n = 1$ y $\gamma = 0.5$, de acuerdo a la literatura, es necesario establecer estas restricciones

para el modelo según se recomienda en estudios previos de Leenen [49] y Schwanen [50], [70]. La forma del lazo, es decir, el tipo de no linealidad es controlada por los parámetros restantes α y β . Las repuestas maximax, relativa y residual del SRS se pueden calcular, al igual que sus historias en tiempo representativas. Se analiza también el efecto de aumentar la amplitud de excitación. De igual manera se presenta información sobre los parámetros de respuesta SAR, SDR y RDR y el efecto de aumentar la amplitud de excitación, Para los diferentes enfoques presentados, en este estudio, se analizó el comportamiento al variar los parámetros α y β , considerando varios casos de los parámetros α y β , unos para endurecimiento: $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$; $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$, y otros para ablandamiento: $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$; $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$; $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$, variando la razón de periodos τ/T , de acuerdo a la Figura 2.17.

3.2.1 Espectro de respuesta de impacto

Primeramente se analiza la respuesta en tiempo para casos particulares de acuerdo a la duración relativa del impacto. La Figura 3.1 presenta cuatro situaciones para diferentes valores de la razón de periodo, a saber (a) $\tau/T = 0.25$, (b) $\tau/T = 0.5$, (c) $\tau/T = 1$ y (d) $\tau/T = 2$. Para dichas gráficas se seleccionaron parámetros de Bouc-Wen que representan endurecimiento ($\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$) y ablandamiento ($\alpha = 1$ y $\beta = 0$), comparando su respuesta con la de un sistema lineal para un pulso de medio verseno. Esto permite una visión general de la respuesta del sistema.

Cuando la duración del pulso es relativamente corta, por ejemplo $\tau/T = 0.25$ y $\tau/T = 0.5$ (Figura 3.1 (a) y (b), respectivamente), la respuesta ocurre cuando el pulso ha terminado, es decir se considera como una excitación impulsiva. Un ligero incremento en el aislamiento de vibraciones se puede observar para el sistema con endurecimiento, mientras que este empeora para el sistema con ablandamiento. El efecto es más notorio cuando $\tau/T = 1$, Figura 3.1 (c), donde el sistema con ablandamiento presenta una respuesta con un incremento considerable, mientras que se observa un efecto opuesto para el sistema con

endurecimiento. Esta es la situación más crítica dado que esta razón de periodos es un caso análogo a la resonancia en sistemas con excitación sinusoidal. Por otro lado, para pulsos largos, mientras el efecto de endurecimiento produce una diferencia muy pequeña cuando se compara con el modelo lineal, la respuesta del sistema de ablandamiento sigue siendo mucho mayor, como se presenta en la Figura 3.1 (d) donde $\tau/T = 2$.

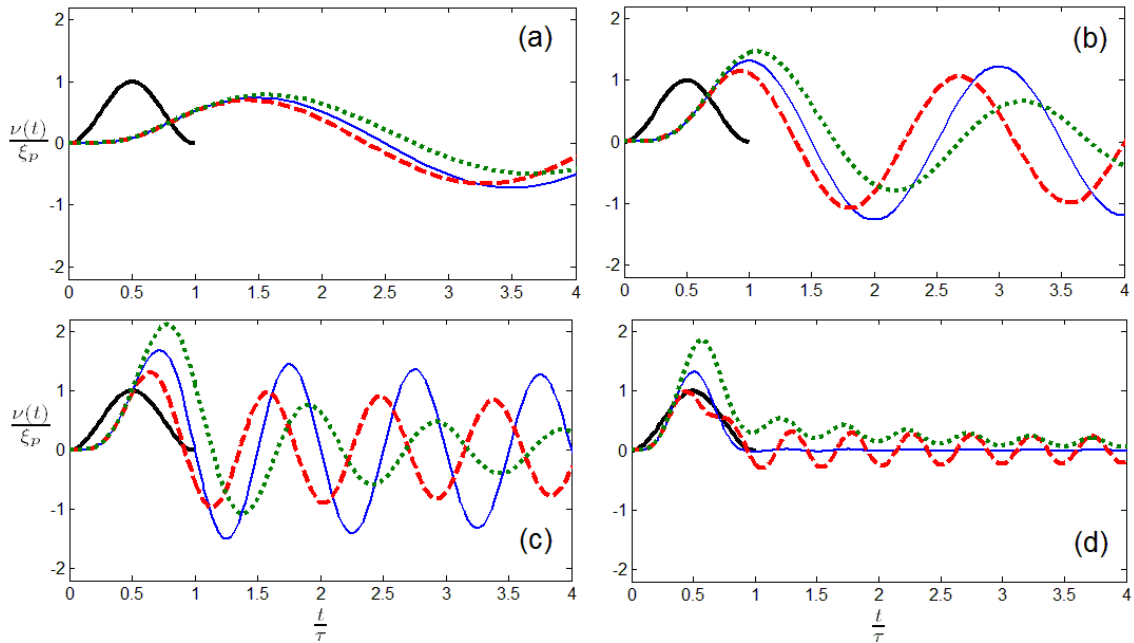


Figura 3.1. Gráfica de la historia en tiempo de la respuesta al impacto para el modelo Bouc-Wen bajo una excitación tipo pulso medio verseno. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la amplitud máxima del pulso, y el eje horizontal representa tiempo normalizado con respecto a la duración del pulso. Las diferentes gráficas representan diferentes duraciones relativas del pulso. (a) $\tau/T = 0.25$, (b) $\tau/T = 0.5$, (c) $\tau/T = 1$ y (d) $\tau/T = 2$. (--- sistema con endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, ... sistema con ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, — sistema lineal y — pulso de excitación).

Posteriormente, se determinaron las respuestas maximax, relativa y residual del SRS, utilizando una excitación de aceleración, con un pulso de medio seno, para diversos sistemas con parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$, - · - · $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$), de endurecimiento (· · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$) y para un sistema lineal (O). Primeramente, en la Figura 3.2 se puede ver la respuesta maximax, del espectro de respuesta al impacto (SRS) con los parámetros α y β ya mencionados, para

una excitación de medio verseno. Se puede observar que la respuesta del sistema no lineal de ablandamiento es mayor que la del sistema lineal, consiguiendo no solamente un aislamiento nulo, sino una mayor respuesta en comparación con el sistema lineal equivalente, en la zona de amplificación. Por otra parte, la respuesta del sistema no lineal de endurecimiento es menor a la que presenta un sistema lineal, por lo cual el sistema no lineal de endurecimiento es el más efectivo en el aislamiento a impactos. Aunque la respuesta sigue siendo amplificada cuando la razón de periodos está alrededor de 1, la respuesta es mucho más baja en comparación con el sistema lineal.

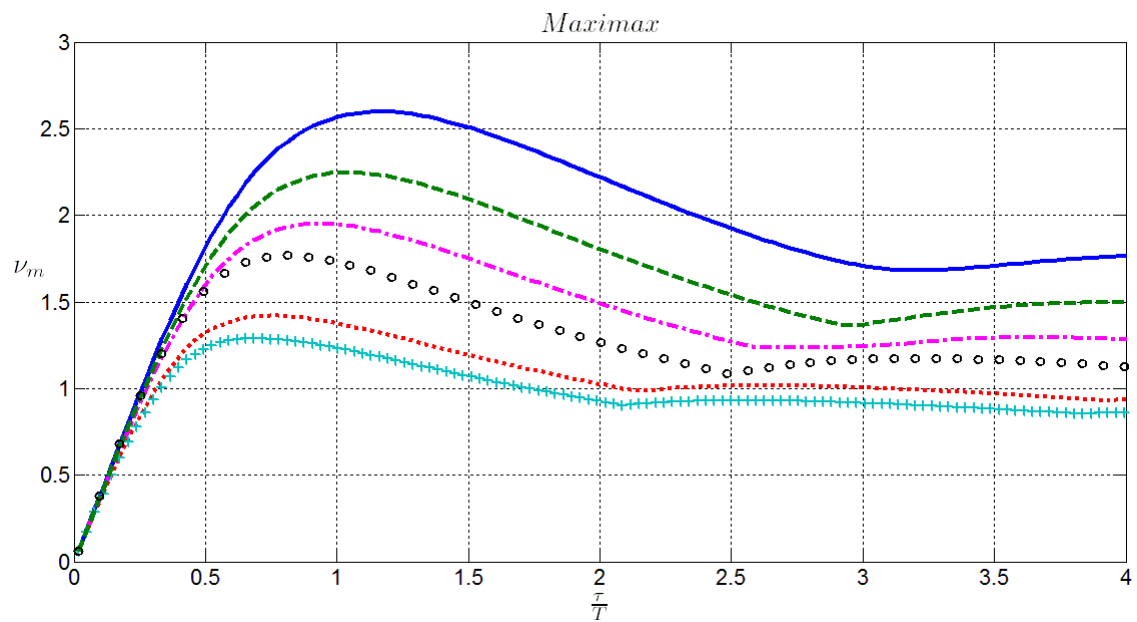


Figura 3.2. Respuesta Maximax del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno, con amplitud fija, para parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$, - - - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$), de endurecimiento (· · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$) y para un sistema lineal (O). El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema.

Posteriormente, en la Figura 3.3 se puede observar que la respuesta relativa del espectro de respuesta al impacto (SRS), para un sistema con ablandamiento, es siempre mayor que la respuesta de un sistema lineal, similar al caso anterior. Por su parte, en el sistema con los parámetros de endurecimiento, cuando la duración

relativa es superior a 1, la respuesta además de ser menor que la mostrada por un sistema lineal, se mantiene por debajo de la unidad lo que indica que la respuesta es menor que la excitación. Es importante observar que para entradas de corta duración o impulsivas, el desplazamiento relativo siempre tiende a la unidad, esto debido a que para aislar la respuesta absoluta se requiere deformación para almacenar la energía del impacto. Esta deformación se ve reflejada en un desplazamiento relativo con amplitud muy similar a la del pulso de entrada. Este fenómeno se observa independientemente del tipo de rigidez del sistema. De esta forma, se puede observar que el sistema con parámetros de ablandamiento no muestra un comportamiento aislante, contrario a lo observado en el sistema con endurecimiento en el cual se demuestra una clara reducción en respuesta relativa.

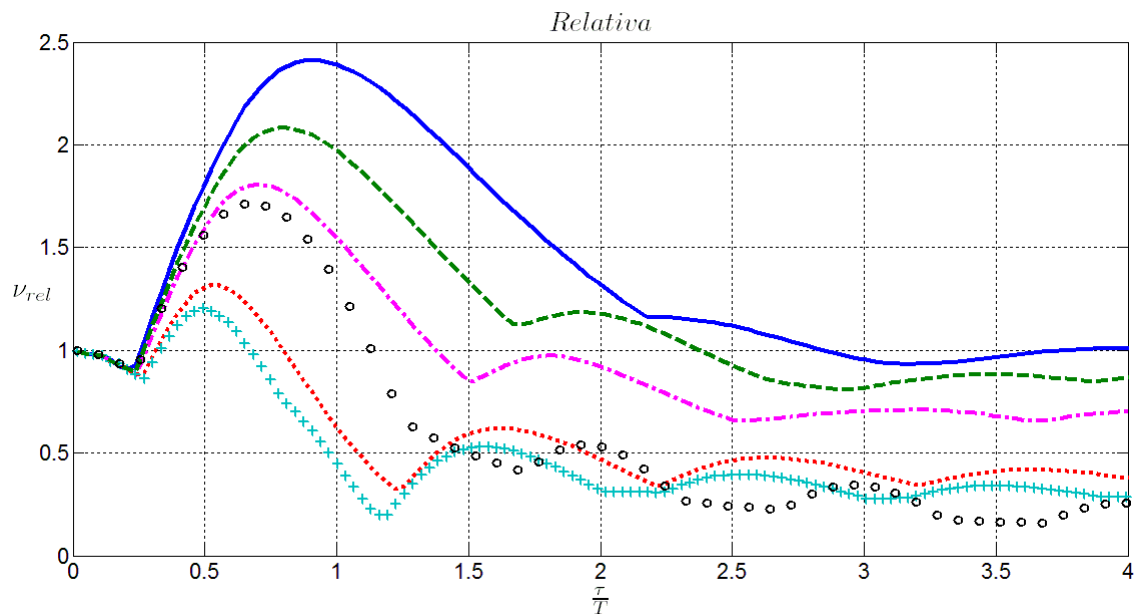


Figura 3.3. Respuesta Relativa del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno, con amplitud fija, para parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$, - - - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$), de endurecimiento (· · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$) y para un sistema lineal (O). El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema.

De igual manera en la Figura 3.4, se puede ver que la respuesta residual, del espectro de respuesta al impacto (SRS), para el sistema con los parámetros de ablandamiento es mayor que para la del sistema lineal y dicha respuesta es aún menor para el sistema con los parámetros de endurecimiento. Esto deja entrever la mayor eficiencia del aislamiento en el sistema con los parámetros de endurecimiento, cualquiera que sea el enfoque que se tome en el espectro de respuesta al impacto (SRS). El comportamiento general de la respuesta relativa es muy similar al de la respuesta absoluta máxima, dado que particularmente en las zonas de respuesta impulsiva y de amplificación, la respuesta máxima ocurre después del impacto, por lo tanto coincide con la residual.

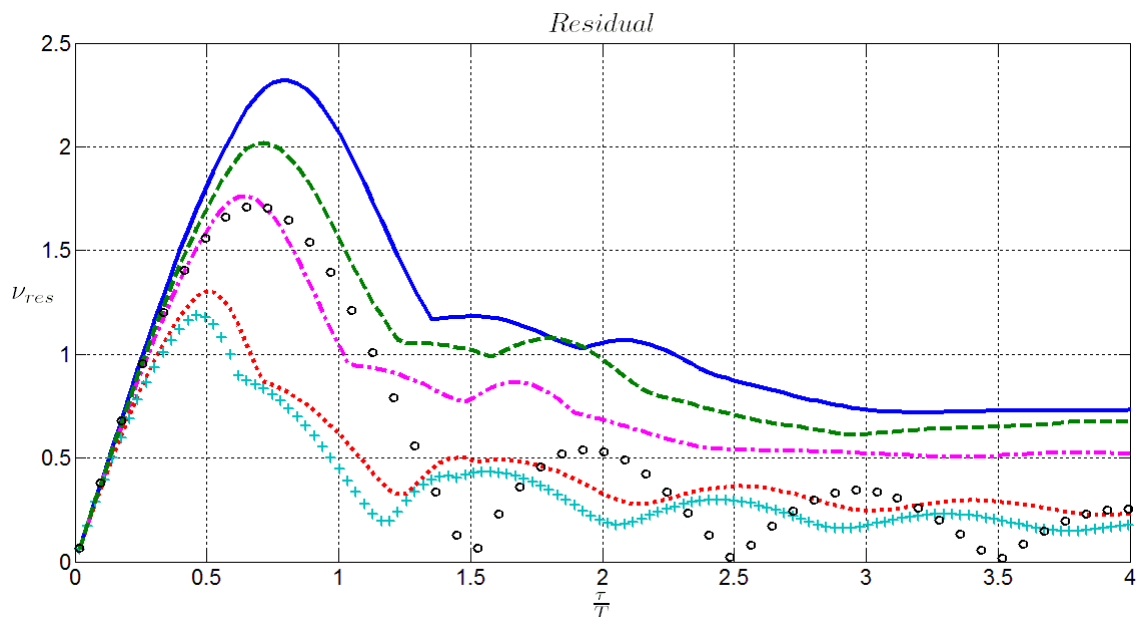


Figura 3.4. Respuesta Residual del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno, con amplitud fija, para parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$, - - - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$), de endurecimiento (· · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$, + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$) y para un sistema lineal (O). El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema.

Para visualizar de una manera más clara, las diferencias entre las respuestas de los sistemas con ablandamiento y endurecimiento, con respecto a un sistema lineal. En la Figura 3.5 se muestra la relación entre la respuesta del sistema con los parámetros de ablandamiento (— $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$) y la respuesta del

sistema lineal, también se muestra la relación entre la respuesta del sistema con los parámetros de endurecimiento ($+++ \alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$) y la respuesta del sistema lineal. La línea horizontal en la unidad ($-----$), ayuda a visualizar cuando la respuesta es mayor o menor a la lineal, ya que si fuesen iguales la relación sería 1. Todas las gráficas se realizaron en función de la razón de periodos (razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema).

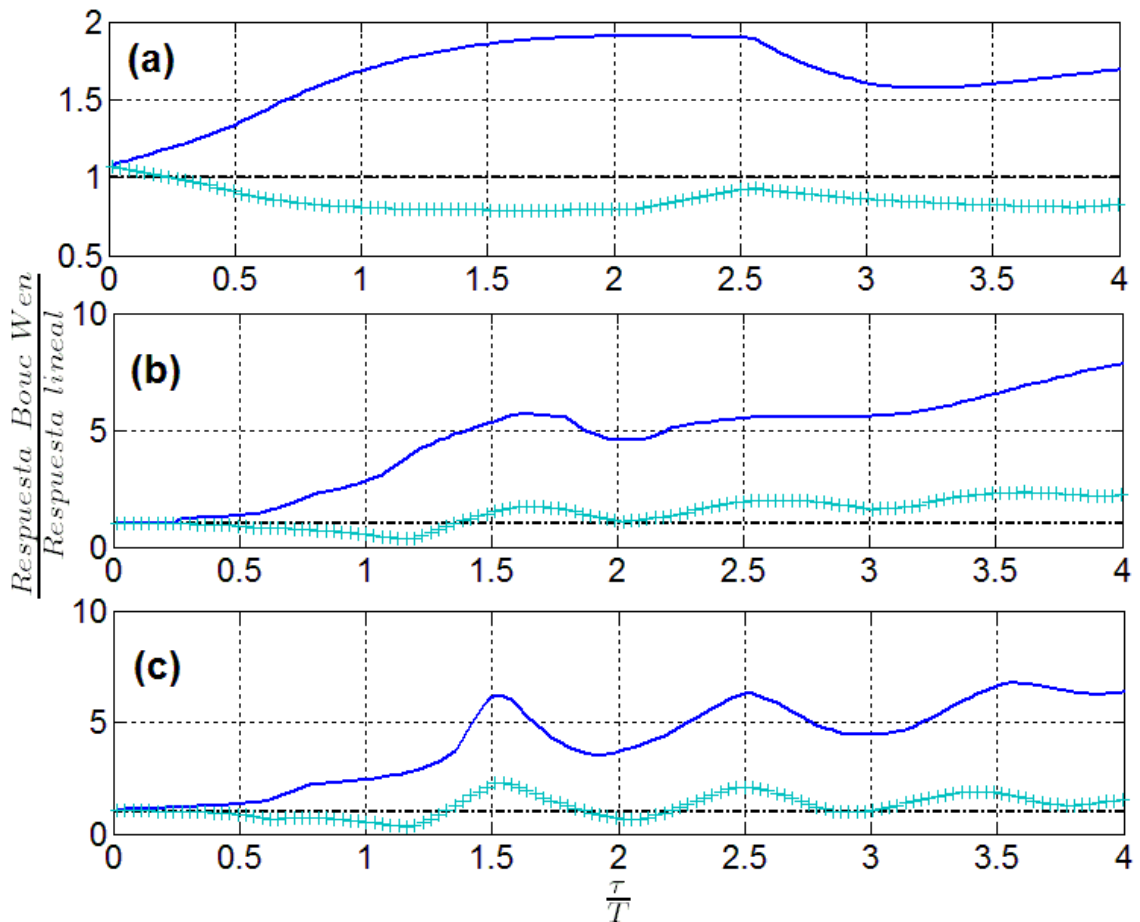


Figura 3.5. Relación entre la respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno, para parámetros de ablandamiento ($— \alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$) y de endurecimiento ($+++ \alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$), y la respuesta al impacto de un sistema lineal ($-----$ línea auxiliar para relaciones igual a 1). El eje vertical representa la respuesta (a) Maximax, (b) Relativa y (c) Residual, con respecto a la respuesta lineal, mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema.

En la Figura 3.5 (a) se realiza dicha comparativa con las respuestas maximax, es en esta gráfica donde se ve de manera más clara que la respuesta del sistema

de endurecimiento es alrededor del 20% al 30% menor que la respuesta lineal, al mismo tiempo que la respuesta del sistema con ablandamiento es mucho mayor, casi el doble de la respuesta lineal. En la Figura 3.5 (b) la comparativa es con las respuestas relativas, aquí el sistema con endurecimiento es un poco mayor a lineal, menos del 10%, pero el sistema con ablandamiento tiene una respuesta de hasta 8 veces la respuesta del sistema lineal, para altos valores de la relación de periodos. Finalmente, en la Figura 3.5 (c) ahora para la respuesta residual, de nuevo la respuesta del sistema con endurecimiento se encuentra cerca de la respuesta del sistema lineal, mientras que la del sistema de ablandamiento muestra aumentos de hasta 7 veces la respuesta del sistema lineal.

3.2.2 Efecto de la amplitud de entrada en la respuesta

El efecto de variar la amplitud de excitación, para los parámetros de endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, se puede observar en la Figura 3.6 para la respuesta maximax. La dirección de la flecha indica el aumento en la amplitud de entrada. Se observa como en la zona de amplificación la respuesta es menor conforme aumenta la amplitud de excitación con el mismo comportamiento en la zona cuasi estática; en la Figura 3.7 se observa como la respuesta relativa es cada vez mayor en la zona cuasi estática cuando se aumenta la amplitud de excitación, mientras que en la zona de amplificación no se observa ningún cambio para excitaciones mayores a 3 g (g es la aceleración de la gravedad); y la respuesta residual, en la Figura 3.8, muestra un comportamiento de disminución en la respuesta, al aumentar la amplitud de excitación, tanto en la zona de amplificación como en la cuasiestática.

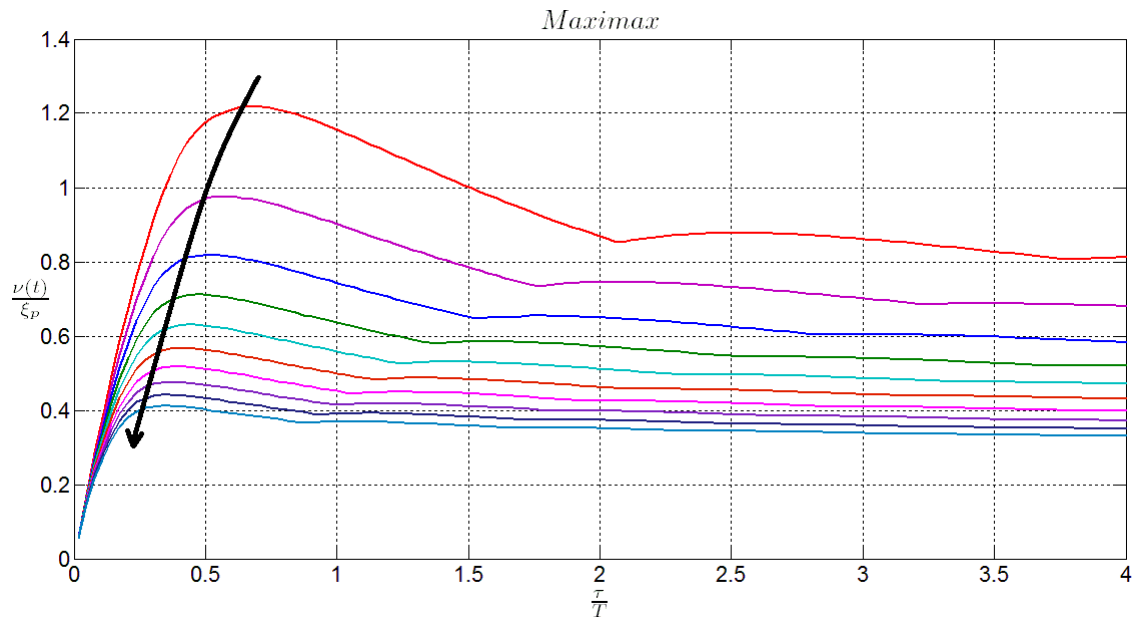


Figura 3.6. Respuesta Maximax del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g).

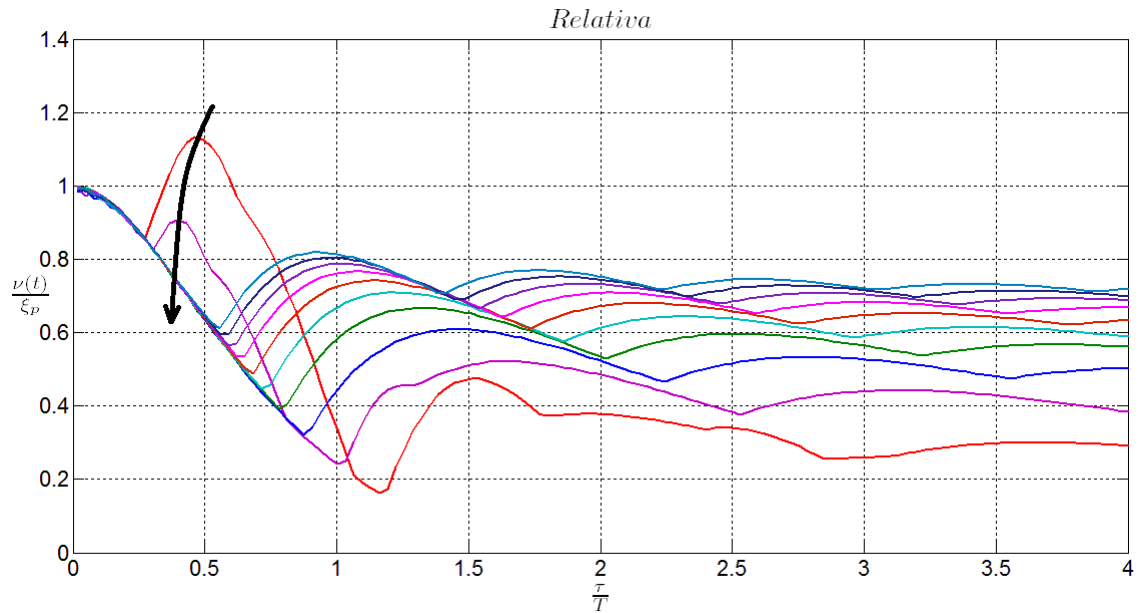


Figura 3.7. Respuesta Relativa del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g).

Por su parte, al variar la amplitud de excitación con los parámetros de ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, se muestra en la Figura 3.9 que la respuesta maximax del sistema se incrementa al aumentar la amplitud de excitación, tanto para la zona de amplificación como para la cuasi estática; la respuesta relativa de la Figura 3.10 muestra el mismo comportamiento que la maximax, tanto en la zona de amplificación como en la cuasi estática; y la respuesta residual en la Figura 3.11 se puede observar que en la zona de amplificación la respuesta aumenta conforme la excitación también aumenta, pero ya en la zona cuasi estática, a partir de 3 g la respuesta disminuye al aumentar la excitación.

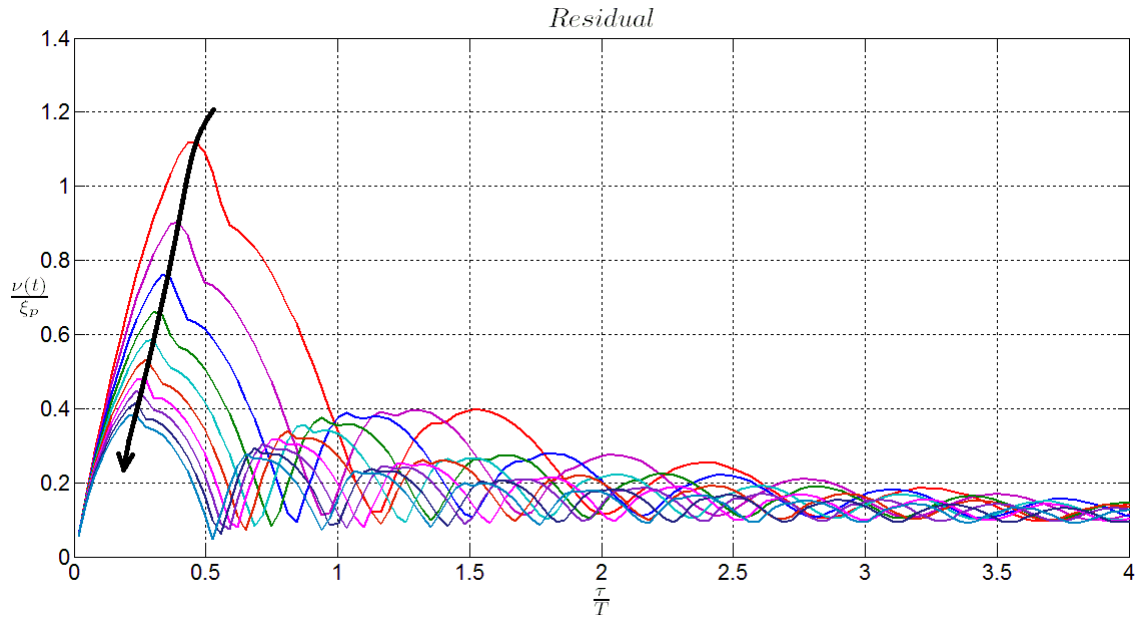


Figura 3.8. Respuesta Residual del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de endurecimiento $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g).

La variación de la respuesta en función de la entrada, en forma no proporcional, era un fenómeno esperado debido al comportamiento no lineal del modelo. Para el caso del sistema lineal, el aumento o disminución en la amplitud entrada representa un cambio en la misma proporción para la respuesta. Sin embargo, es interesante como en este caso se observan comportamientos opuestos entre los sistemas de endurecimiento y ablandamiento, para la zona de amplificación, donde al aumentar la excitación el primero disminuye su respuesta y en el segundo aumenta. Es importante señalar que los parámetros observados son comparados contra la amplitud de entrada, por lo que representan de manera directa el aislamiento efectivo del sistema. Por lo tanto, un sistema con rigidez no lineal de tipo endurecimiento tendrá un mejor aislamiento para entradas de altos niveles, lo que es muy común en impactos.

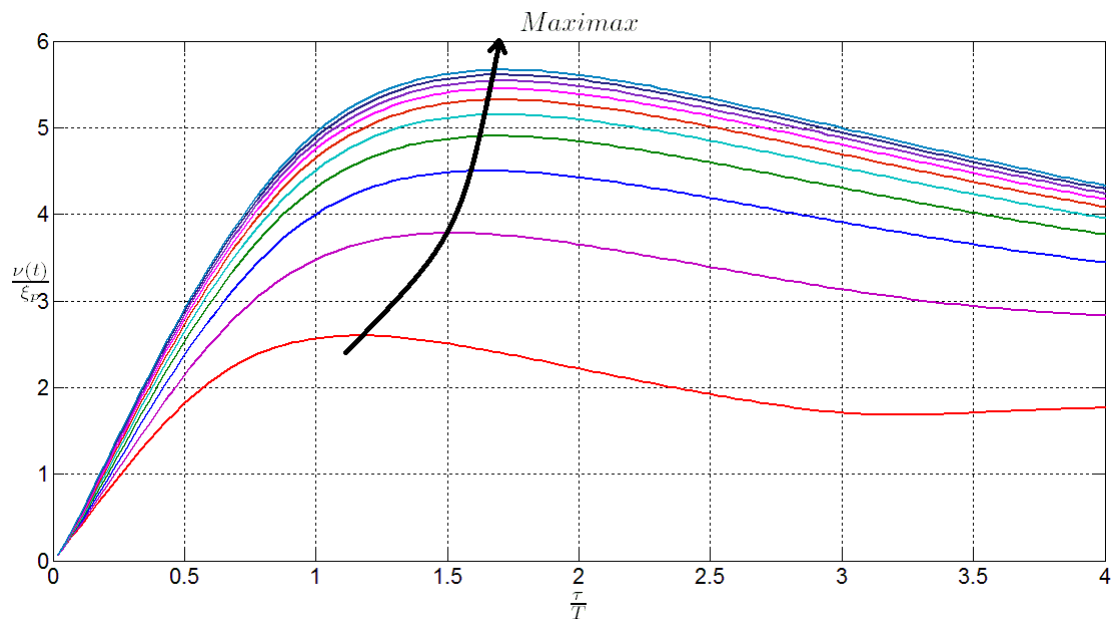


Figura 3.9. Respuesta Maximax del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g).

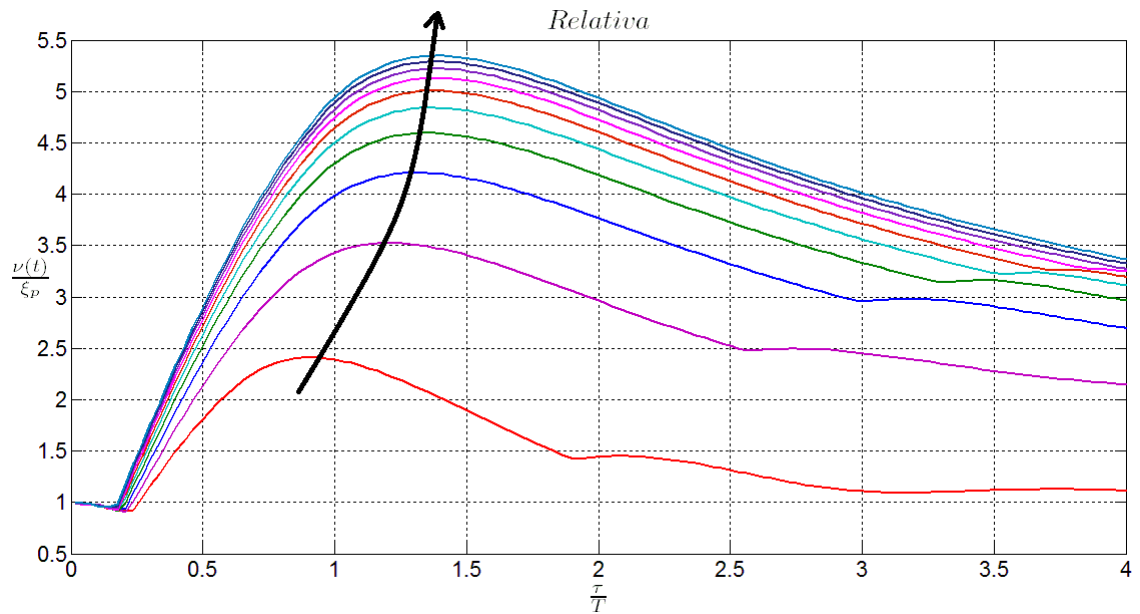


Figura 3.10. Respuesta Relativa del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g).

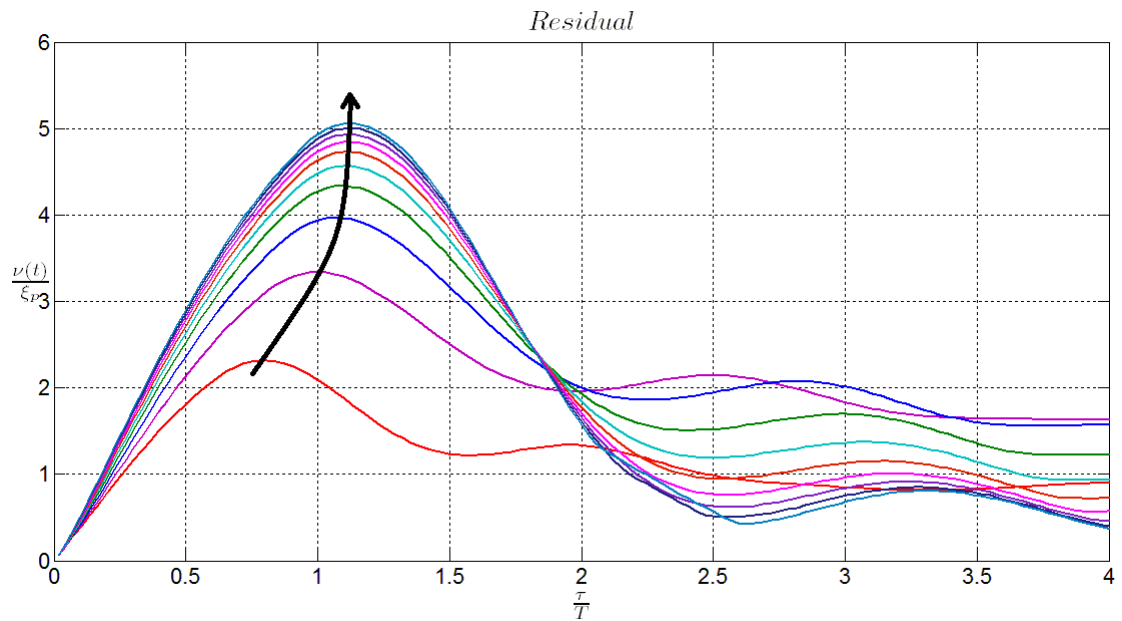


Figura 3.11. Respuesta Residual del espectro de respuesta al impacto del modelo Bouc-Wen con excitación de medio verseno para parámetros de ablandamiento $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, considerando una excitación de medio verseno de amplitud variable, desde 1g hasta 10g con intervalos de 1g. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la razón entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema (— 1g, — 2g, — 3g, — 4g, — 5g, — 6g, — 7g, — 8g, — 9g, — 10g).

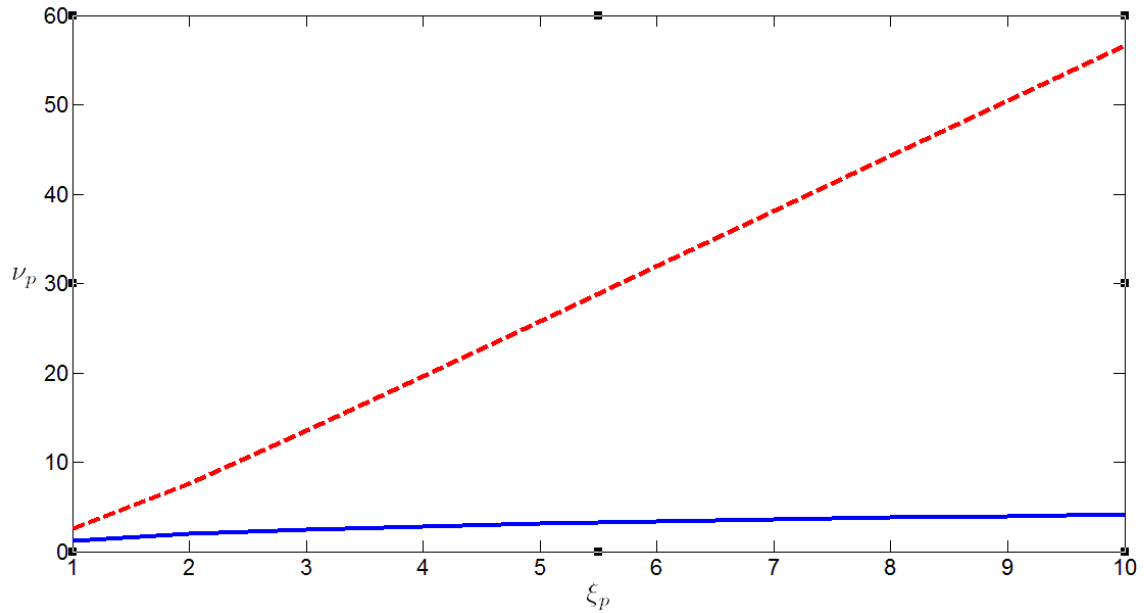


Figura 3.12. Efecto del incremento en la amplitud de entrada sobre la respuesta del sistema, para el modelo de Bouc-Wen. El eje vertical representa la respuesta máxima con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la amplitud de entrada. Para parámetros de: — Endurecimiento ($\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$), - - - Ablandamiento ($\alpha = 1$ y $\beta = 0$).

En la Figura 3.12 se presenta la amplitud máxima para cada valor de excitación, observando una respuesta cada vez mayor en el sistema de ablandamiento, representado con línea discontinua. En el sistema de endurecimiento, representado con línea continua, también se observa un aumento en la respuesta, aunque con una pendiente mucho menor a la mostrada por el sistema con ablandamiento.

El comportamiento explicado anteriormente se puede apreciar, de manera normalizada a cada uno de los valores de excitación, en la Figura 3.13. Este gráfico presenta el efecto de la respuesta normalizada máxima en la región de amplificación como una función de la entrada de amplitud. La línea discontinua representa el sistema de ablandamiento mientras que la línea continua representa el sistema de endurecimiento. Sólo se presenta la respuesta maximax, ya que el efecto en los otros parámetros es similar. Se puede observar cómo la respuesta normalizada del sistema de endurecimiento disminuye gradualmente y asintóticamente a medida que la entrada aumenta, mostrando

que al aumentar la excitación el sistema comienza a aislar, pero hay un límite por el comportamiento asintótico. Por otro lado, el efecto opuesto ocurre en el sistema de ablandamiento, mostrando un comportamiento amplificador, pero también con un límite asintótico donde no puede amplificar más.

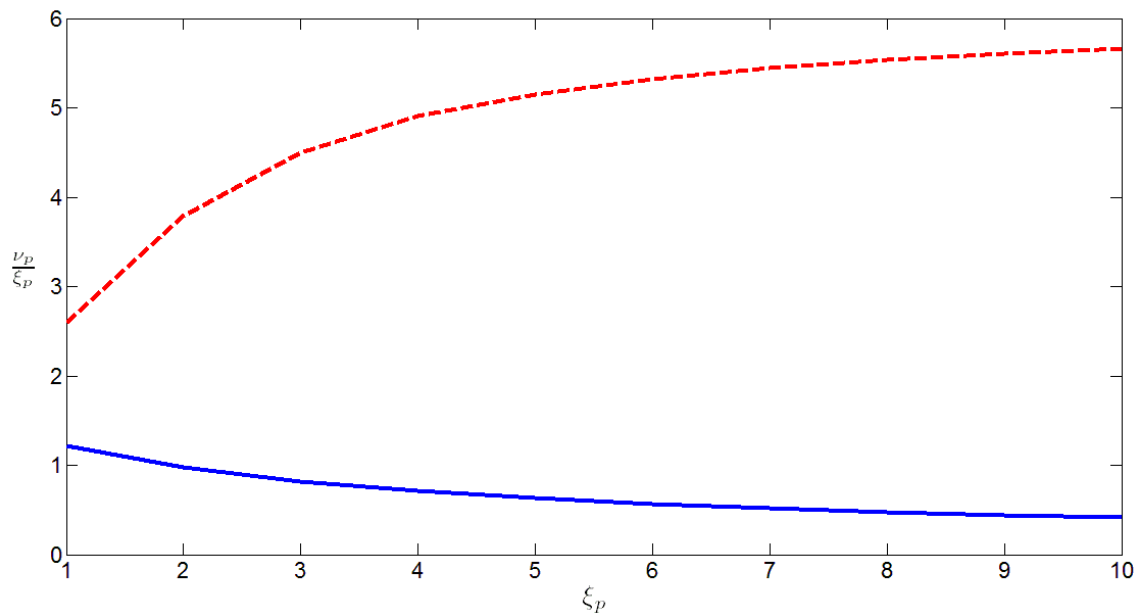


Figura 3.13. Efecto del incremento en la amplitud de entrada sobre la respuesta del sistema, para el modelo de Bouc-Wen. El eje vertical representa la respuesta normalizada con respecto a la máxima amplitud del impulso de entrada mientras que el eje horizontal representa la amplitud de entrada. Para parámetros de: — Endurecimiento ($\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$), - - - Ablandamiento ($\alpha = 1$ y $\beta = 0$).

3.2.3 Respuesta de parámetros SAR, SDR y RDR

A continuación se muestran los parámetros SAR, SDR y RDR para diferentes valores de los parámetros de Bouc-Wen α y β , comparados con la respuesta de un sistema lineal. También se muestra la historia en tiempo de la respuesta normalizada considerando dos casos de los parámetros α y β , uno para endurecimiento y otro para ablandamiento, variando su razón de periodos τ/T y comparándolas con un sistema lineal. Posteriormente se estudia el efecto de aumentar la amplitud de excitación, tanto para parámetros α y β de endurecimiento como de ablandamiento, donde se espera que difiera significativamente debido al comportamiento no lineal del modelo.

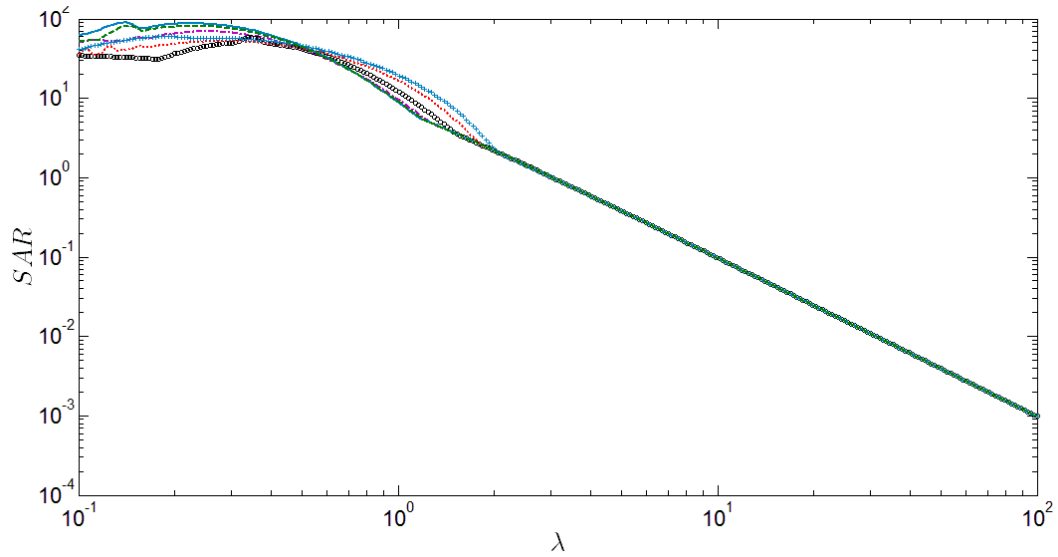


Figura 3.14. Espectro de Respuesta al Impacto de máxima aceleración absoluta para una excitación de aceleración por la base (° ° sistema lineal, — $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - - - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$, · · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$; + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$).

Utilizando una excitación de aceleración, con un pulso de medio verseno, con diversas duraciones y amplitudes, se consideró el comportamiento al variar los parámetros α y β . Se aplican en esta sección las mismas consideraciones para la selección de los parámetros del modelo Bouc-Wen, de acuerdo a la sección 2.4.3.1. Los parámetros de la respuesta del sistema, SAR, SDR y RDR, se presentan en la Figura 3.14, Figura 3.15 y Figura 3.16, respectivamente, donde en el eje vertical se representa la respuesta normalizada y en el eje horizontal se muestra el parámetro de severidad (λ). Se incluyen varios casos de los parámetros α y β , unos para endurecimiento: $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$; $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$; otros para ablandamiento: $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$; $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$; $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$ y de la respuesta de un sistema lineal, para comparación.

Se observa claramente, en la Figura 3.14, que la respuesta de aceleración (SAR) del sistema es afectada, principalmente, durante la zona de aislamiento o impulsiva, o sea, cuando el factor de severidad es menor a 1. Lo que significa que para impactos de duración relativamente corta, o sea alto factor de severidad,

la no linealidad del modelo de Bouc-Wen no tiene ningún efecto en la respuesta, al compararse con un sistema lineal, a pesar de su naturaleza no lineal.

