

Ein optisches Frequenznormal mit kalten und ultrakalten Atomen

Vom Fachbereich Physik der Universität Hannover
zur Erlangung des Grades
Doktor der Naturwissenschaften
Dr. rer. nat.

genehmigte Dissertation

von
Dipl.-Phys. Guido Wilpers

geboren am 20.01.1970 in Gronau/Westfalen

2002

Referent: Prof. Dr. Wolfgang Ertmer

Korreferent: Prof. Dr. Eberhard Tiemann

Tag der Promotion: 20. Juni 2002

Zusammenfassung

Die vorliegende Arbeit befasst sich mit der Entwicklung und Charakterisierung eines optischen Frequenznormals auf der Basis lasergekühlter ^{40}Ca -Atome. Zur Realisierung eines solchen Normals wird die Ausgangsfrequenz eines Lasers mit Atominterferenzen auf den schmalbandigen Uhrenübergang des Ca bei 657 nm stabilisiert.

Im Rahmen der Arbeit wurde ein Frequenznormal mit kalten Ca-Atomen bei einer Temperatur von 3 mK realisiert und die Ca-Frequenz bestimmt. Darüber hinaus wurden erste experimentelle Untersuchungen zum Einsatz eines neuartigen Ensembles ultrakalter Atome mit einer Temperatur von unter $10\ \mu\text{K}$ mit dem Ziel der Erhöhung der Stabilität und Genauigkeit des Ca-Frequenznormals vorgenommen.

Im ersten Teil der Arbeit wurde eine neue Fallenapparatur entwickelt, mit der Untersuchungen zu systematischen Fehlern im Ca-Frequenznormal mit kalten Atomen (Temperatur $\vartheta \approx 3\ \text{mK}$) mit einer relativen Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-14}$ vorgenommen werden konnten. Diese Untersuchungen erlaubten u. a. eine Reduzierung der relativen Unsicherheit aufgrund der Stöße kalter Atome um einen Faktor 5 gegenüber früheren Messungen auf $4 \cdot 10^{-15}$. Durch die Vermessung und Korrektur der Fehler durch einen restlichen Doppler-Effekt mit einer relativen Unsicherheit von weniger als $2 \cdot 10^{-14}$, sowie durch weitere Untersuchungen konnte die relative Gesamtunsicherheit des Ca-Frequenznormals gegenüber früheren Realisierungen an der PTB um einen Faktor 5 auf $2 \cdot 10^{-14}$ reduziert werden.

In einer Frequenzmessung mit Hilfe eines neuartigen Frequenzkammgenerators gegen die Cs-Fontäne der PTB konnte die Uhrenfrequenz des Ca mit dieser geringen Unsicherheit bestimmt werden. Damit ist die Genauigkeit gegenüber früheren Messungen an der PTB um eine Größenordnung erhöht und die Ca-Frequenz neben der Frequenz des Wasserstoffs die weltweit genaueste bekannte an Neutralatomen bestimmte optische Übergangsfrequenz.

Im zweiten Teil der Arbeit konnten in ersten atominterferometrischen Untersuchungen an ultrakalten Atomen (Temperatur $\vartheta \approx 10\ \mu\text{K}$) deren Potenzial für den Einsatz im Ca-Frequenznormal experimentell nachgewiesen werden. Die Möglichkeit zur Erhöhung der Stabilität zeigte sich sowohl durch die Verdoppelung des gemessenen Interferometerkontrastes, als auch durch die Möglichkeit, ein neues zustandselektives Detektionsverfahren einzusetzen, mit dem normierte Anregungswahrscheinlichkeiten bestimmt und Atomzahlschwankungen eliminiert werden können.

Mit der um einen Faktor 15 geringeren Geschwindigkeitsverteilung ließ sich in dieser Arbeit experimentell eine deutliche Reduzierung der Beiträge des restlichen Doppler-Effektes zur Gesamtunsicherheit nachweisen, die beim Frequenznormal mit kalten Atomen das Unsicherheitsbudget dominieren.

Mit Hilfe dieser Messungen und einem Vergleich mit theoretischen Werten wurde für die prinzipiell erreichbare relative Genauigkeit eines Ca-Frequenznormals mit ultrakalten Atomen ein Wert von $8 \cdot 10^{-16}$ und für die prinzipiell erreichbare relative Stabilität ein Wert von $5 \cdot 10^{-17}$ abgeschätzt.

Mit dem Potenzial, mit der Genauigkeit der Cs-Fontänen zu konkurrieren, und eine unübertroffene Stabilität zu erreichen, die es ermöglichen sollte, die angestrebte Genauigkeit in weniger als einer Sekunde zu realisieren, empfiehlt sich das Ca-Frequenznormal mit ultrakalten Atomen als aussichtsreicher Kandidat für eine optische Uhr der Zukunft.

Abstract

The work presented here was concerned with the development and characterization of an optical frequency standard based on laser-cooled ^{40}Ca atoms. For the realization of such a standard the frequency of a laser is stabilized to the narrow line of the clock transition of calcium at 657 nm.

A frequency standard with cold Ca atoms at a temperature of 3 mK has been realized within the scope of the work. Furthermore, first experimental investigations regarding the application of ultracold atoms with a temperature of below $10\ \mu\text{K}$ have been performed. These investigations aimed at the improvement of stability as well as uncertainty of the Ca frequency standard.

In the first part of the work, a new trap-apparatus was developed and used to investigate systematic errors with a relative uncertainty of $1 \cdot 10^{-14}$. In this way the relative uncertainty due to the effect of cold collisions was reduced by a factor of five to $4 \cdot 10^{-15}$. With the determination and subsequent correction of errors caused by a residual Doppler-effect with a relative uncertainty below $2 \cdot 10^{-14}$ as well as the investigation of other contributions a reduction of the relative total uncertainty of the Ca frequency standard to $2 \cdot 10^{-14}$ could be achieved. This is an improvement by a factor of five compared to previous realizations at the PTB.

The Ca frequency has been compared with the frequency of the Cs fountain clock of the PTB utilizing a novel frequency-comb generator. In this frequency measurement the clock frequency of Ca could be measured with the uncertainty realized for the Ca frequency standard. Thus, the uncertainty has been reduced by one order of magnitude compared to previous measurements at the PTB. Along with a transition frequency of hydrogen the Ca clock frequency is now the most accurately known frequency of an optical transition in neutral atoms.

In the second part of the work, first atom interferometric investigations using ultracold atoms (temperature $\vartheta \approx 10\ \mu\text{K}$) showed their potential in the Ca optical frequency standard. Perspectives for an improved stability could be derived from the increase in contrast by a factor of two and the successful application of a novel state selective detection method. This method allows one to measure normalized excitation probabilities and, thereby, to eliminate atom number fluctuations.

With the width of the velocity distribution reduced by a factor of 15 a substantially reduced contribution of the residual Doppler-effect to the total uncertainty was shown experimentally. This effect gives a major contribution to the uncertainty budget in the standard with cold atoms.

An estimation based on these measurements and comparisons with theory gives a value of $8 \cdot 10^{-16}$ for the relative uncertainty and a value for the stability of $5 \cdot 10^{-17}$ in one second achievable using ultracold atoms in an optical Ca frequency standard.

With a potential accuracy competitive to the Cs-fountain clocks and an excellent stability, that should allow one to reach this accuracy in less than one second the optical Ca frequency standard is a promising candidate for a future optical clock.

Schlagworte

- optisches Frequenznormal,
- ultrakalte Calcium-Atome,
- Atominterferometrie

Keywords

- optical frequency standard,
- ultracold calcium-atoms,
- atom interferometry

Inhaltsverzeichnis

1	Einleitung	11
2	Spektroskopie an Ca-Atomen	17
2.1	Das Ca-Atom	17
2.2	Magnetooptische Falle	19
2.2.1	Vakuumkammer	21
2.2.2	Magnetfelder	22
2.2.3	Kühlasersystem	26
2.2.4	Einfang und Doppler-Kühlung der Atome	29
2.3	Eigenschaften der doppler-gekühlten Ca-Atome	29
2.4	Laserspektrometer	32
2.5	Quenchlaser	35
2.6	Experimentsteuerung und Datenaufnahme	35
3	Atominterferometrie	37
3.1	Wechselwirkung von Atomen mit einem Laserpuls	38
3.2	Asymmetrisches 4-Puls Atominterferometer	40
3.3	Symmetrisches 3 Puls Atominterferometer	45
4	Stabilität des Ca-Frequenznormals	47
4.1	Anbindung an das Ca-Atom	47
4.2	Potenzial des Ca-Frequenznormals	50
4.3	Die Allan-Varianz	52
4.4	Optimierung der Stabilität	53
5	Systematische Beiträge zur Unsicherheit	55
5.1	Methode der alternierenden Stabilisierung	55
5.2	Einfluss externer Felder	56
5.2.1	Quadratischer Zeeman-Effekt	56
5.2.2	Quadratischer Stark-Effekt	59
5.2.3	AC-Stark-Effekt monochromatischer Strahlung	60
5.2.4	Schwarzkörperstrahlung	63
5.3	Kalte Stöße	66
5.4	Geschwindigkeitsabhängige Einflüsse	71
5.4.1	Linearer Doppler-Effekt in Atominterferometern	71
5.4.2	Korrektur der wellenfrontabhängigen Frequenzverschiebungen	76
5.4.3	Relativistischer Doppler-Effekt	79

5.4.4	Überlagerung der Rückstoßkomponenten	80
5.5	Technische Einflüsse	81
5.5.1	Frequenzabhängigkeit der Spektroskopiepulssintensitäten	81
5.5.2	Zählratenabhängigkeit des Fehlersignals	83
5.5.3	Anbindung an den Referenzresonator	84
5.5.4	Änderung der Resonatordrift	85
5.6	Unsicherheit mit kalten Ca-Atomen	87
6	Messung der Übergangsfrequenz	91
6.1	Anbindung an das Cs-Primärnormal	92
6.2	Kontrollmessungen	95
6.3	Ergebnisse	97
7	Spektroskopie an ultrakalten Ca-Atomen	105
7.1	Quenchkühlung	105
7.2	Anregung mit einem Laserpuls	108
7.3	Atomares Shearing-Interferometer mit zwei Pulsen	110
7.4	Frequenzabhängiges Atominterferometer mit vier Pulsen	112
7.4.1	Atominterferometrisches Spektrum	112
7.4.2	Kontrast und Anregungswahrscheinlichkeit	113
7.4.3	Stabilität	115
7.5	Zustandsselektives Detektionsverfahren	117
7.6	Reduzierung des linearen Doppler-Effektes	120
7.7	Perspektiven mit ultrakalten Atomen	122
8	Zusammenfassung und Ausblick	125

Kapitel 1

Einleitung

Die Fortschritte in der Zeit- und Frequenzmessung sind stets einher gegangen mit der Entwicklung neuer Methoden, die die Einteilung der Zeit in immer feinere Schritte durch die Verwendung höherer Frequenzen erlaubten. Für die Realisierung einer solchen Einteilung werden Referenz-Oszillatoren benötigt, die mit genau bekannten Frequenzen schwingen. Nachdem die Erde mit ihrer Rotation als genauer Oszillator Jahrtausende lang die Zeitmessung bestimmt hatte, gelang mit der Einführung mechanischer Zeitmesser im 16. Jahrhundert ein wichtiger Schritt, durch den die Einteilung der Zeit von der Dauer eines Tages auf die Schwingungsdauer der Zeitmesser von etwa einer Sekunde um fast 5 Größenordnungen verkleinert werden konnte. Die konsequente Ausnutzung der Vorschläge von Galilei und Huygens, Pendeluhren und Uhren mit Unruhfedern zu nutzen, sowie die technische Entwicklungsarbeit von W. Harrison brachten mehr als 200 Jahre später auch die Stabilität der Oszillatorfrequenz, die benötigt wurde, den Tag tatsächlich mit der Unsicherheit von einer Sekunde einzuteilen [1].

Um die verschiedenen Resonatoren mit ihren sehr unterschiedlichen Frequenzen vergleichen zu können, wird die *Linien Güte* der verwendeten Resonanz benutzt, die das Verhältnis der Mittenfrequenz zur Linienbreite der Resonanzkurve eines Oszillators darstellt. Sie gibt dabei an, wie definiert die Frequenz eines Oszillators ist und stellt damit ein Maß für die Stabilität dar.

Die Stabilität stellt eine Grenze für die Unsicherheit dar, mit der eine Frequenz oder auch die Länge eines Zeitraumes innerhalb einer bestimmten Messdauer bestimmt werden kann.

Es zeigte sich, dass entscheidende Schritte zur Erhöhung der Güte besonders durch die Verwendung höherer Frequenzen erzielt wurden, und dass diese auch die entsprechende Verbesserung der Messgenauigkeit physikalischer Größen, die mit der Zeit und der Frequenz zusammenhängen, nach sich zogen.

Die Entwicklung der präzisen Uhr von Harrison, mit deren Güte eine Abweichung von weniger als einer Minute in 5 Monaten erreicht wurde, erlaubte Seefahrern ihre Position in Äquatornähe mit ± 50 km Unsicherheit, bzw. den Längengrad auf $\pm 0,5$ Grad zu bestimmen. Zuvor war dies praktisch gar nicht möglich und hatte immer wieder zu schweren Navigationsfehlern geführt [1]. Bis zum Beginn des 20. Jahrhunderts wurden in astronomischen Messungen mit verbesserten Pendeluhren die stete Abnahme der Rotationsgeschwindigkeit der Erde nachgewiesen als auch Hinweise auf Schwankungen der Erdrotation gefunden, die aber erst nach der Einführung von Quarzresonatoren quantitativ nachgewiesen werden konnten.

Durch ihre Verwendung in Quarzuhren mit Frequenzen von einigen MHz und Güten von bis zu 10^6 [2] konnte 1936 schließlich gezeigt werden, dass die Erdrotation unregelmäßige relative

Schwankungen von einigen 10^{-8} aufweist [3]. Damit wurde letztlich klar, dass die Erdrotation bei der erreichten Messgenauigkeit kein geeignetes Primärnormal für die Kalibrierung von Uhren mehr sein konnte. In den fünfziger Jahren war durch Essen und Parry am NPL in Teddington, England, der Nachweis erbracht worden, dass die Frequenz eines Überganges des ^{133}Cs -Atoms einerseits eine Liniengüte von damals $3 \cdot 10^7$ erlaubte und darüber hinaus mit einer absoluten Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-9}$ vermessen werden konnte [2]. Somit war sie der Erdrotation deutlich überlegen. So wurde schließlich 1967 auf der 13. Generalkonferenz für Maß und Gewicht dieser Übergang zur Realisierung des Primärnormals für Zeit und Frequenz festgelegt [4].

Die Sekunde ist das 9 192 631 770-fache der Periodendauer der dem Übergang zwischen den beiden Hyperfeinstrukturniveaus des Grundzustandes von Atomen des Nuklids ^{133}Cs entsprechenden Strahlung.

Damit ist nun die Genauigkeit der Zeitmessung fest verbunden mit der Messunsicherheit, mit welcher dieser Übergang im Cs vermessen werden kann. Durch Verbesserung der Messtechnik [5] und schließlich durch die Nutzung lasergekühlter Atome in einer Cs-Fontäne [6] konnte die erreichbare Unsicherheit um sechs Größenordnungen auf etwa 10^{-15} reduziert werden [7, 8]. Dabei wird zur Zeit eine Güte von etwa 10^{10} erreicht, so dass die Linienmitte auf 10^{-5} der Linienbreite genau bestimmt werden muss. Aufgrund des Signal-zu-Rausch-Verhältnisses (*signal to noise ratio*, *SNR*) wird dazu eine Mittelungszeit von etwa 20000 s benötigt. Um diese Messunsicherheit schon bei deutlich kürzeren Messzeiten zu erreichen und die erreichbare Unsicherheit signifikant reduzieren zu können, ist die Verwendung höherer Frequenzen unumgänglich [9].

Dabei geht die Entwicklung zu optischen Frequenznormalen, in denen Laser auf geeignete schmale Übergänge von Atomen stabilisiert werden. Diese Lasersysteme arbeiten mit Frequenzen, die um 4 bis 5 Größenordnungen über der beim Cs verwendeten liegen und erreichen Auflösungen mit Güten von 10^{12} bis 10^{14} . Ein Beispiel stellt die Interkombinationslinie des in dieser Arbeit verwendeten ^{40}Ca mit einer Übergangsfrequenz von 456 THz und einer natürlichen Linienbreite von ca. 320 Hz [10] dar. Mit ^{199}Hg -Ionen wurden sogar Auflösungen mit einer Güte von einigen 10^{14} erreicht [11].

Die geringe Unsicherheit von optischen Frequenznormalen erlaubt heute bereits experimentelle Tests fundamentaler Theorien wie der Quantenelektrodynamik. So konnte 1997 die Rydbergkonstante bei Frequenzmessungen an Wasserstoff und Deuterium mit einer Unsicherheit von weniger als 10^{-11} gemessen werden [12, 13]. Die präzisen Bestimmungen anderer atomarer Größen wie das Verhältnis der Massen von Elektron und Proton oder ihrer Ladungsradien, sowie der lokalen Erdbeschleunigung mit Unsicherheiten im Bereich von 10^{-9} [14] waren bereits erfolgreich. Labortests der Allgemeinen und Speziellen Relativitätstheorie mit genauen Uhren nähern sich in ihren Unsicherheiten denen der in der Astronomie und Geochemie benutzten Methoden an, die im Allgemeinen lange Zeiträume im astronomischen Maßstab nutzen [15, 16, 17]. Ein wichtiges Beispiel ist hier die Bestimmung einer eventuellen zeitlichen Änderung der Feinstrukturkonstante α zum Test der Gültigkeit des Äquivalenzprinzips, das die Unabhängigkeit des Wertes von α von Zeit und Raum verlangt [18]. Eine Änderung von α würde wichtige Hinweise liefern für Theorien, die sich mit der Vereinheitlichung der Beschreibung der Gravitation und anderer fundamentaler Kräfte beschäftigen. Solche Theorien sagen zum Teil die Existenz weiterer zeitlich veränderlicher kompakter Raumdimensionen voraus,

oder aber die von sklenen Feldern, die sich in einer zeitlichen Änderung der Feinstrukturkonstante zeigen würden [19, 20]. Der Vergleich astronomischer Messungen, in denen über riesige Zeiten und Räume gemessen wird, mit Messungen auf räumlichen Laborskalen, könnte daher Aussagen über die Relevanz solcher Theorien erlauben [15].

Die Realisierung optischer Frequenznormale höchster Stabilität stützt sich heute im Wesentlichen auf lasergekühlte Atome. Bei Temperaturen im Milli- bis Mikrokkelvinbereich werden durch die langsame Bewegung der Atome frequenzverschiebende Einflüsse aufgrund des Doppler-Effektes von vornherein deutlich reduziert.

Bei *Einzelionen-Normalen*, in denen einzelne Ionen in einer Radiofrequenz-Falle gefangen und lasergekühlt werden, liegt eine starke Lokalisierung der Ionen auf Bruchteile optischer Wellenlängen (Lamb-Dicke-Kriterium) vor [21]. Hierdurch wird eine doppler- und rückstoßfreie Linie auflösbar (vergleichbar den Mößbauer-Linien). So konnte z. B. bei $^{199}\text{Hg}^+$ -Ionen eine Linienbreite von ca. 6 Hz gemessen werden, die nur einen Faktor 3 über der natürlichen Linienbreite des verwendeten Überganges liegt [11]. Der Nachteil solcher Frequenz-Normale liegt in ihrem geringen SNR aufgrund der Messung an einem einzelnen Ion.

Bei den in dieser Arbeit behandelten *optischen Frequenznormalen mit Neutralatomen* wird dagegen mit einigen 10^7 Atomen gearbeitet. Diese werden in magneto-optischen Fallen (*magneto-optical trap*, MOT) gefangen [22] und auf Temperaturen von wenigen Millikelvin bis zu einigen Mikrokkelvin [23] gekühlt. Die Fallenradien liegen dabei im Bereich von 0,5 mm. Für die Spektroskopie werden die Fallen abgeschaltet, so dass es möglich ist, die Messung der Übergangsfrequenz ohne Verschiebung durch externe Felder an sich langsam ausdehnenden ballistischen Ensembles durchzuführen. Abhängig von der Temperatur ergibt sich dabei eine Doppler-Verbreiterung des Überganges zwischen einigen 10 kHz [24] und einigen MHz [25]. Mit Hilfe doppler-freier atominterferometrischer Spektroskopiemethoden lassen sich bei hohem Signal-Kontrast in solchen Ensembles Auflösungen bis unterhalb der natürlichen Linienbreite erzielen [25]. Aufgrund der hohen Auflösung und der großen Zahl der Atome werden so hochempfindliche Messverfahren mit unübertroffenem SNR bei kurzen Mittelungszeiten möglich. Bei Ca-Frequenznormalen wurden bereits Stabilitäten von $5 \cdot 10^{-15}$ in 1 s erreicht [26]; die theoretische Grenze liegt noch weit darunter.

In dieser Arbeit wurde die Genauigkeit der Bestimmung der optischen Ca-Frequenz verbessert. Dazu wurden experimentelle Untersuchungen zu frequenzverschiebenden Einflüssen verschiedener Effekte durchgeführt. Nach dem Aufbau einer magneto-optischen Falle und Verbesserungen an den Kühl- und Spektroskopielasersystemen konnten Untersuchungen systematischer Effekte mit verringerten Unsicherheiten von unter $1 \cdot 10^{-14}$ durchgeführt werden. Der frequenzverschiebende Einfluss des AC-Stark-Effektes aufgrund nicht völlig abgeschalteten Kühllaserlichtes wurde für die Apparatur zu maximal $5 \cdot 10^{-14}$ bestimmt und daher bei den Frequenzmessungen im Rahmen dieser Arbeit durch den Einsatz einer mechanischen Abschaltung vermieden. Der Einfluss der Schwarzkörperstrahlung des Ca-Ofens wurde experimentell mit einer Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-14}$ bestimmt. Der dichteabhängige Effekt durch Stöße kalter Atome wurden vermessen, so dass der Beitrag der Stöße zur Unsicherheit auf unter $4 \cdot 10^{-15}$ reduziert werden konnte.

Ein Schwerpunkt bei der Untersuchung systematischer Effekte lag in dieser Arbeit auf der Ermittlung und Reduzierung der Verschiebung der gemessenen Frequenz durch den Doppler-Effekt [27]. Bei nicht ideal planen und senkrecht zur Äquipotenzialebene der Gravitation stehenden Wellenfronten der Spektroskopielaser sehen die Atome durch ihre Bewegung während

der Dauer der Spektroskopie eine sich verändernde Laserphase. Dies äußert sich im Atominterferometer als Phasenverschiebung des Signals und damit effektiv als Frequenzverschiebung. Messungen am Ca-Frequenznormal haben gezeigt, dass auch bei guter Vorjustage der Laserstrahlen mit optisch interferometrischen Methoden noch Phasenverschiebungen im Bereich einiger 10^{-14} auftreten können. In dieser Arbeit wurde zur Vermessung und Korrektur dieses Effektes eine an die Arbeiten von Trebst [27] angelehnte Methode angewandt, die phasenabhängige Atominterferometer verwendet. Mit Hilfe dieser Methode konnte der Effekt der Wellenfrontkrümmungen und Neigungen der Strahlen vermessen, sowie die Frequenzverschiebung im Frequenznormal berechnet und mit einer relativen Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-14}$ korrigiert werden.

Durch die gegenüber früheren Abschätzungen [28] um einen Faktor 5 reduzierte systematische Unsicherheit und die erhöhte Reproduzierbarkeit der Frequenz des Ca-Frequenznormals wurde eine genauere Messung der Frequenz des Uhrenüberganges möglich. Zur Bestimmung musste ein Vergleich der Frequenz mit der des Primärnormals für Zeit und Frequenz erfolgen. Die Überbrückung des Frequenzverhältnisses von mehr als vier Größenordnungen erforderte bisher den Einsatz umfangreicher Frequenzkettensysteme, in denen über viele Zwischenstufen Oszillatoren phasenkohärent an eine Cs-Atomuhr angebunden wurden [10, 29]. Die erreichbaren Unsicherheiten im Bereich einiger 10^{-13} waren nicht zuletzt durch die Unsicherheit der Frequenzkettensysteme begrenzt [30]. Die jüngst erfolgte Entwicklung phasenkohärenter Frequenzkämme, die mit Hilfe von modengekoppelten Femtosekundenlasern erzeugt werden können [31], erlaubt seit kurzem die Anbindung optischer Frequenzen an die Mikrowellenfrequenz der Cs-Atomuhr [32, 33, 34] mit Kurzzeitstabilitäten, die nur durch die Cs-Atomuhren und die optischen Frequenznormale selbst limitiert sind [35]. So konnten inzwischen die Uhrenübergänge von $^{171}\text{Yb}^+$ und $^{199}\text{Hg}^+$ mit einer relativen Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-14}$ und von ^{40}Ca mit $5,7 \cdot 10^{-14}$ vermessen werden [36, 37].

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Frequenz des Ca-Frequenznormals mit Hilfe des Frequenzkammgenerators mit der Frequenz der Cs-Fontäne der PTB [8] verglichen. Bereits für Mittelungszeiten größer 30 s erreichte die statistische Unsicherheit der Frequenzmessung das durch die systematische Unsicherheit des Ca-Normals gegebene Limit von $2 \cdot 10^{-14}$. In der Messkampagne, in der alle relevanten Parameter variiert wurden, konnte der gemessene Wert deutlich innerhalb der gegebenen Unsicherheit reproduziert werden. Darüber hinaus bestätigt das Ergebnis mit einer relativen Differenz von nur $1,5 \cdot 10^{-14}$ den zur Zeit genauesten veröffentlichten Wert vom NIST in Boulder, Colorado, USA [37]. Gegenüber dieser Messung konnte die Unsicherheit nochmal um einen Faktor 3 verringert werden.

Eine deutliche Verbesserung der Genauigkeit sowie der Stabilität des Ca-Frequenznormals ist durch die Reduzierung der Geschwindigkeiten der Atome durch die Quenchkühlung [24] zu erwarten. Erste atominterferometrische Untersuchungen an mit diesem Kühlschema erzeugten ultrakalten Ca-Atomen machten deren Potenzial für den Einsatz im Ca-Frequenznormal deutlich.

Bezüglich der Genauigkeit zeigten dies im Rahmen der vorliegenden Arbeit vorgenommene Messungen der Phasenverschiebung an einem rein phasenabhängigen Atominterferometer. Es wurde deutlich, dass der bisher dominierende Anteil der Geschwindigkeitsverteilung der Atome am restlichen Doppler-Effekt nun gegenüber dem kleineren Effekt durch die Beschleunigung der Atome im Gravitationspotenzial der Erde vernachlässigbar wird.

Durch die geringere Doppler-Verbreiterung des Ensembles tragen praktisch alle Atome kohä-

rent zum Signal im Atominterferometer bei, so dass der Kontrast in ersten Messungen auf ca. 70 % des theoretischen Limits gesteigert werden konnte.

Die langsame Ausdehnung des Ensembles erlaubt den Einsatz einer neuen, zustandsselektiven Detektionsmethode für die Messung der Zahl der Grundzustands- und angeregten Atome innerhalb eines Messzyklus. Dabei wird die Erhöhung des SNR durch Streuung einer hohen Zahl von Photonen auf dem Kühlübergang genutzt. Die Messung der Atome in beiden Zuständen erfolgt nach der Interferometrie und vermeidet daher eine vorzeitige Aufheizung. Die Methode erlaubt die Bestimmung einer normierten Anregungswahrscheinlichkeit und eliminiert das zusätzliche Rauschen durch Atomzahlschwankungen. Gegenüber der bisher verwendeten Methode der Detektion der Photonen des Zerfalls des angeregten Zustandes konnte in ersten Messungen mit der neuen Methode bereits ein um den Faktor 8 besseres SNR erzielt werden.

Die Entwicklungen im Bereich der optischen Frequenznormale der letzten Jahre sowie die in dieser Arbeit vorgenommenen Untersuchungen und Verbesserungen am ^{40}Ca -Normal verdeutlichen das Potenzial der Frequenznormale als optische Uhren und somit als Primärnormale für Zeit und Frequenz. Auch die Entwicklung der Femtosekundenkämme spielt dabei eine wichtige Rolle, da mit ihnen die Stabilität eines optischen Frequenznormals in den elektronisch erfassbaren Mikrowellen- und Radiofrequenzbereich auf praktikable und zuverlässige Art übertragen werden kann [38], was für eine praktische Anwendung als Zeitnormal von nicht zu unterschätzender Bedeutung ist.

Die Arbeit gliedert sich folgendermaßen:

In Kapitel 2 wird die technische Realisierung des Ca-Frequenznormals an der PTB erläutert, wobei zunächst ein Überblick über die spektroskopischen Eigenschaften des ^{40}Ca gegeben wird.

Kapitel 3 führt in die Wechselwirkung zwischen Laserlicht und einem thermischen Ensemble kalter Atome ein und stellt auf dieser Basis die Atominterferometrie sowie im Speziellen die im Rahmen dieser Arbeit angewandten Interferometer vor.

Kapitel 4 führt in die Betrachtung der Stabilität ein. Dazu wird die Anbindung des Frequenznormals an die Übergangsfrequenz des Ca-Atoms beschrieben und auf dieser Basis die prinzipiell erreichbare Stabilität gegeben durch das Quantenprojektionsrauschen abgeleitet. Die Charakterisierung der Stabilität als Funktion der Mittelungszeit mit der Allan-Varianz wird beschrieben und die Abhängigkeit der Stabilität von der Auflösung des Atominterferometers bestimmt.

Kapitel 5 führt in die Methode zur Charakterisierung systematischer Frequenzverschiebungen ein und bespricht die vorgenommenen Messungen zur Charakterisierung der systematischen Unsicherheit des Ca-Frequenznormals. Es schließt ab mit einem Unsicherheitsbudget für das Ca-Frequenznormal mit kalten Atomen.

In Kapitel 6 werden die Ergebnisse der Frequenzmessung sowie die zur Erreichung der minimalen Unsicherheit notwendigen Kontrollmessungen behandelt.

Kapitel 7 zeigt erste atominterferometrische Messungen an den jüngst realisierten ultrakalten Atomen und stellt erste Messungen zum Nachweis der Reduzierung geschwindigkeitsabhängiger Effekte vor. Die Arbeit schließt mit einer Abschätzung über die erreichbaren Verbesserungen durch den Einsatz ultrakalter Atome im Frequenznormal.

Kapitel 2

Spektroskopie an Ca-Atomen

Ein Frequenznormal im optischen Bereich benötigt die Anbindung eines optischen Oszillators an einen atomaren oder molekularen Übergang, der eine absolute Referenz bildet, wie es z. B. bei den Primärnormalen für Zeit und Frequenz mit Hilfe des Cs-Atoms im Mikrowellenbereich erfolgt.

Um Störungen der Übergangs-Niveaus und damit Frequenzverschiebungen im Frequenznormal minimal zu halten, sollten die verwendeten Übergänge möglichst unempfindlich gegen äußere Einflüsse sein und zudem Messungen an möglichst vielen ungestörten Atomen erlauben.

Zusätzlich ist die Reduzierung des Doppler-Effektes eine wichtige Voraussetzung. Dies kann mit Hilfe von Laserkühlmethoden erfolgen, mit denen Atome typischerweise auf Temperaturen von 1 mK bis 1 μ K gekühlt werden können.

Der Einsatz der Laserkühlung für neutrale Atome in magnetooptischen Fallen erlaubt die Erzeugung von Ensembles mit mehr als 10^7 Atomen, deren Dichte ausreichend klein ist, um in erster Näherung die Wechselwirkung zwischen den Atomen vernachlässigen zu können (siehe auch Kapitel 5.3).

In Abschnitt 2.1 werden die für die Realisierung eines Frequenznormals auf der Basis lasergekühlter Atome relevanten Eigenschaften des ^{40}Ca vorgestellt. In den weiteren Abschnitten wird der experimentelle Aufbau beschrieben, der aus der magnetooptischen Falle, dem Kühl-lasersystem, dem Spektroskopielasersystem und weiteren Komponenten besteht.

2.1 Das Ca-Atom

Das ^{40}Ca -Atom eignet sich aufgrund zweier Übergänge für die Realisierung eines optischen Frequenznormals. Dies sind der *Uhrenübergang* vom Grundzustand $4s4s\ ^1\text{S}_0$ in den angeregten Zustand $4s4p\ ^3\text{P}_1$ mit der Wellenlänge 657 nm (siehe Abb. 2.1) und der *Kühlübergang* vom Grundzustand in den angeregten Zustand $4s4p\ ^1\text{P}_1$ mit der Wellenlänge 423 nm.

Für den Uhrenübergang gilt das Interkombinationsverbot aufgrund der hohen Ordnungszahl des Ca nicht mehr streng. Es liegt eine natürliche Linienbreite von etwa 320 Hz vor, entsprechend einer Lebensdauer des angeregten Zustandes von etwa 500 μ s. Die sehr hohe Liniengüte dieses Überganges von $1,4 \cdot 10^{-12}$ bei der Frequenz von 456 THz stellt für das Erreichen einer hohen Stabilität bei der Anbindung des Lasersystems eine wichtige Voraussetzung dar. Der Grundzustand ist nicht entartet und der Übergang in die Zeeman-Komponente des angeregten Zustandes mit $m = 0$ zeigt eine extrem kleine Abhängigkeit von äußeren elektrischen und

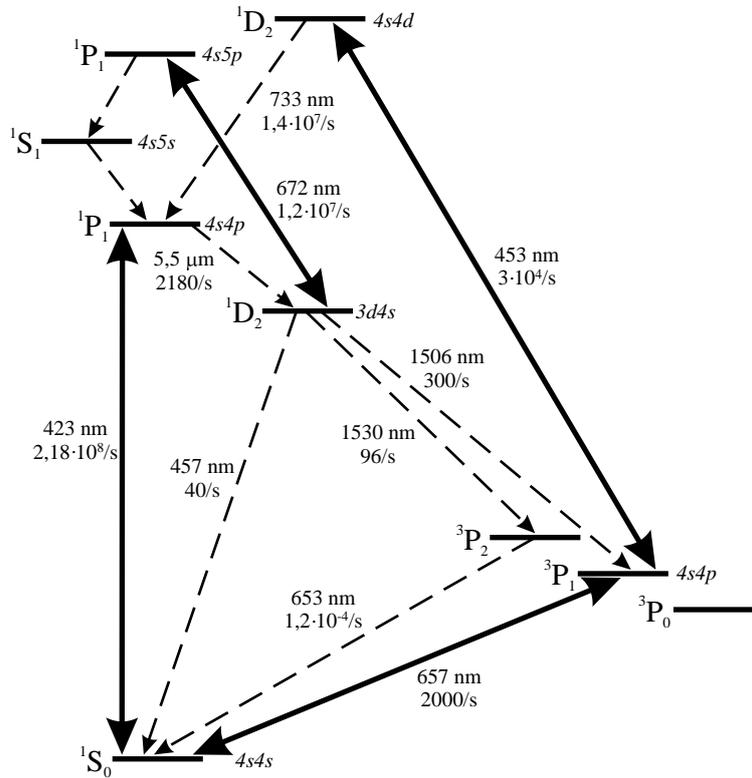


Abbildung 2.1: Termschema des ^{40}Ca mit den für die vorliegende Arbeit relevanten Linien. Die durchgezogenen Pfeile stellen die mit Lasern angeregten Übergänge dar. Die gestrichelten Pfeile geben die wichtigsten Zerfallskanäle wieder (siehe Text).

magnetischen Feldern ($1,5 \mu\text{Hz}/(\text{V}/\text{m})^2$ bzw. $64 \text{ Hz}/\text{mT}^2$) [39, 25]. Dies ist für die erreichbare Unsicherheit im Frequenznormal von entscheidender Bedeutung. Die Anregung dieses Überganges erfolgt mit dem in Abschnitt 2.4 beschriebenen *Spektroskopielaser*.

Der Kühlübergang bietet drei wichtige Eigenschaften für die Realisierung der Laserkühlung. Die Lebensdauer des angeregten Zustandes von etwa 4,6 ns (Linienbreite 35 MHz) ist hinreichend kurz, um eine hohe Zahl von Photonen auf dem Kühlübergang zu streuen und entsprechend eine hohe Kühleffizienz zu erreichen. Durch die fehlende Grundzustandsaufspaltung und die geringe Verzweigung beim Zerfall des angeregten Zustandes in andere Energieniveaus, ist ein Entkommen der Atome aus der Falle weitgehend ausgeschlossen. Für die Laserkühlung auf dem Kühlübergang wird der in Abschnitt 2.2.3 beschriebene *Kühlaser* eingesetzt.

Dennoch kann ein Anteil von etwa 10^{-5} der Atome aus dem Zustand $4s4p\ ^1P_1$ in den Zustand $3d4s\ ^1D_2$ gelangen. Dieser zerfällt mit geringer Übergangsrates in den Grundzustand bzw. den metastabilen Zustand $4s4p\ ^3P_2$ sowie den langlebigen angeregten Zustand des Uhrenüberganges, so dass diese Atome vor dem Zerfall in den Grundzustand den Eingangsbereich der Falle verlassen können.

Diese Fallenverluste können durch den Einsatz eines zusätzlichen Lasers bei einer Wellenlänge von 672 nm (*Rückpumpelaser*) deutlich reduziert werden. Hierdurch werden die Atome aus dem Zustand $3d4s\ ^1D_2$ in den Zustand $4s5p\ ^1P_1$ angeregt, von dem sie mit der größten Übergangswahrscheinlichkeit wieder in den $3d4s\ ^1D_2$ -Zustand zurück gelangen. Zusätzlich können sie über den Zustand $4s5s\ ^1S_1$ in den $4s4p\ ^1P_1$ zerfallen und in den Grundzustand gelangen.

Durch den Einsatz des Rückpumpasers wird die Wahrscheinlichkeit für die Atome über den 1P_1 -Zustand in den Grundzustand zu gelangen und wieder für die Kühlung zur Verfügung zu stehen, soweit erhöht, dass die Fallenverluste über den 1D_2 -Zustand vernachlässigbar werden. Für die *Doppler-Kühlung*, wie sie für das in der vorliegenden Arbeit untersuchte Frequenznormal mit kalten Ca-Atomen eingesetzt wird, werden sowohl Kühllaser als auch Rückpumpaser eingesetzt. Es werden Temperaturen von etwa 3 mK erreicht, die nahe am Doppler-Limit liegen.

In Kapitel 7 werden atominterferometrische Messungen an *ultrakalten* Ca-Atomen mit Temperaturen von etwa 10 μ K vorgestellt, für die eine neue Kühlmethode, die *Quenchkühlung*, eingesetzt wurde. Bei dieser Methode erfolgte die Kühlung der bereits doppler-gekühlten Ca-Atome in einer zweiten Stufe auf dem Uhrenübergang. Um trotz des langlebigen Zustandes $4s4p\ ^3P_1$ eine ausreichend hohe Streurrate zu erreichen, wurde die Lebensdauer dieses Zustandes mit Hilfe eines *Quenchlasers* (Abschnitt 2.5) verkürzt. Dabei wurden die angeregten Atome in den Zustand $4s4d\ ^1D_2$ gepumpt. Die Zerfallswahrscheinlichkeit von diesem Niveau in den $4s4p\ ^1P_1$ ist um einen Faktor 500 höher als in das angeregte Niveau des Uhrenüberganges. So konnten die Atome über das angeregte Niveau des Kühlüberganges schnell wieder in den Grundzustand gelangen und standen für die Kühlung auf dem Uhrenübergang schneller wieder zur Verfügung als beim direkten Zerfall des $4s4p\ ^3P_1$ -Niveaus.

2.2 Magnetooptische Falle

Die Messungen an lasergekühlten Atomen wurden sequentiell durchgeführt. Ein kompletter Messzyklus beinhaltete daher zunächst das Laden der Atome in eine MOT (typischerweise 15 ms), ein möglichst schnelles Abschalten der MOT und aller weiteren externen elektrischen und magnetischen Felder, die Einfluss auf die atomaren Niveaus nehmen konnten, die Anregung des Ensembles frei expandierender Atome (zwischen wenigen Mikrosekunden und 2 ms) und die Detektion der angeregten Atome (0,5 ms bis 1 ms). Der nächste Messzyklus folgte dann direkt mit dem Wiederanschalten der Fallenfelder.

Aufgrund der Ausdehnung des doppler-gekühlten atomaren Ensembles mit einer Geschwindigkeitsverteilung von etwa 1 m/s sollte die Spektroskopie möglichst direkt nach Abschalten der Falle erfolgen, um eine möglichst gleichmäßige Anregung im Bereich der maximalen Intensität der Spektroskopielaserstrahlen zu gewährleisten (siehe auch Kapitel 3.2 und 7.4).

Auch für eine möglichst hohe Transfereffizienz der doppler-gekühlten Atome bei der Quenchkühlung in das ultrakalte Ensemble (Kapitel 7.1) mussten kurze Umschaltzeiten erreicht werden. Zusätzlich war die Erzielung eines möglichst niedrigen Restgasdruckes in der Falle notwendig, um den Verlust von Atomen durch Stöße mit dem Restgas in der Vakuumkammer möglichst gering zu halten.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde daher eine neue Apparatur aufgebaut, mit der einerseits ein Ultrahochvakuum (UHV) mit einem Druck von unter 10^{-9} mbar bei Betrieb des Ca-Ofens erreicht wurde und andererseits ein schnelles Umschalten zwischen den Magnetfeldern für das Doppler- und Quenchkühlen, sowie für die Spektroskopie ermöglicht wurde. Umschaltdauern bis zum Erreichen stationärer Felder von maximal 200 μ s konnten erreicht werden (Abschnitt 2.2.2).

Abb. 2.2 zeigt den Aufbau der Apparatur mit der Vakuumkammer, der Erzeugung eines thermischen Ca-Atomstrahles, sowie der MOT-Konfiguration mit den Kühllaserstrahlen und den Spulen für das Quadrupolmagnetfeld. Darüber hinaus umfasste der Aufbau Helmholtzspu-

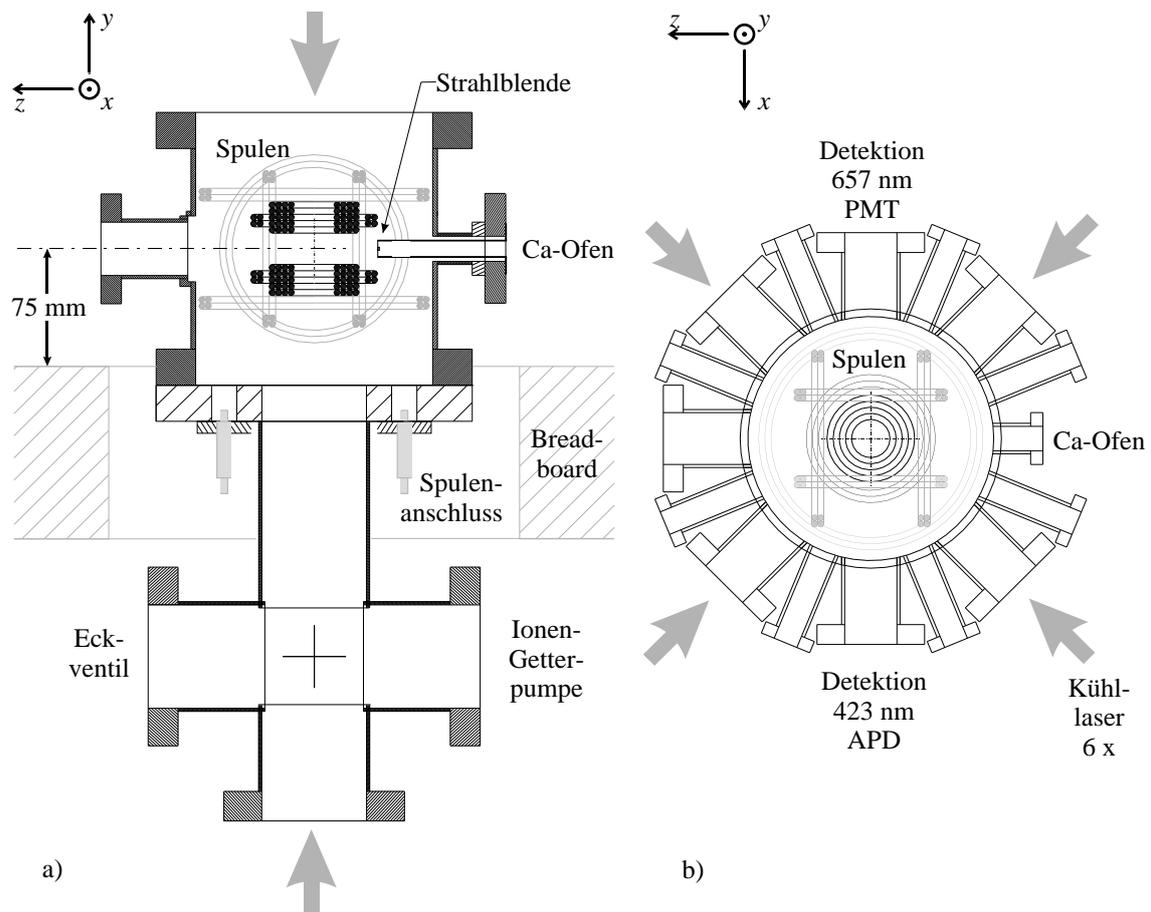


Abbildung 2.2: Aufbau der Vakuumkammer. a) Seitenansicht mit Hauptkammer und darunter Kreuzstück zum Anschluss der Ionengetterpumpe, eines Vakuumventils und der Stromdurchführungen für die Magnetfeldspulen. Ange deutet ist die Positionierung der Kammer im optischen Breadboard. In der Hauptkammer ist der Aufbau der Quadrupol-, Helmholtz- und der drei Kompensationsspulen eingezeichnet, sowie das Kupferrohr zur Halterung der Atomstrahlblende. b) Ansicht von oben mit Spulenaufbau. Die breiten Pfeile geben die Strahlrichtung der Kühl laserstrahlen für die Doppler-Kühlung wieder (siehe Text).

len zur Kompensation externer Magnetfelder und zum Anlegen wohldefinierter homogener Magnetfelder für die Spektroskopie.

2.2.1 Vakuumkammer

Die Vakuumkammer war als UHV-System ausgelegt. Deshalb wurden ausschließlich Conflat-Flanschanschlüsse (CF-Flansche) und Vollmetall-Ventile verwendet. Sämtliche Teile waren aus nichtmagnetischem Edelstahl, Kupfer, Kapton, Keramik, Quarzglas oder BK7-Glas. Bis auf die Spektroskopiefenster waren alle Fenster Standard-Viewports aus Quarzglas mit Antireflex-Beschichtungen (*AR-Beschichtung*) und relativ geringer optischer Qualität.

Für die Spektroskopiefenster wurden für 657 nm AR-beschichtete BK7-Substrate optischer Qualität verwendet. Um diese UHV-tauglich an der Kammer zu montieren, wurde eine Technik basierend auf einer Realisierung von Noble et al. [40] angewandt, die Conflat-Flansche und Kupferdichtungen verwendet. Die Schneidkanten der DN35 Conflat-Flansche wurden plangedreht und stattdessen Standard-CF-Kupferdichtungen beidseitig mit Schneidkanten (60 Grad Dachwinkel) versehen. Dadurch konnte gewährleistet werden, dass die Schneidkanten konzentrisch übereinanderlagen, so dass beim Anpressen des Glassubstrates ein Verbiegen der Kupferdichtungen und die Entstehung von Vakuumlecks vermieden wurde. Dieses Problem trat bei nicht ganz konzentrischer Positionierung von Kupfer- und CF-Flansch-Schneidkante bei der Technik von Noble et al. auf. Die Kupferdichtung wurde vakuumseitig zwischen Flansch und Glas-Substrat gelegt. Auf der Luft-Seite des Substrats wurden 10 Lagen Alu-Folie aufgelegt, auf die der Gegenflansch (ebenfalls ohne Schneidkante) aufgepresst wurde. Dies ermöglichte eine gleichmäßige Verteilung des Anpressdruckes auf das Glassubstrat. Zwischen Anpressschrauben und oberem Flansch wurden Tellerfedern eingefügt, um trotz der Ausdehnung des Gesamtaufbaus beim Aufheizen einen gleichmäßigen Anpressdruck zu erreichen. Hierdurch konnte die Entstehung von Lecks bei hohen Temperaturen vermieden werden. Mit diesem Aufbau konnte die Kammer bei Temperaturen von bis zu 270 °C ausgeheizt werden, begrenzt durch die Temperaturcharakteristik des Federstahls der Standard-Tellerfedern. Durch den Anpressdruck entstand in BK7 Spannungsdoppelbrechung. Um den Effekt möglichst klein zu halten, wurden die Fenster so eingebaut, dass die Polarisationsdrehung bei senkrechter oder horizontaler linearer Polarisation der Spektroskopielaserstrahlung minimal war. Ein Anteil in der jeweils anderen Polarisation von weniger als $3 \cdot 10^{-3}$ nach Durchlaufen der eingespannten Substrate wurde gemessen, während bei einer um 45 Grad verkippten linearen Polarisation der Anteil auf bis zu 4 % zunehmen konnte.

Die Kammer bestand aus 2 übereinander angeordneten Teilen. Der untere Teil war ein DN63-CF Sonderkreuzstück, dessen oberer Anschluss als DN150-CF-Flansch ausgelegt war. Auf diesem waren kreisförmig und konzentrisch um das DN63-Rohr zehn DN16-CF Anschlüsse für die Durchführungen der Kupferrohre für die Magnetfeldspulen angespiegelt. Die anderen Anschlüsse waren mit einer 60 l/s Ionen-Getterpumpe, einem Vollmetall-Eckventil und einem Fenster für die Einkopplung des senkrechten Kühllaserstrahles versehen. Auf dem DN150-CF Flansch war die Spulenkonfiguration freitragend aufgebaut. Der gesamte Aufbau war so in einem Breadboard von 0,9 m x 1,5 m versenkt, dass das gefangene Ensemble von Ca-Atomen 75 mm über der oberen Platte des Breadboards schwebte. Die anderen am Kreuzstück angebrachten Teile befanden sich unterhalb des Breadboards einschließlich der Strom- und Wasseranschlüsse für die Vakuum-Spulen. So stand für die Einkopplung und Justage aller horizontalen Laserstrahlen die gesamte Oberfläche des Breadboards zur Verfügung. Zusammen mit der niedrigen Strahlhöhe von 75 mm für die horizontalen Strahlen sowie durch die

Aufhängung der Kammer am Breadboard konnte eine maximale Flexibilität für den Aufbau der Optik bei gleichzeitig hoher mechanischer Stabilität gewährleistet werden.

Den oberen Teil der Vakuumkammer bildete ein DN150-CF-Distanzstück, das nach oben durch ein Standardschauglas abgeschlossen wurde und freien Blick ins Vakuum ermöglichte. Horizontal waren sternförmig sieben DN35-CF und neun DN16-CF-Anschlüsse angebracht. Diese dienten dem Anschluss des Ca-Ofens, des Photomultipliers für die Detektion der Fluoreszenz des Uhrenüberganges bei 657 nm und gegenüberliegend dem Anschluss einer Avalanche-Photodiode (APD) für die Detektion der Streuung von Photonen auf dem Kühlübergang bei Anregung der Atome durch resonantes Laserlicht bei 423 nm. Weiterhin war mit 2 CCD-Kameras die Beobachtung der Falle für die Justage der Fallenstrahlen möglich. Zwei einander gegenüberliegende Fenster waren frei zur Messung der optischen Dichte der Falle über die Absorption von resonantem Licht bei 423 nm mit einer weiteren CCD-Kamera. Weitere Fenster dienten der Einkopplung der Kühllaser-, Spektroskopie- und Detektionslaserstrahlen.

Die Detektionen für die beiden Wellenlängen war analog zum Aufbau bei Zinner in [25] realisiert. Zunächst wurde bezüglich des Fallenzentrums gegenüberliegend durch je eine Konkavlinse im Vakuum (ca. 30 mm Durchmesser) im Abstand von 58 mm vom Fallenzentrum das aus der Falle in ihre Richtung gestreute Licht kollimiert und trat durch ein Vakuumfenster nach aussen aus. Dort befand sich zunächst je ein dichroitischer Spiegel, der die jeweils falsche Wellenlänge zurückreflektierte, gefolgt von einer Kombination von Farb- und Interferenzfiltern. Damit konnten jeweils ca. 4 % des Lichtes durch eine weitere Linse auf die APD bzw. den Photomultiplier fokussiert werden. Das Signal des Photomultipliers wurde von einem Rechner mittels einer Photonenzählerkarte und das der APD mittels einer 12-Bit ADC-Wandlertarte ausgelesen.

Zur Bereitstellung der Atome wurde mit einem Ca-Ofen ein thermischer Atomstrahl erzeugt. Der Ofen war ein mit etwa 2 g metallischen Calciums gefüllter Edelstahlzylinder, der bei einer Temperatur von 885 K betrieben wurde. Der kompakte Aufbau erlaubte eine Unterbringung des gesamten Ofenaufbaus mit Ofenzylinder, Justierung, der Heizwendel und einer Strahlungsabschirmung in einem DN35 CF Distanzstück von 65 mm Länge. Eine detaillierte Beschreibung findet sich bei Zeiske [39]. Um die Temperatur aufrecht zu erhalten wurde eine Leistung von nur etwa 30 W benötigt. Die Ofentemperatur wurde mit einem Thermoelement gemessen und im Bereich von 1 K konstant gehalten. Die Ofenöffnung bildete eine 10 mm lange runde Düse mit einem Durchmesser von 1 mm und befand sich in einem Abstand von 160 mm vom Zentrum der MOT. Der effusive Atomstrahl war direkt auf das Fallenzentrum gerichtet. Die direkte Umgebung des Fallenzentrums, in dem sich die lasergekühlten Atome befanden, wurde dabei durch eine Blende mit 2 mm Durchmesser vom Atomstrahl abgeschirmt, um Stöße zwischen den lasergekühlten und gefangenen Atomen und den thermischen Atomen zu verhindern.

2.2.2 Magnetfelder

Das für die MOT benötigte Quadrupolmagnetfeld, sowie das Helmholtzmagnetfeld für die Spektroskopie und schließlich die Kompensationsmagnetfelder wurden mit wassergekühlten Spulen im Vakuum realisiert (Abb. 2.3). Die Leitungen bestanden aus kaptonbeschichtetem Kupferrohr (Außendurchmesser 3 mm, bzw. 3,2 mm mit Kapton, Innendurchmesser 1,2 mm). Die Rohre wurden über zehn hochvakuumtaugliche Keramikdurchführungen nach

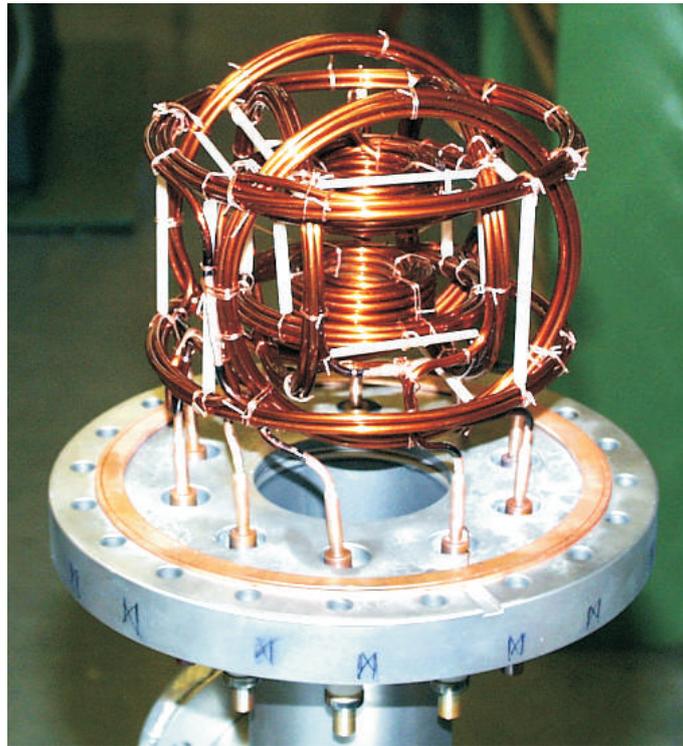


Abbildung 2.3: Aufbau der Spulenkonfiguration auf dem DN150-Flansch des Kreuzstücks. Im Innern sind die kompakten Quadrupolspulen (senkrechte Symmetrieachse) und teilweise die sie umgebenden Helmholtzspulen zu erkennen. Außen liegend die drei Spulenpaare für die Kompensationsfelder. Die Spulen sind mit Keramikstäben abgestützt und mit Kupferdrähten abgespannt.

außen geführt, die einzeln in DN16-CF-Flanschen montiert waren. Diese waren kreisförmig auf dem DN150-CF-Flansch des unteren Teiles der Vakuumkammer angebracht. Auf den Durchführungen waren die Spulen freitragend aufgebaut. Durch die Verwendung von schmalen Keramikstäben als Distanzhalter zusammen mit Kupferdrähten zum Abspannen der Spulen gegeneinander bildeten diese eine selbsttragende Konstruktion. Dadurch konnte auf ein zusätzliches Stützgerüst für die Spulen verzichtet werden.

Für die Quadrupolspulen wurden je 4 x 5 Wicklungen verwendet. Das kompakte Spulenpaar hatte einen Außendurchmesser und eine Höhe von etwa 60 mm. Das Verhältnis wurde einer idealen Anti-Helmholtz-Konfiguration angenähert. Im Bereich von 5 mm um das Fallenzentrum sollte bei idealer Spulengeometrie die Abweichung von der linearen Zunahme rechnerisch kleiner 5 % sein. Mit einer Hall-Sonde wurden die Magnetfelder vermessen. Es traten Abweichungen von maximal 15 % von der Linearität auf, die sich durch die mechanische Realisierung der Spulen erklären lassen.

Bei den Helmholtzspulen wurde ebenfalls auf das Erreichen guter Homogenität geachtet. Aufgrund der kleinen Felder und der geringen Ströme wurden hier nur je vier Wicklungen benötigt. Konzentrisch um die Quadrupolspulen angebracht lag deren mittlerer Durchmesser bei 72 mm und die Höhe bei 36 mm. Gemessen wurden Abweichungen von der Homogenität im Bereich von 5 mm um das Fallenzentrum von weniger als 0,5 %.

Die drei Spulenpaare für die Kompensationsfelder in allen Raumrichtungen wurden ebenfalls

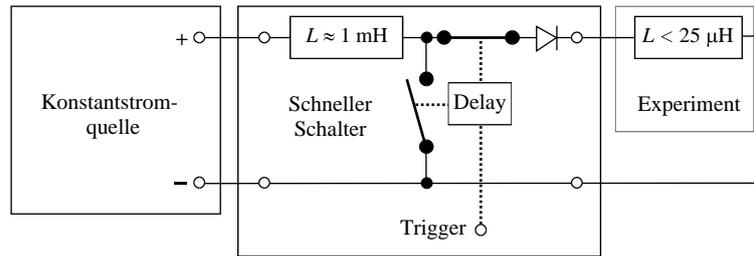


Abbildung 2.4: Schematischer Aufbau der Stromschaltung für das Helmholtz- und das Quadrupolfeld. Ein konstanter Strom durchfließt kontinuierlich eine Spule hoher Induktivität (1 mH), durch Umlegen zweier Schalter kann der Strom zusätzlich über die Quadrupol- oder Helmholtzspule niedriger Induktivität ($< 25 \mu\text{H}$) umgeleitet werden. Dabei verhindert eine Verzögerungsschaltung das Öffnen des Stromkreises. Eine Diode ermöglicht die Parallelschaltung mehrerer schneller Schalter (siehe Text).

in Helmholtzkonfiguration aufgebaut und möglichst kompakt um die Quadrupolspulenpaare und Helmholtzspulenpaare gruppiert.

Für das Helmholtzfeld von 0,2 mT wurde ein Strom von 2 A eingestellt. Für die Kompensationspulen wurden Ströme von 0,4 bis 1,6 A benötigt. Für das Quadrupolfeld mit einem Magnetfeldgradienten von 0,6 T/m für die Doppler-Kühlung und 2 mT/m für die Quenchkühlung wurden 28 A bzw. 100 mA benötigt.

Um einerseits sehr konstante und reproduzierbare Ströme und damit Magnetfelder zu erreichen, andererseits schnelles Umschalten zu gewährleisten, wurden für die Spulen Schaltungen wie in Abb. 2.4 skizziert aufgebaut. Die Verwendung hochwertiger Konstantstromquellen gewährleistete Ströme geringer Schwankungen. Um eine Belastung der Konstantstromquellen beim Umschalten der Magnetfelder zu vermeiden, wurde der Strom permanent durch eine Spule mit hoher Induktivität (1 mH) im Vergleich zu den Induktivitäten der Fallenspulen (7 bis $24 \mu\text{H}$) geschickt. Durch Umschalten zweier CMOS-Schalter konnten die Ströme entweder direkt zur Konstantstromquelle zurückgeleitet oder aber über die Fallenspulen geschickt werden, wobei durch geeignetes internes Timing der Schalter verhindert wurde, dass der Stromkreis zu irgendeinem Zeitpunkt geöffnet war. Der geringe Unterschied der Gesamtinduktivität zwischen ab- und zugeschalteter Fallenspule führte dazu, dass die Konstantstromquellen vom Schaltvorgang praktisch nichts wahrnahmen, während gleichzeitig an den jeweils geöffneten Schaltern beim Umschalten im Bereich von etwa $1 \mu\text{s}$ Spannungspitzen von bis zu 600 V entsprechend dem schnellen Abbau der Spulenmagnetfelder auftraten, für die die CMOS-Schalter ausgelegt waren. Der zusätzliche Einbau von Dioden ermöglichte die Parallelschaltung mehrerer schneller Schalter mit eigenen Konstantstromquellen. Dadurch konnte mit der gleichen Quadrupolspule sowohl das Feld für die Doppler- als auch für die Quenchkühlung erzeugt werden.

