

Thorsten Sander*

Frege's Kriterien der Sinnlichkeit

DOI 10.1515/agph-2016-0019

Abstract: Frege's mature writings apparently contain two different criteria of sense identity. While in „Über Sinn und Bedeutung“ (1892) and in „Kurze Übersicht meiner logischen Lehren“ (1906?) Frege seems to advocate a psychological criterion, his letter to Husserl of December 12, 1906 offers a thoroughly logical criterion of sense identity. It is argued that the latter proposal is not a „momentary aberration“, but rather Frege's official criterion; his psychological criteria only serve as a way of illustrating questions of sense identity by appealing to the thoughts of ideal thinkers.

1 Einleitung

Unter welcher Bedingung drücken zwei Sätze denselben Gedanken aus; wann haben zwei Sätze oder zwei subsententiale Ausdrücke denselben Sinn? Frege hat in seinen Arbeiten mehrfach den Versuch unternommen, diese Fragen (mehr oder weniger explizit) zu beantworten. Da ich im Folgenden immer wieder auf den genauen Wortlaut von Frege's Bemerkungen eingehen werde, seien die einschlägigen Textstellen zunächst in relevanten Auszügen wiedergegeben:

BS: [D]ie Inhalte von zwei Urtheilen [können] in doppelter Weise verschieden sein [...]: erstens so, dass die Folgerungen, die aus dem einen in Verbindung mit bestimmten andern gezogen werden können, immer auch aus dem zweiten in Verbindung mit denselben andern Urtheilen folgen; zweitens so, dass dies nicht der Fall ist. Die beiden Sätze: „bei Plataeae siegten die Griechen über die Perser“ und „bei Plataeae wurden die Perser von den Griechen besiegt“ unterscheiden sich in der ersten Weise. [...] Ich nenne nun denjenigen Theil des Inhaltes, der in beiden *derselbe* ist, den *begrifflichen Inhalt*. [*Begriffsschrift* (1879, 2f.)]

SB: Ersetzen wir nun [im Satze] ein Wort durch ein anderes von derselben Bedeutung, aber anderem Sinne, so kann dies auf die Bedeutung des Satzes keinen Einfluss haben. Nun sehen wir aber, dass der Gedanke sich in solchem Falle ändert; denn es ist z. B. der Gedanke des Satzes „der Morgenstern ist ein von der Sonne beleuchteter Körper“ verschieden von dem des Satzes „der Abendstern ist ein von der Sonne beleuchteter Körper“. Jemand, der

*Corresponding author: Thorsten Sander, Universität Duisburg-Essen, Fakultät für Geisteswissenschaften, Institut für Philosophie, 45117 Essen; thorsten.sander@uni-due.de

nicht wüsste, dass der Abendstern der Morgenstern ist, könnte den einen Gedanken für wahr, den anderen für falsch halten. [„Über Sinn und Bedeutung“ (1892a, 32); ganz ähnlich in „Funktion und Begriff“ (1891, 14)]

L: Die Sätze „M gab dem N die Urkunde A“, „die Urkunde A wurde von M dem N gegeben“, „N empfing von M die Urkunde A“ drücken genau denselben Gedanken aus; man erfährt durch keinen dieser Sätze das Geringste mehr oder weniger als durch die anderen. Daher ist es denn auch unmöglich, dass einer von ihnen richtig und zugleich ein anderer falsch sei. [...] Auch in den beiden Sätzen „Friedrich der Große siegte bei Rossbach“ und „es ist wahr, dass Friedrich der Große bei Rossbach siegte“ haben wir denselben Gedanken [...]. Indem wir den Gedanken des ersten Satzes bejahen, bejahen wir mit derselben Tat auch den Gedanken des zweiten und umgekehrt. Es sind nicht zwei verschiedene Urteilstaten, sondern nur eine. [Frege, „Logik“ (1897, 153)]

BrR: Wenn man nicht anerkennt, dass die Bedeutung eines Satzes ein Wahrheitswerth ist, so fragt es sich: hat der Satz überhaupt keine Bedeutung, und ist der Gedanke sein Sinn? oder hat der Satz eine Bedeutung, und ist diese ein Gedanke? Wenn das Letzte der Fall wäre, so müssten die Sätze „ $2^3 > 7$ “ und „ $3^2 - 1 > 7$ “ denselben Gedanken bezeichnen; denn „ 2^3 “ bezeichnet dasselbe wie „ $3^2 - 1$ “. Nun sind die in jenen Sätzen enthaltenen Gedanken offenbar verschieden; denn nachdem man den ersten als wahr anerkannt hat, bedarf es noch einer besonderen That, um den zweiten als wahr zu erkennen. Wenn wir denselben Gedanken hätten, würde es nicht zweier Erkenntnisthaten, sondern nur einer einzigen bedürfen. [Frege an Russell, 21. 5. 1903 (WB, 240)]

BrH: Es scheint mir ein objektives Kriterium notwendig zu sein, um einen Gedanken als denselben wiederzuerkennen [...]. Um nun zu entscheiden, ob der Satz *A* denselben Gedanken ausdrücke wie der Satz *B*, scheint mir folgendes Mittel allein möglich zu sein, wobei ich annehme, dass keiner der beiden Sätze einen logisch evidenten Sinnbestandteil enthalte. Wenn nämlich sowohl die Annahme, dass der Inhalt von *A* falsch und der von *B* wahr sei, als auch der Inhalt von *A* wahr und der von *B* falsch sei, auf einen logischen Widerspruch führt, ohne dass man zu dessen Feststellung zu wissen braucht, ob der Inhalt von *A* oder der von *B* wahr oder falsch sei, und ohne dass man dazu andere als rein logischer Gesetze bedarf, so kann zum Inhalte von *A*, soweit er fähig ist, als wahr oder falsch beurteilt zu werden, nichts gehören, was nicht auch zum Inhalte von *B* gehörte [...]. Was also an den Inhalten von *A* und *B* als wahr oder falsch beurteilbar ist, stimmt überein, und dies kommt für die Logik allein in Betracht, und das nenne ich den von *A* ebenso wie von *B* ausgedrückten Gedanken. [Frege an Husserl, 9. 12. 1906 (WB, 105 f.)]

KÜ: Zwei Sätze *A* und *B* können nun in der Beziehung stehen, dass jeder, der den Inhalt von *A* als wahr anerkennt, auch den von *B* ohne weiteres als wahr anerkennen muss, und dass auch umgekehrt jeder, der den Inhalt von *B* anerkennt, auch den von *A* unmittelbar anerkennen muss (Äquipollenz), wobei vorausgesetzt wird, dass die Auffassung der Inhalte von *A* und *B* keine Schwierigkeiten macht. [...] Ich nehme von jedem der beiden äquipollenten Sätze *A* und *B* an, dass in seinem Inhalte nichts ist, was von jedem, der es richtig erfasst hat, sofort unmittelbar als wahr anerkannt werden müsste. [„Kurze Übersicht meiner logischen Lehren“ (1906, 213)]

Bereits ein oberflächlicher Blick auf die oben versammelten Textstellen macht deutlich, dass Frege im Laufe seines philosophischen Lebens zwei *prima facie* weit auseinanderliegende Antworten auf die Frage gegeben hat, unter welchen Bedingungen zwei Sätze denselben semantischen Gehalt aufweisen. In BS und BrH scheint er ein logisches Kriterium der Gehaltsgleichheit vorzuschlagen: zwei Sätze sind gehalts- bzw. sinngleich, wenn sie (zunächst ganz grob gesagt) logisch äquivalent sind. In den beiden Textauszügen KÜ und SB – sowie weniger klar in BrR – findet sich demgegenüber anscheinend ein psychologischer, fast schon psychologisch wirkender Vorschlag¹: zwei Sätze sind sinngleich, wenn es (wiederum ganz grob) nicht möglich ist, dass ihnen jemand unterschiedliche Wahrheitswerte *zuschreibt*. Daneben scheint Frege in L ein zwar nicht eigentlich logisches, wohl aber semantisches Kriterium *neben* einem psychologischen zu verwenden und zudem auch noch den Vorschlag zu machen, Sinngleichheit als „Informationsgleichheit“ zu verstehen.² (Ich werde im Folgenden die in KÜ und SB formulierten „psychologischen“ oder „epistemischen“ Kriterien als P-Kriterien bzw. als P-Theorie der Sinngleichheit bezeichnen und die in BS und BrH anzutreffenden „logischen“ als L-Kriterien bzw. als L-Theorie bezeichnen – zum einen aus Abkürzungsgründen, zum anderen aber auch um einen neutralen Terminus zur Verfügung zu haben: Eine der Kernthesen dieser Arbeit besteht darin, dass die P-Kriterien letztlich gar nicht als im engeren Sinne psychologisch zu verstehen sind.)

Wie hat man sich nun zu erklären, dass sich Freges Vorschläge nicht nur in einzelnen Details unterscheiden, sondern dass er mit seinen P- und L-Kriterien zwei anscheinend grundverschiedene und inkompatible Konzeptionen vertreten hat? Die möglichen Erklärungen lassen sich vielleicht am einfachsten in vier Stichwörtern zusammenfassen:

- a) Ebenenunterschied
- b) Sinneswandel / Verwirrung
- c) Spannung
- d) Harmonie

Ad a) Eine mögliche Erklärung für die vermeintliche Spannung zwischen L- und P-Kriterien findet sich in Macbeth 2005, 54, und bestünde darin, dass Frege in BrH und in KÜ in einem gewissen Sinne gar nicht über dieselbe Sache redet.

¹ Einige Autoren bemerken explizit, dass sich die Textstellen KÜ und SB *prima facie* nur schwer mit Freges Anti-Psychologismus vereinbaren lassen. Vgl. Dummett 1981b, 323: „The criterion [KÜ] may seem an excessively psychological one“. Ähnlich Picardi 1993, 75, sowie Klement 2002, 89 f.

² Vgl. dazu auch zwei ähnliche Stellen in 1892b, 196 Fn., sowie in 1897/8, 166, wo Frege den Sinn eines Satzes als die in ihm enthaltene „Auskunft“ bestimmt.

Wenn er in BrH „provable equivalence“ und in KÜ „self-evident equivalence“ als Kriterium ansetzt, dann – so Macbeth – sei dies so zu erklären, dass er in KÜ über die Sprache seiner *Begriffsschrift* redet (also über eine Sprache, in der die Äquivalenz zweier Sätze für jeden, der diese wirklich versteht, offensichtlich ist), während er in BrH etwas über die Sinnlichkeit von Ausdrücken in natürlichen Sprachen sagt, in denen die semantischen Verhältnisse weit weniger transparent sind.

Diese Erklärung ist überaus elegant, lässt sich aber zum einen nicht klar am Text belegen; zum anderen scheint sie mit einigen Thesen Freges zur Sinnlichkeit von Ausdrücken nicht kompatibel zu sein (mehr dazu weiter unten).

Ad b) Kann es sein, dass Frege in dieser Frage einfach seine Meinung geändert hat? Dies wäre ein überzeugender Deutungsvorschlag, wenn die einzige Stelle, an der Frege ein L-Kriterium vertritt, der oben zitierte Abschnitt BS wäre, denn dieser stammt aus einer Zeit, in der Frege noch nicht zwischen Sinn und Bedeutung unterschieden hatte. Fände sich *nur* in BS ein L-Kriterium, ließe sich vermuten, dass Frege später erkannt hat, dass logische Äquivalenz zwar ein sinnvolles Kriterium für die Gleichheit seiner *begrifflichen Inhalte* sein mag, nicht aber für die Gleichheit des *Sinnes* von zwei Sätzen.

Allerdings spricht sich Frege nicht nur in BS, sondern auch in BrH für eine L-Theorie des Sinns aus, und dort bezeichnet er seinen neuen Vorschlag sogar explizit als ein „objektives Kriterium“. Der Unterschied zwischen den verschiedenen Synonymiekriterien³ lässt sich also kaum auf Freges Entdeckung der Unterscheidung zwischen Sinn und Bedeutung zurückführen. Man müsste Frege vielmehr einen zweifachen Sinneswandel unterstellen: Von der L-Theorie seiner *Begriffsschrift* zur P-Theorie in „Über Sinn und Bedeutung“ und in „Kurze Übersicht meiner logischen Lehren“, und kurz darauf wieder zurück zur L-Theorie in seinem Brief an Husserl.⁴

Ein L-Kriterium – genauer: die Variante, die er in BrH vorstellt – ist also buchstäblich Freges letztes Wort *in puncto* Sinnlichkeitskriterien⁵, und wenn

³ Wenn im Folgenden zuweilen von „Synonymie“ die Rede ist, so ist dies stets als „Sinnlichkeit“ (im Sinne Freges) zu lesen.

⁴ Dies gilt nur unter der Voraussetzung, dass die Manuskripte in Freges Nachlass von den Herausgebern korrekt datiert worden sind. Diesem zufolge ist die „Kurze Übersicht“ kurz nach August 1906 entstanden, also einige Monate vor dem Brief an Husserl. Künne 2010, 649 Fn. 103, stellt die Datierung der Herausgeber von Freges Nachlass in Frage und betrachtet KÜ als „Selbstkorrektur“ gegenüber dem Brief an Husserl.

⁵ Genau genommen findet sich auch noch in „Der Gedanke“ (Frege 1918a, 65) eine Stelle, an der sich Frege auf ein P-Kriterium zu stützen scheint.

man davon ausgeht, dass Frege hinreichend gründlich über das Problem nachgedacht hat, läge es nahe, BrH auch als seinen besten Vorschlag in dieser Frage zu betrachten. Diese Ansicht wird jedoch von den meisten Frege-Interpreten nicht geteilt; statt dessen wird der Brief an Husserl gemeinhin als eine Art Ausrutscher betrachtet. So wertet Dummett (1981b, 325) den Brief als eine bloße Verirrung und empfiehlt allgemein, „remarks made in purely private correspondence“ nicht für das Verständnis der Position eines Philosophen heranzuziehen. Burge (1984, 295) erklärt den Vorschlag für „defective in several respects“. Sundholm (1994, 306) vertritt die These, Frege habe wohl im nachhinein erkannt, dass das Kriterium in BrH zu kompliziert sei, und deswegen das „straightforward and elegant criterion“ in KÜ entwickelt. Klement (2002, 92) kommt zu dem Urteil, der Ansatz aus BrH könne keinesfalls „Frege’s considered view“ darstellen. Künne (2003, 45) schließlich meint, es sei ein Gebot exegetischer Benevolenz („charity“), Freges Brief an Husserl als eine „momentary aberration“ beiseite zu legen. (Die Gründe für diese Einschätzung werde ich weiter unten diskutieren.)

Ad c) Die soeben erwähnte These, dass BrH Ausdruck einer kurzen geistigen Verwirrung ist, lässt sich zugleich abmildern und radikalieren, wenn man Beaney’s These akzeptiert, dass sich Freges Sinnbegriff von Anfang an durch eine tiefgreifende Spannung auszeichnet.⁶ Nach Beaney (1996, 225–234) verfügt Frege nicht über *einen* Begriff des Sinnes, sondern über zwei: Frege verstehe „Sinn“ sowohl in einem semantischen Sinne (*logical content*) als auch in einem epistemischen Sinn (*cognitive content*). Wenn nun Frege den Ausdruck „Sinn“ tatsächlich äquivok verwendet hat, wäre es nur natürlich, dass sich diese Mehrdeutigkeit auch in seinen Synonymiekriterien manifestierte.

