SIGNIFICADO Y USO DE LA NOCIÓN DE SIMETRÍA EN FISICA: UNA RECONSTRUCCIÓN DESDE EL MUNDO GRIEGO HASTA LA EDAD MODERNA

Ruth Carolina Castillo Ochoa

Universidad Central de Venezuela

chebichev@gmail.com / ruthcastillo@usb.ve

RESUMEN

El objetivo del estudio es dar cuenta de la evolución del significado y uso de la noción de simetría en física desde el mundo griego hasta la edad moderna, clasificando la noción en cada periodo histórico. Siguiendo los esquemas de Branding-Castellani, R. Carnap y J. Roche ampliamos la distinción adicionando las acepciones: a) *figurativas*, b) *equilibrio entre el todo y las partes* y c) *equivalencia*, *igualdad e identidad*. Enmarcamos el estudio bajo análisis de conceptos básicos y reconstrucción histórica. Primeramente, abordamos la existencia del término *simetría* en la antigüedad para luego dar cuenta de la evolución de la noción en los medievales. Como tercer punto, analizar la disertación entre Newton y Leibniz da cuenta de las repercusiones en la evolución del término. Finalmente damos nuestras conclusiones.

PALABRAS CLAVES: principio, argumento, simetría implícita, simetría explicita, relaciones de orden

SUMMARY: Under the approach of basic concepts analysis and historical reconstruction, the evolution in meaning and use of symmetry, from the Greek world to the modern age is recognized, classifying it under the schemes of Branding-Castellani, R. Carnap and J. Roche. In this sense, two problems are studied: 1) the existence or not of the term symmetry in antiquity and 2) the Leibnizian position in reference to the understanding of the inertial problem and its repercussions in the evolution of the notion.

KEYWORDS: principle, argument, implicit, explicit, relations of order, scientific concepts

1. **Introducción**

Dar cuenta del progreso de la física pasa por el estudio directo de sus estructuras teóricas tal y cómo se han ido determinando en el tiempo. La forma que los conceptos dependen de las estructuras teóricas cambiantes en el tiempo, exige una renovación conceptual de nuestra parte (Geymonat, L. 1970, 14). En otras palabras, atender el progreso en física pasa por estudiar la evolución de sus nociones fundamentales inmersas en distintas estructuras teóricas. Desde esta perspectiva, una investigación filosófica de la evolución en el *significado* y *uso* de nociones fundamentales en física, bajo estadios y/o contextos históricos y análisis de conceptos básicos[1], es necesaria para acomodar el nuevo entendimiento conceptual del mundo. A partir de estas ideas, damos cuenta del progreso de la física a través de la evolución de *simetría* ─significado y uso─ abordando dos problemas: 1) la existencia o no del término *simetría* en la antigüedad y 2) la posición leibniziana en referencia a la comprensión del problema inercial y sus repercusiones en la evolución de la noción de simetría. Estudiamos la noción de simetría desde *significado*, *uso* y como *concepto científico* siguiendo tres esquemas diferentes: Branding-Castellani, J. Roche y R. Carnap respectivamente. El primer problema se aborda haciendo un recorrido histórico desde los griegos hasta el inicio del Renacimiento, permitiendo mostrar la simetría bajo la acepción *implícita*[2] y su relación con nociones tales como: *equilibrio, indiferencia, permanencia, armonía, proporción, orden, belleza y unidad*. Para el mundo antiguo la simetría es cualidad de la cosa. Encontramos una primera acepción de la noción: *simetría implícita.*

Posteriormente, con el avance de las matemáticas, la noción adquiere una definición propia y pasa considerarse de forma *explícita* o directa mediante expresiones algebraicas. Damos

[1] Para el análisis de conceptos básicos seguiré las ideas de Peter Strawson en *Análisis y Metafísica* (Strawson, 1992)

[2] La acepción *implícita* en la noción de *simetría* es tomada de la clasificación del trabajo de investigación de Branding-Castellani (Branding-Castellani, 2003)

cuenta de otra acepción de la noción: *simetría explícita*[3]. De esta forma, la incorporación de nociones como *equivalencia, indiscernibilidad y congruencia* dan cuenta de la ampliación del concepto en física. De esto se deriva el segundo problema de esta investigación: las relaciones de orden desde la posición leibniziana referentes al problema inercial y su relación con la noción de simetría. Para atender a esta cuestión, se hace necesario prestar especial atención a las ideas de Copérnico, Telesio, Gassendi, Moore, Galileo, Newton, Leibniz y Kant. En cada contexto histórico categorizamos la noción de simetría: 1) desde su significado, como *implícita* y *explicita* siguiendo la clasificación de Branding-Castellani; 2) desde su uso, como *principio* y/o *argumento* siguiendo a J. Roche y 3) como concepto científico, *clasificatorio* y *comparativo*, según el esquema de R. Carnap.

2. La Simetría Indefinida De La Antigüedad

Simetría proviene del griego συμμετρικ, que viene formado por el prefijo συμ (sym=con, en conjunto), la raíz μετρον (metrón= medida) y el sufijo ια (ia=cualidad), y es entendido como:(A) la medición en conjunto de cualidades;(B) reducción a una medida común; y (C) justa proporción o medir por comparación (Lafarga, F. 2009). Ahora bien, aunque el origen etimológico de la palabra es griego, ellos en realidad no tenían el término *simetría,* ni una definición explícita (Roche, J. 1987, 6); más bien un conjunto de nociones (*proporción, equilibrio, permanencia, indiferencia, armonía, orden y belleza*) estaban estrechamente vinculadas a *simetría* (Azcarate, P. 1872, 354). De esta forma, la ausencia del término "simetría" en el mundo antiguo, lleva a los griegos a mostrarla de una forma *implícita* relacionándola con el conjunto de nociones antes citadas. Un ejemplo lo encontramos en la escuela de Thales de Mileto, donde el factor constante es la descripción de un mundo ordenado y armonioso, un mundo bello en función de su orden y armonía. Para Thales, el mundo guarda un *orden* o *equilibrio* relacionado con la belleza gracias a disposiciones de los Dioses (Ruiz, A. 2003, 31-33). Así, para los antiguos la investigación de la naturaleza busca entonces el principio natural que subyace en lo terrenal subyugado a disposiciones divinas que le otorgan la regla de orden o de equilibrio. Es decir, para los griegos aquello que está en

[3] La acepción *explicita* para la noción de *simetría* es tomada de las investigaciones de Branding-Castellani (Branding-Castellani, 2003)

equilibrio es igual a aquello que presenta *indiferencia* (Roche, J. 1987, 6). John Roche sostiene: “[…] cuando se encuentra evidencia que un concepto en particular ha sido usado, pero no explícitamente articulado, entonces es recomendable poner atención en esto. Como quiera que sea, un concepto o definición de simetría exacto no existe en la antigüedad, lo que más se asemeja es la “indiferencia” (Roche, J. 1987, 6)[4].