Die Kompensation des Magnetfeldes und das Schaltverhalten konnte durch eine hochauflösende Messung mittels Sättigungsspektroskopie der linearen Zeeman-Aufspaltung am Ensemble kalter Atome bestimmt werden. Die Spektroskopielaserstrahlen waren antiparallel eingestellt und ihre Polarisierungen waren linear und senkrecht zueinander. Lag kein Magnetfeld an, waren die drei Zeeman-Komponenten ($\Delta m = 0, \pm 1$) des angeregten Uhrenüberganges entartet und es zeigte sich ein einfaches Sättigungsminimum auf der geschwindigkeitsverbreiterten Linie des Uhrenüberganges, mit der Halbwertsbreite gegeben durch die Fourierbreite des recht-

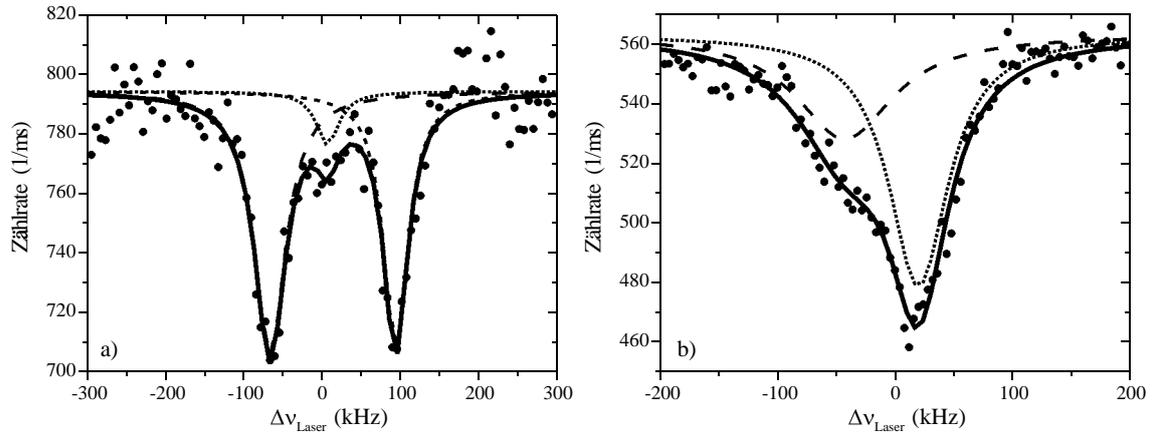


Abbildung 2.5: Magnetfeldkompensation. Aufspaltung der Sättigungsminima der Zeeman-Komponenten beim Cross-Over-Effekt durch restliches Magnetfeld für zwei Zeitpunkte a) $T_1 = 80 \mu\text{s}$ und b) $T_1 = 400 \mu\text{s}$ nach Abschalten des Quadrupolfeldes der MOT, Pulsdauern $T_p = 13 \mu\text{s}$. Messungen (Punkte) und Fits mehrerer Lorentzfunktionen (gestrichelte Linien) mit Einhüllender (durchgezogene Linie). Siehe Text.

eckförmigen Anregungspulses. War dagegen ein Magnetfeld mit beliebiger Richtung und dem Betrag $|B|$ vorhanden, kam es zur Aufhebung der Entartung und es entstanden bis zu 5 Sättigungsminima. Die Kombination aus Doppler-Verschiebung und Zeeman-Verschiebung führte dazu, dass bei bestimmten Geschwindigkeitsklassen die beiden Laserstrahlrichtungen gleichzeitig mit unterschiedlichen Zeeman-Komponenten resonant waren und sich Sättigungsminima gegeben durch die 3 Zeeman-Komponenten und Cross-Over-Linien zwischen den Zeeman-Komponenten (σ^\pm mit π) und im Überlapp mit der π -Komponente (σ^+ mit σ^-) bildeten (siehe auch [41]). Abb. 2.5 zeigt Messungen der Sättigungsminima als Funktion der Doppler-Verschiebungen bzw. Laserverstimmung zu zwei Zeitpunkten nach Abschalten der Quadrupolspule (Pulsdauer war $13 \mu\text{s}$). Aufgrund des linearen Doppler-Effektes ist die Verschiebung proportional zur Geschwindigkeit der angeregten Atome entlang der Laserstrahlrichtung (Abschnitt 2.3). Die Abstände benachbarter Sättigungsminima entsprechen der halben Zeeman-Aufspaltung $\Delta\nu = 1/2 \cdot \mu \cdot |B|$ der Komponenten beim Uhrenübergang mit $\mu = 2,1 \cdot 10^{10} \text{ Hz/T}$ [42]. Damit konnte der Betrag schwacher Magnetfelder direkt bestimmt werden. Da die Anregungswahrscheinlichkeit für die einzelnen Zeeman-Komponenten abhängt von der Richtung der Polarisation der Laserstrahlen und des Magnetfeldes über das Volumen des atomaren Ensembles, kann die Tiefe der Minima deutlich variieren.

Um die Kompensation externer Magnetfelder einzustellen, wurde der Zeeman-Effekt gemessen und die Aufspaltung der Linien minimiert. Abb. 2.5, b) zeigt die restliche Aufspaltung der Linien bei gut eingestellter Kompensation. Zwei Sättigungsminima konnten noch unterschieden werden. Aus ihrer Aufspaltung bestimmte sich für den schlimmsten Fall, dass es sich um zwei direkt benachbarte Sättigungsminima handelte, das restliche Magnetfeld zu $3 \mu\text{T}$. Die so eingestellte Kompensation blieb etwa über die Dauer eines Monats ohne neue Anpassung erhalten.

Um den Verlauf des Magnetfeldes als Funktion der Zeit T_1 nach Abschalten der Quadrupolspulen zu ermitteln, wurde zu verschiedenen Zeitpunkten die Zeeman-Aufspaltung der Linien (Abb. 2.5) bestimmt. In Abb. 2.6 ist der zeitliche Verlauf des restlichen Magnetfeldes aufge-

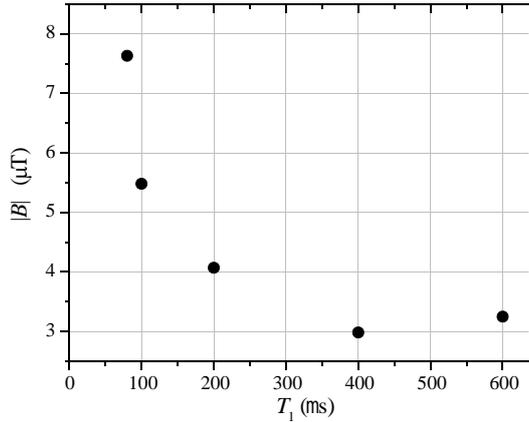


Abbildung 2.6: Zeitabhängigkeit des Betrages des restlichen Magnetfeldes als Funktion der Zeit T_1 nach Abschalten der Quadrupolspulen der MOT (siehe Text).

tragen. Während bei angeschaltetem Quadrupolfeld $T_1 < 0$ s der Betrag des Magnetfeldes über die Ausdehnung des atomaren Ensembles etwa bei 0,5 mT lag, war für $T_1 > 80 \mu\text{s}$ das Magnetfeld schon fast vollständig abgebaut. Für $T_1 > 200 \mu\text{s}$ konnte daher von einem restlichen, nicht vollständig kompensierten Magnetfeld $|B| < 4 \mu\text{T}$ ausgegangen werden.

Für die Doppler-Kühlung und die Frequenzmessung des Uhrenüberganges stellten die restlichen Magnetfelder keine Limitierung mehr dar (Kapitel 5.2.1). Für das Quenchkühlverfahren dagegen waren die restlichen Magnetfelder bereits so groß wie die beim benötigten Quadrupolfeldgradienten im Bereich des Volumens des ultrakalten Fallenensembles erreichten Werte (0 bis 4 μT , Kapitel 7.1). Für eine Optimierung des Quenchkühlverfahrens hinsichtlich Temperatur und Dichte wäre daher eine weitere Verbesserung der Magnetfeldkompensation um mindestens 1 Größenordnung wünschenswert.

2.2.3 Kühllasersystem

Das für die MOT benötigte Kühllaserlicht wurde von einem Festkörperlaser-System geliefert. Das Licht wurde auch zur Bestimmung der Fallendichte verwendet (Kapitel 5.3) und für eine neue Detektionsmethode, die in Kapitel 7.5 vorgestellt wird. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden Maßnahmen zur Erhöhung der Frequenzstabilität vorgenommen, die insbesondere für den Einsatz bei der Detektion notwendig waren.

Abb. 2.7 zeigt den schematischen Aufbau des Systems. Ein Masterlaser-System (*Master*) mit einer entspiegelten Einzelmoden-Laserdiode in einer Littman-Konfiguration lieferte ca. 5 mW Ausgangsleistung bei 846 nm. Das System konnte über den Diodenlaserstrom (I_{LD} , schneller Regelzweig, Bandbreite ca. 1 MHz) und die Einstellung der Resonatorlänge mit einem Piezospiegel (*PZT*, langsamerer Zweig, Bandbreite ca. 300 Hz) geregelt werden. Der Masterlaser wurde auf einen Referenzresonator (*Ref.res.*) vorstabilisiert. Dieser war mit zwei Konkav-Spiegeln in nicht konfokalem Abstand zur Trennung der höheren Transversalmoden aufgebaut (freier Spektralbereich 1 GHz, Linienbreite 2,2 MHz). Der Spiegelabstand konnte über einen Piezospiegel (*PZT*) variiert werden. Der Resonator war thermisch isoliert und luftdicht in einem Metallgehäuse eingeschlossen. Im Resonator war ein Brewster-Platte zur Erzeugung einer polarisationsabhängigen Finesse eingebaut. Dies ermöglichte die Stabilisierung des Masterlasers mittels Hänsch-Couillaud-Verfahren auf den Resonator [43]. Für die Stabilisierung wurden

45 mW frequenzverdoppelten Kühllaserlichtes erzeugt werden. Ein kontinuierlicher Abfall der Laserleistung mit der Zeit wurde verursacht durch Abnahme der Qualität der Oberflächenentspiegelung des Kristalls am Ort des Laserlichtes. Als Ursache für die Abnahme wird eine Desorption des Sauerstoffes aus der Schicht hervorgerufen durch das blaue Licht angesehen. Die Abnahme konnte durch einen kontinuierlichen Sauerstoffstrom entlang der Oberflächen verlangsamt werden. So fiel die erzeugte Kühllaserleistung typischerweise in einem Monat um 25 % auf 30 mW ab, bevor durch Verschieben des Kristalls die Leistung wieder auf mehr als 40 mW erhöht wurde.

Mittels eines Lock-In-Verfahrens wurde der Verdopplungsresonator auf die einfallende Slave-Laser-Frequenz stabilisiert. Dazu wurde ein Piezo-Spiegel (*PZT*) im Resonator resonant bei etwa 41 kHz moduliert und über die Offset-Spannung des Piezospiegels die Resonatorlänge nachgestellt. Die Intensität zeigte schnelle Schwankungen von wenigen Prozent, die durch den Sauerstoff- und Kühlwasserfluss für die Temperaturstabilisierung hervorgerufen wurden und charakteristische Frequenzen im Bereich von 1 kHz und 10 kHz aufwiesen. Die Schwankungen konnten im Rahmen der vorliegenden Arbeit auf unter 2 % reduziert jedoch nicht ganz abgestellt werden.

Ein kleiner Teil des blauen Lichtes trat am Eingang des Resonators aus und wurde zur Stabilisierung der Absolutfrequenz des Masterlasers verwendet. Dazu wurde es zirkular polarisiert und senkrecht auf einen mit einem Ca-Ofen erzeugten Atomstrahl eingestrahlt (*Ca-Ofen*), um die σ^- -Zeeman-Komponente des Kühlüberganges anzuregen. Mit einem Helmholtzspulenpaar wurde ein Offset-Magnetfeld erzeugt, mit dem eine Rotverschiebung des σ^- -Überganges um -220 MHz gegenüber der Resonanz des ungestörten Kühlüberganges eingestellt wurde. Gleichzeitig wurde für die Stabilisierung der Kühllaserfrequenz auf diesen Zeeman-Übergang mittels Lock-In-Verfahren das Magnetfeld mit geringem Hub bei einer Frequenz von 1 kHz moduliert und die Länge des Referenzresonators geregelt. Die Regelung bestand aus einem Integrator mit einer Zeitkonstante von 1 s, so dass die mit dem Resonator erreichte Kurzzeitstabilität des Lasersystems nicht durch das Rauschen des Signals vom Atomstrahl verschlechtert wurde. Mit Hilfe der Messung der Signalschwankungen bei Einkopplung des Kühllaserlichtes auf die Flanke der Resonanz eines unabhängigen Resonators wurden für den Bereich bis 10 s Schwankungen der Laserfrequenz im Bereich von 300 kHz abgeschätzt. Unabhängig davon wurde für die Stabilisierung auf den Atomstrahl eine Unsicherheit für die Absolutfrequenz von etwa 2 MHz abgeschätzt.

Langsame Schwankungen im Bereich von 2 MHz stellen für die Realisierung der MOT auf dem 35 MHz breiten Kühlübergang kein Problem dar. Auch für einen Einsatz als Detektionslaser wie in Kapitel 7.5 vorgestellt, ist die erreichte Frequenzstabilität ausreichend. Für das Erreichen des Quantenprojektionsrauschlimits (Kapitel 4.2) ist allerdings eine weitere Erhöhung der Intensitätsstabilität notwendig.

Hinter dem Ausgang des Verdopplers wurde ein Chopperrad zur mechanischen Abschaltung des Kühllaserlichtes während der Spektroskopie eingebaut, um Frequenzverschiebungen aufgrund des AC-Stark-Effektes zu vermeiden (Kapitel 5.2.3).

Für den Einfang und die Kühlung der Atome wurde der Kühllaserstrahl mit 2 Schalt-AOMs über die jeweils +1. Beugungsordnung in zwei Strahlen mit unterschiedlicher Rotverstimmung von -40 MHz (*AOM K1*) und -90 MHz (*AOM K2*) aufgespalten. Ein Teil des nahverstimmten Lichtes wurde direkt für die vertikalen MOT-Strahlen abgespalten und der andere Teil mit dem weiter verstimmten Licht in zwei Strahlen für die horizontalen MOT-Strahlen überlagert. Resonantes Laserlicht, das mit der +1. Beugungsordnung von *AOM K3* erzeugt wurde, konnte für die Detektion und alternativ für die Messungen der optischen Dichte des Fallenensembles

eingesetzt werden.

Für die Messung des AC-Stark-Effektes restlichen Kühllaserlichtes wurde dagegen die 0. Beugungsordnung in die MOT eingestrahlt und über die Beugung in die +1. Ordnung (Strahl abgeblockt) die Intensität der 0. Ordnung eingestellt.

2.2.4 Einfang und Doppler-Kühlung der Atome

Für den Einfang und die Kühlung der Atome aus dem thermischen Atomstrahl wurde eine 3D-optische Melasse aus den nahverstimmten Strahlen aufgebaut. In den horizontalen Richtungen standen je 4 mW Leistung zur Verfügung, die in Winkeln von ± 45 Grad zum thermischen Atomstrahl eingestrahlt und rückreflektiert wurden. Der dritte Strahl mit einer Leistung von 1,5 mW wurde senkrecht eingestrahlt und rückreflektiert. Die $1/e^2$ -Durchmesser der Strahlen waren auf etwa 10 mm aufgeweitet.

Mit den zusätzlichen weiter verstimmten Frequenzen in den horizontalen Strahlen (auch je 4 mW) konnten aufgrund der höheren Doppler-Verschiebung der schnellen Atome zusätzlich höhere Geschwindigkeitsklassen aus dem thermischen Atomstrahl eingefangen werden. Durch die weite Verstimmung der zweiten Kühllaserfrequenz hat diese im Wesentlichen nur Einfluss auf die Zahl der Atome und nicht auf die Form und die Geschwindigkeitsverteilung in der MOT. Eine detaillierte Abhandlung zum Prinzip dieses Aufbaus findet sich bei Zinner [25]. Der Rückpumplaser für die Kühlung wurde mit einem Laserdiodensystem in Littrow-Anordnung mit entspiegelter Einzelmoden-Laserdiode realisiert, die mit einem Lock-In-Verfahren auf einen durchstimmbaren Referenzresonator stabilisiert wurde. Die Breite des Rückpumpüberganges erlaubte trotz der Drift des Referenzresonators einen Betrieb ohne zusätzliche Absolutstabilisierung der Laserfrequenz. Über einen Schalt-AOM konnte das Rückpumplaserlicht zu- und abgeschaltet werden.

Um die Ladezeitkonstante der Falle zu bestimmen wurde mit der Avalanche-Photodiode die Zunahme der Fallenfluoreszenz während des Ladevorganges als Funktion der Zeit gemessen. Die Fallenfluoreszenz ist abzüglich eines konstanten Untergrundes durch den thermischen Atomstrahl proportional zur Zahl der Atome im Fallenensemble. Abb. 2.8 zeigt einen typischen Verlauf. Es lässt sich in guter Näherung eine Exponentialfunktion anfitzen. Abhängig von der Justage der Fallenstrahlen wurden Ladezeitkonstanten zwischen 300 ms und 450 ms gefunden. Diese Abhängigkeit wird auf die Position des atomaren Ensembles vor der Atomstrahlblende zurückgeführt. Das Ensemble lag nahe am Rande des Schattenbereiches der Atomstrahlblende, so dass leichte Positionsänderungen eine deutliche Änderung in der Rate der durch Stöße mit den thermischen Ca-Atomen entfernten kalten Atome bewirken konnte. Gegenüber der früher benutzten Apparatur, in der bereits mit Rückpumplaser und Atomstrahlblende gearbeitet wurde [25, 44], konnte die Ladezeitkonstante um einen Faktor 6 bis 9 gesteigert werden. Dies lässt sich auf die Verminderung der Verluste durch Stöße mit dem Restgas durch den um drei Größenordnungen reduzierten Restgasdruck zurückführen.

2.3 Eigenschaften der doppler-gekühlten Ca-Atome

Die Spektroskopie und Atominterferometrie an den lasergekühlten Atomen erforderte ein Umschalten zwischen Kühlung und Messung. Typische Zeiten waren 15 ms für das Laden der Falle und 0,5 bis 2 ms für die Messungen. Daher stellte sich ein stationärer Zustand für die Zahl der

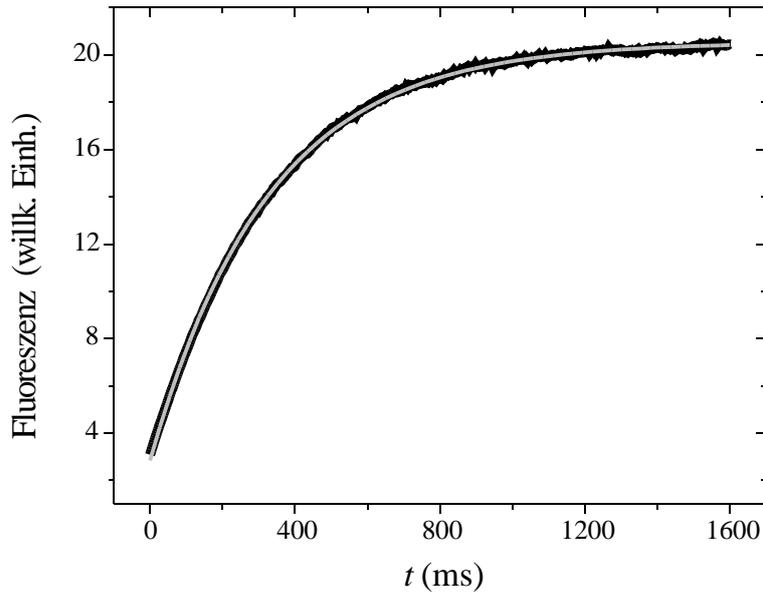


Abbildung 2.8: Ladevorgang der MOT. Fluoreszenz der Atome in der MOT als Funktion der Zeit t nach Anschalten der Falle. Anregung der Fluoreszenz durch die Kühlaserstrahlen der MOT (siehe Text). Graue Linie: Exponentialfit mit Zeitkonstante $\tau = 325$ ms.

Atome ein, bei dem die Falle nicht ganz gefüllt war. Für solche Messzyklen wurde die Fallendichte und Zahl der Atome über die Messung der optischen Dichte in der Falle bestimmt (zur Definition siehe Kapitel 5.3). Abb. 2.9 zeigt eine typische Verteilung der optischen Dichte. Die optische Dichte ist proportional zur örtlichen Verteilung der Teilchendichte. Die Achsen entsprechen der horizontalen (z) und vertikalen Richtung (y). Für die magneto-optische Falle aus Kühlaserlicht und Magnetfeld und die Thermalisierung der Geschwindigkeitsverteilung über die Streuung von Kühlaserphotonen fand sich eine in guter Näherung rotationssymmetrische gauß-förmige Verteilung der Teilchendichte. Die typische mittlere Dichte am Beginn der freien Expansion nach Abschalten der Falle betrug $1,7 \cdot 10^{15}/\text{m}^3$ mit einer Gesamtzahl von Atomen von $2,3 \cdot 10^7$. Der rms-Radius der Falle, bis zu dem die Dichte von ihrem maximalen Wert von $\rho_{max} = 4,8 \cdot 10^{15}/\text{m}^3$ auf $\sqrt{1/e} \cdot \rho_{max}$ abgefallen war, betrug etwa 0,7 mm (Kapitel 5.3).

Neben der Dichteverteilung der Atome wurde das atomare Ensemble über seine Temperatur und damit über seine Geschwindigkeitsverteilung charakterisiert. Aus der Doppler-Verbreiterung des Uhrenüberganges wurden die eindimensionalen Geschwindigkeitsverteilungen für die drei Raumrichtungen bestimmt. Durch die Einstrahlung zweier antiparalleler Strahlen, konnte darüber hinaus mittels des Offsets der beiden gemessenen Doppler-Verteilungen, die Offsetgeschwindigkeit bestimmt werden. Abb. 2.10, a) zeigt u. a. die Doppler-Verteilung in Richtung der Spektroskopielaserstrahlen ($+z$, $-z$). Für die beiden Richtungen ($-x$, $-y$) senkrecht zur Spektroskopierichtung wurden die Geschwindigkeitsverteilungen entsprechend gemessen. Aus dem Vergleich mit dem Offset für die Spektroskopierichtung konnten auch für diese Richtungen die Offsetgeschwindigkeiten des Ensembles bestimmt werden. Dabei wurden in der senkrechten Richtung ($-y$) nur die Zeeman-Komponenten ($\Delta m = \pm 1$) des Uhrenüberganges angeregt, da hier die Richtung des Laserstrahles parallel zum angeschalteten Helmholtzfeld für die Spektroskopie war.

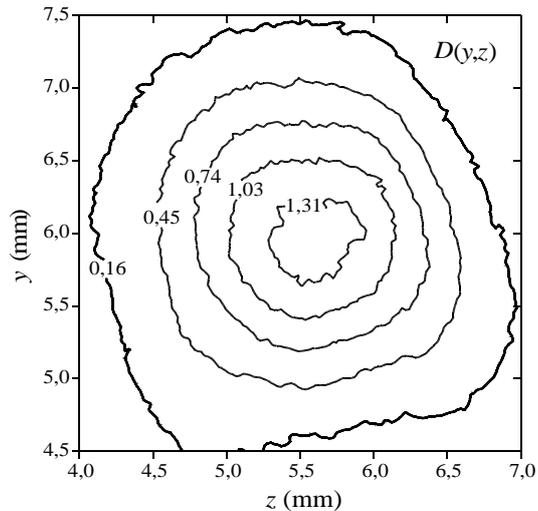


Abbildung 2.9: Die optische Dichte $D(y, z)$ der lasergekühlten Atome nach Gl. 5.10 in der MOT als Funktion des Ortes in horizontaler Richtung (z , in etwa parallel zum Atomstrahl) und in senkrechter Richtung (y). Eingetragen sind Linien konstanter Dichte.

Die Beziehung zwischen der Verschiebung der Resonanz mit dem Spektroskopielaserstrahl aufgrund der Geschwindigkeit eines Atoms entlang des k -Vektors des Laserstrahles und der Frequenz des Uhrenüberganges ist gegeben durch die Doppler-Verschiebung mit $\Delta\nu = v/\lambda_{Ca}$ mit $\lambda_{Ca} \approx 657$ nm. Werden die Kurven der Abb. 2.10 a) in b) als Funktion der longitudinalen Geschwindigkeit der Atome parallel zur Laserstrahlrichtung aufgetragen, ist die gute Übereinstimmung der Geschwindigkeitsverteilungen zu erkennen. Positive Geschwindigkeit zeigt Bewegung parallel, negative antiparallel zur jeweiligen Laserstrahlrichtung ($-x, -y, +z, -z$) an. Zum Vergleich wurden nach Abzug eines gemeinsamen konstanten Intensitätsoffsets der Messwerte die Verteilungen in der Höhe skaliert. Für alle drei Grundrichtungen fanden sich sehr ähnliche Verteilungen mit quadratgemittelten Geschwindigkeiten (v_{rms}) zwischen 70 cm/s und 80 cm/s. Die Offsetgeschwindigkeiten lagen zwischen 2 und 5 cm/s. Werden die Spektren in Spektroskopielaserrichtungen ($+z, -z$) miteinander verglichen, so fällt noch eine leichte Asymmetrie der Verteilung auf. Diese wird auf die Intensitätsverteilung des Kühllaserlichtes zurückgeführt. Zum Einen wurde aufgrund begrenzter Leistung mit rückreflektierten Strahlen gearbeitet, was teilweise dadurch kompensiert wurde, dass die Strahlen leicht fokussiert wurden, um Intensitätsverluste auszugleichen. Zum Anderen waren die Intensitätsverteilungen nicht ideal gauß-förmig und wurden darüber hinaus durch die geringe optische Qualität der Standardschaugläser verzerrt. Dies führte zu einer justageabhängigen Verzerrung der Symmetrie des Fallenpotenzials und damit auch zu einer leichten Verzerrung der Geschwindigkeitsverteilungen. Weiterhin zeigten Messungen, die jeweils nach Erneuerung der Justage der Fallenstrahlen durchgeführt worden waren, für die einzelnen Richtungen Geschwindigkeitsoffsets bis zu maximal 7 cm/s. Diese Offsets wurden bei den Abschätzungen der Unsicherheit für das Frequenznormal berücksichtigt (Kapitel 5.4.1).

Für eine möglichst gute Justage wurde zunächst in einem ersten groben Justageschritt auf gute Überlagerung der Strahlen und ein möglichst rundes Fallenensemble geachtet und in einem zweiten Feinjustageschritt die Zahl der Atome im Ensemble maximiert. Auf diese Weise ließen sich die Fallenparameter bezüglich Zahl und Geschwindigkeitsverteilung der Atome

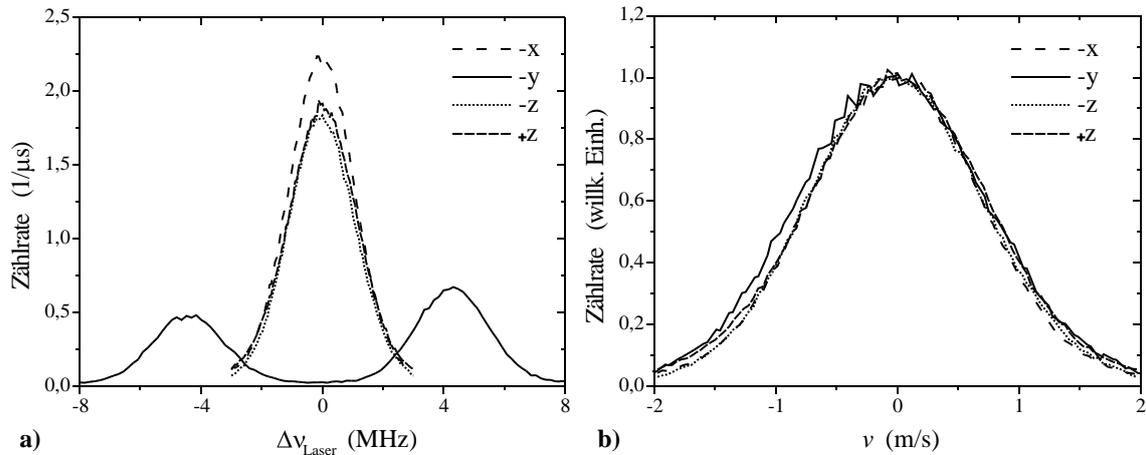


Abbildung 2.10: Doppler-Spektren. a) Zählraten der Fluoreszenz auf dem Uhrenübergang als Funktion der Verstimmung $\Delta\nu_{\text{Laser}}$ des Spektroskopielasers für verschiedene Laserstrahlrichtungen: in Richtung der Spektroskopielaserstrahlen z , $-z$, in horizontaler Richtung senkrecht dazu $-x$ und in vertikaler Richtung $-y$ (parallel zum Helmholtzfeld. b) aus a) bestimmte eindimensionale Geschwindigkeitsverteilungen (siehe Text).

mit guter Reproduzierbarkeit im Bereich von 10 % einstellen. Die Zahl der Atome konnte allerdings durch allmähliche Verringerung der Kühlaserintensität (Abschnitt 2.2.3) innerhalb eines Monats um bis zu 40 % abnehmen.

2.4 Laserspektrometer

Die Abfrage des Uhrenüberganges erfolgte mit dem Spektroskopielaser. Der Aufbau dieses Systems ist im Detail bei Zinner [25] und bei Helmcke et al. [45] beschrieben. Abb. 2.11 zeigt diesen Aufbau, dem für die Quenchkühlung noch ein zusätzlicher AOM hinzugefügt wurde [46]. Das System bestand aus einem Farbstoff-Ringlaser, der mittels Pound-Drever-Hall-Verfahren an einen hochstabilen Referenzresonator angebunden wurde. Am Farbstoffringlaser konnte über einen Intracavity-EOM (*ADP*) als schnelles Stell-Element und über einen Piezo-Spiegel (*PZT*) als langsames Stellelement zur Änderung der Resonatorlänge die Frequenz geregelt werden. Als Laserfarbstoff wurde DCM eingesetzt, der von einem Nd:YVO₄-Festkörperlaser (Verdi, Firma Coherent) mit ca. 4 W Leistung gepumpt wurde. Ein Teil des intensitätsstabilisierten Lichtes wurde zur Anbindung an den Referenzresonator ausgekoppelt und in einem Offset-AOM (*AOM 1*) im doppelten Durchgang frequenzversetzt. Für das Pound-Drever-Hall-Verfahren wurde dem Licht in einem Phasenmodulator (*EOM*) um ± 20 MHz versetzte Seitenbänder aufgeprägt. Über eine polarisationserhaltende Monomoden-Faser wurde das Licht zum Referenzresonator geführt. Dies diente zur Modenreinigung und zur Erhöhung der Richtungsstabilität für die Einkopplung in den Resonator. Daher war die Auskopplung des Lichtes mit dem Resonator zusammen auf einem vibrationsisolierenden Tisch aufgebaut. Der nicht durchstimmbare Hochfinesse-Referenzresonator bestand aus Zerodur-M mit optisch kontaktierten Spiegeln. Der freie Spektralbereich betrug 660 MHz bei einer Finesse von 10^4 . Er war innerhalb einer Vakuumkammer in einer zusätzlichen Strahlungsabschirmung aus Metall angebracht und an dünnen Fäden aufgehängt. Die Vakuumkammer wurde von einem tempera-

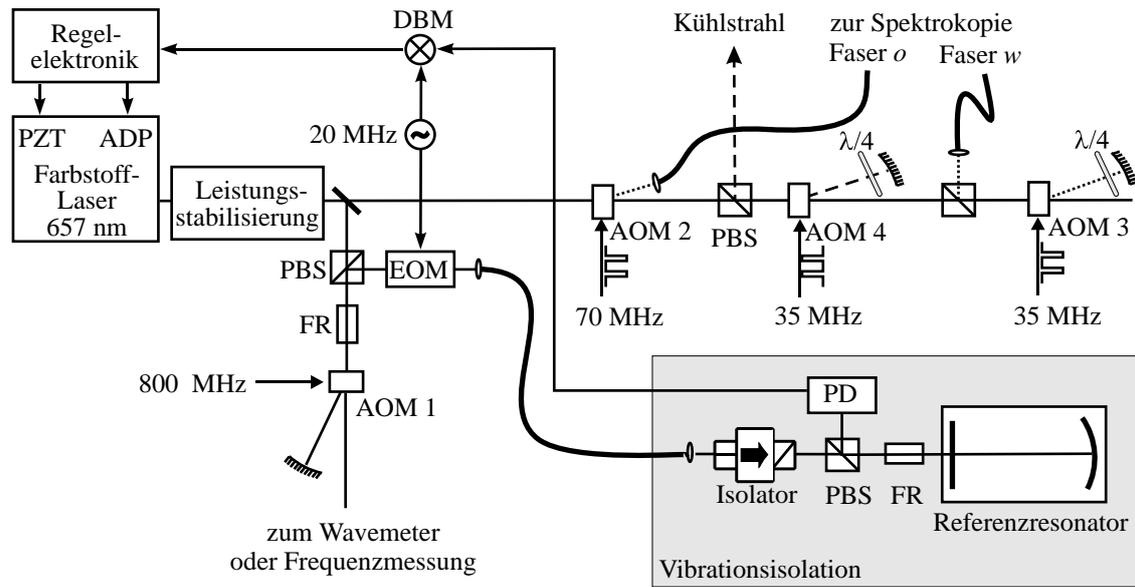


Abbildung 2.11: Aufbau des Spektroskopielasersystems mit Leistungsstabilisierung und Offset-Stabilisierung über AOM 1 mittels Pound-Drever-Hall-Verfahren auf einen Referenzresonator. Auskopplung der Spektroskopielaserstrahlen mit AOM 2 und AOM 3 und des Kühllaserstrahles mit AOM 4.

turstabilisiertem Kupferzylinder umgeben. Das Ganze war zusätzlich thermisch isoliert. Damit ergab sich zusammen mit der Vibrationsisolierung eine sehr gute Abschirmung des Resonators gegen externe Temperaturschwankungen, mechanische Vibrationen, Akustik und seismische Störungen. Der kleine thermische Ausdehnungskoeffizient des Zerodur-M ($< 3 \cdot 10^{-9}/\text{K}$) und die Temperaturstabilisierung führten zu einer Drift der Eigenmoden des Resonators von unter 0,3 Hz/s, die sich auf eine Alterungsdrift der Resonatorlänge zurückführen ließ [27, 25, 47]. Im Rahmen dieser Arbeit konnten parasitäre Etalon-Effekte zwischen Faser und Resonator reduziert werden, die zusammen mit einer restlichen Amplituden-Modulation (RAM) im Phasenmodulator zu Offsets in der Pound-Drever-Hall-Stabilisierung führten. Dies wurde durch den Einbau einer zusätzlichen optischen Diode hinter dem Faser-Ausgang erreicht. Verbesserungen am mechanischen Aufbau für die Einkopplung des Lichtes in den EOM erlaubten eine bessere Kontrolle der RAM. So konnte die Linienbreite des Spektroskopielasers um einen Faktor 3 auf etwa 200 Hz reduziert werden.

Abb. 2.12 zeigt die Schwebungsfrequenzmessung zwischen dem auf den Referenzresonator stabilisierten Spektroskopielaser und einem Laserdioden-Spektrometer, das auf einen im Vakuum befindlichen Hochfinesse-Resonator aus ULE mit einer Linienbreite von nur 18 kHz stabilisiert wurde [48]. Die gemessene Linienbreite von 220 Hz wird im Wesentlichen auf das Rauschen des Farbstofflaserspektrometers zurückgeführt.

Mit der erreichten Linienbreite konnten Ramsey-Resonanzen am Ca mit Auflösungen bis zu 230 Hz Halbwertsbreite gemessen werden (Kapitel 3.2). Unabhängig davon konnte mit einer Messung des Kontrastes von Ramsey-Resonanzen an ultrakalten Ca-Atomen die Laserlinienbreite im Wesentlichen bestätigt werden (Kapitel 7.4.3).

Zur Stabilisierung der Absolutfrequenz des Spektroskopielasers auf Ca konnte der Offset zur Eigenmode des Referenzresonators, auf die der Laser kurzzeitstabilisiert wurde, eingestellt

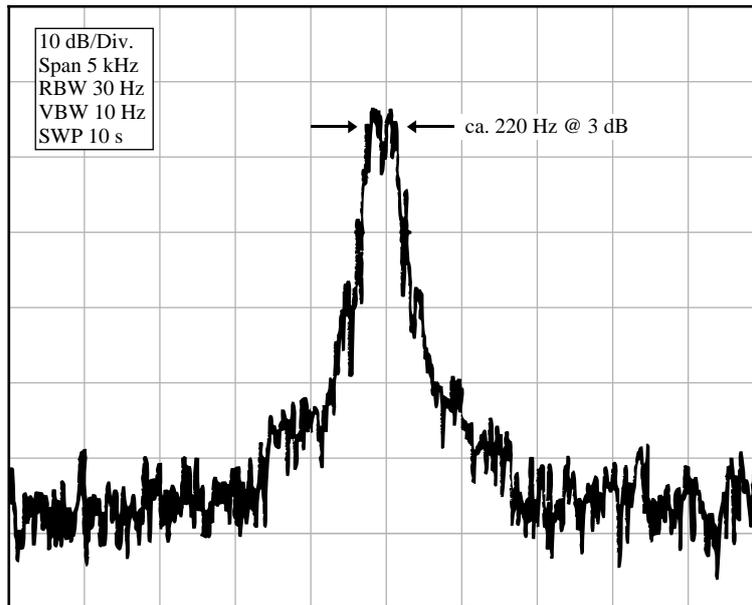


Abbildung 2.12: Spektrum der optischen Leistungsdichte des Schwebungssignals zwischen Farbstofflaserspektrometer und einem Hochfinesseresonator stabilisiertem Laserdiodyensystem. Auflösungsbandbreite 30 Hz.

werden. Der Einstellbereich betrug etwa 160 MHz gegeben durch die Beugungseffizienz des AOM 1 (800 MHz Mittenfrequenz) im doppelten Durchgang. Die Frequenz der Laserstrahlung des Spektroskopielasers war um 70 MHz rotverschoben gegenüber der Uhrenfrequenz des Ca. Damit konnten akusto-optischen Modulatoren *AOM 2* und *AOM 3* als Schalt-AOMs für die Spektroskopie eingesetzt werden. Die +1. Beugungsordnung wurde im Einzeldurchgang (*AOM 2*) bzw. im doppelten Durchgang (*AOM 3*) für die Spektroskopie genutzt, so dass die Laserstrahlen mit dem Uhrenübergang resonant waren. Das Licht wurde in polarisationserhaltende Monomodens-Fasern eingekoppelt und zur MOT geleitet. Dort wurden die Strahlen nach der Auskopplung mit einem Mikroskopobjektiv kollimiert und über zwei Spiegel und abschließend einem Polarisationsstrahlteiler durch die Spektroskopiefenster auf das atomare Ensemble eingestrahlt. Auf diese Weise konnten unabhängig die Strahlparameter (Kollimation, Wellenfrontkrümmung) justiert sowie die Strahlage (Winkel zur Gravitation, Ensemble in der Strahlmitte) eingestellt werden.

Zur Erzeugung der Kühllaserstrahlung für die Quenchkühlung wurde analog zu *AOM 3* *AOM 4* eingesetzt. Das abgebeugte Licht wurde als Freistrahler zur Falle gelenkt, um zusätzliche Leistungseinbußen durch die begrenzte Einkoppeleffizienz in Fasern zu vermeiden. Die Radiofrequenz von 35 MHz für den AOM wurde hier von einem VCO (*voltage controlled oscillator*) geliefert (geringe thermische Drift von maximal 1 kHz/h). Damit war es möglich, die Frequenz zu modulieren, um die notwendige spektrale Breite für die Quenchkühlung zu erreichen (Kapitel 7.1). Zu diesem Zweck wurde der VCO mit einem Funktionsgenerator angesteuert (Modulationsfrequenz 15 kHz, Hub der Modulationsfrequenz 0,7 MHz_{pp}).

2.5 Quenchlaser

Zusätzlich zu den beiden beschriebenen Lasersystemen wurde für die Quenchkühlung als Quenchlaser ein zweites Farbstofflasersystem verwendet [46]. Dieses System arbeitete mit dem Farbstoff Stilben III gepumpt von einem Ar-Ionen-UV-Laser mit 3,5 W Leistung. Der Laser wurde mittels Lock-In-Verfahren (5,3 kHz) auf einen durchstimmbaren Referenzresonator stabilisiert. Dazu konnte die Länge des Farbstofflaser-Ringresonators mit einem Piezospiegel verändert werden. Das System war für 423 nm konstruiert und lieferte aufgrund der reduzierten Spiegelreflektivitäten bei 453 nm noch etwa 40 mW Leistung, von denen über einen Schalt-AOM (80 MHz, einfacher Durchgang) etwa 30 mW über die 1. Beugungsordnung zur MOT gelenkt werden konnten.

Die Drift des Referenzresonators musste zur Erzielung der notwendigen Frequenzstabilität unterbunden werden. Dazu wurde die Frequenz des Referenzresonators auf die Frequenz eines Helium-Neon-Lasers (*HeNe-Laser*) stabilisiert, der wiederum über einen Offset-Lock an einen iod-stabilisierten HeNe-Laser angebunden war.

2.6 Experimentsteuerung und Datenaufnahme

Zur Steuerung der Experimente und der Frequenzstabilisierung des Ca-Normals wurde ein rechnergestütztes System eingesetzt, mit dem die Kühl-, Spektroskopie und Detektionssequenzen mit einer minimalen Zeitauflösung von 100 ns gesteuert werden konnten. Das System ist bei Zinner beschrieben [25]. Die Steuerung der Messsequenzen wurde mit Hilfe einer Bitmusterkarte (Becker & Hickl, PPG100) umgesetzt. Über die Karte konnten mittels TTL-Signalen alle Radiofrequenzen für die Schalt-AOMs unter Verwendung von doppelt-balancierten Mischern an- und abgeschaltet werden, sowie die schnellen Schalter für die Magnetfelder getriggert werden. Über die PPG-Signale wurden zudem die Gate-Zeiten für die Photonen-zählerkarte des Photomultipliers für die rote Fluoreszenz gesteuert als auch die Aufnahme der APD-Signale durch die ADC-Wandlerkarte getaktet.

Für die Spektroskopie und Atominterferometrie konnten über eine IEEE-488 Schnittstelle die Frequenzen und Leistungen der Synthesizer für den Spektroskopielaser eingestellt und der Betriebszustand der Synthesizer abgefragt werden. Die Synthesizer waren phasenstarr an eine durch die Cs-Atomuhr der PTB gegebene 10 MHz Referenzfrequenz angebunden. Die absolute Unsicherheit Ihrer Frequenzen betrug daher laut Spezifikation ± 1 Hz. Das Ändern der Einstellungen der Synthesizer erforderte Wartezeiten von mindestens 20 ms, so dass für Messungen frequenzabhängiger Signale nicht mehrmals über den Frequenzbereich gesweept und die Sweeps gemittelt wurden, sondern umgekehrt bei festen Frequenzen zunächst gemittelt und dann die nächste Frequenz eingestellt wurde.

Kapitel 3

Atominterferometrie

Die im Rahmen dieser Arbeit durchgeführte Spektroskopie an Ca-Atomen hat das Ziel, zur Realisierung des Frequenznormals das Farbstofflaserspektrometer möglichst gut an den ungestörten Uhrenübergang anzubinden. Dazu gehört auch der Nachweis und die Vermessung kleinster Effekte, die die Frequenz des Uhrenüberganges verschieben können. Um das Potenzial der schmalen natürlichen Linienbreite zu nutzen, muss eine Auflösung im Bereich der natürlichen Linienbreite erreicht werden. Bei der Messung an doppler-gekühlten aber auch an ultrakalten Atomen ist dies mit einfachen Spektroskopiemethoden nicht möglich, da die Doppler-Verbreiterungen im Bereich von einigen MHz (Abb. 2.10) bzw. 100 kHz (Abb. 7.2) liegen. Auch mit Hilfe von Sättigungsspektroskopie können sinnvoll nur Linienbreiten im Bereich von 100 kHz aufgelöst werden, da bei einer größeren Pulsdauer (T_p), die eine verringerte Linienbreite im Fourierspektrum ($\approx 1/T_p$) zur Folge hat, nur noch die Atome zum Signal beitragen, deren doppler-verschobene Übergangsfrequenz in der Linienbreite des Laserpulses liegt. Bei einer Auflösung im Bereich der natürlichen Linienbreite von < 1 kHz gilt das nur noch für ein tausendstel aller lasergekühlten Atome. Damit verschwindet praktisch das Signal. Mit Hilfe der *Atominterferometrie* kann dieses Problem gelöst werden. Die Methode vereint kurze Pulsdauern und damit eine große Zahl von beteiligten Atomen mit langen Wechselwirkungsdauern und somit hohen Auflösungen aufgrund großer Abstände zwischen den Pulsen. In Atominterferometern in der Zeitdomäne, wie sie bei lasergekühlten Atomen angewandt werden, können die Atome als Materiewellen betrachtet werden, für die einzelne Laserpulse Strahlteiler aus Licht darstellen [49]. In Abschnitt 3.1 wird daher zunächst die kohärente Wechselwirkung der Atome mit einzelnen Laserpulsen betrachtet.

Abschnitt 3.2 stellt dann das für die Realisierung des Frequenznormals verwendete *asymmetrische 4-Puls Atominterferometer* vor. Asymmetrische Atominterferometer zeigen eine explizite Abhängigkeit des Interferenzsignals von der Frequenz der anregenden Laserpulse [27]. Sie eignen sich daher für die Stabilisierung von Lasern auf atomare Übergänge, sowie den Nachweis frequenzverschiebender Effekte.

Abschnitt 3.3 behandelt dagegen ein *symmetrisches 3-Puls Atominterferometer*. Bei diesem ist das Interferenzsignal unabhängig von der Laserfrequenz und hängt ausschließlich von der Phasenverschiebung zwischen den Phasen der anregenden Laserpulse ab. Interferometer dieses Typs wurden im Rahmen der Arbeit genutzt, um systematische Fehler aufgrund nicht idealer Wellenfronten für die Spektroskopie zu vermessen und zu korrigieren.

3.1 Wechselwirkung von Atomen mit einem Laserpuls

Die Wechselwirkung eines Zwei-Niveau-Atoms mit Impuls \vec{p} mit einem Photon mit Impuls $\hbar\vec{k}$ kann nach Bordé et al. [50] in der *Rotating-Wave-Approximation* beschrieben werden. Die Zustandswellenfunktion $|\Psi\rangle$ mit

$$|\Psi\rangle = b_{m\pm 1} |e, \vec{p}_0 + (m \pm 1)\hbar\vec{k}\rangle + a_m |g, \vec{p}_0 + m\hbar\vec{k}\rangle$$

wird in einer vollständigen Basis dargestellt, deren Komponenten sich nach Grundzustand $|g\rangle$, angeregtem Zustand $|e\rangle$ und Anfangsimpuls \vec{p}_0 unter Berücksichtigung der Zahl m der bereits zuvor übertragenen Photonimpulse unterscheiden.

Die Anregung und stimulierte Emission durch einen Laserstrahl aus einer Richtung ändert zwischen Grund- und angeregtem Zustand den Gesamtimpuls des Atoms nur um einen Photonenimpuls. Daher kann die atomare Wellenfunktion für eine solche Wechselwirkung vollständig mit Hilfe eines Spinors $\zeta_m^\pm(t)$ der Form

$$\zeta_m^\pm(t) = (b_{m\pm 1}, a_m)(t) \quad (3.1)$$

geschrieben werden. Die Entwicklung des Zustandes durch die Wechselwirkung kann mit einer 2×2 -Matrix beschrieben werden, mit der der Zustand vor der Wechselwirkung auf den Zustand nach der Wechselwirkung abgebildet wird. Für die Wechselwirkung eines Atoms mit einem Laserpuls der Dauer T_p gilt dann

$$\zeta_m^\pm(t_l + T_p) = e^{i\Omega_{0,m}^\pm T_p/2} \mathcal{M}_{m,l}^\pm(T_p) \zeta_m^\pm(t_l). \quad (3.2)$$

\pm steht für die Strahlrichtung des Lasers und hängt mit dem Vorzeichen des übertragenen Photonenimpulses zusammen (siehe Abb. 3.2). Die Matrix \mathcal{M}_m^\pm ist gegeben durch

$$\mathcal{M}_{m,l}^\pm(T_p) = \begin{pmatrix} A_m^\pm(T_p) & B_m^\pm(T_p) \cdot e^{-i\Phi_l} \\ C_m^\pm(T_p) \cdot e^{i\Phi_l} & D_m^\pm(T_p) \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Die Komponenten der Matrix sind gegeben durch

$$A_m^\pm(T_p) = D_m^{\pm*}(T_p) = \cos\left(\frac{\Omega_m^\pm T_p}{2}\right) + i \frac{\Delta_m^\pm}{\Omega_m^\pm} \sin\left(\frac{\Omega_m^\pm T_p}{2}\right), \quad (3.4)$$

$$B_m^\pm(T_p) = -C_m^{\pm*}(T_p) = i \frac{\Omega_R}{\Omega_m^\pm} \sin\left(\frac{\Omega_m^\pm T_p}{2}\right). \quad (3.5)$$

mit

$$\Delta_m^\pm = 2\pi \left(\nu_L - \nu_{Ca} \mp \frac{v \cdot \nu_{Ca}}{c_0} + (\mp 2m - 1)\delta \right), \quad (3.6)$$

$$\Omega_m^\pm = \sqrt{\Omega_R^2 + \Delta_m^{\pm 2}}, \quad (3.7)$$

$$\Omega_{0,m}^\pm = 2\pi \left(-((m \pm 1)^2 + m^2)\delta - (2m \pm 1) \frac{v \cdot \nu_{Ca}}{c_0} \right), \quad (3.8)$$

$$\Omega_R = \sqrt{\frac{3c_0^2 \gamma_a I}{2\pi h \nu_{Ca}^3}}. \quad (3.9)$$

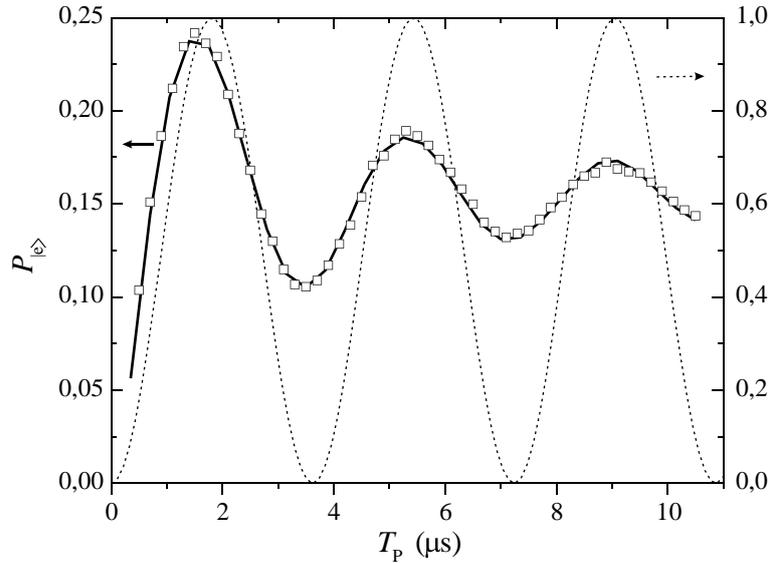


Abbildung 3.1: Rabi-Oszillationen auf dem Uhrenübergang des ^{40}Ca . Anregungswahrscheinlichkeit $p_{|e\rangle}$ für ein Ensemble lasergekühlter Ca-Atome als Funktion der Dauer T_p eines einzelnen resonanten Laserpulses. Gepunktete Linie: $p_{|e\rangle}$ berechnet für ruhende Atome ($v_{rms} = 0$ m/s). Ein maximaler Wert von 1 wird erreicht. Durchgezogene Linie: $p_{|e\rangle}$ berechnet mittels numerischer Integration über eine gaußsche Geschwindigkeitsverteilung mit $v_{rms} = 0,5$ m/s. Quadrate: gemessene Fluoreszenz der angeregten Atome ($\propto p_{|e\rangle}$) an einem doppler-gekühlten Ensemble (Höhe skaliert).

Δ_m^\pm gibt die effektive Verstimmung zwischen der Resonanz des Atoms ν_{Ca} und der Frequenz des Spektroskopielasers ν_L wieder. Dies beinhaltet die Verstimmung des Lasers $\nu_L - \nu_{Ca}$, und die Doppler-Verschiebung durch die Bewegung des Atoms mit der Ausgangsgeschwindigkeit v und ihrer Änderung durch bereits ausgetauschte Photonen bei früheren Wechselwirkungen. Jedes absorbierte oder stimuliert emittierte Photon bewirkt eine Doppler-Verschiebung 2δ entsprechend dem Photonenimpuls mit

$$\delta = \frac{h \nu_{Ca}^2}{2 M_{Ca} c_0^2}. \quad (3.10)$$

Das Vorzeichen der Verschiebung hängt von der Strahlrichtung und Absorption oder stimulierter Emission ab. $+\delta$ entspricht der Verstimmung, die ein Laserphoton benötigt, um aufgrund von Energie- und Impulserhaltung von einem ruhenden Atom resonant absorbiert zu werden. Ω_R ist die resonante Rabi-Frequenz. Mit dieser Winkelfrequenz oszilliert die Anregungswahrscheinlichkeit für ein Atom anfangs im Grundzustand mit $\vec{p}_0 + m\hbar\vec{k}$ im Feld eines resonanten Laserstrahles ($\Delta_m^\pm = 0$) mit der Intensität I . $\gamma_a = 1/\tau_{Ca}$ ist die Zerfallsrate des $^3\text{P}_1$ -Niveaus des Uhrenüberganges mit der natürlichen Lebensdauer τ_{Ca} . Die effektive Verstimmung der Laserfrequenz von der Resonanz führt zu einer Änderung der Rabi-Frequenz auf einen Effektivwert Ω_m^\pm .

Gl. 3.3 bis 3.10 zeigen, dass die Anregungswahrscheinlichkeit für ein Atom

$$p_{|e\rangle} = b_1(t_l + T_p) \cdot b_1^*(t_l + T_p) \quad (3.11)$$

nicht nur von der Wechselwirkungsdauer sondern auch empfindlich von der effektiven Verstimmung des anregenden Lichtes abhängt, in der die Doppler-Verschiebung inklusive der zusätzlichen Verschiebung durch die Photonenrückstöße berücksichtigt werden müssen.

Für den einfachsten Fall eines Atoms mit $\zeta_0^+(0) = (0, 1)$, das anfänglich im Grundzustand ist, gilt

$$p_{|e\rangle}(T_p) = B_0^+ B_0^{+*} = \frac{1}{1 + (\Delta_0^+/\Omega_R)^2} \sin^2\left(\frac{\sqrt{\Omega_R^2 + \Delta_0^{+2}} T_p}{2}\right). \quad (3.12)$$

Beim Ensemble kalter Atome trägt somit jedes einzelne Atom durch seine Doppler-Verstimmung über Δ_m^\pm mit unterschiedlichen Rabi-Oszillationsfrequenzen zum Signal bei, so dass in der mittleren Anregung über alle Atome für zunehmende Pulsdauern die Oszillationen auswaschen und die effektive Rabi-Frequenz des Ensembles verschoben ist. Zusätzlich ist die mittlere Anregungswahrscheinlichkeit für das gesamte Ensemble deutlich reduziert.

In Abb. 3.1 werden die Rabi-Oszillationen bei resonanter Anregung für den Idealfall ruhender Atome mit $\vec{p}_0 = 0$ und den realen Fall einer Anregung im doppler-gekühlten Ensemble verglichen. Die Verschiebung der Rabi-Frequenz und die Reduzierung der Anregungswahrscheinlichkeit gegenüber dem Idealfall sind deutlich zu erkennen. Dabei stimmen die Messung und die Berechnung (numerische Integration von Gl. 3.12 über eine gaußsche Geschwindigkeitsverteilung mit $v_{rms} = 0,5$ m/s) sehr gut überein.

Für die Wechselwirkung eines Atoms im Grundzustand mit einem Laserpuls spielt die Offset-Phase Φ_l in Gl. 3.3 des Lichtes am Beginn der Wechselwirkung zum Zeitpunkt t_l keine Rolle. Befindet sich das Atom aber bereits vor der Wechselwirkung in einer Überlagerung aus Grund- und angeregtem Zustand, wie im Atominterferometer mit mehreren Pulsen, dann muss dieser Phasenbeitrag berücksichtigt werden. Es gilt

$$\Phi_l = 2\pi\nu_L t_l - \vec{k}\vec{r}(t_l) + \phi(t_l). \quad (3.13)$$

Mit dem mittleren Wellenvektor \vec{k} des Laserstrahles und dem Ort des Atoms \vec{r} zum Zeitpunkt t_l sowie einer langsamen zeitlichen Schwankung des Phasenoffsets $\phi(t_l)$ durch die Änderung des optischen Weges des Lichtes zwischen Laser und Atom (thermische Effekte in AOM, Faser, Luft, etc.) beinhaltet Φ_l den vollständigen Offset der Laserphase bezüglich des Atoms zum Zeitpunkt t_l inklusive der Abweichung der Wellenfront von einer Planwelle.

Die Kombination mehrerer Pulse bei der Atominterferometrie führt dazu, dass das Interferenzsignal empfindlich von den Offsetphasen Φ_l abhängt (Abschnitte 3.2 und 3.3). Dadurch kann es im Frequenznormal zu systematischen Fehlern bei der Bestimmung der Frequenz des Uhrenüberganges kommen. Insbesondere der örtliche Phasenoffset hat aufgrund der Bewegung der Atome einen signifikanten Einfluss [27] (Kapitel 5.4.1).

3.2 Asymmetrisches 4-Puls Atominterferometer

Bordé et al. [50] haben auf der Basis der Darstellung der kohärenten Wechselwirkung zwischen Atom und Laserstrahl, wie sie in Abschnitt 3.1 wiedergegeben ist, die von Ramsey für die hochauflösende Mikrowellenspektroskopie entwickelte Methode der *getrennt oszillierenden Felder* [51] in den optischen Bereich erweitert und schließlich als Interferometer für atomare

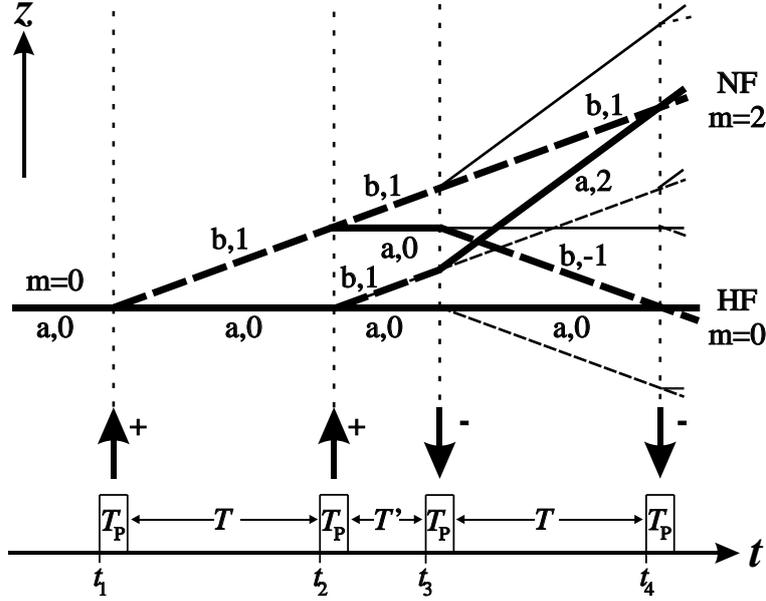


Abbildung 3.2: Asymmetrisches 4-Puls Atom-Interferometer in der Zeitdomäne mit den möglichen Pfaden für ein Atom, das sich anfänglich im Grundzustand mit $m = 0$ befindet (Zeit t , Richtung der Laserstrahlen z). Breite Pfeile: Laserpulse der Dauer T_p mit zeitlichem Abstand T bzw. T' zwischen den Pulsen. Pfade im Grundzustand (a) sind durch Linien, im angeregten Zustand (b) durch gestrichelte Linien dargestellt. Die Zahlen geben die Zahl der übertragenen Photonenrückstöße an. Die geschlossenen Pfade des NF- und HF-Interferometers sind mit breiten Linien dargestellt (siehe Text).