Ich will nun keineswegs bestreiten, dass es in Freges Schriften an einigen Stellen Hinweise auf eine solche Spannung gibt; der Vorwurf der Inkohärenz ist aber nur dann eine akzeptable exegetische Option, wenn alle anderen Interpretationsversuche gescheitert sind. Das „principle of charity“ sollte schließlich nicht nur in theoretischen Überlegungen zum Wesen des Verstehens eine Rolle spielen, sondern zuweilen auch im konkreten Versuch, die Texte eines Autors angemessen zu deuten, und wer dem bedeutendsten Logiker nach Aristoteles ohne Not eine Art Widerspruch vorwirft, verfährt sicher nicht nach der Maxime „maximize rationality“.

⁶ Eine ähnliche These findet sich bereits bei Currie 1982, der Frege sowohl eine „starke“ wie auch eine „schwache“ Theorie des Sinnes unterstellt; ähnlich weisen Kremer 2010, 278–292, sowie Blanchette 2012, 45, auf Spannungen in Freges Sinnbegriff hin.

Ad d) Wenn es also – *donec contrarium probetur* – geboten ist, Frege zumindest nach seiner Entwicklung der Unterscheidung von Sinn und Bedeutung um 1890 eine insgesamt kohärente Theorie des Sinns zu unterstellen, sind wir gezwungen, uns um eine Lesart seiner Texte zu bemühen, die die Spannungen zwischen verschiedenen Stellen in irgendeiner Weise auflöst. Ich hatte dies weiter oben durch das Stichwort „Harmonie“ angedeutet und möchte dies wörtlich verstanden wissen: Die Hypothese, die ich im Folgenden prüfen und verteidigen möchte, besagt, dass alle von Frege diskutierten Kriterien – abgesehen von zwei „technischen Details“ – aus seiner Sicht im großen und ganzen äquivalent sind, so dass sich Frege letztlich nie von seiner in der *Begriffsschrift* entwickelten logischen Konzeption der Gleichheit „begrifflicher Inhalte“ verabschiedet hätte.

Bevor ich diese These durch eine genauere Analyse von Freges Vorschlägen verteidige, sei aber angesprochen, warum die überwiegende Mehrheit der Frege-Interpreten das Kriterium aus BrH als eine Art Holzweg betrachtet.⁷ Soweit ich sehe, finden sich in der Literatur etwa vier Argumente, die zeigen sollen, dass sich dieses L-Kriterium nicht so recht in Freges gesamte Philosophie (der Sprache, der Logik und der Arithmetik) einfügen will.

(1) *Erstens* ergibt sich aus BrH trivialerweise, dass zwei kontingente, aber logisch äquivalente Aussagen wie p und $\neg\neg p$ sinnleich sind, was mit Freges Überlegungen zur Kompositionalität unvereinbar sei (Klement 2002, 94).

(2) Auf der Basis von BrH ergibt sich *zweitens*, dass anscheinend auch zwei beliebige logische Wahrheiten wie $\neg(p \wedge \neg p)$ und $p \vee \neg p$ sinnleich wären; bei Beachtung einer Einschränkung, die Frege in BrH wie auch in KÜ macht (und die uns noch beschäftigen wird), wären immerhin noch beliebige *nicht-evidente* logische Wahrheiten sinnleich, und damit gäbe es in einem bestimmten Sinne nur eine einzige (nicht-evidente) logische Wahrheit, was nicht Freges Position gewesen sein könne (Künne 2010, 648; Blanchette 2012, 31).

(3) Frege erklärt zwar *drittens* an einigen Stellen – in deutlicher Spannung zu Einwand 1 – Aussagen wie p und $\neg\neg p$ für sinnleich; ebenso deutlich sagt er aber, dass eine wahre Aussage der Arithmetik wie „ $5+2 = 7$ “ *nicht* denselben Sinn hat wie „ $5+2 = 6+1$ “. Vor dem Hintergrund von Freges Logizismus sollte aber eine dieser Aussagen logisch aus der je anderen folgen, so dass man die beiden Sätze

⁷ Zu den wenigen Ausnahmen gehören Neale 1999, 42f.; 76 f. Fn. 4, sowie Kemmerling 1990, 4–6, der das „objektive Kriterium“ aus BrH zumindest für „simple Sätze“ für richtig hält; mit gewissen Einschränkungen wird von Stuhlmann-Laeisz 1995, 146–9, eine ähnliche These vertreten. Vgl. auch Blanchette 2012, 28–36, die auf eine Vielzahl von Problemen *beider* Kriterientypen hinweist, so dass das Kriterium aus BrH zumindest nicht wesentlich schlechter wäre als das aus KÜ.

nach BrH für sinngleich halten sollte. Wie sind diese unterschiedlichen Einschätzungen Freges zu erklären? (vgl. Thiel 1965, 137–9; van Heijenoort 1977, 105 f.)

(4) Der *vierte* Einwand basiert auf dem ersten. Wenn sich nach Frege, wie die Herausgeber seines Nachlasses unter Verweis auf BrH schreiben, der Sinn eines Satzes durch „rein logische Umformungen“ (NS, 166, Fn. 2) nie ändert, dann gilt dies nicht nur für eine triviale Umformung gemäß dem Prinzip *duplex negatio affirmat*, sondern auch für weit weniger triviale Umformungen. So ist etwa (in der klassischen Logik) die einfache Aussage p logisch äquivalent zur komplexeren Aussage

$$p^*: \neg(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p).$$

Gerät man damit aber nicht in einen klaren Widerspruch zu dem, was Frege zur indirekten Rede und zu Glaubenssätzen sagt? Wenn wir in der ungeraden Rede einen Ausdruck „nur durch einen solchen [ersetzen dürfen], welcher dieselbe ungerade Bedeutung, d. h. denselben gewöhnlichen Sinn hat“ (Frege 1892a, 37), und wenn beliebige logisch äquivalente Sätze sinngleich sind, dann scheint die Gefahr zu bestehen, dass wir durch die Substitution von gemäß BrH sinnlichen Ausdrücken aus einer wahren Aussage eine falsche ableiten können: Ein Denker kann anscheinend die Überzeugung haben, dass p der Fall ist, ohne zu glauben, dass p^* der Fall ist (vgl. Klement 2002, 92; Künne 2010, 648 f.).

Ich werde im Folgenden auf alle vier Einwände eingehen – allerdings unterschiedlich ausführlich. Einwand 1 führt uns auf ein allzu weites Feld und wird daher recht knapp in Abschnitt 2 diskutiert. Auf Einwand 4 gehe ich, gleichfalls recht knapp, am Ende von Abschnitt 3 ein. Einwand 2 findet Berücksichtigung in Abschnitt 3 (und durchzieht zugleich den gesamten Text). Der für Freges gesamtes philosophisches Programm zentrale Einwand 3 wird in Abschnitt 4 eigens diskutiert.

2 Die L-Kriterien

Unter einem Kriterium lässt sich allgemein ein Satz verstehen, in dem *erstens* hinreichende (oder sogar notwendige und hinreichende) Bedingungen dafür formuliert werden, dass einem Gegenstand eine Eigenschaft F zukommt bzw. dass mehrere Gegenstände in der Relation R zueinander stehen; *zweitens* soll sich ein Kriterium als echter „Prüfstein“ eignen, d. h. die relativ problematischen Termini „F“ oder „R“ sollen durch die im Kriterium aufgeführten Bedingungen besser handhabbar gemacht werden. Ein Kriterium für die Sinngleichheit zweier

Sätze soll uns dementsprechend in die Lage versetzen, in einem konkreten Fall einigermaßen zuverlässig darüber zu befinden, ob zwei Sätze sinngleich sind oder nicht.

Schauen wir uns vor diesem Hintergrund zunächst die beiden L-Kriterien Freges an. Dabei wird zunächst die Frage im Vordergrund stehen, welche Bedingungen *hinreichend* für die Sinngleichheit zweier Sätze sind. In BS wird hierfür nichts anderes gefordert als deren logische Äquivalenz, die wiederum anhand des inferentiellen Potentials bestimmt wird. Wenn sich aus zwei Sätzen p und q – gegebenenfalls „in Verbindung mit bestimmten andern“ Urteilen – dieselben Folgerungen ergeben, so sind die beiden Sätze synonym. (Zur Frage, warum Frege hier nur die „downstream contents“ berücksichtigt, vgl. Tennant 2003.)

Das zweite L-Kriterium in BrH ist etwas unübersichtlicher. Wenn wir in einem ersten Schritt Freges Einschränkung übergehen, dass die beiden Synonymie-Kandidaten „[k]einen logisch evidenten Sinnbestandteil“ enthalten dürfen, dann wird aber sehr schnell deutlich, dass sich Freges Vorschlag in BrH nicht substantiell von dem in BS unterscheidet. Wenn die Annahme, „dass der Inhalt von A falsch und der von B wahr sei, als auch der Inhalt von A wahr und der von B falsch sei, auf einen logischen Widerspruch führt“, so sind die Sätze sinngleich („SG“):

$$(\text{BrH}^*) (p, \neg q \vdash \perp) \wedge (q, \neg p \vdash \perp) \rightarrow \text{SG}(p, q)$$

Der Unterschied zwischen BS und BrH ist somit eher ein Unterschied in der Darstellung als in der Sache. Die logische Äquivalenz der beiden Sätze wäre hinreichend (und wohl auch notwendig) für deren Sinngleichheit, wird aber verschieden charakterisiert: in BS durch die Gleichheit des inferentiellen Potentials und in BrH nach dem Muster einer *reductio ad absurdum*.

Liefert uns dieses Kriterium das, was wir von einem Synonymie-Kriterium erwarten würden? Zunächst sind nach BS und BrH logisch äquivalente Sätze wie p und $\neg\neg p$ synonym. Die Folgerungen, die sich aus p ziehen lassen, sind genau dieselben Folgerungen, die sich aus $\neg\neg p$ ergeben; und aus der Annahme, p und $\neg\neg p$ hätten unterschiedliche Wahrheitswerte, lässt sich unmittelbar ein Widerspruch ableiten. Man mag dieses Resultat für kontraintuitiv halten; aus wenigstens zwei Gründen dürfte Frege selbst aber diese Konsequenz für nicht sehr problematisch gehalten haben: weil er *erstens* den Begriff des Gedankens bzw. des Sinnes eines Satzes *stets* als den für die Logik allein relevanten Begriff des semantischen Gehaltes darstellt und man davon ausgehen kann, dass ein durch ein L-Kriterium reglementierter Sinnbegriff genau die richtige „Körnigkeit“ für logische Zwecke aufweist; und weil Frege *zweitens* logisch äquivalente Aussagen häufig als Beispiel für Sätze, die denselben Gedanken ausdrücken, heranzieht.

So heißt es etwa in seinem späten Aufsatz „Gedankengefüge“ explizit, dass *B* denselben Sinn hat wie „nicht (nicht *B*)“ (Frege 1923, 39 Fn 5, 44).

Es gibt lediglich eine Stelle am Ende von „Die Verneinung“, die man anders lesen könnte.⁸ Dort heißt es: „Von den beiden Gedanken – *A* und die Verneinung der Verneinung von *A* – ist also entweder jeder oder keiner wahr.“ (Frege 1918b, 157) Will Frege damit doch sagen, dass *A* und die doppelte Verneinung von *A* sinnverschieden sind? Ich glaube nicht. *Erstens* sagt Frege an dieser Stelle nicht, dass es sich bei *A* und der doppelten Verneinung von *A* auch um *verschiedene* Gedanken handelt. Frege hatte in seinem Aufsatz schließlich kurz zuvor von (1) dem Gedanken *A*, (2) dem Gedanken der Verneinung von *A* und schließlich auch von (3) dem Gedanken der Verneinung der Verneinung von *A* gesprochen. (1) und (2) sind offensichtlich verschiedene Gedanken, ebenso wie (2) und (3), und dass er nun von „den beiden Gedanken“ (1) und (3) spricht, kann man einfach im Sinne der stilistischen Kontinuität deuten. *Zweitens* spricht Frege gleich im Anschluß von der „einen Gedanken bekleidende[n] doppelte[n] Verneinung“, die „den Wahrheitswert des Gedankens nicht ändert“, und hier sollte sowohl der bestimmte Artikel („des Gedankens“) als auch die Metaphorik verdeutlichen, dass für Frege ein Satz und seine doppelte Negation denselben Gedanken ausdrücken. *Drittens* schließlich ist es auch mehr als unplausibel, dass Frege in einer seiner logischen Untersuchungen etwas implizit bestreiten wollte, was er in einer anderen explizit behauptet.

Aber vielleicht gibt es einen tieferen systematischen Grund gegen die Annahme, dass ein Satz und seine doppelte Negation für Frege denselben Sinn haben können. Ist – so der in Abschnitt 1 aufgeführte Einwand 1 – diese Annahme nicht inkompatibel zu dem, was Frege zu Gedanken und ihren Teilen sagt? Wenn der Sinn eines subsententialen Ausdrucks „Teil“ des Sinnes des gesamten Satzes ist⁹, dann scheint es so sein, dass nur solche Sätze sinngleich sein können, die auch dieselben Teile enthalten. Diese Idee, die zugleich ein Kriterium der Gedanken*verschiedenheit* beinhalten würde, hat Dummett einmal als „principle K“ formuliert:

K: If one sentence involves a concept that another sentence does not involve, the two sentences cannot express the same thought or have the same content. (Dummett 1991c, 295)

⁸ Vgl. zu diesem Einwand van Heijenoort 1977, 104, Penco 2003, 94 Fn. 18, sowie (sehr vorsichtig) Kühne 2003, 45 Fn. 44. Kühne hat später (2010, 587 f.) deutlich herausgestellt, dass dies nicht Freges eigentliche Position gewesen sein kann.

⁹ Wohl am deutlichsten drückt Frege diese Idee in den *Grundgesetzen* (1893, 51) aus: „Wenn ein Name Theil des Namens eines Wahrheitswerthes ist, so ist der Sinn jenes Namens Theil des Gedankens, den dieser ausdrückt.“

Dieses Prinzip wird von Dummett primär auf die „ungewöhnlichen“ Arten der Definition angewandt, die Frege in den *Grundlagen* ab § 62 diskutiert. Wenn man K voraussetzt, dann mögen zwar die beiden Sätze „die Gerade a ist parallel der Gerade b“ und „die Richtung der Gerade a ist gleich der Richtung der Gerade b“ in irgendeinem Sinne „äquivalent“ sein, sinngleich wären sie hingegen schon deswegen nicht, weil die beiden Sätze unterschiedliche Begriffe enthalten. Auf der Grundlage von K könnte man aber gleichfalls zeigen, dass auch p und $\neg\neg p$ für Frege nicht denselben Sinn haben können; schließlich „enthält“ der zweite Satz den Begriff der Negation, der erste hingegen nicht.