La *indiferencia* es vista por los antiguos como *equilibrio* en el sentido de que aquello que está en equilibrio es indiferente frente algún cambio y esto responde a la noción de *simetría*. Anaximandro, para quien el principio que subyace en la naturaleza es *Ápeiron,* da cuenta del *equilibrio* de la Tierra a través de la *indiferencia* que ofrece su forma geométrica mostrando la *simetría*. De estas ideas podemos concluir que la Tierra es *simétrica* porque está en *equilibrio* gracias a la *indiferencia* que presenta su forma geométrica; entendiendo la indiferencia como la *equidistancia* que existe entre todos los puntos de su forma geométrica. Podemos considerar esto como la primera noción de simetría ya que, para el filósofo griego, aquello que es simétrico está en equilibrio y es *indiferente*[5].

La *indiferencia* que sostiene Anaximandro es vista por Branding-Castellani como explicación física que parte de una base que posee simetría inicial y que conduce a conclusiones definitivas. Según esta perspectiva, la *indiferencia* es categorizada como *argumento* de simetría[6]. Posteriormente, la *indiferencia* pasa a ser *principio*[7] *de* simetría en la astronomía antigua, al preservar el *equilibrio* del cosmos esférico; constituyéndose la base donde se fundamentan todas las representaciones del cosmos en la astronomía antigua. Encontramos aquí algo interesante en relación al uso de la noción de simetría: vemos como la noción de simetría pasa de ser *argumento* para los griegos, a ser *principio* para la

[4] Sostenemos la ausencia del término *simetría* en el mundo griego, tomando las afirmaciones de Jhon Roche presentadas en su ponencia “A critical study of symmetry in physics from Galileo to Newton” presentadas en el Congreso “Symmetries in Physics, 1600-1980: proc. 1st mtg. on the history of scientific ideas” llevado a cabo en 1986 en la Universidad de Barcelona en España.

[5] En Anaximandro encontramos la relación más directa, dentro del mundo griego, entre la noción de *indiferencia* y *simetría*. Esta afirmación está basada en los trabajos de Jhon Roche

[6] Entenderemos *argumento* como aquellas explicaciones físicas que partiendo de una base que posee una simetría inicial conducen a conclusiones definitivas (Branding-Castellani, 2003)

[7] Entenderemos *principio* en términos de Aristóteles: “(…) todos los principios es común ser lo primero desde lo cual algo es o se hace o se conoce. Y de éstos, unos son intrínsecos y otros extrínsecos. Por eso es principio la naturaleza, el elemento, la inteligencia, el designio, la substancia y la causa final, pues el principio del conocimiento y del movimiento de muchas cosas es lo Bueno y lo Bello.” (Aristóteles, *Metáfisica,* D, Libro V, Cap.I, p.58)

astronomía antigua. He aquí la primera distinción en el uso de la noción bajo el esquema de J. Roche: la simetría como principio y argumento[8].

Las consideraciones de un universo dotado de orden y armonía, llevaron a la escuela pitagórica sostener que el *número* es el ente que vincula lo terrenal con lo divino pasando a ser el principio fundamental que subyace en la naturaleza (Ruiz, A. 2003, 31-33). Los planteamientos sobre los números, por parte de los pitagóricos, tuvieron importantes implicaciones en el desarrollo, no solo de las matemáticas, sino además en la cosmología ya que ponían de manifiesto la existencia de un patrón de lo divino en lo terrenal; un patrón que solo puede ser buscado mediante la introspección (Ruiz, A. 2003,31-33). Con este tipo de ideas se empujaba el criterio de las matemáticas como aquello *perfecto* e *inmutable*, que daba cuenta de lo que *permanece* en el mundo dejando de lado el carácter empírico de la física. Bajo esta perspectiva la escuela pitagórica establece el modelo de universo racional que define su cosmología (Melcon, P. 2000, 802-807). De esta forma, el modelo cosmológico de los pitagóricos permite establecer una relación entre la estructura del mundo y las matemáticas sin distanciarse de las nociones estéticas como son la *belleza* y la *armonía*[9] . Esta aproximación conlleva a una comprensión del mundo a través de los sólidos regulares: tetraedro, octaedro, hexaedro, icosaedro etc., los cuales establecen una relación directa y armónica con los números. Sostiene José Cariñena: “la escuela pitagórica dejaba en claro la exigencia de la simetría o armonía como método para alcanzar la belleza: ¿Qué es lo más sabio? El número. ¿Qué es lo más bello? La armonía” (Cariñena, J. 1990). La armonía de la que dan cuenta los números, además de su relación con los sólidos regulares, estaba fundamentada en su conmensurabilidad y, en tal sentido, sólo tenía relevancia los números enteros. Así, para los pitagóricos las fracciones no eran números: son entendidas como una razón entre dos números enteros y no una entidad numérica en sí misma (Ruiz, A. 2003, 39). Un claro ejemplo lo otorgan los números irracionales, los cuales tampoco eran considerados como números ya que rompían con la *armonía* y la *belleza* establecida, es decir, no eran simétricos. La característica no simétrica, no bella o no armoniosa de los números

[8] A pesar que Branding-Castellani refieren a argumentos de simetría, no hacen la distinción en el uso del término; mientras que Jhon Roche deja abierto el problema de la distinción en el uso ─principio y/o argumento─ de la noción de simetría. Este estudio presenta la distinción.

[9] Entenderemos *armonía* en relación con las matemáticas a través de las proporciones, mostrado en la época moderna con las leyes de Kepler.

irracionales se fundamenta en la imposibilidad de poder relacionarlos con la geometría y esta es la razón de que no fueran considerados números por la escuela pitagórica.

Estas consideraciones de los griegos, desde Thales hasta la escuela pitagórica, dibujan una definición *implícita* o indirecta de *simetría* que oscila entre la belleza ─relacionada con aspectos como *orden, armonía y unidad*─ y la matemática, especialmente la geometría, relacionándola con aspectos de *proporción, homogeneidad e isotropía*. En otras palabras, la perspectiva griega que carecía de término para aquello que hoy entendemos por simetría, relacionaba esta noción de manera tácita o implícita con ciertos aspectos estéticos y matemáticos.