Materiewellen mit *Strahlteilern aus Licht* [49] erkannt (*asymmetrisches 4-Puls Atominterferometer*). Abb. 3.2 zeigt ein Schema der Realisierung in der Zeitdomäne.

Die Interferometerpfade im Orts-Zeit-Diagramm bilden eine Mach-Zehnder Geometrie. In der ersten Wechselwirkungszone mit dem ersten Laserpuls wird die Zustandswellenfunktion des Atoms in eine Überlagerung aus Grund- und angeregtem Zustand gebracht. Der übertragene Photonenimpuls führt in der folgenden Dunkelzone zu einer mit der Zeit zunehmenden räumlichen Trennung der Teilwellenfunktionen. Die Trennung wird durch die folgenden beiden Pulse wieder aufgehoben und in der vierten Wechselwirkungszone überlagern die beiden Pfade der Teilwellenfunktionen. Bei der Detektion z. B. über die Fluoreszenz der angeregten Atome wird das Atom in den Grund- oder angeregten Zustand projiziert. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Atom in einem der Zustände zu detektieren, hängt von der Phasendifferenz ab, die sich auf den beiden Interferometerpfaden ausgebildet hat.

In die Phasendifferenz gehen sowohl die Wechselwirkung mit den Laserpulsen ein, als auch die unterschiedliche Entwicklung der Wellenfunktionen zwischen den Wechselwirkungszone. Die Beschreibung dieser Entwicklung erfolgt wiederum mit einer Matrix $\mathcal{N}_m^\pm(T)$ [50]. T ist jeweils der zeitliche Abstand zwischen zwei benachbarten Pulsen.

$$\zeta_m^\pm(t+T) = e^{i\Omega_{0,m}^\pm T/2} \mathcal{N}_m^\pm(T) \zeta_m^\pm(t) \quad (3.14)$$

Die Matrix \mathcal{N}_m^\pm ist gegeben durch

$$\mathcal{N}_m^\pm(T) = \begin{pmatrix} e^{i\Delta_m^\pm T/2} & 0 \\ 0 & e^{-i\Delta_m^\pm T/2} \end{pmatrix}. \quad (3.15)$$

In diesen Bereichen entwickeln sich Grund- und angeregter Zustand unabhängig voneinander. Mit der Zeit akkumulieren zusätzliche Phasendifferenzen auf.

Die Beschreibung der Entwicklung der Zustandswellenfunktion eines Atoms im Interferometer, das zum Zeitpunkt $t_1 = 0$ im Grundzustand ist, $\zeta_0^+(0) = (0, 1)$, erfolgt zunächst über die Entwicklung bis zum Zeitpunkt $t_3 = T + 2T_p + T'$ (siehe Abb. 3.2).

$$\zeta_0^+(t_3) = e^{i\Omega_{0,0}^+ t_3/2} \mathcal{N}_0^+(T') \mathcal{M}_{0,2}^+(T_p) \mathcal{N}_0^+(T) \mathcal{M}_{0,1}^+(T_p) \zeta_0^+(0) \quad (3.16)$$

Zu diesem Zeitpunkt haben sich zwei unabhängige Interferometer ausgebildet, in denen sich das Atom jeweils in beiden Pfaden im Grundzustand bzw. im angeregten Zustand befindet. Für die Wechselwirkung in den letzten beiden Bereichen ab t_3 wird $\zeta_0^+(t_3)$ separiert in einen Spinor für den angeregten Zustand des einen Interferometers $\tilde{\zeta}_2^-(t_3) = (\tilde{b}_1, 0)$ und den Grundzustand des zweiten Interferometers $\tilde{\zeta}_0^-(t_3) = (0, \tilde{a}_0)$. Diese werden unabhängig voneinander weiterentwickelt bis zum Zeitpunkt $t_5 = t_3 + T + 2T_p$ nach dem letzten Puls (Überlagerung der Pfade und Projektion).

$$\begin{aligned} \tilde{\zeta}_2^-(t_5) &= e^{i\Omega_{0,2}^-(T+2T_p)/2} \mathcal{M}_{2,4}^-(T_p) \mathcal{N}_2^-(T) \mathcal{M}_{2,3}^-(T_p) \tilde{\zeta}_2^-(t_3) \\ \tilde{\zeta}_0^-(t_5) &= e^{i\Omega_{0,0}^-(T+2T_p)/2} \mathcal{M}_{0,4}^-(T_p) \mathcal{N}_0^-(T) \mathcal{M}_{0,3}^-(T_p) \tilde{\zeta}_0^-(t_3) \end{aligned}$$

Die beiden Interferometer unterscheiden sich mit $m = 2$ bzw. 0 um zwei Photonenrückstöße. Daher liegt wie in Abb. 3.2 angedeutet eine räumliche Trennung der Wellenfunktionen der beiden Interferometer vor und es kommt nicht zu einer kohärenten Überlagerung. Die resultierende Anregungswahrscheinlichkeit $p_{|e\rangle}$ für das Atom ist daher gegeben als Summe der Anregungswahrscheinlichkeiten der einzelnen Interferometer mit $p_{NF} = \tilde{b}_1 \tilde{b}_1^*$ aus $\tilde{\zeta}_2^-(t_5)$ und $p_{HF} = \tilde{b}_{-1} \tilde{b}_{-1}^*$ aus $\tilde{\zeta}_0^-(t_5)$. Nach [50, 25]¹ gilt damit

$$p_{|e\rangle} = p_{HF} + p_{NF} \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} p_{HF} &= 2\Re \left\{ (B_0^+ C_0^+ B_0^- A_0^-) (D_0^+ D_0^+ D_0^- B_0^-)^* e^{i(4\pi(\nu_L - \nu_{Ca} - \delta)T + \Delta\Phi)} \right\} e^{-\gamma_a(T+2T_p)} + \\ &\quad |B_0^+ C_0^+ B_0^- A_0^-|^2 e^{-2\gamma_a(T+T_p)} + |B_0^+ C_0^+ D_0^- B_0^-|^2 e^{-\gamma_a(T+2T_p)} + \\ &\quad |D_0^+ D_0^+ B_0^- A_0^-|^2 e^{-\gamma_a(T+2T_p)} + |D_0^+ D_0^+ D_0^- B_0^-|^2 e^{-2\gamma_a T_p} \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} p_{NF} &= \left[2\Re \left\{ (B_0^+ A_0^+ A_2^- A_2^-) (D_0^+ B_0^+ C_2^- B_2^-)^* e^{i(4\pi(\nu_L - \nu_{Ca} + \delta)T + \Delta\Phi)} \right\} e^{-\gamma_a(T+2T_p)} + \right. \\ &\quad |B_0^+ A_0^+ A_2^- A_2^-|^2 e^{-2\gamma_a(T+T_p)} + |B_0^+ A_0^+ C_2^- B_2^-|^2 e^{-\gamma_a(T+2T_p)} + \\ &\quad \left. |D_0^+ B_0^+ A_2^- A_2^-|^2 e^{-\gamma_a(T+2T_p)} + |D_0^+ B_0^+ C_2^- B_2^-|^2 e^{-2\gamma_a T_p} \right] e^{-\gamma_a T'}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Der jeweils erste Term (Realteil $\Re e$) der Anregungswahrscheinlichkeit beider Interferometer

¹Bei Zinner [25] sind die Richtungen vertauscht. $(--++)$ statt $(++--)$.

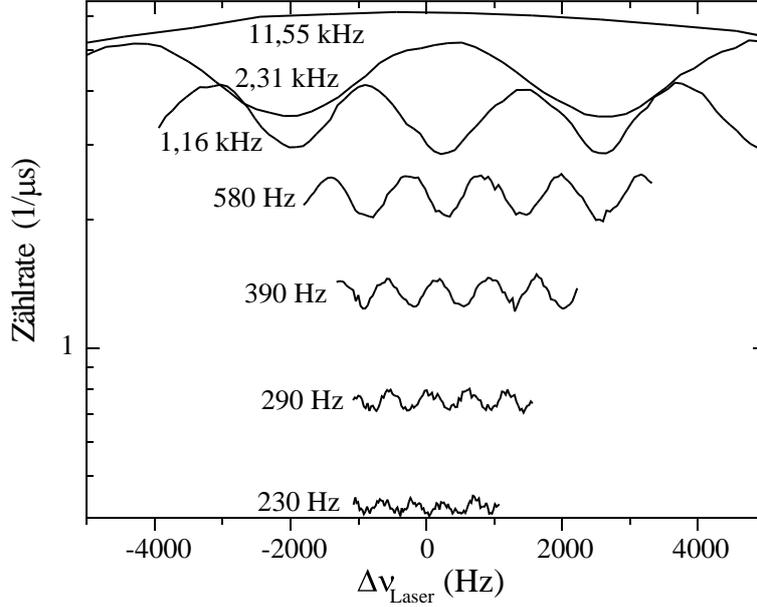


Abbildung 3.3: Anregungsspektren asymmetrischer 4-Puls Atominterferometer für $T_p = 0,8 \mu\text{s}$, $T' = 9,2 \mu\text{s}$ und verschiedene Pulsabstände T . Fluoreszenz der angeregten Atome als Funktion der Verstimmung $\Delta\nu_{\text{Laser}}$ des Spektroskopielasers (unterschiedlichen Offsets von ν_{Ca} aufgrund der Resonator drift). Angegeben sind die Auflösungen ($\approx 1/(4T)$).

oszilliert mit der Verstimmung der Laserfrequenz ν_L gegen die ungestörte Frequenz des Uhrenüberganges ν_{Ca} . Die Periode der Oszillation Δ hängt dabei vom Abstand T zwischen den parallelen Pulsen ab und ist gegeben durch

$$\Delta \approx \frac{1}{2T}. \quad (3.20)$$

Aufgrund der unterschiedlichen Rückstoßverschiebungen weisen unabhängig von der Wahl der Periode die Interferogramme zu p_{HF} bei $\nu_{Ca} + \delta$ und zu p_{NF} bei $\nu_{Ca} - \delta$ ein Minimum auf (Indizes HF für *hochfrequent* und NF für *niedrefrequent Interferometer*). Die Verschiebung der Interferogramme gegeneinander wird als Rückstoßaufspaltung bezeichnet mit $\Delta_{rec} = 2\delta$. Durch die Überlagerung der beiden Interferogramme ist das Signal zu $p_{|e\rangle}$ symmetrisch um ν_{Ca} und weist dort abhängig von der Wahl der Auflösung ein Maximum oder Minimum auf, das zur Stabilisierung des Spektroskopielasers für die Realisierung des Frequenznormals genutzt werden kann (Kapitel 4.1). Abweichungen von diesem Verhalten werden im Folgenden besprochen.

Um für das Interferogramm zu $p_{|e\rangle}$ einen maximalen Kontrast zu erreichen, muss die Periode so eingestellt werden, dass ihr ganzzahliges Vielfaches einer Rückstoßaufspaltung entspricht, $n/2T \approx \Delta_{rec}$. Außerdem sollten die Laserpulse einen 50 % Strahlteiler darstellen, was einem Rabi-Anregungswinkel von $\Omega_R T_p = \pi/2$ entspricht. Aufgrund der Geschwindigkeitsverteilung im doppler-gekühlten Ensemble und der Verteilung der effektiven Rabi-Oszillationsfrequenzen, ist eine einfache Berechnung nicht möglich. Daher werden die Rabi-Oszillationen wie in Bild 3.1 dargestellt gemessen und für das Atominterferometer die Pulsdauer so gewählt, dass sie der Hälfte der kürzesten Pulsdauer für eine maximale Anregung

entspricht.

Abb. 3.3 zeigt gemessene Interferogramme für verschiedene Perioden von $\Delta_{rec} \approx 23,10$ kHz bis $\Delta_{rec}/50 \approx 460$ Hz. Es zeigte sich eine Abnahme des Kontrastes mit höherer Auflösung durch den zunehmenden Pulsabstand und den einsetzenden Zerfall des angeregten Zustandes, sowie die Ausdehnung des atomaren Ensembles. Entsprechend verringerte sich auch das SNR. Auflösung ($\approx 1/(4T)$) und SNR bestimmen die erreichbare Stabilität des Frequenznormals, so dass für die Optimierung der Stabilität ein Kompromiss gefunden werden musste (Kapitel 4.4).

Auch die Vorfaktoren in Gl. 3.17 bis 3.19 oszillieren mit der Verstimmung. Die Periode liegt allerdings in der Größenordnung der Rabifrequenz, die bei den hier verwendeten Laserintensitäten im Bereich von etwa 1 MHz liegt, und daher im Wesentlichen eine allmähliche Abnahme des Kontrastes der Oszillationen mit zunehmender Verstimmung bewirkt (siehe auch Abb. 7.6). Die weiteren Terme bilden einen frequenzabhängigen Untergrund. Die exponentielle Abnahme der einzelnen Terme mit der Zeitkonstanten $1/\gamma_a$ und verschiedenen Beiträgen von T und T_p ist gegeben durch die endliche Lebensdauer des angeregten Zustandes und der Anregung zu unterschiedlichen Zeitpunkten während der Interferometrie. Die Abnahme der Anregungswahrscheinlichkeit im niederfrequenten Interferometer enthält zusätzlich noch einen Beitrag von T' , der daher rührt, dass sich die Atome im NF-Interferometer während der Dunkelzeit zwischen den Pulspaaren im Unterschied zu denen im HF-Interferometer im angeregten Zustand befinden.

Das frequenzabhängige Interferenzsignal ist bei der Interferometrie am Ensemble gegeben durch die Summe der Signale aller Einzelatome. Wie beim Einzelpuls hat damit die Geschwindigkeitsverteilung Einfluss auf die exakte Form des Interferenzsignals und lässt sich mittels numerischer Integration über die Geschwindigkeitsverteilung berechnen. Ein Vergleich zwischen gemessenen und berechneten Interferenzen für doppler-gekühlte Atome findet sich bei Zinner [25]. Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurde ein solcher Vergleich für die Geschwindigkeitsverteilung bei ultrakalten Atomen durchgeführt (Kapitel 7.4.1). Darüber hinaus wurde mit Hilfe der berechneten Linienform eine obere Grenze für die prinzipiell erreichbare Stabilität des Ca-Frequenznormals bestimmt (Kapitel 4.2 und Kapitel 7.4.3).

Die Frequenzabhängigkeit des Signaluntergrundes führt auch zu einer leicht unterschiedlichen Verzerrung der Signale bei beiden Interferometern. Durch die reduzierte Anregungswahrscheinlichkeit im NF-Zweig führt dies bei der Überlagerung zu einer Asymmetrie im Interferogramm aus der ein systematischer Fehler bei der Bestimmung der Übergangsfrequenz resultieren kann [25] (Kapitel 5.4.4).

Die Offsetphasen der einzelnen Wechselwirkungszonen summieren sich zu einem resultierenden Phasenoffset $\Delta\Phi$. Es gilt

$$\Delta\Phi = \Phi_4 - \Phi_3 + \Phi_2 - \Phi_1. \quad (3.21)$$

Da die Pulse 1 und 2 sowie die Pulse 3 und 4 jeweils durch die gleichen AOMs erzeugt werden und gleiche Wege laufen, ist in guter Näherung die resultierende Phasenverschiebung 0. Es können jedoch durch die Bewegung der Atome durch die nicht idealen Wellenfronten der Laserstrahlen endliche Verschiebungen auftreten (restlicher Doppler-Effekt). Diese müssen für die Bestimmung der Uhrenfrequenz berücksichtigt werden (Kapitel 5.4.1).

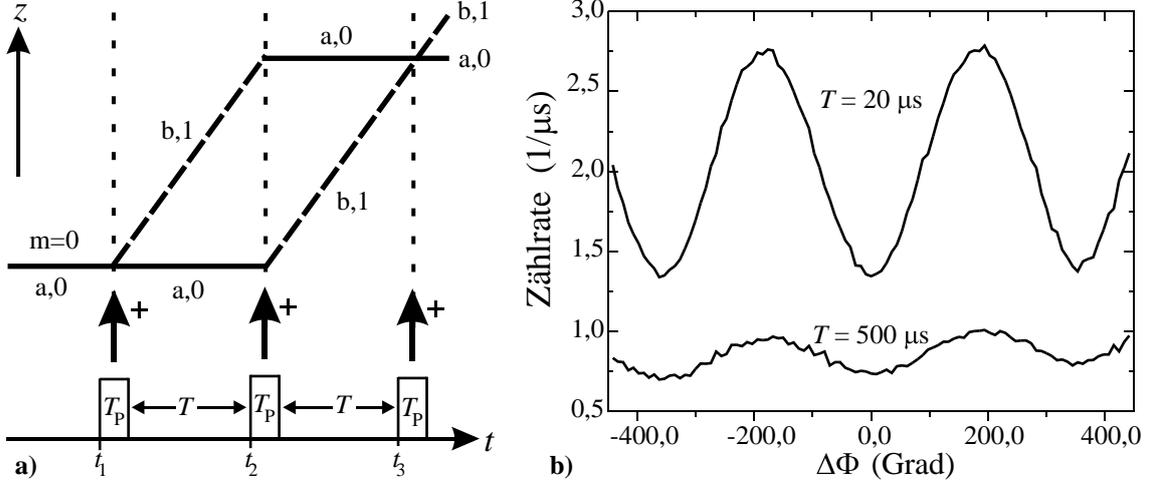


Abbildung 3.4: Symmetrisches phasenabhängiges 3-Puls Atominterferometer. a) Schema der Interferometrie analog zu Abb. 3.2. b) Fluoreszenz der angeregten Atome als Funktion der Phasenverschiebung $\Delta\Phi = -\Phi_1 + 2\Phi_2 - \Phi_3$ mit $\Phi_1 = \Phi_2$ und variiert Phase Φ_3 . Eingetragen sind die gemessenen Signale für zwei unterschiedliche Pulsabstände T .

3.3 Symmetrisches 3 Puls Atominterferometer

Für die Quantifizierung und Korrektur des restlichen Doppler-Effektes wird in Kapitel 5.4.2 eine in Anlehnung an Vorschläge von Trebst [27] entwickelte Methode vorgestellt, für deren Realisierung zwei phasenabhängige symmetrische 3-Puls Atominterferometer verwendet werden. Abb. 3.4, a) zeigt ein solches Atominterferometer, bei dem drei parallele Laserpulse im zeitlichen Abstand T mit den Atomen wechselwirken.

Während sich bei asymmetrischen Atominterferometern (Abb. 3.2) das Atom auf den einzelnen Pfaden unterschiedlich lang im Grund- bzw. angeregten Zustand befindet, ist dies bei symmetrischen Atominterferometern, bei denen die Pulse aus einer Richtung kommen, nicht der Fall. Auf beiden Pfaden werden Grund- und angeregter Zustand jeweils gleich lang durchlaufen, so dass sich die aufakkumulierten Phasen nach Gl. 3.15 zu Null addieren [27]. Die Abhängigkeit des Interferenzsignals beschränkt sich daher auf die in den Wechselwirkungszonen aufgeprägten Offsetphasen (Gl. 3.3). Eine Betrachtung der Entwicklung im Interferometer unter Vernachlässigung des Rückstoßes, der Geschwindigkeitsverteilung und ausschließlich für resonantes Laserlicht ist daher ausreichend. Es ergibt sich für die Anregungswahrscheinlichkeit [27]

$$p_{|e\rangle} \propto 1 - \cos(-\Phi_1 + 2\Phi_2 - \Phi_3). \quad (3.22)$$

Abb. 3.4, b) zeigt die gemessene Abhängigkeit der Anregungswahrscheinlichkeit von der Phasendifferenz $\Delta\Phi = -\Phi_1 + 2\Phi_2 - \Phi_3$. $\Phi_1 = \Phi_2$ wurde eingestellt und gegen Φ_3 variiert. Die Realisierung der Phasendifferenz erfolgte durch das Verändern der Phase der Radiofrequenz an AOM 2 (Abb. 2.11). Zwar sollte im Idealfall ruhender Atome zur Erzielung eines optimalen Kontrastes für den ersten und dritten Puls ein Rabi-Winkel von $\pi/2$ und für den mittleren Puls als *Umlenkspiegel* ein Rabi-Winkel von π eingestellt werden. Aufgrund der Verteilung der effektiven Rabi-Frequenzen im doppler-gekühlten Ensemble ist zur Erzielung eines hohen Kontrastes die Anwendung gleich langer Laserpulse, wie es in Abb. 3.4, a) angedeutet ist, ausreichend [27].

Kapitel 4

Stabilität des Ca-Frequenznormals

Die Stabilität eines Systems bezeichnet die Schwankungen des Messergebnisses aufgrund der Auswirkungen verschiedener Rauschquellen. Kenntnisse über die Stabilität erlauben die Mittelungsdauer abzuschätzen, die notwendig ist, um Schwankungen zwischen verschiedenen Messungen dieser Dauer im Bereich einer bestimmten Standardabweichung zu halten. Über die Genauigkeit eines Messergebnisses wird dabei allerdings keine Aussage gemacht. So können alle Messung mit einem systematischen Offset versehen sein, so dass alle Werte fast gleich aber falsch sind. Systematische Effekte müssen daher unabhängig untersucht werden (Kapitel 5). Beim Ca-Frequenznormal hängt die erreichbare Stabilität einerseits von technischen Rauscheigenschaften, andererseits auch von den Eigenschaften der Atome ab. Da die Laserfrequenz an die Uhrenfrequenz der Atome angebunden wird, bilden die Eigenschaften der Atome eine physikalische Grenze für die erreichbare Stabilität des Frequenznormals.

In Abschnitt 4.1 wird zunächst die Anbindung an das Ca-Atom beschrieben, die die Erzeugung des Diskriminatorsignals mittels Atominterferometrie und den Stabilisierungsalgorithmus beinhaltet. Abschnitt 4.2 beschäftigt sich mit der Frage, wo die prinzipielle Grenze für die Stabilität liegt, die durch das Quantenprojektionsrauschen der Atome gegeben ist.

Abschnitt 4.3 geht auf die quantitative Charakterisierung des zeitlichen Verhaltens der Stabilität mittels Allan-Varianz ein, mit der sich auch zeitlich korrelierte Frequenzschwankungen charakterisieren lassen.

In Abschnitt 4.4 wird eine Abschätzung der erreichten Kurzzeitstabilität und ihrer Abhängigkeit von der Wahl der Auflösung des Atominterferometers gegeben, deren Ergebnisse die Wahl der Parameter für die Atominterferometrie bestimmen.

4.1 Anbindung an das Ca-Atom

Zur Anbindung der Laserfrequenz an den Uhrenübergang des Ca wird ein asymmetrisches 4-Puls Atominterferometer genutzt (Kapitel 3.2). Hier ist die Anregungswahrscheinlichkeit für kleinere Verstimmungen näherungsweise durch

$$p_{|e\rangle}(\nu) = p_{mean}(1 + K \cdot \cos[4\pi(\nu - \nu_{Ca})T]) \quad (4.1)$$

gegeben. Dabei ist p_{mean} die mittlere Anregungswahrscheinlichkeit, K der Kontrast und ν die Frequenz des Spektroskopielasers (Abb. 4.1). Das Vorzeichen des Kontrastes hängt von der gewählten Interferenzperiode $\Delta \approx 1/2T$ ab. Ein Einfluss von der Pulsdauer T_p mit $T_p \ll T$ ist dabei vernachlässigt worden.

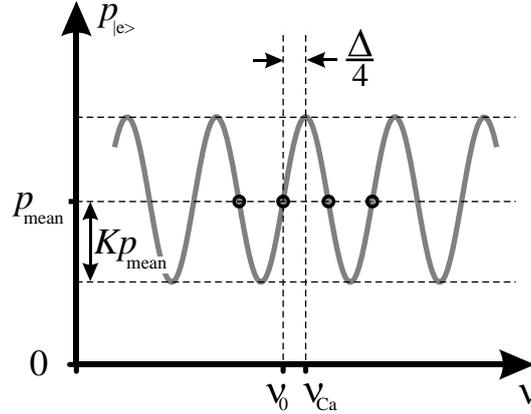


Abbildung 4.1: Idealisiertes Spektrum der Anregungswahrscheinlichkeit $p_{|e\rangle}$ eines asymmetrischen 4-Puls Atominterferometers mit Kontrast K und mittlerer Anregungswahrscheinlichkeit p_{mean} bei einer Interferenzperiode von $\Delta \approx 1/2T$. Die offenen Kreise deuten die Messpunkte der 3f-Stabilisierung an (siehe Text).

Um ein Fehlersignal zu erzeugen, mit dem die Verstimmung des Lasers $\Delta\nu_L = \nu_L - \nu_{Ca}$ von der Uhrenfrequenz bestimmt werden kann, reicht es im Prinzip die Laserfrequenz mit einer Verstimmung von $-\Delta/4$ zu versehen, um auf der Flanke des Signals bei $\nu \approx \nu_0 = \nu_{Ca} - \Delta/4$ $p_{|e\rangle}(\nu)$ zu messen. Mit der bekannten Steigung

$$\frac{dp_{|e\rangle}}{d\nu}(\nu_0) = \frac{2\pi \cdot p_{mean} \cdot K}{\Delta} \quad (4.2)$$

lässt sich dann $\Delta\nu_L$ für kleine Abweichungen von ν_0 direkt bestimmen, falls K und p_{mean} hinreichend genau bekannt sind.

Bei der angewandten Methode der Detektion der Fluoreszenz der angeregten Atome ist das Signal jedoch nicht normiert, sondern hängt direkt von der Zahl der angeregten Atome ab. Außerdem können Offsets und frequenzabhängige Untergründe das Signal verfälschen.

Um diese Beiträge möglichst klein zu halten, wird zur Ermittlung des Fehlersignales die *3f-Methode* angewandt [25], bei der zur Messung die Verstimmung auf der Laserfrequenz moduliert wird, so dass an Punkten gemessen wird, die von $\nu_L \approx \nu_{Ca}$ um $-3/4\Delta$, $-1/4\Delta$, $1/4\Delta$ und $3/4\Delta$, wie in Abb. 4.1 dargestellt, verstimmt sind. Für die Abweichung $\Delta\nu_L$ der Laserfrequenz von der atomaren Resonanz gilt dann entsprechend Gl. 4.2

$$\Delta\nu_L = -\frac{\Delta}{2\pi \cdot p_{mean} \cdot K} \cdot \frac{1}{8} \cdot \left[p_{|e\rangle}\left(\nu_L - \frac{3}{4}\Delta\right) - 3 \cdot p_{|e\rangle}\left(\nu_L - \frac{1}{4}\Delta\right) + 3 \cdot p_{|e\rangle}\left(\nu_L + \frac{1}{4}\Delta\right) - p_{|e\rangle}\left(\nu_L + \frac{3}{4}\Delta\right) \right]. \quad (4.3)$$

Bei diesem Verfahren haben konstante, lineare und alle mit geraden Potenzen von der Frequenz abhängigen Anteile des Untergrundes keinen Einfluss auf das Fehlersignal und führen daher zu keinem Fehler in der Bestimmung von $\Delta\nu_L$ [25].

Die Stabilisierung erfolgt, indem zunächst für fest eingestelltes ν_L eine feste Anzahl M_s von Messungen der Signale bei $-3/4\Delta$ erfolgen, dann $3M_s$ bei $-1/4\Delta$ und $3M_s$ bei $1/4\Delta$ sowie

M_s bei $3/4\Delta$, daraus $\Delta\nu_L$ bestimmt und damit ν_L korrigiert wird. Die Dauer eines Messzyklus T_z ergibt sich zu $8M_s$ mal Fallenladezeit plus Spektroskopie- und Detektionsdauer (Kapitel 2). In jedem zweiten Messzyklus werden die Frequenzen in umgekehrter Reihenfolge durchlaufen, so dass sich Vorzeichen von Messfehlern durch eine lineare Frequenzdrift der Laserfrequenz aufgrund der Anbindung an den Referenzresonator umkehren. Zwei aufeinander folgende Messzyklen T_z ergeben einen kompletten Stabilisierungsdurchlauf mit Kompensation einer linearen Laserfrequenzdrift.

Der eigentliche Stabilisierungsalgorithmus stellt einen doppelten Integrator dar. Die Funktionsweise lässt sich nach [25] beschreiben, indem der Spektroskopielaser als freilaufend, z. B. nur auf einen Resonator stabilisiert, betrachtet wird. Dabei ist

$$\Delta\nu_{F,n} = \nu_{F,n} - \nu_{Ca} \quad (4.4)$$

die Ablage des freilaufenden Lasers mit der Frequenz $\nu_{F,n}$ von der Uhrenfrequenz zum Zeitpunkt $t_n = n \cdot T_z$ der Stabilisierung. $\nu_{F,n}$ wird dabei als von der Stabilisierung nicht beeinflusst betrachtet. Die Anpassung von $\nu_{L,n}$, der nachgeführten Laserfrequenz an die Uhrenfrequenz erfolgt mit der Addition der Frequenz $\nu_{R,n}$ unter Verwendung des Offset-AOMs (AOM 1 in Abb. 2.11). Der Wert wird mit dem Stabilisierungsalgorithmus bestimmt. Die 3f-Methode liefert die Ablage dieser Frequenz von der Ca-Frequenz zum Zeitpunkt t_n :

$$\Delta\nu_{L,n} = \nu_L(t_n) - \nu_{Ca}. \quad (4.5)$$

Die Bestimmung des korrigierten Wertes $\nu_{L,n}$ erfolgt nun mit einem iterativen Algorithmus, in dem auch d_n , die Drift zur Zeit t_n , berücksichtigt wird.

$$\begin{aligned} \nu_{R,n} &= \nu_{R,n-1} + \beta\Delta\nu_{L,n-1} + d_{n-1} \\ d_n &= \alpha d_{n-1} + (1 - \alpha)(\nu_{R,n} - \nu_{R,n-1}) \\ \nu_{L,n} &= \nu_{F,n} + \nu_{R,n} \end{aligned} \quad (4.6)$$

Für $d_0 = 0$ Hz und $\alpha = 1$ verhält sich der Algorithmus wie ein einfacher Integrator mit der Zeitkonstanten

$$\tau_\beta = -T_z / \ln(1 + \beta). \quad (4.7)$$

Bei einer konstanten Drift δ_t des freilaufenden Lasers läuft die Regelung nach und es stellt sich eine konstante Ablage $\Delta\nu_L = -\delta_t T_z / \beta$ ein.

Durch die Wahl von $0 < \alpha < 1$, wird eine mittlere Drift von ν_F aus den vorangegangenen Korrekturwerten bestimmt. Dabei fallen ihre Gewichte exponentiell mit dem Abstand zur letzten Messung ab. Die Zeitkonstante ist

$$\tau_\alpha = -T_z / \ln(\alpha). \quad (4.8)$$

Dadurch konvergiert die Frequenzablage bei konstanter Drift mit der Zeitkonstante τ_α gegen Null.

Zum Start der Stabilisierung muss ein Wert $d_0 \approx -\delta_t T_z$ vorgegeben werden. Bei der im Allgemeinen sehr konstanten Drift (Abb. 6.6, siehe auch Kapitel 5.5.3) durch die Alterung des Abstandhalters des Referenzresonators [47] ist eine sehr genaue Voreinstellung der Drift

möglich, so dass es während der selbsttätigen Anpassung nur zu geringen Ablagen der Laserfrequenz kommt.

Die Höhe der Ablage kann bei zeitlich konstanter Drift für den Fall $(1 - \alpha) \ll 1$, d. h. $\tau_\alpha \gg 1$ s mit

$$\Delta\nu_{L,n} = \frac{\delta_t T_z}{\beta} ((\beta + 1)^n - \alpha^n) \quad (4.9)$$

bestimmt werden.

In [25] wurde gezeigt, dass für den Fall $-1 < \beta < 0$ und $\beta/4 + 1 < \alpha < 1$ keine Oszillationen in der Stabilisierung auftreten.

Bei den in der vorliegenden Arbeit durchgeführten Messungen wurde typischerweise bei $T_z \approx 2$ s gearbeitet und $\beta \approx -0,3$ eingestellt. Damit war $\tau_\beta \approx 5$ s, wodurch die Verstärkung ausreichend hoch war, ohne dass das Rauschen des freilaufenden Lasers, verstärkt durch die Regelung, die Frequenzstabilität des Systems beeinträchtigte. Aufgrund der näherungsweise konstanten Drift wurde $\tau_\alpha = 1000$ s und damit $\alpha \approx 0,998$ gewählt.

4.2 Potenzial des Ca-Frequenznormal

Um die prinzipiell erreichbare Stabilität des Ca-Frequenznormal zu bestimmen, werden in diesem Abschnitt alle technischen Beiträge zum Rauschen vernachlässigt und nur noch die physikalischen Rauschanteile betrachtet.

Im Ca-Normal kann der Uhrenübergang bei 657 nm als einfaches, geschlossenes Zwei-Niveau-System mit dem Grundzustand $|g\rangle$ (1S_0) und dem angeregten Zustand $|e\rangle$ (3P_1) betrachtet werden. Bei der Atominterferometrie wird die Zahl der Atome ermittelt, die das Interferometer im angeregten oder Grundzustand verlassen. Die Zahl ist proportional der Wahrscheinlichkeit $p_{|e\rangle}$, mit der ein Atom bei der Zustandsmessung nach der Interferometrie in den angeregten Zustand projiziert wird. $(1 - p_{|e\rangle})$ ist entsprechend die Wahrscheinlichkeit für die Projektion in den Grundzustand. Im Bereich des Arbeitspunktes der Stabilisierung bei ν_0 an der steilen Flanke des Interferometersignals zeigt die Wahrscheinlichkeit die größte Empfindlichkeit gegenüber Frequenzänderungen. Gleichzeitig hat das Signal hier auch seine größte Varianz. Die Auswirkung der quantenmechanischen Eigenschaften der Zwei-Niveau-Atome auf die Varianz und damit auf das Rauschen des Ca-Frequenznormal soll im Folgenden nach Itano et al. [52] bestimmt werden.

Die Messung erfolgen an einem Ensemble mit einer festen Zahl N_0 lasergekühlter Atome. Dabei sei angenommen, dass die Atome unabhängig voneinander sind, was bei den im Ca-Normal mit doppler-gekühlten Atomen vorhandenen Dichten und Temperaturen (mittlerer Abstand etwa $5 \mu\text{m}$, de Broglie-Wellenlängen etwa 1 nm) als erfüllt betrachtet werden kann. Die mittlere Zahl der Atome, die nach der Atominterferometrie in den angeregten Zustand projiziert werden, ist gegeben durch

$$N_{|e\rangle} = N_0 p_{|e\rangle}.$$

Die Varianz dieser Zahl aufgrund des *Quantenprojektionsrauschens* (*quantum projection noise*, QPN) lässt sich mit Hilfe der Binomialverteilung ermitteln. Es gilt

$$\sigma_N^2 = N_0 p_{|e\rangle} (1 - p_{|e\rangle}). \quad (4.10)$$

Mit der durch Gl. 4.1 beschriebenen Anregungswahrscheinlichkeit im asymmetrischen Atominterferometer folgt für die Frequenzabhängigkeit der Zahl der angeregten Atome auf der Flanke bei ν_0 nach Gl. 4.2

$$\frac{dN_{|e\rangle}}{d\nu}(\nu_0) \approx 4\pi T K p_{mean} N_0.$$

Die Standardabweichung für eine Messung bei der Frequenz ν_0 lässt sich aus dem QPN nach Gl. 4.10 zu

$$\sigma_\nu = \sqrt{\sigma_N^2(\nu_0)} / \frac{dN_{|e\rangle}}{d\nu}(\nu_0) \approx \frac{1}{4\pi\sqrt{N_0}KT} \cdot \sqrt{\frac{1-p_{mean}}{p_{mean}}} \quad (4.11)$$

bestimmen.

An Gl. 4.11 zeigt sich der Vorteil von Neutralatomnormalen. Durch die große Zahl von Atomen können bereits in einer einzelnen Messungen sehr kleine Standardabweichungen erreicht werden. Um das Potenzial für die Stabilität zu verdeutlichen, soll im Folgenden die prinzipiell erreichbare Stabilität quantitativ abgeschätzt werden.

Unter der Annahme der statistischen Unabhängigkeit der Einzelmessungen wirkt sich das Quantenprojektionsrauschen im Frequenznormal als weißes Frequenzrauschen aus und kann so mit der Mittelungsdauer τ gegenüber dem einer Einzelmessung τ_1 reduziert werden. Damit folgt für die relative Standardabweichung von Messungen mit der Mittelungsdauer τ

$$\sigma_y(\tau) = \frac{\sigma_\nu}{\nu_{Ca}} \cdot \sqrt{\frac{\tau_1}{\tau}}. \quad (4.12)$$

Wird nun statt der einfachen Messung bei ν_0 das 3f-Verfahren angewandt, so erhöht sich zwar die Messdauer für einen Stabilisierungspunkt von τ_1 auf $8\tau_1$, gleichzeitig verbessert sich auch die Stabilität der Messung auf $\sigma_y(\tau_1)/\sqrt{8}$, da die dreifach gewichteten Beiträge auch dreifach gemessen werden und ihre Instabilität sich um $\sqrt{3}$ verringert. Für Messdauern von $\tau \geq 8\tau_1$ ändert sich die Stabilität durch die 3f-Methode nicht.

In Kapitel 7.4.3 wird gezeigt, dass der Kontrast und die mittlere Anregungswahrscheinlichkeit bei einem Ensemble ultrakalter Atome nur noch wenige Prozent unter den bestmöglichen Werten für absolut ruhende Atome liegen und nicht mehr signifikant durch die Geschwindigkeitsverteilung reduziert sind, wie es bei den doppler-gekühlten Atomen noch der Fall ist (Kapitel 3.2). Für den Fall ultrakalter Atome zeigt sich, dass im idealen Fall die Auflösung im Atominterferometer mit der höchsten Stabilität bei etwa 390 Hz mit einem Pulsabstand von $T \approx 650 \mu\text{s}$ liegt. Dort gilt $p_{mean} \approx 0,2$ und $K \approx 0,32$. Bei $N_0 = 3 \cdot 10^7$ Atomen folgt damit nach Gl 4.11 $\sigma_\nu \approx 140 \text{ mHz}$. Mit der Annahme der Dauer eines Messzyklus $\tau_1 = 25 \text{ ms}$ ergibt sich für das Ca-Frequenznormal eine theoretisch erreichbare relative Stabilität von $\sigma_y(\tau = 1 \text{ s}) = 4,8 \cdot 10^{-17}$.

Es ist interessant, diesem Ergebnis die potenzielle Instabilität der derzeit besten optischen Frequenznormale, den Einzelionennormalen [11, 36], gegenüberzustellen. Bei diesen lassen sich gegenwärtig natürliche Linienbreiten von unter 10 Hz bei optischen Frequenzen von etwa $1 \cdot 10^{15} \text{ Hz}$ auflösen und Liniengüten von $2 \cdot 10^{14}$ erreichen, die etwa zwei Größenordnungen über denen beim Ca-Frequenznormal liegen. Bei einer Parameterwahl mit einer Auflösung im Bereich der natürlichen Linienbreite, etwa $T = 120 \text{ ms}$ und einer Zeit $\tau_1 = 280 \text{ ms}$ ähnlich der

Wahl, wie sie bei Rafac et al. [11] getroffen wurde, liegen die theoretisch erreichbaren Stabilitäten für 1 s bei $2 \cdot 10^{-15}$, und damit um einen Faktor 40 über dem des Ca-Frequenznormal, bedingt durch $N_0 = 1$.

Hinsichtlich der Kurzzeitstabilität haben Frequenznormale mit Neutralatomen somit ein höheres Potenzial, zumal hier durch eine Erhöhung der Zahl der Atome noch eine weitere Verbesserung erzielt werden kann. Dem sind allerdings Grenzen durch systematische Verschiebungen der Frequenz aufgrund dichteabhängiger Stöße zwischen den Atomen gesetzt, wie in Kapitel 5.3 gezeigt wird (siehe auch Abschätzung in Kapitel 7.7). Andererseits bietet der Einsatz schmaler Linien in Neutralatomnormalen wie z. B. die des Uhrenüberganges ($3s3s^1S_0 \rightarrow 3s3p^3P_1$) bei 457 nm des ^{24}Mg mit ca. 30 Hz Linienbreite [53, 54] die Möglichkeit, die Stabilität um mehr als eine Größenordnung zu steigern. Denkbar wäre auch der Einsatz des Überganges $4s4s^1S_0 \rightarrow 4s4p^3P_2$ (Abb. 2.1) mit einer Linienbreite, für die ein Wert von wenigen Mikrohertz berechnet wurde [55].

4.3 Die Allan-Varianz

Die Änderung der Varianz einer Messung mit der Mittelungsdauer hängt ab von der Natur des Rauschprozesses, der das Gesamttrauschen der Messung dominiert. Nur bei völlig unkorreliertem Rauschen nimmt die Varianz mit der Mittelungsdauer τ ab, während z. B. bei einem Random-Walk-Verhalten die Varianz sogar mit τ zunimmt. Die Rauschquellen können z. B. durch das QPN, oder durch technische Gegebenheiten wie das Schrotrauschen der zu detektierenden Photonen, der Linienbreite des Spektroskopielasers, oder den Schwankungen der Drift des Referenzresonators gegeben sein. Für unterschiedliche Mittelungszeiten können unterschiedliche Rauscharten das Gesamttrauschen dominieren und somit den zeitlichen Verlauf der Varianz bestimmen. Für die Charakterisierung eines Frequenznormal ist daher die Kenntnis des zeitlichen Verlaufes der Stabilität eine wichtige Voraussetzung.

Die Allan-Varianz [56] stellt ein Werkzeug zur Charakterisierung des Rauschens zur Verfügung, mit dem das zeitliche Verhalten beschrieben und Abschätzungen für Mittelungsdauern gemacht werden können, die benötigt werden, um Messungen mit einer gewünschten Standardabweichung durchzuführen. Hier hat insbesondere die *relative 2-Punkt Allan-Standardabweichung* $\sigma_y(2, \tau)$ praktische Bedeutung erlangt [57].

Bei dieser wird die Differenz ($\bar{\nu}_i - \bar{\nu}_{i+1}$) der Mittelwerte $\bar{\nu}_i$ zeitlich aufeinander folgender Intervalle der Dauer τ gebildet und die 2-Punkt Allan-Varianz als Erwartungswert ($\langle \rangle$ Mittelung über alle i) des halben Quadrates der Differenz berechnet. Die relative 2-Punkt Allan-Standardabweichung bei der Bestimmung der Uhrenfrequenz ν_{Ca} ist daher definiert durch:

$$\sigma_y(2, \tau) = \frac{1}{\nu_{Ca}} \sqrt{\left\langle \frac{(\bar{\nu}_i - \bar{\nu}_{i+1})^2}{2} \right\rangle}. \quad (4.13)$$

Bei statistischer Unabhängigkeit der Einzelmessungen $\bar{\nu}_i$ entspricht die Allan-Varianz dem Quadrat der Standardabweichung der Messwerte. In diesem Fall gilt $\sigma_y(2, \tau) \propto \sqrt{1/\tau}$.

In Abb. 6.7 ist die kombinierte relative Allan-Standardabweichung zwischen H-Maser und Ca-Frequenznormal aufgetragen, die die Stabilität bei der Messung der Uhrenfrequenz des Ca darstellte. Die Messung zeigte, dass ab einer Mittelungsdauer von 30 s die Genauigkeit des Ca-Frequenznormal von $2 \cdot 10^{-14}$ unterschritten wurde, aber auch bei zwanzigfacher Mittelungsdauer von 600 s nur noch eine Verbesserung der Standardabweichung um den Faktor

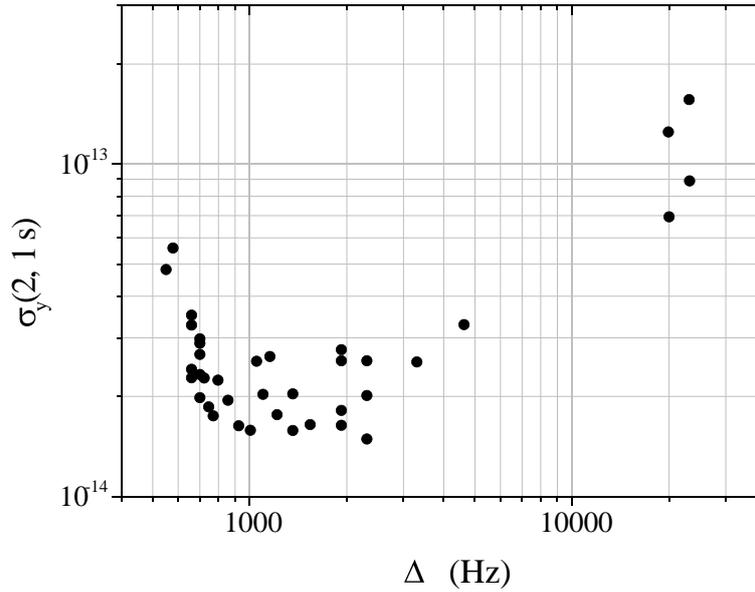


Abbildung 4.2: Relative Allan-Standardabweichung für eine Mittelungsdauer $\tau = 1$ s als Funktion der im Atominterferometer eingestellten Periode Δ . Werte abgeschätzt aus Residuen von Cosinus-Fits an gemessene Atominterferenzen (siehe Text).

2 erreicht wurde (Kapitel 6.3).

4.4 Optimierung der Stabilität

Um die tatsächliche Stabilität des Ca-Frequenznormals zu bestimmen, wäre eine absolute Referenz notwendig gewesen, deren Stabilität unter der des Ca-Frequenznormals hätte liegen müssen. Da eine solche Referenz nicht zur Verfügung stand, wurde für eine Abschätzung der experimentell erreichten Kurzzeitstabilität $\sigma_y(2, \tau = 1$ s) die Messung von Atominterferenzen, wie sie in Abb. 3.3 abgebildet sind, herangezogen. Da hier mit dem freilaufenden Spektroskopielaser gemessen wurde, konnte nur für Zeiten in denen die Anbindung an das Ca noch keine Rolle spielte $\tau \approx 1$ s eine Aussage gemacht werden. Interessant war hier vor allem die Abhängigkeit der Kurzzeitstabilität von der Auflösung im Atominterferometer, um die optimale Stabilität für das Frequenznormal einstellen zu können.

An die gemessene Spektren wurden Cosinus-Funktionen angefitet und aus deren Residuen das jeweilige SNR bestimmt. Unter der Annahme weißen Frequenzrauschens wurde das SNR für Messdauern von 1 s pro Punkt skaliert. Mit bekannter Liniengüte konnte unter Verwendung von Gl. 4.12 eine Abschätzung für $\sigma_y(2, \tau = 1$ s) gemacht werden.

Die Herleitung erfolgt mit Gl. 4.10. Aus Ihr folgt für das SNR einer Einzelmessung

$$\text{SNR}(\tau_1) = \frac{N_0 K p_{\text{mean}}}{\sqrt{N_0 p_{\text{mean}}(1 - p_{\text{mean}})}} \quad (4.14)$$

Wird noch über die Auflösung im Interferometer $\Delta/2 \approx 1/(4T)$ die Güte Q der Linie geschrieben als $Q = 2\nu_{Ca}/\Delta = 4T\nu_{Ca}$. Dann ergibt sich eingesetzt in Gl. 4.11 unter Berücksichtigung

von Gl. 4.12 für weißes Frequenzrauschen die Allan-Standardabweichung zu

$$\sigma_y(2, 1 \text{ s}) = \frac{1}{\pi \cdot Q \cdot \text{SNR}(1 \text{ s})} \quad (4.15)$$

In Abb. 4.2 sind für verschiedene Perioden Δ im Atominterferometer die mit Gl 4.15 aus Messungen (siehe z. B. Abb. 3.3) bestimmten Standardabweichungen aufgetragen. Es zeigt sich, dass experimentell für Perioden zwischen 1 kHz und 2 kHz die besten Kurzzeitstabilitäten für das Frequenznormal zu erwarten waren. Vor allem bei großen Perioden war aufgrund der kleinen Q-Werte die Stabilität gering. Bei sehr kleinen Perioden, d.h. hoher Liniengüte, überwog dagegen das Rauschen aufgrund der Abnahme des Gesamtsignals. Für die meisten Messungen im Rahmen der Arbeit wurde daher eine Periode von 2,3 kHz entsprechend einem Pulsabstand von etwa 215 μs angewandt.

Die Werte lagen noch fast 3 Größenordnungen über dem QPN-Limit. Die Gründe dafür lagen u. a. in der Geschwindigkeitsverteilung der Atome, bei der nur ein kleiner Teil der Atome kohärent zum Signal beitrug, und der Detektionsmethode. In Kapitel 7.4 und 7.5 werden Wege aufgezeigt, mit deren Hilfe ein Erreichen des QPN-Limits möglich erscheint.

Kapitel 5

Systematische Beiträge zur Unsicherheit

Für die Realisierung eines Normals ist es entscheidend, den Einfluss aller Effekte zu kennen, die zu einer Verschiebung der gemessenen Frequenz gegenüber der ungestörten Übergangsfrequenz in der Größenordnung der angestrebten Unsicherheit führen können.

In diesem Kapitel werden die systematischen Einflüsse auf den Uhrenübergang des Ca vorgestellt und im Folgenden in vier Bereiche gegliedert. Diese sind die Einflüsse durch externe Felder (Abschnitt 5.2), durch Wechselwirkung zwischen den Atomen (Abschnitt 5.3), durch den Doppler-Effekt (Abschnitt 5.4) und durch Unzulänglichkeiten bei der technischen Realisierung (Abschnitt 5.5). Die Summe all dieser Einflüsse führt zu einem Unsicherheitsbudget für das Ca-Frequenznormal (Abschnitt 5.6).

Zur Bestimmung der meisten Effekte wurde die Methode der *alternierenden Stabilisierung*, wie sie von Trebst [27] eingeführt wurde, eingesetzt.

5.1 Methode der alternierenden Stabilisierung

In Kapitel 4.1 wird die Methode der Stabilisierung auf den Uhrenübergang des Ca-Atoms beschrieben. Um Frequenzverschiebungen durch systematische Effekte mit hoher Empfindlichkeit zu messen, wurden zwei Stabilisierungen mit unterschiedlich eingestellten Parametern ineinander verschachtelt. So konnten Frequenzverschiebungen durch weitere, langsam veränderliche Einflüsse vernachlässigt werden, so dass die Untersuchungen mit reduzierter Unsicherheit durchgeführt werden konnten.

Dazu wurden jeweils zwei aufeinander folgende Stabilisierungszyklen für eine Parametereinstellung durchgeführt, gefolgt von zwei Zyklen für eine zweite Parametereinstellung. Innerhalb eines Paares unterschieden sich die beiden Zyklen durch die Richtung der Frequenzschritte, wie sich auch bei der normalen Stabilisierung zur Vermeidung von Messfehlern durch eine lineare Frequenzdrift des freilaufenden Spektroskopielasers angewandt wurde. Jedes zweite Paar gehörte also zur Stabilisierung mit gleichen Parametern. Dabei wurde zur Messung des Frequenzoffsets des Lasers die Einstellung aufgrund der Korrektur durch das letzte Paar der Stabilisierung mit gleichen Parametern genutzt. Nach jedem Paar wurde eine Pause von 200 bis 500 ms eingelegt, um die Unabhängigkeit der Fallenparameter der beiden Stabilisierungen zu gewährleisten. So wurden zwei unabhängige ineinander verschachtelte Stabilisierungen an einer Apparatur realisiert.

Mit dieser Methode erübrigte sich bei der Untersuchung systematischer Effekte nicht nur eine zweite unabhängige Versuchsanordnung. Es wurden bei der Untersuchung einer Systematik auch Messfehler durch andere systematische Effekte vermieden, die sich an zwei Apparaturen unterschiedlich hätten auswirken können.

Die Drift des Referenzresonators wurde allerdings wie bei der einfachen Stabilisierung als Mittel über die Offsets vieler aufeinander folgender Zyklen bestimmt. Da die Offsets zwischen den beiden Parametereinstellungen konstant sein sollten, mittelten diese sich bei der Bestimmung der Drift heraus, so dass die Driftfortschreibung keinen Einfluss auf die zu bestimmende Frequenzverschiebung hatte.

Die Frequenzverschiebung wurde ermittelt als die doppelte Differenz der Offset-AOM-Frequenz (doppelter Durchgang) zweier aufeinander folgender Paare und wurde als Mittel über viele Paare bestimmt. Die Drift des Resonators während der Messung musste kompensiert werden, da die Messungen mit unterschiedlichen Parametern zeitlich um die Dauer zweier Messzyklen gegeneinander versetzt waren. Bei den vorgenommenen Messungen traten teilweise Abstände von bis zu 10 s auf (AC-Stark-Effekt-Messung, Abschnitt 5.2.3), so dass Korrekturen von bis zu 6 Hz notwendig wurden.

5.2 Einfluss externer Felder

Elektrische und magnetische Felder stellen Störungen des Zustands eines Atoms dar und führen zu unterschiedlich starken Verschiebungen der einzelnen Energieniveaus der Atome. Bei Zeiske [39] wurde der Einfluss elektrischer Felder auf den Uhrenübergang des Ca-Atoms theoretisch und experimentell behandelt. Der Einfluss von Magnetfeldern wurde von Zinner [25] und Oates et al. [58] bestimmt. Auf dieser Grundlage wurden Untersuchungen zu den Einflüssen auf das Ca-Frequenznormal der PTB vorgenommen. Dabei wurde deutlich, dass sowohl Frequenzverschiebungen im Quadrupolmagnetfeld als auch der AC-Stark-Effekt durch monochromatisches Streulicht des Kühllasers die erreichbare Unsicherheit stark limitieren konnten und daher vermieden werden mussten.

5.2.1 Quadratischer Zeeman-Effekt

Der Uhrenübergang des ^{40}Ca -Atoms vom Zustand $4s4s\ ^1\text{S}_0(m=0)$ zum $4s4p\ ^3\text{P}_1(m=0)$ hat keinen linearen Zeeman-Effekt im externen Magnetfeld.

Der Beitrag höherer Terme kann in der Näherung der Russell-Saunders-Kopplung mit schwacher Spin-Bahn-Wechselwirkung beschrieben werden. Hinweise für eine schwache Kopplung sind zum Einen die gute Erfüllung des Interkombinationsverbots beim Uhrenübergang, die sich in seiner geringen Linienbreite zeigt, und zum Anderen die Feinstrukturaufspaltung des $4s4p\ ^3\text{P}$ -Zustandes, bei der die Energiedifferenzen zwischen den Niveaus mit $J = 2, 1, 0$ im Verhältnis 2 zu 1 [42] stehen, wodurch die Landésche Intervallregel erfüllt [59] ist.

Bei den im Rahmen der Arbeit vorkommenden Magnetfeldern von weniger als 10 mT kann die Entwicklung zur näherungsweisen Beschreibung der Energieverschiebung der Niveaus auf Terme bis zur zweiten Ordnung beschränkt werden [42]. Der Grundzustand $^1\text{S}_0$ weist in dieser Näherung keinerlei Verschiebung auf, so dass der Zeeman-Effekt von der quadratischen Abhängigkeit des Energieniveaus der $^3\text{P}_1$ -Komponente ($m=0$) vom externen Magnetfeld bestimmt wird (*quadratischer Zeeman-Effekt*).

Nach Beverini et al. [42] berechnet sich die Frequenzverschiebung zu $\Delta\nu_{QZ} = (6,4 \pm 0,1) \cdot 10^7 \frac{\text{Hz}}{\text{T}^2} B^2$. Hierbei liegt der Fehler durch die Vernachlässigung höherer Terme bei etwa 10^{-6} .

Im Vergleich dazu haben Oates et al. [58] am thermischen Ca-Atomstrahl und an der MOT den Koeffizienten des quadratischen Zeeman-Effektes zu $(6, 1 \pm 0, 4) \cdot 10^7 \text{ Hz/T}^2$ bestimmt. Außerdem hat Zinner [25] am thermischen Ca-Atomstrahl einen Wert von $(10 \pm 2, 5) \cdot 10^7 \text{ Hz/T}^2$ bestimmt.

Mit Hilfe des gewichteten Mittelwertes dieser Ergebnisse kann bei Anliegen eines homogenen Magnetfeldes, wie es durch das Helmholtzspulenpaar erzeugt wird, die Frequenzverschiebung korrigiert werden. Es gilt

$$\Delta\nu_{QZ} = (6, 4 \pm 0, 1) \cdot 10^7 \frac{\text{Hz}}{\text{T}^2}. \quad (5.1)$$

Im Ca-Frequenznormal wurde während der Spektroskopie ein homogenes Magnetfeld mit einem Betrag von typischerweise 0,2 mT angelegt, dessen mittlerer Wert sich mit einer relativen Unsicherheit von $6 \cdot 10^{-3}$ bestimmen ließ (Kapitel 2.2.2). Zusammen mit einer Inhomogenität des Magnetfeldes von unter 0,5 % konnte die Verschiebung durch den quadratischen Zeeman-Effekt von 2,56 Hz mit einer Gesamtunsicherheit von 80 mHz korrigiert werden.

Am NIST wurden von Oates et al. [58] Messungen an doppler-gekühlten Ca-Atomen durchgeführt, bei denen das Quadrupolfeld der MOT während der Anregung nicht ausgeschaltet wurde, um die Wartezeiten für das Umschalten zwischen Quadrupol- und Helmholtzfeld zu vermeiden. Die Position der gespeicherten Atome wurde um 0,5 mm aus der Quadrupolfeld-Null verschoben. Dies ergab die Einstellung einer Vorzugsrichtung für die Quantisierungsachse des Magnetfeldes über das Volumen des atomaren Ensembles, wodurch ohne zusätzliches Helmholtz-Feld eine gleichmäßige Anregung mit linear polarisiertem Licht über die Ausdehnung der Falle erreicht werden konnte. Gleichzeitig führte im inhomogenen Quadrupolfeld der quadratische Zeeman-Effekt über das Volumen des Ensembles zu stark variierenden Frequenzverschiebungen, die korrigiert werden mussten.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden am Ca-Frequenznormal der PTB ebenfalls Untersuchungen zur Atominterferometrie mit angeschaltetem Quadrupolfeld durchgeführt, um den Einfluss des Feldes auf die Unsicherheit des Frequenznormals abzuschätzen. Dazu wurde mit Hilfe der Methode der alternierenden Stabilisierung die Frequenzdifferenz von Messungen an einem atomaren Ensemble im kombinierten Quadrupol- und Helmholtzfeld zu Messungen an einem Ensemble im reinem Helmholtzfeld bestimmt. Es wurden Messungen für zwei unterschiedliche Quadrupolmagnetfelder durchgeführt. Zum Einen wurde mit einem Gradienten des Quadrupolfeldes von 0,45 T/m in den beiden schwachen und 0,9 T/m in der starken Achse (im Mittel 0,6 T/m) gemessen, zum Anderen bei 0,37 T/m in den beiden schwachen und 0,74 T/m in der starken Achse (im Mittel 0,5 T/m). Durch das gleichzeitig vorhandene Helmholtzfeld mit einem Betrag von 0,2 mT, das wie im Normalbetrieb mit geschaltetem Quadrupolmagnetfeld erst nach Laden der Falle und Abschalten der Kühlaserstrahlen angeschaltet wurde, verschob sich die Position der Quadrupolfeld-Null um 0,2 bis 0,3 mm gegen das Zentrum des atomaren Ensembles.

Eine grobe Abschätzung der mittleren Zeeman-Verschiebung kann über die Gewichtung mit der Dichte im Ensemble erfolgen. Bei einem rms-Radius des atomaren Ensembles direkt nach Abschalten des Kühlaserlichtes von etwa 0,7 mm (Kapitel 5.3) können je nach Ort im Fallenvolumen Frequenzverschiebungen über den Bereich des zweifachen rms-Radius zwischen 0 und 100 Hz auftreten. Gewichtet mit der Verteilung der atomaren Dichte im Ensemble (Abschnitt 5.3) lässt sich eine mittlere Frequenzverschiebung von etwa 17 Hz für den Fall abschätzen, dass Ensemblezentrum und Quadrupolfeld-Null übereinstimmen. Bei einem Offset

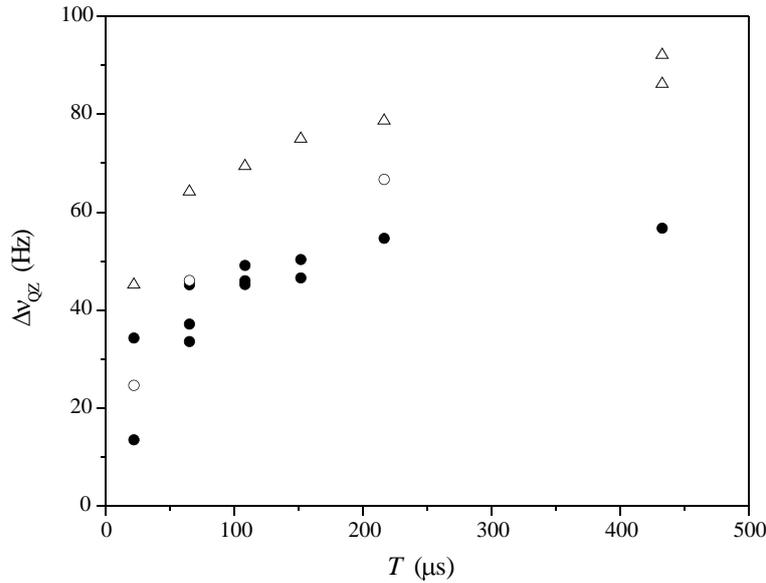


Abbildung 5.1: Verschiebung $\Delta\nu_{QZ}$ der Übergangsfrequenz durch den quadratischen Zeeman-Effekt im Quadrupolfeld in Abhängigkeit vom Pulsabstand T . Punkte: Messung bei einem Quadrupolfeld mit einem Gradienten von etwa 0,5 T/m, Kreise und Dreiecke: 0,6 T/m an unterschiedlichen Tagen vor und nach Neujustage der Falle. Die Messungen erfolgten jeweils mit gleichzeitig angeschaltetem Helmholtz-Feld (0,2 mT). Aufgetragen ist jeweils die Differenz zwischen den Frequenzen für Messung mit und ohne Quadrupolfeld bei gleichen Pulsabständen.

von 0,2 mm wären bereits 25 Hz und bei 0,3 mm 30 Hz zu erwarten. Hierbei wurde allerdings weder die Ausdehnung der Falle während der Dauer der Atominterferometrie berücksichtigt noch die Richtungsabhängigkeit des Gradienten des Quadrupolmagnetfeldbetrages mit einbezogen. Ebenfalls unberücksichtigt blieb die unterschiedliche Gewichtung des Beitrages jedes einzelnen Atoms durch die Abhängigkeit der Anregungswahrscheinlichkeit von der Polarisationsrichtung des Magnetfeldes. Die Abschätzung verdeutlicht jedoch die hohe Empfindlichkeit der Frequenzverschiebung auf die Position des atomaren Ensembles. Dies zeigte sich auch deutlich in der Reproduzierbarkeit der durchgeführten Messungen.