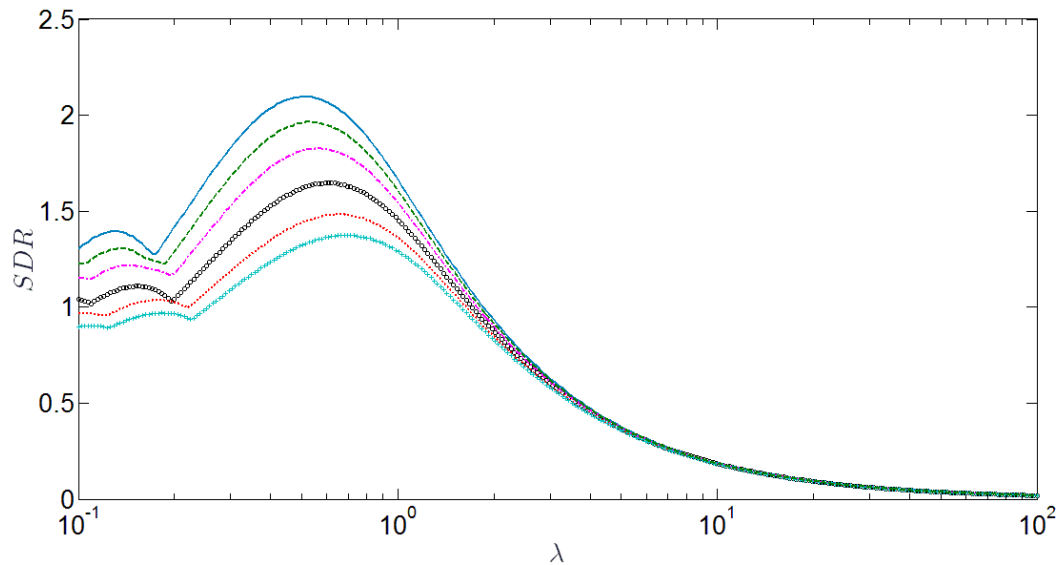


Figura 3.15. Espectro de Respuesta al Impacto de desplazamiento máximo absoluto para una excitación de desplazamiento por la base (° ° ° sistema lineal, — $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - · - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$, · · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$; + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$).

De cualquier manera, la respuesta muestra un mayor cambio en la región de amplificación, donde el factor de severidad es cercano a 1, lo cual se puede ver como una analogía con la resonancia, para sistemas con excitación armónica. La respuesta aumenta en los sistemas con características de ablandamiento, como lo son los que tienen parámetros $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$. En contraste, las propiedades del endurecimiento provocan una respuesta mucho menor, como se puede observar cuando $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$, $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$.

Para el caso del desplazamiento debido al impacto (SDR) se detecta fácilmente el efecto análogo a la resonancia, explicado previamente, observando la misma tendencia donde la respuesta es la misma para pulsos de corta duración, o sea alto factor de severidad, al considerar diferentes parámetros del modelo de Bouc-Wen. Entonces, el SDR aumenta en la zona de amplificación donde el sistema

es del tipo ablandamiento y disminuye cuando es del tipo endurecimiento. Como se mencionó previamente, para pulsos más largos, o sea, con factor de severidad bajo, la amplitud de la respuesta tiende a seguir la amplitud del impacto.

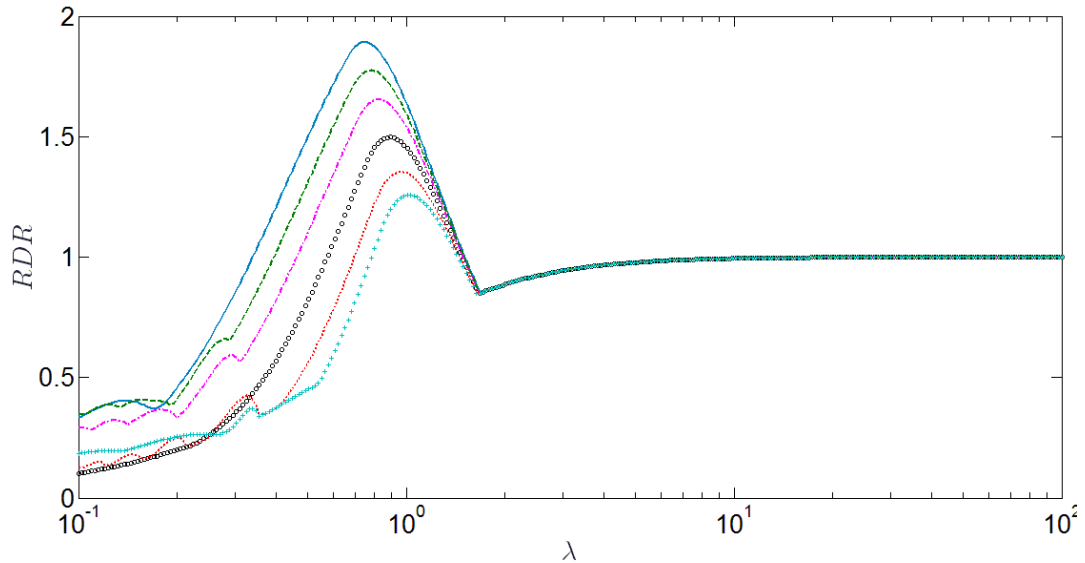


Figura 3.16 Espectro de Respuesta al Impacto de desplazamiento relativo para una excitación de desplazamiento por la base (° ° ° sistema lineal, — $\alpha = 0.5$ y $\beta = 0.5$, - · - $\alpha = 0.7$ y $\beta = -0.3$, · · · $\alpha = 0.3$ y $\beta = -0.7$; + + + $\alpha = 0.15$ y $\beta = -0.85$, - - - $\alpha = 0.85$ y $\beta = -0.15$).

Por su parte, en el caso del movimiento relativo (RDR), la respuesta siempre se aproxima a 1 para pulsos de corta duración, debido a que la respuesta absoluta de desplazamiento es pequeña para impulsos cortos, lo cual tiene el mismo efecto observado en el sistema lineal. Esto es debido al hecho de que la energía del impacto es absorbida por el elemento elástico, resultando en un compromiso entre el movimiento relativo, es decir el espacio disponible o requerido, y el desplazamiento máximo, mientras que el aislamiento de la aceleración aún existe en los sistemas no lineales estudiados en este trabajo. Además, el modelo de Bouc-Wen, con los parámetros para un sistema de endurecimiento, muestra una respuesta ligeramente menor en la zona de amplificación, mientras que tiene una respuesta más alta con los parámetros para un sistema de ablandamiento, continuando con las tendencias previamente explicadas.

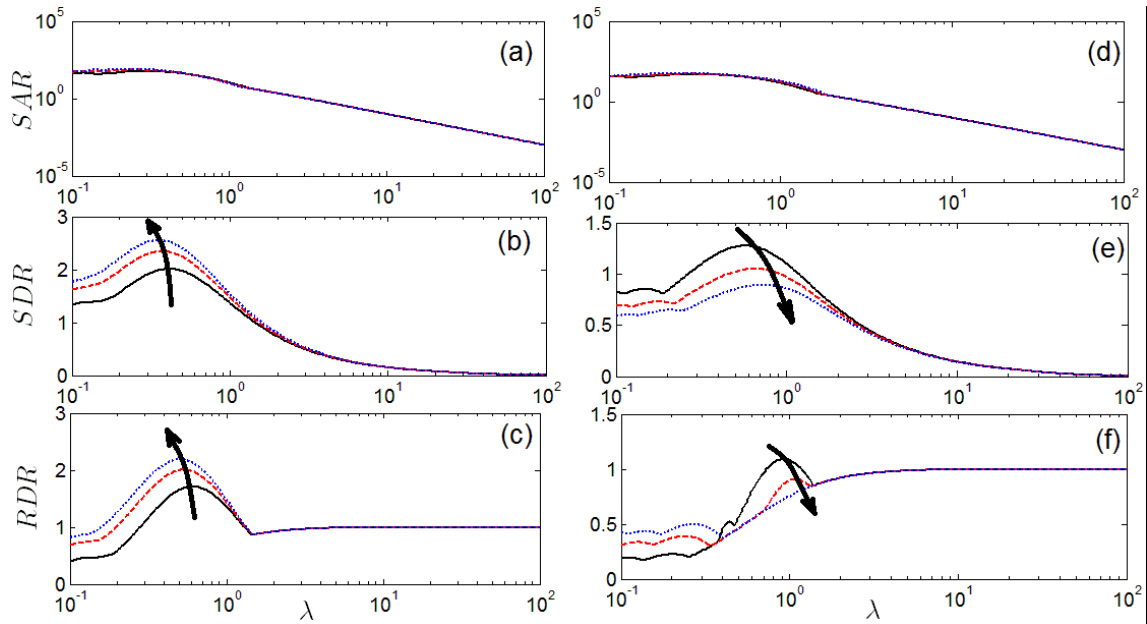


Figura 3.17. Parámetros SAR, SDR y RDR normalizados, obtenidos al simular con parámetros de ablandamiento ($\alpha = 1$ y $\beta = 0$) con las respuestas (a) SAR, (b) SDR y (c) RDR, y con parámetros de endurecimiento ($\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$) con las respuestas (d) SAR, (e) SDR y (f) RDR, para diferentes amplitudes de excitación verseno (— 1g, - - - 2g, ··· 3g), en el modelo de Bouc-Wen.

Se consideró, también, el efecto de aumentar la amplitud de excitación, ya que los sistemas no lineales no siguen las suposiciones de un sistema lineal, como la superposición ni la relación entrada – salida. Para demostrar esto, se presentan los resultados numéricos de multiplicar por 2 y por 3 veces la amplitud original, mientras que se seleccionaron dos casos para los parámetros α y β , uno que representara el ablandamiento (Figura 3.17, columna izquierda), con $\alpha = 1$ y $\beta = 0$, y el otro caso representa un caso de endurecimiento (Figura 3.17, columna derecha), con $\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$.

Al graficar el desplazamiento debido al impacto, para excitaciones desde 1g hasta 3g con intervalos de 1g, con los parámetros de un sistema con ablandamiento ($\alpha = 1$ y $\beta = 1$) como se muestra en la Figura 3.17 (b) y (c), se detecta un efecto clásico de sistemas no lineales con ablandamiento, donde el máximo de la respuesta del desplazamiento debida al impacto, además de aumentar, empieza a cantearse hacia la izquierda.

Por su parte, cuando se grafica el desplazamiento debido al impacto, para los mismos valores de excitación pero con los parámetros de un sistema con endurecimiento ($\alpha = 0.05$ y $\beta = -0.95$) como se muestra en la Figura 3.17 (e) y (f), también se detecta un efecto clásico de sistemas no lineales con endurecimiento, donde el máximo de la respuesta del desplazamiento debida al impacto, disminuye con una inclinación hacia la derecha.

3.3 Conclusiones

Se presentó un análisis teórico, basado en el modelo de Bouc-Wen, de la respuesta de un sistema aislante, de un grado de libertad, excitado por un pulso de medio verseno. El modelo de Bouc-Wen ha sido ampliamente utilizado para representar sistemas con comportamiento histerético, como amortiguamiento estructural o sistemas con propiedades no lineales. Dependiendo de los parámetros asignados al modelo de Bouc-Wen, se pueden representar una gran variedad de lazos de histéresis.

Las simulaciones numéricas se realizaron para pulsos de excitación con diferentes duraciones y amplitudes, además de considerar diversos casos de los parámetros α y β , representativos de los casos de endurecimiento o ablandamiento en un sistema; encontrando que un sistema con comportamiento de endurecimiento, tiene un mejor aislamiento al impacto que uno con comportamiento de ablandamiento. El efecto de la amplitud de excitación demostró la respuesta no lineal, así al aumentar dicha amplitud, la razón salida-entrada decrece en sistemas con endurecimiento mientras que los de ablandamiento tienen un comportamiento opuesto, evidenciando la no linealidad del modelo.

Estos resultados son útiles para el modelado y la predicción de la respuesta al impacto en aisladores no lineales, comúnmente utilizados en aislamiento de impactos, como los resortes de cable que han sido mencionados para trabajo futuro.

Se usaron ambos enfoques del espectro de respuesta al impacto (SRS), el de las respuestas maximax, relativa y residual, y el de las respuestas SAR, SDR y RDR, para tener las herramientas necesarias para el análisis de sistemas con endurecimiento y ablandamiento, para análisis de: respuesta máxima, razones de desplazamiento o aceleración, aceleración o desplazamiento relativos, etc. En ambos enfoques se obtuvieron resultados que determinaron las diferencias de los sistemas con endurecimiento y ablandamiento, comparados con el lineal, tomado como referencia.

Capítulo 4.

Caracterización experimental de rigidez y de amortiguamiento

4.1 Introducción

En este capítulo se presenta el desarrollo y los resultados experimentales de someter los aisladores de vibración tipo resorte de cable a cargas estáticas y cuasi estáticas para encontrar dos de los parámetros más importantes para este tipo de dispositivos, es decir rigidez y amortiguamiento. Primeramente se someterán a una carga cuasi estática para obtener la relación carga – deformación y así poder observar y validar el comportamiento no lineal que los caracteriza. De esta forma, se determinará su rigidez como función de la carga, revelando así la carga preferente de trabajo (la cual se presenta al llegar a la deformación que muestra menor rigidez) para cada aislador no lineal analizado en esta tesis. Posteriormente, los resortes se exponen a una carga cíclica de baja frecuencia con el fin de determinar los lazos de histéresis y el amortiguamiento equivalente, en función de la carga aplicada a cada resorte y del nivel de amplitud de entrada, considerando que existen condiciones de carga que resultan en un mayor amortiguamiento.

4.2 Descripción de los aislantes de prueba

Los resortes de cable seleccionados para este proyecto pertenecen a las configuraciones de hoja y helicoidales, con diferentes rangos de carga. Inicialmente se seleccionaron 7 diferentes resortes, fabricados por dos compañías distintas, a los que se les realizaron pruebas estáticas para el cálculo de la rigidez. Sin embargo, durante las pruebas que requieren una masa de referencia, para obtener la respuesta de impacto, se observó una gran inestabilidad por desalineamientos entre las placas del resorte de cable.

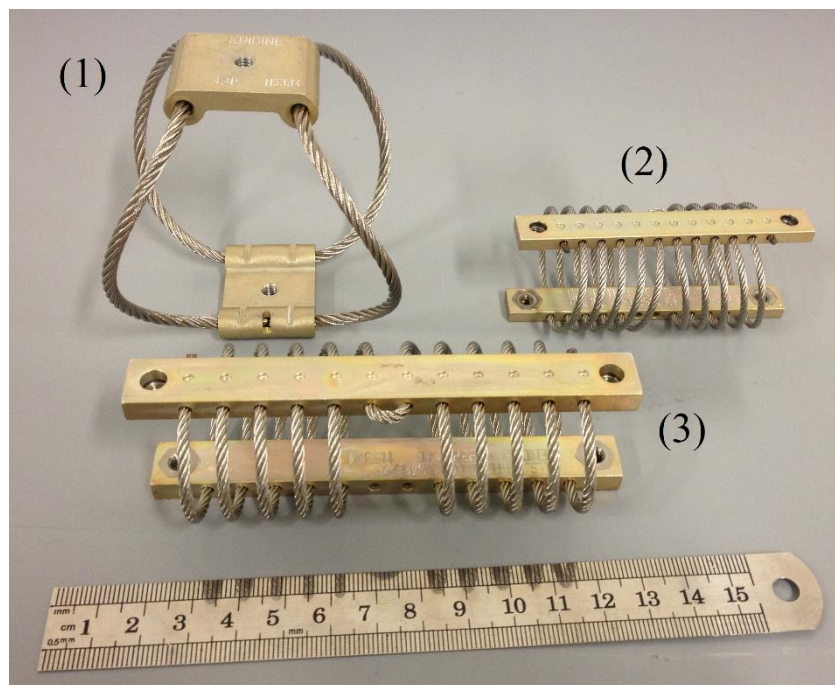


Figura 4.1. Resortes de cable seleccionados para las pruebas experimentales, (1) Resorte de hojas Enidine CR4-400, (2) Resorte helicoidal Enidine WR280010D y (3) Resorte helicoidal Enidine WR380010D.

Como resultado, los resortes se probaron nuevamente, tanto estática como dinámicamente, pero en una configuración en paralelo para lograr la estabilidad al momento de aplicarles la excitación cíclica y por impactos. Por este motivo se decidió acotar el estudio experimental a 3 resortes en arreglos, representativos de las configuraciones y tamaños (Figura 4.1). Los resultados obtenidos de los resortes individuales no incluidos en los arreglos en paralelo, se presentan como referencia en el Apéndice 3.

Los tres resortes seleccionados son fabricados por la compañía Enidine. La Figura 4.1 muestra los tres resortes seleccionados de acuerdo a las dimensiones y capacidades del equipo de pruebas en el laboratorio. El resorte 1 es un resorte de 4 hojas, su arreglo utilizado en las pruebas fue de 4 resortes en paralelo, mientras que los resortes 2 y 3 son resortes de tipo espiral de diferentes capacidades de carga, los arreglos de ambos resortes constó de 2 resortes en paralelo. Todos los resortes están contruidos en base a cable de acero inoxidable 302/304 mientras que las placas de soporte son de aluminio 6061-T6. Las diferencias fundamentales de estos resortes se dan por las capacidades de carga expuestas por el fabricante, resumidas en la Tabla 4.1. El Apéndice 4 [71] detalla la información de carga, deformación y dimensiones de los resortes usados en este proyecto.

Tabla 4.1. Capacidades de carga y deformación suministradas por el fabricante de los resortes de cable usados en las pruebas experimentales.

Resorte	Fabricante	Resorte	Carga máxima (N)	Deflexión máxima (m)
1	Enidine	CR4-400	28	0.0493
2		WR-280010D	59	0.0218
3		WR-380010D	128	0.0229

4.3 Pruebas estáticas

El objetivo principal de las pruebas estáticas es estudiar la deformación como resultado de comprimir los resortes con una carga cuasiestática, para determinar el comportamiento de la rigidez en toda la carrera de desplazamiento. En este apartado se muestra la información experimental correspondiente a los tres resortes individuales y a los arreglos en paralelos. En las siguientes secciones se detalla el proceso experimental y los resultados obtenidos, así como su interpretación.

4.3.1 Procedimiento experimental

Para la caracterización estática, en cada uno de los 3 resortes y sus correspondientes arreglos, se utilizó una máquina de pruebas mecánicas Shimadzu AGS-X 10, de 10 kN de capacidad de carga, dicha carga se aplicó de manera lenta (0.1 N/s), registrando simultáneamente la fuerza aplicada y la deformación generada en los resortes. Los resortes fueron deformados axialmente a compresión, desde el estado original sin deformación, hasta el máximo posible (cuando las placas superior e inferior del resorte entraban en contacto), cubriendo así toda la carrera de deformación de cada resorte. El dibujo esquemático de la Figura 4.2 (a) muestra el montaje de los resortes en las pruebas para la caracterización estática, mientras que una imagen del proceso se puede observar en el arreglo de la Figura 4.2 (b).

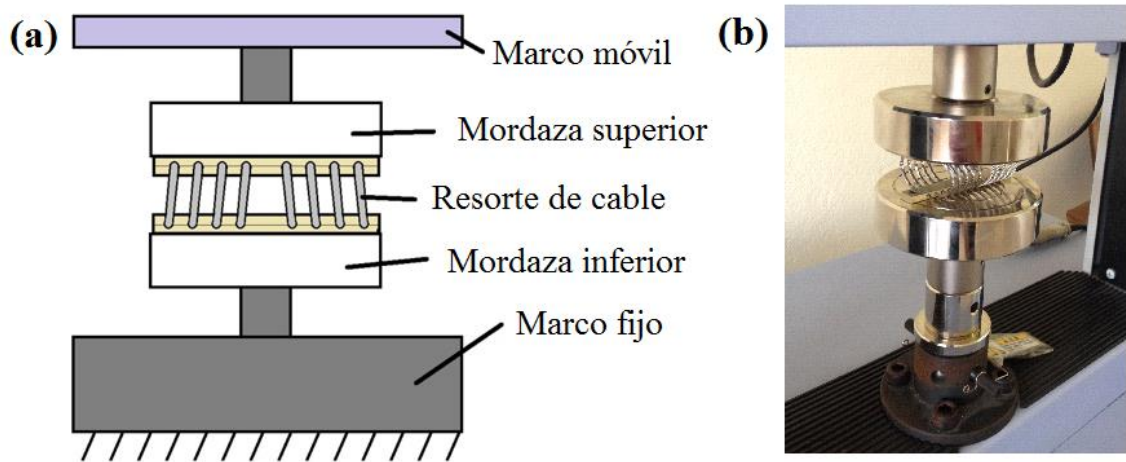


Figura 4.2. Montaje base para las pruebas experimentales estáticas. (a) Esquemático de las pruebas y (b) imagen de un resorte de cable durante las pruebas.

La Figura 4.3 muestra fotografías tomadas durante el proceso de prueba de los arreglos de resorte, llevado a cabo de la misma forma que los resortes individuales siendo la única diferencia el uso de placas para distribuir la fuerza en todos los resortes de forma uniforme.

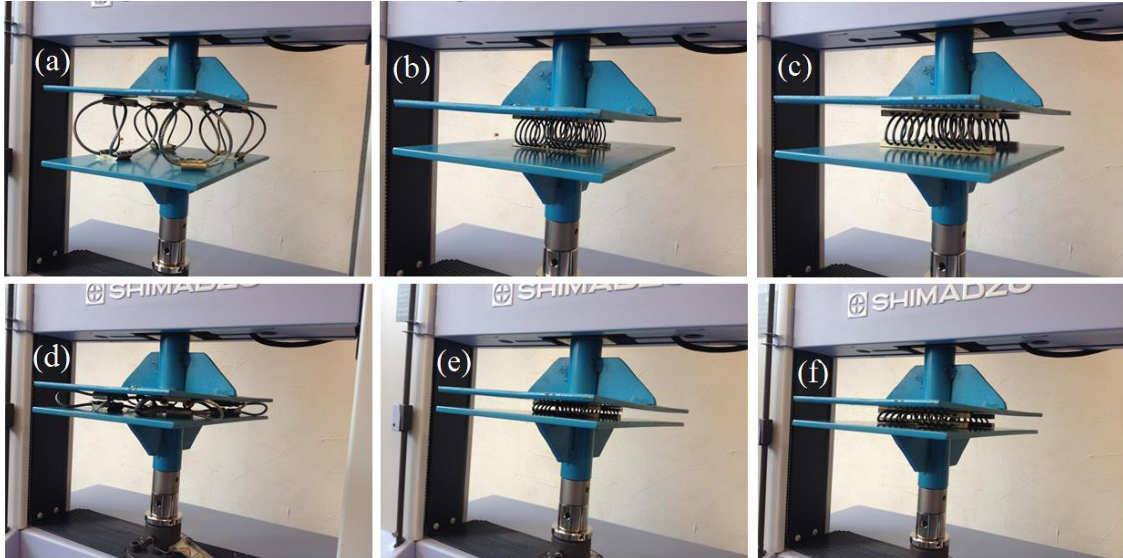


Figura 4.3. Arreglos de resortes en posición de estabilidad durante las pruebas estáticas, previo a la deformación: (a) Arreglo 1, (b) Arreglo 2, (c) Arreglo 3, y al alcanzar la deformación estática máxima: (d) Arreglo 1, (e) Arreglo 2, (f) Arreglo 3.

4.3.2 Resultados de fuerza– deformación

En la caracterización estática se registraron las curvas de fuerza – deformación, directamente del programa utilizado por la máquina de pruebas mecánicas. Los resultados de las pruebas a los siete resortes se muestran en el Apéndice 3, mientras que en la Tabla 4.2 se resumen los valores de carga y deflexión máximos para los 3 resortes seleccionados.

Tabla 4.2. Resumen de los valores máximos de carga y deflexión para los 3 resortes seleccionados y el número de resorte asignado a los usados en los arreglos posteriores.

Resorte	Fabricante	Resorte	Carga máxima (N)	Deflexión máxima (m)
1	Enidine	CR4-400	36.239	0.0580
2	Enidine	WR-280010D	74.749	0.0210
3	Enidine	WR-380010D	238.442	0.0227

Tabla 4.3. Valores de carga y deflexión máximos en los arreglos de resortes de cable, usados en las pruebas experimentales.

Arreglo	Fabricante	Resorte	Carga máxima (N)	Deflexión máxima (m)
1	Enidine	CR4-400	131.0	0.052
2		WR-280010D	269.5	0.022
3		WR-380010D	379.0	0.022

La Figura 4.4 presenta la relación fuerza deformación para el resorte 1. Se observa una carga máxima de 36.239 N a una deformación máxima de 0.0580 m, ligeramente mayor a los reportados por el fabricante en la Tabla 4.1. Sin embargo, los resultados experimentales consideran el contacto entre placas como deformación máxima, y es posible que el fabricante haya limitado la máxima carga para evitar contacto entre las placas de soporte, omitiendo así el comportamiento no lineal del resorte. En el caso del arreglo formado por este resorte, los resultados se presentan en la Figura 4.5. La carga máxima registrada fue de 131 N, para una deformación de 0.0520 m con lo cual se establece que es válido asumir el arreglo como paralelo a pesar de la no linealidad observada en la curva.

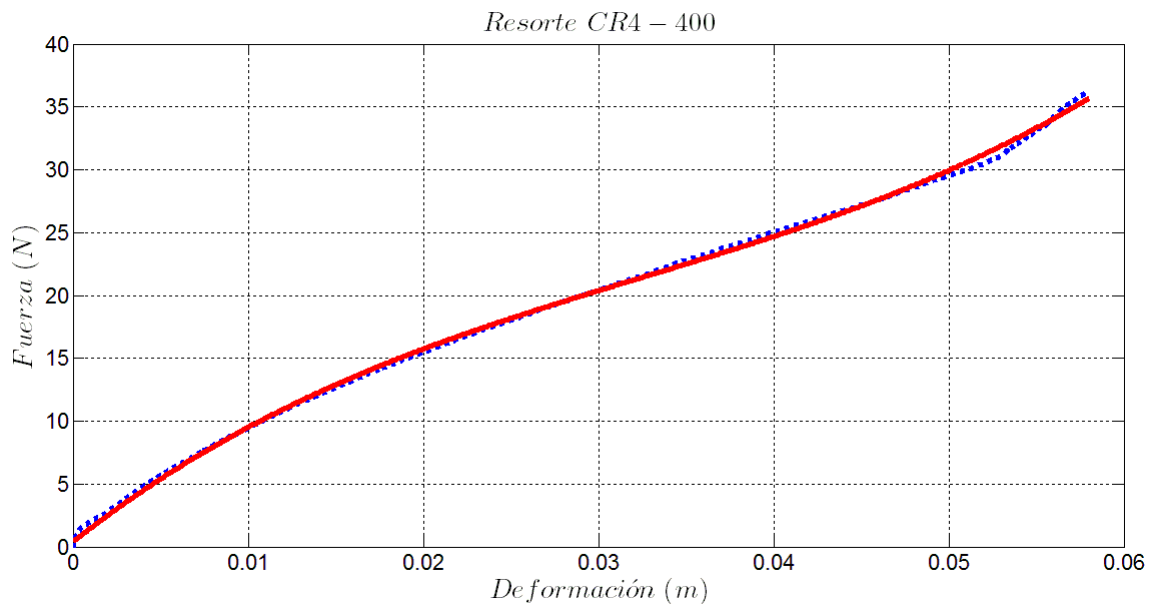


Figura 4.4. Curva carga (N) – deformación (m) para el Resorte 1. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.

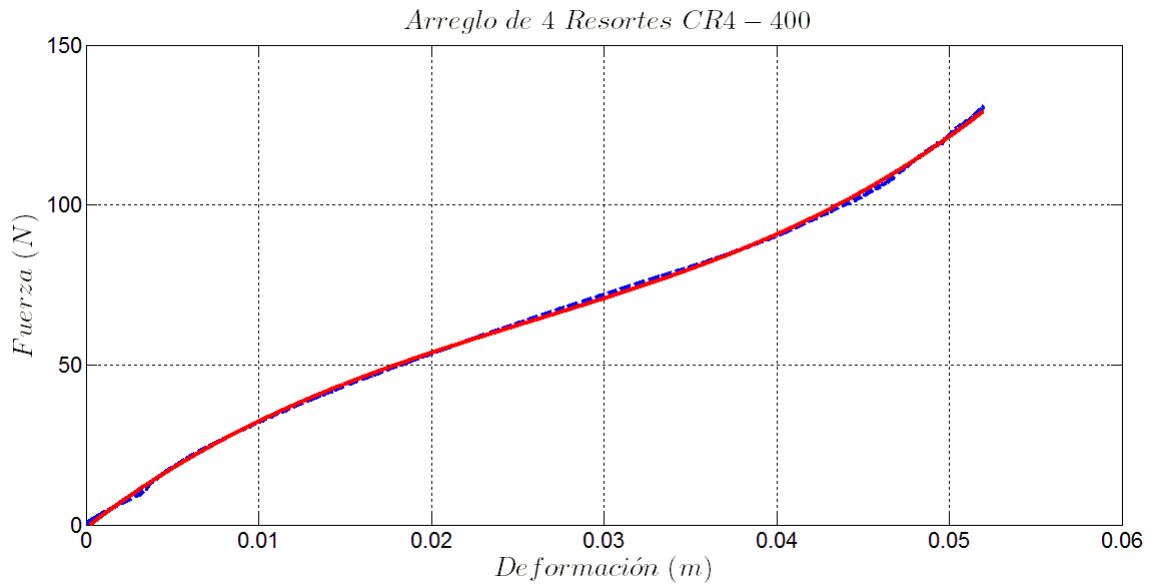


Figura 4.5. Curva carga (N) – deformación (m) para el Arreglo 1. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.

La carga máxima para el resorte 2 es de 74.749 N, como se muestra en la Figura 4.6, la cual es mucho mayor a la que reporta el fabricante en la Tabla 4.1, con un valor de deformación máxima muy similar de 0.021 mm. Por su parte, el Arreglo 2 soporta una carga máxima de 268.8 N, como lo muestra la Figura 4.7, en la cual también se puede observar que la no linealidad es más marcada en el arreglo de resortes que en el resorte mismo.

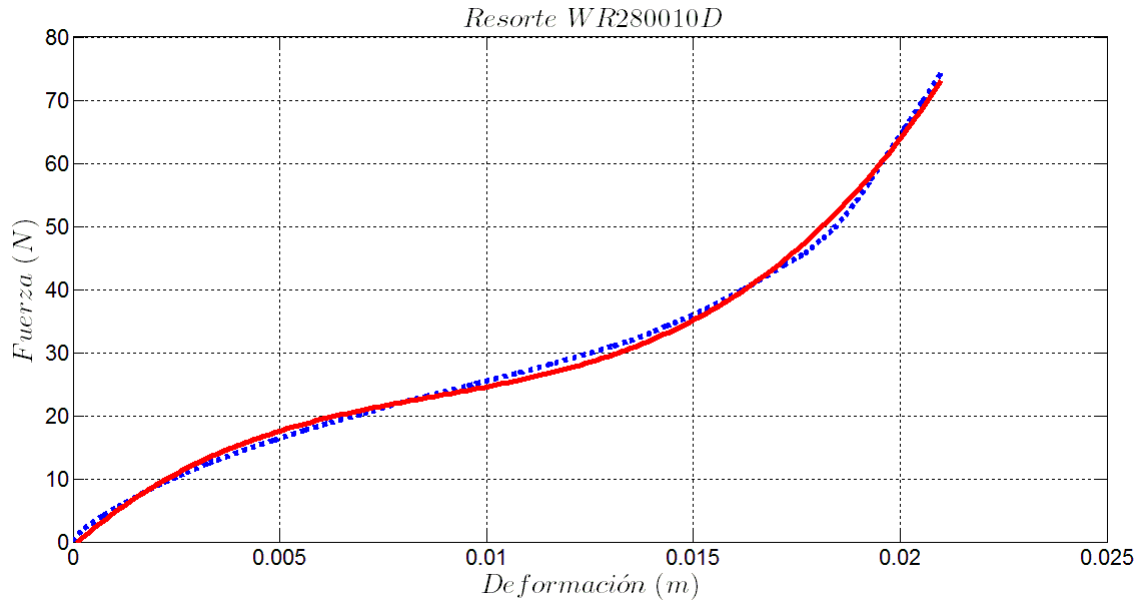


Figura 4.6. Curva carga (N) – deformación (m) para el Resorte 2. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.

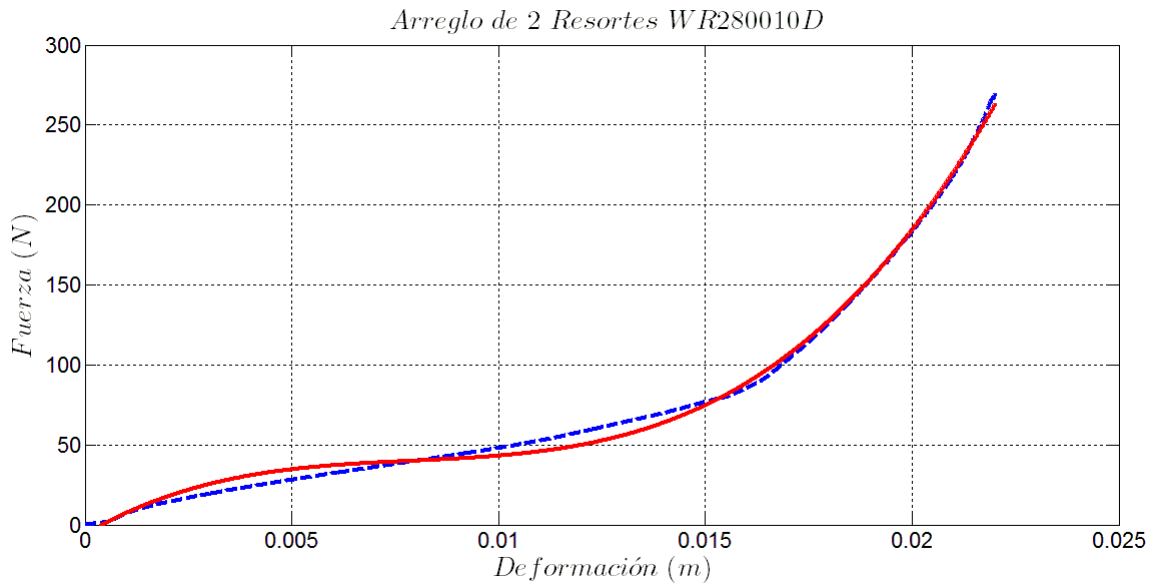


Figura 4.7. Curva carga (N) – deformación (m) para el Arreglo 2. - - - Datos experimentales, — ajuste de curvas.

Por último, en la Figura 4.8 el resorte 3 denota una carga máxima de 238.442 N, la cual es casi el doble a la reportada por el fabricante en la Tabla 4.1, aunque en un rango de deformación máxima similar, con 0.0227 m. por su parte el arreglo

de 2 resortes, incluidos en el Arreglo 3 de la Figura 4.9, reporta una carga máxima de 282.7 N.

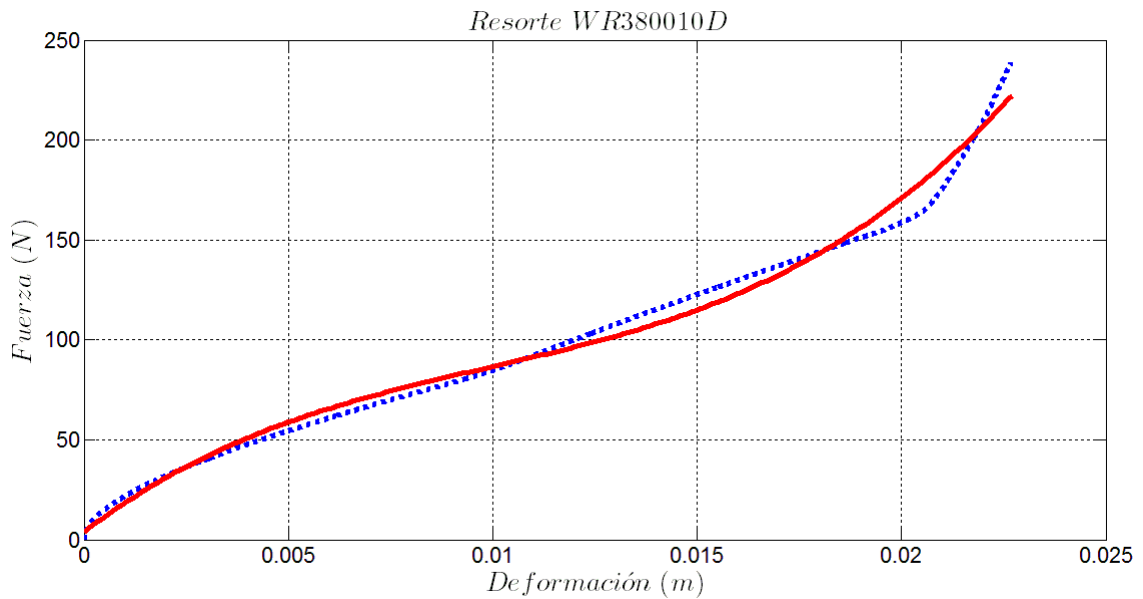


Figura 4.8. Curva carga (N) – deformación (m) para el Resorte 3. --- Datos experimentales, — ajuste de curvas.

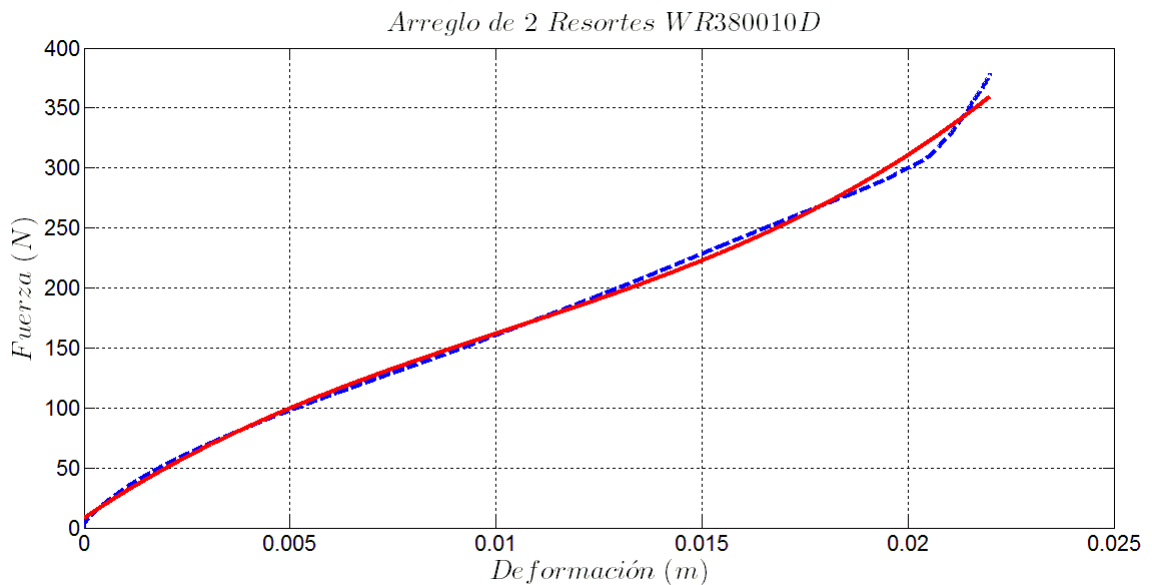


Figura 4.9. Curva carga (N) – deformación (m) para el Arreglo 3. --- Datos experimentales, — ajuste de curvas.

Se pudo observar que ninguno de los resortes de cable, ni sus correspondientes arreglos, siguen la Ley de Hooke: $F = kx$ en toda su carrera de deformación, lo que comprueba que todos los resortes tienen una rigidez que para deformaciones pequeñas tiene comportamiento tipo ablandamiento, es decir que la rigidez efectiva, o tangencial, disminuye al aumentar el desplazamiento, luego pasan por una zona de muy baja rigidez, para finalmente a mayores deformaciones, comportarse como un elemento con rigidez de endurecimiento.

En las seis figuras previas se pueden ver los datos experimentales, en una línea discontinua azul, detrás de una línea continua roja, la cual corresponde a un ajuste de curvas cúbico (ya que fue el que mejor representó las curvas) del cual se obtendrán datos importantes para el cálculo de la rigidez, lo cual se expone en la siguiente sección.

4.3.3 Caracterización de rigidez

Utilizando la herramienta cftool del programa de cálculo numérico (MATLAB), fue posible reconstruir el comportamiento estático de los resortes utilizando el ajuste de curvas, como se muestra en la Figura 4.4 para el Resorte 1 y en la Figura 4.5 para el Arreglo 1. Por su parte en la Figura 4.6 se muestra el ajuste de curvas para el Resorte 2 y en la Figura 4.7 para el Arreglo 2. Finalmente, el ajuste de curvas también se realizó al Resorte 3 como se puede apreciar en la Figura 4.8 y al Arreglo 3 en la Figura 4.9.

Tabla 4.4. Constantes p_1 , p_2 , p_3 y p_4 para los resortes de cable individuales, obtenidos del ajuste de curvas.

Resorte	p_1	p_2	p_3	p_4	R^2
1	211,700	-20,690	1,096	0.3993	0.9993
2	19'610,000	-517,700	5,735	-0.6272	0.9974
3	36'360,000	-1'083,000	15,460	3.993	0.9906

Con el ajuste de curvas se obtuvo una ecuación de tercer orden para cada resorte, de la forma $f = p_1x^3 + p_2x^2 + p_3x + p_4$, donde las constantes p_1 , p_2 , p_3 y p_4 se muestran en la Tabla 4.4 para los resorte y en la Tabla 4. 5 para los correspondientes arreglos. Además se incluye una columna para el coeficiente de determinación R^2 que determina la calidad del modelo usado en el ajuste.

Tabla 4. 5. Constantes p_1 , p_2 , p_3 y p_4 para los arreglos de resortes de cable, obtenidos del ajuste de curvas.

Arreglo	p_1	p_2	p_3	p_4	R^2
1	1'242,000	-96,720	4,177	-1.089	0.9996
2	73'440,000	-1'742,000	14,980	-5.959	0.9980
3	37'560,000	-1'153,000	23,170	7.749	0.9973

Utilizando nuevamente el programa de cálculo numérico, se derivó, con respecto a la deformación, la función que describe el comportamiento estático de cada resorte y arreglo, obteniendo así la función de rigidez. Esta función de rigidez se graficó nuevamente contra la respectiva deformación en cada resorte y arreglo, como se muestra en la Figura 4.10 para el Resorte 1, en la Figura 4.11 para el Arreglo 1, en la Figura 4.12 para el Resorte 2, en la Figura 4.13 para el Arreglo 2, en la Figura 4.14 para el Resorte 3 y en la Figura 4.15 para el Arreglo 3. Se pueden relacionar las cargas que soportan los resortes individuales con las que soportan los arreglos, a pesar de la no linealidad, como arreglos lineales en serie.

Tabla 4.6 Valores de carga preferente para cada resorte individual.

Resorte	Rigidez mínima (N/m)	Deformación de mínima rigidez (m)	Carga preferente	
			(N)	(kg)
1	422	0.0325	21.58	2.202
2	1,179	0.0088	23.11	2.358
3	4,708	0.0099	86.18	8.793

Tabla 4.7 Valores de carga preferente para cada arreglo de resortes.

Arreglo	Rigidez mínima (N/m)	Deformación de mínima rigidez (m)	Carga preferente	
			(N)	(kg)
1	1,666	0.0257	63.96	6.52
2	1,207	0.0078	39.88	4.069
3	11,370	0.0102	187.7	19.153

En cada gráfica de rigidez – deformación se puede observar un punto mínimo de rigidez, en el cual el resorte presenta la menor oposición a la deformación. Se puede observar de manera más clara el comportamiento de rigidez antes descrito, primero de ablandamiento, y posteriormente de endurecimiento. Esta rigidez mínima se da en un punto particular para cada resorte (Tabla 4.6) y para cada arreglo (Tabla 4.7), de su carrera de deformación. Dicho valor de deformación, si se traslada a la correspondiente gráfica carga – deformación, tiene correspondencia con un valor particular de carga al cual se le denomina carga preferente, ya que se presume que al disminuir la rigidez estática se garantizará el mayor aislamiento vibratorio en el sistema aislante.

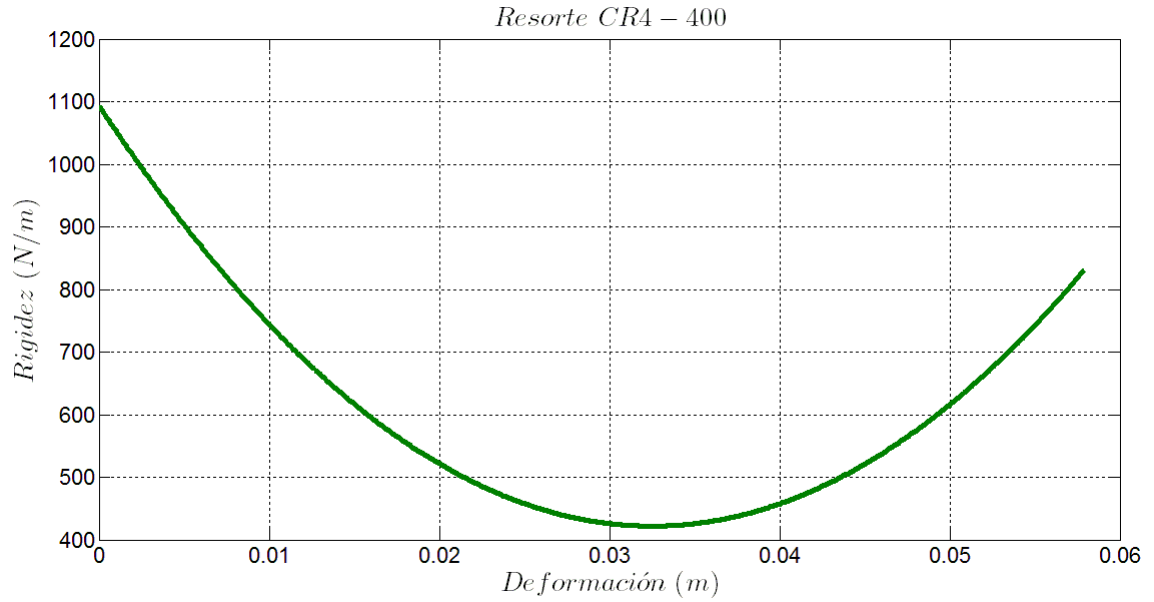


Figura 4.10. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte 1.

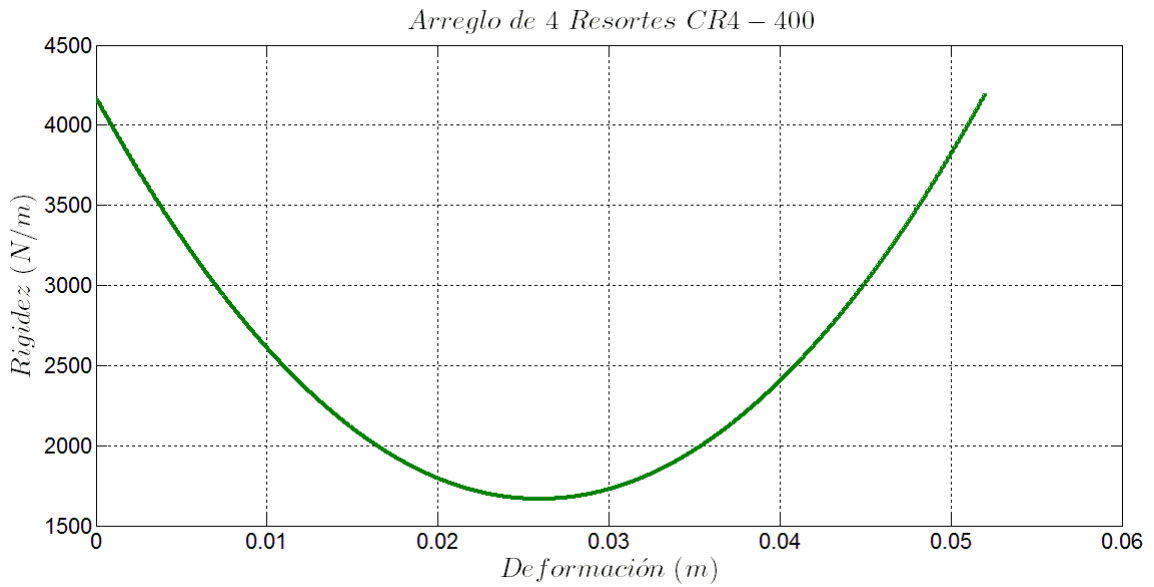


Figura 4.11. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Arreglo 1.