Schon aus Platzgründen kann ich hier auf die recht umfangreiche und ziemlich verwickelte Debatte zum Thema Gedankenteile nicht gründlicher eingehen.¹⁰ Es sei aber in aller Kürze darauf hingewiesen, dass sich ein Prinzip wie K mit etlichen Stellen, an denen Frege konkrete *Beispiele* für die Sinnleichheit zweier Sätze anführt, kaum vereinbaren lässt. Frege sagt ganz explizit, dass die linken und die rechten Sätze (in der folgenden Liste) jeweils denselben Gedanken ausdrücken:¹¹

(1a) A	(1b) A und A
(2a) B	(2b) nicht (nicht B)
(3a) A. gibt B. das Geschenk.	(3b) B. empfängt das Geschenk von A.
(4a) Ich rieche Veilchenduft	(4b) Es ist wahr, dass ich Veilchenduft rieche.
(5a) Heute regnet es.	(5b) Gestern hat es geregnet.
(6a) $p \rightarrow q$	(6b) $\neg q \rightarrow \neg p$
(7a) $x^2 - 4x = x(x - 4)$	(7b) $\dot{\epsilon}(\epsilon^2 - 4\epsilon) = \dot{\alpha}(\alpha[\alpha - 4])$ ¹²

Die Sätze links und rechts enthalten aber in deutlicher Spannung zu K anscheinend unterschiedliche Begriffe. Schlimmer noch: Auf der Grundlage von K ließe sich, was Dummett (1991c, 299) explizit einräumt, noch nicht einmal sagen, dass

10 Vgl. u. a. Bell 1987; Kemmerling 1990; Dummett 1991c, 289–314; Blanchette 2012, 39–45.

11 Vgl. (1) Frege 1923, 39 Fn.; (2) Frege 1923, 44; (3) – implizit – Frege 1918a, 64 [ähnlich Frege 1914b, 153]; (4) Frege 1918a, 61; (5) – implizit – Frege 1918a, 65; (6) – implizit – Frege 1897/8, 166; (7) Frege 1891, 10 f. Vgl. auch Künne 2010, 653–6, der explizit darauf hinweist, dass (ganz unabhängig von der Frage nach einem Kriterium der Sinnleichheit) diese Beispiele Freges mit dem von ihm in einigen Texten artikulierten Prinzip der Kompositionalität von Gedanken inkompatibel sind.

12 Ob Frege diese in „Funktion und Begriff“ aufgestellte These der Sinnleichheit von (7a) und (7b) später zurückgenommen hat, ist umstritten. Vgl. dazu Dummett 1981b, 529–537; Sluga 1986, 61; Alnes 1999; Blanchette 2012, 39–45.

zwei Sätze, die sich nur durch die Substitution eines *per definitionem* äquivalenten Ausdrucks unterscheiden, denselben Sinn haben.

Nach Prinzip K könnten wir also nur noch in völlig trivialen Fällen wie bei $p \wedge q$ und $q \wedge p$ (vgl. Frege 1923, 39) von einer echten Sinngleichheit reden, insofern dort die Teile tatsächlich identisch sind. Damit aber ist K nicht nur inkompatibel zu Freges konkreten Beispielen, sondern auch zu einer These, die Frege im Laufe seines Lebens in mehreren Varianten artikuliert hat: dass wir nämlich denselben Inhalt in verschiedenen Weisen auf zwei Sätze „verteilen“ können (vgl. Frege 1884, 75, § 64) und dass man „denselben Sinn, denselben Gedanken verschieden ausdrücken kann“ (Frege 1892b, 196 Fn.) – angesichts der Beispiele dürfte man ohne weiteres ein „sehr“ vor das „verschieden“ setzen.¹³

Kommen wir zu Einwand 2 aus dem letzten Abschnitt: gemäß BS wie auch BrH wären nicht nur logisch äquivalente Sätze sinngleich, sondern auch verschiedene Sätze, die jeweils logische Wahrheiten sind. Aus den beiden Annahmen $p \rightarrow \neg\neg p$ und $\neg[\neg\neg p \rightarrow p]$ lässt sich schnell ein Widerspruch ableiten (und ebenso in der umgekehrten Richtung), womit die beiden Sätze $p \rightarrow \neg\neg p$ und $\neg\neg p \rightarrow p$ nach BrH synonym wären; und auch wenn wir nach BS das inferentielle Potential der beiden Sätze als Kriterium der Sinngleichheit heranziehen, ergäbe sich dieses Resultat. Es wären aber nicht nur diese beiden Prinzipien für den Umgang mit doppelten Negationen sinngleich, sondern *alle* logischen Wahrheiten, so dass es in einem gewissen Sinne nur eine einzige logische Wahrheit gäbe.

Man darf vermuten, dass es genau dieses Problem war, das Frege in BrH zu der Einschränkung veranlaßt hat, „dass keiner der beiden Sätze einen logisch evidenten Sinnbestandteil“ enthalten darf. Was ist damit genau gemeint? Man könnte „logisch evident“ einfach im Sinne von „logisch wahr“ bzw. „logisch beweisbar“ lesen (so etwa Kremer 2010, 233; Bermudez 2001, 90 Fn. 7), nur wäre dies *zum einen* systematisch unbefriedigend, weil dann (Freges Logizismus vorausgesetzt) für den gesamten Bereich logischer und arithmetischer Wahrheiten kein Kriterium der Sinngleichheit zur Verfügung stünde; *zum anderen* aber wäre eine solche Vermutung nicht durch Freges Texte gedeckt: Frege verwendet den Ausdruck „Evidenz“ (wie auch sinnverwandte Wörter wie „einleuchtend“, „klar“ oder „selbstverständlich“) zwar recht lax; es ist aber ziemlich

13 Frege gesamtes Programm in der Philosophie der Mathematik hängt zudem davon ab, dass seine logizistischen Analysen genau dasselbe besagen wie das arithmetische Analysandum, weil man ihm ansonsten vorwerfen könnte, dass er gar nicht die Arithmetik fundiert, sondern eine neue Formalwissenschaft erfunden hätte. Vgl. zu dieser Problematik Blanchette 2012, 7–27 und *passim*.

klar, dass er ihn nur auf einen *Teil* der logischen Wahrheiten anwenden würde,¹⁴ nämlich auf die „Urwahrheiten“, die „Grundgesetze“ oder die Axiome der Logik. Während ein Axiom „unbeweisbar“, „unmittelbar klar“ und „unmittelbar einleuchtend“ ist (vgl. etwa Frege 1884, 5f.), sind logisch wahre Theoreme eben all dies nicht.

In ganz paralleler Weise schränkt Frege auch in KÜ sein Sinngleichheitskriterium auf eine bestimmte Klasse von Sätzen ein: Es muss, so Frege, vorausgesetzt werden, dass im Inhalt der Sätze „nichts ist, was von jedem, der es richtig erfasst hat, sofort unmittelbar als wahr anerkannt werden müsste“. Hier fällt zugleich noch eine weitere Parallele zwischen BrH und KÜ ins Auge: Frege sagt in KÜ nicht etwa, dass *der* Inhalt unmittelbar anerkannt werden muss; vielmehr darf *im* Inhalt nichts von dieser Art sein. Dies dürfte ähnlich zu verstehen sein wie die Rede von „Sinnbestandteilen“ in BrH, die man dann zwanglos im Sinne von „echter oder unechter Teil“ interpretieren kann: Die Sätze, deren Sinngleichheit überprüft werden soll, dürfen also weder logisch evident sein noch logisch evidente Teile enthalten. In diesem Sinne enthalten die beiden Sätze $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ und $\neg\neg p \rightarrow p$ einen *unechten* logisch evidenten Sinnbestandteil und die beiden Sätze „Schnee ist weiß oder $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ “ und „Gras ist grün oder $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ “ einen *echten*.

Frege hätte also folgende Modifikation von BrH* vorschlagen können: zwei Sätze sind sinngleich, wenn sie logisch äquivalent sind *und* wenn die beiden Synonymiekandidaten weder echte noch unechte logisch evidente Teile enthalten (im Folgenden kurz durch den Index „E“ festgehalten):

$$\text{BrH}^{**}: \neg(p_E \vee q_E) \wedge (p, \neg q \vdash \perp) \wedge (q, \neg p \vdash \perp) \rightarrow \text{SG}(p, q)$$

Auf der Grundlage von BrH** wären wir nicht mehr gezwungen, zwei beliebige logisch evidente Wahrheiten als sinngleich zu bezeichnen, nur bezahlen wir dafür einen recht hohen Preis. BrH** sagt uns zwar nicht, dass logisch evidente Aussagen sinngleich sind, aber auch nicht, dass sie es nicht sind. Versteht man unter einem Kriterium nicht nur ein Verfahren, um über das Bestehen einer Relation zu befinden, sondern auch eine (partielle) Bestimmung der Bedeutung eines Ausdruckes (hier: „sinngleich“), dann wäre BrH** genauso problematisch wie die

¹⁴ Zum Thema „Evidenz“ etc. bei Frege (und für zahlreiche Belege) vgl. Jeshion 2001 sowie Kühne 2010, 665–75. Blanchette 2012, 36, vermutet, dass Frege mit der Einschränkung auf nicht logisch evidente Sätze das Resultat vermeiden will, dass Sätze wie „ $2 = 1 + 1$ “ und „ $2 = 8^3 - 510$ “ sinngleich werden (womit Einwand 3 aus Abschnitt 1 beantwortet wäre).

von Frege stets als inakzeptabel verworfenen bedingten Definitionen.¹⁵ Aber auch wenn man einem Kriterium nicht die Aufgabe zuweist, einen Ausdruck in seiner Bedeutung zu bestimmen, sollte BrH** problematisch erscheinen. Ein Kriterium soll uns schließlich auf jeden Fall zuverlässig sagen, auf welche Gegebenheiten wir einen Begriff anwenden dürfen, und in bezug auf einige Synonymiekandidaten klafft in BrH** eine deutlich sichtbare Lücke.

Nun könnte man auf den Gedanken kommen, dass sich diese Lücke doch einfach schließen lässt, indem wir nämlich festsetzen, dass logisch evidente Sätze *nie* sinnleich sind, und für die übrigen Sätze lieferte uns dann BrH** das Kriterium. Man könnte gegen diesen Vorschlag wiederum einen definitionstheoretischen Einwand (oder das Analogon eines solchen) vorbringen, denn hier läge so etwas wie ein „stückweises“ Definieren vor (vgl. Frege 1903, 70), aber es gibt noch ein sehr viel gravierenderes Problem: wenn logisch evidente Sätze *nie* sinnleich sind, dann könnten wir noch nicht einmal sagen, dass ein logisch evidenter Satz wie $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ zu sich selbst sinnleich ist, was ein offenkundig absurdes Resultat wäre. Wie immer man *Sinnleichheit* näher bestimmen möchte – in jedem Fall sollte es sich um eine *Gleichheit*, also um eine (auch reflexive) Äquivalenzrelation handeln.

Wieso hat Frege also 1906 in gleich zwei Texten eine solche Einschränkung seines Kriteriums vorgesehen? Der Grund dürfte darin liegen, dass ohne die Bedingung auch die Axiome seiner Logik sinnleich wären, was *zum einen* völlig kontraintuitiv ist: in $\neg \neg p \rightarrow p$ und $\forall x F(x) \rightarrow F(c)$ scheint (im Gegensatz zu den weiter oben aufgeführten Beispielen) nicht etwa ein Gedanke unterschiedlich ausgedrückt zu werden; vielmehr scheinen hier ganz unterschiedliche Gedanken vorzuliegen. Dies gilt insbesondere dann, wenn man nicht nur an logische Axiome im heutigen Sinne denkt, sondern auch an Freges Grundgesetz V, das er ja gleichfalls für „rein logisch“ (Frege 1893, VII) hält. *Zum anderen* wäre auch der Versuch, voneinander unabhängige Axiome zu finden, semantisch witzlos oder sogar widersprüchlich: wenn alle Axiome dasselbe besagen, dann würden sie trivialerweise auseinander folgen, also gerade nicht unabhängig sein.

¹⁵ Vgl. etwa Freges Brief an Peano vom 29. September 1896 (WB, 182f.): „Eine bedingte Definition eines Begriffszeichens entscheidet nur für einige Fälle, nicht für alle, ob ein Gegenstand unter diesen Begriff falle, oder nicht; sie begrenzt den Begriff also nicht vollständig und scharf. Nun kann die Logik aber nur scharf begrenzte Begriffe anerkennen.“ Vgl. auch Frege 1903, 69–80 und für einen Überblick v. Kutschera 1989, 140–154.

3 Die P-Kriterien

Ich hatte oben schon erwähnt, dass das von Frege in BrH formulierte Kriterium den meisten Frege-Interpreten als Irrweg gilt; Freges „offizielles“ Kriterium der Sinngleichheit findet sich – so die These von Dummett und vielen anderen – in den P-Kriterien aus SB und KÜ. Der entscheidende Grund für diese Annahme liegt darin, dass ein L-Kriterium scheinbar zu grobkörnig sortiert. Zwar kann man mit BrH** dem „Erkenntniswert“ sowohl von empirischen als auch von geometrischen Aussagen Rechnung tragen; um aber im Bereich des analytischen Apriori noch zwischen trivialen und nicht-trivialen Aussagen unterscheiden zu können, werde ein feinkörnigeres Kriterium benötigt.

Um zu sehen, ob diese Annahme berechtigt ist, werfen wir nun einen Blick auf Freges P-Kriterien, zunächst auf SB. Hier findet sich nun kein Kriterium für die Sinn*gleichheit* zweier Sätze; vielmehr begründet Frege hier die Sinn*verschiedenheit* der beiden Sätze „der Morgenstern ist ein von der Sonne beleuchteter Körper“ und „der Abendstern ist ein von der Sonne beleuchteter Körper“ unter Rekurs auf die für sich unkontroverse These, dass jemand, der nicht um die Identität der beiden Himmelskörper wüßte, „den einen Gedanken für wahr, den anderen für falsch halten“ könnte. Sofern es also möglich ist, dass ein Denker *a* glaubt („G“), dass *p*, aber nicht glaubt, dass *q* (oder *vice versa*), dann wären die beiden Sätze nicht sinn*gleich*:

$$SB^*: \diamond[G(a,p) \vee G(a,q)] \rightarrow \neg SG(p,q)^{16}$$

SB* scheint nun ein Vorschlag zu sein, der genau die richtige Körnigkeit aufweist. Ein Denker kann eine Überzeugung über den Morgenstern haben, ohne eine entsprechende Überzeugung über den Abendstern zu haben; und ein Denker kann der Überzeugung sein, dass $2 = 1 + 1$, ohne auch zu glauben, dass $2 = 83 - 510$. In beiden Fällen läge eine Bedeutungs-, aber keine Sinn*gleichheit* vor.