Abb. 5.1 zeigt die Messergebnisse. Aufgetragen ist die Abhängigkeit der Verschiebung vom Pulsabstand für zwei unterschiedliche Quadrupolfeldgradienten und Messtage.

Es ergab sich eine geringe Reproduzierbarkeit, die bei den Messungen für einen Gradienten von 0,6 T/m für zwei unterschiedliche Messtage nach Neujustage der Falle zu sehen war. Es ergaben sich Unterschiede zwischen beiden Tagen von ca. 15 Hz, was bei kleinen Pulsabständen mehr als 30 % der Verschiebung entsprach und sich durch eine leicht veränderte Position des atomaren Ensembles erklären ließ.

Die in der obigen Abschätzung vernachlässigte Ausdehnung des frei expandierenden atomaren Ensembles während der Atominterferometrie zeigte sich in der Zunahme der Frequenzverschiebung mit dem Pulsabstand. Bei einer rms-Breite der dreidimensionalen Geschwindigkeitsverteilung von 1,1 m/s (Kapitel 2.3) hatte sich das Ensemble nach der Atominterferometrie mit der längsten Pulsdauer von einem rms-Radius von etwa 0,7 mm auf 1,2 mm ausgedehnt ($t \approx 2T \approx 900 \mu\text{s}$). In dieser Zeit änderte sich die mittlere Frequenzverschiebung im Ensemble

kontinuierlich und äußerte sich im Messwert durch ihr zeitliches Mittel.

Aufgrund der Ausdehnung, die für größere Zeiten T etwa linear zunahm und der Verschiebung, die quadratisch von der Ausdehnung abhing, wäre eine quadratische Zunahme der Frequenzverschiebung mit T zu erwarten. Gemessen wurde allerdings ein Abschwächung der Zunahme, wobei der qualitative Verlauf der Frequenzverschiebung für unterschiedlich starke Magnetfeldgradienten gleich war. Qualitativ lässt sich das Verhalten dadurch erklären, dass für die Bestimmung der mittleren Frequenzverschiebung neben der Gewichtung mit der ortsabhängigen Dichte weitere Faktoren berücksichtigt werden müssen.

Dazu zählt die Abhängigkeit der Polarisationsrichtung des Magnetfeldes vom Ort des Atoms, die zusammen mit der Polarisation des Anregungslaserstrahles die Anregungswahrscheinlichkeit im Atominterferometer bestimmt und damit den Beitrag jedes einzelnen Atoms zum Gesamtsignal zusätzlich gewichtet. Diese Abhängigkeit zeigte sich auch am Kontrast im Atominterferometer, der bei angeschaltetem Quadrupolfeld gegenüber dem mit reinem Helmholtzfeld um einen Faktor 2 reduziert war.

Hinzu kommt die Abnahme der Laserintensität im gaußschen Intensitätsprofil des Laserstrahles (FWHM = 2 mm) mit zunehmendem Abstand vom Zentrum des Ensembles, die sich ähnlich auswirkt. Beide Einflüsse führen zu einer geringeren Gewichtung weiter außen liegender Atome, bei denen die Frequenzverschiebungen aufgrund des quadratischen Zeeman-Effektes am Größten sind.

Die qualitativen Betrachtungen und die Messungen zeigen daher, dass eine Bestimmung der Uhrenfrequenz im angeschalteten Quadrupolfeld bei den angestrebten Unsicherheiten im Bereich von unter $1 \cdot 10^{-14}$ mit großen Schwierigkeiten verbunden ist. Sowohl die komplexe Gewichtung in der Berechnung der mittleren Frequenzverschiebung, die für eine Korrektur notwendig wäre, und die dazu notwendige experimentelle Kontrolle der Orte (Offsetposition) und Geschwindigkeiten (Offsetgeschwindigkeit) erscheint im Falle des Ca-Frequenznormals der PTB als sehr aufwändig. Dagegen bietet der Einsatz eines wohldefinierten Helmholtzfeldes mit Hilfe einer schnellen Schaltmöglichkeit (Kapitel 2.2.2) eine praktikable Alternative, die eine geringe Unsicherheit in der Kontrolle des quadratischen Zeeman-Effektes bietet.

5.2.2 Quadratischer Stark-Effekt

Durch Einwirkung externer, statischer elektrischer Felder auf ein Atom kommt es zur Verschiebung und Aufspaltung atomarer Energieniveaus. Dieser *Stark-Effekt* kann zur Verschiebung der Übergangsfrequenzen führen.

Bei den hier auftretenden elektrischen Feldstärken kann mit Hilfe einer Störungsrechnung der Einfluss auf den Übergang des Ca-Atoms bestimmt werden [39]. Die am Uhrenübergang beteiligten Zustände besitzen definierte Parität, so dass Störungen der Zustände durch externe elektrische Felder keine Beiträge durch Terme ungerader Ordnung in der elektrischen Feldstärke aufweisen. Bei den in der Aparatur vorkommenden elektrischen Feldstärken muss daher in erster Näherung nur die Polarisierbarkeit α berücksichtigt werden, mit der die quadratische Abhängigkeit eines Energieniveaus von externen elektrischen Feldern beschrieben wird. Die Polarisierbarkeit ist für verschiedene Energieniveaus unterschiedlich und führt daher zu einer Frequenzverschiebung $\Delta\nu_{QS}$ im Uhrenübergang. Es gilt

$$\Delta\nu_{QS} = -\frac{1}{2}\Delta\alpha E^2. \quad (5.2)$$

$\Delta\alpha$ ergibt sich aus der Differenz der Polarisierbarkeiten im Grund- und angeregten Zustand. In [39] wurde experimentell nachgewiesen, dass Anteile mit höheren Potenzen im AC-Stark-Effekt selbst bei elektrischen Feldstärken von 1 kV/m nur mit wenigen Mikrohertz zur Frequenzverschiebung beitragen und daher im Rahmen der vorliegenden Arbeit vernachlässigbar sind. $\Delta\alpha$ trägt für die Feldstärke E parallel zu Quantisierungsachse mit $\Delta\alpha_\pi = (2,47 \pm 0,04) \cdot 10^{-6} \text{ Hz}/(\text{V}/\text{m})^2$ und senkrecht dazu mit $\Delta\alpha_\sigma = (3,37 \pm 0,04) \cdot 10^{-6} \text{ Hz}/(\text{V}/\text{m})^2$ zur Polarisierbarkeit bei.

Da kein definiertes elektrisches Feld angelegt wird, kann eine Frequenzverschiebung nur aufgrund zufälliger Streufelder durch statische Ladungen auf dem Vakuum-Rezipienten oder den kaptonbeschichteten Magnetfeldspulen entstehen. Für eine solche Aufladung wird ein Wert von maximal 200 V/m angenommen. Die Richtung des elektrischen Feldes kann dabei beliebig sein, so dass für eine Bestimmung der Unsicherheit der Frequenzverschiebung eine Gleichverteilung für das Auftreten einer Verschiebung zwischen 0 Hz und -70 mHz angenommen wird. Damit folgt im Mittel die Verschiebung zu $(-35 \pm 20) \text{ mHz}$.

Neben der Abhängigkeit von DC-Feldern können auch AC-Felder die Frequenz des Uhrenüberganges beeinflussen. Die Auswirkungen der externen AC-Felder richten sich nach deren Amplitude E_{AC} und den Abständen ihrer Frequenz ν_{AC} zu den Resonanzen derjenigen Dipolübergänge im Ca-Atom, die von den am Uhrenübergang beteiligten Niveaus ausgehen. Es werden zwei Einflussbereiche unterschieden, die am Ca-Frequenznormal der PTB signifikante Verschiebungen verursachen können. Ein Bereich umfasst das Streulicht der Strahlung der im Labor verwendeten Laser. Dieser wird im folgenden Abschnitt 5.2.3 besprochen. Der zweite wichtige Bereich beschreibt den Einfluss der thermischen Strahlung der Umgebung bei Raumtemperatur und des auf 900 K aufgeheizten Ca-Ofens. Dieser wird in Abschnitt 5.2.4 behandelt.

Diese AC-Felder können als unpolarisiert angesehen werden, so dass sich die Strahlung beim AC-Stark-Effekt gleichermaßen mit $\delta\alpha_\pi$ auf die $\Delta(m=0)$ -Komponente des Uhrenüberganges als auch mit $\Delta\alpha_\sigma$ auf die $(\Delta m = \pm 1)$ -Komponenten des Überganges auswirken kann. Das gewichtete Mittel der Polarisierbarkeit folgt daher zu $\overline{\Delta\alpha} = (3,07 \pm 0,06) \cdot 10^{-6} \text{ Hz}/(\text{V}/\text{m})^2$.

5.2.3 AC-Stark-Effekt monochromatischer Strahlung

In [39] werden die 24 relevanten Dipolübergänge $J \rightarrow J'$, die von einem der beiden am Uhrenübergang beteiligten Niveaus (J) ausgehen und zu einer Verschiebung der Übergangsfrequenz führen können, mit ihren Oszillatorenstärken aufgelistet. Diese Wellenlängen liegen zwischen 200 nm und 2 μm . Die im experimentellen Aufbau verwendeten Laserstrahlungen lagen ebenfalls im sichtbaren und nahinfraroten Bereich. Keine der Laserfrequenzen, die über Streuung im Raum oder an optischen Fasern unbeabsichtigt in den Bereich der lasergekühlten Atome gelangen konnten, war direkt resonant mit einem der beteiligten Dipolübergänge, doch konnten diese Strahlungen die Energieniveaus des Uhrenüberganges über den AC-Stark-Effekt verschieben. Im Folgenden wird eine Abschätzung für die zu erwartenden Verschiebungen durch das vorhandene Streulicht beschrieben.

Nach [39] gilt für den Anteil des Dipolüberganges $J \rightarrow J'$ an der Verschiebung des Zustandes $|J\rangle$

$$\Delta\nu(JJ') = \frac{\alpha_{sk,JJ'}}{4} \cdot \frac{\sqrt{\mu_0/\epsilon_0} \cdot I_{AC}}{1 - \nu_{AC}^2/\nu_{JJ'}^2}. \quad (5.3)$$

Dabei ist $\alpha_{sk,JJ'}$ der Beitrag dieses Überganges ($J \rightarrow J'$) zur skalierbaren Polarisierbarkeit und $\nu_{JJ'}$ die Übergangsfrequenz des Dipolübergangs. ν_{AC} und I_{AC} sind die Frequenz und die Intensität der externen Strahlung. μ_0 und ϵ_0 sind die magnetische und elektrische Feldkonstante des Vakuums. Es muss $|\nu_{AC} - \nu_{JJ'}| \ll \nu_{AC}$ und $|\nu_{AC} - \nu_{JJ'}| \ll \nu_{JJ'}$ erfüllt sein.

Weit verstimmt von einem der relevanten Dipolübergänge waren der Pumplaser des Spektroskopielasers bei 532 nm und das Pumplasersystem für die Erzeugung des Kühllaserlichtes bei 846 nm, die nur über Streuung im Raum den Bereich des lasergekühlten Ensembles erreichen konnten.

Der Rückpumplaser bei 672 nm, der den Übergang $3d4s\ ^1D_2 \rightarrow 4s4p\ ^1P_1$ pumpte, war ebenfalls weit von den relevanten Übergängen verstimmt. Nahresonant mit relevanten Übergängen waren dagegen die Frequenzen des Kühllasers und des Spektroskopielasers. Die Kühllaserfrequenz war für die Rotverstimmung und für die Verwendung von Schalt-AOMs insgesamt um -220 MHz von der Resonanz des Kühlüberganges verschoben. Ebenso war die Spektroskopielaserfrequenz um -70 MHz verschoben und nur bei eingeschalteten Schalt-AOMs in Resonanz mit dem Uhrenübergang. Bei abgeschalteten AOMs konnte daher nahresonantes Licht zu den lasergekühlten Ca-Atomen gelangen. Bei beiden Lasern konnte dies sowohl durch Streuung an Oberflächen und Wänden als auch durch Streuung an AOMs und direkte Einstrahlung aufs atomare Ensemble über Spiegel oder optische Fasern geschehen.

Aus Messungen bestimmte sich die Obergrenze für die insgesamt indirekt einfallende Streulichtintensität zu 8 mW/m^2 . Mit Hilfe der Polarisierbarkeiten aus [39] konnten die Einflüsse mit Gl. 5.3 explizit berechnet werden. Die maximale Verschiebung aufgrund der Wechselwirkung mit den Frequenzen der beiden Pumplaser lag für jeden einzelnen der 24 relevanten Dipolübergängen jeweils deutlich unter $10\ \mu\text{Hz}$ bei Annahme von 8 mW/m^2 pro Laser. Die Gesamtverschiebung für die Pumplaser mit 532 nm und 846 nm Wellenlänge betrug somit maximal $500\ \mu\text{Hz}$.

Der Gesamtbeitrag des Rückpumplasers bei 672 nm sowohl über indirekt eingestreutes als auch über den AOM direkt in die Falle gelangendes Streulicht (weniger als $120\ \mu\text{W/m}^2$) lag für alle relevanten Übergänge insgesamt unter $50\ \mu\text{Hz}$.

Das Streulicht des Spektroskopielasers, das direkt über die abgeschalteten AOMs eingestreut wurde, lag unter $800\ \mu\text{W/m}^2$. Durch den Frequenzoffset von 70 MHz war eine Verschiebung von maximal $110\ \mu\text{Hz}$ zu erwarten und für die maximal 3 mW/m^2 indirekt eingestreuten Lichtes war die Verschiebung insgesamt kleiner als 1 mHz. Der Grund hierfür lag einerseits in dem Offset von 70 MHz und andererseits in der geringen Oszillatorenstärke, die zu einem kleinen Wert von $\alpha_{sk,JJ'}$ führte.

Nicht vernachlässigbar war hingegen der Beitrag des Kühllaserlichtes. Die über die beiden Schalt-AOMs eingestreute Intensität konnte unter Berücksichtigung der Rückreflektoren an der Falle bis zu 80 mW/m^2 betragen. Da $\alpha_{sk,JJ'}$ aufgrund der hohen Oszillatorenstärke sehr groß ist, ergab sich trotz des Offsets von -220 MHz eine Verschiebung des Grundzustandsniveaus nach Gl. 5.3, die zu einem Frequenzoffset von

$$\Delta\nu_{AC,423} = 522 \frac{\text{Hz}}{\text{W/m}^2} \cdot I_{AC,423} \quad (5.4)$$

auf dem Uhrenübergang führt. Dabei steht $I_{AC,423}$ für die Intensität des Kühllaserstreulichtes. Es konnte somit zu Frequenzverschiebungen von bis zu 40 Hz kommen.

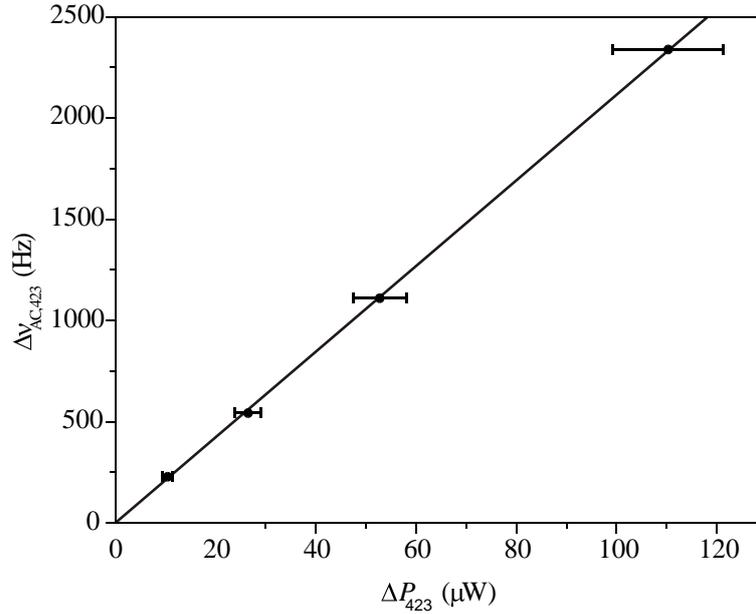


Abbildung 5.2: AC-Stark-Verschiebung des Uhrenüberganges $\Delta\nu_{AC,423}$ durch gezielt eingestrahktes Kühllaserlicht mit einer Rotverstimmung von -220 MHz gegenüber der Resonanz. ΔP_{423} ist die eingestrahlte Gesamtleistung des zentralen Airy-Maximums (voller $1/e^2$ -Durchmesser etwa 8 mm). Die Steigung der Ausgleichsgeraden ist $(21,2 \pm 1,1)$ Hz/ μW .

Dieses Ergebnis wurde experimentell überprüft, indem mit Hilfe der Methode der alternierenden Stabilisierung die Differenz der gemessenen Übergangsfrequenz zwischen Normalbetrieb und Betrieb mit zusätzlich eingestrahktem Licht bei -220 MHz Offset von der Resonanz des Kühllüberganges bestimmt wurde. Dazu wurde während der Spektroskopie (alle Kühllaser-AOMs abgeschaltet) das Licht in der 0. Ordnung des AOM K3 (Abb. 2.7) mit einem Raumfilter modengereinigt und kollimiert direkt auf das atomare Ensemble eingestrahkt. Durch Anschalten des AOM K3 und Abbeugen des Lichtes in die 1. Ordnung konnte das eingestrahkte Licht im Bereich des Fallenensembles alternativ auf ca. $0,5 \mu\text{W}$ reduziert werden.

Abb. 5.2 zeigt die Ergebnisse. Die Stabilisierung auf den Ca-Übergang erfolgte mit einem Pulsabstand von $108,2 \mu\text{s}$, also einer Auflösung von ca. 4,6 kHz, um den Sprung der Stabilisierung auf ein falsches Maximum der Interferenzstruktur zu vermeiden. Die Ausgleichsgerade hatte eine Steigung von $(21,2 \pm 1,1)$ Hz/ μW . Bezogen auf die Mittenintensität des Airy-Maximums (Raumfilter) entsprach dies (537 ± 30) Hz/(W/m²). Die Messung stimmte also innerhalb der Messunsicherheit sehr gut mit der Theorie überein.

Zur Korrektur des AC-Stark-Shifts bei einer Frequenzmessung muss die genaue Streulicht-Intensität am Ort der Falle bekannt sein. Sie kann jedoch nur als Mittel über die Fläche eines Detektors vor dem Eintritt in die Vakuumkammer bestimmt werden. Zusätzlich ist die Verteilung des Streulichtes nicht homogen und Intensität und räumliche Verteilung des Restlichtes hängen von der Justage des Kühllasersystems ab. Aufgrund der gemessenen totalen Restlichtintensität $I_{AC,423}$ an der magnetooptischen Falle und der Intensitätsabhängigkeit nach Gl. 5.4 kann daher nur eine obere Grenze $\Delta\nu_{AC,423,max}(I_{AC,423})$ angegeben werden. Für

die Korrektur wird daher eine Verschiebung zwischen 0 und $\Delta\nu_{AC,423,max}$ mit gleichverteilter Wahrscheinlichkeit angenommen. So folgt für die angenommene Verschiebung ein Wert von $\Delta\nu_{AC,423,max}/2 \pm \Delta\nu_{AC,423,max}/\sqrt{12}$. Die Unsicherheit liegt damit typischerweise zwischen 10 Hz und 13 Hz.

Zur Kontrolle dieser Abschätzung wurde in die Methode der alternierenden Stabilisierung die Möglichkeit eines Chopperbetriebs zur mechanischen Abschaltung des Kühllaserlichtes integriert, bei der der Startpunkt eines Fallenzyklus durch das Chopperrad getriggert wird. Der Einbau erfolgte vor den Kühllaser-AOMs (siehe Abb. 2.7), so dass jedwedes Kühllaserstreulicht in Richtung MOT unterdrückt werden konnte. Bei einer Zykluszeit von typischerweise 30 ms erfolgte der Triggerpuls ca. 2 ms vor der mechanischen Abschaltung des Kühllaserlichtes. So konnte einerseits sichergestellt werden, dass vor der mechanischen Abschaltung durch die AOMs erfolgte. Dies war notwendig, um ein Verzerren oder Beschleunigen des atomaren Ensembles aufgrund von Beugung des Kühllaserstrahles an der Kante des Choppers zu vermeiden. Andererseits ermöglichte dies, die Spektroskopie auch vor der mechanischen Abschaltung des Laserlichtes durchzuführen. So konnte bei der Methode der alternierenden Stabilisierung, zwischen Messung mit Chopperabschaltung und mit Kühllaserrestlicht umgeschaltet werden. Beim Timing wurde weiterhin darauf geachtet, die Fallenladezeiten in beiden Fällen gleich lang zu halten, so dass der Unterschied zwischen den beiden Stabilisierungen nur durch das restliche Kühllaserlicht gegeben war. Zusätzlich wurde während der Spektroskopie die Leistung des Kühllaserlichtes hinter dem Chopperrad gemessen, um sicher zu stellen, dass das Restlicht auch während der ganzen Dauer der Spektroskopie ausgeschaltet bzw. vorhanden war.

Das restliche Kühllaserlicht wurde zu ca. $1,6 \mu\text{W}$ bestimmt und damit $\Delta\nu_{AC,423,max} = 34 \text{ Hz}$. Dies ließ einen Offset durch den AC-Stark-Effekt von $\Delta\nu_{AC,423} = (+17 \pm 10) \text{ Hz}$ erwarten. Der Vergleich mit der Methode der alternierenden Stabilisierung ergab einen Offset von $+9,6 \text{ Hz}$. Damit war zwar die Größe der Korrektur innerhalb ihrer Unsicherheit bestätigt. Eine Möglichkeit zur Reduzierung der Unsicherheit der Frequenzmessung ohne Verwendung mechanischer Chopper unter 5 Hz entsprechend einer relativen Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-14}$ erschienen jedoch nicht praktikabel möglich. Daher wurden die weiteren Frequenzmessungen unter Einsatz der mechanischen Abschaltung durchgeführt.

5.2.4 Schwarzkörperstrahlung

Nicht nur die schmalbandige Laserstrahlung, sondern auch die breitbandige Temperaturstrahlung haben über den Stark-Effekt Einfluss auf den Uhrenübergang des Ca. Beim Ca-Normal der PTB gibt es neben dem Strahlungsfeld durch die Umgebungstemperatur von 293 K noch den Einfluss der Temperaturstrahlung des Ca-Ofens bei $\vartheta_{Ofen} = 883 \text{ K}$.

In [39] wird gezeigt, dass für Raumtemperatur der Effekt der Schwarzkörperstrahlung in einer quasistatischen Betrachtung in guter Näherung bestimmt werden kann, bei der sich das mittlere Quadrat der elektrischen Feldstärke $\langle E^2 \rangle$ wie bei einem statischen elektrischen Feld auswirkt. Mit Hilfe der Gesamtstrahlung eines schwarzen Körpers nach dem Stefan-Boltzmannschen Strahlungsgesetz lässt sich das mittlere Quadrat der elektrischen Feldstärke zu (siehe auch [25])

$$\langle E^2 \rangle = \frac{8\pi^5 k_B^4}{15c_0^3 \epsilon_0 h^3} \vartheta^4 = 8,545 \cdot 10^{-5} \frac{\text{V}^2}{\text{m}^2 \text{K}^4} \vartheta^4 \quad (5.5)$$

berechnen. Analog zu Gl. 5.2 folgt

$$\Delta\nu_{SK}(\vartheta) = -\frac{1}{2}\overline{\Delta\alpha}\langle E^2 \rangle = (-1,31 \pm 0,03) \cdot 10^{-10} \frac{\text{Hz}}{\text{K}^4} \vartheta^4. \quad (5.6)$$

Bei einer Raumtemperatur von 293 K und wassergekühlten Spulen in der Nähe des atomaren Ensembles aufgrund derer eine Unsicherheit der Temperatur von 5 K angenommen wurde, konnte die Verschiebung der Frequenz zu $(-0,97 \pm 0,07)$ Hz berechnet werden.

Zusätzlich war bei der Realisierung des Aufbaus die Temperaturstrahlung des Ca-Ofens (883 K) zu berücksichtigen. Zunächst wird mit Gl. 5.5 und 5.6 der frequenzverschiebende Einfluss für den quasistatischen Fall abgeschätzt.

Der Ofen befand sich in einem Abstand von 160 mm zur Falle. Direkt vor dem Strahlungsschild des Ofens befand sich ein Kupferrohr mit 10 mm Durchmesser, das bis auf 40 mm an die Falle heran reichte. Im Allgemeinen weisen nicht oxidierte Metalle bei Raumtemperatur für Wellenlängen von mehr als $1 \mu\text{m}$ Reflektivitäten mit Werten zwischen 80 % und fast 100 % auf [60]. Daher könnte das Kupferrohr als eine Art Lichtleiter für die Temperaturstrahlung des Ofens wirken. So konnte der Ofen im ungünstigsten Fall, die Wirkung einer Fläche bei 883 K mit einem Durchmesser von 10 mm und einem Abstand von 40 mm von der Falle erreichen, die sich durch Rückreflektion an den Wänden der Vakuumkammer aufgrund der Geometrie höchstens noch einmal verdoppelte. Im Vergleich zum isotropen Temperaturfeld erreichte die Wirkung durch den kleinen Raumwinkel nur etwa 0,4 %. Zusätzlich war zu berücksichtigen, dass das spektrale Emissionsvermögen von Stahl bei 900 K nur etwa 20 % desjenigen eines schwarzen Strahlers erreicht [61]. Somit konnte aus der Abschätzung für den quasistatischen Fall eine Verschiebung von weniger als $1,6 \cdot 10^{-3} \Delta\nu_{SK}(883 \text{ K}) \approx 1,6 \cdot 10^{-3} \cdot (-80 \text{ Hz}) \approx -130 \text{ mHz}$ als obere Grenze angenommen werden.

Wird der Ofen als grauer Strahler betrachtet, liegt das maximale spektrale Feldstärkequadrat des Ofens etwa einen Faktor 3 über dem eines schwarzen Strahlers bei 300 K. Dabei ist das Maximum um einen Faktor 3 zu der höheren Frequenz von etwa $5,3 \cdot 10^{13} \text{ Hz}$ verschoben. Dadurch liegen die drei langwelligsten der relevanten Dipolübergänge des Ca nicht mehr im Bereich des exponentiellen Abfalls des thermischen Spektrums der Feldstärkequadrante. Die Feldstärkequadrante bei diesen Wellenlängen sind bei der Ofentemperatur nur noch um einen Faktor 5 bis 20 kleiner als das Maximum, während sie bei Raumtemperatur um 7 Größenordnungen unter dem des Maximums liegen, wodurch die quasistatische Näherung bei Raumtemperatur gut erfüllt ist [39]. Damit muss die Abweichung von der quasistatischen Näherung für die Ofentemperatur berücksichtigt werden.

Zwei der drei Übergänge,

$$4s4p \ ^3P_1 \rightarrow 3d4s \ ^3D_1 \text{ mit } 1,5365 \cdot 10^{14} \text{ Hz, } \gamma_A = 1,57 \cdot 10^5/\text{s} \text{ und}$$

$$4s4p \ ^3P_1 \rightarrow 3d4s \ ^3D_2 \text{ mit } 1,5407 \cdot 10^{14} \text{ Hz, } \gamma_A = 2,84 \cdot 10^5/\text{s},$$

haben aufgrund ihrer hohen Streuraten zusammen einen Anteil an der Polarisierbarkeit von $\alpha_{SK} = 4,35 \cdot 10^{-6} \text{ Hz}/(\text{V/m})^2$ [39]. Der Übergang

$$4s4p \ ^3P_1 \rightarrow 3d4s \ ^1D_2 \text{ mit } 1,9894 \cdot 10^{14} \text{ Hz, } \gamma_A = 7,15 \cdot 10^1/\text{s}.$$

hat dagegen aufgrund seiner kleinen Streuraten nur geringen Anteil. Um die Abweichung aufgrund der Übergänge bei 150 THz abzuschätzen, wurde ihr Anteil an der gesamten Verschiebung der Uhrenfrequenz im Temperaturbad von 883 K mit einer exakten Methode nach Farley

et al. [62] berechnet, bei der Gl 5.3 über die Polstellen der Übergänge integriert wird. Daraus ergibt sich eine Verschiebung durch diese beiden Niveaus von -12 Hz bzw. für den reduzierten Effekt aufgrund der Fallengeometrie von $1,6 \cdot 10^{-3} \cdot (-12)$ Hz ≈ -20 mHz.

Unter der Annahme, dass in der nichtresonanten Betrachtung diese Anteile noch nicht berücksichtigt waren, führt dies zu einer Grenze der totalen Frequenzverschiebung aufgrund der Temperaturstrahlung des Ca-Ofens von maximal -150 mHz.

Die Annahmen zur Bestimmung des Anteils der Temperaturstrahlung des Ofens am Ort der Falle sind mit einer sehr großen Unsicherheit versehen. Daher wurde das Ergebnis experimentell überprüft. Im Rahmen einer Absolutmessung der Ca-Frequenz gegen die Cs-Fontäne der PTB (Kapitel 6) wurde sowohl bei einer Ofentemperatur von 883 K als auch bei einer Temperatur von 783 K gemessen. In die obigen Abschätzungen ging die Temperatur näherungsweise über $\langle E^2 \rangle$ mit der vierten Potenz ein. Aus der Temperaturdifferenz für die Messung wurde so die resultierende Frequenzdifferenz zu $\approx 0,38 \cdot (-150)$ mHz ≈ -60 mHz abgeschätzt. Bei der vorgenommenen Messung bewirkte die Reduzierung der Ofentemperatur zusätzlich eine Abnahme der Zahl der Atome in der Falle. Damit änderte sich die Dichte und aufgrund des Einflusses kalter Stöße die gemessene Frequenz des Überganges. Dieser Anteil wurde mit Hilfe der Ergebnisse aus Abschnitt 5.3 abgeschätzt. Bei den im Ca-Frequenznormal realisierten Dichten war das Volumen und die Geschwindigkeitsverteilung des Fallenensembles unabhängig von der Dichte. Die Änderung der Dichte war somit proportional zur Zahl der Atome und konnte über die Fallenfluoreszenz beim Zerfall der ins ${}^3\text{P}_1$ angeregten Atome bestimmt werden. Unter Berücksichtigung der Schwankung der Photonenzählrate bei der Messung um bis zu 10% ergab sich eine Dichtedifferenz bei den beiden Temperaturen von $(4,4 \pm 1,2) \cdot 10^{14}/\text{m}^3$. Mit einer Dichteabhängigkeit nach Gl. 5.18 von $(+1,37 \pm 2) \cdot 10^{-15}$ Hz m^3 verschob sich die Frequenz bei der höheren Temperatur zusätzlich um $(+0,6 \pm 0,9)$ Hz.

Bei der Messung konnten alle weiteren frequenzverschiebenden Effekte als konstant angesehen werden. So brauchte die Differenz $\nu_{Mess,883\text{K}} - \nu_{Mess,783\text{K}} = (+3 \pm 4,25)$ Hz der unkorrigierten Messung nur um den Anteil der Dichteabhängigkeit reduziert werden. Es ergab sich $(+2,4 \pm 4,4)$ Hz. Dabei war die Unsicherheit von den statistischen Unsicherheiten der beiden Einzelmessungen dominiert. Skaliert auf die totale Frequenzverschiebung ergab sich damit als Schätzwert für die wahre Wahrscheinlichkeitsverteilung gegeben durch eine Gauß-Verteilung ein Mittelwert von $+6,3$ Hz mit einer Standardabweichung von $11,3$ Hz.

Im Rahmen der Messunsicherheit stimmten Theorie und Messung zwar überein, jedoch zeigten sowohl Theorie als auch Messungen von Zeiske [39], dass die DC-Polarisierbarkeit $\Delta\alpha$ des Uhrenübergangs zu einer Verschiebung mit negativem Vorzeichen führen müsste. Daher wurde eine Differenz von 0 Hz als eine harte obere Grenze für die Frequenzverschiebung aufgrund der Schwarzkörperstrahlung angenommen. Aus der Flanke der Gauß-Verteilung für $\Delta\nu_{SK,Ofen} < 0$ Hz konnten so mit Hilfe des 1. und 2. Momentes der Verteilung die Werte für Korrektur und Unsicherheit berechnet werden. Damit ergab sich bei 883 K als wahrscheinlichste Verschiebung $-2,1$ Hz mit einer Unsicherheit von $4,3$ Hz, bzw. bei einer Temperatur ϑ_{Ofen} allgemeiner

$$\Delta\nu_{SK,Ofen} = (-3,5 \pm 7,1) \cdot 10^{-12} \frac{\text{Hz}}{\text{K}^4} \cdot \vartheta_{Ofen}^4. \quad (5.7)$$

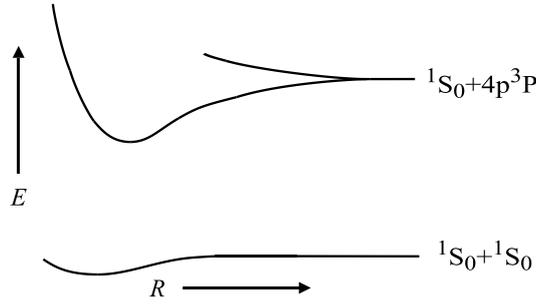


Abbildung 5.3: Qualitative Darstellung der Energieniveaus eines Paares von Atomen in Abhängigkeit ihres Abstandes.

5.3 Kalte Stöße

Im atomaren Ensemble lasergekühlter Atome kommt es zu Wechselwirkungen zwischen Atomen, die auch als *kalte Stöße* bezeichnet werden. Diese können auch bei den geringen Dichten in der MOT von etwa $10^{15}/\text{m}^3$ bereits zu Verschiebungen der Frequenz des Uhrenüberganges führen. Die Wechselwirkungen können bei diesen Dichten als Zwei-Körper-Stöße betrachtet werden.

Zwei Atome bilden bei einem Stoß ein Dimer, in dem die Energieniveaus der Zustände gegenüber dem des Einzelatoms abhängig vom Abstand der beiden Atome verschoben sind und zusätzlich in bindende und antibindende Niveaus aufspalten (Abb. 5.3). Die Verschiebung der einzelnen Niveaus kann unterschiedlich ausfallen, so dass sich die Übergangsfrequenz ändert. Im Ca-Frequenznormal sind im Wesentlichen Atome im Zustand $4s4s\ ^1S_0$ und im $4s4p\ ^3P_1(m=0)$ beteiligt. Die effektive Verschiebung des Uhrenüberganges ergibt sich als Mittel über das gesamte Ensemble. Diese ist in guter Näherung proportional zur mittleren Zahl der kalten Stöße pro Atom und damit zur mittleren Dichte $\bar{\rho}$ im atomaren Ensemble. Es gilt

$$\Delta\nu_{KS} = A_{\rho}\bar{\rho}. \quad (5.8)$$

Im Folgenden wird für die Ermittlung des Koeffizienten der Dichteabhängigkeit A_{ρ} die Bestimmung der mittleren Dichte aus Messungen behandelt.

In der MOT fand bei den im Ca-Normal erreichten Dichten die Thermalisierung des atomaren Ensembles im Wesentlichen über die Streuung von Kühllaserphotonen (Rate etwa $10^7/\text{s}$ bei 10 % Sättigung) und nicht über elastische Stöße zwischen den Fallenatomen ($< 0,01/\text{s}$) statt. Es bildete sich eine etwa kugelsymmetrische gauß-förmige Geschwindigkeitsverteilung und eine gauß-förmige Ortsverteilung der Atome im Potenzial der MOT aus, die sich in einer näherungsweise kugelsymmetrischen Dichteverteilung wiederfand (Abb.2.9). Es gilt

$$\rho(r) = \rho_{max} \cdot e^{-\frac{r^2}{2\tau_{rms}^2}}. \quad (5.9)$$

Die Dichteverteilung der Atome in der Falle konnte mit Hilfe der Messung der optischen Dichte des atomaren Ensembles bestimmt werden. Dazu wurde die ortsabhängige Absorption eines durch das Ensemble transmittierten kollimierten Laserstrahls in Resonanz mit dem Kühlübergang mit einer CCD-Kamera bestimmt. Die Intensität des Laserstrahls ohne Falle $S_o(y, z)$ wurde mit der des Laserstrahls mit Falle $S_m(y, z)$ verglichen. Die ortsabhängige

optische Dichte senkrecht zum Strahl war dann gegeben durch¹

$$D(y, z) = \ln \left(\frac{S_o(y, z)}{S_m(y, z)} \right). \quad (5.10)$$

Eventuelle Untergrundsignale waren bereits abgezogen. An $D(y, z)$ konnte eine zweidimensionale Gauß-Verteilung angepasst werden, aus der sich das Maximum der optischen Dichte D_{max} und der rms-Radius r_{rms} des Ensembles bestimmen ließen mit

$$D(y, z) = D_{max} \cdot \exp \left(-\frac{(y - y_0)^2 + (z - z_0)^2}{2r_{rms}^2} \right).$$

Die optische Dichte war gegeben durch das Integral der Absorption durch das Fallenensemble am Ort (y, z) entlang des Laserstrahles in x -Richtung. Mit der maximalen Absorption bei $(y = y_0, z = z_0)$ galt somit

$$D_{max} = \sigma \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{max} \cdot e^{-\frac{x^2}{2r_{rms}^2}} dx.$$

Dabei ist $\sigma = (3\lambda_{423}^2)/(2\pi) = 8,54 \cdot 10^{-14} \text{ m}^2$ der Photonenstreuquerschnitt für den Kühlbergang [63]. Für die maximale Dichte ρ_{max} folgte daraus

$$\rho_{max} = \frac{D_{max}}{\sqrt{2\pi} \sigma r_{rms}}.$$

Die gemessene Frequenzverschiebung $\Delta\nu_{KS}$ war die mittlere Verschiebung der Frequenz im atomaren Ensemble. Diese war proportional zur mittleren Dichte des Fallenensembles $\bar{\rho}$. Es gilt

$$\Delta\nu_{KS} = \left(\int_0^{\infty} A_{\rho} \rho(r) 4\pi r^2 \rho(r) dr \right) / \left(\int_0^{\infty} 4\pi r^2 \rho(r) dr \right) = A_{\rho} \bar{\rho}. \quad (5.11)$$

Ausführen des Integrals ergab

$$\bar{\rho} = \frac{\rho_{max}}{\sqrt{2}^3}. \quad (5.12)$$

Hiermit konnte aus der Messung der optischen Dichte direkt die atomare Dichte $\bar{\rho}$ bestimmt werden.

Bei der Messung im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer äußert sich die Frequenzverschiebung über die akkumulierte Differenz der atomaren Phase in den einzelnen Interferometerpfaden. Mit der Abnahme der Dichte im frei expandierenden Ensemble nach Abschalten der Falle ist die Änderung der Phase zeitabhängig.

Sei die Laserfrequenz ν_L als resonant mit der Frequenz des ungestörten Uhrenüberganges angenommen. Dann trägt die Verstimmung $\Delta_L = \nu_L - \nu_{Ca}^*$ zwischen der Laserfrequenz und der aufgrund der kalten Stöße verschobenen tatsächlichen Übergangsfrequenz ν_{Ca}^* zur Phasendifferenz bei. Für konstante Dichte würde Δ_L dann $\nu_L - \nu_{Ca}$ in Gl 3.18 und 3.19 ersetzen. Für die zeitabhängige Dichte muss dagegen die zeitliche Entwicklung berücksichtigt werden. Zwischen den Wechselwirkungszonen akkumuliert sich für die Dauer, während der sich die Atome in den beiden Pfaden in unterschiedlichen Zuständen befinden, die Phasendifferenz

¹Häufig wird für die optische Dichte auch der dekadische Logarithmus verwendet.

mit der Frequenz $\Delta_m \pm$ auf (Gl. 3.15 bzw. Gl. 3.17) und hängt damit empfindlich von Δ_L ab. Dies ist der Fall zwischen der 1. und 2. sowie der 3. und 4. Wechselwirkungszone (Abb. 3.2). Die Phasenverschiebung in den Wechselwirkungszone kann dagegen wegen $T' \ll T$ vernachlässigt werden (siehe Abschnitt 5.4.4). Unter Berücksichtigung der Zeitabhängigkeit der atomaren Dichte nach Abschalten der Falle gilt

$$\Delta_L(t) = \Delta\nu_{KS}(t) = A_\rho \bar{\rho}(t).$$

Die totale Phasenverschiebung durch Stöße muss somit als Integral über die Dauer der Atominterferometrie ermittelt werden. Der Abstand zwischen den Pulspaaren $T' = 10 \mu\text{s}$ ist so gewählt, dass er für die Änderung der Dichte vernachlässigbar ist. Daher gilt in guter Näherung

$$\Phi_{KS,T_1,T} \approx 2\pi \int_{T_1}^{T_1+2T} A_\rho \bar{\rho}(t) dt. \quad (5.13)$$

T_1 ist die Zeit nach Abschalten der Falle bis zum ersten Puls (t_1 in Kapitel 3.2) und T der Abstand der beiden parallelen Pulse. Die resultierende Frequenzverschiebung ist

$$\Delta\nu_{KS,T_1,T} \approx \Phi_{KS,T_1,T} / (4\pi T).$$

Die über die Dauer der Spektroskopie zusätzlich zeitgemittelte mittlere räumliche Fallendichte

$$\bar{\rho}_{T_1,T} \approx \frac{1}{2T} \int_{T_1}^{T_1+2T} \bar{\rho}(t) dt \quad (5.14)$$

nimmt damit den Platz der relevanten mittleren Fallendichte für die gemessene Frequenzverschiebung ein und nach Gl. 5.13 gilt für diese

$$\Delta\nu_{KS,T_1,T} \approx A_\rho \cdot \bar{\rho}_{T_1,T}. \quad (5.15)$$

Um die Frequenzverschiebung zu messen, wurde mit Hilfe der alternierenden Stabilisierung die Differenz der gemessenen Übergangsfrequenz für ein Ensemble hoher Dichte zu der eines Ensembles geringer Dichte bestimmt. Um innerhalb weniger Messzyklen zwischen den beiden Fallendichten umschalten zu können, wurde mit bzw. ohne Rückpumplaser bei 672 nm gemessen. Nach dem Umschalten wurde jeweils 1,4 s (4 bis 5 Ladezeitkonstanten) gewartet, bis die Zahl der Atome stationär wurde.

Da die Thermalisierung der Geschwindigkeitsverteilung des Ensembles über die Streuung der Kühlaserphotonen erfolgte, waren der rms-Radius, r_{rms} , und die rms-Geschwindigkeit, v_{rms} , der Ensemble im Wesentlichen über den Magnetfeldgradienten und die Kühlaserintensität und -verstimmung gegeben, so dass die mittleren Fallendichten $\bar{\rho}(t)$ sich nur in der jeweils konstanten Gesamtzahl der Atome unterschieden. Nach Abschalten der Falle zum Zeitpunkt $t = 0$ s dehnten sich daher beide Fallen gleich aus. Der gemeinsame rms-Radius änderte sich mit $\sqrt{r_{rms}^2 + v_{rms}^2 t^2}$ und damit mit der konstanten Zahl der Atome im zunehmenden Volumen die Fallendichte mit

$$\bar{\rho}(t) = \bar{\rho}_0 \cdot \left(1 + \left(\frac{v_{rms}}{r_{rms}} \right)^2 t^2 \right)^{-3/2}. \quad (5.16)$$

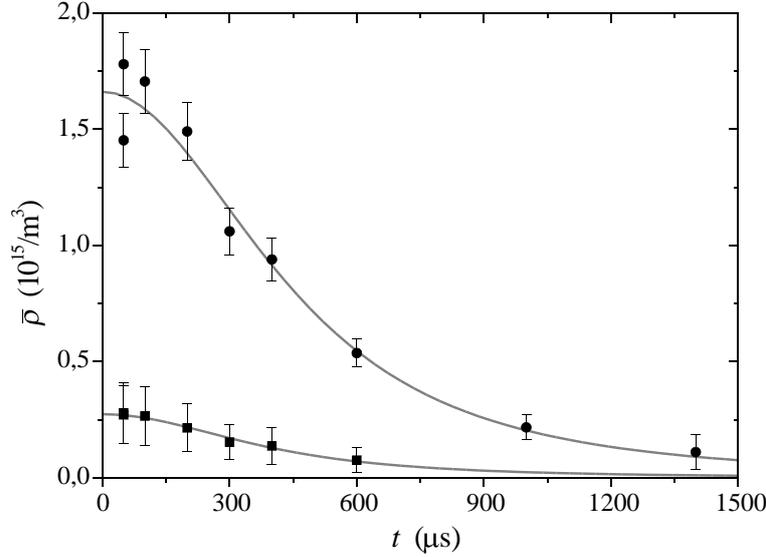


Abbildung 5.4: Mittlere Dichte des lasergekühlten Ca-Ensembles $\bar{\rho}$ in Abhängigkeit von der Zeit t nach Abschalten der MOT. Aufgetragen sind die Ergebnisse für unterschiedliche Atomzahlen, die sich bei Verwendung des Rückpumplasers bei 672 nm (Punkte) bzw. ohne Rückpumplaser ergaben (Quadrate). Die Kurven sind Fits von Gl. 5.16 mit den Fitparametern Anfangsdichte $\bar{\rho}_0$ und Anfangsradius r_{rms} (siehe Text).

Die zeitabhängige Fallendichte konnte somit direkt als Funktion der mittleren Anfangsdichte $\bar{\rho}_0$ und von r_{rms} und v_{rms} beschrieben werden.

Orts- und geschwindigkeitsabhängige Effekte, die zu Frequenzverschiebungen führen konnten, wirkten sich bei beiden Fallenensembles gleich aus. Da auch alle anderen Parameter übereinstimmten, konnte mit der alternierenden Stabilisierung direkt die Frequenzdifferenz aufgrund der unterschiedlichen Dichten bestimmt werden.

Aus der Doppler-Breite der Interkombinationslinie wurde zunächst die Breite der Geschwindigkeitsverteilung für die beiden Ensemble zu $v_{rms} = (1,18 \pm 0,02)$ m/s ermittelt.

Die Messung des zeitlichen Verlaufs von $\bar{\rho}(t)$ erfolgte über die Bestimmung der optischen Dichten zu verschiedenen Zeitpunkten t nach Abschalten der Falle. Abb. 5.4 zeigt den Verlauf der ortsgemittelten Dichten für die beiden Einstellungen der Falle.

Die jeweiligen Anfangsradien r_{rms} und Dichten $\bar{\rho}_0$ wurden ermittelt, indem Gl. 5.16 mit gegebenem v_{rms} an die Messdaten angepasst wurde. Es ergab sich $r_{rms} = (6,8 \pm 0,4) \cdot 10^{-4}$ m und $\bar{\rho}_0 = (1,7 \pm 0,3) \cdot 10^{15}/\text{m}^3$ bei Verwendung des Rückpumpers sowie $\bar{\rho}_0 = (2,7 \pm 1,7) \cdot 10^{14}/\text{m}^3$ ohne. Mit der Dichtedifferenz $\Delta\bar{\rho}_0 = (1,4 \pm 0,4) \cdot 10^{15}/\text{m}^3$ galt nach Gl. 5.14 und 5.16 für die Messungen

$$\Delta\bar{\rho}_{T_1,T} = \frac{\Delta\bar{\rho}_0}{2T} \left[\frac{t}{\sqrt{1 + (v_{rms}/r_{rms})^2 t^2}} \right]_{T_1}^{T_1+2T}. \quad (5.17)$$

Für verschiedene Auflösungen ($\approx 1/4T$) und Wartezeiten T_1 nach Abschalten der Falle wurden die Differenzen $\Delta_{T_1,T}$ der Frequenzverschiebungen $\Delta\nu_{KS,T_1,T}$ der Falle mit Rückpumper zu der Verschiebung ohne Rückpumper bestimmt. Mit Gl. 5.17 wurden die zugehörigen $\Delta\bar{\rho}_{T_1,T}$ berechnet.

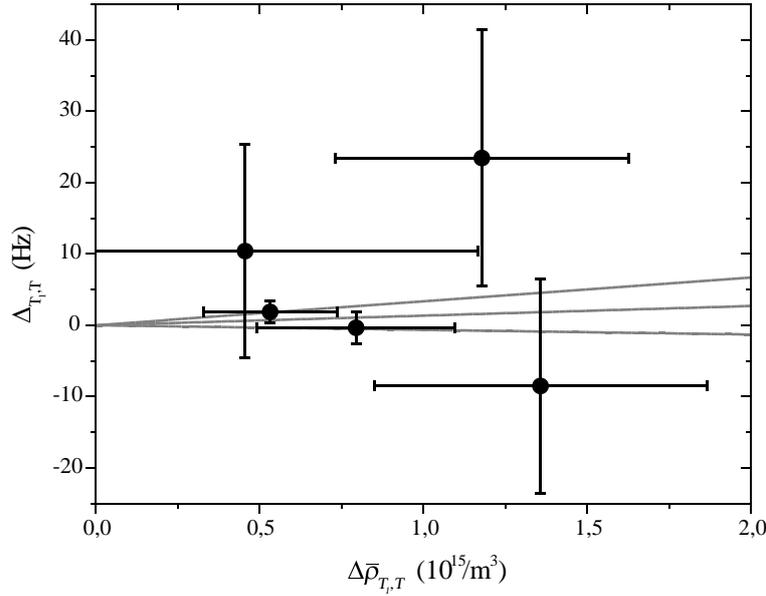


Abbildung 5.5: Frequenzänderung $\Delta_{T_1, T}$ im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer bei Dichteänderung $\Delta\bar{\rho}_{T_1, T}$. Die Linien stellen die ermittelte Dichteabhängigkeit mit der Unsicherheit dar (siehe Text).

In Abb. 5.5 sind die gemessenen Frequenzdifferenzen über der zeitgemittelten Dichte aufgetragen. Drei Messungen erfolgten zu unterschiedlichen Zeiten nach Abschalten der Falle ($T_1 = 100, 400$ und $600 \mu\text{s}$) bei einer Auflösung von etwa 12 kHz ($T = 20, 6 \mu\text{s}$). Diese Messungen boten zwar den Vorteil, dass sich während der kurzen Spektroskopiedauer die Dichte nur wenig änderte, aber aufgrund ihrer geringen Auflösung und Reproduzierbarkeit waren sie mit einer Unsicherheit von mehr als 15 Hz versehen. Bei den Messungen mit hoher Auflösung ($1,2 \text{ kHz}$ mit $T = 216, 4 \mu\text{s}$ und 600 Hz mit $T = 432, 9 \mu\text{s}$) lagen die Unsicherheiten entsprechend niedriger. Die Bestimmung der zeitgemittelten Dichte wurde limitiert durch die relative Unsicherheit von 22% für $\Delta\bar{\rho}_0$, sowie einem zusätzlichen Beitrag von 20% , der aufgrund der beobachteten Schwankungen der mittleren Fallenfluoreszenz während der Messungen der Frequenzverschiebung hinzugefügt wurde.

Gemäß Gl. 5.15 wurden für die einzelnen Messungen die Dichteabhängigkeiten der Frequenzverschiebung A_ρ mit ihren Unsicherheiten bestimmt. Daraus wurde ein mit den Fehlerquadraten gewichtetes Mittel berechnet. Damit ergab sich für die relative Frequenzverschiebung aufgrund kalter Stöße.

$$\frac{A_\rho}{\nu_{Ca}} = (3,0 \pm 4,4) \cdot 10^{-30} \text{ m}^3 \quad (5.18)$$

Im Frequenznormal wurden typischerweise Auflösungen von $1,2 \text{ kHz}$ und besser verwendet, so dass die zeitgemittelten Dichten unterhalb von $\bar{\rho}_{T_1, T} = 9 \cdot 10^{14}/\text{m}^3$ lagen. Damit konnte die Frequenzverschiebung aufgrund kalter Stöße für das Ca-Frequenznormal mit maximal $(1,2 \pm 1,8) \text{ Hz}$ angenommen werden. Mit diesem Ergebnis konnte die Unsicherheit gegenüber früheren Ca-Frequenzmessungen um einen Faktor 5 reduziert werden.

Vergleicht man das Ergebnis mit den Werten für ^{133}Cs , bei dem eine Dichteabhängigkeit der relativen Frequenzverschiebung des Hyperfeinstruktur-Überganges bei $9,6 \text{ GHz}$ von $-0,6$ bis $-2 \cdot 10^{-27} \text{ m}^3$ [64] gemessen wurde, so ist die Dichteabhängigkeit bei Ca um mehr als 2

Größenordnungen kleiner. Auch im Vergleich zu ^{87}Rb mit $(-6, 4 \pm 19, 2) \cdot 10^{-30} \text{ m}^3$ [65] zeigt Ca noch eine um einen Faktor 2 geringere Dichteabhängigkeit. Bei diesem Vergleich muss allerdings berücksichtigt werden, dass die Werte für Ca an atomaren Ensembles bei Temperaturen von wenigen mK bestimmt wurden, während die Cs- und Rb-Werte für Temperaturen von einigen μK gelten. Z. B. treten nach Berechnungen von Leo et al. [66] für Temperaturen unterhalb von $10 \mu\text{K}$ bei Cs deutliche Temperaturabhängigkeiten der Frequenzverschiebung auf.

5.4 Geschwindigkeitsabhängige Einflüsse

Die Laserkühlung reduziert die Geschwindigkeiten der Atome, die im thermischen Atomstrahl ca. 600 m/s betragen [67], im ballistischen Ensemble auf quadragemittelte Werte von $v_{rms} \approx 1 \text{ m/s}$. Gleichzeitig können durch Balancierung der MOT-Konfiguration Offsetgeschwindigkeiten des Ensembles auf $|\vec{v}_0| \leq 7 \text{ cm/s}$ reduziert werden. Trotzdem sind geschwindigkeitsabhängige Einflüsse eine der größten Quellen systematischer Verschiebungen und Unsicherheiten für die Bestimmung der Uhrenfrequenzen in Neutralatomnormalen. Dabei lassen sich drei Arten des Einflusses unterscheiden.

Der größte Beitrag wird vom linearen Doppler-Effekt geliefert. Dieser äußert sich im Frequenznormal darin, dass jedes Atom sich während der Spektroskopie durch die örtlichen Wellenfronten der Laserstrahlen bewegt und damit bei jedem Puls eine andere örtliche Phase sieht. Diese bilden zusätzliche Anteile zu den übertragenen Laserphasen aus Gl. 3.21. Sie führen zu einer Phasen- und damit effektiven Frequenzverschiebung. Die Art der Atominterferometrie hat dabei Einfluss auf die Verschiebung, es liefern jedoch nur Geschwindigkeitsanteile senkrecht zu den Laserstrahlen Beiträge. Diese können im Ca-Frequenznormal bei einigen 10^{-14} der Uhrenfrequenz liegen. Die Einflüsse und Möglichkeiten zur Korrektur werden in den Abschnitten 5.4.1 und 5.4.2 beschrieben.

Der zweite Anteil wird durch den quadratischen oder relativistischen Doppler-Effekt erzeugt und ist unabhängig von der Bewegungsrichtung der Atome im Laborsystem. Durch die unterschiedlichen Eigenzeiten von bewegtem Atom und ruhendem Laborsystem, der Zeitdilatation, kommt es zu einer Frequenzverschiebung. Im Vergleich zu Messungen am thermischen Atomstrahl, wo dieser bis zu 600 Hz ($> 10^{-12}$) betragen kann [67], ist er bei lasergekühlten Atomen sehr klein ($\approx 10^{-17}$, Abschnitt 5.4.3).

Der dritte Einfluss liegt im Photonenrückstoß begründet und führt im Atominterferometer zu einer Asymmetrie des Signals. Diese wird beeinflusst vom Fourierspektrum der Laserpulse und der eindimensionalen Verteilung der atomaren Geschwindigkeiten parallel zu den Laserstrahlen (Abschnitt 5.4.4).

5.4.1 Linearer Doppler-Effekt in Atominterferometern

Von Trebst et al. [27, 68] werden Phasenverschiebungen aufgrund der freien ballistischen Expansion der lasergekühlten Atome nach Abschalten der MOT beschrieben. Auf dieser Basis werden hier die Abhängigkeiten für das Frequenznormal abgeschätzt.

In Abschnitt 3.2 wird gezeigt, dass die resultierende Phasenverschiebung im Atominterferometer eine Summe aus der auf den Interferometerpfaden akkumulierten und der in der Wechselwirkung mit den Lasern übertragenen Phasen ist.

Die aufgrund der Gravitation akkumulierte Phasenverschiebung auf den Pfaden verschwindet,

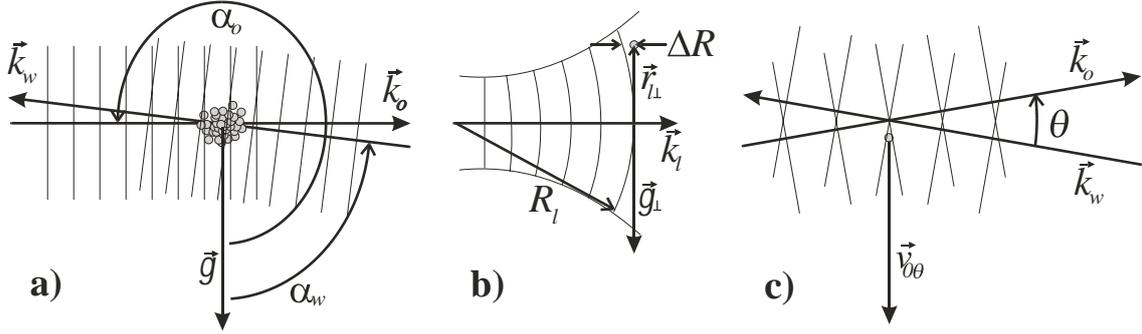


Abbildung 5.6: Atome in den Wellenfronten der Laserstrahlen für verschiedene Fälle: a) Beschleunigung durch die Gravitation mit ebenen Wellenfronten der gegenläufigen Laserstrahlen (Wellenvektoren k_o , k_w mit Winkeln α_o , α_w zur Gravitation \vec{g}); b) beschleunigte Bewegung senkrecht zu \vec{k}_l in gekrümmter Wellenfront mit R_l , c) gleichförmige Bewegung $v_{0,\Theta}$ auf der Winkelhalbierenden der fast antiparallelen Strahlen mit Winkel Θ .

wenn für das Interferometer ohne Einfluss der Gravitation die Voraussetzung symmetrischer Winkel erfüllt ist [69], was unter Annahme antiparalleler Spektroskopiestrahlen als Strahlteiler nicht nur für die symmetrischen, sondern auch für die asymmetrischen Interferometer sehr gut erfüllt ist, da die Winkel durch den Photonenrückstoß festgelegt sind.

In der Wechselwirkungszone Nummer l wird die momentane Laserphase (Gl. 3.13) auf die Atome übertragen (Gl. 3.3). Dabei ist der zeitliche Anteil $2\pi\nu_L t_l$ unabhängig von der Bewegung der Atome genau so wie der nur langsam mit der Zeit veränderliche Offset der Laserphase $\phi_l = \phi(t_l)$. Daher genügt es, ausschließlich den Beitrag der örtlichen Phase des Lasers $\Phi_l = \Phi(\vec{r}(t_l))$ mit dem momentanen Ort des Atoms $\vec{r}(t_l)$ zu betrachten. Der Ort des Atoms im ballistischen Ensemble ist gegeben durch eine gleichförmig im Gravitationsfeld der Erde beschleunigte Bewegung und den Anfangsbedingungen für das Atom zum Zeitpunkt des Abschaltens der MOT bei $t = 0$ s mit dem Startort \vec{r}_0 und der Geschwindigkeit \vec{v}_0 . Es gilt

$$\vec{r}(t_l) = \vec{r}_0 + \vec{v}_0 \cdot t_l + \frac{1}{2}\vec{g} \cdot t_l^2. \quad (5.19)$$

Für die Wechselwirkung mit den Spektroskopiestrahlen, werden die einzelnen Strahlen nach ihrer Richtung unterschieden (Abb. 5.6). w und o stehen für West bzw. Ost entsprechend dem experimentellen Aufbau. Der Index l berücksichtigt dabei auch die Strahlrichtung.

