

Diodenlaser mit Hertz-Linienbreite für ein optisches Calcium-Frequenznormal

Vom Fachbereich Physik der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.

genehmigte Dissertation

von

Dipl.-Phys. Hardo Stoehr

geboren am 17.03.1971 in Hildesheim

April 2005

Referent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer
Korreferent: Prof. Dr. Karsten Danzmann
Tag der Promotion: 23. November 2004

Zusammenfassung

In dieser Arbeit wurde ein Diodenlasersystem höchster Frequenzstabilität mit 657 nm Emissionswellenlänge entwickelt und als Oszillator eines optischen Frequenznormals mit neutralen Calcium-Atomen eingesetzt.

Durch die Stabilisierung der Emissionsfrequenz des Diodenlasers mit erweitertem Resonator auf eine Eigenfrequenz eines stabilen Hochfinesse-Referenzresonators mithilfe des Pound-Drever-Hall Verfahrens konnte eine Emissionslinienbreite von nur 1 Hz erzielt werden. Im Vergleich zu dem vorher verwendeten Farbstofflaser-Spektrometer wurde die Linienbreite um mehr als zwei Größenordnungen reduziert.

Dieses Ergebnis wurde mit einem neuen Referenzresonator aus ULE (Ultra-Low Expansion Glass) und durch neue mehrstufige Konzepte der Temperaturstabilisierung und Vibrationsisolierung erreicht. Um durch den Dopplereffekt und Fluktuationen der eingekoppelten optischen Leistung verursachtes Frequenzrauschen zu vermeiden, wurde der im Ultrahochvakuum gelagerte Referenzresonator in der Vakuumkammer fixiert. Eine passive Federaufhängung der Vakuumkammer reduzierte niedrigfrequente Beschleunigungsamplituden in den sub- μg -Bereich. Es wurde eine thermische Resonatordrift $< 0,1 \text{ Hz/s}$ erzielt entsprechend einer Drift der mittleren Resonatortemperatur von weniger als 10 nK/s .

Die Langzeitdrift des Referenzresonators betrug 73 mHz/s gemessen über einen Zeitraum von einem Jahr. Dies entspricht einer relativen Längenkontraktion von $1,6 \cdot 10^{-16}/\text{s}$, die etwa einen Faktor 4 kleiner als bei dem zuvor eingesetzten Zerodur-Resonator ist.

Durch die Minimierung von Dopplerverschiebungen und von durch Restamplitudenmodulation verursachten elektronischen Regeloffsetschwankungen konnte die bisher stabilste Resonatoranbindung von Diodenlasern demonstriert werden. Dazu wurden zwei Diodenlaser auf benachbarte Eigenresonanzen des Referenzresonators stabilisiert. Die volle Halbwertsbreite des Schwebungssignals betrug $0,3 \text{ Hz}$ bei 10 s Mittelungszeit und die Allan-Standardabweichung $\sigma_y(1 \text{ s}) = 7 \cdot 10^{-16}$.

Zur Bestimmung von optischem Leistungsspektrum, Frequenzstabilität und der spektralen Dichte des Frequenzrauschens des stabilisierten Diodenlasers wurde ein zweites, identisches Lasersystem für Vergleichsmessungen aufgebaut. Die volle Halbwertsbreite des Schwebungssignals der unabhängigen Systeme betrug $1,5 \text{ Hz}$ in 1 s und die Allan-Standardabweichung $\sigma_y(1 \text{ s}) = 2 \cdot 10^{-15}$, womit die bisher kleinste Linienbreite und Frequenzinstabilität von Diodenlasern gemessen wurde.

Das neue Diodenlasersystem wurde als Oszillator eines optischen Frequenznormals mit ultrakalten Calcium-Atomen ($T \approx 15 \mu\text{K}$) eingesetzt, das zurzeit mit einer relativen Unsicherheit von $1,2 \cdot 10^{-14}$ realisiert ist. Der durch Drift und Driftänderungen des Laseroszillators gegebene Beitrag zur Unsicherheit des Frequenznormals konnte mit dem neuen Lasersystem um mehr als eine Größenordnung auf weniger als 10^{-16} reduziert werden.

Für den phasenkohärenten Lichttransport zum Calcium-Experiment diente eine aktiv stabilisierte 30 m lange optische Faser. Die Instabilität des Frequenznormals wurde durch Schwebungsfrequenzmessungen mit dem zweiten stabilen Diodenlasersystem direkt bestimmt und lag mit $\sigma_y(\tau) \approx 2,5 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ etwa einen Faktor 20 über dem Quantenprojektionsrauschlimit. Die maßgeblichen Limitierungen waren Frequenzrauschen des Laseroszillators mit einem Beitrag von $\sigma_y(\tau) \approx 2,5 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ (Dick-Effekt) und andere technische Rauschbeiträge von zusammen $\sigma_y(\tau) \approx 1 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$.

Abstract

In this work a diode laser system at $\lambda = 657$ nm with extremely high frequency stability was developed and applied as the oscillator of an optical frequency standard with neutral Calcium atoms.

By frequency locking of the extended-cavity diode laser onto a resonance of a stable high-finesse reference cavity using the Pound-Drever-Hall scheme a laser linewidth of only 1 Hz was achieved. In comparison with the dye laser spectrometer used before the linewidth was reduced by more than two orders of magnitude.

This result was achieved with a new ULE (Ultra-Low Expansion Glass) reference cavity and new multiple-stage concepts of temperature stabilization and vibration isolation. The ultra-high evacuated reference cavity was rigidly suspended in the vacuum chamber in order to avoid frequency noise caused by Doppler shifts and fluctuations of the incoupled optical power. A passive spring suspension of the vacuum chamber reduced low-frequency accelerations down to amplitudes in the sub- μg domain. Thermal cavity drifts below 0,1 Hz/s were obtained corresponding to drifts of the cavity temperature average of less than 10 nK/s.

A long-term cavity drift of 73 mHz/s was measured over a period one year. This corresponds to a relative contraction of $1,6 \cdot 10^{-16}/\text{s}$ which is more than a factor of 4 smaller compared to the Zerodur reference cavity used before.

Due to minimized Doppler shifts and electronic servo offsets caused by residual amplitude modulation the most stable cavity locking of diode lasers so far could be demonstrated. By comparing two diode lasers locked onto adjacent modes of the reference cavity a beat signal width of 0,3 Hz (FWHM) within 10 s averaging time and the Allan standard deviation $\sigma_y(1\text{ s}) = 7 \cdot 10^{-16}$ was observed.

For Measurements of the optical power spectrum, the frequency stability and the spectral density of frequency noise of the stabilized diode laser a second identical laser system was setup. Comparing the two independent systems a beat signal linewidth of 1,5 Hz FWHM within 1 s and the Allan standard deviation $\sigma_y(1\text{ s}) = 2 \cdot 10^{-15}$ were measured. These result represent the smallest linewidth and frequency instability of diode lasers up to now.

The new diode laser system was used as the oscillator of an optical frequency standard with ultracold calcium atoms ($T \approx 15 \mu\text{K}$) which is realized with $1,2 \cdot 10^{-14}$ relative uncertainty at present. With the new laser system the uncertainty contribution given by the drift and drift changes of the laser oscillator could be reduced by more then one order of magnitude to less than 10^{-16} .

Phase coherent light transfer to the Calcium experiment was provided by an actively stabilized 30 m optical fiber. Performing beat measurements with the second stable diode laser system the instability $\sigma_y(\tau) \approx 2,5 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ of the frequency standard was directly measured, which exceeded the Quantum projection noise limit by a factor of 20. Major limitations where given by the contribution of laser frequency noise of $\sigma_y(\tau) \approx 2,5 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ (Dick-Effekt) and other technical noise contributions totally amounting to $\sigma_y(\tau) \approx 1 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$.

Schlagworte

- Diodenlaser
- Frequenzstabilisierung
- Optischer Referenzresonator
- Optisches Frequenznormal

Keywords

- diode laser
- frequency stabilization
- optical reference cavity
- optical frequency standard

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	13
2	Diodenlaser mit Hertz-Linienbreite	19
2.1	Eigenschaften der Diodenlaser	20
2.1.1	Schawlow-Townes-Linienbreite der solitären Laserdioden	20
2.1.2	Diodenlaser mit erweitertem Resonator	21
2.2	Stabilisierung auf Referenzresonatoren hoher Finesse	26
2.2.1	Eigenschaften der ULE-Referenzresonatoren	26
2.2.2	Pound-Drever-Hall Frequenzstabilisierung	34
2.2.3	Stabilität der Resonatoranbindung	39
2.3	Stabilität der Referenzresonatoren	48
2.3.1	Vibrationen	49
2.3.2	Langzeitdrift	56
2.3.3	Thermische Ausdehnung	57
2.3.4	Abhängigkeit von der eingekoppelten Leistung	64
2.3.5	Thermisches Rauschen	66
2.4	Eigenschaften der unabhängigen Diodenlasersysteme	67
2.4.1	Spektrum des Frequenzrauschens	68
2.4.2	Optisches Leistungsspektrum und Linienbreite	70
2.4.3	Frequenzstabilität	72
3	Phasenstabile Lichtübertragung	79
3.1	Aktive Phasenstabilisierung der Lichtübertragung	79
3.2	Lichtübertragung für die Anregung von Calcium-Atomen	81
4	Einsatz des Lasersystems im Calcium-Frequenznormal	85
4.1	Kühlung und Speicherung der Calcium-Atome	86
4.2	Ramsey-Bordé-Atominterferometrie im Zeitbereich	86
4.3	Instabilität des Calcium-Frequenznormals	92
4.3.1	Direkte Messung der Instabilität	94
4.3.2	Rauschen des atominterferometrischen Signals	96
4.3.3	Dick-Effekt	98
4.4	Potenzial des Calcium-Frequenznormals	102
5	Zusammenfassung und Ausblick	105
	Anhang	109

A	Schawlow-Townes-Linienbreite	109
B	Spektrale Leistungsdichte	111
C	Allan-Standardabweichung	115
D	Pound-Drever-Hall Diskriminatorsignal	117
E	Rauschen der Pound-Drever-Hall Detektoren	119
F	Regelverstärker der Frequenzstabilisierung	121
G	Sensitivitätsfunktion	123

Abkürzungen

AC	Alternating Current (Wechselstromanteil)
AlGaInP	Aluminium-Gallium-Indiumphosphid
AOM	Akustooptischer Modulator
AQT	Acquisition Time
CORE	Cryogenic Optical Resonator
DBM	Doppelt balancierter Mischer
DC	Direct Current (Gleichstromanteil)
ECDL	Extended-Cavity Diode Laser
EOM	Elektrooptischer Modulator
FFT	Fast Fourier Transformation
FM	Frequenzmodulation
FWHM	Full Width at Half Maximum
HF	Hochfrequenz
IF	Intermediate Frequency
MOT	Magneto-Optical Trap
MPQ	Max-Planck-Institut für Quantenoptik
Nd:YAG	Neodym-dotiertes Yttrium-Aluminium Granat
NIST	National Institute of Standards and Technology
PDH	Pound-Drever-Hall
PI	Proportional-Integral
PIN	Positive-Intrinsic-Negative
PTB	Physikalisch-Technische Bundesanstalt
PZT	Piezoelectric Transducer
QPN	Quantum Projection Noise
RAM	Restliche Amplitudenmodulation
RBW	Resolution Bandwidth
TEM	Transversale elektromagnetische Feldmode
TTL	Transistor-Transistor-Logik
ULE	Ultra-Low Expansion Glass
VCO	Voltage Controlled Oscillator

Kapitel 1

Einleitung

Die historische Entwicklung von Uhren, ausgehend von mechanischen Uhren über Quarzoszillatoren bis zu den heutigen Atomuhren, ist mit immer höheren Schwingungsfrequenzen der verwendeten Oszillatoren verbunden. Dies ermöglichte die immer feinere Einteilung von Zeitintervallen, verknüpft mit größeren relativen Genauigkeiten, mit denen Zeitintervalle und Frequenzen gemessen werden konnten.

Seit 1967 ist die Sekunde über die Mikrowellenfrequenz des Übergangs zwischen den Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustands von neutralen ^{133}Cs -Atomen definiert. Die Dauer einer Sekunde entspricht 9 192 631 770 Schwingungsperioden des elektromagnetischen Strahlungsfeldes dieses Übergangs [13]. Aufgrund dieser Definition hängt die Genauigkeit von Zeit- und Frequenzmessungen davon ab, mit welcher Unsicherheit die ungestörte atomare Übergangsfrequenz von Cäsium-Atomen abgefragt werden kann.

Um hohe Genauigkeiten und Stabilitäten zu erzielen, wird für die Cäsium-Spektroskopie die Methode der getrennten Oszillatorfelder (Ramsey-Atominterferometrie) eingesetzt [56]. Dabei durchlaufen die Atome zwei aufeinanderfolgende Mikrowellen-Anregungszonen, die jeweils eine Rabi-Oszillation mit dem Pulswinkel $\frac{\pi}{2}$ induzieren. Durch die Messung der Anregung hinter der zweiten Zone erhält man ein frequenzabhängiges Signal, dessen Halbwertsbreite umgekehrt proportional zum zeitlichen Abstand zwischen beiden Wechselwirkungen ist. Mit diesem Verfahren können daher trotz kurzer Wechselwirkungszeiten hohe Auflösungen erzielt werden.

Die kleinsten relativen Unsicherheiten in der Darstellung der Sekunde liegen heute bei etwa 10^{-15} und werden mit Cäsium-Fontänenuhren erzielt [14, 78]. Bei diesen Uhren werden Ensembles von auf etwa ein Mikrokkelvin abgekühlten Cäsium-Atomen senkrecht nach oben beschleunigt und bewegen sich anschließend auf einer parabelförmigen Bahn im Schwerfeld der Erde. Der große zeitliche Abstand der beiden Wechselwirkungen von ungefähr einer halben Sekunde führt zu Signalbreiten von etwa einem Hertz, so dass Liniengüten von ca. 10^{10} erzielt werden. Um die relative Unsicherheit von 10^{-15} zu erreichen, muss die Linienmitte auf 10^{-5} genau bestimmt werden. Bedingt durch das Signal-zu-Rausch Verhältnis und die daraus resultierende Instabilität der Uhr sind dafür Mittelungszeiten von bis zu einigen Stunden erforderlich. Die kleinste relative Instabilität einer Fontänenuhr beträgt $1,5 \cdot 10^{-14}$ in einer Sekunde [40]. Diese Uhr arbeitet bereits am Quantenlimit des Signal-zu-Rausch Verhältnisses, dem Quantenprojektionsrauschen, das durch die quantenmechanische Zustandsprojektion bei der Detektion des atominterferometrischen Signals hervorgerufen wird.

Die Genauigkeit der Fontänenuhren ist durch frequenzverschiebende Stöße der Atome limitiert [79]. Durch eine exakte Bestimmung und Korrektur der Stoßverschiebungen werden in Zukunft minimale Unsicherheiten von etwa 10^{-16} erwartet [51].

Optische Frequenznormale basierend auf einzelnen Ionen oder Ensembles von Neutralatomen bieten das Potenzial für erheblich größere relative Genauigkeiten und Stabilitäten. Aufgrund der etwa fünf Größenordnungen höheren Übergangsfrequenz werden Liniengüten im Bereich von 10^{12} bis zu einigen 10^{14} erreicht [55]. Seit einigen Jahren steht zudem mit optischen Frequenzkammgeneratoren auch ein „Uhrwerk“ zur Verfügung, das sowohl den Vergleich optischer Frequenzen untereinander als auch die Umsetzung in Mikrowellensignale mit hoher Genauigkeit und Stabilität erlaubt [29, 72].

Die geringsten Unsicherheiten werden für optische Einzelionen-Normale erwartet. Ein einzelnes in einer Paul-Falle [50] gespeichertes Ion, z.B. Hg^+ [70], Yb^+ [68] oder In^+ [77], kann in einem Volumen lokalisiert werden, dessen Abmessungen klein gegen die Wellenlänge des Uhrenübergangs ist (Lamb-Dicke-Regime). Dadurch werden Dopplerverschiebungen und Rückstoßbewegungen vermieden, so dass eine nahezu störungsfreie Spektroskopie möglich ist. Die kleinsten abgeschätzten Unsicherheiten betragen etwa 10^{-18} [19]. Da nur ein einzelnes Ion zum Signal beiträgt, wird jedoch ein niedriges Signal-zu-Rausch Verhältnis erzielt, so dass lange Mittelungszeiten zum Erreichen der Unsicherheit erforderlich sind.

Dagegen ermöglichen optische Frequenznormale, die auf Ensembles von etwa 10^6 bis 10^8 neutralen Atomen basieren, kleinste Instabilitäten. Untersuchungen bezüglich der Eignung für ein optisches Frequenznormal mit Neutralatomen wurden z.B. mit den Elementen Wasserstoff [47], Calcium [57], Magnesium [58] und Strontium [15] durchgeführt. Bei den Erdalkalielementen bieten sich die Interkombinationsübergänge aufgrund ihrer kleinen natürlichen Linienbreite und der Insensitivität gegenüber externen elektrischen und magnetischen Feldern als Uhrenübergänge an.

Durch die Speicherung und Laserkühlung der Atome in magnetooptischen Fallen werden atomare Ensembles mit Temperaturen von bis zu wenigen Mikrokelvin erzeugt. Die Abfrage des Uhrenübergangs wird nach Abschalten der Fallenfelder an den im Schwerfeld der Erde frei fallenden Atomen durchgeführt, um Frequenzverschiebungen durch den Zeeman-Effekt und den dynamischen Stark-Effekt zu vermeiden.

Die optische Spektroskopie der Neutralatome erfolgt nach dem Prinzip der Ramsey-Bordé-Atominterferometrie, die eine Erweiterung der Mikrowellen-Atominterferometrie für optische Frequenzen darstellt [12]. Bei optischen Frequenzen ist der Photonen-Impulsübertrag bei der Atom-Licht-Wechselwirkung so groß, dass die atomaren de-Broglie-Wellen von Grund- und angeregtem Zustand in der zweiten Zone nicht mehr überlappen. Daher sorgen zwei weitere Wechselwirkungszonen, bei denen das Licht in entgegengesetzter Richtung eingestrahlt wird, für einen räumlichen Überlapp in der letzten Zone, so dass ein geschlossenes Interferometer gebildet wird.

Da die Atome in magnetooptischen Fallen lokalisiert sind, werden die Wechselwirkungen nicht räumlich getrennt sondern durch das Einstrahlen von vier aufeinanderfolgenden Lichtpulsen realisiert (Atominterferometrie im Zeitbereich). Die Auflösung des Spektroskopiesignals wird durch die freie Flugzeit der Atome zwischen den ersten und letzten beiden Pulsen bestimmt. Die Atome bewegen sich während des freien Falls aus dem Wechselwirkungsbereich heraus, so dass die Pulsabstände nicht beliebig groß sein können und die Signalauflösung begrenzt ist.

Optische Frequenznormale mit auf wenige Mikrokkelvin abgekühlten Neutralatomen können schon in naher Zukunft Unsicherheiten von etwa 10^{-15} erreichen, limitiert durch Dopplerverschiebungen aufgrund von Restbewegungen der Atome [17]. Um auch diese Begrenzung zu überwinden, wurde die Speicherung von Neutralatomen in optischen Dipolfallen vorgeschlagen [31]. Eine solche optische Gitteruhr würde die Vorteile von Ionen- und Neutralatom-Normalen vereinen, da die Spektroskopie mit einer großen Zahl von Atomen bei minimalen Restbewegungen und langen Speicherzeiten durchgeführt werden kann.

Ein wesentlicher Bestandteil von optischen Frequenznormalen sind frequenzstabile Laseroszillatoren, da sowohl die Stabilität als auch die Genauigkeit durch Fluktuationen der Laserfrequenz beeinträchtigt wird. Um natürliche Linienbreiten im Hertz- oder sub-Hertz-Bereich aufzulösen, was bei den heutigen Ionenstandards eine Voraussetzung für das Erzielen maximaler Stabilitäten darstellt, ist ein entsprechend schmalbandiges Emissionsspektrum des Spektroskopielasers erforderlich.

Die Stabilität von Frequenznormalen mit Neutralatomen kann aufgrund von Aliasing (Dick-Effekt) durch Frequenzrauschen des Spektroskopielasers maßgeblich beeinträchtigt werden [54, 61]. Bedingt durch die wiederholte Präparation der Atome ist die Dauer der Spektroskopie kürzer als ein gesamter Abfragezyklus, so dass Informationen über den Verlauf der Laserfrequenz verloren gehen und fluktuierende Frequenzoffsets auftreten. Auf diese Weise wird die Langzeitstabilität des Normals durch Oszillator-Frequenzrauschen bei ganzzahligen Vielfachen der Zyklusfrequenz beeinträchtigt.

Ein Beitrag zur Unsicherheit optischer Frequenznormale wird durch nicht vorhersagbare Drift und Driftänderungen der Frequenz des Spektroskopielasers verursacht, da bei der atomaren Stabilisierung die Abweichung der Laserfrequenz von der atomaren Übergangsfrequenz nicht kontinuierlich sondern zyklisch bestimmt und korrigiert wird.

Für die Realisierung von Laseroszillatoren höchster Frequenzstabilität hat sich das Prinzip der aktiven Frequenzstabilisierung auf Eigenresonanzen von stabilen Hochfinesse-Referenzresonatoren bewährt, wodurch extrem niedriges Laserfrequenzrauschen erreicht werden kann. Zur Erzeugung des Diskriminatorsignals für die Frequenzstabilisierung wird üblicherweise die Pound-Drever-Hall Methode [21, 10] verwendet, die auch in dieser Arbeit zum Einsatz kommt. Mit diesem Verfahren können ein großer Empfangsbereich, eine hohe Regelbandbreite und eine schrotrauschbegrenzte Signaldetektion erzielt werden. Bei hochreflektierenden Resonatorspiegeln erhält man eine große Steigung des Diskriminatorsignals, so dass die Regelung unempfindlich gegenüber elektronischen Offsetschwankungen ist.

Im Idealfall ist das Frequenzrauschen eines auf diese Weise stabilisierten Lasers nur durch restliche Änderungen der Länge des Referenzresonators bestimmt. Um eine angestrebte Frequenzstabilität zu erzielen, werden daher entsprechende Anforderungen an die mechanische Stabilität des Referenzresonators gestellt. Hinzu kommen aber auch Einflüsse durch Frequenzoffsets und deren Schwankungen, die die Stabilität der Anbindung des Lasers an eine Resonatoreigenfrequenz bestimmen. Ein elektronischer Regeloffset tritt z.B. aufgrund von Restamplitudenmodulation auf, die durch die Phasenmodulation für das Pound-Drever-Hall Verfahren verursacht wird und hinreichend unterdrückt werden muss. Das Quantenlimit von hochfrequentem Amplitudenrauschen, das in Frequenzrauschen des stabilisierten Lasers konvertiert wird, ist durch Schrotrauschen bei der Signaldetektion gegeben.

Die Stabilität der Anbindung eines Lasers an die Resonatoreigenfrequenz läßt sich durch die Stabilisierung von zwei Lasern auf benachbarte Resonanzen desselben Resonators bestimmen. Die bisher kleinste Halbwertsbreite so gemessener Schwebungssignale betrug 34 mHz in 128 s, wobei zwei Nd:YAG Miniatur-Ringlaser stabilisiert wurden [23]. Die niedrigsten auf diese Weise bestimmten relativen Instabilitäten betragen etwa 10^{-16} und wurden mit Helium-Neon-Lasern und Nd:YAG Miniatur-Ringlasern erzielt [60, 23].

Die optische Weglänge eines Referenzresonators kann durch Brechungsindexschwankungen des Mediums zwischen den Spiegeln und mechanische Längenänderungen des Resonators beeinträchtigt werden. Um Frequenzstabilitäten auf dem Hertz- oder sub-Hertz-Level zu erzielen, sind daher eine Lagerung des Referenzresonators im Vakuum sowie eine effiziente Vibrationsisolierung und Temperaturstabilisierung erforderlich. Längenänderungen der Resonatoren treten auch durch die lokale Aufheizung der Spiegelschichten aufgrund von restlicher Lichtabsorption auf. Daher können auch Amplitudenrauschen und Einkoppelschwankungen des in den Resonator geführten Lichts zu maßgeblichen Frequenzschwankungen führen.

Die weltweit kleinste durch den Vergleich von zwei Systemen mit unabhängigen Referenzresonatoren gemessene Linienbreite beträgt 0,22 Hz bei einer Messzeit von 20 s, wobei eine lineare Drift von 2 Hz/s abgezogen wurde [85]. Dieses Ergebnis wurde mit Licht von einem Farbstofflaser und einer zweistufigen Frequenzstabilisierung auf Eigenresonanzen von stabilen Referenzresonatoren erzielt. Die unabhängigen Resonatoren der zweiten Stabilisierungsstufe waren dabei jeweils durch 3 m lange Gummiseilabhängungen gegen Vibrationen isoliert.

Ein wesentliches Ziel dieser Arbeit war die Realisierung von Diodenlasern mit höchster Frequenzstabilität. Diodenlaser zeichnen sich durch ihren kompakten Aufbau, die hohe Effizienz und den zuverlässigen Betrieb aus. Allerdings ist das durch den Prozess der spontanen Emission verursachte Frequenzrauschen und die damit verbundene Emissionslinienbreite (Schawlow-Townes-Linienbreite) erheblich größer als bei Gas-, Farbstoff- oder Festkörperlasern. Um niedriges Frequenzrauschen eines Diodenlasers zu erzielen, wird üblicherweise durch den Aufbau eines erweiterten Laserresonators zunächst eine passive Vorstabilisierung realisiert und so die Schawlow-Townes-Linienbreite reduziert. Mit einer weiteren aktiven Stabilisierung mithilfe eines stabilen Referenzresonators sollte das Frequenzrauschen im Prinzip so weit reduzierbar sein, dass die Limitierungen erreicht werden, die durch den Referenzresonator und das im Regelkreis zusätzlich auftretende Rauschen gegeben sind. Um dies auch bei hohen Fourierfrequenzen zu erzielen, ist aufgrund der großen Rauschamplituden des Diodenlasers eine große Regelbandbreite in Kombination mit hoher Regelverstärkung erforderlich.

Im Rahmen dieser Arbeit sollte untersucht werden, ob mit dem Pound-Drever-Hall Verfahren Hertz- oder sub-Hertz-Linienbreiten von Diodenlasern erzielbar sind, wie weit das Frequenzrauschen des Lasers unterdrückt werden kann und welche Limitierungen dabei auftreten. Die Untersuchungen zur Frequenzstabilisierung gliedern sich dabei in die zwei Schwerpunkte Stabilität der Anbindung des Lasers an die Resonatoreigenfrequenz und mechanische Stabilität des Referenzresonators. Weitere Fragestellungen bestanden darin, wie gut sich das neue Diodenlasersystem als Laseroszillator für das optische Frequenznormal mit neutralen Calcium-Atomen eignet, wie ein phasenstabiler Lichttransport zum Ort der Atome realisiert werden kann und welcher Beitrag zur Instabilität des Frequenznormals durch das Frequenzrauschen des Diodenlasers verursacht wird.

Die Arbeit ist wie folgt aufgebaut:

- In Kapitel 2 wird die Frequenzstabilisierung der Diodenlaser mit Referenzresonatoren hoher Finesse behandelt. Es werden zunächst die neuen Diodenlaser mit erweitertem Resonator, die neuen ULE-Referenzresonatoren hoher Finesse und deren optische Eigenschaften beschrieben.
Ein Schwerpunktthema sind die bei der Regelung auftretenden Offsetschwankungen. Dabei wird deren Charakterisierung und Reduzierung sowie die erzielte Stabilität der Laseranbindung beschrieben. Ein wesentliches Hilfsmittel dieser Untersuchungen bildet die Stabilisierung der beiden Diodenlaser auf benachbarte Eigenresonanzen desselben Resonators.
Als zweiter Schwerpunkt wird die mechanische Stabilität der Referenzresonatoren behandelt. Dabei werden Einflüsse durch Vibrationen, Temperaturänderungen und Änderungen der eingekoppelten Leistung sowie die Langzeitdrift für den Referenzresonator des neuen Diodenlaserspektrometers quantitativ bestimmt. Die mit der neuen Vibrationsisolierung und Temperaturstabilisierung erzielte Stabilität des Referenzresonators wird charakterisiert.
Durch den Vergleich der beiden unabhängigen Lasersysteme werden schließlich Frequenzrauschspektrum, Frequenzstabilität und Emissionslinienbreite der stabilisierten Diodenlaser ermittelt.
- Kapitel 3 beschreibt die phasenstabile Übertragung des Lichts zum Calcium-Experiment. Die im Rahmen dieser Arbeit aufgebaute aktive Stabilisierung einer 30 m langen Faser zum Calcium-Laborraum wird charakterisiert. Die mit hoher passiver Stabilität realisierten anschließenden Lichtübertragungsstrecken zur Calcium-Falle werden einschließlich der Lichtverstärkung durch Injektions-Locking untersucht.
- Kapitel 4 behandelt die Anwendung des neuen Diodenlaser-Spektrometers als optischen Oszillator des Calcium-Frequenznormals. Spektroskopisches Verfahren ist die hochauflösende Ramsey-Bordé-Atominterferometrie im Zeitbereich, die mit lasergekühlten, ultrakalten Calcium-Atomen durchgeführt wird. Gegenstand der Untersuchungen ist hier, in welchem Maße das Frequenzrauschen des Spektroskopielasers (Dick-Effekt), andere technische Rauscheinflüsse sowie das Quantenprojektionsrauschen zur Instabilität des Calcium-Frequenznormals beitragen. Abschließend werden die durch zukünftige Verbesserungen erzielbare quantenlimitierte Stabilität des Frequenznormals und mögliche Maßnahmen zur erforderlichen Reduzierung des Beitrags durch den Dick-Effekt diskutiert.

Kapitel 2

Diodenlaser mit Hertz-Linienbreite

Die zentrale Aufgabenstellung dieser Arbeit war die Entwicklung eines Diodenlasersystems höchster Frequenzstabilität bei 657 nm Emissionswellenlänge für den Einsatz in der höchstauflösenden Spektroskopie kalter Calcium-Atome. Als Ziel wurde eine Linienbreite des neuen Diodenlasersystems auf dem Hertz-Level angestrebt. Für Vergleichsmessungen auf diesem Niveau war der Aufbau eines zweiten, identischen Lasersystems erforderlich, weil kein Laser mit vergleichbarer Frequenzstabilität für die Charakterisierung verfügbar war. Die Grundlage für die Frequenzstabilisierung der Diodenlaser aus dieser Arbeit wurde durch die vorausgegangene Realisierung eines Diodenlasersystems bei 657 nm mit sub-kHz Linienbreite [75] gebildet. Bei Diodenlasern ist das durch den Prozess der spontanen Emission gegebene Quantenlimit des Frequenzrauschens des freilaufenden Lasers und die damit verbundene Emissionslinienbreite (Schawlow-Townes-Linienbreite) relativ groß, die bei den solitären Laserdioden aus dieser Arbeit einige MHz beträgt (Abschnitt 2.1.1). Daher wurden zwei Diodenlaser mit erweitertem Laserresonator aufgebaut, die bereits ein passiv erheblich reduziertes intrinsisches Frequenzrauschen besitzen (Abschnitt 2.1.2). Neben der grundlegenden Fragestellung, welche Linienbreite mit Diodenlasern erzielbar ist, wurde mit den Neuentwicklungen aus dieser Arbeit das Ziel verfolgt, das vorhandene Farbstofflasersystem, das etwa 200 Hz Emissionslinienbreite besaß [80], mit einem einfacher zu betreibenden, zuverlässigeren und frequenzstabileren System zu ersetzen.

Um Laser mit kleinsten Linienbreiten zu realisieren, wird üblicherweise die Methode der aktiven Frequenzstabilisierung auf Eigenresonanzen von externen, stabilen Referenzresonatoren hoher Finesse verwendet, die auch bei den bisherigen Spektroskopie-Lasersystemen des Calcium-Experiments zum Einsatz kam. Im idealen Fall hängt so das Frequenzrauschen des stabilisierten Lasers nur noch von der mechanischen Länge des Referenzresonators ab. Als Stabilisierungsmethode dient in dieser Arbeit das üblicherweise verwendete Pound-Drever-Hall Verfahren (Abschnitt 2.2.2). Neben Längenänderungen des Referenzresonators ist eine weitere mögliche Quelle von Frequenzschwankungen des stabilisierten Lasers durch zusätzliche fluktuierende Offsets zwischen Laserfrequenz und Resonatoreigenfrequenz gegeben, die durch Dopplerverschiebungen und elektronische Regelloffsets verursacht werden können. Daher wurde zunächst die Laseranbindung an den Resonator mithilfe der Stabilisierung beider Diodenlaser auf benachbarte Eigenresonanzen desselben Resonators optimiert und charakterisiert (Abschnitt 2.2.3). Auf diese Weise wurde untersucht, welche Linienbreite der Diodenlaser begrenzt durch die Stabilität der Anbindung möglich ist und welche Einflüsse dabei dominieren.

Um die erforderliche hohe mechanische Stabilität der Referenzresonatoren zu erzielen, war eine Charakterisierung und ausreichende Unterdrückung der auf dem Hertz-Level relevanten Einflüsse wie Vibrationen, thermische Drift, Langzeitdrift und thermische Ausdehnung der Spiegel-Beschichtungen aufgrund restlicher Absorption erforderlich. Diese Themen werden in Abschnitt 2.3 behandelt. Es wurde für beide Referenzresonatoren jeweils eine mehrstufige passive Vibrationsisolierung sowie eine Temperaturstabilisierung in einer aktiven und mehreren passiven Stufen aufgebaut. Mit einem neuen Konzept der Vibrationsisolierung, das eine starre Befestigung des Referenzresonators in seiner Vakuumkammer und eine vibrationsisolierende Aufhängung der Vakuumkammer vorsieht, konnte eine Unterdrückung von Dopplerverschiebungen des eingekoppelten Lichts in Kombination mit niedrigen Vibrationsamplituden der Referenzresonatoren erreicht werden.

Mit der atomaren Calcium-Frequenz als Referenz ließ sich sowohl die Langzeitdrift (Abschnitt 2.3.2) als auch die restliche thermische Drift (Abschnitt 2.3.3) des Referenzresonators des in der Calcium-Spektroskopie eingesetzten Diodenlasersystems bestimmen. Der Vergleich der beiden unabhängigen, in ihrem Aufbau und ihren Eigenschaften weitgehend identischen Diodenlasersysteme wurde unter anderem mithilfe von Schwebungsfrequenzmessungen durchgeführt. Auf diese Weise konnten das optische Leistungsspektrum, die Linienbreite, das Spektrum des Frequenzrauschens und die Frequenzinstabilität der stabilisierten Diodenlaser ermittelt werden (Abschnitt 2.4).

2.1 Eigenschaften der Diodenlaser

Bei Diodenlasern mit erweitertem Resonator wird mit der Verlängerung des Laserresonators im Vergleich zur solitären Laserdiode das durch spontane Emission verursachte Frequenzrauschen reduziert, welches die Quantenrauschgrenze der Linienbreite eines freilaufenden Lasers darstellt (Schawlow-Townes-Linienbreite). Aufgrund dieser passiven „Vorstabilisierung“ und eines kompakten und stabilen Aufbaus der Laserresonatoren besitzen die freilaufenden Diodenlaser aus dieser Arbeit bereits ein relativ niedriges Frequenzrauschen. Sie sind zudem sehr zuverlässig im Dauerbetrieb.

2.1.1 Schawlow-Townes-Linienbreite der solitären Laserdioden

Aufgrund ihrer Struktur und Größe werden bei solitären Laserdioden Frequenzrauschen und Linienbreite bestimmt durch den Prozess der spontanen Emission. Spontan emittierte Photonen in den Lasermode werden durch induzierte Emission verstärkt und tragen so aufgrund ihrer statistisch verteilten Phase zum Phasenrauschen des Lasers bei. Man kann allgemein zeigen, dass diese „Phasendiffusion“ eines Laserfeldes zu weißem Frequenzrauschen des Lasers führt, verknüpft mit einer Lorentzverteilung

$$S_E(\nu) \sim \frac{\Delta\nu}{(\nu - \nu_0)^2 + (\frac{\Delta\nu}{2})^2} \quad (2.1)$$

des optischen Leistungsspektrums $S_E(\nu)$ und der Linienbreite (FWHM)

$$\Delta\nu = \frac{R_{sp}}{4\pi\bar{n}}(1 + \alpha^2), \quad (2.2)$$

dabei ist R_{sp} die Rate der Spontanemissionen in den Lasermode und \bar{n} die mittlere Photonenzahl im Laserresonator [28, 74, 83]. Der Linienverbreiterungsparameter α berücksichtigt die

Kopplung von Amplitude und Phase bei Diodenlasern, die zusätzliches Phasenrauschen durch die bei Spontanemissionen auftretenden Amplitudenfluktuationen des Laserfeldes hervorruft. Typische Werte für α liegen zwischen 2 und 7. Die Linienbreite $\Delta\nu$ in Gleichung (2.2) ist bekannt als *modifizierte Schawlow-Townes-Linienbreite*, benannt nach A. L. Schawlow und C. H. Townes, die diesen Zusammenhang ursprünglich hergeleitet haben ohne den Faktor $(1 + \alpha^2)$ [62]. Die Beziehung ist in der ursprünglichen Form gültig für die meisten Gas-, Farbstoff- und Festkörperlaser, da für diese Laser $\alpha = 0$ angenommen werden kann. Für eine Berechnung der Linienbreite $\Delta\nu$ läßt sich Gleichung (2.2) weiter umformen (siehe Anhang A) zu

$$\Delta\nu = \frac{h\nu c^2(1 - R)^2 \mu}{4\pi P(L_{opt})^2}(1 + \alpha^2), \quad (2.3)$$

dabei ist R die Leistungsreflektivität der die Resonatorspiegel bildenden Diodenendfacetten, $\mu = \frac{N_2}{N_2 - N_1}$ der Inversionsparameter, der aus der Besetzungsdichte N_1 des unteren und N_2 des oberen Laserniveaus berechnet wird, P die Ausgangsleistung des Lasers und L_{opt} die optische Weglänge des Laserresonators. Die weiteren Größen sind das Plancksche Wirkungsquantum h , die Vakuumlichtgeschwindigkeit c und die optische Frequenz ν . Die Ausgangsleistung der in dieser Arbeit verwendeten AlGaInP-Laserdioden (Mitsubishi ML1016R-01) beträgt $P \approx 30$ mW bei einem Diodenstrom von 80 mA und einer Emissionswellenlänge von etwa 660 nm. Die weiteren Parameter sind im Detail nicht bekannt, typische Daten für AlGaInP-Laserdioden bei dieser Wellenlänge sind $R = 0,32$, Brechungsindex 3,6, Resonatorlänge 350 μm und Linienverbreiterungsparameter $\alpha = 7$ [32]. Bei einem GaAs-Diodenlaser ist typischerweise $\mu = 3$ [83], im Gegensatz zu einem idealen 4-Niveau-Laser, bei dem die Besetzungsdichte des unteren Laserniveaus Null ist und somit für den Inversionsparameter $\mu = 1$ gilt. Setzt man diese Werte mit $\nu = 4,54 \cdot 10^{14}$ in Gleichung (2.3) ein, so ergibt sich für die solitäre Laserdiode eine Schawlow-Townes-Linienbreite von $\Delta\nu = 3,1$ MHz. Bei Gas-, Festkörper- und Farbstofflasern liegt die Schawlow-Townes-Linienbreite meist im sub-Hertz- oder sogar sub-Millihertz-Bereich, so dass die Linienbreite der freilaufenden Laser üblicherweise durch technische Rauscheinflüsse bestimmt wird.

Aus Gleichung (2.3) ergeben sich mögliche Strategien, um diese Linienbreite für die Realisierung von Diodenlasern mit hoher Frequenzstabilität zu verringern: Erhöhung der Spiegelreflektivität R , der Ausgangsleistung P , oder der quadratisch eingehenden optischen Weglänge L_{opt} . Letzteres wird bei der Realisierung von Diodenlasern mit erweitertem Resonator durch die geometrische Verlängerung des Laserresonators erzielt. Da sich mit einem immer noch relativ kompakten Aufbau eine optische Weglänge realisieren lässt, die ein bis zwei Größenordnungen größer als bei der solitären Laserdiode ist, wird so die Schawlow-Townes-Linienbreite des Diodenlasers um typischerweise 2 bis 4 Größenordnungen verringert.

2.1.2 Diodenlaser mit erweitertem Resonator

Der schematische Aufbau der Laserresonatoren, die jeweils in einem geschlossenen Metallgehäuse auf einer Invarplatte montiert sind, ist in Abb. 2.1 dargestellt. Sie sind in der sogenannten Littman-Konfiguration aufgebaut, bei der das Licht der -1. Beugungsordnung des Reflektionsgitters (1400 Linien/mm), das als zusätzliches frequenzselektives Element dient, mithilfe eines Spiegels zurück zum Gitter und zur Laserdiode reflektiert wird. Der Laserresonator wird so durch die Endfläche der Laserdiode und den Spiegel gebildet. Die 0. Beugungsordnung des Gitters wird als Lichtauskopplung des Lasers verwendet, die Gesamtlänge des

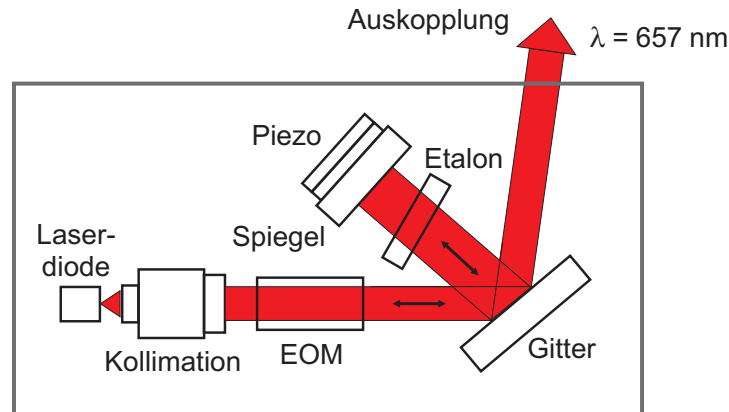


Abbildung 2.1: Aufbau des erweiterten Diodenlaser-Resonators

Laserresonators beträgt ca. 13 cm. Ein Vorteil dieser Konfiguration gegenüber der häufig verwendeten Littrow-Konfiguration, bei der das Licht der -1. Beugungsordnung des Gitters direkt in die Laserdiode zurückgekoppelt wird, besteht darin, dass für das Durchstimmen des Lasers nicht das Gitter sondern der Spiegel mit einem Piezo-Element bewegt wird. Dadurch bleibt das Gitter ortsfest und der ausgekoppelte Strahl wird bei dem Durchstimmen nicht parallel verschoben. Ein Nachteil ist der zusätzliche Leistungsverlust durch die zweifache Beugung am Gitter und die nicht genutzte 0. Ordnung der zweiten Gitterreflektion.

Die verwendeten AlGaInP-Laserdioden (Mitsubishi ML1016R-01) sind für den erweiterten Resonator einseitig entspiegelt mit einer Leistungs-Restreflektivität von weniger als 10^{-4} . Aufgrund der unterschiedlichen Strahldivergenz in Richtung senkrecht ($\theta_{\perp} \approx 22^{\circ}$) und parallel ($\theta_{\parallel} \approx 9^{\circ}$) zur aktiven Schicht der Diode ist der kollimierte Strahl elliptisch mit einer horizontalen Ausdehnung von etwa 8 mm (große Strahlachse). Das Licht fällt mit einem Winkel von ca. 50° zur Gittersenkrechten auf das Gitter, die Polarisation des Lichtes (parallel zur aktiven Schicht) ist aufgrund der Ausrichtung der Diode parallel zu den Gitterlinien. Die mit dieser Konfiguration gemessene Beugungseffizienz beträgt in der 0. und -1. Beugungsordnung jeweils 45 %, weitere Beugungsordnungen treten aufgrund der Winkelbedingung für Beugungsgitter [6] nicht auf. Durch die Reflektion am Spiegel und erneute Beugung am Gitter in -1. Ordnung wird das Licht in die Laserdiode zurückreflektiert. Für die Strahlformung des ausgekoppelten Lichts dient ein anamorphes Prismenpaar außerhalb des Lasergehäuses.

Der elektrooptische Modulator (LiNbO_3 , Länge: 40 mm, Brechungsindex: $n_e = 2,2$) im Laserresonator dient als schnelles Stellelement für die aktive Frequenzstabilisierung. Das zusätzliche Etalon im Laserresonator hat eine Dicke von $L = 10$ mm und besitzt einen freien Spektralbereich von $FSR = \frac{c}{2nL} \approx 10$ GHz ($n \approx 1,5$, Vakuum-Lichtgeschwindigkeit c). Es sorgt für zusätzliche Modenselektion und ist bei beiden verwendeten Lasern erforderlich, um Nebemoden zu unterdrücken. Die optische Weglänge des Laserresonators beträgt $L_{opt} \approx 19$ cm, der freie Spektralbereich $FSR = \frac{c}{2L_{opt}} \approx 800$ MHz.

Die Ausgangsleistung beider Diodenlaser in dieser Konfiguration ist bei 80 mA Diodenstrom mit ca. 9 mW im Vergleich zu den solitären Laserdioden (30 mW) aufgrund der zusätzlichen Verluste im externen Resonator deutlich kleiner.

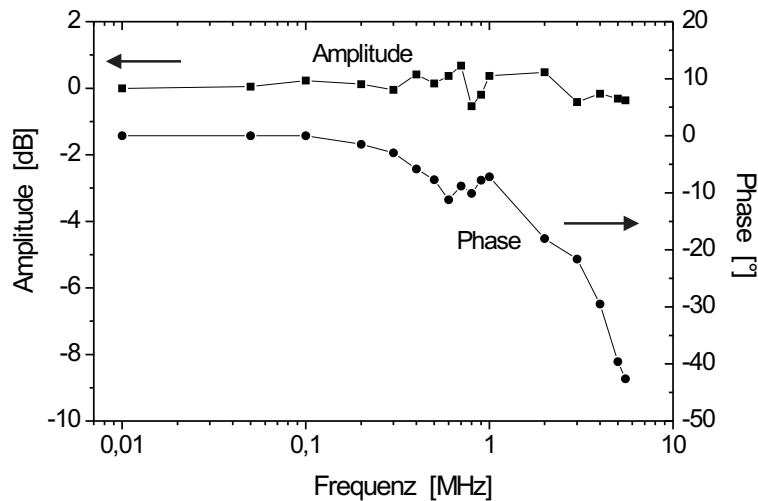


Abbildung 2.2: Übertragungsfunktion des resonatorinternen elektrooptischen Modulators

Abstimmbarkeit

Die Laserwellenlänge kann durch die Verkippung des Rückkoppelspiegels über mehrere Nanometer variiert werden, da so von dem spektral aufgefächerten Licht der -1. Beugungsordnung des Gitters der gewünschte Anteil in die Laserdiode zurückgekoppelt wird. Mit der zusätzlichen Wellenlängenselektion durch das Etalon wird die erwünschte Mode des Laserresonators ausgewählt bei gleichzeitiger Unterdrückung von Nebenmoden um 20 bis 30 dB. Aufgrund der Restreflektivität der entspiegelten Endfläche bildet die Laserdiode selbst ein schwaches Etalon, das für einen stabilen Einmodenbetrieb auf den erweiterten Resonator abgestimmt werden muss. Dafür wird die Feinabstimmung von Temperatur (Koeffizient: -25 GHz/K) und Injektionsstrom der Laserdiode genutzt, die für die Temperaturregelung auf einem Peltierelement befestigt ist. Mit dem Piezoelement, auf dem der Rückkoppelspiegel angebracht ist, kann der Laser maximal 1 GHz kontinuierlich durchgestimmt werden, ohne dass Modensprünge auftreten. Für eine modensprungfreie Durchstimmbarkeit über größere Bereiche wäre eine gleichzeitige Verkippung des Spiegels erforderlich. Mit dem EOM im Laserresonator ist das Etalon für einen stabilen Einmodenbetrieb erforderlich. Ohne diese beiden Elemente lässt sich der Laser mit dem Piezoelement über 4,5 GHz (maximaler Piezo-Hub), d.h. mehr als 5 freie Spektralbereiche, modensprungfrei durchstimmen. Dafür ist ein Selbststabilisierungseffekt verantwortlich, der bei Extended-Cavity Diodenlasern zur Unterdrückung benachbarter Nebenmoden führt [11].

Die Stellelemente für die Frequenzstabilisierung

Bei der aktiven Frequenzstabilisierung (Abschnitt 2.2.2) wird die Laserfrequenz über einen schnellen und einen langsamen Regelzweig korrigiert. Als Stellelement des langsamen Regelzweiges sorgt das Piezoelement für die Kompensation von Frequenzdrift des Laserresonators. Es wird über einen Piezotreiber angesteuert, dessen Verstärkung stufenlos variiert werden kann bis zu einem maximalen Übertragungskoeffizient von 150 MHz/V . Um die Frequenzcharakteristik zu bestimmen, wurde der freilaufende Laser auf die Transmissionsflanke eines sonst zur Modenanalyse eingesetzten Fabry-Perot-Resonators mit ca. 10 MHz Linienbreite

(FWHM) abgestimmt. Durch Modulation der am Piezo angelegten Spannung und Detektion des transmittierten Lichtes wurde die Übertragungsfunktion mit Amplitude und Phase gemessen. Sie zeigt eine deutlich ausgeprägte Resonanz bei 2,6 kHz und besitzt bis etwa 1 kHz einen flachen Frequenzgang mit maximal 20° Phasendrehung.

Für den schnellen Regelzweig wird der EOM im Laserresonator verwendet, dessen Übertragungskoeffizient wieder mit dem obigen Modenanalyse-Resonator ($FSR = 1,5$ GHz) in Transmission ermittelt wurde. Er beträgt bei einer angelegten DC-Spannung 3 MHz/V (± 10 %). Man kann den Übertragungskoeffizienten auch mithilfe des elektrooptischen Tensorelementes $r_{33} = 30,9 \cdot 10^{-12}$ m/V und der elektrischen Feldstärke E berechnen [83]:

$$\Delta n = \frac{n_e^3}{2} r_{33} E \quad (2.4)$$

Der EOM-Kristall hat eine Höhe von 5 mm, so dass eine Spannung von 1 V eine Feldstärke $E = 200$ V/m ergibt. Mit $n_e = 2,2$ erhält man $\Delta n = 3,3 \cdot 10^{-8}/V$. Da der EOM eine Länge von 4 cm hat, entspricht dies einer Änderung der optischen Weglänge von $\delta L_{opt} = 1,3 \cdot 10^{-9}$ m/V. Für eine Änderung $\delta\nu$ der Resonanzfrequenz ν des Laserresonators gilt

$$\frac{\delta\nu}{\nu} = \frac{\delta L_{opt}}{L_{opt}}, \quad (2.5)$$

was mit $L_{opt} = 19$ cm und $\nu = 4,56 \cdot 10^{14}$ Hz einen Koeffizienten von $\delta\nu = 3,2$ MHz/V ergibt. Um die Frequenzcharakteristik der EOM-Übertragungsfunktion in Amplitude und Phase zu bestimmen, wurde ein Michelson-Interferometer aufgebaut mit dem EOM in einem Interferometerarm. Der Spiegel des zweiten Arms konnte mit einem Piezoelement verschoben und so die Flanke des mit einem Fotodetektor gemessenen Signals als Arbeitspunkt eingestellt werden. Da das Signal auf der Flanke annähernd linear von der optischen Weglänge des EOM abhängt, ist diese proportional zur Signalamplitude. Die Phasenverschiebung wurde durch den Vergleich von Modulationssignal und Fotodiodensignal auf einem Oszilloskop ermittelt. Die gemessene Übertragungsfunktion ist in Abb. 2.2 dargestellt für Fourierfrequenzen von 10 kHz bis 5 MHz. Die Amplitude ist im gesamten Frequenzbereich konstant bis auf ± 1 dB und einer schwach ausgeprägten Resonanz bei ca. 700 kHz, die Phase zeigt bei dieser Frequenz einen Einbruch und fällt insgesamt kontinuierlich ab bis zu einer Phasenverschiebung von 43° bei 5,5 MHz.