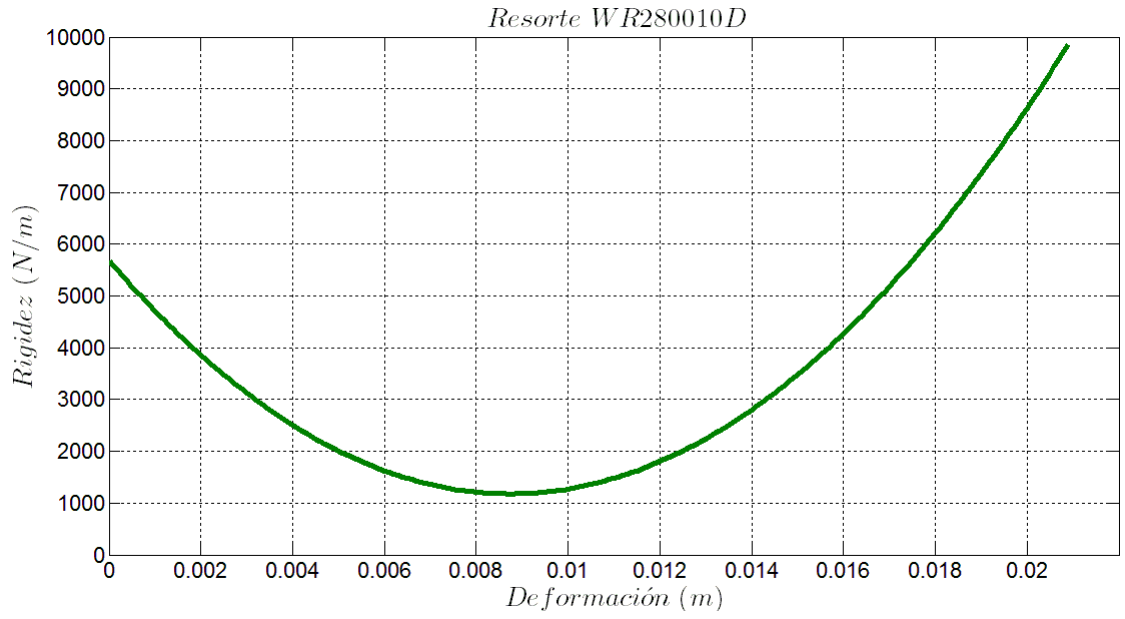


Figura 4.12. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el resorte 2.

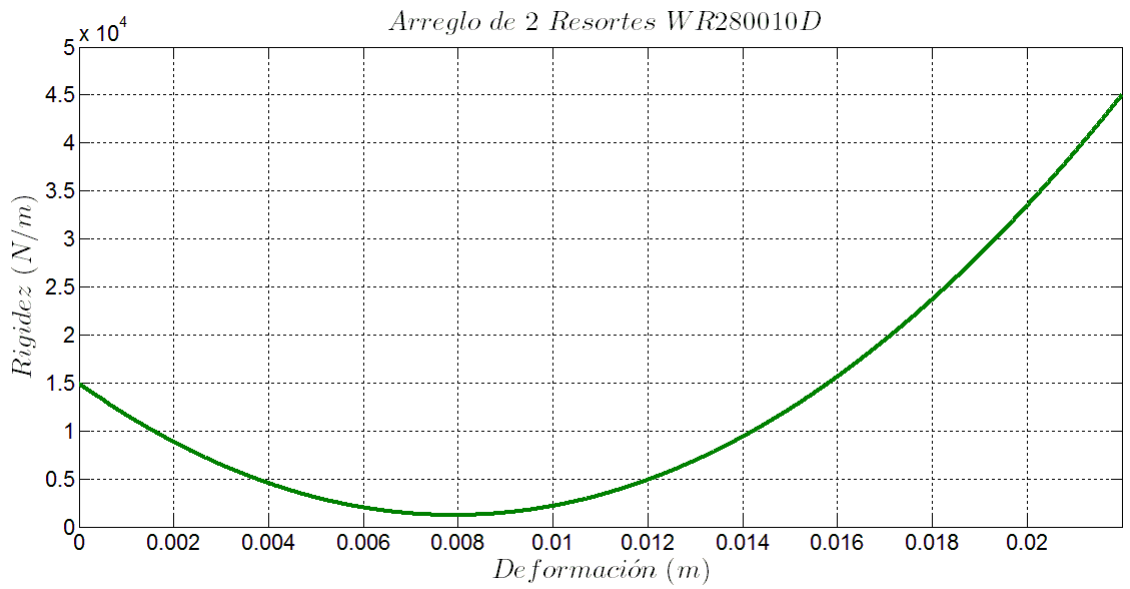


Figura 4.13. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Arreglo 2.

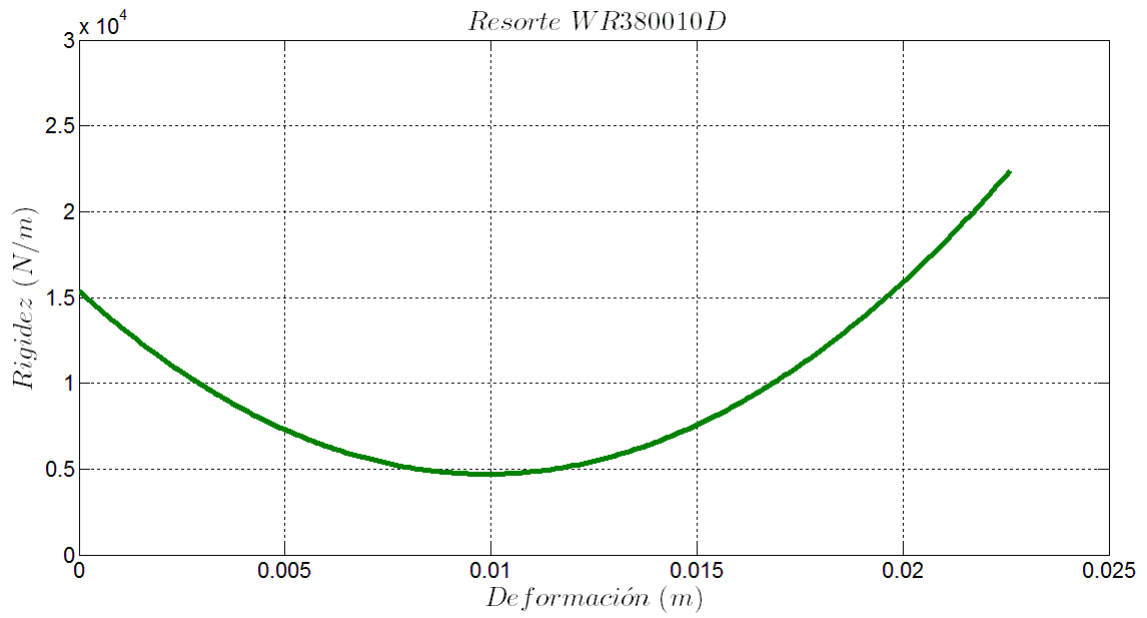


Figura 4.14. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el resorte 3.

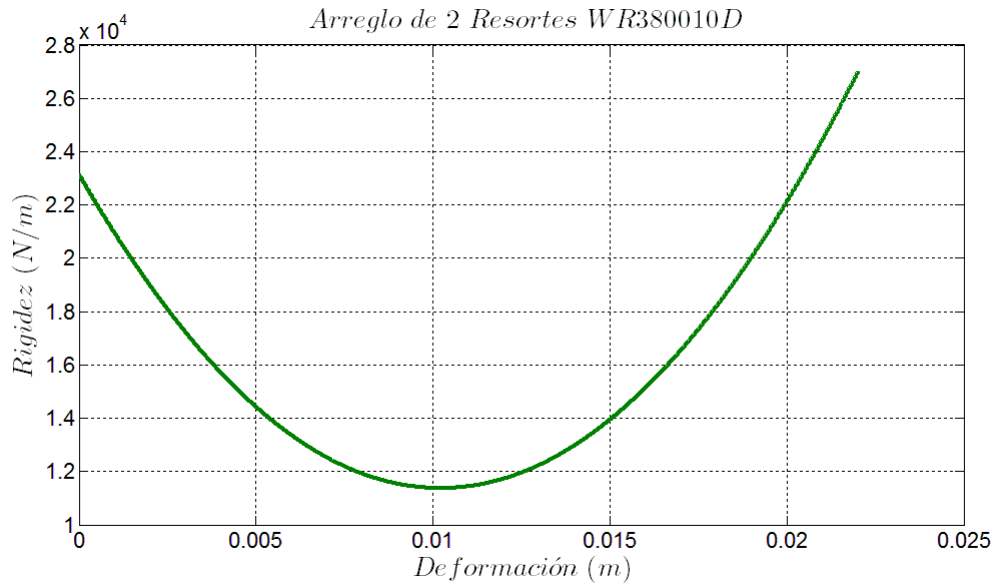


Figura 4.15. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Arreglo 3.

4.4 Pruebas dinámicas

En esta sección se detalla el proceso seguido para caracterizar el amortiguamiento en los resortes seleccionados. Para ello, se tiene que aplicar carga cíclica en cada resorte, registrando para cada valor de desplazamiento controlado de forma sinusoidal, el valor de la fuerza de restauración histerética que se produce en el mismo, determinando así los lazos de histéresis de cada uno de los resortes. Finalmente se calcula el área dentro de cada lazo, la cual representa la energía disipada por el sistema, es decir es un indicador del amortiguamiento.

4.4.1 Procedimiento experimental

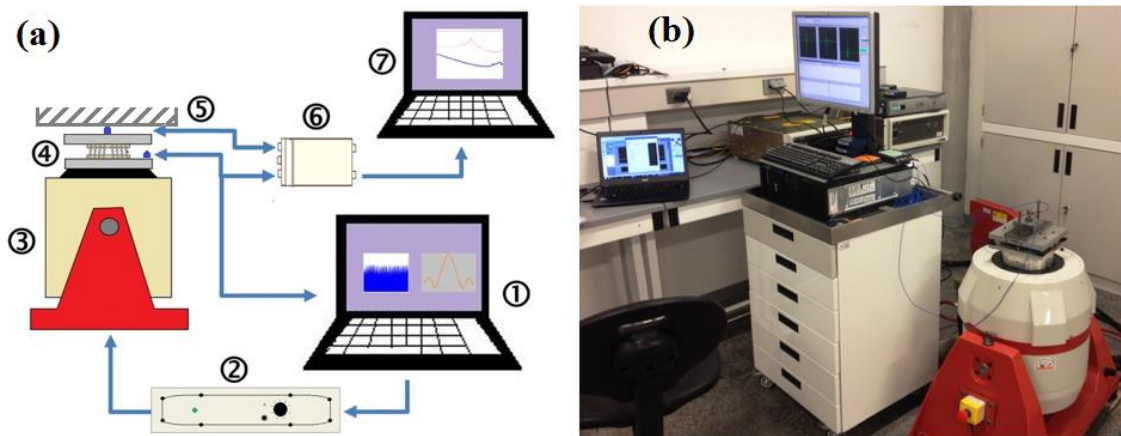


Figura 4.16. Montaje base para las pruebas experimentales dinámicas cíclicas. (a) Esquemático de las pruebas y (b) imagen de la configuración utilizada durante las pruebas.

Las pruebas cíclicas se realizaron a la menor frecuencia posible permitida por el excitador electrodinámico LDS V721, con desplazamiento controlado en la base. Fue necesario probar los resortes en forma de arreglos, ya que para poder cargarlos y descargarlos se tiene que garantizar la estabilidad vertical durante los experimentos tal como se muestra en la Figura 4.16 (a) que presenta un diagrama del proceso. Los arreglos de resortes de cable (4) se montaron sobre el excitador

electrodinámico LDS V721 (3) el cual aplicó la señal de excitación configurada por el sistema de control, desde la base. Se colocaron (5) un sensor de impedancia mecánica (PCB Piezotronics 288D01) y un acelerómetro piezoeléctrico miniatura (PCB Piezotronics 352B10) los cuales midieron simultáneamente las señales vibratorias de aceleración de excitación y la fuerza de restauración, mientras los arreglos estaban apoyados contra la superficie fija. Una computadora personal (1) y un sistema de control (2) se utilizaron para generar el perfil sinusoidal de 200 ciclos a 5 Hz en el excitador electrodinámico, de acuerdo a la Figura 4.17, mientras que otra computadora personal (7) y un analizador dinámico de señales (6) fueron requeridos para adquirir y guardar las señales vibratorias de excitación y de respuesta. Una imagen de esta configuración se puede ver en la Figura 4.16 (b).

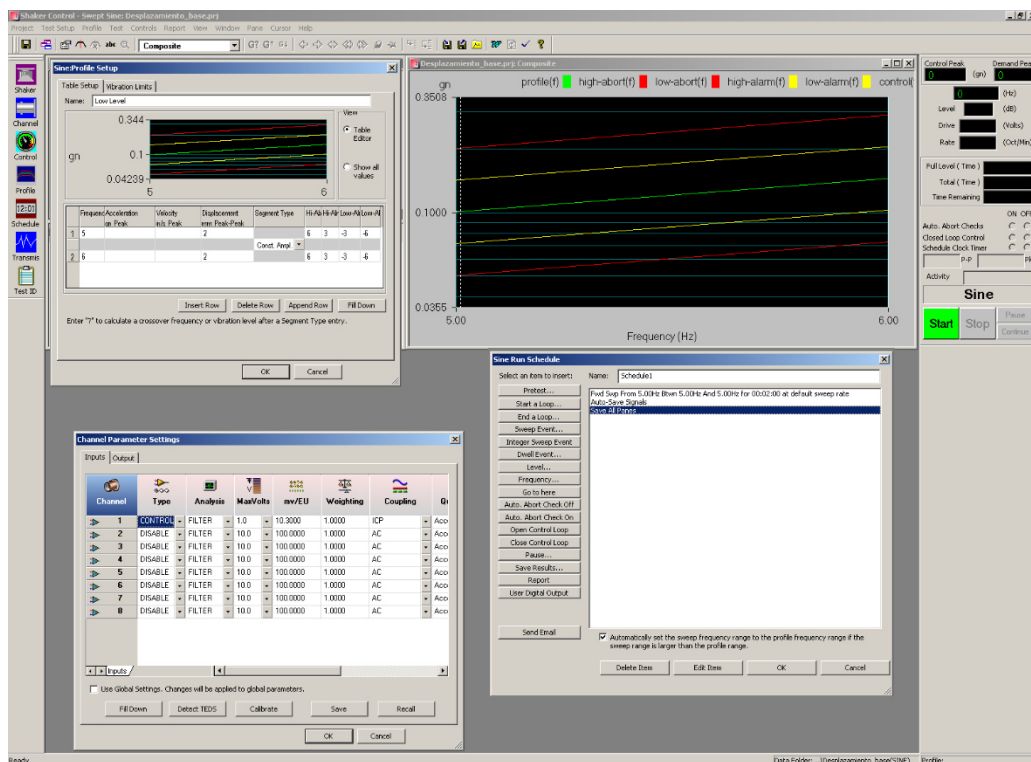


Figura 4.17. Captura de pantalla de los parámetros utilizados por el sistema de excitación cíclica para la obtención de los lazos de histéresis (LASER).

El analizador dinámico de señales utilizado fue un Data Physics QUATTRO, cuya información fue grabada con el programa SignalCalc por 80 segundos donde se promediaron 10 segmentos de 8 s cada uno, con ventana hanning, sin traslape y

en un rango de frecuencias de 0 a 100 Hz, dicha configuración se puede observar en la Figura 4.18.

Con el fin de obtener lazos para diferentes amplitudes, se realizaron las pruebas cíclicas considerando diferentes valores de desplazamiento de entrada para cada uno de los arreglos de resortes, se inició con un desplazamiento de 2 mm de pico a pico, incrementando en intervalos de 2 mm, manteniendo el máximo desplazamiento por debajo de las capacidades máximas del excitador electrodinámico, que es de 25.4 mm de pico a pico. El desplazamiento máximo depende también de cada resorte probado, debido a la distancia entre las placas del resorte.

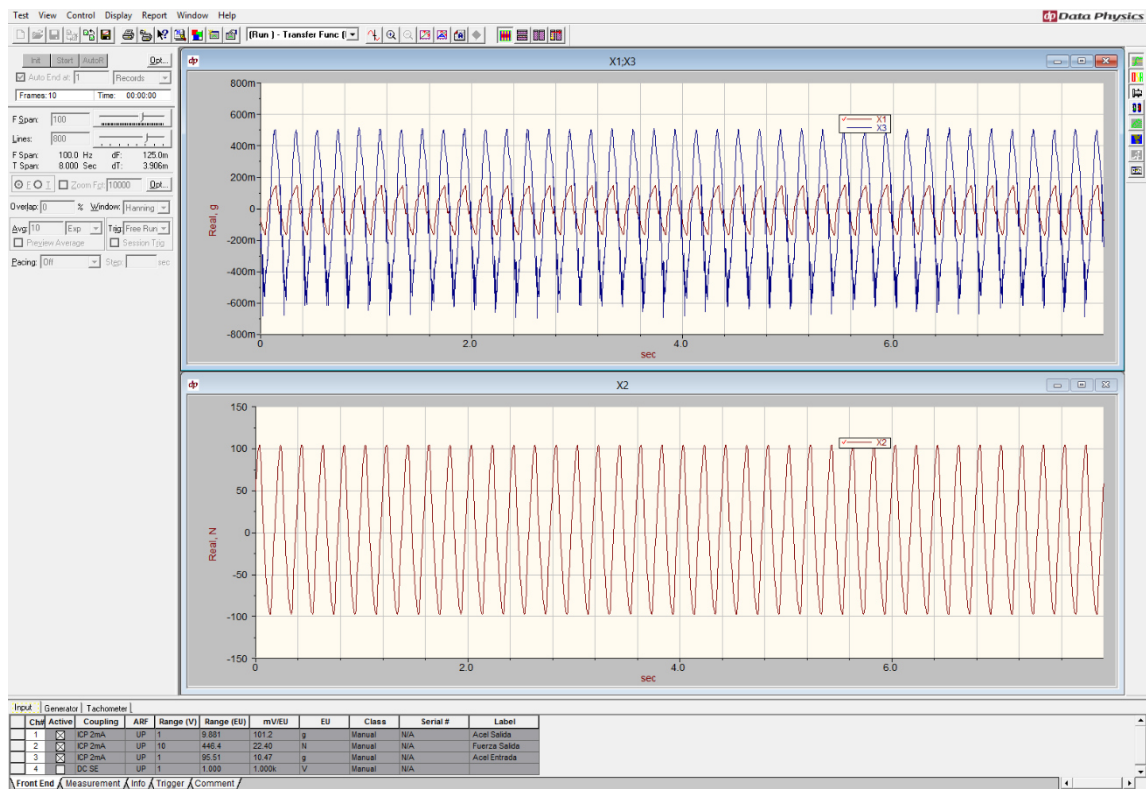


Figura 4.18. Detalle de la configuración de los parámetros utilizados para la captura de fuerza y aceleración en cada arreglo de resortes (Data Physics).

Para cada resorte, se evaluaron diferentes estados de deformación inicial. En este caso, los resortes se deformaron estáticamente de manera que se pudieran representar diferentes casos de carga previa, desde 0 mm con intervalos de

5 mm y de 15 mm hasta la deformación permitida por la distancia entre placas de cada resorte

4.4.2 Lazos de histéresis

Para procesar de manera adecuada los datos de los lazos de histéresis experimentales, y obtener la información de desplazamiento, las mediciones de aceleración de la base y la fuerza de restauración fueron procesadas con el programa de cálculo numérico (MATLAB). Usando el script desarrollado por Tom Irvine [72] se filtró la aceleración con un filtro Butterworth pasa banda de 2 Hz a 8 Hz, para tener una respuesta puramente senoide y eliminar cualquier componente armónico ajeno a la excitación, como el ruido eléctrico y desplazamientos de baja frecuencia en el sistema; posteriormente se realizó una doble integración para obtener el desplazamiento controlado, aplicado desde la base, mismo que es puramente senoide. Para la doble integración se eliminó la tendencia media antes de la primera integración, la de segundo orden entre integraciones y la de tercer orden después de la doble integración, con un “afilado” de 0.5 s para desplazamiento, velocidad y aceleración. Por su parte, en la señal de fuerza fueron encontrados errores de fase y ruido, que producían lazos desfasados y altamente asimétricos; por ello la señal fue filtrada con la función de Savistky-Golay, la cual se basa en el cálculo de una regresión polinomial local, cuyo resultado es una función similar a los datos de entrada, pero suavizada.

Primeramente, en la Figura 4.19 se muestran los lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1 sin deformación estática previa, para excitaciones por la base desde 2 mm hasta 18 mm. Para el mismo rango de excitaciones, pero con una deformación debida a una carga estática previa de 15 mm, en la Figura 4.20 se muestran los lazos obtenidos experimentalmente. Replicando las condiciones de excitación, pero ahora con una deformación debida a una carga estática previa preferente de 26 mm, los lazos de histéresis se muestran en la Figura 4.21. De igual manera y al límite de las capacidades del equipo de

excitación, en la Figura 4.22 se muestran los lazos para el mismo patrón de excitaciones pero con una deformación debida a una carga estática previa de 30 mm.

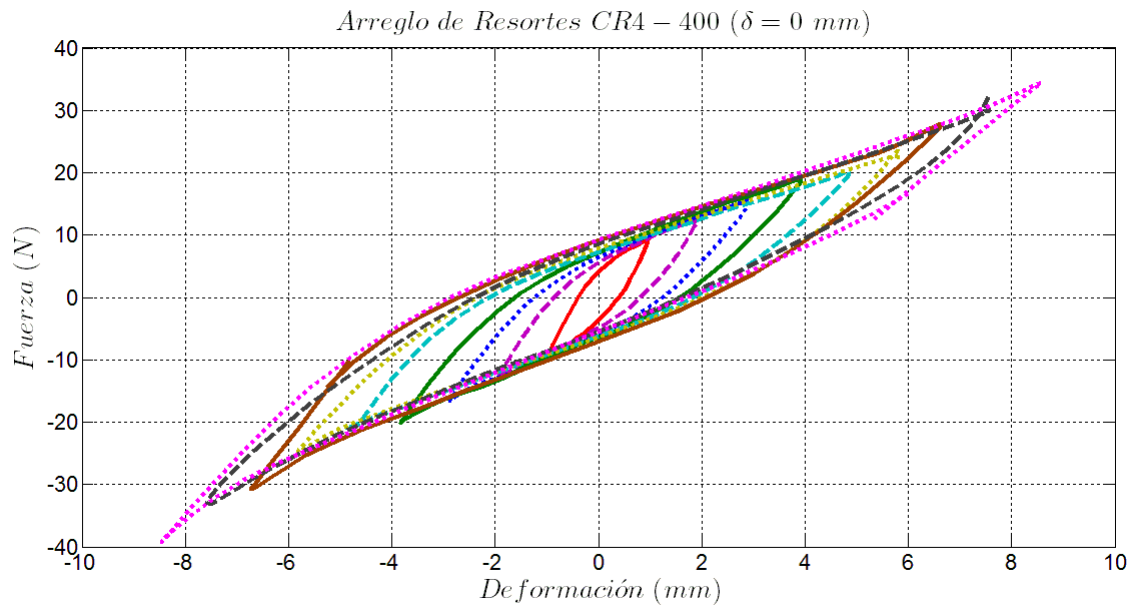


Figura 4.19. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1, sin deformación previa, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, · · · 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, · · · 12 mm, — 14 mm, - - - 16 mm, · · · 18 mm.

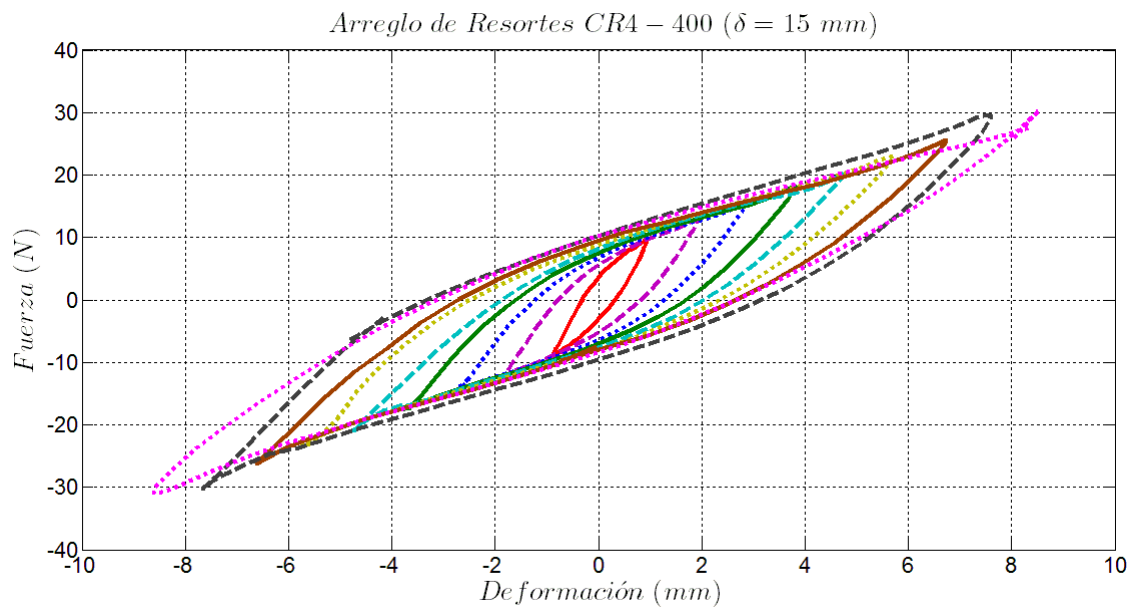


Figura 4.20. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1, con deformación previa de 15 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, · · · 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, · · · 12 mm, — 14 mm, - - - 16 mm, · · · 18 mm.

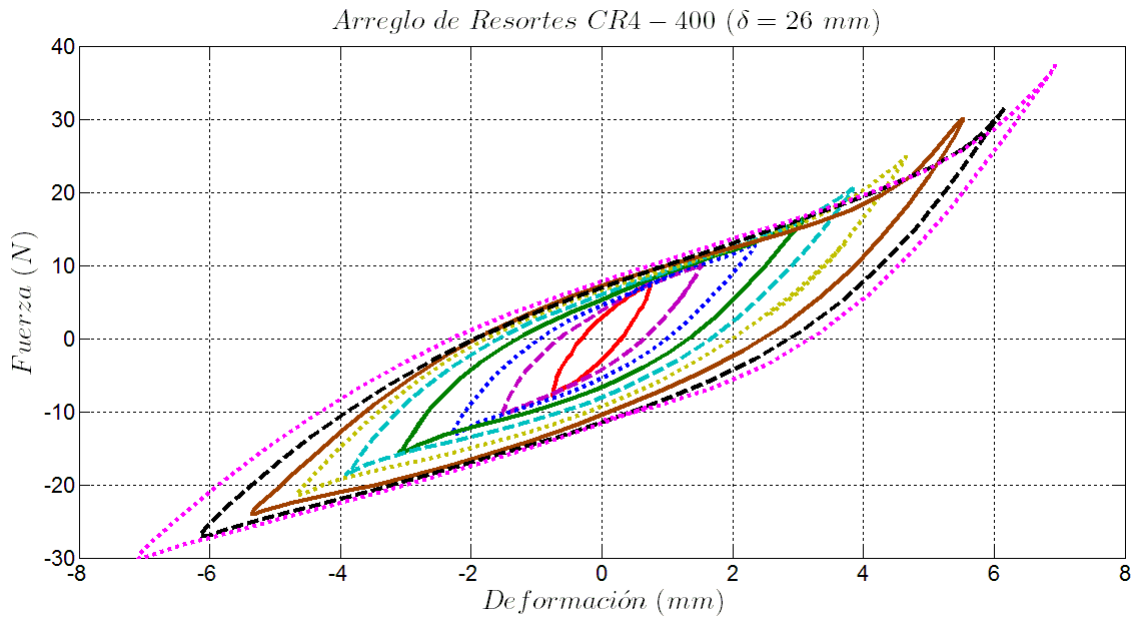


Figura 4.21. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1, con deformación previa preferente de 26 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, · · · 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, · · · 12 mm, — 14 mm, - - - 16 mm, · · · 18 mm.

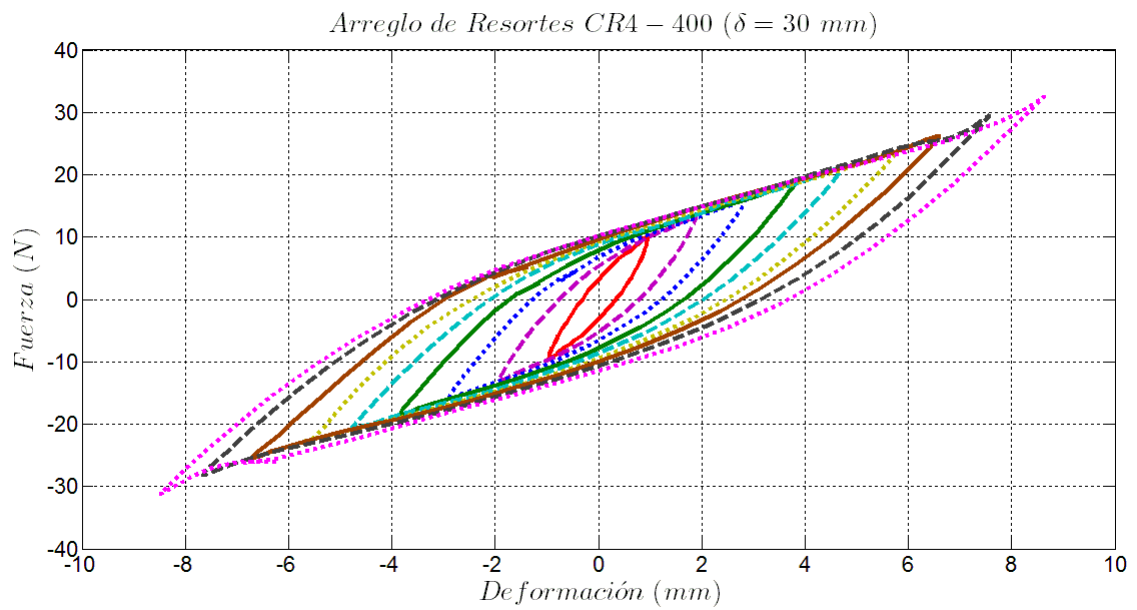


Figura 4.22. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 1, con deformación previa de 30 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, · · · 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, · · · 12 mm, — 14 mm, - - - 16 mm, · · · 18 mm.

El Arreglo 1 muestra un amplio rango de desplazamiento relativo, logrando con esto una mayor disipación de energía o amortiguamiento. La forma de los lazos es del tipo característico de endurecimiento, el cual se acentúa al aumentar el desplazamiento de excitación, en el caso de la deformación previa preferente, de la Figura 4.21, incluso se llega a observar un mayor pronunciamiento de las características de endurecimiento en sus lazos. Todos los lazos muestran una simetría sobresaliente, lo cual indica la estabilidad del sistema y lo adecuado de las mediciones.

A continuación, se muestra en la Figura 4.23 los lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2 sin deformación estática previa, para excitaciones por la base, desde 2 mm hasta 8 mm. Posteriormente considerando un rango de excitaciones desde 2 mm hasta 10 mm, pero a una deformación debida a una carga estática previa de 5 mm, presentando estos lazos en la Figura 4.24. Replicando las condiciones de excitación del caso anterior, pero con una deformación debida a una carga estática previa preferente de 7.8 mm, los lazos de histéresis se muestran en la Figura 4.25. De igual manera y al límite de las capacidades del equipo de excitación, en la Figura 4.26 se muestran los lazos para un patrón de excitaciones desde 2 mm hasta 12 mm pero con una deformación debida a una carga estática previa de 10 mm.

Fue posible observar que en el Arreglo 2, el rango de desplazamiento relativo es limitado, pero de cualquier manera el área dentro de los lazos está bien definida. La forma de los lazos en el caso sin deformación de la Figura 4.23, podría sugerir un comportamiento lineal, pero al incrementar la deformación estática previa muestra su comportamiento no lineal del tipo endurecimiento. Los lazos en este Arreglo 2 muestran una buena simetría, lo cual indica la estabilidad del sistema y mediciones adecuadas.

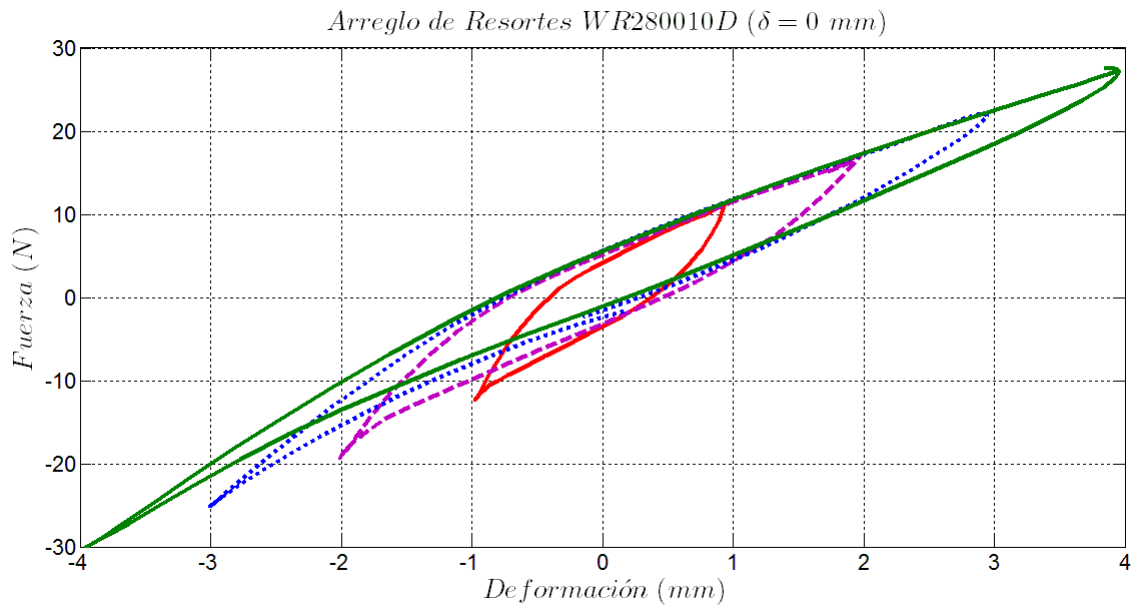


Figura 4.23. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2, sin deformación previa, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, · · · 6 mm, — 8 mm.

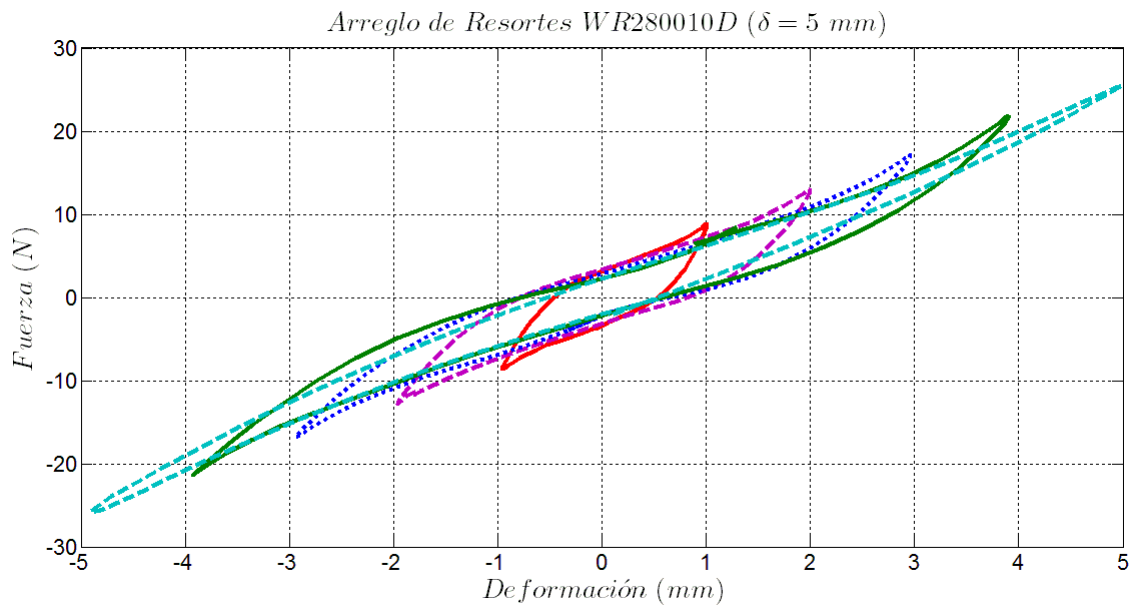


Figura 4.24. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2, con deformación previa de 5 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, · · · 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm.

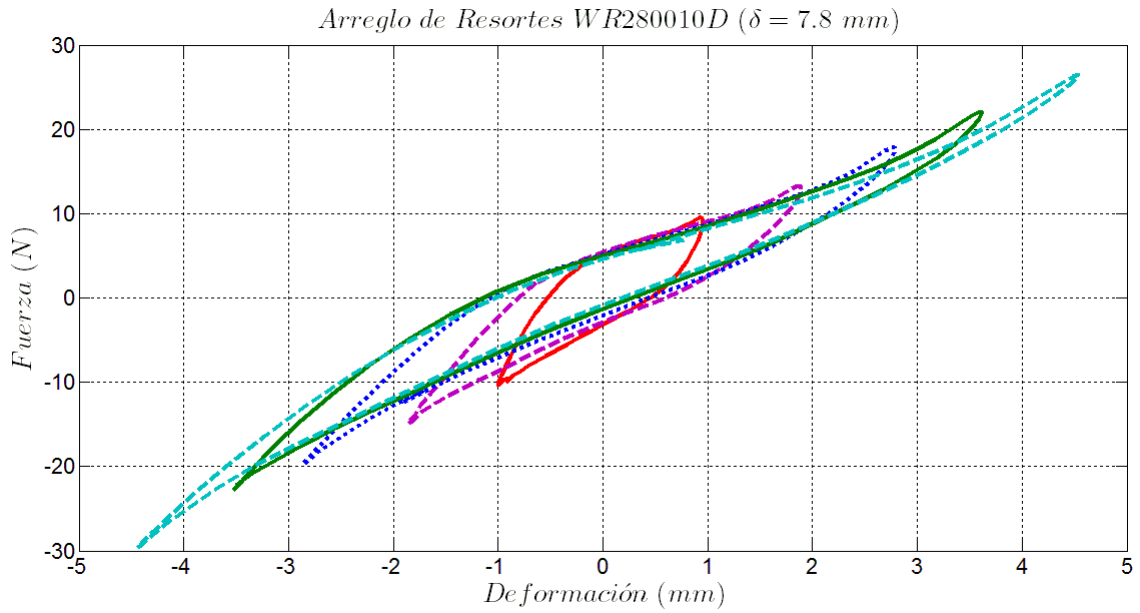


Figura 4.25. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2, con deformación previa preferente de 7.8 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, · · · 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm.

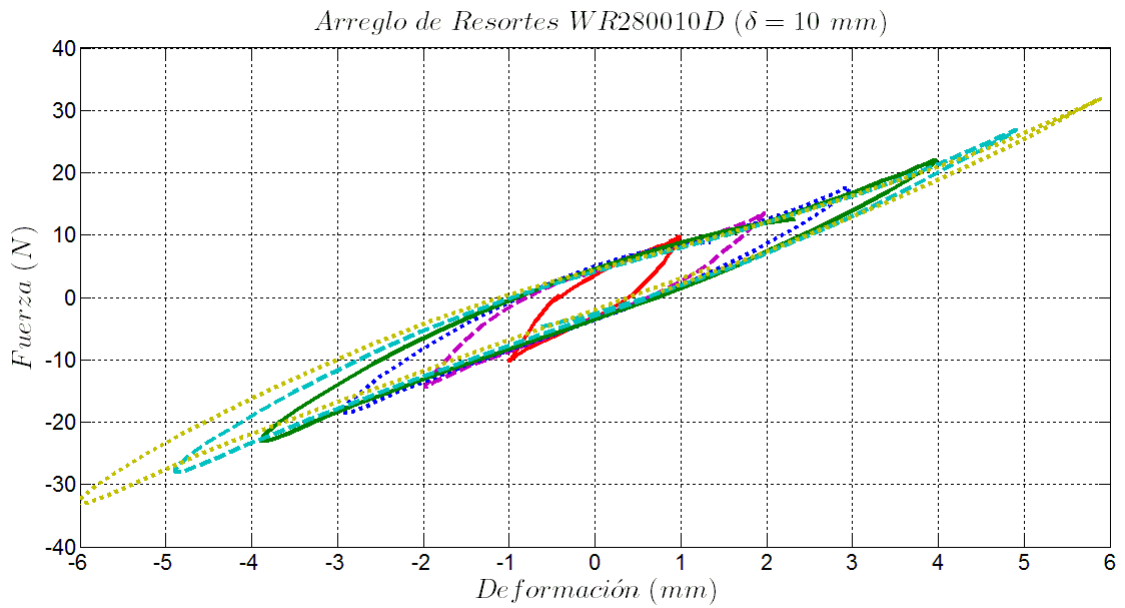


Figura 4.26. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 2, con deformación previa de 10 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, · · · 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, · · · 12 mm.

Finalmente, para el Arreglo 3, se muestran, en la Figura 4.27, sus lazos experimentales de histéresis sin deformación estática previa, con deformaciones de excitación desde 2 mm hasta 10 mm. También, para una deformación estática previa de 5 mm, en la Figura 4.28 se muestran los lazos obtenidos experimentalmente, para excitaciones por la base desde 2 mm hasta 12 mm. En la Figura 4.29 se muestran los lazos de histéresis para una deformación estática previa de 10 mm, con deformaciones de excitación desde 2 mm hasta 10 mm. De última instancia y muy cerca al límite de las capacidades del equipo de excitación, en la Figura 4.30 se muestran los lazos para un patrón de excitaciones desde 2 mm hasta 12 mm pero con una deformación estática previa preferente de 12.8 mm.

Al igual que en el Arreglo 2, el rango de desplazamiento relativo en el Arreglo 3 es limitado y se define claramente el área dentro de los lazos, también los lazos en el caso sin deformación ahora presentados en la Figura 4.27, podrían sugerir un comportamiento lineal, pero al incrementar la deformación estática previa se muestra su comportamiento no lineal característico del tipo endurecimiento. Con excepción del caso sin deformación previa, la simetría en el resto de los lazos en este Arreglo 3 demuestra la estabilidad del sistema y confirma lo adecuado de las mediciones.

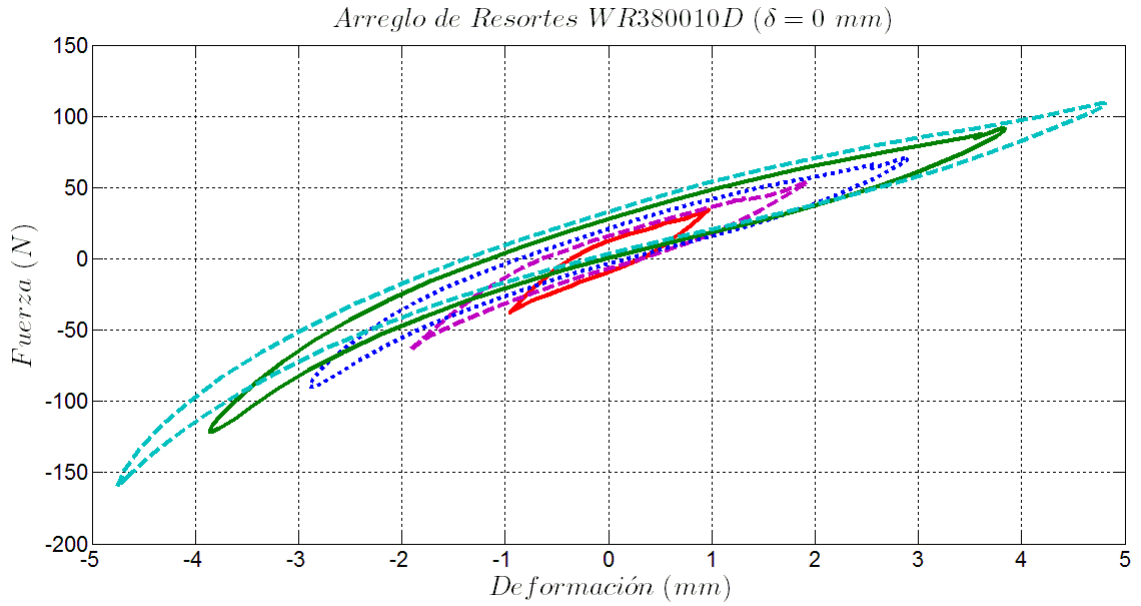


Figura 4.27. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 3, sin deformación previa, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, ··· 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm.

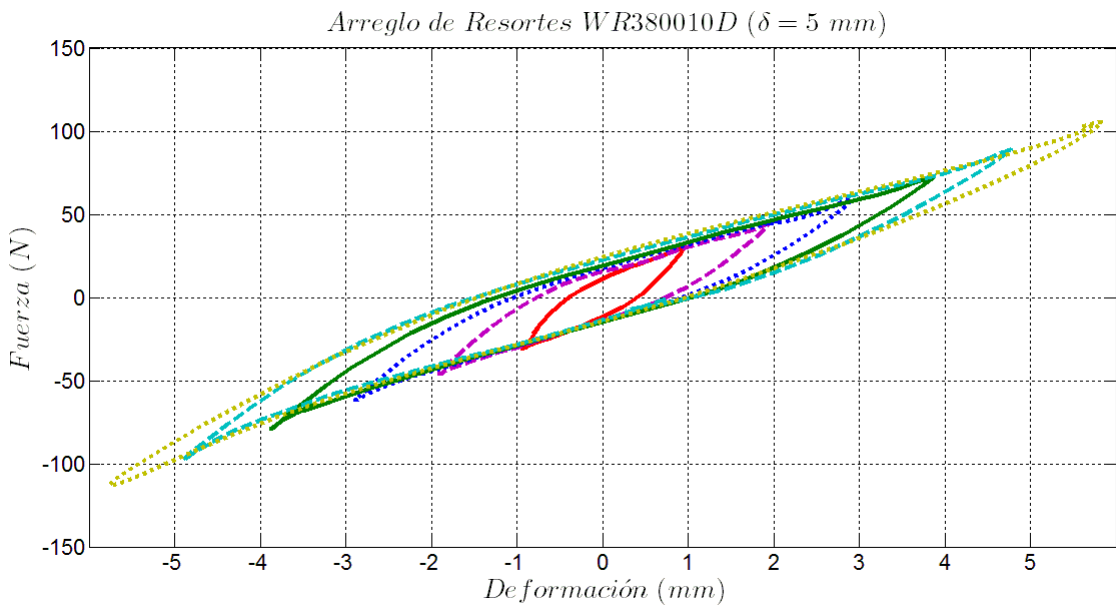


Figura 4.28. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 3, con deformación previa de 5 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, ··· 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, ··· 12 mm.

