# Una propuesta alternativa a la agregación de riesgos de Solvencia II

Pons Cardell, Mª Àngels; mapons@ub.edu
Sarrasí Vizcarra, F. Javier; sarrasi@ub.edu
*Departament de Matemàtica Econòmica, Financera i Actuarial*
*Universitat de Barcelona*

## RESUMEN

La normativa de Solvencia II propone para calcular el capital de solvencia obligatorio, un sistema modular basado en los diferentes riesgos que tiene la compañía. Para el caso particular del modelo estándar, el cálculo del capital de solvencia obligatorio total se obtiene por agregación de los capitales de solvencia obligatorios de cada uno de los riesgos que integran la cartera. Esta agregación se lleva a cabo a partir de unas matrices de correlación, cuyos elementos, establecidos por la propia normativa de Solvencia II, recogen los coeficientes de correlación entre los diferentes riesgos. En este trabajo se propone un modelo interno basado en la simulación de Monte Carlo, que permite la agregación de riesgos sin necesidad de conocer las matrices de correlación. En particular, se plantea el cálculo del capital de solvencia obligatorio total de una compañía de seguros que presenta dos riesgos, el de supervivencia y el de mortalidad. Por último, se comparan los resultados obtenidos, con el modelo estándar.

## ABSTRACT

To compute solvency capital requirements (SCR) of a company, Solvency II directive proposes a modular system based on the different type of risks of the company, namely the standard model. For this model, the computation of total SCR is obtained by adding the different SCRs corresponding to each of the different type of risks involved in the investment portfolio of the company. Such aggregation is carried out by means of using of some correlation matrices, whose elements, defined by the rules of Solvency II, are the correlation coefficients between the different risks. In this paper we propose an internal model based upon the Monte Carlo simulation method, that overcome the need to know these correlation matrices. As an application, we study the computation of the total SCR of an insurance company with two risks, namely the survival and mortality risks. We also compare the result of this application with the result of using the standard model.

***Palabras claves*:** Solvencia II; Capital de solvencia obligatorio; Modelo interno; Simulación; Coeficientes correlación.

***Área temática*:** A4. Matemáticas Financieras y Actuariales.

# 1. INTRODUCCIÓN

Según la Directiva de Solvencia II, el artículo 101 propone para calcular el capital de solvencia obligatorio o *SCR* (*Solvency Capital Requirement)*, un sistema modular basado en los diferentes riesgos que tiene la compañía. Para el caso del modelo estándar, el cálculo del *SCR* total se obtiene por agregación de los capitales de solvencia obligatorios de cada uno de los riesgos que integran la cartera. Al tratarse de riesgos dependientes, la agregación no es aditiva, es decir, no se obtiene por suma aritmética, sino a través de una suma correlacionada a partir de unas matrices de correlación, cuyos elementos, establecidos por la propia normativa de Solvencia II, recogen los coeficientes de correlación lineal entre los diferentes riesgos.

En este trabajo se propone un modelo interno que permite la agregación de riesgos sin necesidad de aplicar matrices de correlación entre ellos. En particular, el modelo interno presentado consiste en determinar el *SCR* de una compañía para su cartera del ramo de vida, integrada por pólizas que cubren la supervivencia o longevidad del asegurado (rentas de supervivencia), y por pólizas que cubren el fallecimiento de éste (seguros).

Existen varias técnicas para agregar variables aleatorias, entre ellas destacar las siguientes:

- Agregación a través de matrices de correlación. Esta es la técnica que se propone en el modelo estándar de Solvencia II y se basa, principalmente, en las hipótesis de normalidad y esperanza cero de las variables aleatorias marginales que se pretenden agregar y que la dependencia de éstas queda totalmente explicada por los coeficientes de correlación lineal.
- Agregación a través de cópulas. Este enfoque permite relajar la hipótesis de normalidad de las variables aleatorias que se agregan a otras funciones de distribución, pero resulta más complejo que el método anterior. Destacar en este sentido, el trabajo de Luís Latorre Llorens (2017) donde se compara la agregación de dos riesgos utilizando la metodología de Solvencia II con la teoría de cópulas, en particular, con la cópula de Frank.

- Agregación mediante técnicas de simulación. Permite agregar variables aleatorias sin necesidad de hacer hipótesis iniciales sobre la dependencia entre ellas.

El modelo interno que se propone se basa en esta tercera técnica, simulando por el método de Monte Carlo, la cartera de vida de la compañía de seguros. El $SCR$ total se calcula mediante la agregación de los dos riesgos considerados, el de longevidad y el de fallecimiento, sin necesidad de utilizar hipótesis respecto a sus funciones de distribución y por tanto, no se precisan matrices de correlación.