Schawlow-Townes-Linienbreite

Die optische Weglänge des erweiterten Diodenlaserresonators übertrifft die der solitären Laserdiode um etwa 2 Größenordnungen. Berücksichtigt man die geringere Ausgangsleistung und die höheren Verluste im Laserresonator, so erhält man gemäß Gleichung (2.3) eine um etwa 3 Größenordnungen kleinere Schawlow-Townes-Linienbreite der Extended-Cavity-Diodenlaser von wenigen kHz. Das in Abschnitt 2.4.1 gemessene Rauschspektrum zeigt, dass das Frequenzrauschen des freilaufenden Diodenlasers für Fourierfrequenzen < 100 kHz offensichtlich durch technisches Rauschen dominiert ist, da die Rauschamplitude mit einem $1/f$ -ähnlichen Verlauf zu niedrigen Frequenzen hin ansteigt. Bei größeren Fourierfrequenzen zeigt die Messung in Abschnitt 2.4.1 weißes Frequenzrauschen mit einer Amplitude von $\sqrt{S_\nu} = 47$ Hz/ $\sqrt{\text{Hz}}$ (S_ν : spektrale Dichte des Frequenzrauschens). Diese Rauschamplitude entspricht aufgrund des bei weißem Frequenzrauschen gültigen Zusammenhangs [71]

$$\Delta\nu = \pi S_\nu \quad (2.6)$$

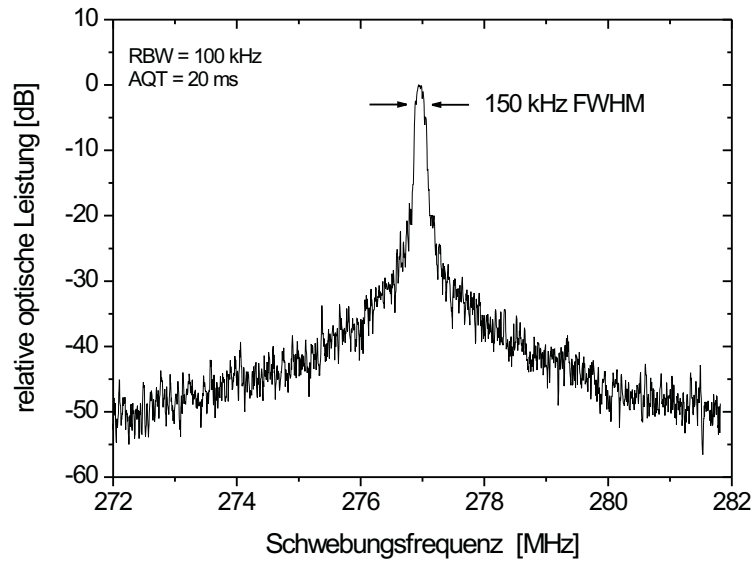


Abbildung 2.3: *Schwebungssignal der freilaufenden Extended-Cavity-Diodenlaser*. Messzeit: 20 ms, Auflösungsbandbreite: 100 kHz.

einer Linienbreite von $\Delta\nu \approx 7$ kHz. Dies bedeutet, dass das Spektrum des Frequenzrauschens für Fourierfrequenzen > 100 kHz offensichtlich von dem durch spontane Emission verursachten Frequenzrauschen dominiert wird.

Linienbreite der freilaufenden Laser

Die Linienbreite und Drift der freilaufenden Diodenlaser wurde mithilfe von Schwebungsfrequenzmessungen ermittelt. Abb. 2.3 zeigt das im FFT-Modus des Spektrumanalysators (Rohde&Schwarz FSP3) gemessene Schwebungssignal bei einer Messzeit von 20 ms und einer Auflösungsbandbreite von 100 kHz. Die durch technisches Rauschen dominierte Linienbreite beträgt 150 kHz (FWHM). Nimmt man für beide Laser eine Schawlow-Townes-Linienbreite von 7 kHz an, so wäre ohne den Einfluss von technischem Rauschen eine Linienbreite von 14 kHz zu erwarten, da sich durch die Addition der weißen Rauschamplituden auch die Linienbreiten addieren (Gleichung (2.6)). Die Messung der Signal-Einhüllenden zeigte, dass das Schwebungssignal aufgrund von langsamen Frequenzschwankungen bei einer Messzeit von 1 s innerhalb einer Breite von etwa 500 kHz oszillierte.

Die Drift des Signals betrug 3,5 MHz in 5 min bzw. 12 kHz/s, verursacht durch langsame Temperaturänderungen der Laserresonatoren. Damit die Temperaturdrift der Laser möglichst gering ist, werden die Invar-Grundplatten, auf denen die Laserresonatoren aufgebaut sind, aktiv temperaturstabilisiert. Dazu werden die Invarplatten mit von unten aufgeklebten Heizfolien auf eine Temperatur etwa 1 K oberhalb der Umgebungstemperatur geheizt. Die Temperaturstabilisierung ermöglicht einen zuverlässigen Betrieb der Diodenlaser für die Dauer eines Messtages (und länger), ohne dass Nebenmoden auftreten. Auch war ohne die Temperaturstabilisierung der Frequenzhub von 4,5 GHz, der mit dem Piezoelement des Rückkoppelspiegels erzielt wird, nicht immer groß genug, um bei der Frequenzstabilisierung auf den Referenzresonator die Temperaturdrift des Laserresonators zu kompensieren zu können.

2.2 Frequenzstabilisierung auf Eigenfrequenzen von Referenzresonatoren hoher Finesse

Ein wesentliches Ziel dieser Arbeit war, Diodenlaser mit Linienbreiten auf dem Hertz-Level oder darunter zu realisieren. Bei der aktiven Frequenzstabilisierung auf Eigenfrequenzen der Referenzresonatoren hoher Finesse, deren optische Eigenschaften in Abschnitt 2.2.1 beschrieben werden, kommt das *Pound-Drever-Hall Verfahren* zum Einsatz. Mit diesem Verfahren werden eine hohe Regelbandbreite und niedrige Regeloffset-Schwankungen erzielt (Abschnitt 2.2.2).

Damit das angestrebte Ziel erreicht werden konnte, war die Vermeidung oder weitgehende Reduzierung aller Effekte erforderlich, die die Emissionsfrequenz der stabilisierten Diodenlaser auf dem Hertz-Level beeinflussen können. Neben dem Aufbau von Referenzresonatoren mit hochstabiler optischer Weglänge (Abschnitt 2.3) besteht die zweite wesentliche Voraussetzung darin, dass eine entsprechend stabile Anbindung an die Resonatoreigenfrequenz realisiert wird (Abschnitt 2.2.3). Offset-Frequenzverschiebungen und -Fluktuationen des Lasers relativ zur Eigenfrequenz des Referenzresonators können z.B. durch elektronische Offsets und den Einfluss von restlicher Amplitudenmodulation (RAM) auftreten. Damit die Regelung möglichst unempfindlich gegenüber elektronischen Offsetschwankungen ist, werden in dieser Arbeit Referenzresonatoren mit hoher Finesse d.h. kleiner Resonatorlinienbreite verwendet, so dass eine große Steigung der Diskriminatorflanke erzielt wird.

Für die direkte Bestimmung von Offset-Frequenzverschiebungen wurden beide Diodenlaser auf benachbarte Resonanzen desselben Resonators stabilisiert und das Schwebungssignal gemessen. Mit den optimierten Stabilisierungssystemen werden eine Instabilität der Schwebungsfrequenz sowie eine Linienbreite des Schwebungssignals im sub-Hertz-Bereich erzielt (Abschnitt 2.2.3).

2.2.1 Eigenschaften der ULE-Referenzresonatoren

Im Rahmen dieser Arbeit wurden zwei lineare Resonatoren mit einer Länge von 10 cm aufgebaut. Die zylindrischen Abstandshalter haben einen Durchmesser von 8 cm, eine Zentralbohrung mit 10 mm Durchmesser für den optischen Strahlverlauf und eine Querbohrung zur Entlüftung (Abb. 2.4). Die hochreflektierenden Spiegel sind an den Endflächen durch optische Kontaktierung („Ansprenge“) befestigt.

Der freie Spektralbereich $FSR = \frac{c}{2L}$ (Frequenzabstand zwischen benachbarten Fundamen-

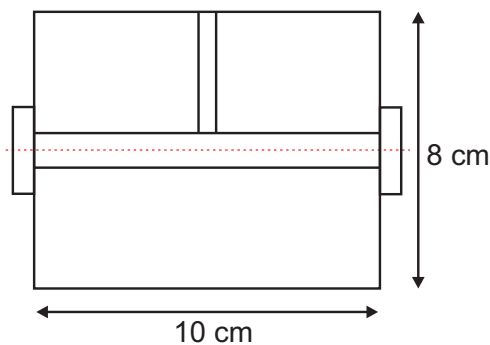


Abbildung 2.4: *Prinzipische Skizze der Hochfinesse-Referenzresonatoren*

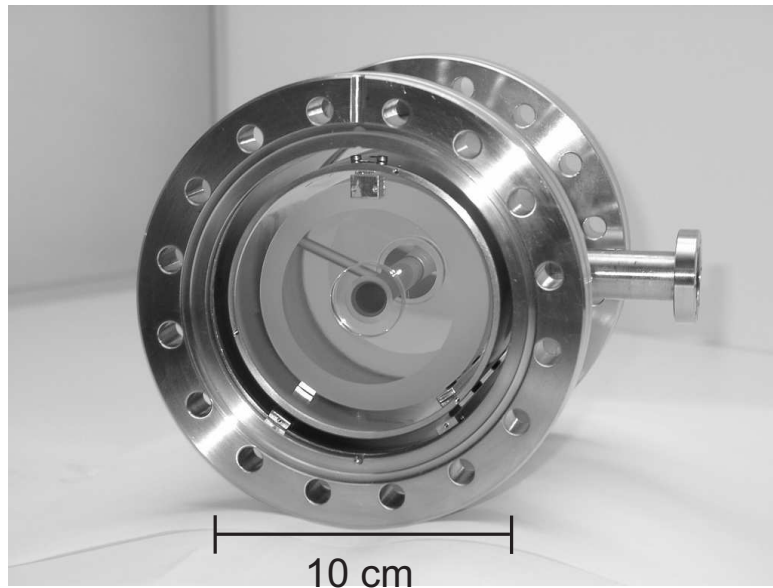


Abbildung 2.5: Aufbau von Referenzresonator 1 in der Vakuumkammer

talmoden) der Referenzresonatoren ist durch die Resonatorlänge $L = 10$ cm gegeben und beträgt 1,5 GHz. Diese Werte stellen einen Kompromiss dar zwischen einem möglichst kompakten Resonator, um hohe Resonanzfrequenzen mechanischer Eigenschwingungen zu erzielen, und einem nicht zu großen freien Spektralbereich. So kann die Differenz zwischen einem Fundamentalmode und der Übergangsfrequenz der Calcium-Interkombinationslinie für die Realisierung des Frequenzstandards mit einem akustooptischen Modulator überbrückt werden (Offset-AOM in Abb. 2.10).

Als Material für die Abstandhalter und Spiegelsubstrate der Referenzresonatoren wurde die Glaskeramik ULE (*Ultra-Low Expansion Glass*, Corning, Code 7971) gewählt, die einen kleinen thermischen Ausdehnungskoeffizienten mit einem Nulldurchgang nahe der Raumtemperatur besitzt (Abschnitt 2.3.3). Das Material setzt sich zusammen aus SiO_2 (92,5 %) und TiO_2 (7,5 %). Es bestätigte sich im Rahmen dieser Arbeit, dass ULE-Resonatoren im Vergleich zu anderen Glaskeramiken (z.B. Zerodur) eine deutlich kleinere Langzeit-Alterungsdrift besitzen (Abschnitt 2.3.2).

Aufbau der Referenzresonatoren in der Vakuumkammer

Die Referenzresonatoren, die aufgrund der Reihenfolge ihres Zusammenbaus im Folgenden *Resonator 1* und *Resonator 2* genannt werden, befinden sich im Ultrahochvakuum, damit Brechungsindexschwankungen durch Staub oder Luftkonvektion vermieden werden, Frequenzfluktuationen durch restliche Druckschwankungen hinreichend klein sind und die Einkopplung von Akustik vermieden wird (Abschnitt 2.3). Für eine erschütterungsfreie Evakuierung sorgen kleine 2 l/s-Ionengetterpumpen.

Für die Vibrationsisolierung wurde ein neues Konzept verfolgt, das auch bei den bisher weltweit frequenzstabilsten Lasern eingesetzt wird [85]. Ein Foto der Lagerung von Resonator 1 in der Vakuumkammer zeigt Abb. 2.5. Der Resonator ist in der Vakuumkammer nicht mit Federn oder Drähten aufgehängt, sondern mithilfe von Vitonstücken fixiert, damit keine Re-

lativbewegungen zum einfallenden Laserstrahl auftreten. So werden Dopplerverschiebungen (Abschnitt 2.2.3) und zusätzliche Fluktuationen der in den Resonator eingekoppelten optischen Leistung vermieden. Änderungen der im Resonator gespeicherten Leistung bewirken Längenänderungen des Resonators, da aufgrund der restlichen Absorption der Spiegel die Spiegeloberflächen sich lokal erwärmen und ausdehnen (Abschnitt 2.3.4). Das neue Konzept des fest mit der Vakuumkammer verbundenen Resonators erfordert allerdings, dass die gesamte Vakuumkammer gegenüber niedrigfrequenten Vibrationen isoliert wird (Abschnitt 2.3.1).

Für eine möglichst gute Entkopplung gegenüber Temperaturänderungen der Umgebung befinden sich die Resonatoren im Vakuum in einer zylindrischen, vergoldeten Zwischenschale aus Kupfer, deren Enden mit Deckeln abgeschlossen werden, die auf der optischen Achse Öffnungen für die Lichteinkopplung und -Auskopplung besitzen. Abb. 2.5 zeigt den Resonator mit demontierten Deckeln. Die polierte und vergoldete Oberfläche von Zwischenschale und Deckeln besitzt eine hohe Reflektivität für die infrarote Wärmestrahlung bei Raumtemperatur ($\lambda \approx 20 \mu\text{m}$). Die Lagerung von Resonator und Zwischenschale auf kleinen Vitonstücken minimiert den Wärmeübertrag durch Wärmeleitung. Dieser Aufbau bewirkt eine sehr gute passive Temperaturstabilisierung der Referenzresonatoren (Abschnitt 2.3.3).

Spektrum der optischen Resonatormoden

Die Eigenmoden eines optischen Resonators werden durch die sog. *Gauss-Hermite-Moden* (TEM_{mn} -Moden) beschrieben [36, 65]. Die Diodenlaser aus dieser Arbeit werden mit der in Abschnitt 2.2.2 beschriebenen aktiven Stabilisierung auf die Frequenz eines Fundamentalmodes (TEM_{00}) der Referenzresonatoren stabilisiert. Damit die Diskriminatorflanke der Regelung nicht durch höhere Transversalmoden beeinflusst wird, wurden Resonatoren mit einem nichtentarteten optischen Modenspektrum gewählt. Sie besitzen einen Hohlspiegel mit dem Radius $r_1 = 0,5 \text{ m}$ und einen Planspiegel ($r_2 = \infty$), wodurch Modengeometrie und Modenspektrum festgelegt sind. Der Fokus des Gaußstrahls befindet sich auf dem Planspiegel mit dem Fokusradius $w_0 = 204,5 \mu\text{m}$, der sich mit der Beziehung $R(z) = z + \frac{z^2}{z_R}$ für den Strahlradius aus der *Rayleigh-Länge* $z_R = \frac{\pi w_0^2}{\lambda}$ ergibt [36]. Die Resonanzfrequenzen der TEM_{mn} -Moden berechnen sich zu

$$\nu_{mnq} = q \cdot FSR + (m + n + 1)\Delta\nu, \quad (2.7)$$

dabei ist $\Delta\nu = \frac{FSR}{\pi} \arccos(\sqrt{g_1 g_2})$ der Transversalmodenabstand und $g_i = 1 - \frac{L}{r_i}$ [35]. Man erhält für die Referenzresonatoren $g_1 = 0,8$ und $g_2 = 1$ sowie den Transversalmodenabstand $\Delta\nu = 221,4 \text{ MHz}$. Damit ergibt sich das Modenspektrum, das mit höheren Transversalmoden der Longitudinalordnung q und den Fundamentalmoden der Ordnung q bis $q + 5$ in Abb. 2.6 dargestellt ist. Die Resonatorlänge und der Radius r_1 sind so gewählt, dass die Transversalmoden TEM_{mn} bis zu hoher Ordnung $m+n$ einen möglichst großen Frequenzabstand zu den benachbarten Fundamentalmoden mit größerem q besitzen. Bis zur Ordnung $m+n = 100$ beträgt dieser Frequenzabstand bei allen TEM_{mn} -Moden mindestens 19 MHz, mit lediglich einer Ausnahme bei $m+n = 61$ (3,9 MHz). Da bei einer Modenanpassung des in den Resonator eingekoppelten Laserstrahls auf den TEM_{00} -Mode zu erwarten ist, dass die Anregung höherer Transversalmoden mit steigender Ordnung abnimmt, sollte der Einfluss der höheren Moden auf das Diskriminatorsignal für die Frequenzstabilisierung vernachlässigbar klein sein. Dies bestätigte sich auch experimentell (Abschnitt 2.2.2), da das Diskriminatorsignal keine

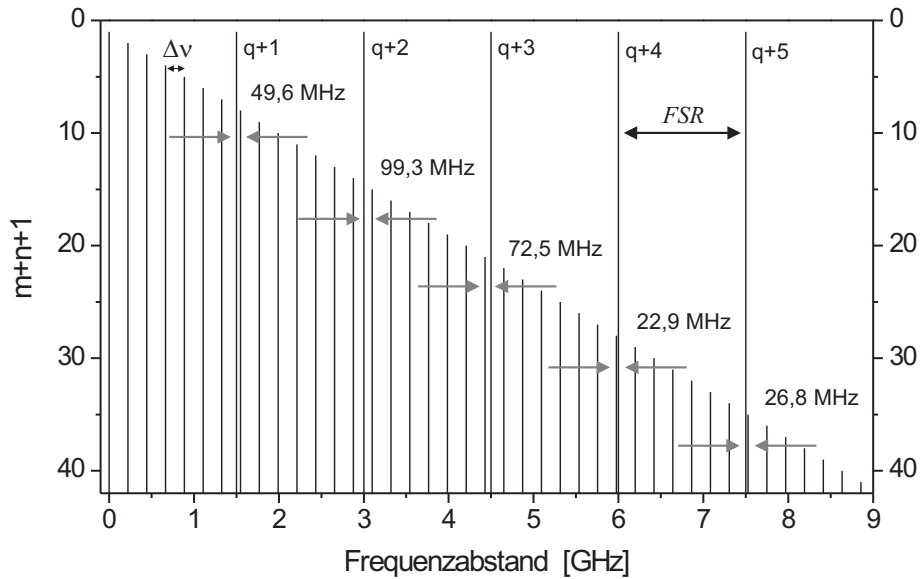


Abbildung 2.6: Berechnetes Spektrum der transversalen Resonatormoden und benachbarten Fundamentalmoden der Hochfinesse-Resonatoren. Der freie Spektralbereich beträgt $FSR = 1,5$ GHz, der Frequenzabstand der höheren Transversalmoden $\Delta\nu = 221,4$ MHz. Zusätzlich eingetragen sind die minimalen Frequenzabstände zwischen höheren Transversalmoden und benachbarten Fundamentalmoden.

auffälligen Strukturen oder Verformungen zeigt, die sich bei der Überlagerung mit zusätzlichen Signalen von höheren Moden ergeben würden.

Aufspaltung höherer Transversalmoden

Für eine Ordnung $m+n = const.$ existieren $m+n+1$ unterschiedliche geometrische Feldverteilungen [16], deren Frequenzen bei einem idealen Resonator mit perfekten Spiegeloberflächen entartet sind und exakt bei der Frequenz ν_{mnq} liegen. Bei einem realen Resonator treten auf den Spiegeloberflächen Abweichungen von der idealen rotationssymmetrischen Form auf, was bei den verschiedenen Feldverteilungen zu unterschiedlichen Weglängen und somit zur Aufhebung der Entartung führt [25]. Ist die Linienbreite des Resonators schmal genug, so können die Frequenzaufspaltungen bei einem Scan eines Lasers über die Resonanz aufgelöst werden. Bei den in dieser Arbeit verwendeten Hochfinesse-Resonatoren beträgt die Resonatorlinienbreite ca. 20 kHz. Mit Resonator 2 gemessene Transmissionssignale sind in Abb. 2.7 dargestellt bis zu der Ordnung $m+n=3$, die Aufspaltungen liegen zwischen 1,5 und 0,8 MHz. Sie fallen bei Resonator 1 kleiner aus, dort beträgt die Aufspaltung zwischen dem TEM_{01} - und TEM_{10} -Mode 0,54 MHz.

Die Beobachtung der Aufspaltung der Transversalmoden im Transmissionssignal bei modulierter Laserfrequenz wurde als praktisches Hilfsmittel genutzt, um bei noch nicht justierter Einkopplung in die Referenzresonatoren den TEM_{00} -Mode zu suchen. So wurde keine Kamera für die Beobachtung der Feldverteilungen benötigt.

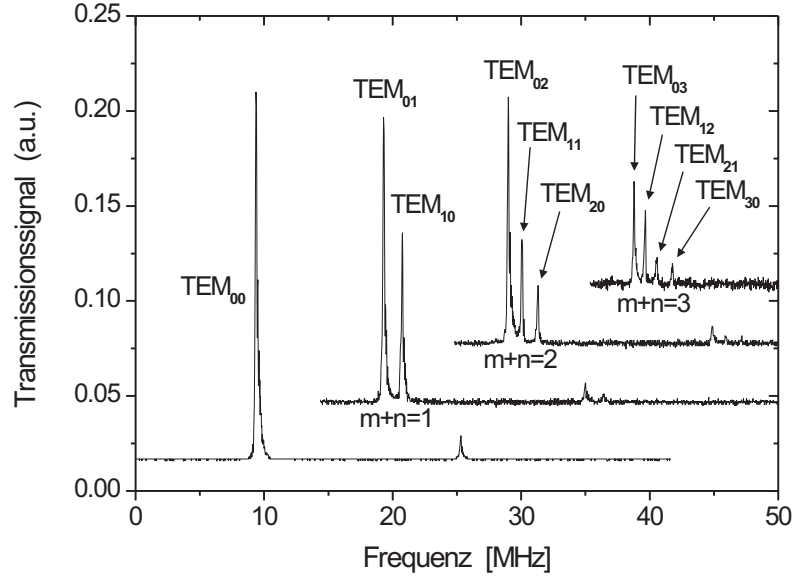


Abbildung 2.7: Frequenzaufspaltung höherer Transversalmoden von Resonator 2. Die Aufspaltungen betragen von links nach rechts: 1) $m+n=1$: $\Delta\nu=1,46$ MHz, 2) $m+n=2$: $\Delta\nu_1=1,05$ MHz, $\Delta\nu_2=1,27$ MHz, 3) $m+n=3$: $\Delta\nu_1=0,88$ MHz, $\Delta\nu_2=0,90$ MHz, $\Delta\nu_3=1,20$ MHz. Die Seitenbänder bei 16 MHz werden durch die Phasenmodulation für das Pound-Drever-Hall Verfahren erzeugt (Abschnitt 2.2.2).

Linienbreite und Finesse

Bei einem Resonator, der identische Spiegel mit der Reflektivität R besitzt, ist die Linienbreite, d.h. die volle Halbwertsbreite (FWHM) des Transmissionssignals, gegeben durch

$$\Delta\nu_{cav} = FSR \cdot \frac{1-R}{\pi\sqrt{R}} \quad (2.8)$$

Die *Finesse* des Resonators ist das Verhältnis von freiem Spektralbereich und Linienbreite:

$$F = \frac{FSR}{\Delta\nu_{cav}} = \frac{\pi\sqrt{R}}{1-R}. \quad (2.9)$$

Für die Transmission T , Absorption A und Streuung S bei einer Spiegelreflektion gilt

$$R + T + A + S = 1. \quad (2.10)$$

Die Spezifikation für die hochreflektierenden Spiegel der Hochfinesse-Resonatoren lautete

$$1 - R = T + A + S = 31 \text{ ppm} \quad (2.11)$$

mit $T = 20$ ppm und $A + S = 11$ ppm. Dies entspricht mit Gleichung (2.8) und (2.9) der Linienbreite $\Delta\nu_{cav} = 14,8$ kHz und der Finesse $F \approx 100\,000$ ($FSR = 1,5$ GHz).

Bestimmung der Linienbreite mit optischen Ringdown-Messungen

Vor dem Einbau der Referenzresonatoren in die Vakuumkammer wurde die Linienbreite mithilfe von optischen Ringdown-Messungen, bei denen die Speicherzeit des Lichts im Resonator

gemessen wird, bestimmt. Da die hochreflektierenden Resonatorspiegel in ihrer Originalverpackung sichtbar mit Staubteilchen behaftet waren, wurden die Spiegeloberflächen mit Linsenpapier und Aceton vor dem Kontaktieren der Spiegel an den ULE-Zylinder sorgfältig gereinigt. Weil nach einem Reinigungsvorgang auch kaum sichtbare Verunreinigungen noch zur Reduzierung der Reflektivität führen können, wurden die Spiegel vor der endgültigen Kontaktierung zunächst mit einer Halterung leicht an den ULE-Zylinder angedrückt. War die so gemessene Speicherzeit zu klein, konnten die Spiegel für eine erneute Reinigung wieder abgenommen werden.

Wird die Lichteinkopplung in einen Resonator schnell genug ausgeschaltet, so klingt die im Resonator zirkulierende Leistung aufgrund der resonatorinternen Verluste annähernd exponentiell ab. Für die in Transmission gemessene Leistung, die vor dem Ausschalten P_0 beträgt, gilt nach N Umläufen

$$P(N) = P_0 \cdot e^{-N\delta_c}, \quad (2.12)$$

wobei $\delta_c = 2(T + A + S) = 2(1 - R)$ der Gesamtverlust nach einem Resonatorumlauf (d.h. zwei Spiegelreflektionen) ist [65]. Da das Licht die Zeit $T_{2L} = \frac{2L}{c}$ für einen Umlauf benötigt, erhält man die Zeitabhängigkeit

$$P(t) = P_0 \cdot e^{-\delta_c \frac{t}{T_{2L}}} = P_0 \cdot e^{-\frac{t}{\tau_c}}, \quad (2.13)$$

mit der Speicherzeit $\tau_c = \frac{T_{2L}}{\delta_c}$, nach der die Leistung von P_0 auf $\frac{1}{e} \cdot P_0$ abgefallen ist. Mit $\tau_c = \frac{L}{c(1-R)}$ und Gleichung (2.8) erhält man

$$\Delta\nu_{cav} = \frac{1}{2\pi\tau_c\sqrt{R}}. \quad (2.14)$$

Der Faktor $\frac{1}{\sqrt{R}} = 1 + 1,6 \cdot 10^{-5}$ kann hier vernachlässigt werden, da die Linienbreite der Resonatoren auf etwa ein Prozent genau bestimmt wurde, so dass sich schließlich

$$\Delta\nu_{cav} = \frac{1}{2\pi\tau_c} \quad (2.15)$$

ergibt. Für die Messung der Speicherzeit wurde mit einem bei 100 MHz betriebenen akustooptischen Modulator Licht aus der ersten Beugungsordnung in den Resonator eingekoppelt und das 100 MHz RF-Signal mithilfe eines TTL-Signals abgeschaltet. Die transmittierte Leistung des Resonators wurde mit einem schnellen Fotodetektor gemessen und das Fotodiodensignal mit einem digitalen Speicheroszilloskop (Tektronix TDS 210, 60 MHz Bandbreite) aufgezeichnet, getriggert mit dem AOM-Steuersignal. Eine Messung des optischen Schaltvorgangs zeigte, dass das Licht innerhalb von 100 ns vollständig ausgeschaltet wurde. Die optische Schaltzeit war durch die Laufzeit der akustischen Welle durch den auf 170 μm Strahldurchmesser fokussierten Laserstrahl bestimmt (Schallgeschwindigkeit im AOM ca. 4500 m/s).

Mit diesem Verfahren wurde die Speicherzeit τ_c von Resonator 1 auch nach dem Einbau in die Vakuumkammer und der Evakuierung gemessen. Den zeitlichen Verlauf des Transmissionssignals zeigt Abb. 2.8, mit einem exponentiellen Fit an die Messkurve erhält man die Speicherzeit $\tau_c = 8,4 \mu\text{s}$ (± 1 %). Daraus ergibt sich die Resonatorlinienbreite $\Delta\nu_{cav} = 18,9 \text{ kHz}$ und mit Gleichung (2.9) und dem freien Spektralbereich $FSR = 1,5 \text{ GHz}$ die Finesse $F = 79200$ (± 1 %). Wegen $\tau_c \gg 100 \text{ ns}$ (Schaltzeit) können weitere Einflüsse auf das gemessene Signal, wie z.B. die Anstiegszeit des Fotodetektors, hier vernachlässigt werden.

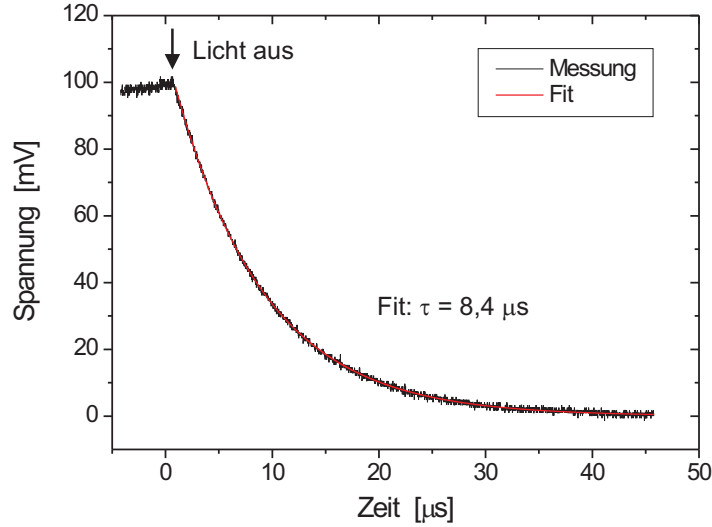


Abbildung 2.8: Ringdown-Messung von Resonator 1 in Transmission zur Ermittlung der Speicherzeit τ_c . Die mit einem Fit an die Messkurve ermittelte Speicherzeit beträgt $\tau = 8,4 \mu\text{s}$, dies entspricht der Resonatorlinienbreite $\Delta\nu_{cav} = 18,9 \text{ kHz}$.

Die gemessene Finesse ist kleiner als $F = 100\,000$ (Spezifikation der Spiegel), wofür wahrscheinlich restliche Verunreinigungen der Spiegeloberflächen verantwortlich sind. Vor dem Einbau des Resonators in die Vakuumkammer wurde eine Finesse von etwa 90 000 gemessen. Da sich der Resonator dabei noch an Luft unter Normaldruck befand, wodurch Verluste aufgrund von Rayleigh-Streuung an den Luftmolekülen auftraten, war für den evakuierten Resonator eine Finesse von etwa 100 000 zu erwarten. Nachträgliche Verunreinigungen der Spiegel sind möglicherweise durch ein versehentliches abruptes Belüften der Vakuumkammer beim Evakuieren zu erklären.

Direkte Messung der Linienbreite von Resonator 2

Die Linienbreite von Resonator 2 wurde direkt mithilfe des Transmissionssignals gemessen. Dazu wurde ein Teil des Lichts von dem auf Resonator 1 stabilisierten Diodenlaser in Resonator 2 eingekoppelt. Für die Frequenzabstimmung auf eine Resonanz von Resonator 2 diente die -1. Beugungsordnung eines akustooptischen Modulators (Brimrose GPM-80-40, 800 MHz, 3 dB-Bandbreite: 400 MHz), der mithilfe eines Frequenzsynthesizers und eines 2 W HF-Verstärkers (ZHL-1-2W, Mini-Circuits) angesteuert wurde (siehe Abschnitt 2.4.1).

Bei einem linearen Resonator mit zwei identischen Spiegeln (Transmission T , Reflektivität R) erhält man infolge der Vielstrahlinterferenz für die transmittierte Leistung P_{tr} die Airy-Funktion

$$\frac{P_{tr}}{P_0} = \frac{T^2}{(1-R)^2} \cdot \frac{1}{1 + K \sin^2(\frac{\varphi}{2})}, \quad (2.16)$$

dabei ist P_0 die eingestrahlte Leistung, $K = \frac{4R}{(1-R)^2}$ der Finesse-Koeffizient und $\varphi = \frac{4\pi nL}{\lambda}$ die durch die optische Resonatorlänge nL bei einem Umlauf gegebene Phasenverschiebung des Lichtes [43]. Der Skalierungsfaktor $\frac{T^2}{(1-R)^2}$ berücksichtigt den Leistungsverlust durch Absorption und Streuung, er ist Eins bei einem idealen Resonator ohne interne Verluste ($T = 1 - R$).

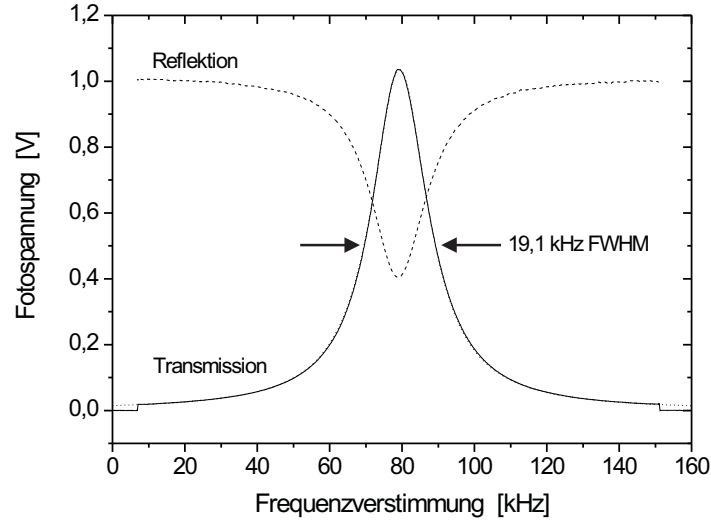


Abbildung 2.9: *Transmissions- und Reflektionssignal von Resonator 2 in Abhängigkeit von der Laserverstimmung. An das Transmissionssignal wurde eine Airy-Funktion angepasst (gepunktet).*

Mit Gleichung (2.9) und der Resonanzfrequenz ν_0 erhält man für das Transmissionssignal die Proportionalität

$$P_{tr} \sim \frac{1}{1 + \left(\frac{2 FSR}{\pi \Delta\nu_{cav}}\right)^2 \sin^2\left(\frac{\pi(\nu - \nu_0)}{FSR}\right)}. \quad (2.17)$$

Das gemessene Transmissions- und Reflektionssignal von Resonator 2 ist in Abb. 2.9 dargestellt. An das Transmissionssignal wurde zusätzlich eine Kurve gemäß Gleichung (2.17) angepasst, die volle Halbwertsbreite beträgt $\Delta\nu_{cav} = 19,1 \text{ kHz}$ ($\pm 1 \%$).

Die reflektierte Leistung in Abb. 2.9 ist im Resonanzfall nicht Null, wie für einen idealen Resonator zu erwarten wäre, sondern beträgt etwa 40 % des Maximalwertes bei verstimmtem Laser. Ein Grund dafür ist die nicht perfekte Modenanpassung des eingekoppelten Lichts. Durch den nicht idealen geometrischen Überlapp der Moden kann das Licht in Reflektion nicht vollständig durch destruktive Interferenz ausgelöscht werden. Die Analyse der Transmissionssignale höherer Transversalmoden ließ allerdings auf eine relativ gute Modenanpassung schließen: Das Signal war bei dem TEM_{01} - und TEM_{10} -Mode ca. 2 Größenordnungen kleiner als bei dem TEM_{00} -Mode, die Transmission noch höherer Moden war praktisch nicht mehr messbar.

Ein weiterer Grund für die hohe resonante Reflektion ist eine nicht ideale Impedanzanpassung. Unterschiedliche Reflektivitäten der Resonatorspiegel und Resonatorverluste durch Absorption und Streuung führen dazu, dass die Amplitude des austretenden Lichtes entweder zu klein („undercoupled“) oder zu groß („overcoupled“) ist, um selbst bei idealem Modenüberlapp vollständige destruktive Interferenz zu bewirken.

Durch eine Messung der Leistung vor und hinter dem Resonator wurde ermittelt, dass im Resonanzfall etwa 30 % der einfallenden Leistung transmittiert wird. Mit 40 % Reflektion gehen die verbleibenden 30 % durch Absorption und Streuung im Resonator verloren. Bei dieser Abschätzung wurden Absorption und Restreflektivität der antireflexbeschichteten Vakuumfenster und ULE-Spiegelsubstrate des Resonators vernachlässigt, die zusammen einen Verlust

von weniger als ein Prozent der eingestrahnten Leistung bewirken. Für Resonator 1 wurden im Resonanzfall 30 % Transmission und 26 % Reflektion gemessen, so dass etwa 44 % der eingestrahnten Leistung im Resonator absorbiert und gestreut werden und so zur Erwärmung von Resonator und Resonatorgehäuse führen.

2.2.2 Pound-Drever-Hall Frequenzstabilisierung

Grundprinzip und experimenteller Aufbau

Als Verfahren für die Stabilisierung der Diodenlasersfrequenz auf Eigenresonanzen der Referenzresonatoren kommt in dieser Arbeit das Pound-Drever-Hall Verfahren zum Einsatz. Dabei werden dem Laserlicht durch Phasenmodulation Seitenbänder aufgeprägt. Die Überlagerung der reflektierten Seitenbänder mit aus dem Resonator austretenden Licht führt bei Abweichung der Lasersfrequenz von der Resonatoreigenfrequenz zu einer Amplitudenmodulation des reflektierten Lichtes mit der Phasenmodulationsfrequenz. Durch die phasenrichtige Demodulation des Reflektionssignals erhält man, analog zur Frequenzmodulationsspektroskopie (FM-Spektroskopie) von atomaren und molekularen Übergängen, ein dispersionsartiges Diskriminatorsignal. Dieses Signal hängt nahe der Resonanz linear von der Differenz zwischen der Lasersfrequenz und der Eigenfrequenz des Resonators ab und eignet sich daher als Fehlersignal für die Frequenzstabilisierung.

Dieses Prinzip der Stabilisierung wurde bereits 1946 von R. V. Pound verwendet, um einen Mikrowellenoszillator mithilfe eines Referenzresonators zu stabilisieren [53], seit den achtziger Jahren wird dieses Verfahren auch für die Laserstabilisierung eingesetzt [21].

Im Vergleich zu in Transmission arbeitenden Verfahren, z.B. die Stabilisierung auf eine Flanke des Transmissionssignals, hat das Pound-Drever-Hall Verfahren den Vorteil, dass die Regelbandbreite nicht durch die Resonatorspeicherzeit τ_c begrenzt ist. Das Diskriminatorsignal zeigt lediglich einen Frequenztiefpass, dessen 3 dB-Grenzfrequenz durch die halbe Resonatorlinienbreite gegeben ist (Abb. 2.12), so dass auch mit Referenzresonatoren hoher Finesse Regelbandbreiten von einigen Megahertz erzielt werden können. In dieser Arbeit wird eine Regelbandbreite von etwa 3 MHz erreicht, was sich aus dem gemessenen Spektrum des Frequenzrauschens schließen lässt (Abschnitt 2.4.1). Darüberhinaus ist durch die Wahl einer hohen Modulationsfrequenz im MHz-Bereich eine schrotrauschbegrenzte Signaldetektion möglich, so dass im Vergleich zu Verfahren, die ohne Modulation arbeiten (z.B. Tilt-Locking, Hänsch-Couillaud-Verfahren), technische DC-Offsetschwankungen des Regelsignals vermieden werden. Vorteilhaft ist auch der große Eingangsbereich der Pound-Drever-Hall Regelung, der das Zweifache der Modulationsfrequenz beträgt. So lassen sich die Diodenlaser aus dieser Arbeit problemlos stabilisieren, obwohl die Emissionslinienbreite der freilaufenden Laser erheblich größer als die Linienbreite der Referenzresonatoren ist.

Der schematische Aufbau der Stabilisierung für das in der Calcium-Atominterferometrie eingesetzte Diodenlaserspektrometer ist in Abb. 2.10 dargestellt. Das Licht des Diodenlasers wird zunächst mit einem AOM im doppelten Durchgang frequenzverschoben, um die Frequenzdifferenz zwischen der atomaren Übergangsfrequenz und der benachbarten Resonatoreigenfrequenz zu überbrücken. Mit einem Phasenmodulator (PM25, Linos) werden die Seitenbänder aufgeprägt (10 MHz Modulationsfrequenz) und das Licht anschließend mit einer polarisationserhaltenden Monomodenfaser zum Referenzresonator geführt, der sich auf einer

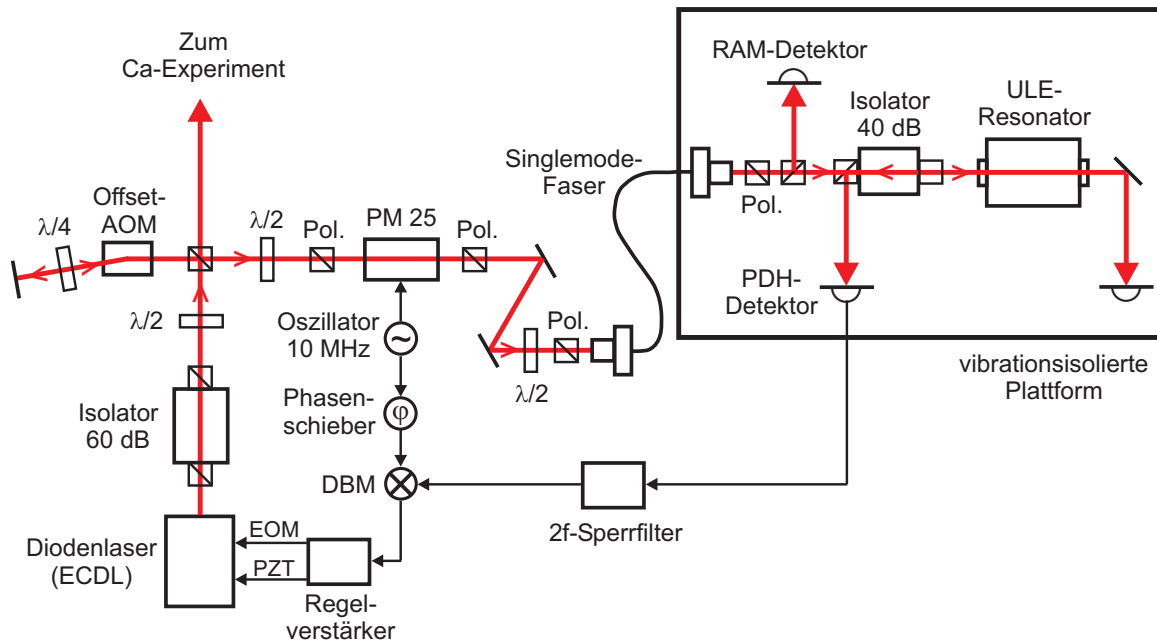


Abbildung 2.10: Der experimentelle Aufbau der Pound-Drever-Hall Stabilisierung des in der Calcium-Atominterferometrie eingesetzten Diodenlaserspektrometers. Ein doppelt durchlaufener akustooptischer Modulator (Offset-AOM) überbrückt die Frequenzdifferenz zwischen der Calcium-Übergangsfrequenz und der Resonatoreigenfrequenz. Mit einem Phasenmodulator (PM 25) werden die Seitenbänder für die Stabilisierung aufgeprägt und das Licht anschließend mithilfe einer polarisationserhaltenden Monomodenfaser auf die vibrationsisolierte Plattform mit dem Referenzresonator geführt. $\lambda/2$: $\lambda/2$ -Platte, $\lambda/4$: $\lambda/4$ -Platte, Pol.: rotierbare Polarisatoren, DBM: doppelt balancierter Mischer, EOM: elektrooptischer Modulator im Laserresonator, PZT: Piezoaktuator.

vibrationsisolierte Plattform befindet. Die Polarisationsachse des Lichts vor und hinter dem Phasenmodulator und der Faser wird mit $\lambda/2$ -Platten und Polarisatoren eingestellt. Mithilfe eines Faraday-Isolators wird das vom Referenzresonator reflektierte Licht auf die Fotodiode geführt und die Rückreflexion von Licht in den optischen Strahlengang unterdrückt. Das detektierte Signal wird mithilfe eines doppelt balancierten Mischers (SRA-1, Mini-Circuits) phasenrichtig mit dem Oszillatorsignal heruntergemischt. Aus dem elektronischen Fehlersignal am Mischeraustrag wird das Regelsignal für die Diodenlaser-Stellelemente generiert. Mit einem zusätzlichen Detektor (RAM-Detektor) wird die restliche Amplitudenmodulation (RAM) bei 10 MHz gemessen, die Frequenz-Offsetverschiebungen der Regelung verursacht. Dafür wird mit einem nicht polarisierenden 50 %-Strahlteiler auf der Resonatorplattform vor dem Isolator Licht abgezweigt.

Das zweite Pound-Drever-Hall Stabilisierungssystem (16 MHz Modulationsfrequenz), das für die Diodenlaser-Vergleichsmessungen dieser Arbeit eingesetzt wurde, ist nahezu identisch mit dem beschriebenen 10 MHz-System, besitzt aber keinen Offset-AOM. Zusammen mit Resonator 2 und dem zweiten Diodenlaser stand so ein vergleichbares, unabhängiges Lasersystem zur Verfügung.

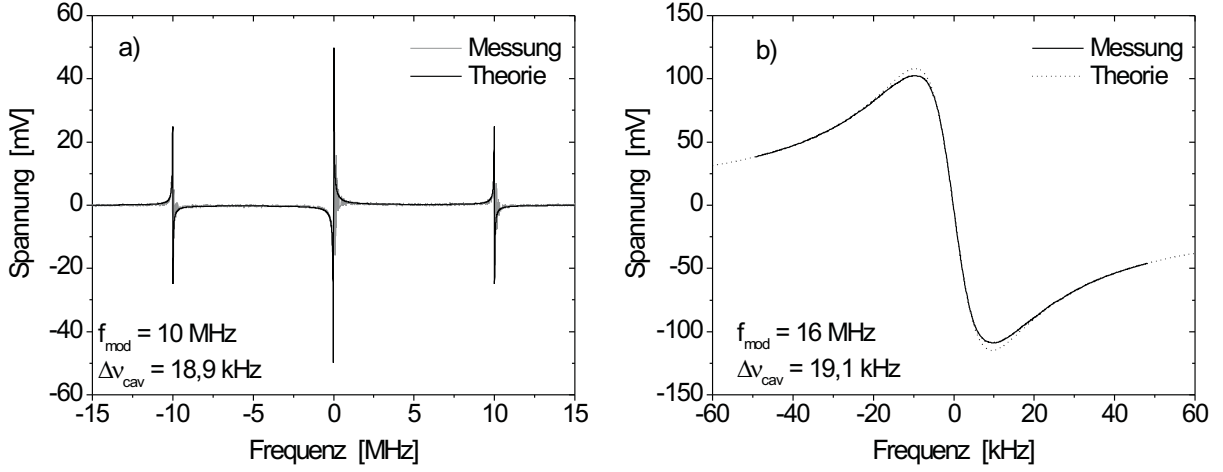


Abbildung 2.11: *Diskriminatorsignale der Pound-Drever-Hall Stabilisierungen.* a) Signal des Systems mit Resonator 1 (10 MHz Modulationsfrequenz). Die Dispersionsstrukturen bei ± 10 MHz werden von den Modulationsseitenbändern verursacht. b) Zentrale Dispersionsflanke des Systems mit Resonator 2 (16 MHz Modulationsfrequenz). In beiden Fällen wurde eine Theoriekurve gemäß Gleichung (2.18) angepasst.

Diskriminatorsignal

Das Diskriminatorsignal des Pound-Drever-Hall Verfahrens, das man durch die phasenrichtige Demodulation des Signals vom Fotodetektor erhält, ist proportional zu dem Dispersionsterm

$$D(\Delta) = \frac{\Omega^2 \Gamma \Delta (\Gamma^2 + \Omega^2 - \Delta^2)}{(\Delta^2 + \Gamma^2)((\Delta + \Omega)^2 + \Gamma^2)((\Delta - \Omega)^2 + \Gamma^2)}, \quad (2.18)$$

wobei hier Winkelfrequenzen statt physikalischer Frequenzen betrachtet werden (Anhang D). Dabei ist Δ die Verstimmung des Lasers von der Resonanz, Ω die Modulationsfrequenz und $\Gamma = 2\pi \frac{\Delta\nu_{\text{cav}}}{2}$ die halbe Resonatorlinienbreite (Anhang D). Für $\Delta \ll \Omega$ ist

$$D(\Delta) \approx \frac{\Delta}{\Gamma} \frac{1}{1 + \left(\frac{\Delta}{\Gamma}\right)^2}, \quad (2.19)$$

so dass in der Mitte der zentralen Flanke ($\Delta \ll \Gamma$) das Signal proportional zur Verstimmung Δ ist.

Die Diskriminatorsignale wurden bei beiden unabhängigen Systemen am Mischerausgang gemessen (Abb. 2.11). Das Signal des Systems mit Resonator 1, gemessen mit einem schnellen Frequenzscan (> 100 MHz/s) des ungestabilisierten Lasers, zeigt auch die durch die Modulationsseitenbänder bei ± 10 MHz verursachten Dispersionsstrukturen. Die Oszillationen bei den drei Nulldurchgängen der steilen Flanken werden durch die hohe Scangeschwindigkeit verursacht. Mit dem zweiten System wurde das Signal nahe der Resonanz aufgenommen, so dass hier der zentrale Flankenbereich, der für die Stabilisierung dient, mit hoher Auflösung sichtbar ist. Dazu wurde Licht des auf Resonator 1 stabilisierten Lasers in das zweite Stabilisierungssystem eingekoppelt und die Frequenz mithilfe eines akustooptischen Modulators langsam über die Resonanz gefahren (2 kHz/s).

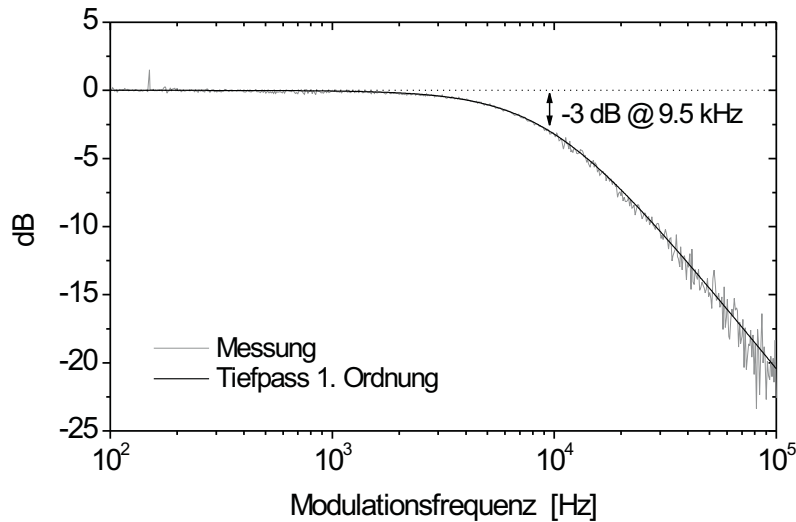


Abbildung 2.12: *Frequenz-Tiefpass des Pound-Drever-Hall Signals von Resonator 2.* Die 3 dB-Grenzfrequenz ist durch die halbe Linienbreite $\frac{\Delta\nu_{cav}}{2} = 9,5$ kHz des Resonators gegeben.

Die Frequenz-Transferfunktion des Pound-Drever-Hall Diskriminatorsignals entspricht einem Frequenz-Tiefpass 1. Ordnung, dessen 3 dB-Grenzfrequenz gegeben ist durch die halbe Resonatorlinienbreite [27]. Aufgrund dieses Tiefpassverhaltens dient das Signal für Fourierfrequenzen unterhalb der halben Resonatorlinienbreite als Frequenzdiskriminator und oberhalb als Phasendiskriminator. Die gemessene Transferfunktion der Signalamplitude des 16 MHz-Stabilisierungssystems mit Resonator 2 ist in Abb. 2.12 dargestellt. Dazu wurde Licht des auf Resonator 1 stabilisierten Diodenlasers in das Stabilisierungssystem mit Resonator 2 eingekoppelt, mit einem AOM auf eine Resonanz abgestimmt und frequenzmoduliert. Die 3 dB-Grenzfrequenz einer angepassten Tiefpasskurve beträgt ca. 9,5 kHz, was gut mit der direkt gemessenen vollen Halbwertsbreite $\Delta\nu_{cav} = 19,1$ kHz übereinstimmt (Abb. 2.9).

Regelverstärker und Stellelemente

Um ein möglichst niedriges Frequenzrauschen der Diodenlaser aus dieser Arbeit zu erreichen, bestand das Ziel, auch bei hohen Fourierfrequenzen eine weitestgehende Unterdrückung zu erzielen (Schawlow-Townes-Rauschen). Es wurde eine Regelung mit zwei Regelzweigen, die getrennt für niedrige und hohe Fourierfrequenzen optimiert sind, aufgebaut. Der Frequenzverlauf der Regelverstärkung ist in Abb. 2.13 dargestellt. Als schnelles Stellelement dient der EOM im Laserresonator (siehe Abb. 2.1). Bei Fourierfrequenzen kleiner als 10 Hz übernimmt der niedrigfrequente Regelzweig, der das Piezoelement des Rückkoppelspiegels des Laserresonators als Stellelement besitzt (Stellbereich: 4,5 GHz), so dass eine Drift des Laserresonators ausgeglichen werden kann. Die Tiefpasscharakteristik des Pound-Drever-Hall Signals bewirkt bei der Regelverstärkung Eins (unity-gain Frequenz ca. 3 MHz) einen Abfall mit der Steigung 20 dB/Dekade und 90° Phasendrehung. Der EOM im Laserresonator besitzt eine Übertragungscharakteristik mit flachem Amplitudenverlauf und etwa 22° Phasendrehung bei 3 MHz (Abb. 2.2), so dass mit weniger als 180° Phasendrehung bei der unity-gain Frequenz die Bedingungen für eine stabile Regelung erfüllt sind.