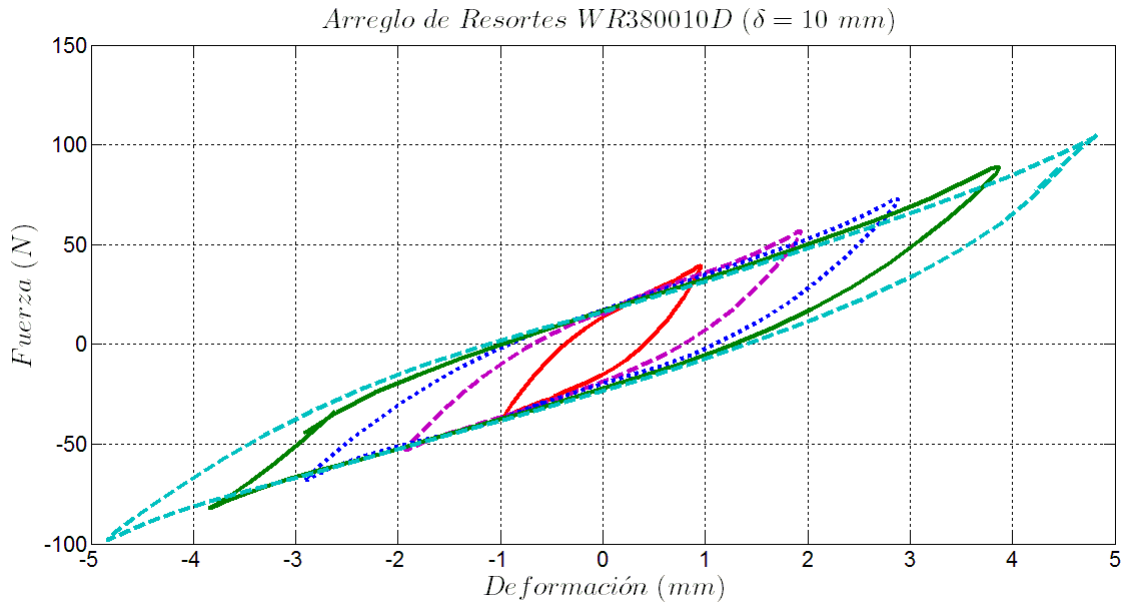


Figura 4.29. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 3, con deformación previa de 10 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, ··· 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm.

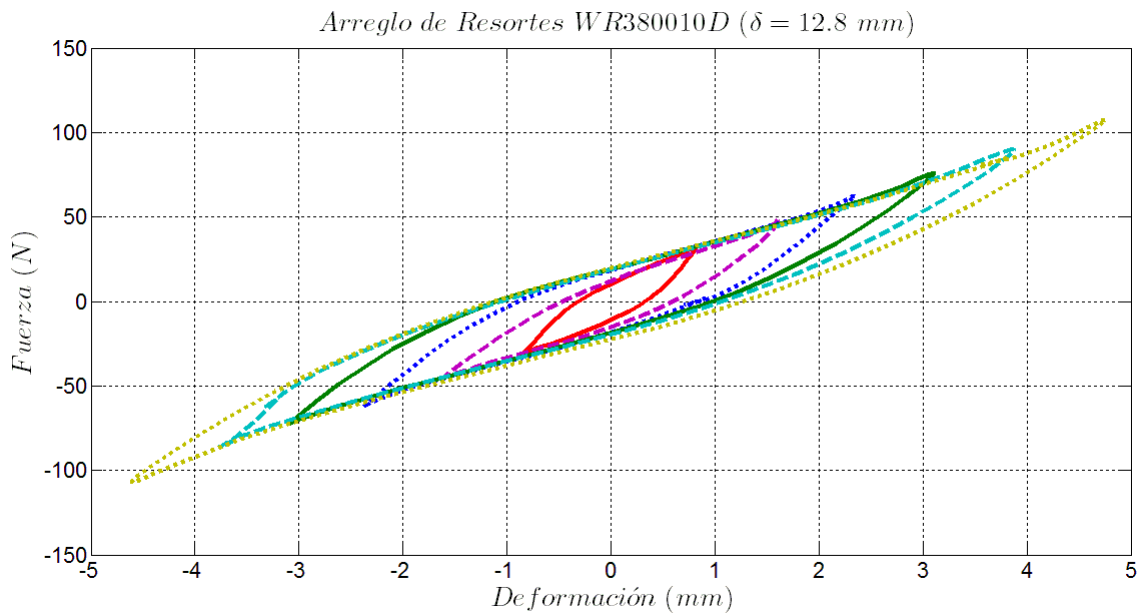


Figura 4.30. Lazos de histéresis experimentales del Arreglo 3, con deformación previa preferente de 12.8 mm, a diferentes valores de excitación: — 2 mm, - - - 4 mm, ··· 6 mm, — 8 mm, - - - 10 mm, ··· 12 mm.

4.4.3 Caracterización del amortiguamiento

Como se puede apreciar desde la Figura 4.19 hasta la Figura 4.30, el área del lazo de histéresis depende del desplazamiento máximo, la fuerza máxima y la no linealidad de la curva. La relación que guarda el área del lazo de histéresis con la variación de dichos parámetros está dictada principalmente por la no linealidad de la curva. Retomando la Figura 2.15, al incrementar el desplazamiento máximo y la fuerza máxima, tanto el área del lazo de histéresis, como el área que denota la cantidad máxima de energía que el sistema puede disipar tienden a incrementarse. Como se había mencionado anteriormente, para calcular la energía que se disipa, se calcula un factor de pérdida basado en la relación del área del lazo y el área máxima que el lazo podría tener (Ecuación 2.7).

Haciendo uso de los lazos de histéresis obtenidos en la sección anterior, se aplicó la Ecuación 2.7 para el cálculo del factor de pérdida η que representa el amortiguamiento del sistema.

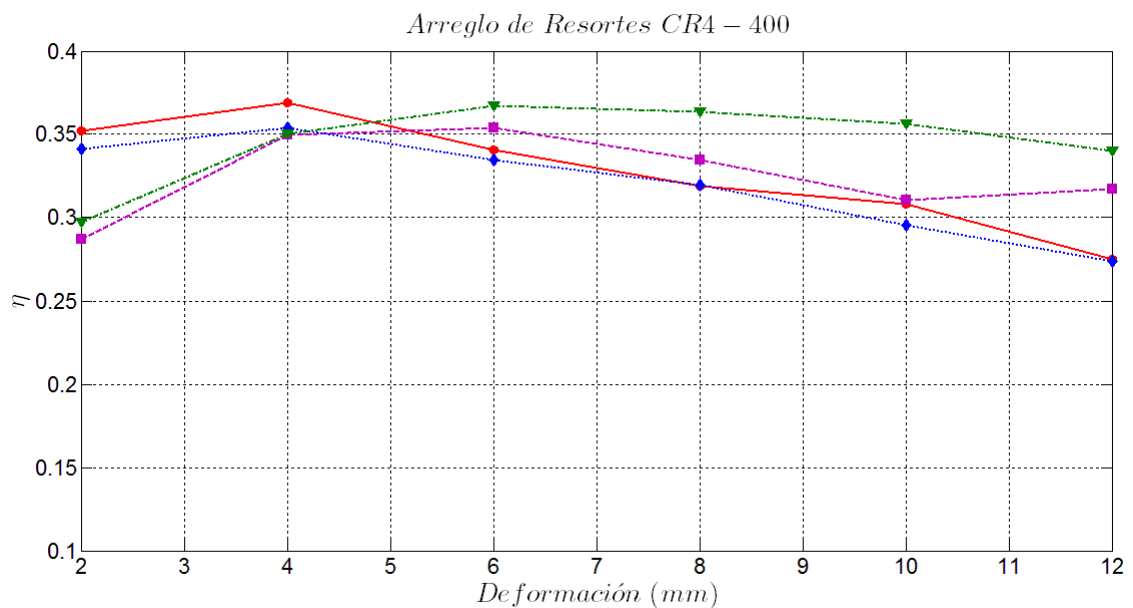


Figura 4.31. Tendencia del amortiguamiento (η), en el Arreglo 1, a diferentes valores de excitación por la base en mm para varios casos de deformación estática: —●— $\delta = 0$ mm, —■— $\delta = 15$ mm, —◆— $\delta = 26$ mm, —▼— $\delta = 30$ mm.

La Figura 4.31 presenta el amortiguamiento para el Arreglo 1, en sus 4 deformaciones estáticas previas (0 mm, 15 mm, 26 mm y 30 mm,) para cada una de sus deformaciones de excitación. Se observa una tendencia a aumentar en los primeros valores de amplitud de excitación por la base y posteriormente decae, esto en la mayoría de los casos de deformación estática previa. Mostrando que existe una mayor disipación de energía cuando la deformación producida por la excitación está entre 4 mm y 6 mm.

El amortiguamiento en el Arreglo 2 se muestra en la Figura 4.32, en sus 4 deformaciones estáticas previas (0 mm, 5 mm, 7.8 mm y 10 mm,) para cada una de sus deformaciones de excitación. Se puede observar su completa tendencia a la baja, conforme aumenta la amplitud de excitación por la base, para todos los casos de deformación previa. En particular, el caso sin deformación estática previa, que presenta los menores valores de amortiguamiento para cada una de las deformaciones de excitación. Aquí la disipación de energía disminuye conforme aumenta la deformación producida por la excitación.

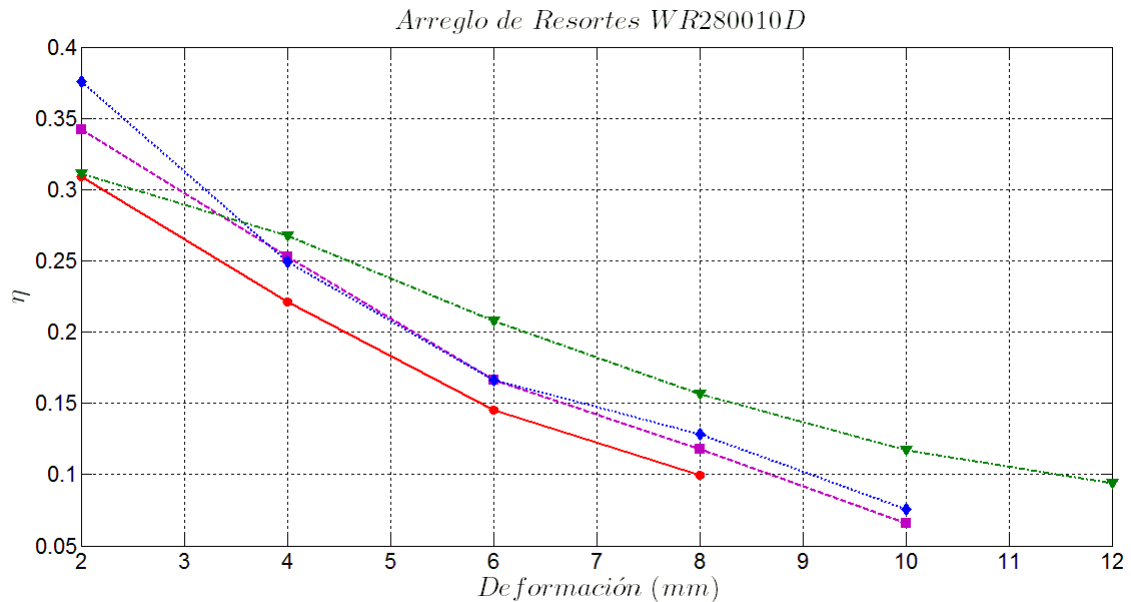


Figura 4.32. Tendencia del amortiguamiento (η), en el Arreglo 2, a diferentes valores de excitación por la base en mm para varios casos de deformación estática: —●— $\delta = 0$ mm, - -■- - $\delta = 5$ mm, ..◆.. $\delta = 7.8$ mm, - -▼- - $\delta = 10$ mm.

Para el Arreglo 3, los valores de amortiguamiento se muestran en la Figura 4.33, en sus 4 deformaciones estáticas previas (0 mm, 5 mm, 10 mm y 12.8 mm,) para cada una de sus deformaciones de excitación. Se muestra como el amortiguamiento aumenta al deformar previamente el sistema hasta 5 mm pero luego decrece conforme sigue aumentando la deformación previa. En el caso de la deformación previa preferente, de 12.8 mm, se puede observar que el amortiguamiento decrece conforme aumenta la excitación, pero en 6 mm el amortiguamiento se incrementa y en excitaciones posteriores el valor de amortiguamiento sigue su tendencia decreciente como se había observado en el resto de los casos de deformación previa. Al igual que en el Arreglo 2, en el caso sin deformación estática previa se obtuvieron los niveles más bajos de amortiguamiento, para todas las deformaciones de excitación por la base. De cualquier manera se observa la tendencia a disminuir la disipación de energía al aumentar los niveles de deformación causados por la excitación.

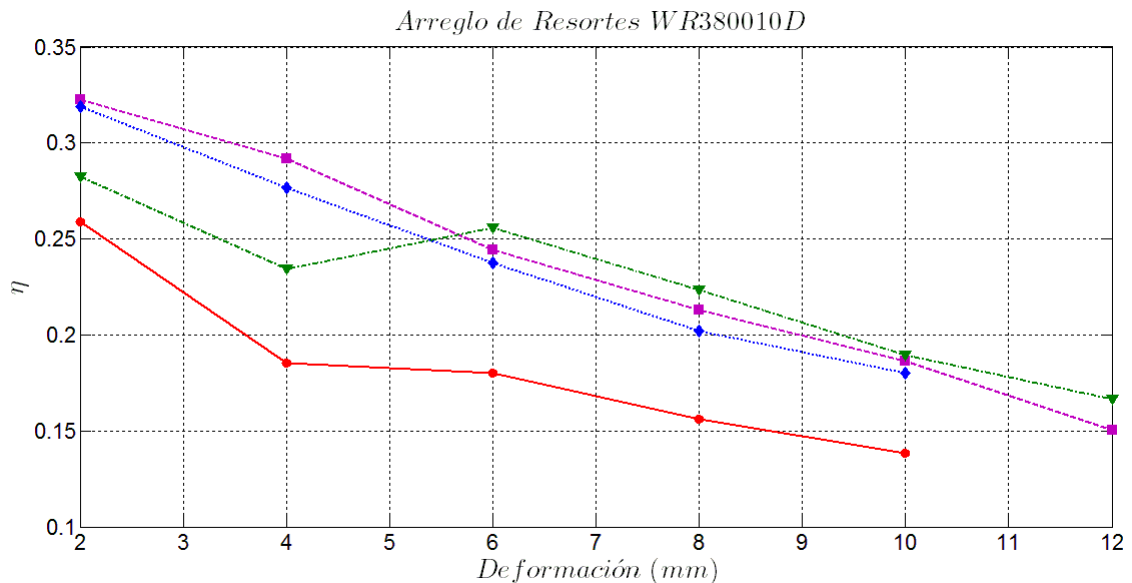


Figura 4.33. Tendencia del amortiguamiento (η), en el Arreglo 3, a diferentes valores de excitación por la base en mm para varios casos de deformación estática: —●— $\delta = 0$ mm, - -■- - $\delta = 5$ mm, ..◆.. $\delta = 10$ mm, -.-▼- $\delta = 12.8$ mm.

Se puede observar que el Arreglo 1 tiene un mayor amortiguamiento que los arreglos de resortes helicoidales, aunque el Arreglo 2 presenta pico de amortiguamiento, a una deformación de 2 mm, este empieza a disminuir conforme aumenta la excitación alcanzando el menor valor de amortiguamiento de los tres resortes a una deformación de 10 mm, el Arreglo 3 presenta un amortiguamiento que disminuye conforme aumenta la excitación, como se aprecia en el Arreglo 1 pero no tan drásticamente como se presentó en el Arreglo 2.

La fuerza máxima normal en las hebras de acero que conforman los cables, por su configuración, depende del punto de contacto y de la distribución de la carga, sin embargo la fuerza de fricción máxima que recienten los alambres depende del número de puntos de contacto que existan, a mayor puntos de contacto entre hebras mayor será la fuerza requerida para iniciar el movimiento. Así cuando el arreglo de resortes se comprime, existe un número menor de puntos de contacto entre las hebras, ya que tienden a separarse [45] y el sistema permite el deslizamiento de las hebras con mayor facilidad, por lo que al aumentar la energía que se añade al sistema a través de la deformación de excitación, el rozamiento entre las hebras aumenta [46]. Sin embargo existe un punto de saturación donde al añadir más energía el movimiento interno de las hebras se inhibe. Este comportamiento de disminución del amortiguamiento conforme aumenta la excitación ya se había observado en trabajos previos [62].

4.5 Conclusiones

En este capítulo se presentaron los resultados experimentales de las pruebas realizadas a los resortes de cable bajo condiciones estáticas y dinámicas, tanto individual como en arreglos, esto para lograr estabilidad durante las pruebas dinámicas, las cuales se realizaron solamente en los arreglos de resortes de cables.

Se mostraron resultados experimentales de someter los aisladores de vibración, tipo resorte de cable, a carga axial cuasi estática. A decir, la relación carga –

deformación, que para los tres resortes probados y sus correspondientes arreglos, resultó en un comportamiento evidentemente no lineal, ya que dichas relaciones no siguen la Ley de Hooke. Usando esta relación en cada resorte y arreglo se realizó un ajuste de curvas del cual se obtuvieron parámetros para representar dicha relación en base a un modelo de rigidez cúbica. En base a este modelo se obtuvo la rigidez en cada punto de deformación, observando una disminución progresiva hasta llegar a un punto mínimo, del cual, si se sigue el valor de deformación a la correspondiente gráfica de carga – deformación, se llega a la carga preferente para cada resorte y arreglo. Finalmente la rigidez se incrementa, mostrando otra zona, ahora de endurecimiento, para altas deformaciones.

Con las pruebas de histéresis realizadas a los arreglos de resortes, fue posible calcular el factor de pérdida para cada uno de los valores de excitación, en los arreglos, que representa su amortiguamiento. En el Arreglo 1 la disipación de energía aumenta al ir aumentando la excitación, pero posteriormente ésta tiende a disminuir, por su parte, en los Arreglos 2 y 3 el amortiguamiento disminuye al aumentar la excitación (más abruptamente en el Arreglo 2), esto se debe a la pérdida de contacto entre las hebras de los resortes, lo cual disminuye la disipación de energía por fricción.

Capítulo 5.

Respuesta experimental al impacto de los resortes de cable

5.1 Introducción

En este capítulo se presenta el proceso experimental y se discuten los resultados en los arreglos de resortes seleccionados bajo diferentes escenarios de carga enfocados en la respuesta al impacto, esto con el objetivo de proporcionar información valiosa para su selección y posterior diseño de sistemas de aislamiento de vibraciones efectivos. La respuesta de los aislantes vibratorios se evalúa experimentalmente cuando se somete a un impulso de medio seno de aceleración aplicado por la base. El efecto de la duración del impulso y la amplitud de entrada sobre la respuesta del sistema se evalúan en términos de aceleración absoluta, desplazamiento y movimiento relativo. En base a estos resultados se establece un análisis de las capacidades de aislamiento de impactos de los resortes estudiados.

5.2 Procedimiento experimental

Para las pruebas de impacto se tuvo la necesidad de utilizar nuevamente los resortes en forma de arreglos, ya que para excitarlos con una señal impulsiva se tiene que garantizar la estabilidad vertical durante los experimentos tal como se muestra en el diagrama esquemático de la Figura 5.1 (a).

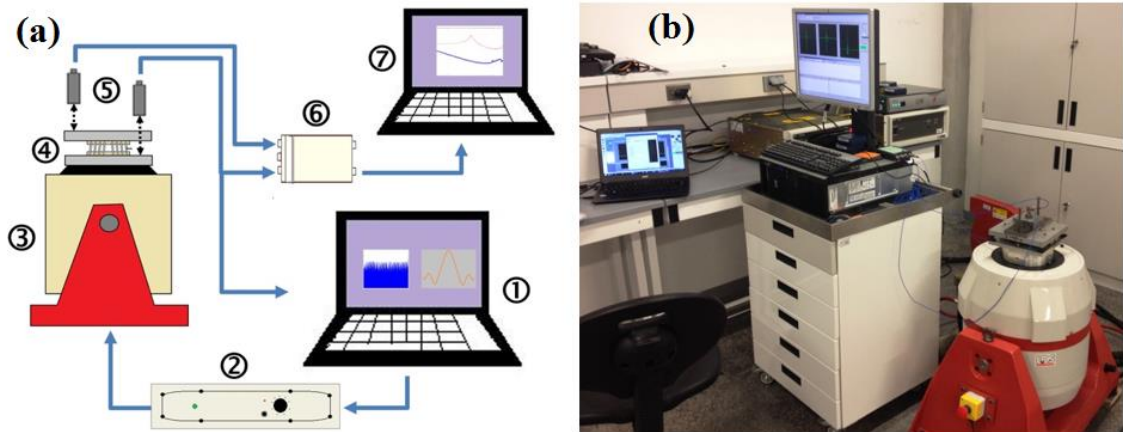


Figura 5.1. Montaje base para las pruebas experimentales dinámicas de impacto. (a) Esquemático de las pruebas y (b) imagen de la configuración utilizada durante las pruebas.

Este diagrama es muy similar al mostrado en la Figura 4.16 (a), utilizado para obtener los lazos de histéresis, la diferencia radica en que para las respuestas al impacto no fue necesaria la referencia fija y tampoco el sensor de fuerza, por lo que fue suficiente el uso de un acelerómetro piezoeléctrico miniatura (PCB Piezotronics 352B10) extra (5) para poder medir simultáneamente las señales vibratorias de aceleración de excitación y de respuesta. Los arreglos de resortes de cable (4) se montaron sobre el excitador electrodinámico LDS V721 (3) el por medio del cual se aplicó la señal de excitación configurada por el sistema de control, desde la base. Una computadora personal (1) y un sistema de control (2) se utilizaron para generar un perfil de pulso de aceleración de medio seno, mientras que otra computadora personal (7) y un analizador dinámico de señales PHOTON+ (6) fueron requeridos para adquirir y guardar las señales vibratorias de excitación y de respuesta. Una imagen de esta configuración se puede ver en la Figura 5.1 (b).

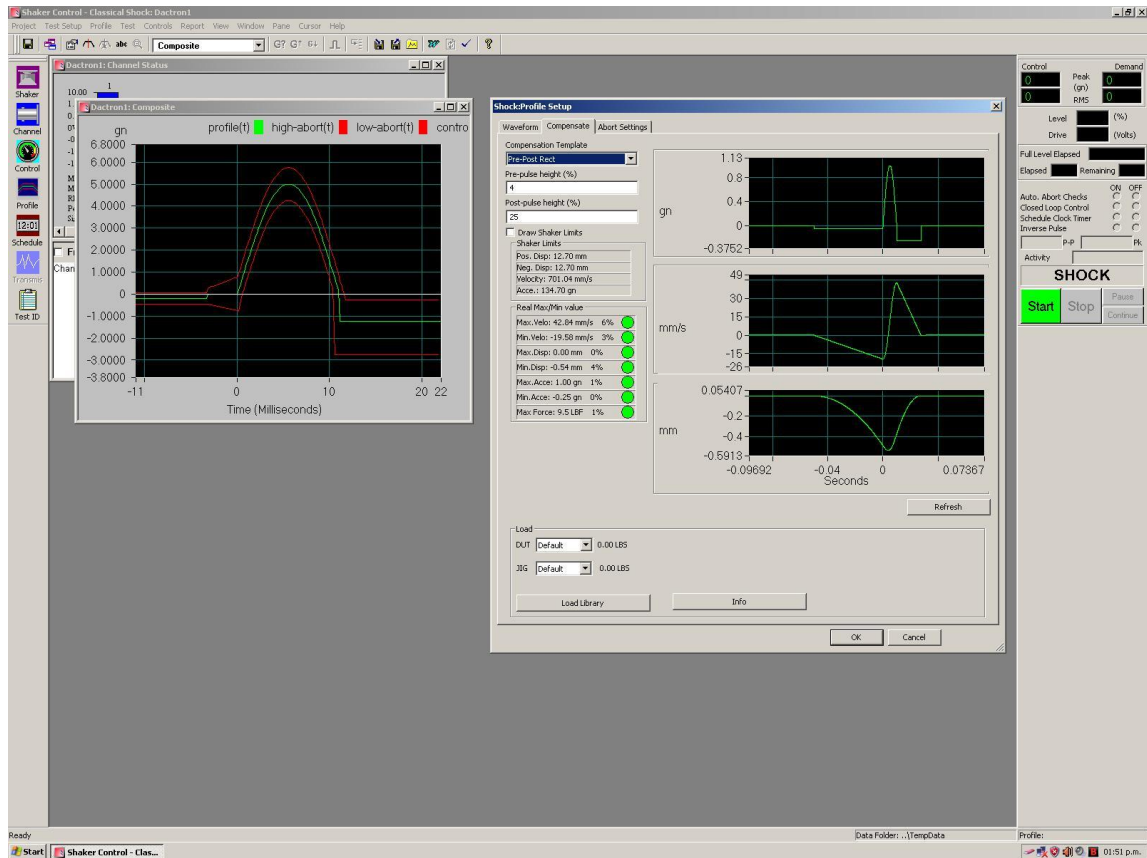


Figura 5.2. Captura de pantalla de los parámetros utilizados por el sistema de excitación de pulsos para la obtención de las respuestas al impacto (LASER). Se puede apreciar el perfil original de aceleración de medio seno, y los perfiles correspondientes de velocidad y desplazamiento.

En la captura de pantalla presentada en la Figura 5.2, se puede observar el perfil del pulso de aceleración de medio seno, y los perfiles de velocidad y desplazamiento resultantes de éste, utilizado para las pruebas dinámicas de impacto. Este pulso es compensado con dos pulsos de menor amplitud antes y después del pulso principal, para evitar la respuesta dinámica del excitador una vez que termina la excitación, y asegurar que regrese al equilibrio lo más rápido posible. En una primera serie de pruebas se mantuvo la amplitud constante de 1 g, variando su duración desde 15 ms hasta 40 ms con intervalos de 5 ms en el excitador electrodinámico. Posteriormente, se aumentó la amplitud del impacto para dos duraciones fijas del pulso, a saber, 15 ms y 20 ms, aumentando la amplitud desde 1 g hasta 9 g en intervalos de 1 g. La duración y las amplitudes fueron seleccionadas en base al desplazamiento límite pico a pico, de 25.4 mm en el sistema excitador, dado que el sistema de control estaba programado para

una amplitud fija en aceleración, al aumentar la duración del pulso, el desplazamiento incrementaba en consecuencia.

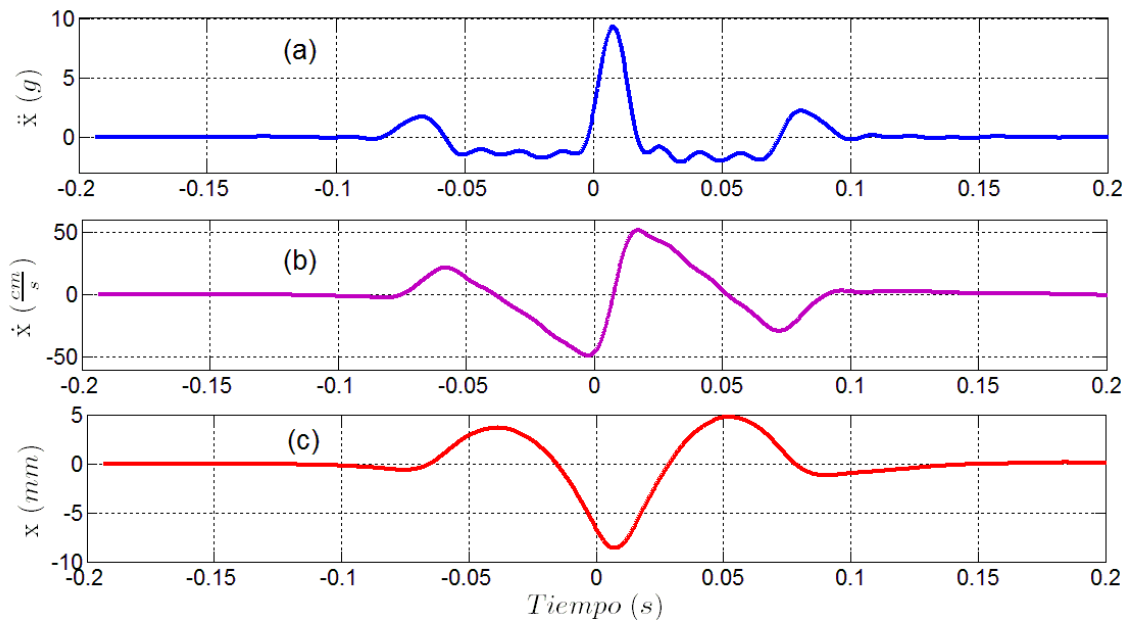


Figura 5.3. Ejemplo de pulso de aceleración de forma medio seno con amplitud de 10 g y duración de 20 ms, y resultados de doble integración para obtener velocidad y desplazamiento. (a) pulso original de aceleración (b) pulso de velocidad, (c) pulso de desplazamiento.

El analizador dinámico de señales utilizado fue el Photon+ del fabricante Bruel and Kjaer, el cual se programó para grabar las señales de excitación y respuesta por un tiempo de 28.8 s, siendo suficiente para capturar el impacto y la respuesta libre posterior. A las señales de aceleración guardadas se les aplicó una doble integración implementada en el programa de cálculo numérico MATLAB, cuyos resultados se muestran como ejemplo en la Figura 5.3. De esta figura se integra una vez a la señal de aceleración (a), para obtener la velocidad de vibración (b) e integrando por segunda ocasión se puede observar el desplazamiento de la vibración (c). La doble integración se logró utilizando el script desarrollado por Tom Irvine [72], el cual se detalla en el Apéndice 5, junto con los parámetros de filtrado, tendencias y afilado de las señales.

A los arreglos de resortes de cable, sometidos a los pulsos de aceleración por la base se les fueron aplicando diferentes valores de carga estática, simulando la carga a proteger. Dichas cargas, aplicadas en la parte superior del arreglo,

deformaban estáticamente a los resortes, previo a la aplicación del pulso. Los diferentes casos de carga se presentan en la Tabla 5.1. Según los valores y las curvas de deflexión estática, estos casos cubren las diferentes regiones de las curvas de rigidez para cada arreglo de resortes, como se pueden ver en la Figura 5.4. Los casos **a** corresponden a la carga la máxima aplicada en cada arreglo (la cual se vio limitada por cuestiones de contacto entre las placas de los resortes al excitarlos con los pulsos por la base), la carga va disminuyendo en los casos subsecuentes, para generar la deformación estática en diferentes zonas de la curva fuerza-deformación, hasta los casos donde solamente se cargó la masa de la placa superior, necesaria para la estabilidad del arreglo. Esto se realizó con el fin de encontrar la carga que produce un mejor rendimiento aislante de acuerdo a la curva de deformación estática. Debido a la rigidez particular de cada resorte probado, el primer arreglo permitió una amplia variedad de cargas de prueba, mientras que el 2 y el 3 por ser más rígidos, las condiciones de carga probadas estaban limitadas, pudiendo probar 3 casos en el arreglo 2 y solamente 2 en el arreglo 3.

Tabla 5.1. Casos de carga considerados en las pruebas de impacto.

Arreglo	Caso	Carga (kg)	Deflexión (mm)
1	a	8.8	43
	b	8.2	37
	c	7.0	31
	d	5.6	22
	e	3.6	14
2	a	5.0	12
	b	3.8	6
	c	2.1	2
3	a	18.1	12
	b	2.1	2

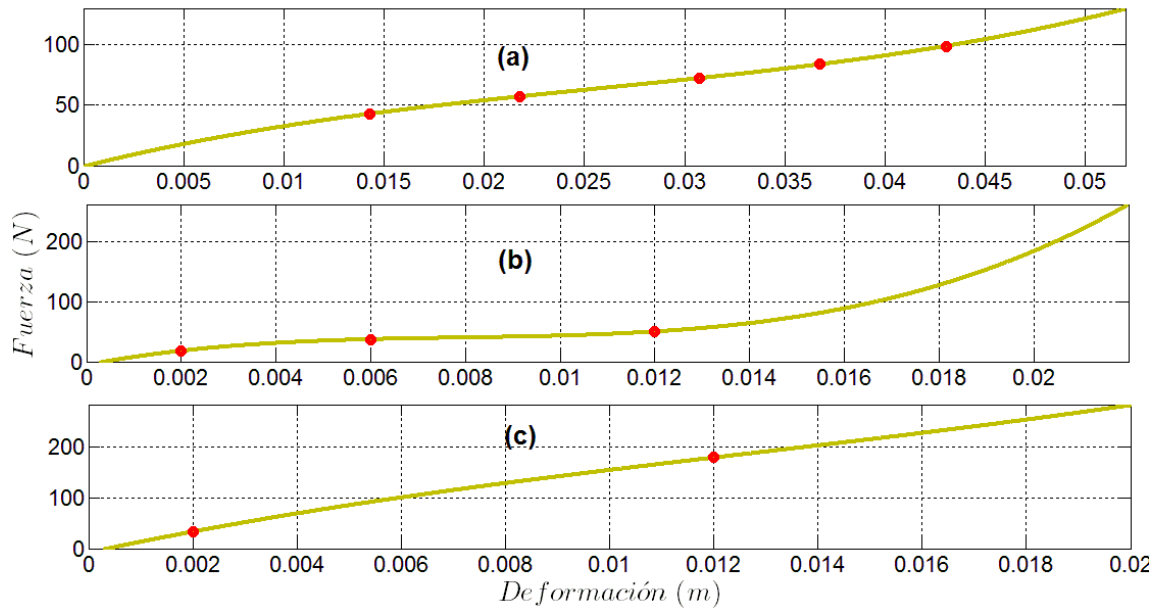


Figura 5.4. Localización de cada uno de los casos, especificado en la Tabla 5.1, para las curvas Fuerza – Deformación del (a) Arreglo 1, (b) Arreglo 2 y (c) Arreglo 3.

5.3 Resultados de respuesta de impacto

Se presentan en esta sección los resultados experimentales de respuesta de impacto, iniciando con las respuestas de aceleración, y posteriormente la respuesta de desplazamiento. Para ambos casos los resultados se presentan primeramente como historias en tiempo para los pulsos de diferente duración con amplitud fija, y las gráficas de respuesta máxima contra duración de pulso. Después se analiza el efecto de la amplitud de entrada para pulsos de duración fija.

5.3.1 Respuesta al impacto para aceleración

La respuesta de aceleración absoluta y relativa, para el Arreglo 1, se presenta en la Figura 5.5. Aquí, las respuestas se normalizan, es decir, se dividen por la aceleración de entrada máxima. Dicha figura presenta las respuestas en tiempo de la aceleración, en el caso con mayor carga, para las diferentes duraciones

consideradas. La línea continua negra representa la aceleración de entrada en la que la duración creciente del impulso se ve claramente desde el pulso más corto de 15 ms en la Figura 5.5 (a) hasta el pulso más largo de 40 ms en la Figura 5.5 (f). La respuesta se normaliza a la aceleración de entrada máxima, es decir 1 g. Para comparación en dicha gráfica se presentan, en línea discontinua azul, los resultados correspondientes a la aceleración de respuesta. Se puede observar que la aceleración de respuesta aumenta conforme aumenta la duración de la excitación, además, este valor es menor que la aceleración máxima de excitación en todos los casos. Esto ocurre dado que al aumentar la duración del pulso de entrada, el sistema se aproxima a la zona de amplificación.

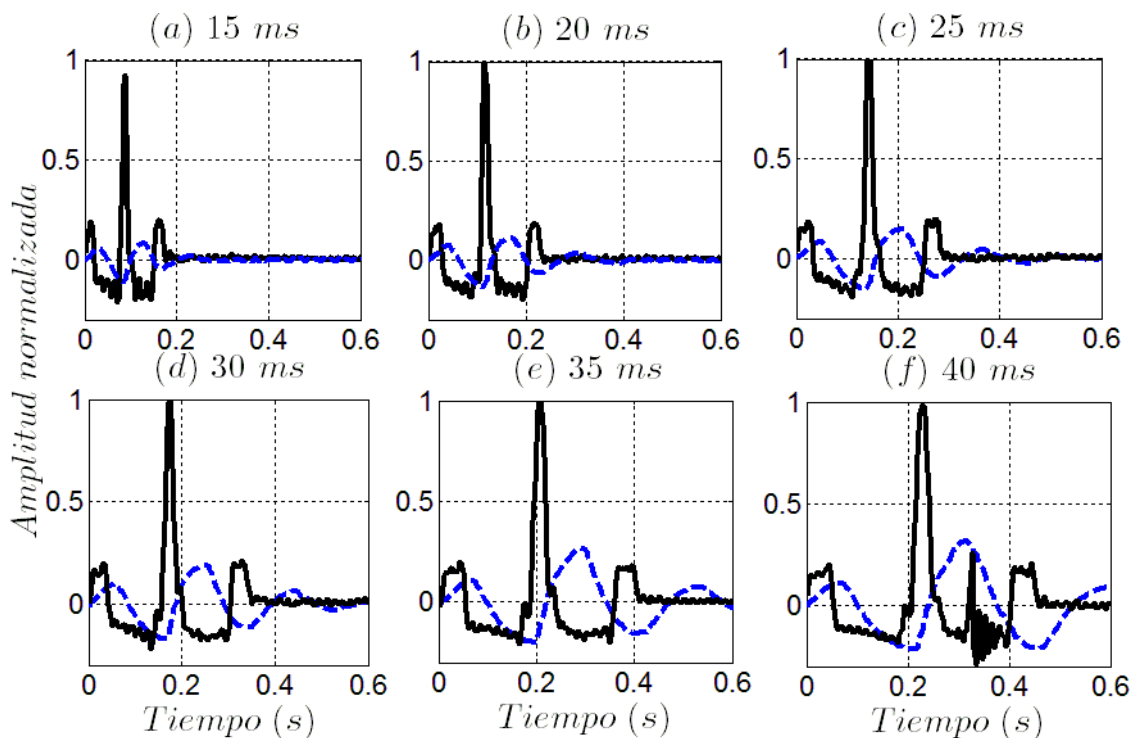


Figura 5.5. Respuesta al impacto para aceleración en el Arreglo 1, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms, (c) 25 ms, (d) 30 ms, (e) 35 ms, (f) 40 ms. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. — Aceleración de excitación normalizada, - - - aceleración de respuesta normalizada.

En la Figura 5.6 se muestran la aceleración absoluta y relativa para el Arreglo 2, solamente se presenta el caso con la carga que produce la menor rigidez estática, ya que en este caso las propiedades de aislamiento resultan ser mejores. Al igual que en el caso anterior, las respuestas se normalizan, es decir se dividen por la

aceleración de entrada máxima. En este caso, el impulso de aceleración real (línea sólida negra) aumenta su duración manteniendo una aceleración constante de 1 g, como se ha mencionado anteriormente. La respuesta de aceleración es menor que la aceleración de entrada, con excepción de los pulsos con mayor duración, donde se puede ver que la respuesta se amplifica. Dicha respuesta es cada vez mayor, conforme aumenta la duración del pulso.

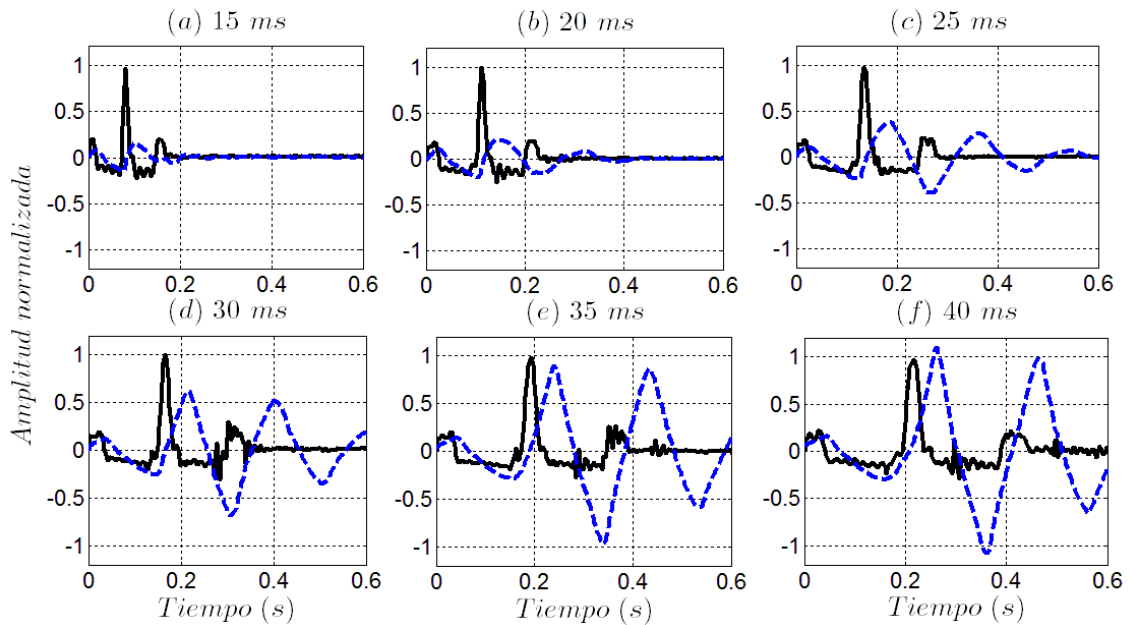


Figura 5.6. Respuesta al impacto para aceleración en el Arreglo 2, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms, (c) 25 ms, (d) 30 ms, (e) 35 ms, (f) 40 ms. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. — Aceleración de excitación normalizada, - - - aceleración de respuesta normalizada.

La Figura 5.7 muestra la respuesta de aceleración absoluta y relativa para el Arreglo 3. Se incluye solamente el caso con la carga que produce la menor rigidez estática, ya que en este caso las propiedades de aislamiento que resultan son las mejores. Las respuestas están normalizadas, es decir, se dividieron por la aceleración de entrada máxima. En este caso, el impulso de aceleración mantiene su amplitud de 1 g, mientras aumenta la duración del pulso. Al igual que en el arreglo anterior, la respuesta de aceleración es menor que la aceleración de entrada, a excepción de los pulsos con mayor duración, donde se ve una amplificación en la respuesta. De igual manera, la respuesta crece cada vez más, junto con la duración de la excitación. Es importante mencionar que

para los arreglos 2 y 3, se aprecia de manera más pronunciada que la respuesta no es sinusoidal, lo cual indica una respuesta no lineal, sobre todo para grandes valores de respuesta, por ejemplo en las Figuras 5.6 (e), (f) y 5.7 (e), (f).

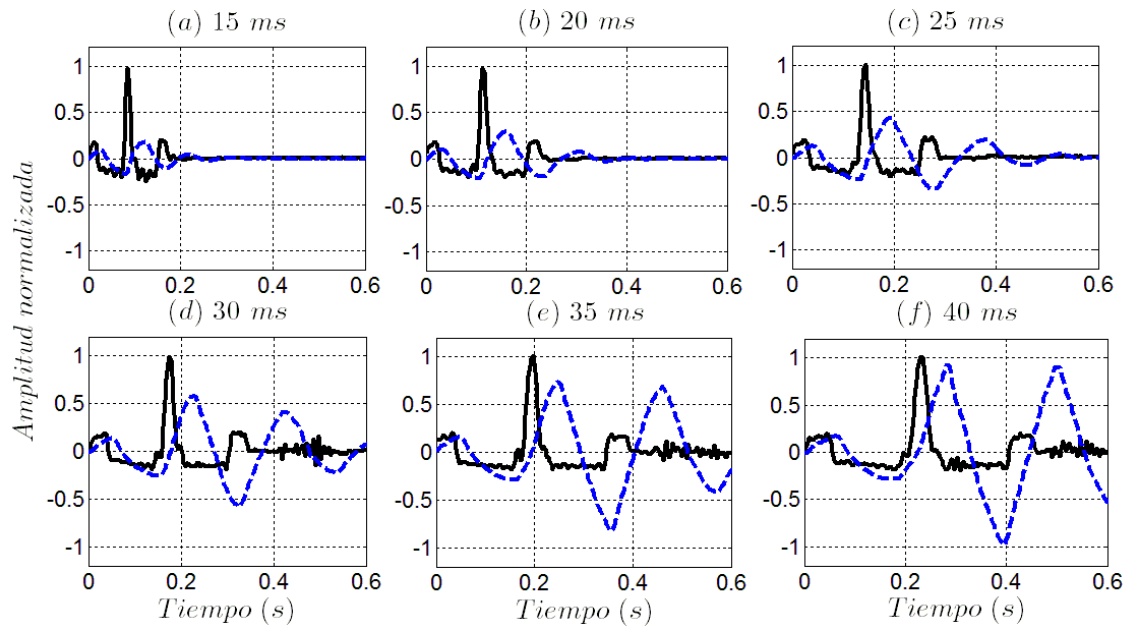


Figura 5.7. Respuesta al impacto para aceleración en el Arreglo 3, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms, (c) 25 ms, (d) 30 ms, (e) 35 ms, (f) 40 ms. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. — Aceleración de excitación normalizada, - - - aceleración de respuesta normalizada.

La respuesta máxima normalizada en función de la duración del impulso, para los tres arreglos, se presenta en la Figura 5.8, esta cantidad representa la relación de amplificación. Esta gráfica es similar a los espectros de respuesta al impacto, comúnmente encontrados en la literatura, pero debido a la no linealidad del sistema, el eje horizontal se presenta no como una razón de periodos, sino como una duración absoluta. En esta figura, las diferentes líneas representan los casos de carga estudiados que se especificaron en la Tabla 5.1 (●a, ■b, ◆c, ▼d y ▲e).

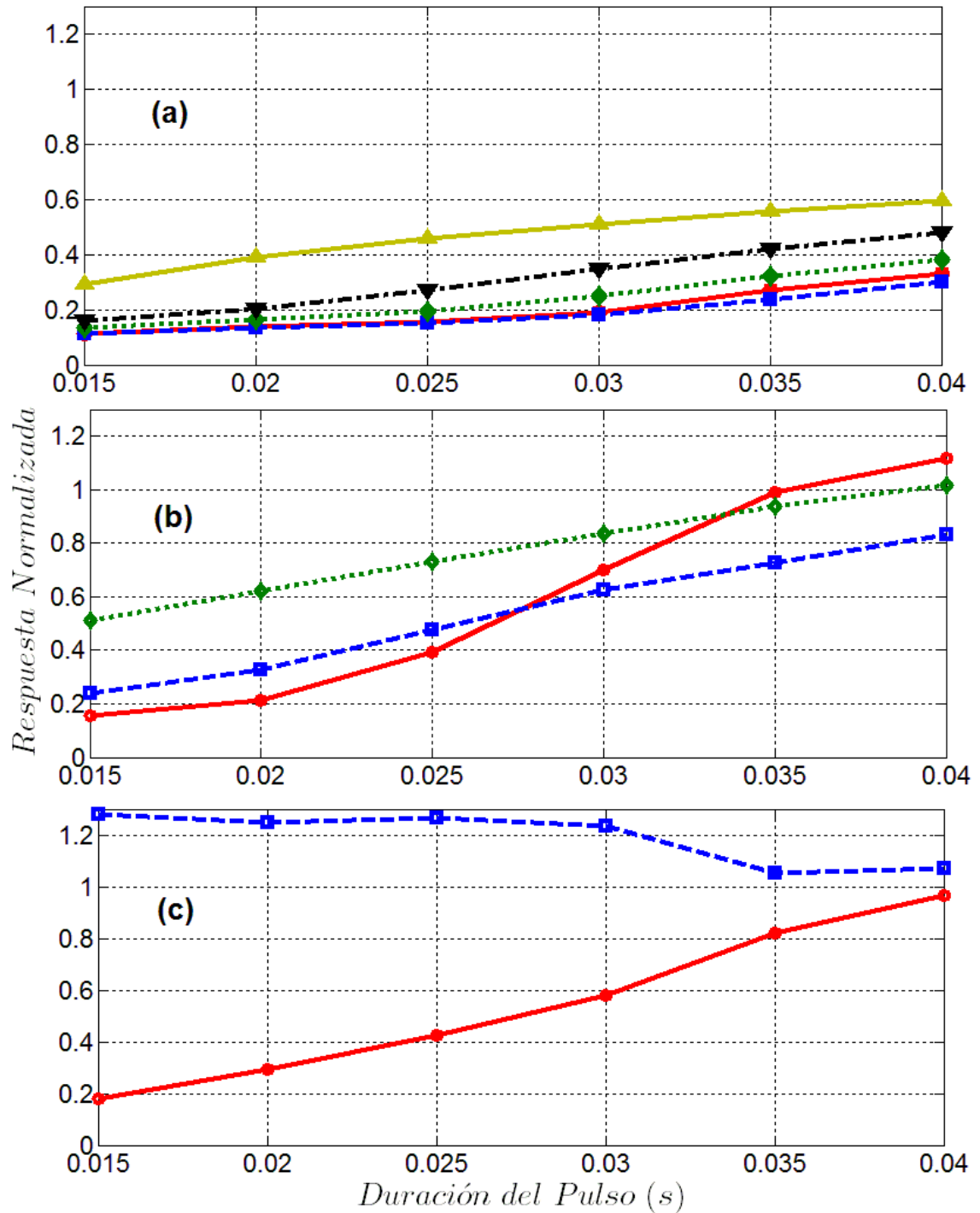


Figura 5.8. Aceleración absoluta máxima de la respuesta al impacto normalizada con respecto a la amplitud de entrada, en función de la duración del pulso, para el (a) Arreglo 1, (b) Arreglo 2 y (c) Arreglo 3, soportando las cargas especificadas en la Tabla 5.1 (● a, ■ b, ◆ c, ▼ d y ▲ e).