Zunächst werden die experimentellen Gegebenheiten quantifiziert. Mit den Werten können im weiteren Verlauf Vereinfachungen in der Beschreibung der Verschiebungen durch den linearen Doppler-Effekt vorgenommen werden.

Die Minimierung der Offsets der Falle von der Strahlmitte erfolgte über die gemessene Fluoreszenz bei Variation der Strahlrichtung. Dabei ließ sich die Position des Strahls mit einer Unsicherheit von 5 % auf das Maximum der Fluoreszenz einstellen. Eine Abschätzung für den bekannten Fallenradius und die örtliche Intensitätsverteilung im Strahl zeigte, dass damit für den Abstand von Fallenzentrum und Strahlmitte $|\vec{r}_0| \leq 0,5$ mm galt.

Zur Nivellierung der Spektroskopiestrahlen zur Gravitation wurde die Oberfläche des optischen Tisches unter Verwendung einer Präzisionswasserwaage mit einer Unsicherheit von weniger als 0,2 Grad senkrecht zur Gravitation ausgerichtet. Danach wurde die Abweichung

der Spektroskopiestrahlen von der Horizontalen mit $|\alpha_o - 270 \text{ Grad}| < 0,25 \text{ Grad}$ eingestellt (Abb. 5.6). Mit Hilfe eines Shearing-Interferometers wurden die Wellenfronten der kollimierten Spektroskopiestrahlen so eingestellt, dass sie am Ort der Falle möglichst eben waren. Messungen zeigten, dass damit für die Radien am Ort der Falle $R_l > 40 \text{ m}$ erreicht wurde. Zur Optimierung der Antiparallelität der Spektroskopiestrahlen wurde jeweils die Einkopplung der Strahlen in die polarisationserhaltende Monomoden-Faser des gegenläufigen Strahles genutzt. Dabei konnten maximale Einkoppeleffizienzen von 80 % erreicht werden, die sich mit leicht unterschiedlichen Durchmessern und Elliptizitäten der kollimierten Strahlen erklären lassen. Nach Optimierung konnte die Transmissionseffizienz durch mechanische Driften über den Tag auf minimal 65 % abnehmen. Diese Daten werden zur Abschätzung des maximalen Winkels zwischen den Strahlen genutzt.

Mit der optimierten Einkoppeleffizienz kann das Verhältnis von Faserkernapertur und Strahl-taille im Fokus vor der Faser für optimierte Einkopplung abgeschätzt werden. Dabei wird für den Strahl eine zweidimensionale Gauß-Verteilung der Intensität und ein Abschneiden der Leistung durch die runde Apertur des Faserkerns für den konzentrischen Fall angenommen. Durch Verschieben der Zentren gegeneinander ergibt sich bei Reduzierung der Transmission auf 65 % numerisch der entsprechende Mittenabstand. Für einen maximalen Faserkerndurchmesser von $2 \mu\text{m}$ ergibt sich ein maximaler Mittenabstand von $0,5 \mu\text{m}$. Mittels Strahl-optik lässt sich der Winkel zwischen optischer Achse des Auskoppelobjektivs ($f = 16 \text{ mm}$) und dem kollimierten Strahl durch die Verschiebung des Fokus zu $\Theta = 0,5 \mu\text{m}/f < 32 \mu\text{rad}$ also kleiner als $2 \cdot 10^{-3} \text{ Grad}$ abschätzen.

Bei ca. 1 m Abstand zwischen den Auskoppeloptiken, können die Strahlen an der Falle auf halbem Weg damit maximal $16 \mu\text{m}$ versetzt liegen, so dass für beide Strahlen der gleiche Offset \vec{r}_0 angenommen werden kann.

Mit dieser ersten Einschränkung werden die Phasenverschiebungen im Folgenden getrennt nach dem Einfluss der Bewegung in ebenen Wellenfronten Φ_l^∞ und Bewegung senkrecht zu \vec{k}_l in gekrümmten Wellenfronten Φ_l^R betrachtet.

Abb. 5.6, a) zeigt die Parameter für den Fall ebener Wellenfronten $R_l = \infty$ und b) die Bewegung senkrecht zu \vec{k}_l in gekrümmter Wellenfront mit endlichem R_l . Da $|\vec{r}_l| \ll |R_l|$ ist, kann mit Hilfe der parabolischen Näherung die Phasenverschiebung mit $\Delta R \approx (\vec{r}_{l,\perp})^2 / (2R_l)$ bestimmt werden. Es folgt für die gesamte ortsabhängige Verschiebung nach Gl. 3.13

$$\begin{aligned} \Phi_l &= \Phi_l^\infty + \Phi_l^R && \text{mit} \\ \Phi_l^\infty &= -\vec{k}_l \cdot \vec{r}(t_l) && \text{und} \\ \Phi_l^R &= -\frac{k}{2R_l} \cdot \vec{r}_\perp^2(t_l). \end{aligned} \quad (5.20)$$

Der Betrag der Wellenvektoren ist $|\vec{k}_l| = k$. Die Komponente von \vec{r}_l senkrecht zu \vec{k}_l wird mit $\vec{r}_\perp(t_l)$ bezeichnet. Das gleiche gilt für die Projektionen von \vec{v}_0 und \vec{g} . Es folgt

$$\vec{r}_\perp(t_l) = \vec{r}_{0,\perp} + \vec{v}_{0,\perp} \cdot t_l + \frac{1}{2} \vec{g}_\perp \cdot t_l^2. \quad (5.21)$$

Mit den Gleichungen 5.19 bis 5.21 lassen sich die Phasenverschiebungen für die einzelnen Interferometer bestimmen.

Nach Gl. 3.22 gilt für das symmetrische 3-Puls Atominterferometer mit dem Spektroskopie-

strahl o $\Phi_{ooo} = -\Phi_{o,1} + 2\Phi_{o,2} - \Phi_{o,3}$ und es folgt

$$\Phi_{ooo} = \sum_{u=2}^4 \mathcal{F}_{o,u} \cdot \mathcal{T}_u \quad \text{mit}$$

u	$\mathcal{F}_{o,u}$	\mathcal{T}_u
2	$-kg \cos \alpha_o + \frac{k}{R_o} (\vec{v}_{0\perp}^2 + \vec{g}_\perp \vec{r}_{0\perp})$	T^2
3	$+\frac{3k}{R_o} \vec{g}_\perp \vec{v}_{0\perp}$	$T^3 + T^2 T_1$
4	$+\frac{k}{R_o} \vec{g}_\perp^2$	$\frac{7}{4} T^4 + 3T^3 T_1 + \frac{3}{2} T^2 T_1^2$

(5.22)

Hier sind die kurzen Pulsdauern $T_p \approx 1 \mu\text{s}$ vernachlässigt worden.

Analog kann für das asymmetrische 4-Puls Atominterferometer nach Gl. 3.17 bis 3.21 mit der Pulsfolge (o,o,w,w) und $\Phi_{ooww} = (\Phi_{o,2} - \Phi_{o,1}) + (\Phi_{w,4} - \Phi_{w,3})$ die Phasenverschiebung bestimmt werden. Die resultierende Frequenzverschiebung ist dann $\nu_{ooww} = -\frac{\Phi_{ooww}}{4\pi T}$. Getrennt nach ebener und gekrümmter Wellenfront ist

$$\nu_{ooww} = \nu_{ooww}^R + \nu_{ooww}^\infty \quad (5.23)$$

Für den ebenen Anteil gilt

$$\nu_{ooww}^\infty = \sum_{u=0}^1 \mathcal{F}_u^\infty \cdot \mathcal{R}_u^\infty \quad \text{mit}$$

u	\mathcal{F}_u^∞	\mathcal{R}_u^∞
0	$\frac{kv_{0\Theta}}{4\pi}$	Θ
1	$-\frac{kg}{8\pi} (T + 2T_1) \cos(\alpha_o) + (3T + 2T_1 + 2T') \cos(\alpha_w)$	

(5.24)

Die Vorzeichen und Winkel sind definiert wie in Abb. 5.6 gezeigt. $\mathcal{F}_0^\infty \cdot \mathcal{R}_0^\infty$ folgt aus $(\vec{k}_o + \vec{k}_w) \vec{v}_0 \approx k \cdot \Theta \cdot v_{0\Theta}$. Dabei ist $v_{0\Theta}$ die Komponente der Projektion der Offsetgeschwindigkeit \vec{v}_0 auf die äußere Winkelhalbierende der beiden fast antiparallelen Spektroskopiestrahlen, die sich unter dem Winkel Θ schneiden.

Während der Beitrag für die ebenen Wellenfronten nur den konstanten Anteil der Strahlpallelität und die lineare Abhängigkeit von der Zeit aufweist, treten bei den gekrümmten Wellenfronten Beiträge mit Potenzen $u = 0$ bis 3 für die Zeitabhängigkeit auf.

$$\nu_{ooww}^R = \sum_{u=0}^3 \mathcal{F}_u^R \cdot \mathcal{R}_u^R \quad \text{mit}$$

u	\mathcal{F}_u^R	\mathcal{R}_u^R
0	$+\frac{k\vec{v}_{0\perp} \vec{r}_{0\perp}}{4\pi}$	$\frac{1}{R_o} + \frac{1}{R_w}$
1	$+\frac{k}{8\pi} (\vec{v}_{0\perp}^2 + \vec{g}_\perp \vec{r}_{0\perp})$	$\frac{T+2T_1}{R_o} + \frac{3T+2T_1+2T'}{R_w}$
2	$\leq \frac{kgv_0}{8\pi}$	$< \frac{44 \cdot \max^2(T, T_1, T')}{\min(R_o, R_w)}$
3	$\leq \frac{kg^2}{32\pi}$	$< \frac{190 \cdot \max^3(T, T_1, T')}{\min(R_o, R_w)}$

(5.25)

Für beide Interferometertypen ergibt sich die resultierende Verschiebung mit dem atomaren Ensemble aus den Integralen über die Orts- und Geschwindigkeitsverteilungen der Atome wie bei [27] gezeigt wird. Es geht für den Radius $r_{0\perp}$ der Offset des Fallenensembles senkrecht zu \vec{k}_l und für den linearen Beitrag von $v_{0\perp}$ der senkrechte Anteil der Offsetgeschwindigkeit des Ensembles ein. Der quadratische Beitrag $v_{0\perp}^2$ entspricht dagegen dem Quadrat der zweidimensionalen Geschwindigkeitsverteilung $v_{rms,2D}$ des Ensembles in der Ebene senkrecht zu \vec{k}_l .

u	$ \mathcal{F}_{o,u} \cdot \mathcal{T}_u \leq$	$ \mathcal{F}_u^\infty \cdot \mathcal{R}_u^\infty \leq$	$ \mathcal{F}_u^R \cdot \mathcal{R}_u^R \leq$
0	–	1,9 Hz	1,4 Hz
1	–	9 Hz	32 Hz+130 mHz
2	5,7 Grad+ $2,1 \cdot 10^{-2}$ Grad	–	70 mHz
3	$4 \cdot 10^{-3}$ Grad	–	6 mHz
4	$3 \cdot 10^{-4}$ Grad	–	–

Tabelle 5.1: Worst-Case-Abschätzung für die Beiträge der einzelnen Terme aufgrund des linearen Doppler-Effektes zur Verschiebung der Interferometersignale im symmetrischen 3-Puls und asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer (siehe Text).

Aus gemessenen Geschwindigkeitsverteilungen des lasergekühlten Ensembles in drei Dimensionen (Abb. 2.10) lässt sich für die Offsetgeschwindigkeit eine obere Grenze von $v_{0\perp} \leq 7$ cm/s angeben. Für die Breite der zweidimensionalen Geschwindigkeitsverteilung folgt $v_{rms,2D} \leq 1,1$ m/s.

Für ein Worst-Case-Szenario mit diesen Werten können die Grenzen der einzelnen Beiträge der Terme in den Gl. 5.22 und 5.23 abgeschätzt werden. Diese sind in Tabelle 5.1 aufgelistet, dabei ist für $T = 500 \mu\text{s}$, $T_1 = 200 \mu\text{s}$ und $T' = 10 \mu\text{s}$ angenommen worden sowie die o. g. Grenzen ($|R| > 40$ m, $\Theta < 2 \cdot 10^{-3}$ Grad, $|\alpha_o - 270 \text{ Grad}| < 0,25$ Grad) eingesetzt worden.

Die beiden zeitunabhängigen Beiträge im asymmetrischen Atominterferometer bilden einen Startoffset. In beiden Fällen müsste das Skalarprodukt des Geschwindigkeitsvektors mit dem sehr kleinen Summenvektor der nicht ganz antiparallelen Wellenvektoren bzw. mit dem sehr kleinen Vektor der Offsetposition des Fallenensembles gegenüber den Wellenvektoren gebildet werden. Da sich diese beiden experimentell bisher nicht bestimmen lassen, können nur obere Grenzen abgeschätzt werden.

$$\begin{aligned} \Delta\nu_{0,max} &= \sqrt{\Delta\nu_{0,max}^\infty{}^2 + \Delta\nu_{0,max}^R{}^2} \quad \text{mit} & (5.26) \\ \Delta\nu_{0,max}^\infty &= \frac{k|\vec{v}_0|}{4\pi} \Theta \quad \text{und} \\ \Delta\nu_{0,max}^R &= \frac{k|\vec{v}_0||\vec{r}_0|}{4\pi} \cdot \frac{2}{\min(R_o, R_w)}. \end{aligned}$$

Unter Annahme der Gleichverteilung der Wahrscheinlichkeit für das Auftreten der Werte zwischen $-\Delta\nu_{0,max}$ und $\Delta\nu_{0,max}$ folgt für den Einfluss der Offsetgeschwindigkeit auf die Übergangsfrequenz

$$\Delta\nu_0 = 0 \pm \frac{2\Delta\nu_{0,max}}{\sqrt{12}}. \quad (5.27)$$

Mit den oben abgeschätzten Werten für $|\vec{v}_0| = 7$ cm/s, $|\vec{r}_0| = 0,5$ mm, $\Theta = 2 \cdot 10^{-3}$ Grad, und $\min(R_o, R_w) = 40$ m für das doppler-gekühlte Ensemble ergibt sich aus diesem Beitrag eine Unsicherheit von 2,3 Hz, die unter der Bezeichnung Offset im Unsicherheitsbudget berücksichtigt ist (Tab. 5.2).

Bei den zeitabhängigen Anteilen des frequenzabhängigen 4-Puls Atominterferometers liefern die quadratischen und kubischen Anteile für das doppler-gekühlte Ensemble mit weniger als 80 mHz nur sehr kleine Beiträge. Der lineare Anteil kann dagegen im ungünstigsten Fall signifikante relative Verschiebungen von bis zu $9 \cdot 10^{-14}$ liefern. Hier geht u. a. $\vec{v}_{0\perp}^2 + \vec{g}_\perp \vec{r}_{0\perp}$ ein.

Das Verhältnis dieser beiden Summanden ist für die o. g. experimentellen Voreinstellungen etwa 250 und der Anteil von $\vec{g}_\perp \vec{r}_{0\perp}$ aufgrund des kleinen Offsets sehr klein.

Die Anteile höherer Ordnung sowie der Beitrag mit $\vec{g}_\perp \vec{r}_{0\perp}$ werden zusammengefasst. Die Grenzen für eine Verschiebung werden mit ihrer geometrischen Summe aus Tab. 5.1 mit 150 mHz festgelegt, so dass sich aufgrund ihrer Beiträge eine Unsicherheit von 150 mHz ergibt, die im Unsicherheitsbudget (Tab. 5.2) als Residuen berücksichtigt werden.

In den weiteren Betrachtungen werden der Offset und diese Residuen zunächst vernachlässigt. Im quadratisch von der Zeit abhängigen Teil des symmetrischen Interferometers gilt das Gleiche für $\vec{g}_\perp \vec{r}_{0\perp}$. Analog zu den Residuen im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer können die 3. und 4. Potenz im symmetrischen Atominterferometer gegenüber dem quadratischen Anteil vernachlässigt werden. Die Gleichungen Gl. 5.22 und 5.23 können daher für das Ensemble doppler-gekühlter Atome vereinfacht werden.

Unter der Annahme der Antiparallelität der Strahlen mit $\alpha_{\rightleftharpoons} = \alpha_o = \alpha_w + 180$ Grad gilt (siehe auch [27]²)

$$\Phi_{ooo} = A_o \cdot T^2 \quad \text{mit} \quad A_o = \left(-kg \cos \alpha_{\rightleftharpoons} + \frac{kv_{rms,2D}^2}{R_o} \right) \quad (5.28)$$

und für die Strahlrichtung w

$$\Phi_{www} = A_w \cdot T^2 \quad \text{mit} \quad A_w = \left(kg \cos \alpha_{\rightleftharpoons} + \frac{kv_{rms,2D}^2}{R_w} \right). \quad (5.29)$$

Die Verschiebung im frequenzabhängigen 4-Puls Atominterferometer vereinfacht sich zu

$$\nu_{ooww} = +\frac{A_o}{8\pi}(T + 2T_1) + \frac{A_w}{8\pi}(3T + 2T_1 + 2T'). \quad (5.30)$$

Der systematische Fehler im Frequenznormal aufgrund des linearen Doppler-Effektes hängt also linear von T ab. Dabei tritt zusätzlich ein Offset auf der u. a. von der Wahl von T_1 und T' abhängt.

Die Abhängigkeit von T nach sorgfältiger Vorjustage der Winkel und Wellenfronten wurde mit Hilfe der alternierenden Stabilisierung gemessen. Dazu wurde für unterschiedliche Auflösungen ($\approx 1/4T$) die Frequenzdifferenz zur Messung bei einer Auflösung von 1,2 kHz ($T \approx 215 \mu\text{s}$) bestimmt. Alle anderen Parameter wurden konstant gehalten ($T_1 = 200 \mu\text{s}$, $T' = 9 \mu\text{s}$). Abb. 5.7 zeigt die Ergebnisse. Zwar ist hier deutlich das lineare Verhalten mit T zu erkennen. Nicht sichtbar wird hier aber der Offset zur tatsächlichen Übergangsfrequenz. Um die tatsächliche Frequenzverschiebung aufgrund des linearen Doppler-Effektes bestimmen zu können, müssen A_o und A_w bestimmt werden.

5.4.2 Korrektur der wellenfrontabhängigen Frequenzverschiebungen

Im Rahmen dieser Arbeit wurde auf der Basis einer von Trebst vorgeschlagenen Methode zur Bestimmung von Wellenfrontkrümmung und Winkel ein Korrektionsverfahren angewandt, bei dem die Strahlparameter zwar nicht unabhängig bestimmt werden können. Die Koeffizienten A_o und A_w , welche die Größe der Frequenzverschiebung bestimmen (Gl. 5.30), können jedoch mit den phasenabhängigen Atominterferometern nach Gl. 5.28 und 5.29 ermittelt werden.

² In [27] war die Definition der Vorzeichen der Radien und Phasenverschiebungen nicht konsistent. Daher ergaben sich dort andere Vorzeichen als in Gl. 5.28 bis Gl. 5.30. Das in [27] vorgeschlagene Verfahren zur Ermittlung der Wellenfrontkrümmungen und Winkel ist daher nicht anwendbar (siehe Abschnitt 5.4.2).

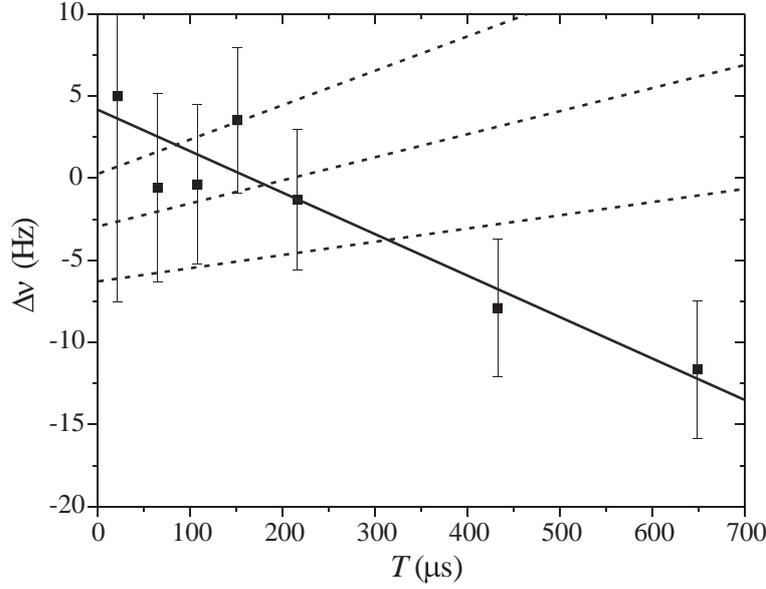


Abbildung 5.7: Einfluss des linearen Doppler-Effektes: Differenzen $\Delta\nu$ der Messungen der Übergangsfrequenz für verschiedene Auflösungen ($1/4T$) zur Messung bei 1,2 kHz Auflösung ($T \approx 215 \mu\text{s}$). Die gestrichelten Linien geben die aus den Ergebnissen der Abb. 5.8 und 5.9 berechneten Verschiebungen mit ihren Unsicherheiten an (siehe Text).

Die Abbildungen 5.8 und 5.9 zeigen die an den phasenabhängigen Atominterferometern gemessenen Phasenverschiebungen als Funktion des Pulsabstandes T . Aus den Messungen wurden A_o und A_w bestimmt.

Aus den Werten bestimmt sich die Frequenzverschiebung nach Gl. 5.30 im 4-Puls Atominterferometer wie folgt.

Auflösung	T	ν_{ooww}
2300 Hz	$107,2 \mu\text{s}$	$(+5,1 \pm 2,2) \text{ Hz}$
1160 Hz	$215,4 \mu\text{s}$	$(+6,6 \pm 3,0) \text{ Hz}$
580 Hz	$431,9 \mu\text{s}$	$(+9,6 \pm 4,8) \text{ Hz}$

Mit Hilfe der Methode der Pulsumkehr kann am frequenzabhängigen 4-Puls Atominterferometer die Konsistenz der Ergebnisse geprüft werden. Dazu wird mit Hilfe der alternierenden Stabilisierung die Frequenzdifferenz zweier asymmetrischer 4-Puls Atominterferometer bestimmt, die sich ausschließlich durch die Umkehrung der Richtungen in der Pulsfolge unterscheiden. Im einen Interferometer wird wie üblich in der Folge o,o,w,w gepulst, im anderen in der Folge w,w,o,o. Hier gilt für die Frequenzverschiebung analog zu Gl. 5.30

$$\nu_{wwoo} = +\frac{A_w}{8\pi}(T + 2T_1) + \frac{A_o}{8\pi}(3T + 2T_1 + 2T'). \quad (5.32)$$

Durch die Differenzbildung vereinfachen sich die Zeitabhängigkeiten. Außerdem entfallen auch die Beiträge aufgrund der Offsetgeschwindigkeit (Gl. 5.27). Es gilt

$$\Delta\nu_{PUK} = \frac{1}{4\pi}(A_w - A_o)(T + T'). \quad (5.33)$$

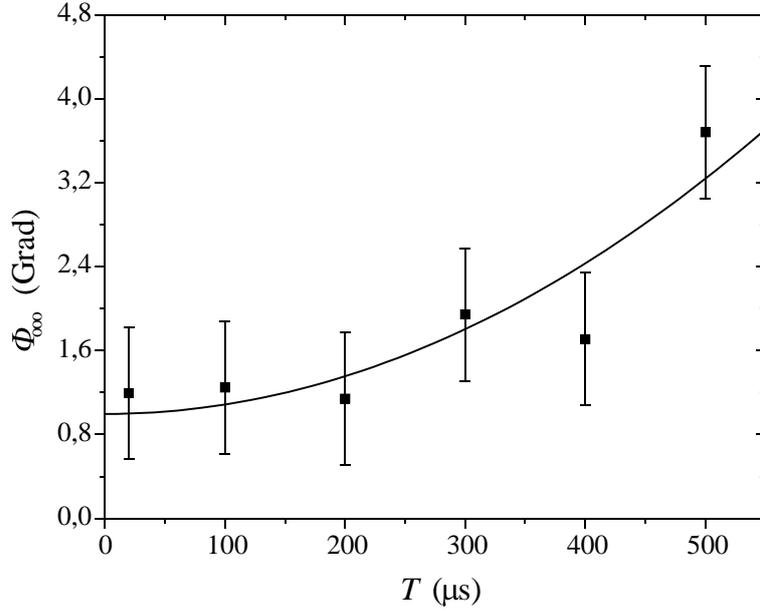


Abbildung 5.8: Messung der quadratischen Abhängigkeit der Phasenverschiebung Φ_{ooo} vom Pulsabstand T im symmetrischen 3-Puls Atominterferometer mit o,o,o. Justage wie für die Messergebnisse in Abb. 5.7. Die durchgezogene Linie ist ein Parabel-Fit mit y-Achsen-Verschiebung zur Bestimmung von $A_o = \frac{d\Phi_{ooo}}{d(T^2)} = (9 \pm 2,9) \cdot 10^6 \frac{\text{Grad}}{\text{s}^2}$.

Abb. 5.10 zeigt eine Messung der Frequenzdifferenz bei Pulsumkehr, die mit der gleichen Justage für die Spektroskopielaserstrahlen wie für die Messungen in Abb. 5.8 und 5.9 gemacht wurde (am gleichen Tag). Aus den Messungen mit den 3-Puls Atominterferometern ergab sich ein Wert für $A_w - A_o$ von (-5700 ± 4500) Hz/s. Dieses Ergebnis stimmt zwar bereits im Rahmen der einfachen Unsicherheit mit dem Ergebnis der Pulsumkehrmessung (-3800 ± 3600) Hz/s überein, zeigt jedoch noch tendenzielle Abweichungen.

Werden die aus den Messungen mit den phasenabhängigen Atominterferometern gewonnenen Werte für A_o und A_w mit Hilfe von Gl. 5.30 auf die Messungen der Auflösungsabhängigkeit, die in Abb. 5.7 dargestellt sind, angewendet (gestrichelte Linien in Abb. 5.7), so zeigt sich sogar ein Vorzeichenwechsel.

Für diese Diskrepanz können unterschiedliche Effekte verantwortlich sein. Zwischen den Messungen in Abb. 5.7 und in Abb. 5.10 lagen vier Tage, in denen die Justage der Spektroskopielaserstrahlen nicht geändert wurde. Es konnten jedoch mechanische Driften und Entspannungen auftreten, mit denen sich ein solcher Vorzeichenwechsel erklären ließe (entsprechend einer Verschiebung des Faserendes um mindestens $15 \mu m$, oder Verkippung des Strahles um mindesten $0,1$ Grad). Andererseits haben Udem et al. [37] vom Einfluss eines zusätzlichen auflösungsabhängigen Phasennoffsets durch Phasen-Chirps in den Schalt-AOMs der Spektroskopielaserstrahlen berichtet. Der Chirp wurde verursacht durch die Modulation der RF-Amplitude für das Schalten der AOMs. Die Frequenzverschiebung lag dabei im Bereich von 90 Hz zwischen einer Auflösung von $11,55$ kHz ($T \approx 21 \mu s$) und einer Auflösung von 960 Hz ($T \approx 260 \mu s$). Ein Effekt in dieser Größenordnung konnte im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht beobachtet werden. Allerdings ist ein Einfluss in der Größenordnung der erwarteten Frequenzverschiebungen aufgrund des linearen Doppler-Effektes nicht auszuschließen.

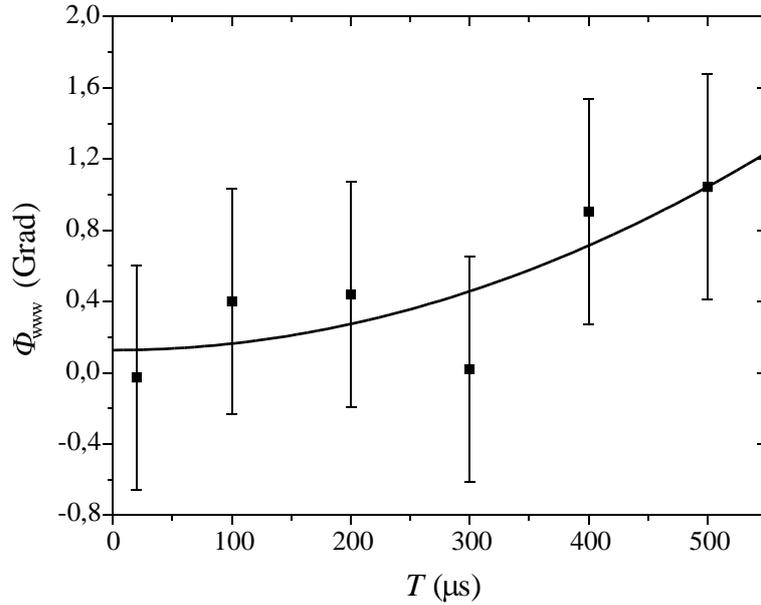


Abbildung 5.9: Messung der quadratischen Abhängigkeit der Phasenverschiebung Φ_{www} vom Pulsabstand T im symmetrischen 3-Puls Atominterferometer mit w,w,w. Justage wie für die Messergebnisse in Abb. 5.7. Die durchgezogene Linie ist ein Parabel-Fit mit y-Achsen-Verschiebung zur Bestimmung von $A_w = \frac{d\Phi_{www}}{d(T^2)} = (3,7 \pm 2,9) \cdot 10^6 \frac{\text{Grad}}{\text{s}^2}$.

Für den Beitrag aufgrund des linearen Doppler-Effektes wird daher bei Anwendung der oben beschriebenen Methode zur Korrektur und einer typischen Auflösung des Atominterferometers für die Frequenzmessung eine verbleibende Unsicherheit von 3 Hz angenommen (siehe Tabelle 5.31). Aufgrund der bisher ungeklärten Diskrepanzen zwischen Messung der Frequenzverschiebung (Abb. 5.7) und den aus den Kontrollmessungen mit den phasenabhängigen Atominterferometern bestimmten Werten wird zusätzlich eine Unsicherheit für den Beitrag *sonstiger Phasen* von 7 Hz angenommen. Nach Abb. 5.7 sollte dieser Wert für die relevanten Auflösungen von 1 kHz bis 600 Hz die Offsets ausreichend einschließen.

5.4.3 Relativistischer Doppler-Effekt

Im Gegensatz zum oben beschriebenen Einfluss des linearen Doppler-Effektes, der durch die Bewegung der Atome in Bereichen der Phase mit $\vec{k}(\vec{r}) \cdot \vec{v} \neq 0$ entsteht, ist der relativistische Doppler-Effekt verursacht durch die unterschiedlichen Eigenzeiten vom im Laborsystem bewegten Atom und dem Laborsystem selbst. Die Frequenzverschiebung ist daher unabhängig von der Richtung der Geschwindigkeit. Es gilt

$$\Delta\nu_{RD} \approx -\nu_{Ca} \cdot \frac{v^2}{2c_0^2}. \quad (5.34)$$

Für die dreidimensionale rms-Geschwindigkeit gilt $v_{rms,3D} < 1,4$ m/s, so dass sich als Verschiebung ein Wert von etwa -5 mHz ergibt, der im Unsicherheitsbudget des Ca-Frequenznormals vernachlässigt werden kann.

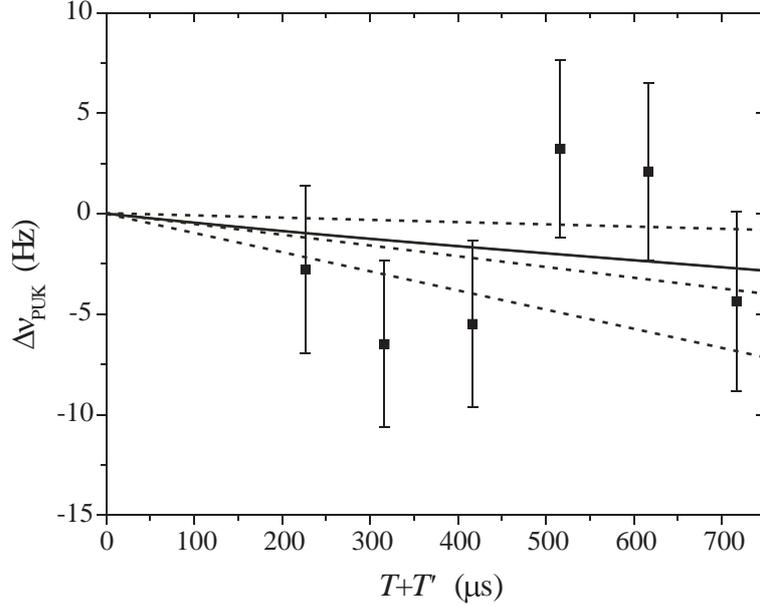


Abbildung 5.10: Messung der Abhängigkeit der Differenzfrequenz $\Delta\nu_{\text{PUK}}$ von der Zeit ($T+T'$) mit dem Pulsumkehrverfahren. Justage wie für die Messergebnisse in Abb. 5.8 und 5.9. Die durchgezogene Linie ist der Fit einer Ursprungsgeraden an die Messdaten zur Bestimmung von $\frac{d\Delta\nu_{\text{PUK}}}{d(T+T')} = (-3,8 \pm 3,6) \cdot 10^3 \frac{\text{Hz}}{\text{s}}$. Die gestrichelten Linien geben die aus den Ergebnissen der Abb. 5.8 und 5.9 berechneten Verschiebungen mit ihren Unsicherheiten an.

5.4.4 Überlagerung der Rückstoßkomponenten

Die longitudinalen Geschwindigkeiten entlang der Wellenvektoren der Spektroskopiestrahlen können auch bei der doppler-freien Spektroskopie mit einem perfekt justierten asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer zu Frequenzverschiebungen führen. Diese entstehen aus der Kombination von Doppler-Spektrum des Ensembles lasergekühlter Atome, Fourierbreite der anregenden Laserpulse und der Rückstoßaufspaltung der hoch- (Gl. 3.18) und niederfrequenten (Gl. 3.19) Ausgänge des Atominterferometers (Gl. 3.17). Da sich die Atome im niederfrequenten Teil in der Dunkelzeit zwischen den Pulspaaren T' im Gegensatz zu denen im hochfrequenten Teil im angeregten Zustand befinden, ist das Signal im niederfrequenten Teil auf $e^{-\gamma_A T'}$ reduziert. Die beteiligten Geschwindigkeitsklassen in den beiden Teilen unterscheiden sich um die Rückstoßgeschwindigkeit. Da der Untergrund des Spektrums bei dem schmalbandigen Uhrenübergang vom Fourierspektrum der Laserpulse und dem Doppler-Spektrum der Atome bestimmt wird, kommt es zu einer Abweichung der effektiven Interferometer-Periode von der idealen (Gl. 3.20). Werden nun die resultierenden beiden verschiedenen großen Rückstoßkomponenten, deren Spektren bei $\pm\delta$ von der Übergangsfrequenz ein Extremum haben, überlagert, kommt es zu einer Asymmetrie des resultierenden Signals bezüglich der Übergangsfrequenz und zu einer resultierenden Frequenzverschiebung.

Im Falle eines doppler-gekühlten Ensembles tragen noch Atome zum Signal bei, deren Doppler-Verstimmung gegen ν_{Ca} größer ist, als die Rabi-Frequenz des resonanten Laserpulses. Für diesen Fall hat Zinner gezeigt [25], dass die effektive Interferometerperiode für jeden der

beiden Teile gegeben ist durch

$$\Delta_{kalt} = \frac{1}{2(T + 1, 37T_p)}. \quad (5.35)$$

Aufgrund der Asymmetrie kommt es bei der Überlagerung der beiden Teile zu einer Verschiebung des Interferometersignal-Spektrums gegenüber der Übergangsfrequenz um $\Delta\nu_{HFNF}$. Weicht dabei das ganzzahlige Vielfache der gewählten Interferenzperiode $n\Delta_{kalt}$ nur wenig von der Rückstoßaufspaltung 2δ ab, gilt nach [25]

$$\Delta\nu_{HFNF} \approx -\tanh(\gamma_{AT'}/2) \cdot \left(\frac{n\Delta_{kalt}}{2} - \delta\right). \quad (5.36)$$

Mit $T' = 9 \mu\text{s}$ und $T_p = 1 \mu\text{s}$ ergibt sich $\Delta\nu_{HFNF} \approx 0,44 \text{ Hz}$ für $T = 20,6 \mu\text{s}$ (Auflösung 11,6 kHz) und für eine Auflösung von 1,2 kHz mit $T = 215,4 \mu\text{s}$ eine Verschiebung von $\Delta\nu_{HFNF} \approx 42 \text{ mHz}$. Die Unsicherheit aufgrund dieses Beitrages wird daher für Auflösungen von 1,2 kHz und höher mit 50 mHz berücksichtigt.

5.5 Technische Einflüsse

In diesem Abschnitt sollen Fehlerquellen der Stabilisierung betrachtet werden, die auch bei idealem Spektrum der Anregungswahrscheinlichkeit im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer ohne physikalische Effekte noch zu Offsets der Messergebnisse gegenüber ν_{Ca} führen können.

Untersuchungen zur digitalisierten Messwertaufnahme und zu den speziellen Eigenschaften des getakteten Experiments wurden von Zinner in [25] durchgeführt. Da das Stabilisierungsverfahren ein 3f Lock-In-Schema darstellt (Kapitel 4.1), haben konstante elektronische Offsets des Signals oder solche mit sehr langsamen gleichmäßigen Driften nur einen kleinen Einfluss auf die Messung der Übergangsfrequenz. Die Drift des Referenzresonators ist im Stabilisierungsalgorithmus über eine selbstnachstellende Driftkompensation berücksichtigt worden.

Empfindlich reagiert die Stabilisierung dagegen auf Abweichungen der Signalform von der cosinusartigen Form, wie sie z.B. durch eine nichtlineare Frequenzabhängigkeit der Pulsintensität verursacht durch die akusto-optischen Modulatoren (Abschnitt 5.5.1), oder eine nichtlineare Übertragung des Fluoreszenz-Signals (Abschnitt 5.5.2) in den Rechner entstehen können.

Zeitlich schnell veränderliche Driften können durch die träge Driftkompensation nicht ausreichend schnell nachgestellt werden und führen zu einer Ablage der geregelten Laserfrequenz von ν_{Ca} . Hier spielt vor allem die Anbindung des Spektroskopielasers an den hochstabilen Referenzresonator eine Rolle (Abschnitt 5.5.3) sowie Veränderungen der Resonatorlänge durch Erwärmung aufgrund der Leistung des eingekoppelten Lichtes (Abschnitt 5.5.4).

5.5.1 Frequenzabhängigkeit der Spektroskopiepulswahrscheinlichkeiten

Für die Frequenzmodulation zur Realisierung der 3f-Methode wird der Offset der Frequenz der Spektroskopie-Laserstrahlen von ν_{Ca} mit Hilfe von AOMs eingestellt. Für den Strahl o wird die erste Beugungs-Ordnung in einem 80-MHz AOM (AOM 2 in Abb. 2.11) genutzt. Bei einer Frequenz von 70 MHz wird dabei ein mit der Übergangsfrequenz resonanter Strahl erzeugt. Während über die Stabilisierung auf Ca die Frequenz des ungebeugten Strahles auf

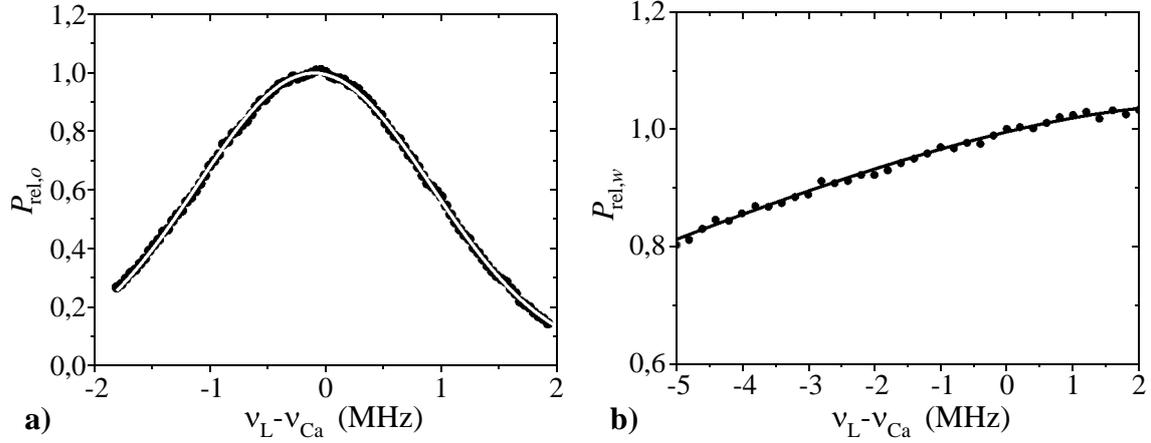


Abbildung 5.11: Relative Änderung der Intensität der Spektroskopiestrahlen bei Variation der Laserfrequenz über die Schalt-AOMs. a) für Strahl o mit angepasster Gauß-Funktion, b) für Strahl w mit angepasstem Polynom dritter Ordnung (siehe Text).

einem konstanten Offset von 70 MHz gehalten wird, erfolgt die Einstellung der Offsets für die vier Frequenzen zur Messung mit der 3f-Stabilisierung über die Änderung der AOM-Frequenz. Dabei ändert sich an der Fasereinkopplung auch der Winkel des kollimierten Strahles zur optischen Achse, und damit die Position des fokussierten Strahles auf der Faser. Es ergibt sich eine Abhängigkeit der Spektroskopie-Laserintensität hinter der Faserauskopplung vom eingestellten Offset. Abb. 5.11, a) zeigt die Änderung als Funktion des eingestellten Laseroffsets $\Delta\nu_L = \nu_L - \nu_{Ca}$. Die Abhängigkeit entspricht der ortsabhängigen Laserintensität in der Taille des eingekoppelten Strahles.

Anders verhält sich die Abhängigkeit bei Strahl w dargestellt in Abb. 5.11, b). Hier wird der Strahl im doppelten Durchgang in einem 40-MHz AOM (AOM 3) bei einer Frequenz von 35 MHz erzeugt. Dadurch spielt hier nicht die Orstabhängigkeit, sondern die Beugungseffizienz des AOMs eine Rolle.

Um die Frequenzabhängigkeit zu beschreiben wurden an die relativen transmittierten Leistungen (bezogen auf die jeweiligen Leistungen bei $\nu_L = \nu_{Ca}$) für Strahl o eine Gauß-Funktion angepasst und für Strahl w ein Polynom 3. Ordnung. Die Ergebnisse sind in Abb. 5.11 wiedergegeben. Es ergab sich für den Bereich um ν_{Ca}

$$P_{rel,o}(\Delta\nu_L) = 0,02 + 0,98 \cdot e^{-\left(\frac{\Delta\nu_L + 97470 \text{ Hz}}{2,864 \cdot 10^6 \text{ Hz}}\right)^2} \quad (5.37)$$

$$P_{rel,w}(\Delta\nu_L) = 1 + 2,7 \cdot 10^{-8} \text{ Hz}^{-1} \cdot \Delta\nu_L - 2,9 \cdot 10^{-15} \text{ Hz}^{-2} \cdot \Delta\nu_L^2 - 1,9 \cdot 10^{-22} \text{ Hz}^{-3} \cdot \Delta\nu_L^3 \quad (5.38)$$

Die 3f-Stabilisierung liefert ein Fehlersignal, aus dem sich der Frequenzoffset des Lasers aufgrund dieser veränderlichen Intensitäten bestimmen lässt (Gl. 4.3). Die Stabilisierung ist dabei nur empfindlich für Anteile mit ungeraden Exponenten dritter und höherer Ordnung in $\Delta\nu_L$. Fits an $P_{rel,w}$ mit Polynomen höherer Ordnung ändern den Term dritter Ordnung um weniger als 20 % und die Beiträge höherer Ordnungen liegen bei $\Delta\nu_L = 20$ kHz um mehr als 3 Größenordnungen unter dem der dritten Ordnung, so dass sich der Einfluss mit Gl. 5.38 hinreichend genau abschätzen lässt.

Die Anregungswahrscheinlichkeit im Atominterferometer wird durch die Frequenzabhängig-

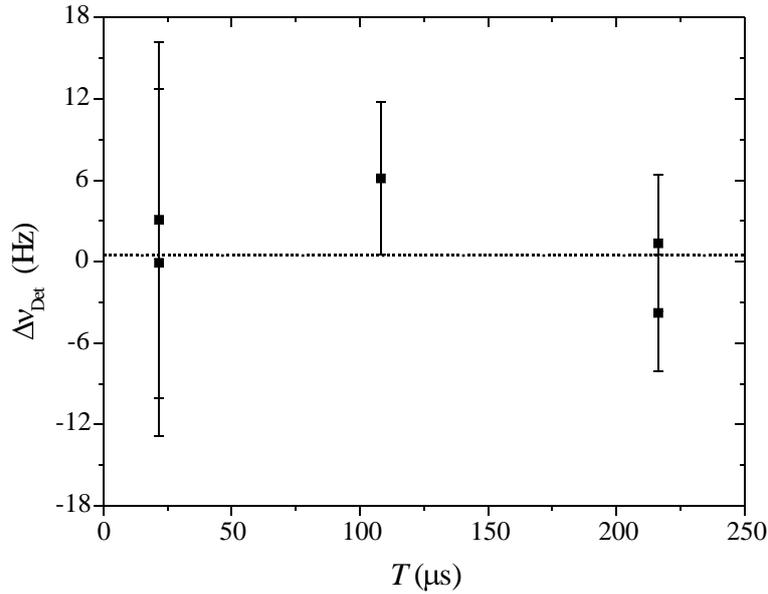


Abbildung 5.12: Frequenzdifferenz bei Messung mit alternierender Stabilisierung mit Umschaltung der Gate-Zeiten zwischen $300 \mu\text{s}$ und $700 \mu\text{s}$ für verschiedene Auflösungen ($\approx 1/4T$).

keit der Intensität des Laserstrahles nach Gl. 5.37 und Gl. 5.38 beeinflusst. Daher wird $p_{|e\rangle}$ aus Gl. 4.1 durch $p_{|e\rangle,eff}$ ersetzt mit

$$p_{|e\rangle,eff}(\Delta\nu_L) = (p_{mean} + Kp_{mean} \cdot \cos(4\pi\Delta\nu_L T)) \cdot P_{rel,o}(\Delta\nu_L) \cdot P_{rel,w}(\Delta\nu_L).$$

Die Umrechnung mit Gl. 4.3 in einen Frequenz-Offset ergibt für eine Auflösung von 11,6 kHz, bei der die Laserfrequenz im Bereich von ± 18 kHz moduliert wird, eine Verschiebung von nur $10 \mu\text{Hz}$. Bei einer Auflösung von 1,2 kHz und der 3f-Methode liegt die Verschiebung im nHz-Bereich. Daher wird die Frequenzabhängigkeit der Laserintensität in der jetzigen experimentellen Realisierung vernachlässigt.

Abweichungen von dem mit Gl. 5.37 und 5.38 beschriebenem Verhalten durch Änderung der Beugungseffizienz innerhalb eines engeren Frequenzbereiches in den AOMs könnten, sofern sie z. B. nur bei einer der abgefragten Frequenzen signifikant sind, zu größeren Frequenzverschiebungen führen. Bei den bisher vorgenommenen Untersuchungen wurden keine Hinweise auf ein solches Verhalten beobachtet. Genauere Untersuchungen stehen aber noch aus.

5.5.2 Zählratenabhängigkeit des Fehlersignals

Um einen eventuellen Einfluss bei nichtlinearer Übertragung des Signals vom Photomultiplier und der Photonenzählerkarte in den Stabilisierungsalgorithmus zu überprüfen, wurde mit Hilfe der alternierenden Stabilisierung bei sonst gleicher Konfiguration die Gate-Zeit des Photomultipliers zwischen $300 \mu\text{s}$ und $700 \mu\text{s}$ umgeschaltet und die Differenzfrequenz bestimmt. Das Verhältnis der Zählraten lag bei $2/3$. In Abb. 5.12 sind die Ergebnisse und der mit den Unsicherheiten gewichtete Mittelwert aufgetragen. Es ergab sich $\Delta\nu_{Det} = (0,5 \pm 2,8)$ Hz. Damit kann bei den erreichbaren Unsicherheiten am Ca-Frequenznormal mit kalten Atomen der Einfluss der Detektion als mit Null verträglich angesehen und mit einer Unsicherheit von 3 Hz angegeben werden.

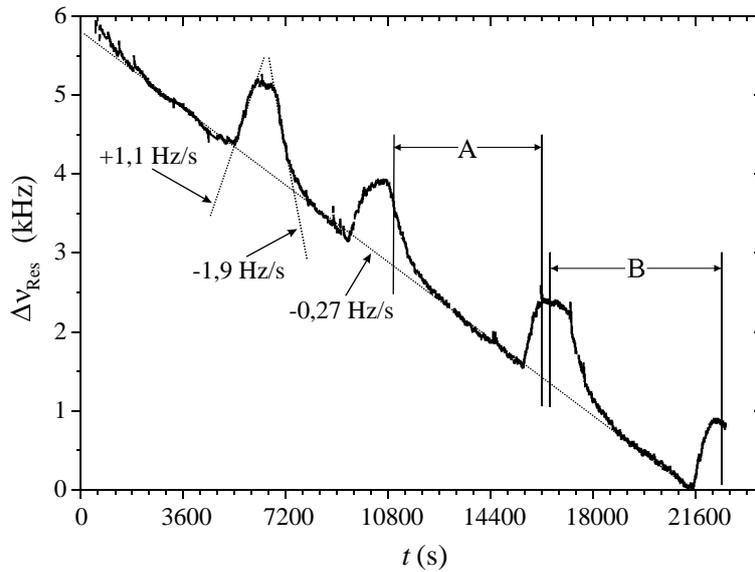


Abbildung 5.13: Zeitlicher Verlauf der Differenz der Eigenfrequenz einer zur Laserstabilisierung genutzten Resonatormode zur Uhrenfrequenz des Ca ($\Delta\nu_{Res} = \nu_{Ca} - \nu_{Res}$ mit willkürlich gewähltem Offset). Neben der im Allgemeinen sehr konstanten Drift von $-0,25$ Hz/s bis $-0,3$ Hz/s (lange gerade Linie) traten an mehreren Tagen, wie hier am ersten Tag der Frequenzmessung, plötzliche Änderungen auf. Die beiden kurzen Linien zeigen lineare Fits an die Bereiche der größten Steigungen (siehe Text).

5.5.3 Anbindung an den Referenzresonator

Die Vorstabilisierung des Spektroskopielasers auf den hochstabilen Referenzresonator erfolgte unter Verwendung analoger Elektronik mit dem Pound-Drever-Hall-Verfahren (Kapitel 2.4). Offsets, die den Arbeitspunkt der Stabilisierung verschoben, konnten sich zeitlich verändern. Diese Offsets konnten z. B. auf optischem Wege entstehen. So konnte etwa Restamplitudenmodulation im seitenbänderzeugenden Phasenmodulator bei der Modulationsfrequenz der Stabilisierung bei der Demodulation des Fehlersignals einen Offset auf dem Fehlersignal erzeugen. Zusätzlich konnten andere elektronische Offsets im DC-Teil der Stabilisierung die Übertragung der Stabilität des Resonators auf den Laser reduzieren. Die zeitliche Änderung dieser Offsets führte zu einer scheinbaren Änderung der Resonator drift. Bei Frequenzmessungen konnte es daher durch die hohe Zeitkonstante der Resonator driftanpassung zu systematischen Fehlern kommen. Ein sporadisch auftretender Effekt, dessen genaue Ursache bisher nicht geklärt ist, soll hier betrachtet werden.

Abb. 5.13 zeigt die Drift der Frequenz einer Resonatormode gegen die Frequenz des Uhrenüberganges, wie sie bisher an wenigen Tagen auftrat, u. a. am ersten Tag der Frequenzmessung (Kapitel 6). Die Differenzfrequenz wurde über die am Offset-AOM des Spektroskopielasers (AOM 1 in Abb. 2.11) eingestellte Radiofrequenz ermittelt. Die Resonator drift war im Allgemeinen sehr konstant; $\Delta\nu_{Res}$ driftete im Bereich von $-0,1$ bis $-0,3$ Hz/s und schwankte im Tagesrhythmus nur wenig mit der Temperatur der Umgebung, wobei die Übertragung der Temperaturen auf den Resonator durch thermische Abschirmung mit einer Zeitkonstante von einigen 10 h gedämpft waren [70, 27]. Trotzdem traten an einigen Tagen Änderungen der Drift auf, die sich alle 4000 bis 6000 s wiederholten. Nach einer plötzlich eintretenden

Änderung der Drift bis zu $+1,1$ Hz/s für bis zu 1000 s folgte eine allmählich Umkehrung und schließlich ein Abfall der Drift auf Werte von bis zu $-1,91$ Hz/s für wiederum etwa 1000 s. Diese glied sich allmählich wieder der ursprünglichen konstanten Drift von $-0,271$ Hz/s an und die Offset-Frequenzen lagen schließlich wieder im Bereich der konstanten Drift.

Der Stabilisierungsalgorithmus zur Anbindung ans Ca berücksichtigte zwar eine langsame Driftänderung und glied die Driftkompensation mit einer Zeitkonstanten von etwa 1000 s an die tatsächliche Drift an. Schnellere Änderungen, wie sie hier auftraten, wurden jedoch nur allmählich ausgeglichen und konnten bei Frequenzmessungen zu Fehlern beim Mittelwert führen.

Um diesen Fehler abschätzen zu können, wurde mit Hilfe von Gl. 4.9 die Ablage der Laserfrequenz vom Uhrenübergang für den verwendeten Stabilisierungsalgorithmus berechnet. Dabei wurde angenommen, dass sich bei Start der Mittelung die konstante und für die Kompensation voreingestellte Drift auf einen anderen konstanten Wert einstellte. Typische Parameter wie sie auch für das in Abb. 5.13 dargestellte Beispiel galten, waren die Dauer eines Stabilisierungszyklus $T_z = 2,1$ s, die Verstärkung der ersten Integratorstufe von $\beta \approx -0,34$ und damit eine Zeitkonstante $\tau_\beta \approx 5$ s. Für die zweite Integratorstufe war die Zeitkonstante $\tau_\alpha = 1000$ s und damit $\alpha \approx 0,998$.

Die Abweichung der gemessenen Frequenz $\Delta\nu_{DO}$ folgte aus der Mittelung über alle Ablagen $\Delta\nu_L(t_n)$ der Laserfrequenz in den Zeitpunkten der Stabilisierung $t_n = n \cdot T_z$. Die Abweichung aufgrund einer linearen Drift der Laserfrequenz von $(-1,1 - (+0,27))$ Hz/s erreichte nach etwa 110 s einen Wert von $-7,6$ Hz. Nach einer Mittelungszeit von 500 s hatte sich die Abweichung auf etwa $-6,5$ Hz reduziert. Für die nachfolgende Drift in Gegenrichtung von $(+1,9 - (+0,27))$ Hz/s ergab sich eine maximale Abweichung des Mittelwertes von $+9,3$ Hz und nach 500 s noch $+7,8$ Hz. Für die Annahme einer typischen Mittelungsdauer von 500 s, in der eine, beide oder auch keine Varianten für die gesamte Dauer oder auch nur einen Teil auftreten konnten, erlaubte die Abschätzung nur eine Aussage über die Grenzen der Abweichung. Daher wurde auch hier unter Annahme einer Gleichverteilung für den Fehler die Unsicherheit mit $(6,5 + 9,3) \text{ Hz} / \sqrt{12} \approx 5$ Hz abgeschätzt.

Im Einzelfall kann aus den Daten der Offset-Frequenz der Verlauf der Drift während der Mittelungsdauer bestimmt werden. Mit Hilfe von Gl. 4.6, die den tatsächlichen iterativen Stabilisierungsalgorithmus wiedergibt, kann die momentane Ablage der Laserfrequenz $\Delta\nu_L$ simuliert und mit deutlich reduzierter Unsicherheit die Abweichung der mittleren Frequenz bestimmt werden. Dies wurde für die Bestimmung der Ablage der Mittelwerte am ersten Tag der Frequenzmessung durchgeführt.

Abb. 5.14 zeigt den Verlauf der ersten Abweichung in Abb. 5.13 vereinfacht und die damit iterativ bestimmte Ablage des Mittelwertes $\Delta\nu_{DO}$. Eine Unsicherheit aufgrund einer möglichen Abweichung der simulierten von der tatsächlichen Drift von etwa 10 % oder maximal $\pm 0,2$ Hz/s konnte nicht ausgeschlossen werden. Mit Gl. 4.9 bestimmte sich die Unsicherheit für die Korrektur bei Mittelungszeiten von 500 s damit auf ± 1 Hz.

5.5.4 Änderung der Resonatordrift

Auch bei einer störungsfreien elektronischen Anbindung des Spektroskopielasers an den hochstabilen Resonator kann es noch zu frequenzverschiebenden Effekten kommen. In Abb. 5.13 sind Spitzen zu erkennen, bei denen der Offset zwischen Resonatormode und Ca-Uhrenfrequenz sich plötzlich um bis zu -300 Hz änderte und sich mit einer Zeitkonstanten von etwa 50 s wieder an den durch die Drift gegebenen Verlauf anglich. Dies geschah zufällig und wie-

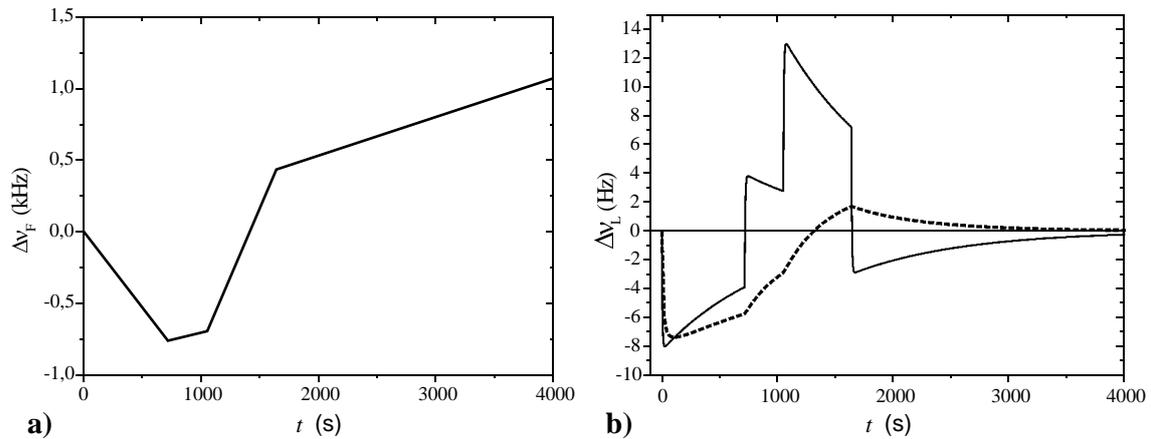


Abbildung 5.14: Simulation der Auswirkung einer vorübergehenden Änderung der Drift der freilaufenden Laserfrequenz $\Delta\nu_F$ (in a) auf die Ablage $\Delta\nu_L$ des stabilisierten Lasers von der Uhrenfrequenz des Ca (durchgezogene Linie in b)), sowie der resultierende Offset des über $t = 0$ s bis t gemittelten Frequenzwertes (gestrichelte Linie in b)).

derholte sich im Mittel etwa alle 1000 s, wenn eine größere Störung die Laserfrequenz über den Fangbereich der Stabilisierung hinaus verschob. Das erneute Stabilisieren des Lasers auf den Referenzresonator von Hand benötigte typischerweise 10 s. In dieser Zeit kühlte sich der Resonator ab, da kein resonantes Licht mehr im Resonator gespeichert wurde und durch Absorption die Spiegelsubstrate und -beschichtungen aufheizte. Der Effekt äußerte sich in einer Erniedrigung der Frequenz. War der Laser wieder stabilisiert, die Absorption wieder vorhanden, so gelangte der Resonator zurück ins thermische Gleichgewicht. Die Offsetfrequenz gelangte mit der thermischen Zeitkonstanten wieder auf den durch die Alterungsdrift gegebenen Wert. Da dieser Effekt stets in einer Richtung erfolgte, konnte dies zu einer systematischen Verschiebung der gemessenen Übergangsfrequenz führen.

Um eine Abschätzung für die Größenordnung des Einflusses machen zu können, wurde zunächst die Zeitkonstante der thermischen Drift bestimmt. Dazu wurde der Laser auf den Uhrenübergang stabilisiert und mit Hilfe der RF-Leistung am Offset-AOM des Spektroskopielasers (AOM 1 in Abb. 2.11) die zum Referenzresonator geführte Leistung abwechselnd zum normalen Betrieb, bei dem die Leistung vor dem Resonator bei etwa $50 \mu\text{W}$ lag, alle 200 s zwischen normaler und doppelter Leistung umgeschaltet, ohne den Spektroskopielaser aus dem Lock zu nehmen. Abb. 5.15 zeigt den sich in der Offsetfrequenz widerspiegelnden Effekt. Die lineare Drift ist in der Darstellung bereits abgezogen. Das System begann sich jeweils auf ein neues thermisches Gleichgewicht einzustellen.