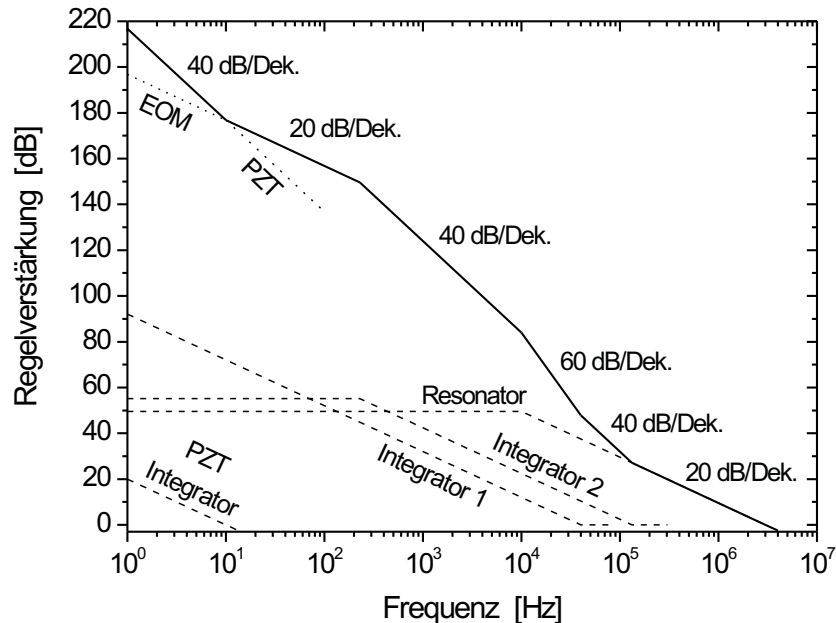


Abbildung 2.13: *Frequenzabhängigkeit der Regelverstärkung der Pound-Drever-Hall Frequenzstabilisierung.* Der Verlauf der Gesamtverstärkung wird durch die Integratoren des elektronischen Regelverstärkers und den Tiefpass des Pound-Drever-Hall Signals bei der halben Resonatorlinienbreite (10 kHz) bestimmt. Für Frequenzen > 10 Hz dient der EOM im Laserresonator als Stellelement, bei kleineren Frequenzen übernimmt der Regelzweig mit dem Piezoelement, auf dem der Rückkoppelspiegel des Laserresonators befestigt ist.

Damit auch bei hohen Fourierfrequenzen eine möglichst große Regelverstärkung erzielt wird, besitzt der elektronische Regelverstärker (Schaltung siehe Anhang F) einen PI-Teil, der für Frequenzen < 40 kHz integriert (Integrator 1) und einen zweiten, der zuschaltbar ist und für Frequenzen zwischen 230 Hz und 230 kHz integriert (Integrator 2).

Damit die Regelung unempfindlich gegenüber elektronischen Offsets ist, die Mischer und Operationsverstärker verursachen (Abschnitt 2.2.3), wird das HF-Spannungssignal des Pound-Drever-Hall Fotodetektors (Anhang E) mit zwei HF-Verstärkern (GPD 401, 13 dB, und GPD 201, 30 dB, Avantek) vor dem Heruntermischen verstärkt.

Rauschen des Fehlersignals

Um Aussagen über elektronisch bedingte Limitierungen der Frequenzstabilisierung zu gewinnen, wurden Spektren des elektronischen Fehlersignals des 10 MHz-Systems (Resonator 1) am Ausgang des Mischers mit einem FFT-Analysator gemessen (Abb. 2.14). Die Umrechnung in Frequenzrauschamplituden erfolgte mithilfe der Steigung des Diskriminatorsignals. Der Frequenz Tiefpass des Pound-Drever-Hall Signals (Abb. 2.12) wird anstelle einer Korrektur der Messkurven durch den Verlauf der gepunkteten Linien (weißes Frequenzrauschen) angedeutet. Das Spektrum bei geschlossener Regelschleife zeigt, wie weit jegliches im Regelkreis auftretendes Rauschen unterdrückt wird. Es ist für Fourierfrequenzen < 5 kHz durch das Rauschen des FFT-Analysators gegeben, so dass die tatsächlichen Rauschamplituden des Fehlersignals noch darunter liegen. Bei höheren Frequenzen wird das aufgrund der geringeren Regelverstärkung

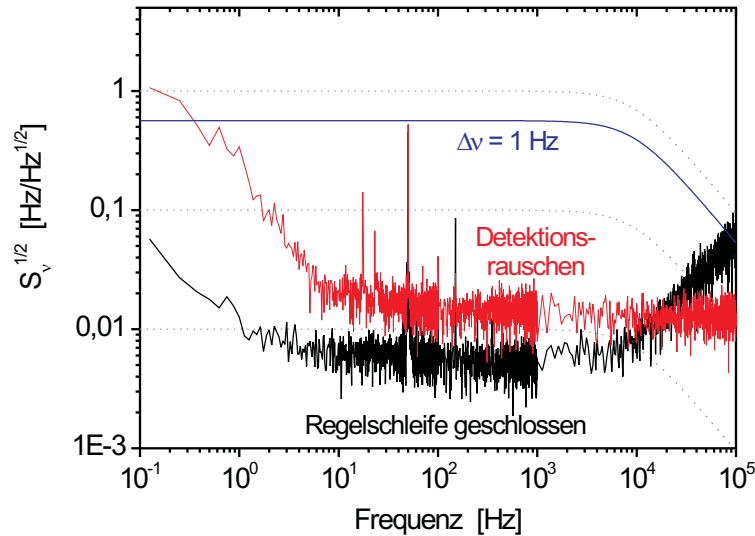


Abbildung 2.14: *Rauschen des elektronischen Fehlersignals der 10 MHz-Stabilisierung.* Detektorrauschen: Bei offener Regelschleife und Verstimmung des Lasers von der Resonatoreigenfrequenz gemessenes Rauschen (Amplitudenrauschen des detektierten Lichts und elektronisches Detektorrauschen). Das Tiefpassverhalten des Pound-Drever-Hall Signals wird durch die gestrichelten weißen Rauschkurven angedeutet (nicht herausgerechnet). Die gemessenen Rauschkurven liegen fast im gesamten dargestellten Frequenzbereich unter dem weißen Frequenzrauschen, das einem lorentzförmigen optischen Leistungsspektrum mit 1 Hz Linienbreite entspricht. Der Anstieg des Detektorrauschens bei niedrigen Frequenzen wird durch restliche Amplitudenmodulation verursacht (Abschnitt 2.2.3).

schwächer unterdrückte Rauschen des freilaufenden Diodenlasers sichtbar. Der Vergleich mit weißem Frequenzrauschen, das einem lorentzförmigen optischen Leistungsspektrum mit 1 Hz Linienbreite entspricht, zeigt, dass die Regelverstärkung groß genug ist, um eine Linienbreite des stabilisierten Diodenlasers im sub-Hertz-Bereich zu erzielen.

In Abb. 2.14 ist außerdem das Detektorrauschen dargestellt, das sich aus den Rauschbeiträgen der elektronischen Komponenten und Fluktuationen der Lichtamplitude bei Frequenzen nahe 10 MHz zusammensetzt und bei geschlossener Regelschleife in Frequenzrauschen umgewandelt wird. Dieses Rauschen wurde bei offener Regelschleife und einer Verstimmung des Lasers von einigen MHz gegenüber der Resonatoreigenfrequenz gemessen. Messungen ohne Licht auf dem Detektor ergaben, dass das dargestellte Rauschen für Fourierfrequenzen oberhalb von 10 Hz auf weißem elektronischen Detektorrauschen aufsetzt und der Anstieg bei niedrigeren Frequenzen durch Schwankungen des Regeloffsets aufgrund von restlicher Amplitudenmodulation (RAM) bedingt ist (Abschnitt 2.2.3).

2.2.3 Stabilität der Resonatoranbindung

Die Stabilität der Laseranbindung an eine Eigenfrequenz der Referenzresonatoren mit dem Pound-Drever-Hall Verfahren wird durch elektronische Offsetschwankungen des Fehlersignals beeinflusst. Sie können neben Offsetspannungen von elektronischen Bauteilen (Mischer, Operationsverstärker) auch durch restliche Amplitudenmodulation des detektierten Lichtes bei der Modulationsfrequenz, hochfrequentes Amplitudenrauschen des Lichts und elektronisches

Rauschen des Detektors sowie durch die Kombination von niedrigfrequentem Amplitudenrauschen des Lichts und einem elektronischen Regelloffset verursacht werden. Außerdem treten Frequenzverschiebungen aufgrund des Dopplereffekts durch Änderungen der optischen Weglänge zwischen Laser und Referenzresonator auf.

- **Restliche Amplitudenmodulation:** Themenschwerpunkt dieses Abschnitts sind Frequenzverschiebungen durch restliche Amplitudenmodulation bei der Phasenmodulationsfrequenz (RAM), wodurch die erzielte Stabilität der Resonatoranbindung für Mittelungszeiten $> 0,5$ s limitiert wird (Abb. 2.21). Der Einfluss von Etaloneffekten der Monomodenfasern wurde quantitativ ermittelt (Abb. 2.16).
- **Detektionsrauschen:** Das heruntergemischte elektronische Rauschen des Detektors verursacht weißes Frequenzrauschen der stabilisierten Laser bei Fourierfrequenzen unterhalb von 10 kHz mit Rauschamplituden im mHz-Bereich (Abb. 2.14 und 2.40). Die durch das Photonen-Schrottrauschen gegebene Quantengrenze liegt bei allen Messungen dieser Arbeit mindestens um einen Faktor 3 unter dem technischen Rauschen. Die gemessenen Rauschspektren zeigen keinen signifikanten Beitrag von hochfrequentem technischen Amplitudenrauschen.
- **Amplitudenrauschen in Kombination mit elektronischem Regelloffset:** Amplitudenfluktuationen des detektierten Lichts bewirken Änderungen der Steigung der Pound-Drever-Hall Diskriminatorflanke, was bei einem elektronischen Fehlersignal-Offset zu Verschiebungen des Lockpunktes führt. Dadurch hervorgerufene Frequenzrauschamplituden der stabilisierten Laser sind deutlich kleiner als die gemessenen Einflüsse durch Restamplitudenmodulation (Abb. 2.39 und 2.40).
- **Dopplereffekt:** Dopplerverschiebungen des in die Referenzresonatoren eingekoppelten Lichts werden mit der Fixierung der Referenzresonatoren in ihren Vakuumkammern und die feste Verbindung von Einkoppeloptik und Vakuumkammern unterdrückt (siehe Abb. 2.33). Vibrationen optischer Komponenten auf dem Lasertisch führen offensichtlich zu Frequenzschwankungen, die die gemessene Kurzzeitstabilität der Resonatoranbindung für $\tau < 0,2$ s limitieren (Abb. 2.21).

Durch die Stabilisierung von beiden Diodenlasern auf benachbarte Resonanzen von Resonator 1 und Messung des Schwebungsfrequenzsignals wurden bei den Stabilisierungen auftretende Frequenzverschiebungen und -Schwankungen bestimmt. Der experimentelle Aufbau für diese Messungen ist in Abb. 2.15 dargestellt. Es wurden der Einfluss von restlicher Amplitudenmodulation verursacht durch Etaloneffekte der Monomodenfasern, der Einfluss der Polarisation des eingekoppelten Lichtes (Doppelbrechung des Resonators) und die mit den optimierten Systemen erzielte Stabilität der Resonatoranbindung untersucht. Das Licht der Stabilisierungssysteme wurde von jeweils einer Seite und mit orthogonaler linearer Polarisation in den Resonator eingekoppelt, um gegenseitige Beeinflussungen der Systeme zu vermeiden. Für die Dauer der einzelnen Messungen sind durch Längenänderungen des Referenzresonators verursachte Frequenzfluktuationen im Schwebungssignal nicht sichtbar (common-mode Effekt). Die durch Fluktuationen der Resonatorlänge verursachten Änderungen des freien Spektralbereichs sind mehrere Größenordnungen kleiner als die gemessenen Effekte.

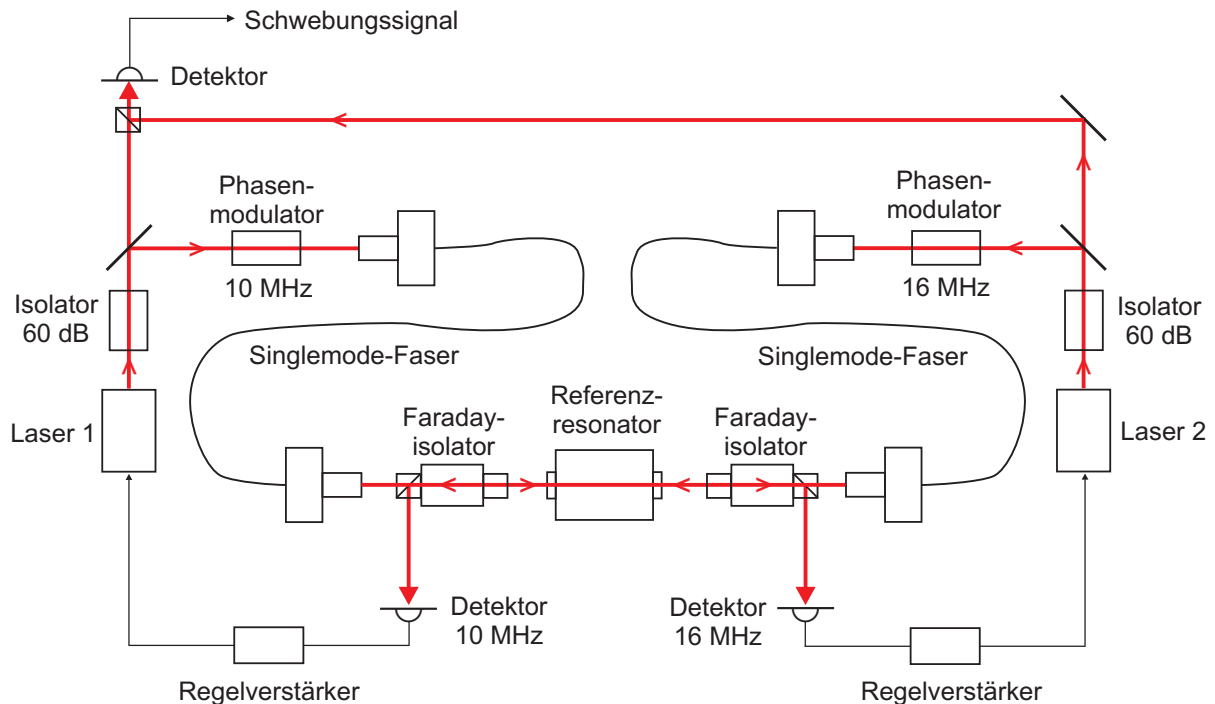


Abbildung 2.15: Experimenteller Aufbau der Stabilisierung von beiden Diodenlasern auf benachbarte Resonanzen von Resonator 1.

Restliche Amplitudenmodulation

Eine mögliche Quelle von Restamplitudenmodulation ist der Phasenmodulator selbst, der aufgrund der Doppelbrechung des Kristalls abhängig von der Lichtpolarisation auch als Amplitudenmodulator wirken kann. Temperaturfluktuationen des Kristalls führen zu Änderungen der Doppelbrechung und langsamen Schwankungen der RAM-Amplitude. Etwa eine halbe Stunde nach dem Einschalten befanden sich die mit jeweils einem 2 W-Verstärker (ZHL-1-2W, Mini-Circuits) angesteuerten Modulatoren im thermischen Gleichgewicht mit der Laborumgebung, was sich durch eine aktive Temperaturstabilisierung der Modulatoren in Zukunft noch verbessern läßt. Die Messung von restlicher Amplitudenmodulation direkt hinter den Phasenmodulatoren zeigte, dass durch die sorgfältige Justage der vor und hinter dem Modulator eingebauten Polarisatoren (Abb. 2.10) die relative Leistungsmodulation auf $\frac{\Delta P}{P} < 10^{-6}$ reduziert werden kann und über einen Zeitraum von mehr als 5 Minuten nicht zunimmt. Die verursachte Frequenzverschiebung der Regelung beträgt so weniger als 100 mHz.

Eine weitere mögliche Ursache für restliche Amplitudenmodulation ist die Bildung schwacher Etalons im optischen Strahlengang hinter dem Phasenmodulator. Da auf der Transmissionsflanke eines Etalons die Lichtfeldamplitude von der Frequenz des Lichts abhängt, führt die Phasenmodulation des Lichts, die einer um 90° verschobenen Frequenzmodulation entspricht, zu einer restlichen Amplitudenmodulation mit der selben Modulationsfrequenz (Etalon-Effekt). Diese Amplitudenmodulation ist um 90° gegenüber der Komponente der Amplitudenmodulation verschoben, aus der das Pound-Drever-Hall Dispersionssignal gewonnen wird, da diese Komponente mit der Phasenmodulation in Phase ist (Anhang D). Aufgrund die-

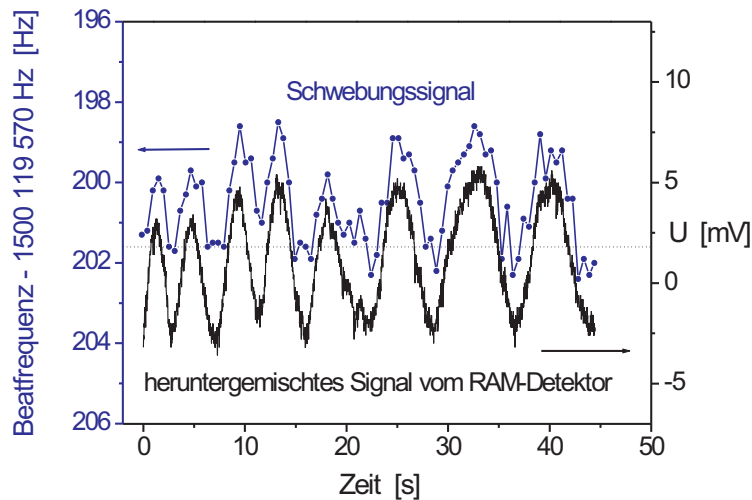


Abbildung 2.16: Messung des Etaloneffektes hervorgerufen durch die Monomodenfaser vor Referenzresonator 1 (10 MHz-System). Die Faser wurde lokal erwärmt und änderte während der Messung ihre optische Länge (Abkühlung). Die Schwebungsfrequenz zeigt eine deutliche Korrelation mit dem parallel gemessenen, heruntergemischten Signal des RAM-Detektors.

ser Phasenverschiebung wird bei der auf ein maximales Dispersionssignal optimierten Phase des Oszillatorsignals, mit dem das Signal vom Pound-Drever-Hall Detektor heruntergemischt wird, der Einfluss von Etaloneffekten theoretisch verschwindend klein. Dennoch konnten bei beiden Stabilisierungssystemen aus dieser Arbeit durch die Monomodenfasern verursachte Etaloneffekte nicht vollständig unterdrückt werden, möglicherweise ließ sich die Phase nicht exakt auf den Idealwert einstellen.

Der Bildung von Etalons wurde mit Antireflexschichten und leichten Verkippungen der optischen Elemente hinter dem Phasenmodulator vorgebeugt. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Fasern mit angeschrägter Ein- und Austrittsfläche, FC-Stecker und einzelnen asphärischen Linsen für die Ein- und Auskopplung des Lichts eingesetzt. Bei zuvor verwendeten Fasern, bei denen erheblich größere Etaloneffekte auftraten, wurden Mikroskopobjektive für die Ein- und Auskopplung verwendet. Um die Verschiebungen des verbleibenden Etaloneffektes direkt zu messen, wurde die Schwebungsfrequenz der stabilisierten Laser nach lokaler Erwärmung der Faser der 10 MHz-Regelung gemessen. Parallel dazu wurde das unabhängig heruntergemischte Signal des RAM-Detektors der 10 MHz-Regelung (siehe Abb. 2.10) aufgezeichnet. Beide Messkurven sind in Abb. 2.16 dargestellt. Die deutliche Korrelation der Signale bestätigt, dass die gemessenen Oszillationen der Schwebungsfrequenz (Gesamthub etwa 4 Hz) durch den Etaloneffekt verursacht werden. Die gleiche Messung mit der Erwärmung der Faser des 16 MHz-Stabilisierungssystems ergab um mehr als einen Faktor 3 kleinere Frequenzvariationen.

Um die Frequenzstabilisierung an der Schrotrauschgrenze der Detektion zu betreiben, ist eine zukünftige aktive Unterdrückung oder Kompensation der restlichen Amplitudenmodulation erforderlich. Als Stellsignal kann z.B. eine zusätzliche am Modulatorkristall angelegte modulierbare Gleichspannung dienen, mit der die Doppelbrechung des Kristalls variiert wird [82]. Dafür muss die mit dem RAM-Detektor gemessene Restamplitudenmodulation phasenrichtig heruntergemischt werden. Denkbar ist auch eine Kompensation der Restamplitudenmodu-

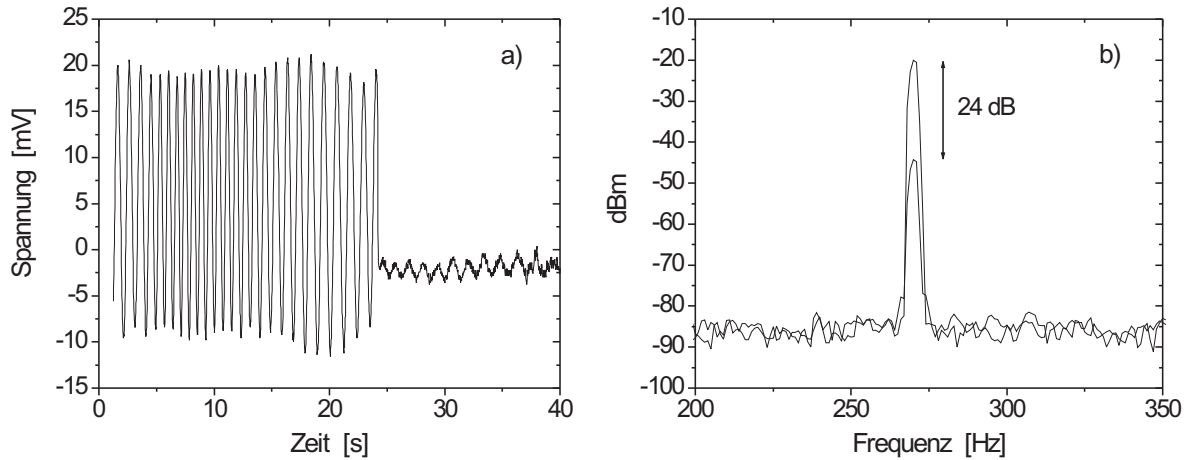


Abbildung 2.17: *Unterdrückung von restlicher Amplitudenmodulation.* Das 10 MHz RAM-Detektorsignal wurde amplitudenangepasst vom Signal des Pound-Drever-Hall Detektors subtrahiert. a) Unterdrückung der Offsetoszillationen hervorgerufen durch den Etaloneffekt der Monomodenfaser, b) Unterdrückung von direkt am Phasenmodulator erzeugter Restamplitudenmodulation.

lation auf der HF-Seite z.B. durch die Modulation der Amplitude eines AOM-Signals. Im Rahmen dieser Arbeit wurden Voruntersuchungen durchgeführt, die zeigen sollten, ob sich das mit dem zusätzlichen RAM-Detektor gemessene Signal sich für eine aktive Kompensation eignet. Dafür wurde zunächst das mithilfe eines direkt vor dem Resonator eingefügten teildurchlässigen Spiegels zurückreflektierte Licht auf den RAM-Detektor gegeben, das somit einen weitgehend identischen Strahlverlauf wie das auf den Stabilisierungsdetektor treffende Licht besitzt. Das so gemessene RAM-Signal wurde bei angepasster Signalamplitude, eingestellt durch Variation der Ausleuchtung des RAM-Detektors, von dem Pound-Drever-Hall-Detektorsignal auf der HF-Seite mithilfe einer analogen Subtrahiererschaltung abgezogen (Operationsverstärker: CLC425). Um ein gut messbares Signal zu erhalten, wurde durch die Verstellung des Ausgangspolarisators am Faraday-Isolator der Einfluss durch den Etaloneffekt erhöht. Die Faser wurde erwärmt und das Signal am Mischerausgang bei offener Regelschleife gemessen (Verstärkung: Faktor 10). Wie in Abb. 2.17 auf der linken Seite zu sehen wird die durch den Etaloneffekt verursachte Oszillation des elektronischen Offsets um etwa eine Größenordnung unterdrückt. Auf der rechten Seite ist das mit einem Spektrumanalysator gemessene HF-Signal vor dem Mischer dargestellt, hier wird die direkt am Phasenmodulator erzeugte Restamplitudenmodulation gemessen, die durch Dejustage des Polarisators vor dem Modulator so weit vergrößert wurde, dass der Etaloneffekt der Faser auf dieser Skala keine Rolle spielt. Durch die Subtraktion wird das Signal um 24 dB unterdrückt. Diese Ergebnisse wurden ohne eine Anpassung der Phase der Signale erzielt, wodurch wahrscheinlich noch Verbesserungen zu erwarten sind. Messungen mit am Ausgang der Monomodenfaser abgezwiegttem Licht (Abb.2.10) ergaben vergleichbare Unterdrückungen (mehr als 20 dB). Die Methode der Subtraktion auf der HF-Seite eignet sich nicht für eine aktive Regelung, da die Amplitude angepasst werden muss. Die Ergebnisse zeigen aber, dass das Signal des RAM-Detektors für eine Regelung zur Unterdrückung von Restamplitudenmodulation verwendet werden kann.

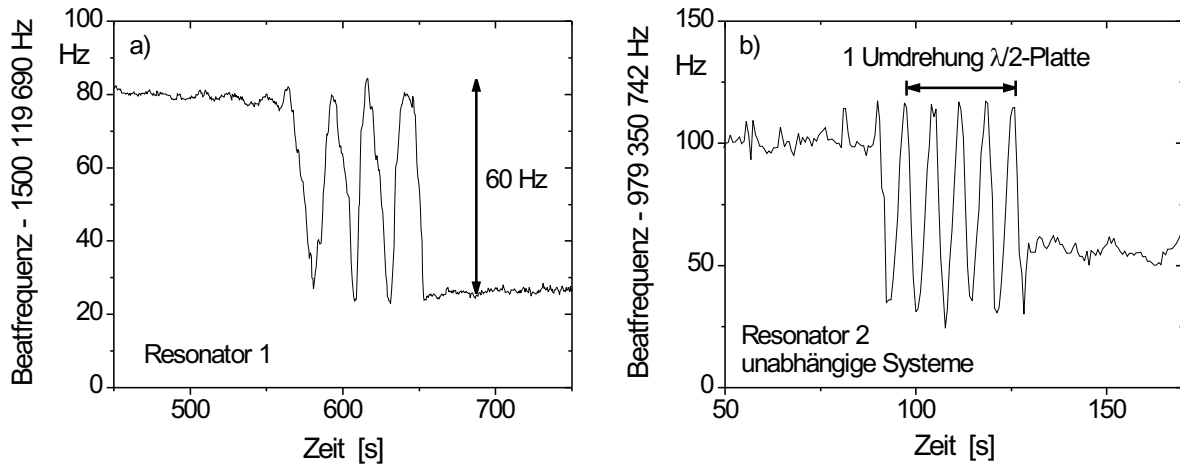


Abbildung 2.18: *Doppelbrechung der Referenzresonatoren.* a) Stabilisierung beider Diodenlaser auf benachbarte Resonanzen von Resonator 1. b) Resonator 2: Vergleich der unabhängigen Systeme, hier wurde zusätzlich eine lineare Drift von 3,2 Hz/s abgezogen.

Elektronische Offsets von Mischer und Operationsverstärker

Temperaturbedingte elektronische Offsetschwankungen des Mixers (SRA-1, Mini-Circuits) und des niedrigfrequenten Operationsverstärkers (OP37) der ersten Verstärkungsstufe des Regelverstärkers (Anhang F) sind so klein, dass sie nicht maßgeblich zum gemessenen Rauschen des elektronischen Fehlersignals (Abb. 2.14) und der Instabilität der Resonatoranbindung (Abb. 2.21) beitragen. Die zentrale Steigung der Diskriminatorsignale beider Regelungen beträgt ca. $50 \mu\text{V}/\text{Hz}$. Im Datenblatt des Mixers wird angegeben, dass der Offset für Temperaturen $< 100^\circ\text{C}$ maximal $300 \mu\text{V}$ beträgt (Minimum: $20 \mu\text{V}$ bei 25°C) mit einer Temperaturabhängigkeit $< 5 \mu\text{V}/\text{K}$, was einer Frequenzänderung $< 100 \text{mHz}/\text{K}$ entspricht. Im Elektronikgehäuse, in dem sich der Mischer befindet, schwankte die im Betrieb gemessene Temperatur deutlich weniger als 1 K (thermisches Gleichgewicht), so dass langsame Frequenzänderungen mit einer Amplitude von deutlich weniger als 100 mHz auftreten, die im Vergleich zu dem gemessenen Einfluss der Restamplitudenmodulation mehr als eine Größenordnung kleiner ist.

Im Datenblatt des Operationsverstärkers ist ein typischer Offset von $10 \mu\text{V}$ und eine thermische Offsetdrift von $0,2 \mu\text{V}/\text{K}$ angegeben, was einer Frequenzänderung von nur $4 \text{mHz}/\text{K}$ entspricht und daher bei der gemessenen Frequenzstabilität vernachlässigbar ist.

Doppelbrechung der Referenzresonatoren

Es ist bekannt, dass bei optischen Resonatoren Doppelbrechung auf der Hertz-Skala auftreten kann, d.h. die Resonatoreigenfrequenz hängt bei linearer Polarisation des eingekoppelten Lichts von der Polarisationsrichtung ab. So wurde z.B. für einen Resonator mit einer Finesse von ca. 40 000 ($\lambda = 633 \text{nm}$) bei kontinuierlicher Drehung der Polarisationsachse des eingekoppelten Lichts eine Modulation der Laserfrequenz mit einer Amplitude von etwa 300 Hz gemessen [26]. Als Ursache für die Doppelbrechung werden photorefraktive Prozesse in den Spiegelschichten vermutet. Die Doppelbrechung führt zu einer von der Polarisation des eingekoppelten Lichtes abhängigen Variation der Resonatoreigenfrequenz selbst und nicht zu

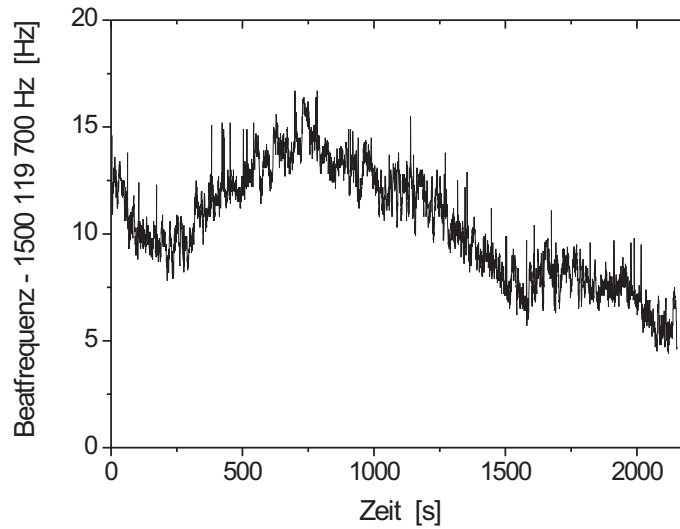


Abbildung 2.19: Stabilisierung der Diodenlaser auf benachbarte Resonanzen von Resonator 1: Verlauf der Schwebungsfrequenz.

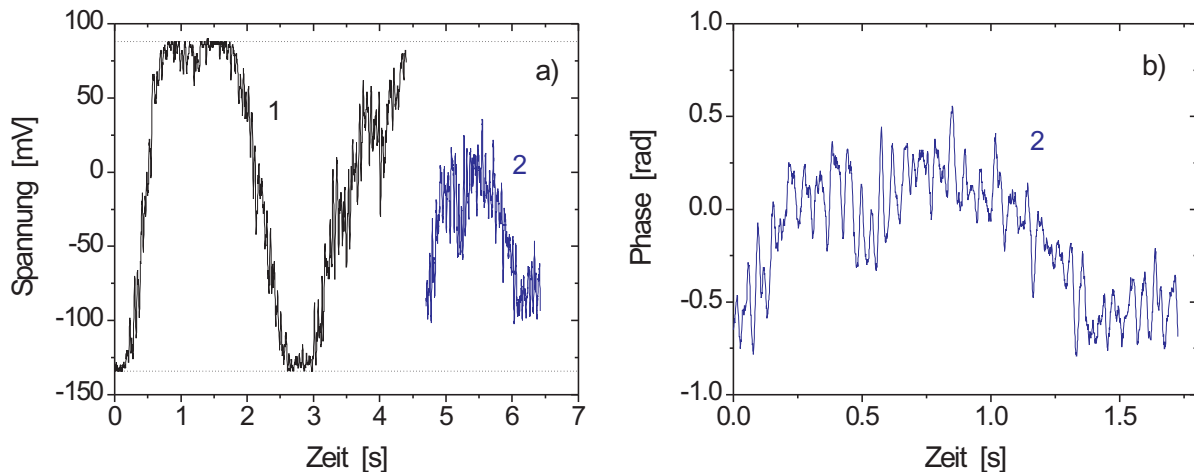


Abbildung 2.20: Stabilisierung der Diodenlaser auf benachbarte Resonanzen von Resonator 1: Kurzzeit-Phasenschwankungen a) Gemessenes Spannungssignal. Kurve 1: Der Abstand zwischen Minimum und Maximum des Signals entspricht der Phasenverschiebung π . Kurve 2 lässt sich eindeutig in Phasenfluktuationen umrechnen. b) Aus Kurve 2 berechneter Phasenverlauf.

relativen Frequenzverschiebungen zwischen Laser und Resonator. Dieser Effekt wird dennoch an dieser Stelle behandelt, da er mithilfe der Stabilisierung von zwei Lasern auf benachbarte Eigenfrequenzen desselben Resonators untersucht werden kann.

Die Polarisationsabhängigkeit der Resonatoreigenfrequenzen wurde bei Resonator 1 mithilfe der Stabilisierung beider Laser auf benachbarte Resonatormoden und bei Resonator 2 durch den Vergleich der unabhängigen Diodenlasersysteme gemessen. Die Variation der Schwebungsfrequenz bei Drehung einer $\frac{\lambda}{2}$ -Platte zwischen Faraday-Isolator und Referenzresonator ist für beide Resonatoren in Abb. 2.18 dargestellt. Man sieht eine Oszillation der Schwebungsfre-

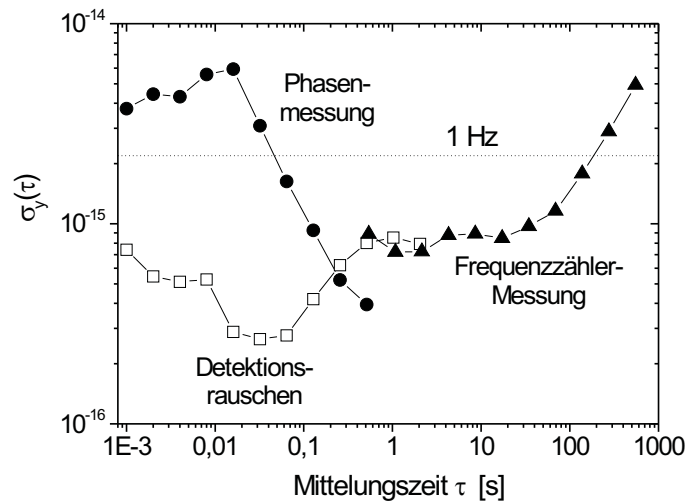


Abbildung 2.21: *Instabilität der Resonatoranbindung (Allan-Standardabweichung)*. Schwarze Kreise und Dreiecke: Gemessene Frequenz- und Phasenfluktuationen (Abb. 2.19 und 2.20). Offene Quadrate: Beitrag zur Instabilität berechnet aus dem gemessenen Spektrum des Detektionsrauschens (Abb. 2.14).

quenz mit einem Gesamthub von etwa 60 Hz (Resonator 1) bzw. 90 Hz (Resonator 2). Bei der Messung mit Resonator 2 (unabhängige Systeme) wurde eine lineare Drift der Schwebungsfrequenz von 3,2 Hz/s abgezogen. Die Oszillation sieht hier gleichmäßiger aus, da die $\frac{\lambda}{2}$ -Platte nicht per Hand sondern motorgetrieben gedreht wurde. Es wurde auch verifiziert, dass 4 Oszillationen der Schwebungsfrequenz einer vollen Umdrehung der $\frac{\lambda}{2}$ -Platte entsprechen. Bei beiden Stabilisierungssystemen wurde die Polarisationsachse des Lichts so eingestellt, dass sie mit einer der Resonator-Eigenachsen übereinstimmt. Der Einfluss von Änderungen der Polarisation des eingekoppelten Lichts ist so bei allen folgenden Messungen aus dieser Arbeit vernachlässigbar klein, da selbst eine Rotation der Polarisation um 1° eine Frequenzverschiebung von nur wenigen Millihertz bewirkt.

Messung der Instabilität der Anbindung

Mit den optimierten Stabilisierungssystemen wurde durch die Stabilisierung beider Laser auf benachbarte Resonanzen von Resonator 1 die Stabilität der Resonatoranbindung untersucht. Abb. 2.19 zeigt den Verlauf der Schwebungsfrequenz über etwa 2000 s, sie variiert aufgrund von Offsetschwankungen insgesamt über einen Bereich von ca. 12 Hz. Mögliche Ursachen für die langsamen Frequenzänderungen sind Schwankungen der Restamplitudenmodulation hervorgerufen durch Temperaturänderungen von Phasenmodulatoren und Monomodendfasern. Der zeitliche Abstand der Messpunkte beträgt 0,5 s, zu den Kurzzeitschwankungen (Punkt zu Punkt) tragen auch durch Luftkonvektion verursachte Änderungen der optischen Weglängen bei. Messungen von Phasenschwankungen optischer Übertragungswege auf den Lasertischen zeigten durch Luftkonvektion verursachte Phasenfluktuationen, die bei ca. 0,5 s Mittelungszeit maximalen Frequenzschwankungen von 2 bis 3 Hz entsprechen.

Um die Stabilität der Anbindung auch für Mittelungszeiten $\ll 1$ s zu bestimmen, wurde die Schwebungsfrequenz mithilfe eines Signalgenerators auf 0 Hz heruntergemischt. Das resultierende Signal zeigt zwischen Minimum und Maximum direkt die auftretenden relativen

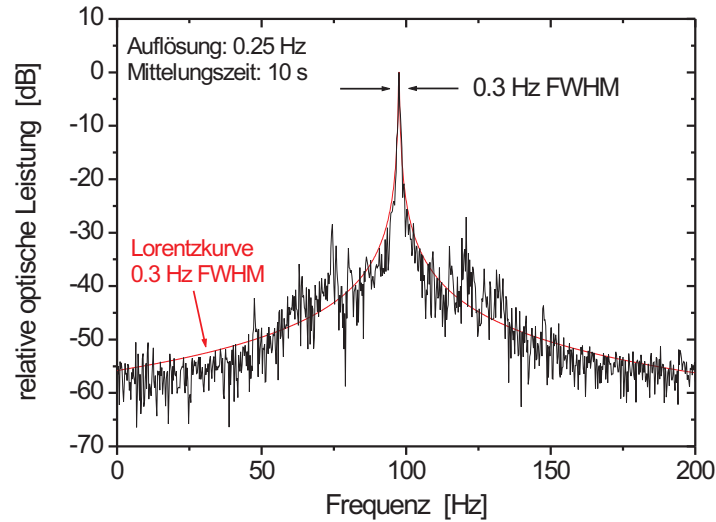


Abbildung 2.22: *Stabilisierung der Diodenlaser auf benachbarte Resonanzen von Resonator 1: Spektrum des Schwebungssignals.* Die volle Halbwertsbreite beträgt 0,3 Hz bei 10 s Mittelungszeit (Mittelung des FFT-Analysators über 2 Messkurven). An das Signal wurden eine Lorentzkurve mit 0,3 Hz Halbwertsbreite angepasst. Die Seitenband-Strukturen sind maßgeblich auf vibrationsbedingte optische Weglängenänderungen zurückzuführen (Doppler-Effekt).

Phasenschwankungen, der Phasenunterschied zwischen Maximum und Minimum beträgt π . So aufgenommene Messkurven zeigt Abb. 2.20. Auf der linken Seite sind zwei Abschnitte des heruntergemischten Spannungssignals dargestellt, bei dem ersten Abschnitt ist der volle Signalhub zu sehen. Die Signale wurden mit einem Tiefpass 1. Ordnung gefiltert (3 dB-Grenzfrequenz: 2,3 kHz), die Zeitauflösung beträgt 1 ms. Auf der rechten Seite sieht man den in Phasenfluktuationen umgerechneten zweiten Abschnitt.

Die dominanten Kurzzeitschwankungen mit Amplituden bis zu einigen 100 mrad werden durch vibrationsbedingte optische Weglängenänderungen auf dem Lasertisch erzeugt (Doppler-Effekt). Das Fourierspektrum der in Frequenzschwankungen umgerechneten Fluktuationen aus Abb. 2.20 enthält im Fourierfrequenzbereich zwischen 10 Hz bis 100 Hz Überhöhungen mit einer maximalen Spitze bei 18 Hz, die auch auf dem Lasertisch gemessene Vibrationsspektren zeigen (Abb. 2.27). Die aus Abb. 2.20 b) berechneten maximalen Frequenzschwankungen sind mehr als einen Faktor 4 größer als maximal mögliche Beiträge durch Etaloneffekte der Monomodfasern (Vibrationen der Fasern).

Aus den gemessenen Frequenz- und Phasenfluktuationen wurde die Instabilität der Resonatoranbindung (Allan-Standardabweichung) berechnet. Sie ist in Abb. 2.21 dargestellt und wurde für Mittelungszeiten $\tau \leq 0,5$ s aus den Phasenfluktuationen aus Abb. 2.20 ermittelt, die dafür zunächst durch Zeitableitung in Frequenzfluktuationen umgerechnet wurden. Für Mittelungszeiten $\tau \geq 0,5$ s wurden die Daten aus Abb. 2.19 zur Berechnung verwendet. Die Instabilität liegt für Mittelungszeiten zwischen 0,1 s und 100 s im sub-Hertz-Bereich mit einem Minimum von $\sigma_y(\tau = 1 \text{ s}) = 7 \cdot 10^{-16}$ (ca. 0,3 Hz absolut). Für Mittelungszeiten $< 0,2$ s dominieren vibrationsbedingte Dopplerverschiebungen. Der aus dem Spektrum des Detektorrauschens (Abb. 2.14) berechnete Beitrag (Anhang C) ist hier deutlich kleiner.

Durch die Messung der Fluktuationen der von Resonator 1 transmittierten Leistung konnte auch der Rauschbeitrag abgeschätzt werden, der durch Leistungsschwankungen in Kombination mit einem elektronischen Offset der Regelung hervorgerufen wird (Abschnitt 2.3.4, Abb. 2.39). Die berechneten Rauschamplituden sind mindestens einen Faktor 4 kleiner als der Beitrag durch Restamplitudenmodulation (siehe Abb. 2.14).

Das Spektrum des in den sub-kHz-Bereich heruntergemischten Schwebungssignals wurde mit einem FFT-Analysator gemessen und ist in Abb. 2.22 dargestellt. Die volle Halbwertsbreite des Signals beträgt 0,3 Hz bei 0,25 Hz Frequenzauflösung und 10 s Mittelungszeit. Die Seitenbänder im Abstand von 10 bis 50 Hz vom Träger werden maßgeblich durch die oben erwähnten vibrationsbedingten Weglängenänderungen im optischen Aufbau erzeugt.

Die Ergebnisse zeigen, dass die restlichen Fluktuationen, die bei der Resonatoranbindung auftreten, so klein sind, dass Diodenlaserlinienbreiten und -Instabilitäten im sub-Hertz-Bereich möglich sind. Die zweite notwendige Voraussetzung dafür ist eine entsprechend hochstabile optische Weglänge der Referenzresonatoren, was im folgenden Abschnitt behandelt wird.

2.3 Stabilität der Referenzresonatoren

Für die Realisierung von Lasern hoher Frequenzstabilität sind neben der stabilen Anbindung an die Resonatoreigenfrequenz Referenzresonatoren mit konstanter optische Weglänge erforderlich. Die Resonatoren müssen insbesondere eine hohe mechanische Stabilität besitzen. In diesem Abschnitt werden die für diese Arbeit relevanten Einflüsse behandelt:

- Vibrationen
- Thermische Drift
- Langzeit-Alterungsdrift
- Erwärmung der Spiegelschichten durch Absorption
- Thermisches Rauschen

Die optische Resonatorlänge ist außerdem proportional zum Brechungsindex der Luft zwischen den Spiegeln, daher befinden sich die Resonatoren im Ultrahochvakuum. Der Brechungsindex n hängt gemäß

$$n - 1 \approx \gamma \cdot p \quad (2.20)$$

vom Luftdruck p ab, für Licht mit 657 nm Wellenlänge erhält man $\gamma = 2,68 \cdot 10^{-7} / \text{mbar}$ [22]. Eine Frequenzverschiebung der Resonatoreigenfrequenz von 1 Hz entspricht $n - 1 = 2 \cdot 10^{-15}$ bzw. $p = 8 \cdot 10^{-9}$ mbar. Der aus dem Ionengetterpumpenstrom bestimmte Druck war für Resonator 1 kleiner als 10^{-8} mbar und bei Resonator 2 ca. $4 \cdot 10^{-7}$ mbar. Es ist daher möglich, dass bei den Vergleichsmessungen der unabhängigen Systeme (Abschnitt 2.4) auch Druckschwankungen von Resonator 2 zum Frequenzrauschen beitragen.

Längenfluktuationen des Resonators werden auch durch Strahlungsdruckrauschen verursacht. Die damit verbundenen Amplituden des Frequenzrauschens [7] unterschreiten das gemessene Frequenzrauschen der stabilisierten Diodenlaser (Abschnitt 2.4.1) um mehrere Größenordnungen und können daher vernachlässigt werden.

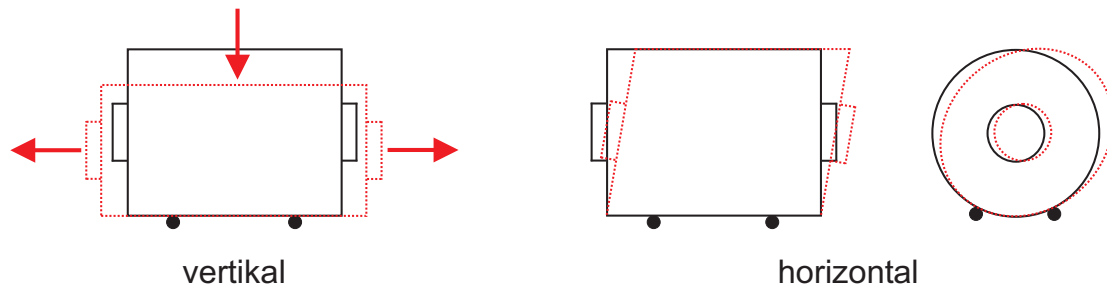


Abbildung 2.23: Schematische Darstellung von Deformationen der Referenzresonatoren durch vertikale und horizontale Beschleunigung. Die Scherungen bei horizontalen Beschleunigungen führen zu deutlich kleineren Änderungen der Resonatorlänge als die durch vertikale Beschleunigungen verursachte Kompression und Dekompression.

2.3.1 Vibrationen

Vibrationen führen aufgrund der Beschleunigungskräfte zu Deformationen der Referenzresonatoren, die Änderungen der optischen Resonatorlänge verursachen können. In diesem Abschnitt wird qualitativ und quantitativ untersucht, wie Beschleunigungen der Referenzresonatoren zu Frequenzverschiebungen führen. Für diese Untersuchungen und die Messung von Beschleunigungsspektren werden Geophone eingesetzt. Für die Vibrationsisolierung der Resonatoren wurden einstufige passive Federaufhängungen der Vakuumkammern aufgebaut und charakterisiert.

Einfluss von vertikalen und horizontalen Beschleunigungen

Bei der Untersuchung des Einflusses von vibrationsbedingten Resonatordeformationen muss zwischen vertikalen und horizontalen Beschleunigungen unterschieden werden. Die resultierenden Verformungen der Referenzresonatoren sind schematisch in Abb. 2.23 dargestellt. Horizontale Beschleunigungen führen zu Scherungen des zylindrischen Abstandshalters, die in erster Näherung nicht zu horizontalen Längenänderungen beitragen. Bei vertikalen Beschleunigungen wird der zylindrische Abstandshalter vertikal komprimiert und dekomprimiert, was zu horizontalen Längenänderungen führt, anschaulich vergleichbar mit dem Ausdrücken einer Zahnpastatube. Dieser Effekt bewirkt bei gleichen Beschleunigungsamplituden deutlich größere Änderungen der optischen Resonatorlänge als horizontale Beschleunigungen. Dies wird durch die Ergebnisse von anderen Arbeitsgruppen bestätigt, die optische Referenzresonatoren für die Laserfrequenzstabilisierung einsetzen [23, 46, 84]. Untersuchungen von ULE-Resonatoren mithilfe einer Vibrationsplattform ergaben für Fourierfrequenzen zwischen 0,2 Hz und 100 Hz bei horizontaler Beschleunigung Frequenzverschiebungen, die um einen Faktor 2 bis 100 kleiner als bei vertikaler Beschleunigung waren (mit Ausnahme einer Resonanz bei ca. 50 Hz) [23].

Abschätzung des Einflusses vertikaler Beschleunigungen

Der Einfluss von vertikalen Beschleunigungen auf Verschiebungen der Eigenfrequenz der Referenzresonatoren kann auf einfache Weise abgeschätzt werden. Dafür betrachtet man einen vertikal auf einer seiner Endflächen stehenden Zylinder mit der Querschnittsfläche A , der Höhe

h und dem horizontalen Durchmesser L . Wird dieser Zylinder mit einer vertikalen Kraft F auf den Endflächen komprimiert, so beträgt die relative Verkleinerung der Höhe

$$\frac{\Delta h}{h} = \frac{F}{AY} \quad (2.21)$$

mit dem Elastizitätsmodul Y . Die gleichzeitige relative Vergrößerung des horizontalen Durchmessers L

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{F\sigma}{AY} \quad (2.22)$$

skaliert mit dem Poisson-Verhältnis σ [76]. Wirkt eine vertikale Beschleunigung a auf den Zylinder mit der Masse m , so beträgt die wirkende Kraft

$$F = m \cdot a. \quad (2.23)$$

Für das Volumen des Zylinders mit der Massendichte ρ gilt sowohl $V = \frac{m}{\rho}$ als auch $V = A \cdot h$, was zusammen

$$A = \frac{m}{\rho h} \quad (2.24)$$

ergibt. Setzt man (2.23) und (2.24) in (2.22) ein, so erhält man schließlich

$$\frac{\Delta L}{L} = \frac{\rho \sigma a h}{Y} \quad (2.25)$$

für die relative Änderung des Durchmessers L . Bei den horizontal liegenden zylindrischen Abstandshaltern der Referenzresonatoren dieser Arbeit entspricht L der Resonatorlänge und h dem vertikalen Durchmesser des Abstandshalters. Aufgrund dieser Geometrie kann (2.25) nur als grobe Näherung verwendet werden, um die Größe des Effektes abzuschätzen. Zusätzlich führt die punktuelle Auflage auf den Vitonstücken zu einer Durchbiegung der Resonatoren, wodurch kleinere Änderungen der Resonatorlänge zu erwarten sind. Setzt man die dem Datenblatt von ULE entnommenen Werte $\rho = 2,2 \text{ g/cm}^3$, $\sigma = 0,17$, $Y = 6,8 \cdot 10^{10} \text{ Pa}$ (bei 25° C) und den Zylinderdurchmesser $h = 8 \text{ cm}$ der verwendeten Abstandshalter in (2.25) ein, so ergibt sich

$$\frac{\Delta L}{L} \approx 4,3 \cdot 10^{-9}/g, \quad (2.26)$$

wobei hier die Erdbeschleunigung $g = 9,8 \text{ m/s}^2$ als Einheit der Beschleunigung gewählt wird. Aufgrund des Zusammenhangs $\frac{\Delta L}{L} = \frac{\Delta \nu}{\nu}$ zwischen Resonatorlänge L und Resonatoreigenfrequenz ν erhält man für die optische Frequenz $\nu = 4,56 \cdot 10^{14} \text{ Hz}$ die Frequenzverschiebung

$$\Delta \nu \approx 2,0 \text{ MHz/g}. \quad (2.27)$$

Um Frequenzverschiebungen auf dem Level von einem Hertz oder darunter zu erzielen, müssen Resonator-Beschleunigungen somit auf sub- μg -Amplituden reduziert werden.