El trabajo tiene la siguiente estructura; en el apartado 2 se expone cómo se lleva a cabo la agregación de riesgos siguiendo la normativa de Solvencia II; en el apartado 3 se describe el modelo interno propuesto; en el apartado 4 se lleva a cabo una aplicación numérica y en el apartado 5 se exponen las consideraciones finales.

## 2. AGREGACIÓN DE RIESGOS EN SOLVENCIA II

La fórmula estándar que propone la Directiva de Solvencia II para obtener el $SCR$ tiene un enfoque modular, estableciéndose necesidades de capital para las diferentes categorías de riesgo y agregándose éstas mediante matrices de correlación aportadas por el regulador.

La estructura de la fórmula estándar para calcular el $SCR$ total de la compañía se define en el artículo 103 de Directiva de Solvencia II, y responde a la siguiente expresión:

$SCR = BSCR + SCR$ por riesgo operacional +Ajuste por provisiones e impuestos diferidos

siendo:

- $BSCR$ el capital de solvencia obligatorio básico *(Basic Solvency Capital Requirement*). Está regulado en el artículo 104 de la Directiva de Solvencia II.
- $SCR$ por riesgo operacional el capital de solvencia básico por riesgo operacional. Está regulado en el artículo 107 de la Directiva de Solvencia II.

- Ajuste por provisiones e impuestos diferidos el importe del ajuste destinado a tener en cuenta la capacidad de absorción de pérdidas de las provisiones técnicas y los impuestos diferidos. Está regulado en el artículo 108 de la Directiva de Solvencia II.

El artículo 87 del Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de octubre de 2014 por el que se completa la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II), que complementa al artículo 104 de la Directiva de Solvencia II, establece la siguiente fórmula para el cálculo del $BSCR$ :

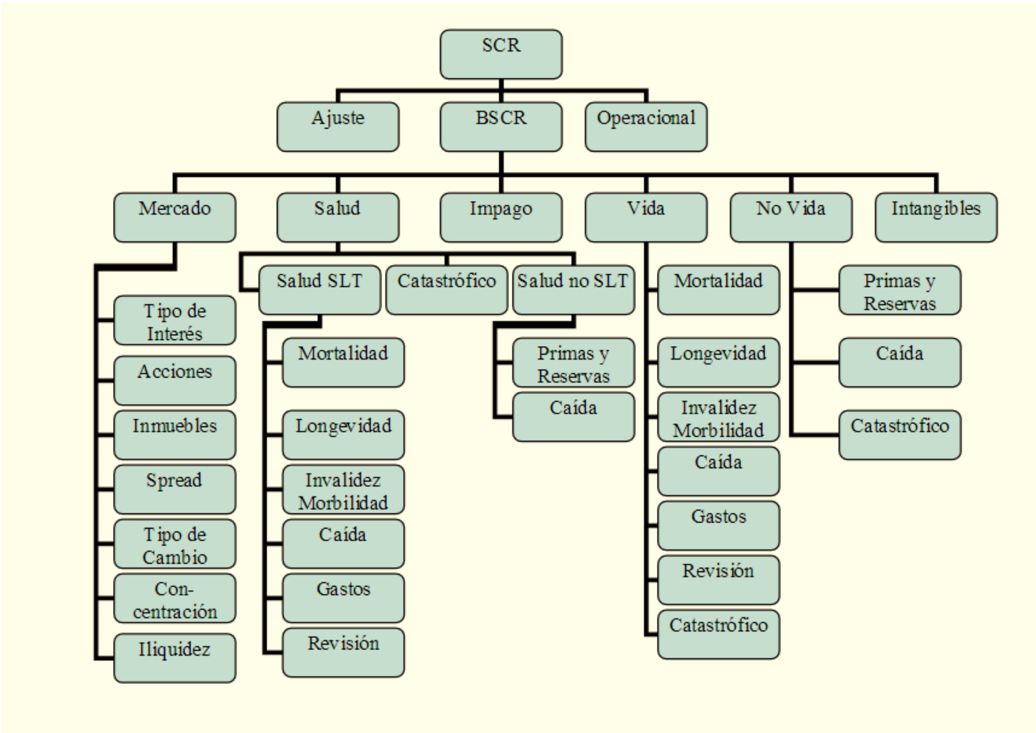
$$BSCR = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j} + SCR_{intangibles} \quad \text{(I)}$$

donde:

- $SCR_{intangibles}$ representa el capital de solvencia obligatorio frente al riesgo de intangibles. Está regulado en el artículo 203 del Reglamento Delegado (UE) 2015/35.
- $\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j$ es la suma correlacionada de todas las posibles combinaciones « $i,j$», donde $SCR_i$ representa el módulo de riesgo $i$ y $SCR_j$ representa el módulo de riesgo $j$. En el cálculo, $SCR_i$ y $SCR_j$ se sustituyen por:
  - ✓ $SCR_{distinto\ de\ vida}$, que representa el módulo de riesgo de suscripción del seguro distinto del seguro de vida.
  - ✓ $SCR_{de\ vida}$, que representa el módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida.
  - ✓ $SCR_{enfermedad}$, que representa el módulo riesgo de suscripción del seguro de enfermedad.
  - ✓ $SCR_{mercado}$, que representa el módulo riesgo de mercado.
  - ✓ $SCR_{incumplimiento}$ , que representa el módulo de riesgo de incumplimiento de la contraparte.