Ohne weitere Einschränkungen liefert SB* aber so absurde Resultate, dass man Frege kaum eine solche These zuschreiben möchte. Wenn zwei Ausdrücke im heute üblichen Sinne synonym sind (wie z. B. „Orange“ und „Apfelsine“), dann

16 Das unterstrichene „ \vee “ steht hier für den Kontravalenz-Operator; die Konstante „a“ (zur Vermeidung einer eventuell problematischen Kombination von Quantoren und modallogischem Vokabular) für einen paradigmatischen Denker. Alternativ könnte man die Sinn*gleichheit* direkt unter Rekurs auf die *oratio obliqua* bestimmen. Vgl. Klement 2002, 90: „A and B express the same *Sinn* if and only if A and B can be substituted for each other in all (singly) oblique contexts without changing the truth-value of the whole“.

sollten sie auch in Freges Sinn sinngleich sein. Nun kann ein Denker aber durchaus glauben, dass Apfelsinen süß sind, nicht aber, dass dies auch von Orangen gilt, nämlich dann, wenn der Denker den Ausdruck „Orange“ entweder gar nicht kennt oder den Sinn dieses Ausdrucks nicht hinreichend erfasst hat. Um dieses Problem zu umgehen, müssen wir also unterstellen, dass der jeweilige Denker den semantischen Gehalt der beiden Sätze vollständig erfasst hat. Machen wir diese Unterstellung explizit, indem wir einfach im Antezedens des (negativen) Kriteriums den Index „v“ (für: „verstanden“) hinzufügen:

$$SB^{**}: \diamond[G_v(a,p) \vee G_v(a,q)] \rightarrow \neg SG(p,q)$$

Einen solchen Vorschlag scheint auch Frege zu machen, wenn er in KÜ sagt, dass zwei Sätze denselben Gedanken ausdrücken, wenn „jeder, der den Inhalt von A als wahr anerkennt, auch den von B ohne weiteres als wahr anerkennen muss“ (und *vice versa*), und wenn „die Auffassung der Inhalte von A und B keine Schwierigkeiten macht“.¹⁷ Damit ergäbe sich aus KÜ das folgende Kriterium der Sinnlichkeit:

$$KÜ^*: \neg\diamond[G_v(a,p) \vee G_v(a,q)] \rightarrow SG(p,q)$$

Zusammen mit der Kontraposition von SB^{**} ergäbe sich aus KÜ^{*} unmittelbar ein Satz, der notwendige und hinreichende Bedingungen für die Sinnlichkeit zweier Aussagen angibt:

$$SB+KÜ: \neg\diamond[G_v(a,p) \vee G_v(a,q)] \leftrightarrow SG(p,q)$$

So gelesen wären die beiden P-Kriterien SB und KÜ nur zwei Seiten ein und derselben semantischen Medaille.¹⁸

¹⁷ So auch Kühne 2003, 42, der diese Bedingung durch „[...] nobody who fully understands them [...]“ wiedergibt.

¹⁸ Man mag sich hier die Frage stellen, ob die Verstehensbedingung das Kriterium nicht zirkulär macht. Dass die „Auffassung der Inhalte von A und B keine Schwierigkeiten macht“ kann eigentlich nur heißen, dass ein Denker den Sinn von A und B vollständig (oder jedenfalls hinreichend gut) erfasst hat. Um etwas über Sinnlichkeiten zu wissen, müssten wir also zunächst etwas über Sinne wissen. Damit ist jedenfalls ein explikativer Weg verbaut, den Frege in bezug auf andere Begriffe wie „Richtung“ oder „Gestalt“ in seinen *Grundlagen* (§ 68) empfiehlt und von dem Tennant 2003, 246 meint, dass Frege ihn in BS auch habe beschreiten wollen. BS wäre damit die erste je von Frege diskutierte „Definition durch Abstraktion“.

Aber ist dem wirklich so? Kommt nicht in KÜ ein Aspekt mit ins Spiel, den ich bislang übergangen habe? Gemeint sind die beiden adverbialen Bestimmungen „ohne weiteres“ und „unmittelbar“. Man könnte die These aufstellen, dass Frege mit diesen als Kriterien für Sinngleichheit nicht nur „rational cotenability“¹⁹ verlangt, sondern auch das Erfülltsein einer darüber hinausgehenden temporalen Bedingung: dass nämlich ein Denker, der den Sinn zweier Sätze erfasst hat, *sofort* oder *unmittelbar* im Anschluß dieselbe doxastische Haltung zu den beiden Sätzen einnehmen muss.

Bevor ich auf dieses Problem näher eingehe, möchte ich hier zunächst noch die Frage klären, welche logische Beziehung zwischen den bislang diskutierten Kriterien besteht. Wenn man nun von der Einschränkung auf nicht-evidente Aussagen absieht und

$$\text{BrH}^{***}: (p \vdash q) \wedge (q \vdash p) \leftrightarrow \text{SG}(p, q)$$

als ein von Frege zwar nicht in genau dieser Form formuliertes, aber dennoch hinreichend Fregeanisches Prinzip akzeptiert und zugleich das P-Kriterium

$$\text{SB+KÜ}: \neg\Diamond[G_v(a, p) \underset{v}{\neq} G_v(a, q)] \leftrightarrow \text{SG}(p, q),$$

dann müßte Frege (unter der Bedingung, dass er seine Meinung nicht geändert hat) seine P- und seine L-Kriterien nicht nur für harmonisch gehalten haben; vielmehr liefen diese letztlich auf dasselbe hinaus. Aus den beiden Kriterien ergibt sich aber unmittelbar ein *prima facie* inakzeptables Resultat:

$$\text{SB+KÜ+BrH}: \neg\Diamond[G_v(a, p) \underset{v}{\neq} G_v(a, q)] \leftrightarrow (p \vdash q) \wedge (q \vdash p).$$

Wieso, so mag man fragen, sollten zwei Aussagen genau dann auseinander folgen, wenn ein verständiger Denker genau dann die eine Aussage für richtig hält, wenn er auch die andere für richtig hält. Ob SB+KÜ+BrH tatsächlich problematisch ist, lässt sich leicht feststellen, indem wir die in Einwand 1 und 2 aus Abschnitt 1 diskutierten Problemfälle mit dem Kriterium SB+KÜ testen und dabei überprüfen, ob sich jeweils andere Resultate ergeben:

- a) logische äquivalente Aussagen
- b) Synonymie aller (nicht logisch evidenten) logischen Wahrheiten

¹⁹ Vgl. für den Terminus Sainsbury 1998, 157.

Ad a) Ein Satz und seine doppelte Negation sind gemäß einem L-Kriterium wie BrH^{***} unzweifelhaft sinngleich. Wie sieht es aus, wenn wir das P-Kriterium $\text{SB}+\text{KÜ}$ heranziehen? Ist es möglich, dass ein Denker, dem „die Auffassung der Inhalte von $[p$ und $\neg\neg p]$ keine Schwierigkeiten macht“, p für wahr hält und $\neg\neg p$ für falsch? Nein, möchte man sagen, denn einem Denker, der tatsächlich unterschiedliche doxastische Haltungen zu den beiden Aussagen hätte, würden wir erhebliche Schwierigkeiten bei der Erfassung des semantischen Gehalts wenigstens eines der beiden Sätze zusprechen. Wer nicht weiß, dass man (im Rahmen der klassischen Logik) eine doppelte Negation gratis hinzufügen und auch wieder streichen kann, hätte offensichtlich den Sinn des klassischen Negators und damit auch den Sinn der doppelt negierten Aussage nicht verstanden.

Was bei diesem einfachen Beispiel noch einleuchten mag, könnte sich in komplizierteren Fällen als problematisch erweisen. So ist z. B., wie schon oben erwähnt, in der klassischen Logik die einfache Aussage p äquivalent zur weitaus komplexeren Aussage

$$p^*: \neg(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p),$$

und – so der Einwand – es wäre doch absurd, die beiden Aussagen als kognitiv gleichwertig zu bezeichnen, wie es nach den psychologischen Kriterien für eine Sinngleichheit erforderlich wäre.²⁰

Nun lässt sich zwar kaum bestreiten, dass einige Denker p für wahr, p^* hingegen für falsch halten könnten; nur sind – wie bereits herausgestellt wurde – für Frege nicht beliebige Denker geeignete Indikatoren für die Sinngleichheit zweier Aussagen, sondern nur solche, denen die Auffassung des Sinnes der beiden Aussagen „keine Schwierigkeiten macht“ (KÜ). Damit ergibt sich die Frage, unter welchen Bedingungen Frege einem Denker attestieren würde, den Inhalt einer Aussage (vollständig) erfasst zu haben. Zu dieser Frage sagt Frege allgemein leider sehr wenig; in Bezug auf den Sonderfall logischen Vokabulars lässt sich seinen Schriften aber eine recht klare Antwort entnehmen. Für aussagenlogische Operatoren setzt Frege in den *Grundgesetzen* (wie zuvor ähnlich in der *Begriffsschrift*) fest, dass es sich bei diesen um spezifische wahrheitsfunktionale Operatoren handelt (vgl. Frege 1893, 9–25). Und weil seine Festsetzungen bestimmen, „unter welchen Bedingungen [der Name eines Wahrheitswerthes] das Wahre bedeute“ (Frege 1893, 50), wird durch diese Festsetzungen zugleich der Sinn eines logischen Zeichens bestimmt. Es gehört etwa zum Sinn eines Negationszeichens, den Wahrheitswert einer Aussage „in den entgegengesetzten“ (Frege 1893,

²⁰ Vgl. zu dem Beispiel Klement 2002, 92f., sowie Textor 2011, 140f. Ähnlich Künne 2010, 648f.

10) zu verwandeln, und plausiblerweise wird man von einem Sprecher genau dann sagen, dass er den Sinn des Negationszeichens erfasst hat, wenn er weiß, in welcher Weise der Wahrheitswert einer Negation vom Wahrheitswert der negierten Aussage abhängig ist.

Dementsprechend kann ein Denker nicht den Sinn von p und $\neg\neg p$ erfasst haben, ohne zu wissen, dass diese beiden Sätze denselben Gedanken ausdrücken. Warum aber soll dies bei komplexeren Aussagen anders sein? Kann ein Denker vollständig den Sinn der beiden Aussagen p und p^* erfassen, ohne zu erkennen, dass hier nur ein Gedanke in zwei unterschiedlichen Verkleidungen auftritt? Hier kommt nun ein Punkt ins Spiel, den ich weiter oben kurz angesprochen, aber zunächst zurückgestellt hatte. Ein Unterschied zwischen den beiden Fällen ist offensichtlich: Während ein logisch auch nur halbwegs geübter Denker die logische Äquivalenz eines Satzes und seiner doppelten Negation auf einen Schlag erkennt, wird auch ein logisch geübter Denker eventuell eine Weile brauchen, um sich durch einen Beweis von der Äquivalenz von p und p^* zu überzeugen. Und sagt Frege nicht in KÜ, dass zwei Sätze sinngleich sind, wenn ein Denker, der den einen als wahr anerkennt, auch den anderen „ohne weiteres“ oder „unmittelbar“ als wahr anerkennen muss? Im Gegensatz zu einigen heutigen Philosophen (vgl. etwa Williamson 2006) dürfte für Frege unstrittig gewesen sein, dass ein verständiger Denker keine unterschiedlichen doxastischen Haltungen zu p und p^* haben kann; versteht man aber „unmittelbar“ im Sinne von „unverzögerlich“ oder „ohne zeitliche Verzögerung“, dann wären in dieser Lesart p und p^* dennoch nicht sinngleich, weil ein Denker für die Erkenntnis der logischen Äquivalenz eine Weile brauchen kann.²¹ Die beiden adverbialen Bestimmungen „ohne weiteres“ und „unmittelbar“ hätten für Frege dann die Funktion, innerhalb des Bereiches logisch äquivalenter Aussagen noch einmal zwischen den sinngleichen – wie p und $\neg\neg p$ – und den sinnverschiedenen – wie p und p^* – zu unterscheiden.

Ist das Freges Position? Und wie überzeugend ist dieser Vorschlag? Man betrachte folgende Abfolge von Sätzen:

21 Vgl. hierzu Dummett 1991a, 171: „[T]he immediacy must be stressed: if time for devising a proof of either statement from the other were to be allowed, we should have merely a criterion for the analytic equivalence of the two sentences, which, for Frege, is a weaker relation.“ (Das Verhältnis von „analytic equivalence“ und Sinngleichheit werde ich weiter unten noch thematisieren.) Ähnlich argumentiert Textor 2010, 142. Vorsichtig gegen ein temporales Verständnis spricht sich Picardi 1993, 75, aus, allerdings ohne eine überzeugende Alternativ-Lesart anzubieten.

- (1) p
- (2) $\neg\neg p$
- (3) $\neg\neg\neg\neg p$
- (4) $\neg\neg\neg\neg\neg\neg p$
- usw.

Jede Aussage in dieser Folge ergibt sich, indem die unmittelbar vorhergehende Aussage um zwei Negatoren erweitert wird; entsprechend finden sich in der Folge nur logisch äquivalente Sätze. Während man die Äquivalenz von 1 und 2 noch intuitiv erkennen kann, wird je nach Person irgendwann in der Folge ein Punkt kommen, an dem man diese die Äquivalenz nicht mehr *sehen* kann, sondern durch ein Abzählen der Negatoren ermitteln muss.

Daraus ergeben sich gleich mehrere Probleme. Wenn man es zu den notwendigen Bedingungen der Sinngleichheit zählt, dass diese von einem Denker nicht in mehreren Schritten ermittelt, sondern auf einen Schlag erkannt wird, dann scheint der Ausdruck „Sinnleichheit“ personenrelativ zu werden. Es mag Menschen mit einer besonderen Begabung geben, die auch bei einer sehr großen Zahl von Negatoren noch auf einen Schlag erfassen können, ob deren Anzahl gerade ist oder nicht; bei anderen ist vielleicht schon bei Satz 3 oder 4 das Ende des anschaulichen Erfassens eingetreten. Die Kognitionen welcher Menschen sollen hier den Ausschlag geben? Dieses Problem lässt sich eventuell noch mit einer einfachen Unterscheidung beiseite schieben: Wer die These aufstellt, dass ein Denker, der den Sinn zweier sinngleicher Sätze vollständig erfasst hat, unverzüglich dieselbe doxastische Haltung ihnen gegenüber einnimmt, ist – so der Gegenstand – noch nicht auf die Behauptung festgelegt, dass auch jeder Denker unverzüglich den *Sinn* eines jeden Satzes erfassen kann. Das Erfassen des Sinnes eines sprachlichen Gebildes kann eine gewisse Zeit in Anspruch nehmen; wenn aber jemand den Sinn zweier Sätze einmal erfasst hat, dann wird er auch unmittelbar ein korrektes Urteil über deren Sinnleichheit fällen. Im oben aufgeführten Beispiel ist dies auch durchaus plausibel: Man mag etwas Zeit benötigen, um festzustellen, ob die Anzahl der Negatoren vor der Aussage p gerade ist; hat man dies aber festgestellt, kennt man den Sinn der Aussage und wird (im Fall eines positiven Ergebnisses) genau dieselbe doxastische Haltung zu p wie zur logisch komplexen Aussage einnehmen.

Dem Anhänger eines genuin kognitiven Kriteriums der Sinnleichheit dürfte dieser Zug aber *zum einen* nicht wirklich weiterhelfen, denn mit genau derselben Überlegung ließe sich auch für die Sinnleichheit von p und p^* argumentieren. Es mag ein Weile dauern, den Sinn von p^* zu erfassen; hat man diesen aber erfasst, sollte einem sofort klar sein, dass p und p^* genau dasselbe besagen. *Zum anderen* aber ist ohne eine genauere Begründung auch nicht unmittelbar einleuchtend,

warum zwar das Erfassen einer Sinnlichkeit kognitiv mühelos sein soll und insofern „unmittelbar“ erfolgen kann, das Erfassen eines Sinnes hingegen nicht.