Messungen von Vibrationsamplituden mit Geophonen

Für die Messung von Beschleunigungsamplituden wurden in dieser Arbeit sogenannte Geophone eingesetzt (L-4C 1.0 Hz, Mark Products), die bei geologischen Untersuchungen zur Messung seismischer Vibrationen dienen. Sie bestehen aus einer mit Federn in einem Aluminiumgehäuse aufgehängten Testmasse, an der eine elektrisch leitende Drahtspule angebracht

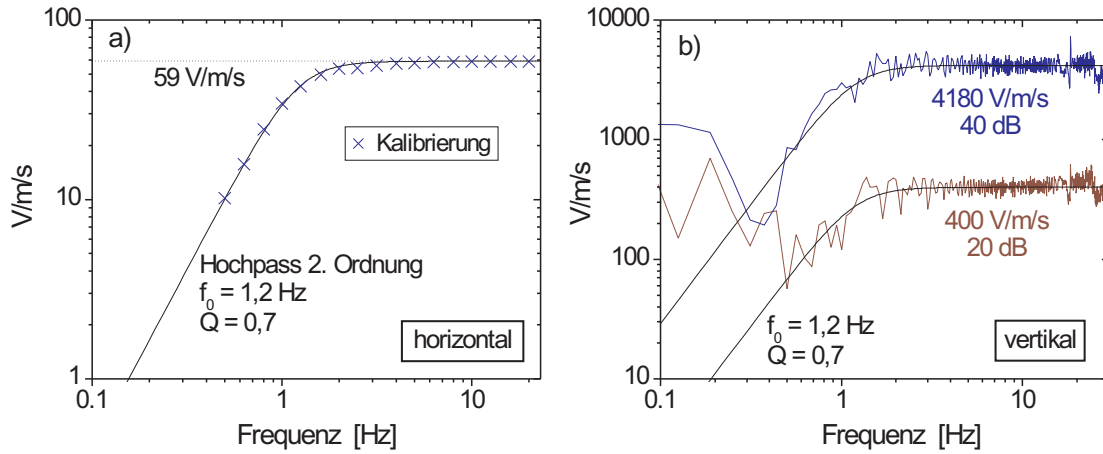


Abbildung 2.24: *Kalibrierung der Geophone*. Die Übertragungsfunktion des horizontalen Geophons wurde an einem Kalibriergerät der PTB gemessen, die Übertragungskurven des vertikalen Geophons wurden mithilfe eines Piezoelements zur Beschleunigungserregung und eines zusätzlichen Accelerometers ermittelt. An jede Messkurve wurde ein Hochpass 2. Ordnung angepasst.

ist. Mit im Gehäuse befestigten Permanentmagneten entsteht bei Bewegungen der Testmasse relativ zum Gehäuse eine Induktionsspannung, die extern verstärkt und gemessen wird. Daher erhält man ein Spannungssignal proportional zur Geschwindigkeit der Relativbewegung. Die Übertragungsfunktion dieses Feder-Masse-Systems entspricht einem Hochpass zweiter Ordnung, dessen komplexe Übertragungsfunktion (Geschwindigkeit \rightarrow Spannung, Einheit: V/m/s) gegeben ist durch

$$H(\Omega) = \frac{i\Omega Q(1 - iQ(\Omega - \frac{1}{\Omega}))}{1 + (Q(\Omega - \frac{1}{\Omega}))^2}, \quad (2.28)$$

dabei ist $\Omega = \frac{f}{f_0}$ das Verhältnis zwischen Fourierfrequenz f und Resonanzfrequenz f_0 , die ca. 1 Hz beträgt. Die Güte Q bestimmt die Signalüberhöhung bei der Resonanz und ist durch die Dämpfung des Systems gegeben. Aus (2.28) erhält man den Amplitudengang

$$|H(\Omega)| = \frac{\sqrt{\Omega^2 Q^2 + \Omega^2 Q^4 (\Omega - \frac{1}{\Omega})^2}}{1 + (Q(\Omega - \frac{1}{\Omega}))^2}. \quad (2.29)$$

Im Rahmen dieser Arbeit wurden Messungen mit zwei Geophonen durchgeführt, eines für horizontale und eines für vertikale Bewegungen. Beide Geräte mussten zunächst kalibriert werden. Die Kalibrierung des horizontalen Geophons wurde mithilfe eines Kalibrierapparats für horizontale Bewegungen in der Abteilung 1.22/Beschleunigung der PTB durchgeführt. Das vertikale Geophon wurde mithilfe eines Piezoelementes als Beschleunigungserreger und eines Accelerometers kalibriert. Die Ergebnisse sind in Abb. 2.24 dargestellt. Das Signal wurde elektronisch mit einem nichtinvertierenden Verstärker (OP37) mit einem Eingangswiderstand von 1 k Ω verstärkt, im horizontalen Fall mit dem Verstärkungsfaktor 1, im vertikalen Fall mit dem Verstärkungsfaktor 10 (20 dB) und 100 (40 dB). An die gemessenen Kurven wurde jeweils ein Hochpass zweiter Ordnung gemäß Gleichung (2.29) angepasst. Bei dem horizontalen Geophon stimmen Theorie und gemessene Werte gut überein, was auch den Spezifikationen

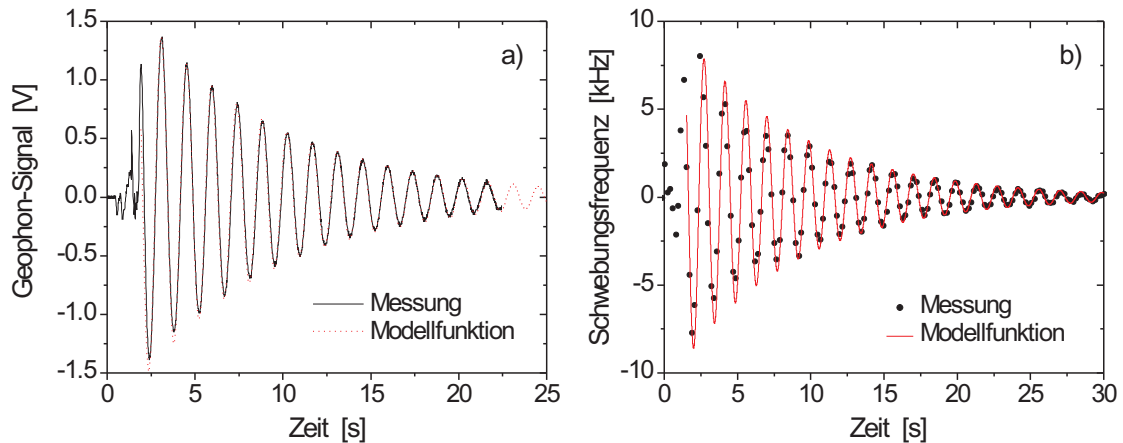


Abbildung 2.25: Messung der Verschiebungen einer Eigenfrequenz von Resonator 1 bei vertikalen Beschleunigungen. a) Das geschwindigkeitsproportionale Signal des vertikalen Geophons auf der Resonatorplattform. b) Verlauf der parallel mit dem unabhängigen Farbstofflasersystem gemessenen Schwebungsfrequenz. Der Übertragungskoeffizient beträgt 1,6 MHz/g.

aus dem Datenblatt entspricht. Bei dem vertikalen Geophon ist der Verlauf der Übertragungsfunktion für Fourierfrequenzen < 1 Hz aufgrund des bei der Messung auftretenden Rauschens nicht genau bestimmbar und für Fourierfrequenzen > 15 Hz treten Resonanzen des Messaufbaus auf, so dass nur der bei Fourierfrequenzen > 2 Hz konstante Verstärkungsfaktor ermittelt werden konnte. Bei den folgenden Messungen von Beschleunigungsspektren wurde daher der eingezeichnete theoretische Verlauf des Hochpasses 2. Ordnung angenommen, welcher aufgrund der Ungenauigkeit der Messung etwa bis zu einem Faktor zwei von der realen Übertragungsfunktion abweichen kann.

Messung der Frequenzverschiebung durch vertikale Beschleunigungen

Da nach obigen Betrachtungen vertikale Beschleunigungen den Einfluss von Vibrationen auf Änderungen der Resonatorlänge dominieren, wurden Änderungen der Resonatoreigenfrequenz aufgrund von vertikalen Beschleunigungen quantitativ bestimmt. Dazu wurde ein Diodenlaser auf Resonator 1 stabilisiert und die mit Federn aufgehängte Resonatorplattform (s.u.) zu vertikalen Schwingungen angeregt. Parallel dazu wurde das Signal des auf der Resonatorplattform stehenden Geophons sowie die Schwebungsfrequenz mit einem unabhängigen Farbstofflasersystem aufgezeichnet. In Abb. 2.25 sind links das Geophonsignal und rechts der Verlauf der Schwebungsfrequenz zu sehen.

Um aus dieser Messung den Übertragungskoeffizient zu bestimmen, der dem Rechenergebnis aus (2.27) entspricht, wurde zunächst an das Geophonsignal der theoretische Verlauf einer gedämpften Schwingung

$$U(t) = A \cdot \sin(2\pi f_0(t - t_0)) \cdot e^{-t/\tau} \quad (2.30)$$

mit der Spannungsamplitude $A = 2$ V, der Resonanzfrequenz des Federsystems $f_0 = 0,7$ Hz, der Startzeit $t_0 = 2,73$ s und der exponentiellen Zeitkonstante $\tau = 8$ s angepasst. Mithilfe der vertikalen Kalibrierungskurve aus Abb. 2.24 erhält man die Geschwindigkeit und durch Ableitung die Beschleunigung, die proportional zur Abweichung der Schwebungsfrequenz vom Gleichgewichtswert ist. Die Anpassung der Amplitude des Frequenzverlaufs ergab



Abbildung 2.26: *Vibrationsisolierende Federaufhängung von Resonator 1*. Referenzresonator, Vakuumkammer und die Optik zur Modenanpassung befinden sich in der Box aus Hartschaumstoff. Der gesamte Aufbau wird von einer akustikisolierenden Box umschlossen (auf dem Foto noch nicht installiert).

die in Abb. 2.25 auf der rechten Seite mit eingezeichnete Modellfunktion und den Übertragungskoeffizient $1,6 \text{ MHz/g}$, der etwas kleiner als der berechnete Wert ist (Gleichung (2.27)). Aufgrund der Ungenauigkeit der Kalibrierung des vertikalen Geophons ist dieser Koeffizient nur auf etwa einen Faktor 2 genau bestimmt. Eine Kontrolle der Vorzeichen der Messkurven bestätigte, dass sich bei nach oben gerichteter Beschleunigung der Resonator verlängert, was durch die horizontale Kompression des Resonators zu erwarten ist.

Einstufige Federaufhängung der Referenzresonatoren

Für die Vibrationsisolierung der Referenzresonatoren wurden auf den Lasertischen, die ihrerseits durch Luftdrucklagerung gegenüber Vibrationen des Laborfußbodens isoliert waren, eine einstufige Federaufhängung des Referenzresonators mitsamt Vakuumkammer aufgebaut (Abb. 2.26). Auf diese Weise sind beide Resonatoren unabhängig in zwei passiven Stufen gegen niedrigfrequente Vibrationen isoliert. Die vertikale Resonanzfrequenz der Federsysteme beträgt $0,7 \text{ Hz}$, die horizontale $0,6 \text{ Hz}$ (Pendelschwingung). Für die Dämpfung des Federsystems wird technisches Öl hoher Viskosität verwendet, das sich in vier Behältern unter der

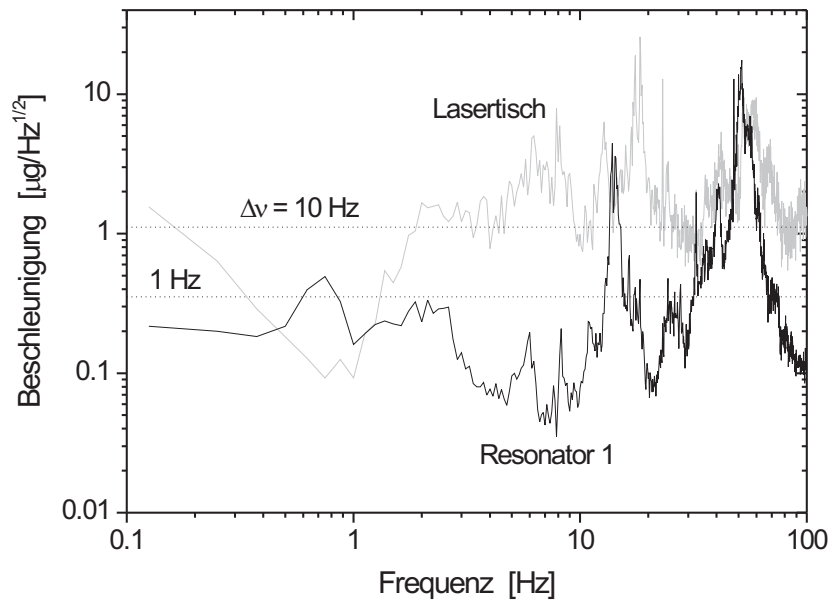


Abbildung 2.27: *Vibrationsisolierung: Spektrum vertikaler Beschleunigungen von Resonator 1.* Bei Fourierfrequenzen > 1 Hz werden Vibrationen unterdrückt. Die Resonanzen bei ca. 15 Hz werden durch Eigenmoden der Federn verursacht. Die Spitzen um 50 Hz sind durch Resonanzen der Hartschaumstoffbox in Kombination mit niedrigfrequenter Akustik der Klimaanlage bedingt. Bei ausgeschalteter Klimaanlage lagen die Spitzen bei 50 Hz etwa eine Größenordnung niedriger. Zum Vergleich ist weißes Rauschen mit Linienbreiten von 1 Hz bzw. 10 Hz eingezeichnet (Übertragungskoeffizient: 1,6 MHz/g).

aufgehängten Plattform befindet. Vier an der Plattform befestigte Dämpfungselemente tauchen dazu in die Ölbehälter ein.

Diese Systeme zeigen eine mit kommerziellen passiven und aktiven Systemen vergleichbare Vibrationsunterdrückung. Probleme können allerdings Eigenmoden der Federn bereiten, die durch die Anbringung von Schaumstoffelementen so weit wie möglich gedämpft wurden.

Die gesamte Federaufhängung von Resonator 1 befindet sich in einer zusätzlichen akustikisolierenden Umhausung aus Pressholzplatten (MdF) (in Abb. 2.26 noch nicht installiert), die auf der Innenseite mit speziellen, schweren Kunststoffmatten zur Akustikdämmung beklebt sind.

Mit den Geophonen wurden Spektren der Beschleunigungsamplituden auf den Lasertischen sowie am Ort der vibrationsisoliert aufgehängten Resonatoren gemessen. Da bei horizontalen und vertikalen Messungen an einem Messort vergleichbare Rauschamplituden auftraten (Kopplung), werden hier nur vertikale Beschleunigungen betrachtet. In Abb. 2.27 sind Spektren vertikaler Vibrationen der Federaufhängung mit Resonator 1 und direkt auf dem Lasertisch dargestellt. Mit dem Federsystem werden Vibrationen bei Fourierfrequenzen > 1 Hz unterdrückt und bei 0,7 Hz resonant überhöht. Resonanzstrukturen bei 15 Hz und 50 Hz sind bedingt durch Eigenmoden der Federn und Resonanzen der Hartschaumstoffbox. Für Fourierfrequenzen < 12 Hz liegen die Beschleunigungsamplituden unterhalb von $1 \mu\text{g}/\sqrt{\text{Hz}}$. Zum Vergleich sind weiße Rauschamplituden eingezeichnet, die einer Laserlinienbreite von 1 Hz bzw. 10 Hz entsprechen und mit dem Übertragungskoeffizienten von 1,6 MHz/g berechnet

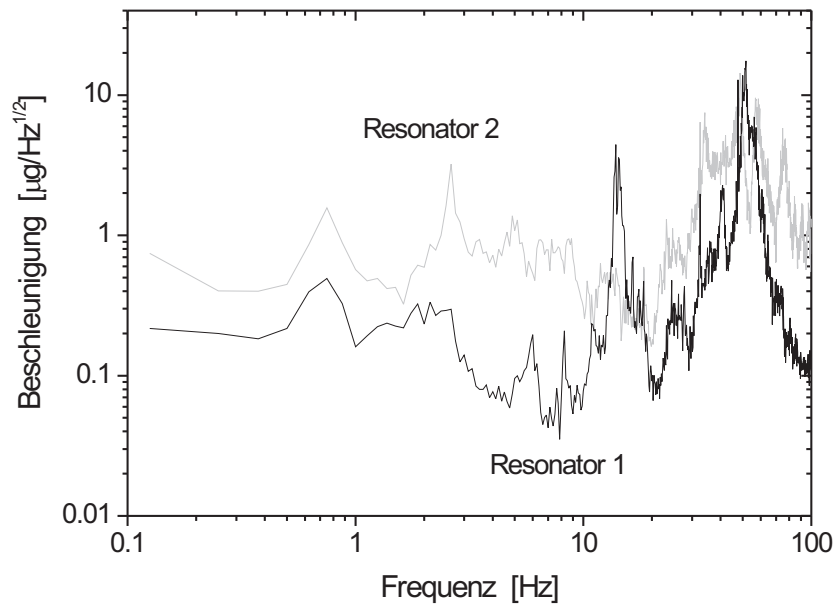


Abbildung 2.28: *Vibrationsisolierung: Vergleich der vertikalen Beschleunigungsspektren beider Referenzresonatoren.* Bei dem System mit Resonator 2, das sich auf einem kleineren und leichterem Lasertisch befindet, treten fast im gesamten Messbereich größere Beschleunigungsamplituden auf.

sind. Daraus lässt sich schließen, dass mit diesem System Laserlinienbreiten von etwa 1 Hz erzielbar sein sollten. Ohne das vibrationsisolierende Federsystem wäre eine Linienbreite von einigen 10 Hz zu erwarten.

Den Vergleich der vertikalen Beschleunigungsspektren von Resonator 1 und Resonator 2 zeigt Abb. 2.28. Man sieht, dass die Beschleunigungen von Resonator 2 fast im gesamten dargestellten Frequenzbereich dominieren. Dies liegt daran, dass das Aufhängungs-Federsystem von Resonator 2 auf einem erheblich kleineren und leichteren Lasertisch aufgebaut ist und daher höhere Beschleunigungsamplituden auftretenden als bei dem System mit Resonator 1. Dazu tragen möglicherweise auch Kabelverbindungen bei, die auf den Lasertisch führen. Dieses System reagierte auch empfindlich gegenüber dem Öffnen und Schließen von benachbarten Labortüren, wobei die in Abb. 2.28 sichtbare Resonanzamplitude bei 0,7 Hz um ein bis zwei Größenordnungen ansteigen konnte.

Einfluss von Schwankungen des Luftdrucks

Neben dem direkten Einfluss von Erschütterungen der Umgebung können auch durch das Öffnen und Schließen von Labortüren bedingte Luftdruckschwankungen zur Anregung von Eigenschwingungen der Resonatoraufhängung beitragen. Eine relative Luftdruckänderung von 10^{-4} führt mit der Dichte $1,3 \text{ kg/m}^3$ der Luft bei Normaldruck, dem Volumen $0,6 \cdot 0,25 \cdot 0,25 \text{ m}^3$ der den Resonator umgebenden Hartschaumstoffbox und der Federkonstante $4 \cdot 0,2 \text{ N/mm}$ zu einer Änderung der Federauslenkung von $60 \mu\text{m}$. Eine vertikale Federschwingung des Systems mit dieser Amplitude und der Frequenz 0,7 Hz resultiert in maximalen Beschleunigungsamplituden von $8,5 \cdot 10^{-4} \text{ m/s}^2$ oder $8,7 \cdot 10^{-5} \text{ g}$. Mit dem Konversionsfaktor $1,6 \text{ MHz/g}$ ergibt sich so eine Frequenzverschiebung von 140 Hz.

Mechanische Eigenresonanzen der Referenzresonatoren

Damit mechanische Resonanzen der Resonatoren möglichst wenig angeregt werden, sollten ihre Eigenfrequenzen weit oberhalb von technischen Vibrations- und Akustikfrequenzen liegen. Aus diesem Grund werden in dieser Arbeit relativ kurze zylindrischen Abstandshalter ($L = 10$ cm) mit großem Radius ($R = 4$ cm) verwendet. Die Eigenfrequenzen der Longitudinal- und Biegeschwingungen eines Zylinders mit der Länge L , dem Radius R , einer zentralen Bohrung mit dem Radius r und der Schallgeschwindigkeit v im Zylindermaterial betragen näherungsweise [81]:

$$f_{lk} = k \cdot \frac{v}{2L} \quad (\text{longitudinal}) \quad (2.31)$$

$$f_{bk} = \frac{\pi}{2} \left(\frac{2k+1}{2} \right)^2 \frac{v \sqrt{R^2 + r^2}}{L^2} \quad (\text{Biegeschwingungen}) \quad (2.32)$$

Die Schallgeschwindigkeit von ULE beträgt laut Datenblatt 5530 m/s, zusammen mit dem Radius $r = 0,5$ cm ergeben sich die Grundfrequenzen ($k = 1$)

$$\begin{aligned} f_{l1} &= 27,7 \text{ kHz} \\ f_{b1} &= 39,4 \text{ kHz}, \end{aligned}$$

die weit oberhalb typischer Frequenzen von technischen Vibrationen und Akustik liegen. Auch sorgen schwach ausgeprägte Resonanzen der Vitonlagerungen der Resonatoren bei etwa 100 Hz für eine zusätzlich Unterdrückung von Vibrationen bei höheren Frequenzen.

Aufgrund der hohen Güte mechanischer Eigenresonanzen von SiO_2 -Glaskeramiken (ca. 10^5) kann die Anregung durch thermisches Rauschen zu Frequenzrauschamplituden auf dem Hertz-Level führen (Abschnitt 2.3.5). Möglicherweise werden auf diese Weise die Spitzen bei einigen 10 kHz im gemessenen Spektrum des Frequenzrauschens der stabilisierten Diodenlaser verursacht (Abschnitt 2.4.1).

2.3.2 Langzeitdrift

Die Glaskeramik ULE zeigt aufgrund von Alterungsprozessen des Materials eine langsame und jahrelang anhaltende Volumenverringerng. Die Ergebnisse anderer Arbeitsgruppen zeigen, dass die damit verbundene relative Längenänderung ca. $10^{-16}/\text{s}$ beträgt [33, 41, 68]. Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Langzeitdrift von Resonator 1 über einen Zeitraum von 400 Tagen ermittelt, indem der Frequenzoffset zwischen der Calcium-Interkombinationslinie $^1S_0 - ^3P_1$ und der benachbarten Eigenfrequenz des aktiv temperaturstabilisierten Resonators bestimmt wurde. Als Bezug diente der dopplerfreie Sättigungsdip des Übergangs. Die Unsicherheit der Realisierung betrug dabei etwa 20 kHz.

Der Verlauf der gemessenen Offsetfrequenz ist in Abb. 2.29 dargestellt. Er ist annähernd linear bis auf Abweichungen, die durch Änderungen der Resonatortemperatur bedingt sind. Die großen Sprünge der Messwerte wurden durch das Einschalten des vierten aktiven Regelkreises der Temperaturstabilisierung des Resonators sowie das kurzzeitige Ausschalten aller Temperaturregelungen bei einem Umzug des Systems in den ruhigen Laborraum verursacht. Weitere Abweichungen der Messkurve vom linearen Verlauf sind durch Temperaturschwankungen zu erklären, die durch das zwischenzeitliche Öffnen der akustikisolierenden Box hervorgerufen wurden. Da die Resonatoreigenfrequenz größer als die atomare Übergangsfrequenz (Abb. 2.34) und der thermische Ausdehnungskoeffizient des Resonators positiv ist (Abschnitt

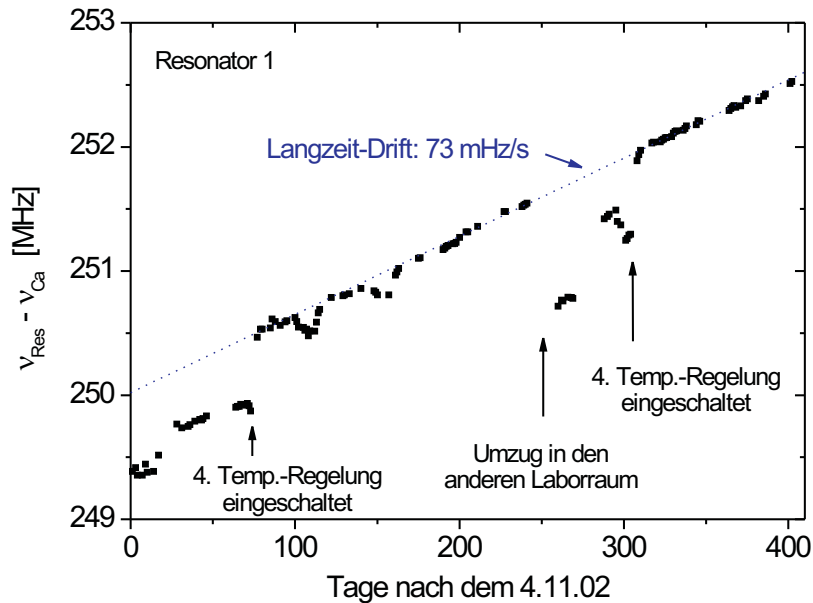


Abbildung 2.29: Messung der Langzeitdrift von Resonator 1. Es wurde die Frequenzdifferenz zwischen Resonatoreigenfrequenz und der Calcium-Interkombinationslinie gemessen.

2.3.3), führt das Einschalten des vierten Regelkreises zu einer Erniedrigung der mittleren Resonatortemperatur. Dies liegt wahrscheinlich an der dadurch erniedrigten Heizleistung der anderen drei Regelkreise, die für das Halten der Solltemperatur am Ort der Temperatursensoren erforderlich ist. Die Solltemperaturen aller vier Regelkreise wurden über den gesamten Messzeitraum nicht geändert.

Die gemessene lineare Langzeitdrift beträgt 73 mHz/s ($\pm 5 \%$) oder $6,3 \text{ kHz pro Tag}$. Dies bedeutet ein Schrumpfen des Resonators mit $1,6 \cdot 10^{-16}/\text{s}$ relativer Längenänderung. Die gemessene Drift ist etwa einen Faktor 4 kleiner als die Langzeitdrift des Zerodur-Resonators, der als Referenzresonator des zuvor verwendeten Farbstoff-Uhrenlasers des Calcium-Frequenznormals eingesetzt wurde [80].

2.3.3 Thermische Ausdehnung

Eine Besonderheit der Glaskeramik ULE ist, dass der thermische Ausdehnungskoeffizient α nahe der Raumtemperatur einen Nulldurchgang besitzt, wodurch mit temperaturstabilisierten ULE-Referenzresonatoren im Prinzip eine äußerst geringe thermische Frequenzdrift möglich ist. Für beide in dieser Arbeit verwendeten Resonatoren wurde die Nulldurchgangstemperatur experimentell ermittelt, wobei auch jeweils die thermische Zeitkonstante für die Wärmeübertragung zwischen Vakuumkammer und Referenzresonator bestimmt werden konnte.

Da bei beiden Resonatoren die Nulldurchgangstemperatur von α leider nicht wie erwartet oberhalb sondern deutlich unterhalb von 20° C liegt, wird im Rahmen dieser Arbeit das Potenzial der mithilfe von aktiver Temperaturstabilisierung auf etwa 24° C geheizten Resonatoren nicht voll ausgeschöpft. Eine Resonatorkühlung würde aufgrund der erforderlichen Wärmeableitung zum Eintrag von zusätzlichen Vibrationen führen und wäre mit einem erheblich größeren technischen Aufwand verbunden.

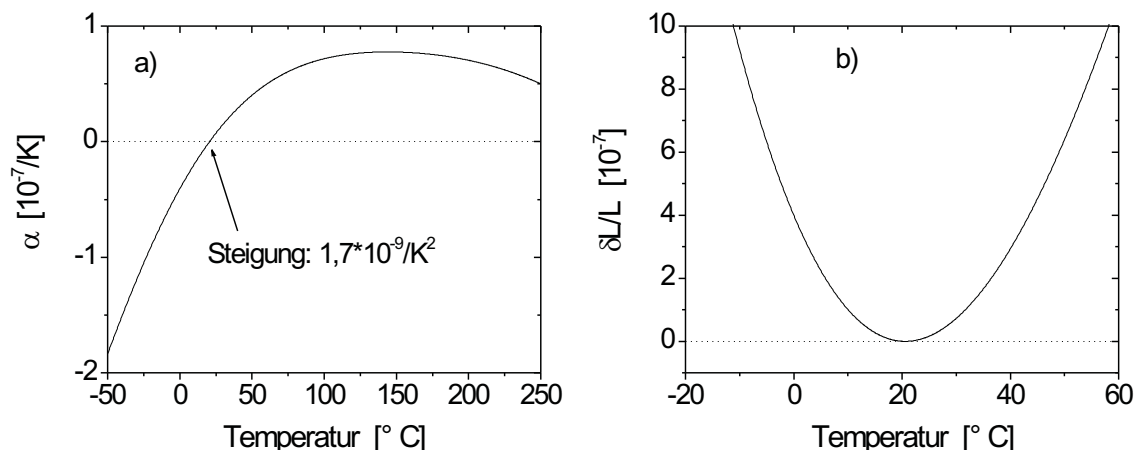


Abbildung 2.30: *Relative thermische Längenausdehnung von ULE (Datenblattkurven)*. a) Thermischer Ausdehnungskoeffizient $\alpha(T)$. b) Relative additive Länge bezogen auf das lokale Minimum der Resonatorlänge bei der Nulldurchgangstemperatur.

Thermische Längenänderung von ULE

Der dem Datenblatt von ULE entnommene Verlauf des relativen thermischen Längenausdehnungskoeffizienten $\alpha(T)$ ist in Form eines Fits durch ein Polynom 6. Ordnung in Abb. 2.30 auf der linken Seite dargestellt. In einem Bereich ± 50 mK um die Nulldurchgangstemperatur T_0 ist aufgrund der lokalen Steigung $\alpha < 10^{-10}/\text{K}$. Die Resonatorlänge L besitzt bei T_0 ein lokales Minimum L_0 . Die relative Längenausdehnung bei infinitesimaler Temperaturänderung dT ist gegeben durch

$$\frac{dL}{L} = \alpha(T)dT. \quad (2.33)$$

Aufgrund der kleinen relativen Längenänderungen kann nahe der Nulldurchgangstemperatur die Resonatorlänge als konstant angenommen werden ($L = L_0$). Durch Integration erhält man

$$\delta L(T) = L_0 \int \alpha(T)dT. \quad (2.34)$$

Mit der Nebenbedingung $\delta L(T_0) = 0$ ist

$$L(T) = L_0 + \delta L(T). \quad (2.35)$$

In Abb. 2.30 auf der rechten Seite ist die zusätzliche relative Länge $\delta L/L_0$ dargestellt, die aus dem Polynom 6. Ordnung für $\alpha(T)$ berechnet wurde.

Messung der Nulldurchgangstemperatur des thermischen Ausdehnungskoeffizienten

Die Temperatur des Nulldurchgangs von α wurde mithilfe von Schwebungsfrequenzmessungen für beide Referenzresonatoren ermittelt. Für die Messung mit Resonator 1 wurde die Vakuumkammer mithilfe von Kühlwasser innerhalb weniger Stunden von $20,5^\circ\text{C}$ auf 3°C abgekühlt. Anschließend wurde über einen Zeitraum von einer Woche die Veränderung einer

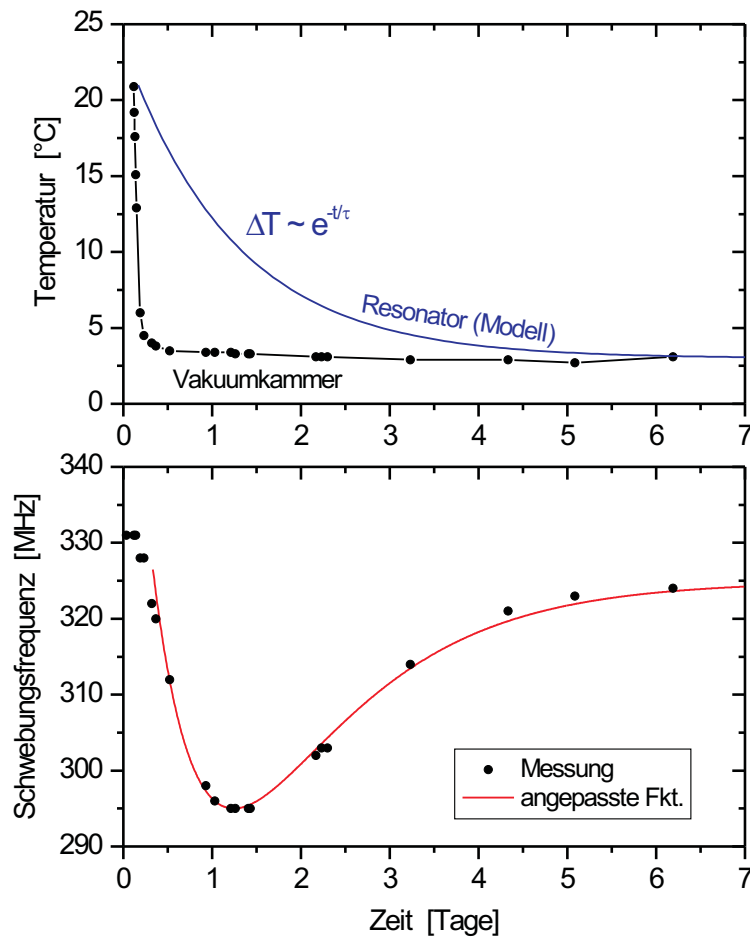


Abbildung 2.31: Messung der Nulldurchgangstemperatur des thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Resonator 1.

Resonatoreigenfrequenz im Vergleich zu einem anderen, temperaturstabilen Resonator gemessen. Zur Vereinfachung wurde für den thermischen Ausdehnungskoeffizienten eine lineare Temperaturabhängigkeit

$$\alpha(T) = a(T - T_0) \quad (2.36)$$

angenommen. Gemäß Gleichung (2.34) gilt dann für die Resonatorlänge

$$\delta L(T) = L_0 \frac{a}{2}(T - T_0)^2 \quad (2.37)$$

und mit $\frac{\delta L}{L} = -\frac{\delta \nu}{\nu}$ erhält man für die optische Frequenz

$$\delta \nu(T) = -\nu_0 \frac{a}{2}(T - T_0)^2. \quad (2.38)$$

Unter der Annahme einer exponentiellen zeitlichen Temperaturänderung des Resonators

$$T(t) = T_1 + (T_2 - T_1)(1 - e^{-t/\tau}) \quad (2.39)$$

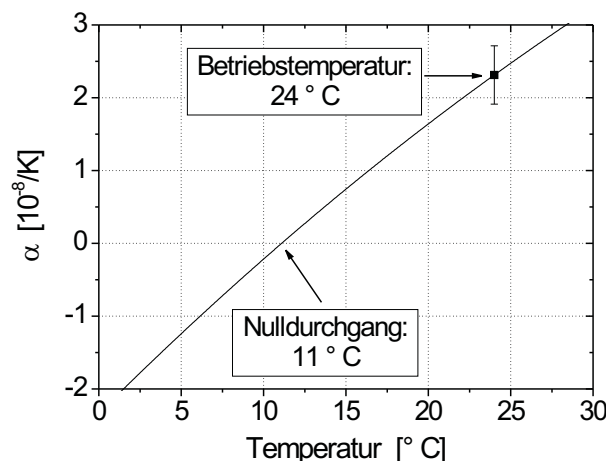


Abbildung 2.32: Anzunehmender Verlauf des thermischen Ausdehnungskoeffizienten von Resonator 1. Die Datenblattkurve wurde vertikal verschoben, so dass der Nulldurchgang bei der gemessenen Temperatur liegt. Der Resonator wird bei 24° C betrieben mit $\alpha = (2,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-8}/\text{K}$.

ergibt sich schließlich für die Resonatoreigenfrequenz die Zeitabhängigkeit

$$\delta\nu(t) = -\nu_0 \frac{a}{2}(T_1 + (T_2 - T_1)(1 - e^{-t/\tau}) - T_0)^2. \quad (2.40)$$

In Abb. 2.31 ist der gemessene Verlauf der Temperatur der Vakuumkammer und der Schwebungsfrequenz dargestellt. Bei der Nulldurchgangstemperatur, die nach etwa einem Tag erreicht ist, hat die Schwebungsfrequenz ein Minimum statt eines Maximums, da die Resonatoreigenfrequenz von Resonator 1 kleiner ist als die des temperaturstabilen Vergleichsresonators. An den Schwebungsfrequenzverlauf wurde die Funktion aus Gleichung (2.40) mit den festen Werten $a = 1,7 \cdot 10^{-9}/\text{K}^2$, $T_1 = 20,5^\circ \text{C}$ und $T_2 = 3^\circ \text{C}$ und variablem T_0 und τ angepasst. Daraus ergibt sich die Nulldurchgangstemperatur $T_0 = (11,1 \pm 1,5)^\circ \text{C}$ und die Zeitkonstante $\tau = (31 \pm 3) \text{h}$. Mit dieser Zeitkonstante wurde der exponentielle Temperaturverlauf des Resonators gemäß Gleichung (2.39) im oberen Teil von Abb. 2.31 berechnet.

Mit einer ähnlichen Messung wurde auch die Nulldurchgangstemperatur von Resonator 2 bestimmt, wobei die Temperatur um 3 K von $T_0 = 20,2^\circ \text{C}$ auf $T_0 = 23,2^\circ \text{C}$ erhöht wurde. Die durch Extrapolation ermittelte Nulldurchgangstemperatur beträgt $T_0 = (10 \pm 3)^\circ \text{C}$ und die Zeitkonstante $\tau = (34 \pm 3) \text{h}$.

Gemäß den Angaben des Herstellers der ULE-Abstandshalter (Corning) war zu erwarten, dass die Nulldurchgangstemperatur der Resonatoren oberhalb von 20° C liegt. Der thermische Ausdehnungskoeffizient wurde vom Hersteller mittels Ultraschallmessungen indirekt bestimmt, basierend darauf, dass sowohl die thermische Ausdehnung als auch die Schallausbreitungsgeschwindigkeit im Medium von der Materialzusammensetzung abhängen.

Da die gemessenen Werte um etwa 10 Kelvin von den Herstellerangaben abweichen, wurden mögliche Einflüsse abgeschätzt, die zu dieser Abweichung führen könnten. Durch die Vitonlagerung der Resonatoren auftretende Dehnungskräfte sind etwa 3 bis 4 Größenordnungen zu klein, um die gemessene Abweichung erklären zu können. Denkbar ist auch ein Einfluss durch die Spiegelschichten, da die Spezifikation des Herstellers nur die Abstandshalter be-

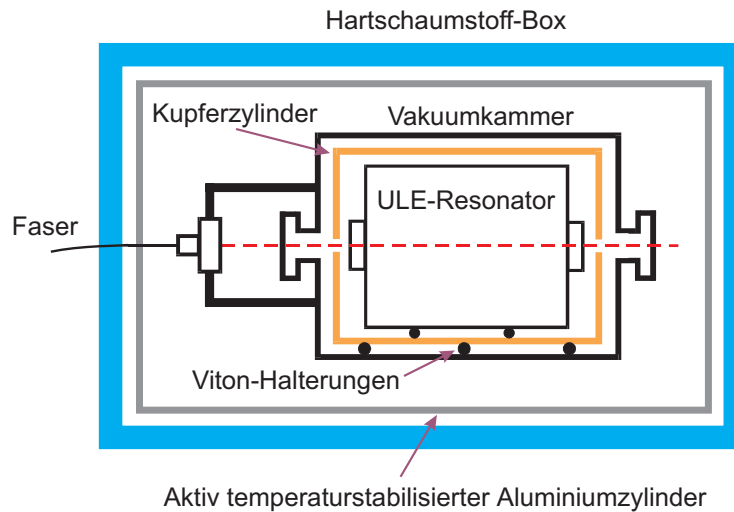


Abbildung 2.33: Thermische Isolation der Referenzresonatoren

trifft. Allerdings hat ein positiver Ausdehnungskoeffizient der Spiegelschichten (Abschnitt 2.3.4) statt einer Erniedrigung eine Erhöhung der Nulldurchgangstemperatur zur Folge. Die Ursache der ermittelten Diskrepanz ist zur Zeit nicht bekannt. Wegen der erwarteten großen wirtschaftlichen Bedeutung von ULE in der Fotolithographie wird das thermische Verhalten vom Hersteller und möglichen Anwendern zur Zeit intensiv untersucht.

Der anzunehmende Verlauf des thermischen Ausdehnungskoeffizienten α von Resonator 1 wurde durch die Anpassung der Datenblattkurve an die gemessene Nulldurchgangstemperatur ermittelt (vertikale Verschiebung der Kurve) und ist in Abb. 2.32 dargestellt. Bei der Betriebstemperatur des Resonators von 24°C erhält man $\alpha = (2,3 \pm 0,4) \cdot 10^{-8}/\text{K}$, was einer Temperaturabhängigkeit der Resonatorfrequenz von $0,01\text{ Hz/nK}$ entspricht.

Temperaturstabilisierung und -Drift

Die zweistufige Vitonlagerung des Resonators im Vakuum mithilfe des vergoldeten Kupferzylinders bewirkt eine doppelte Tiefpassfilterung von Temperaturschwankungen der Vakuummkammer. Abschätzungen der Wärmeübergangskoeffizienten ergaben, dass die Wärmeübertragung zwischen Resonator und Vakuummkammer in etwa gleichem Maße durch Wärmeleitung über die Vitonhalterungen und Wärmestrahlung der Oberflächen stattfindet.

Durch den Aufbau der Referenzresonatoren in der Vakuummkammer sowie der Einhausung der Vakuummkammern wird eine mehrstufige passive Temperaturstabilisierung erzielt. Den Resonatoraufbau mit den Isolierungsstufen zeigt Abb. 2.33. Die Vakuummkammer befindet sich zusammen mit der Ionengetterpumpe, der Einkoppeloptik sowie den Fotodetektoren (Pound-Drever-Hall Regelung, Transmission, RAM) in einem Aluminiumzylinder, dessen Temperatur aktiv mithilfe von Heizfolien auf etwa 24°C stabilisiert wird. Drei unabhängige Regelkreise stabilisieren das Aluminiumrohr und die beiden Endflächen, bei Resonator 1 kommt durch die seitliche Anordnung der Ionengetterpumpe in einem weiteren Rohrstück aus Aluminium ein vierter Regelkreis hinzu. Als Temperatursensoren kommen bei Resonator 1 für die drei Regelkreise von Aluminiumrohr und dessen Endflächen Wheatstone-Brückenschaltungen mit

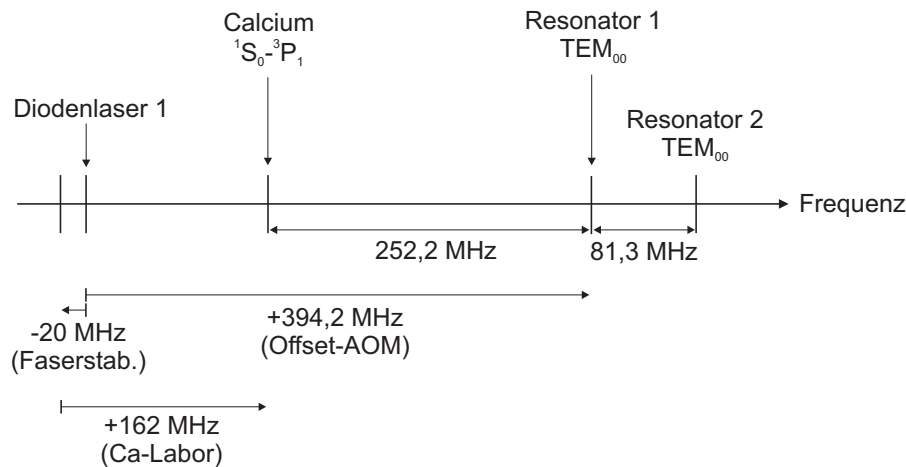


Abbildung 2.34: *Eigenfrequenzen der Referenzresonatoren relativ zur atomaren Übergangsfrequenz (Calcium-Interkombinationslinie).* Der Offset zwischen Diodenlaserfrequenz und atomarer Übergangsfrequenz ist durch die akustooptischen Modulatoren der atomaren Stabilisierung und der Stabilisierung der Übertragungsfaser bedingt (Kapitel 3).

genauen Referenzwiderständen und temperaturabhängigen Widerständen zum Einsatz. Bei dem vierten Regelkreis von Resonator 1 sowie den drei Regelkreisen von Resonator 2 werden Sensoren vom Typ AD590 (Analog Devices) verwendet. Die mit den Sensoren gemessenen Temperaturschwankungen betragen wenige Millikelvin. Bei Resonator 1 bewirkt die akustikisolierende Umhausung des Aufbaus eine zusätzliche passive Isolation.

Die thermische Kurzzeitdrift beider Referenzresonatoren wurde durch den Vergleich mit der Übergangsfrequenz der Calcium-Interkombinationslinie bestimmt. Dazu wurde wie bei der Realisierung des Frequenzstandards (Kapitel 4) der Diodenlaser mit Referenzresonator 1 auf den atomaren Übergang stabilisiert, wobei der Offset-AOM als Stellelement dient [17]. Der zeitliche Verlauf der AOM-Frequenz gibt die Drift von Resonator 1 wieder. Aus Schwebungsfrequenzmessungen des so absolut stabilisierten Diodenlasers mit dem auf Resonator 2 stabilisierten zweiten Diodenlaser wurde die Drift von Resonator 2 bestimmt. Die relative Lage der Frequenz von Diodenlaser 1, der atomaren Übergangsfrequenz und der Resonatoreigenfrequenzen ist Abb. 2.34 dargestellt. Bei der atomaren Stabilisierung mithilfe von Atominterferometrie im Zeitbereich (Kapitel 4) und der Stabilisierung der Übertragungsfaser zum Calcium-Laborraum (Kapitel 3) werden festfrequente akustooptische Modulatoren verwendet. Dadurch bedingte Frequenzverschiebungen legen die Frequenz von Diodenlaser 1 relativ zum atomaren Übergang fest.

Eine Messung der Drift beider Resonatoren am gleichen Tag zeigt Abb. 2.35. Für Resonator 1 erhält man bei der ab ca. 20 Uhr aufgenommenen Messkurve nach Abzug der Langzeitdrift eine thermische Drift von 41 mHz/s. Dies entspricht einer Abkühlung des Resonators mit einer Drift der mittleren Resonatortemperatur von $-3,9$ nK/s.

An einem anderen Tag wurde die thermische Drift von Resonator 1 mehrfach über einen Zeitraum von etwa 5 Stunden gemessen (Abb. 2.36). Sie ändert am späten Nachmittag ihr Vorzeichen, wahrscheinlich hervorgerufen durch mit dem Tagesrhythmus verbundenen Tem-

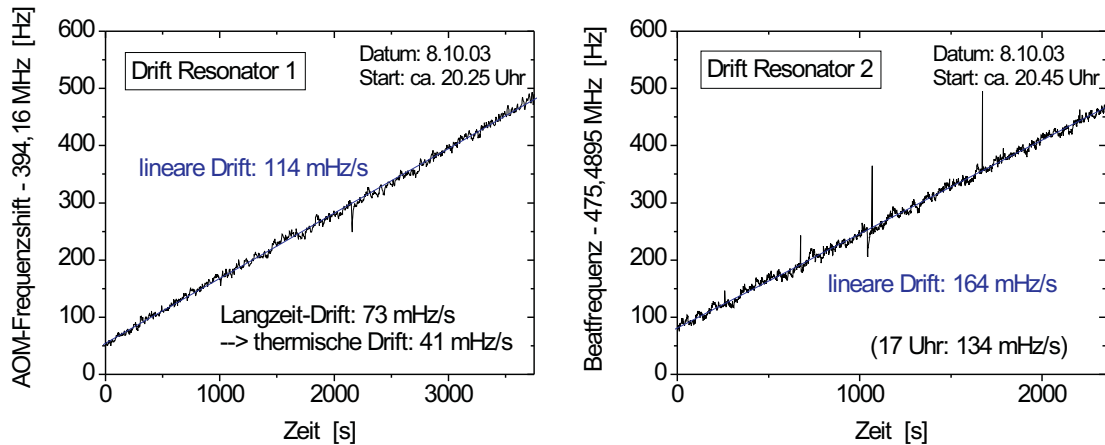


Abbildung 2.35: Kurzezeitdrift beider Referenzresonatoren am gleichen Messtag. Durch Subtraktion der Langzeitdrift ergibt sich die thermische Drift von Resonator 1.

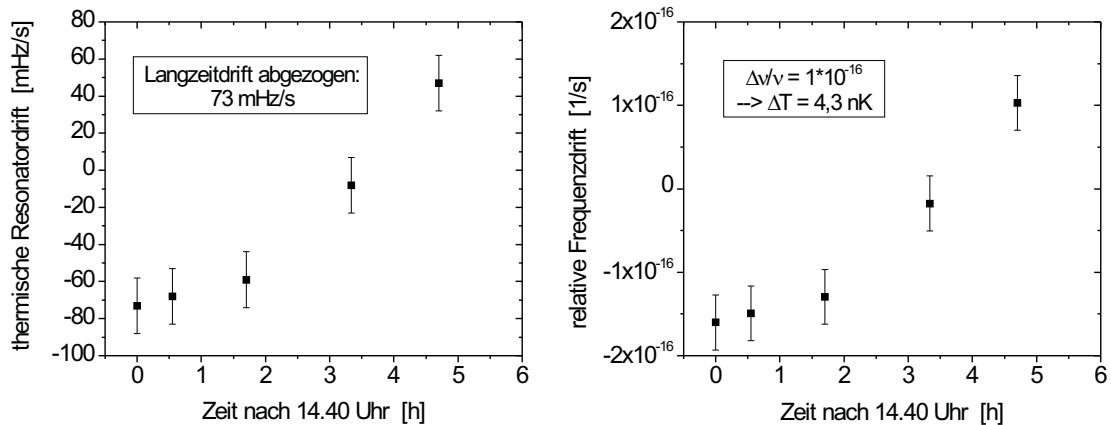


Abbildung 2.36: Variation der thermischen Drift von Resonator 1

peraturvariationen der Resonatorumgebung. Ähnlich wie bei der Temperaturänderung von Resonator 1 bei Einschalten des vierten Regelkreises (Abschnitt 2.3.2) scheint durch die bei Erhöhung der Umgebungstemperatur verringerte Heizleistung der Regelkreise zu einer Abkühlung der Resonatortemperatur zu führen. Diesem Effekt wirkt in etwa gleicher Größenordnung eine Aufheizung entgegen, die durch die Absorption und Streuung des im Resonator gespeicherten Lichts an den Spiegeln verursacht wird. Bei Resonator 1 wird 44 % der Leistung von resonant eingestrahlt Licht absorbiert und gestreut und 30 % transmittiert (Abschnitt 2.2.1). Unter der theoretischen Annahme, dass Absorption und Streuung direkt den Resonator erwärmen und kein Wärmeverlust nach außen auftritt, ergibt sich bei $3,6 \mu\text{W}$ transmittierter Leistung mit der spezifischen Wärme $767 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ und der Dichte $2,21 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ von ULE eine Temperaturdrift des Resonators von $6,4 \text{ nK/s}$.

Die aus der Frequenzdrift in Abb. 2.36 berechnete maximale Temperaturdrift des Resonators beträgt 7 nK/s . Würde der Resonator mit dieser Temperaturstabilität nahe der Nulldurchgangstemperatur von α betrieben ($\alpha < 10^{-10}/\text{K}$), so würde die absolute thermische

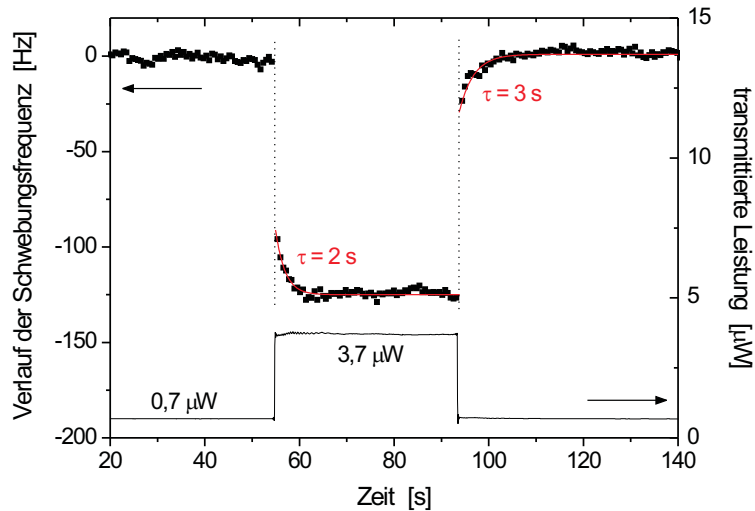


Abbildung 2.37: Verschiebung der Laserfrequenz bei Änderung der in Resonator eingekoppelten optischen Leistung. Die von Resonator 1 transmittierte Leistung wurde stufenweise um $3\ \mu\text{W}$ erhöht und wieder reduziert. Die Frequenz macht zunächst einen Sprung von etwa 90 Hz aufgrund eines elektronischen Regeloffsets. Der thermische Effekt bewirkt eine langsame Frequenzänderung mit einer exponentiellen Zeitkonstante von etwa 2 bis 3 s und einer Verschiebung von $10 \pm 2\ \text{Hz}/\mu\text{W}$. Vom gemessenen Schwebungsfrequenzverlauf wurde eine lineare Drift ($0,81\ \text{Hz/s}$) subtrahiert.

Frequenzdrift weniger als $0,5\ \text{mHz/s}$ betragen entsprechend einer relativen Drift $< 10^{-18}/\text{s}$. Damit wird das Potenzial von ULE-Resonatoren deutlich, das im Prinzip nutzbar sein sollte, wenn die Langzeitdrift mit entsprechender Genauigkeit bestimmt und kompensiert werden kann.