A su vez, el $SCR$ de cada uno de los cinco módulos de riesgo anteriores, se calcula también como la suma correlacionada de los $SCR$ de los submódulos en los que éstos se dividen. En la Figura 1, queda recogida la estructura modular de riesgos para el cálculo del $SCR$.

Figura 1. Estructura modular de riesgos para el cálculo del $SCR$




Fuente: *Quantitative Impact Studies 5*, QIS5

En el caso del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida, la fórmula estándar del cálculo del $SCR$, regulada en el artículo 105, apartado 3, de la Directiva de Solvencia II, se calcula con la siguiente fórmula:

$$SCR_{vida} = \sqrt{\sum_{i,j} Corr_{i,j} \cdot SCR_i \cdot SCR_j}$$

en la que $SCR_i$ representa el submódulo $i$ y $SCR_j$ representa el submódulo $j$, e « $i,j$» significa que la suma de los diferentes términos debe cubrir todas las combinaciones posibles de $i$ y $j$. En el cálculo, $SCR_i$ y $SCR_j$ se sustituyen por:

- ✓ $SCR_{mortalidad}$, que representa el submódulo de riesgo de mortalidad.

- ✓ $SCR_{longevidad}$, que representa el submódulo de riesgo de longevidad.
- ✓ $SCR_{discapadidad}$, que representa el submódulo de riesgo de discapacidad.
- ✓ $SCR_{gastos\ vida}$, que representa el submódulo de riesgo de gastos del seguro de vida.
- ✓ $SCR_{revisión}$ , que representa el submódulo de riesgo de revisión.
- ✓ $SCR_{caducidad}$ , que representa el submódulo de riesgo de caducidad.
- ✓ $SCR_{catástrofe\ vida}$, que representa el submódulo de riesgo de catástrofe del seguro de vida.

La fórmula estándar del cálculo del $SCR$ del módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida en el caso particular de considerar únicamente los submódulos de riesgo de mortalidad y riesgo de longevidad es la siguiente:

$$SCR_{\ vida} = \sqrt{SCR_{mort}^2 + SCR_{long}^2 - 0{,}50 \cdot SCR_{mort} \cdot SCR_{long}}$$

ya que, la matriz de correlaciones, definida en el Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de octubre de 2014 en el artículo 136, punto 3, es para estos dos submódulos de riesgo:

| j / i | Mortalidad | Longevidad |
|---|---|---|
| Mortalidad | 1 | -0,25 |
| Longevidad | -0,25 | 1 |

Para obtener el $SCR$ total de cada riesgo, $SCR_{long}$ y $SCR_{\ mort}$ se requiere calcular el $SCR$ para cada individuo asociado a cada riesgo.

El $SCR$ para el asegurado $i$, asociado al riesgo de mortalidad, $SCR_{mort,i}$ se calcula del siguiente modo en el modelo estándar:

$$SCR_{mort,i} = NAV_{0,mort,i} - \left(NAV_{0,mort,i} \middle| shock\ de\ mortalidad\right) \text{ con } i = 1, \dots, n_{0,s} \text{ ,}$$

siendo $n_{0,s}$ el número de asegurados del colectivo que tienen una operación de seguro en el momento del análisis, $t = 0$ y $NAV_{0,mort,i}$ la diferencia, entre el valor actual de mercado de los activos y los pasivos asociados a la operación de seguro.

El shock de mortalidad a aplicar es un incremento del 15% de la tasa de mortalidad, para cada edad y cada póliza.

Para el riesgo de longevidad, el *SCR* para el asegurado $i$, $SCR_{long,i}$ se obtiene de:

$$SCR_{long,i} = NAV_{0,long,i} - \left(NAV0_{0,long,,i} \middle| shock\ de\ longevidad\right) \text{ con } i = 1, \dots, n_{0,r} \ ,$$

siendo $n_{0,r}$ el número de asegurados del colectivo que tienen una operación de renta de supervivencia en el momento del análisis, $t = 0$ y $NAV_{0,long,,i}$ la diferencia, entre el valor actual de mercado de los activos y los pasivos asociados a la operación de renta de supervivencia del asegurado $i$.

En este caso, el shock de longevidad a aplicar es un decremento del 20% de la tasa de mortalidad, para cada edad y cada póliza.