De aquí se desprende la primera distinción, en términos de Branding y Castellani, de la noción de simetría en los griegos: *simetría implícita* (Branding-Castellani, 2003). Ahora bien, debido a que la noción de *simetría implícita* refiere a aspectos estéticos y matemáticos podemos, en función de tales aspectos, se puede distinguir dos acepciones más: 1) desde lo estético, figurativo o contextual y 2) desde las relaciones matemáticas o numéricas. Pasemos a atender la primera acepción: figurativa o contextual. La *simetría implícita* en su acepción figurativa subsume las nociones de *indiferencia, unidad, belleza, orden y armonía* de una forma *implícita*, permitiendo a los griegos clasificar las cosas en simétricas y no simétricas a través de cualidades y aspectos. Así pues, todo aquello que sea bello, armónico, ordenado, equilibrado esta subsumido en la noción de *simetría implícita*, permitiendo discriminar qué es simétrico y que no. Desde este punto de vista y en términos de Carnap, la *simetría implícita* desde lo figurativo es un *concepto clasificatorio* (Moulines, U. 1997,99), ya que discrimina las cosas a través de sus atributos lo que nos permite sostener, desde el punto de vista lógico, que la noción de simetría implícita figurativa es un predicado monádico.

Así mismo, podemos afirmar que la importancia de los atributos o cualidades de las cosas revela el uso de la noción de *simetría implícita figurativa* por parte de los griegos como *argumento*. Ahora bien, la segunda acepción de simetría implícita viene dada a través de las *teorías de las proporciones* y *magnitudes*. Eudoxo de Cnido presenta *la teoría de las proporciones* con la finalidad de dar solución al problema de los irracionales: el objetivo de la teoría de Eudoxo fue evitar el uso de los irracionales como números, sin dejar de hacer geometría, usando para ello la noción de *magnitud* (Ruiz, A. 2003, 60). De esta forma, la noción de *magnitud* jugará un papel importante para la noción moderna de simetría. Eudoxo sostiene que los números son discretos, ya que se puede pasar de uno a otro, mientras que las *magnitudes* son *continuas* (Ruiz, A. 2003, 61). Así, las *magnitudes* son introducidas para tratar ángulos, segmentos, áreas, volúmenes que varían de una manera *continua*. Cuando dicha variación es una identidad entre dos razones, conmensurables o no, se tiene una relación entre *magnitudes* llamada *proporción* (Ruiz, A. 2003, 61). Esta relación o *proporción* preserva, la *armonía*, la *belleza y* el *equilibrio* de las figuras geométricas. Con las ideas de Eudoxo la simetría implícita figurativa compartirá protagonismo con aquella simetría implícita que se relaciona con las nociones de *equilibrio* y *equivalencia* entre magnitudes, consecuencia de la teoría de las proporciones.

Podríamos sintetizar afirmando que, desde el punto de vista de los griegos, la *equivalencia* entre magnitudes da cuenta de la *permanencia y equilibrio* haciendo referencia a la *simetría.* En otras palabras, la noción de simetría implícita, en su acepción figurativa, viene dada a través del carácter *armonioso* y *ordenado* mostrándose como *cualidad* o *aspecto*, mientras que la segunda acepción está referida al *equilibrio* entre las distintas relaciones *entre el todo* y *las partes* a través de *magnitudes equivalentes.* La primera acepción se muestra en los griegos, mientras que la segunda, a pesar de iniciarse con la teoría de las proporciones de Eudoxo de Cnido, muestra su importancia en la época moderna como consecuencia del progreso de las matemáticas. Sin embargo, ambas acepciones de *simetría implícita*, siguiendo a Carnap, son conceptos clasificatorios: mientras *la figurativa* clasifica a través de atributos o cualidades, la segunda acepción clasifica como simétrico aquello cuyas relaciones entre las partes y el todo preserven el equilibrio.

3. La evolución de simetría en la Edad Medieval

Los medievales consideraban la noción de simetría vinculada a Dios. Tal como los antiguos, los medievales percibían el mundo como una creación *armoniosa*, *ordenada* y *proporcionada* por disposición divina. Esta concepción se observa en el arte y la arquitectura medieval (Weyl, H. 1958, 10). A finales del siglo XIII encontramos cambios dentro del periodo medieval en relación a la noción de simetría, como por ejemplo en el arte bizantino donde se asoman rasgos *asimétricos.* Ahora bien, la *asimetría* no es *ausencia de simetría*

(Weyl, H. 1958, 14). En el arte bizantino el *reposo* pasa a ser *volumétrico*. Por ejemplo, en el *Dessis* de San Marco, se muestra la similitud del *peso de las imágenes* y no la *igualdad figurativa*. Y esto generalmente se denomina *equilibrio visual*[10]. Por sus características físicas a cada forma, proporción y textura se le puede asignar un determinado *peso visual* y, de acuerdo con su ubicación en el espacio y en relación con los pesos que se le contrapongan, su peso visual aumenta de valor, disminuye o se equilibra. Según esto, en el plano principal ─digamos un lienzo en blanco─, se ubica el eje de simetría del espacio y los cuerpos ─figuras de la composición─, gravitan en el espacio. El resultado compositivo puede ser equilibrado o desequilibrado, rígido o dúctil, simétrico o asimétrico. Sin embargo, el Dessis, asimétrico desde la perspectiva figurativa, gracias a la *igualdad de peso visual* es *simétrico* desde la perspectiva del volumen. Así, encontramos en el Dessis, que *Jesús* es el eje que divide al lienzo en dos partes iguales. Ahora al colocar a *María* y a *Juan* a cada lado de Jesús; aunque no son iguales figurativamente (*identidad substancial*) muestran igualdad en *peso visual* (*identidad esencial*) (García, S. 1999) ya que ambos tienen la misma esencia (santidad). El movimiento está en una balanza imaginaria que muestra *igualdad de peso* desde la *identidad esencial* dando cuenta del equilibrio visual. Este movimiento de la balanza, refiere a la *equivalencia* entre los *pesos visuales* ─magnitudes─, y como ambos tienen el mismo peso, entonces se mantiene el *equilibrio,* dando cuenta de la simetría, no desde lo figurativo, sino desde las relaciones. Aquí encontramos la segunda acepción o distinción de la noción de simetría a la que hacíamos referencia con las ideas de Cnido. Así mismo, podemos encontrar en otros ámbitos, distintos del arte, esta segunda acepción de simetría implícita: en filosofía, la paradoja del asno del teólogo escolástico Jean Buridan muestra como dos cosas distintas pero *indistinguibles* y *equivalentes* dan cuenta de la simetría en su segunda acepción. La paradoja es la siguiente: un asno que no sabe elegir entre dos montones de heno, y como consecuencia de ello termina muriendo de hambre (Ferrater, M. 1970, 62). Se trata de una paradoja, ya que, pudiendo comer, no come porque no sabe, no puede o no quiere elegir qué montón es más conveniente, ya que ambos montones le parecen iguales. Ahora bien, al ser *indistinto* o *equivalente* un montón del otro, se pueden intercambiar y el asno no notaría la

---

[10] Hemos tomado el Dessis de San Marco como ejemplo para el análisis de la asimetría siguiendo a H. Weyl; es de acotar que por ser una obra artística se ha realizado el análisis siguiendo criterios estéticos.

diferencia. La *equivalencia* que hace *indistintos* ambos montones de heno da cuenta de la simetría no importando cuántas veces intercambiemos ambos montones el asno nunca se enterará del cambio. En el Dessis la *equivalencia* entre pesos visuales muestra la simetría en las relaciones; de manera análoga la paradoja de Buridan muestra la simetría cuando el asno no puede diferenciar un montón de otro (puesto que son equivalentes) después que se ha intercambiado.