2.3.4 Abhängigkeit von der eingekoppelten Leistung

Da sich die Spiegelschichten der hochreflektierenden Resonatorspiegel aufgrund der restlichen Lichtabsorption lokal erwärmen und ausdehnen, hängt die Resonanzfrequenz von der in den Resonator eingekoppelten optischen Leistung ab. Dieser Effekt wurde durch die Änderung der in Resonator 1 eingekoppelten Leistung und die parallele Aufzeichnung der Schwebungsfrequenz mit dem zweiten Diodenlasersystem gemessen. Der Verlauf der vom Resonator transmittierten Leistung und der Schwebungsfrequenz ist in Abb. 2.37 dargestellt. Die in den Referenzresonator eingekoppelte Leistung wurde mithilfe des akustooptischen Modulators, der die Differenz zwischen der Resonatoreigenfrequenz und der Calcium-Übergangsfrequenz überbrückt (Offset-AOM), in einer Stufe erhöht und 40 s später wieder erniedrigt. Dadurch änderte sich die transmittierte Leistung von $0,7\ \mu\text{W}$ auf $3,7\ \mu\text{W}$ und danach wieder auf $0,7\ \mu\text{W}$. Die Schwebungsfrequenz zeigt beim dem Umschalten der Leistung jeweils zunächst einen Sprung von etwa 90 Hz und danach ein langsames Relaxieren. Der Sprung wird durch einen DC-Offset der Frequenzregelung verursacht (Abschnitt 2.2.3), und das folgende langsame Relaxieren tritt aufgrund der Änderung der Resonatorlänge durch das thermische Ausdehnen und Zusammenziehen der Spiegeloberflächen auf. Bei der Erhöhung der Leistung vergrößert sich die Eigenfrequenz des Resonators, was einer Verkleinerung der Resonatorlänge entspricht. Dies

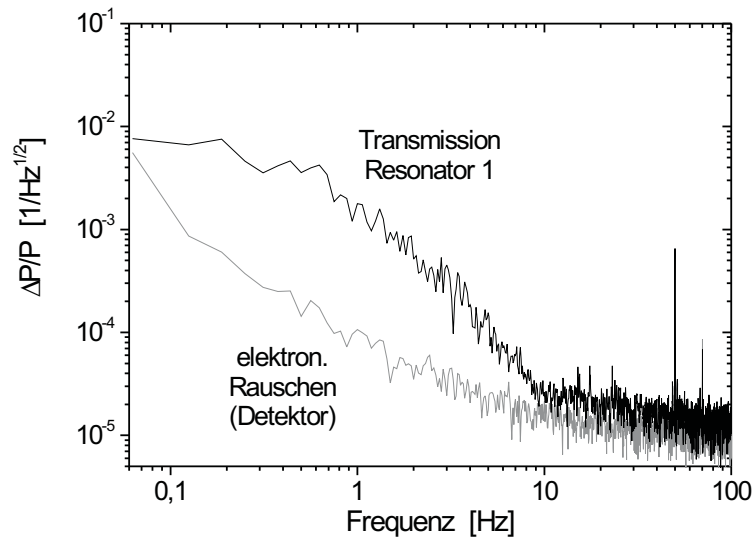


Abbildung 2.38: *Spektrum des relativen Leistungsrauschens des von Resonator 1 transmittierten Lichts. Die transmittierte Leistung betrug $3,6 \mu\text{W}$.*

bedeutet, dass sich die Spiegeloberflächen bei Erwärmung ausdehnen, d.h. sie besitzen einen positiven thermischen Ausdehnungskoeffizienten. Exponentielle Fitkurven an den Verlauf der Schwebungsfrequenz nach beiden Sprüngen zeigen eine Zeitkonstante von 2 s und 3 s der thermischen Relaxation. Die Frequenzverschiebung beträgt dabei $10 \pm 2 \text{ Hz}/\mu\text{W}$ bezogen auf die transmittierte Leistung.

Für die Frequenzstabilisierung werden im Normalfall etwa $10 \mu\text{W}$ in den Resonator eingekoppelt und davon ca. 30 % transmittiert (Abschnitt 2.2.1). Daher bewirkt eine Änderung der Leistung um 1 % eine durch den thermischen Effekt bedingte Frequenzverschiebung von 0,3 Hz. Der DC-Offset der Frequenzregelung bewirkt einen Frequenzoffset gegenüber der Linienmitte der Resonatoreigenfrequenz, der aufgrund der Proportionalität von detektierter optischer Leistung und Steigung des Pound-Drever-Hall Signals (Anhang D) proportional zur eingekoppelten Leistung ist. Dadurch erhält man mit den gemessenen Frequenzsprüngen aus Abb. 2.37 bei Änderung der Leistung um 1 % eine zusätzliche Frequenzverschiebung des Lasers von 0,26 Hz mit dem gleichen Vorzeichen wie bei dem thermischen Effekt.

Um den Einfluss von Leistungsschwankungen des in den Resonator eingekoppelten Lichtes auf das Spektrum des Laserfrequenzrauschens zu bestimmen, wurde zunächst das Spektrum des Leistungsrauschens gemessen. Abb. 2.38 zeigt die Wurzel aus der spektralen Dichte des relativen Leistungsrauschens, gemessen bei Resonator 1 in Transmission. Die transmittierte Leistung betrug $3,6 \mu\text{W}$, die maximalen relativen Leistungsänderungen lagen über einen Zeitraum von einigen 100 s bei etwa zwei Prozent.

Aus dem Spektrum des Leistungsrauschens wurde der Beitrag zum Spektrum des Frequenzrauschens des stabilisierten Diodenlasers ermittelt, der sich mit dem gemessenen thermischen Effekt der Verschiebung der Resonatoreigenfrequenz aus Abb. 2.37 ergibt (Abb. 2.39). Für die Berechnung wurde ein thermischer Tiefpass mit der Zeitkonstante $\tau = 2,5 \text{ s}$ angenommen, deren Kehrwert die 3 dB-Grenzfrequenz ergibt. Zusätzlich ist der Beitrag dargestellt, der sich aufgrund des elektronischen Regeloffsets aus dem Spektrum des Leistungsrauschens

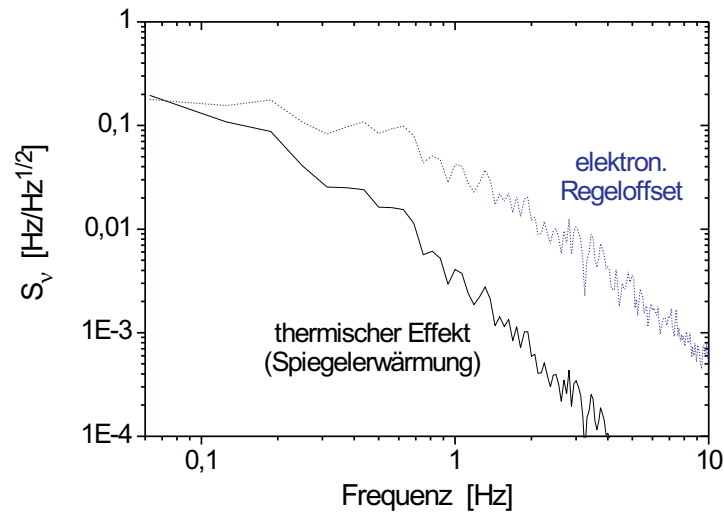


Abbildung 2.39: Beiträge durch Leistungsrauschen zum Frequenzrauschen des auf Resonator 1 stabilisierten Diodenlasers. Die Rauschbeiträge wurden aus dem Rauschspektrum der transmittierten Leistung (Abb. 2.38) und den Ergebnissen aus Abb. 2.37 berechnet. Sie sind gegenüber dem Einfluss von Vibrationen und thermischer Resonator drift vernachlässigbar.

ergibt. Die Amplituden beider Rauschbeiträge liegen mehr als eine Größenordnung unter dem gemessenen Frequenzrauschen der unabhängigen Diodenlaser (Abschnitt 2.4.1, Abb. 2.40). Um mit den Diodenlasersystemen Linienbreiten $\ll 1$ Hz zu erzielen, muss der thermische Effekt mithilfe einer aktiven Stabilisierung der Leistung reduziert werden. Dadurch reduziert sich auch der durch den elektronischen Offset gegebene Rauschbeitrag, der zudem durch eine Offsetkompensation eliminiert werden kann.

2.3.5 Thermisches Rauschen

Die Länge der Referenzresonatoren fluktuiert auch aufgrund der Brownschen Bewegung der Atome und Moleküle, die den ULE-Abstandshalter, die ULE-Spiegelsubstrate und die Spiegelschichten bilden. Die damit verbundenen Rauschamplituden zeigen eine $1/\sqrt{f}$ -Abhängigkeit von der Fourierfrequenz f und lassen sich näherungsweise analytisch berechnen [48]. Für die Referenzresonatoren aus dieser Arbeit erhält man durch thermisches Rauschen bei Raumtemperatur einen Beitrag $S_{\nu,\text{therm}}$ zur spektrale Dichte des Frequenzrauschens mit

$$\sqrt{S_{\nu,\text{therm}}} = 0,3 \cdot \sqrt{1 \text{ Hz}/f} \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}, \quad (2.41)$$

der durch das thermische Rauschen der ULE-Spiegelsubstrate dominiert wird. Der Anteil von thermischem Rauschen des ULE-Abstandshalters ist etwa einen Faktor 20 kleiner, kann aber zur Anregung mechanischer Eigenresonanzen des Abstandshalters führen, die aufgrund der hohen mechanischen Güte von ULE ($Q \approx 6 \cdot 10^4$ [48]) mit Frequenzrauschamplituden auf dem Hertz-Level verbunden sind (Abschnitt 2.4.1).

Der Beitrag aus Gleichung (2.41) zum Frequenzrauschen der stabilisierten Diodenlaser aus dieser Arbeit ist größer als der Beitrag durch Restamplitudenmodulation (Abschnitt 2.2.2,

Einfluss	Konversionsfaktor	Frequenzrauschen/-Drift	Abschnitt
Vertikale Vibrationen	1,6 MHz/g	$< 0,8 \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$ für $f < 12$ Hz	2.3.1
Leistung (Transmission)	10 Hz/ μ W	$< 0,1 \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$ für $f > 0,2$ Hz	2.3.4
Thermisches Rauschen		$0,3 \cdot \sqrt{1 \text{ Hz}/f} \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$	2.3.5
Temperaturdrift	0,01 Hz/nK	$< 0,1$ Hz/s	2.3.3
Langzeit-Drift		73 mHz/s	2.3.2

Tabelle 2.1: Übersicht der Einflüsse auf die mechanische Stabilität von Referenzresonator 1

Abb. 2.14) und der Beitrag durch Fluktuationen der in den Resonator eingekoppelten optischen Leistung (Abschnitt 2.3.4, Abb. 2.39). Der Beitrag durch thermisches Rauschen ist aber mindestens einen Faktor 2,5 kleiner als das gemessene Frequenzrauschen der unabhängigen Diodenlaser (Abschnitt 2.4.1, Abb. 2.40), das bei niedrigen Fourierfrequenzen durch Vibrationen und Drift der Referenzresonatoren dominiert wird.

Übersicht der Einflüsse auf die mechanische Resonatorstabilität

Die in diesem Kapitel behandelten Einflüsse auf die mechanische Stabilität von Referenzresonator 1 sind in Tabelle 2.1 in einer Übersicht zusammengestellt. Dargestellt sind der zugehörige Konversionsfaktor und der berechnete bzw. gemessene Beitrag zum Frequenzrauschen oder der Frequenzdrift des stabilisierten Lasers.

2.4 Eigenschaften der unabhängigen Diodenlasersysteme

Die beiden unabhängigen Lasersysteme wurden mithilfe von Schwebungsfrequenzmessungen verglichen und so das optische Leistungsspektrum, die Linienbreite und die Frequenzstabilität der stabilisierten Diodenlaser bestimmt. Für die Messung des Frequenzrauschspektrums wurde die Pound-Drever-Hall Diskriminatorflanke des zweiten Stabilisierungssystems als Frequenzdiskriminator verwendet. Beide Systeme waren in dem klimatisierten, akustisch ruhigen Laborraum auf eigenen Lasertischen nebeneinander aufgebaut. Der Aufbau auf unterschiedlichen Lasertischen sorgte für die mechanische Entkopplung der Systeme. Das für die hochauflösende Anregung der Calcium-Atome vorgesehene Diodenlaserspektrometer mit Referenzresonator 1 besaß einen Lasertisch mit Stahlplatte und -Wabenkern, der auf einem getrennten und druckluftgelagerten Betonfundament stand. Der andere Lasertisch mit druckluftgelagerter Granitplatte stand direkt auf dem Labor-Fussboden. Die Längsachsen beider Referenzresonatoren waren senkrecht zueinander ausgerichtet.

Für die Vergleichsmessungen wurde das Licht des auf Resonator 1 stabilisierten Lasers im Freistrah auf den Granittisch geführt. Um Dopplerverschiebungen durch relative horizontale Tischbewegungen zu vermeiden, wurden mit einem parallel zu dem Lichtstrahl angeschraubten „L“-Profil aus Messing beide optischen Tische miteinander verbunden. Es kann dennoch von unabhängigem Frequenzrauschen der Systeme ausgegangen werden, da Längenänderungen der

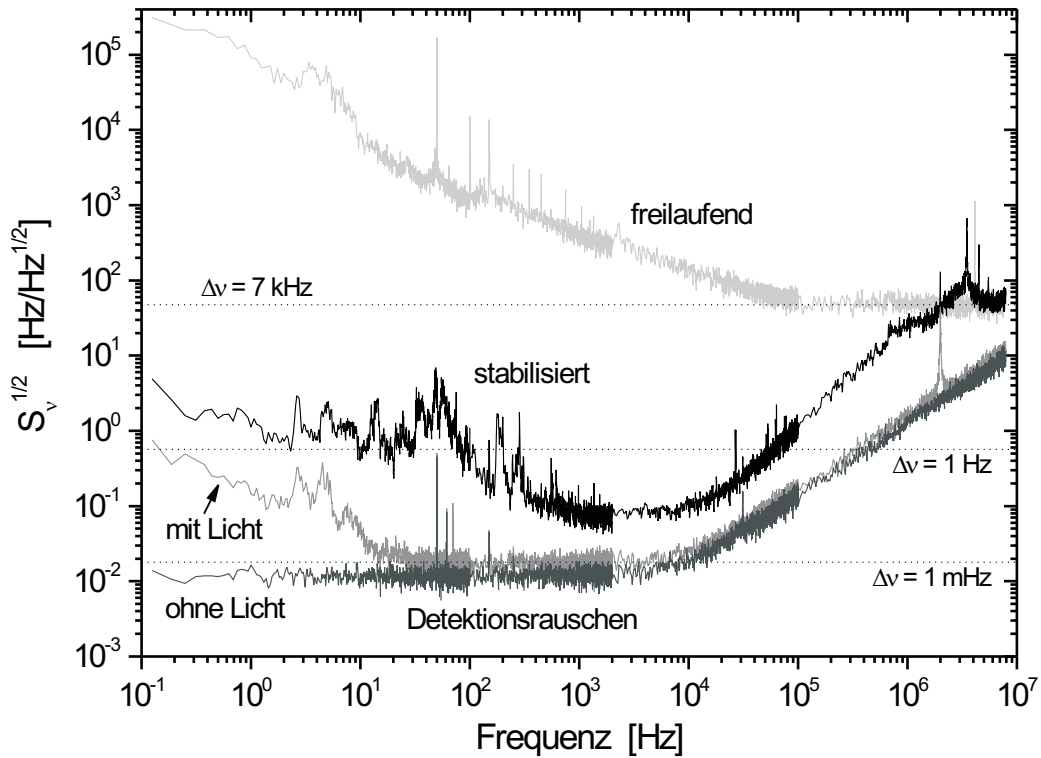


Abbildung 2.40: Frequenzrauschspektrum des auf Resonator 1 stabilisierten Diodenlasers. Als Frequenzdiskriminator diente die Kennlinie des Pound-Drever-Hall Dispersionssignals des zweiten Stabilisierungssystems, daher wurde bis zu Fourierfrequenzen von etwa 1 kHz das kombinierte Rauschen beider Systeme, im Wesentlichen verursacht durch mechanische Längenänderungen der Referenzresonatoren, gemessen. Der Vergleich mit dem Rauschen des freilaufenden Lasers ergibt eine unity-gain Regelbandbreite von etwa 3 MHz.

Referenzresonatoren in Richtung der optischen Strahlachse durch vertikale Beschleunigungen dominiert werden (Abschnitt 2.3.1). Aufgrund der Massenträgheit und der nur punktuellen horizontalen Verbindung der Lasertische waren keine signifikanten „common mode“-Frequenzschwankungen der Systeme zu erwarten.

2.4.1 Spektrum des Frequenzrauschens

Das gemessene Frequenzrauschspektrum des stabilisierten Diodenlasers ist in Abb 2.40 dargestellt. Für diese Messung diente das 16 MHz-Stabilisierungssystem mit Resonator 2 als Referenz. Als Frequenzdiskriminator wurde die Kennlinie des mit dem Pound-Drever-Hall Verfahren erzeugten Dispersionssignals dieses Systems in der Umgebung des Nulldurchgangs verwendet. Das Licht des auf Resonator 1 stabilisierten Diodenlasers wurde dazu in die Pound-Drever-Hall Stabilisierung des zweiten Systems eingekoppelt. Wie bei der Stabilisierung des zweiten Diodenlasers wurden Seitenbänder bei ± 16 MHz aufgeprägt und das Licht mithilfe der Monomodenfaser und der Linsen zur Modenanpassung in Resonator 2 eingekoppelt. Für die Abstimmung auf eine Eigenfrequenz von Resonator 2 wurde ein zusätzlicher AOM (Brimrose GPM-80-40, 800 MHz, 3 dB-Bandbreite: 400 MHz), betrieben in -1 . Ordnung, eingesetzt.

Durch die Verschiebung um $-1024,1$ MHz wurde der Laser auf die nächste TEM₀₀-Resonanz des zweiten Resonators unterhalb der Calcium-Übergangsfrequenz abgestimmt (siehe Abb 2.34).

Für die Signalnormierung wurde die Steigung der Diskriminatorflanke mithilfe eines Frequenz-Scans über die Resonanz ermittelt. Um das korrekte Frequenzspektrum zu erhalten, wurden außerdem der Diskriminatortiefpass bei der halben Resonatorlinienbreite (9,5 kHz) und der Signalabfall oberhalb von 1 MHz herausgerechnet, der durch die Bandbreite des Monitorausgangs des elektronische Fehlersignals gegeben ist.

Bis zu einer Fourierfrequenz von 100 kHz wurde das Spektrum in 3 Intervallen mit einem FFT-Analysator (Advantest R9211B) aufgenommen, in einem 4. Frequenzintervall bis 10 MHz wurde mit einem Spektrumanalysator (Rohde&Schwarz FSP3) gemessen. In jedem Intervall wurde das Spektrum 10-fach gemittelt, die Mittelungszeit für das niedrigste Frequenzintervall (0,1 – 100 Hz) beträgt bedingt durch die hohe Frequenzauflösung von 125 mHz ca. 83 s.

In Abb 2.40 ist außerdem das Frequenzrauschen des freilaufenden Lasers und der Beitrag durch Detektionsrauschen des Referenzsystems (mit und ohne Licht auf dem Pound-Drever-Hall Detektor) dargestellt. Für die Ermittlung des Frequenzrauschens des freilaufenden Diodenlasers bei Fourierfrequenzen oberhalb von 2 kHz wurde das Rauschen bei reduzierter Regelverstärkung gemessen und die Unterdrückung herausgerechnet. Für Fourierfrequenzen < 2 kHz wurde die Laserfrequenz auf eine Transmissionsflanke des zur Modenanalyse eingesetzten Scanning-Fabry-Perot-Resonators abgestimmt und das Rauschen des Transmissionsignals gemessen.

Im Vergleich zum Frequenzrauschen des freilaufenden Diodenlasers wird bei stabilisiertem Laser eine Unterdrückung von bis zu 5 Größenordnungen erzielt. Das gemessene Spektrum besitzt bei etwa 3 kHz Fourierfrequenz ein Minimum und steigt mit wachsender Fourierfrequenz bis zum Rauschen des freilaufenden Lasers an, woraus sich eine Regelbandbreite von etwa 3 MHz schließen lässt. Die Rauschüberhöhung bei 3,5 MHz wird offensichtlich durch die reduzierte Phasenreserve der Regelung nahe der unity-gain Frequenz verursacht. Für Fourierfrequenzen < 1 kHz wurde das durch Vibrationen und Drift der Referenzresonatoren gegebene kombinierte Frequenzrauschen beider Systeme gemessen. Die Frequenzrauschamplituden des stabilisierten Lasers sollten in diesem Bereich fast ausschließlich kleiner als die gemessenen Werte sein, da mit dem vertikalen Geophon bei Resonator 1 kleinere Vibrationsamplituden als bei Resonator 2 auftraten (Abb 2.28). Für Fourierfrequenzen zwischen 1 kHz und 10 kHz dominiert das Detektionsrauschen der Stabilisierung auf Resonator 1. Das Frequenzrauschen bei größeren Fourierfrequenzen ist durch das Rauschen des freilaufenden Lasers in Kombination mit der reduzierten Verstärkung des Regelkreises gegeben. Die Spitzen bei Fourierfrequenzen von einigen 10 kHz (z.B. 27 kHz) werden wahrscheinlich durch thermisch angeregte mechanische Eigenresonanzen der Resonatoren verursacht, die Grundfrequenz von Longitudinalschwingungen berechnet sich näherungsweise zu 27,7 kHz (Abschnitt 2.3.1).

Das Frequenzrauschen des freilaufenden Lasers zeigt bei Fourierfrequenzen < 100 kHz einen für technisches Rauschen typischen $1/f$ -ähnlichen Verlauf, wogegen bei größeren Fourierfrequenzen weißes Frequenzrauschen mit einer Amplitude von $\sqrt{S_v} = 47 \text{ Hz}/\sqrt{\text{Hz}}$ vorliegt. Die Abschätzungen aus Abschnitt 2.1.2 zeigen, dass dafür offensichtlich das Schawlow-Townes-Rauschen des Diodenlasers verantwortlich ist.

Das Detektionsrauschen („mit Licht“), mit dem das zweite Pound-Drever-Hall System zum gemessenen Frequenzrauschen beiträgt, wurde bei einer Verstimmung des Lasers um etwa 2 MHz von der Diskriminatorflanke gemessen. Es ist für Fourierfrequenzen > 30 Hz fast

identisch mit dem weißen elektronischen Rauschen ohne Licht auf dem Detektor. Der Anstieg oberhalb von 10 kHz Fourierfrequenz ist durch die Korrektur aufgrund des Tiefpasscharakters des Pound-Drever-Hall Signals gegeben (Abschnitt 2.2.2, Abb. 2.12). Das Detektionsrauschen mit Licht auf dem Detektor zeigt für Fourierfrequenzen < 30 Hz einen Anstieg, der durch restliche Amplitudenmodulation hervorgerufen wird (siehe Abschnitt 2.2.2, Abb. 2.14, und Abschnitt 2.2.3). Die optische Leistung auf dem Pound-Drever-Hall Detektor dieses Systems war mit $20 \mu\text{W}$ etwa einen Faktor 4 größer als bei System 1, was zu der entsprechend kleineren Detektionsrauschamplitude führt, weil bei beiden Systemen nicht schrotrauschbegrenzt detektiert wird.

2.4.2 Optisches Leistungsspektrum und Linienbreite

Um das optische Leistungsspektrum und die Linienbreite der unabhängigen stabilisierten Diodenlaser zu ermitteln, wurde das Schwebungssignal von beiden Lasern gemessen. Es ist mit linearer und logarithmischer Skalierung der Leistung in Abb. 2.41 dargestellt. Die volle Halbwertsbreite des Schwebungssignals beträgt 1,5 Hz bei 1 Hz Frequenzauflösung des Spektrumanalysators (FFT-Modus) und etwa 1 s Messzeit. Die Schwebungsfrequenz driftete mit ca. 0,5 Hz/s. Für einen Vergleich mit weißem Frequenzrauschen ist bei dem logarithmisch skalierten Signal eine Lorentzkurve mit 1 Hz Linienbreite eingezeichnet. Wie aus dem Spektrum des Frequenzrauschens (Abb. 2.40) zu erwarten ist, liegen die Seitenbänder bis zu einem Frequenzabstand von etwa 100 Hz vom Träger oberhalb der Lorentzkurve und bei größerem Frequenzabstand im Wesentlichen darunter. Die mit dem Geophon in vertikaler Richtung gemessenen Vibrationsamplituden von beiden Referenzresonatoren (Abschnitt 2.3.1, Abb. 2.27 und 2.28) lassen darauf schließen, dass die gemessene Linienbreite durch Vibrationen von Resonator 2 dominiert wird. Die Linienbreite des auf Resonator 1 stabilisierten Lasers sollte damit etwa 1 Hz oder weniger betragen.

Bei weiteren Messungen variierte die Linienbreite in den meisten Fällen zwischen 1 und 2 Hz. Sie war einige Male auch größer, wahrscheinlich aufgrund kurzzeitig erhöhter Vibrationen der Referenzresonatoren. Besonders das Vibrationsisolierungssystem mit Resonator 2 reagierte empfindlich auf Erschütterungen der Umgebung wie z.B. das Öffnen oder Schließen von Türen benachbarter Laborräume. Auch auf diese Weise verursachte Druckschwankungen der Luft tragen durch Änderungen der Auftriebskraft des an den Federn hängenden Resonators zur Anregung von Schwingungen bei (Abschnitt 2.3.1).

Linienbreite der bisher verwendeten Lasersysteme bei 657 nm

Mit den in dieser Arbeit entwickelten Diodenlaser-Systemen stehen für die hochauflösende Calcium-Atominterferometrie Laser zur Verfügung, die eine erheblich höhere Kurzzeitstabilität und eine um mehr als zwei Größenordnungen kleinere Linienbreite als die bisher für die Calcium-Spektroskopie verwendeten Lasersysteme besitzen. In Abb. 2.42 sind Schwebungssignale der bisherigen und neuen Lasersysteme dargestellt. Der Farbstofflaser, der zuvor am gleichen Experiment verwendet wurde, besaß eine Linienbreite von etwa 200 Hz [80]. Die Linienbreite eines weiteren Diodenlasersystems, mit dem auch Auflösungen des Spektroskopiesignals im sub-kHz-Bereich erzielt werden konnten, betrug ca. 500 Hz [73, 75].

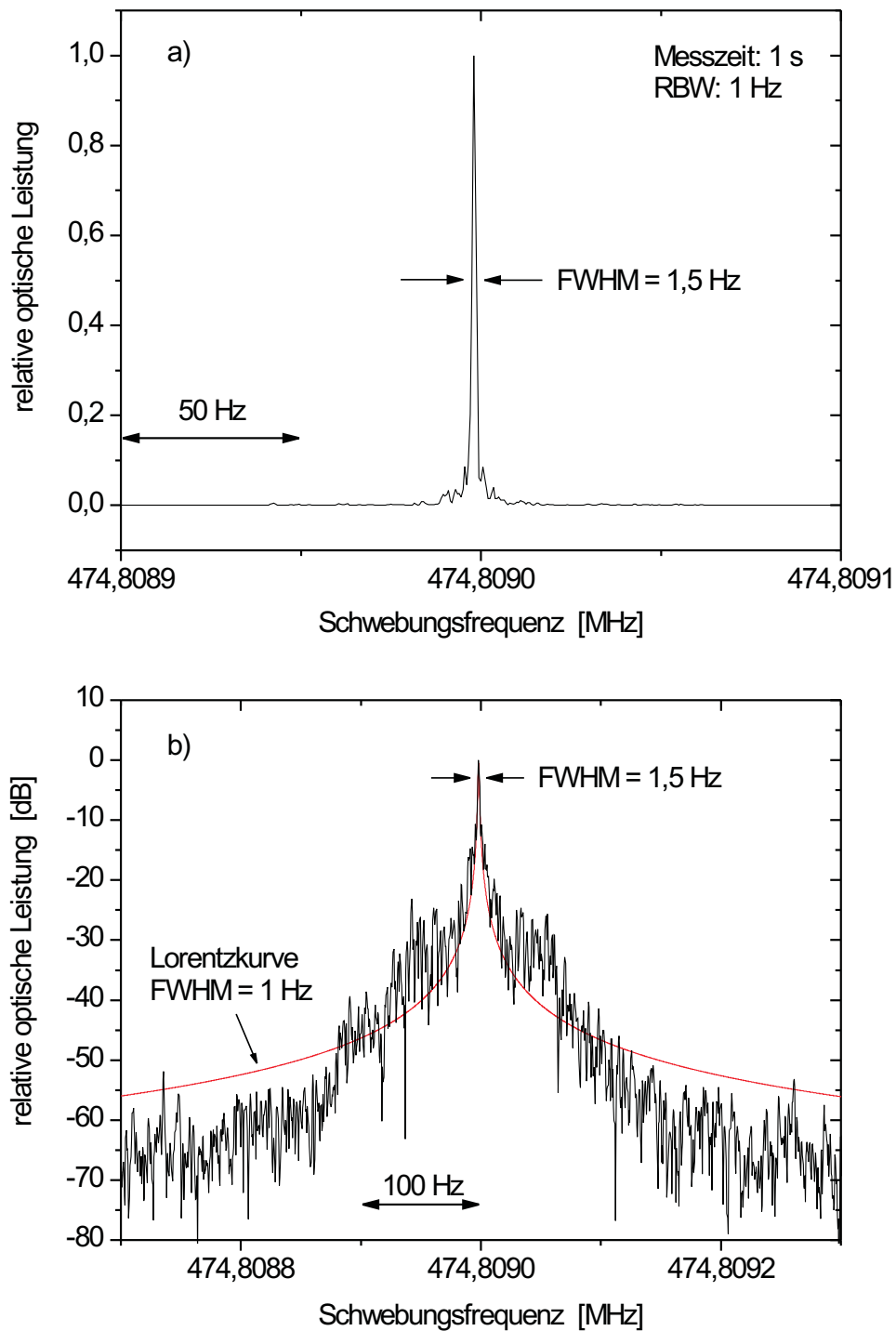


Abbildung 2.41: Schwebungssignal der stabilisierten unabhängigen Diodenlaser. a) Lineare Skalierung der Leistung b) Logarithmische Skalierung der Leistung.

Schmalbandige Laser anderer Arbeitsgruppen

Mit den neuen Diodenlasersystemen wurde die kleinste bisher dokumentierte Linienbreite von unabhängigen Diodenlasern gemessen. Die niedrigsten Diodenlaserlinienbreiten, über die in

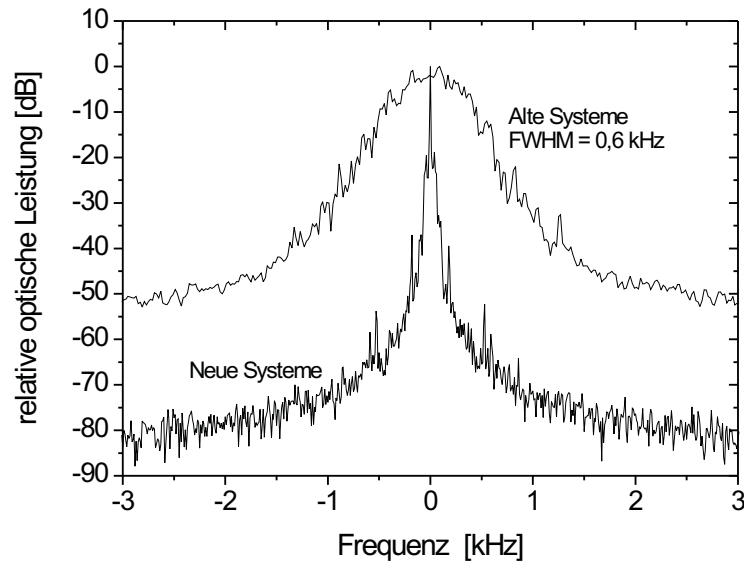


Abbildung 2.42: *Schwebungssignale der alten und neuen Lasersysteme.* 1) Alte Systeme: Schwebungssignal von bisher verwendetem Diodenlaser- und Farbstofflasersystem, Auflösungsbandbreite: 300 Hz, Messzeit: 10 s. Die Breite des Signals ist maßgeblich durch das Diodenlasersystem bestimmt. 2) Neue Systeme: Vergleich der neuen Diodenlasersysteme, Messzeit: 0,4 s, Frequenzauflösung 10 Hz (FFT-Modus des Spektrumanalysators).

der Literatur berichtet wird, liegen bei etwa 30 bis 40 Hz [54, 64, 67] und wurden in dieser Arbeit um mehr als eine Größenordnung unterschritten. Die weltweit kleinste Linienbreite eines Schwebungssignals von unabhängigen Lasern wurde mit in zwei Stufen stabilisierten Farbstofflasern ($\lambda = 563$ nm) gemessen, sie beträgt 0,22 Hz in 20 s [85], wobei eine lineare Drift von 0,4 Hz/s abgezogen wurde. Im Vergleich zu den unabhängigen Diodenlasern der vorliegenden Arbeit wurde eine etwa eine Größenordnung kleinere Linienbreite erzielt, was maßgeblich auf eine höhere mechanische Stabilität der Referenzresonatoren zurückzuführen ist. Dafür wurde eine aufwendige passive Vibrationsisolierung des ULE-Referenzresonators der jeweiligen zweiten Stabilisierungsstufe eingesetzt, wobei 3 m lange Gummiseile jeweils eine Tischplatte mit dem Referenzresonator trugen. Auch wurde bei diesen Systemen die von den Resonatoren transmittierte Leistung aktiv stabilisiert.

2.4.3 Frequenzstabilität

Die Frequenzinstabilität der unabhängigen Diodenlaser wurde wie bei den Untersuchungen zur Instabilität der Resonatoranbindung (Abschnitt 2.2.3) mithilfe von Schwebungsfrequenzmessungen ermittelt.

Durch das Heruntermischen des Schwebungsfrequenzsignals von ca. 474 MHz auf die Frequenz ≈ 0 Hz wurde wieder der zeitliche Verlauf der relativen optischen Phase beider Laser gemessen. Da bei den unabhängigen Systemen erheblich größere Phasenfluktuationen auftraten, u.a. bedingt durch die relative Frequenzdrift beider Systeme von 0,33 Hz/s, wurde das Schwebungssignal zunächst auf 100 MHz heruntergemischt und die Frequenz dieses Signals elektronisch durch 10 geteilt. Auf diese Weise wurde die Empfindlichkeit des Signals gegenüber Phasenschwankungen verringert. Das Ausgangssignal bei 10 MHz wurde schließ-

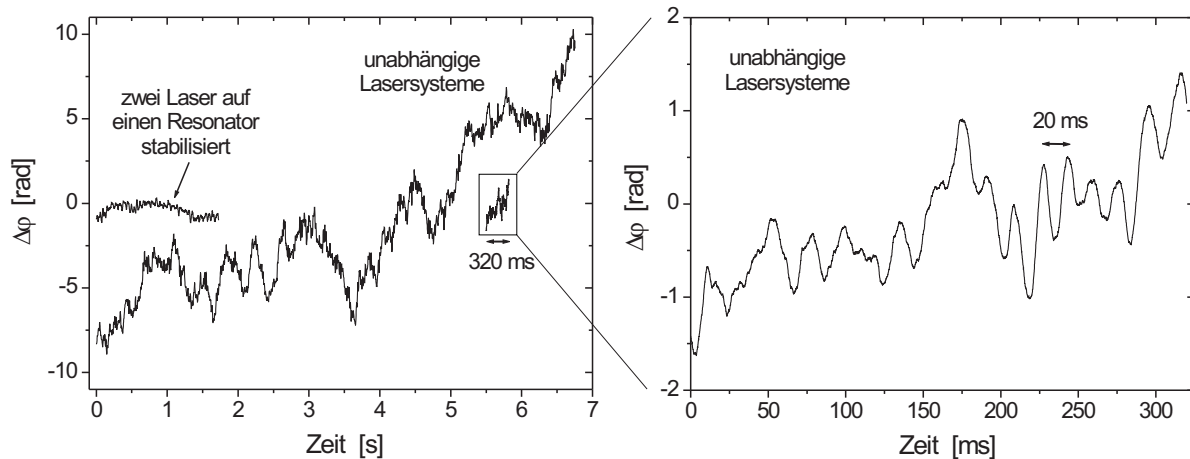


Abbildung 2.43: *Relative optische Phase der stabilisierten unabhängigen Diodenlaser.*

lich auf 0 Hz heruntergemischt. Der Phasenhub von $\Delta\varphi = \pi$ zwischen einem Maximum und benachbartem Minimum dieses Signals entspricht so einer Änderung der optischen Phase von $\Delta\varphi = 10 \cdot \pi$, so dass Phasenänderungen bis zu etwa 30 rad eindeutig bestimmt werden konnten. Der gemessene Verlauf der Phase ist in Abb. 2.43 auf der linken Seite für eine Dauer von etwa 6,7 s dargestellt, die Phase driftete in dieser Zeit um etwa 18 rad. Die Kurve wurde mit dem FFT-Analysator (Advantest R9211B) aufgenommen, der auch gemessene Zeitserien darstellen kann. Das Zeitintervall zwischen zwei Messpunkten beträgt ca. 2 ms, mit dem Anti-Aliasing Tiefpassfilter des FFT-Analysators werden Signale mit Frequenzen oberhalb von 200 Hz unterdrückt. Eine weitere Zeitserie über 320 ms mit einer Zeitauflösung von 0,08 ms (Kästchen) ist auf der rechten Seite noch einmal vergrößert dargestellt, bei dieser Kurve unterdrückt der FFT-Tiefpassfilter Signale mit Frequenzen oberhalb von 5 kHz. Zum Vergleich mit der Stabilität der Resonatoranbindung ist weiterhin der bei der Stabilisierung beider Diodenlaser auf benachbarte Resonanzen von Resonator 1 gemessene Phasenverlauf dargestellt (Abschnitt 2.2.3, Abb. 2.20).

Um die Frequenzinstabilität der Diodenlasersysteme für längere Zeiten bis zu einigen 100 s zu ermitteln, wurde die Schwebungsfrequenz mit einem Frequenzzähler (Philips PM6675) gemessen. In Abb. 2.44 sind zwei Zeitserien des Verlaufs der Schwebungsfrequenz mit einer Dauer von etwa 40 und 70 Minuten dargestellt. Die Kurven auf der rechten Bildseite erhält man jeweils durch die Subtraktion einer linearen Drift. Der Zeitabstand zwischen zwei Messpunkten beträgt 1 s, die Frequenzauflösung 1 Hz. Für kurze Zeiten bis zu etwa 1 min betragen die Frequenzschwankungen nur wenige Hertz. Für längere Zeiten variiert die über 40 Minuten aufgenommene Messkurve innerhalb eines Bereichs von insgesamt etwa 30 Hz und zeigt eine langsame Oszillation um etwa ± 10 Hz. Diese wurde offensichtlich durch den Etaloneffekt der Monomodalen-Faser des Systems mit Resonator 1 verursacht, was gesondert durch eine erneute Messung des Schwebungssignals bei Erwärmung der Faser und der parallelen Messung des heruntergemischten RAM-Signals untersucht wurde. Es zeigte sich, dass der Etaloneffekt bei diesem System zu Oszillationen um ca. ± 5 Hz führt, überlagert von langsamen Schwankungen um etwa ± 10 Hz. Die Amplitude der Frequenzoszillationen durch den Etaloneffekt der Faser ist hier mehr als einen Faktor 2 größer als bei der Untersuchung in Abschnitt 2.2.3. Bei dem Transport des Referenzresonators in den ruhigen Laborraum wurde die Faser durch

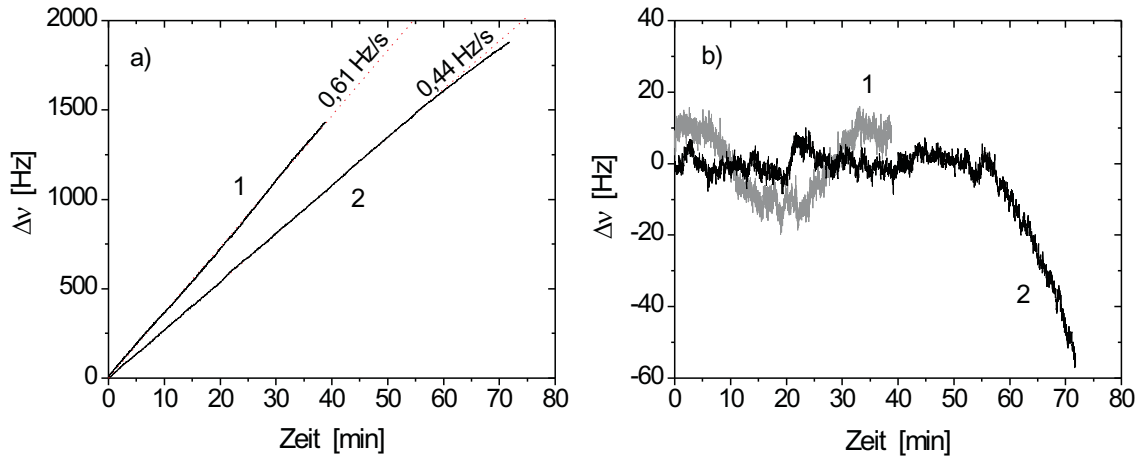


Abbildung 2.44: Verlauf der Schwebungsfrequenz der stabilisierten unabhängigen Diodenlaser. a) Zwei Messkurven für eine Dauer von etwa 40 min (Kurve 1) und etwa 70 min (Kurve 2). b) Die gleichen Messdaten mit jeweils subtrahierter linearer Drift.

mechanische Einwirkung beschädigt, worauf das Licht am Faserausgang eine transversale Multimodenverteilung besaß. Anschließend in umgekehrter Richtung eingebaut funktionierte die Faser wieder als Monomodens-Filter, allerdings mit einer von ca. 30 % auf 20 % reduzierten Transmission, so dass vermutlich zusätzliche faserinterne Reflektionen eine größere restliche Amplitudenmodulation durch den Etalon-Effekt bewirken. Der Einfluss des Etalonneffekts der Faser des zweiten Lasersystems ist gemäß den Untersuchungen in Abschnitt 2.2.3 wesentlich kleiner.

Die über 70 Minuten aufgenommene Messkurve zeigt zunächst kleinere Schwankungen in einem Bereich von insgesamt etwa 18 Hz. Nach 50 Minuten fällt die Frequenz jedoch steil ab. Ursachen für diese Abweichung könnten im Prinzip zusätzliche Längenänderungen der Referenzresonatoren aufgrund von Änderungen der thermischen Drift oder der eingekoppelten optischen Leistung sein, beides ist aber in dieser Größe aufgrund der guten thermischen Isolation der Resonatoren und der geringen Leistungsschwankungen der Diodenlaser (im Bereich von wenigen Prozent) nicht zu erwarten. Eine andere mögliche Ursache sind Offset-Fluktuationen der Stabilisierungen z.B. aufgrund von restlicher Amplitudenmodulation oder elektronischer Offsetdrift. Da hierzu während der Messung keine Daten aufgenommen wurden, konnte die Ursache für die Frequenzabweichung nicht ermittelt werden. Bei späteren Vergleichsmessungen und atominterferometrischen Driftmessungen, aus denen die thermische Resonatordrift ermittelt wurde (Abschnitt 2.3.3), trat eine so große Abweichung von der linearen Drift nicht wieder auf.

Aus den Messungen wurde die Frequenzinstabilität der unabhängigen Diodenlaser berechnet, die in Abb. 2.45 für Mittelungszeiten zwischen 0.1 ms und 1000 s dargestellt ist. Bei größeren Mittelungszeiten wurden die Daten der 70 Minuten-Messung aus Abb. 2.44 für die Berechnung verwendet (Quadrate), bei kleineren Mittelungszeiten ($\tau < 1$ s, Kreise und Dreiecke) wurden zunächst die Phasenfluktuationen aus Abb. 2.43 in Frequenzfluktuationen umgerechnet. Die schrägen gestrichelten Geraden entsprechen weißem Frequenzrauschen und sind aus den zugehörigen spektralen Dichten der Form $S_\nu(f) = c_0$ gemäß $\sigma_y^2(2, \tau) = \frac{c_0}{2} \cdot \tau^{-1}$ berechnet

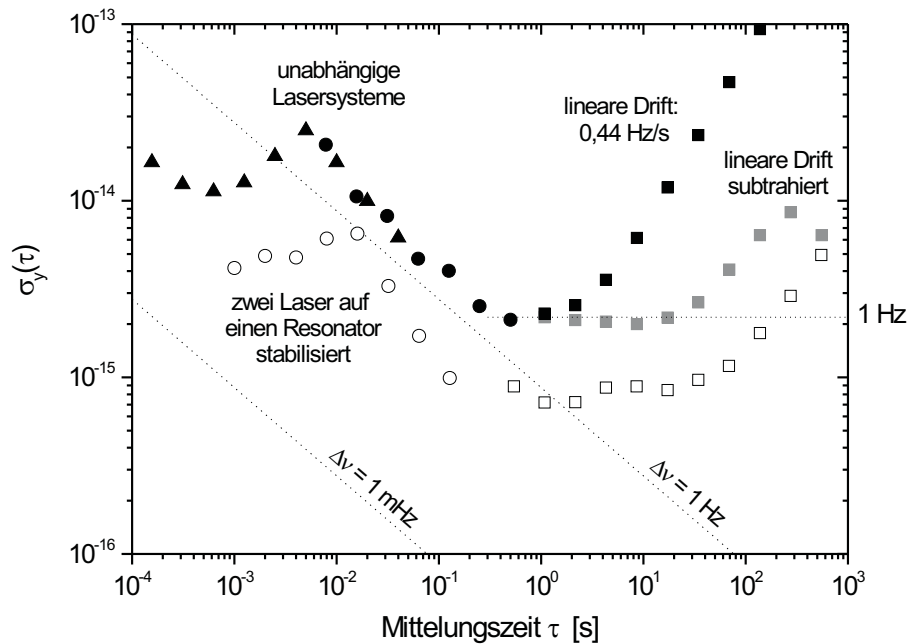


Abbildung 2.45: Allan-Standardabweichung bestimmt aus Schwebungsfrequenzmessungen der stabilisierten unabhängigen Diodenlaser. Quadrate: Messungen der Schwebungsfrequenz mit einem Frequenzzähler, Kreise und Dreiecke: Kurzzeitmessungen der Phase des auf ≈ 0 Hz heruntergemischten Schwebungssignals aus Abb. 2.43. Die schwarzen Quadrate sind aus der 70 min-Messung in Abb. 2.44 a) berechnet. Graue Quadrate: lineare Drift subtrahiert (Abb. 2.44 b))

(Anhang C). Das Minimum der Allan-Standardabweichung bei der Mittelungszeit $\tau = 1$ s beträgt etwa 1 Hz bzw. $2 \cdot 10^{-15}$ ($\nu_0 = 4,56 \cdot 10^{14}$ Hz). Bei Subtraktion der linearen Drift dehnt sich das Minimum der Instabilität auf dem Level von 1 Hz bis zu einer Mittelungszeit von $\tau \approx 20$ s aus. Im Vergleich mit der Stabilisierung von zwei Lasern auf einen Resonator und aufgrund dem oben beschriebenen größeren Einfluss des Etaloneffektes der Faser lässt sich schlussfolgern, dass die Stabilität in diesem Bereich begrenzt ist durch restliche Amplitudenmodulation. Für Mittelungszeiten $\tau < 1$ s ist die Frequenzstabilität durch vibrationsbedingte mechanische Längenänderungen der Referenzresonatoren limitiert.

Vergleich mit anderen frequenzstabilen Lasersystemen

Die im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Diodenlasersysteme gehören zu den weltweit frequenzstabilsten Lasersystemen. Die Allan-Standardabweichung von $2 \cdot 10^{-15}$ stellt die niedrigste Frequenzinstabilität von Diodenlasern dar, über die bisher berichtet wurde. Die kleinste dokumentierte Instabilität von Diodenlasern anderer Arbeitsgruppen beträgt etwa $4 \cdot 10^{-15}$ in 1 s, dabei wurde zusätzlich eine lineare Drift subtrahiert [49].

Im Vergleich zu den zuvor im gleichen Experiment eingesetzten Lasersystemen ($\lambda = 657$ nm) wurde die Instabilität für Mittelungszeiten < 1 s um mehr als eine Größenordnung verringert, was Abb. 2.46 zeigt. Die Daten für das alte Diodenlasersystem wurden durch den Vergleich mit dem Farbstofflasersystem, die Daten für das Farbstofflasersystem durch den Vergleich mit einem der neuen Diodenlasersysteme gewonnen.

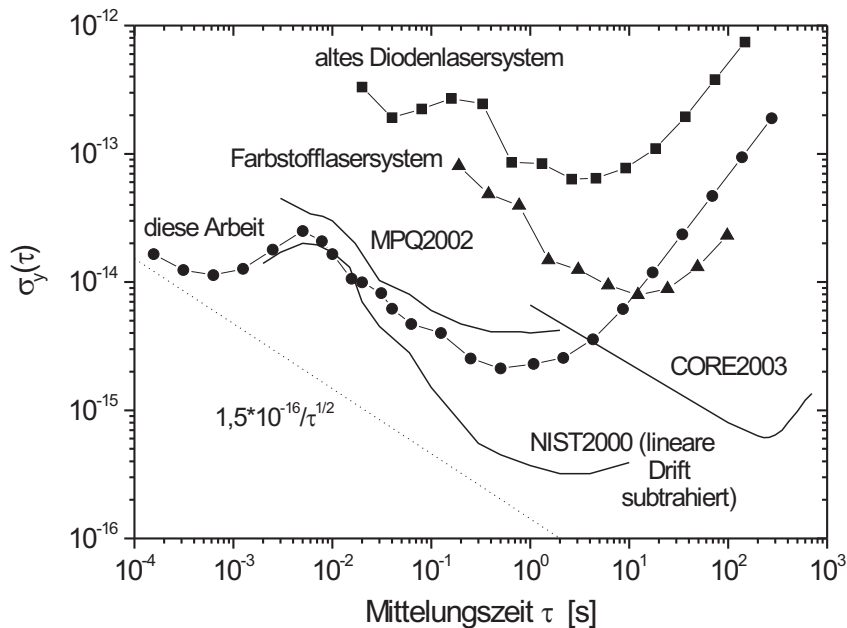


Abbildung 2.46: *Frequenzinstabilität der neuen Diodenlasersysteme im Vergleich zu den alten Lasersystemen bei 657 nm und hochstabilen Lasersystemen anderer Arbeitsgruppen.* 1) NIST2000: In zwei Stufen stabilisierter Farbstofflaser bei 563 nm. Es wurde eine lineare Drift von 2,4 Hz/s abgezogen. Der ULE-Referenzresonator der zweiten Stufe wird durch eine Aufhängung mit 3 m langen Gummiseilen passiv vibrationsisoliert. Dieses System wird als Oszillator eines optischen Frequenznormals mit einem einzelnen $^{199}\text{Hg}^+$ -Ion eingesetzt. Linienbreite: 0,22 Hz in 20 s bei einer abgezogenen linearen Drift von 0,4 Hz/s [85]. 2) MPQ2002: Nd:YAG-Laser (946 nm) mit aktiv vibrationsisoliertem ULE-Resonator. Anwendung: Laseroszillator eines optischen Frequenznormals mit einem einzelnen $^{115}\text{In}^+$ -Ion. Linienbreite: 1,3 Hz in 4 s (lineare Drift abgezogen) [24]. 3) CORE2003: Nd:YAG-Laser (1064 nm) mit kryogenem Saphir-Referenzresonator (Resonatortemperatur: 4 K) [44]. Das gestrichelte weiße Frequenzrauschen entspricht einem lorentzförmigen optischen Leistungsspektrum mit ca. 30 mHz Linienbreite.

In Abb 2.46 sind auch die Ergebnisse anderer Arbeitsgruppen mit Lasersystemen höchster Frequenzstabilität dargestellt. Mit dem bereits erwähnten Farbstofflaser mit sub-Hertz-Linienbreite wurden auch die niedrigsten Instabilitäten von unabhängigen Systemen erzielt ($4 \cdot 10^{-16}$ in 1 s bei Subtraktion einer linearen Drift von 2,4 Hz/s [85]). Diese sehr guten Ergebnisse der NIST-Gruppe werden in der vorliegenden Arbeit zwar nicht ganz erreicht. Dafür war hier der experimentelle Aufwand wesentlich geringer und der Aufbau erheblich kompakter. Im Gegensatz zu den 3 m langen Gummiseilaufhängungen am NIST wurden die Referenzresonatoren hier an nur 0,7 m langen Federn aufgehängt. Hinzu kommt, dass am NIST auch die in den Referenzresonator eingekoppelte optische Leistung aktiv stabilisiert wurde. Außerdem treten keine Faser-Etaloneffekte auf, da sich der Phasenmodulator auch auf der vibrationsisolierten Plattform befindet und keine Faser zur geometrischen Modenfilterung erforderlich ist. In der vorliegenden Arbeit wurden dagegen die bisher niedrigsten dokumentierten Temperaturänderungen von optischen Referenzresonatoren im Bereich von wenigen Nanokelvin pro Sekunde

erzielt. Um dies zu erreichen, wurden die Phasenmodulatoren nicht auf den vibrationsisolierten Plattformen angeordnet, da sie mit der Ansteuerung durch jeweils einen 2 Watt HF-Verstärker eine erhebliche Wärmequelle darstellen.