Hier dürfte es hilfreich sein, etwas detaillierter auf einen Aspekt von Freges Überlegungen zum Erfassen von Gedanken einzugehen, der nicht so recht zu einem kognitiven Kriterium zu passen scheint. Frege lässt keinen Zweifel daran, dass das vollständige Erfassen des Sinnes eines Ausdrucks schwierig sein kann. Vor dem Hintergrund seines Platonismus ist dies auch nicht weiter verwunderlich: Wenn man nicht nur die Ebene der Bedeutungen, sondern auch die der Sinne realistisch, als etwas von uns Unabhängiges versteht, dann ist, so wie ein Akt des Urteilens ein *epistemisches* Risiko enthält, der Akt des Fassens eines Gedankens durch ein *semantisches* Scheitern bedroht. Wir können uns nicht nur auf der Sach-, sondern auch auf der Sinnebene irren. Dieser Platonismus Freges manifestiert sich nicht nur in zahlreichen Äußerung zur Objektivität semantischer Gehalte (v. a. in „Der Gedanke“), sondern auch in seiner Kritik an zeitgenössischen Mathematikern: Diesen wirft Frege wiederholt vor, dass ihnen die Grundbegriffe ihrer Wissenschaft „ganz unklar“ sind (1914a, 239 f.), was etwa für den Begriff der Zahl, aber auch für den der Identität gilt:

Wenn die Meinungen der Mathematiker über die Gleichheit von einander abweichen, so heißt das nichts weniger, als daß die Mathematiker über den Inhalt ihrer Wissenschaft uneinig sind; und wenn man das Wesen der Wissenschaft in Gedanken, nicht in Worten und Zeichen sieht, so heißt es, dass es keine einheitliche mathematische Wissenschaft giebt, daß die Mathematiker einander in Wahrheit garnicht verstehen. Denn der Sinn fast aller arithmetischen Sätze und vieler geometrischer hängt unmittelbar oder mittelbar von dem Sinne des Wortes „gleich“ ab. (Frege 1903, 71 Fn.)

Den zunächst erklärungsbedürftigen Umstand, dass man sich einerseits „gar nicht versteht“, andererseits aber erfolgreich Wissenschaft betreiben kann, versucht Frege nun in einem späten Manuskript durch die Unterscheidung von „den Sinn eines Zeichens (er)fassen“ und „mit einem Zeichen einen Sinn verbinden“ zu erklären: Der Sinn eines Zeichens wird zuweilen nicht klar erfasst, „sondern [erscheint] wie durch einen Nebel nur in verschwommenen Umrissen“ (1914a, 228); aber auch dann, wenn man einen Sinn nicht richtig „gefasst“ hat, kann man immerhin einen bestimmten Sinn mit einem Wort „verbinden“ (1914a, 234) und insofern erfolgreich kommunizieren.²²

²² Für eine instruktive Deutung der „Nebel“-Passagen in Frege 1914a vgl. Burge 1990, 252–255 und *passim*.

Ich hatte weiter oben schon darauf hingewiesen, dass die Idee der „Transparenz“²³ von Sinnlichkeiten allenfalls so plausibel sein dürfte wie die These, dass auch Sinne transparent sind. Wenn nun Frege mit seiner Metapher des „Nebels“ die letzte These bestreitet, dann müsste er eigentlich auch die erste Idee ablehnen. Genau eine solche Befürchtung wird von Textor wie folgt artikuliert:

Frege's remarks about incompletely grasping a sense threaten the applicability of the concept of sense. If senses can be incompletely grasped, they are no longer transparent and transparent [sic!] senses cannot do the work he wants sense to do: to make sameness of reference obvious. Fregeans therefore seems [!] to face a choice between giving up the theory of partially grasping a sense and the theory of sense and reference itself. (Textor 2011, 148)

Die grundlegende Unterscheidung zwischen Sinn und Bedeutung lässt sich aber ohne weiteres mit der überaus plausiblen These, dass es auch ein partielles Erfassen eines Sinnes geben kann, kompatibel machen, wenn man die Transparenz-These in ihrer Reichweite stark beschränkt: Aus Freges Sicht muss ein Sinn oder ein Gedanke einem *normalen* Denker überhaupt nicht „transparent“ sein; bei einem solchen Denker ist der Sinn eines von ihm gebrauchten Zeichens, wie Burge (1990, 255) ganz richtig schreibt, „partly independent of the user's understanding and use of the word“. (Kurz: Eine Gebrauchstheorie der Bedeutung passt nicht gut zu einem Platonismus.) Eine starke Transparenz-These lässt sich aber ohne weiteres in bezug auf *ideale* Denker vertreten – also in Bezug auf Denker, die den durch einen Satz ausgedrückten Sinn vollständig erfasst haben, die über eine perfekte logische Kompetenz verfügen und in ihren Kognitionen nicht durch ein beschränktes Gedächtnis, mangelnde Konzentrationsfähigkeit o. ä. behindert werden. Ein idealer Denker wird den jeweiligen Sinn von p , $\neg p$ und p^* in der Tat „unmittelbar“ erfassen und damit die Sätze auch „ohne weiteres“ als Ausdruck desselben Gedankens anerkennen.

Wenn Frege in KÜ die Wörter „unmittelbar“ und „ohne weiteres“ verwendet, würde er sich damit also zunächst auf die Urteilstaten eines idealen Denkers beziehen. Normale Denker kommen nun insofern ins Spiel, als diese natürlich genau so denken *sollten* wie ein idealer Denker. Dass „jeder, der den Inhalt von B anerkennt, auch den von A unmittelbar anerkennen muss“, hieße entsprechend, dass jemand, der den Inhalt von B als wahr anerkennt, unmittelbar kognitiv ver-

²³ Vgl. zu diesem Terminus Dummett 1978, 131: „It is an undeniable feature of the notion of meaning – obscure as that notion is – that meaning is transparent in the sense that, if someone attaches a meaning to each of two words, he must know whether these meanings are the same.“

pflichtet ist,²⁴ den Inhalt von *A* als wahr anzuerkennen. Was aber soll eine unmittelbare kognitive Verpflichtung sein? Ich werde auf diese Problematik noch näher im nächsten Abschnitt eingehen und hier nur *eine* mögliche Lesart anbieten: Eine „unmittelbare kognitive Verpflichtung“ läge dann vor, wenn die Verpflichtung unabhängig von außerlogischen Erkenntnissen gilt. Wenn ich den Satz „Der Morgenstern ist ein Planet“ für wahr halte, kann ich ja durchaus verpflichtet sein, auch den Satz „Der Abendstern ist ein Planet“ zu akzeptieren, wenn mir nämlich die empirische Prämisse „der Morgenstern = der Abendstern“ bekannt ist. Eine „unmittelbare kognitive Verpflichtung“ ergäbe sich demgegenüber allein aus den Gesetzen der Logik, womit Sinnlichkeit und logische Äquivalenz auf dasselbe hinausliefen.

Es gibt aber noch einen weiteren Grund gegen die These, dass Frege in KÜ oder SB die Sinnlichkeit von Sätzen unter Rekurs auf die faktischen Kognitionen normaler Denker explizieren wollte: Obwohl Freges Schriften aus der Zeit um 1890 heute zu den unbestrittenen Klassikern der modernen Sprachphilosophie gehören, ist Freges Sinnbegriff kaum sprachphilosophisch *motiviert*; vielmehr dient Frege der Begriff des Sinns (bzw. des Gedankens) als Vehikel für seine Logik. Dies wird etwa durch den Untertitel seines Aufsatzes „Der Gedanke“ deutlich, wie auch dadurch, dass Frege in BrH sein objektives Kriterium, „um einen Gedanken als denselben wiederzuerkennen“, als notwendig für eine „logische Analyse“ bezeichnet.²⁵ Und auch in dem zunächst psychologisch wirkenden Kriterium aus KÜ wird dieser Punkt deutlich hervorgehoben.²⁶ Der Begriff des Sinnes bzw. des Gedankens soll also für die Art von semantischen Gehalten stehen, die für die Logik relevant sind. Warum aber soll Frege der Überzeugung gewesen sein, dass die Schnelligkeit, mit der reale Denker ihre doxastischen Haltungen zu verschiedenen Aussagen einnehmen, logisch relevant ist? Schlimmer noch: Da „unmittelbar“ in einer solchen temporalen Lesart ebenso wie „Glatze“ ein klares Beispiel für einen *vagen* Begriff ist, so würde hier der für die Logik zen-

24 Dass Frege als ausgemachter Anti-Psychologist mit dem Wort „muss“ hier nicht ein psychologisches Naturgesetz artikuliert, sondern eine *Norm* aufstellt, scheint mir auf der Hand zu liegen. Für eine ähnliche Einschätzung vgl. Künne 2010, 649; Kremer 2010, 233; Textor 2010, 142; Blanchette 2012, 33.

25 Vgl. auch einen späteren Abschnitt in BrH: „Gibt es ein anderes Mittel, um zu beurteilen, was an dem Inhalte eines Satzes der Logik unterworfen ist, wann zwei Sätze denselben Gedanken ausdrücken? Ich glaube nicht.“ (WB, 106).

26 „Es wird also vom Inhalte eines Satzes ein Teil auszuschneiden sein, der allein als wahr anerkannt oder als falsch verworfen werden kann. Diesen nenne ich den im Satze ausgedrückten Gedanken. Er ist derselbe in äquipollenten Sätzen der oben angegebenen Art. *Nur mit diesem Teile des Inhaltes hat die Logik zu tun.*“ Frege 1906, 213f.; Hvhb. v. Verf.

trale Begriff des Gedankens unter Rekurs auf einen Begriff bestimmt, der – wie Frege es vom Ausdruck „Haufen“ explizit sagt – „vom logischen Standpunkt aus als bedeutungslos anzusehen ist“ (Frege an Peano, 29. 9. 1896; WB, 183). Versteht man „unmittelbar“ temporal, ergibt sich somit ein Begriff, der vielleicht für die Kognitionspsychologie geeignet sein mag, der aber für logische Zwecke zu feinkörnig sortiert.

Abschließend noch ein *sehr* kurzer Blick auf Einwand 4 aus Abschnitt 1. Wenn – so der Gedanke – logisch äquivalente Sätze stets sinnlich sind, dann scheint dies schlecht zu Freges Theorie der *oratio obliqua* zu passen, insofern hier die Gefahr bestünde, dass wir durch die Substitution von in diesem Sinne sinnlichen Ausdrücken aus einer wahren Aussage über die Überzeugungen eines Sprechers eine falsche ableiten. Wer glaubt, dass p , muss doch keineswegs glauben, dass eine zu p äquivalente komplexe Aussage wahr ist. Ich glaube nicht, dass es sich hier um einen zentralen Einwand handelt. Es gehört schließlich zu den wesentlichen Pointen von Freges Begriff des Gedankens, dass sich hinter verschiedenen Sätzen der „Sprache des Lebens“ (Frege 1923, 45) ein und derselbe Gedanke verbergen kann, so dass auf der Sinnebene zwangsläufig viele psychologische und auch (im üblichen Sinne) semantische Unterschiede verwischt werden. Man vergleiche hierzu noch einmal die Auflistung von sinnlichen Sätzen aus Abschnitt 2. Ersetzt man in einem Glaubenskontext jeweils einen der linken Sätze durch einen der rechten, besteht immer das Risiko, dass wir die „eigentlichen“ Überzeugungen des jeweiligen Denkers nicht so recht treffen. Wenn Denker a glaubt, dass eine Person b einer Person c ein Geschenk gegeben hat, muss a in einem gewissen Sinne nicht glauben, dass b von a ein Geschenk empfangen hat (nämlich dann, wenn a zwar den Ausdruck „geben“, nicht aber den Ausdruck „empfangen“ kennt); wer glaubt, Veilchenduft zu riechen, muss anscheinend nicht glauben, dass es wahr ist, dass er Veilchenduft riecht (wenn er nämlich über den Begriff der Wahrheit nicht verfügt). Noch deutlicher sind vielleicht die von Frege in „Der Gedanke“ (1918a, 63 f.) herangezogenen Beispiele pejorativer bzw. meliorativer Ausdrücke: eine Überzeugung, in der es um Pferde geht, scheint intuitiv etwas anderes zu sein als eine Überzeugung über Gäule oder über Rösser.²⁷

Mit Freges These, man dürfe in der „ungeraden Rede“ sinnliche Ausdrücke substituieren, *kann* also nicht gemeint sein, dass solche Transformationen stets

²⁷ Dass Freges Theorie der indirekten Rede *prima facie* nicht gut zu seiner These passt, dass sich „Pferd“ und „Gaul“ bloß in ihrer „Färbung“ unterscheiden, wird auch von Textor 2011, 145 f. hervorgehoben. Er versucht dieses Problem durch eine Modifikation von Freges Sinnlichkeitskriterium zu entschärfen.

dasjenige konservieren, was man *intuitiv* als das von einem Denker Geklaubte oder das mit einer Äußerung Gesagte bezeichnen würde, also die jeweilige semantische oder kognitive „Perspektive“.²⁸ Vielmehr muss Frege hier (wie auch in seinen P-Kriterien) eine Rationalitäts- und eine Verstehensunterstellung machen: Relativ zu einem rationalen Denker, der den Sinn zweier Sätze vollständig erfasst hat und der sich ausschließlich für die Wahrheit von Gedanken interessiert und nicht für irgendwelche „Winke“, die den Gedanken ausdrückende Sätze enthalten mögen, spielt es in der Tat keine Rolle, ob dieser etwas über einen Gaul oder ein Pferd gesagt hat oder ob wir ihm die Überzeugung zuschreiben, dass p , oder aber die Überzeugung, dass $\neg(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p)$.

Zudem ist, wie schon oben angedeutet, keineswegs ausgemacht, dass sich hier ein anderes Resultat ergäbe, wenn man sich auf das P-Kriterium KÜ stützt und sich *entgegen* der hier vorgeschlagenen Deutung mit den beiden adverbialen Bestimmungen „ohne weiteres“ und „unmittelbar“ auf die Urteilstaten eines normalen Denkers bezieht. Kann jemand wirklich den Sinn des Satzes $\neg(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p)$ *vollständig* verstehen, ohne unverzüglich zu erkennen, dass mit diesem letztlich nicht mehr gesagt wird als mit einem bloßen p ? Wenn nein, dann dürften wir auch einer solchen Rekonstruktion zufolge in Glaubenssätzen den einen Satz durch den anderen ersetzen, so dass der Einwand (4) allenfalls auf ein Problem hinwiese, dem *alle* von Frege vorgeschlagenen Kriterien ausgesetzt sind; ein spezifisches Problem des Kriteriums aus BrH läge nicht vor.

Ad b) Der Fall von logischen Wahrheiten ist im Wesentlichen analog zu behandeln: Logische Wahrheiten sind gemäß einem L-Kriterium trivialerweise sinn-gleich; sie sind es aber auch gemäß einem Kriterium wie KÜ, und zwar vermutlich selbst dann, wenn man „unmittelbar“ und „ohne weiteres“ im Sinne von „unverzüglich“ o. ä. deutet. Wenn ein Denker eine beliebige logische Wahrheit verstanden und damit als wahr erkannt hat, ist kaum zu sehen, wie er einer von dieser (grafisch) verschiedenen logischen Wahrheit, die er gleichfalls verstanden hat, noch seine unverzügliche Zustimmung verweigern könnte. Herauszufinden, ob zwei Aussagen jeweils logisch wahr sind, mag eine Weile dauern, wenn aber

28 Burge 2004, 198, versucht Frege vor dem Einwand in Schutz zu nehmen, seine Theorie der indirekten Rede sei zu restriktiv, weil er nicht die Möglichkeit vorsieht, die Überzeugungen eines Denkers recht lax etwa nur durch die „subject matter“ zu spezifizieren (was die Substitution von bedeutungsgleichen Ausdrücken ermöglichen würde). Dem hält Burge entgegen, dass es Frege primär um die „representational perspective of the individual with the attitudes“ gegangen sei. Wenn aber verschiedenen „Perspektiven“ ein und derselbe Sinn entsprechen kann, kann es gerade nicht der Anspruch von Freges Theorie der Glaubenssätze gewesen sein, eine „attitude as fully and accurately as possible“ zu spezifizieren.

das vollständige Verstehen einer logischen Wahrheit mit der Anerkennung ihrer Wahrheit einhergehen muss, dann muss ein Denker, sobald er beide Aussagen verstanden hat, beide unverzüglich als wahr anerkennen.