Una vez calculados los *SCR* individuales de cada riesgo, el *SCR* total de cada riesgo se obtiene sumando los individuales:

$$SCR_{mort} = \sum_{i=1}^{n_{0,s}} SCR_{mort,i} \ ,$$

$$SCR_{long} = \sum_{i=1}^{n_{0,r}} SCR_{long,i}.$$

En el caso particular que cada asegurado tenga contratado un seguro de vida y una renta entonces $n_0 = n_{0,r} = n_{0,s}$ , siendo $n_0$ el número de asegurados que integran el colectivo en el momento del análisis $t = 0$.

Como puede observarse en la expresión (I) de la página 5, el cálculo del $BSCR$ se obtiene por suma correlacionada de todos los capitales de solvencia obligatorios menos para el caso del $SCR_{intangibles}$, cuya agregación se obtiene por suma aritmética.

Desde un punto de vista teórico, plantear la suma correlacionada para agregar riesgos parte de las siguientes hipótesis (Castañer y Claramunt (2014)):

a) El $SCR_i$ asociado al riesgo *i* se obtiene como el *Var* al 99,5% de la variable aleatoria pérdida asociada dicho riesgo, $Y_i$:

$$SCR_i = Var_{0,995}(Y_i) \quad i=1,\dots,k \text{ riesgos.}$$

b) La variable aleatoria $Y_i$, se distribuye según una normal de media 0 y varianza:

$$Y_i \sim N(0, \sigma_i^2) \quad i=1,\dots,k \text{ riesgos.}$$

c) La dependencia entre las variables aleatorias $Y_i$ y $Y_j$ queda perfectamente recogida con su coeficiente de correlación lineal $\rho_{i,j}$, $i=1,\dots,k$ y $j=1,\dots,k$ :

$$\rho_{i,j} = \frac{Cov(Y_i , Y_j)}{\sqrt{V(Y_i) \cdot V(Y_j)}}.$$

En base a las hipótesis anteriores si se considera la variable aleatoria agregada *Y*:

$$Y = \sum_{i=1}^{k} Y_i \sim N(0, \sigma^2) \quad con\ \sigma^2 = \sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j$$

entonces el *VaR* de la variable aleatoria *Y* asociado a una probabilidad $\alpha$, $VaR_Y(\alpha)$, se puede obtener como suma correlacionada del *VaR* de las marginales:

$$VaR_Y(\alpha) = z_\alpha \cdot \sigma = z_\alpha \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \rho_{i,j} \cdot \sigma_i \cdot \sigma_j} = \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \rho_{i,j} \cdot z_\alpha \cdot \sigma_i \cdot z_\alpha \cdot \sigma_j} =$$

$$= \sqrt{\sum_{i=1}^{k} \sum_{j=1}^{k} \rho_{i,j} \cdot VaR_{Y_i}(\alpha) \cdot VaR_{Y_j}(\alpha)}$$

siendo $z_\alpha$ el percentil $\alpha$ de la $N(0,1)$.

# 3. MODELO INTERNO PARA LA AGREGACIÓN DE RIESGOS EN SOLVENCIA II

El modelo interno planteado para calcular el $\boldsymbol{SCR}$ para el módulo de riesgo de suscripción del seguro de vida considerando la agregación de dos riesgos, el submódulo de riesgo de mortalidad y el submódulo de riesgo de longevidad, se basa en la interpretación formal del artículo 101 de la directiva de solvencia ii, y se asume la formalización matemática propuesta por Christiansen y Niemeyer (2014):

$$SCR = VaR_{0,995}(NAV_0 - NAV_1) = VaR_{0,995}(DNAV_0).$$

La metodología propuesta para su cálculo consiste en simular por el método de Monte Carlo la evolución de siniestralidad de la cartera, como puede verse en M.A. Pons y F.J. Sarrasí (2017).

Se asume la hipótesis que la cartera de la compañía de seguros en el momento del análisis, $t = 0$, está constituida por un colectivo $N_0$ formado por $n_0$ asegurados, y que cada asegurado $i$, de edad actuarial $x_i$, con $i = 1,2, \dots, n_0$, tiene contratado un seguro de vida y/o una renta cuyas prestaciones y contraprestaciones son conocidas en el momento del análisis.

El valor neto actualizado de los activos menos los pasivos, en el momento del análisis, $t = 0$, y un año después, $t = 1$, asociado a la cartera de la compañía de seguros se define del siguiente modo:

$$NAV_0 = A_0 - BEL_0 = \sum_{t=0}^{Q} (a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(0,t)]^{-t},$$

$$NAV_1 = A_1 - BEL_1 = \sum_{t=1}^{Q} (a_t - b_t) \cdot [1 + I_1(1,t)]^{-(t-1)},$$

donde:

- $Q$ es la variable aleatoria que indica el primer año en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios.

- $a_t$, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, es la variable aleatoria cuantía de los activos aportados en $t$ por el colectivo a la compañía de seguros. En el caso particular $t = 0$, $a_0$ es un valor cierto.