En ciencia, si atendemos la concepción de espacio, podemos mostrar también la presencia de esta segunda acepción de la noción de *simetría*. En virtud de ello establezcamos primeramente algunos antecedentes previos de importancia. Para Aristóteles, el espacio se identifica con el lugar definiéndose como frontera o límite adyacente al cuerpo continente (Jammer, M. 1970, 79). Con las ideas de Telesio y Gassendi se da un viraje. Bernardino Telesio, adoptó conceptos materialistas y estoicos de la Antigüedad que le llevaron a dotar de realidad independiente el espacio (Jammer, M. 1970, 116). Así el espacio vacío es algo capaz de contener cuerpos pudiendo existir sin estos: es aquello en que los cuerpos pueden ocupar (Telesio, B. 1568, 25). Por su parte Pierre Gassendi sostiene el espacio *infinito* y *coeterno* con Dios y lo define por su extensión como un dato de tres dimensiones, distinguiendo entre dos tipos de extensión: una llena (cuerpo) y otra vacía (espacio) (Del Pozo, M. 1997, 89). Para Gassendi el espacio es *necesario, infinito, inmóvil e incorpóreo*, advirtiendo que no es una ficción, atributo o modo de la sustancia, estando además el espacio vacío permeado de fuerzas, colmado de virtudes y presencia divina (Jammer, M. 1970, 189). Las características atribuidas al espacio por Telesio y Gassendi ─*homogéneo, isótropo* y *uniforme*─ como *argumentos* de *simetría* revelan que las descripciones del mundo para los medievales responden a un principio *isotrópico, homogéneo, uniforme, ordenado, bello y armonioso.* Es así como, de las ideas de Telesio y Gassendi, se muestra como los *argumentos* de simetría que describen el espacio pasan a ser *principio* de simetría donde se fundamentan las descripciones del mundo. Ahora bien, el mundo está en movimiento y en constante cambio, pero debe permanecer subyacente el principio *isotrópico, homogéneo, uniforme, ordenado, bello y armonioso.* Entonces, si bien se sabe que lo que cambia no puede ser descrito, y el mundo de hecho cambia, entonces ¿qué es aquello *inmutable* que permite describir al mundo bajo una concepción *armónica, bella y ordenada*? Para los renacentistas lo que da cuenta del *orden* y *armonía* del mundo en movimiento son las leyes que *permanecen invariantes* frente al cambio (Ruiz, A. 2003, 191). La idea del mundo en movimiento dirigido por un Ser divino e inteligente, que garantiza el *orden*, la *belleza y* la *armonía* del mundo, inspirará a pensadores como Copérnico, Galileo, Kepler, Newton o Leibniz a describir la realidad integralmente en forma de leyes de la naturaleza bajo los supuestos anteriores. De esta forma, mientras que para los griegos la armonía, belleza y orden son *argumentos*, para los modernos son *principio* presente en las leyes. Copérnico coloca el Sol como centro de un universo *indiferente o isótropo*, es decir, *simétrico* manteniendo las órbitas de los planetas circulares. Sobre tales aspectos ─isotropía y órbita circular─ o *argumentos de simetría,* Copérnico da cuenta de la *perfección, armonía* y *orden* entre los orbes del universo, es decir, da cuenta del *principio* de simetría. Sin embargo, los datos obtenidos por Tycho Brahe presentaban discrepancia con las trayectorias concéntricas de Copérnico. Las leyes de Kepler pasan a solventar la discordancia entre teoría y mundo bajo la teoría de las proporciones de Eudoxo, mostrándose de esta manera la segunda acepción de simetría implícita a través de las relaciones entre magnitudes equivalentes. En su tercera ley, Kepler establece la *armonía* del mundo (principio de simetría) como una *relación proporcional* entre magnitud (*periodo*) y trayectoria elíptica (semieje mayor) (De Juana, J.M. 2003). De esta manera, Kepler describe un mundo armónico mediante sus leyes que dan cuenta de relaciones proporcionales entre los planetas, introduciendo implícitamente la *simetría* en su segunda acepción.

Por otra parte, atendiendo al *Principio de Relatividad Galileano o Invariancia Relativista* que refiere a la imposibilidad de determinar el movimiento real de la Tierra mirando solo de manera local los fenómenos que nos rodean (Galileo, 1954), Galileo ─siguiendo a Telesio y Gassendi─ otorga al espacio las propiedades de *uniformidad, homogeneidad e isotropía* (*argumentos* de simetría), estableciendo el espacio como *simétrico* en función de esas características (*principio* de simetría). El toscano establece su *principio de relatividad o invariancia*, en el que está presente la dicotomía entre lo aparente y lo verdadero, lo absoluto y lo relativo, etc., siendo justamente las propiedades del espacio las que explicarían los límites de la percepción para distinguir entre el movimiento y el reposo (Galilei, G. 1954).

Reposo y movimiento rectilíneo uniforme son estados de movimientos *distintos, indistinguibles* y *equivalentes.* La explicación científica de la indistinción perceptiva entre los estados de movimiento estará dada por la *equivalencia* entre sus *magnitudes*. En el ejemplo del Dessis, se establecía la *equivalencia* entre *pesos visuales* ─*magnitudes*─ y no entre las figuras ─*Juan* no es igual a *María*─, de igual forma, aunque los estados de movimiento ─*reposo* y *movimiento uniforme*─ no son iguales mantienen una *equivalencia* entre sus magnitudes ─*velocidad*─. En otras palabras: lo que asoma el *equilibrio* en el Dessis no son las figuras, sino la *equivalencia* entre los *pesos visuales*. Del mismo modo, en la paradoja de Buridan, el *equilibrio* está dado en la *equivalencia* entre ambos montones de heno que los hace *indistinguibles* para el asno. En el caso de la física, lo que asoma el *equilibrio* en la indistinción entre movimientos inerciales, no es el reposo versus movimiento, sino la *equivalencia* entre sus *velocidades*. La velocidad es constante en ambos, pero su valor es distinto en cada uno (reposo tiene velocidad constante nula); luego son *equivalentes* en magnitud, pero no iguales. La indistinción entre estados de movimientos, que lleva a la *equivalencia* entre las *magnitudes* da cuenta de la *simetría* en términos *equilibrio* y *equivalencia*.