Ein Nachteil dieses Messverfahrens zeigte sich in den Ausreißern nach jedem Umschalten. Da bei den Messungen die Umschaltung der Leistung am Offset-AOM erfolgte, konnte es in allen optischen Elementen auf dem Weg zum Resonator (AOM, EOM, Faser) zu thermischen Effekten kommen, die über die Restamplitudenmodulation zusätzlich die Offsets der Stabilisierung veränderten. Dies war während der normalen Frequenzmessungen nicht der Fall. Die Ausreißer ließen dabei auf schnelle Effekte im Bereich von 1 s schließen, die im jeweils ersten Messpunkt zu einem zusätzlichen Offset führten, und danach mit der Zeitkonstanten des ersten Integrators der Stabilisierung auf Ca von etwa 5 s ausgeregelt wurden. Für größere Zeiten dominierten dann Effekte mit größeren Zeitkonstanten, wie sie auch in den Abbildungen 5.13

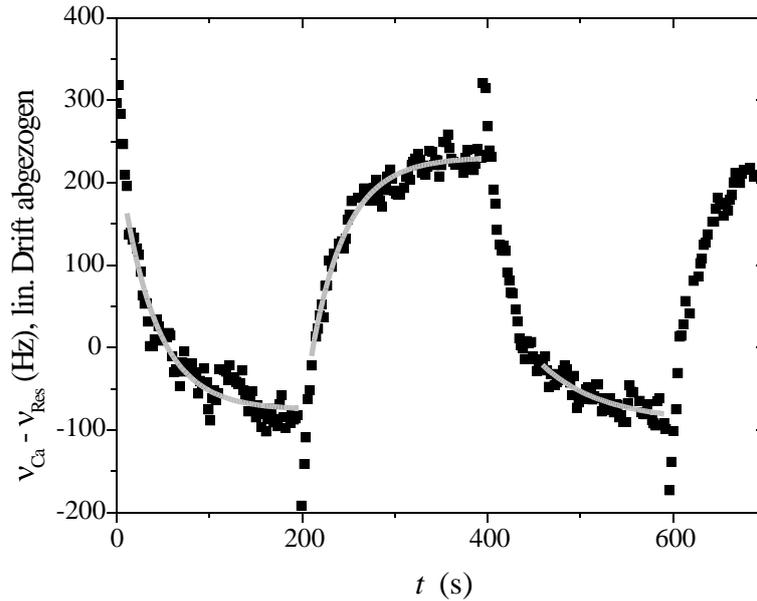


Abbildung 5.15: Auswirkung der Änderung der eingekoppelten Laserleistung auf die Eigenfrequenz der Resonatormode. Aufgetragen ist die Differenz $\Delta\nu_{Res}$ bei Umschalten zwischen typischer Laserleistung (ca. $50 \mu\text{W}$ am Resonator) und doppelter Leistung nach jeweils 200 s. Bei $t = 0$ s Umschalten auf höhere Leistung.

und 6.6 bei der normalen Frequenzmessung beobachtet wurden und im Wesentlichen auf den thermischen Effekt am Resonator zurückgeführt werden.

Um die Zeitkonstante der thermischen Drift zu ermitteln, wurden in jedem Bereich Exponential-Funktionen an den Verlauf angepasst, wobei die jeweils ersten fünf Punkte herausgenommen wurden. Für die ersten drei Bereiche ergab sich eine Zeitkonstante von (37 ± 5) s. Anpassung eines exponentiellen Verlaufs unter Vernachlässigung des ersten Drittels eines jeden Bereiches ergab für die ersten beiden Bereiche (100 ± 90) s und für den letzten eine Zeitkonstante von (60 ± 30) s.

Für eine Abschätzung der Frequenzverschiebung wurde daher bei einer Mittelungszeit von 500 s ein plötzlicher Offset von -300 Hz mit einer Abklingzeitkonstanten von 90 s für die freilaufende Laserfrequenz angenommen. Mit Gl. 4.6 ließ sich die Abweichung für den Mittelwert zu unter $+300$ mHz berechnen, während sie nach 100 s Mittelung noch bei etwa -6 Hz lag. Da im Mittel die Ausreißer etwa alle 1000 s auftraten, war eine Berücksichtigung dieses Effektes mit einer Unsicherheit von ± 300 mHz ausreichend. Im konkreten Fall sollten die Messdaten allerdings auf eine Häufung dieser Ausreißer hin überprüft werden.

5.6 Unsicherheit des Ca-Frequenznormals mit kalten Atomen

Eine Zusammenstellung aller bekannten relevanten Korrekturen und Unsicherheiten ist in Tab. 5.2 aufgeführt.

Im Vergleich zu früheren Messungen konnte durch die Messungen zum Effekt kalter Stöße dessen Anteil an der Unsicherheit um einen Faktor 5 reduziert werden. Der bisher nur ab-

geschätzte Effekt der Schwarzkörper-Strahlung des Ca-Ofens konnte durch Messungen im Rahmen der Unsicherheiten verifiziert werden. Messungen zeigten die Notwendigkeit der mechanischen Abschaltung des Kühllaserlichtes, so dass mit dem Einbau der mechanischen Abschaltung der Anteil des AC-Stark-Effektes bei 423 nm nun entfällt.

Von Zinner [25] wurden Messungen der Übergangsfrequenz an zwei unterschiedlichen Fallenapparaturen durchgeführt, sowie beide Fallen direkt verglichen. Dabei ergaben sich systematische Verschiebungen, die an verschiedenen Messtagen zwischen $(+23 \pm 2)$ Hz und (-16 ± 9) Hz variierten. Als mögliche Ursachen hierfür wurden der Einfluss des AC-Stark-Effektes durch Kühllaserlicht, unterschiedliche Einflüsse der Schwarzkörperstrahlung der Öfen, oder weitere nicht identifizierte Effekte angegeben. Die Schwankungen wurden damals als Reproduzierbarkeit in das Unsicherheitsbudget mit 30 Hz aufgenommen. Die im Rahmen der vorliegenden Arbeit durchgeführten Untersuchungen zu den beiden genannten Effekten zeigten, dass der AC-Stark-Effekt durchaus einen Einfluss in dieser Größenordnung haben kann und justageabhängig variiert, während der Anteil der Ofenstrahlung nur einen kleinen Anteil hat.

Als ein weiterer großer Beitrag zur damaligen Unsicherheit ist der restliche Doppler-Effekt anzusehen, der von der Justage der Spektroskopiestrahlen sowie der MOT und der daraus resultierenden Geschwindigkeitsverteilung der Atome bestimmt wird.

Durch den Einsatz einer an einen Vorschlag von Trebst [27] angelehnten Methode zur Kontrolle und Reduzierung dieses Effektes konnte im Rahmen dieser Arbeit die Unsicherheit für eine sorgfältige Vorjustage (Nivellierung des Spektroskopiestrahles und Wellenfrontanpassung) mit optisch interferometrischen Mitteln und der messtechnischen Kontrolle der Effekte deutlich reduziert werden. Durch den Einsatz der Methode wurde eine verbleibende Diskrepanz deutlich, deren endgültige Klärung noch aussteht und die in das Unsicherheitsbudget als Beitrag der Laserphase mit einer Unsicherheit von 7 Hz aufgenommen wurde.

Wird darüber hinaus eine bessere Vorjustage erreicht, wie es z. B. bei der Frequenzmessung (Kapitel 6.2) der Fall war, so kann diese Diskrepanz noch einmal deutlich verringert werden. In Kapitel 6 wird gezeigt, dass die vorgenommenen Maßnahmen zu einer Verbesserung der Reproduzierbarkeit führten, so dass dieser Anteil im Unsicherheitsbudget nicht mehr explizit aufgeführt werden muss.

Mit der erreichten systematischen Unsicherheit von 10 Hz ($2,2 \cdot 10^{-14}$) wurde eine Messung der Absolutfrequenz durchgeführt, deren Ergebnisse in Kapitel 6 vorgestellt werden.

Effekt	$\Delta\nu = \nu - \nu_{Ca}$	$u(\Delta\nu)$	Abschnitt	Gleichung
Quadratischer Zeeman-Effekt Helmholtz-Feld	+2,56 Hz	80 mHz	5.2.1	5.1
Quadratischer Stark-Effekt DC-Felder	-35 mHz	20 mHz	5.2.2	5.2
Kühlaserlicht	0	0	5.2.3	
Umgebungstemperatur	-0,97 Hz	50 mHz	5.2.4	5.6
Ca-Ofentemperatur	-2,1 Hz	4,3 Hz	5.2.4	5.7
Kalte Stöße	+1,2 Hz	1,8 Hz	5.3	5.15,5.18
Doppler-Effekt Offset	0	2,3 Hz	5.4.1	5.26,5.27
1,2 kHz Auflösung	x	3 Hz	5.4.1,5.4.2	5.30
Residuen	0	150 mHz	5.4.1	
sonstige Phasen	0	7 Hz	5.4.2	
Linienform	0	50 mHz	5.4.4	5.36
Technische Einflüsse Messdatenaufnahme	0	3 Hz	5.5.2	
Resonatordriftänderung	y	1,1 Hz	5.5.3,5.5.4	
total	0,725 Hz + $x + y$	10 Hz		

Tabelle 5.2: Unicherheitsbudget für das Ca-Frequenznormal der PTB mit kalten Atomen ($\vartheta \approx 3$ mK). $\Delta\nu$ Verschiebung der Übergangsfrequenz durch den jeweiligen Effekt, $u(\Delta\nu)$ Unsicherheit der Bestimmung der Verschiebung. x und y hängen von der Justage der Spektroskopiestrahlen und der Resonatordrift bei der jeweiligen Messung ab.

Kapitel 6

Messung der Übergangsfrequenz

Durch die jetzt erreichte geringere Unsicherheit des Ca-Frequenznormals war die Bestimmung der Uhrenfrequenz mit um eine Größenordnung höherer Genauigkeit gegenüber früheren Messungen an der PTB [25] möglich. Dazu musste die Ca-Frequenz mit der Frequenz der Cs-Atomuhr verglichen werden, die seit der *13. Generalkonferenz für Maß und Gewicht* 1966 in Paris das *Primärnormal* für die Darstellung der SI-Sekunde und der Frequenz ist [4]. Jedes andere Frequenznormal ist daher ein *Sekundärnormal* und muss auf das Primärnormal zurückgeführt werden.

Die Entwicklung der Cs-Atomuhren, die Mitte letzten Jahrhunderts begann [71], hat bis heute zu relativen Unsicherheiten von $1 \cdot 10^{-15}$ geführt. Dies ist durch die Einführung der Cs-Fontänen seit Beginn der 90er Jahre möglich geworden [6], in denen mit lasergekühlten Cs-Atomen bei Temperaturen von wenigen μK gearbeitet wird. Die Atome werden vertikal auf eine Geschwindigkeit von ca. 4 m/s beschleunigt und durchqueren beim Aufstieg und Herunterfallen je einmal einen Mikrowellenresonator mit resonanter Strahlung, so dass ein 2-Puls Ramsey-Signal mit einer Auflösung von etwa 1 Hz erreicht wird. In drei Cs-Fontänen weltweit, am LPTF in Paris, Frankreich [7, 72], am NIST in Boulder, Colorado, USA [73] und an der PTB in Braunschweig [8] wurde die Uhrenfrequenz des ^{133}Cs mit Unsicherheiten von $2 \cdot 10^{-15}$ und besser realisiert. Weitere befinden sich im Aufbau.

Die Frequenz des Uhrenüberganges des Ca wurde gegen die Cs-Fontäne der PTB gemessen, deren relative Unsicherheit von Weyers et al. [8] zu $1,4 \cdot 10^{-15}$ bestimmt wurde. Die phasenkohärente Anbindung erfolgte dabei mit Hilfe eines neuartigen Frequenzkammgenerators auf Basis eines Kerr-Linsen modengekoppelten Femtosekunden-Titan-Saphir-Lasers [34, 36]. Die Anbindung der optischen Frequenz des Ca-Normals an die Mikrowellenfrequenz der Cs-Atomuhr konnte dabei so realisiert werden, dass das Rauschen des Frequenzkammgenerators nicht mehr in die Stabilität der Messung mit einging.

Im Vergleich zur ersten phasenkohärenten Frequenzmessung sichtbarer Strahlung gegen die Cs-Atomuhr [10] und den folgenden Messungen zwischen 1996 und 1997 [25, 30, 74] konnte ein Unsicherheitsbeitrag von 100 Hz durch die damals verwendete Methode vermieden werden. Bei dieser Methode, einer harmonischen Frequenzkette, wurde die Cs-Frequenz über viele Zwischenoszillatoren, die mittels harmonischer Frequenzmischung phasenkohärent aneinander gekoppelt waren, bis in den optischen Bereich vervielfacht. Dabei konnten Zählfehler bei der Messung der Schwebungsfrequenzen aufgrund der erreichbaren SNR in den einzelnen Stufen der Anbindung nicht ausgeschlossen werden.

Durch die Fortschritte in der Entwicklung der Frequenzkammgeneratoren ist es seit wenigen

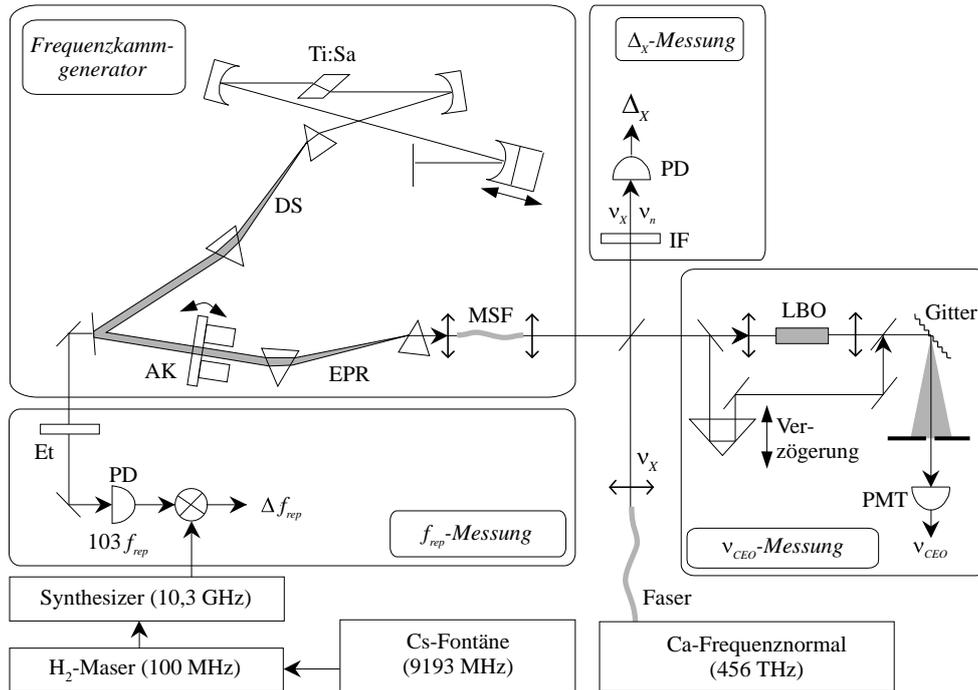


Abbildung 6.1: Aufbau der Frequenzmessung zur Anbindung der optischen Frequenz des Ca-Uhrenüberganges an die Cs-Atomuhr mit einem Frequenzkamm. Gezeigt sind der Frequenzkammgenerator und die einzelnen Teile zur Bestimmung und Stabilisierung der Repetitionsrate f_{rep} des Femtosekundenlasers, zur Bestimmung der Schwebungsfrequenz Δ_X zwischen Kammmode ν_n und optischer Frequenz ν_X und der Stabilisierung von ν_n , sowie die Bestimmung der Offsetfrequenz ν_{CEO} (Details siehe Text).

Jahren möglich, optische Frequenzen direkt mit der Mikrowellenfrequenz der Cs-Atomuhr über nur eine Zwischenstufe zu vergleichen, ohne dabei durch die Übersetzung einen zusätzlichen Unsicherheitsbeitrag zu erhalten [75]. Im Abschnitt 6.1 wird diese Methode vorgestellt und in 6.2 die vorbereitenden Messungen zur exakten Bestimmung der systematischen Effekte zusammengefasst. In Abschnitt 6.3 werden die Ergebnisse diskutiert und mit weiteren Werten verglichen.

6.1 Anbindung an das Cs-Primärnormal

Im Bereich der Erzeugung ultrakurzer Laserpulse hat die Entwicklung von mit Kerr-Linsen modengekoppelten Ti:Sa-Lasern (Abb 6.1) unter Verwendung doppelt gechirpter Spiegel und der Dispersionssteuerung mit Prismenpaaren (DS) die Erzeugung von Pulslängen im Bereich weniger Femtosekunden ermöglicht [76, 77]. Der Kerr-Linsen-Effekt (*Kerr-lens mode locking*, KLM) wirkt als ein extrem schneller Amplitudenmodulator, so dass in der Frequenzdomäne eine starke Kopplung auch zwischen weit entfernten Moden entsteht und einen gleichen Frequenzabstand zwischen benachbarten Moden erzeugt. Daher kann jede Mode dieses *Frequenzkammes* vollständig durch drei Zahlen beschrieben werden. Dies sind der Modenabstand gegeben durch die Repetitionsrate f_{rep} der Pulse, die Ordnungszahl der Frequenzmode m und

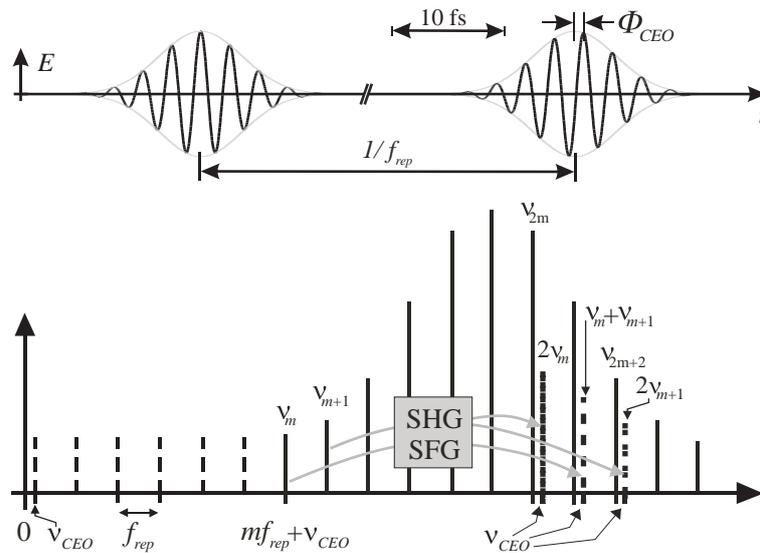


Abbildung 6.2: Darstellung der Pulse eines Kerr-Linsen modengekoppelten Femtosekundenlasers in der Zeitdomäne mit Offsetphase Φ_{CEO} und in der Frequenzdomäne mit Verdopplung und Summenfrequenzbildung der unteren Kammfrequenzen zur Bestimmung von ν_{CEO} (siehe Text).

eine Offsetfrequenz ν_{CEO} (siehe Abb. 6.2).

$$\nu_m = \nu_{CEO} + m \cdot f_{rep}. \quad (6.1)$$

ν_{CEO} ist dabei der kleinste Abstand einer Kammlinie des extrapolierten Frequenzkammes von $\nu = 0$. Sie beschreibt die Änderungsrate der Phase Φ_{CEO} des elektrischen Feldes der Trägerfrequenz gegenüber der der Einhüllenden der Pulse zwischen zwei aufeinander folgenden Pulsen, wie es in Abb. 6.2 dargestellt ist (CEO steht für *carrier envelope offset*). Da bei Pulsdauern von unter 10 fs nur etwa 2 optische Schwingungszyklen in der Halbwertsbreite der Einhüllenden enthalten sind, ist dieser Phasenoffset nicht mehr vernachlässigbar. Er wirkt sich auf alle nichtlinearen optischen Prozesse aus, die in die Pulsbreite und -folge eingehen [78].

Um Käme für Absolutfrequenzmessungen einsetzen zu können, müssen Φ_{CEO} und f_{rep} gemessen werden. Zur Bestimmung von f_{rep} wurden nach Filterung durch ein Etalon (FSR etwa 10 GHz, Et in Abb. 6.1) Kammlinien in Abstand von etwa 10 GHz miteinander geschwebt und die Schwebungsfrequenz gemessen.

Telle et al. haben in [78] eine Methode zur direkten Bestimmung von ν_{CEO} vorgeschlagen und in [34] experimentell umgesetzt, die auf der Schwebungsfrequenzmessung zwischen einfachen und summierten sowie frequenzverdoppelten Kammlinien beruhen. Dabei enthalten die Kammfrequenzen der Ordnung $2m$ und $2m + 1$ mit $\{2m f_{rep} + \nu_{CEO}\}$ bzw. $\{(2m + 1) f_{rep} + \nu_{CEO}\}$ die Frequenz ν_{CEO} einfach, während die summierten und verdoppelten Frequenzen mit $\{(2m + 1) f_{rep} + 2\nu_{CEO}\}$ bzw. $2\{m f_{rep} + \nu_{CEO}\}$ ν_{CEO} doppelt enthalten (Abb. 6.2). Die Schwebungsfrequenz gibt daher direkt den Offset ν_{CEO} wieder.

Um einen Frequenzkamm zu erreichen, der für die Anwendung dieser Methode bei Grundwelle und der Harmonischen ausreichend Leistung lieferte, musste der Kamm mit Hilfe einer Luft-Quarzglas-Mikrostrukturfaser (MSF) [79] über den Bereich einer Oktave hinaus verbreitert werden.

In diesen Fasern kann über die Strukturierung der Faser die Dispersion der Gruppengeschwindigkeit (*group-velocity dispersion*, GVD) so angepasst werden, dass wie im vorliegenden Fall die GVD bei der Trägerwellenlänge des KLM-Lasers von 780 nm ihren Nulldurchgang hat. Die Selbstphasenmodulation in der Faser erlaubte so mit moderaten mittleren Leistungen von etwa 30 mW, einen Frequenzkamm zu erzeugen, der über einen Wellenlängenbereich von 520 nm bis 1100 nm reichte. Dazu wurde hinter dem Auskoppelspiegel (AK) der Chirp des Pulses mit einer externen Pulsrekompensation (EPR) so eingestellt, dass die Pulsdauer in der Faser minimal bzw. die Leistung maximal war. Es wurde nachgewiesen, dass auch nach Durchlaufen der Faser der Frequenzabstand aller Kammlinien der ursprünglichen Repetitionsrate entsprach [34].

Die Frequenzverdopplung und Summenfrequenzbildung erfolgte in einem nicht-kritisch phasenangepassten LiB_3O_5 -Kristall (LBO). Mit einer spektralen Akzeptanzbreite von 1 THz bei 1080 nm konnten gleichzeitig die Frequenzen von einigen 10000 Kammlinien summiert und vervielfacht werden [80]. Um die Linien bei $2m$ mit den vervielfachten Linien bei m schweben zu können, mussten die unterschiedlichen Laufzeiten im Kristall angepasst werden, da ansonsten beide Teile des einzelnen Pulses zu unterschiedlichen Zeiten auf dem Photomultiplier (PMT) eintrafen (Abb. 6.1).

Mit den Schwebungsfrequenzen dieser Linien konnte daher ν_{CEO} mit SNR von über 40 dB in 100 kHz Bandbreite bestimmt werden [35].

Mit den so bekannten Frequenzen der Kammlinien kann die Frequenz eines optischen Frequenznormals bestimmt werden, indem die Schwebungsfrequenz Δ_X zwischen einer Linie des Kammes ν_m und dem Licht des Normals ν_X gemessen wird. Dazu wird das Licht des Normals mit dem des Kammes überlagert und mit einem passenden Interferenzfilter vorgefiltert (IF in Abb. 6.1). Die Frequenz ν_X ergibt sich so zu

$$\nu_X = \nu_{CEO} + m \cdot f_{rep} + \Delta_X. \quad (6.2)$$

Das Licht des Spektroskopielasers des Ca-Frequenznormals wurde für die Frequenzmessung über eine polarisationserhaltende Monomodalen-Faser zum Frequenzkammgenerator geleitet. Die nullte Ordnung des Offset-AOMs (AOM 1) wurde in die Faser eingekoppelt (Abb. 2.11). Die bei der Frequenzmessung gemessene optische Frequenz war daher $\nu_X = \nu_{Ca} - 70$ MHz. Langzeitmessungen an der zur Übertragung genutzten Faser haben gezeigt, dass relative Frequenzverschiebungen durch Driften der optischen Faserlänge (etwa 250 m Gesamtlänge) im Bereich von unter 10^{-15} lagen [81], so dass sie bei der Messung der Ca-Frequenz nicht weiter berücksichtigt werden mussten.

Für die Messungen konnten die Schwebungsfrequenzen mit Signal-zu-Rauschabständen von 40 dB und mehr in 100 kHz Bandbreite aufgenommen werden [34, 80]. Dadurch konnten Zählfehler praktisch ausgeschlossen werden. Die harmonisch vervielfachten Signale wurden mit totalisierenden Frequenzzählern bei virtuellen Frequenzen von wenigen THz gezählt. Die Zähler wurden fliegend und synchron ausgelesen. Es ergaben sich für die Werte bei einer Sekunde relative Digitalisierungsfehler von etwa $1 \cdot 10^{-13}$, die aufgrund der fliegenden Auslesung bei der nachträglichen Mittelung über die Zeit τ mit $1/\tau$ statt mit $\sqrt{1/\tau}$ abnahmen. So konnte die Instabilität des Frequenzkammgenerators im Vergleich zu der des H-Masers vernachlässigt werden (siehe Abb. 6.7).

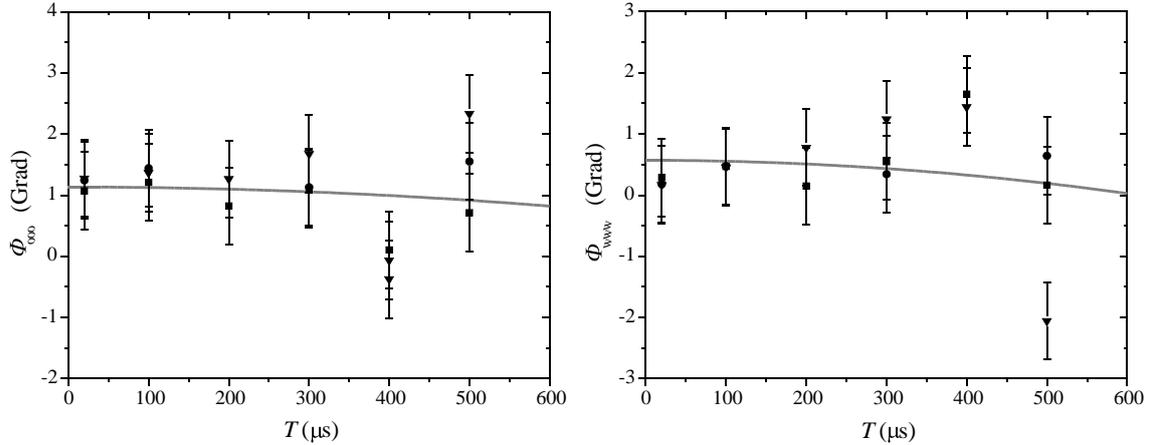


Abbildung 6.3: Phasenverschiebungen Φ_{III} in den symmetrischen 3-Puls Interferometern mit den Richtungen $l = w$ und $l = o$ in Abhängigkeit vom Pulsabstand T . Messungen vom 01. (Quadrate), 05. (Punkte) und 12.10.2001 (Dreiecke). Die Kurven sind parabolische Fits mit Φ_{III} -Achsen-Offset an alle Messdaten.

6.2 Kontrollmessungen

Die Messungen der Frequenz des Ca-Uhrenüberganges fanden am 08. und 09.10.2001 statt. Um die erreichbare systematische Unsicherheit zu bestimmen, waren vorbereitende Maßnahmen sowie Kontrollen notwendig, deren Ergebnisse in das Unsicherheitsbudget der Frequenzmessung einfließen. Sie werden im Folgenden zusammengefasst.

Die vorbereitenden Maßnahmen umfassten neben der Kontrolle der Magnetfelder im geschalteten Betrieb (siehe Kapitel 2.2.2) auch die Bestimmung der Größe des Helmholtzfeldes für die Spektroskopie. Das Magnetfeld wurde aus der Messung der Zeeman-Aufspaltung der ($\Delta m = \pm 1$)-Komponenten des Uhrenüberganges bestimmt, die mit dem Doppler-Spektrum bei senkrecht zur Magnetfeldachse eingestellter Polarisation gemessen wurde (siehe Einsatz in Abb. 6.5). Die Größe des Helmholtzfeldes betrug $B_H = (0,21 \pm 0,002)$ mT. Nach Kapitel 5.2.1 führt dies zu einer Frequenzverschiebung von $(+2,8 \pm 0,1)$ Hz.

Weiterhin wurden nach sorgfältiger Justage der Falle die Geschwindigkeitsverteilung und Offsetgeschwindigkeiten der Fallenatome bestimmt. Der Einsatz in Abb. 6.5 zeigt die gemessenen Doppler-Spektren aus drei Raumrichtungen. Wie in Kapitel 2.3 für Abb. 2.10 wurden daraus die Geschwindigkeiten bestimmt. Die in der Höhe skalierten und auf die Geschwindigkeit bezogenen Spektren sind hier dargestellt. Diese Spektren wurden am 08.10.01 gemessen und haben sich über den Zeitraum der Kontrollmessungen vom 01.10.01 bis 12.10.01 aufgrund der unveränderten Fallenjustage nur unwesentlich geändert.

Die Breite der Geschwindigkeitsverteilungen und ihre mittleren Geschwindigkeiten waren parallel zur Spektroskopierichtung der Atominterferometrie z $v_{rms,z} = 76$ cm/s und $v_{0,z} = -1$ cm/s. Senkrecht dazu waren die Werte $v_{rms,x} = 73$ cm/s und $v_{0,x} \approx 0$ cm/s sowie $v_{rms,y} = 89$ cm/s und $v_{0,y} = 7$ cm/s. Für die für den Beitrag des linearen Doppler-Effektes relevanten Geschwindigkeiten (Kapitel 5.4.1) folgte

$$\begin{aligned} v_{rms,2D} &= 1,15 \text{ m/s,} \\ |\vec{v}_{0,\perp}| &\leq 7 \text{ cm/s.} \end{aligned} \quad (6.3)$$

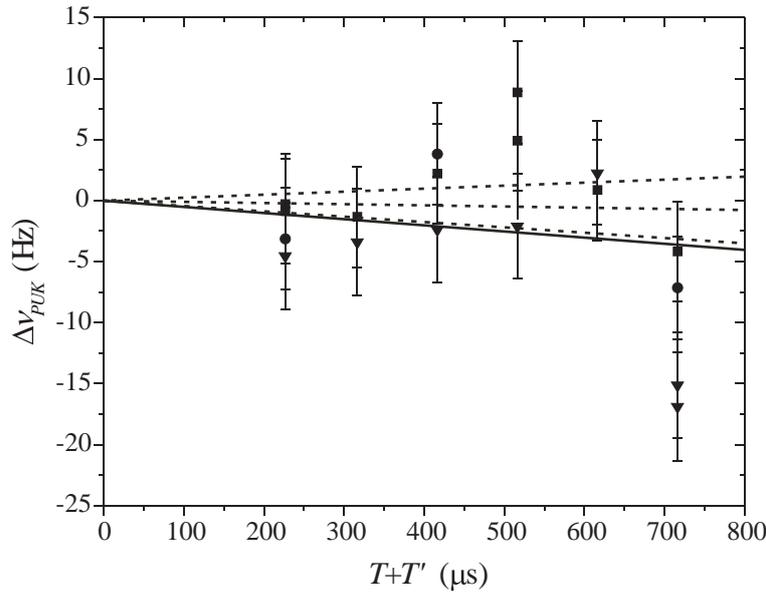


Abbildung 6.4: Frequenzdifferenz $\Delta\nu_{PUK}$ bei Pulsumkehrmessungen in Abhängigkeit von der Zeit $T + T'$. Messungen vom 01. (Quadrate), 05. (Punkte) und 12.10.2001 (Dreiecke). Die Ursprungsgerade ist ein Fit an alle Messdaten.

Die Unsicherheiten lagen im Bereich weniger mm/s.

Nach einer sorgfältigen Vorjustage der Spektroskopiestrahlen bezüglich Winkel zur Gravitation, Antiparallelität und Wellenfrontebenheit (siehe Kapitel 5.4.1) wurde an verschiedenen Tagen vor und nach der Frequenzmessung bei unveränderter mechanischer Einstellung der Einfluss des linearen Doppler-Effektes mit der in Kapitel 5.4.2 beschriebenen Methode bestimmt. Am 01.10.2001, am 05.10. und am 12.10. wurde die Abhängigkeit der Phasenverschiebung vom Pulsabstand im symmetrischen 3-Puls Atominterferometer mit den Strahlen *ooo* und *www* (zusammengefasst dargestellt in Abb. 6.3) sowie für die Frequenzdifferenz bei Pulsumkehrmessungen (Abb. 6.4) bestimmt. Aufgrund der sehr guten Vorjustage fanden sich nur noch sehr kleine Effekte, die im Bereich der Messunsicherheit lagen. Daher wurden die Ergebnisse zusammengefasst und daraus für die Frequenzmessungen Mittelwerte für die quadratischen bzw. linearen Abhängigkeiten bestimmt.

Die Koeffizienten der Gleichungen 5.28 und 5.29 wurden zu $A_o = (-0,87 \pm 1,7) \cdot 10^6$ Grad/s² und $A_w = (-1,54 \pm 1,8) \cdot 10^6$ Grad/s² bestimmt. Daraus ergab sich für die Konsistenzprüfung mit der Pulsumkehrmessung eine Abhängigkeit der Frequenzverschiebung vom Pulsabstand nach Gl. 5.33 von (-1000 ± 3400) Hz/s. Der Fit einer Ursprungsgerade an die Messergebnisse der Pulsumkehrmessung ergab (-5000 ± 2000) Hz/s, so dass für beide Ergebnisse ein Überlapp der einfachen Unsicherheiten gegeben war.

Für den Beitrag des linearen Doppler-Effektes zu den systematischen Verschiebungen während

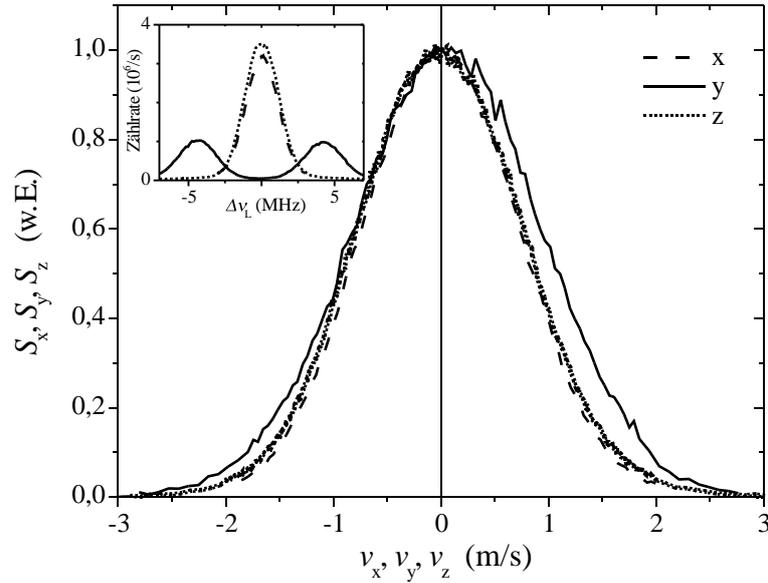


Abbildung 6.5: Atomare Geschwindigkeitsverteilung am 08.10.01 in alle drei Raumrichtungen. Signal S_i als Funktion der Offsetgeschwindigkeit v_i , willkürlich in der Höhe skaliert. Der Einsatz zeigt die zugehörigen Doppler-Spektren, aus denen die Verteilungen bestimmt wurden.

der Frequenzmessung werden daher mit Gl. 5.30 die folgenden Werte berechnet.

Auflösung	T	ν_{ooww}
2300 Hz	107,2 μ s	(-1,1 \pm 1,1) Hz
1160 Hz	215,4 μ s	(-1,5 \pm 1,4) Hz
580 Hz	431,9 μ s	(-2,3 \pm 2,1) Hz

(6.4)

Die anderen in Gl. 5.30 benötigten Zeiten waren $T_1 = 200 \mu$ s und $T' = 9 \mu$ s. Werden die Ergebnisse der Frequenzmessung $\nu_{Mess} - \nu_{off}$ in Tab. 6.1 nach Korrektur der Offsets durch die Beiträge der Cs-Fontäne und des H-Masers für die Mittelwerte der verschiedenen Auflösungen verglichen, so zeigt sich hier die Tendenz einer Zunahme mit höherer Auflösung um ca. +6 Hz mit einer Unsicherheit von 4 Hz für die Änderung des Pulsabstandes T um +320 μ s. Aus den Ergebnissen der Pulskehrmessungen für A_o und A_w wäre nach Gl. 5.30 für die gleiche Änderung von T ein Wert von etwa -1 Hz mit einer Unsicherheit von 2 Hz erwartet worden.

Verglichen mit den Ergebnissen in Abb. 5.7 zeigt sich eine um einen Faktor 2 reduzierte Diskrepanz, die sich auf die bessere Vorjustage der Spektroskopielaserstrahlen zurückführen lässt. Für den Beitrag der *sonstigen Phasen* (Kapitel 5.4.2) in den Frequenzmessungen wird daher eine Unsicherheit von 4 Hz angenommen.

6.3 Ergebnisse

Die eigentlichen Frequenzmessungen fanden am 08. und 09.10.2001 statt. An diesen Tagen wurden insgesamt fünf Mittelwerte bestimmt, bei denen zum Teil unterschiedliche Parame-

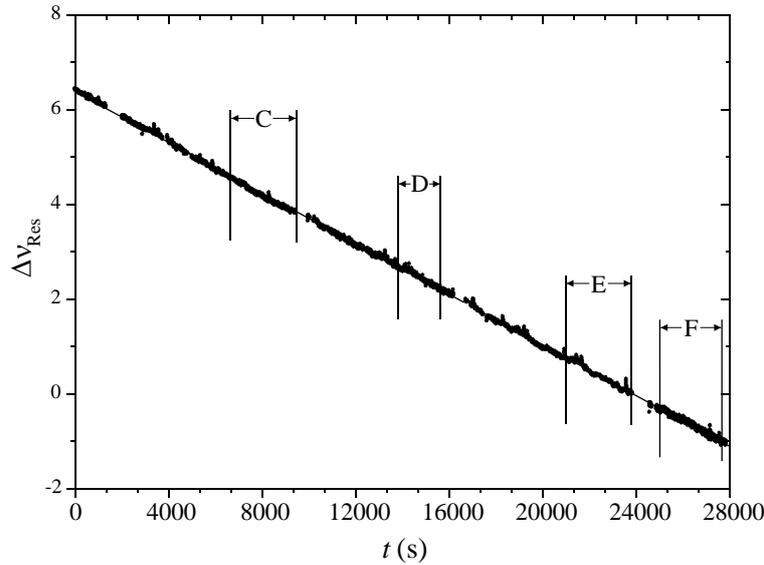


Abbildung 6.6: Zeitlicher Verlauf der Differenz der Eigenfrequenz einer zur Laserstabilisierung genutzten Resonatormode zur Uhrenfrequenz des Ca $\Delta\nu_{Res} = \nu_{Ca} - \nu_{Res}$ mit willkürlich gewähltem Offset am 09.10.2001. Im Gegensatz zur Messung vom 08.10. (Abb. 5.13) war hier die Drift sehr konstant. Die dünne Gerade stellt eine lineare Regression dar. Die Steigung ist $-0,267$ Hz/s. Mit C bis F entsprechend den Angaben in Tab. 6.1 sind die Zeitbereiche eingetragen, während der die Frequenzmessungen für die einzelnen Werte in Tab. 6.1 stattfanden.

ter eingestellt wurden. Am Ca-Frequenznormal wurde dazu die Auflösung variiert und die Ofentemperatur geändert. In Tab. 6.1 sind die unterschiedlichen Einstellungen zusammengefasst. Bei allen Messungen waren die Einstellungen der Stabilisierungsparameter (Kapitel 4.1) $\beta \approx -0,34$ und $\alpha \approx 0,998$ und die Dauer des Stabilisierungszyklus $T_z = 2,1$ s, so dass die Zeitkonstanten $\tau_\beta \approx 5$ s und für die Driftkompensation des Resonators $\tau_\alpha \approx 1000$ s betragen. Die Drift des Spektroscopielasers aufgrund der Anbindung an den hochstabilen Referenzresonator kann für den ersten Tag aus Abb. 5.13 und für den zweiten Tag aus Abb. 6.6 entnommen werden. In den Abbildungen sind mit A bis E die Zeitbereiche für die Mittelungen der einzelnen Messergebnisse markiert.

Aufgrund der großen Schwankungen der Drift am ersten Messtag wurde für die Messungen vom 08.10. die Ablage des Lasers von der Ca-Frequenz mit der Zeit wie in Kapitel 5.5.3 beschrieben für die Parameter der Stabilisierung simuliert. Dabei wurde für die Anfangsbedingungen angenommen, dass während der Zeiten normaler Drift (etwa $-0,27$ Hz/s) die Frequenzablage des Lasers nach 1000 s deutlich unter 1 Hz lag. Für die Mittelwerte über die Bereiche A und B ergab sich dann jeweils eine verbleibende Abweichung des Mittelwertes von deutlich unter 10 mHz, so dass sich eine Korrektur erübrigte, und nur eine Unsicherheit von 1 Hz aufgrund der Abschätzung der tatsächlichen Drift für die Simulation angenommen wurde. Am zweiten Tag war die Drift dagegen konstant, so dass dort keine zusätzliche Kontrolle notwendig war.

Abb. 6.7 zeigt die aus der Frequenzmessung ermittelte relative Allan-Standardabweichung $\sigma_y(2, \tau)$. Quadrate geben den Verlauf für Messung C wieder, der repräsentativ für alle Einzelmessungen war und eine relative Stabilität der Messergebnisse von $1 \cdot 10^{-14}$ bereits ab

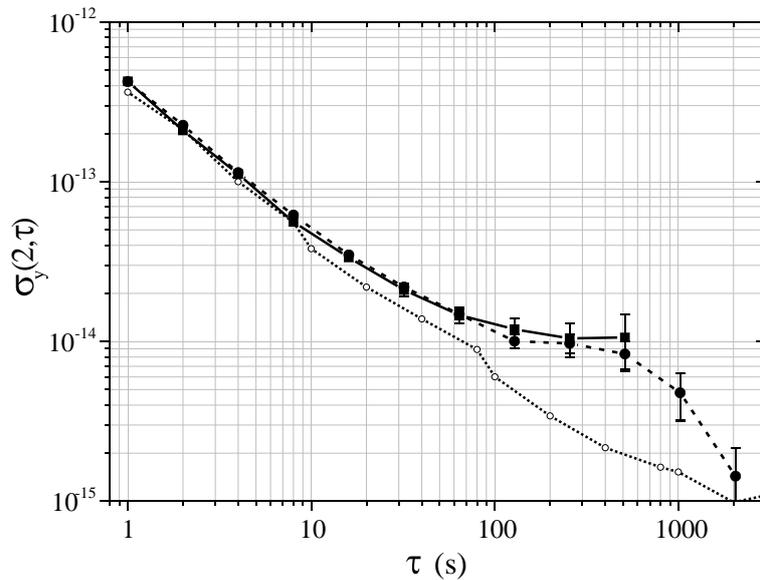


Abbildung 6.7: Die relative Allan-Standardabweichung $\sigma_y(2, \tau)$ für die Messung C (Quadrate) vom 09.10.2001. Die Punkte stellen $\sigma_y(2, \tau)$ für die zeitliche Aneinanderreihung von A und B vom 08.10.2001 dar, in der eine Pause von 4 Minuten herausgeschnitten wurde. Die offenen Kreise stellen den typischen Verlauf eines H-Masers der PTB bei abgeschaltetem Korrektionsmodus dar. Die Werte wurden in einem Vergleich zwischen den Masern H1 und H2 der PTB in 1997 als kombinierte $\sigma_y(2, \tau)$ gewonnen [82] und durch $\sqrt{2}$ geteilt.

Mittelungsdauern von 200 s erwarten ließ. Der Verlauf wurde dominiert von der Instabilität des Wasserstoffmasers, dessen Rauschen für kurze Zeiten etwa mit $1/\tau$ abnahm. Auch die Abflachung ab etwa 100 s war sehr wahrscheinlich durch den H-Maser geprägt, was im Folgenden kurz erläutert werden soll.

Bei den für die Frequenzmessung verwendeten H-Masern wurde in einem automatisierten Korrekturverfahren die Güte der Absorptionslinie des Wasserstoffs variiert und gleichzeitig die Frequenzänderung bestimmt. Dies gab ein Maß für die Verstimmung des RF-Resonators gegen die Absorption der H-Linie und wurde zur Korrektur der Verstimmung genutzt. Der automatische Ablauf änderte dazu etwa alle 1300 Sekunden die Parameter und damit auch leicht die Ausgangsfrequenz, so dass bei den in der Frequenzmessung verwendeten Mittelungsdauern von 2000 bis 7000 s je nach Zeitpunkt der Änderungen am H-Maser das lokale Maximum in der Allan-Standardabweichung bei unterschiedlichen Mittelungszeiten auftreten konnte. Die in Abb. 6.7 eingetragene relative Allan-Standardabweichung für einen H-Maser-Vergleich (offene Kreise) wurde bei abgeschaltetem Korrektionsmodus aufgenommen. Vergleiche zwischen zwei H-Masern, bei denen nur einer der Maser ohne Korrektionsmodus lief, zeigten einen ähnlichen Verlauf wie die Kurven der Frequenzmessung. Der Abfall unter $1 \cdot 10^{-14}$ begann aber typischerweise erst oberhalb von 1200 s [82].

Die Ergebnisse der Messungen, deren Mittelungsdauern zwischen 1700 und 6000 s lagen, sind in Tab. 6.1 zusammengefasst. Soweit nicht anders erwähnt, wurden die Korrekturen und Unsicherheiten dem Unsicherheitsbudget in Tab. 5.2 entnommen.

Da die Unsicherheiten der Einzelmessungen im Wesentlichen systematischen Ursprungs waren, wurde für den Mittelwert der Frequenz aus allen Messungen vom 08. und 09.10.2001

Messung Nr.	A	B	C	D	E	F
Auflösung/Hz	1160			2300	580	1160
$\vartheta_{\text{Ofen}}/\text{K}$	883					783
<i>Messergebnisse (Hz)</i>						
$\nu_{\text{Mess}} - \nu_{\text{off}}$	$161 \pm 2,3$	160 ± 2	159 ± 3	155 ± 5	149 ± 3	156 ± 3
<i>Korrekturen für H-Maser/Cs-Fontäne (Hz)</i>						
Datum	$-9,8 \pm 1,4$			$-5,9 \pm 1$		
<i>Korrekturen für das Ca-Normal (Hz)</i>						
Elektronik	0 ± 3					
Resonator	$0 \pm 1,1$					
Magnetfelder	$-2,8 \pm 0,1$					
elektr. Felder	$0,04 \pm 0,02$					
Raumtemperatur	$1 \pm 0,05$					
Doppler-Effekt						
- Offset	$0 \pm 2,3$					
- Residuen	$0 \pm 0,15$					
- Linienform	$0 \pm 0,05$					
- sonstige Phasen	0 ± 4					
- Auflösung	$1,5 \pm 1,4$			$1,1 \pm 1,1$	$2,3 \pm 2,1$	$1,5 \pm 1,4$
Ofentemperatur	$2,1 \pm 4,3$					$1,3 \pm 2,7$
Fallendichte	$-1,2 \pm 1,8$					$-0,6 \pm 0,9$
<i>Gesamtergebnis (Hz)</i>						
Korrektur	-9 ± 8		-5 ± 8	-6 ± 8	-5 ± 8	-6 ± 7
$\nu_{\text{Ca}} - \nu_{\text{off}}$	152 ± 8	151 ± 8	154 ± 8	149 ± 9	145 ± 9	151 ± 8
$\overline{\nu_{\text{Ca}}}$	$455\,986\,240\,494\,150 \pm 9$					

Tabelle 6.1: Korrekturen und Unsicherheiten der Ca-Frequenzmessung vom 08. und 09.10.2001; $\nu_{\text{off}} = 455\,986\,240\,494\,000$ Hz.

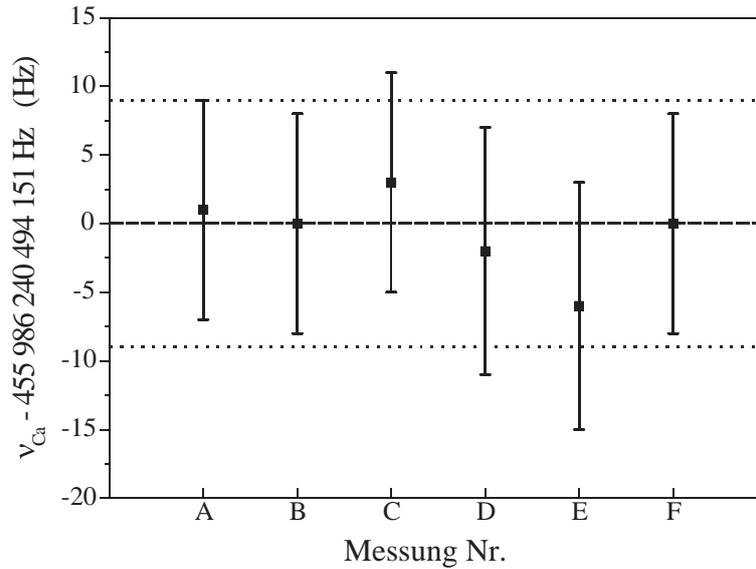


Abbildung 6.8: Ergebnisse der einzelnen Messungen der Ca-Frequenz vom 08. und 09.10.2001 (A bis F vergl. Tab. 6.1) mit den abgeschätzten Unsicherheiten nach Korrektur der systematischen Einflüsse. Eingetragen ist auch der gewichtete Mittelwert aller Ergebnisse der PTB (gestrichelte Linie) mit dem Bereich der einfachen Unsicherheit (gepunktete Linie).

die Unsicherheit der Einzelmessungen angenommen. Um einen Eindruck über die Reproduzierbarkeit zu bekommen, sind die Werte in Abb. 6.8 aufgetragen. Wie die Abschätzungen für die Korrekturen erwarten ließen, waren in der Messung mit verschiedenen Parametern die Unterschiede der Messergebnisse sehr gering. Mit den angebrachten Korrekturen lag die Streuung der Messergebnisse unter 4 Hz. Damit lagen alle sechs Werte deutlich innerhalb des unter Einbeziehung systematischer Unsicherheiten abgeschätzten Vertrauensintervalls.

An der PTB wurden seit 1995 an Ensembles lasergekühlter Ca-Atome in unterschiedlichen Fallenapparaturen wiederholt Frequenzmessungen des Uhrenüberganges vorgenommen. In Abb. 6.9 sind diese Ergebnisse zusammengefasst. Die Werte zu a entstanden 1995. Sie wurden mit der konventionellen mehrstufigen Frequenzkette der PTB bestimmt. Die Fallenapparatur hatte einen Zeeman-Abbremsler (*Zeeman-Slower*) und die MOT wurde mit einem einzelnen mehrfach umgelenkten und zurückreflektierten Laserstrahl betrieben [10, 25]. Die Unsicherheiten lagen im Bereich von 300 bis 430 Hz. An dieser und einer zweiten Fallenapparatur, die aus einem thermischen Atomstrahl ohne Zeeman-Abbremsler direkt geladen wurde, und in der die Fallenkonfiguration mit drei unabhängigen Laserstrahlen justiert werden konnte, wurde 1996 und 1997 eine zweite Messkampagne (b) mit einer reduzierten Unsicherheit von 120 Hz durchgeführt [28, 25]. Im September 2000 (c) wurde zum ersten Mal die Ca-Frequenz unter Einsatz des neuen Frequenzkammgenerators der PTB an der im Rahmen dieser Arbeit aufgebauten Fallenapparatur gemessen, bei der die erreichte Unsicherheit von 180 Hz begrenzt war durch die Streuung der 1 s-Messwerte der Frequenzkette von etwa 5,7 kHz [34].

Bei Messungen an zwei Tagen im Juni 2001 (d), wurde noch ohne mechanische Abschaltung des Kühllaserlichtes und nur grober Bestimmung der Wellenfronten die Ca-Frequenz gemessen. Versehentlich war das Quadrupolmagnetfeld während der Spektroskopie eingeschaltet. Wie in Kapitel 5.2.1 gezeigt wurde, ergaben sich dadurch Frequenzverschiebungen aufgrund

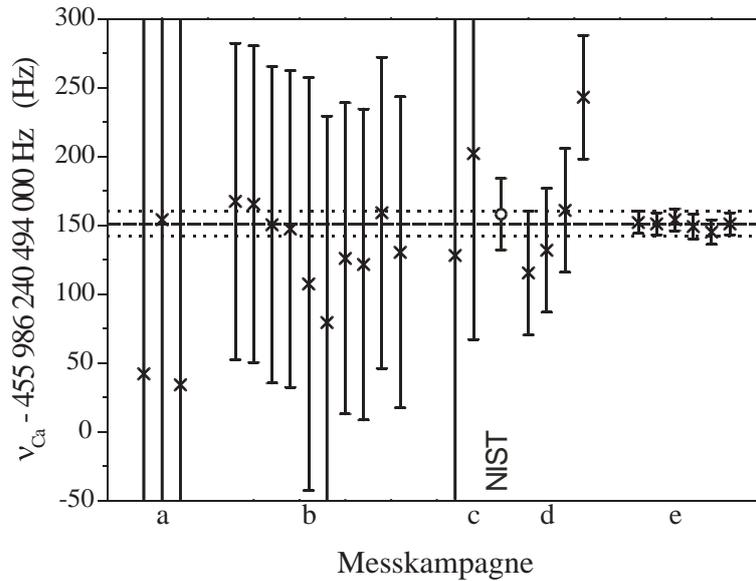


Abbildung 6.9: Ergebnisse aller an der PTB durchgeführten Ca-Frequenzmessungen gegen die Cs-Atomuhr. 1995 (a) mit der konventionellen Frequenzkette gegen die thermische Cs-Atomuhr der PTB [10] und 1996/97 (b) [28, 25], sowie mit Hilfe des Frequenzkammgenerators der PTB 2000 (c) [34]. Mit dem Frequenzkammgenerator gegen die Cs-Fontäne wurden im Juni 2001 (d) und Oktober 2001 gemessen (e). Zusätzlich eingetragen ist die Frequenzmessung des NIST vom Herbst 2000, die ebenfalls mit Hilfe eines Frequenzkammgenerators vorgenommen wurde [37]. Weitere Details im Text.

des quadratischen Zeeman-Effektes im Bereich von 40 bis 80 Hz, für die eine starke Justage-Abhängigkeit der Fallengeometrie angenommen werden musste. Die Werte wurden entsprechend korrigiert. Dabei wurden die kombinierten Unsicherheiten aufgrund dieser Effekte mit etwa 50 Hz abgeschätzt, in die noch ein Beitrag für die Reproduzierbarkeit der Messwerte einbezogen wurde.

Die Messungen vom Oktober 2001 (Abb. 6.8 und e in Abb. 6.9) zeigten schließlich, dass eine genaue Untersuchung der Wellenfronten der Spektroskopiestrahlen, die mechanische Abschaltung restlichen Kühlaserlichtes und das Anlegen eines wohldefinierten homogenen Magnetfeldes die aufgrund der Abschätzungen erwartete Reproduzierbarkeit erfüllt.

Um aus allen Messungen der PTB die Frequenz des Uhrenüberganges zu bestimmen, wurde ein mit den Varianzen der Ergebnisse gewichteter Mittelwert gebildet. Mit diesen Werten beträgt die Frequenz $(455\,986\,240\,494\,151 \pm 9) \text{ Hz}$ mit einer relativen Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-14}$. Damit wurde der Wert im Rahmen dieser Arbeit mit der weltweit kleinsten Unsicherheit bestimmt. Diese ist um fast einen Faktor 3 kleiner als die Unsicherheit des am National Institute of Standards and Technology (NIST) in Boulder, Colorado, USA im Herbst 2000 gemessenen Wertes. Dieser wurde ebenfalls mit Hilfe eines Frequenzkammgenerators gegen die dort vorhandene Cs-Fontäne bestimmt [37]. Mit der relativen Unsicherheit der Cs-Fontänen vom NIST und der PTB von wenigen 10^{-15} [73, 8], kann die geringe Differenz zum Ergebnis der PTB von nur 7 Hz, die innerhalb der bei den Ca-Frequenzmessungen erreichten einfachen Unsicherheiten liegt, als eine weitere Bestätigung für die hier vorgenommenen Unsicherheitsabschätzungen gewertet werden.

Zum Abschluss dieses Kapitels soll noch mal ein Blick auf die größten Beiträge im Unsicherheitsbudget der Abb 6.1 geworfen werden.

Die Beiträge von Resonator und Elektronik sind auf schwankende elektronische Offsets und technische Probleme zurückzuführen, deren Lösung kein prinzipielles Problem darstellt. Die anderen Beiträge sind dagegen physikalischer Natur. Der für die Frequenzmessung selbst größte Beitrag war die durch die Ofenstrahlung hervorgerufene Schwarzkörper-Verschiebung der Frequenz. Dieser Unsicherheitsbeitrag kann reduziert werden, indem der Ofen aus dem Einflussbereich der Falle entfernt wird und die Atome mit Hilfe eines Zeeman-Abbremsers und einer Umlenk-Melasse in den Bereich der Falle geführt werden. Eine Reduzierung dieses Unsicherheitsbeitrages auf unter 100 mHz wäre so möglich.

Die Reduzierung der Unsicherheit aufgrund frequenzverschiebender Effekte kalter Stöße ist nur durch eine genaue Bestimmung der Größe dieses Effektes und über eine Kontrolle der Fallendichte möglich. Für diese Bestimmung muss die Stabilität des Systems weiter erhöht werden. Wie dies erreicht werden kann, wird in Kapitel 7 vorgestellt.

Die Ursache der verbleibenden Diskrepanz zwischen gemessener und berechneter Frequenzverschiebung in Abhängigkeit von der Auflösung im Ca-Frequenznormal ist bisher noch ungeklärt und wird Gegenstand weiterer Untersuchungen sein. Dabei kann der von Oates et al. [58] angeführte Phasen-Chirp im Schalt-AOM ein guter Ausgangspunkt sein.

Der lineare Doppler-Effekt stellt einen weiteren großen Beitrag zur systematischen Unsicherheit dar. Sowohl im Bereich des konstanten Offsets als auch bei der Unsicherheit für die Korrektur der auflösungsabhängigen Anteile sind die Beiträge signifikant. Beim ersteren hängt der Betrag von der Offsetgeschwindigkeit der Atome ab. Beim zweiten zusätzlich von der senkrechten Geschwindigkeitsverteilung der Atome. In Kapitel 7 wird gezeigt, dass durch den Einsatz ultrakalter Atome beide Beiträge signifikant reduziert werden können.

Kapitel 7

Spektroskopie an ultrakalten Ca-Atomen

Im Ca-Frequenznormal mit doppler-gekühlten atomaren Ensembles hat gegenwärtig die Unsicherheit eine Grenze erreicht, die zu einem großen Teil durch die systematische Verschiebung aufgrund des linearen Doppler-Effektes gegeben ist und durch die Unsicherheit der Korrektur der Frequenzverschiebung durch kalte Stöße (Kapitel 5 und 6). Die Bestimmung dieser Korrektur ist u. a. durch die erreichte Stabilität des Frequenznormal limitiert. Durch eine Reduzierung der Breite der Geschwindigkeitsverteilung kann sowohl die Unsicherheit als auch die Stabilität des Systems verbessert werden.

Mit der kürzlich gelungenen Realisierung eines rein optischen Kühlverfahrens für Erdalkalimetalle am Ca-Normal der PTB [24] stehen *ultrakalte* atomare Ensembles mit reduzierten Geschwindigkeitsverteilungen zur Verfügung. Mit dieser sog. *Quenchkühlung* konnte die Temperatur doppler-gekühlter Ca-Atome in einem zweiten Kühlschritt von 3 mK auf unter 10 μ K reduziert werden (Abschnitt 7.1). Dies entspricht einer Reduzierung der Geschwindigkeitsverteilung um einen Faktor 15.

Im Rahmen dieser Arbeit wurden erstmals Atominterferenzen an ultrakalten Ca-Atomen aufgenommen (Abschnitt 7.4) und deren Potenzial für die Verbesserung des Ca-Frequenznormal gezeigt. Neben der Vermessung atominterferometrischer Anregungsspektren, bei der auch die experimentelle Realisierung eines atomaren Shearing-Interferometers möglich war (Abschnitt 7.3), lag ein Schwerpunkt auf der Implementierung von Verfahren, die im Prinzip eine Stabilität des Frequenznormal erwarten lassen, die durch das Quantenprojektionsrauschlimit gegeben ist. Eine notwendige Voraussetzung für das Erreichen dieser Limits ist die Erhöhung der Detektionseffizienz für den Zustand der Atome auf 100 %. Dazu wurde ein neuartiges zustandsselektives Detektionsverfahren entwickelt, das dies ermöglicht (Abschnitt 7.5).