- $b_t$, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, es la variable aleatoria cuantía de los pasivos satisfechos en $t$ por la compañía de seguros. En el caso particular $t = 0$, $b_0$ es un valor cierto y vale 0 si el colectivo $N_0$ es de nueva creación. En el caso concreto que se considera, los pasivos estarán constituidos por las prestaciones de renta y de seguros que la compañía debe de satisfacer en $t$.

- $I_1(0,t)$ y $I_1(1,t)$, con $t = 0,1,2, \dots, Q$, son, respectivamente, los tantos efectivos anuales al contado e implícitos, siendo $I_1(0,0) = 0$ (Fontanals, H. y Ruiz, E., (2014)). Los tantos al contado vienen dados por el regulador.

Para calcular las variables aleatorias $NAV_0$ y $NAV_1$ y, por diferencia de las anteriores, la variable aleatoria $DNAV_0$, es necesario conocer la evolución del colectivo $N_0$ en el tiempo. Su evolución se obtiene a partir de la variable aleatoria $T_{N_0}$, que proporciona el número de años enteros que van a permanecer con vida cada uno de los $n_0$ asegurados que forman el colectivo $N_0$ en el momento $t = 0$. Formalmente la variable aleatoria $T_{N_0}$ viene dado por un vector cuyas componentes son variables aleatorias:

$$T_{N_0} = (T_{x_1}, T_{x_2}, \dots, T_{x_i}, \dots, T_{x_{n_0}}),$$

siendo $T_{x_i}$, con $i = 1, \dots, n_0$, la variable aleatoria número de años enteros que permanece con vida el asegurado $i$ de edad actuarial $x_i$.

Debido al elevado número de realizaciones que tiene la variable aleatoria $T_{N_0}$ es imposible trabajar directamente con su función de distribución. Este problema se resuelve simulando, por el método de Monte Carlo, las realizaciones de dicha variable. De esta forma, el número de realizaciones dependerá del número de simulaciones que se realicen del colectivo. Si $z$ es el número de trayectorias de evolución simuladas del colectivo, las realizaciones de la variable aleatoria $T_{N_0}$ vendrán dadas por el siguiente conjunto de vectores:

$$\{\vec{t}_{N_0}^{1}, \vec{t}_{N_0}^{2}, \dots, \vec{t}_{N_0}^{l}, \dots, \vec{t}_{N_0}^{z}\},$$

donde $\vec{t}^{\,l}_{N_0}$es el vector de la realización asociada a la simulación $l$, con $l = 1, \dots, z$ , de la variable aleatoria $T_{N_0}$:

$$\vec{t}^{\,l}_{N_0} = \left(t^l_{x_1}, t^l_{x_2}, \dots, t^l_{x_i}, \dots, t^l_{x_{n_0}}\right),$$

siendo $t^l_{x_i}$, con $i = 1, \dots, n_0$, la realización asociada a la trayectoria de evolución del colectivo $l$, con $l = 1, \dots, z$ , de la variable aleatoria $T_{x_i}$ y proporciona el número de años enteros que permanece con vida el asegurado $i$, de edad actuarial $x_i$ asociado a la trayectoria de evolución del colectivo $l$.

La probabilidad asociada a cada realización de $T_{N_0}$ es siempre la misma, y su valor depende del número de trayectorias de evolución del colectivo $z$ simuladas:

$$P\left[T_{N_0} = \vec{t}^{\,l}_{N_0}\right] = \frac{1}{z} \qquad \text{con } l = 1,2, \dots, z.$$

Una vez conocida la función de distribución de la variable aleatoria $T_{N_0}$ se obtienen el resto de las variables aleatorias relevantes del modelo, $a_t$, $b_t$, y $DNAV_0$, cuyas realizaciones son respectivamente:

$$\{a^1_t, a^2_t, \dots, a^l_t, \dots, a^z_t\},$$
$$\{b^1_t, b^2_t, \dots, b^l_t, \dots, b^z_t\},$$
$$\{DNAV^1_0, DNAV^2_0, \dots, DNAV^l_0, \dots, DNAV^z_0\},$$

con $t = 0,1,2, \dots, Q^l$ y $l = 1,2, \dots, z$, donde $a^l_t$, $b^l_t$ y $DNAV^l_0$ son, respectivamente, las realizaciones de las variables aleatorias $a_t$, $b_t$ y $DNAV_0$ asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo $l$, y $Q^l$ es el primer año, asociado a la trayectoria de evolución del colectivo $l$, en que la compañía de seguros queda liberada del pago de prestaciones a los beneficiarios.