En la Figura 5.8 (a), es inmediatamente visible la menor respuesta, cuando debido a la carga útil se produce una deformación estática, de modo que la rigidez

instantánea es la más baja. Esta respuesta va de acuerdo con la teoría clásica del aislamiento de impactos, en la que una menor frecuencia natural de la masa a aislar, generalmente da lugar a un mejor aislamiento. En todas las situaciones consideradas, la respuesta de la masa aislada es menor que la entrada. Se ve claramente el efecto de mejora en el aislamiento, a medida que aumenta la carga útil. Sin embargo, la eficiencia de aislamiento parece tener un límite, porque como la rigidez aumenta de nuevo para cargas más grandes, no se observa una disminución adicional en la respuesta. Por ejemplo, las curvas correspondientes a los casos **a** y **b** son muy similares a pesar del aumento de carga.

En la Figura 5.8 (b) se presenta la respuesta máxima normalizada, en función de la duración del impulso, para el Arreglo 2. Las diferentes líneas representan los casos de carga estudiados y que se especificaron en la Tabla 5.1. En la figura, la respuesta es menor para impactos de corta duración y es visible la menor respuesta, cuando la carga útil produce una deformación estática, de modo que la rigidez instantánea es la más baja. Sin embargo, para duraciones mayores el sistema deja de aislar, como se observa en el caso **a** con la mayor carga útil, convirtiéndose en un amplificador.

En la Figura 5.8 (c) se presenta la respuesta máxima normalizada, en función de la duración del impulso, para el Arreglo 3. Las dos diferentes líneas representan los casos de carga estudiados y que se especifican en la Tabla 5.1. En dicha figura, la respuesta es menor para impactos de corta duración y es visible la menor respuesta, cuando la carga útil produce una deformación estática, de modo que la rigidez instantánea es la más baja. En contraste, para duraciones mayores el sistema deja de aislar, como se observa en el caso **a** con la mayor carga útil. Por su parte el caso **b**, el cual tiene una menor deformación estática, se comporta como un amplificador y conforme la duración de la excitación aumenta, no se aprecian mayores incrementos en la respuesta, sino que tiende a un valor unitario. Es decir, que el sistema se comporta como una unión rígida, sin deformación relativa producida por el impacto, y debido a esto, la respuesta es muy similar en magnitud comparada con la entrada.

5.3.2 Respuesta al impacto para desplazamiento

La respuesta de desplazamiento absoluto y relativo obtenida por doble integración, para el Arreglo 1, se muestra en la Figura 5.9. En este caso, sólo se presenta la carga que produce la menor rigidez estática, ya que las propiedades de aislamiento son mejores en este caso. Las respuestas se normalizan, o sea, se dividen por el valor máximo de desplazamiento de entrada. El impulso de desplazamiento de entrada aumenta su amplitud con la duración para mantener una aceleración constante.

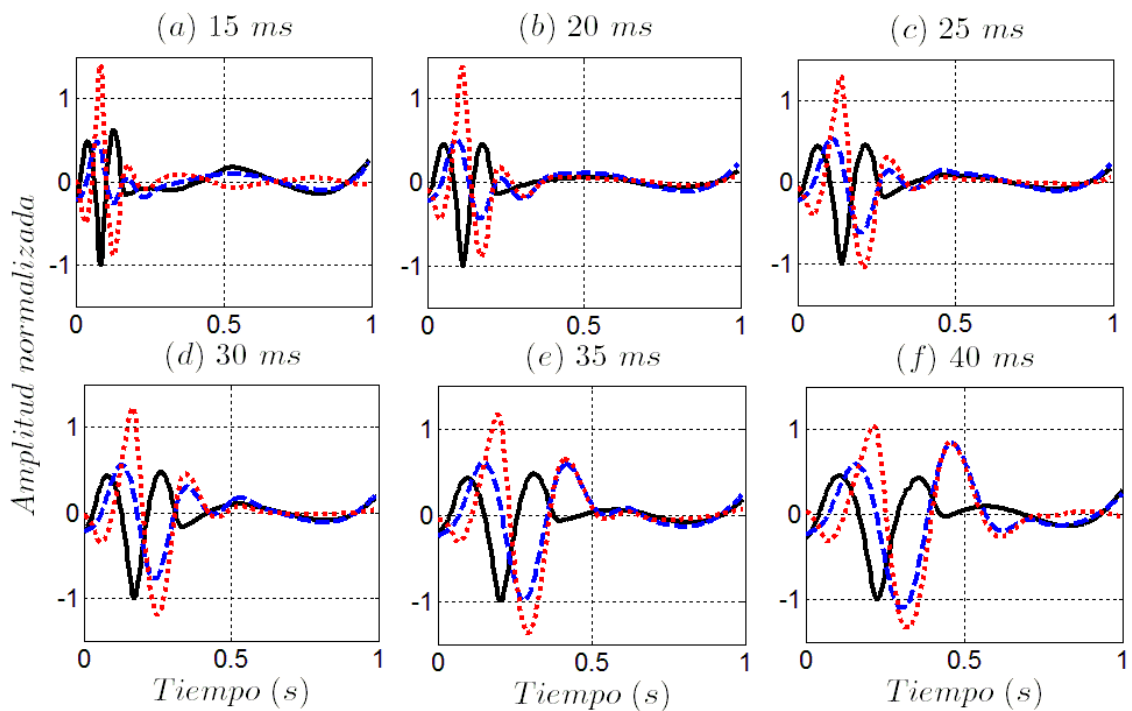


Figura 5.9. Respuesta al impacto para desplazamiento en el Arreglo 1, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms, (c) 25 ms, (d) 30 ms, (e) 35 ms, (f) 40 ms, considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. La respuesta está normalizada con respecto a la amplitud máxima de entrada (— Desplazamiento de entrada, - - - desplazamiento absoluto, · · · desplazamiento relativo).

La Figura 5.9 presenta las respuestas en tiempo de la aceleración, en el caso con mayor carga, para las diferentes duraciones consideradas. La línea continua negra representa la aceleración de entrada en la que la duración creciente del impulso se ve claramente desde el pulso más corto de 15 ms en la Figura 5.9 (a) hasta el pulso más largo de 40 ms en la Figura 5.9 (f). La respuesta se normaliza

a la aceleración de entrada máxima, es decir 1 g. Para comparación en dicha gráfica se presentan los resultados correspondientes al desplazamiento de respuesta (línea discontinua azul) y el desplazamiento relativo (línea punteada roja). Se puede observar que el desplazamiento de respuesta aumenta conforme aumenta la duración de la excitación, además, éste es menor que el desplazamiento de entrada en todos los casos excepto en el pulso más largo. Aunque el desplazamiento relativo se mantiene cerca de la unidad, se puede observar que su valor es mayor conforme la duración del impulso disminuye. Este es el costo del aislamiento mejorado en los parámetros absolutos, ya que el aislador necesita deformarse para absorber la energía.

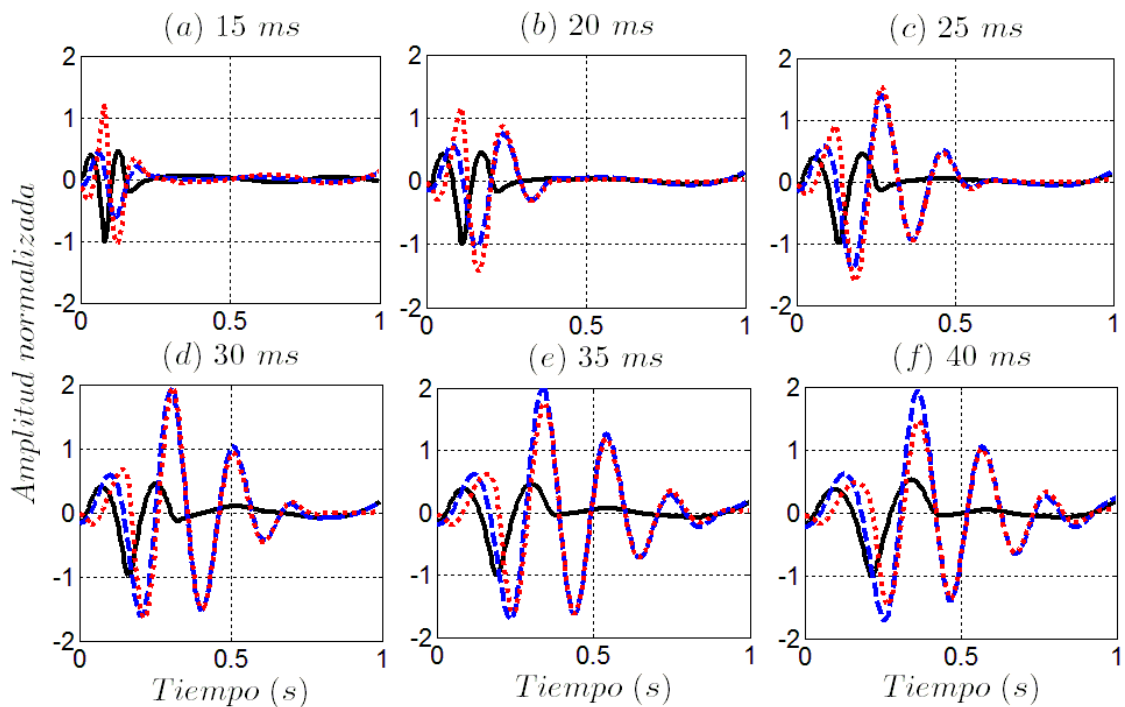


Figura 5.10. Respuesta al impacto para desplazamiento en el Arreglo 2, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms, (c) 25 ms, (d) 30 ms, (e) 35 ms, (f) 40 ms, considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. La respuesta está normalizada con respecto a la amplitud máxima de entrada (— Desplazamiento de entrada, - - - desplazamiento absoluto, . . . desplazamiento relativo).

Para el Arreglo 2, la respuesta de desplazamiento absoluto y relativo obtenida por doble integración se presenta en la Figura 5.10. Solamente se presenta el caso con la carga que produce la menor rigidez estática, ya que en este caso las propiedades de aislamiento resultan ser mejores. Como antes, las respuestas se

normalizan, es decir, se dividen por el desplazamiento de entrada máximo. En este caso, el impulso de desplazamiento absoluto aumenta su amplitud con la duración del pulso para mantener una aceleración constante, como se ha mencionado anteriormente. La respuesta de desplazamiento absoluto es menor que el desplazamiento de entrada solamente en el pulso más corto, en el resto de los casos la respuesta se amplifica. Por su parte, el desplazamiento relativo se mantiene alrededor e incluso sobre la unidad, lo que indica la mayor deformación en el resorte durante los impulsos mayores a 25 ms, mostrados en la Figura 5.10 (c), (d), (e) y (f).

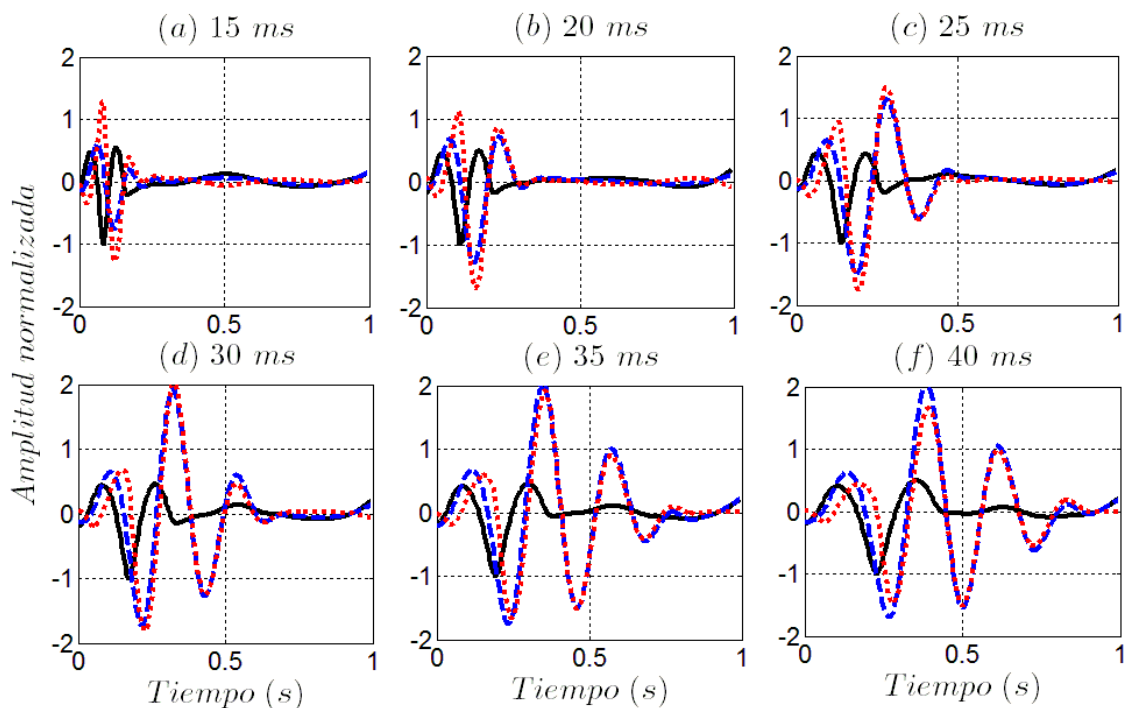


Figura 5.11. Respuesta al impacto para desplazamiento en el Arreglo 3, para diferentes duraciones: (a) 15 ms, (b) 20 ms, (c) 25 ms, (d) 30 ms, (e) 35 ms, (f) 40 ms, considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1. La respuesta está normalizada con respecto a la amplitud máxima de entrada (— Desplazamiento de entrada, - - - desplazamiento absoluto, . . . desplazamiento relativo).

La Figura 5.11 muestra la respuesta de desplazamiento absoluto y relativo obtenida por doble integración para el Arreglo 3, presentando solamente el caso con la carga que produce la menor rigidez estática, ya que en este caso las propiedades de aislamiento resultantes son las mejores. Las respuestas se normalizan, es decir, se dividen por el desplazamiento de entrada máximo. En

este caso, el impulso de desplazamiento real aumenta su amplitud con la duración del pulso para mantener una aceleración constante, como se ha mencionado anteriormente. La respuesta de desplazamiento absoluto es mayor que el desplazamiento de entrada en todos los casos lo que indica que la respuesta se amplifica. De igual manera, el desplazamiento relativo se mantiene por encima de la unidad, lo que indica la mayor deformación en el resorte durante todos los impulsos mostrados, en la Figura 5.11, con línea continua.

La respuesta de desplazamiento relativo en función de la duración del impulso, para los tres Arreglos, se presenta en la Figura 5.12, esta cantidad representa el espacio necesario para que el sistema se desplace. En esta figura, las diferentes líneas y marcadores representan los casos de carga estudiados que se especificaron en la Tabla 5.1 (●a, ■b, ◆c, ▼d y ▲e). La respuesta de desplazamiento, en función de la duración del pulso, se presenta en la Figura 5.12 (a) para todos los casos de carga analizados en el Arreglo 1. Para los impulsos más cortos, el desplazamiento relativo sigue siendo el mismo independientemente de la carga útil, con la excepción del caso e en el que se observa un aumento de la respuesta para pulsos cortos mientras que disminuye para impulsos más largos. A medida que aumenta la duración, la respuesta relativa tiende a disminuir dado que la respuesta sigue muy de cerca al pulso, sin deformación notable en el elemento elástico. El comportamiento del desplazamiento relativo es muy similar para todos los casos de carga, sobre todo para los pulsos más cortos, a excepción de la carga más baja. Este es el comportamiento esperado para pulsos cortos en la región impulsiva y pulsos de duración similares al período natural del sistema lineal equivalente, dado que para mantener una respuesta absoluta baja, el desplazamiento relativo tiende a ser similar en magnitud al pulso de entrada.

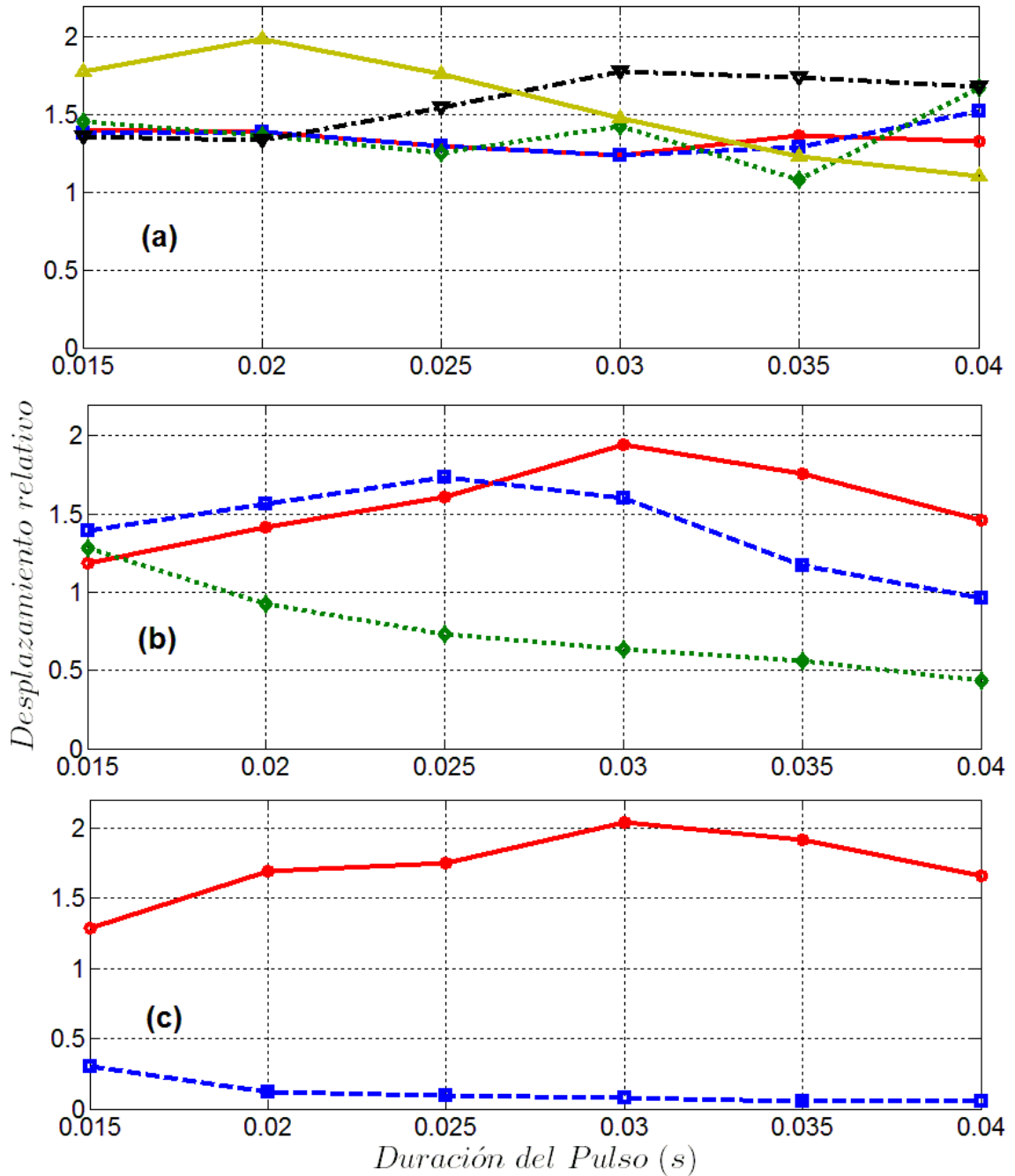


Figura 5.12. SRS de desplazamiento relativo, en función de la duración del pulso, para: (a) el Arreglo 1, (b) el Arreglo 2 y (c) el Arreglo 3, soportando las cargas especificadas en la Tabla 5.1 (● a, ■ b, ◆ c, ▼ d y ▲ e).

En la Figura 5.12 (b) se presenta la respuesta de desplazamiento, en función de la duración del pulso, para los tres casos de carga analizados en el Arreglo 2. Para los impulsos más cortos, el desplazamiento relativo es mayor a la unidad, por lo que se espera una amplificación en el sistema. Dicho desplazamiento

disminuye conforme la duración del pulso aumenta, logrando valores muy bajos, como se ve en el caso **a**, donde la carga que es aplicada es la preferente. El comportamiento general del movimiento relativo sigue un patrón homogéneo de amplitud tendiendo a ser menor que la entrada.

La respuesta de desplazamiento, en función de la duración del pulso, para los dos casos de carga analizados en el Arreglo 3, es presentada en la Figura 5.12 (c). Para los impulsos más cortos, el desplazamiento relativo es menor a la unidad y este sigue disminuyendo conforme la duración del pulso aumenta, logrando valores muy bajos, como se ve en el caso **b**. En el caso donde la carga aplicada es la preferente, el comportamiento del movimiento relativo no es del todo satisfactorio, esto debido al gran peso requerido para generar la deformación preferente en el Arreglo 3, el cual reporta el mayor valor de mínima rigidez.

5.4 Efecto de la amplitud de entrada

Una de las principales preocupaciones en un sistema de aislamiento no lineal es cómo responderá a entradas de diferente amplitud. Para un sistema lineal se espera que la respuesta cambie en la misma proporción cuando la amplitud de excitación cambia, pero esto ya no es válido para sistemas no lineales. Con el fin de investigar este efecto, la prueba de impacto se repitió siguiendo el mismo procedimiento que antes, pero en este caso sólo se consideró la carga útil preferente. Además, debido a los límites de desplazamiento en el sistema de prueba, sólo se usaron pulsos de 10 ms y 15 ms como entradas, ya que estas duraciones permitieron las amplitudes de entrada más altas hasta 9 g, en algunos casos. La Figura 5.13 muestra las historias en tiempo correspondientes a cada una de las entradas, desde 1 g hasta 9 g, en incrementos de 1 g, para el Arreglo 1. Se ve claramente cómo aumenta la respuesta pero no en la misma proporción que la entrada. Además, para amplitudes mayores, la forma de la respuesta es más distorsionada, como se ve en la Figura 5.13 (a), alejándose de la respuesta sinusoidal de un sistema lineal.

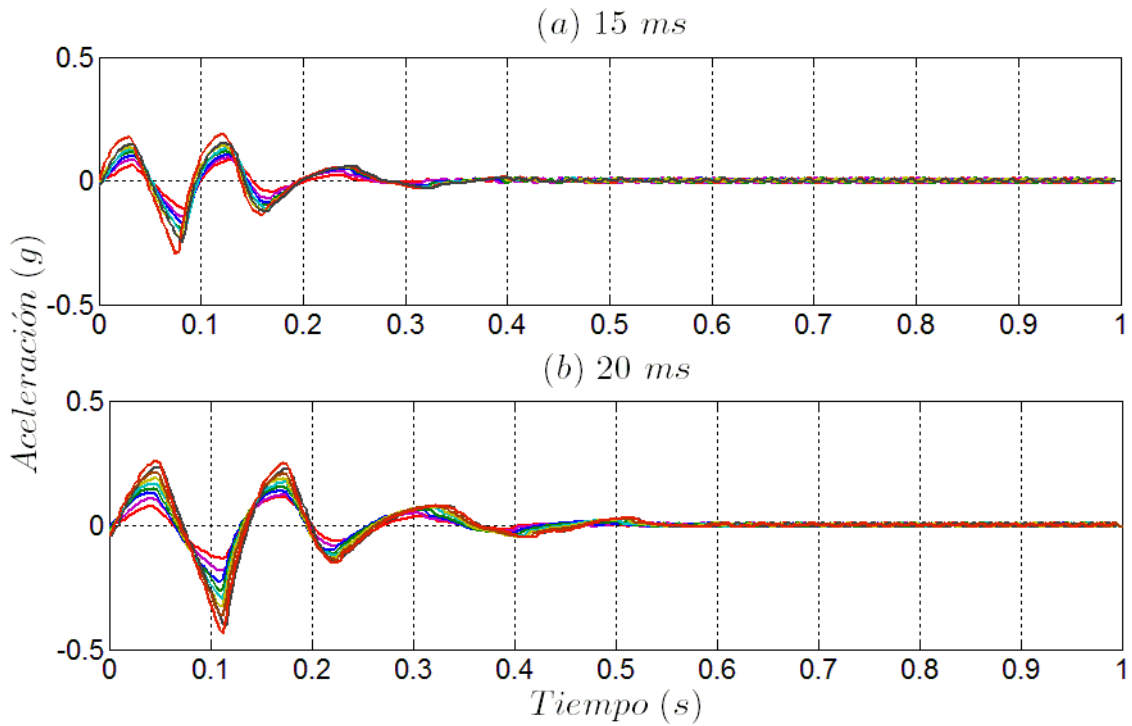


Figura 5.13. Respuesta en aceleración absoluta, del Arreglo 1, (a) para pulsos de 15 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 9 g, (b) para pulsos de 20 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 9 g. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1.

La Figura 5.14 (a) muestra las historias en tiempo correspondientes a cada una de las entradas, desde 1 g hasta 9 g, en incrementos de 1 g y una duración de 15 ms, para el Arreglo 2. De igual manera la Figura 5.14 (b) muestra las historias en tiempo correspondientes a cada una de las entradas, pero desde 1 g hasta 3 g, en incrementos de 1 g y una duración de 20 ms, también para el Arreglo 2. Esta limitante se presentó debido a que, a partir de 4 g de excitación, el desplazamiento relativo era mayor al claro entre placas, de los resortes en el arreglo, lo que provocó que éstas impactaran entre sí. Para este arreglo de resortes la respuesta aumenta, aunque no en la misma proporción que la entrada, como se ve en el caso de 15 ms. Además, para el caso con la duración de 20 ms, la forma de la respuesta es muy distorsionada.

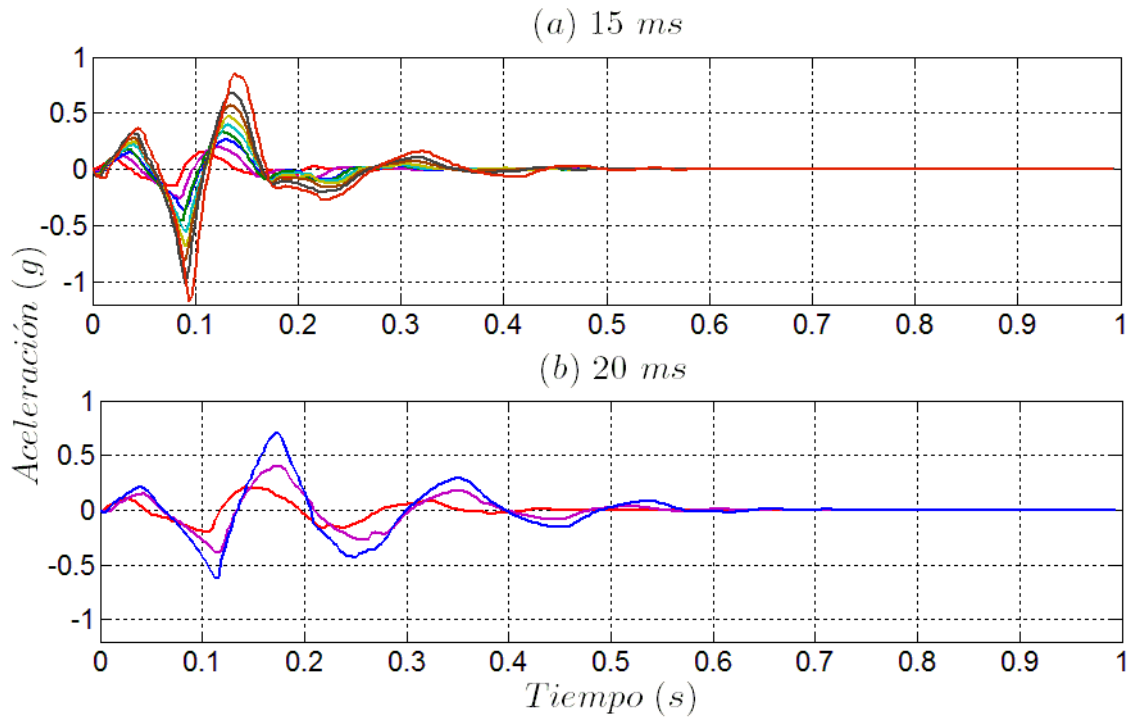


Figura 5.14. Respuesta en aceleración absoluta, del Arreglo 2, (a) para pulsos de 15 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 9 g, (b) para pulsos de 20 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 3 g. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1.

La Figura 5.15 (a) muestra las historias en tiempo correspondientes a cada una de las entradas, desde 1 g hasta 9 g, en incrementos de 1 g y duración de 15 ms, para el Arreglo 3. Para el mismo arreglo, pero con duraciones de 20 ms, la Figura 5.15 (b) muestra las historias en tiempo correspondientes a cada una de las entradas, pero solamente desde 1 g hasta 5 g, en incrementos de 1 g. Al igual que en el Arreglo 2, la excitación se limitó debido a que, a partir de 6 g, el desplazamiento relativo era mayor al claro entre placas, de los dos resortes en el arreglo, lo que provocó que éstas impactaran entre sí. Se observa nuevamente cómo aumenta la respuesta pero no en la misma proporción que la entrada. Además, para amplitudes mayores, la forma de la respuesta es más distorsionada, como se observa en la Figura 5.15 (b), alejándose de la respuesta sinusoidal de un sistema lineal.

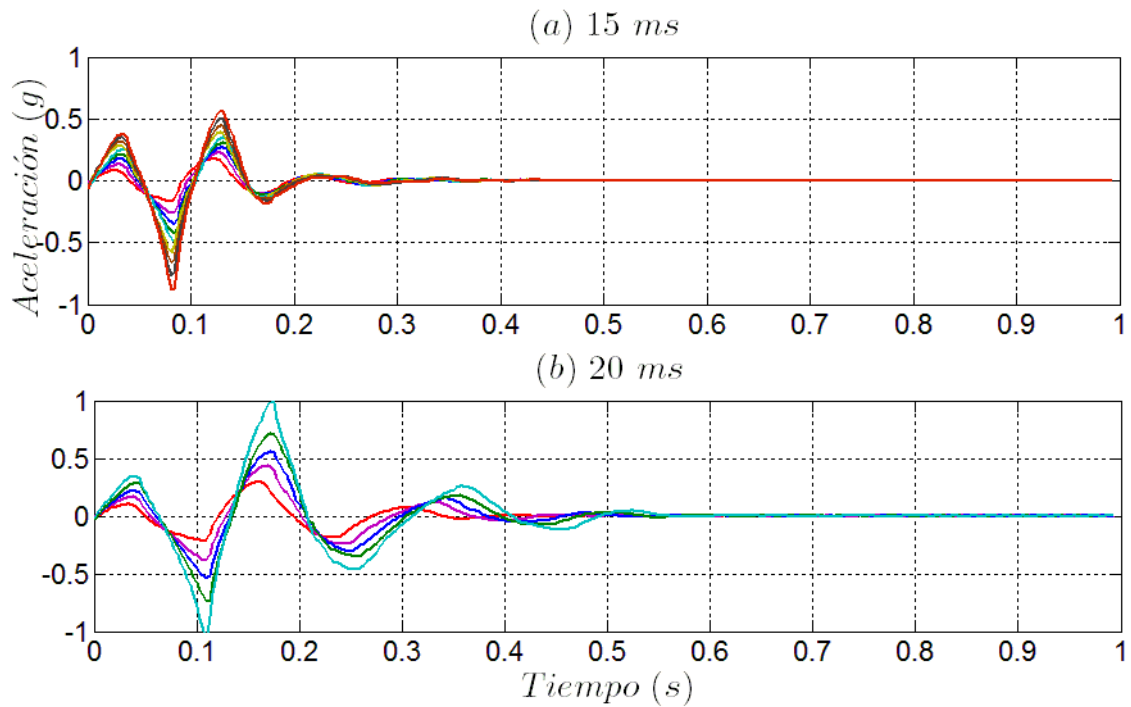


Figura 5.15. Respuesta en aceleración absoluta, del Arreglo 3, (a) para pulsos de 15 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 9 g, (b) para pulsos de 20 ms con excitación incremental desde 1 g hasta 5 g. Considerando el caso de carga **a** de la Tabla 5.1.

La razón de cambio en la función de respuesta – excitación es más fácil de apreciar, para cada uno de los arreglos, en las Figura 5.16, Figura 5.17 y Figura 5.18. En cada figura, los gráficos (a) y (c) ilustran la respuesta absoluta para impulsos de 15 ms y 20 ms, respectivamente, mientras que en los gráficos (b) y (d) se calcularon las respuestas normalizadas para los pulsos de 15 ms y 20 ms, respectivamente. Cada figura incluye todos los casos de carga estudiados y que se mencionan en la Tabla 5.1.

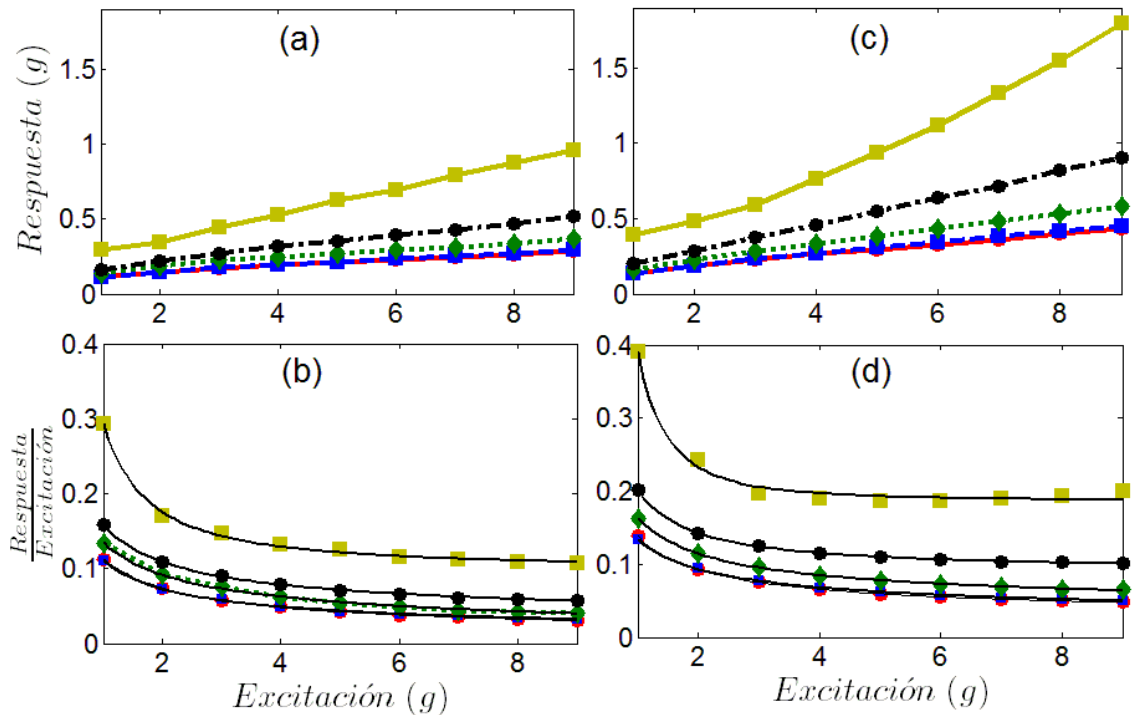


Figura 5.16. Respuesta al impacto, del Arreglo 1, para las cargas mostradas en la Tabla 5.1 (● a, ■ b, ◆ c, ● d y ■ e), en función de la amplitud de excitación, además de un ajuste de curvas — para cada caso: (a) respuesta absoluta al pulso de 15 ms, (b) respuesta normalizada al pulso de 15 ms, (c) respuesta absoluta al pulso de 20 ms, (d) respuesta normalizada al pulso de 20 ms.

En la Figura 5.16, para el Arreglo 1, en la respuesta sin normalizar se puede observar cómo la amplitud aumenta al hacerlo la excitación, pero no de forma lineal. Una vez que la respuesta normalizada se toma como un punto de comparación, se puede observar cómo para mayores entradas, las propiedades de aislamiento mejoran. Esto significa que el factor de amplificación disminuye a medida que la entrada aumenta, mientras que en un sistema perfectamente lineal la razón de amplificación permanece constante. Una tendencia similar se observa en los diferentes casos de carga estudiados. Para valores de entrada más altos, el factor de amplificación parece seguir una asíntota. Aunque se puede utilizar un modelo lineal para ajustar los datos con una buena correlación R^2 mayor que 0.9, para entradas muy grandes y cargas inferiores, la tendencia se modela mejor después de un ajuste de curvas, en la Figura 5.16 la línea continua, de las gráficas (b) y (d), corresponde a un modelo de ajuste potencial de la forma $y = a * x^b + c$ cuyos parámetros se muestran en la Tabla 5.2, solamente para el caso

con mayor respuesta, donde la fiabilidad del ajuste R^2 , es superior a 0.98, en la respuesta normalizada. La totalidad de parámetros, obtenidos por el ajuste de curvas para el Arreglo 1, se pueden encontrar en el Apéndice 6.

Tabla 5.2. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para los Arreglos 1 y 2, en los casos **e** y **c** respectivamente, para la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1		Arreglo 2	
	15 ms	20 ms	15 ms	20 ms
A	0.1944	0.2045	0.004932	0.309
B	-1.331	-2.13	2.513	1.11
c	0.0984	0.1862	0.4811	0.3091
R^2	0.9978	0.9875	0.9957	0.9995

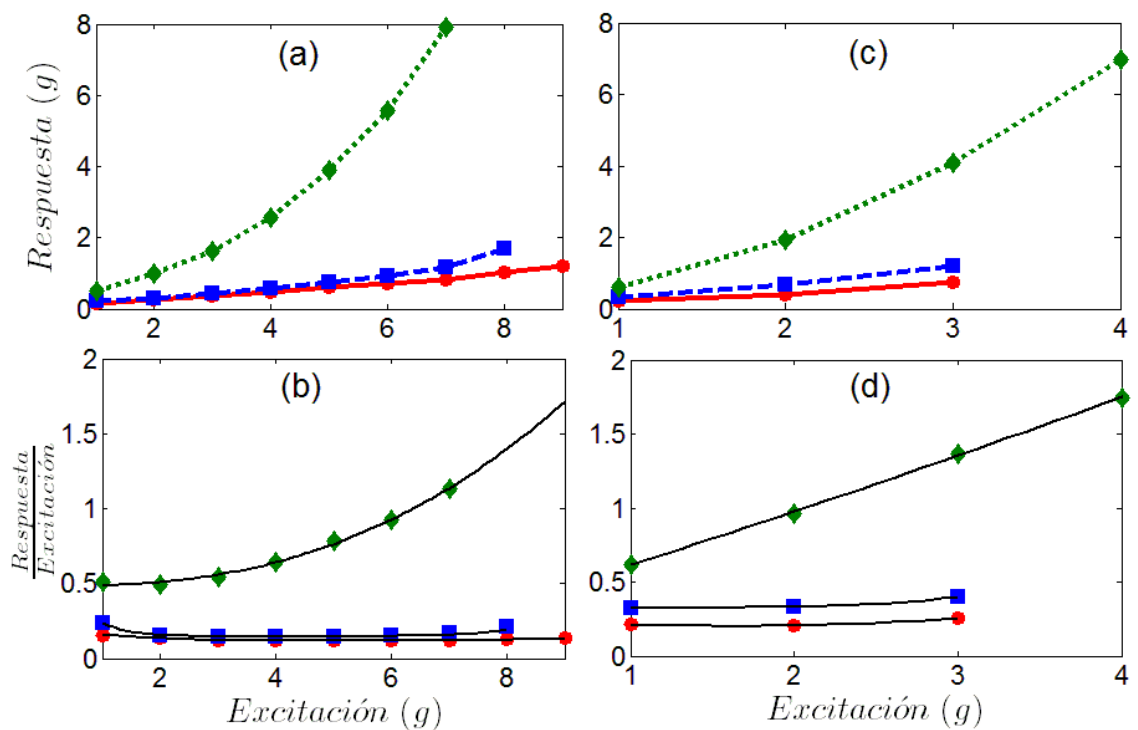


Figura 5.17. Respuesta al impacto, del Arreglo 2, para las cargas mostradas en la Tabla 5.1 (● a, ■ b, ◆ c), en función de la amplitud de excitación, además de un ajuste de curvas — para cada caso: (a) respuesta absoluta al pulso de 15 ms, (b) respuesta normalizada al pulso de 15 ms, (c) respuesta absoluta al pulso de 20 ms, (d) respuesta normalizada al pulso de 20 ms.

La distancia entre placas de los resortes en el Arreglo 2 y la rigidez total del mismo, limitaron la aplicación de mayores amplitudes de excitación para ambas duraciones, de 15 ms y de 20 ms. Debido a esto, se incluyen los niveles de hasta 8 g, para el pulso de 15 ms, con la carga del caso **b**, mencionada en la Tabla 5.1,

como se muestra en la Figura 5.17, y para el pulso de 20 ms solamente hasta 3 g para las cargas de los casos **a** y **b**, mencionados en la Tabla 5.1, y hasta 4 g para la carga del caso **c**. Para este arreglo, en la respuesta sin normalizar se puede observar nuevamente cómo la amplitud aumenta al hacerlo la excitación, pero no de forma lineal. Por su parte, en la respuesta normalizada, se puede observar cómo para mayores entradas, las propiedades de aislamiento mejoran, pero solamente en los casos **a** y **b**, cercanos a la carga preferente. Esto no se refleja de la misma manera en el caso **c**, donde se tiene la menor carga útil. En este caso, el mejor ajuste se obtuvo con un modelo de potencia, de la forma $y = a * x^b + c$, pero con la carga más baja, donde el ajuste fue mucho mejor, esto se puede ver en la Figura 5.17 la línea continua, de las gráficas (b) y (d), corresponde al modelo de ajuste potencial y cuyos parámetros se muestran en la Tabla 5.2 donde la fiabilidad del ajuste R^2 , es superior a 0.99, para ambas duraciones, en la respuesta normalizada. Los parámetros para los casos **a** y **b**, obtenidos por el ajuste de curvas para el Arreglo 2, se pueden encontrar en el Apéndice 6.

Tabla 5.3. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3, de la forma $y = p1 * x^4 + p2 * x^3 + p3 * x^2 + p4 * x + p5$.

Parámetros	Arreglo 3	
	15 ms	20 ms
p1	0.001555	0.001322
p2	-0.03844	-0.03376
p3	0.3398	0.3071
p4	-1.113	-1.01
p5	2.115	1.981
R^2	0.994	0.9998

De igual manera, para el Arreglo 3 se limitó la aplicación de mayores amplitudes a las duraciones de 15 ms y de 20 ms debido a la rigidez del arreglo y la distancia entre placas de los resortes, se muestra en la Figura 5.18 (a) y (c) la respuesta absoluta, donde se observa nuevamente cómo la amplitud aumenta al hacerlo la excitación, pero no de forma lineal. Por su parte, en la respuesta normalizada, se puede observar cómo para mayores entradas, las propiedades de aislamiento

mejoran, pero solamente en el caso **a**, cercano a la carga preferente. Esto no se refleja de la misma manera en el caso **b**, donde se tiene la menor carga útil.

Las líneas continuas, de la Figura 5.18 (b) y (d), corresponden a un modelo de ajuste polinomial de cuarto orden con la forma $y = p_1 * x^4 + p_2 * x^3 + p_3 * x^2 + p_4 * x + p_5$, para el caso **b** con los parámetros mostrados en la Tabla 5.3, se evaluó la fiabilidad del ajuste con un R^2 superior a 0.99 para las dos duraciones. Los parámetros para el caso **a**, obtenidos por el ajuste de curvas para el Arreglo 3, se pueden encontrar en el Apéndice 6.

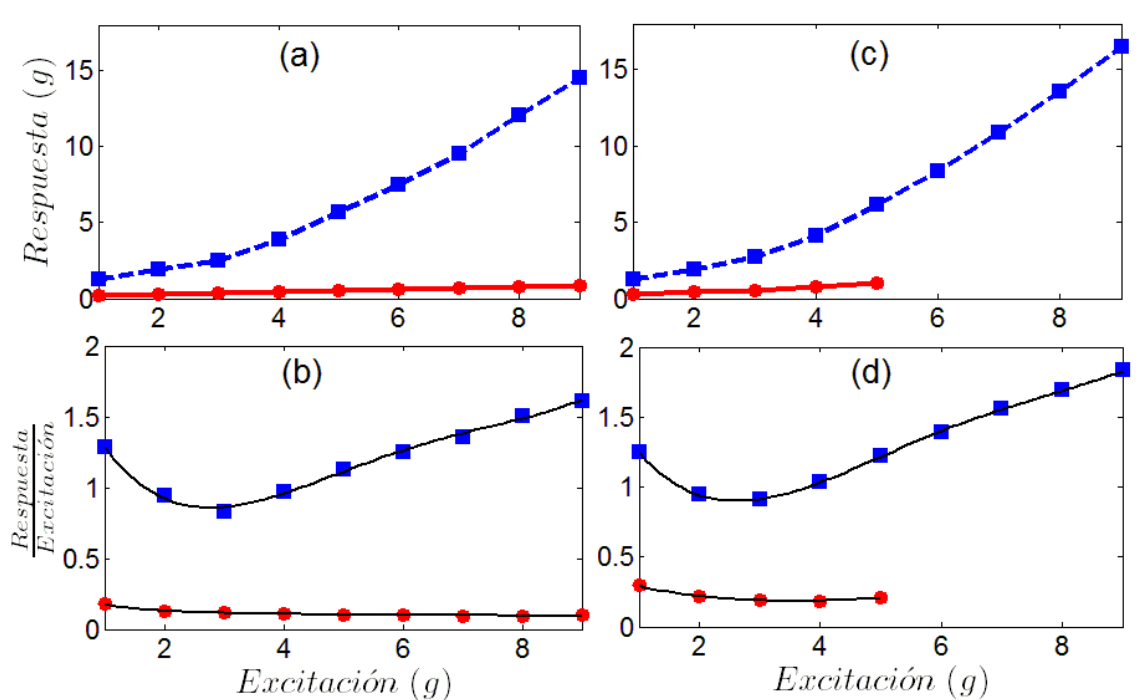


Figura 5.18. Respuesta al impacto, del Arreglo 3, para las cargas mostradas en la Tabla 5.1 (●a, ■b), en función de la amplitud de excitación, además de un ajuste de curvas — para cada caso: (a) respuesta absoluta al pulso de 15 ms, (b) respuesta normalizada al pulso de 15 ms, (c) respuesta absoluta al pulso de 20 ms, (d) respuesta normalizada al pulso de 20 ms.