In einem weiteren Schwerpunkt konnte die Reduzierung des systematischen Einflusses durch den linearen Doppler-Effekt experimentell nachgewiesen werden (Abschnitt 7.6).

Das Kapitel schließt ab mit einer Abschätzung für die erreichbare Unsicherheit eines Ca-Frequenznormal mit ultrakalten Atomen (Abschnitt 7.7).

7.1 Quenchkühlung

Auf dem Kühlübergang bei 423 nm (Abb. 7.1), der aufgrund der großen Streurate eine hohe Spontankraft für das Abbremsen und Kühlen der Atome bietet, ist die erreichbare Tem-

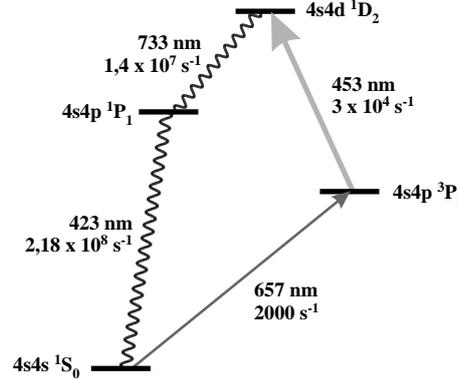


Abbildung 7.1: Termschema des ^{40}Ca mit den für das Quenchkühlen relevanten Linien (siehe Text).

peratur gegeben durch das Doppler-Limit. Die optische Melasse aus Kühllaserlicht dämpft einerseits die atomare Geschwindigkeit andererseits wird durch die Streuung von Photonen eine Aufheizung des Ensembles hervorgerufen. Die Balancierung von Heiz- und Kühlprozessen führt zu einem stationären Zustand mit einer minimalen Temperatur von $\vartheta_D = \frac{h\gamma_{423}}{4\pi k_B}$. Mit $\gamma_{423} \approx 2 \cdot 10^8/\text{s}$ liegt dieses Limit bei etwa 1 mK.

Wallis et al. [83] haben eine Methode zur Kühlung auf schmalbandigen geschlossenen Übergängen vorgeschlagen, mit der die ultimativ erreichbare Temperatur nur noch durch die Energieunschärfe des Überganges gegeben ist und damit für den schmalbandigen Uhrenübergang des Ca bei $\frac{h\gamma_{657}}{\pi k_B} \approx 30\ \text{nK}$ liegt. Da bei jeder Anregung auf schmalen Linien der Impulsübertrag zu einer Doppler-Verschiebung führt, mit der das Atom außer Resonanz gerät, wird die Anwendung eines rotverstimmten Frequenzbandes für das Kühllaserlicht vorgeschlagen (*Breitbandkühlung*). Die Breite des Frequenzbandes sollte dabei die Verstimmung der Atome mit der einzufangenden Geschwindigkeitsverteilung umfassen. Bei den doppler-gekühlten Ca-Atomen liegt diese bei etwa 1 m/s. Bei der Anwendung zweier gegenläufiger Kühllaserstrahlen aus jeder Raumrichtung in einer 3D-MOT-Konfiguration wird über die Verstimmung des Frequenzbandes im Geschwindigkeitsraum um $|\vec{v}| \approx 0\ \text{m/s}$ eine Dunkelzone erzeugt, in der die Atome nicht resonant sind und nicht weiter gekühlt werden. Die resonanzseitige steile Flanke des Frequenzbandes müsste gegen die Resonanz beim Ca um etwa $-1,8\sqrt{v_{rec}\gamma_{657}/(2\pi\lambda_{657})} \approx -5\ \text{kHz}$ verstimmt sein, um die o. g. 30 nK zu erreichen [83]. $v_{rec} = \frac{h\lambda_{657}}{M_{Ca}}$ ist die Rückstoßgeschwindigkeit aufgrund der Absorption eines einzelnen Photons.

Katori et al. [84] haben eine solche Breitbandkühlung für ^{88}Sr realisiert. Im Gegensatz zu Ca existiert beim Uhrenübergang des ^{88}Sr mit 7,6 kHz Linienbreite eine ausreichend hohe Streurrate, um für die Anwendung der Breitbandkühlung eine Spontankraft zu erzeugen, mit der die Atome gegen die Gravitationskraft F_g gehalten werden können. Bei Ca liegt dieser Wert aber nur bei $h\gamma_{657}/(2\lambda_{657}) \approx 1,5 \cdot F_g$ [24] und ist damit zu klein, um die Ca-Atome effizient gegen die Gravitation zu halten.

Im Experiment konnte eine künstliche Verbreiterung (*quenchen*) des Ca-Uhrenüberganges auf $\gamma_{eff} \approx 15 \cdot \gamma_{657}$ erreicht werden [46]. Gleichzeitig mit dem roten Kühllaserlicht wurde dazu ein Quenchlaser bei 453 nm eingestrahlt, mit dem die Atome nach der Anregung in das $4s4p\ ^3P_1$ -Niveau mit einer Übergangsrate von etwa $3 \cdot 10^4/\text{s}$ in das $4s4d\ ^1D_2$ -Niveau überführt wurden (Abb. 7.1). Von hier gelangten die Atome über den Zustand $4s4p\ ^1P_1$ sehr schnell

wieder in den Grundzustand und standen für einen weiteren Kühlzyklus bereit.

Bei der Erweiterung der Melasse auf eine magnetooptische Falle, um die Atome in einem möglichst kleinem Volumen zu konzentrieren, dürfen die Atome durch die Zeeman-Verschiebung nicht aus der Resonanz mit dem Frequenzband des Kühllasers geraten. Der lineare Zeeman-Effekt beträgt $\pm 2,1 \cdot 10^{10}$ Hz/T für den Übergang vom Grundzustand auf die Niveaus $^3P_1(m = \pm 1)$ [42] und die maximale Einfanggeschwindigkeit, mit der sich die Atome am Anfang durch das Magnetfeld bewegen konnten, betrug $v_{max} = 1$ m/s. Eine Simulation der Einfangeffizienz der MOT auf dem Uhrenübergang mit diesen Vorgaben zeigte, dass der Magnetfeldgradient für den Einfang aus dem doppler-gekühlten Ensemble nicht größer als 2 mT/m sein sollte [46]. Daher musste der Gradient beim Umschalten von der Doppler- auf die Quenchkühlung von 0,6 T/m auf 2 mT/m reduziert werden. Um dabei eine signifikante Ausdehnung des doppler-gekühlten Ensembles zu vermeiden, musste die Umschaltung innerhalb von 100 μ s erfolgen.

Für die Realisierung des Quenchkühlverfahrens wurden drei unabhängige rückreflektierte Kühllaserstrahlen bei 657 nm in einer MOT-Konfiguration den 423 nm Kühllaserstrahlen mit σ^+ - und σ^- -Polarisation überlagert. Der Quenchlaser wurde ebenfalls in einer MOT-Konfiguration 3 mal durch die Falle gefädelt und schließlich zurückreflektiert. Die horizontalen Richtungen waren dabei um 22,5 Grad gegen die der anderen MOT-Strahlen gedreht und gleiche Polarisationen eingestellt. Dadurch sollte eine bevorzugte Absorption des Quenchlaserphotons aus der gleichen Richtung wie der des zuvor absorbierten 657 nm-Photons erreicht werden, wodurch sich eine effektive Erhöhung der Kühlkraft ergeben sollte [46].

Für den Quenchlaser stand ein Farbstofflaser zur Verfügung, mit dem Laserlicht mit einer Leistung von etwa 20 mW bei einer Wellenlänge von 453 nm in einem Strahldurchmesser von 3 mm erzeugt werden konnte, dessen Frequenz auf Resonanz eingestellt war. Das Kühllaserlicht wurde mit Hilfe eines Schalt-AOMs (AOM 4 in Abb. 2.11) aus dem Spektroskopielaserlicht ausgekoppelt. Nach Aufteilung über Strahlteilerplatten und Aufweitung standen pro Strahl etwa 2 mW in einem Strahldurchmesser von 5 mm zur Verfügung.

Die von Binnewies [46] experimentell durchgeführte Optimierung der Kühllaserparameter ergab für das Kühllaserband eine Breite $\Delta f_{pp} = 1,4$ MHz mit einer Modulationsfrequenz von 15 kHz und einem nahresonanten Offset von -260 kHz. Dies wurde durch Modulation der RF-Frequenz am Schalt-AOM (AOM 4) erreicht.

Für die Kühlmethode wurde in [46] eine minimale Breite der Geschwindigkeitsverteilung von $v_{rms} = 3,5$ cm/s berechnet, die sich aus den Rückstößen des nicht notwendigerweise richtungsabhängig absorbierten Photons bei 453 nm und den spontan emittierten Photonen beim Zerfall in den Grundzustand ergab. Das Erreichen des von Wallis et al. [83] bestimmten Limits ist mit einer MOT nicht möglich, da durch die Zeeman-Verschiebung im Quadrupolfeld die Atome bei ihrer Bewegung immer wieder in Resonanz geraten und ein Absorptions-/Emissionszyklus stattfinden kann. Dadurch bestimmt der Offset des Frequenzbandes zusammen mit dem Magnetfeldgradienten auch nicht die erreichbare Temperatur, sondern nur die Größe der Falle. Die minimale Temperatur war nach 10 bis 20 ms Kühldauer fast erreicht. Für längere Kühldauern nahmen Temperatur und auch die Zahl der Atome nur noch langsam ab. Bisher konnte eine Transfereffizienz von etwa 12 % experimentell realisiert werden. In einer Simulation wurde eine Transfereffizienz für die gegebene Konfiguration von 60 % berechnet [24]. Tägliche Schwankungen der erzielten Temperatur und Transfereffizienz aufgrund der mechanischen Stabilität des Aufbaus und der Fluktuationen des Magnetfeldes traten auf. Letztere lagen bei max. 4 μ T und konnten damit den Nulldurchgang der MOT für die Quenchkühlung um bis zu 2 mm verschieben.

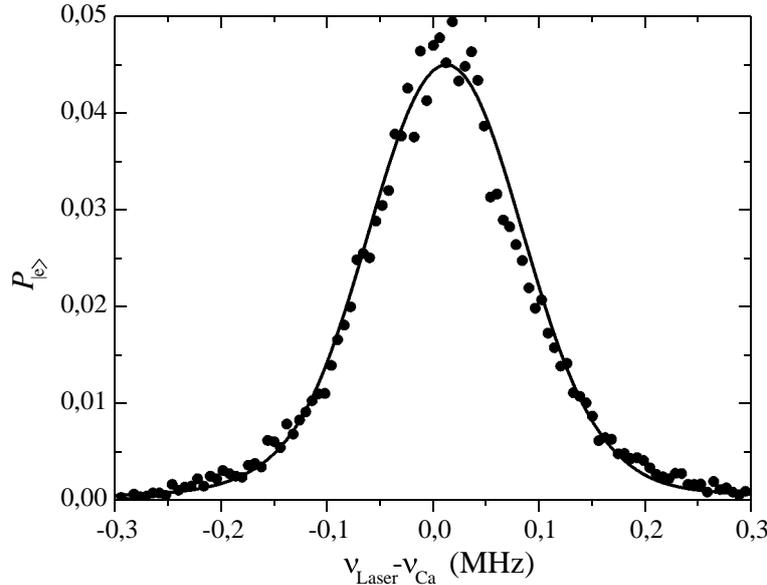


Abbildung 7.2: Gemessene Fluoreszenz (Punkte, nach Abzug eines Offsets, Höhe skaliert) und berechnete Anregungswahrscheinlichkeit (Linie) nach [50] für gauß-förmige Geschwindigkeitsverteilung mit $v_{rms} = 4,3$ cm/s.

Zur Messung der im Folgenden vorgestellten Daten wurde nach einer Kühldauer von 200 ms auf dem 423 nm-Übergang in etwa $100 \mu\text{s}$ das Quadrupolmagnetfeld auf den kleineren Wert umgestellt und dann für weitere 20 ms die Quenchkühlung durchgeführt. Nach einer Wartezeit von $500 \mu\text{s}$ begann die Spektroskopie. In der Wartezeit konnten nicht mit dem Quenchlaser rückgepumpte angeregte Atome in den Grundzustand gelangen, so dass ein zusätzliches Untergrundsignal vermieden werden konnte. Wie auch bei den doppler-gekühlten Atomen wurde die Fluoreszenz der angeregten Atome, die proportional zur Anregungswahrscheinlichkeit ist, detektiert.

7.2 Anregung mit einem Laserpuls

Die im Folgenden vorgestellten Messungen wurden mit theoretisch berechneten Werten nach Gl. 3.12 mittels numerischer Integration gemittelt über eine gaußsche Geschwindigkeitsverteilung verglichen. Es zeigte sich, dass bei typischen Anregungspulsbreiten, wie sie für die Atominterferometrie eingesetzt wurden, aufgrund der geringen Temperaturen im ultrakalten Ensemble die Form der Geschwindigkeitsverteilung nur noch geringen Einfluss auf die Spektren hatte. Benutzt man allerdings nur dreifach längere Pulse, so ist in den Messergebnissen im Vergleich zu den theoretischen Werten bereits der Einfluss der Abweichung von der gaußschen Geschwindigkeitsverteilung zu erkennen.

So zeigt Abb. 7.2 einen typischen Verlauf der Anregungswahrscheinlichkeit für eine Pulsbreite von $T_p = 12 \mu\text{s}$. Unter Vorgabe der aus dem Experiment bekannten Parameter $r_{rms} = 0,8$ mm sowie der Ortsverteilung der Intensität des Laserstrahls, der für $v = 0$ und $r = 0$ etwa einem $\pi/2$ -Puls entsprach, wurde $p_{|e\rangle}(\nu)$ berechnet und für die Anpassung an die Messergebnisse

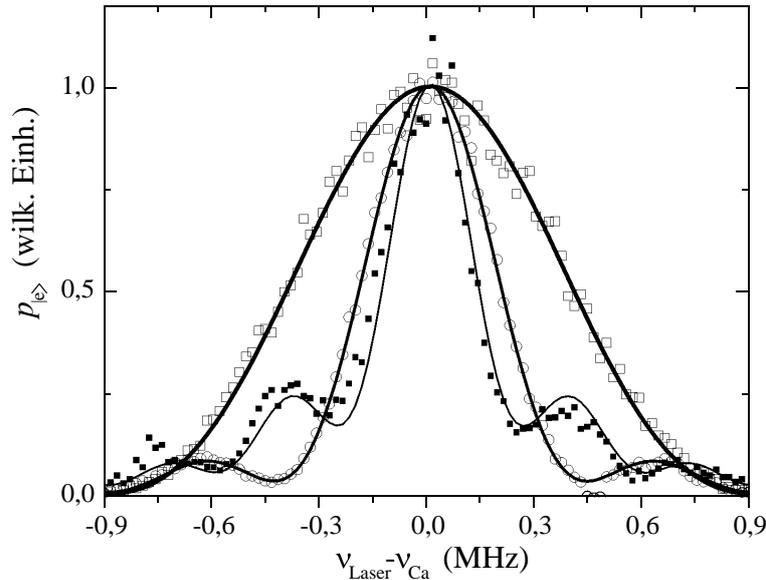


Abbildung 7.3: Gerechnete und gemessene Anregungsspektren als Funktion der Laserverstimmung für Laserpulse unterschiedlicher Länge T_p an ultrakaltem Ensemble mit abnehmender Halbwertsbreite $T_p = 1, 1 \mu\text{s}$, $2, 2 \mu\text{s}$ und $3, 3 \mu\text{s}$ und konstanter Laserintensität. Bei den Messergebnissen (Punkte) wurde ein gemeinsamer Offset abgezogen. Die Rechnungen (Linien) gelten für gauß-förmige Geschwindigkeitsverteilung mit $v_{rms} = 4,8 \text{ cm/s}$. Alle Kurven sind auf eine gemeinsame Peakhöhe skaliert.

v_{rms} variiert. Die Messdaten wurden nach Abzug eines Offsets in der Höhe skaliert. Aus der Anpassung ergab sich eine rms-Geschwindigkeit von etwa $4,3 \text{ cm/s}$. Da bei der gewählten Pulsbreite die halbe spektrale Halbwertsbreite HWHM des Rechteckpulses mit ca. 36 kHz um einen Faktor 2 unter der der Geschwindigkeitsverteilung im Frequenzraum lag, wurde die Form des Spektrums von der Geschwindigkeitsverteilung bestimmt, die von der gaußschen Verteilung abwich.

Bei kürzeren Pulsen im Bereich $1 \mu\text{s}$ lagen die HWHM bei etwa 450 kHz , so dass die Linienform von der Fourierbreite der Pulse bestimmt wurde. Abb. 7.3 zeigt den Vergleich zwischen gemessenen Pulsbreiten bei $1, 1 \mu\text{s}$, $2, 2 \mu\text{s}$ und $3, 3 \mu\text{s}$ und der Theorie mit angepasster rms-Geschwindigkeit von $4,8 \text{ cm/s}$. Für den Vergleich mit den Messungen wurde bei allen Punkten der gleiche Offset abgezogen und die Kurven einzeln in der Höhe skaliert. Bei den Pulslängen wurden etwa ein $\pi/2$ -, ein π - bzw. ein $3\pi/2$ -Puls erreicht mit Anregungswahrscheinlichkeiten auf der Resonanz aus der Berechnung von etwa $0,4$, $0,8$ bzw. $0,55$. Die sehr gute Übereinstimmung zwischen Theorie und Experiment wurde nur bei der längsten Pulsdauer durch den Einfluss der von der Gauß-Verteilung abweichenden Geschwindigkeitsverteilung vermindert.

Die Bestimmung der optimalen Pulslänge für einen $\pi/2$ -Puls für die Atominterferometrie erfolgte wie bei den kalten Atomen über die Messung der Rabi-Oszillationen als Funktion der Anregungswahrscheinlichkeit in Resonanz in Abhängigkeit von der Pulsdauer. Abb. 7.4 zeigt den gemessenen und den berechneten Verlauf für eine angepasste Geschwindigkeitsverteilung. Bei den Messwerten wurde wiederum ein Offset abgezogen und die Höhe skaliert. Im Vergleich zu den Rabi-Oszillationen bei den kalten Atomen (Abb. 3.1) ist aufgrund der um eine

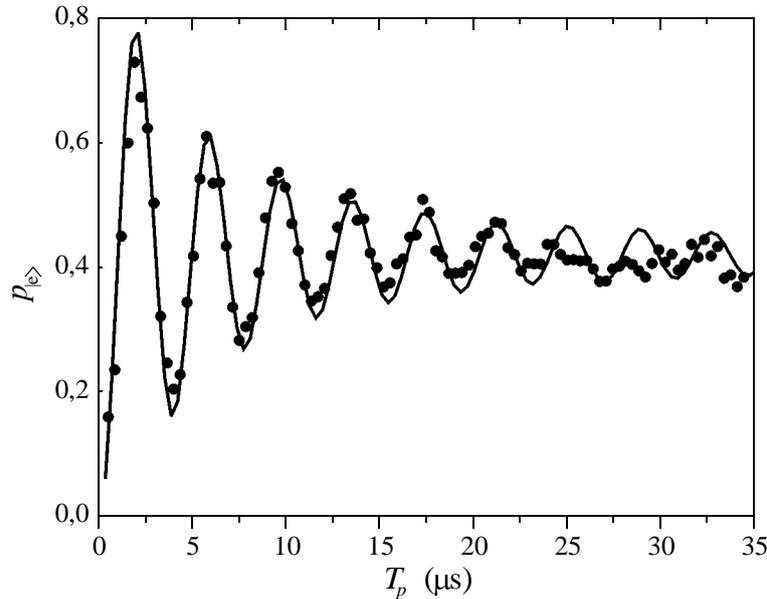


Abbildung 7.4: Rabi-Oszillationen als Funktion der Dauer T_p eines Rechtecklaserpulses zur Anregung eines Ensembles ultrakalter Atome. Punkte: Messungen (in der Höhe skaliert), Linie: Anregungswahrscheinlichkeit nach Gl. 3.12 integriert für gauß-förmige Geschwindigkeitsverteilung mit $v_{rms} = 7$ cm/s.

Größenordnung reduzierten Geschwindigkeitsverteilung eine deutlich höhere Anregungswahrscheinlichkeit und ein geringes Auswaschen der Oszillationen zu erwarten. Eine Auflösung der Oszillationen bis zur 7. Periode (ca. $22 \mu\text{s}$) wurde experimentell erreicht. Ein ähnlicher Verlauf zeigte sich in der berechneten Kurve für $v_{rms} = 7$ cm/s. Dabei lag v_{rms} deutlich über den angepassten Breiten der Geschwindigkeitsverteilungen für die Spektren (Abb. 7.2 und 7.3). Das Verschwinden der Oszillationen zeigte sich auch in der Theorie; dies allerdings erst ab ca. $40 \mu\text{s}$. Ein Einfluss der in der Theorie nicht berücksichtigten Offsetgeschwindigkeit oder Laserinstabilität könnten für das schnellere Abklingen der Oszillationen verantwortlich gewesen sein, das sich hier im Vergleich zu den Messung der Doppler-Spektren über die längeren Wechselwirkungszeiten auswirken konnte (siehe auch Abb. 7.4 und 7.6).

7.3 Atomares Shearing-Interferometer mit zwei Pulsen

Die Atominterferometrie mit der Methode von nur zwei getrennt oszillierenden Feldern nach Ramsey [51], die für die Spektroskopie am Mikrowellenübergang des Cs-Atoms eingesetzt wird, ist im Bereich optischer Frequenzen wegen des Einflusses des Doppler-Effektes im Allgemeinen nicht anwendbar. Durch die geringe Breite der Geschwindigkeitsverteilung konnten an den ultrakalten Atomen jedoch Interferenzen nach diesem Prinzip gemessen werden.

Überträgt man die Methode der getrennt oszillierenden Felder auf die Zeitdomäne, findet bei jedem Puls eine Aufspaltung der Materiewelle in eine Überlagerung aus Grund- und angeregtem Zustand statt. Zwischen dem ersten und dem zweiten Puls entwickeln sich die Phasen von Grund- und angeregtem Zustand unterschiedlich. Dabei geht die Verstimmung des anregenden Laserstrahls $\Delta\nu_L$ von der Übergangsfrequenz des Atoms und zusätzlich die

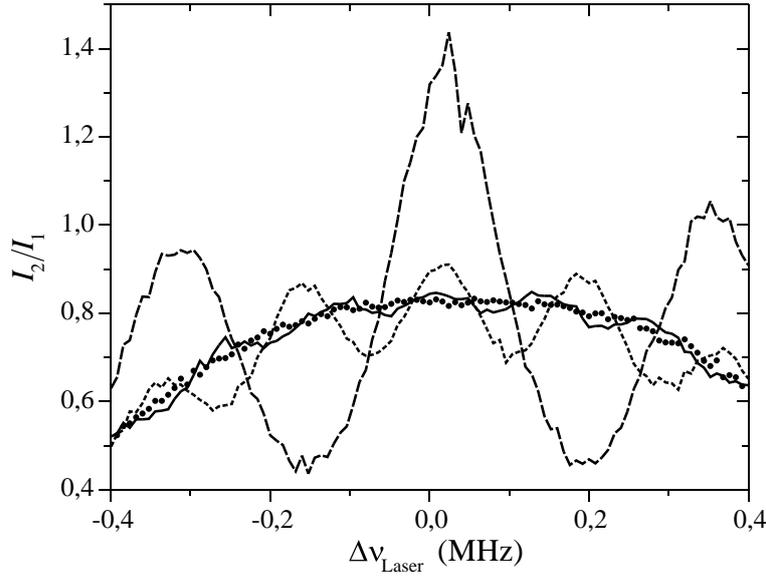


Abbildung 7.5: Atominterferometrie mit zwei parallelen $\pi/2$ -Pulsen ($1,3 \mu\text{s}$) für unterschiedliche Pulsabstände in Analogie zur optischen Shearing-Interferometrie. ($I_2/I_1 \approx (p_{|e\rangle} + U)/(1 - p_{|e\rangle} + U)$ mit $U \approx 0,35$ (siehe Text)). Mit abnehmendem Periodenabstand sind die Mittenabstände der Pulse $T = 2,7 \mu\text{s}$, $5,8 \mu\text{s}$ und $7,2 \mu\text{s}$ für die Linien sowie $T = 10,8 \mu\text{s}$ für die Punkte (Kontrast ≈ 0).

Doppler-Verstimmung $v_{\parallel}/\lambda_{Ca}$ durch die Geschwindigkeit des Atoms v_{\parallel} parallel zum k -Vektor des Laserstrahles mit ein. Der durch den Anregungspuls übertragene Photonenimpuls führt zu einem zusätzlichen Einfluss mit δ (Gl. 3.10). Zwischen den Anregungspulsen entwickelt sich eine Phasendifferenz zwischen Grund- und angeregtem Zustand von $2\pi(\Delta\nu_L - \delta - v_{\parallel}/\lambda_{Ca})T$. Bei der Überlagerung von Grund- und angeregtem Zustand durch den zweiten Puls kommt es zu einer Interferenz, die aufgrund der frequenzabhängigen Phasenverschiebung zu einer Modulation der Anregungswahrscheinlichkeit $p_{|e\rangle}$ mit der Verstimmung der Laserfrequenz führt. Es gilt für ein einzelnes Atom

$$p_{|e\rangle} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos(2\pi(\Delta\nu_L - \delta - v_{\parallel}/\lambda_{Ca})T + \Delta\Phi).$$

Hierbei wurde der Einfluss der Pulsdauer T_p mit $T_p \ll T$ und der Lebensdauer des angeregten Zustandes vernachlässigt. $\Delta\Phi$ berücksichtigt eine zusätzliche Phasenverschiebung zwischen den Anregungslaserpulsen.

Die Abhängigkeit von v_{\parallel} führt zu einem *Doppler-Dephasing* im atomaren Ensemble. Bei diesem waschen sich bei der Überlagerung der Interferenzsignale aller Atome mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten v_{\parallel} die Interferenzen aus. Mit der durch $\sqrt{2}v_{rms}$ gegebenen Streuung der Geschwindigkeitsverteilung verschwindet der Kontrast des Signals für $\sqrt{2}v_{rms}T \geq \lambda_{Ca}$. Bei den doppler-gekühlten Atomen konnten daher keine 2-Puls Ramsey-Interferenzen beobachtet werden. Durch die kleine Geschwindigkeitsverteilung bei den ultrakalten Atomen konnte das Doppler-Dephasing jedoch so weit reduziert werden, dass für Pulsabstände $T < 10 \mu\text{s}$ an neutralen Ca-Atomen erstmals Ramsey-Resonanzen beobachtet werden konnten. Die Si-

gnale sind in Abb. 7.5 aufgetragen. Sie wurden in ersten Messungen mit der in Abschnitt 7.5 vorgestellten neuen Detektionsmethode aufgenommen und nicht normiert. Die Kurven geben etwa $(I_2/I_1 \approx (p_{|e} + U)/(1 - p_{|e} + U))$ mit einem Untergrund $U \approx 0,35$ wieder.

Die Anregungspulse mit einer Breite von $1,3 \mu\text{s}$ waren als $\pi/2$ -Pulse eingestellt. Der Mittenabstand der Pulse von $T = 2,7 \mu\text{s}$, $5,4 \mu\text{s}$, und $7,2 \mu\text{s}$ entsprach Perioden von $1/T = 16\Delta_{rec}$, bzw. 8 und 6 Δ_{rec} . Bei einem Pulsabstand von $10,8 \mu\text{s}$ war kein Kontrast mehr vorhanden.

Nimmt man ein Verschwinden des Kontrastes zwischen 8 und $10 \mu\text{s}$ aufgrund des Doppler-Dephasing an, kann auf einen Wert für v_{rms} geschlossen werden, der zwischen $4,3 \text{ cm/s}$ und $5,7 \text{ cm/s}$ lag, und damit gut übereinstimmt mit den Werten für die Anpassungen der Kurven in Abb. 7.2 und 7.3.

Die Analogie zu einem optischen Shearing-Interferometer wird deutlich, wenn $\Delta\nu_L = 0$, $v_{\parallel} = 0$ und $\Delta\Phi = 0$ gesetzt wird. Der auf die angeregte Teilwelle übertragene Rückstoß führt zu einer zunehmenden räumliche Trennung $v_{rec}T$ der Teilwellen mit dem Pulsabstand. Die Überlagerung führt dann zu einem Interferenzsignal, das von der transversalen Scherung mit $v_{rec}T$ abhängt.

7.4 Frequenzabhängiges Atominterferometer mit vier Pulsen

Für die Anwendung der ultrakalten Atome im Frequenznormal ist das Anregungsspektrum eines asymmetrischen 4-Puls Atominterferometers relevant. Im Rahmen dieser Arbeit wurden zum ersten Mal solche Spektren an ultrakalten Ca-Atomen gemessen und mit berechneten Spektren verglichen.

7.4.1 Atominterferometrisches Spektrum

Abb. 7.6 zeigt die Ergebnisse einer solchen Messung zusammen mit der berechneten Anregungswahrscheinlichkeit für einen Pulsabstand von $20,5 \mu\text{s}$. Gemessen wurden 720 Punkte über den zentralen Bereich des Fourierspektrums der Rechteckpulse mit $T_p = 1,1 \mu\text{s}$.

Die Form der Einhüllenden ergibt sich aus der Kombination der mittleren Anregungswahrscheinlichkeit, die näherungsweise durch das Intensitätsspektrum der Rechteckpulse gegeben wird, und der Amplitude der Interferenzen, die vom Quadrat dieses Spektrums abhängen.

Gemessener und berechneter Verlauf stimmen gut überein. Die vorhandenen Abweichungen lassen sich z. T. auf die Schwankungen der Atomzahl während der ca. 40 Minuten dauernden Messung und das SNR (≈ 16 für 15 Mittelungen, 3 s pro Punkt) aufgrund der detektierten Photonen zurückführen. Eine in den Berechnungen nicht berücksichtigte eventuell vorhandene Offsetgeschwindigkeit bis zu 5 cm/s könnte die Kurvenform ebenfalls beeinflussen, und die Anregungswahrscheinlichkeit reduzieren.

In Abb. 7.6 ist zum Vergleich die berechnete Anregungswahrscheinlichkeit unter sonst gleichen Bedingungen für das doppler-gekühlte Ensemble mit eingetragen ($v_{rms} = 75 \text{ cm/s}$). Das atominterferometrische Spektrum ultrakalter Atome zeigt eine erheblich gesteigerte mittlere Anregungswahrscheinlichkeit p_{mean} sowie einen deutlich höheren Kontrast. Damit ist für das Frequenznormal mit ultrakalten Atomen im Prinzip eine deutlich höhere Stabilität zu erwarten. Dies soll im Folgenden genauer betrachtet werden.

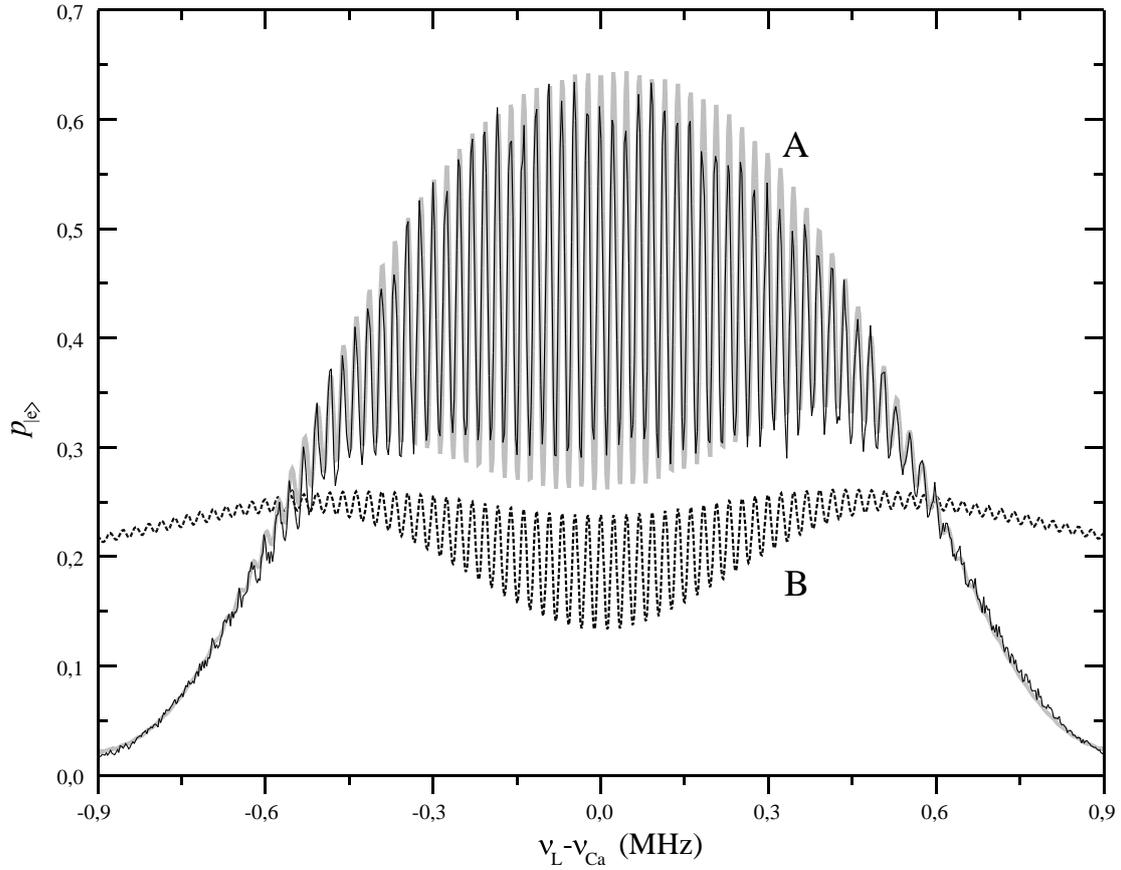


Abbildung 7.6: Anregungswahrscheinlichkeit $p_{|e\rangle}$ als Funktion der Laserfrequenz ν_L für ein Ensemble ultrakalter Atome im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer ($T_p = 1,1 \mu\text{s}$, $T = 20,5 \mu\text{s}$). A: Messung der Fluoreszenz der angeregten Atome (schwarze Linie), Offset abgezogen, zur Anpassung an das berechnete $p_{|e\rangle}$ in der Höhe skaliert und Frequenz um 1,4 kHz verschoben. Unterlegte hellgraue Linie: Berechnete $p_{|e\rangle}$ nach [50] gemittelt über ein Ensemble von 10000 Atomen mit einer Geschwindigkeitsverteilung von $v_{rms} = 7,5$ cm/s. B: berechnete $p_{|e\rangle}$ (gestrichelte Linie) für doppler-gekühltes Ensemble ($v_{rms} = 75$ cm/s).

7.4.2 Kontrast und Anregungswahrscheinlichkeit

Zur Berechnung der erreichbaren Stabilität wurden die Simulationen der Spektren genutzt, um Kontrast K und mittlere resonante Anregungswahrscheinlichkeit p_{mean} als Funktion des Pulsabstandes mit $T = n/(2\Delta_{rec})$ für die verschiedenen experimentell relevanten Geschwindigkeitsbreiten zu berechnen. Mit den Gleichungen aus Kapitel 4.2 wurden daraus die erreichbaren Stabilitäten bestimmt. Abb. 7.7 zeigt die berechnete mittlere Anregungswahrscheinlichkeit. Dabei ist als Pulsbreite $T_p = 1,1 \mu\text{s}$ angenommen worden, um die Bedingungen für die realistischerweise zur Verfügung stehenden Laserleistungen zu berücksichtigen. Da bei diesem Wert die Fourierbreite des Laserpulses die Doppler-Breite des Ensemble bereits deutlich übersteigt, bringt eine weitere Verkürzung der Pulsbreite praktisch keinen Gewinn mehr für K und p_{mean} . Wie im Experiment wurde für den mittleren Pulsabstand $T_s = 10 \mu\text{s}$ gewählt. Analog zu Abb. 7.7 sind in Abb. 7.8 die berechneten Kontraste aufgetragen. Der qualitative

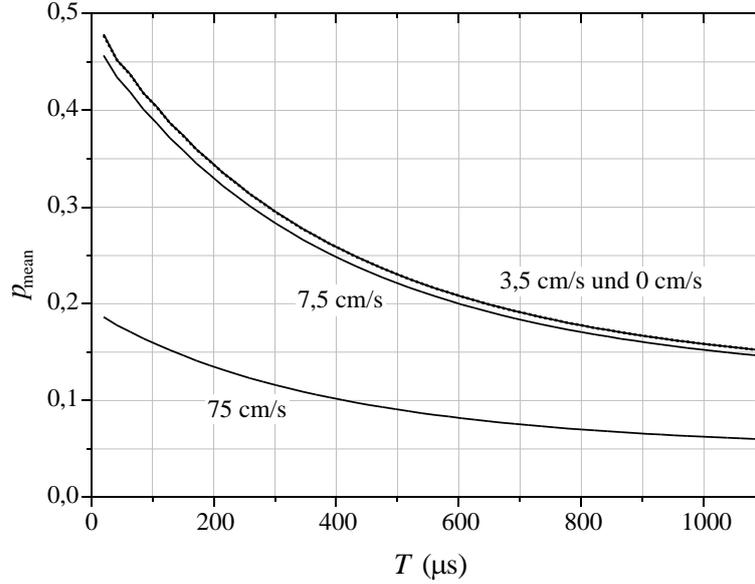


Abbildung 7.7: Mittlere Anregungswahrscheinlichkeit p_{mean} als Funktion des Pulsabstandes $T = n/(2\Delta_{rec})$ im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer, $T_p = 1,1 \mu s$ und $T' = 9 \mu s$. Simulation für Ensembles von 10000 Atomen mit gauß-förmigen Geschwindigkeitsverteilungen $v_{rms,1D}$ als Scharparameter. Die Kurven für 3,5 cm/s (gestrichelt, Limit der Quenchkühlung) und 0 cm/s liegen praktisch übereinander.

Verlauf lässt sich aus der unterschiedlichen Abnahmen des inkohärenten Untergrundes und des kohärenten Signals erklären.

Sowohl für das doppler-gekühlte ($v_{rms} \approx 75$ cm/s) als auch für das ultrakalte Ensemble ($v_{rms} \approx 7,5$ cm/s) sind zum Vergleich experimentell bestimmte Kontraste mit eingetragen. In beiden Fällen zeigt sich in den Messungen für kleine Pulsabstände ein Kontrast, der etwa 75 % des theoretisch möglichen Wertes beträgt. Dabei ist noch nicht geklärt, worin die Ursache für den verminderten Kontrast bei kleinen Pulsabständen liegt. Möglich wären nicht optimal eingestellte Rabi-Winkel oder Abweichungen der Laserpulse von der Rechteckform. Experimentell nimmt der Kontrast mit zunehmendem Pulsabstand in beiden Geschwindigkeitsbreiten deutlich schneller ab, als berechnet. Dies lässt sich durch das Rauschen des Spektroskopielasers erklären. Nach Sengstock et al. [54] gilt bei Annahme weißen Frequenzrauschens für das kohärente Signal S_{koh} im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer $S_{koh} \propto \exp(-2\pi\nu_{1/2}T)$ mit der vollen Halbwertsbreite $\nu_{1/2}$ einer lorentzförmig verbreiterten Linie des Lasers. Ein Exponentialfit an den Kontrast für die ultrakalten Atome (obere gestrichelte Linie in Abb. 7.8) ergibt eine Zeitkonstante von $1/(2\pi\nu_{1/2}) = (540 \pm 120) \mu s$ bzw. $\nu_{1/2} = (295 \pm 70)$ Hz. Zum Vergleich wurde eine skalierte Exponentialfunktion mit gleicher Zeitkonstante durch die Messwerte des Kontrastes des doppler-gekühlten Ensembles gelegt. Die Ergebnisse stellen eine obere Grenze für das Laserrauschen dar, da auch andere Effekte noch Einfluss auf den Kontrast haben können. Zudem hat bei der erreichten Linienbreite auch die Lebensdauer des angeregten Zustandes bereits einen Einfluss auf den Kontrast, wie am berechneten Verlauf von K zu erkennen ist.

Werden die genannten technischen Probleme vernachlässigt, so kann eine Abschätzung für die physikalischen Grenzen der Stabilität gemacht werden. Dies soll im folgenden Abschnitt

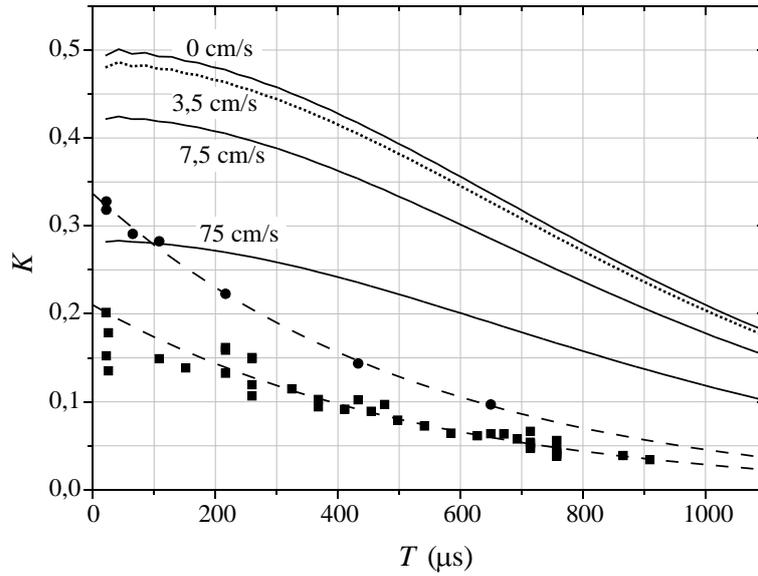


Abbildung 7.8: Kontrast als Funktion des Pulsabstandes $T = n/(2\Delta_{rec})$ im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer. Parameter wie in Abb. 7.7. Linien sind berechnete Werte aus einer Simulation für 10000 Atome. Der Scharparameter ist v_{rms} . Punkte: gemessener Kontrast am ultrakalten Ensemble für $v_{rms} \approx 7,5$ cm/s mit Exponential-Fit (obere gestrichelte Linie, Zeitkonstante $(540 \pm 120) \mu s$). Quadrate: gemessener Kontrast am doppler-gekühlten Ensemble für $v_{rms} \approx 75$ cm/s. Untere gestrichelte Linie: Exponential-Funktion mit gleicher Zeitkonstante wie der des Exponential-Fits.

geschehen.

7.4.3 Stabilität

Mit Gl. 4.11 und 4.12 kann aus den berechneten Werten für K und p_{mean} die erreichbare Stabilität unter Vernachlässigung zusätzlicher Rauschbeiträge bestimmt werden. Unter der Annahme idealer Bedingungen werden eine Atomzahl $N_0 = 3 \cdot 10^7$ und eine Messdauer pro gemessenem Wert von $\tau_1 = 25$ ms angenommen, so dass für eine Mittelungszeit von $\tau_n = 1$ s 40 Messungen möglich sind. Diese Werte erscheinen bei einem großen Fluss von Ca-Atomen unter Einsatz eines Zeeman-Abbremsers und einer Transfereffizienz für die Atome aus dem doppler-gekühlten in das ultrakalte Ensemble von 60 % möglich.

Abb. 7.9, b) zeigt die so berechnete erreichbare Instabilität für eine Mittelungszeit von 1 s als relative Allan-Standardabweichung $\sigma_y(2, \tau = 1 \text{ s})$. Unabhängig von der Geschwindigkeitsverteilung liegt die geringste Instabilität bei einer Auflösung von $\Delta/2 \approx 400$ Hz bzw. $T \approx 30/(2\Delta_{rec}) \approx 650 \mu s$. Dabei lässt sich selbst im idealen Fall durch den Übergang von doppler-gekühlten zu ultrakalten Atomen noch ein Faktor 3 in der Stabilität gewinnen (siehe auch Abschnitt 7.5 und 7.6).

Für das Geschwindigkeits-Limit der Quenchkühlung von 3,5 cm/s, das experimentell bereits erreicht wurde [24], scheint eine Allan-Standardabweichung möglich, die vom theoretischen Limit für ruhende Atome nur um wenige Prozent abweicht.

Zum Vergleich wurden für den gegenwärtigen Stand des Frequenznormals für das doppler-gekühlte und das ultrakalte Ensemble bei 7,5 cm/s relative Allan-Standardabweichungen be-

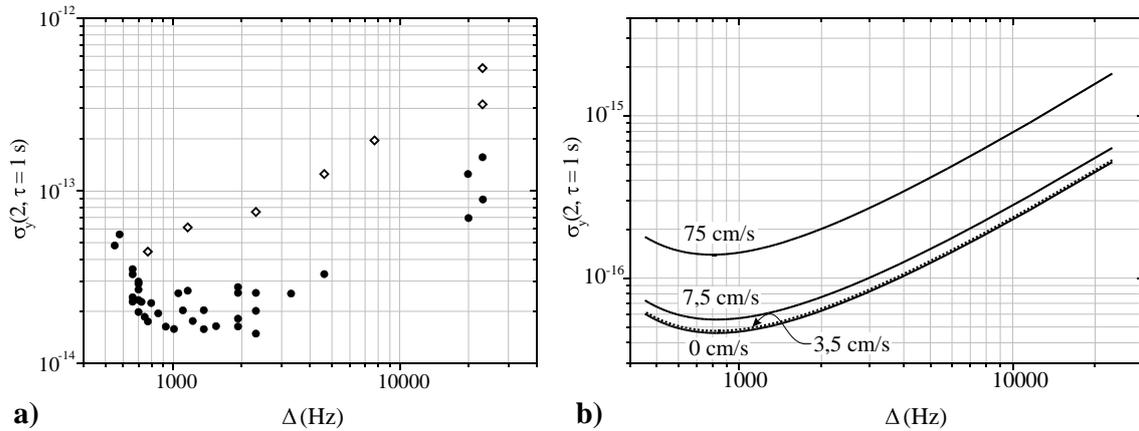


Abbildung 7.9: Relative Allan-Standardabweichung $\sigma_y(2, \tau)$ für $\tau = 1 \text{ s}$ als Funktion der Periode im Atominterferometer $\Delta_n = \Delta_{rec}/n \approx 1/2T_n$: a) mit Gl. 4.15 aus gemessenen Atominterferenzen bestimmt für doppler-gekühlte Atome (75 cm/s, Punkte) und für ultrakalte Atome (7 cm/s, offene Rauten), b) berechnet für den Idealfall mit $N_0 = 3 \cdot 10^7$ und 40 Messungen in 1 s aus den Ergebnissen in Abb. 7.7 und 7.8, Scharparameter ist v_{rms} .

rechnet, die mit Hilfe von Gl. 4.15 aus den Residuen von Cosinus-Fits an gemessenen Atominterferenzen bestimmt wurden (siehe auch Abb. 4.2). Diese wurden in Abb. 7.9, a) eingetragen. Es zeigte sich, dass die momentan realisierten Stabilitäten noch zwei bis drei Größenordnungen vom QPN-Limit entfernt waren.

Bei den doppler-gekühlten Atomen lag die im bisherigen Laborbetrieb realisierte Zahl der Atome N_0 etwa einen Faktor 2 unter dem idealerweise angenommenen Wert. Die Messzyklusrate lag bei 50/s. Darüber hinaus war aufgrund der Detektion mittels der Fluoreszenzphotonen die Detektionseffizienz für ein angeregtes Atom von 100 % noch nicht erreicht. Stattdessen wurde etwa jedes tausendste Photon vom Photomultiplier detektiert, was bei einer Auflösung von 12 kHz etwa einer Zahl von im Mittel 3500 gemessenen Photonen entsprach. Das Quantenprojektionsrauschen wurde daher vom Schrotrauschen der detektierten Photonen bei weitem übertroffen. Hinzu kam ein Beitrag durch die Schwankung der Zahl der Atome in der Falle zwischen den Messzyklen.

Im Falle der ultrakalten Atome verschärfte sich die Situation durch die Transfereffizienz von 12 %. Daher war einerseits N_0 etwa eine Größenordnung kleiner als bei den doppler-gekühlten Atomen (detektierte Photonenzahl bei 12 kHz Auflösung im Mittel 350). Zusätzlich war die Messzyklusrate auf 5/s begrenzt, da fast kein Wiedereinfang der Atome bei 1 m/s möglich war wie bei der einfachen Doppler-Kühlung; die schnellen Atome hatten nach 20 ms Quenchkühlung den Einfang-Bereich der MOT verlassen.

Bei beiden experimentell bestimmten Allan-Standardabweichungen fällt auf, dass die Instabilität zu höheren Auflösungen hin (kleineres Δ) weniger schnell abnahm als für die theoretischen Werte. Zudem lag das Minimum der Instabilität bei den doppler-gekühlten Atomen bei einer um einen Faktor 2 bis 3 geringeren Auflösung als die theoretischen Werte. Dies Verhalten passte zur schnellen Abnahme des Kontrastes aufgrund des Laserrauschens (Abb. 7.8). Für das Erreichen des berechneten QPN-Limits sind daher folgende Maßnahmen notwendig:

Die Erhöhung der Detektionseffizienz auf 100 %.

Eine Erhöhung der Zahl der Atome N_0 vor allem durch die Optimierung der Transfereffizienz in die ultrakalte MOT.

Eine Verbesserung der Laserinstabilität um mindestens zwei Größenordnungen.

Eine Stabilität des freilaufenden Lasers von etwa 2 Hz in 1 s wäre ausreichend für das Ca-Frequenznormal, da der Laser bei Messungen am QPN-Limit bereits nach einem Messzyklus mit einer relativen Schwankung von $3 \cdot 10^{-16}$ (150 mHz) an den Uhrenübergang angebunden werden könnte. Wären die Schwankungen des freilaufenden Lasers etwa einen Faktor 3 kleiner, so würden sie die Stabilität des Systems nicht mehr beeinträchtigen. Da die Laserfrequenz etwa alle 25 ms nach Ablauf eines Messzyklus wieder auf die Uhrenfrequenz zurückgestellt würde, müssten die Laserschwankungen in dieser Zeit kleiner sein als 50 mHz und linear hochskaliert auf eine Sekunde (z. B. bei Laserdrift) dürften sie nicht über 2 Hz liegen.

Hinzu kommt, dass eine Kurzzeitstabilität im Bereich von 1 ms von etwa 20 mHz notwendig wäre, um durch die Phasenfluktuationen des Lasers während einer Messung ($2T \approx 1,5 \mu\text{s}$) das durch das QPN-Limit gegebene SNR (etwa 4800 für eine Auflösung von 400 Hz) nicht zu verschlechtern.

7.5 Zustandsselektives Detektionsverfahren

Das Quantenprojektionsrauschlimit kann nur erreicht werden, wenn für jedes Atom der Zustand nach der Interferometrie mit der Wahrscheinlichkeit 1 detektiert werden kann. Damit kann die Anregungswahrscheinlichkeit aus der Kenntnis der Zahl der Atom und des Zustandes jedes einzelnen Atoms ermittelt werden. Mit der bisher angewandten Methode der Messung der Fluoreszenz beim Zerfall des angeregten Zustandes ist das Signal proportional zur Zahl der angeregten Atome, jedoch ist die tatsächliche Zahl der Atome im Ensemble nur grob bekannt und kann darüber hinaus von Messung zu Messung schwanken. Zudem wird pro angeregtem Atom nur ein Photon spontan emittiert, das mit einer Effizienz von etwa 10^{-3} detektiert wird. Das bedeutet, dass das Rauschen vom Schrotrauschen der detektierten Photonen begrenzt wird und nicht von der endlichen Zahl der Atome in der Falle. Zusätzlich ist noch ein Beitrag durch die Atomzahlschwankungen gegeben.

Um ein analoges Problem bei der Bestimmung des Zustandes eines einzelnen Ba-Ions zu lösen, haben Nagourney et al. [85] einen *shelved optical electron amplifier* realisiert, bei dem der Wechsel des Ions zwischen Grund- und angeregtem metastabilen Zustand (im Mittel alle 30 s) beobachtet werden konnte. Durch Einstrahlung eines Laserstrahles, der resonant war mit einem geschlossenen Grundzustandsübergang mit einer Streurrate bei Sättigung von etwa 10^8 Photonen/s, zeigte sich die Besetzung des Grundzustandes über die Streuung des Lichtes am Ion. Wurden keine Photonen mehr gestreut, war das Ion in den metastabilen Zustand gelangt.

Kurosu et al. [86] haben diese Technik für das Ca-Normal modifiziert, indem sie mit Hilfe der Detektion der Streuung resonanten Lichtes auf dem Kühlübergang ein Signal proportional zur Zahl der Grundzustandsatome erzeugten. Auch hier können bei Sättigung ca. 10^8 Photonen/s gestreut werden. Da beim doppler-gekühlten Ensemble nur etwa 20 % der Atome kohärent zum Signal beitragen (siehe Abb. 7.6), mussten zusätzlich in der Dunkelzeit zwischen den Pulspaaren die nicht angeregten Atome durch einen Beschleunigungslaserpuls auf dem Kühlübergang entfernt werden. Dabei wurde sowohl der inkohärente Untergrund als auch der hochfrequente Zweig des Atominterferometers entfernt. Der niederfrequente Zweig,

auf dem die Atome während der Dunkelzeit im angeregten Zustand waren, blieb dagegen unbeeinflusst. Für diesen wurde die Besetzung des Grundzustandes ausgelesen. Mit dieser Methode konnte ein großer Teil des Untergrundsignals entfernt werden. Eine Verbesserung des SNR um einen Faktor 4 wurde erreicht. Eine Verbesserung um einen Faktor 30, wie es aufgrund des Quantenprojektionsrauschens des atomaren Ensembles erwartet wurde, war dagegen nicht möglich, da das Spektroskopielaserrauschen und insbesondere die Schwankung der Atomzahl die Stabilität limitierten.

Bereits früher haben Sengstock et al. [54] den Kühlübergang am Mg genutzt, um mittels der Fluoreszenz auf diesem Übergang die Anregungswahrscheinlichkeit im Atominterferometer für den Uhrenübergang am Mg zu messen. Dabei wurde ausgenutzt, dass die effektiven Fallenverluste abhängig waren von der in der Atominterferometrie erreichten Anregungswahrscheinlichkeit in den langlebigen 3P_1 -Zustand des Uhrenniveaus. Dadurch hing das Verhältnis der Zahl der in zwei aufeinander folgenden Ladezyklen geladenen Atome ab von dieser Anregungswahrscheinlichkeit und konnte für die Detektion des Atominterferometersignals auf dem Kühlübergang genutzt werden, indem die Fallenfluoreszenz während der Ladezyklen detektiert wurde, was im Prinzip die Bestimmung einer normierten Anregungswahrscheinlichkeit erlaubte.

Um die Atomzahlschwankungen zu eliminieren haben Oates et al. [58] für das Ca-Normal eine andere Normierungsmethode angewandt, in dem sie die Streuung von Photonen auf dem Kühlübergang zur Bestimmung der Besetzung des Grundzustand vor und nach der Spektroskopie angewandt haben. Um eine Aufheizung des Ensembles durch den 1. Messpuls minimal zu halten, wurde mit einer stehenden Welle gemessen, außerdem der Anregungspuls um 15 MHz rotverstimmt und mit reduzierter Intensität gearbeitet. Eine Verbesserung um einen Faktor 12 gegenüber der Detektion der Fluoreszenz auf dem Uhrenübergang wurde erreicht.

Durch die Verwendung ultrakalter Atome ist ein neues zustandsselektives Detektionsverfahren für Erdalkaliatome möglich und im Rahmen dieser Arbeit realisiert worden. Die langsame Ausdehnung des ultrakalten Ensembles von nur etwa 0,1 mm in der typischen Spektroskopie und Detektionszeit von 2 ms, erlaubt es, sukzessive sowohl die Zahl der Atome im Grund- als auch im angeregten Zustand nach der Interferometrie innerhalb eines Messzyklus zu bestimmen. Eine Aufheizung des Ensembles durch einen Normierungspuls vor der Atominterferometrie entfällt. Daher kann die Frequenz des Detektionslasers sowohl auf Resonanz eingestellt als auch mit einer hohen Intensität betrieben werden.

Die Umsetzung dieser Methode erfolgt, indem direkt nach der Spektroskopie ein resonanter Laserpuls von 20 bis 50 μs Dauer die Atome im Grundzustand zur Fluoreszenz anregt, die mit einer Avalanche Photodiode (APD) gemessen wird. Gleichzeitig werden dadurch die Grundzustandsatome aus dem Detektionsbereich beschleunigt. Nach einer Pause von 1 bis 2 Lebensdauern des angeregten 3P_1 -Zustandes, haben die beschleunigten Grundzustandsatome den Detektionsbereich verlassen, während die auf dem Uhrenübergang angeregten und vom ersten Detektionspuls unbeeinflussten Atome in den Grundzustand gelangt sind und sich praktisch noch im Volumen des ursprünglichen Fallenensembles befinden. Mit einem zweiten Detektionspuls wird nun ihre Zahl bestimmt. Aus den beiden Werten kann dann für diesen Fallenzklus eine normierte Anregungswahrscheinlichkeit $p_{|e\rangle}$ berechnet werden.

Im Folgenden sollen die notwendigen technischen Voraussetzungen für das Erreichen des QPN-Limits beginnend mit der Mindestdauer eines Detektionspulses abgeschätzt werden.

Bei einer Auflösung von 400 Hz mit $T \approx 650 \mu\text{s}$ ist durch das QPN-Limit für $3 \cdot 10^7$ Atome ein SNR von etwa 4800 möglich. Um dieses mit dem Schrotrauschen der detektierten Photonen

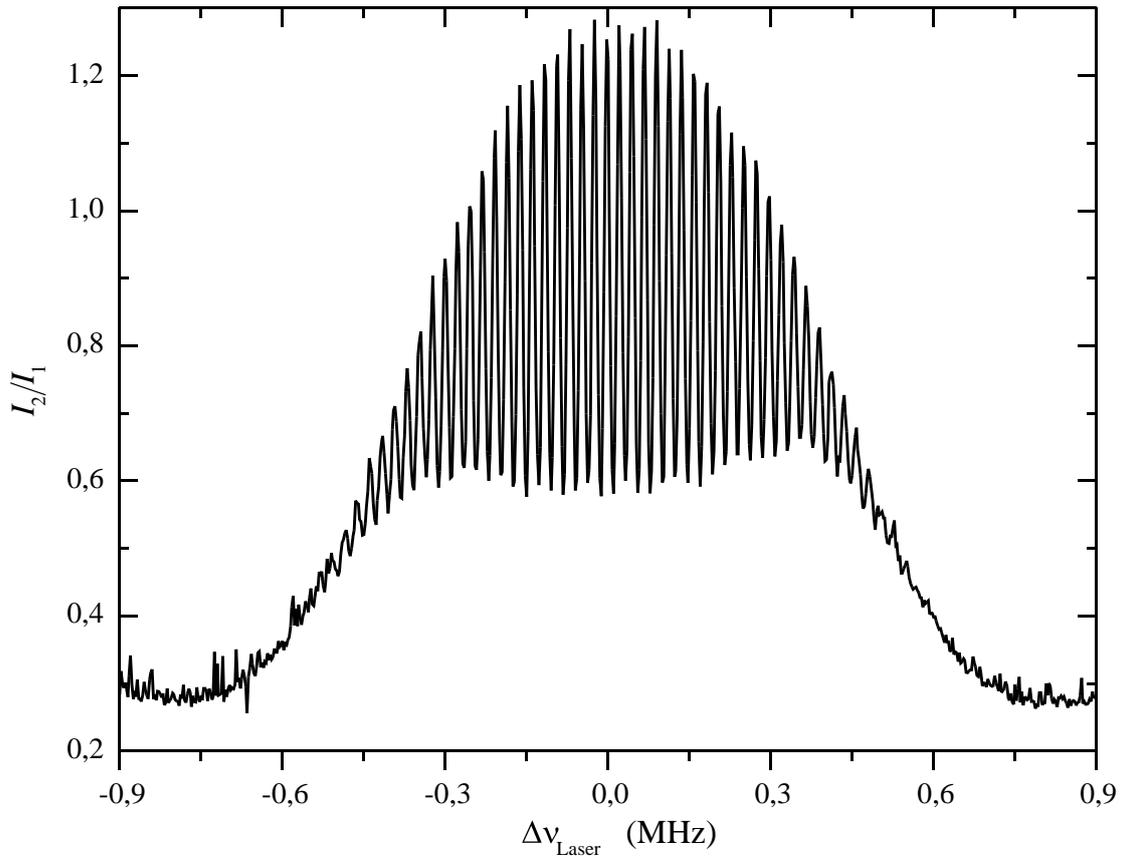


Abbildung 7.10: Anregungsspektrum des asymmetrischen 4-Puls Atominterferometers ($T = 20,3 \mu\text{s}$, $T_s = 8,7 \mu\text{s}$, $T_p = 1,3 \mu\text{s}$, $\Delta \approx 23 \text{ kHz}$) aufgenommen mit dem zustandsselektiven Detektionsverfahren (Detektionspulse $50 \mu\text{s}$, Abstand $500 \mu\text{s}$). Dargestellt ist das Verhältnis des Signals beim zweiten Detektionspuls ($I_2 \propto p_{|e\rangle} + U$) zu dem des ersten ($I_1 \propto 1 - p_{|e\rangle} + U$). Der Signaluntergrund führt zu $U \approx 0,35$. Die Messdauer pro Punkt betrug etwa $0,2 \text{ s}$.

um einen Faktor 2 zu übertreffen, müssen etwa $5 \cdot 10^7$ Photonen in einem Detektionspuls von der APD registriert werden. Nach der Interferometrie ist die kleinere Zahl der Atome im angeregten Zustand, etwa $6 \cdot 10^6$ (Abb. 7.7). Sättigungsintensität auf dem Kühlübergang ist 600 W/m^2 bzw. 2 mW in einem vollen $1/e^2$ -Strahldurchmesser von 2 mm , so dass eine Sättigung von 1 leicht erreicht werden kann. Von den Atomen wird dann eine Rate von $2,4 \cdot 10^{12}$ Photonen/s gestreut, die mit einer effektiven Detektionseffizienz von $4 \cdot 10^{-3}$ registriert werden. Dabei liegt die Quanteneffizienz der APD bei etwa 20 % für 423 nm und die Detektionsapertur erfasst ca. 4 % des gesamten Raumwinkels. Die Mindestdauer für einen Detektionspuls zum Erreichen des QPN-Limits beträgt somit etwa $20 \mu\text{s}$.