Wir sind nun soweit, dass wir uns kurz in einem Überblick die Ergebnisse der bisherigen Überlegungen vor Augen führen können. Freges zu Beginn zitierte Sinngleichheitskriterien (*sensu lato*) unterscheiden sich zum einen im Hinblick auf das grundlegende (teils psychologische, teils logische) Vokabular. Ich hatte hier die Termini „L-Kriterien“ und „P-Kriterien“ verwendet. Zum anderen hatten wir zwei spezifische Einschränkungen näher untersucht: *erstens* die Bedingung, dass die Synonymiekandidaten keine logisch evidenten Teile enthalten dürfen. Da diese Bedingung aber sowohl in BrH als auch in KÜ auftaucht, ist sie bezüglich der hier zu verhandelnden Frage, wie sich P- und L-Kriterien zueinander verhalten, neutral.

Zweitens verwendet Frege in KÜ die beiden Ausdrücke „unmittelbar“ und „ohne weiteres“. Wenn man diese, wie hier vorgeschlagen, *nicht* temporal deutet, dann laufen die verschiedenen Kriterien wenigstens „extensional“ auf dasselbe hinaus und es läge die Vermutung nahe, dass Frege in seinen P-Kriterien einen logischen Sachverhalt lediglich in einer psychologischen Sprache ausdrückt. Wenn man diese hingegen, mit vielen Frege-Interpreten, temporal deutet, dann hängt alles von einer Frage ab, zu der Frege leider wenig sagt: Was heißt es genau, „dass die Auffassung der Inhalte von *A* und *B* keine Schwierigkeiten macht“? (KÜ) Versteht man „macht keine Schwierigkeiten“ plausiblerweise im Sinne von „wird vollständig verstanden“, dann stellt sich die Frage nach den hierfür einschlägigen Standards. Geht man von strengen Standards aus, dann sollten wiederum alle Kriterien letztlich auf dasselbe hinauslaufen: alle verpflichten uns sowohl auf die Sinngleichheit logisch äquivalenter Aussagen wie auch auf die Sinngleichheit (nicht evidenter) logischer Wahrheiten. Nur dann also, wenn man von einer temporalen Lesart *und* von recht laxen Standards des Verstehens ausgeht, denen zufolge man etwa $\neg(p \wedge \neg q) \rightarrow \neg(q \rightarrow \neg p)$ auch dann vollständig verstanden haben kann, wenn man nicht erkannt hat, dass es sich lediglich um ein phantasievoll verkleidetes *p* handelt, gäbe es im Ergebnis einen echten Unterschied zwischen den von Frege diskutierten Kriterien.

Auch wenn die Kriterien zu denselben Resultaten führen, wäre noch eine Frage zu klären, nämlich die nach dem „Primat“ der verschiedenen Kriterien. Welches Kriterium ist also „ursprünglicher“? Und die Antwort auf diese Frage sollte nicht schwer fallen, wenn man sich einen Punkt vergegenwärtigt, den ich schon kurz erwähnt habe: Das Kriterium, das Frege in KÜ anbietet, ist kein Gesetz der empirischen Psychologie; vielmehr enthält es einen normativen Bestandteil. Wenn ein Sprachverwender, der eine bestimmte doxastische Haltung zu einer Aussage einnimmt, nicht eine andere Haltung zu der anderen Aussage einneh-

men *darf*, dann sind beide Aussagen sinngleich. Wie bei anderen Normen kann man sich nun eine einfache Frage stellen: Warum darf man das nicht? Und die Antwort kann eigentlich nur lauten: Weil die *semantischen Gehalte* der beiden Aussagen derart sind, dass ein rationaler Denker nicht die eine Aussage akzeptieren und die andere zurückweisen kann. Dies aber bedeutet, dass ein genuin psychologisches Kriterium bestenfalls ein guter *Indikator* der Sinngleichheit sein mag, uns aber nicht sagt, *was es heißt*, dass zwei Aussagen denselben semantischen Gehalt haben, worin also Sinngleichheit eigentlich besteht. Ein logisches Kriterium sagt uns aber, worin Sinngleichheit besteht und wodurch sie konstituiert wird, nämlich durch die logische Äquivalenz zweier Aussagen (was immer das auch genauer bedeuten mag).

Insofern dürfte es auch kein Zufall sein, dass die einzige Stelle, an der Frege je von einem objektiven Kriterium der Sinngleichheit redet, einen logischen Vorschlag enthält. Dort, in BrH, geht er sogar noch einen Schritt weiter und bestreitet explizit, dass es ein „anderes Mittel“ geben könne, „um zu beurteilen, [...] wann zwei Sätze denselben Gedanken ausdrücken“ (WB, 106). Wenn wir Frege hier beim Wort nehmen, dann ist klar, dass die P-Kriterien aus seiner Sicht keine Kriterien *sensu stricto* gewesen sein können, und es liegt dann nahe, die P-Kriterien einfach als eine Folge aus Freges „eigentlichem“ Kriterium zu verstehen, auf die er zur *Veranschaulichung* seiner Position zurückgreift. Wenn zwei Sätze sinngleich sind, dann sind sie auch logisch äquivalent, so dass kein Denker unterschiedliche doxastische Haltungen zu den beiden Sätzen einnehmen *darf*. Und ein hinreichend *rationaler* Denker, der die logischen Beziehungen zwischen den jeweils relevanten Teilen seines Überzeugungssystems überaus gut überblickt, könnte auch *faktisch* nicht unterschiedliche doxastische Haltungen einnehmen.²⁹

Diese Deutung wird weiter bestätigt durch ein merkwürdiges Detail von KÜ, auf das in der Frege-Literatur nur selten eingegangen wird. Nachdem Frege von der „Beziehung“ gesprochen hat, „dass jeder, der den Inhalt von *A* als wahr anerkennt, auch den von *B* ohne weiteres als wahr anerkennen muss“ (und *vice versa*), fügt er in Klammern das Wort „Äquipollenz“ hinzu. Dies kann man kaum anders verstehen, als dass er mit diesem Wort die soeben erwähnte Beziehung bezeichnen möchte. Nun wird der Ausdruck „äquipollent“ in der traditionellen Logik so uneinheitlich verwendet, wie es seiner ursprünglichen Bedeutung

²⁹ C. Penco 2001, 53, vertritt einerseits eine ähnliche These: Frege sei von einer „strong conception of rationality“ ausgegangen. Andererseits soll diese seine „inability to detect the contrast between the two alternative conceptions [of sense identity]“ erklären. Sollte man nicht eher sagen, dass es vor dem Hintergrund einer solchen Rationalitätskonzeption gar keinen Kontrast gibt?

entspricht;³⁰ Frege selbst verwendet ihn im Jahre 1906 in einem weiteren Brief an Husserl (WB, 101–105) aber eindeutig im Sinne von „logisch äquivalent“.³¹ Dies legt die Vermutung nahe, dass die von Frege erwähnte „Beziehung“ keine andere als die der logischen Äquivalenz ist und dass er diese hier nur anders, nämlich durch die kognitiven Haltungen eines völlig rationalen Denkers charakterisiert.

4 Sinngleichheiten in der Logik und in der Arithmetik

Wie oben dargestellt, lässt Frege kaum einen Zweifel daran, dass er logisch äquivalente Sätze als Ausdruck desselben Gedankens betrachtet; ebenso eindeutig äußert er sich aber zur Sinngleichheit arithmetischer Sätze. Sowohl in *Funktion und Begriff* als auch in den *Grundgesetzen* sagt er explizit, dass bedeutungsgleiche arithmetische Terme wie „ 2^4 “ und „ $4 \cdot 4$ “ nicht denselben Sinn haben und daher auch nicht Sätze wie „ $2^4 = 4^{2^4}$ “ und „ $4 \cdot 4 = 4^{2^4}$ “, in denen ein Term durch den anderen ersetzt wird.³² Dies ist – isoliert betrachtet – für die bisherigen Überlegungen kein Problem, wohl aber wenn wir eine zentrale Idee Freges hinzunehmen, nämlich seine logizistische Philosophie der Arithmetik. Wenn die Arithmetik nichts als ein besonderer Teil oder eine „Erweiterung“ der Logik ist und die Umformung eines Satzes in einen logisch äquivalenten dessen Sinn nicht ändert, so ist schwer zu sehen, warum zwischen „ $2^4 = 4^{2^4}$ “ und „ $4 \cdot 4 = 4^{2^4}$ “ nicht dieselbe

30 Zur Verwendungsweise im 19. Jahrhundert vgl. etwa Hoffbauer 1819, 66f. Am Rande sei bemerkt, dass sich dort eine Überlegung findet, die nicht weit von Freges Gedanken zum Erkenntniswert von Identitätsaussagen entfernt ist: „[Die] Behauptung, daß äquipollente Sätze einander substituiert werden können, gilt indeß nicht so uneingeschränkt, wenn man [...] Sätze äquipollent nennt, wenn sie gegenseitig auseinander folgen, gesetzt auch dass die gegenseitige Abfolge aus einander nicht unmittelbar für sich klar wäre. Denn in diesem weiten Sinne sind auch Sätze wie: ‘der Triangel x ist rechtwinklicht’ und ‘der Triangel x hat eine Seite, deren Quadrat den Quadraten seiner beiden anderen Seiten zusammen genommen gleich ist’ äquipollent. Die Äquipollenz dieser Sätze würde aber nicht jedem klar seyn, der den Sinn derselben völlig gefaßt hätte. [...] Gleichgeltende Sätze, deren Äquipollenz nicht unmittelbar von selbst erhellet, können zwar [...] objectiv, aber nicht subjectiv einander substituiert werden.“

31 Künne 2010, 657, weist auf diesen Brief hin und sagt, dass Frege *dort* den Ausdruck „Äquipollenz“ im logischen Sinne verwendet. Einige Seiten vorher (648) empfiehlt er, „Äquipollenz“ in KÜ durch „kognitive Gleichwertigkeit“ wiederzugeben, ohne aber eine Erklärung anzubieten, warum Frege denselben Ausdruck im selben Jahr so unterschiedlich verwendet haben soll.

32 Vgl. Frege 1891, 14; Frege 1893, IX, Fn. 4. Siehe auch Frege 1914a, 251.

Relation bestehen sollte wie zwischen p und $\neg\neg p$. Dieses Problem wurde oben in Abschnitt 1 als Einwand 3 aufgeführt.

Eine Erklärung für das erwähnte Phänomen erhielt man, wenn man wie etwa Dummett bei Frege eine grundlegende Unterscheidung zwischen bloßer analytischer Äquivalenz und echter Sinnleichheit sieht. Auf dieser Grundlage könnte man sagen, dass „ $2^4 = 4^{2^4}$ “ und „ $4 \cdot 4 = 4^{2^2}$ “ zwar analytisch äquivalent sind (womit Freges Logizismus gerettet wäre), nicht aber sinnleich (womit geklärt wäre, wodurch sich dieses Satzpaar von dem Paar p und $\neg\neg p$ unterscheidet). Obwohl nun Dummett Frege in etlichen Arbeiten eine solche These zuschreibt,³³ findet sich in Freges Werken hierfür kein echter Beleg. Frege sagt nirgends explizit, dass er diese Unterscheidung allgemein für richtig hält, und er bringt auch nirgendwo explizit ein Beispiel von zwei Sätzen, die nicht sinnleich, wohl aber analytisch äquivalent sind. Dies ist auch nicht überraschend, weil Frege die beiden Termini „Sinn(gleichheit)“ und „analytisches Urteil“ weitgehend³⁴ asynchron verwendet. Der Begriff des analytischen Urteils spielt eine tragende Rolle in Freges Charakterisierung des Status arithmetischer Sätze in seinen *Grundlagen*, die ja zeitlich vor der Unterscheidung zwischen Sinn und Bedeutung liegen. In den beiden umfangreichen Bänden seiner *Grundgesetze*, die nach dieser Unterscheidung entstanden sind, macht Frege hingegen kein einziges Mal vom Begriff des analytischen Urteils Gebrauch! Der Terminus „Analytizität“ spielt also nicht nur – wie Dummett schreibt – eine sehr kleine Rolle in Freges „general theory of meaning“ (Dummett 1981a, 631), er scheint ihn auch in seiner reifen Philosophie der Arithmetik für entbehrlich zu halten.

Aber vielleicht lässt sich in Freges *Grundlagen* eine Definition von „Analytizität“ finden, aus der sich die von Dummett gemachte Unterscheidung ergibt. Im § 3 des Werkes sagt Frege, dass Analytizität durch eine spezifische „Berechtigung zur Urteilsfällung“ bestimmt wird, womit die Unterscheidung zugleich „dem Gebiete der Psychologie entrückt“ werde. Hat man etwa einen Satz der Mathematik vor sich, so ist dieser analytisch, wenn man dessen Beweis „bis auf die Urwahrheiten“ zurückverfolgt und auf diesem Wege „nur auf die allgemeinen logischen Gesetze und auf Definitionen“ stößt (Frege 1884, 3). Freges Begriff der Analytizität ist also ebenso wie sein „objektives Kriterium“ der Sinnleichheit aus BrH logischer Natur, und damit *scheint* er sich zumindest implizit auf den Zusammenhang zwischen Analytizität und Sinnleichheit festzulegen, den man auch

³³ Vgl. Dummett 1978, 420 f.; Dummett 1981a, 631–7; Dummett 1981b, 324 f.; Dummett 1991a, 171.

³⁴ Die einzige mir bekannte Ausnahme ist der Beginn von „Über Sinn und Bedeutung“, wo Frege (1892a, 25) knapp und mit erkennbarer Distanz festhält, ein Satz der Form $a = a$ sei „nach Kant analytisch zu nennen“.

erwarten würde, wenn man analytische Urteile wie üblich als wahr aufgrund des Sinnes der in ihnen vorkommenden Ausdrücke versteht. Sind zwei singuläre Termini a und b , zwei generelle Termini F und G oder zwei Aussagen p und q jeweils sinngleich, so sollten vor diesem Hintergrund die Sätze

- (1) $a = b$
- (2) $\forall x F(x) \leftrightarrow G(x)$
- (3) $p \leftrightarrow q$

analytisch sein (und *vice versa*). Die Unterscheidung von analytischer Äquivalenz und Sinngleichheit könnte uns also allenfalls dann weiterhelfen, wenn man Sinngleichheit als kognitive und nicht als logische Äquivalenz expliziert, was, wie ich zu zeigen versucht habe, nicht sehr plausibel ist.