Linienbreiten auf dem Hertz-Level und Instabilitäten im Bereich von wenigen 10^{-15} sind bisher auch mit Nd:YAG-Lasern und aktiv vibrationsisolierten ULE-Referenzresonatoren erzielt worden [24]. Mit kryogenen Saphir-Referenzresonatoren und Nd:YAG-Lasern werden für längere Mittelungszeiten (100 s bis 500 s) Instabilitäten $\leq 10^{-15}$ aufgrund von äußerst geringer thermischer Drift und Langzeitdrift der Resonatoren erreicht [44].

Für Mittelungszeiten zwischen 1 ms und 0,1 s ist die Instabilität der Diodenlasersysteme aus dieser Arbeit vergleichbar mit den Ergebnissen der anderen beiden Systeme höchster Kurzzeitstabilität („NIST2000“ und „MPQ2002“). Dies deutet auf technisch bedingte Vibrationen der Referenzresonatoren mit vergleichbaren Amplituden hin.

Als wesentliches Ergebnis der Untersuchungen aus diesem Kapitel kann festgehalten werden, dass sich mit Diodenlasern - ähnlich wie bei Farbstoff- und Festkörperlasern - Linienbreiten erzielen lassen, die letztlich nicht mehr durch den Laser selbst sondern durch technische Einflüsse und die Stabilität der verwendeten Referenz selbst limitiert werden. Diodenlaser eignen sich damit hervorragend für Anwendungen in der höchstauflösenden Laserspektroskopie.

Kapitel 3

Phasenstabile Lichtübertragung

Um Laser höchster Frequenzstabilität zu realisieren, ist es zweckmäßig, das Lasersystem mit stabilem Referenzresonator in einem vibrationsarmen und akustisch ruhigen Laborraum aufzubauen und die Strahlung über einen Lichtleiter zum Experiment zu führen. Um die hohe Kohärenz des Laserlichts beim Transport zu erhalten, sind Übertragungstrecken mit hochstabiler optischer Weglänge erforderlich.

Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit entwickelten Diodenlasersysteme befinden sich in einem getrennten ruhigen Laborraum ohne vibrationserzeugende Geräte wie z.B. mechanische Vakuumpumpen. Die optomechanischen Komponenten beider Lasersysteme wurden mit hoher mechanischer Stabilität aufgebaut, um Dopplerverschiebungen zu vermeiden. Das Licht des für die Anregung von Calcium-Atomen verwendeten Diodenlaserspektrometers wird mit einer etwa 30 m langen polarisationserhaltenden Monomodens-Glasfaser zum Calcium-Experiment geführt. Um die hohe Frequenzstabilität zu erhalten, werden durch Schwankungen der optischen Weglänge der Faser verursachte Phasenfluktuationen aktiv kompensiert (Abschnitt 3.1).

Im Laborraum mit dem Calcium-Experiment wird das Licht mit hoher Frequenzstabilität verstärkt (Injektions-Locking) und über passiv stabile optische Wegstrecken zur magnetooptischen Falle geführt (Abschnitt 3.2).

3.1 Aktive Phasenstabilisierung der Lichtübertragung

Für die aktive Stabilisierung der Übertragungsfaser wird ein Teil des Lichts am Faserausgang wieder zurück in die Faser gekoppelt und nach dem zweifachen Faserdurchlauf mit vor der Faser abgezwiegtem Licht zur Schwebung gebracht. Da das Schwebungssignal die doppelten durch die Faser verursachten Phasenfluktuationen enthält, kann es für die Generierung eines Fehlersignals verwendet werden, mit dem ein AOM als Stellelement angesteuert wird.

Der Aufbau der Faserstabilisierung ist schematisch in Abb. 3.1 dargestellt. Das Licht durchläuft zunächst vor der Einkopplung in die Faser einen akustooptischen Modulator (-1 . Ordnung), der bei 100 MHz betrieben wird und als Stellelement für die Regelung dient. Am Ausgang der Faser wird das Licht der nullten Beugungsordnung eines akustooptischen Modulators, der mit 80 MHz festfrequent betrieben wird, für das Calcium-Experiment verwendet. Das Licht der ersten Beugungsordnung wird wieder durch die Faser zurückgeschickt, durchläuft erneut den 100 MHz-AOM und wird auf den Schwebungsdetektor geführt. Die Schwebungsfrequenz liegt durch den jeweils doppelten AOM-Durchgang bei 40 MHz. Sie wird in ein TTL-Signal um-

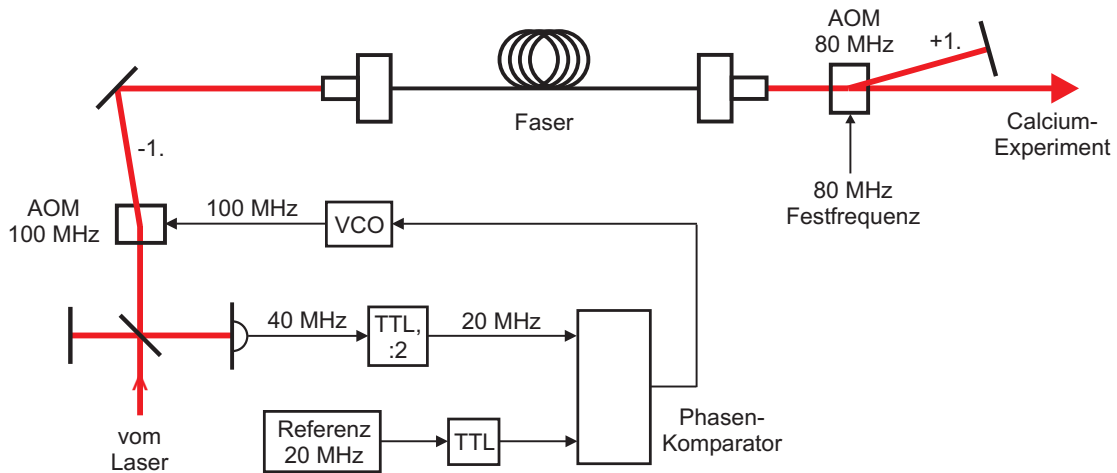


Abbildung 3.1: Schema der aktiven Kompensation von Phasenfluktuationen der 30 m langen Glasfaser zum Calcium-Experiment

gewandelt und durch zwei geteilt. Anschließend wird mithilfe eines Phasenkomparators und eines 20 MHz-Referenzsignals ein Regelsignal generiert, mit dem ein 100 MHz-VCO (Voltage Controlled Oscillator) angesteuert wird. Das VCO-Ausgangssignal dient schließlich als Signalfrequenz für den 100 MHz-AOM vor der Faser. Die Regelbandbreite der Stabilisierung beträgt etwa 50 kHz.

Das Phasenrauschspektrum des 40 MHz-Fehlersignals der Regelung wurde bei geschlossener Regelschleife durch Heruntermischen mit einem 40 MHz-Referenzsignal gemessen (Abb. 3.2). Für Fourierfrequenzen < 1 kHz werden die Phasenrauschamplituden des Diodenlasers unter-

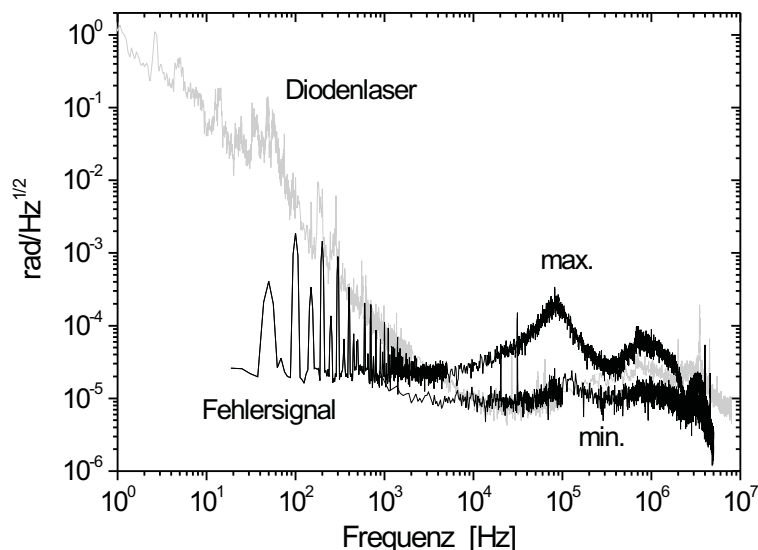


Abbildung 3.2: Spektrum des Phasenrauschens des elektronischen 40 MHz-Fehlersignals bei geschlossener Regelschleife. Die hochfrequenten Rauschamplituden variieren zwischen den beiden Kurven „min.“ und „max.“ und überschreiten zum Teil das Diodenlaser-Phasenrauschen.

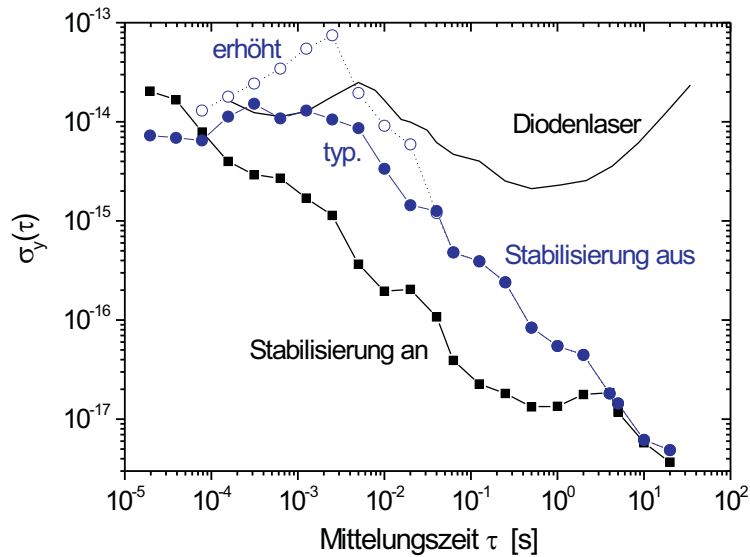


Abbildung 3.3: Frequenzinstabilität verursacht durch die 30 m lange Übertragungsfaser zum Calcium-Experiment. Mit der aktiven Kompensationsregelung wird im Vergleich zum Diodenlaser für $\tau > 0,1$ ms eine deutlich kleinere Allan-Standardabweichung auch bei zusätzlich erzeugten Faservibrationen erzielt.

schritten, die aus dem Frequenzrauschspektrum in Abb. 2.40 gemäß $S_\varphi(f) = \frac{S_\nu(f)}{f^2}$ berechnet wurden [71]. Bei Fourierfrequenzen um 100 kHz treten periodische Rauscherhöhungen auf. Die durch die Faserstrecke verursachte Frequenzinstabilität ist in Abb. 3.3 dargestellt. Sie wurde bestimmt, indem das Faserende zunächst auf den Tisch mit dem Faseranfang zurückgeführt und das Schwebungssignal mit vor der Faser abgezweigtem Licht und einem weiteren Detektor gemessen wurde. Der Vergleich der Allan-Standardabweichung mit ein- und ausgeschalteter Stabilisierung zeigt, dass für Mittelungszeiten zwischen 0,1 ms und 5 s durch die Übertragungsstrecke verursachte Phasenschwankungen unterdrückt werden. Für längere Mittelungszeiten ist aufgrund von Brechungsindexfluktuationen der Luft (Konvektion) auf der verbleibenden, nicht stabilisierten Lichtstrecke zum zweiten Schwebungsdetektor kein Unterschied zu sehen.

Durch zusätzlich erzeugte Faservibrationen bei 200 Hz Fourierfrequenz konnte gezeigt werden, dass sich Phasenfluktuationen um bis zu 2 Größenordnungen unterdrücken lassen. Im Vergleich zur in Abschnitt 2.4.3 gemessenen Instabilität der stabilisierten Diodenlaser ist die Allan-Standardabweichung bei geschlossener Regelschleife für Mittelungszeiten $\tau > 0,1$ ms mindestens einen Faktor 4 kleiner.

3.2 Lichtübertragung und -Verstärkung für die Anregung von Calcium-Atomen

Für das Calcium-Experiment werden die Atome in einer magnetooptischen Falle aus einem thermischen Atomstrahl eingefangen, lasergekühlt und nach Abschalten der Fallenfelder spektroskopiert (Kapitel 4). Der optische Aufbau des Lichts bei 657 nm im Calcium-Laborraum ist schematisch in Abb. 3.4 dargestellt. Damit für die Spektroskopie, die Kühlung auf dem In-

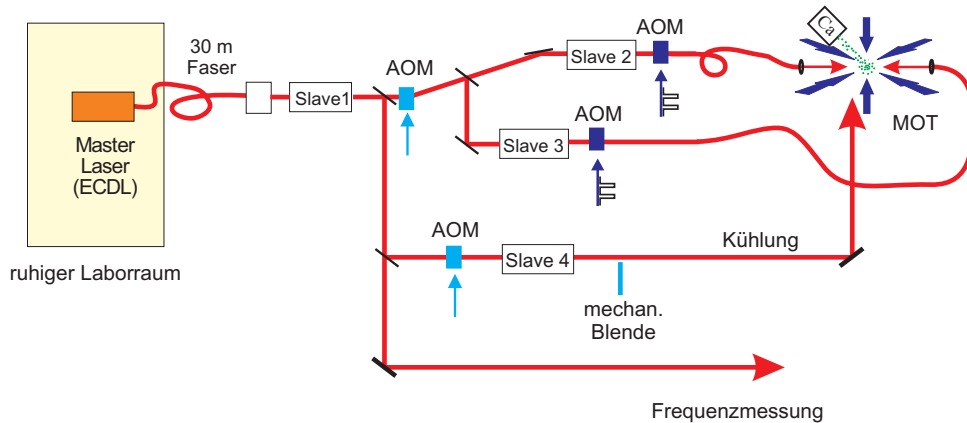


Abbildung 3.4: Schematischer Aufbau des Lichts bei 657 nm im Calcium-Laborraum.

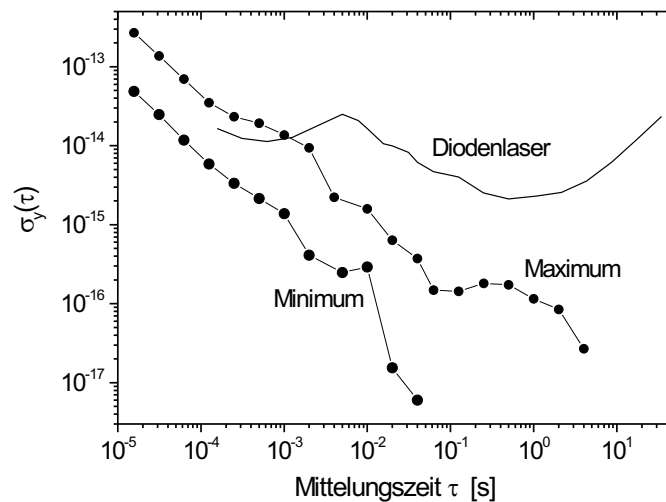


Abbildung 3.5: Frequenzinstabilität verursacht durch Faserübertragung und Lichtverstärkung im Calcium-Laborraum. Die Instabilität variiert zwischen den beiden dargestellten Messkurven.

terkombinationsübergang und Absolutfrequenzmessungen mit einem Femtosekunden-Kammgenerator genug Leistung bei 657 nm zur Verfügung steht, wird das von der 30 m langen Übertragungsfaser transmittierte Licht (etwa 1 mW) mithilfe von vier injektionsgekoppelten singlemode-Laserdioden (Slave 1 bis 4) verstärkt, die jeweils etwa 40 mW Ausgangsleistung liefern. Das Licht wird hinter dem Ausgang der Faser zunächst von Slave 1 verstärkt. Der größte Teil der Ausgangsleistung wird für die Frequenzmessung mit einer Faser zum Femtosekundenlaser im Nachbargebäude übertragen.

Das Licht für die atomare Anregung durchläuft einen AOM für die Frequenzabstimmung und wird für die Erzeugung von zwei gegenläufigen Spektroskopiestrahlen wiederum aufgespalten und mit Slave 2 und Slave 3 verstärkt. Mit anschließenden akustooptischen Modulatoren werden die Lichtpulse für die Spektroskopie (Abschnitt 4.2) geschaltet. Zwei polarisationserhaltende Monomodfasern als geometrische Modenfilter und leiten das gepulste Licht zur magneto-optischen Falle (MOT), die sich auf einem anderen Lasertisch befindet. Das Licht

für die Laserkühlung auf dem Interkombinationsübergang (Abschnitt 4.1) wird mit einem AOM frequenzverschoben und -moduliert [17] und mit Slave 4 verstärkt. Das Licht wird mit einer mechanischen Blende geschaltet, so dass keine Laserleistung verloren geht und nach dem Abschalten kein Restlicht mehr vorhanden ist, das zu AC-Stark Verschiebungen bei der Frequenzmessung führen könnte.

Mit dem gepulsten Licht für die Spektroskopie läßt sich keine aktive Faserstabilisierung wie mit der 30 m-Faser realisieren. Daher werden diese Fasern so vibrationsarm wie möglich über den Laborfußboden geführt. Die durch die Fasern in Kombination mit der Lichtverstärkung verursachte Frequenzinstabilität des Lichts für die Spektroskopie wurde mithilfe von Schwebungsfrequenzmessungen ermittelt. Dafür wurde das durch eine Faser zur Vakuumapparatur und durch die zweite Faser zurückgeführte Licht mit vor Slave 1 abgezweigtem Licht überlagert. Die gemessene Allan-Standardabweichung zeigt periodische Schwankungen, deren Maximum und Minimum in Abb. 3.5 dargestellt sind. Eine Fourieranalyse der gemessenen Phasenfluktuationen ergab, dass die Rauschamplituden über einen weiten Frequenzbereich bis zu Fourierfrequenzen > 100 kHz variieren, so dass offensichtlich nicht nur Faservibrationen sondern möglicherweise auch bei der Injektionskopplung auftretende Einflüsse beitragen. Für zukünftige Verbesserungen sind getrennte Untersuchungen des Einflusses von Fasern und Lichtverstärkung erforderlich.

Die Ergebnisse zeigen, dass mit der aktiven Stabilisierung der 30 m langen Faser und den weiteren stabilen Übertragungstrecken das Licht des stabilen Masterlasers nahezu mit der ursprünglichen Frequenzstabilität zum Ort der atomaren Wechselwirkung transferiert wird. Nur bei Fourierfrequenzen > 1 kHz treten Rauscherhöhungen auf, die aber aufgrund der niedrigen Rauschamplituden die Linienbreite nicht beeinträchtigen. Bei der Anwendung des Masterlasers als Oszillator des optischen Frequenznormals mit ultrakalten Calcium-Atomen (Kapitel 4) liefert Frequenzrauschen des Lasers aufgrund von Aliasing einen Beitrag zur Instabilität des Normals (Dick-Effekt). Dieser Beitrag wird durch das zusätzlich durch die Faserübertragung bei hohen Fourierfrequenzen verursachte Rauschen geringfügig erhöht (Abschnitt 4.3.3).

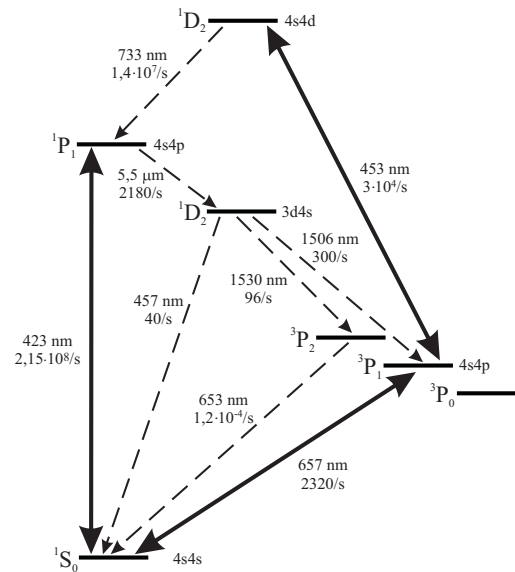
Kapitel 4

Einsatz des Lasersystems im Calcium-Frequenznormal

Aufgrund ihrer schmalen und gegenüber externen Störungen unempfindlichen Interkombinationsübergänge bieten sich die Erdalkalielemente Magnesium, Calcium und Strontium für die Realisierung optischer Frequenznormale an. Erste Untersuchungen zur Eignung des Interkombinationsübergangs neutraler Calcium-Atome als Referenz für ein optisches Frequenznormal wurden bereits 1976 durchgeführt [4]. In den folgenden drei Jahrzehnten wurde zunächst an thermischen Calcium-Atomstrahlen spektroskopiert, bevor die Entwicklung magnetooptischer Fallen Anfang der Neunziger Jahre das Einfangen von Calcium-Atomen sowie die Kühlung bis auf Temperaturen von wenigen Millikelvin möglich machte [34, 37]. Die Spektroskopie an den kalten Atomen ermöglichte eine Steigerung der Genauigkeit des Calcium-Frequenznormals, das 2001 mit einer relativen Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-14}$ realisiert werden konnte [80]. Aufgrund der Begrenzung durch den restlichen Dopplereffekt erster Ordnung erfordern wesentlich kleinere Unsicherheiten niedrigere Temperaturen der atomaren Ensembles. Durch die Laserkühlung in einer zweiten Stufe mit einem neuen Verfahren, das den Interkombinationsübergang für die Kühlung verwendet (Quenchkühlung), konnten ultrakalte Calcium-Atome mit Temperaturen von etwa $10 \mu\text{K}$ realisiert werden [8]. Dies ermöglichte neben weiteren Verbesserungen bei der jüngsten Frequenzmessung die Realisierung des Frequenznormals mit einer Unsicherheit von $1,2 \cdot 10^{-14}$ [17]. Damit stellt das Calcium-Normal das derzeit genaueste optische Frequenznormal auf der Basis neutraler Atome dar.

Vor der letzten Frequenzmessung wurde das bisher als Uhrenlaser des Calcium-Frequenznormals verwendete Farbstofflaser-Spektrometer von dem neuen, im Rahmen dieser Arbeit entwickelten Diodenlasersystem abgelöst, das eine höhere Kurzzeitstabilität und eine um mehr als zwei Größenordnungen kleinere Linienbreite besitzt. Daneben weist es einen zuverlässigen Dauerbetrieb auf.

In diesem Kapitel wird der Einsatz des neuen Diodenlaser-Spektrometers als Uhrenlaser des Calcium-Normals behandelt und der Einfluss auf die Stabilität des Normals untersucht. Die Instabilität konnte mithilfe von Schwebungsfrequenzmessungen mit dem zweiten neuen Diodenlasersystem direkt ermittelt werden (Abschnitt 4.3). Die Beiträge zur Instabilität des Frequenznormals, hervorgerufen durch Laserfrequenzrauschen und andere technische Rauscheinflüsse, wurden unter anderem durch Untersuchungen des Rauschens des Spektroskopie-signals bestimmt. Der Einfluss durch Laserfrequenzrauschen (Dick-Effekt) wurde mithilfe der Frequenz- und Phasenrauschspektren aus Kapitel 2 und Kapitel 3 berechnet.

Abbildung 4.1: Auszug aus dem Termschema von ^{40}Ca .

4.1 Kühlung und Speicherung der Calcium-Atome

Ein Auszug aus dem Termschema von ^{40}Ca -Atomen ist in Abb. 4.1 dargestellt. Der Interkombinationsübergang $^1S_0 - ^3P_1$ mit der Wellenlänge $\lambda = 657 \text{ nm}$ hat eine natürliche Linienbreite von nur 370 Hz [17], was einer Liniengüte von $Q = 1,2 \cdot 10^{12}$ entspricht. Da der Grundzustand 1S_0 nicht entartet ist, ist die Übergangsfrequenz unempfindlich gegenüber externen magnetischen und elektrischen Feldern.

Der Übergang $^1S_0 - ^1P_1$ mit $\lambda = 423 \text{ nm}$ bietet sich aufgrund der hohen Übergangsrates für die Laserkühlung an, das Dopplerlimit beträgt 0,8 mK. Im Experiment werden bei der ersten Stufe der Laserkühlung auf diesem Übergang Temperaturen von etwa 3 mK erreicht [17]. In der zweiten Stufe wird das Verfahren der sogenannten Quenchkühlung eingesetzt [9, 42, 66], wobei auf dem Interkombinationsübergang gekühlt wird. Aufgrund der niedrigen Übergangsrates ist die maximale Kühlkraft nur wenig größer als die Gravitation, daher wird bei diesem Kühschritt die Lebensdauer des 3P_1 -Niveaus mithilfe eines weiteren Lasers bei $\lambda = 453 \text{ nm}$ (Quenchlaser) künstlich reduziert. Nach der Anregung in den $4s4d$ 1D_2 -Zustand gelangen die Atome durch den schnellen Zerfall über das 1P_1 -Niveau wieder in den Grundzustand. Mit dieser zweiten Kühlstufe werden die Atome weiter auf etwa $15 \mu\text{K}$ abgekühlt.

4.2 Ramsey-Bordé-Atominterferometrie im Zeitbereich

Für die Realisierung des Frequenznormals wird der Diodenlaser auf den Interkombinationsübergang der ultrakalten Calcium-Atome stabilisiert. Als spektroskopisches Verfahren, mit dem ein Fehlersignal für die Stabilisierung generiert wird, dient die hochauflösende Ramsey-Bordé-Atominterferometrie im Zeitbereich. Vorteile dieses Verfahrens liegen darin, dass ein hochauflösendes und dopplerfreies Spektroskopiesignal mit großem Signal-zu-Rausch Verhältnis bei kurzer Wechselwirkungszeit erzeugt wird. Die Atome werden für jeden Abfragezyklus aus einem thermischen Atomstrahl in die magneto-optische Falle gefangen und mithilfe der

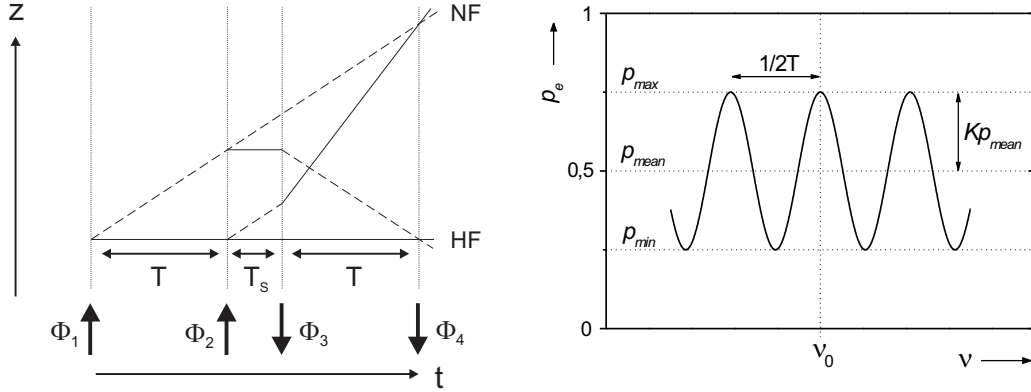


Abbildung 4.2: *Asymmetrisches 4-Puls-Atominterferometer und dazugehöriges Interferenzsignal mit maximalem Kontrast.*

zweistufigen Laserkühlung abgekühlt. Die Spektroskopie findet nach Abschalten der Fallenfelder mit den im Schwerfeld der Erde frei fallenden Atomen statt.

Frequenzabhängiges 4-Puls-Interferometer

Das Fehlersignal für die atomare Stabilisierung wird mithilfe der sogenannten 4-Puls-Atominterferometrie generiert. Mithilfe von vier aufeinanderfolgenden $\frac{\pi}{2}$ -Pulsen, wobei der dritte und vierte Puls in entgegengesetzter Richtung eingestrahlt werden, werden zwei asymmetrische, geschlossene Interferometer in Mach-Zehnder-Geometrie erzeugt (Abb. 4.2). Die beiden Interferometerausgänge (HF und NF) unterscheiden sich durch den Photonenimpuls

$$\delta = \frac{h\nu_{Ca}^2}{2m_{Ca}c^2}, \quad (4.1)$$

den die Calcium-Atome mit der Masse m_{Ca} durch die Anregung zusätzlich erhalten (h : Planck-Konstante), was einer Dopplerverschiebung $2\delta = 23,1$ kHz entspricht. Die Anregungswahrscheinlichkeit p_e nach einem Interferometriezyklus ergibt sich aus der Überlagerung

$$p_e = p_{HF} + p_{NF} \quad (4.2)$$

der beiden Interferometerausgänge mit [12]

$$p_{HF} = 2\Re \left\{ (B_0^+ C_0^+ B_0^- A_0^-) (D_0^+ D_0^+ D_0^- B_0^-) \cdot e^{i(4\pi(\nu_L - \nu_{Ca} - \delta)T + \Delta\phi)} \right\} e^{-\gamma(T+2T_p)} + \\ |B_0^+ C_0^+ B_0^- A_0^-|^2 e^{-2\gamma(T+T_p)} + |B_0^+ C_0^+ D_0^- B_0^-|^2 e^{-\gamma(T+2T_p)} + \\ |D_0^+ D_0^+ B_0^- A_0^-|^2 e^{-\gamma(T+2T_p)} + |D_0^+ D_0^+ D_0^- B_0^-|^2 e^{-2\gamma T_p} \quad (4.3)$$

$$p_{NF} = \left[2\Re \left\{ (B_0^+ A_0^+ A_2^- A_2^-) (D_0^+ B_0^+ C_2^- B_2^-) \cdot e^{i(4\pi(\nu_L - \nu_{Ca} - \delta)T + \Delta\phi)} \right\} e^{-\gamma(T+2T_p)} + \right. \\ |B_0^+ A_0^+ A_2^- A_2^-|^2 e^{-2\gamma(T+T_p)} + |B_0^+ A_0^+ C_2^- B_2^-|^2 e^{-\gamma(T+2T_p)} + \\ \left. |D_0^+ B_0^+ A_2^- A_2^-|^2 e^{-\gamma(T+2T_p)} + |D_0^+ B_0^+ C_2^- B_2^-|^2 e^{-2\gamma T_p} \right] e^{-\gamma T_s}. \quad (4.4)$$

Dabei beschreiben die Koeffizienten

$$A_m^\pm = D_m^{\pm*} = \cos\left(\frac{\Omega_m^\pm T_p}{2}\right) + i\frac{\Delta_m^\pm}{\Omega_m^\pm} \sin\left(\frac{\Omega_m^\pm T_p}{2}\right) \quad (4.5)$$

die Wahrscheinlichkeitsamplitude dafür, dass bei einem Einzelpuls ein Atom im Grund- oder angeregten Zustand bleibt, und

$$B_m^\pm = -C_m^{\pm*} = +i\frac{\Omega_R}{\Omega_m^\pm} \sin\left(\frac{\Omega_m^\pm T_p}{2}\right) \quad (4.6)$$

die Wahrscheinlichkeitsamplitude dafür, dass ein Atom in den Grund- oder angeregten Zustand wechselt ($m = 0, 2$). Hierbei ist

$$\Delta_m^\pm = 2\pi \left(\nu_L - \nu_{Ca} \pm \frac{v\nu_{Ca}}{c_0} + (\pm 2m - 1)\delta \right) \quad (4.7)$$

die Frequenzverstimmung zwischen der Übergangsfrequenz ν_{Ca} und der Frequenz des Spektroskopielasers aus der Sicht des Atoms. Ω_R beschreibt die Rabifrequenz,

$$\Omega_m^\pm = \sqrt{\Omega_R^2 + (\Delta_m^\pm)^2} \quad (4.8)$$

die effektive Rabifrequenz, es werden Rechteckpulse der Dauer T_p angenommen und der zeitliche Abstand der beiden mittleren Pulse beträgt T_S (Alle Messungen aus dieser Arbeit wurden mit $T_S = 10 \mu s$ durchgeführt). Gegeben durch den Term $e^{i(4\pi(\nu_L - \nu_{Ca} - \delta)T + \Delta\phi)}$ hängen die Anregungswahrscheinlichkeiten p_{HF} und p_{NF} mit einem kosinusförmigen Verlauf von der Laserfrequenz ν_L und der Phase $\Delta\phi = \phi_2 - \phi_1 + \phi_4 - \phi_3$ ab, die sich aus den Laserphasen ϕ_1 bis ϕ_4 während der vier Laserpulse zusammensetzt. Die Periode $1/2T$ des Signals ist durch den zeitlichen Abstand T der beiden ersten und letzten Pulsen gegeben. Atome im angeregten Zustand gehen mit der natürlichen Zerfallsrate γ in den Grundzustand über, woraus die exponentiellen Abhängigkeiten der Komponenten von p_{HF} und p_{NF} resultieren. Um bei der Überlagerung der beiden geschlossenen Interferometergeometrien die maximale Signalamplitude erzielen, muss die Periode $1/2T$ ein ganzzahliger Bruchteil der Rückstoßaufspaltung $2\delta = 23,1 \text{ kHz}$ sein. Das Interferometriesignal läßt sich durch

$$p_e(\nu) = p_{mean} \{1 + K \cdot \cos[4\pi T(\nu - \nu_{Ca}) + \Delta\phi]\} \quad (4.9)$$

beschreiben und ist in Abb. 4.2 auf der rechten Seite mit maximal möglicher Signalamplitude dargestellt. Das Signal wird durch die Periode $1/2T$, die mittlere Anregungswahrscheinlichkeit p_{mean} und die Amplitude $S = Kp_{mean}$ (Kontrast K) charakterisiert. Für den theoretischen Fall verschwindend kleiner Pulslänge T_p , Separation T_S der beiden mittleren Pulse und atomarer Geschwindigkeit $v = 0$ ergibt sich aus den Gleichungen (4.3) und (4.4) für $T \rightarrow 0$ die maximale Signalamplitude $S = 0,5$. Die mittlere Anregungswahrscheinlichkeit $p_{mean} = 0,5$ resultiert aus dem inkohärenten Signaluntergrund, der durch wiederholte Anregung spontan zerfallener Atome entsteht. Bei der Herleitung von den Gleichungen (4.3) und (4.4) wurde angenommen, dass während der Interferometriesequenz spontan zerfallene Atome nicht mehr durch einen der folgenden Pulse angeregt werden [12]. Daher beschreiben diese Gleichungen einen Abfall der mittleren Anregungswahrscheinlichkeit p_{mean} bei wachsendem Pulsabstand T , der nicht den experimentellen Ergebnissen entspricht. Berücksichtigt man zusätzlich die mögliche Wiederanregung spontan zerfallener Atome und den so resultierenden inkohärenten Signaluntergrund, so erhält man für ideale $\frac{\pi}{2}$ -Pulse und bei verschwindender Geschwindigkeit der Atome ($v = 0$) einen von T unabhängigen Hintergrund von $p_{mean} \approx 0,5$ [18].

Zustandsselektive Detektion

Für die Signaldetektion wird ein ähnliches Verfahren wie das *Electron Shelving* [45] eingesetzt, wobei direkt nach den vier Interferometriepulsen die Anregungswahrscheinlichkeit mithilfe von zwei Pulsen bei 423 nm resonant mit dem breiten Kühlübergang 1S_0 - 1P_1 bestimmt wird [80]. Die Fluoreszenzintensität I_1 nach dem ersten Puls ist proportional zur Anzahl der Atome im Grundzustand 1S_0 . Zwischen beiden Pulsen zerfallen die angeregten Atome in den Grundzustand, so dass die Fluoreszenz I_2 nach dem zweiten Puls proportional zur Anzahl der Atome ist, die sich nach der Interferometrie im angeregten Zustand befanden. Die Anregungswahrscheinlichkeit berechnet sich zu $p_e = \frac{I_2}{I_1+I_2}$ und ist aufgrund der Normierung in guter Näherung unabhängig von Atomzahlfuktuationen.

Mit diesem Detektionsverfahren ist es im Prinzip möglich, das durch das Quantenprojektorauschen gegebene Quantenlimit des Signalrauschens zu erreichen, da alle Atome zum Signal beitragen (Abschnitt 4.3.2).

Atomare Stabilisierung

Für die atomare Stabilisierung wird der Uhrenlaser auf das zentrale Extremum des kosinusförmigen Interferometriesignals stabilisiert (Abb. 4.2). Als Frequenzdiskriminatoren für die Stabilisierung dienen die vier zentralen Flanken des Interferenzsignals. Zur Generierung des Fehlersignals werden bei jedem Abfragezyklus durch sukzessive Abstimmung des Uhrenlasers auf die vier Signalfanken vier Messpunkte erzeugt, aus denen die Abweichung der Laserfrequenz von der atomaren Frequenz berechnet wird. Auf diese Weise wird analog zu dem aus der analogen Messtechnik bekannten $\mathcal{3f}$ -Verfahren ein Fehlersignal erzeugt, das nicht durch konstante, lineare und alle mit geraden Potenzen von der Frequenz abhängenden Anteile des Untergrundsignals beeinflusst wird [86].

Bei allen Messungen aus dieser Arbeit wurde die atomare Abfrage mit 3 Hz Zyklusfrequenz durchgeführt, die durch die Ladezeit der Atome aus dem thermischen Atomstrahl in die magnetooptische Falle von etwa 300 ms limitiert war.

Messung hochauflösender Atominterferenzen

Das neue Diodenlaser-Spektrometer wurde in einer ersten Anwendung für die Messung von Atominterferenz-Signalen mit ultrakalten Ca-Atomen (Temperatur ca. $15 \mu\text{K}$) eingesetzt. Die gemessenen Interferenzsignale sind in Abb. 4.3 für verschiedene Auflösungen $\Delta\nu = 1/4T$ zu sehen und zeigen eine Reduzierung der Signalamplitude mit wachsendem Pulsabstand T . Die Interferenzsignale sind aufgrund der Drift des Spektroskopielasers zur eingestellten Zentralfrequenz etwas verschoben. Es wurden Fitkurven berechnet und durch die Differenz zwischen Fits und Messwerten Residuen ermittelt, aus denen das Signal-zu-Rausch Verhältnis S/R bestimmt wurde.

Aus den Interferenzsignalen aus Abb. 4.3 wurden die minimale, maximale und mittlere Anregungswahrscheinlichkeit ermittelt, deren Abhängigkeit vom Pulsabstand in Abb. 4.4 dargestellt ist. Aus diesen Werten wurde zusätzlich die Signalamplitude und der Kontrast bestimmt. Für den Verlauf des Kontrastes wurde ein Exponentialfit berechnet, aus dem die durchgezogenen Kurven ermittelt wurden, die den Verlauf der experimentellen Werte der Signalamplitude im mittleren Bildteil sowie der minimalen und maximalen Anregungswahrscheinlichkeit p_{min} und p_{max} im oberen Bildteil wiedergeben. Für die mittlere Anregungswahrscheinlichkeit

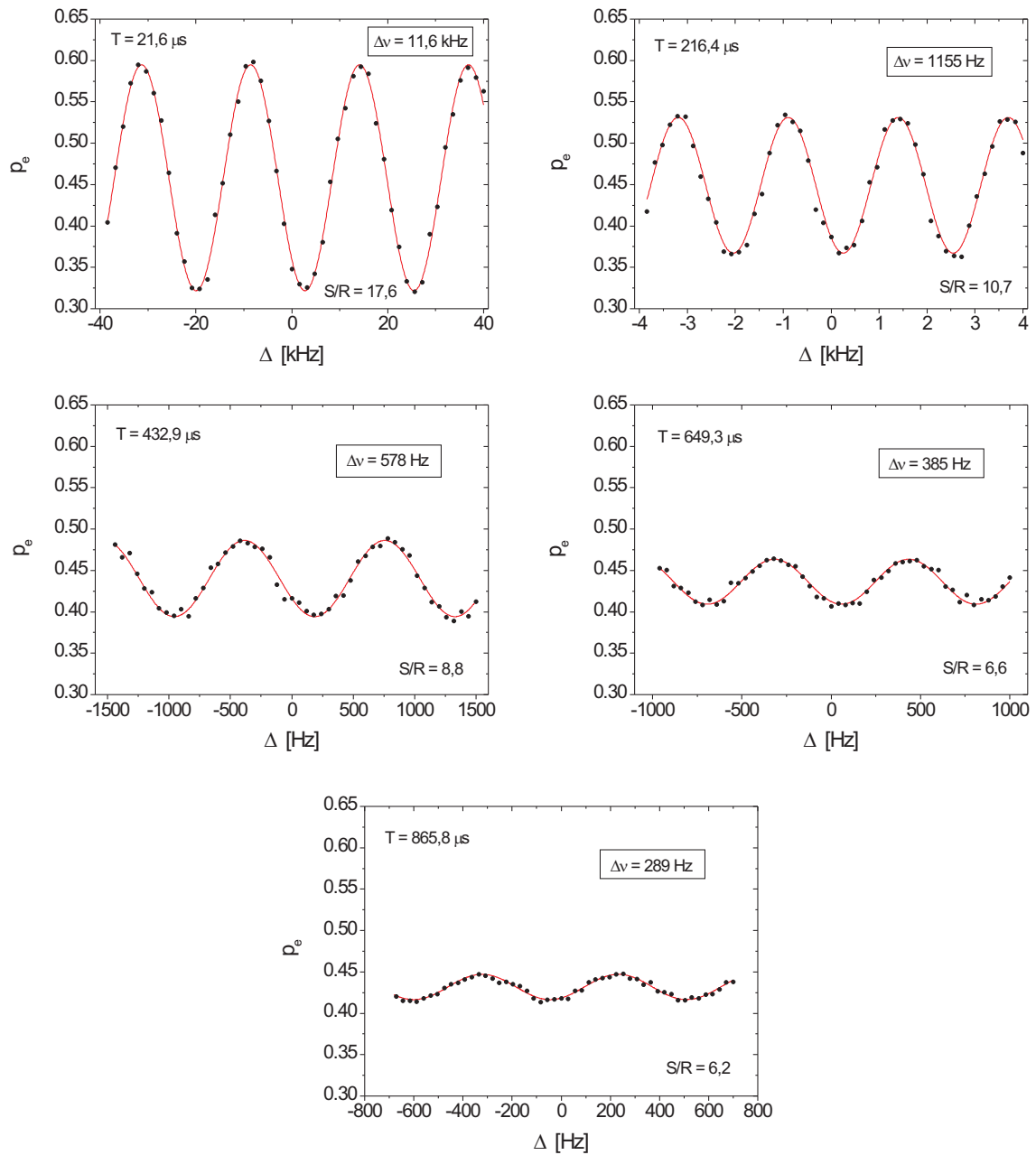


Abbildung 4.3: Hochauflösende Atominterferenzsignale mit ultrakalten Calcium-Atomen.

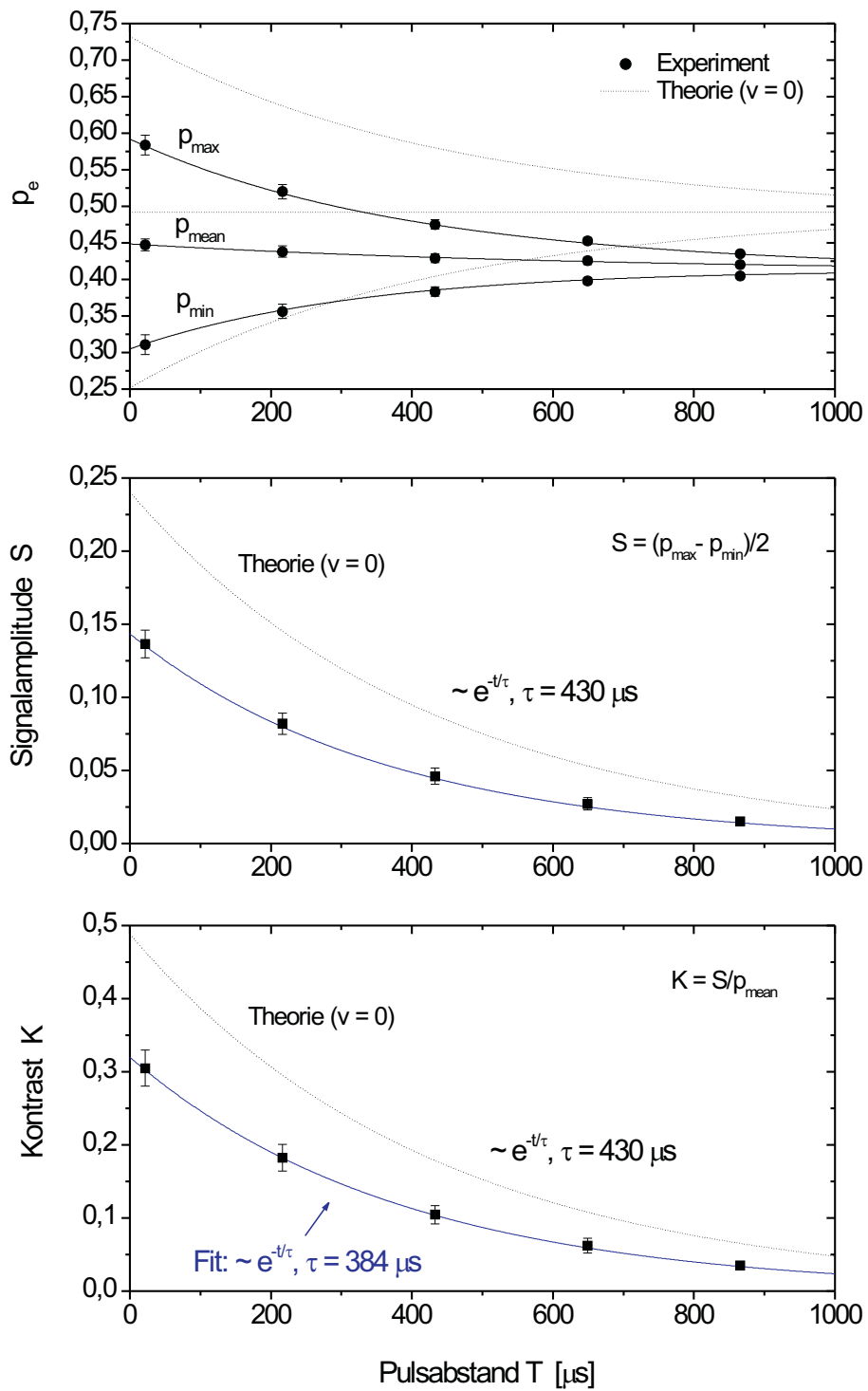


Abbildung 4.4: Anregungswahrscheinlichkeit, Signalamplitude und Kontrast der gemessenen Interferenzsignale in Abhängigkeit vom Pulsabstand T .

p_{mean} im oberen Bildteil wurde eine weitere exponentielle Fitkurve berechnet. Die Theoriekurven wurden für den Idealfall ruhender Atome ($v = 0$) aus den Gleichungen (4.3) und (4.4) berechnet. Dabei wurden in Übereinstimmung mit dem Experiment die Rabifrequenz $\Omega_R = 2\pi \cdot 250$ kHz, die Pulsdauer $T_p = 1 \mu s$ und der Abstand $T_s = 10 \mu s$ der beiden mittleren Pulse gewählt. Die Theoriekurven zeigen damit die maximale Signalamplitude, die mit diesen Parametern erzielbar ist und deren Abnahme mit wachsendem Pulsabstand T nur durch spontanen Zerfall bedingt ist (natürliche Lebensdauer des angeregten Zustands: $430 \mu s$). Die Abweichung der experimentellen Werte von den Theoriekurven ist im Wesentlichen durch die Restbewegung der ultrakalten Atome zu erklären. Die Geschwindigkeit der Atome resultiert in Dopplerverschiebungen, die Abweichungen von den idealen $\frac{\pi}{2}$ -Pulsen zur Folge haben. Eine Monte-Carlo Simulation für ultrakalte Calcium-Atome ergab einen den Messwerten aus Abb. 4.4 ähnlichen Verlauf von p_{mean} , p_{min} und p_{max} [18].

Ein zusätzlicher Abfall von Kontrast (und Signalamplitude) mit wachsendem Pulsabstand T wird durch das Frequenzrauschen des Lasers verursacht. Der Kontrast verringert sich durch Frequenzrauschen des Lasers zusätzlich um den Faktor

$$e^{-2 \int_0^{\infty} S_{\nu} \frac{\sin^2(2\pi f T)}{f^2} df}, \quad (4.10)$$

der aus der spektralen Dichte S_{ν} des Frequenzrauschens des Lasers berechnet werden kann [63]. Die zu erwartende Reduzierung des Kontrastes wurde gemäß Gleichung (4.10) aus dem gemessenen Frequenzrauschen des stabilisierten Diodenlasers (Abb. 2.40) und dem zusätzlichen Phasenrauschen der Faserübertragung (Abb. 3.2) ermittelt. Das Ergebnis ist eine Verminderung des Kontrastes, die zwischen 1 % bei $T = 50 \mu s$ und 3 % bei $T = 900 \mu s$ liegt. Der gemessene Abfall des Kontrastes mit der exponentiellen Zeitkonstante $\tau = 384 \mu s$ bewirkt im Vergleich zu einem nur durch die Lebensdauer des angeregten Zustands ($430 \mu s$) gegebenen Abfall einen um zusätzlich 22 % reduzierten Kontrast bei dem Pulsabstand $T = 900 \mu s$. Diese Ergebnisse zeigen, dass der Einfluss durch Frequenzrauschen des Spektroskopielasers nur geringfügig zu der Verminderung von Kontrast und Signalamplitude der gemessenen Atominterferenzen beiträgt.

4.3 Instabilität des Calcium-Frequenznormals

Bei geschlossener Regelschleife der atomaren Stabilisierung werden Frequenzfluktuationen des Spektroskopielasers unterdrückt, deren Perioden größer als die Übernahmezeit der Stabilisierung sind. Die Instabilität bei Mittelungszeiten größer als die Übernahmezeit ist durch den Einfluss von Rauschprozessen gegeben, bei der atomaren Stabilisierung auftreten.

Aufgrund von Aliasing trägt Frequenzrauschen des Spektroskopielasers bei Fourierfrequenzen, die ganzzahlige Vielfache der Zyklusfrequenz betragen, zur Instabilität bei (Abschnitt 4.3.3). Der Beitrag aller weiteren Rauscheinflüsse kann mithilfe der rms-Rauschamplitude R des Atominterferometersignals berechnet werden. Unter der Annahme von frequenzunabhängigen Rauschprozessen (weißes Rauschen) erhält man bei kosinusförmigem Interferenzsignal die Allan-Standardabweichung

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q S/R} \sqrt{t_c/\tau}. \quad (4.11)$$

Dabei ist ν_0 die atomare Übergangsfrequenz, t_c die Dauer eines Abfragezyklusses, $Q = \frac{\nu_0}{\Delta\nu}$ die Liniengüte bei der Auflösung $\Delta\nu = \frac{1}{4T}$ und S/R das Signal-zu-Rausch Verhältnis.

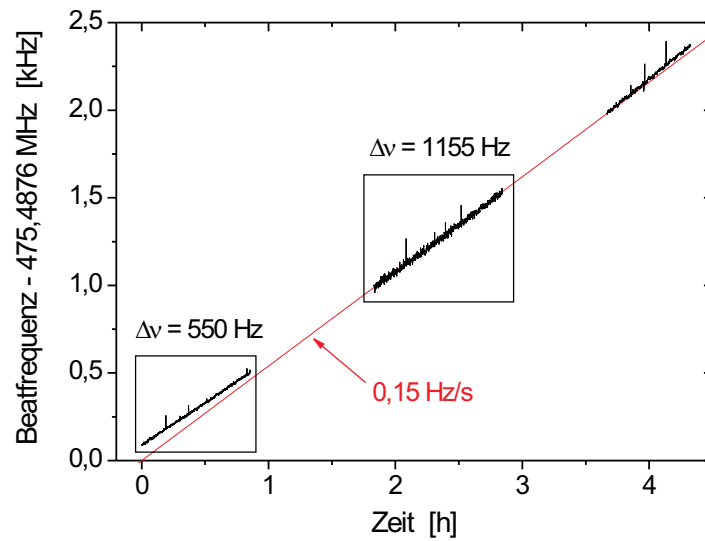


Abbildung 4.5: Verlauf der Schwebungsfrequenz zwischen dem Calcium-stabilisierten Diodenlaser und dem auf Resonator 2 stabilisierten Diodenlaser bei verschiedenen Auflösungen des Atominterferometriesignals. Die gemessene Drift entspricht der Drift von Resonator 2.

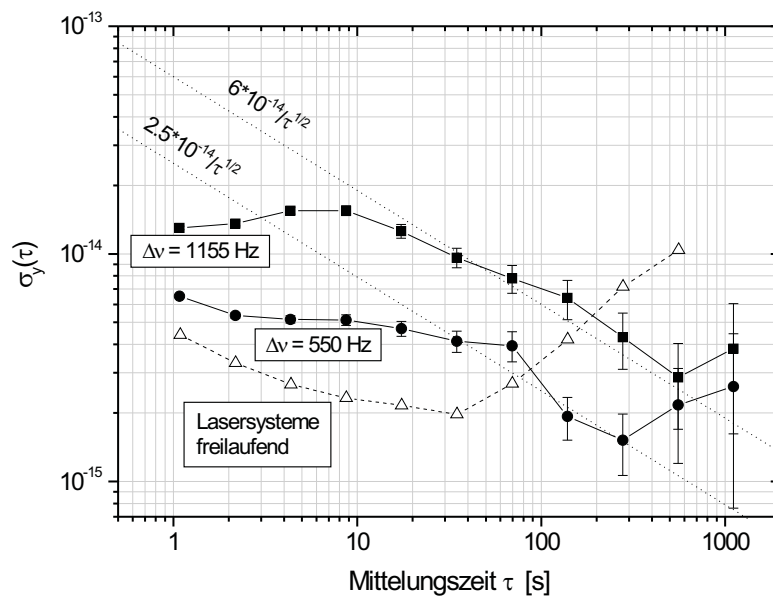


Abbildung 4.6: Instabilität des Calcium-Frequenznormals für zwei verschiedene Auflösungen des Atominterferometriesignals. Die Allan-Standardabweichung wurde aus den ersten beiden Abschnitten des Verlaufs der Schwebungsfrequenz aus Abb. 4.5 und einer Schwebungsfrequenzmessung ohne atomare Stabilisierung berechnet (lineare Drift jeweils abgezogen).