Es decir, Telesio y Gassendi describen el espacio a través de los aspectos de homogeneidad, uniformidad e isotropía siendo, en este caso, *argumento* de simetría. Sin embargo, tales *argumentos* pasan a convertirse en *principio* de simetría, en términos aristotélicos, dentro de la *invariancia relativista* del toscano, al considerar que la descripción del mundo debe hacerse bajo los aspectos de *homogeneidad*, *uniformidad* e *isotropía*. Esto muestra, dos problemáticas en torno a la noción de simetría: 1) en cuanto a su distinción entre implícita y explicita, y 2) la oscilación de la noción como *argumento* o como *principio* dentro de una teoría.

4. La Evolución Moderna De La Noción De Simetría

La concepción de espacio absoluto de I. Newton se fundamenta en su visión realista de la matemática y geometría. La matemática para Newton es el lenguaje de la naturaleza que organiza la experiencia física del mundo (Newton, I. 1978, 16). Bajo esta perspectiva, los sistemas de coordenadas o de referencia no son estructuras ideales sino objetos matemáticos. Newton los llama *espacios relativos* (Newton, I. 1978, 16).

Para Newton el espacio (*inmóvil, uniforme, isótropo, homogéneo, indiferenciado* e *indistinguible*) es el marco o condición necesaria para que sucedan los fenómenos naturales, aunque para dar cuenta de los fenómenos se hace necesario el concepto de *espacio relativo*. Sobre estas ideas Newton expone su primera ley de movimiento o *principio de la inercia*: "Todo cuerpo preserva en su estado de reposo o movimiento rectilíneo uniforme, a no ser que fuerzas impresas lo obliguen a cambiar tal estado" (Newton, I. 1978, 29), mostrando que el lugar donde se fundamentan las leyes es el espacio absoluto y como consecuencia de sus características *(isotropía, homogeneidad y uniformidad*), resulta imposible distinguir entre el estado de movimiento natural y el estado de reposo de los cuerpos. El espacio newtoniano no es un estado mental ni una categoría semántica; es una sustancia que no depende de otros objetos para existir: una necesidad lógica y ontológica (Casini, P. 1971, 9-25). Es una necesidad lógica porque le otorga validez al principio de inercia, ya que el movimiento rectilíneo uniforme precisa de un sistema de referencia diferente de cualquier espacio relativo arbitrario. Y es una necesidad ontológica porque el estado de reposo presupone al espacio absoluto: afecta a los cuerpos provocando en ellos su inercia, pero la relación inversa no ocurre. En otras palabras: el espacio absoluto actúa sobre los cuerpos sin que éstos actúen sobre él, siendo la causa independiente de los movimientos inerciales de los cuerpos (Casini, P. 1971, 28). Es decir, la validez de la primera ley de movimiento o principio de inercia depende de un sistema absoluto de referencia.

Newton se enfrenta a la dificultad de que el *espacio relativo,* que da cuenta de su primera ley, no está determinado de manera unívoca: sabiendo que el espacio absoluto no está dado a lo sensible resulta necesario establecer un espacio relativo como medida del primero; dificultad estriba en que el estado de movimiento rectilíneo uniforme, por ser condición del espacio absoluto, no admite un espacio relativo (o sistema de referencia) arbitrario. Esto supone la distinción del estado de movimiento (uniforme) de los movimientos (acelerados). Al ser el movimiento rectilíneo uniforme junto al reposo estados equivalentes no existe manera de distinguir uno de otro, se requiere de espacios relativos o sistemas de referencia, los cuales deben estar en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme de acuerdo al principio de inercia o primera ley. Y como cumplen con la primera ley no se les puede distinguir sensorialmente. Pareciera que se hace necesario establecer un espacio relativo especial, pero esto no es admisible. Así Newton debe privilegiar el espacio absoluto como el sistema de referencia. Podemos ilustrarlo de la siguiente manera: los espacios relativos o sistemas de coordenadas miden las porciones del espacio absoluto donde se dan los fenómenos ubicándolos por medio de pares ordenados (x, y) que representan puntos en el espacio absoluto. Así mismo, la descripción de los estados de movimiento rectilíneo uniforme y reposo *permanece invariante* frente al espacio absoluto independientemente del espacio relativo en el cual se describan. Entonces, como es *invariante* la descripción de las magnitudes frente a un par ordenado dentro de una recta real, se puede decir que el principio de inercia *permanece invariante* en su descripción independientemente de su dirección, sin importar si la misma se hace desde la derecha (x, y) o desde la izquierda (-x, -y) (Weyl, H. 1958, 23-24). Quiere decir que la *asimetría* entendida como la preferencia hacia una dirección no afecta, bajo la descripción de las magnitudes, la *invariancia* de una teoría. En otras palabras: la ley es universal independientemente si la descripción se hace desde la izquierda o derecha, haciendo las magnitudes *indiscernibles* en términos de Leibniz. Esto arroja una nueva significación en la relación de la *simetría* con la noción de *equilibrio* y la noción de *equivalencia* que responde al problema de Newton en cuanto al movimiento rectilíneo uniforme y el espacio relativo: todos los sistemas de referencia relativos en movimiento rectilíneo uniforme son *equivalentes entre sí* ─ no hay sistema de referencia especial dentro de los espacios relativos─ haciendo la teoría física *invariante* debido a las características del espacio absoluto, único sistema referencial privilegiado. Refiere Weyl: "(…) mientras que sabemos a priori cómo se comportan los entes geométricos en la reflexión, tenemos que aprender de la naturaleza cómo se comportan las magnitudes físicas" (Weyl, H. 1958,25). De esta forma, el *equilibrio* en el principio de inercia viene dado por la *equivalencia* entre las *magnitudes* de los estados de movimiento, haciendo *invariante* la teoría en cualquier sistema de referencia. Diremos que una teoría posee *simetría* si las leyes que las constituyen *permanecen inalteradas* o *invariantes* en cualquier sistema de referencia, tenemos aquí una nueva acepción de simetría.