Zudem ist noch nicht einmal ausgemacht, dass ein Kriterium der „kognitiven Äquivalenz“ uns in dieser Frage wirklich weiterhilft. Schauen wir uns hierzu etwas genauer ein von Dummett vorgeschlagenes Kriterium („criterion R“) an, das Dummett zufolge von Frege ab 1891 als Kriterium der Sinngleichheit eingesetzt worden ist (es unterscheidet sich nur unwesentlich vom Kriterium SB+KÜ aus Abschnitt 3):

R: Anyone who grasps the thought expressed by each of a given pair of sentences must immediately recognize one as true if he recognizes the other as true. (Dummett 1991c, 294)

Ich hatte oben zu zeigen versucht, dass sich aus einem Prinzip wie R zu ergeben scheint, dass ein Satz und dessen doppelte Negation sinngleich sind. Hält man ein solches Resultat für unerwünscht, müsste man es durch zusätzliche Prinzipien blockieren. Ein Angebot hierfür haben wir schon kennengelernt, nämlich Dummetts Prinzip K:

K: If one sentence involves a concept that another sentence does not involve, the two sentences cannot express the same thought or have the same content. (Dummett 1991c, 295)

Auf der Basis von R würden p und $\neg\neg p$ denselben Gedanken darstellen, zusammen mit K handelte es sich hingegen um verschiedene Gedanken.

Nehmen wir nun die beiden Sätze „ $2 = 1 + 1$ “ sowie „ $2 = 8^3 - 510$ “. Hier würde sowohl K gegen eine Sinngleichheit sprechen (die rechte Seite enthält andere Begriffe als die linke) als auch R: man kann vermutlich den linken Satz für wahr halten, ohne unverzüglich den rechten zu akzeptieren. Bis hierhin scheint ein Kriterium der „kognitiven Äquivalenz“ also genau die richtige Körnigkeit zur Erklärung des Erkenntniswertes arithmetischer Aussagen zu besitzen.

Allerdings legt sich Frege auch in Bezug auf ganz „triviale“ Sätze der Arithmetik auf die These einer Sinnverschiedenheit fest. Nach Frege ist der Sinn von „ $3 + 1$ “ verschieden von dem Sinn von „ $1 + 3$ “ (Frege 1896, 369); entsprechend würden die Sätze „ $3 + 1 = 4$ “ und „ $1 + 3 = 4$ “ verschiedene Gedanken ausdrücken. Intuitiv möchte man aber sagen, dass beide Sätze gemäß R sinngleich sind: wer den einen für wahr hält, den anderen aber nicht, hätte anscheinend einen wesentlichen Aspekts des Sinnes von „+“ nicht verstanden und damit den durch den Satz ausgedrückten Gedanken noch nicht einmal „wie durch einen Nebel“ erfasst. Und in diesem Fall hilft uns noch nicht einmal das zusätzliche Prinzip K weiter, denn die beiden Sätze enthalten exakt dieselben Begriffe.

Anscheinend führt auch ein Kriterium der „kognitiven Äquivalenz“ auf erhebliche Probleme (und zwar selbst dann, wenn man es mit dem Prinzip K verbindet): Mit einem solchen Kriterium kann man vielleicht dem verschiedenen Erkenntniswert von „ $2 = 8^3 - 510$ “ und „ $2 = 2$ “ Rechnung tragen; dass aber für Frege auch „ $3 + 1 = 4$ “ und „ $1 + 3 = 4$ “ sinnverschieden sind, lässt sich auf dieser Grundlage nur schlecht erklären. Der Einwand 3 wäre also wiederum kein Argument gegen das L-Kriterium, sondern gegen *alle* von Frege formulierten Kriterien. Wer die These vertritt, dass BrH kein Irrweg Freges gewesen ist (und das ist eine der Kernthesen dieser Arbeit), könnte also immerhin bei einem Blick in Freges Nachwort zu den *Grundgesetzen* Trost in dem dort zitierten Sprichwort *Solatium miseris, socios habuisse malorum* finden: Dem von Frege unterstellten Erkenntniswert der Arithmetik *im Allgemeinen* werden anscheinend alle Vorschläge nicht wirklich gerecht.

Aber vielleicht hilft es weiter, sich die Frage zu stellen, welchen Grund Frege *neben seinen Kriterien* gehabt haben kann, die arithmetischen und die logischen Fälle semantisch anders zu beurteilen. Vielleicht enthalten die von Frege gewählten *Beispiele* einen Hinweis. Hier sind zunächst noch einmal die (in Freges Sinn von „Logik“) logisch äquivalenten Aussagen, von denen er explizit behauptet, dass eine Sinngleichheit vorläge:

- | | |
|---------------------------|---|
| (1a) A | (1b) A und A |
| (2a) B | (2b) nicht (nicht B) |
| (6a) $p \rightarrow q$ | (6b) $\neg q \rightarrow \neg p$ |
| (7a) $x2 - 4x = x(x - 4)$ | (7b) $\dot{\epsilon}(\epsilon 2 - 4\epsilon) = \dot{\alpha}(\alpha [\alpha - 4])$ |

Beim Blick auf die Liste (wie auch bei den nicht aufgeführten weiteren Beispielen aus Frege 1923, 39–49) fällt eines auf: Es handelt sich um *fundamentale* logische Gesetze oder um Gleichheiten, die sich *direkt* aus solchen Gesetzen ergeben. Die Sinngleichheit von 7a und 7b ergibt sich „unmittelbar“ aus Grundgesetz V (Frege 1893, 61); die Sinngleichheit von 2a und 2b ist wiederum kein „Lehrsatz“ (vgl.

Frege 1923, 40), sondern ergibt sich aus zwei Axiomen der *Begriffsschrift* (1879, 44 u. 47), von denen Frege im Vorwort bemerkt, sie ließen sich auch als ein Axiom darstellen. Die Kontraposition – 6a und 6b – ist in der *Begriffsschrift* gleichfalls durch ein Axiom (1879, 43), in den *Grundgesetzen* (1893, 61) durch eine allgemeine logische Regel namens „Wendung“ bestimmt.

Etwas komplizierter verhält es sich bei der Idempotenz der Konjunktion – 1a und 1b – wie auch bei der gleichfalls von Frege erwähnten Idempotenz der Adjunktion (Frege 1923, 49), weil Freges Aussagenlogik ja mit nur zwei Grundoperatoren auskommt und Frege lediglich an einigen Stellen bemerkt, wie sich Konjunktionen und Negationen auf der Basis seiner Grundoperatoren definieren lassen. Hätte Frege aber auch konjunktive und adjunktive „Gedankengefüge“ direkt in seine Logik integriert, wäre stark zu vermuten, dass er solche Idempotenz-Prinzipien zu den „Urwahrheiten“ gerechnet hätte. (Einen schwachen Beleg hierfür könnte man darin sehen, dass Heyting (1930) in seiner Axiomatisierung der intuitionistischen Logik, in der ja die logischen Operatoren nicht durcheinander definiert werden können, die beiden Idempotenzprinzipien zumindest in einer Richtung zu den Axiomen rechnet.)

Kurz: die logisch äquivalenten Sätze, von denen Frege *explizit* sagt, sie seien sinngleich, entsprechen (weitgehend) logischen Grundgesetzen. Demgegenüber ist für Frege auch die kognitiv triviale Äquivalenz von „3+1“ und „1+3“ grundsätzlich beweisbedürftig. Freges ganzer Logizismus basiert ja auf der Annahme, dass z. B. das Kommutativgesetz eben kein Grundgesetz, keine Urwahrheit ist, sondern ein Theorem, das mit logischen Mitteln Schritt für Schritt bewiesen werden muss. Die Beweisbedürftigkeit scheint also für die Frage, ob zwei Sätze sinngleich sind, eine gewisse Rolle zu spielen.

Dieser Punkt wird vielleicht durch einen etwas genaueren Blick auf KÜ deutlicher: Ich hatte oben schon dafür argumentiert, dass die Bedingung „dass jeder, der den Inhalt von *A* als wahr anerkennt, auch den von *B* ohne weiteres [in der anderen Richtung: „unmittelbar“] als wahr anerkennen muss“ nicht eigentlich psychologisch zu lesen ist, sondern normativ (und atemporal). Insbesondere die atemporale Deutung scheint aber problematisch zu werden, wenn man sich anschaut, wie Frege in KÜ fortfährt: „Ich nehme von jedem der beiden äquipollenten Sätze *A* und *B* an, dass in seinem Inhalte nichts ist, was von jedem, der es richtig erfasst hat, sofort unmittelbar als wahr anerkannt werden müsste.“ Hier findet sich nun ein Adverb, das anscheinend *nur* temporal verstanden werden kann, nämlich „sofort“.

Wovon aber spricht Frege hier? Ginge es um ein „sofortiges Anerkennen“, dann würde Frege hier über unverzügliche subjektive Evidenz reden. Frege sagt aber gar nicht, dass bestimmte Sätze sofort anerkannt *werden*, sondern dass diese sofort anerkannt werden *müssen*, und zwar auch nur von demjenigen, der

den Inhalt „richtig erfasst“ hat. Das „müssen“ suggeriert stark, dass es hier nicht um subjektive Evidenz, sondern um objektive Evidenz geht, und objektiv evident sind für Frege die Urwahrheiten, die Grundgesetze eines Gegenstandsbereichs (vgl. Künne 2010, 673). Frege kleidet hier also den logischen Sachverhalt, dass bestimmte logische Wahrheiten fundamentaler sind als andere, in ein teils psychologisches Vokabular.

Versteht man nun „Inhalte[, die] von jedem, der [sie] richtig erfasst hat, sofort unmittelbar als wahr anerkannt werden müssen“ als *cum grano salis* gleichbedeutend mit „Urwahrheit“ oder „Axiom“, dann liegt es nahe, auch die Bedingung „dass jeder, der den Inhalt von *A* als wahr anerkennt, auch den von *B* ohne weiteres als wahr anerkennen muss“ (und *vice versa*) als eine psychologisch verkleidete logische Bedingung zu deuten. Der Dass-Satz wäre also *in einem ersten Schritt* wie folgt zu deuten: „dass jeder, der konsequent nach den Gesetzen der Logik denkt und der den Inhalt von *A* als wahr anerkennt, auch den von *B* ohne weiteres als wahr anerkennt“.

In einem zweiten Schritt ist zu fragen, was mit „ohne weiteres“ und „unmittelbar“ genau gemeint ist. Ich hatte weiter oben schon eine atemporale Lesart von „unmittelbar“ angeboten, der zufolge das Adverb letztlich soviel wie „unabhängig von *außerlogischen* Erkenntnisquellen“ besagt. Damit wird man zwar dem unterschiedlichen Erkenntniswert logischer und empirischer Wahrheiten gerecht; zur Erklärung des Erkenntniswertes arithmetischer Aussagen bietet sich aber nun eine andere Lesart an: nämlich dass es hier um unmittelbare *Schlüsse* oder *Folgerungen* geht. Dass ein verständiger Denker unmittelbar oder ohne weiteres etwas anerkennen muss, wenn er etwas anderes anerkannt hat, wäre also grob so zu verstehen, dass sich ein Inhalt unmittelbar aus einem anderen ergibt. Eine (schwache) Bestätigung dieser Interpretationshypothese kann man darin sehen, dass Frege den Terminus „unmittelbare Folge“ durchaus verwendet; so sagt er etwas später in KÜ, dass bei äquipollenten Sätzen die Anerkennung des Inhalts des einen Satz die Anerkennung des Inhalts des anderen „zur unmittelbaren Folge“ habe (1906, 213);³⁵ an anderer Stelle schreibt er, dass „ $5 = 5$ “ eine „unmittelbare Folge des allgemeinen Identitätsprinzips“ sei (Frege 1914a, 242); und auch in den *Grundgesetzen* ist von einem unmittelbaren Schließen die Rede (Frege 1893, 26). Damit liefe KÜ letztlich auf folgende These hinaus:

KÜ+: Wenn zwei Sätze keine Urwahrheiten ausdrücken, sind sie genau dann Ausdruck desselben Gedankens, wenn sie *unmittelbar* auseinander folgen.

³⁵ Hier schwankt Frege allerdings erkennbar zwischen einer logischen und einer kausalen These.

Um allerdings KÜ+ als Kriterium einsetzen zu können, wäre zunächst zu klären, was genau „unmittelbare Folge“ heißen soll. Einen entsprechenden Vorschlag hat bereits Jean van Heijenoort (1977, 107) gemacht:³⁶ man könne, so van Heijenoort, die Relation des unmittelbaren Folgens „as that from premiss(es) to conclusion in a rule in some system of natural deduction“ verstehen und damit KÜ und BrH miteinander versöhnen. Dieser Vorschlag wird von ihm allerdings unmittelbar verworfen, weil die Relation der Sinngleichheit dann nicht mehr transitiv wäre: aus p folgt (einen entsprechenden Kalkül vorausgesetzt) unmittelbar $\neg\neg p$, hieraus wiederum unmittelbar $\neg\neg\neg p$, ohne dass aber der vierfach negierte Satz eine unmittelbare Folge des ersten wäre, und damit wären der erste und der zweite Satz sinngleich, ebenso der zweite und der dritte, nicht aber der erste und der dritte.

Der Vorschlag van Heijenoorts ist allerdings nicht nur, wie er selbst sagt, fragwürdig, weil sich auf diesem Wege keine echte *Sinngleichheit* explizieren lässt; er ist auch merkwürdig ahistorisch, weil Frege einen Kalkül des natürlichen Schließens natürlich nicht hat kennen können. Der Vorschlag lässt sich aber ohne weiteres so modifizieren, dass er erstens zu Freges axiomatischem Kalkül passt und dass zweitens eine transitive Relation der Sinngleichheit expliziert wird:

KÜ++: Wenn zwei Sätze p und q keine Urwahrheiten ausdrücken, sind sie genau dann Ausdruck desselben Gedankens, wenn sie allein durch logische Regeln auseinander folgen oder wenn p gemäß logischen Regeln mittels genau einer Urwahrheit u_1 aus q folgt und wenn q gemäß logischen Regeln mittels genau einer Urwahrheit u_2 aus p folgt (wobei $u_1 = u_2$ sein kann oder nicht).

Betrachten wir zu Illustrationszwecken zunächst ein Beispiel aus dem System der *Grundgesetze*: Allein mittels der logischen Regel der „Vertauschung der Unterglieder“ (Frege 1893, 61) ließe sich aus $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ der Satz $q \rightarrow (p \rightarrow r)$ ableiten (und umgekehrt); die beiden Sätze wären also sinngleich.³⁷ Für ein weiteres Beispiel nehmen wir die *Begriffsschrift*: Mittels der Regel des *modus ponens* (Frege 1879, 8) folgt aus p zusammen mit dem Axiom $p \rightarrow \neg\neg p$ (Frege 1879, 47) nicht nur die doppelte Negation von p , sondern jede beliebige Aussage mit einer geraden Zahl

³⁶ Vgl. auch Tappenden (1995, 434f.), der auf der Basis früherer Texte Freges aus dem Umfeld der *Begriffsschrift* zu zeigen versucht, dass sich mittels einer Unterscheidung von Folgerungen und „lückenlosen“ (*gapless*) Folgerungen verschieden feinkörnige Arten des begrifflichen Gehalts explizieren lassen. Ähnlich deutet Kremer (2010, 233) KÜ so, dass dort von „mutual immediate consequences“ die Rede ist, ohne allerdings zu klären, was das genau bedeutet.