5.5 Conclusiones

La respuesta al impacto y las propiedades de aislamiento vibratorio de los resortes de cable son razonablemente buenas considerando los valores del factor de amplificación. Se esperaba lograr un mejor aislamiento para la carga útil que

daba menor rigidez estática, pero se encontró que el aislamiento de vibraciones mejoraba para cargas útiles más altas. Esto significa que el resorte de cable que trabaja en la zona de endurecimiento, proporciona un mejor aislamiento al impacto. No obstante, después de una cierta carga cercana a la máxima deflexión estática permitida, no se encuentra ningún beneficio adicional en aislamiento de vibraciones. Los principales beneficios se observan en parámetros absolutos, es decir, máxima aceleración y desplazamiento sin ninguna ventaja visible en desplazamiento relativo, ya que se necesita para almacenar la energía de impacto. Una ventaja adicional de estos aislantes de vibraciones es que el amortiguamiento proporciona una rápida decadencia de las vibraciones residuales. Es importante observar que no fue posible realizar una comparación directa con un sistema lineal, ya que la rigidez en los resortes de cable cambia, al igual que la frecuencia natural. Como resultado, la razón de amplificación se presenta como una función de la duración absoluta del pulso en lugar de una relación de periodos.

El análisis del efecto de la amplitud de entrada proporciona información adicional sobre la respuesta al impacto. Una clara ventaja del resorte de cable no lineal, sobre un aislador lineal, es el aislamiento vibratorio mejorado para entradas de alta amplitud. El factor de amplificación disminuye a medida que la entrada incrementa su amplitud, mientras que para un sistema lineal este factor permanece constante cuando la entrada cambia.

El tipo de resorte del arreglo 1 es el que responde mejor bajo excitaciones de impacto, esto se debe al mayor espacio que tiene para soportar las deflexiones generadas impulsivamente, por lo tanto es capaz de almacenar una mayor cantidad de energía traduciéndose esto en un mejor aislamiento de los impactos. Además es importante señalar como factor limitante, que los resortes de los arreglos 2 y 3 no pudieron ser probados con la misma variedad de los casos de carga, debido a su mayor rigidez, ni tampoco para todos los valores de amplitud de entrada.

Capítulo 6.

Conclusiones finales y trabajo futuro

6.1 Conclusiones generales

Las vibraciones por impactos se caracterizan por ser de corta duración y alta amplitud, son comunes en aplicaciones militares, navales y aeroespaciales, y suelen tener efectos indeseables como ruido, fatiga, fallas potenciales, etc. Como principal resultado de esta investigación, se han demostrado experimentalmente que los aislantes de vibraciones a base de resortes de cables proporcionan un mejor aislamiento vibratorio para estos escenarios, y de manera teórica se ha expuesto la respuesta al impacto de sistemas con propiedades no lineales en amortiguamiento y rigidez, características de los resortes de cable.

Observando a detalle la teoría fundamental de vibraciones y amortiguamiento, se puede hacer conciencia sobre los problemas que provocan las vibraciones mecánicas en el adecuado funcionamiento de cualquier maquinaria y sobretodo en las aeronaves. La vibración impulsiva o impactos, puede llegar a ser muy severa, debido a los altos niveles de energía que introduce a los sistemas, esta vibración se presenta como turbulencias durante el vuelo y en el aterrizaje de aeronaves. La evaluación de un sistema particular de aislamiento de vibración por impacto puede ser implementado con el fin de reducir los efectos negativos. Sin embargo, la efectividad del aislamiento vibratorio generalmente viene con el costo de una deformación grande en el soporte, el cual requerirá de un espacio considerable para permitir un movimiento relativo grande. Por ello es importante tener un estudio completo de la respuesta al impacto y las propiedades de aislamiento vibratorio de resorte de cable.

El tipo de aislamiento de vibraciones, cuyo fin es reducir los niveles de vibración que se transmiten al sistema, más recurrido en las aeronaves es el aislamiento pasivo, donde los resortes de cable han ganado campo de aplicación. Se ha mencionado el efecto de la resonancia en sistemas aeronáuticos y cómo evitarla o aliviarla, junto con los aislantes de vibración generalmente utilizados en las aeronaves comerciales. El amortiguamiento, que representa el fenómeno de disipación de energía en un sistema mecánico, puede deberse a diversos mecanismos, como el de fluidos, el estructural y el interno. Dentro del amortiguamiento interno se encuentran la fricción seca y el viscoelástico, en este último, se pueden presentar los lazos de histéresis, cuya área interna representa el factor de pérdida η (amortiguamiento). El modelo semi-físico de Bouc-Wen ha sido ampliamente utilizado para representar sistemas con comportamiento histerético, como amortiguamiento estructural o sistemas con propiedades no lineales. Dependiendo de los parámetros asignados al modelo de Bouc-Wen, se pueden representar una gran variedad de lazos de histéresis.

Se realizó un análisis numérico con el fin de encontrar la respuesta de impacto para pulsos de excitación en el modelo de Bouc-Wen. Se consideraron diferentes

rangos de tiempo y amplitudes, además de estudiar diversos casos de los parámetros que definen la forma del lazo y por ende el tipo de no linealidad, ya sea endurecimiento o ablandamiento, y la cantidad de amortiguamiento. Se usaron diferentes enfoques para evaluar la respuesta, a saber el espectro de respuesta al impacto (SRS) considerando respuestas maximax, relativa y residual, y los parámetros de aceleración y desplazamiento absolutos, y desplazamiento relativo. En ambos enfoques se obtuvieron resultados que determinaron las diferencias de los sistemas con endurecimiento y ablandamiento, comparados con el caso lineal como referencia, encontrando que un sistema con comportamiento de endurecimiento, tiene un mejor aislamiento al impacto que uno con comportamiento de ablandamiento. El efecto de la amplitud de excitación, en las simulaciones con el modelo de Bouc-Wen demostró la respuesta no lineal del modelo, así al aumentar dicha amplitud, la razón salida-entrada decrece en sistemas con endurecimiento mientras que en los de ablandamiento tienen un comportamiento opuesto.

Con respecto al análisis experimental, los resultados bajo condiciones estáticas, la relación carga – deformación demostraron el comportamiento no lineal de los arreglos de resortes de cable, relaciones que no siguen la Ley de Hooke. Usando esta relación se realizó un ajuste de curvas del cual se calculó la rigidez en cada punto de deformación, observando una disminución progresiva hasta llegar a un punto mínimo, del cual, si se sigue el valor de deformación a la correspondiente gráfica de carga – deformación, se llega a la carga preferente para cada arreglo de resortes. Finalmente la rigidez se incrementa, mostrando otra zona, ahora de endurecimiento, para altas deformaciones.

Con las pruebas de histéresis realizadas a los arreglos de resortes, fue posible calcular el factor de pérdida para cada uno de los valores de excitación, que representa su amortiguamiento. En los arreglos de resortes, el amortiguamiento disminuye al aumentar la excitación, esto se debe a la pérdida de contacto entre las hebras de los resortes, lo cual disminuye la disipación de energía por fricción.

Por su parte, en las pruebas de respuesta al impacto se observan buenas propiedades de aislamiento en los arreglos de resortes de cable. Se esperaba lograr un mejor aislamiento para la carga útil que daba menor rigidez estática, pero se encontró que el aislamiento mejoraba para cargas útiles más altas, de manera que cuando el resorte de cable que trabaja en la zona de endurecimiento proporciona un mejor aislamiento al impacto. Sin embargo existe un límite de carga, por encima del cual ya no se consiguen mayores beneficios en el aislamiento. Esto muestra una concordancia con los resultados de las simulaciones para sistemas con parámetros de endurecimiento en el modelo de Bouc-Wen.

Para el análisis del comportamiento a excitaciones impulsivas se consideró el espectro de respuesta al impacto (SRS), que puede ser construido con la respuesta máxima, con la relativa o incluso con la residual para varias razones entre la duración del impacto y el periodo natural equivalente del sistema τ/T . También se consideraron tres parámetros importantes, para el diseño y selección de aisladores, como son la razón de la aceleración de impacto (SAR), la razón de desplazamiento de impacto (SDR) y la razón de desplazamiento relativo (RDR), graficados en función del factor de severidad λ , los cuales están relacionados a las fuerzas transmitidas a través del aislador y al espacio disponible para el montaje.

Una ventaja adicional de estos aisladores es que el amortiguamiento proporciona una rápida supresión de las vibraciones residuales. Es importante observar que no fue posible realizar una comparación directa con un sistema lineal, ya que la rigidez en los resortes de cable cambia, al igual que la frecuencia natural.

Se mencionan, a continuación, las principales conclusiones de esta tesis:

- Bajo condiciones estáticas, la relación carga – deformación mostró el comportamiento no lineal de los arreglos de resortes de cable con comportamiento de endurecimiento y baja rigidez alrededor de la mitad de la carrera de deformación.

- ☑ El modelo semi-físico de Bouc-Wen representa adecuadamente sistemas con comportamiento histerético, de ablandamiento y endurecimiento, en sistemas con propiedades no lineales.
- ☑ Con las simulaciones numéricas se demostró la respuesta no lineal del modelo de Bouc-Wen, además de que al aumentar la amplitud de excitación, la razón salida-entrada decrece en sistemas con endurecimiento mientras que en los de ablandamiento tienen un comportamiento opuesto.
- ☑ En resultados experimentales, el amortiguamiento disminuye al aumentar la excitación, esto se debe a la pérdida de contacto entre las hebras de los resortes, lo cual disminuye la disipación de energía por fricción.
- ☑ Un sistema con comportamiento de endurecimiento, tiene un mejor aislamiento al impacto que uno con comportamiento de ablandamiento, esto fue demostrado usando ambos enfoques del espectro de respuesta al impacto (SRS), el de las respuestas maximax, relativa y residual, y el de las respuestas SAR, SDR y RDR.
- ☑ Se demostró experimentalmente que el aislamiento mejora para cargas útiles más altas en la zona de endurecimiento de la rigidez sin embargo hay una carga límite para la cual ya no se logra mayor aislamiento.
- ☑ Se encontraron tendencias similares en los análisis teóricos y los prácticos (de la experimentación), para sistemas con parámetros de endurecimiento, en el modelo de Bouc-Wen, y los arreglos de resortes seleccionados.

6.2 Recomendaciones para trabajo futuro

Los resultados aquí expuestos serán útiles para el modelado y la predicción de la respuesta al impacto en aisladores no lineales, comúnmente utilizados en aislamiento de impactos, como son los resortes de cable.

Una tarea adicional sería considerar pulsos de mayor duración, dado que pulsos más largos causan desplazamientos fuera de los límites del sistema de prueba utilizado, de este tipo de pulsos no fue posible obtener suficiente información para

observar una tendencia válida en la variación de la respuesta. Se podrían probar otras configuraciones de carga, como cargas a corte o cargas transversales o torsionales (roll), para poder mejorar las comparaciones entre sistemas con ablandamiento y endurecimiento con el sistema lineal. Además, el modelado en elemento finito de los fenómenos de histéresis y la predicción teórica de la respuesta al impacto para una comparación directa del modelo y los resultados experimentales.

Estimar los parámetros α , β y γ que determinan el comportamiento del modelo de Bouc-Wen, mediante el uso de redes neuronales y/o cómputo evolutivo. Ya que al encontrar dichos parámetros, para condiciones particulares del resorte de cable, permitirá resolver, de manera teórica, su comportamiento bajo cargas de impacto. De hecho, se podría diseñar una estrategia sobre un control inteligente que resuelva la problemática del modelo altamente no lineal.

Se propone también desarrollar un prototipo experimental para optimizar las propiedades amortiguantes y elásticas, aquí estudiadas, y aplicarlo a un sistema de aislamiento vibratorio de alto rendimiento. Pudiendo probar la aplicación del modelo matemático en este prototipo de aislante basado en las características preferentes de amortiguamiento y rigidez, buscando un sistema más eficaz en el control de vibraciones e impactos.

Referencias

- [1] T. Irvine, «Vibrationdata,» 2009. [En línea]. Available: http://www.vibrationdata.com/tutorials2/avionics_iso.pdf. [Último acceso: 10 Noviembre 2016].
- [2] T. Irvine, «Vibrationdata, Shock & Vibration Software & Tutorials,» 22 Enero 2015. [En línea]. Available: <https://vibrationdata.wordpress.com/category/isolation/>. [Último acceso: 14 Noviembre 2016].
- [3] R. Bouc, "Forced vibration of mechanical systems with hysteresis," in *Proceedings of the Fourth Conference on Non-Linear Oscillation*, Prage, Czechoslovakia, 1967.
- [4] C. M. Harris and A. G. Piersol, *Harris' shock and vibration handbook*, 5 ed., Mc Graw Hill, 2002.
- [5] R. D. Mindlin, "Dynamics of package cushioning," *Bell Systems Journal*, no. 24, 1945.
- [6] G. G. Parfitt and J. C. Snowdon, "Incidence and prevention of damage due to mechanical shock," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 34, no. 4, pp. 462-468, 1962.
- [7] R. L. Eshleman and P. N. Rao, "Response of mechanical shock isolation elements to high rate input loading," 1969.

- [8] R. L. Eshleman, "Design of high performance shock isolation systems," 1970.
- [9] L. S. Jacobsen and R. S. Ayre, *Engineering Vibrations*, New York: McGraw-Hill, 1958.
- [10] J. C. Snowdon, "The choice of resilient materials for anti-vibration mountings," *British Journal of Applied Physics*, vol. 9, no. 12, pp. 461-469, 1958.
- [11] J. C. Snowdon, "Response of Nonlinear Shock Mountings to Transient Foundation Displacements," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 33, no. 10, pp. 1295-1304, 1961.
- [12] J. C. Snowdon, "Transient response of nonlinear isolation mounting to pulselike displacements," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 35, no. 3, pp. 389-396, 1963.
- [13] M. S. Hundal, "Impact absorber with linear spring and quadratic law damper," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 48, no. 22, pp. 189-193, 1976.
- [14] M. S. Hundal, "Passive pneumatic shock isolator: Analysis and design," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 84, no. 1, pp. 1-9, 1982.
- [15] M. S. Hundal, "Response of Pneumatic isolator to standard pulse shape," 1982.
- [16] M. S. Hundal, "Linear shock isolator: response to velocity pulse," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 2, no. 86, pp. 293-296, 1983.
- [17] M. S. Hundal and D. J. Fitzmorris, "Response of a symmetric self-damped pneumatic shock isolator to an acceleration pulse," 1985.
- [18] R. A. Ibrahim, "Recent advances in nonlinear passive vibration isolators," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 314, no. 3-5, p. 371-452, 2008.

- [19] S. E. Goyal, E. K. Buratynski and G. W. Elko, "Role of shock response spectrum in electronic product suspension design," *The International Journal of Microcircuits and Electronic Packaging*, vol. 23, no. 2, pp. 182-190, 2000.
- [20] C. Y. Zhou and T. X. Yu, "Analytical models for shock isolation of typical components in portable electronics," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 36, no. 12, p. 1377–1384, 2009.
- [21] A. Carrella, M. J. Brennan and T. P. Waters, "Optimization of a quasi-zero-stiffness isolator," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 21, no. 6, p. 946–949, 2007.
- [22] A. Carrella, M. J. Brennan and T. P. Waters, "Static analysis of a passive vibration isolator with quasi-zero-stiffness characteristic," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 301, no. 3-5, p. 678–689, 2007.
- [23] A. Carrella, M. J. Brennan, T. P. Waters and K. Shin, "On the design of a high-static-low-dynamic stiffness isolator using linear mechanical springs and magnets," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 315, no. 3, p. 712–720, 2008.
- [24] M. J. Brennan, I. Kovacic, A. Carrella and T. P. Waters, "On the jump-up and jump-down frequencies of the Duffing oscillator," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 318, no. 4-5, p. 1250–1261, 2008.
- [25] A. Carrella, M. J. Brennan, I. Kovacic and T. P. Waters, "On the force transmissibility of a vibration isolator with quasi-zero-stiffness," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 322, no. 4-5, p. 707–717, 2009.
- [26] A. Valeev, A. Zotov and S. Kharisov, "Designing of Compact Low Frequency Vibration Isolator with Quasi-Zero-Stiffness," *Journal of Low Frequency Noise Vibration and Active Control*, vol. 34, no. 4, p. 459–473, 2015.

- [27] L. Xingtian, H. Xiuchang and H. Hongxing, "Performance of a zero stiffness isolator under shock excitations," *Journal of Vibration and Control*, vol. 20, no. 14, p. 2090–2099, 2014.
- [28] B. Tang and M. J. Brennan, "On the shock performance of a nonlinear vibration isolator with high-static-low-dynamic-stiffness," *International Journal of Mechanical Sciences*, vol. 81, p. 207–214, 2014.
- [29] D. F. Ledezma-Ramirez, N. S. Ferguson, M. J. Brennan and B. Tang, "An experimental nonlinear low dynamic stiffness device for shock isolation," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 347, p. 1–13, 2015.
- [30] B. A. Fulcher, D. W. Shahan, M. R. Haberman, C. C. Seepersad and P. S. Wilson, "Analytical and Experimental Investigation of Buckled Beams as Negative Stiffness Elements for Passive Vibration and Shock Isolation Systems," *Journal of Vibration and Acoustics-Transactions of the ASME*, vol. 136, no. 3, 2014.
- [31] Y. Ma, M. He, W. Shen and G. Ren, "A planar shock isolation system with high-static-low-dynamic-stiffness characteristic based on cables," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 358, p. 267–284, 2015.
- [32] J. Wang, Z.-W. Wang, F. Duan and A.-J. Chen, "Dropping shock response of corrugated paperboard cushioning packaging system," *Journal of Vibration and Control*, vol. 19, no. 3, p. 336–340, 2013.
- [33] Y. Chen, Y. Wang and H.-X. Hua, "Performance of an elastic polymer foam cushion in attenuating responses of shipboard standing-men to ship vertical shock," *Journal of Vibration and Control*, vol. 19, no. 13, p. 1999–2012, 2013.
- [34] L. J. Zhang, C. M. Zhu, X. Shi and P. Zhang, "A novel shock isolator for heavy structure installation," *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part C: Journal of Mechanical Engineering Science*, vol. 224, no. 2, p. 283–292, 2010.

- [35] L.-Y. Lu, C.-C. Lin and G.-L. Lin, "Experimental evaluation of supplemental viscous damping for a sliding isolation system under pulse-like base excitations," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 332, no. 8, p. 1982–1999, 2013.
- [36] G. J. Stein and P. Múčka, "Study of simultaneous shock and vibration control by a fore-and-aft suspension system of a driver's seat," *International Journal of Industrial Ergonomics*, vol. 41, no. 5, p. 520–529, 2011.
- [37] D. I. Narkhede and R. Sinha, "Behavior of nonlinear fluid viscous dampers for control of shock vibrations," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, no. 1, p. 80–98, 2014.
- [38] M. Silveira, B. R. Pontes Jr. and J. M. Balthazar, "Use of nonlinear asymmetrical shock absorber to improve comfort on passenger vehicles," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 333, no. 7, p. 2114–2129, 2014.
- [39] F. Tyan, S.-H. Tu and J. Wu, "An investigation on Mathematical Models of Wire Rope Isolators," in *The 30th National Conference on Theoretical and Applied Mechanics*, Changhwa, Taiwan, 2006.
- [40] M. Ismail, F. Ikhouane and J. Rodellar, "The Hysteresis Bouc-Wen Model, a Survey," *Archives of Computational Methods in Engineering*, vol. 16, no. 2, p. 161–188, 2009.
- [41] H.-X. Wang, X.-S. Gong, F. Pan and X.-J. Dang, "Experimental Investigations on the Dynamic Behaviour of O-Type Wire-Cable Vibration Isolators," *Shock and Vibration*, 2015.
- [42] P. S. Balaji, L. Moussa, M. E. Rahman and L. T. Vuia, "Experimental investigation on the hysteresis behavior of the wire rope isolators," *Journal of Mechanical Science and Technology*, vol. 29, no. 4, p. 1527–1536, 2015.

- [43] P. S. Balaji, M. E. Rahman, L. Moussa and H. H. Lau, "Wire rope isolators for vibration isolation of equipment and structures – A review," in *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2015.
- [44] W. G. Molyneux, "Supports for vibration isolation," London, 1956.
- [45] M. A. Cutchins, J. E. J. Cochran, K. Kumar, N. G. Fitz-Coy and M. L. Tinker, "Initial Investigations into the damping characteristics of wire rope vibration isolators," 1987.
- [46] M. L. Tinker and M. A. Cutchins, "Damping phenomena in a wire rope vibration isolation system," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 157, no. 1, pp. 7-18, 1992.
- [47] G. F. Demetriades, M. C. Constantinou and A. M. Reinhorn, "Study of wire rope systems for seismic protection of equipment in buildings," *Engineering Structures*, vol. 15, no. 5, pp. 321-334, 1993.
- [48] K. Popp, "Non-smooth mechanical systems," *Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, vol. 64, no. 5, pp. 765-772, 2000.
- [49] R. Leenen, The modelling and identification of an hysteretic system, DCT 2002.7: Department of Mechanical Engineering - Eindhoven University of Technology, 2002.
- [50] W. Schwanen, "Modeling and Identification of the dynamic behavior of a wire rope spring," Master Thesis, Mechanical Engineering Faculty - University of Technology Eindhoven, 2004.
- [51] M. I. b. Ismail, Shock isolation systems incorporating Coulomb friction, PhD Thesis: Institute of Sound and Vibration Research - University of Southampton, 2012.

- [52] R. R. Gerges and B. J. Vickery, "Design of tuned mass dampers incorporating wire rope springs," *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, no. 91, pp. 1363-1385, 2003.
- [53] R. R. Gerges and B. J. Vickery, "Design of tuned mass dampers incorporating wire rope springs: Part I: Dynamic representation of wire rope springs," *Engineering Structures*, vol. 27, no. 5, p. 653–661, 2005.
- [54] R. R. Gerges and B. J. Vickery, "Design of tuned mass dampers incorporating wire rope springs: Part II: Simple design method," *Engineering Structures*, vol. 27, no. 5, p. 662–674, 2005.
- [55] L. Wang, L. Yang, D. Huang, Z. Zhang and G. Chen, "An impact dynamics analysis on a new crashworthy device against ship–bridge collision," *International Journal of Impact Engineering*, vol. 35, no. 8, pp. 895-904, 2008.
- [56] D. Hogeia and F. Bausic, "Vertical static tests of the wire rope isolators," 2005.
- [57] G. C. Foss, "Modal Damping Estimates from Static Load-Deflection Curves," Seattle, WA 98124, 2006.
- [58] R. L. Eshleman and P. N. Rao, "Response of mechanical shock isolation elements to high rate input loading," 1969.
- [59] C. A. Mercer and P. L. Rees, "An optimum shock isolator," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 18, no. 4, pp. 511-520, 1971.
- [60] J. C. Snowdon, "Incidence and prevention of damage due to mechanical shock," *The Journal of the Acoustical Society of America*, vol. 34, no. 4, pp. 462-468, 1962.

- [61] S.-H. Youn, Y.-S. Jang and J.-H. Han, "Pyroshock Isolation Performance Test using Wiremesh Isolators," *Journal of the Korean Society for Aeronautical & Space Sciences*, vol. 36, no. 9, p. 923–928, 2008.
- [62] M. Guzmán-Nieto, P. E. Tapia-González and D. F. Ledezma-Ramírez, "Low Frequency Experimental Analysis of Dry Friction Damping in Cable Isolators," *Journal of Low Frequency Noise, Vibration and Active Control*, vol. 34, no. 4, p. 513–524, 2015.
- [63] C. W. De Silva, *Vibration, fundamentals and practice*, CRC Press, 1999.
- [64] C. W. De Silva, *Vibration and Shock Handbook*, Taylor & Francis Group, 2005.
- [65] «lord.com,» [En línea]. Available: <http://www.lord.com/products-and-solutions/vibration-and-motion-control>.
- [66] «Rathbun Associates,» [En línea]. Available: <https://www.rathbun.com/c-26-e-a-r.aspx>.
- [67] S. S. Rao, *Mechanical Vibrations*, Prentice Hall, 2011.
- [68] S. Braun, D. Ewins and S. S. Rao, *Encyclopedia of Vibration*, Academic Press, 2002.
- [69] Y.-K. Wen, "Method for random vibration of hysteretic systems," *Journal of the Engineering Mechanics Division*, vol. 102, no. 2, pp. 249-243, 1976.
- [70] A. Charalampakis and V. Koumoussis, "Identification of Bouc-Wen hysteretic system by a hybrid evolutionary algorithm," *Journal of Sound and Vibration*, vol. 314, no. 3, pp. 571-585, 2008.
- [71] «Enidine,» [En línea]. Available: <http://www.enidine-aviation.com/Products/Wire-Rope-Isolators/>.

- [72] T. Irvine, «vibrationdata,» [En línea]. Available: <http://www.vibrationdata.com/>. [Último acceso: 27 Marzo 2017].
- [73] «Shock and Vibration Components,» [En línea]. Available: www.vibrationmounts.com. [Último acceso: 12 12 2016].

Apéndice 1

Código para la obtención de las respuestas maximax, relativa y residual.

El código mostrado en este apéndice fue desarrollado en el programa de análisis numérico (MATLAB). Para ello fue necesario determinar las ecuaciones diferenciales que se utilizan para el cálculo de las respuestas. El código tiene como salida las gráficas de respuesta maximax, relativa y residual.

```
% Ecuación diferencial de movimiento para un pulso de medio seno
function dx = EQDhalfsine(t,x)
global wn z tau
% Ecuaciones de estado
x1 = x(1);
x2 = x(2);
dx1=x2;
dx2=- (2*z*wn) *x2-x1*(wn^2)+sin(pi*t/tau)*(wn^2);
dx=[dx1;dx2];
```

```
% Ecuación diferencial de movimiento para vibración libre
function dx = EQDfree(t,x)
global wn z
% Ecuaciones de estado
x1 = x(1);
x2 = x(2);
dx1=x2;
dx2=- (2*z*wn) *x2-x1*(wn^2);
dx=[dx1;dx2];
```

```

% Código para la obtención del SRS maximax, relativo y residual para un
sistema de 1 grado de libertad.
% Declarar variables globales.
global wn z tp tau n
% Propiedades del sistema.
wn=0;z=0.0;n=2*z;tau=1;tp=1;
% Inicializar variables.
j=1;ratio=0;
% Crear un ciclo para cambiar los valores de la frecuencia natural.
for i = 0.1:.5:30
    wn=i;T=(2*pi)./wn;
    ratio(j)=1/T;
    % Encontrar la respuesta en el tiempo durante la excitación.
    [t,x]=ode45(@EQDhalfsine,[0 1],[0;0]);
    % Generar el pulso.
    hs=sin(pi*t/tau);
    % obtener las nuevas condiciones iniciales.
    a=length(x);
    IC=[x(a,1);x(a,2)];
    % Encontrar la respuesta después de la excitación.
    [t2,x2]=ode45(@EQDfree,[1 20],IC);
    % Generar el pulso.
    hs=sin(pi*t/tau);
    % Obtener la respuesta relativa.
    rel=x(:,1)-hs;
    % Encontrar la respuesta relativa.
    a=max(real(abs(rel)));
    b=max(real(abs(x2(:,1))));
    if a>b
        RELmaximax(j)=a;
    else
        RELmaximax(j)=b;
    end
    % Encontrar la respuesta maximax.
    a=max(abs(x(:,1)));
    b=max(abs(x2(:,1)));
    if a>b
        maximax(j)=a;
    else
        maximax(j)=b;
    end
    % Encontrar la respuesta residual.
    residual(j)=b;
    j=j+1;
end
figure;hold on;
plot(ratio,maximax./tp,'k','LineWidth',2);
hold on;
plot(ratio,residual./tp,'r','LineWidth',2);
plot(ratio,RELmaximax./tp,'b','LineWidth',2);
grid on
title('Shock Response Spectra to Half Sine Input')
xlabel('Period Ratio')
ylabel('Normalised Response')

```

Código para la obtención de las respuestas SAR, SDR y RDR.

El código mostrado en este apéndice fue desarrollado en el programa de análisis numérico (MATLAB). Para ello fue necesario determinar las ecuaciones diferenciales que se utilizan para el cálculo de las respuestas. El código tiene como salida las gráficas de respuesta SAR, SDR y RDR.

```
% Ecuación diferencial de movimiento para un pulso de medio seno.
function dx = EQDhalfsine(t,x)
global wn z tau tp
% Ecuaciones de estado.
x1 = x(1);
x2 = x(2);
dx1=x2;
dx2=- (2*z*wn)*x2-x1*(wn^2)+(tp/2*(1-cos((2*pi*t/tau))))*wn^2;
dx=[dx1;dx2];
```

```
% Ecuación diferencial de movimiento para vibración libre.
function dx = EQDfree(t,x)
global wn z
% Ecuaciones de estado.
x1 = x(1);
x2 = x(2);
dx1=x2;
dx2=- (2*z*wn)*x2-x1*(wn^2);
dx=[dx1;dx2];
```



```

% Código para la obtención de las respuestas SAR, SDR y RDR de un
sistema MKC.
% Declarar variables globales.
clear all
global wn z tp tau mu
% Propiedades del sistema.
hold on
wn=1;
z=0.0;
tp=5;
tau=1;
mu=0.2;
% Inicializar variables.
j=1;
g=logspace(-1,2,300)';
% Crear un ciclo para cambiar los valores de duración del pulso.
for i = 0:1:1:299
    beta=g(j);
    tau=pi/(beta*wn);
    % Encontrar la respuesta en el tiempo durante la excitación.
    [t,x]=ode45(@EQDhalfsine,[0 tau],[0;0]);
    % Generar el pulso.
    hs=(tp/2*(1-cos((2*pi*t/tau))))*wn^2;
    % obtener las nuevas condiciones iniciales.
    a=length(x);
    IC=[x(a,1);x(a,2)];
    % Encontrar la respuesta después de la excitación.
    [t2,x2]=ode45(@EQDfree,[tau tau+20],IC);
    % Obtener la respuesta SAR.
    a=max(abs(x(:,1)));
    b=max(abs(x2(:,1)));
    if a>b
        maxn(j)=a;
    else
        maxn(j)=b;
    end
    % Obtener la respuesta SDR y RDR.
    rel=x(:,1)-hs;
    relmax(j)=max(abs(rel));
    ace(j)=maxn(j)./(pi/tau)^2;
    accel1=-(2*z*wn)*x(:,2)-x(:,1)*(wn^2)+(tp/2*(1-
    cos((2*pi*t/tau))))*wn^2;
    acc(j)=max(abs(accel1));
    j=j+1;
end
figure(1);hold on;
    semilogx(g,(maxn'),'k');
    semilogx(g,(relmax'),'r');
figure(2);
    loglog(g,(acc')./tp,'r')

```

Código para la obtención de las gráficas de Transmisibilidad.

El código mostrado en este apéndice fue desarrollado en el programa de análisis numérico (MATLAB). El código tiene como salida la gráfica de transmisibilidad de sistema m, k, c con los parámetros ahí especificados.

```
% Código para graficar la transmisibilidad de un Sistema de un grado de
libertad, amortiguamiento viscoso y excitación armónica.
% Propiedades del sistema.
k=1000;
m=100;
z=01.;
% Definir el vector de frecuencia.
w=[0:0.01:10];
wn=1;
% Calcular FRF.
R=(1+1i.*2.*z.*(w./wn))./(1-(w./wn).^2+1i.*2.*z.*(w./wn));
% Graficar FRF
hold on;
plot(w,abs(R),'r');
```

Código para la obtención de los lazos de histéresis basados en el modelo de Bouc Wen.

El código mostrado en este apéndice fue desarrollado en el programa de análisis numérico (MATLAB). Para ello fue necesario determinar la ecuación diferencial del modelo de Bouc Wen para el cálculo del lazo de histéresis. El código tiene como salida las gráficas del lazo y la historia en tiempo de la fuerza y el desplazamiento simulados.

```
% Ecuación diferencial de movimiento del modelo de Bouc Wen para un
pulso de medio seno.
function dx = EQDbouc(t,x)
global w wn z A B g a b n
% Ecuaciones de estado.
x1 = x(1);
x2 = x(2);
x3 = x(3);

dx1=x2;
dx2=- (2*z*wn)*x2-x1*g*(wn^2) - (1-g)*w^2*x3+B*sin(w*t);
dx3=[A*x2-a*abs(x2)*x3*abs(x3)^(n-1)-b*x2*abs(x3)^n];
dx=[dx1;dx2;dx3];

% Solución del modelo de Bouc Wen bajo excitación armónica para la
generación de lazos de histéresis.
% Declarar variables globales.
global w wn z A B g a b n
% Propiedades del sistema.
z=0.05;w=1;wn=1;A=1;B=1;g=0.5;a=0.5;b=-0.5;n=1;
% Encontrar la respuesta en el tiempo durante la excitación.
[t,x]=ode15s(@EQDbouc,[0 50],[0;0;0]);
figure;
hold on
plot(x(:,1),x(:,3));
figure
plot(t,x(:,1));
hold on
plot(t,x(:,3),'r');
```

Código para la obtención de las respuestas maximax, relativa y residual basado en el modelo de Bouc Wen.

El código mostrado en este apéndice fue desarrollado en el programa de análisis numérico (MATLAB). Para ello fue necesario determinar las ecuaciones diferenciales que se utilizan para el cálculo de las respuestas. El código tiene como salida las gráficas de respuesta maximax, relativa y residual.

```
% Ecuación diferencial de movimiento del modelo de Bouc Wen para un pulso de medio seno.
```

```
function dx = EQDbouc_hs(t,x)
global wn z A g a b n tau tp
% Ecuaciones de estado.
dx=zeros(3,1);
x1 = x(1);
x2 = x(2);
x3 = x(3);
dx1=x2;
dx2=-(2*z*wn)*x2-x1*g*(wn^2)-(1-g)*wn^2*x3+(tp/2*(1-cos((2*pi*t/tau))))*wn^2;
dx3=[A*x2-a*abs(x2)*x3*abs(x3)^(n-1)-b*x2*abs(x3)^n];
dx=[dx1;dx2;dx3];
```

```
% Ecuación diferencial de movimiento del modelo de Bouc Wen para vibración libre.
```

```
function dx = EQDbouc_free(t,x)
global w wn z A B g a b n
% Ecuaciones de estado.
x1 = x(1);
x2 = x(2);
x3 = x(3);
dx1=x2;
dx2=-(2*z*wn)*x2-x1*g*(wn^2)-(1-g)*wn^2*x3;
dx3=[A*x2-a*abs(x2)*x3*abs(x3)^(n-1)-b*x2*abs(x3)^n];
dx=[dx1;dx2;dx3];
```

```

% Código para la obtención del SRS maximax, relativo y residual con el
modelo de Bouc Wen para un sistema de 1 grado de libertad.
% Declarar variables globales.
clear all
global wn z A g a b n tau tp
% Propiedades del sistema.
z=0.05;w=1;wn=1;A=1;B=1;g=1;a=0.5;b=0.5;n=1;tau=1;tp=1;
% Inicializar variables.
j=1;
gg=logspace(-1,2,300)';
% Crear un ciclo para cambiar los valores de duración del pulso.
for i = 0:1:1:299
    beta=gg(j);
    wn=pi/(beta*tau);
    % Encontrar la respuesta en el tiempo durante la excitación.
    [t,x]=ode45(@EQDbouc_hs,[0 tau],[0;0;0]);
    % Generar el pulso.
    hs=tp*sin(pi*t/tau);
    % obtener las nuevas condiciones iniciales.
    ac=length(x);
    IC=[x(ac,1);x(ac,2);x(ac,3)];
    % Encontrar la respuesta después de la excitación.
    [t2,x2]=ode45(@EQDbouc_free,[tau tau+10],IC);
    % Obtener la respuesta maximax.
    aa=max(abs(x(:,1)));
    bb=max(abs(x2(:,1)));
    if aa>bb
        maxn(j)=aa;
    else
        maxn(j)=bb;
    end
    % Obtener la respuesta relativa y residual.
    rel=x(:,1)-hs;
    relmax(j)=max(abs(rel));
    accell1= -(2*z*wn)*x(:,2)-x(:,1)*g*(wn^2)-(1-
g)*wn^2*x(:,3)+(tp/2*(1-cos((2*pi*t/tau))))*wn^2;
    acc(j)=max(abs(acell1));
    j=j+1;
end
% Graficar los parámetros normalizados.
figure(1);semilogx(gg,(maxn') ./tp, 'g');hold on;
semilogx(gg,(relmax') ./tp, 'r');
figure(2);loglog(gg,(acc') ./tp, 'k')
% Graficar los parámetros originales (sin normalizar).
figure(3);semilogx(gg,(maxn'), 'g');hold on;
semilogx(gg,(relmax'), 'r');
figure(4);loglog(gg,(acc'), 'k')

```

Código para la obtención de las respuestas SAR, SDR y RDR basado en el modelo de Bouc Wen.

El código mostrado en este apéndice fue desarrollado en el programa de análisis numérico (MATLAB). Para ello fue necesario determinar las ecuaciones diferenciales que se utilizan para el cálculo de las respuestas. El código tiene como salida las gráficas de respuesta SAR, SDR y RDR.

```
% Ecuación diferencial de movimiento del modelo de Bouc Wen para un pulso de medio seno.
```

```
function dx = EQDbouc_hs(t,x)
global wn z A g a b n tau tp
% Ecuaciones de estado.
dx=zeros(3,1);
x1 = x(1);
x2 = x(2);
x3 = x(3);
dx1=x2;
dx2=-(2*z*wn)*x2-x1*g*(wn^2)-(1-g)*wn^2*x3+(tp/2*(1-cos((2*pi*t/tau))))*wn^2;
dx3=[A*x2-a*abs(x2)*x3*abs(x3)^(n-1)-b*x2*abs(x3)^n];
dx=[dx1;dx2;dx3];
```

```
% Ecuación diferencial de movimiento del modelo de Bouc Wen para vibración libre.
```

```
function dx = EQDbouc_free(t,x)
global w wn z A B g a b n
% Ecuaciones de estado.
x1 = x(1);
x2 = x(2);
x3 = x(3);
dx1=x2;
dx2=-(2*z*wn)*x2-x1*g*(wn^2)-(1-g)*wn^2*x3;
dx3=[A*x2-a*abs(x2)*x3*abs(x3)^(n-1)-b*x2*abs(x3)^n];
dx=[dx1;dx2;dx3];
```

```

% Código para la obtención de las respuestas SAR, SDR y RDR con el
modelo de Bouc Wen de un sistema MKC.
% Declarar variables globales.
global wn z A g a b n tau tp
% Propiedades del sistema.
z=0.05;w=1;wn=1;A=1;B=1;g=0.5;a=1;b=0;n=1;tau=1;tp=10;
% Inicializar variables.
j=1;
gg=logspace(-1,2,300)';
% Crear un ciclo para cambiar los valores de duración del pulso.
for i = 0:1:1:299
    beta=gg(j);
    wn=pi/(beta*tau);
    % Encontrar la respuesta en el tiempo durante la excitación.
    [t,x]=ode45(@EQDbouc_hs,[0 tau],[0;0;0]);
    % Generar el pulso.
    hs=(tp/2*(1-cos((2*pi*t/tau))));
    % Obtener las nuevas condiciones iniciales.
    ac=length(x);
    IC=[x(ac,1);x(ac,2);x(ac,3)];
    % Encontrar la respuesta después de la excitación.
    [t2,x2]=ode45(@EQDbouc_free,[tau tau+10],IC);
    % Obtener la respuesta SAR.
    aa=max(abs(x(:,1)));
    bb=max(abs(x2(:,1)));
    if aa>bb
        maxn(j)=aa;
    else
        maxn(j)=bb;
    end
    % Obtener la respuesta SDR y RDR.
    rel=x(:,1)-hs;
    relmax(j)=max(abs(rel));
    accell1= -(2*z*wn)*x(:,2)-x(:,1)*g*(wn^2)-(1-
g)*wn^2*x(:,3)+(tp/2*(1-cos((2*pi*t/tau)))*wn^2;
    acc(j)=max(abs(acell1));
    j=j+1;
end
% Graficar los parámetros normalizados.
figure(1);
semilogx(gg,(maxn') ./tp,'g');hold on;
semilogx(gg,(relmax') ./tp,'r');
figure(2);
loglog(gg,(acc') ./tp,'r');
% Graficar los parámetros originales (sin normalizar).
figure(3);
semilogx(gg,(maxn'), 'g'); hold on;
semilogx(gg,(relmax'),'r');
figure(4);
loglog(gg,(acc'),'k');

```

Apéndice 2

Características de la respuesta en frecuencia de un sistema no lineal.

Una de las diferencias más fundamentales entre los sistemas lineales y no lineales es la dependencia de la frecuencia de resonancia en el nivel de la respuesta. Alternativamente, esto puede ser visto como una dependencia de la magnitud de la excitación, ya que, normalmente, a medida que aumenta el nivel de la excitación, aumenta el nivel de la respuesta [68]. Este comportamiento está representado en la Figura A2.1.

La Figura A2.1 (a) muestra una respuesta lineal típica de un sistema de un grado de libertad donde la respuesta de estado estable, aumenta linealmente con el nivel de la fuerza F . La frecuencia de resonancia ω_r , es esencialmente independiente de F y está muy cerca de la frecuencia natural ω_n . En contraste, la Figura A2.1 (b) muestra cómo un sistema típico no lineal podría responder. Para este ejemplo se muestra una no linealidad de endurecimiento, la descripción de endurecimiento se refiere a la expresión de rigidez que aumenta o se endurece a medida que aumenta la amplitud. Esto conduce a un aumento en la frecuencia natural a medida que aumenta de respuesta. Dependiendo del nivel de la fuerza, la respuesta máxima se produce a diferentes frecuencias forzadas, es decir, la frecuencia de resonancia se convierte en una función del nivel de la respuesta. Este tipo de comportamiento da lugar a una gran cantidad de problemas durante las pruebas en sistemas no lineales [68].

En los sistemas lineales, las soluciones son únicas, es decir, dado un cierto sistema que se describe por las ecuaciones diferenciales lineales, entonces el

conjunto solución debido a un término de entrada dado es único. Sin embargo, en sistemas no lineales se vuelve a dibujar para un sólo nivel, constante de fuerza, esto se muestra en la Figura A2.1 (c), para cualquier valor de razón de frecuencias forzadas ω , de forma que la $\omega_a < \omega < \omega_b$, hay tres posibles respuestas de estado estable. La que se adopte, depende de la relación de fase entre la respuesta y la fuerza. Alternativamente, esto puede ser visto como una dependencia de las condiciones iniciales del problema. Además, la solución intermedia (que se muestra como una línea discontinua en la Figura A2.1 (c)) es inestable y no se puede observar en la práctica. Los sistemas no lineales son inherentemente difíciles de probar así como de interpretar correctamente sus resultados [68].

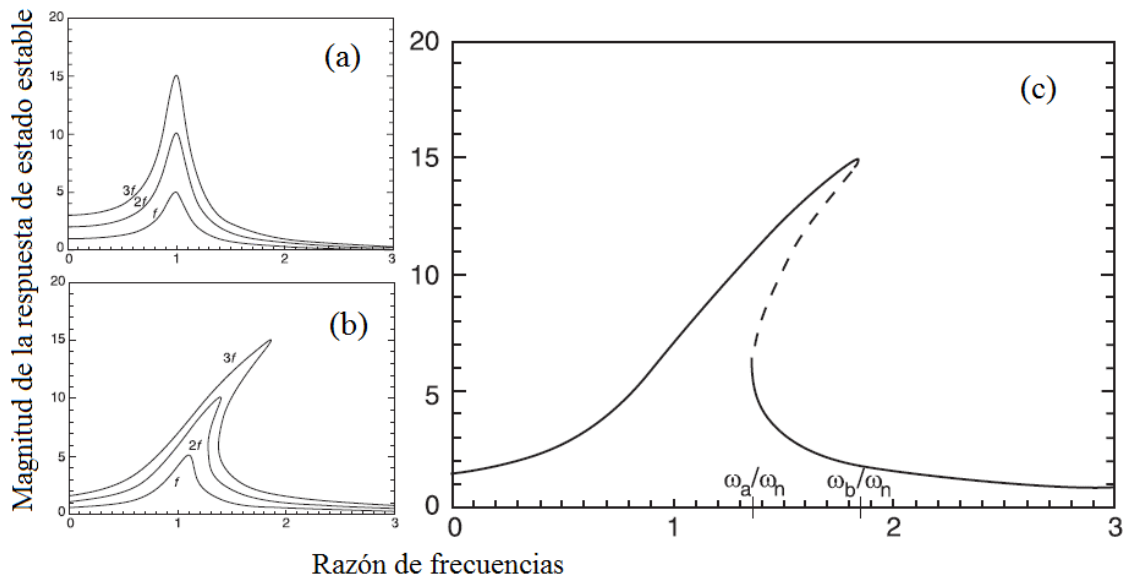


Figura A2.1. Respuesta en estado estable en función de la razón de frecuencias de un sistema (a) lineal, (b) no lineal de endurecimiento a diferentes magnitudes de fuerza de excitación, (c) posibles respuesta de un sistema no lineal con endurecimiento, a un nivel particular de fuerza (— zona estable, - - - zona inestable).

En la Figura A2.2 se pueden ver ejemplos de la respuesta en resonancia de un sistema con ablandamiento (a), en el cual se observa una particular inclinación hacia la izquierda cuando la respuesta aumenta, de igual manera se puede observar la respuesta para un sistema con endurecimiento (b), la cual al aumentar se inclina hacia la izquierda.

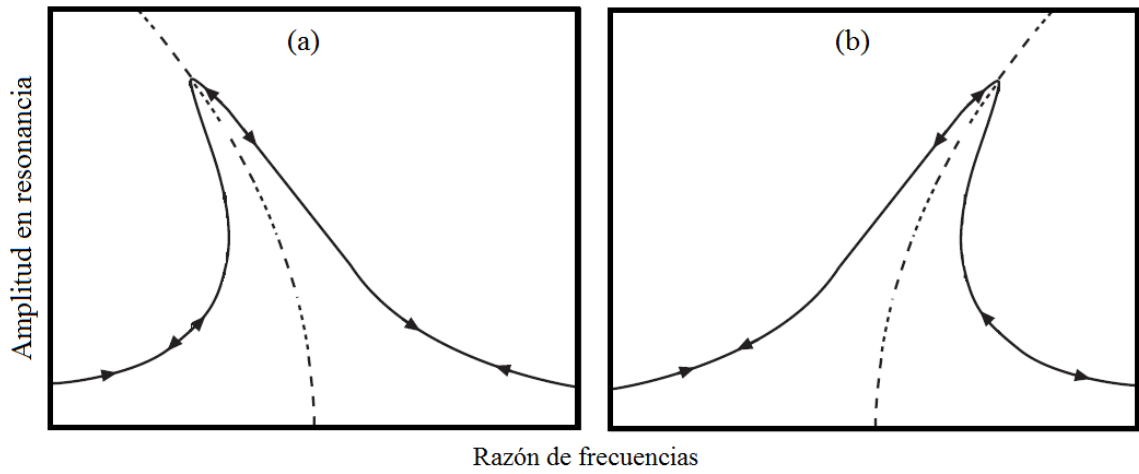


Figura A2.2. Respuesta en resonancia, en función de la razón de frecuencias, para sistemas no lineales con (a) ablandamiento y (b) endurecimiento.

Apéndice 3

Resultados de caracterización estática para los siete resortes.