Las realizaciones $a^l_t$ y $b^l_t$ de las variables aleatorias $a_t$ y $b_t$, asociadas a la trayectoria de evolución del colectivo $l$, con $l = 1,2, \dots, z$, se obtienen respectivamente a partir de:

$$a^l_t = \begin{cases} \vec{n}^{\,l}_t \cdot \vec{P}_t & para \quad t = 0,1, \dots, Q^l - 1 \\ 0 & para \quad t = Q^l \end{cases}$$

$$b^l_t = \begin{cases} b_0 & para \quad t = 0 \\ \vec{d}^{\,l}_t \cdot \vec{S}^{\,seg}_t + \vec{n}^{\,l}_t \cdot \vec{S}^{\,renta}_t & para \quad t = 1,2, \dots, Q^l, \end{cases}$$

donde:

- $\vec{P}_t$, con $t = 0,1,2, \dots, Q^l - 1$, es el vector de primas que deben satisfacer en $t$ los asegurados del colectivo inicial $N_0$, suponiendo que todos están vivos en $t$.
- $\vec{n}_t^l$, con $t = 0,1,2, \dots, Q^l - 1$, es el vector formado por ceros y unos, que tiene tantas componentes como asegurados $n_0$ tiene el colectivo $N_0$, y muestra qué asegurados están vivos en $t$, dada la trayectoria de evolución del colectivo $l$. Si la componente $i$, con $i = 1, \dots, n_0$, vale 1, indica que el asegurado $i$-ésimo está vivo en $t$, y si vale 0 es que está muerto.
- $b_0$ es un valor cierto y vale 0 si el colectivo $N_0$ es de nueva creación.
- $\vec{S}_t^{seg}$, con $t = 1, \dots, Q^l$, es el vector de la prestación en caso de fallecimiento que tiene que pagar la compañía en $t$ a los beneficiarios de los asegurados del colectivo inicial $N_0$, suponiendo que todos los asegurados tienen contratado un seguro falleciesen en el año $t$.
- $\vec{S}_t^{renta}$, con $t = 1, \dots, Q^l$, es el vector de la prestación en caso de supervivencia que tiene que pagar la compañía en $t$ a los asegurados del colectivo inicial $N_0$, suponiendo que todos los asegurados que tienen contratada la renta estén vivos en el año $t$.
- $\vec{d}_t^l$, con $t = 1, \dots, Q^l$, es un vector formado por ceros y unos, que tiene tantas componentes como asegurados $n_0$ tienen el colectivo $N_0$, y muestra qué asegurados del colectivo inicial fallecen durante el año $t$, dada la trayectoria de evolución del colectivo $l$. Si la componente $i$, con $i = 1, \dots, n_0$, vale 1, indica que el asegurado $i$-ésimo ha fallecido en el año $t$, y si vale 0 es que permanece vivo en $t$ o ha fallecido en un año diferente de $t$.

La agregación de los dos riesgos considerados en la cartera de la compañía se realiza para cada simulación, directamente sobre la realización l-ésima, $b_t^l$, de la variable aleatoria pasivos en t, $b_t$. De esta manera, $b_t^l$, tiene en cuenta el total que en t, debe de pagar la compañía en concepto de rentas y seguros, de acuerdo con la evolución que tenga el colectivo según su l-ésima simulación en ese momento.

La realización $DNAV_0^l$ de la variable aleatoria $DNAV_0$ asociada a la simulación $l$, con $l = 1,2, \dots, z$, se obtiene, por diferencia $DNAV_0^l = NAV_0^l - NAV_1^l$, siendo:

$$NAV_0^l = \sum_{t=0}^{Q^l} \left(a_t^l - b_t^l\right) \cdot [1 + I_1(0,t)]^{-t},$$

$$NAV_1^l = \sum_{t=1}^{Q^l} \left(a_t^l - b_t^l\right) \cdot [1 + I_1(1,t)]^{-(t-1)}.$$

Conocidas las realizaciones, por simulación, se podrá estimar la función de distribución de probabilidad de la variable aleatoria $DNAV_0$, y el $SCR_{vida}$ del colectivo se obtendrá como el $VaR_{0,995}$ de la variable aleatoria $DNAV_0$:

$$SCR_{vida} = VaR_{0,995}(DNAV_0).$$

## 4. EJEMPLO NUMÉRICO: COMPARACIÓN ENTRE EL *SCR* DEL MODELO ESTÁNDAR Y DEL MODELO INTERNO

En este apartado se ilustra un ejemplo numérico del cálculo del *SCR*, utilizando el modelo estándar y el modelo interno propuesto, para el riesgo de mortalidad y de longevidad de una cartera formada por seguros de vida y rentas de supervivencia.

Se asume que la cartera está formada por un colectivo homogéneo en cuanto a edades, sexo y características de la operación, y que la cartera es de nueva creación. El colectivo está formado por individuos de sexo masculino, con edad actuarial $x = 60$ años, donde cada uno de ellos tiene contratada una operación mixta integrada por un seguro inmediato, temporal de 15 años y con una suma asegurada, $S = 2.000$€, y una renta diferida 15 años y temporal 15 años, de cuantía 200€. La operación mixta está pactada a primas periódicas anuales hasta la temporalidad del seguro, 15 años.