Los planteamientos de Newton al problema de la *indistinción* entre reposo y movimiento rectilíneo uniforme dentro de los sistemas inerciales dan origen a la famosa controversia entre G. Leibniz y S. Clarke (portavoz de Newton). Leibniz es contrario a la concepción sustancialista del espacio que sostiene Newton. La idea de espacio que señala Leibniz se fundamenta en considerar un conjunto de cosas y constatar el orden que entre ellas se establece. Este orden entre los existentes es precisamente el orden de coexistencia o *espacio* (Leibniz, G. 1717, 195). Leibniz concluye que el espacio es una *relación*, después de demostrar que no es una *sustancia*, ni un *accidente* (Leibniz, G. 1983, 23-24). Ahora bien, para demostrar que el espacio no es sustancia ─en términos de ente perceptivo─, Leibniz se servirá del p*rincipio de razón suficiente* (Leibniz, G. 1983, 56-57) y *de la identidad de los indiscernibles* (Leibniz, G. 1980, 79-80), ésta última subsidiaria del primero, puesto que si no hay ninguna razón que distinga a dos entes, entonces debe ser el mismo con dos nombres diferentes. Según el *principio de razón suficiente* todo lo existente y, por ende, todo lo verdadero, debe tener una razón para ser así y no de otra manera. Pero pensar el espacio tal y como lo hace Newton, como algo absoluto, sería negar el principio en cuestión: no hay razón suficiente para distinguir entre espacios, sean relativos o absoluto (Leibniz, G. 1980, 68-75). Leibniz hace énfasis en la homogeneidad del espacio y es, esta característica la que hace que sus partes (puntos en el espacio) sean indiscernibles. Sustentándose en el *principio de razón suficiente*, señala que no existe una *razón* para preferir una disposición u otra, y con este argumento desdeña la tesis del espacio como sustancia.

5. La solución cinemática de Leibniz al problema del principio de Inercia: la identidad de los indiscernibles y la vinculación entre igualdad, identidad y equivalencia

Al decir que estados de movimiento son *indistinguibles* decimos, en términos de Leibniz, que son *indiscernibles*. Sostiene Leibniz: “Infiero de este principio de razón suficiente, entre otras consecuencias, que no hay en la Naturaleza dos seres indiscernibles, pues si lo hubiera Dios y la Naturaleza obrarían sin razón tratando el uno de modo distinto que el otro” (Leibniz, G. 1982, 493). Sería absurdo que hubiese dos seres indiscernibles; dados tales seres, uno no importaría más que el otro y no habría *razón suficiente* para elegir uno más que el otro (Leibniz, G. 1982, 569). Los seres no difieren entre sí sólo numéricamente. No está excluida *in abstracto* la existencia de dos indiscernibles, pero en virtud de la razón suficiente hay que excluir tal existencia *in concreto*. Wolff, seguidor de Leibniz, acepta el principio de la identidad de los indiscernibles en su *Cosmología* (Wolff, C. 1731) cuando hace referencia a entes que existen en la Naturaleza (*in concreto*), mientras que en su *Ontología* (Wolff, C.

1679), cuando trata a las afecciones del ente en general, define la *identidad* como completa *sustituibilidad* de dos entes (*in abstracta*). Señala Wolff que, si los entes determinantes son iguales, los entes determinados son iguales y viceversa, de tal forma que al hablar de la identidad de dos cosas con una tercera como siendo todas idénticas entre sí. Podemos decir, bajo las consideraciones de Wolff, que dos cosas *equivalentes* son *iguales* si podemos sustituir una por otra (*salva veritate)* manteniendo el resultado antes y después de la sustitución *invariante* o *indiferente*. Ahora bien, a pesar de que el *principio de sustituibilidad* mantiene el resultado *indiferente*, es bueno acotar que tal *indiferencia* está referida *in abstracto.* Esto es señalado por Leibniz, usando sus principios de razón suficiente y de identidad de los indiscernibles, con respecto al principio de *indiferencia* (Ferrater, M. 20 00,42) establecida siglos antes por J. Bernoulli. Según el principio de *indiferencia* de Bernoulli, la situación óptima para escoger libremente sería aquella donde fuese igual hacerlo por un partido o por otro, es decir, donde la *razón* no pudiera discernir entre ambos, ya que nada habría que la inclinará hacía uno u otro lado. De esta manera, la acción se producirá sólo bajo el mandato de la voluntad que, según la tesis en cuestión, sería también el prototipo de la acción libre perfecta (Garber, D. 1980,164-165). Pero, para Leibniz, no puede existir la posibilidad de un acto sin razón; para él toda elección supone una razón para hacerlo de una u otra manera, independientemente de que esa razón nos sea conocida o clara. Aun en el supuesto de que pudieran presentarse dos situaciones idénticas entre las que debamos decidir, habría que admitir que sería imposible hacerlo, pues no existiría razón alguna para preferir una o la otra, tal como ocurre con la paradoja del asno de Buridán. Bajo esta perspectiva se puede afirmar que la paradoja está referida al principio indiferencia, aplicando el principio de razón suficiente y de identidad de los indiscernibles a una situación de simetría bilateral: el asno al tener en frente dos montones de heno idénticos, muere de hambre al no encontrar una razón para decidirse por alguno de los dos, es decir, al no haber una razón suficiente para que una cosa suceda en vez de otra, no sucede nada y la situación inicial no cambia.

Otro ejemplo de aplicación del principio de indiferencia lo encontramos en el cálculo de probabilidades. Cuando se arroja una moneda al aire hay una probabilidad de 1/2 de que cuando caiga a suelo salga “cara” y 1/2 de probabilidad de que salga “cruz” en otras palabras, tanto “cara” como “cruz” tienen las mismas probabilidades. Esto quiere decir que es *indiferente* que lado de la moneda saldrá. Por tanto “cara” y “cruz” se dicen *equivalentes.*

Siendo la situación de la moneda análoga a lo que sucede con la paradoja del asno de Buridan. El asno (*in abstracto*) no puede decidirse por ninguno de los dos montones de heno debido a que cualquiera de los dos le es *indiferent*e. Ambos montones, *equivalentes e indiferentes*, tienen la misma probabilidad de ser escogidos. En tal sentido podemos decir que ambas situaciones (moneda y la paradoja) son *indiscernibles in abstracto.* Desde un punto de vista lógico, Leibniz caracteriza el predicado de *igualdad* a través el predicado *identidad de los indiscernibles* que podemos expresar de un modo formal como sigue: (1) si *x* no es idéntico a *y*, entonces hay alguna propiedad no relacional *P* tal que *P* vale para *x* y no vale para *y*, o viceversa. Y, (2) si *x* e *y* comparten todas sus propiedades no relacionales, es decir, no se da (1), entonces *x* es idéntico a *y*. A partir de estas ideas podemos identificar *igualdad* con *identidad*, desde la perspectiva de la lógica y siguiendo las ideas de Wolff y Leibniz, afirmando que *x* y *y* son *iguales sí y solo sí* tienen exactamente las mismas propiedades, aunque numéricamente sean dos entes u objetos distintos, es decir, comparten todas las propiedades menos la propiedad de “ser el mismo” o “unicidad”; Y son *idénticos* si son el mismo ente u objeto, es decir, no se da la existencia de una propiedad que no compartan. Es así como la tesis de que no puede haber dos objetos iguales pero distintos (es decir, que no sean el mismo a pesar de tener las mismas propiedades) defiende la posición de Leibniz sobre los *indiscernibles*. Admitiendo el principio de Leibniz, se puede tomar la expresión del bicondicional (transitividad) $\forall x \forall y\ (x=y \leftrightarrow \forall Px \forall Py\ (Px \leftrightarrow Py))$ como una definición de *identidad*, y bajo ese principio, *identidad e igualdad* son la misma relación. Esto conlleva cierta carga ontológica de la cual se asume, que el principio de Leibniz es evidente y define la relación de *igualdad/identidad*. Ampliemos un poco más estas ideas. Si dos cosas comparten todas sus propiedades no solamente son idénticas sino además únicas, esto es, son la misma cosa. En términos formales: para todo *x* tal que *x* cumple la propiedad *P* (siendo P la propiedad de tener las mismas propiedades) existe algún *y* que cumple propiedad *P*, entonces se dice que *x=y*, luego *x* y *y* son el mismo, esto es son idénticos y únicos. En tal sentido, dos cosas que cumplen todas las propiedades, son idénticas y numéricamente no distintas ya que son la misma, esto es, son “una”por tanto, cumplen la *identidad* y la *unicidad.* En este sentido todo ser singular, sea o no individual, es único, es decir, cuando no existe otro exactamente igual en su clase”, en otras palabras, si admitimos que “*ser* el mismo” es una propiedad, entonces está claro que son el mismo objeto que comparten todas las propiedades incluso “ser el mismo”, lo que asevera la tesis leibniziana en cuanto a los *indiscernibles.*