En la caracterización estática se registraron las curvas de fuerza – deformación, directamente del programa utilizado por la máquina de pruebas mecánicas. Los resultados de las pruebas a los siete resortes se muestran a continuación, mientras que en la Tabla A3.1 se resumen los valores de carga y deflexión máximos para cada uno de los 7 resortes. De igual manera se incluyen las curvas rigidez – deformación, obtenidas después del correspondiente ajuste de curvas en cada una de las gráficas de fuerza – deformación. También en la Tabla A3.1 se incluyen los valores de mínima rigidez para cada resorte de cable.

Tabla A3.1. Detalles de los siete resortes probados originalmente y resultados generales de las pruebas estáticas realizadas en ellos.

Resorte	Fabricante	Carga máxima (N)	Deflexión máxima (m)	Rigidez mínima (N/m)
CR1-400	Enidine	5.210	0.0185	147.9
CR4-400	Enidine	36.239	0.0580	422
V10Z69-0937290	Adv. Antivib. Comp.	44.999	0.0299	986.6
V10Z70-0625150	Adv. Antivib. Comp.	84.209	0.0216	1,598
WR-280010D	Enidine	74.749	0.0210	1,179
WR-380010D	Enidine	238.442	0.0227	4,708
V10Z70-1250230	Adv. Antivib. Comp.	394.943	0.0335	6,280

Resorte CR1-400.

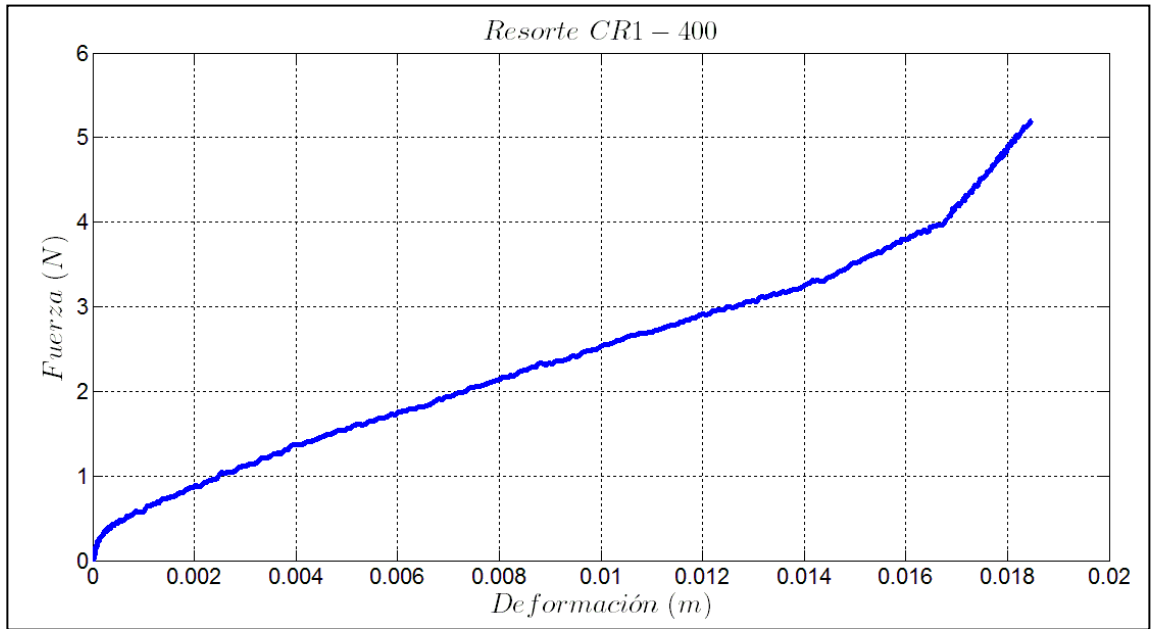


Figura A3.1. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte CR1-400.

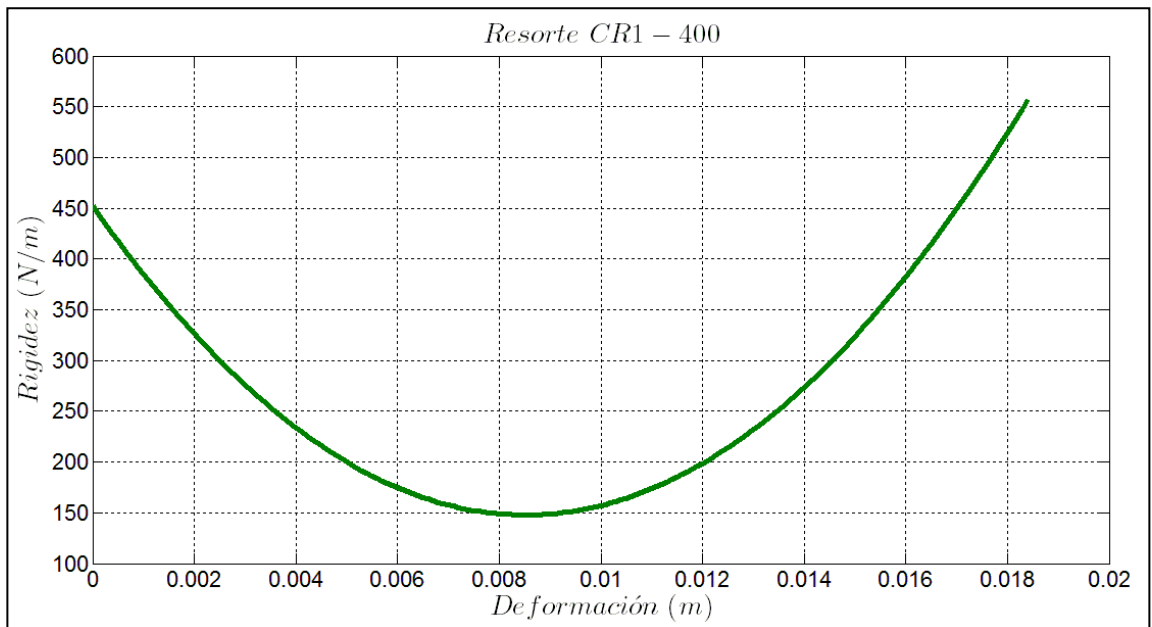


Figura A3.2. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte CR1-400.

Resorte CR4-400.

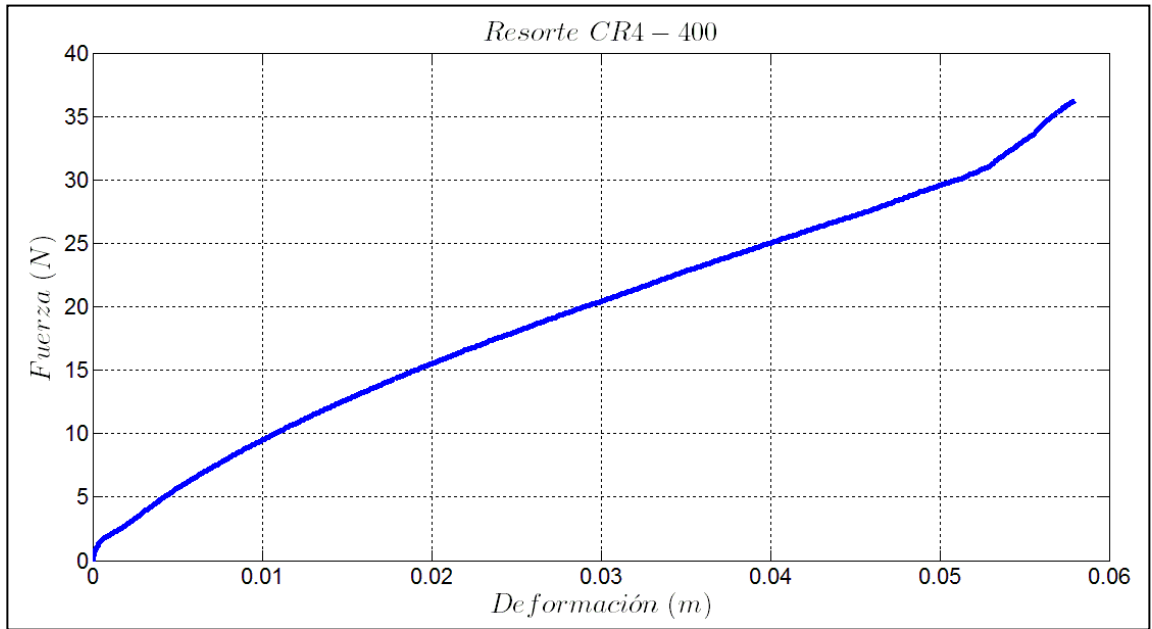


Figura A3.3. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte CR4-400.

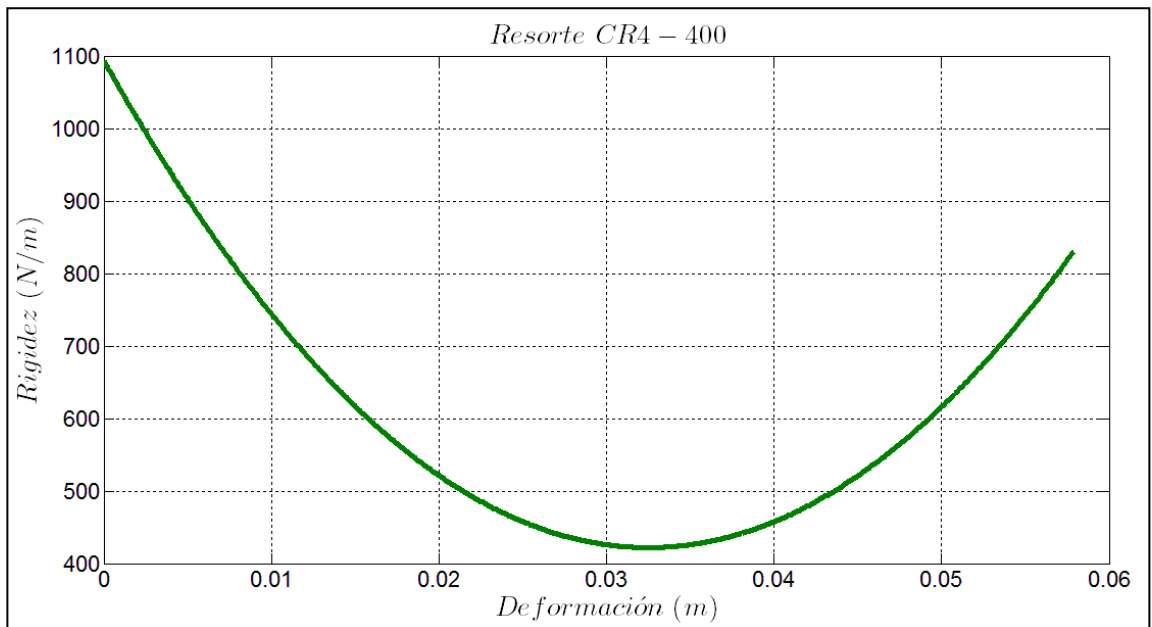


Figura A3.4. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte CR4-400.

Resorte V10Z69-0937290.

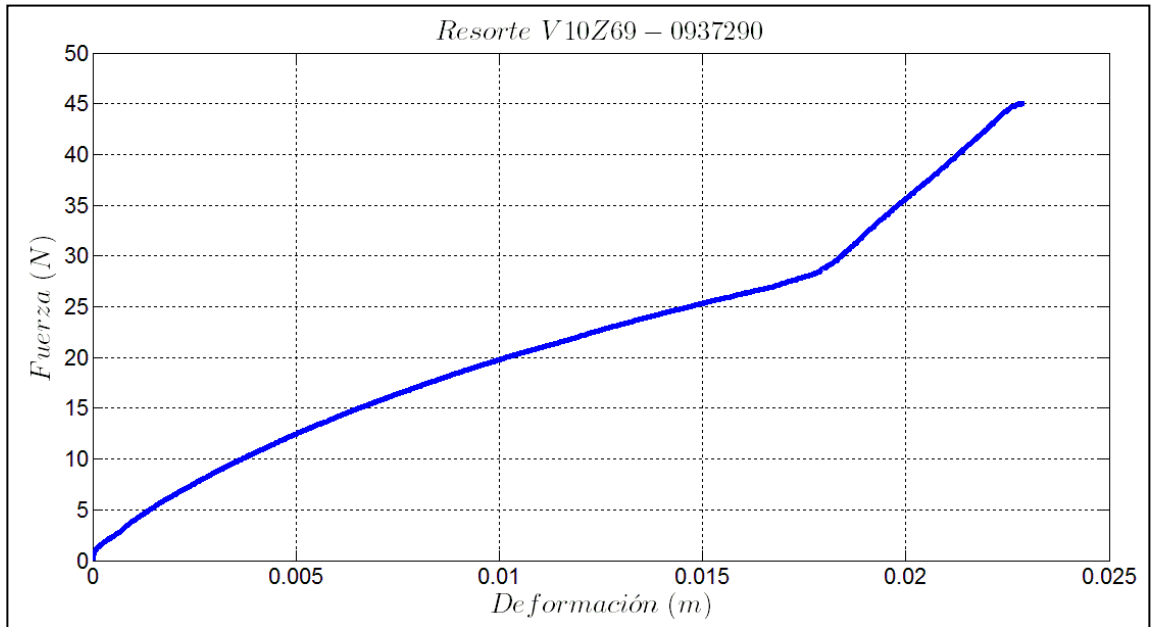


Figura A3.5. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte V10Z69-0937290.

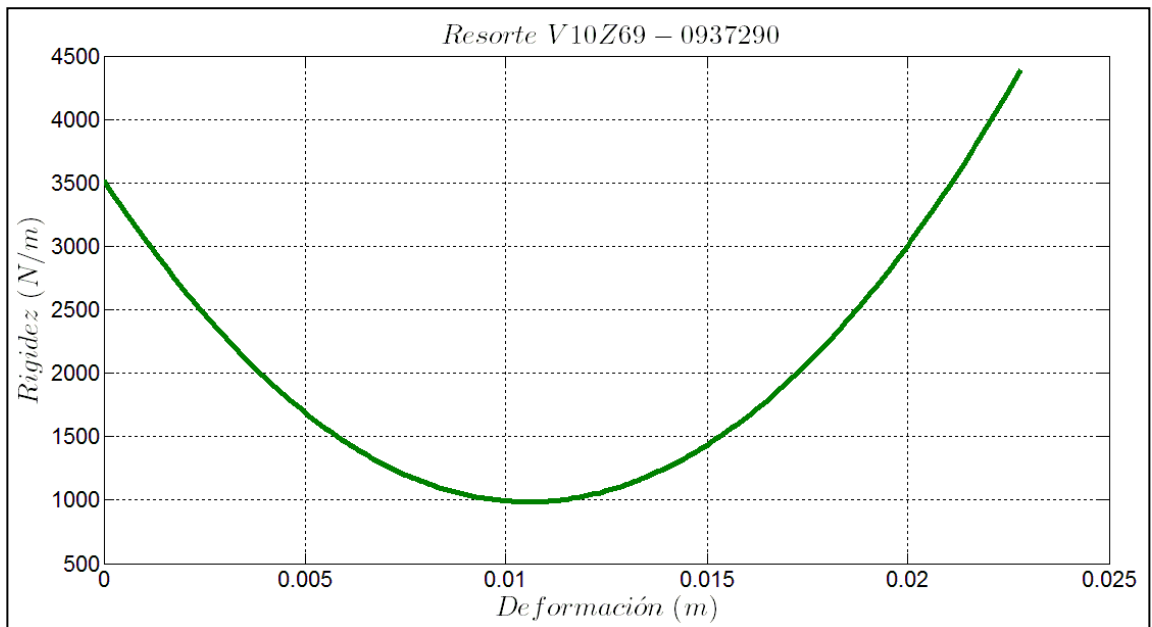


Figura A3.6. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte V10Z69-0937290.

Resorte V10Z70-0625150.

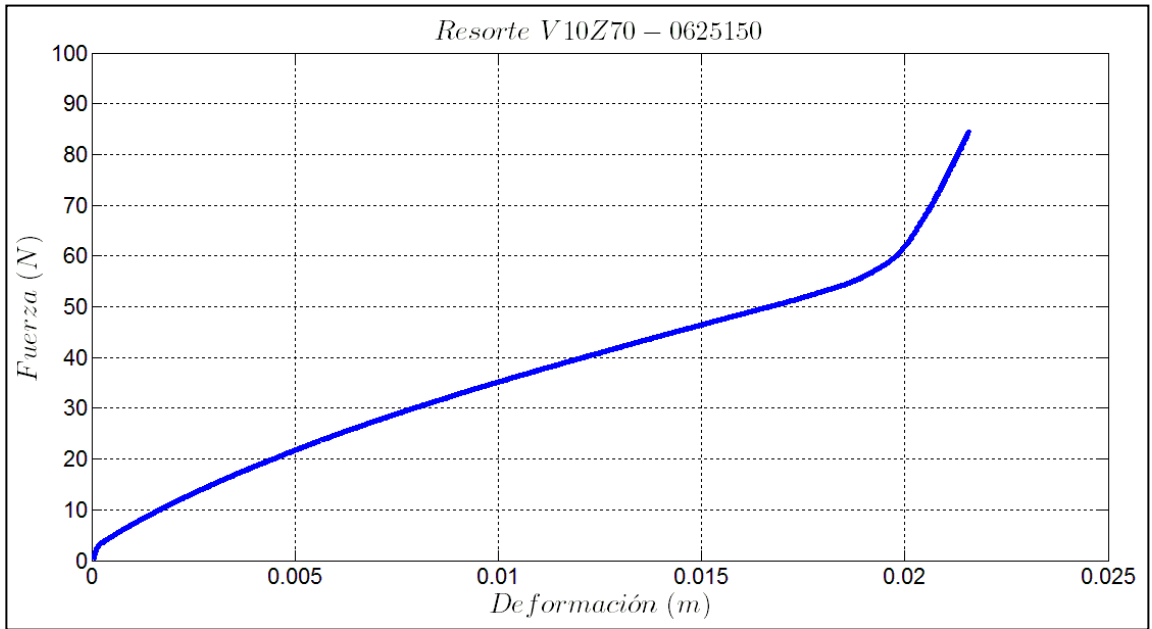


Figura A3.7. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte V10Z70-0625150.

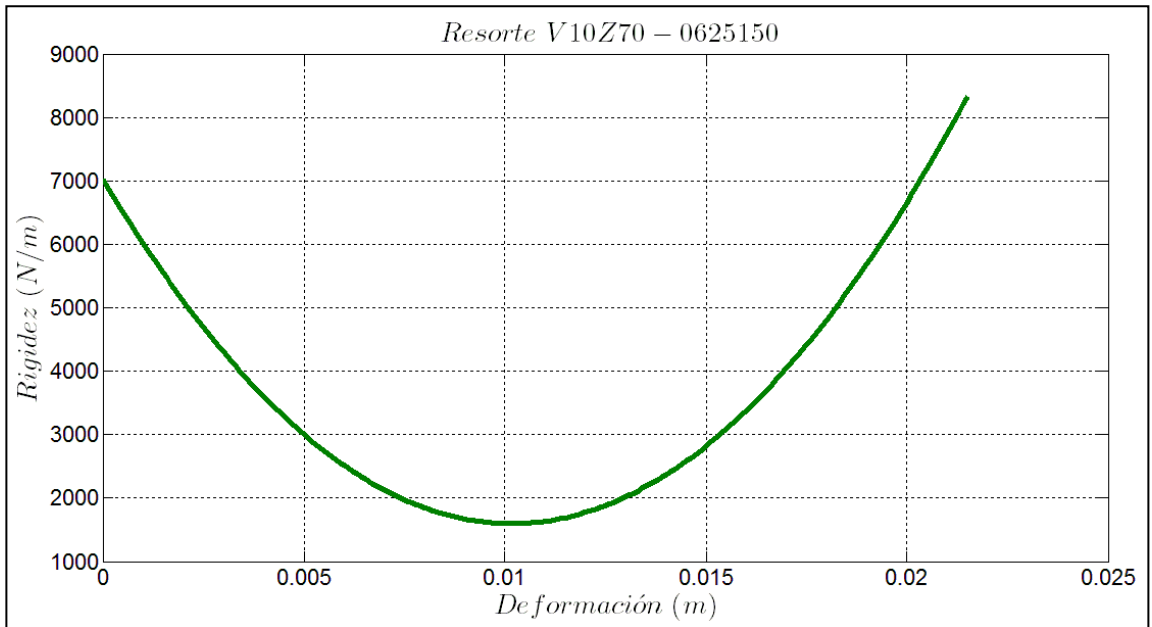


Figura A3.8. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte V10Z70-0625150.

Resorte WR-280010D.

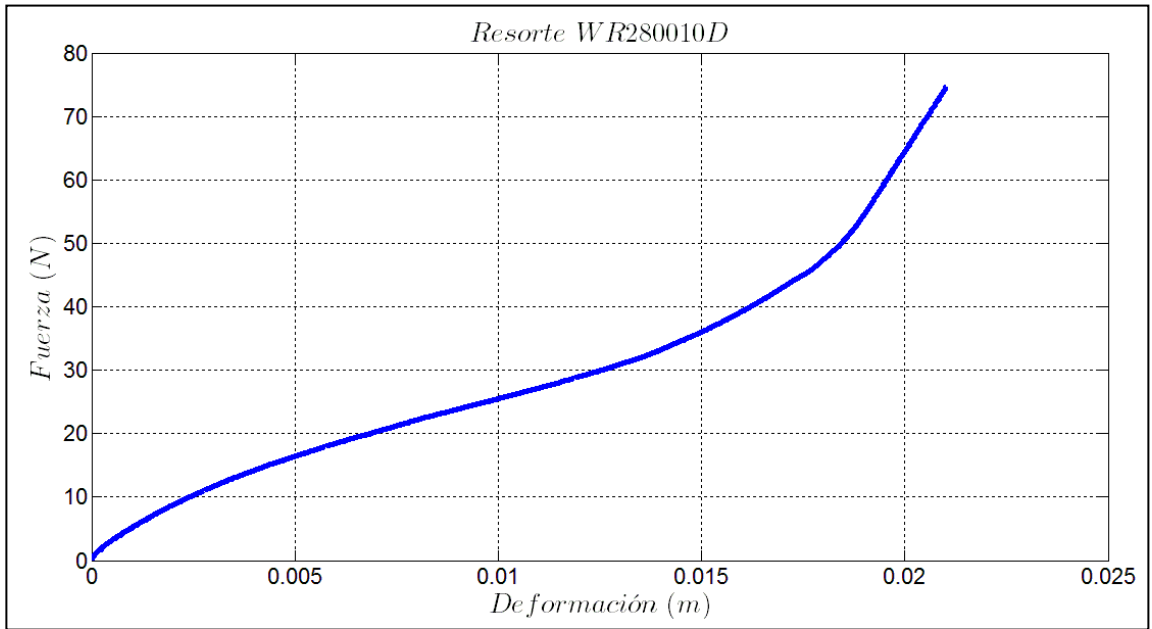


Figura A3.9. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte WR-280010D.

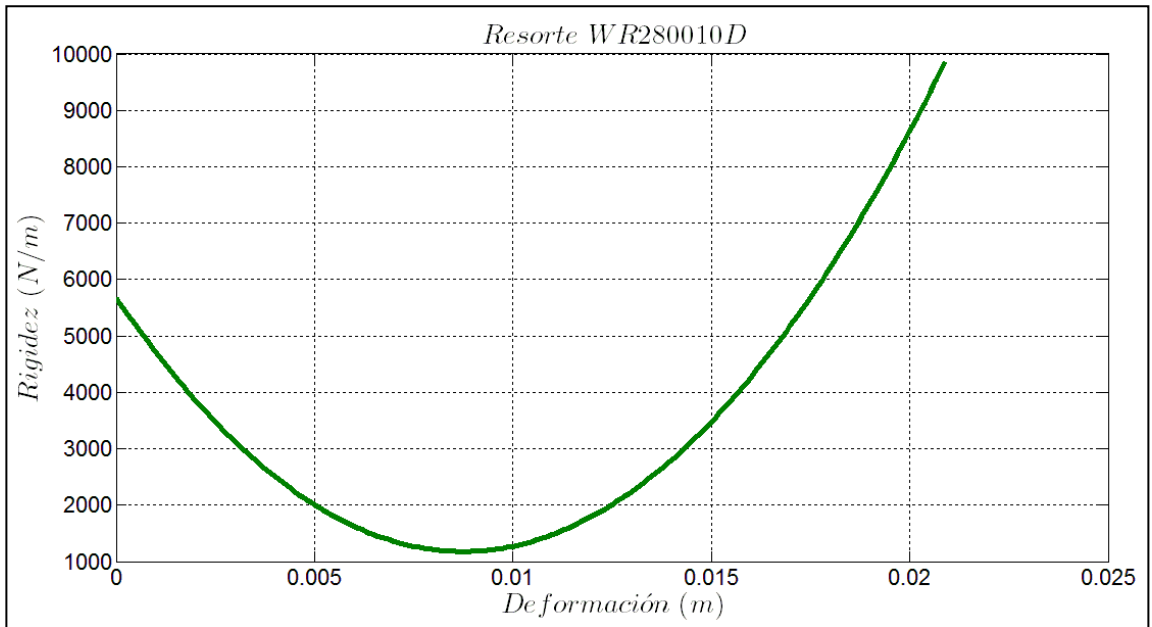


Figura A3.10. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte WR-280010D.

Resorte WR-380010D.

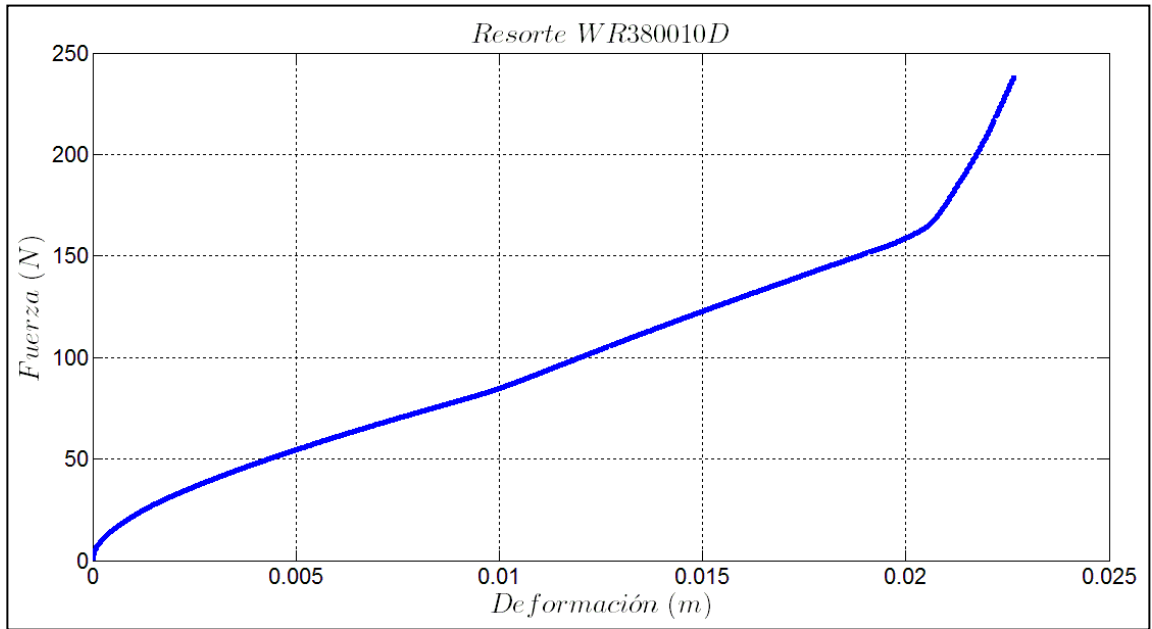


Figura A3.11. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte WR-380010D.

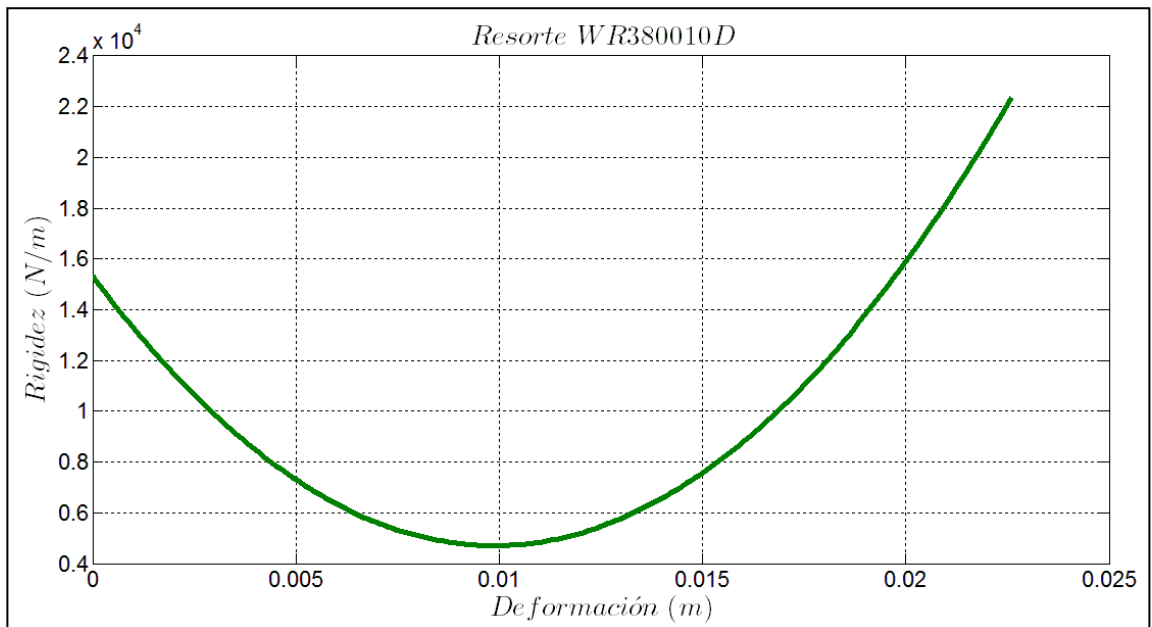


Figura A3.12. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte WR-380010D.

Resorte V10Z70-1250230.

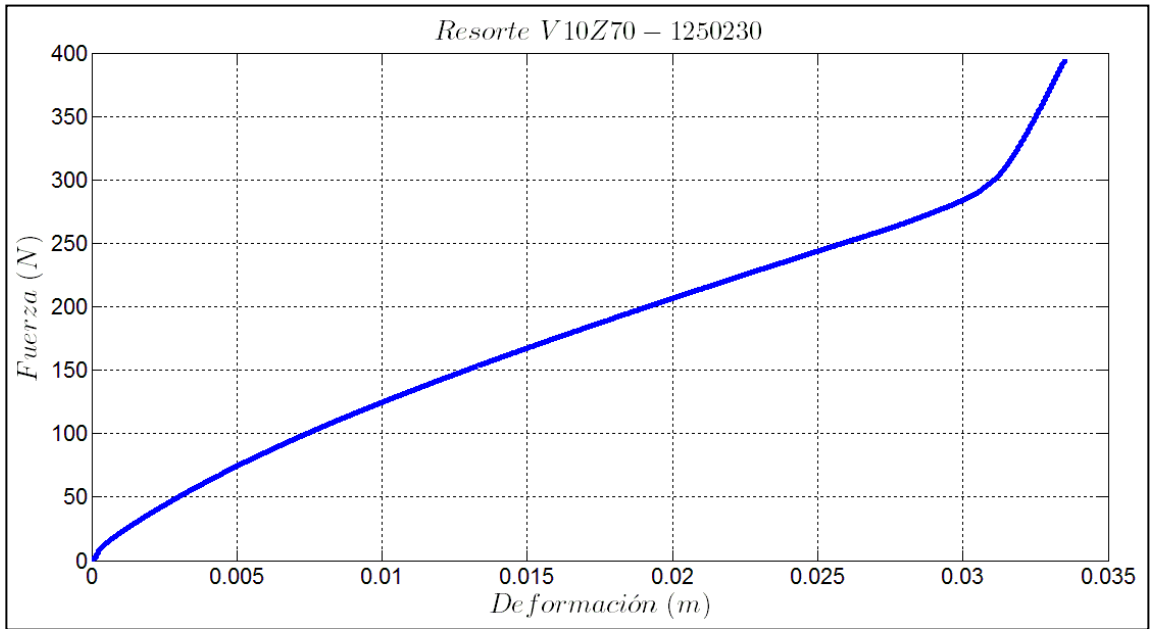


Figura A3.13. Datos experimentales de carga (N) – deformación (m) para el Resorte V10Z70-1250230.

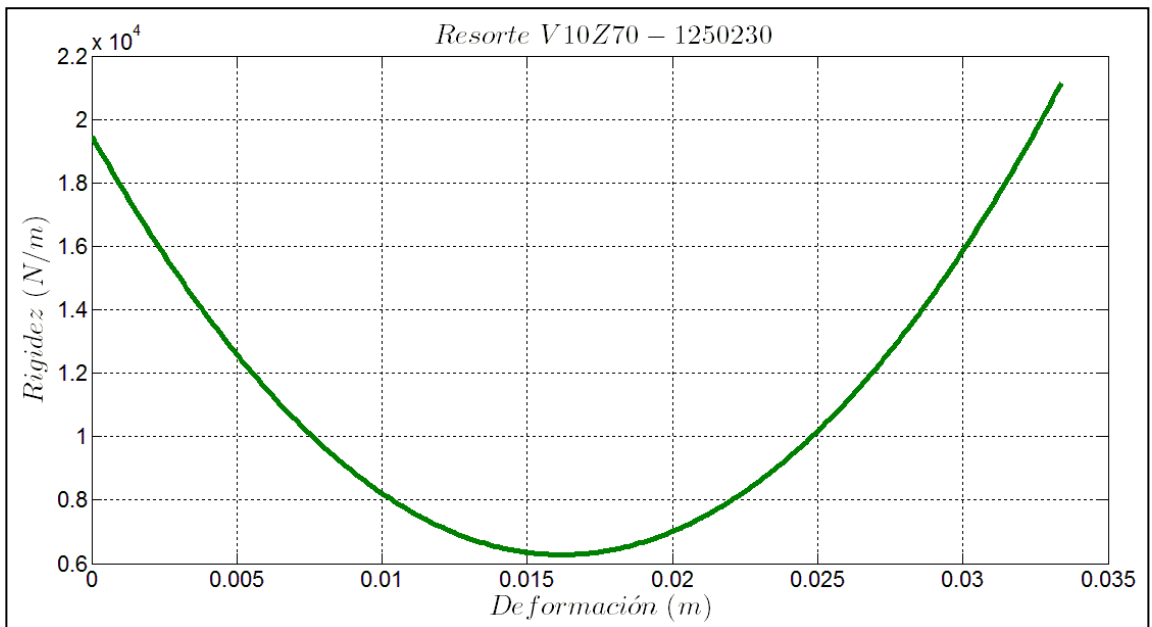


Figura A3.14. Curva de rigidez (N/m) – deformación (m) para el Resorte V10Z70-1250230.

Apéndice 4

Datos del fabricante de los resortes de cable.

El fabricante de los resortes de cable Enidine, presenta información general sobre las capacidades de cada aislante en los catálogos, de los que se extraen los siguientes datos (Figura A4.1).




Wire Rope Isolators		<p>ITT Enidine Wire Rope Isolators protect valuable equipment by combating the harmful effects of shock and vibration. Their rugged all-metal design provides unsurpassed multi-axis isolation, requires no maintenance and is especially suited for harsh environments. Performance is unaffected by chemicals, oils, ozone, abrasives and temperature extremes. The smaller wire rope isolator series utilizes a special patented crimping process, making them especially reliable and cost-effective.</p>
Compact Wire Rope Isolators		<p>Smaller than traditional Wire Rope Isolators, these unique products provide simultaneous shock and vibration attenuation where sway and package space are a premium. Their symmetrical design provides consistent, multi-axis isolation and their small size permits isolation of individual system components, rather than the entire system. This creates a cost-effective shock and vibration solution.</p>
Wire Rope Isolator Assemblies		<p>Special Wire Rope Isolator assemblies are value added solutions designed to suit the needs of specific applications. If your application has special mounting considerations, ITT Enidine can provide special adapter plates and other hardware to facilitate proper mounting. This ensures consistent shock and vibration attenuation in your application.</p>

Figura A4.1. Extracto del folleto donde el fabricante, Enidine [71], menciona algunas de las características de los resortes de cable.

Por su parte, el fabricante Advanced Antivibration Components también muestra información general en su catálogo, Figura A4.2, sobre las características y aplicaciones de sus productos.



Shock & Vibration Components

[Home](#)

[E-Store](#)

[Free Catalog](#)

[Quote Request](#)

[Contact Us](#)

[Events](#)

www.vibrationmounts.com

WE TAKE THE SHOCK OUT OF COMBAT

AAC provides NATO approved wire rope isolators in compliance to military standards

Specializing in high shock isolators for rough terrain & explosions

Over 3000 COTS (commercial-off-the-shelf) items for electronics, surveillance, communication systems & vehicle isolation

Unsurpassed technical support

Free 3D CAD model files



[View Specs](#)



Circular Wire Rope Isolators

Our Circular Wire Rope Isolators feature low profile which makes them suitable in compact applications. Constructed of aluminum mounting plates and stainless steel cables, these isolators are corrosion resistant, maintenance free and offer isolation protection in all directions.

Applications:

Ideal in all types of military applications, electronics, medical equipment, avionics, generators, motors and pumps.

[View Specs](#)



Wire Rope Isolators

Constructed of aluminum alloy retaining bars, stainless steel cables and stainless steel retaining screws, these Wire Rope Isolators are built for heavy-duty applications. They are maintenance-free, corrosion-resistant and feature isolation protection in all directions.

Applications:

Ideal in all types of military applications, rough terrain vehicles, industrial and medical equipment, shipping containers, aircraft.

[View Specs](#)



Elliptical Leaf Spring Mounts

Our Leaf Spring Mounts feature stainless steel leaves with washers made of nylon and stainless steel. Lightweight Spring Mounts feature polymer damping compound. For extreme environmental conditions stainless steel mesh is used.

Applications:

These are naval approved mounts for use in heavy machine tools, engine suspension, radar communication equipment, mobile vehicles, fuel tanks, pumps.

Figura A4.2. Extracto del folleto donde el fabricante, Advanced Antivibration Components [73], menciona algunas de las características de los resortes de cable.

Las capacidades de carga que presentan los fabricantes, para cada uno de sus diferentes tipos de aisladores de vibración, se muestran en las siguientes imágenes (extraídas de los datos técnicos publicados en sus catálogos):

Detalles del Resorte 1, CR4-400.

Este resorte es fabricado por Enidine, sus datos técnicos se muestran en la Figura A4.3, aquí se pueden ver sus dimensiones y tolerancias, así como detalles de fabricación.

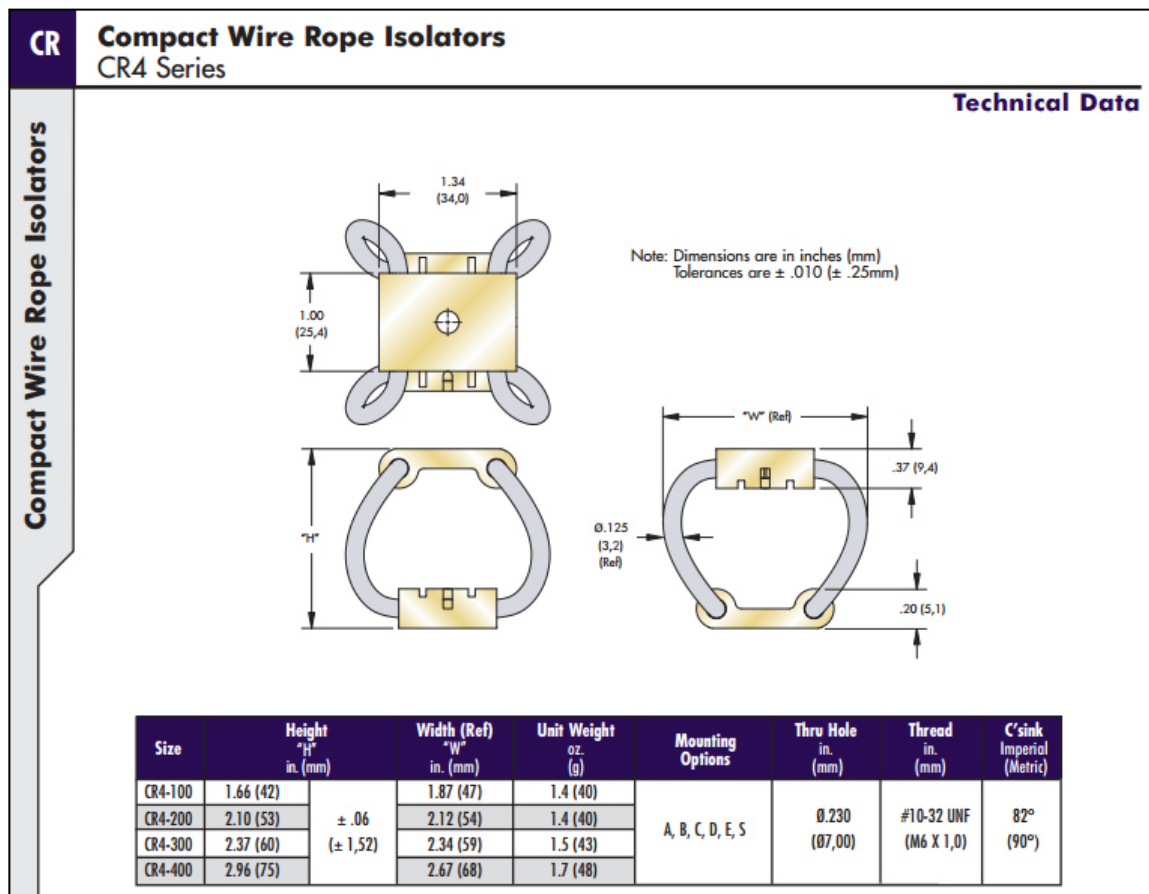


Figura A4.3. Datos técnicos, sobre la configuración del Resorte 1, por Enidine [71].

En la Figura A4.4 puede verse la curva carga – deformación para el Resorte 1. Además de algunos detalles como la carga y deformación estáticas máximas.

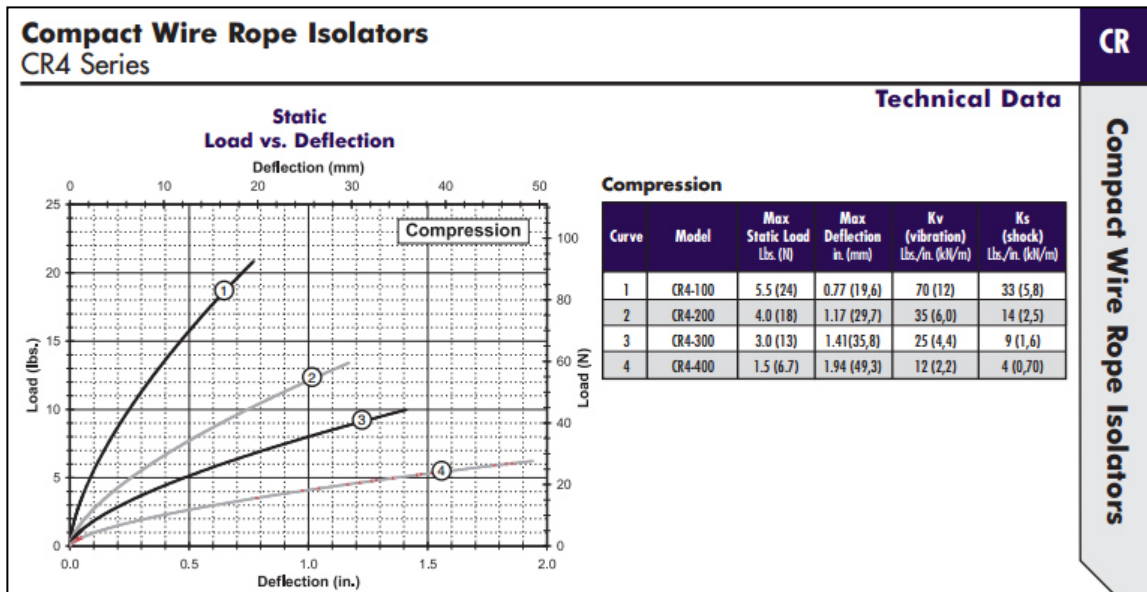


Figura A4.4. Datos técnicos, sobre la relación carga y deformación del Resorte 1, por Enidine [71].

Detalles del Resorte 2, WR-280010D.

Este resorte también es fabricado por Enidine, sus datos técnicos se muestran en la Figura A4.5, aquí se pueden ver sus dimensiones y tolerancias, así como detalles de fabricación como la dirección del arrollamiento, número de espiras, entre otros.

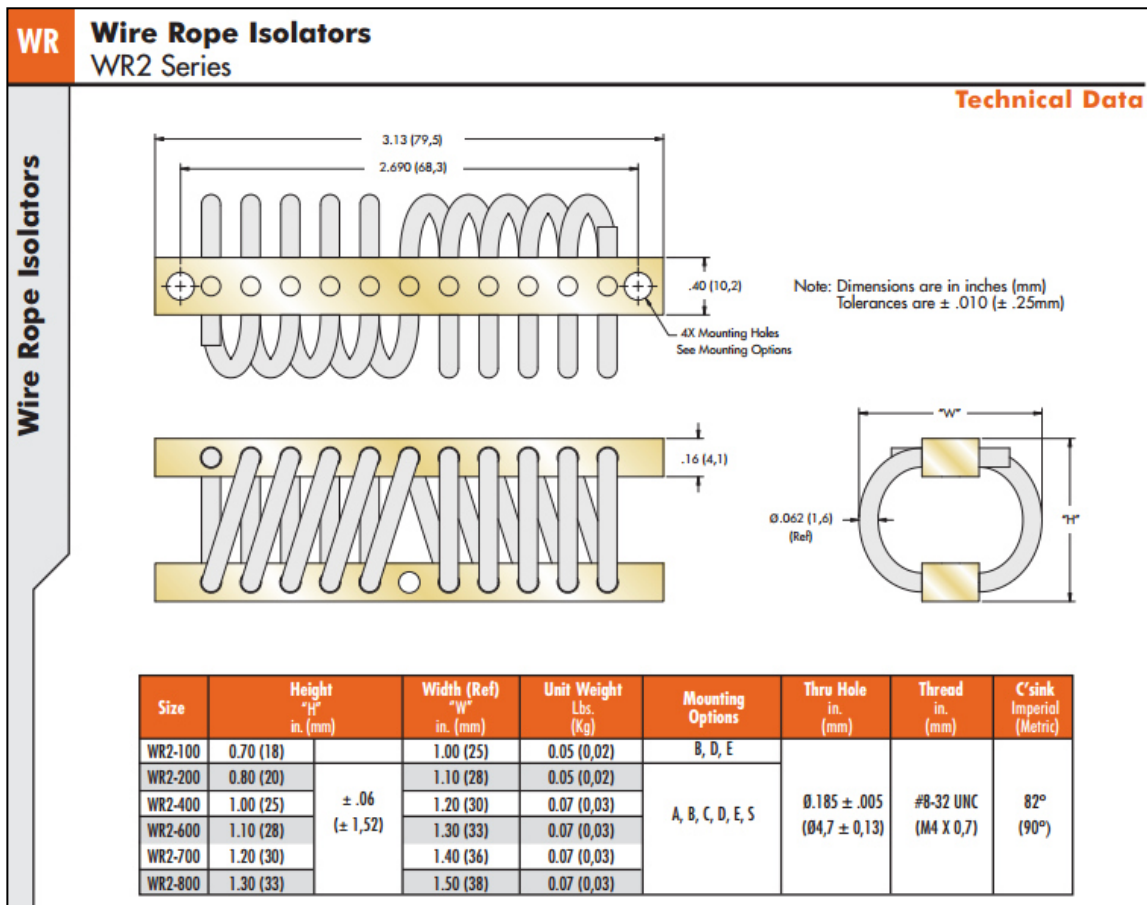


Figura A4.5. Datos técnicos, sobre la configuración del Resorte 2, por Enidine [71].