Um einen Untergrund aufgrund der Fluoreszenz des thermischen Atomstrahles zu vermeiden, sollte der Detektionspuls möglichst parallel zum Atomstrahl eingestrahlt werden.

Eine Herausforderung stellt die notwendige Intensitätstabilisierung bzw. Regelung der auf das Ensemble eingestrahlten Pulsenergie pro Messung mit einer relativen Schwankung von $< 10^{-4}$ dar. Die Frequenz darf dagegen in 1 ms zwischen den beiden Detektionspulsen um etwa $\pm 270 \text{ kHz}$ um die Resonanz schwanken, da die Linienbreite des Kühlüberganges 35 MHz

beträgt.

Abb. 7.10 zeigt ein Anregungsspektrum im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer, das mit diesem Detektionsverfahren ohne vorherige Optimierung aufgenommen wurde. Die Parameter stimmten mit denen für die Abb. 7.6 überein (11,6 kHz-Auflösung). Die Pulsbreite T_p betrug hier jedoch $1,3 \mu\text{s}$ statt $1,1 \mu\text{s}$, wodurch die Einhüllende etwas schmaler war. Dargestellt ist nicht die normierte Anregungswahrscheinlichkeit, sondern das Verhältnis zwischen der gemessenen Fluoreszenz des 2. Detektionspulses (angeregter Zustand) und des 1. Detektionspulses (Grundzustand). Da der Detektionspuls aufgrund experimenteller Gegebenheiten etwa in einem Winkel von 68 Grad zum Atomstrahl eingestrahlt wurde, war ein hoher Untergrund U vorhanden, wodurch das Verhältnis zwischen angeregtem und Grundzustand verzerrt wurde. Das Signal war etwa durch $(p_{|e\rangle} + U)/(1 - p_{|e\rangle} + U)$ mit $U \approx 0,35$ gegeben.

Während bei der Detektion der roten Fluoreszenz in Abb. 7.6 jeder Punkt 15 mal gemittelt wurde, konnte bei der Aufnahme mit der neuen Detektionsmethode auf eine Mittelung verzichtet werden. Dadurch wurde die Messzeit für die 720 Punkte von 40 Minuten auf 160 s verkürzt und gleichzeitig ein besseres SNR erreicht, bei dem im Gegensatz zu Abb. 7.6 die lokalen Maxima im Verlauf der unteren Einhüllenden wie sie aufgrund der Berechnungen nach [50] vorhanden sein sollten, deutlich zu erkennen waren.

Um eine Abschätzung für das erreichte SNR zu erhalten, wurden die Messpunkte unter der Annahme $I_2/I_1 \approx (p_{|e\rangle} + U)/(1 - p_{|e\rangle} + U)$ entzerrt und näherungsweise Werte für $p_{|e\rangle}$ daraus bestimmt. An den so ermittelten Verlauf der mittleren 5 Perioden der Anregungswahrscheinlichkeit wurde eine Cosinus-Funktion gefittet und aus den Residuen ein SNR bestimmt. Für eine Mittelungsdauer von $\tau = 1 \text{ s}$ (5 Mittelungen) berechnet sich unter Annahme eines $\sqrt{\tau}$ -Verhaltens $\text{SNR}(1 \text{ s}) = 73$. In Abb. 7.6 beträgt der entsprechend ermittelte 1 s Wert dagegen nur 9.

Verglichen mit den theoretischen Werten am QPN-Limit für die realisierten Parameter wie $p_{\text{mean}} \approx 0,4$ und $K \approx 0,35$ (aus Abb. 7.6) und $N_0 \approx 2 \cdot 10^6$ Atome folgt nach Gl. 4.14 für den 1 s-Wert mit 5 Mittelungen $\text{SNR}(1 \text{ s}) \approx 900$.

Zwar hat das Spektroskopielaserrauschen bei dem kurzen Pulsabstand noch kaum Einfluss auf das Rauschen. Das im Experiment um einen Faktor 12 kleinere SNR lässt sich jedoch durch den hohen Untergrund U bei der Detektion und die fehlende Intensitätsstabilisierung des Detektionslasers erklären.

Die noch ausstehende Optimierung für das neue zustandsselektive Detektionsverfahren sollte daher das für die angestrebte Detektionseffizienz von 100 % benötigte SNR ermöglichen.

7.6 Reduzierung des linearen Doppler-Effektes

Der Einsatz ultrakalter Atome im Frequenznormal ermöglicht die Reduzierung der Unsicherheit aufgrund des linearen Doppler-Effektes. Mit der um mehr als eine Größenordnung kleineren Breite der Geschwindigkeitsverteilung gegenüber der des doppler-gekühlten Ensembles können dominierende Beiträge durch den linearen Doppler-Effekt um zwei Größenordnungen reduziert werden (siehe Gl. 5.30).

Dies konnte im Rahmen dieser Arbeit mit Hilfe des phasenabhängigen symmetrischen 3-Puls Atominterferometers nachgewiesen werden. Dazu wurde die Krümmung des Spektroskopielaserstrahles gezielt auf $R_o \approx 10 \text{ m}$ erhöht. Mit dieser Einstellung wurde sowohl am doppler-gekühlten als auch am ultrakalten Ensemble die Phasenverschiebung Φ_{ooo} im symmetrischen Atominterferometer gemessen (Abb 7.11).

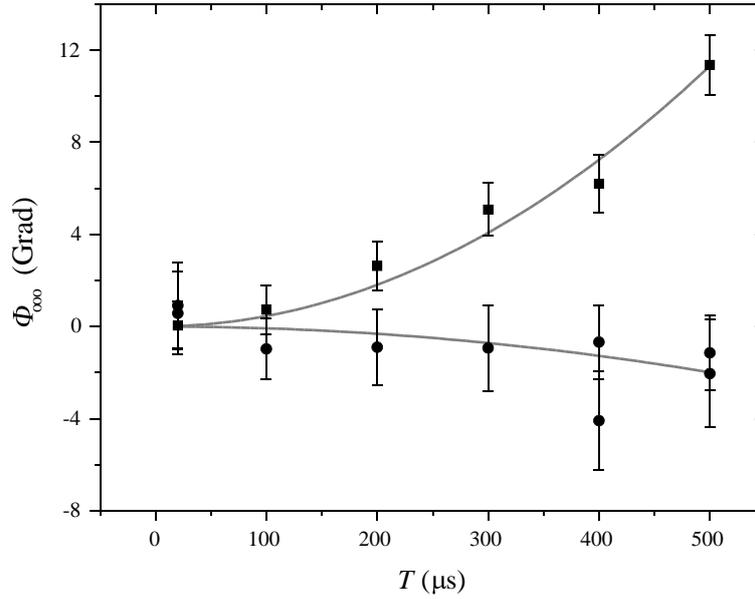


Abbildung 7.11: Phasenverschiebung Φ_{ooo} im symmetrischen 3-Puls Atominterferometer für $R_o = (12 \pm 5)$ m und $\alpha_o - 270$ Grad = $(0,09 \pm 0,05)$ Grad. Quadrate: doppler-gekühltes Ensemble $v_{rms,2D} = 1,1$ m/s; Punkte: ultrakaltes Ensemble $v_{rms,2D} = 7,5$ cm/s.

Während die 2D-Geschwindigkeitsverteilung senkrecht zum k -Vektor des Spektroskopiestrahles beim doppler-gekühlten Ensemble etwa 1,1 m/s betrug, lag sie beim ultrakalten Ensemble bei etwa 7,5 cm/s. Nach Gl. 5.22 lässt sich mit den Ergebnissen für das ultrakalte Ensemble aus der Krümmung der angefitteten Parabel mit $\frac{d\Phi_{ooo}}{d(T^2)} = (-8,0 \pm 4,3) \cdot 10^{-6}$ Grad/ μs^2 direkt der Winkel des Spektroskopielaserstrahles zur Gravitation zu $\alpha_o - 270$ Grad = $(0,09 \pm 0,05)$ Grad bestimmen. Im Gegensatz zum kalten Ensemble ist der Anteil der Verschiebung durch die Geschwindigkeitsverteilung so weit reduziert, dass er nur noch etwa so groß ist wie der bisher vernachlässigte Anteil durch $\vec{g}_\perp \vec{r}_\perp$. Beide zusammen tragen mit maximal $1,14 \cdot 10^{-6}$ Grad/ μs^2 zur Phasenverschiebung bei, während die höheren Ordnungen in T selbst für $T = 500 \mu s$ nur 0,06 Grad im Vergleich zur gesamten Verschiebung von 2 Grad beitragen. Die zunehmende Abweichung von 0 für die Phasenverschiebung am ultrakalten Ensemble in Abb. 7.11 (Punkte) folgt somit fast ausschließlich durch die Gravitation in Verbindung mit dem Winkel des Spektroskopiestrahles.

Die gleiche Verschiebung tritt beim doppler-gekühlten Ensemble auf (Quadrate in Abb. 7.11). Zusätzlich addiert sich aufgrund der Krümmung der Wellenfront und der großen Geschwindigkeitsverteilung eine größere gegenläufige Verschiebung. Ein Parabelfit an die Messergebnisse ergibt $\frac{d\Phi_{ooo}}{d(T^2)} = (45,2 \pm 4,1) \cdot 10^{-6}$ Grad/ μs^2 . Abzüglich des am ultrakalten Ensemble ermittelten Anteils für Winkel und Gravitation folgt nach Gl. 5.28 für den Anteil der Wellenfrontkrümmung $R_o = (12 \pm 5)$ m, was mit der Voreinstellung gut übereinstimmt.

Trotz der großen Krümmung der Wellenfront ist der Effekt bei den ultrakalten Atomen praktisch nicht mehr zu erkennen. Dies wirkt sich analog auf die Frequenzverschiebung im asymmetrischen 4-Puls Atominterferometer aus (Gl. 5.30).

7.7 Perspektiven für ein Frequenznormal mit ultrakalten Atomen

In den vorhergehenden Abschnitten wurde gezeigt, dass sich durch die Verwendung ultrakalter Atome neue Perspektiven für das Ca-Frequenznormal eröffnen. Im Folgenden sollen die notwendigen Schritte zur Minimierung der Unsicherheit aufgelistet und auf dieser Grundlage eine Abschätzung der prinzipiell erreichbaren Unsicherheit des Ca-Frequenznormals gegeben werden.

Reduzierung der Offset-Geschwindigkeiten. Die Messung der Doppler-Verteilung in drei Dimensionen mit gegenläufigen Laserstrahlen erlaubt die Justage des ultrakalten Ensembles in Hinsicht auf die Minimierung der Offsetgeschwindigkeiten und Asymmetrien in den Verteilungen. Mit verbessertem Signal-zu-Rauschverhältnis bei Anwendung der zustandsselektiven Detektionsmethode könnten bei Messungen mit Anregungspulsbreiten von 20 bis 30 μs Doppler-Spektren mit Breiten von 100 kHz ohne signifikante Verbreiterung durch die Laserpulse gemessen werden. Ihre Mittenfrequenzen könnten mit einer Unsicherheit von 1 kHz bestimmt werden, so dass sich die Schwerpunktsbewegung für alle Raumrichtungen auf $|v_0| \leq 1$ mm/s einstellen lassen sollten. Für eine solche Justage sind sechs unabhängige und mit gleichförmigen Intensitätsprofilen ausgestattete Kühlaserstrahlen Voraussetzung. Gleichzeitig könnte so die Minimierung der Temperatur erfolgen. Damit sollte sich ein $v_{rms,1D} = 3,5$ cm/s einstellen lassen, so dass für die Geschwindigkeitsverteilung senkrecht zu den k -Vektoren $v_{rms,2D} = 5$ cm/s angenommen werden könnte.

Offset-Position zwischen atomarem Ensemble und Laserstrahl. Bei einem vollen rms-Durchmesser des atomaren Ensembles von 1,6 mm und einem $1/e^2$ -Durchmesser des Laserstrahles von 4 mm lässt sich über die Messung der maximalen Anregungswahrscheinlichkeit in Abhängigkeit von der Strahlrichtung mit einer Unsicherheit von 10 % der Offsetradius mit einer verbleibenden Unsicherheit von $|\vec{r}_0| \leq 0,5$ mm minimieren.

Antiparallelität der Laserstrahlen. Eine Einstellung der Antiparallelität würde wie bisher über die Einkopplung in die gegenüberliegende Faser erfolgen. Mit verbesserter mechanischer Stabilität und einer empfindlicheren Justierbarkeit könnte eine Einkoppeleffizienz von 90 % der maximalen Effizienz eingestellt werden. Es bliebe eine restliche Unsicherheit der Antiparallelität im horizontalen Bereich von $1,3 \cdot 10^{-3}$ Grad.

Um das Potenzial der ultrakalten Atome für die erreichbare Unsicherheit des Frequenznormals voll nutzen zu können, ist es notwendig, weitere Verbesserungen vorzunehmen.

Justage der Wellenfrontkrümmungen. Es ist geplant mit Hilfe eines Shack-Hartmann-Sensors zur Bestimmung von Wellenfrontverläufen über Ausdehnungen von wenigen Millimetern, wie sie bei den Spektroskopielaserstrahlen gegeben sind, Wellenfrontkrümmungen zu minimieren. Standardmäßig erreicht werden mit solchen Systemen für sphärische Wellenfronten bereits Unsicherheiten, die $|1/R| \leq 1/70$ m⁻¹ entsprechen [87]. Das Potenzial eines solchen Systems wird zur Zeit an der PTB untersucht. Angestrebt sind Unsicherheiten entsprechend einem Wert von $|1/R| \leq 1/300$ m⁻¹. Dabei wurde angenommen, dass in jedem Element der Matrix des Sensors für eine sphärische Wellenfront

Effekt	Korrektur	Unsicherheit
Quadratischer Zeeman-Effekt Helmholtz-Feld	-2560 mHz	80 mHz
Quadratischer Stark-Effekt DC-Felder	+35 mHz	20 mHz
Umgebungstemperatur	+970 mHz	50 mHz
Kalte Stöße	-1800 mHz	260 mHz
Doppler-Effekt Offset	0	34 mHz
400 Hz Auflösung	0	135 mHz
Residuen	0	13 mHz
Linienform	0	50 mHz
Technische Einflüsse	0	100 mHz
total	-3355 mHz	330 mHz

Tabelle 7.1: Abschätzung eines Unsicherheitsbudgets und der notwendigen Korrekturen für ein Ca-Frequenznormal mit ultrakalten Ca-Atomen ($\vartheta \approx 6 \mu\text{K}$) unter optimierten Bedingungen (siehe Text).

der Abstand der Wellenfront mit einer Genauigkeit von $\lambda_{Ca}/100$ bestimmt werden kann. Für die Abweichung von der ebenen Wellenfront über eine Ausdehnung von 2 mm gilt dann $|1/R| \leq (2 \cdot \lambda_{Ca}/100)/(2 \text{ mm})^2$ [88]. Krümmungen könnten in wenigen Sekunden bestimmt werden, so dass eine Online-Vermessung und Justage der Wellenfronten möglich wäre.

Winkel zur Gravitation. Mit einer Kombination von Pentaprisma und Quecksilberspiegel ließe sich der Winkel eines horizontalen Laserstrahles zur Gravitation mit einer Unsicherheit von einer Winkelsekunde entsprechend $|\alpha_o - 270 \text{ Grad}| \leq 3 \cdot 10^{-4} \text{ Grad}$ einstellen.

Durch die konsequente Umsetzung dieser Vorschläge ließen sich die systematischen Effekte aufgrund des Doppler-Effektes soweit reduzieren, dass eine Korrektur der gemessenen Ca-Frequenzen überflüssig würde. Einsetzen der Werte in Gl. 5.23 zeigt, dass für eine Auflösung im Atominterferometer von etwa 400 Hz mit einem Pulsabstand von $T = 650 \mu\text{s}$ ($T_1 = 200 \mu\text{s}$, $T' = 10 \mu\text{s}$), die gesamte Unsicherheit aufgrund des linearen Doppler-Effektes unter Einbeziehung der Asymmetrie der Linienform im Anregungsspektrum des Atominterferometers weniger als 150 mHz ausmacht (Tab. 7.1). Damit würde das Unsicherheitsbudget durch andere Einflüsse dominiert (Tab. 5.2)

Die Temperaturstrahlung des Ofens am Ort der lasergekühlten Atome könnte durch den Einsatz eines Zeeman-Abbremsers und einer Umlenkung für die Atome und damit durch die Entfernung des Ofens aus dem Einflussbereich des gespeicherten atomaren Ensembles eliminiert werden.

Technische Probleme durch Resonatordriftänderung und Messdatenaufnahme ließen sich durch eine verbesserte Elektronik auf unter 100 mHz reduzieren.

Mit der erwarteten erheblich verbesserten Stabilität könnten systematische Untersuchungen der anderen Einflüsse Bestimmungen der Größen der Effekte und Korrekturen mit verringerter Unsicherheit erlauben.

Kalte Stöße könnten so an einer verbesserten Apparatur mit höherer atomarer Dichte genauer untersucht werden. Wird der Effekt mit $1,4 \cdot 10^{-15} \text{ Hz m}^3$ angesetzt (Kapitel 5.3), so wäre bei einer erreichbaren Dichte von $1 \cdot 10^{16} / \text{m}^3$ die Verschiebung 14 Hz. Bei einer Verringerung der Dichte um einen Faktor 10 ergäbe sich eine Frequenzdifferenz von etwa 12 Hz. Diese sollte sich in einer verbesserten Apparatur mit einer Unsicherheit von 0,5 Hz bestimmen lassen, so dass die Gesamtunsicherheit der Messung durch die Genauigkeit der Dichtebestimmung limitiert wäre, für die eine Unsicherheit von 10 % angenommen wird.

Für die Abschätzung der verbleibenden Unsicherheit bei der Frequenzmessung werde angenommen, dass $3 \cdot 10^7$ Atome in einem Volumen mit Radius 0,8 mm gespeichert würden mit einer Dichte bei einer Auflösung von 400 Hz mit $\rho_{T_1, T} \approx 1,3 \cdot 10^{15} / \text{m}^3$. Die Frequenzverschiebung läge bei 1,8 Hz und ließe sich mit einer Unsicherheit von 260 mHz korrigieren. Die Verschiebung durch den relativistischen Doppler-Effekt ist bei den ultrakalten Atomen auf etwa 25 μHz reduziert und daher in der Tabelle nicht mehr aufgeführt.

Damit lässt sich für ein Frequenznormal mit ultrakalten Atomen nach Optimierung aller Parameter eine relative Unsicherheit von $8 \cdot 10^{-16}$ abschätzen (7.1). Diese könnte mit der prinzipiell erreichbaren Stabilität bereits in einem einzelnen Messzyklus erreicht werden.

Kapitel 8

Zusammenfassung und Ausblick

Im Rahmen dieser Arbeit wurde die Übergangsfrequenz des ^{40}Ca unter Einsatz eines Ensembles kalter Atome (ca. 3 mK) mit der weltweit geringsten Unsicherheit realisiert. Es wurde gezeigt, wie der bisherige Stand durch den Einsatz ultrakalter Atome (6 bis 9 μK) weiter verbessert werden kann.

Für das Ca-Frequenznormal mit kalten Atomen wurden Verbesserungen am bestehenden Spektroskopielasersystem (Linienbreite von 200 Hz) und am Kühllasersystem (300 kHz Linienbreite) vorgenommen. Eine neue Vakuumapparatur wurde entwickelt, deren Restgasdruck ($< 10^{-9}$ mbar) eine Steigerung der Zeitkonstante für die Fallenverluste auf 300 ms bis 450 ms erlaubte. Mit den neuen MOT-Spulen und einer neu entwickelten Ansteuerung konnten schnelle Schaltzeiten für die Fallen- und Spektroskopie-Magnetfelder von unter 200 μs realisiert werden.

Mit den erzielten Verbesserungen wurde die Realisierung eines Quenchkühlverfahrens zur Erzeugung ultrakalter Ca-Atome möglich [46]. Insbesondere konnten detaillierte Untersuchungen dominierender frequenzverschiebender Effekte am ^{40}Ca -Frequenznormal mit kalten Atomen mit einer relativen Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-14}$ durchgeführt werden.

Die Untersuchungen umfassten den Einfluss kalter Stöße, dessen Unsicherheitsbeitrag um einen Faktor 5 auf $4 \cdot 10^{-15}$ reduziert werden konnte. Der Einfluss des AC-Stark-Effektes restlichen Kühllaserlichtes wurde untersucht, für den ein nicht unwesentlicher Beitrag zur Reproduzierbarkeit früherer Frequenzmessungen nachgewiesen werden konnte. Daher wurde eine Möglichkeit zur getakteten mechanischen Abschaltung der Kühllaserstrahlung installiert. Darüber hinaus wurde ein experimenteller Test des Einflusses der Schwarzkörperstrahlung des Ca-Ofens vorgenommen, der im Wesentlichen den erwarteten geringen Einfluss auf die Verschiebung der Frequenz des Uhrenüberganges bestätigte.

Ein Schwerpunkt lag auf der Untersuchung des Einflusses eines restlichen Doppler-Effektes. Durch die konsequente Anwendung eines nach Vorschlägen von Trebst [27] realisierten Schemas zur Identifizierung kleinster Phasenverschiebungen, konnten durch den Doppler-Effekt verursachte systematische Fehler mit einer Unsicherheit von weniger als $1 \cdot 10^{-14}$ abgeschätzt und korrigiert werden. Aufgrund einer restlichen Diskrepanz zwischen erwartetem Verhalten und Messergebnissen wurde ein weiterer Unsicherheitsbeitrag von $1,5 \cdot 10^{-14}$ hinzugefügt. Damit konnte das Unsicherheitsbudget für das Ca-Frequenznormal mit kalten Atomen um einen Faktor 5 reduziert werden.

Bei der phasenkohärenten Anbindung des Frequenznormal mit dem Frequenzkammgenerator

der PTB [36] an das Primärnormal der PTB, die Cs-Fontäne [8], wurde die Frequenz des Uhrenüberganges mit einer relativen Unsicherheit von $2 \cdot 10^{-14}$ gemessen. Für Mittelungszeiten größer 30 s lag die Stabilität bereits unterhalb dieser Genauigkeit. Auch bei Variation verschiedener Parameter ließ sich die Übergangsfrequenz deutlich innerhalb der systematischen Unsicherheit reproduzieren.

Damit konnte die Unsicherheit der Frequenzmessung gegenüber der letzten Messung der PTB von 1997 [30] um eine Größenordnung reduziert werden. Das Ergebnis wich nur um $1,5 \cdot 10^{-14}$ von dem der Ca-Frequenzmessung des NIST in Boulder, Colorado, USA, ab, bei der der Uhrenübergang mit einer Unsicherheit von $5,7 \cdot 10^{-14}$ gegen die Cs-Fontäne des NIST mit Hilfe eines Frequenzkammgenerators gemessen wurde [37].

Durch die Frequenzmessungen an der PTB und am NIST liefert das ^{40}Ca zur Zeit neben dem Wasserstoff die mit einem Neutralatom-Normal realisierte optische Frequenz mit der geringsten Unsicherheit. Diese wird dabei nur von denen der Uhrenfrequenzen der Einzelionen-Normale $^{171}\text{Yb}^+$ und $^{199}\text{Hg}^+$ übertroffen, deren Übergänge in ersten Messungen mit einer Unsicherheit von $1 \cdot 10^{-14}$ bestimmt werden konnten [38, 36].

Aufgrund des Einflusses des Doppler-Effektes und der kalten Stöße ist damit eine praktische Grenze für die systematische Unsicherheit des Ca-Frequenznormals mit kalten Atomen erreicht.

Mit der von uns [46, 24] erstmals realisierten Quenchkühlung von Ca-Atomen auf dem schmalbandigen Uhrenübergang konnten im Rahmen dieser Arbeit erstmals phasen- und frequenzabhängige Atominterferenzen an ultrakalten Ca-Atomen aufgenommen werden.

Es zeigte sich, dass der prinzipiell erreichbare maximale Kontrast in einem 4-Puls Atominterferometer von 0,5 durch den Einsatz der ultrakalten Atome mit ihrer geringen Doppler-Verbreiterung von nur etwa 100 kHz bereits zu 70 % realisiert werden konnte.

Die geringe Breite der Geschwindigkeitsverteilung wurde auch in der Messbarkeit von optischen 2-Puls Ramsey-Resonanzen deutlich, die trotz des Doppler-Dephasing noch bis zu Pulsabständen von mehr als $7,2 \mu\text{s}$ beobachtet werden konnten.

Die geringe zeitliche Ausdehnung des ultrakalten Ensembles erlaubte erstmals den Einsatz einer einfachen zustandsselektiven Detektionsmethode, welche die Möglichkeit bietet, die normierte Anregungswahrscheinlichkeit für den $^3\text{P}_1$ -Zustand zu bestimmen. In Abwandlung einer von Kurosu et al. [86] für die Verwendung an doppler-gekühlten Ca-Atomen vorgestellten Methode, die die Electron-Shelving-Technik [85, 89] nutzt, konnte in dieser Arbeit eine Verbesserung des Signal-zu-Rausch-Verhältnis erreicht und im Vergleich zur bisher verwendeten Methode der Detektion des Zerfalls der angeregten Atome über die Fluoreszenzphotonen die Messdauer um einen Faktor 15 verkürzt werden. Mit dieser Methode erscheint nun das Erreichen des Quantenprojektionsrauschlimits [52] möglich.

Mit Hilfe eines phasenempfindlichen 3-Puls Atominterferometers konnte nachgewiesen werden, dass bei den um einen Faktor 15 reduzierten Geschwindigkeiten im ultrakalten Ensemble der systematische Fehler durch den von der Geschwindigkeitsverteilung abhängigen Anteil am Doppler-Effekt gegenüber dem Einfluss der Beschleunigung durch die Gravitation vernachlässigbar wird.

Ein Vergleich der gemessenen Spektren ultrakalter Atome mit einem Modell nach [50], bei dem die thermische Verbreiterung des Ensembles berücksichtigt wurde, zeigte eine gute Übereinstimmung. Das Modell wurde daher verwendet, um für das Ca-Frequenznormal mit ultrakalten Atomen eine Vorhersage für das theoretisch erreichbare Limit der Stabilität ge-

geben durch das Quantenprojektionsrauschen zu machen. Dabei zeigte sich, dass bei einer Auflösung im Interferometer von etwa 400 Hz für realistische Fallenparameter ein Limit der Stabilität von $5 \cdot 10^{-17}$ in 1 s möglich sein sollte.

Der Vergleich zwischen theoretisch erreichbarem und tatsächlich gemessenem Kontrast zeigte auch, dass die zur Zeit erreichte Stabilität von wenigen 10^{-14} in 1 s u. a. begrenzt war durch das Rauschen des Spektroskopielasers. Darüber hinaus lieferten die geringe Detektionseffizienz der verwandten Detektionsmethode und die Atomzahlschwankungen größere Beiträge zum Rauschen.

Der Einsatz ultrakalter Atome und die Verwendung der neuen Detektionsmethode erlauben nach Optimierung des Systems erhebliche Fortschritte in der Verbesserung des Ca-Frequenznormales. Zur Zeit wird an einer Methode zur Verbesserung der Wellenfrontebenheit der Spektroskopielaserstrahlen gearbeitet, mit der das Erreichen eines Radius $|R| \geq 300$ m angestrebt wird [48]. Darüber hinaus befindet sich ein Spektroskopielasersystem im Aufbau, für das eine Linienbreite von 1 Hz angestrebt wird. Diese Maßnahmen sollten eine Reduzierung der Unsicherheit um einen weiteren Faktor 25 auf $8 \cdot 10^{-16}$ verbunden mit einer Stabilität von $5 \cdot 10^{-17}$ in 1 s erlauben.

Damit würde u. a. der Einsatz des Ca-Frequenznormals als optische Uhr möglich, mit der nicht nur die Unsicherheit der bestehenden Cs-Fontänen als Primärnormale für Zeit und Frequenz erreicht werden könnte, sondern diese auch in weniger als 1 s und damit 20000 mal schneller als mit den Cs-Fontänen realisiert werden könnte. In Kombination mit einem Frequenzkammgenerator könnte die Stabilität und Unsicherheit ohne Verluste in den elektronisch erschlossenen Radiofrequenzbereich übertragen werden.

Weiterhin wären Tests der allgemeinen Relativitätstheorie und des Äquivalenzprinzips mit kleinsten Unsicherheiten im Labormaßstab möglich. Als Beispiel sei die Messung einer oberen Grenze für die Änderung der Feinstrukturkonstante α erwähnt.

Bis heute haben geochemische Messungen auf der Grundlage der Dauer astronomischer Zeitskalen eine obere Grenze von unter $10^{-16}/\text{a}$ [17] ergeben. Andererseits haben astronomische Messungen auf der Grundlage astronomischer Raum- und Zeitskalen Hinweise auf das Vorhandensein einer Drift von $(-2, 2 \pm 5, 1) \cdot 10^{-16}/\text{a}$ [16] geliefert. Nach Dzuba et al. [90] würde sich eine Drift von α von $1 \cdot 10^{-15}/\text{a}$ in einer Änderung der Frequenz des Uhrenüberganges beim Ca von 0,0122 Hz/a und beim $^{171}\text{Yb}^+$ von 0,67 Hz/a äußern. Dies entspräche einer relativen Frequenzverschiebung der beiden Frequenznormale von $1,4 \cdot 10^{-15}/\text{a}$. Mit den angestrebten Unsicherheiten für das Ca-Frequenznormal und den Yb-Einzelionennormal der PTB sollte sich ein solcher Effekt bei zwei Messungen der beiden Frequenznormale gegeneinander mit Hilfe des Frequenzkammgenerators der PTB innerhalb von zwei Jahren mit geringer Unsicherheit auflösen lassen. Dies wäre im Vergleich zu den bisherigen Messungen eine Bestimmung der momentanen Drift, und würde dabei den Einfluss räumlicher Schwankungen praktisch ausschließen.

Diese Beispiele zeigen nur einen kleinen Ausschnitt aus dem großen Potenzial, das sich für ein Ca-Frequenznormal mit ultrakalten Atomen bereits in naher Zukunft eröffnen kann.

Literaturverzeichnis

- [1] D. Sobel and W. J. H. Andrewes, *Längengrad. Die illustrierte Ausgabe*, Berlin Verlag, Berlin, 1999.
- [2] L. Essen and J. V. L. Parry, “The caesium frequency standard”, in *NPL News*, vol. 65, National Physics Laboratory, Teddington, UK, September 1955.
- [3] A. Scheibe and U. Adelsberger, “Schwankungen der astronomischen Tageslänge und der astronomischen Zeitbestimmung nach den Quarzuhren der Physikalisch–Technischen Reichsanstalt”, *Physikal. Zeitschrift* **37**, pp. 185–203, 1936.
- [4] Bureau International des Poids et Mesures, ed., *Comptes Rendus des séances de la 13^e CGPM*, (Pavillon de Breteuil, F-92310 Sèvres, France), BIPM, 1967/1968.
- [5] A. Bauch, B. Fischer, T. Heindorff, and R. Schröder, “Performance of the PTB reconstructed primary clock CS1 and an estimate of its current uncertainty”, *Metrologia* **35**, pp. 829–845, 1998.
- [6] A. Clairon, C. Salomon, S. Guellati, and W. D. Phillips, “Ramsey resonance in a Zacharias fountain”, *Europhys. Lett.* **16**, pp. 165–170, 1991.
- [7] A. Clairon, S. Ghezali, G. Santarelli, P. Laurent, S. N. Lea, M. Bahoura, E. Simon, S. Weyers, and K. Szymaniec, “Preliminary accuracy evaluation of a cesium fountain frequency standard”, in *Proceedings of the 5th Symposium on Frequency Standards and Metrology*, J. C. Bergquist, ed., pp. 49–59, World Scientific, (Singapore), 1996.
- [8] S. Weyers, U. Hübner, R. Schröder, C. Tamm, and A. Bauch, “Uncertainty evaluation of the atomic caesium fountain CSF1 of the PTB”, *Metrologia* **38**, pp. 343 – 352, 2001.
- [9] P. T. H. Fisk, “Trapped–ion and trapped–atom microwave frequency standards”, *Rep. Prog. Phys.* **60**, pp. 761–817, 1997.
- [10] H. Schnatz, B. Lipphardt, J. Helmcke, F. Riehle, and G. Zinner, “First phase–coherent frequency measurement of visible radiation”, *Phys. Rev. Lett.* **76**, pp. 18–21, 1996.
- [11] R. J. Rafac, B. C. Young, J. A. Beall, W. M. Itano, D. J. Wineland, and J. C. Bergquist, “Sub-dekahertz ultraviolet spectroscopy of $^{199}\text{Hg}^+$ ”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, pp. 2462–2465, 2000.
- [12] D. de Beauvoir, F. Nez, L. Julien, B. Cagnac, F. Biraben, D. Touahri, L. Hilico, O. Acaf, A. Clairon, and J. J. Zondy, “Absolute frequency measurement of the 2S–8S/D transitions in hydrogen and deuterium: New determination of the Rydberg constant”, *Phys. Rev. Lett.* **78**, pp. 440–443, 1997.

- [13] T. Udem, A. Huber, B. Gross, J. Reichert, M. Prevedelli, M. Weitz, and T. W. Hänsch, “Phase-coherent measurement of the hydrogen 1S-2S transition frequency with an optical frequency interval divider chain”, *Phys. Rev. Lett.* **79**, pp. 2646–2649, 1997.
- [14] M. Kasevich and S. Chu, “Measurement of the gravitational acceleration of an atom with a light-pulse atom interferometer”, *Appl. Phys. B* **54**, pp. 321–332, 1992.
- [15] V. A. Dzuba and V. V. Flambaum, “Atomic optical clocks and search for variation of the fine-structure constant”, *Phys. Rev. A* **61**, pp. 034502–1–034502–3, 2000.
- [16] J. K. Webb, V. V. Flambaum, C. W. Churchill, M. J. Drinkwater, and J. D. Barrow, “Search for time variation of the fine structure constant”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, pp. 884–887, 1999.
- [17] T. Damour and F. Dyson, “The Oklo bound on the time variation of the fine-structure constant revisited”, *Nucl. Phys. B* **480**, pp. 37–54, 1996.
- [18] J. D. Prestage, R. L. Tjoelker, and L. Maleki, “Atomic clocks and variations of the fine structure constant”, *Phys. Rev. Lett.* **74**, pp. 3511 – 3514, 1995.
- [19] W. J. Marciano, “Time variation of the fundamental “constants” and Kaluza–Klein theories”, *Phys. Rev. Lett.* **52**, pp. 489–491, 1984.
- [20] S. M. Carroll, “Quintessence and the rest of the world: Suppressing long-range interactions”, *Phys. Rev. Lett.* **81**, pp. 3067 – 3070, 1998. arXiv:astro-ph/9806099.
- [21] C. Tamm, D. Engelke, and V. Böhner, “Spectroscopy of the electric-quadrupole transition $^2S_{1/2}(F=0) - ^2D_{3/2}(F=2)$ in trapped $^{171}\text{Yb}^+$ ”, *Phys. Rev. A* **61**, pp. 053405–1–9, 2000.
- [22] E. L. Raab, M. Prentiss, A. Cable, S. Chu, and D. E. Pritchard, “Trapping of neutral sodium atoms with radiation pressure”, *Phys. Rev. Lett.* **59**, pp. 2631–2634, 1987.
- [23] A. M. Steane and C. J. Foot, “Laser cooling below the Doppler limit in a magneto-optical trap”, *Europhys. Lett.* **14**, p. 231, 1991.
- [24] T. Binnewies, G. Wilpers, U. Sterr, F. Riehle, J. Helmcke, T. E. Mehlstäubler, E. M. Rasel, and W. Ertmer, “Doppler cooling and trapping on forbidden transitions”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, p. 123002, 2001.
- [25] G. Zinner, “Ein optisches Frequenznormal auf der Basis lasergekühlter Calciumatome”, PTB-Bericht PTB-Opt-58, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1998.
- [26] L. Hollberg, C. W. Oates, E. A. Curtis, E. N. Ivanov, S. A. Diddams, T. Udem, H. G. Robinson, J. C. Bergquist, R. J. Rafac, W. M. Itano, R. E. Drullinger, and D. J. Wineland, “Optical frequency standards and measurements”, *IEEE J. Quantum Electron.* **37**, pp. 1502–1513, 2001.
- [27] T. Trebst, “Atominterferometrie im Zeitbereich”, PTB-Bericht PTB-Opt-60, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1999.

- [28] F. Riehle, H. Schnatz, B. Lipphardt, G. Zinner, T. Trebst, T. Binnewies, G. Wilpers, and J. Helmcke, “The optical Ca frequency standard”, in *Proceedings of the 1999 Joint Meeting of the European Frequency and Time Forum and The IEEE International Frequency Control Symposium*, pp. 700–705, EFTF co/Société Française des Microtechniques et de Chronométrie (SFMC), (26 Chemin de l’Epitaphe, 25030 BESANCON CEDEX - FRANCE), 1999.
- [29] J. E. Bernard, A. A. Madej, L. Marmet, B. G. Whitford, K. J. Siemsen, and S. Cundy, “Cs– based frequency measurement of a single, trapped ion transition in the visible region of the spectrum”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, pp. 3228–3231, 1999.
- [30] F. Riehle, H. Schnatz, B. Lipphardt, G. Zinner, T. Trebst, and J. Helmcke, “The optical calcium frequency standard”, *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM 48**, pp. 613–617, 1999.
- [31] S. A. Diddams, D. J. Jones, J. Ye, S. T. Cundiff, and J. L. Hall, “Direct link between microwave and optical frequencies with a 300 THz femtosecond laser comb”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, pp. 5102–5105, 2000.
- [32] J. Reichert, M. Niering, R. Holzwarth, M. Weitz, T. Udem, and T. W. Hänsch, “Phase coherent vacuum–ultraviolet to radio frequency comparison with a mode–locked laser”, *Phys. Rev. Lett.* **84**, pp. 3232–3235, 2000.
- [33] J. von Zanthier, T. Becker, M. Eichenseer, A. Y. Nevsky, C. Schwedes, E. Peik, H. Walther, R. Holzwarth, J. Reichert, T. Udem, T. W. Hänsch, P. V. Pokasov, M. N. Skvortsov, and S. N. Bagayev, “Absolute frequency measurement of the In^+ clock transition with a mode–locked laser”, *Opt. Lett.* **25**, pp. 1729–1731, 2000.
- [34] J. Stenger, T. Binnewies, G. Wilpers, F. Riehle, H. R. Telle, J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stentz, “Phase-coherent frequency measurement of the Ca intercombination line at 657 nm with a Kerr-lens mode-locked laser”, *Phys. Rev. A* **63**, p. 021802(R), 2001.
- [35] J. Stenger, H. Schnatz, C. Tamm, and H. R. Telle, “Ultra-precise measurement of optical frequency ratios”, *Phys. Rev. Lett.* **88**, pp. 073601–1–073601–4, 2002.
- [36] J. Stenger, C. Tamm, N. Haverkamp, S. Weyers, and H. R. Telle, “Absolute frequency measurement of the 435.5 nm $^{171}\text{Yb}^+$ clock transition with a Kerr-lens mode-locked femtosecond laser”, *Opt. Lett.* **26**, pp. 1589 – 1591, 2001.
- [37] T. Udem, S. A. Diddams, K. R. Vogel, C. W. Oates, E. A. Curtis, W. D. Lee, W. M. Itano, R. E. Drullinger, J. C. Bergquist, and L. Hollberg, “Absolute frequency measurement of the Hg^+ and Ca optical clock transitions with a femtosecond laser”, *Phys. Rev. Lett.* **86**, pp. 4996 – 4999, 2001.
- [38] S. A. Diddams, T. Udem, J. C. Bergquist, E. A. Curtis, R. E. Drullinger, L. Hollberg, W. M. Itano, W. D. Lee, C. W. Oates, K. R. Vogel, and D. J. Wineland, “An optical clock based on a single trapped $^{199}\text{Hg}^+$ ion”, *Science* **293**, pp. 825–828, 2001.
- [39] K. Zeiske, “Atominterferometrie in statischen elektrischen Feldern”, PTB–Bericht PTB–Opt–48, Physikalisch–Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 1995.
- [40] A. Noble and M. Kasevich, “UHV optical window seal to conflat knife edge”, *Rev. Sci. Instrum.* **65**, pp. 3042–3043, 1994.

- [41] W. Demtröder, *Laserspektroskopie*, Springer, Berlin, Heidelberg, New York, 2000.
- [42] N. Beverini and F. Strumia, “High precision measurements of the Zeeman effect in the Calcium metastable states”, in *Interaction of Radiation with Matter, A Volume in honour of A. Gozzini*, Quaderni della Scuola Normale Superiore de Pisa, pp. 361–373, (Pisa), 1987.
- [43] T. W. Hänsch and B. Couillaud, “Laser frequency stabilization by polarization spectroscopy of a reflecting reference cavity”, *Opt. Commun.* **35**, pp. 441–444, 1980.
- [44] G. Zinner, T. Binnewies, F. Riehle, and E. Tiemann, “Photoassociation of cold Ca atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **85**, pp. 2292–2295, 2000.
- [45] J. Helmcke, J. J. Snyder, A. Morinaga, F. Mensing, and M. Gläser, “New ultra-high resolution dye laser spectrometer utilizing a non-tunable reference resonator”, *Appl. Phys. B* **43**, pp. 85–91, 1987.
- [46] T. Binnewies, “Neuartige Kühlverfahren zur Erzeugung ultrakalter Ca-Atome”, PTB-Bericht PTB-Opt-65, Physikalisch-Technische Bundesanstalt, Braunschweig, 2001.
- [47] F. Bayer-Helms, H. Darnedde, and G. Exner, “Längenstabilität bei Raumtemperatur von Proben der Glaskeramik Zerodur”, *Metrologia* **21**, pp. 49–57, 1985.
- [48] H. Stoehr. PTB-Bericht, 2002. Dissertation in Vorbereitung.
- [49] C. J. Bordé, “Atomic interferometry with internal state labelling”, *Phys. Lett. A* **140**, pp. 10–12, 1989.
- [50] C. J. Bordé, C. Salomon, S. Avrillier, A. Van Lerberghe, C. Bréant, D. Bassi, and G. Scoles, “Optical Ramsey fringes with travelling waves”, *Phys. Rev. A* **30**, pp. 1836–1848, 1984.
- [51] N. F. Ramsey, “A molecular beam resonance method with separated oscillating fields”, *Phys. Rev.* **78**, pp. 695–699, 1950.
- [52] W. M. Itano, J. C. Bergquist, J. J. Bollinger, J. M. Gilligan, D. J. Heinzen, F. L. Moore, M. G. Raizen, and D. J. Wineland, “Quantum projection noise: Population fluctuations in two-level systems”, *Phys. Rev. A* **47**, pp. 3554–3570, 1993.
- [53] A. Godone and C. Novero, “Lifetime measurement of the Mg I intercombination line”, *Phys. Rev. A* **45**, pp. 1717–1721, 1992.
- [54] K. Sengstock, U. Sterr, J. H. Müller, V. Rieger, D. Bettermann, and W. Ertmer, “Optical Ramsey spectroscopy on laser-trapped and thermal Mg atoms”, *Appl. Phys. B* **59**, pp. 99–115, 1994.
- [55] A. Derevianko, “Feasibility of cooling and trapping metastable alkaline-earth atoms”, *Phys. Rev. Lett.* **87**, pp. 023002–1–023002–4, 2001.
- [56] D. W. Allan, “Statistics of atomic frequency standards”, *Proceedings of the IEEE* **54**, pp. 221–230, 1966.

- [57] J. A. Barnes, A. R. Chi, L. S. Cutler, D. J. Healey, D. B. Leeson, T. E. McGunigal, J. A. Mullan, W. L. Smith, R. L. Sydnor, R. F. C. Vessot, and G. M. R. Winkler, "Characterization of frequency stability", *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **IM-20**, pp. 105–120, 1971.
- [58] C. W. Oates, F. Bondu, R. W. Fox, and L. Hollberg, "A diode-laser optical frequency standard based on laser-cooled Ca atoms: Sub-kilohertz spectroscopy by optical shelving detection", *Eur. Phys. J. D* **7**, pp. 449–460, 1999.
- [59] R. Lenk and W. Gellert, eds., *Fachlexikon ABC Physik*, Verlag Harri Deutsch, Thun und Frankfurt/Main, 2 ed., 1989.
- [60] K.-H. Hellwege and J. L. Olsen, eds., *Landolt-Börnstein, Numerical Data and Functional Relationships in Science and Technology*, vol. 15b, Metals: Electronic Transport Phenomena of III, *Crystal and Solid State Physics*, Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, Tokyo, 1985.
- [61] M. v. Ardenne, *Tabellen zur angewandten Physik*, vol. III, VEB Deutscher Verlag der Wissenschaften, Berlin, 1973.
- [62] J. W. Farley and W. H. Wing, "Accurate calculation of dynamic Stark shifts and depopulation rates of Rydberg energy levels induced by blackbody radiation. hydrogen, helium, and alkali-metal atoms", *Phys. Rev. A* **23**, pp. 2397 – 2424, 1981.
- [63] R. C. Hilborn, "Einstein coefficients, cross sections, f values, dipole moments, and all that", *Am. J. Phys.* **50**, pp. 982–986, 1982.
- [64] S. Ghezali, P. Laurent, S. Lea, and A. Clairon, "An experimental study of the spin-exchange frequency shift in a laser-cooled cesium fountain frequency standard", *Europhys. Lett.* **36**, pp. 25–30, 1996.
- [65] S. Bize, Y. Sortais, C. Nicolas, C. Mandache, G. Santarelli, C. Salomon, and A. Clairon, "Atom number dependent frequency shifts in a ^{87}Rb fountain", in *Proceedings of the 14th European Frequency and Time Forum*, pp. 63–67, 2000.
- [66] P. J. Leo, P. S. Julienne, F. H. Mies, and C. J. Williams, "Collisional frequency shifts in ^{133}Cs fountain clocks", *Phys. Rev. Lett.* **86**, pp. 3743 – 3746, 2001.
- [67] P. Kersten, F. Mensing, U. Sterr, and F. Riehle, "A transportable optical calcium frequency standard", *Appl. Phys. B* **68**, pp. 27–38, 1999.
- [68] T. Trebst, T. Binnewies, J. Helmcke, and F. Riehle, "Suppression of spurious phase shifts in precision atom-light interferometry", *IEEE Trans. Instrum. Meas.* **50**, pp. 535–538, 2001.
- [69] P. Storey and C. Cohen-Tannoudji, "The Feynman path integral approach to atomic interferometry. A tutorial", *J. Phys. II France* **4**, pp. 1999–2027, 1994.
- [70] F. Riehle, "Use of optical frequency standards for measurements of dimensional stability", *Meas. Sci. Technol.* **9**, pp. 1042–1048, 1998.

- [71] L. Essen and J. V. L. Parry, “The Caesium resonator as a standard of frequency and time”, *Phil. Trans. Roy. Soc. A* **250**, pp. 45–69, 1957.
- [72] P. Laurent, P. Lemonde, G. Santarelli, M. Abgrall, J. Kitching, Y. Sortais, S. Bize, M. Santos, C. Nicolas, S. Zhang, G. Schehr, A. Clairon, A. Mann, A. Luiten, S. Chang, and C. Salomon, “Cold atom clocks on earth and in space”, in *Laser Spectroscopy*, R. Blatt, J. Eschner, D. Leibfried, and F. Schmidt-Kaler, eds., pp. 41 – 50, World Scientific, (Singapore), 1999.
- [73] S. R. Jefferts, D. M. Meekhof, J. H. Shirley, T. E. Parker, and F. Levi, “Preliminary accuracy evaluation of a cesium fountain primary frequency standard at NIST”, in *Proceedings of the 1999 Joint Meeting of the European Frequency and Time Forum and The IEEE International Frequency Control Symposium*, pp. 12–15, 1999.
- [74] F. Riehle, H. Schnatz, B. Lipphardt, U. Sterr, T. Binnewies, G. Wilpers, T. Trebst, and J. Helmcke, “Calcium optical frequency standard”, in *Proceedings of SPIE: Laser Frequency Stabilization, Standards, Measurement, and Applications*, J. L. Hall and J. Ye, eds., vol. 4269, pp. 112–122, SPIE, (P.O. Box 10, Bellingham, Washington 98227 - 0010 USA), 2001.
- [75] H. R. Telle, B. Lipphardt, and J. Stenger, “Kerr-lens mode-locked lasers as transfer oscillators for optical frequency measurements”, *Appl. Phys. B* **74**, pp. 1–6, 2002.
- [76] I. D. Jung, F. X. Kärtner, N. Matuschek, D. H. Sutter, F. Morier-Genoud, G. Zhang, U. Keller, V. Scheuer, M. Tilsch, and T. Tschudi, “Self-starting 6.5-fs pulses from a Ti:sapphire laser”, *Opt. Lett.* **22**, pp. 1009 – 1011, 1997.
- [77] F. X. Kärtner, N. Matuschek, T. Schibli, U. Keller, H. A. Haus, C. Heine, R. Morf, V. Scheuer, M. Tilsch, and T. Tschudi, “Design and fabrication of double-chirped mirrors”, *Opt. Lett.* **22**, pp. 831 – 833, 1997.
- [78] H. R. Telle, G. Steinmeyer, A. E. Dunlop, J. Stenger, D. H. Sutter, and U. Keller, “Carrier-envelope offset phase control: A novel concept for absolute frequency measurement and ultra-short pulse generation”, *Appl. Phys. B* **69**, pp. 327–332, 1999.
- [79] J. K. Ranka, R. S. Windeler, and A. J. Stentz, “Visible continuum generation in air–silica microstructure optical fibers with anomalous dispersion at 800 nm”, *Opt. Lett.* **25**, pp. 25–27, 2000.
- [80] J. Stenger and H. R. Telle, “Kerr-lens mode-locked lasers for optical frequency measurements”, in *Proceedings of SPIE: Laser Frequency Stabilization, Standards, Measurement and Applications*, J. L. Hall and J. Ye, eds., vol. 4269, pp. 72–, SPIE, (P.O. Box 10, Bellingham, Washington 98227 - 0010 USA), 24–26 January 2001.
- [81] H. R. Telle. Private Mitteilungen, 2002.
- [82] A. Bauch. Private Mitteilungen, 2002.
- [83] H. Wallis and W. Ertmer, “Broadband laser cooling on narrow transitions”, *J. Opt. Soc. Am. B* **6**, pp. 2211–2219, 1989.

- [84] H. Katori, T. Ido, Y. Isoya, and M. Kuwata-Gonokami, “Magneto–optical trapping and cooling of strontium atoms down to the photon recoil temperature”, *Phys. Rev. Lett.* **82**, pp. 1116–1119, 1999.
- [85] W. Nagourney, J. Sandberg, and H. Dehmelt, “Shelved optical electron amplifier: observation of quantum jumps”, *Phys. Rev. Lett.* **56**, pp. 2797–2799, 1986.
- [86] T. Kurosu, G. Zinner, T. Trebst, and F. Riehle, “Method for quantum–limited detection of narrow–linewidth transitions in cold atomic ensembles”, *Phys. Rev. A* **58**, pp. R4275–R4278, 1998.
- [87] J. Pfund, *Wellenfront-Detektion mit Shack-Hartmann-Sensoren*. Dissertation, Universität Erlangen–Nürnberg, Erlangen, 2001.
- [88] U. Sterr. Private Mitteilungen, 2002.
- [89] D. J. Wineland, J. C. Bergquist, W. M. Itano, and R. E. Drullinger, “Double–resonance and optical–pumping experiments on electromagnetically confined, laser–cooled ions”, *Opt. Lett.* **5**, pp. 245–247, 1980.
- [90] V. A. Dzuba, V. V. Flambaum, and J. K. Webb, “Calculations of the relativistic effects in many-electron atoms and space-time variation of fundamental constants”, *Phys. Rev. A* **59**, pp. 230 – 237, 1999.

Danksagung

Diese Arbeit konnte nur mit der Unterstützung, Betreuung und Mithilfe vieler Personen gelingen. All diesen Personen möchte ich hier meinen herzlichen Dank aussprechen und hoffe, dabei niemanden zu vergessen.

Ich danke Herrn Prof. Dr. Wolfgang Ertmer für die Betreuung der Arbeit von Seiten der Universität Hannover und Herrn Prof. Dr. Eberhard Tiemann für die Übernahme des Korreferats.

Herrn Prof. Dr. Jürgen Helmcke und Herrn Prof. Dr. Fritz Riehle danke ich vielfach für die überaus herzliche Aufnahme in ihr Labor, ihre Gruppe und ihre Abteilung.

Darüber hinaus möchte ich ihnen und Herrn Dr. Uwe Sterr für die hervorragende Betreuung und Unterstützung der Arbeit und für die Weitergabe ihres reichen Erfahrungsschatzes in allen physikalisch-technischen Lebenslagen danken.

Die experimentellen Grundlagen, auf denen meine Arbeit wunderbar aufbauen konnte, haben nicht zuletzt die ehemaligen Doktoranden des Labors und jetzigen Dres. Götz Zinner und Tilmann Trebst gelegt, wofür ich ihnen herzlich danken möchte.

In diesem Zusammenhang darf vor allem Dr. Tomas Binnewies nicht ungenannt bleiben. Ohne seine ultrakalten Ca-Atome und die gute Zusammenarbeit würden einige faszinierende Spektren und die tollen Aussichten für das Ca-Frequenznormal in dieser Arbeit fehlen. Ein Dankeschön geht dabei auch an die „Magnesiums“ aus Hannover – Herrn Jochen Keupp, Frau Tanja Mehlstäubler und Herrn Dr. Ernst Rasel.

Meinen Mitdoktoranden Herrn Carsten Degenhardt und Herrn Hardo Stoehr möchte ich für die gute Unterstützung bei der Vorbereitung und Durchführung der Experimente und die Arbeit an dem schönen Laserbeat danken. Stets in guter Erinnerung bleiben werden mir auch Carstens unerschütterlicher Arbeitseinsatz für Tomas' Doktorhut und Hardos virtuosen weihnachtlichen Gesänge sowie seine tapfere musikalische Begleitung mit der „Quetsch'n“ bei unseren eigenen Gesangsversuchen.

Unvergesslich bleiben mir auch der beeindruckende Gesang und das Gitarrenspiel von Harald Schnatz und die Radtouren zwischen Harz und Heide, auf denen nicht selten „ganz neue Wege gegangen“ wurden. Danke dafür und vor allem für die Weitergabe seines Erfahrungsschatzes und die Unterstützung während der Frequenzmessungen.

Für die weitreichenden Diskussionen zum Thema Calcium, das Frequenznormal und die ganze PTB geht mein Dank an Frau Dr. Gesine Grosche.

An Herrn Dr. Stefan Weyers und Herrn Dr. Andreas Bauch vielen Dank für die Realisierung und den zuverlässigen Betrieb der hervorragenden Cs-Fontäne, die die notwendige Genauigkeit für unsere Frequenzmessungen lieferte sowie für die guten Hinweise und detaillierten Erklärungen zur relativistischen Rotverschiebung und zum H-Maser.

An Herrn Dr. Harald Telle, Herrn Dr. Jörn Stenger, Herrn Nils Haverkamp und Herrn Burghard Lipphardt ein Dankeschön für die Realisierung der Verbindung vom Ca zum Cs mit dem wunderbaren neuen Frequenzkammgenerator, für die Geduld an langen Messabenden, die Auswertung der Messungen und die Erklärungen zum Messprinzip.

An Herrn Mario Eichenseer vom Max-Planck-Institut für Quantenoptik in Garching geht mein Dank für die interessante Diskussion zu den Ergebnissen der Messung der Frequenzdrift des Referenzresonators bei Variation der eingekoppelten Laserleistung.

Leider erst so weit hinten genannt und doch unersetzlich sind unsere „helfenden Hände“.

Mein Dank geht an Herrn Friedhelm Mensing, ohne dessen elektronische Meisterwerke wohl kein Laser im Labor auch nur eine Millisekunde lang tun würde, was er soll. Darüber-

hinaus sorgte er stets selbstlos dafür, dass der Blutzuckerspiegel der Labormitglieder immer ausreichend hoch war und stellte seinen Garten für so manches richtig gutes Ende einer „Fietsentour“ zur Verfügung.

Vielen Dank auch an Frau Marion Wengel für das unermüdliche Zusammelöten all der Geräte und die Produktion von zuverlässigen BNC-Kabeln am laufenden Meter.

Herrn Patrik Knigge sei ein ganz herzliches Dankeschön für den Aufbau meiner unmöglichen Spulenkonstruktion ausgesprochen – es hat sich gelohnt! Gelohnt haben sich auch immer wieder „sein Gedicht“ und sein überaus eloquenter „Schlag ins Wasser“ und all die mechanischen Teile, die er nach meinen nicht selten schwammigen Vorgaben präzise angefertigt hat.

Einen ebensolchen Dank an Herrn Klemens Budin, den „Breadboardbohrer“, für die technischen Zeichnungen und an ihn und Herrn René Diener für all die mechanischen Teile, den guten Draht zur Hauptwerkstatt und die Unterstützung beim Aufbau der Fallenapparatur.

Vielen herzlichen Dank an Herrn Hans-Peter Weßelhöft für die technischen Zeichnungen, die Bilder von den Meßaufbauten und den „Kurzfilm über das Ca“. Ein Dankeschön auch an Herrn Martin Brennecke für die Präparation all der Fasern und die Hilfe beim Vakuumlecksuchen.

Unseren beiden tapferen Sekretärinnen Frau Birgit Voss und Frau Yvonne Zimmer meinen bewunderndes Dankeschön für den täglichen Einsatz an der bürokratischen Front.

Darüber hinaus geht mein Dank an unsere Gastwissenschaftler Herrn Dr. Vitali Vassiliev, der mich den Umgang mit ECDLs gelehrt hat, und an Dr. Alexander Chernyshov für die Vermittlung seiner Erfahrungen zur Wellenfrontmessung mit Shak-Hartmann-Sensoren.

Nun möchte ich mich noch herzlich bei denjenigen bedanken, die ich in Braunschweig wohl zuallererst nennen müsste, da sie mir als auswärtigem „Fietser“, Fensterlosmacher“ und sehr sparsamen Händeschüttler eine gute Landung in Braunschweig und den problemlosen Einstieg in die kleine Norddeutsche Rugby-Welt ermöglicht haben, Frau Yordanka Dancheva, Frau Dr. Rina Sharma, Herrn Peter Kraatz und den Mitgliedern vom Welfen-S. C. Rugby.

Mein abschließender Dank geht an die Mitglieder meiner Familie sei es in Weichs im Dachauer Moos oder im westmünsterländischen Alstätte, die mir immer eine angenehme Rückfallposition geboten haben, ob bei einer guten Flasche Wein und einem noch besseren Essen, wunderbaren Bergwanderungen, einem würzigem Weizen oder einem süffigen Pils.

Lebenslauf

Adresse Schleinitzstr. 1, D-38116 Braunschweig
Geburt **20. Januar 1970** Gronau/Westfalen
Familienstand ledig
Schulausbildung **1976–1980** katholische Grundschule Alstätte/Westfalen
1980–1989 Alexander-Hegius-Gymnasium Ahaus/Wesfalen
Abitur **17.05.1989** Allgemeine Hochschulreife
Studium **Oktober 1990 – Juli 1997**
Diplom-Physik (Diplom II)
Gerhard-Mercator-Universität Gesamthochschule Duisburg
Diplomarbeit **Juni 1996 – Juli 1997**
„Experimental Characterisation and Test of a New JET Divertor Diagnostic for Neutral Gas Analysis“
JET Joint Undertaking,
Culham/England
Diplom **31. Juli 1997** Diplom-Physiker
Promotion **seit März 1998**
wissenschaftlicher Mitarbeiter
Labor 4.31 – Längeneinheit, Physikalisch-Technische Bundesanstalt,
Braunschweig