Por tanto, cuando hablamos de una *relación de igualdad* debería especificarse a qué estamos haciendo referencia, *a una identidad entre elementos ó a una equivalencia entre transformaciones*. De todo lo anterior podemos resumir diciendo que Leibniz caracterizó el predicado de *igualdad* mediante la llamada *identidad de los indiscernibles*. Cuando los lógicos pretendieron expresar esta definición en el cálculo de predicados de primer orden se encontraron con que algo tan fácil de expresar en lenguaje ordinario no podía ser recogido en el sistema formal de los *Principia*: se requería un lenguaje que admitiera cuantificación sobre predicados, porque el principio leibniziano habla de *toda propiedad*. Esta dificultad llevó a introducir este predicado en el lenguaje formal por otros caminos: postular las condiciones que debe satisfacer la constante predicativa “=”. Aparece por este procedimiento una *acepción débil* de igualdad, (1) *la relación de equivalencia*, y acepción *en sentido fuerte,* (2) *la relación identidad* que debe satisfacer la llamada propiedad de reemplazamiento o sustituibilidad, en términos de Wolff (*salva veritate*), es decir, porque los términos son iguales pueden intercambiarse preservando la verdad, o sea reemplazar uno por otro (por ejemplo 1/2 y 3/6 serían equivalentes, pero no idénticos). De esta forma al tener dos cosas con propiedades iguales no serán distinguibles ya que cumplen con una relación de equivalencia (*sentido débil de igualdad*). Para el caso en que x sea estado de reposo y y estado de movimiento rectilíneo uniforme y la propiedad común en ambas *velocidades constantes*, se dirán iguales por equivalencia.

No es un ser superior, como pensaba Newton, quien dará preferencia por un estado u otro, sino que ambos estados de movimiento se hacen *indiscernibles* al ser *equivalentes.* En otras palabras, ambos estados de movimiento ─reposo y movimiento rectilíneo uniforme─ aunque distintos comparten una propiedad en común (velocidad constante) lo que los hace iguales por equivalencia. Esta es la solución de Leibniz desde la cinemática la vinculación entre *igualdad, identidad* y *equivalencia*. Igualdad en sentido fuerte (identidad) e igualdad en sentido débil (equivalencia). En esto Leibniz es fundamental ya que a través del análisis lógico da cuenta de la *igualdad por equivalencia* (sentido débil) como *principio de simetría*; a diferencia de la consideración de Newton, que da cuenta de la simetría como *argumento* a través de las propiedades del espacio, aunque y cómo hemos establecido anteriormente, éstos argumentos están sustentados en el principio de simetría del orden, permanencia, etc., la contribución leibniziana radica en otorgar a la *igualdad por equivalencia* el rol de *principio de simetría*, ampliando con ello el significado de la noción.

Bajo la perspectiva anterior, será indiferente *intercambiar o permutar* el valor numérico entre dos velocidades constantes ya que tales valores son *iguales por equivalencia* (justo es la *equivalencia* la que da cuenta de la noción de simetría como *principio* y no como *argumento)*. Como consecuencia, la descripción del fenómeno ─*principio de inercia*─ será independiente del valor numérico de la velocidad, pero dependiente de la propiedad de ésta ─*ser constante*─. En otras palabras, el principio de inercia es invariante frente a una transformación de Galileo, ya que depende de magnitudes y no de cantidades numéricas. El principio describe la *indiscernibilidad* entre los estados de movimiento, reposo y movimiento rectilíneo uniforme, a través de la magnitud *velocidad* que tiene la propiedad de *ser constante.* Lo que hace indiferente intercambiar un valor numérico por otro, dejando al principio invariante o indiferente frente a la transformación, es la igualdad por equivalencia entre las cantidades numéricas que establece la propiedad de *ser constante* de la magnitud *velocidad*.

Podemos admitir que mientras Newton lograba resolver el problema del espacio y del movimiento absoluto a través de la dinámica, Leibniz hizo lo propio al resolver el problema desde la cinemática como consecuencia del análisis lógico, al considerar la igualdad por equivalencia (*principio de simetría*) entre estados distintos en el problema del movimiento rectilíneo uniforme y el reposo, bajo los *principios de razón suficiente* y la *identidad de los indiscernibles.* Bajo la perspectiva anterior, debemos enfatizar el rol de Leibniz en cuanto al uso del análisis lógico, ya que permite distinguir, de una forma tácita, el paso en el uso de la noción de simetría de argumento a principio a través de relaciones de orden (igualdad por equivalencia).

6. **Sumario**

A través de la reconstrucción histórica de la noción de simetría mostramos los distintos contenidos inmersos dentro del concepto. Analizar estas adherencias conceptuales bajo la clasificación de tres esquemas: Branding-Castellani, Roche y Carnap nos conduce hacia la comprensión del uso y significado de simetría en física desde el mundo antiguo hasta la edad moderna.

Branding-Castellani clasifican la noción de simetría en *implícita* y *explicita*. Nuestro estudio amplio esta catalogación. Extendemos la significación de *simetría implícita* postulando dos acepciones más: 1) *figurativa* o estética y 2) *equilibrio* entre el todo y sus partes (proporciones y magnitudes); mientras que para la *simetría explícita* postulamos las relaciones entre *equivalencia*, *igualdad* e *identidad* (Leibniz). En la primera acepción ─*figurativa*─ la simetría viene dada a través del carácter *armonioso* y *ordenado* mostrándose como cualidad o aspecto mientras que la segunda acepción está referida al *equilibrio* entre las distintas relaciones entre el todo y las partes a través de magnitudes equivalentes. La primera acepción ─*figurativa*─ se muestra en los griegos, mientras que la segunda ─*equilibrio*─ muestra su importancia en la época medieval (medieval-renacimiento).