Los datos técnicos asumidos en la operación son los siguientes:

- Tipo de interés técnico del 2% efectivo anual: $I_1 = 0{,}02$.
- Tablas de mortalidad: Población asegurada española masculina PASEM 2010.

- Estructura de tipos de interés al contado libres de riesgo 31-05-2018 (EIOPA).

Al ser una cartera de nueva creación la cuantía de los pasivos satisfechos en $t = 0$ por la compañía de seguros es cero, $b_0 = 0$.

En la Tabla 1 se calcula para diferentes tamaños del colectivo, el capital de solvencia obligatorio total para el ramo de vida, $SCR_{vida}$, y el que corresponde a cada individuo, utilizando el modelo interno y el modelo estándar. Como puede apreciarse en el modelo estándar se contempla un beneficio por diversificación ya que $SCR_{vida} < SCR_{long} + SCR_{mort}$ debido a las correlaciones negativas que Solvencia II asume para los dos riesgos considerados.

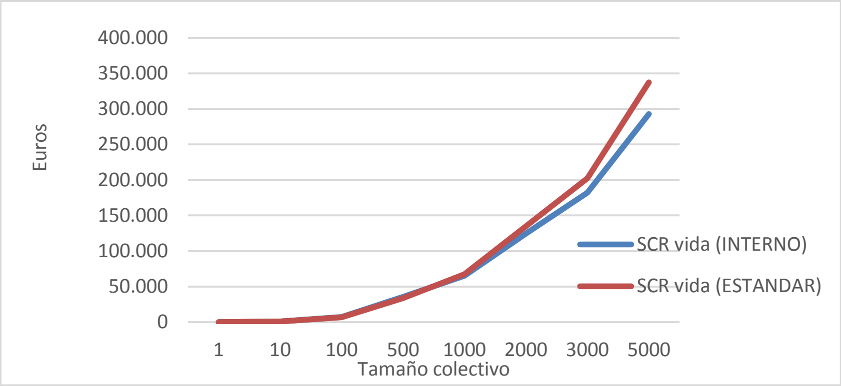
Tabla 1. *SCR* modelo interno versus SCR vida modelo estándar

| **Tamaño colectivo n** | **1** | **10** | **100** | **500** | **1.000** | **2.000** | **3.000** | **5.000** |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| **Modelo interno** | | | | | | | | |
| $SCR_{vida}$ | 73,7976 | 724,8727 | 7.179,354 | 35.672 | 65.342,36 | 124.681,8 | 181.948,4 | 292.816 |
| $SCR_{vida}$ /n | 73,7976 | 72,48727 | 71,79354 | 71,34 | 65,34236 | 62,3409 | 60,64947 | 58,5632 |
| **Modelo estándar** | | | | | | | | |
| $SCR_{long}$ | 39,5752 | 395,7519 | 3.957,5190 | 19.788 | 39.575,19 | 79.150,38 | 118.725,6 | 197.876 |
| $SCR_{mort}$ | 65,3900 | 653,9 | 6.539 | 32.695 | 65.390 | 130.780 | 196.170 | 326.950 |
| $SCR_{vida}$ | 67,4399 | 674,398 | 6.743,987 | 33.720 | 67.439,88 | 134.879,75 | 202.319,6 | 337.199,4 |
| $SCR_{vida}$ /n | 67,4399 | 67,4399 | 67,4399 | 67,4399 | 67,4399 | 67,4399 | 67,4399 | 67,4399 |

Fuente: Elaboración propia

Si se compara el $SCR_{vida}$ de los dos modelos puede apreciarse, tal y como queda reflejado en la Gráfica 1, que el obtenido por el método estándar, proporciona valores menores para colectivos pequeños.

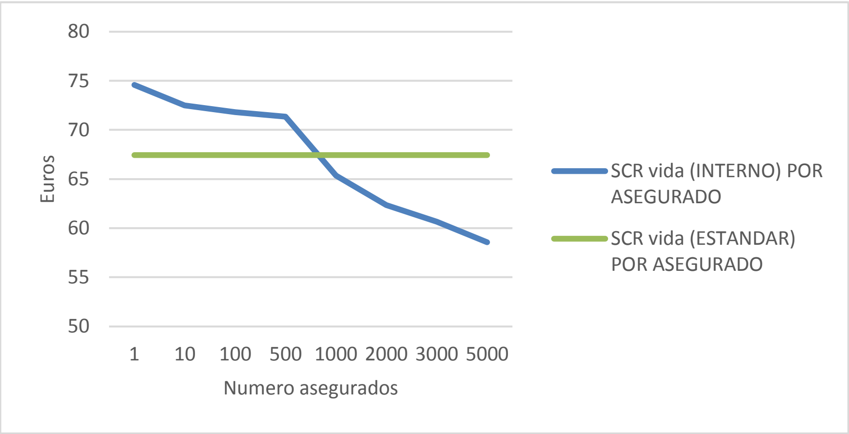
Gráfica1. *SCR* modelo interno y estándar con tamaño del colectivo