En la Figura A4.6 puede verse la curva carga – deformación para el Resorte 2. Además de algunos detalles como la carga y deformación estáticas máximas.

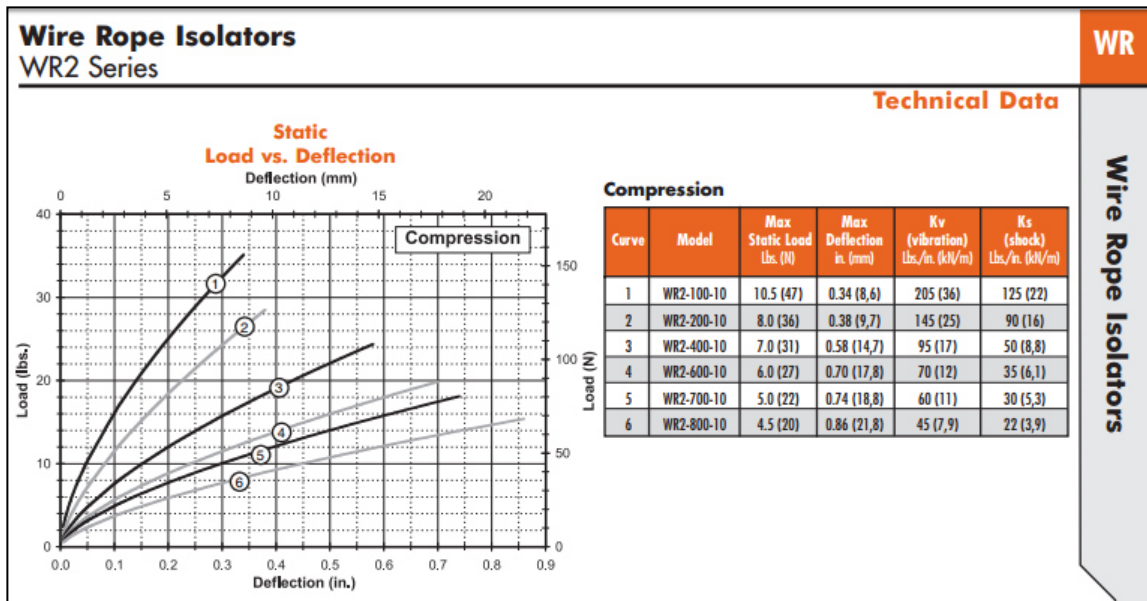


Figura A4.6. Datos técnicos, sobre la relación carga y deformación del Resorte 2, por Enidine [71].

Detalles del Resorte 3, WR-380010D.

El Resorte 3, también fabricado por Enidine, es muy similar, en su configuración, al Resorte 2. Sus datos técnicos se muestran en la Figura A4.7, donde se pueden apreciar sus dimensiones y tolerancias, así como detalles de fabricación como la dirección del arrollamiento, número de espiras, cambio de dirección de las espiras, entre otros.

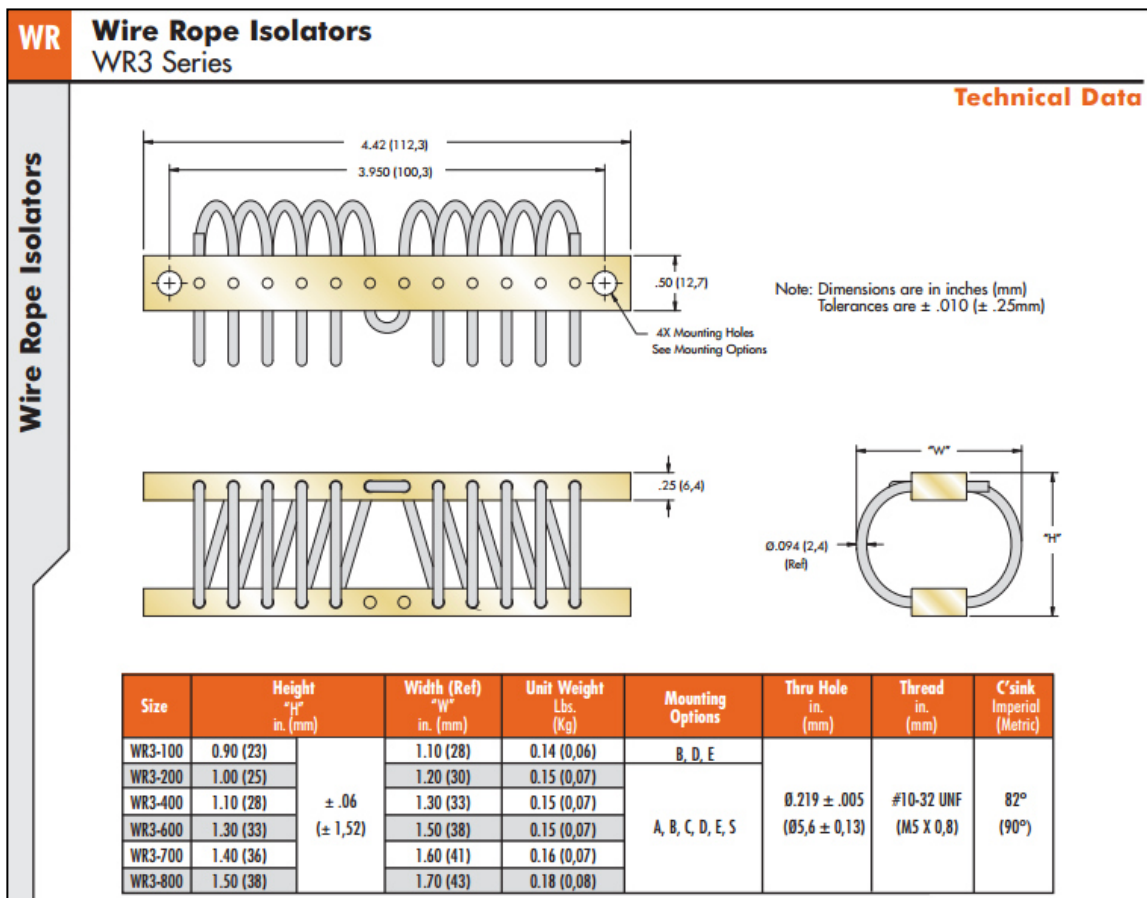


Figura A4.7. Datos técnicos, sobre la configuración del Resorte 1, por Enidine [71].

En la Figura A4.8 puede verse la curva carga – deformación para el Resorte 3. Además de algunos detalles como la carga y deformación estáticas máximas.

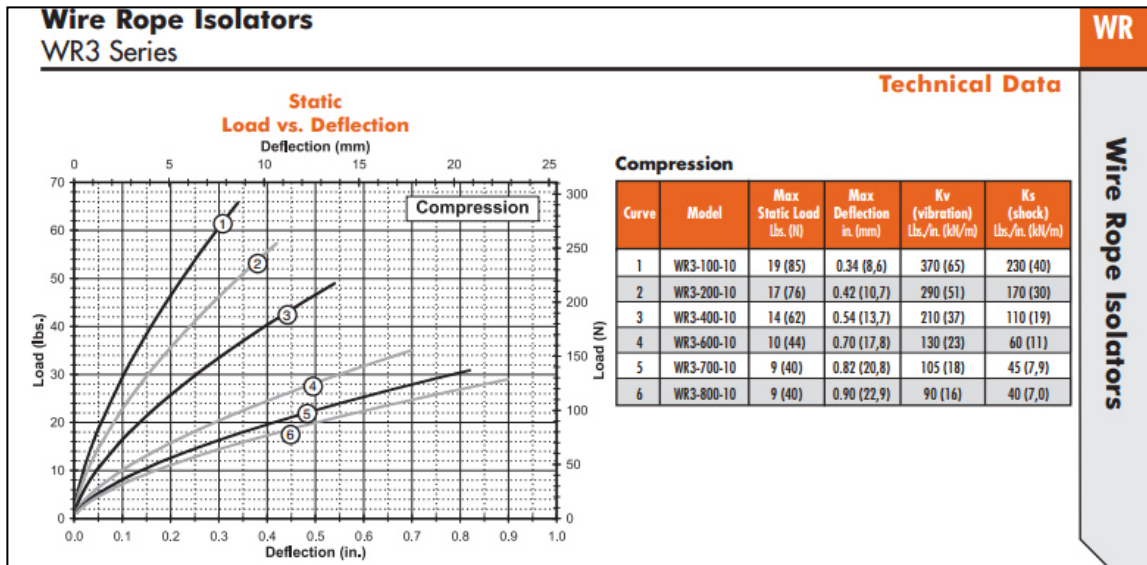


Figura A4.8. Datos técnicos, sobre la relación carga y deformación del Resorte 3, por Enidine [71].

Detalles del resorte CR1-400.

Este resorte también es fabricado por Enidine, sus datos técnicos se muestran en la Figura A4.9, aquí se pueden ver sus dimensiones y tolerancias, así como detalles de fabricación.

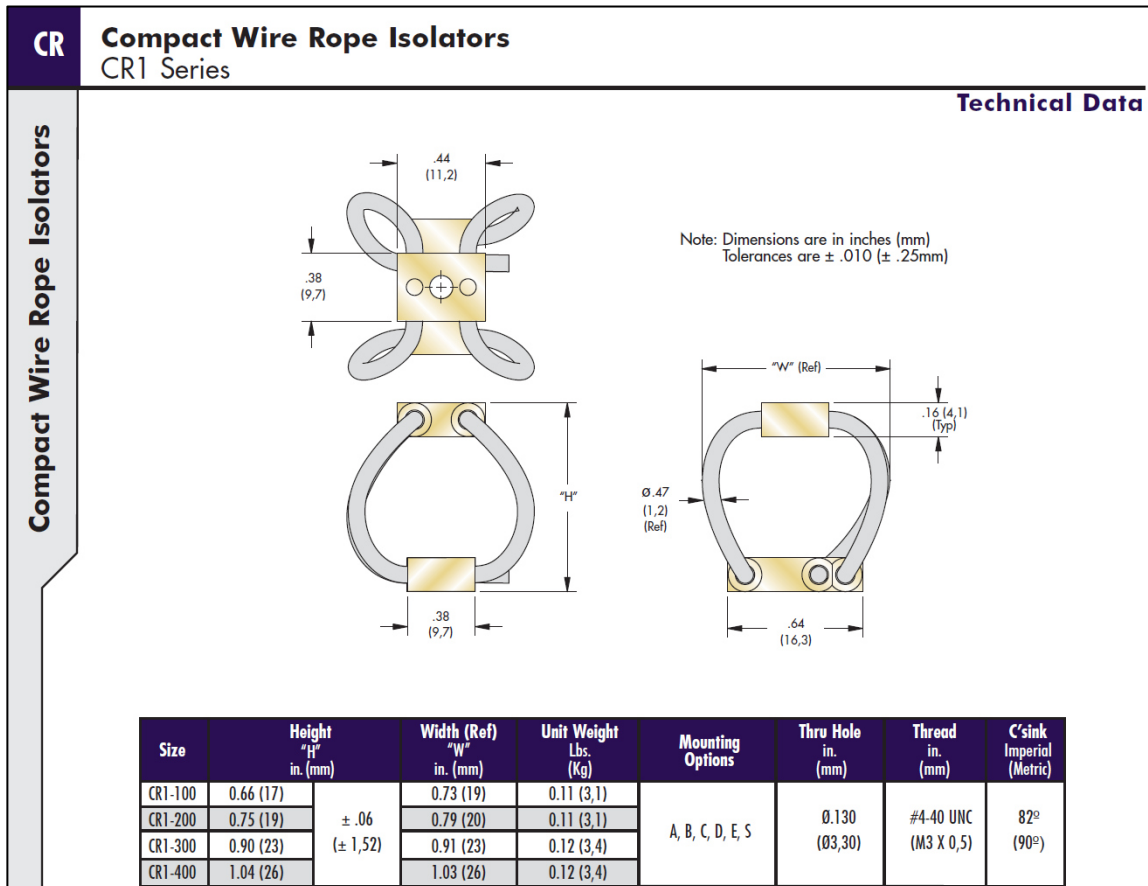


Figura A4.9. Datos técnicos, sobre la configuración del resorte CR1-400, por Enidine [71].

En la Figura A4.10 puede verse la curva carga – deformación para el resorte CR1-400. Además de algunos detalles como la carga y deformación estáticas máximas.

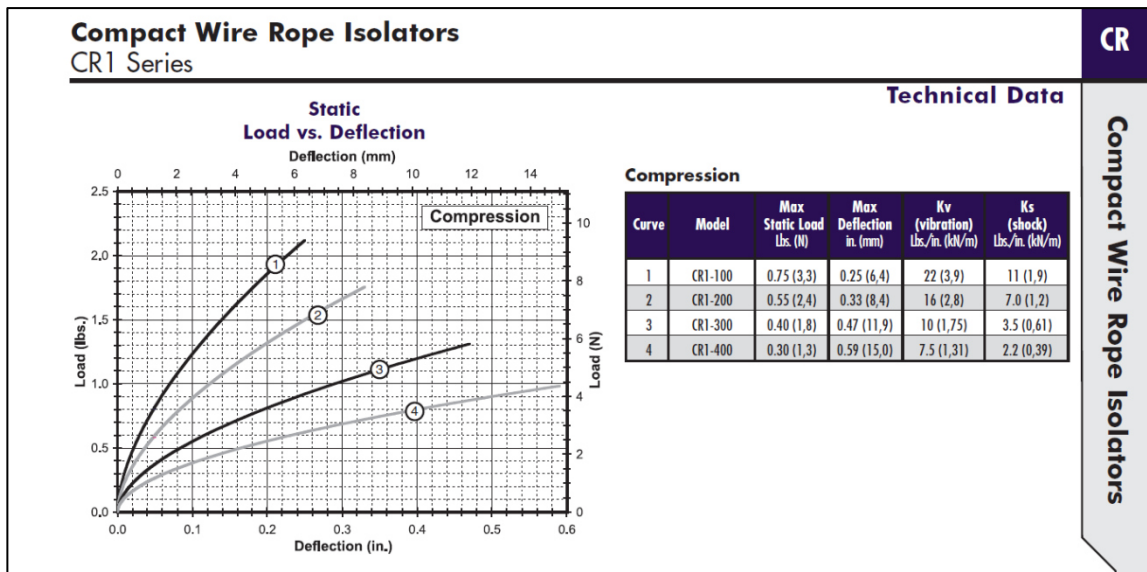


Figura A4.10. Datos técnicos, sobre la relación carga y deformación del resorte CR1-400, por Enidine [71].

Detalles del resorte V10Z69-0937290.

A diferencia de los anteriores resortes, los mostrados a continuación son fabricados por Advanced Antivibration Components, sus datos técnicos se muestran en la Figura A4.11, donde pueden verse sus características y aplicaciones, además de algunos detalles de fabricación.

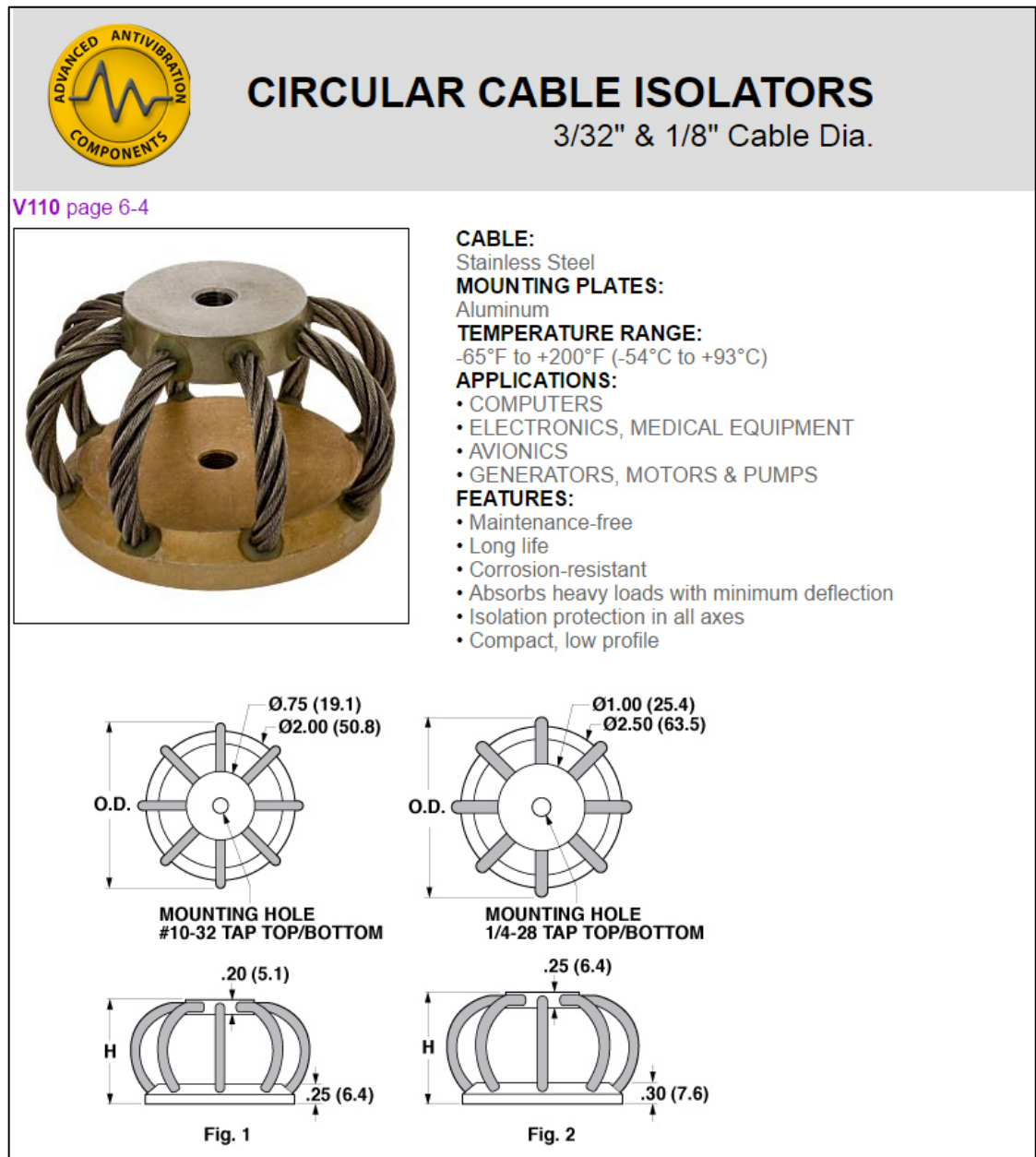


Figura A4.11. Datos técnicos, sobre la configuración del resorte V10Z69-0937290, por Advanced Antivibration Components [73].

En la Figura A4.12 pueden verse las dimensiones, detalladas en la Figura A4.11, y la deformación estática máxima para el resorte V10Z69-0937290. Además de alguna otras características.

CAD	Catalog Number	Fig. No.	O.D.	H ±.06 (±1.5)	Compression		Shear		45° Compression & Roll	
					Spr. Rate lb./in. (kg/mm)	Max. Deflect. in. (mm)	Spr. Rate lb./in. (kg/mm)	Max. Deflect. in. (mm)	Spr. Rate lb./in. (kg/mm)	Max. Deflect. in. (mm)
3/32 Diameter Cable										
●	<u>V10Z69-0937245</u>	1	2.45 (62.2)	1.35 (34.3)	42 (0.75)	.40 (10.2)	30 (0.54)	.35 (8.9)	25 (0.45)	.65 (16.5)
●	<u>V10Z69-0937270</u>		2.70 (68.6)	1.80 (45.7)	20 (0.36)	.50 (12.7)	8 (0.14)	.60 (15.2)	10 (0.18)	.85 (21.6)
●	<u>V10Z69-0937290</u>		2.90 (73.7)	2.15 (54.6)	12 (0.21)	.60 (15.2)	4 (0.07)	.75 (19)	5 (0.09)	1.20 (30.5)
1/8 Diameter Cable										
●	<u>V10Z69-1250275</u>	2	2.75 (69.9)	1.25 (31.8)	175 (3.13)	.30 (7.6)	105 (1.88)	.30 (7.6)	80 (1.43)	.50 (12.7)
●	<u>V10Z69-1250300</u>		3.00 (76.2)	1.70 (43.2)	70 (1.25)	.45 (11.4)	40 (0.72)	.50 (12.7)	30 (0.54)	.80 (20.3)
●	<u>V10Z69-1250325</u>		3.25 (82.6)	2.00 (50.8)	40 (0.72)	.60 (15.2)	10 (0.18)	.75 (19)	15 (0.27)	.72 (18.3)

NOTES: Dimenisions in () are mm.

Figura A4.12. Datos de fabricación y máximas deformaciones para el resorte V10Z69-0937290, por Advanced Antivibration Components [73].

Detalles del resorte V10Z70-0625150.

Los datos técnicos de este resorte se muestran en la Figura A4.13, aquí se pueden ver sus características y aplicaciones, así como detalles de fabricación.

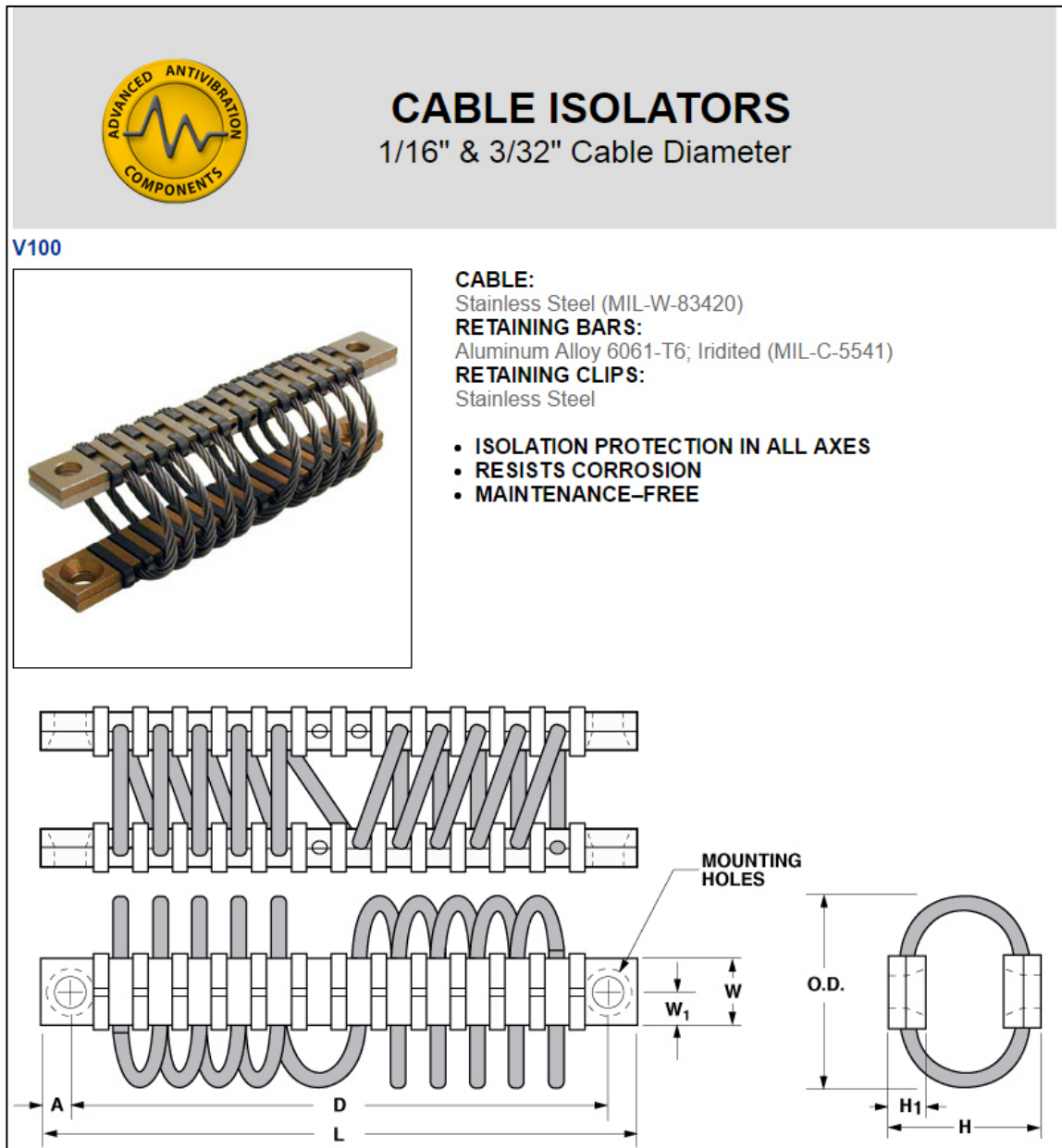


Figura A4.13. Datos técnicos, sobre la configuración del resorte V10Z70-0625150, por Advanced Antivibration Components [73].

En la Figura A4.14 pueden verse las dimensiones, detalladas en la Figura A4.13, y la deformación estática máxima para el resorte V10Z70-0625150. Además de alguna otras características.

NOTE: Dimensions in () are mm.

C A D	Catalog Number	O.D.	H	H ₁	L	D	A	W	W ₁	Mounting Holes	Compression		Shear or Roll		45° Compression & Roll	
											Spr. Rate lb./in. (kgf/mm)	Max. Deflc. in.	Spr. Rate lb./in. (kgf/mm)	Max. Deflc. in.	Spr. Rate lb./in. (kgf/mm)	Max. Deflc. in.
1/16 Diameter Cable																
●	V10Z70-0625100	1.0 (25.4)	.7 (17.8)								.99 (1.77)	.3 (7.6)	69 (1.23)	.3 (7.6)	37 (0.66)	.6 (15.2)
●	V10Z70-0625110	1.1 (27.9)	.8 (20.3)								65 (1.16)	.4 (10.2)	54 (0.96)	.4 (10.2)	23 (0.41)	.7 (17.8)
●	V10Z70-0625120	1.2 (30.5)	1.0 (25.4)	.16 (4.1)	3.12 (79.2)	2.69 (68.3)	.20 (5.1)	.40 (10.2)	.20 (5.1)	.177 (4.3) Hole Counter- sink to 82 deg. (4x)	36 (0.64)	.5 (12.7)	48 (0.86)	.6 (15.2)	11 (0.20)	.8 (20.3)
●	V10Z70-0625130	1.3 (33)	1.1 (27.9)								25 (0.45)	.6 (15.2)	32 (0.57)	.7 (17.8)	8 (0.14)	.9 (22.9)
●	V10Z70-0625140	1.4 (35.6)	1.2 (30.5)								18 (0.32)	.7 (17.8)	24 (0.43)	.8 (20.3)	5 (0.09)	1.0 (25.4)
●	V10Z70-0625150	1.5 (38.1)	1.3 (33)								14 (0.25)	.8 (20.3)	21 (0.38)	.9 (22.9)	4 (0.07)	1.1 (27.9)

Figura A4.14. Datos de fabricación y máximas deformaciones para el resorte V10Z70-0625150, por Advanced Antivibration Components [73].

Detalles del resorte V10Z70-1250230.

Los datos técnicos de este resorte se muestran en la Figura A4.15, aquí se pueden ver sus características y aplicaciones, así como detalles de fabricación.

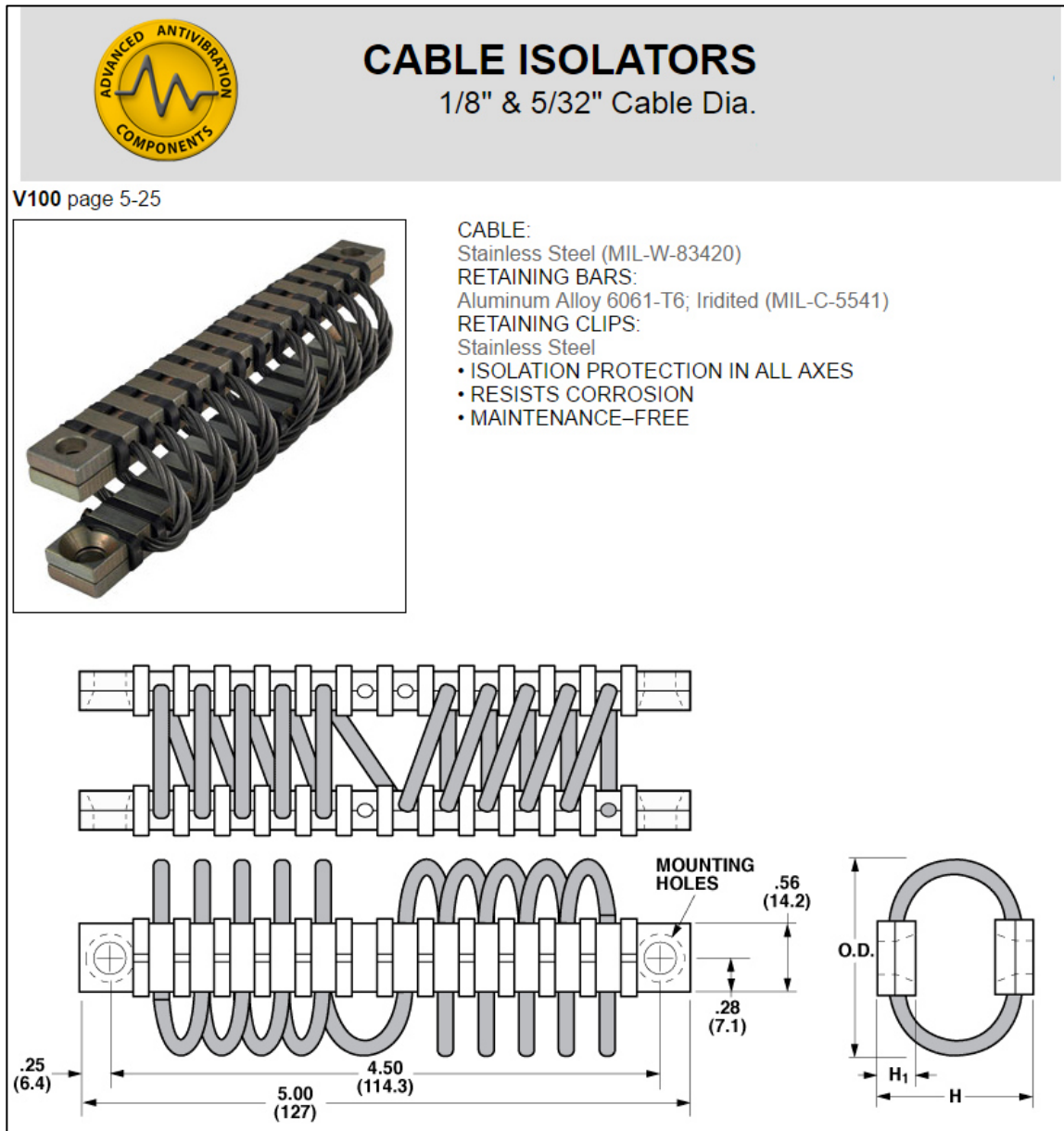


Figura A4.15. Datos técnicos, sobre la configuración del resorte V10Z70-1250230, por Advanced Antivibration Components [73].

En la Figura A4.16 pueden verse las dimensiones, detalladas en la Figura A4.15, y la deformación estática máxima para el resorte V10Z70-1250230. Además de alguna otras características.

1/8 Diameter Cable

CAD	Catalog Number	O.D.	H	H ₁	Mounting Holes	Compression		Shear or Roll		45° Compression & Roll	
						Spr. Rate lb./in. (kgf/mm)	Max. Deflect. in.	Spr. Rate lb./in. (kgf/mm)	Max. Deflect. in.	Spr. Rate lb./in. (kgf/mm)	Max. Deflect. in.
●	V10Z70-1250140	1.4 (35.6)	1.1 (27.9)	.31 (7.9)	.257 (6.5) Hole Countersink .52 (13.2) to 82 deg. (4x)	696 (12.43)	.2 (5.1)	335 (5.98)	.4 (10.2)	162 (2.89)	.9 (22.9)
●	V10Z70-1250150	1.5 (38.1)	1.2 (30.5)			450 (8.04)	.4 (10.2)	263 (4.7)	.5 (12.7)	130 (2.32)	1.0 (25.4)
●	V10Z70-1250160	1.6 (40.6)	1.3 (33)			290 (5.18)	.5 (12.7)	181 (3.23)	.6 (15.2)	98 (1.75)	1.1 (27.9)
●	V10Z70-1250170	1.7 (43.2)	1.4 (35.6)			215 (3.84)	.6 (15.2)	146 (2.61)	.7 (17.8)	75 (1.34)	1.2 (30.5)
●	V10Z70-1250180	1.8 (45.7)	1.5 (38.1)			170 (3.04)	.7 (17.8)	129 (2.3)	.8 (20.3)	56 (1)	1.3 (33)
●	V10Z70-1250190	1.9 (48.3)	1.6 (40.6)			135 (2.41)	.8 (20.3)	125 (2.23)	.9 (22.9)	44 (0.79)	1.5 (38.1)
●	V10Z70-1250210	2.1 (53.3)	1.8 (45.7)			82 (1.46)	1.0 (25.4)	75 (1.34)	1.1 (27.9)	28 (0.5)	1.7 (43.2)
●	V10Z70-1250230	2.3 (58.4)	2.0 (50.8)			61 (1.09)	1.2 (30.5)	67 (1.2)	1.3 (33)	20 (0.36)	1.9 (48.3)

Figura A4.16. Datos de fabricación y máximas deformaciones para el resorte V10Z70-1250230, por Advanced Antivibration Components [73].

Apéndice 5

Detalles sobre la de doble integración de señales de aceleración.

Al realizar una doble integración de una señal de aceleración obtenida experimentalmente, se pueden tener diferentes problemas como perturbaciones como ruido eléctrico, contenido de baja frecuencia, componentes de DC, etc., tendencias de primer o segundo orden, que provocan errores en la integración y resultan aún mayores en una segunda integración.

Para ello se seleccionó un set de herramientas (toolbox) desarrollada, en el programa de análisis numérico MATLAB, por Tom Irvine en una aplicación llamada "vibrationdata". Al ejecutar dicha aplicación se abre una ventana donde se muestran diversas opciones para el análisis de señales tanto electrónicas como vibratorias, ésta se muestra en la Figura A5.1. En sus 3 sub ventanas, de las Funciones de Análisis de Señales se seleccionan:

- Dominio de los Datos de Entrada: .
- Tipo de Datos de Entrada: .
- Análisis: .

Y se Inicia el Análisis de Señales.

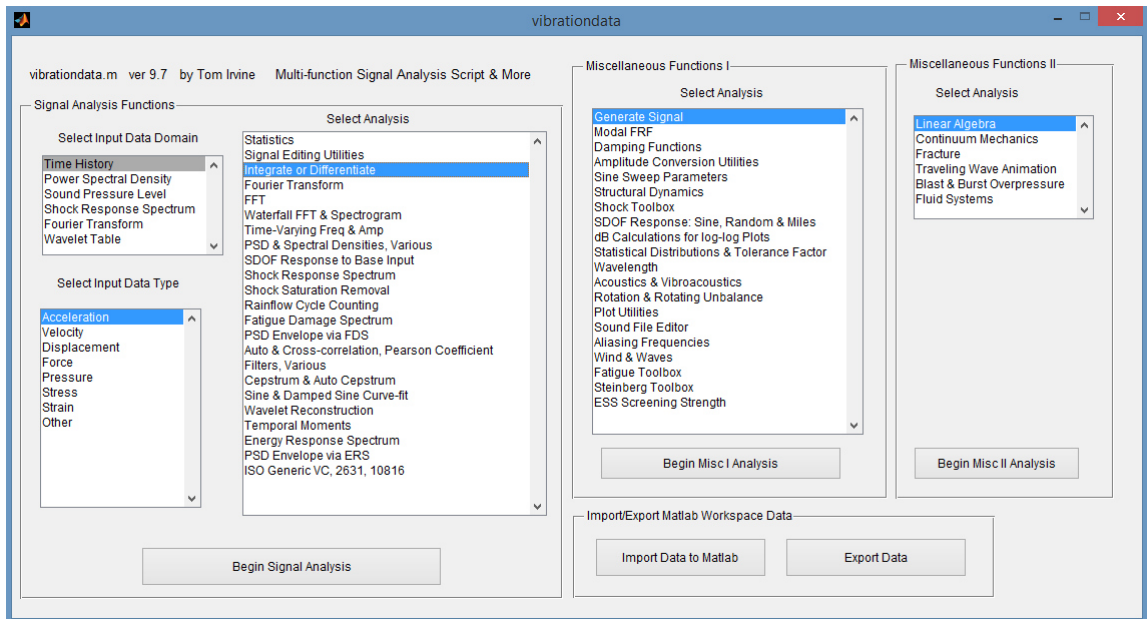


Figura A5.1. Ventana general, mostrada al ejecutar el script vibrationdata.

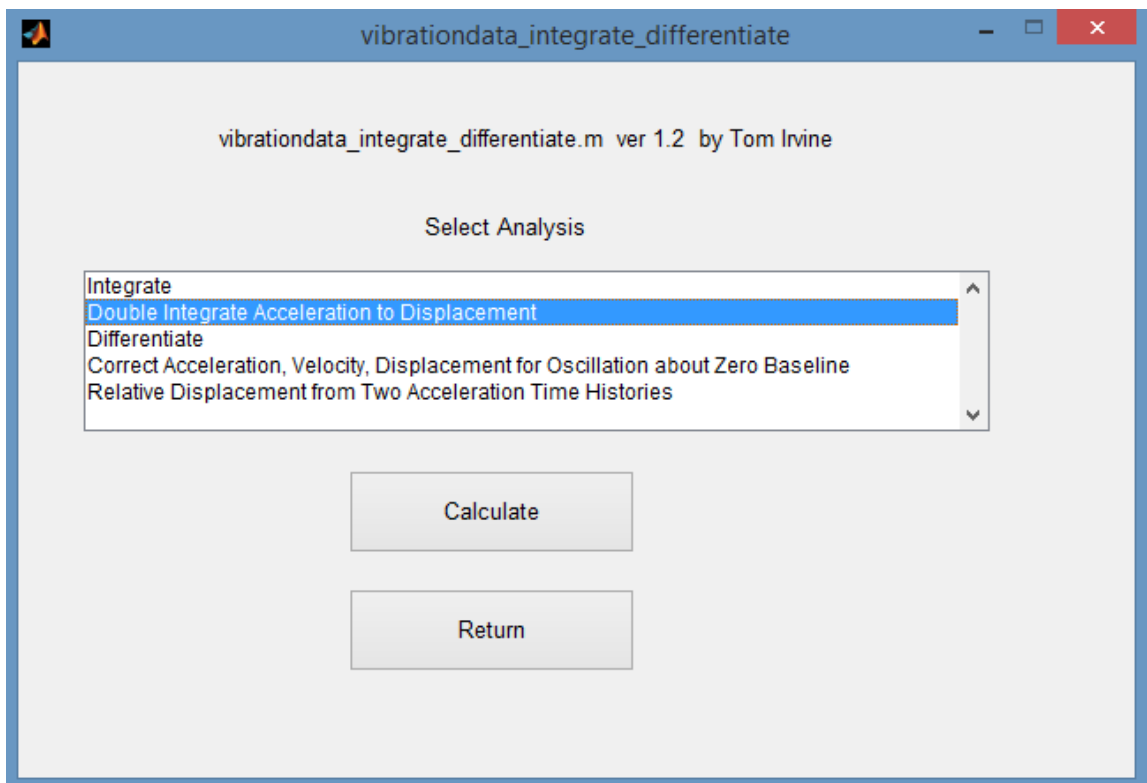


Figura A5.2. Ventana de opciones para integrar o diferenciar, en vibrationdata.

En la siguiente ventana se muestran solamente opciones de Análisis para diferenciar o integrar señales. Aquí se selecciona un análisis de **Doble Integración de Aceleración a Desplazamiento**, para poder acceder a las opciones de doble integración.

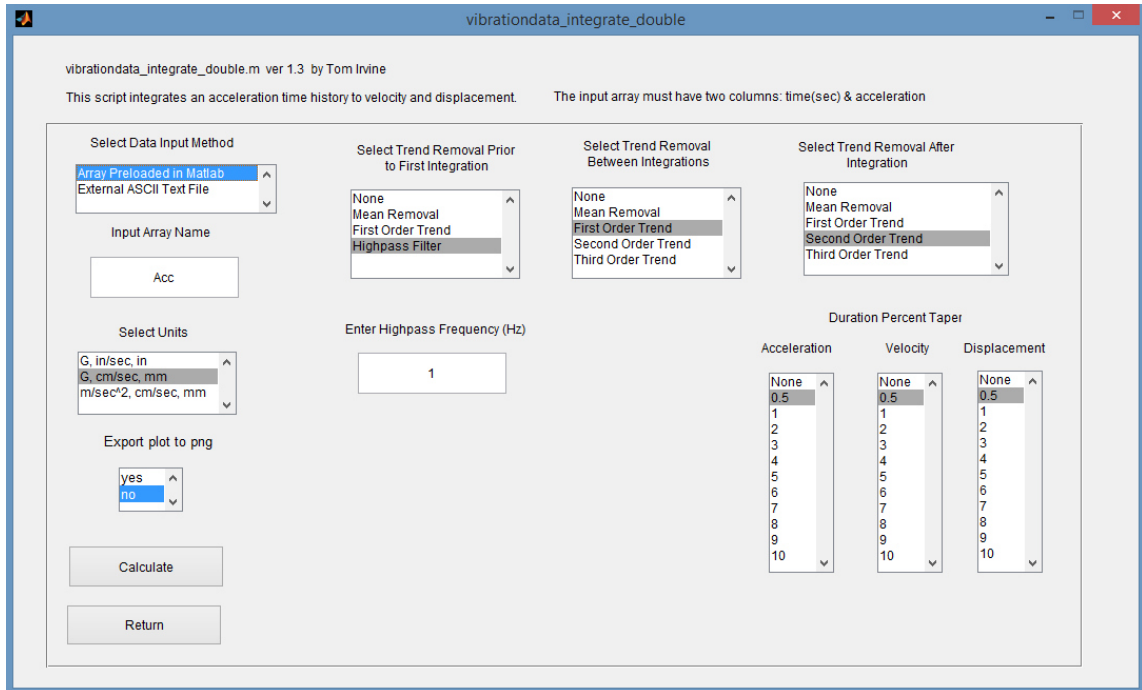


Figura A5.3. Ventana con los parámetros y opciones disponibles para la doble integración, en vibrationdata.

Ya en la ventana de Doble Integración, se selecciona el Arreglo Precargado en MATLAB, para poder escribir el nombre de la señal a la que se le realizará el análisis (Acc por ejemplo), los siguientes fueron los parámetros seleccionados para obtener la doble integración de una manera correcta, clara y precisa:

Unidades: **g, cm/s, mm**.

Removedor de Tendencias Previo a la Primer Integración: **Filtro pasa Alta**.

Frecuencia de **1 Hz**.

Removedor de Tendencias Entre Integraciones: **Tendencia de Primer Orden**.

Removedor de Tendencias Posterior a la Integración: **Tendencia de Segundo Orden**.

Duración del Afilado Porcentual:

0.5 Aceleración

0.5 Velocidad

0.5 Desplazamiento.

Apéndice 6

Parámetros del ajuste de curvas, para la respuesta al impacto normalizada.

Se buscó el mejor ajuste de curvas, para la respuesta al impacto normalizada, del cual se obtuvieron los parámetros en cada caso de los tres arreglos de resortes. Se seleccionó el mejor ajuste en base al factor R^2 y los parámetros se utilizaron para graficar las líneas continuas en la Figura 5.16 (b) y (d), Figura 5.17 (b) y (d) y Figura 5.18 (b) y (d).

Parámetros para el Arreglo 1.

Tabla A6.1. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso e, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso e
	15 ms
a	0.1944
b	-1.331
c	0.0984
R^2	0.9978

Tabla A6.2. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso e, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso e
	20 ms
a	0.2045
b	-2.13
c	0.1862
R^2	0.9875

Tabla A6.3. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso **d**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso d
	15 ms
a	0.1323
b	-0.6588
c	0.02541
R^2	0.9994

Tabla A6.4. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso **d**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso d
	20 ms
a	0.1115
b	-1.062
c	0.08959
R^2	0.9993

Tabla A6.5. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso **c**, de la forma $y = a * x^b$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso c
	15 ms
a	0.1346
b	-0.5551
R^2	0.9989

Tabla A6.6. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso **c**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso c
	20 ms
a	0.1268
b	-0.6938
c	0.03641
R^2	0.9997

Tabla A6.7. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso **b**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso b
	15 ms
a	0.102
b	-0.6765
c	0.009108
R^2	0.9998

Tabla A6.8. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso **b**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso b
	20 ms
a	0.1101
b	-0.6554
c	0.0237
R^2	0.9994

Tabla A6.9. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso **a**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso a
	15 ms
a	0.106
b	-0.6741
c	0.006811
R^2	0.9998

Tabla A6.10. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 1 caso **a**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 1 – caso a
	20 ms
a	0.1117
b	-0.7554
c	0.02655
R^2	0.9997

Parámetros para el Arreglo 2.

Tabla A6.11. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso **c**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 2 – caso c
	15 ms
a	0.004932
b	2.513
c	0.4811
R^2	0.9957

Tabla A6.12. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso **c**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 2 – caso c
	20 ms
a	0.309
b	1.11
c	0.3091
R^2	0.9995

Tabla A6.13. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso **b**, de la forma $y = p1 * x^6 + p2 * x^5 + p3 * x^4 + p4 * x^3 + p5 * x^2 + p6 * x + p7$.

Parámetros	Arreglo 2 – caso b
	15 ms
p1	0.00006745
p2	-0.001922
p3	0.02214
p4	-0.1315
p5	0.4253
p6	-0.7158
p7	0.6419
R^2	0.9997

Tabla A6.14. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso **b**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 2 – caso b
	20 ms
a	0.0001833
b	5.48
c	0.3247
R^2	1

Tabla A6.15. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso **a**, de la forma $y = p1 * x^6 + p2 * x^5 + p3 * x^4 + p4 * x^3 + p5 * x^2 + p6 * x + p7$.

Parámetros	Arreglo 2 – caso a
	15 ms
p1	-0.00001
p2	0.000298
p3	-0.003373
p4	0.01792
p5	-0.04201
p6	0.01977
p7	0.1649
R^2	0.9858

Tabla A6.16. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 2 caso **a**, de la forma $y = p1 * x^2 + p2 * x + p3$.

Parámetros	Arreglo 2 – caso a
	20 ms
p1	0.02705
p2	-0.0872
p3	0.2717
R^2	1

Parámetros para el Arreglo 3.

Tabla A6.17. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3 caso **b**, de la forma $y = p1 * x^4 + p2 * x^3 + p3 * x^2 + p4 * x + p5$.

Parámetros	Arreglo 3 – caso b
	15 ms
p1	0.001555
p2	-0.03844
p3	0.3398
p4	-1.113
p5	2.115
R^2	0.994

Tabla A6.18. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3 caso **b**, de la forma $y = p1 * x^4 + p2 * x^3 + p3 * x^2 + p4 * x + p5$.

Parámetros	Arreglo 3 – caso b
	20 ms
p1	0.001322
p2	-0.03376
p3	0.3071
p4	-1.01
p5	1.981
R^2	0.9998

Tabla A6.19. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3 caso **a**, de la forma $y = a * x^b + c$.

Parámetros	Arreglo 3 – caso a
	15 ms
a	0.09445
b	-1.101
c	0.08639
R^2	0.9945

Tabla A6.20. Parámetros, obtenidos del ajuste de curvas, para el Arreglo 3 caso **a**, de la forma $y = p1 * x^4 + p2 * x^3 + p3 * x^2 + p4 * x + p5$.

Parámetros	Arreglo 3 – caso a
	20 ms
p1	0.00066
p2	-0.009721
p3	0.06481
p4	-0.2121
p5	0.4508
R^2	1