Der Beitrag technischer Einflüsse (z.B. bei der Signaldetektion) wurde durch Messungen des Rauschens des Interferometriesignals und der Anregungswahrscheinlichkeit bei Einzelpulsen bestimmt (Abschnitt 4.3.2). Das Quantenlimit von Signal-zu-Rausch Verhältnis und Frequenzstabilität ist durch das sogenannte Quantenprojektionsrauschen gegeben (Abschnitt 4.3.2).

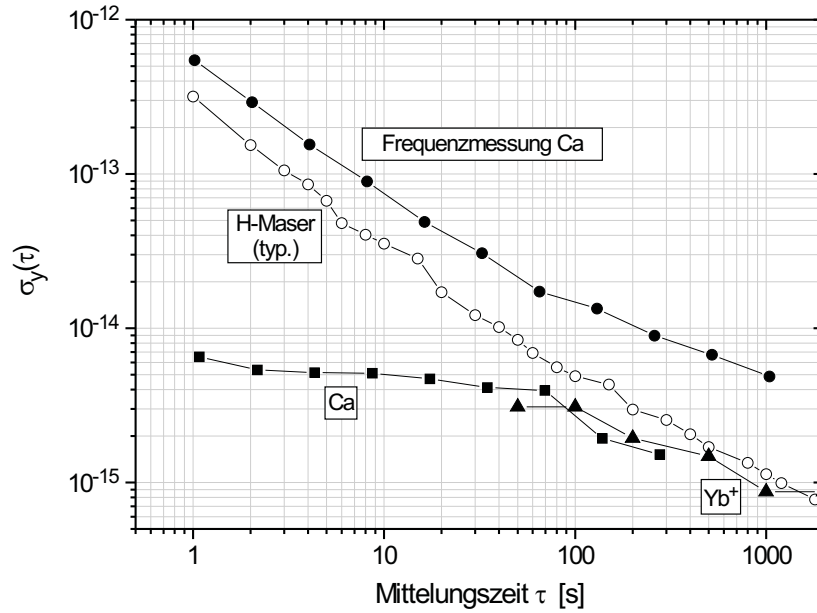


Abbildung 4.7: Instabilität des Calcium-Frequenznormals (Auflösung des Interferometriesignals: 550 Hz), anderer Frequenzstandards und der Messung der Calcium-Übergangsfrequenz.

4.3.1 Direkte Messung der Instabilität

Die Instabilität des Calcium-Normals wurde mithilfe von Schwebungsfrequenzmessungen mit dem zweiten auf Resonator 2 stabilisierten Diodenlaser ermittelt. Der gemessene Schwebungsfrequenzverlauf ist in Abb. 4.5 in Abschnitten mit 550 Hz und 1155 Hz Auflösung des Atominterferometriesignals dargestellt. Es wurde eine weitere Schwebungsfrequenzmessung ohne atomare Stabilisierung durchgeführt. Die Allan-Standardabweichung wurde jeweils nach Abzug einer linearen Drift berechnet (Abb. 4.6). Die Fehlerbalken geben die statistische Unsicherheit der Messwerte an.

Die Allan-Standardabweichung zeigt durch die Übernahme der atomaren Stabilisierung für Mittelungszeiten > 10 s annähernd einen $1/\sqrt{\tau}$ -Verlauf (weißes Rauschen), der bei 550 Hz Auflösung $\sigma_y(\tau) \approx 2,5 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ beträgt. Der Anstieg bei $\tau > 500$ s wird durch die langsame Änderung der Drift von Resonator 2 verursacht.

Bei 550 Hz Auflösung ist die Instabilität des Calcium-Frequenznormals $\leq 4 \cdot 10^{-15}$ für $\tau > 50$ s und vergleichbar mit der Instabilität des ebenfalls an der PTB betriebenen optischen Yb⁺-Einzelionenstandards (Abb. 4.7), der bereits nahe am Quantenprojektionsrauschlimit betrieben wird [69]. Die zur Zeit stabilste Mikrowellenuhr (Cäsium-Fontäne) arbeitet mit $\sigma_y(\tau) = 1,5 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$ ebenfalls schon nahe am Quantenprojektionsrauschlimit [40]. Das Potenzial optischer Frequenznormale mit Neutralatomen liegt dagegen aufgrund der großen Liniengüte und Atomzahl bei erheblich kleineren Instabilitäten. Für das Calcium-Normal erhält man bei realistischen experimentellen Parametern das Quantenprojektionsrauschlimit $\sigma_y(\tau = 1 \text{ s}) \approx 6 \cdot 10^{-17}$ (Abschnitt 4.4).

Die Schwebungsfrequenzmessung aus Abb. 4.5 wurde parallel zur ersten Messung der Absolutfrequenz des Calcium-Interkombinationsübergangs mit ultrakalten Atomen durchgeführt, bei der die Cäsium-Fontänenuhr der PTB als Referenz diente. Die optische Frequenz wurde dabei

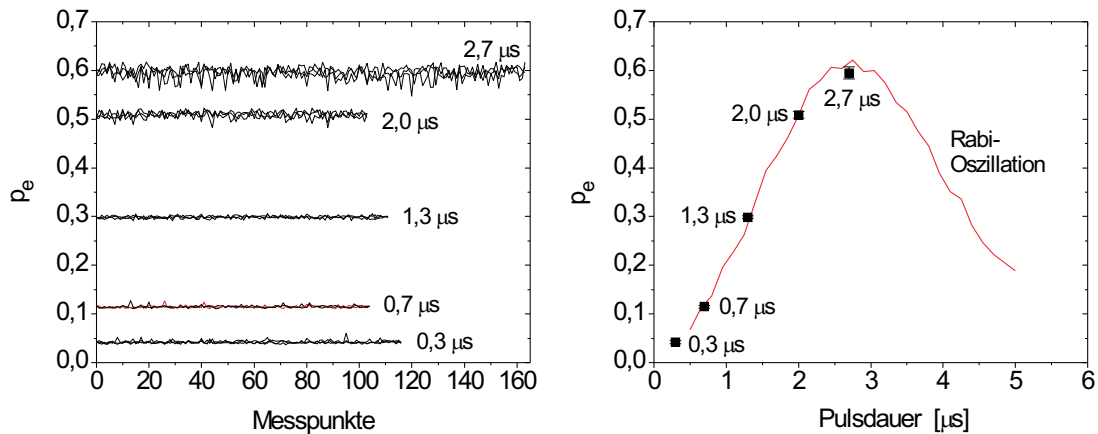


Abbildung 4.8: Rauschen der Anregungswahrscheinlichkeit p_e bei Anregung mit Einzelpulsen. Linke Seite: Rauschen der Anregungswahrscheinlichkeit für verschiedene Pulsdauern. Rechte Seite: Absolutwert und rms-Rauschen der Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Pulsdauer.

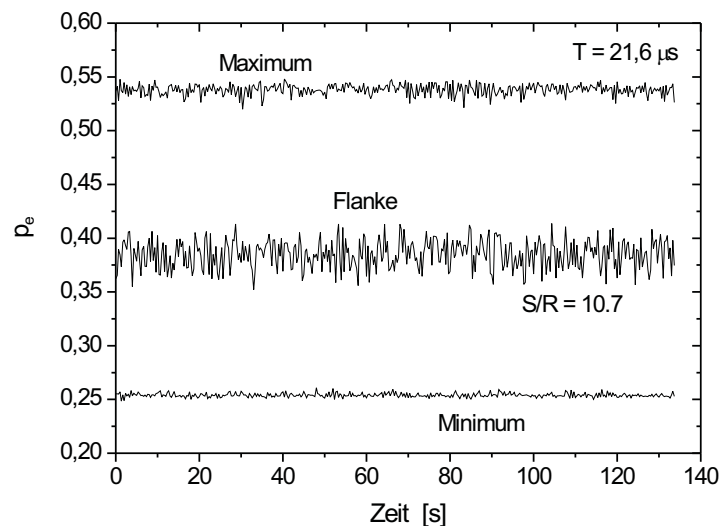


Abbildung 4.9: Rauschen im Minimum, Maximum und auf der Flanke des Atominterferometersignals. Die Auflösung des Signals beträgt $1/4T = 11,6 \text{ kHz}$.

zu $455\,986\,240\,494\,144 \pm 5,3 \text{ Hz}$ bestimmt mit einer relativen Unsicherheit von $1,2 \cdot 10^{-14}$ [17]. Die Messung wurde mithilfe eines Femtosekundenlasers (optischer Frequenzkammgenerator) durchgeführt, der als „Uhrwerk“ die Verbindung zwischen optischer Frequenz und Mikrowellenfrequenz darstellt. Der Mikrowellen-Frequenzvergleich wurde mit einem Wasserstoffmaser durchgeführt (100 MHz Signalfrequenz), der eine höhere Kurzzeitstabilität als die Cäsium-Fontäne besitzt. Abb. 4.7 zeigt, dass die beiden optischen Frequenznormale (Ca und Yb^+) eine kleinere Instabilität als der Wasserstoffmaser besitzen, so dass ein direkter Vergleich der optischen Frequenzen, der auch mithilfe des Femtosekundenlasers durchgeführt werden kann, mit kleinerer Instabilität als die Messung der Absolutfrequenzen möglich ist.

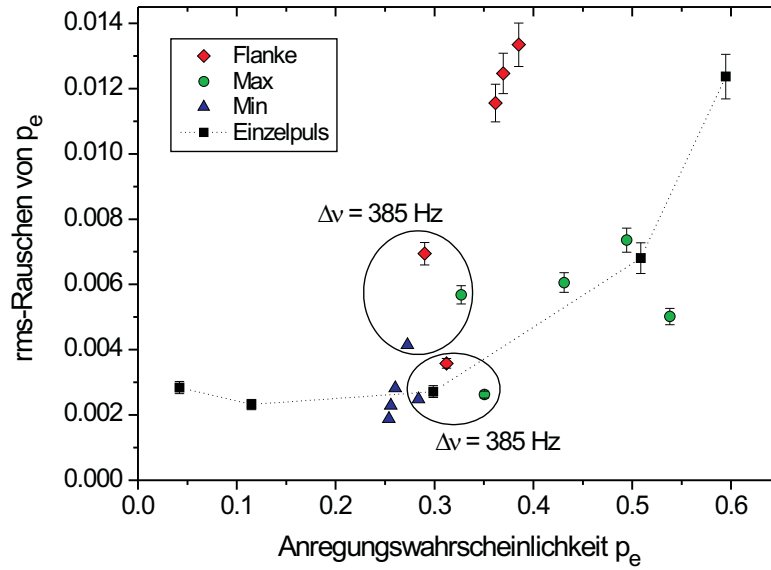


Abbildung 4.10: Rauschamplituden der Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit vom Absolutwert

4.3.2 Rauschen des atominterferometrischen Signals

Bei der Präparation und Detektion der atomaren Anregung auftretendes Rauschen wurde durch die Anregung mit einem einzelnen Laserpuls für verschiedene Pulsdauern gemessen, die maximale Pulslänge entsprach dabei einem π -Puls (Abb. 4.8). Wie bei der Atominterferometrie wurden für jeden Messpunkt Atome eingefangen, auf ca. $15 \mu\text{K}$ abgekühlt und die Anregungswahrscheinlichkeit nach dem Anregungspuls mit dem zustandselektiven Detektionsverfahren ermittelt. Die Anregungswahrscheinlichkeiten bei verschiedenen Pulsdauern stellen Punkte aus der ersten Hälfte einer Rabirotation dar. Aus den Fluktuationen, die bei wiederholter atomarer Anregung mit fester Pulsdauer auftraten, wurden die rms-Werte der Anregungswahrscheinlichkeit bestimmt.

Das bei der Atominterferometrie auftretende Rauschen wurde für verschiedene Pulsabstände T bei offener Regelschleife der atomaren Stabilisierung gemessen, wobei die Laserfrequenz auf ein Minimum (p_{min}), Maximum (p_{max}) oder eine Flanke des Interferenzsignals abgestimmt wurde. Das Rauschen für $T = 21,6 \mu\text{s}$ ist in Abb. 4.9 dargestellt. Im Signalminimum und -Maximum hängt das Interferenzsignal nur geringfügig von der Laserfrequenz und -Phase ab, so dass dort praktisch ohne den Einfluss von Laserfrequenzrauschen gemessen wird. Auf der Signalfanke kommt der Einfluss von Laserfrequenzrauschen hinzu, hier treten die größten Rauschamplituden auf.

In Abb. 4.10 sind die gemessenen Rauschamplituden in Abhängigkeit von der Anregungswahrscheinlichkeit dargestellt. Die Einzelpulsmessungen weisen einen Anstieg der Rauschamplitude mit zunehmender Anregungswahrscheinlichkeit auf, der auch bei den atominterferometrischen Messungen im Signalminimum und -Maximum auftritt. Daher wird im Folgenden der Mittelwert des rms-Rauschens im Minimum und Maximum als grobe Näherung für den Anteil von Präparations- und Detektorrauschen am rms-Rauschen auf der Signalfanke angenommen.

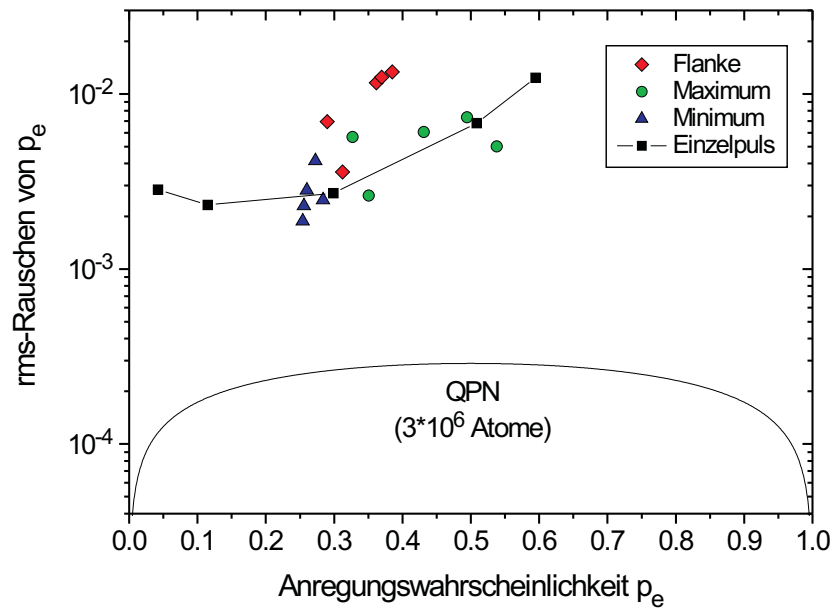


Abbildung 4.11: Quantenprojektionsrauschen und gemessene Rauschamplituden der Anregungswahrscheinlichkeit.

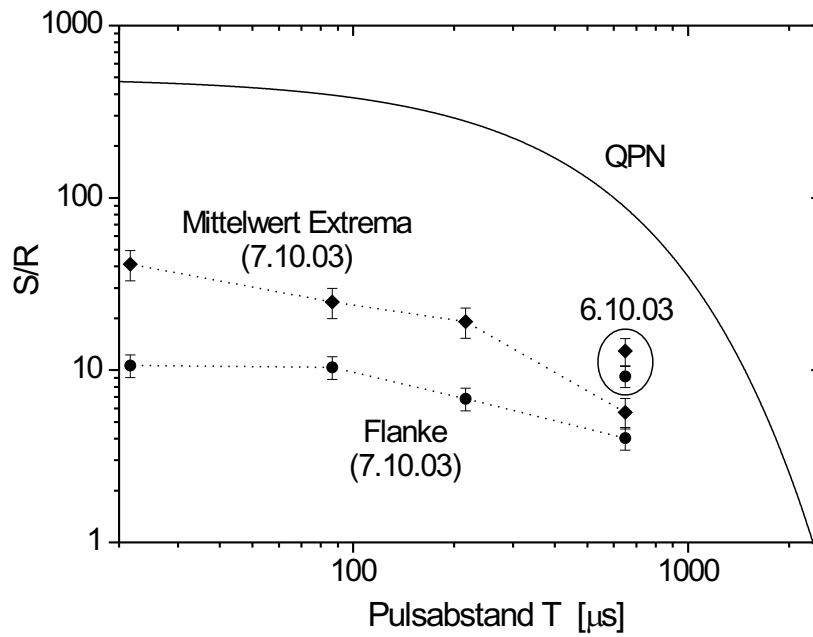


Abbildung 4.12: Signal-zu-Rausch Verhältnis von gemessenem Rauschen und Quantenprojektionsrauschen (QPN).

Quantenprojektionsrauschen

Das Quantenlimit der Stabilität eines atomaren Frequenzstandards ist durch die messbedingte Zustandsprojektion für jedes einzelne an der Spektroskopie beteiligte Atom oder Ion gegeben.

Bei der Interferometrie mit N_0 Atomen ist die mittlere Zahl der Atome, die bei der Anregungswahrscheinlichkeit p_e durch die Detektion in den angeregten Zustand projiziert werden, gegeben durch

$$N_e = N_0 p_e. \quad (4.12)$$

Mithilfe der Binomialverteilung läßt sich die Varianz der Zahl der angeregten Atome

$$\sigma^2(N_e) = N_0 p_e (1 - p_e) \quad (4.13)$$

berechnen [30]. Für das rms-Rauschen $\sigma(p_e) = \frac{\sigma(N_e)}{N_0}$ der Anregungswahrscheinlichkeit gilt also

$$\sigma(p_e) = \sqrt{\frac{p_e(1-p_e)}{N_0}}. \quad (4.14)$$

Die beschriebenen Rauschuntersuchungen wurden mit $N_0 \approx 3 \cdot 10^6$ ultrakalten Atomen in der Falle durchgeführt. Da mit ultrakalten Atomen und einer Dauer der Atominterferometriepulse von ca. $1 \mu\text{s}$ die Fourierbreite der Pulse größer als die Breite des Dopplerprofils ist, kann davon ausgegangen werden, dass alle Atome zum Interferometriesignal beitragen [80]. Daher kann das Quantenprojektionsrauschen mit der Gesamtanzahl der Atome berechnet werden. Das so ermittelte rms-Quantenprojektionsrauschen $\sigma(p_e)$ liegt eine Größenordnung oder mehr unterhalb der gemessenen Rauschamplituden (Abb. 4.11). Das Maximum bei $p_e = 0,5$ beträgt etwa $3 \cdot 10^{-4}$.

Durch spätere Verbesserungen der Transfereffizienz bei der Quenchkühlung konnte die Zahl der ultrakalten Atome nach einem Kühlzyklus auf ca. $2 \cdot 10^7$ erhöht werden [17], wodurch sich die maximale Amplitude des Quantenprojektionsrauschens auf etwa $1 \cdot 10^{-4}$ verringert.

Signal-zu-Rausch Verhältnis

Für die Berechnung der Beiträge zur Instabilität des Frequenznormals (Abb. 4.15) wurde aus gemessenen und berechneten rms-Rauschamplituden (Abb. 4.11) und den gemessenen Signalamplituden (Abb. 4.4) der Beitrag zum Signal-zu-Rausch Verhältnis auf der Flanke des Atominterferometriesignals ermittelt (Abb. 4.12).

4.3.3 Dick-Effekt

Das Frequenzrauschen des in der Atominterferometrie eingesetzten Spektroskopielasers trägt durch das Auftreten von Aliasing aufgrund der periodischen atomaren Abfrage zur Instabilität des Frequenzstandards bei. Dies ist der sogenannte Dick-Effekt, der zuerst von G. J. Dick behandelt wurde [20]. Nur für die Dauer der atomaren Abfrage, die kürzer als die gesamte Zykluszeit ist, wird ein Mittelwert der instantanen Laserfrequenz bestimmt. Während der Präparation der Atome und der Signaldetektion findet keine Atom-Licht-Wechselwirkung statt, so dass in dieser Zeit keine Information über die Entwicklung der Laserfrequenz gewonnen wird. Daher führt das Rauschen der Laserfrequenz bei ganzzahligen Vielfachen der Zyklusfrequenz zu langsam variierenden Frequenzoffsets der atomaren Abfrage.

Die Berechnung des durch den Dick-Effekt verursachten Beitrags zur Instabilität des Frequenznormals wird mithilfe der Sensitivitätsfunktion durchgeführt, die die zeitliche Gewich-

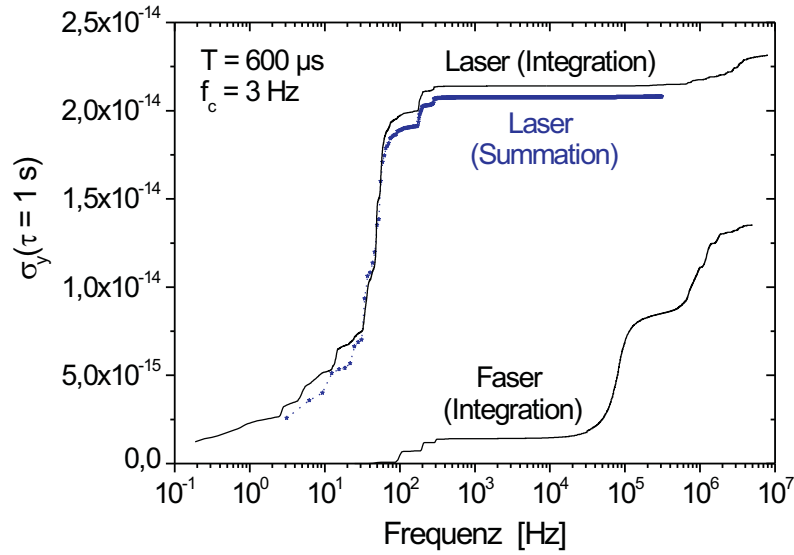


Abbildung 4.13: *Spektrale Aufsummation und näherungsweise Aufintegration von Aliasing-Beiträgen zur Instabilität des Calcium-Frequenznormals.* Laser: Berechnung mit dem Spektrum des Laserfrequenzrauschens aus Abb. 2.40. Faser: Berechnung mit dem Rauschspektrum aus Abb. 3.2 („max.“). Der Beitrag durch Aliasing ergibt sich aus der gewichteten Aufsummation der spektralen Dichte des Frequenzrauschens bei Vielfachen der Zyklusfrequenz $f_c = 3$ Hz. Die Integrationskurven stellen für Fourierfrequenzen ≥ 3 Hz Näherungen der Aliasing-Beiträge dar.

Die Empfindlichkeit des spektroskopischen Signals gegenüber Frequenzrauschen des Abfrageoszillators beschreibt (Anhang G). Die Allan-Varianz ergibt sich als Summation

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{\tau g_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (g_{sn}^2 + g_{cn}^2) S_\nu\left(\frac{n}{T_c}\right) \quad (4.15)$$

der spektralen Dichte S_ν des Laserfrequenzrauschens bei ganzzahligen Vielfachen der Zyklusfrequenz $f_c = \frac{1}{T_c}$, gewichtet mit den Fourierkoeffizienten g_{sn}^2 und g_{cn}^2 der Sensitivitätsfunktion $g(t)$ und normiert auf den Mittelwert g_0 von $g(t)$ über eine Zyklusperiode (siehe Anhang G).

Die Allan-Varianz aus Gleichung (4.15) wurde mit dem gemessenen Spektrum des Diodenlaser-Frequenzrauschens (Abschnitt 2.4.1) für die 4-Puls-Atominterferometrie bei unterschiedlichen Pulsabständen T berechnet [52]. Die Aufsummation der Instabilität bei dem Pulsabstand $T = 600 \mu\text{s}$ ist in Abb. 4.13 für die Mittelungszeit $\tau = 1$ s dargestellt (Zyklusfrequenz: $f_c = 3$ Hz). Um den Rechenaufwand zu begrenzen, wurde die Berechnung nur bis zur Ordnung $n = 100\,000$ durchgeführt. Alternativ wurde eine vereinfachte, näherungsweise Berechnung durch die Integration des Produkts von spektraler Frequenzrauschdichte und der Fouriertransformierten der Sensitivitätsfunktion durchgeführt (Anhang G). Das Ergebnis weicht nur geringfügig von der Summation gemäß Gleichung (4.15) ab.

Die dominanten Beiträge zur Instabilität sind durch niedrigfrequente Anteile des Spektrums gegeben, die auf Vibrationen der Referenzresonatoren zurückzuführen sind (Abschnitt 2.4.1, Abb. 2.40). Da auch Vibrationen des zweiten Referenzresonators zum gemessenen Spektrum

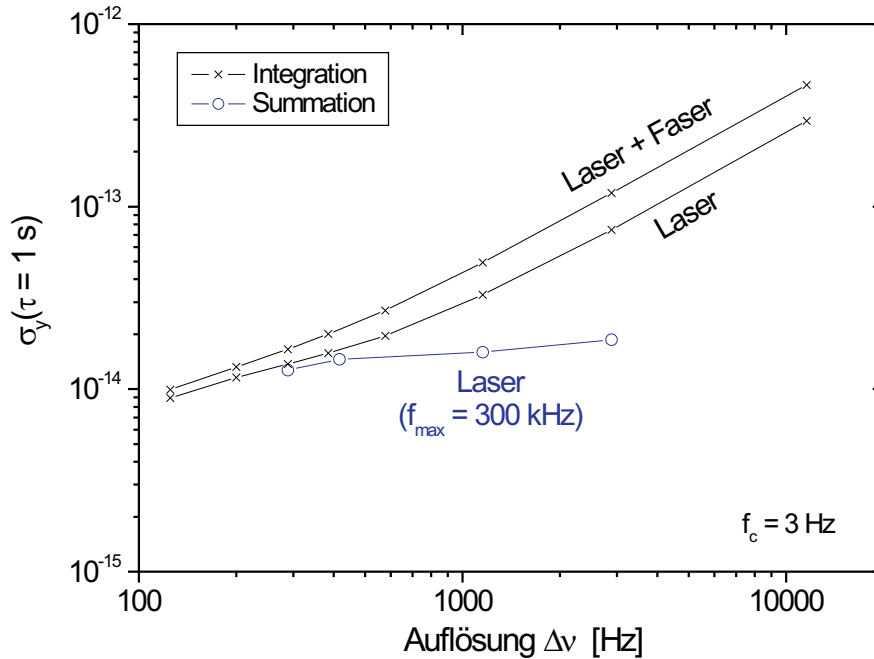


Abbildung 4.14: Beiträge durch Aliasing zur Instabilität des Calcium-Frequenznormals in Abhängigkeit von der Auflösung $\Delta\nu$ der Atominterferometrie. Für die Berechnung wurde der Anteil von Referenzresonator 2 aus dem gemessenen Laser-Frequenzrauschspektrum herausgerechnet, um nur den Einfluss des Spektroskopielasers zu erhalten. Die Summation gemäß Gleichung (4.15) wurde nur für Fourierfrequenzen bis 300 kHz durchgeführt, was die Abweichung von den Integrationskurven mit zunehmendem $\Delta\nu$ erklärt.

des Frequenzrauschens beitragen, ist mit dem Spektroskopielaser eine kleinere Instabilität zu erwarten. Für die Ermittlung des Beitrags durch die stabilisierte 30 m-Übertragungsfaser wurde das Phasenrauschspektrum aus Abschnitt 3.1, Abb. 3.2 („max.“), in Frequenzrauschen umgerechnet.

Die Aliasing-Beiträge durch Frequenzrauschen des Spektroskopielasers und der stabilisierten 30 m-Faserstrecke sind in Abb. 4.14 in Abhängigkeit von der atominterferometrischen Auflösung $\Delta\nu$ dargestellt (Mittelungszeit: $\tau = 1 \text{ s}$). Für die Berechnung des Beitrags vom Spektroskopielaser wurde der Anteil von Vibrationen des zweiten Referenzresonators mithilfe des Verhältnisses der Vibrationsamplituden beider Resonatoren (Abschnitt 2.3, Abb. 2.28) für Fourierfrequenzen bis 100 Hz aus dem gemessenen Frequenzrauschspektrum herausgerechnet.

Vergleich der Beiträge zur Instabilität

Die in diesem Kapitel ermittelten Beiträge zur Instabilität des Calcium-Frequenznormals sind zusammen Abb. 4.15 in Abhängigkeit von der Auflösung des atominterferometrischen Signals dargestellt (Mittelungszeit: $\tau = 1 \text{ s}$). Die Beiträge durch Quantenprojektionsrauschen und technischem Rauschen bei Anregung und Detektion wurden gemäß

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\pi Q S/R} \sqrt{t_c/\tau}. \quad (4.16)$$

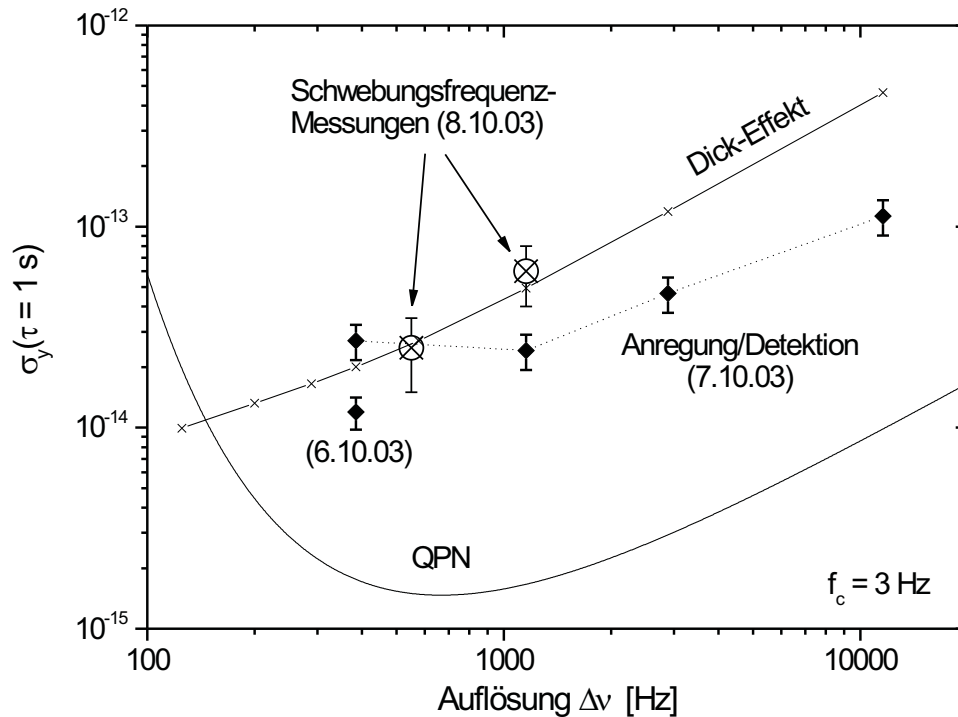


Abbildung 4.15: *Beiträge zur Instabilität des Calcium-Frequenznormals*. Der Beitrag durch den Dick-Effekt entspricht der Kurve „Laser+Faser“ aus Abb. 4.14 und beinhaltet den Einfluss des Spektroskopielasers und der 30 m-Übertragungsfaser. Der Beitrag durch zusätzliches technisches Rauschen bei der Anregung und Detektion der Atome ist aus dem zugehörigen Signal-zu-Rausch Verhältnis aus Abb. 4.12 berechnet („Mittelwert Extrema“). Auch das Quantenprojektionsrauschlimit (QPN) wurde aus dem Signal-zu-Rausch Verhältnis aus Abb. 4.12 bestimmt.

aus dem zugehörigen Signal-zu-Rausch Verhältnis S/R aus Abb. 4.12 berechnet. Dabei ist t_c die Dauer eines Abfragezyklusses, $Q = \frac{\nu_{Ca}}{\Delta\nu}$ die Liniengüte bei der Auflösung $\Delta\nu = \frac{1}{4T}$ und ν_{Ca} die atomare Übergangsfrequenz.

Ein Vergleich mit den Ergebnissen der Schwebungsfrequenzmessungen aus Abb. 4.5 bzw. 4.6 zeigt, dass die bei der Auflösung $\Delta\nu = 550 \text{ Hz}$ gemessene Instabilität in etwa gleichem Maße durch Laserfrequenzrauschen (Dick-Effekt) und weitere technische Rauschbeiträge bei der atomaren Anregung und der Signaldetektion gegeben ist.

Der Beitrag durch das Quantenprojektionsrauschen besitzt ein Minimum von $\sigma_y(\tau = 1 \text{ s}) \approx 1,5 \cdot 10^{-15}$ bei der Auflösung $\Delta\nu \approx 700 \text{ Hz}$. Der Anstieg bei kleiner Auflösung $\Delta\nu$ wird durch den exponentiellen Abfall der Amplitude des Interferometriesignals mit wachsendem Pulsabstand T verursacht (siehe Abb. 4.4). Der Anstieg mit wachsendem $\Delta\nu$ ist durch die Verringerung der Liniengüte in Gleichung (4.16) gegeben. Für die technischen Rauschbeiträge bei Anregung und Signaldetektion ist bei kleinen $\Delta\nu$ aufgrund der abnehmenden Signalamplitude ein ähnlicher Anstieg des Beitrags zur Instabilität zu erwarten, auch wenn hier keine Messwerte vorliegen.

Für größere $\Delta\nu$ wird die Instabilität des Calcium-Normals durch den Beitrag des Dick-Effekts dominiert. Daher stellt die gemessene Instabilität von $\sigma_y(\tau = 1 \text{ s}) \approx 2,5 \cdot 10^{-14}$ bei

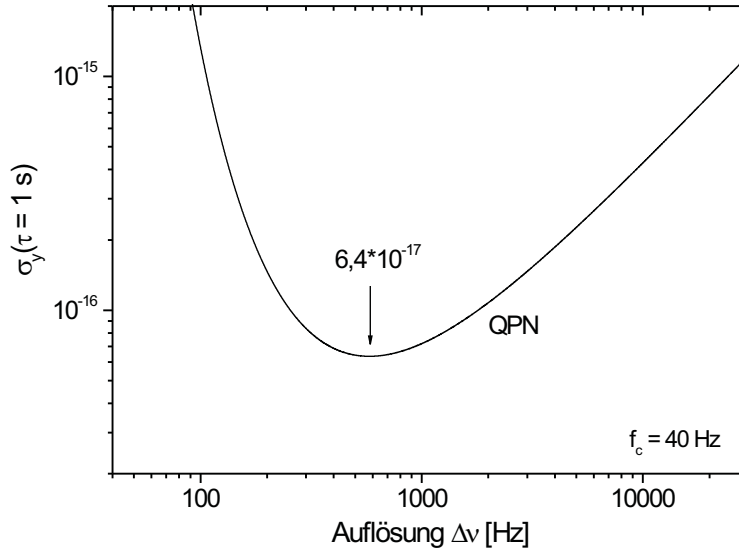


Abbildung 4.16: *Potenzial der Instabilität des Calcium-Frequenznormals*. Die durch das Quantenprojektionsrauschen gegebene Instabilität wurde für 40 Hz Zyklusfrequenz, $3 \cdot 10^7$ Atome und maximalen Kontrast berechnet.

der Auflösung $\Delta\nu = 550$ Hz annähernd das derzeit erreichbare Minimum der Instabilität des Calcium-Normals dar.

4.4 Potenzial des Calcium-Frequenznormals

Stabilität

Mit einer neuen Fallenapparatur für das Calcium-Frequenznormal, die zusätzlich einen Zeeman-Abbremsler besitzt, werden in Zukunft erheblich größere Laderaten in die magnetooptische Falle möglich sein. Abschätzungen ergaben 40 Hz Zyklusfrequenz und ca. $3 \cdot 10^7$ ultrakalte Atome, die bei jedem Zyklus für die Atominterferometrie zur Verfügung stehen [80]. Berechnet man mit diesen Parametern und dem größtmöglichen Kontrast (Abb. 4.4) das Quantenprojektionsrauschlimit der Stabilität des Frequenznormals, so erhält man die minimale Allan-Standardabweichung $\sigma_y(\tau = 1\text{ s}) = 6,4 \cdot 10^{-17}$ bei der Auflösung $\Delta\nu \approx 600$ Hz (Abb. 4.16). Um diese Instabilität nicht aufgrund des Dick-Effekts zu vergrößern, muss der Spektroskopielaser bei Fourierfrequenzen größer und gleich der Zyklusfrequenz extrem niedriges Frequenzrauschen aufweisen.

Bei weißem Frequenzrauschen kann der Aliasing-Beitrag für die 4-Puls-Atominterferometrie mit der Näherungsformel

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{S_0}{\tau} \left(\frac{1}{d} - 1 \right) \quad (4.17)$$

aus dem Tastverhältnis $d = \frac{2T}{T_c}$ (T_c : Zykluszeit) und der konstanten spektralen Dichte S_0 des Frequenzrauschens berechnet werden [54]. Für 40 Hz Zyklusfrequenz und die Auflösung $\Delta\nu = 600$ Hz erhält man $\frac{1}{d} - 1 = 29$, so dass ein Aliasing-Beitrag von $\sigma_y(\tau = 1\text{ s}) = 6 \cdot 10^{-17}$ dem weißen Frequenzrauschen $\sqrt{S_0} = 5 \frac{\text{mHz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$ entspricht. Um diese Rauschamplituden für Fourierfrequenzen ≥ 40 Hz mit den Diodenlasern aus dieser Arbeit zu erreichen, müssen Vibra-

tionen der Referenzresonatoren noch erheblich reduziert werden. Dies scheint im Prinzip aber möglich zu sein, wenn die Einstreuung niedrigfrequenter Akustik der Klimaanlage vermieden wird und z.B. eine Kombination von aktiver und passiver niedrigfrequenter Vibrationsisolierung eingesetzt wird. Alternativ ist auch eine schnelle atomare Vorstabilisierung des Lasers mithilfe eines Atomstrahls denkbar.

Die notwendige Reduzierung des Rauschens bei hohen Fourierfrequenzen kann mit einem zusätzlichen Hochfinesse-Resonator mit einer Linienbreite von etwa 1 kHz erzielt werden, der zur Tiefpassfilterung von Frequenzrauschen eingesetzt wird. Damit sollte sich der Einfluss durch den Dick-Effekt so weit reduzieren lassen, dass das Calcium-Frequenznormal mit einer Instabilität am Quantenprojektionsrauschlimit betrieben werden kann.

Genauigkeit

Die Unsicherheit des Calcium-Frequenznormalen beträgt gegenwärtig $1,2 \cdot 10^{-14}$, limitiert durch den Einfluss der Schwarzkörperstrahlung des Calcium-Ofens [17]. Mit der neuen Calcium-Fallenapparatur wird eine Unsicherheit von ca. $2 \cdot 10^{-15}$ erwartet, wobei der größte Beitrag durch den linearen Dopplereffekt aufgrund von Restbewegungen der auf wenige Mikrokkelvin abgekühlten Atome gegeben sein wird. Weitere Verbesserungen können möglicherweise durch die zukünftige Realisierung einer optischen Gitteruhr mit neutralen Calcium-Atomen erzielt werden. Daher wurden bereits erste Untersuchungen zur Speicherung der Atome in optischen Dipolfallen durchgeführt und die sogenannte „magische Wellenlänge“ bestimmt, bei welcher der Grundzustand und der angeregte Zustand des Uhrenübergangs die gleiche Frequenzverschiebung durch den dynamischen Stark-Effekt erfahren [17].

Kapitel 5

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde ein neues Diodenlasersystem für die hochauflösende Calcium-Atominterferometrie und ein zweites, identisches System für Vergleichsmessungen entwickelt. Mit den neuen Systemen wurden Diodenlaser mit der bislang kleinsten Linienbreite und Frequenzinstabilität realisiert, die zuverlässig über viele Stunden im Dauerbetrieb arbeiten. Ein System diente als Oszillator eines optischen Frequenznormals mit ultrakalten Calcium-Atomen ($T \approx 15 \mu\text{K}$). Die Instabilität des Frequenznormals wurde durch Schwebungsfrequenzmessungen mit dem zweiten System direkt ermittelt. Untersuchungen zum Rauschen des Spektroskopiesignals ergaben die Beiträge von Laserfrequenzrauschen und anderer technischer Einflüsse zur Instabilität des Frequenznormals.

Die neuen Diodenlaser besitzen im Vergleich zu dem alten Farbstofflasersystem eine um etwa zwei Größenordnungen kleinere Linienbreite und eine um etwa eine Größenordnung kleinere Kurzzeit-Instabilität. Diese Verbesserungen wurden mit neuen, stabilen ULE-Referenzresonatoren hoher Finesse erzielt. Der Vergleich der unabhängigen Systeme ergab eine Linienbreite des Schwebungssignals von 1,5 Hz in 1 s, die Allan-Standardabweichung betrug $\sigma_y(1\text{ s}) = 2 \cdot 10^{-15}$ bzw. 1 Hz absolut. Limitierend waren restliche Vibrationen und Drift der vibrationsisolierten und temperaturstabilisierten Resonatoren. Mit diesen Ergebnissen stehen erstmals Diodenlaser mit Hertz-Linienbreite und -Frequenzinstabilität für die höchstauffösende Spektroskopie zur Verfügung.

Die bei der Resonatoranbindung auftretenden Limitierungen erlauben noch weitere Verbesserungen. Bei der Stabilisierung von beiden Diodenlasern auf benachbarte Eigenresonanzen desselben Resonators wurde die bisher stabilste Resonatoranbindung von Diodenlasern gemessen. Die Linienbreite des Schwebungssignals betrug 0,3 Hz in 10 s, die Allan-Standardabweichung der Schwebungsfrequenz $\sigma_y(1\text{ s}) = 7 \cdot 10^{-16}$. Eine wesentliche Voraussetzung für diese Ergebnisse war die Vermeidung von Relativbewegungen durch die Fixierung der Resonatoren in der Vakuumkammer und die feste Verbindung von Vakuumkammer und Einkoppeloptik. Limitierende Faktoren waren die restliche Amplitudenmodulation aufgrund von Etaloneffekten der modenfilternden Glasfasern und Dopplerverschiebungen hervorgerufen durch Vibrationen auf dem Lasertisch. Durch eine zukünftige aktive Unterdrückung von Restamplitudenmodulation und eine höhere mechanische Stabilität des optischen Aufbaus sollte im Prinzip eine schrauschbegrenzte Resonatoranbindung möglich sein.

Die hohe mechanische Stabilität der Referenzresonatoren wurde durch eine zweistufige passive Vibrationsisolierung sowie aktive und passive Temperaturstabilisierung erreicht. Die Drift der Referenzresonatoren wurde mit der Calcium-Übergangsfrequenz als absoluter Referenz ermittelt. Vergleichsmessungen über einen Zeitraum von mehr als einem Jahr ergaben für den Referenzresonator des Spektroskopielasers eine Alterungs-Langzeitdrift von 73 mHz/s. Dies entspricht einer relativen Längenkontraktion des Resonators von $1,6 \cdot 10^{-16}/s$, die mit den Ergebnissen anderer Arbeitsgruppen vergleichbar ist.

Die Kurzzeitdrift der Resonatoren betrug weniger als 0,2 Hz/s. Die Subtraktion der Langzeitdrift ergab für den Referenzresonator des Calcium-Spektroskopielasers eine thermische Drift $< 0,1$ Hz/s. Dies entspricht einer Drift der mittleren Resonatortemperatur von nur wenigen Nanokelvin pro Sekunde.

Mit der hohen Temperaturstabilität der Referenzresonatoren wurden Grundlagen dafür geschaffen, dass das Potenzial von ULE-Resonatoren in Zukunft voll ausgeschöpft werden kann. Dazu ist ein Betrieb der Resonatoren nahe des für ULE typischen Nulldurchgangs des thermischen Ausdehnungskoeffizienten erforderlich, wodurch ein Ausdehnungskoeffizient von weniger als $10^{-10}/K$ realisierbar ist.

Die Nulldurchgangstemperatur der Resonatoren wurde experimentell ermittelt. Sie liegt für beide Resonatoren entgegen der Spezifikation des Herstellers ($\geq 20^\circ C$) bei ca. $11^\circ C$. Die Resonatoren wurden bei $24^\circ C$ betrieben, so dass der thermische Ausdehnungskoeffizient ca. $2,3 \cdot 10^{-8}/K$ betrug. Eine Abkühlung der Resonatoren auf die Nulldurchgangstemperatur wurde nicht realisiert, weil dies aufgrund der notwendigen Wärmeabführung mit dem Eintrag von zusätzlichen Vibrationen verbunden wäre oder einen sehr hohen technischen Aufwand erfordern würde.

Liegt der Nulldurchgang zukünftig eingesetzter ULE-Resonatoren oberhalb der Raumtemperatur, kann mit der Temperaturstabilität der Resonatoren aus dieser Arbeit eine thermische Resonatordrift < 1 mHz/s erzielt werden. Dies entspricht einer relativen Frequenzdrift $< 2 \cdot 10^{-18}/s$, die etwa zwei Größenordnungen kleiner als die Langzeitdrift ist. Dadurch wird die Langzeitdrift des Resonators auch auf kurzen Zeitskalen (z.B. Minuten) präzise bestimmbar, wofür ein schmaler atomarer Übergang als absolute Referenz dienen oder ein Femtosekundenlaser zur Messung der Absolutfrequenz eingesetzt werden kann. Auf diese Weise läßt sich untersuchen, wie konstant die Langzeitdrift ist und ob Sprünge auf der Hz- oder mHz-Skala auftreten. Bei auf dieser Skala linearer und kontinuierlicher Langzeitdrift eröffnen sich Perspektiven für ULE-Referenzresonatoren, deren relative Frequenzdrift auf weniger als $10^{-18}/s$ bestimmbar und kompensierbar ist. Dies würde die Reduzierung des Beitrags von nicht vorhersagbarer Resonatordrift zur relativen Unsicherheit des Calcium-Frequenznormals von derzeit $2 \cdot 10^{-16}$ [17] auf weniger als 10^{-18} ermöglichen.

ULE-Resonatoren mit niedriger Drift eignen sich auch für Grundlagenexperimente bezüglich der allgemeinen und speziellen Relativitätstheorie. Sie haben gegenüber kryogenen Resonatoren den Vorteil, dass sie nicht auf tiefe Temperaturen gekühlt werden müssen, wodurch sie sich insbesondere für Weltraumprojekte anbieten. Bei einem thermischen Ausdehnungskoeffizienten $< 10^{-10}/K$ würde die thermische Längenänderung der Resonatoren aus dieser Arbeit bereits in der Größenordnung der Anforderungen für das geplante Satellitenexperiment OPTIS liegen [38]. Die Bestimmung der relativen Resonator-Langzeitdrift mit der erforderlichen Genauigkeit von etwa $8 \cdot 10^{-18}/s$ [39] wäre ebenso möglich.

Das neue Diodenlaserspektrometer dient als Oszillator des optischen Frequenznormals mit neutralen, ultrakalten Calcium-Atomen. Für den Transport des Lichts zum Calcium-Experiment wurden phasenstabile Übertragungstrecken realisiert. Von dem separaten, ruhigen Laborraum, in dem sich die stabilen Diodenlaser befinden, wird das Licht mit einer 30 m langen, aktiv stabilisierten Faser zum Calcium-Experiment geführt. Im Calcium-Laborraum sorgen vibrationsarme Übertragungstrecken für den phasenstabilen Lichttransport.

Für die Realisierung des Calcium-Frequenznormals wurde mithilfe von hochauflösender Ramsey-Bordé-Atominterferometrie im Zeitbereich ein atomares Diskriminatorsignal erzeugt. Dazu wurde das Licht des Diodenlaserspektrometers mit injektionsgekoppelten Laserdioden verstärkt und mithilfe von akustooptischen Modulatoren geschaltet. Mit Ensembles von ca. $3 \cdot 10^6$ ultrakalten Atomen konnte ein hoher Kontrast des Atominterferenzsignals erzielt werden, der mindestens 50 % des theoretischen Maximalwertes betrug. Der Einfluss von Frequenzrauschen des Spektroskopielasers verursachte dabei eine Kontrastverminderung von weniger als 3 %.

Die Instabilität des Calcium-Normals wurde durch Schwebungsfrequenzmessungen mit dem zweiten stabilen Diodenlaser direkt ermittelt. Bei 550 Hz Auflösung des Interferometersignals und 3 Hz Zyklusfrequenz betrug die Allan-Standardabweichung $\sigma_y(\tau) \approx 2,5 \cdot 10^{-14}/\sqrt{\tau}$. Die Zyklusfrequenz war limitiert durch die niedrige Laderate der Atome aus dem Calcium-Atomstrahl in die magnetooptische Falle. Die gemessene Instabilität war in etwa gleichem Maße durch Frequenzrauschen des Spektroskopielasers und andere technische Rauschbeiträge gegeben und lag etwa eine Größenordnung über dem Quantenprojektionsrauschlimit. Der Beitrag durch Laserfrequenzrauschen (Dick-Effekt) wurde aus dem gemessenen Frequenzrauschspektrum berechnet und der Einfluss anderer Rauschbeiträge durch Messungen des atominterferometrischen Signalrauschens bestimmt.

Kleinere Instabilitäten des Frequenznormals können in naher Zukunft mit einer höheren Zyklusfrequenz erzielt werden. Eine neue Fallenapparatur wird durch den Einsatz eines Zeeman-Abbremsers eine erheblich größere Laderate der Atome in die magnetooptische Falle ermöglichen [17]. Dadurch werden etwa $3 \cdot 10^7$ ultrakalte Atome bei 40 Hz Zyklusfrequenz für die Atominterferometrie zur Verfügung stehen. Mit diesen Parametern beträgt die durch das Quantenprojektionsrauschen gegebene Instabilität minimal $\sigma_y(\tau) \approx 6 \cdot 10^{-17}/\sqrt{\tau}$ bei einer Auflösung des Interferenzsignals von 600 Hz.

Um das Quantenlimit der Stabilität zu erreichen, muss der Einfluss von technischem Rauschen noch erheblich verringert werden. Durch Verbesserungen der Vibrationsisolierung des Referenzresonators und den Einsatz eines zusätzlichen Hochfinesse-Resonators zur Tiefpassfilterung kann das Frequenzrauschen des Spektroskopielasers und damit der Beitrag durch den Dick-Effekt so weit reduziert werden, dass eine Instabilität des Calcium-Frequenznormals am Quantenprojektionsrauschlimit möglich wird.

Anhang A

Schawlow-Townes-Linienbreite

Die Schawlow-Townes-Linienbreite

$$\Delta\nu = \frac{R_{sp}}{4\pi\bar{n}}(1 + \alpha^2), \quad (\text{A.1})$$

stellt das durch den Prozess der spontanen Emission gegebene Quantenlimit der Linienbreite, d.h. der vollen Halbwertsbreite (FWHM) des optischen Leistungsspektrums eines Lasers dar. Dabei ist R_{sp} die Rate der Spontanemissionen in den Lasermode und \bar{n} die mittlere Photonenzahl im Laserresonator [28, 74, 83]. Der Linienverbreiterungsparameter α berücksichtigt die Kopplung von Amplitude und Phase bei Diodenlasern, die zusätzliches Phasenrauschen durch die bei Spontanemissionen auftretenden Amplitudenfluktuationen des Laserfeldes bewirkt: Durch die sprunghaften Änderungen der Lichtfeldamplitude, hervorgerufen durch spontan emittierte Photonen, treten Relaxationsoszillationen auf, da sich der Laser nicht im Gleichgewichtszustand von Besetzungsinversion und Photonenzahl befindet. Damit fluktuieren in einer Laserdiode auch die Ladungsträgerdichte und der Brechungsindex. Dies führt aufgrund der Änderungen der optischen Weglänge des Laserresonators zu Phasen- bzw. Frequenzfluktuationen. Der Parameter α ist explizit gegeben durch

$$\alpha = -2k \frac{dn/dN}{dg/dN}, \quad (\text{A.2})$$

dabei ist $k = \frac{2\pi\nu}{c}$ der Betrag des Wellenvektors, n der Brechungsindex, g die Verstärkung pro Längeneinheit und N die Ladungsträgerdichte [28]. Aus Gleichung (A.1) erhält man

$$\Delta\nu = \frac{\mu}{4\pi\bar{n}\tau_c}(1 + \alpha^2), \quad (\text{A.3})$$

indem man für die spontane Emissionsrate $R_{sp} = \frac{\mu}{\tau_c}$ einsetzt [83]. Dabei ist $\mu = \frac{N_2}{N_2 - N_1}$ der Inversionsparameter, der aus der Besetzungsdichte N_1 des Grundzustandes und N_2 des angeregten Zustandes berechnet wird, und τ_c die Photonenlebensdauer (Speicherzeit) im Laserresonator (siehe Abschnitt 2.2.1). Durch weiteres Umformen ergibt sich schließlich

$$\Delta\nu = \frac{h\nu c^2 (1 - R)^2 \mu}{4\pi P (L_{opt})^2} (1 + \alpha^2). \quad (\text{A.4})$$

Um diese Gleichung zu erhalten, nimmt man vereinfachend für beide Endspiegel des Laserresonators die gleiche Reflektivität R und für einen kompletten Lichtumlauf im Laserresonator

den Gesamtverlust $\delta_c = 2(1 - R)$ an. Die Zahl der Photonen, die bei einem Resonatorumlauf, d.h. in der Zeit $T_{2L} = \frac{2L_{opt}}{c}$, aus dem Resonator austreten, beträgt $\delta_c \bar{n}$, wobei weitere Verluste vernachlässigt werden. Dabei ist L_{opt} die optische Weglänge des Laserresonators und c die Vakuumlichtgeschwindigkeit. Die Rate der austretenden Photonen beträgt also $\frac{\delta_c \bar{n}}{T_{2L}} = \frac{\bar{n}}{\tau_c}$, da $\tau_c = \frac{T_{2L}}{\delta_c}$ (siehe Abschnitt 2.2.1). Damit erhält man die Ausgangsleistung $P = \frac{\bar{n} h \nu}{\tau_c}$ bzw. $\bar{n} = \frac{P \tau_c}{h \nu}$. Setzt man zunächst dies und dann $\tau_c = \frac{L_{opt}}{c(1-R)}$ in Gleichung (A.3) ein, so erhält man als Ergebnis Gleichung (A.4).