Para Carnap aquellos conceptos que subsumen a otros contenidos son llamados *conceptos clasificatorios* (Moulines, U. 1997,101). Asumiendo esta definición de Carnap griegos y medievales, en ausencia del término *simetría* dan cuenta de la noción en forma *implícita* al subsumir los contenidos de belleza, armonía, orden y equilibrio. Bajo esta perspectiva las acepciones (*figurativa* y *equilibrio)* de *simetría implícita* las clasificamos como *conceptos clasificatorios*. Esta catalogación posibilita mostrar el uso de la noción como *argumento* en términos de Roche ya que las acepciones *figurativa* y *equilibrio* discriminan en función de descripciones. En tal sentido todo aquello que sea bello, armónico, ordenado, equilibrado se dice que es *simétrico* siendo la noción de simetría *implícita* un atributo de la cosa y con ello un predicado monádico. Esto conduce a sostener que la ausencia de un término no posterga el uso o referencia de éste.

Ahora bien, el tránsito de la noción de *implícita* a *explícita* posibilita postular dentro de la significación de *simetría explícita*: las relaciones entre *equivalencia, igualdad* e *identidad*

(Leibniz) como acepción de la noción. Las ideas de Leibniz expuestas en su disertación con Newton dan cuenta del uso de la noción (siguiendo a Roche) como *principio* bajo relaciones de orden (*equilibrio, identidad, igualdad*). Leibniz expone que la *igualdad* en su acepción débil da cuenta de la *equivalencia:* dos cosas distintas se dicen *iguales por equivalencia* al compartir al menos una propiedad en común siempre y cuando no sea la propiedad de identidad. La adherencia de *igualdad por equivalencia* dentro de *simetría* señala una transformación en la noción entendiendo como *simétrico* no solo aquello que puede cumplir la identidad (unicidad) sino también, dos cosas que no siendo *la misma* se dicen iguales debido a alguna propiedad en común compartida. De esta manera dentro del contexto histórico de Leibniz y Newton, si bien la simetría no es completamente explícita, la noción se transforma bajo adición de relaciones de orden. Esto permite sostener el tránsito de la noción en la época moderna. Siguiendo el esquema de Carnap (Moulines, U. 1997, 108) la noción está *pasando* de ser un concepto *clasificatorio* a ser un concepto *métrico,* es decir, la noción de simetría es un concepto *comparativo.*

7. **Bibliografía**

Azcarate. P. (1873). *Obras de Aristóteles.* t. XX. Madrid: Medina y Navarro

Branding. K., y Castellani, E. (2003). *Symmetries in Physics: Philosophical Reflections*. Cambridge: Cambridge University Press

Casini. P. (1971). *El universo máquina*. Barcelona: Martínez- Roca

De Juana. J.M. (2007). *Física general*. vol. II. Madrid: Pearson.

Del Pozo. M. V. 1997. *Gassendismo y cartesianismo en España: Martín Martínez, médico filósofo del siglo XVIII*. Paper presentado en el I encuentro internacional de historia de las ideas científicas, en junio de 1988, en Barcelona, España.

Ferrater. M. J. (2000). *Diccionario de Filosofía.* Editorial. Buenos Aires: Sudamericana.

Frank. A., y Wolf, K.B. (1992). *Symmetries in Physics.* Ciudad de México: Springer-Verlag.

Garber. D. (1980). *El espacio como relación en Leibniz.* Caracas: Equinoccio.

García. S. P. 1999. Diccionario Filosófico: manual de materialismo filosófico. Una visión analítica, *Revista de la Fundación Gustavo Bueno*, http://www.filosofia.org/

Galilei. G. *Discorsi e Dimostrazioni Matematiche in torno á Due Nuoue Scienze*. Traducido por Crew, H. y De Salvio, A. *Two New Sciences*. New York: Dover, 2002.

Galilei. G. *Il saggiatore*. Editado por la Universidad La Sapienza. Roma, 2013.

Gassendi. P. (1970). *Syntagmaphilosophicum.* En: Jammer, M. *Conceptos de espacio.* Ciudad de México: Grijalbo.

Geymonat. L. (1970). *Filosofía y filosofía de la ciencia*. Barcelona: Labor.

Jammer. M. (1970). *Conceptos de espacio.* Ciudad de México: Grijalbo.

Lafarga. F. 2010. Breve diccionario etimológico de términos geométricos. *Jornadas de Educación Matemática de la comunidad valenciana*, http://www.ua.es/personal/SEMCV7Actas/III

Leibniz. G.W. *Escritos filosóficos.* Traducido por De Olaso, E. Buenos Aires: Charcas, 1982.

Leibniz. G.W. *La polémica Leibniz-Clarke.* Traducido por Rada E. Madrid: Taurus, 1980.

Leibniz. G.W. *Monadología.* Traducido por Fuentes M. Madrid: Orbis, 1983.

Leibniz. G.W. *Discurso de metafisica.* Traducido por Fuentes M. Madrid: Orbis, 1983.

Melcon. P. 2000. Teorías del Universo. *Revista de la Sociedad Española de Historia de las Ciencias y de las Técnicas.* 1: 802-807.

Moulines. U. y Diéz. J. (1997). *Fundamentos de Filosofía de la Ciencia*. Barcelona: Ariel.

Newton. I. *Principios matemáticos de filosofía natural.* (Traducido por García Bacca J.D. Caracas: UCV, 1978.

Roche. J. 1987. A critical study of symmetry in physics from Galileo to Newton". *Symmetries in physics (1600-1980).* Barcelona: UAB.

Ruiz. A. 2003. *Filosofía, historia y filosofía de las matemáticas*. Costa Rica: Euned.

Russell. B. 1997. *Historia de la filosofía occidental*. Madrid: Espasa

Scharp. R. 2004. *Symmetry in Physics.*Montreal: American Mathematical Society.

Strawson. P. 1992. *Análisis y metafísica.* Barcelona: Paidós

Telesio. B. (1568). *De natura rerumjuxta propia principia librinovem,* I. Nápoles. En: Jammer. M. (1970). *Conceptos de espacio.* Editorial Grijalbo. Ciudad de México.

Weyl. H. 1952. *Symmetry.* Princeton: Princeton University

Weyl. H. 1958. *La simetría*. Buenos Aires: Nueva Visión.

Wolff. C. *Philosophia Prima Sive Ontologia*. Traducido por Ecole, J. Zurich: Hildesheim Georg Olms, 1962.

Wolff. C. (1731). *Cosmologia Generalis: Methodo Scientifica Pertractata*. Editado por California: Rengeriana Library, 2012.