Fuente: Elaboración propia

Si se calcula el $SCR_{vida}$ que le corresponde a cada asegurado del colectivo, Gràfica 2, el modelo estándar proporciona un valor que es independiente del tamaño del colectivo, a diferencia de lo que sucece con el modelo interno, el cual se va haciendo mas pequeño conforme aumenta el tamaño del colectivo. Este comportamiento tiene que ver con la disminución que se produce en el riesgo no sistemático del colectivo cuando éste aumenta de tamaño.

Gráfica2. *SCR* por asegurado con tamaño del colectivo




Fuente: Elaboración propia

## 5. CONSIDERACIONES FINALES

El modelo estándar planteado en el marco de Solvencia II, propone un sistema de cálculo del $SCR$ modular, basado en la suma correlacionada del capital de solvencia obligatorio de los distintos riesgos que componen la cartera. Sin embargo, esta forma de agregar riesgos conlleva una hipótesis muy restrictiva, ya que asume normalidad de las variables aleatorias marginales que se están considerando y que el coeficiente de correlación entre ellas captura de forma adecuada su dependencia. Sin embargo, el modelo interno propuesto no asume estas hipótesis, ya que la agregación se realiza para cada simulación, directamente sobre las realizaciones obtenidas por simulación, de la variable aleatoria pasivos en t, $b_t$.

En el caso particular de una cartera que presente riesgo de mortalidad y longevidad, el $SCR$ total que se obtiene con el modelo estándar recoge un beneficio por diversificación, como consecuencia de asumir coeficientes de correlación negativos entre estos dos riesgos. Sin embargo, en el modelo interno propuesto el beneficio viene explicado fundamentalmente por agregación de asegurados, al disminuir el riesgo no sistemático de la cartera al aumentar su tamaño.

Por último, en el ejemplo numérico se ha considerado diferentes escenarios con tamaños de colectivos distintos, pero todos ellos homogéneos en cuanto a edades, sexo y características de la operación. En el estudio se observa como a partir de un determinado número de asegurados el modelo interno proporciona un *SCR* menor que el modelo estándar.

## 6. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS


- CASTAÑER, A. y CLARAMUNT, M.M. (2014). *Solvencia II.* En OMADO (Objectes i materials docents). Dipòsit Digital de la UB. Col·lecció Omado. http://hdl.handle.net/2445/44823.
- LATORRE LLORENS, LUIS, *Teoría de cópulas. Introducción y aplicaciones a Solvencia II.* Cuadernos de la fundación C/219. Fundación Mapfre (2017).

- CHRISTIANSEN, M.C. y NIEEMEYER, A. (2014). "Fundamental definition of the solvency capital requeriment in Solvency II". ASTIN Bulletin, 44, pp. 501-533. (http://www.journals.cambridge.org/article_S0515036114000105).
- PONS, M.A y SARRASÍ, F.J. Simulación de Monte Carlo aplicada a un modelo interno para calcular el riesgo de mortalidad en Solvencia II. Revista electrónica de comunicaciones y trabajos de Asepuma. Rect@. Volumen 18 (2017), págs. 53-70. DOI 10.24309/recta.2017.18.01.04.
- FONTANALS, H. y RUIZ, E. (2014). *Risc de tipus d'interès*. Editorial UOC. Barcelona.
- EL PARLAMENTO EUROPEO Y EL CONSEJO DE LA UNIÓN EUROPEA (2009). DIRECTIVA 2009/138/CE DEL PARLAMENTO EUROPEO Y DEL CONSEJO, de 25 de noviembre de 2009. *Diario oficial* de la Unión Europea, L 335: 1-155. (http://eur-lex.europa.eu/LexUriServ/LexUriServ.do?uri=OJ:L:2009:335:0001:0155:ES:PDF).
- EIOPA. Risk-Free Interest Rate Term Structures. https://eiopa.europa.eu/regulation-supervision/insurance/solvency-ii-technical-information/risk-free-interest-rate-term-structures
- Reglamento Delegado (UE) 2015/35 de la Comisión de 10 de octubre de 2014 por el que se completa la Directiva 2009/138/CE del Parlamento Europeo y del Consejo sobre el acceso a la actividad de seguro y de reaseguro y su ejercicio (Solvencia II).
- Tablas de mortalidad de la población asegurada española masculina PASEM (2010), BOE núm. 174, de 21 de julio de 2012, pp. 52491 a 52495.