Anhang B

Spektrale Leistungsdichte

Rauschen im Frequenzbild

Für eine zeitabhängige Rauschgröße $x(t)$ kann man die *spektrale Leistungsdichte* (oder kurz *spektrale Dichte*)

$$S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{4\pi}{T} |F_T(\omega)|^2 \quad (\text{B.1})$$

definieren, dabei ist

$$F_T(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t) e^{-i\omega t} dt \quad (\text{B.2})$$

die Fouriertransformierte von $x(t)$ mit der endlichen Beobachtungszeit T [83]. Das rms-Rauschen im Frequenzintervall $[\omega, \omega + d\omega]$ ist gegeben durch

$$\Delta x = \sqrt{S_x(\omega) d\omega}. \quad (\text{B.3})$$

Beschreibt $x(t)$ das Spannungsrauschen an einem 1Ω -Widerstand, so ist

$$(\Delta x)^2 = S_x(\omega) d\omega \quad (\text{B.4})$$

die elektrische Leistung im Frequenzintervall $[\omega, \omega + d\omega]$, daher wird $S_x(\omega)$ oft auch als *spektrale Leistungsdichte* bezeichnet. Die gesamte elektrische Rauschleistung P bekommt man durch Integration:

$$P = \int_{\omega > 0}^{\infty} S_x(\omega) d\omega. \quad (\text{B.5})$$

Betrachtet man physikalische Frequenzen f statt Winkelfrequenzen $\omega = 2\pi f$, so erhält man mit

$$S_x(\omega) d\omega = S_x(f) df \quad (\text{B.6})$$

die spektrale Dichte

$$S_x(f) = 2\pi S_x(\omega) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{8\pi^2}{T} |F_T(\omega)|^2. \quad (\text{B.7})$$

Wiener-Khintchine-Theorem

Ein Maß für die Korrelation zweier Rauschgrößen $x_1(t)$ und $x_2(t)$ ist die Korrelationsfunktion (oder Kreuzkorrelationsfunktion)

$$g_{x_1, x_2}(\tau) = \overline{x_1(t)x_2(t+\tau)} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x_1(t)x_2(t+\tau) dt. \quad (\text{B.8})$$

Es wird also der zeitliche Mittelwert $\overline{x_1(t)x_2(t+\tau)}$ über das Produkt beider Funktionen gebildet, wobei eine Funktion um die variable Zeitspanne τ verschoben ist. Ein Spezialfall ist die Autokorrelationsfunktion mit $x_1 = x_2 = x$

$$g_{x,x}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} x(t)x(t+\tau) dt. \quad (\text{B.9})$$

Sie lässt sich umformen [83] zu

$$g_{x,x}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{4\pi |F_T(\omega)|^2}{T} e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (\text{B.10})$$

Nach obiger Definition von $S_x(\omega)$ erhält man daraus

$$g_{x,x}(\tau) = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^{\infty} S_x(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega. \quad (\text{B.11})$$

Man kann die spektrale Dichte daher auch als Fouriertransformierte

$$S_x(\omega) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} g_{x,x}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (\text{B.12})$$

der Autokorrelationsfunktion $g_{x,x}(\tau)$ definieren. Dieser Zusammenhang wird als *Wiener-Khintchine-Theorem* bezeichnet.

Addition von Rauschamplituden

Mithilfe des Wiener-Khintchine-Theorems lässt sich zeigen, dass die spektralen Dichten bei der Kombination von unkorrelierten Rauschprozessen addiert werden. Betrachtet man zwei unabhängige Rauschamplituden $x_1(t)$ und $x_2(t)$, die hier die Abweichung vom Mittelwert der gemessenen physikalischen Größe darstellen sollen, d.h. $\overline{x_1(t)} = \overline{x_2(t)} = 0$, so erhält man bei Addition der Rauschamplituden $x(t) = x_1(t) + x_2(t)$ die Autokorrelationsfunktion

$$g_{x,x}(\tau) = \overline{(x_1(t) + x_2(t)) \cdot (x_1(t+\tau) + x_2(t+\tau))} \quad (\text{B.13})$$

und durch Ausmultiplizieren

$$g_{x,x}(\tau) = \overline{x_1(t)x_1(t+\tau)} + \overline{x_1(t)x_2(t+\tau)} + \overline{x_2(t)x_1(t+\tau)} + \overline{x_2(t)x_2(t+\tau)}. \quad (\text{B.14})$$

Da die Rauschprozesse unkorreliert sind, gilt für die gemischten Terme $\overline{(x_1(t)x_2(t+\tau))} = \overline{(x_2(t)x_1(t+\tau))} = 0$ und damit

$$g_{x,x}(\tau) = g_{x_1,x_1}(\tau) + g_{x_2,x_2}(\tau). \quad (\text{B.15})$$

Mit (B.12) ergibt sich also

$$S_x(\omega) = S_{x_1}(\omega) + S_{x_2}(\omega), \quad (\text{B.16})$$

d.h. bei unabhängigen Rauschprozessen addieren sich die spektralen Dichten.

Anhang C

Allan-Standardabweichung

Die Stabilität einer zeitabhängigen Grösse $y(t)$ kann mit der *2-Punkt-Varianz* oder *Allan-Varianz*

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{2(N-1)} \sum_{k=1}^{N-1} (\bar{y}_{k+1} - \bar{y}_k)^2 \quad (\text{C.1})$$

charakterisiert werden. Dabei wird eine Zeitserie von $y(t)$ in N Intervalle der Länge τ eingeteilt; \bar{y}_k ist der Mittelwert von $y(t)$ im k -ten Intervall. Bei der Beschreibung der Frequenzstabilität von Oszillatoren mit der Frequenz $\nu(t) = \nu_0 + \delta\nu(t)$ wird üblicherweise die *relative 2-Punkt Allan-Standardabweichung* oder abgekürzt *Allan-Standardabweichung*

$$\sigma_y(\tau) = \frac{1}{\nu_0} \sqrt{\frac{1}{2(N-1)} \sum_{k=1}^{N-1} (\bar{\nu}_{k+1} - \bar{\nu}_k)^2} \quad (\text{C.2})$$

verwendet [1, 5]. Die Allan-Varianz bietet sich zur Beschreibung der zeitlichen Stabilität von Rauschgrößen an, da sie im Gegensatz zur rms-Standardabweichung für alle bekannten Rauschprozesse konvergiert, z.B. auch für Funkel-Rauschen und Random-Walk der Frequenz [5]. Die Allan-Varianz läßt sich durch Integration aus der spektralen Dichte $S_y(f)$ berechnen [59]:

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^{\infty} S_y(f) \frac{(\sin \pi f \tau)^4}{(\pi f \tau)^2} df. \quad (\text{C.3})$$

Kann die spektrale Dichte durch ein Potenzgesetz

$$S_y(f) = c_\alpha f^\alpha \quad (\text{C.4})$$

beschrieben werden, so gilt für die Allan-Varianz [2]

$$\sigma_y^2(\tau) = d_\alpha \tau^\beta. \quad (\text{C.5})$$

Die Exponenten dieser Beziehungen sind folgendermaßen verknüpft:

$$\beta = \begin{cases} -\alpha - 1 & \text{für } \alpha \leq 1 \\ -2 & \text{für } \alpha \geq 1 \end{cases} \quad (\text{C.6})$$

Rauschprozess	α	β
Weißes Phasenrauschen	2	-2
Funkel-Rauschen der Phase	1	-2
Weißes Frequenzrauschen	0	-1
Funkel-Rauschen der Frequenz	-1	0
Random-Walk der Frequenz	-2	1

Tabelle C.1: Potenzen der spektralen Dichte $S_y(f) = c_\alpha f^\alpha$ und der Allan-Varianz $\sigma_y^2(\tau) = d_\alpha \tau^\beta$ für verschiedene Rauschprozesse

Betrachtet man eine Oszillatorfrequenz $y(t) = \nu(t)$, so kann man man verschiedenen Exponenten α der spektralen Dichte unterschiedliche Rauschprozesse zuordnen, wie in Tabelle C.1 zu sehen ist. Für $\alpha = 1$ und $\alpha = 2$ (Funkel-Rauschen und weißes Rauschen der Phase) ist die Unterscheidung nicht eindeutig, da in beiden Fällen $\beta = -2$ gilt. Um dies aufzulösen, wird in [3] eine modifizierte Allan-Varianz beschrieben, die auch diese Fälle unterscheidet. Sie ist aufwendiger zu berechnen und wird in dieser Arbeit nicht angewendet.

Auch zwischen den Koeffizienten c_α und d_α existieren Beziehungen. Für die drei Frequenz-Rauschprozesse aus Tabelle C.1 erhält man [2]:

$$d_0 = \frac{1}{2} c_0 \quad (\text{C.7})$$

$$d_{-1} = 2 \ln(2) c_{-1} \quad (\text{C.8})$$

$$d_{-2} = \frac{1}{6} (2\pi)^2 c_{-2} \quad (\text{C.9})$$

Mit diesen Beziehungen und den Exponenten aus Tabelle C.1 kann die Allan-Varianz aus der spektralen Dichte berechnet werden und umgekehrt.

Anhang D

Pound-Drever-Hall Diskriminatorsignal

Bei dem Pound-Drever-Hall Verfahren für die Frequenzstabilisierung von Lasern auf Eigenresonanzen von Referenzresonatoren wird mit phasenmoduliertem Licht und durch die Detektion des vom Resonator reflektierten Lichts ein Fehlersignal generiert.

Für einen Resonator mit zwei identischen Spiegeln (Amplitudenreflektivität r) erhält man ausgehend von der Resonator-Vielstrahlinterferenz [65] den Reflektionskoeffizient

$$F(\omega) = \frac{E_{ref}}{E_{in}} = r \frac{e^{i\delta} - 1}{1 - r^2 e^{i\delta}}, \quad (\text{D.1})$$

der das Verhältnis der Feldamplituden E_{in} des eingestrahlenen Lichts und E_{ref} des reflektierten Lichts darstellt [10]. Dabei ist ω die optische Frequenz, $\delta = \frac{\omega}{FSR}$ die Phasenverschiebung, die das Licht bei einem Resonatorumlauf erfährt und $FSR = \frac{c}{2L}$ der freie Spektralbereich des Resonators. Für phasenmoduliertes Licht

$$E_{in} = E_0 e^{i(\omega t + \beta \sin \Omega t)} \quad (\text{D.2})$$

mit der Modulationsfrequenz Ω und dem Modulationsindex β erhält man durch Fourierentwicklung Seitenbänder bei den Frequenzen $\omega + n\Omega$, die mit den Besselfunktionen $J_n(\beta)$ gewichtet sind ($n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$). Für $\beta < 1$ können Seitenbänder mit $n \geq 2$ vernachlässigt werden und man erhält

$$E_{in} \approx E_0 (J_0(\beta) e^{i\omega t} + J_1(\beta) e^{i(\omega + \Omega)t} - J_1(\beta) e^{i(\omega - \Omega)t}). \quad (\text{D.3})$$

Die gesamte optische Leistung $P_0 = |E_0|^2$ verteilt sich gemäß

$$P_0 \approx P_c + 2P_s \quad (\text{D.4})$$

auf den Träger mit der Leistung $P_c = J_0^2(\beta)P_0$ und die beiden Seitenbänder erster Ordnung mit der Leistung von jeweils $P_s = J_1^2(\beta)P_0$. Mit dem Reflektionskoeffizient aus Gleichung (D.1) ergibt sich für das reflektierte Feld

$$E_{ref} = E_0 \left[F(\omega) J_0(\beta) e^{i\omega t} + F(\omega + \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega + \Omega)t} - F(\omega - \Omega) J_1(\beta) e^{i(\omega - \Omega)t} \right]. \quad (\text{D.5})$$

Mit der Photodiode wird die Leistung $P_{ref} = |E_{ref}|^2$ gemessen, für die man schließlich

$$P_{ref} = P_c |F(\omega)|^2 + P_s [|F(\omega + \Omega)|^2 + |F(\omega - \Omega)|^2] + 2\sqrt{P_c P_s} [A(\omega) \cos \Omega t + D(\omega) \sin \Omega t] \quad (\text{D.6})$$

mit dem Absorptionsterm

$$A(\omega) = \text{Re}[F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)] \quad (\text{D.7})$$

und dem Dispersionsterm

$$D(\omega) = \text{Im}[F(\omega)F^*(\omega + \Omega) - F^*(\omega)F(\omega - \Omega)] \quad (\text{D.8})$$

erhält [10]. Zusätzliche Sinus- und Kosinusterme mit dem Argument $2\Omega t$ wurden in Gleichung (D.6) weggelassen, da sie nicht das gewünschte Signal enthalten und herausgefiltert werden können. Bei den Pound-Drever-Hall Stabilisierungen aus dieser Arbeit geschieht dies mithilfe von Sperrfiltern bei der Frequenz 2Ω . Bei dem Pound-Drever-Hall Verfahren wird der Dispersionsterm als Diskriminatorflanke für die Stabilisierung eingesetzt. Er lässt sich durch die Multiplikation mit $\sin\Omega t$ extrahieren, was experimentell durch das phasenrichtige Mischen des Signals mit der Modulationsfrequenz realisiert wird. Aufgrund der Beziehungen

$$\sin x \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x \quad (\text{D.9})$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2x \quad (\text{D.10})$$

erhält man durch die Multiplikation von Gleichung (D.6) mit $\sin\Omega t$ den Dispersionsterm und Terme mit $\sin\Omega t$, $\sin 2\Omega t$ und $\cos 2\Omega t$, die durch Tiefpassfilterung unterdrückt werden können. Betrachtet man die Verstimmung $\Delta = \omega - \omega_0$ gegenüber einer Eigenfrequenz ω_0 des Resonators, so erhält man durch Einsetzen von Gleichung (D.1) in Gleichung (D.8) und anschließendes Umformen für $\Delta \ll 2\pi FSR$

$$D(\Delta) = \frac{\Omega^2 \Gamma \Delta (\Gamma^2 + \Omega^2 - \Delta^2)}{(\Delta^2 + \Gamma^2)((\Delta + \Omega)^2 + \Gamma^2)((\Delta - \Omega)^2 + \Gamma^2)}, \quad (\text{D.11})$$

wobei $\Gamma = 2\pi \frac{\Delta\nu_{\text{cav}}}{2}$ die halbe Resonatorlinienbreite ist.

Schrotrauschlimit

Amplitudenrauschen des detektierten Lichts bei der Modulationsfrequenz Ω wird durch das Heruntermischen mit $\sin\Omega t$ in Fehlersignalrauschen umgesetzt und bei geschlossener Regelschleife in entsprechendes Frequenzrauschen des stabilisierten Lasers umgewandelt. Das schrotrauschbegrenzte Detektorrauschen

$$\sqrt{S_\nu} = \frac{\sqrt{hc^3}}{8} \frac{1}{FL\sqrt{\lambda P_c}} \quad (\text{D.12})$$

erhält man aus der Steigung des Dispersionsterms [10]. Dabei ist F die Finesse und L die Länge des Resonators und λ die Wellenlänge des Lichts. Für die Referenzresonatoren aus dieser Arbeit erhält man mit $F = 80000$, $L = 10$ cm, $\lambda = 657$ nm und $P_c = 10$ μ W die Frequenzrauschamplitude $\sqrt{S_\nu} = 8 \cdot 10^{-4} \frac{\text{Hz}}{\sqrt{\text{Hz}}}$.

Anhang E

Rauschen der Pound-Drever-Hall Detektoren

Die Detektoren der Pound-Drever-Hall Stabilisierungen aus dieser Arbeit besitzen Silizium-PIN-Fotodioden (SFH 217, Siemens), deren Effizienz gemäß der spektralen Empfindlichkeitskurve aus dem Datenblatt $R = 0.48$ A/W bei der Wellenlänge $\lambda = 657$ nm beträgt. Dahinter ist ein Transimpedanzverstärker (Operationsverstärker: CLC425, Comlinear Corporation) mit einem 5 k Ω -Rückkoppelwiderstand geschaltet.

Das elektronische Rauschen von Diode und Transimpedanzverstärker setzt sich aus dem thermischen Widerstandsrauschen des Rückkoppelwiderstands (Johnson-Rauschen), dem Eingangsstromrauschen und -Spannungsrauschen des Operationsverstärkers und dem Dunkelstromrauschen der Diode zusammen. Dazu kommt das Elektronen-Schrotrauschen und durch hochfrequentes technisches Amplitudenrauschen des detektierten Lichts bedingtes Rauschen. Das durch das *Johnson-* oder *Nyquist-Rauschen* verursachte weiße Spannungsrauschen, hervorgerufen durch die thermische Bewegung der Elektronen in ohmschen Widerständen, besitzt die spektrale Dichte

$$S_{U,Johnson}(f) = 4kTR. \quad (\text{E.1})$$

Dabei ist $k \approx 1,38 \cdot 10^{-23}$ J/K die Boltzmannkonstante, T die absolute Temperatur und R der Widerstand [83]. Mit dem Rückkoppelwiderstand $R = 5$ k Ω erhält man

$$\sqrt{S_{U,Johnson}(f)} = 9,1 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}.$$

Für das Eingangs-Stromrauschen des Operationsverstärkers ist bei Frequenzen > 100 kHz laut Datenblatt $\sqrt{S_{I,Input}(f)} = 1,6 \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, dies ergibt mit dem Widerstand $R = 5$ k Ω eine Amplitude des Spannungsrauschens von

$$\sqrt{S_{U,Input}(f)} = 8 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}.$$

Ebenso ist für das Eingangs-Spannungsrauschen

$$\sqrt{S_{U,Uinput}(f)} = 1,05 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}.$$

angegeben. Rechnet man alle drei Beiträge zusammen, so erhält man

$$\sqrt{S_{U,Johnson}(f) + S_{U,Input}(f) + S_{U,Uinput}(f)} = 12,2 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}} \quad (\text{E.2})$$

für das elektronische Eigenrauschen ohne Licht. Das Dunkelrauschen der Fotodiode ist mit etwa $20 \frac{\text{fA}}{\sqrt{\text{Hz}}}$ so klein, dass es hier vernachlässigt werden kann.

Das durch das Elektronen-Schrotrauschen gegebene weiße Stromrauschen besitzt die spektrale Dichte [83]

$$S_{I,shotnoise}(f) = 2e\bar{I}. \quad (\text{E.3})$$

Bei einem Strom von $10 \mu\text{A}$ ergibt sich die Rauschamplitude $\sqrt{S_{I,shotnoise}} = 1,8 \frac{\text{pA}}{\sqrt{\text{Hz}}}$, dies führt mit $R = 5 \text{ k}\Omega$ zu einem Spannungsrauschen von

$$\sqrt{S_{U,shotnoise}(f)} = 9 \frac{\text{nV}}{\sqrt{\text{Hz}}}.$$

Für eine Charakterisierung des elektronischen Detektionsrauschens der Pound-Drever-Hall Detektoren wurde bei dem 16 MHz-System mit einem FFT-Analysator das Rauschen des elektronischen Fehlersignals am Mischerauszgang in Abhängigkeit von der optischen Leistung auf dem Detektor gemessen. Es zeigte sich, dass das gemessene weiße Rauschen ohne Licht mehr als einen Faktor 3 größer als das Elektronen-Schrotrauschen bei $10 \mu\text{A}$ Photostrom (d.h. ca. $20 \mu\text{W}$ detektierter optischer Leistung) ist. Es liegt also zusätzliches elektronisches Rauschen vor, welches das Elektronen-Schrotrauschen und das thermische Widerstandsrauschen deutlich übersteigt. Ob und in welchem Maße der Transimpedanzverstärker, die nachfolgenden HF-Verstärker (GPD401 und GPD201, Avantek), der Mischer oder das Oszillatorsignal dazu beitragen, muss für zukünftige Verbesserungen untersucht werden. Wurde das Signalkabel vor dem Mischer abgezogen, so verringerte sich der Rauschpegel im Vergleich zum Rauschen ohne Licht auf dem Detektor um etwa 20 dB.

Anhang F

Regelverstärker der Frequenzstabilisierung

Die elektronische Schaltung des Regelverstärkers der Pound-Drever-Hall Regelung ist in Abb. F.1 dargestellt. Das Signal vom Ausgang des Mischers (IF-Signal) wird mit einem unterhalb von 40 kHz Fourierfrequenz integrierenden PI-Verstärker (Operationsverstärker C) und einem weiteren zuschaltbaren PI-Verstärker (Operationsverstärker B) verstärkt, der für eine zusätzliche Integration für Fourierfrequenzen zwischen 230 Hz und 133 kHz sorgt. Die DC-Verstärkung von 55 dB des zweiten Integrators ergibt sich durch den aktiven Verstärker (Verstärkung $10 \text{ M}\Omega/5 \text{ k}\Omega$) und den nachfolgenden Spannungsteiler ($1,62 \text{ k}\Omega/5,62 \text{ k}\Omega$ Abschwächung). Im Anschluss wird das Signal für den schnellen Regelzweig (Stellelement: EOM im Laserresonator) und den langsamen Regelzweig (Stellelement: Piezoelement am Rückkopplungsspiegel) aufgeteilt. Die Übernahmefrequenz des langsamen Regelzweiges, der einen weiteren Integrator besitzt, kann durch die Variation der Regelverstärkung mit einem Spannungsteiler eingestellt werden. Bei diesem Regelzweig ist außerdem das Vorzeichen des Regelsignals mithilfe eines Invertierers einstellbar.

Das elektronische Fehlersignal der Regelung am Mischerausgang (IF-Signal) kann bei geöffnetem und geschlossenem Regelkreis an einem separaten Ausgang mit Faktor 10 Verstärkung gemessen werden (Monitor Eingang x 10).

Anhang G

Sensitivitätsfunktion

Der Beitrag zur Instabilität eines Frequenznormals mit zyklischer Abfrage durch Frequenzrauschen des Abfrageoszillators aufgrund von Aliasing (Dick-Effekt) wird mithilfe der sogenannten *Sensitivitätsfunktion* (*sensitivity function*) berechnet. Die zeitliche Verlauf der Antwortfunktion $P(t)$ eines atomaren Diskriminatorsignals, für das eine lineare Steigung angenommen wird, auf Frequenzfluktuationen $\Delta\omega(t)$ des Abfrageoszillators kann allgemein durch die Faltung

$$P(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t + \tau) \Delta\omega(\tau) d\tau \quad (\text{G.1})$$

mit der Sensitivitätsfunktion $g(t)$ beschrieben werden, die die zeitliche Gewichtung der Empfindlichkeit des spektroskopischen Signals gegenüber Frequenzrauschen des Abfrageoszillators beschreibt.

Dick-Effekt

Der Beitrag zur Instabilität des Frequenznormals wird wie folgt berechnet: Die Allan-Varianz ergibt sich als Summation

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{\tau g_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} (g_{sn}^2 + g_{cn}^2) S_\nu\left(\frac{n}{T_c}\right) \quad (\text{G.2})$$

der spektralen Dichte $S_\nu(f)$ des Laserfrequenzrauschens bei ganzzahligen Vielfachen der Zyklusfrequenz $f_c = \frac{1}{T_c}$, gewichtet mit den Fourierkoeffizienten

$$g_{sn}^2 = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(\xi) \sin\left(\frac{2\pi n \xi}{T_c}\right) d\xi \quad (\text{G.3})$$

und

$$g_{cn}^2 = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(\xi) \cos\left(\frac{2\pi n \xi}{T_c}\right) d\xi \quad (\text{G.4})$$

der Sensitivitätsfunktion $g(t)$, und normiert auf den Mittelwert

$$g_0 = \frac{1}{T_c} \int_0^{T_c} g(\xi) d\xi \quad (\text{G.5})$$

von $g(t)$ über eine Zyklusperiode [61, 54].

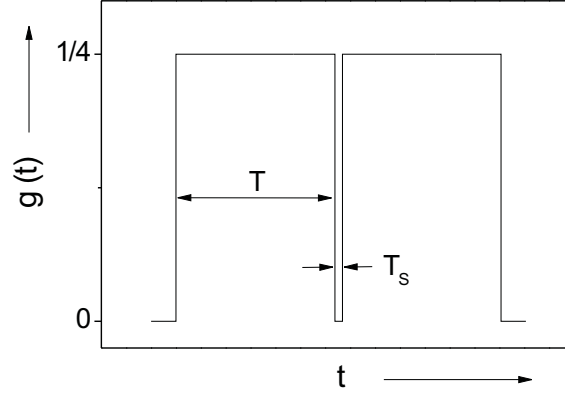


Abbildung G.1: Vereinfachte Sensitivitätsfunktion der 4-Puls-Atominterferometrie.

Berechnung des Beitrags zur Instabilität des Calcium-Normals

Die Sensitivitätsfunktion für die 4-Puls-Atominterferometrie aus Kapitel 4 ist in vereinfachter Form in Abb. G.1 dargestellt. Sie beträgt ein Viertel zwischen dem ersten und zweiten sowie dritten und vierten Puls und ist sonst Null [54]. Um die Rechnungen zu vereinfachen, wird hier die endliche Steigung von $g(t)$ während der vier Pulse [54] nicht berücksichtigt. Für Fourierfrequenzen oberhalb der inversen Pulsdauer sinkt die Einhüllende der Fourierkoeffizienten mit dem Quadrat des Abfalls bei kleineren Frequenzen [61]. Daher führt diese Vereinfachung in der Summation von Gleichung (G.2) zu etwas zu großen Beiträgen für Fourierfrequenzen > 1 MHz, da die Dauer der Spektroskopiepulse ca. $1 \mu\text{s}$ beträgt. Diese Abweichung wird hier vernachlässigt, da der Beitrag durch den Dick-Effekt zu den gemessenen Instabilitäten des Calcium-Normals durch niedrigfrequente Vibrationen der Referenzresonatoren dominiert ist. Legt man in Abb. G.1 den Ursprung der Zeitachse in das Zentrum des mittleren Pulsabstands, erhält man eine gerade Funktion, so dass $g_{sn} = 0$ ist und nur die Koeffizienten g_{cn} berücksichtigt werden müssen. Für das Calcium-Normal wurden die Fourierkoeffizienten und die Summation gemäß Gleichung (G.2) mit 3 Hz Zyklusfrequenz bis zur Ordnung $n = 100\,000$ für verschiedene Auflösungen des Atominterferenzsignals berechnet (Abschnitt 4.3.3, Abb. 4.13 und 4.14) [52].

Alternativ wurde eine vereinfachte, näherungsweise Berechnung durch die Integration des Produkts von der spektralen Dichte des Frequenzrauschens und der Fouriertransformierten der Sensitivitätsfunktion

$$\sigma_y^2(\tau) = \frac{1}{\tau g_0^2 T_c^2} \int_0^\infty |\tilde{g}(\omega)|^2 S_{\Delta\omega}(\omega) d\omega \quad (\text{G.6})$$

durchgeführt ($S_{\Delta\omega}(\omega) d\omega = S_\nu(f) df$). Mit der Fouriertransformierten

$$\tilde{g}(\omega) = 2T \frac{\sin \omega T}{\omega T} \cos\left(\omega \frac{T + T_s}{2}\right) \quad (\text{G.7})$$

der Sensitivitätsfunktion aus Abb. G.1 und $g_0 = \frac{2T}{T_c}$ erhält man

$$\sigma_y^2(\tau) = \int_0^\infty \left(\frac{\sin \omega T}{\omega T}\right)^2 \cos^2\left(\omega \frac{T + T_s}{2}\right) S_{\Delta\omega}(\omega) d\omega. \quad (\text{G.8})$$

Literaturverzeichnis

- [1] D. W. Allan, *Statistics of Atomic Frequency Standards*, Proc. IEEE **54** (1966), 221–230.
- [2] D. W. Allan, *Time and Frequency (Time-Domain) Characterization, Estimation, and Prediction of Precision Clocks and Oscillators*, IEEE Trans. Ultras. Ferroelec. Freq.-Contr. **34** (1987), no. 6, 647–654.
- [3] D. W. Allan and J. Barnes, *A Modified “Allan Variance” with Increased Oscillator Characterization Ability*, Proceedings of the 35th Ann. Freq. Control Symposium (Ft. Monmouth, NJ 07703), Electronic Industries Association, May 1981, pp. 470–475.
- [4] R. L. Barger, T. C. English, and J. B. West, *Laser saturated absorption of the calcium $^1S_0 - ^3P_1$ transition at 6573 Å*, Opt. Commun. **18** (1976), 58–59.
- [5] J. A. Barnes, A. R. Chi, L. S. Cutler, D. J. Healey, D. B. Leeson, T. E. McGunigal, J. A. Mullan, W. L. Smith, R. L. Sydnor, R. F. C. Vessot, and G. M. R. Winkler, *Characterization of frequency stability*, IEEE Trans. Instrum. Meas. **20** (1971), 105–120.
- [6] L. Bergmann and C. Schäfer, *Lehrbuch der Experimentalphysik, Band 3: Optik*, de Gruyter, Berlin, 1993.
- [7] J. C. Bergquist, W. M. Itano, and D. J. Wineland, *Frontiers in Laser Spectroscopy*, Proceedings of the International School of Physics “Enrico Fermi”: Course 120 (Amsterdam) (T. W. Hänsch and M. Inguscio, eds.), North-Holland, 1994, pp. 359–376.
- [8] T. Binnewies, *Neuartige Kühlverfahren zur Erzeugung ultrakalter Ca-Atome*, PTB-Bericht PTB-Opt-65, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 2001.
- [9] T. Binnewies, G. Wilpers, U. Sterr, F. Riehle, J. Helmcke, T. E. Mehlstäubler, E. M. Rasel, and W. Ertmer, *Doppler cooling and trapping on forbidden transitions*, Phys. Rev. Lett. **87** (2001), 123002.
- [10] E. D. Black, *An introduction to Pound-Drever-Hall laser frequency stabilization*, Am. J. Phys. **69** (2001), 79–87.
- [11] A. P. Bogatov, P. G. Eliseev, O. G. Okhotnikov, M. P. Rakhval’skii, and K. A. Khairtdinov, *Interaction of modes and self-stabilization of single-frequency emission from injection lasers*, Sov. J. Quantum Electron. **13** (1983), 1221 – 1229.
- [12] Ch. J. Bordé, Ch. Salomon, S. Avrillier, A. Van Lerberghe, Ch. Bréant, D. Bassi, and G. Scoles, *Optical Ramsey fringes with traveling waves*, Phys. Rev. A **30** (1984), 1836–1848.

- [13] Bureau International des Poids et Mesures (ed.), *Comptes Rendus des séances de la 13^e CGPM*, Pavillon de Breteuil, F-92310 Sèvres, France, BIPM, 1967/1968.
- [14] A. Clairon, S. Ghezali, G. Santarelli, Ph. Laurent, S. N. Lea, M. Bahoura, E. Simon, S. Weyers, and K. Szymaniec, *Preliminary accuracy evaluation of a cesium fountain frequency standard*, Proceedings of the 5th Symposium on Frequency Standards and Metrology (Singapore) (J. C. Bergquist, ed.), World Scientific, 1996, pp. 49–59.
- [15] I. Courtillot, A. Quessada, R.P. Kovacich, J.-J. Zondy, A. Landragin, G. Santarelli, A. Clairon, and P. Lemonde, *Cold Strontium Atoms for an Optical Frequency Standard*, IEEE Trans. Instrum. Meas. **52** (2003), 255–257.
- [16] C. C. Davis, *Lasers and Electro-Optics*, Cambridge University Press, Cambridge, 1996.
- [17] C. Degenhardt, *Freie und gespeicherte Calcium-Atome für ein optisches Frequenznormal*, PTB-Bericht, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 2004, Dissertation, Universität Hannover.
- [18] C. Degenhardt, H. Stoehr, Ch. Lisdat, G. Wilpers, H. Schnatz, B. Lipphardt, T. Nazarova, P.-E. Pottie, U. Sterr, J. Helmcke, and F. Riehle, *A Calcium optical frequency standard with ultracold atoms: Approaching 10^{-15} relative uncertainty*, Eingereicht zur Veröffentlichung bei Physical Review A.
- [19] H. G. Dehmelt, *Mono-Ion Oscillator as Potential Ultimate Laser Frequency Standard*, IEEE Trans. Instrum. Meas. **31** (1982), 83–87.
- [20] G. J. Dick, *Local oscillator induced instabilities in trapped ion frequency standards*, Proc. Precise Time and Time Interval, Redondo Beach, CA, 1987, pp. 133–147.
- [21] R. W. P. Drever, J. L. Hall, F. V. Kowalski, J. Hough, G. M. Ford, A. J. Munley, and H. Ward, *Laser Phase and Frequency Stabilization Using an Optical Resonator*, Appl. Phys. B **31** (1983), 97–105.
- [22] B. Edlén, *The refractive index of air*, Metrologia **2** (1966), 71–80.
- [23] M. Eichenseer, *Ein Aufbau und Charakterisierung eines hochstabilen Nd:YAG lasers für ein Indium Frequenznormal*, Dissertation, Ludwig-Maximilian-Universität München, 2003.
- [24] M. Eichenseer, A. Y. Nevsky, C. Schwedes, J. von Zanthier, and H. Walther, *Towards an indium single-ion optical frequency standard*, J. Phys. B: At. Mol. Phys. **36** (2003), 553–559.
- [25] C. Fabre, R. G. DeVoe, and R. G. Brewer, *Ultrahigh-finesse optical cavities*, Opt. Lett. **11** (1986), 365–367.
- [26] J. L. Hall, J. Ye, and L.-S. Ma, *Measurement of mirror birefringence at the sub-ppm level: Proposed application to a test of QED*, Phys. Rev. A **62** (2000), 013815–1.
- [27] J. Helmcke, J. J. Snyder, A. Morinaga, F. Mensing, and M. Gläser, *New ultra-high resolution dye laser spectrometer utilizing a non-tunable reference resonator*, Appl. Phys. B **43** (1987), 85–91.

- [28] C. H. Henry, *Theory of the linewidth of semiconductor lasers*, IEEE J. Quantum Electron. **18** (1982), 259–264.
- [29] L. Hollberg, C. W. Oates, E. A. Curtis, E. N. Ivanov, S. A. Diddams, T. Udem, H. G. Robinson, J. C. Bergquist, R. J. Rafac, W. M. Itano, R. E. Drullinger, and D. J. Wineland, *Optical frequency standards and measurements*, IEEE J. Quantum Electron. **37** (2001), 1502–1513.
- [30] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland, *Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems*, Phys. Rev. A **47** (1993), 3554–3570.
- [31] H. Katori, *Spectroscopy of strontium atoms in the Lamb-Dicke confinement*, Proceedings of the Sixth Symposium on Frequency Standards and Metrology (Singapore) (P. Gill, ed.), World Scientific, 2002, pp. 323–330.
- [32] P. Kersten, *Ein transportables optisches Calcium-Frequenznormal*, PTB-Bericht PTB-Opt-59, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1998, Dissertation, Universität Kaiserslautern.
- [33] J. Keupp, *Ein Atominterferometrischer Frequenzdiskriminator hoher Stabilität für optische Magnesium-Atomuhren*, Dissertation, Universität Hannover, 2002.
- [34] Th. Kisters, K. Zeiske, F. Riehle, and J. Helmcke, *High-resolution spectroscopy with laser-cooled and trapped calcium atoms*, Appl. Phys. B **59** (1994), 89–98.
- [35] F. K. Kneubühl and M. W. Sigrist, *Laser*, Teubner, Stuttgart, 1999.
- [36] H. Kogelnik and T. Li, *Laser beams and resonators*, Appl. Opt. **5** (1966), 1550–1567.
- [37] T. Kurosu and F. Shimizu, *Laser cooling and trapping of alkaline earth atoms*, Jpn. J. Appl. Phys. **31** (1992), 908–912.
- [38] C. Lämmerzahl, I. Ciufolini, H. Dittus, L. Iorio, H. Müller, A. Peters, E. Samain, S. Scheithauer, and S. Schiller, *OPTIS – An Einstein Mission for Improved Tests of Special and General Relativity*, eingereicht zur Veröffentlichung in General Relativity and Gravitation.
- [39] C. Lämmerzahl, H. Dittus, A. Peters, and S. Schiller, *OPTIS: a satellite-based test of special and general relativity*, Class. Quantum Grav. **18** (2001), 2499 – 2508.
- [40] H. Marion, S. Bize, D. Chambon, F. Pereira Dos Santos, P. Wolf, L. Cacciapuoti, G. Santarelli, A. Clairon, A. Luiten, and M. Tobar, *First observation of Feshbach resonances at very low magnetic field in a ^{133}Cs Fountain*, Proceedings of the 18th European Frequency and Time Forum, to be published, 2004.
- [41] L. Marmet, A. A. Madej, K. J. Siemsen, J. E. Bernard, and Bradley G. Whitford, *Precision frequency measurement of the $^2S_{1/2} - ^2D_{5/2}$ transition of Sr^+ with a 674-nm diode laser locked to an ultrastable cavity*, IEEE Trans. Instrum. Meas. **46** (1997), 169–173.
- [42] T. E. Mehlstäubler, J. Keupp, A. Douillet, N. Rehbein, E. M. Rasel, and W. Ertmer, *Modelling three-dimensional quench-cooling for alkaline-earth atoms*, J. Opt. B. **5** (2003), S183–S189.

- [43] Dieter Meschede, *Optik, Licht und Laser*, B. G. Teubner, Stuttgart–Leipzig, 1999.
- [44] H. Müller, S. Herrmann, C. Braxmaier, S. Schiller, and A. Peters, *Modern Michelson-Morley Experiment using Cryogenic Optical Resonators*, Phys. Rev. Lett. **91** (2003), 020401–1–4.
- [45] W. Nagourney, J. Sandberg, and H. Dehmelt, *Shelved optical electron amplifier: Observation of quantum jumps*, Phys. Rev. Lett. **56** (1986), 2797–2799.
- [46] A. Yu. Nevsky, M. Eichenseer, J. von Zanthier, and H. Walther, *A Nd:YAG Laser with short-term frequency stability at the Hertz-level*, Opt. Commun. **210** (2002), 91–100.
- [47] M. Niering, R. Holzwarth, J. Reichert, P. Pokasov, Th. Udem, M. Weitz, T. W. Hänsch, P. Lemonde, G. Santarelli, M. Abgrall, P. Laurent, C. Salomon, and A. Clairon, *Measurement of the Hydrogen 1S-2S Transition Frequency by Phase Coherent Comparison with a Microwave Cesium Fountain Clock*, Phys. Rev. Lett. **84** (2000), 5496–5499.
- [48] K. Numata, A. Kemery, and J. Camp, *Thermal-Noise Limit in the Frequency Stabilization of Lasers with Rigid Cavities*, Phys. Rev. Lett. **93** (2004), 250602.
- [49] C. W. Oates, E. A. Curtis, and L. Hollberg, *Improved short-term stability of optical frequency standards: approaching 1 Hz in 1 s with the Ca standard at 657 nm*, Opt. Lett. **25** (2000), 1603–1605.
- [50] W. Paul, O. Osberghaus, and E. Fischer, *Ein Ionenkäfig*, Forschungs-Bericht des Wirtschaftsministeriums Nordrhein-Westfalen **415** (1956).
- [51] F. Pereira Dos Santos, H. Marion, S. Bize, Y. Sortais, and A. Clairon, *Controlling the Cold Collision Shift in High Precision Atomic Interferometry*, Phys. Rev. Lett. **89** (2002), 3459–3462.
- [52] P.-E. Pottie, Persönliche Mitteilung, 2003.
- [53] R. V. Pound, *Electronic frequency stabilization of microwave oscillators*, Rev. Sci. Instrum. **17** (1946), 490–505.
- [54] A. Quessada, R. P. Kovacich, I. Courtillot, A. Clairon, G. Santarelli, and P. Lemonde, *The Dick effect for an optical frequency standard*, J. Opt. B. **5** (2003), no. 2, 150–154.
- [55] R. J. Rafac, B. C. Young, J. A. Beall, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist, *Sub-dekahertz ultraviolet spectroscopy of $^{199}\text{Hg}^+$* , Phys. Rev. Lett. **85** (2000), 2462–2465.
- [56] N. F. Ramsey, *A molecular beam resonance method with separated oscillating fields*, Phys. Rev. **78** (1950), 695–699.
- [57] F. Riehle, C. Degenhardt, G. Wilpers, H. Schnatz, T. Binnewies, H. Stoehr, and U. Sterr, *An Optical Frequency Standard with Cold and Ultra-Cold Calcium Atoms*, Atomic Clocks and Fundamental Constants (S. Karshenboim and E. Peik, eds.), Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2004.
- [58] F. Ruschewitz, J. L. Peng, H. Hinderthür, N. Schaffrath, K. Sengstock, and W. Ertmer, *Sub-kilohertz optical spectroscopy with a time domain atom interferometer*, Phys. Rev. Lett. **80** (1998), 3173–3176.

- [59] J. Rutman, *Characterization of Phase and Frequency Instabilities in Precision Frequency Sources: Fifteen Years of Progress*, Proc. IEEE **66** (1978), 1048–1075.
- [60] Ch. Salomon, D. Hils, and J. L. Hall, *Laser stabilization at the mHz-Level*, J. Opt. Soc. Am **B 5** (1988), 1576–1587.
- [61] G. Santarelli, C. Audoin, A. Makdissi, Ph. Laurent, G. J. Dick, and A. Clairon, *Frequency Stability Degradation of an Oscillator Slaved to a Periodically Interrogated Atomic Resonator*, IEEE Trans. Ultras. Ferroelec. Freq.-Contr. **45** (1998), no. 6, 887.
- [62] A. L. Schawlow and C. H. Townes, *Infrared and optical masers*, Phys. Rev. **112** (1958), 1940 – 1949.
- [63] K. Sengstock, U. Sterr, J. H. Müller, V. Rieger, D. Bettermann, and W. Ertmer, *Optical Ramsey spectroscopy on laser-trapped and thermal Mg atoms*, Appl. Phys. B **59** (1994), 99–115.
- [64] Y. Shevy and H. Deng, *Frequency-stable and ultranarrow-linewidth semiconductor laser locked directly to an atomic-caesium transition*, Opt. Lett. **23** (1998), 472 – 474.
- [65] A. E. Siegman, *Lasers*, University Science Books, Mill Valley, California, 1986.
- [66] U. Sterr, T. Binnewies, C. Degenhardt, G. Wilpers, J. Helmcke, and F. Riehle, *Prospects of Doppler cooling on forbidden lines*, J. Opt. Soc. Am. B **5** (2003), 985–993.
- [67] Chr. Tamm, D. Engelke, and V. Böhner, *Spectroscopy of the electric-quadrupole transition $^2S_{1/2}(F=0) - ^2D_{3/2}(F=2)$ in trapped $^{171}\text{Yb}^+$* , Phys. Rev. A **61** (2000), 053405–1–9.
- [68] Chr. Tamm, T. Schneider, and E. Peik, *Spectroscopy and precision frequency measurements of the 435.5 nm clock transition of $^{171}\text{Yb}^+$* , Proceedings of the 6th Symposium on Frequency Standards and Metrology (Singapore) (P. Gill, ed.), World Scientific, 2001, pp. 369–375.
- [69] Chr. Tamm, T. Schneider, and E. Peik, *Comparison of two single-ion frequency standards at the sub-Hertz level*, Laser Spectroscopy: Proceedings of the XVI International Conference (Singapore) (P. Hannaford, A. Sidorov, H. Bachor, and K. Baldwin, eds.), World Scientific, 2004, pp. 40–48.
- [70] U. Tanaka, J. C. Bergquist, S. Bize, S. A. Diddams, R. E. Drullinger, L. Hollberg, W. M. Itano, C. E. Tanner, and D. J. Wineland, *Optical Frequency Standards Based on the $^{199}\text{Hg}^+$ ion*, IEEE Trans. Instrum. Meas. **52** (2003), 245–249.
- [71] H. R. Telle, *Stabilization and modulation schemes of laser diodes for applied spectroscopy*, Spectrochimica Acta Rev. **15** (1993), 301–327.
- [72] Harald R. Telle, Burghard Lipphardt, and Jörn Stenger, *Kerr-lens mode-locked lasers as transfer oscillators for optical frequency measurements*, Appl. Phys. B **74** (2002), 1–6.
- [73] T. Trebst, *Atominterferometrie im Zeitbereich*, PTB-Bericht PTB-Opt-60, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1999, Dissertation, Universität Hannover.

- [74] K. Vahala and A. Yariv, *Semiclassical theory of noise in semiconductor lasers - part I*, IEEE J. Quantum Electron. **19** (1983), 1096–1101.
- [75] V. Vassiliev, V. Velichansky, P. Kersten, T. Trebst, and F. Riehle, *Subkilohertz enhanced-power diode-laser spectrometer in the visible*, Opt. Lett. **23** (1998), 1229–1231.
- [76] H. Vogel, *Gehrtsen Physik*, Springer, Berlin, 1995.
- [77] J. von Zanthier, Th. Becker, M. Eichenseer, A. Yu. Nevsky, Ch. Schwedes, E. Peik, H. Walther, R. Holzwarth, J. Reichert, Th. Udem, T. W. Hänsch, P. V. Pokasov, M. N. Skvortsov, and S. N. Bagayev, *Absolute frequency measurement of the In^+ clock transition with a mode-locked laser*, Opt. Lett. **25** (2000), 1729–1731.
- [78] S. Weyers, A. Bauch, R. Schröder, and Chr. Tamm, *The atomic caesium fountain CSF1 of PTB*, Frequency Standards and Metrology, Proceedings of the Sixth Symposium (Singapore) (P. Gill, ed.), World Scientific, 2002, pp. 64–71.
- [79] S. Weyers, U. Hübner, R. Schröder, Chr. Tamm, and A. Bauch, *Uncertainty evaluation of the atomic caesium fountain CSF1 of the PTB*, Metrologia **38** (2001), 343 – 352.
- [80] G. Wilpers, *Ein Optisches Frequenznormal mit kalten und ultrakalten Atomen*, PTB-Bericht PTB-Opt-66 (ISBN 3-89701-892-6), Physikalisch–Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 2002, Dissertation, Universität Hannover.
- [81] J. Wittenburg, *Technische Mechanik*, Hütte–Die Grundlagen der Ingenieurwissenschaft (Berlin) (H. Czichos, ed.), Springer, 1989.
- [82] N. C. Wong and J. L. Hall, *Servo control of amplitude modulation in frequency-modulation spectroscopy: demonstration of shot-noise-limited detection*, J. Opt. Soc. Am. B **2** (1985), 1527–1533.
- [83] A. Yariv, *Optical Electronics in Modern Communications*, fifth ed., Oxford University Press, New York, Oxford, 1997.
- [84] B. C. Young, F. C. Cruz, W. M. Itano, and J. C. Bergquist, *Visible lasers with subhertz linewidths*, Phys. Rev. Lett. **82** (1999), 3799–3802.
- [85] B. C. Young, R. J. Rafac, J. A. Beall, F. C. Cruz, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist, *Hg^+ optical frequency standard: recent progress*, Laser Spectroscopy (Singapore) (R. Blatt, J. Eschner, D. Leibfried, and F. Schmidt-Kaler, eds.), World Scientific, 1999, pp. 61 – 71.
- [86] G. Zinner, *Ein optisches Frequenznormal auf der Basis lasergekühlter Calciumatome*, PTB-Bericht PTB-Opt-58, Physikalisch–Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1998, Dissertation, Universität Hannover.

Danksagung

Zum Gelingen dieser Arbeit haben viele Personen beigetragen, denen ich hier meinen Dank aussprechen möchte.

Mein Dank gilt zunächst Herrn Prof. Dr. Wolfgang Ertmer für die Betreuung der Arbeit von Seiten der Universität Hannover, für sein Interesse und seine Unterstützung.

Bei Herrn Prof. Dr. Karsten Danzmann bedanke ich mich für die Übernahme des Koreferats.

Mein besonderer Dank gilt Herrn Prof. Dr. Jürgen Helmcke für die intensive und engagierte Betreuung sowie die Begeisterung und das stetige Interesse am Experiment im Labor.

Herrn Dr. habil. Fritz Riehle danke ich für die vielen interessanten Gespräche und Diskussionen, die auch sehr detailliert und zeitintensiv sein konnten.

Danken möchte ich Herrn Dr. Uwe Sterr für die vielen fachlichen Diskussionen, sein wissenschaftliches und persönliches Engagement und seine Bereitschaft, physikalische Fragestellungen jederzeit im Detail und ausführlich zu durchleuchten.

Mein Dank für die gute Zusammenarbeit im Calcium-Labor gilt Herrn Dr. Guido Wilpers, Herrn Dr. Tomas Binnewies, Herrn Dr. Carsten Degenhardt, Herrn Dr. Christian Lisdat und Frau Tatiana Nazarova. Herrn Dr. Paul-Eric Pottie danke ich insbesondere für die Erläuterungen und Berechnungen zum Dick-Effekt.

Ebenso möchte ich Herrn Dr. Harald Schnatz für seine Unterstützung mit Tatkraft, Wissen aus seinem Erfahrungsschatz sowie elektronischer Ausrüstung, insbesondere für die Faserstabilisierung, danken. Danke auch für die Ski- und Spargeltouren sowie den Zwiebelkuchen und Federweißer.

Frau Dr. Gesine Grosche danke ich für die vielen kürzeren und längeren Gespräche bezüglich Wissenschaft und anderen Dingen und das gegenseitige Aushelfen mit Laborbedarf.

Mein Dank geht auch an viele andere Wissenschaftler der PTB, genannt seien hier Herr Dr. Christian Tamm, Herr Dr. Harald Telle, Herr Dr. Stefan Weyers und Herr Dr. Andreas Bauch.

Für den guten Austausch zwischen „Calcium“ und „Magnesium“ danke ich Herrn Dr. Jochen Keupp, Frau Tanja Mehlstäubler und Herrn Dr. Ernst Rasel.

Für die angenehme Atmosphäre im Büro danke ich Herrn Dr. Alexander Chernyshov, Herrn Michael Eggert, Herrn Dr. Günter Flachenecker und Herrn Matthias Misera.

Danken möchte ich Herrn Friedhelm Mensing, dessen elektronische Werke natürlich eine Schlüsselrolle für die Laborarbeit spielen. Vielen Dank auch an Frau Marion Wengel für ihre Unterstützung bezüglich elektronischen Schaltungen und Kabeln.

Herrn Klemens Budin und Herrn Patrik Knigge danke ich für die unzähligen mechanischen Teile, die sie gefertigt haben, und die im Labor natürlich auch eine wesentliche Rolle spielen. Danke auch für die oft kurzen, aber dennoch unterhaltsamen Gespräche.

Mein Dank gilt weiterhin Herrn Hans-Peter Weßelhöft und Herrn Martin Brennecke für ihre Unterstützung bei mechanischen und optischen Komponenten, Vakuumbauteilen und anderen Dingen.

Danken möchte ich auch den Kollegen aus dem Nachbarlabor für ihre Unterstützung im wissenschaftlichen, technischen und mechanischen Bereich, genannt seien hier stellvertretend Herr Dr. Arnold Nicolaus, Herr Dr. René Schödel und Herr Klaus-Rüdiger Thielecke.

Für ihre tägliche Unterstützung bei allen Büroangelegenheiten danke ich Frau Birgit Voss und Frau Yvonne Zimber. Mein Dank geht auch nach Hannover an Frau Gunhild Faber, Frau Katrin Pfennig und Frau Elke Hünitzsch.

Ich möchte schließlich meinen Eltern danken für ihre stetige Unterstützung und ihre Teilnahme und ihr Interesse an meinen Tätigkeiten.

Meiner lieben Frau Nadina bin ich zutiefst dankbar für ihr Verständnis, ihre Unterstützung und Geduld im Verlauf dieser Doktorarbeit. Ihr habe ich viel von der Kraft zu verdanken, die ich in den anstrengenden Phasen brauchte.

Diese Arbeit wurde gefördert von der Deutschen Forschungsgemeinschaft im Rahmen des Sonderforschungsbereichs 407 „Quantenlimitierte Messprozesse mit Atomen, Molekülen und Photonen“.

Lebenslauf

Geburtsdatum	17. März 1971
Geburtsort	Hildesheim
1977 - 1981	Grundschule Lühnde
1981 - 1983	Orientierungsstufe Birkenstraße, Hannover
1983 - 1990	Ratsgymnasium Hannover
05/1990	Abitur
10/1990 - 05/1999	Studium von Mathematik und Physik, Universität Hannover
05/1999	Diplom im Fach Physik Diplomarbeit: „Intensitätsrauschen und aktive Intensitätsstabilisierung eines Nd:YAG Miniatur-Ringlasers“
06/1999 - 09/1999	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Institut für Atom- und Molekülphysik, Abteilung Spektroskopie, Universität Hannover
09/1999 - 01/2004	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig
seit 02/2004	Wissenschaftlicher Mitarbeiter, Institut für Quantenoptik, Universität Hannover