³⁷ Ich sehe hier von der Komplikation ab, dass Frege im System der *Grundgesetze* zur Vermeidung zu großer „Weitschweifigkeit“ Schlussweisen einsetzt, die dem Gebot der „wissenschaftlichen Sparsamkeit“ widersprechen (Frege 1893, 26).

von Negatoren; umgekehrt gilt auf Grundlage des Axioms $\neg\neg p \rightarrow p$ (Frege 1879, 44) *mutatis mutandis* genau dasselbe, so dass nach KÜ₊₊ z. B. p und $\neg\neg\neg\neg p$ sinn- gleich wären, obwohl für die Ableitung mehrere Schritte erforderlich sind. Viele andere logisch äquivalente Sätze, deren Wahrheit nur durch ein Zusammenspiel verschiedener Axiome bewiesen werden kann, wären hingegen nicht sinn- gleich, ebenso wie „ $3 + 1 = 4$ “ und „ $1 + 3 = 4$ “, deren logische Äquivalenz nur durch einen Beweis zu führen ist, der auf mehrere Axiome zurückgreift.

Obwohl ein Prinzip wie KÜ₊₊ kompliziert erscheint (und, je nachdem, um was für eine Art von Kalkül es geht, auch noch zu modifizieren wäre), ergibt sich hierdurch ein Bild, das gut zu Fregeschen Ideen passt und überdies auch systematisch nicht ganz unattraktiv ist. Dass ein Satz q „unmittelbar“ aus einem Satz p folgt und dass insofern die beiden Sätze denselben Sinn haben, hieße nichts anderes, als dass der Übergang allein auf der Basis (einer Regel oder) eines Axioms erfolgt, dessen (oder deren) Wahrheit schon dadurch erkannt werden kann, dass man sich „des Sinnes bewußt wird“ (Frege 1923, 39). Ein Axiom wie $\neg\neg p \rightarrow p$ ist, so könnte man sagen, nicht nur (partiell) *konstitutiv* für den Sinn der (klassischen) Negation; es ist auch (ohne weitere Axiome hinzuzunehmen) im höchsten Maße „sinnkonservativ“: semantische „Überraschungen“ sind bei isoliertem Einsatz einzelner Axiome nicht zu erwarten. Wenn wir hingegen mehrere Axiome zusammennehmen, so erhalten wir ein komplexes unübersichtliches System, das in seiner Gesamtheit semantisch (und damit auch epistemisch) etwas enthalten mag, was in den einzelnen Teilen jeweils noch nicht angelegt war.³⁸

Nun hat Frege, wenn wir uns auf die übliche Datierung verlassen, im Jahre 1906 gleich zwei avancierte Vorschläge für ein Kriterium der Sinn- gleichheit vorgelegt. Wenn man den späteren Vorschlag aus BrH parallel zu KÜ₊₊ reformuliert, ergäbe sich nun ein *sehr* viel einfacheres Prinzip:

BrH+: Wenn zwei Sätze p und q keine Urwahrheiten ausdrücken, sind sie genau dann Ausdruck desselben Gedankens, wenn sie allein durch logische Regeln und Axiome auseinander folgen.

Wenn nun der oben dargestellte Vorschlag für eine Deutung von KÜ richtig ist, dann ginge es gar nicht mehr um die Frage, ob Frege ein logisches oder ein kogni-

38 Man könnte Freges Bemerkung (im § 88 der *Grundlagen*) über „fruchtbare Begriffsbestimmungen“ in diesem Sinne verstehen: „Was sich aus ihnen schließen lasse, ist nicht von vornherein zu übersehen; man holt dabei nicht einfach aus dem Kasten wieder heraus, was man hineingelegt hatte. Diese Folgerungen erweitern unsere Kenntnis und man sollte sie daher Kant zufolge für synthetisch halten; dennoch können sie rein logisch bewiesen werden und sind also analytisch.“

tives Kriterium der Sinngleichheit vertreten hat; vielmehr wäre seine Konzeption der Sinngleichheit grundsätzlich eine logische: ob und in welcher Geschwindigkeit Denker Überzeugungen eines bestimmten Gehaltes faktisch ausbilden, ist nicht nur nicht konstitutiv für Gedanken (was ohnehin in einem klaren Widerspruch zu Freges Platonismus stünde), es ist es auch keine notwendige Bedingung für die Sinngleichheit zweier Sätze.³⁹ Die Frage wäre also nur noch, ob logische Äquivalenz oder *unmittelbare* logische Äquivalenz hinreichend und notwendig für Sinngleichheit ist.

Warum also hat Frege in ein und demselben Jahr zwei zwar logische, aber dennoch unterschiedlich feinkörnige Kriterien entwickelt? Zunächst dürfte klar sein, dass sowohl BrH+ als auch KÜ+ kompatibel zu den von Frege in „Über Sinn und Bedeutung“ (1892a, 25 f.) gegebenen Beispielen sinnverschiedener Aussagen sind: die beiden Seiten empirischer oder geometrischer Identitätsaussagen hätten weder nach KÜ+ noch nach BrH+ denselben Sinn. Unterschiede ergeben sich aber im Bereich analytischer Aussagen: Nach BrH+ wären (sofern der Logizismus richtig ist) arithmetische Sätze wie „ $3 + 1 = 4$ “ und „ $1 + 3 = 4$ “ sinngleich, ebenso alle logisch äquivalenten Sätze (abgesehen von den Axiomen); nach KÜ+ wären „ $3 + 1 = 4$ “ und „ $1 + 3 = 4$ “ *nicht* sinngleich, und sinngleich wären auch nur einige logisch äquivalente Sätze.

Dieses Schwanken lässt sich nachvollziehen, wenn man einen zentralen Punkt berücksichtigt. Frege war zwar stets der Ansicht, dass Logik – und zwar in seinem Sinne von „Logik“ – zu neuen Erkenntnissen führen kann; er hat aber nie die unplausible These vertreten, dass etwa rein aussagenlogische Umformungen eines Satzes irgendeinen kognitiven Wert haben könnten. Wenn Frege als Beispiele für sinngleiche *und* logisch äquivalente Aussagen Paare wie p und $\neg\neg p$ wählt, so muss dies also keineswegs bedeuten, dass er der Meinung gewesen wäre, dass in komplizierteren Fällen keine Sinngleichheit vorläge; vielmehr könnte er solche Sätze deswegen als Beispiele gewählt haben, weil sie im Gegensatz zu komplizierteren Fällen intuitiv einleuchtend sind.

Der einzige Grund für Frege, ein feinkörnigeres Kriterium der Sinngleichheit als ein Prinzip wie BrH+ zu wählen, müsste dementsprechend darin bestanden haben, dem Erkenntniswert *arithmetischer* Aussagen gerecht werden zu können. Seit 1902 war Frege aber klar, dass seine Fundierung der Arithmetik (zumindest so, wie er sie in den *Grundgesetzen* durchgeführt hatte) auf eine Inkonsistenz führte. Daher mag es 1906 nahegelegen haben, auf ein einfacheres Kriterium der

³⁹ Vgl. demgegenüber Klements (2002, 89 f.) genau gegenteilige Einschätzung: „Frege does not mean that being believed by all and only the same people is definitive or constitutive of the identity of Gedanken, but nevertheless it is a necessary condition for it.“

Sinngleichheit zurückzugreifen. Wenn der Logizismus falsch oder fragwürdig ist, dann besteht kein Grund, ein Kriterium einzusetzen, dessen Feinkörnigkeit letztlich nur durch den Logizismus motiviert wird. Freges letztes Wort zur Identität semantischer Gehalte wäre damit, abgesehen von der Einschränkung auf nicht-evidente Aussagen, identisch mit seinem ersten zu dieser Thematik in der *Begriffsschrift*.⁴⁰

NS *Freges nachgelassene Schriften*. Hg. H. Hermes et al. Hamburg, 1969.

WB *Freges wissenschaftlicher Briefwechsel*. Hg. G. Gabriel et al. Hamburg, 1976.

Alnes, J. H. 1999. „Sense and Basic Law V in Frege’s Logicism“. *Nordic Journal of Philosophical Logic* 4, 1–30.

Beaney, M. 1996. *Frege. Making Sense*. London.

Bell, D. 1987. „Thoughts“. *Notre Dame Journal of Formal Logic* 28, 36–54.

Bermudez, J. L. 2001. „Frege on Thoughts and their Structure“. *Logical Analysis and History of Philosophy* 4, 87–105.

Blanchette, P. 2012. *Frege’s Conception of Logic*. Oxford.

Burge, T. [1984] 2005. „Frege on Extensions of Concepts, From 1884 to 1903“. In ders. *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford, 273–298.

–. [1990] 2005. „Frege on Sense and Linguistic Meaning“. In ders. *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford, 242–269.

–. 2005. „Postscript to ‘Frege and the Hierarchy’“. In ders. *Truth, Thought, Reason. Essays on Frege*. Oxford 167–210.

Currie, G. 1982. „Frege, Sense and Mathematical Knowledge“. *Australasian Journal of Philosophy* 60, 5–19.

Dummett, M. 1978. *Truth and other Enigmas*. Cambridge, MA.

–. 1981a. *Frege. Philosophy of Language*. 2. Aufl. Cambridge, MA.

–. 1981b. *The Interpretation of Freges Philosophy*. Cambridge, MA.

–. 1991a. *Frege. Philosophy of Mathematics*. London.

–. 1991b. *The Logical Basis of Metaphysics*. Cambridge, MA.

–. 1991c. *Frege and Other Philosophers*. Oxford.

Frege, G. [1879] 1998. *Begriffsschrift*, Hg. I. Angelelli. Hildesheim.

–. [1884] 1988. *Die Grundlagen der Arithmetik*. Hg. C. Thiel. Hamburg.

–. [1891] 1967. „Funktion und Begriff“. In ders. *Kleine Schriften*. Hg. I. Angelelli, Darmstadt, [1–31] 125–142.

–. [1892a] 1967. „Über Sinn und Bedeutung“. In ders. *Kleine Schriften*. Hg. I. Angelelli, Darmstadt, [26–50] 143–162.

40 Für hilfreiche Kommentare zu verschiedenen Versionen dieses Textes danke ich Miguel Hoeltje, Stefan Roski und Thomas Spitzley. Dank schulde ich auch zwei anonymen Gutachtern des *Archivs für Geschichte der Philosophie*, die mich auf einige Schwächen einer früheren Version aufmerksam gemacht haben.

- . [1892b] 1967. „Über Begriff und Gegenstand“. In ders. *Kleine Schriften*. Hg. I. Angelelli, Darmstadt, [192–205] 167–178.
- . [1893] 1998. *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*. I. Band. Hildesheim.
- . [1896] 1967. „Über die Begriffsschrift des Herrn Peano und meine eigene“. In ders. *Kleine Schriften*. Hg. I. Angelelli, Darmstadt, [361–378] 220–233.
- . 1897. „Logik“. In ders. [NS], 137–163.
- . 1897/8. „Begründung meiner strengeren Grundsätze des Definierens“. In ders. [NS], 164–170.
- . [1903] 1998. *Grundgesetze der Arithmetik. Begriffsschriftlich abgeleitet*. II. Band. Hildesheim.
- . 1906. „Kurze Übersicht meiner logischen Lehren“. In ders. [NS], 213–218.
- . 1914a. „Logik in der Mathematik“. In ders. [NS], 219–270.
- . 1914b. „Logik“. In ders. [NS], 137–163.
- . [1918a] 1967. „Der Gedanke. Eine logische Untersuchung“. In ders. *Kleine Schriften*. Hg. I. Angelelli, Darmstadt, [58–77] 342–362.
- . [1918b] 1967. „Die Verneinung. Eine logische Untersuchung“. In ders. *Kleine Schriften*. Hg. I. Angelelli, Darmstadt, [143–157] 362–378.
- . [1923] 1967. „Logische Untersuchungen. Dritter Teil: Gedankengefüge“. In ders. *Kleine Schriften*. Hg. I. Angelelli, Darmstadt, [36–51] 378–394.
- . 1924. „Erkenntnisquellen der Mathematik und Naturwissenschaften“. In ders. [NS], 286–294.
- . 1969. *Nachgelassene Schriften* [NS]. Hg. H. Hermes *et al.* Hamburg.
- . 1976. *Wissenschaftlicher Briefwechsel* [WB]. Hg. G. Gabriel *et al.* Hamburg.
- van Heijenoort, J. 1977. „Frege on Sense Identity“. *Journal of Philosophical Logic* 6, 103–108.
- Heyting, A. 1930. „Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik“. *Sitzungsberichte der preußischen Akademie der Wissenschaften, phys.-math. Klasse*, 42–65, 57–71, 158–169.
- Hoffbauer, J. C. 1819. „Äquipollent“. In *Allgemeine Encyclopädie der Wissenschaften und Künste*. Hg. von J. S. Ersch/J. G. Gruber, Zweiter Theil, Leipzig, 66 f.
- Jeshion, R. 2001. „Frege’s Notion of Self-Evidence“. *Mind* 110, 937–976.
- Kemmerling, A. 1990. „Gedanken und ihre Teile“. *Grazer Philosophische Studien* 37, 1–30.
- Klement, K. C. 2002. *Frege and the Logic of Sense and Reference*. New York.
- Kremer, M. 2010. „Sense and Reference: The Origins and Development of the Distinction“. *The Cambridge Companion to Frege*. Hg. M. Potter/T. Ricketts. Cambridge, 220–292.
- Künne, W. 2003. *Conceptions of Truth*. Oxford.
- . 2010. *Die Philosophische Logik Gottlob Freges*. Frankfurt.
- v. Kutschera, F. 1989. *Gottlob Frege*. Berlin.
- Macbeth, D. 2005. *Frege’s Logic*. Cambridge, MA.
- Neale, S. 1999. „Coloring and Composition“. In *Philosophy and Linguistics*. Hg. von K. Murasugi/R. Stainton. Boulder, 35–82.
- Penco, C. 2001. „Frege, Sense and Limited Rationality“. *The Review of Modern Logic* 9, 53–65.
- . 2003. „Frege: Two Theses, Two Senses“. *History and Philosophy of Logic* 24, 87–109.
- Picardi, E. 1993. „A Note on Dummett and Frege on Sense-Identity“. *European Journal of Philosophy* 1, 69–80.
- Sainsbury, R. M. [1998] 2002: „Indexicals and Reported Speech“. In ders. *Departing from Frege*. London, 137–158.

- Sluga, H. 1986. „Semantic Content and Cognitive Sense“. In *Frege Synthesized*. Hg. L. Haaparanta/J. Hintikka, Dordrecht, 47–64.
- Stuhlmann-Laeisz, R. 1995. *Gottlob Freges „Logische Untersuchungen“*. Darmstadt.
- Sundholm, G. 1994. „Proof-Theoretical Semantics and Fregean Identity Criteria for Propositions“. *The Monist* 77, 294–314.
- Tappenden, J. 1995. „Extending Knowledge and „Fruitful Concepts““. *Noûs* 29, 427–467.
- Tennant, N. 2003. „Frege’s Content-Principle and Relevant Deducibility“. *Journal of Philosophical Logic* 32, 245–258.
- Textor, M. 2011. *Frege on Sense and Reference*. London.
- Thiel, C. 1965. *Sinn und Bedeutung in der Logik Gottlob Freges*. Meisenheim am Glan.
- Williamson, T. 2006. „Conceptual Truth“. *Aristotelian Society, Supplementary Volume* 80, 1–41.