GEOMETRÍA MÉTRICA BÁSICA

Joaquín Fernández
Barcelona 2019

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
BARCELONATECH
ETSEIB

Índice

Introducción

Leyenda

En este documento se ha empleado el siguiente código de colores para diferenciar los datos (lo que es conocido), las operaciones (construcciones que deben ejecutarse para obtener el resultado) y las soluciones (aquello que se busca):

Blanco o Negro	DATOS
Azul	OPERACIONES
Rojo	SOLUCIONES

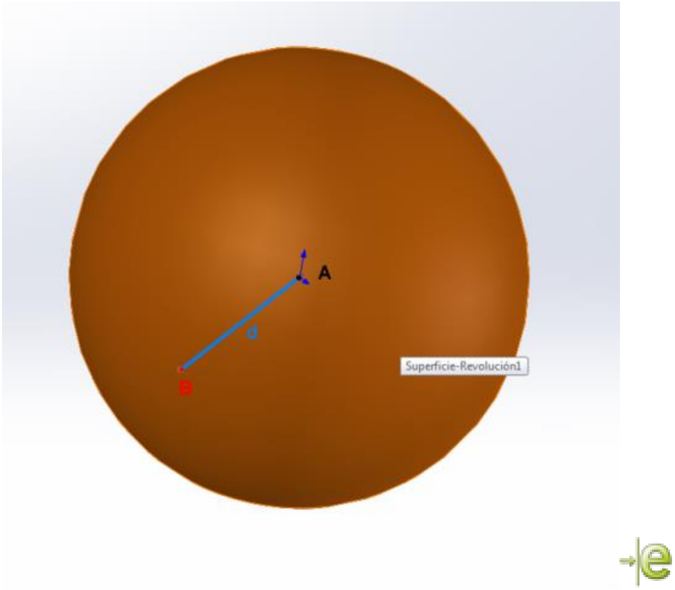
MODELO 3D	ACCESO AL FICHERO RESUELTO CON SOLIDWORKS
VIDEO	ACCESO A LA GRABACIÓN EN VIDEO DE LA CONSTRUCCIÓN
	ACCESO AL eDRAWING

Instrucciones para la lectura del gráfico:

COLOR NEGRO = Elementos fijos (no se desplazan ni transforman).
COLOR ROJO = Elementos variables (aquellos que modifican su posición en el espacio después de ser introducidos los datos en función de los elementos fijos).
COLOR AZUL = Elementos que contienen los datos de la construcción.

EL PUNTO

1 Distancia de punto a punto



VIDEO MODELO 3D

Descripción:

Distancia **d** entre el punto **A** y el punto ***B***.

Qué debo saber antes:

-

Construcción:

La distancia entre dos puntos se mide en el segmento de línea recta comprendido entre ambos puntos.

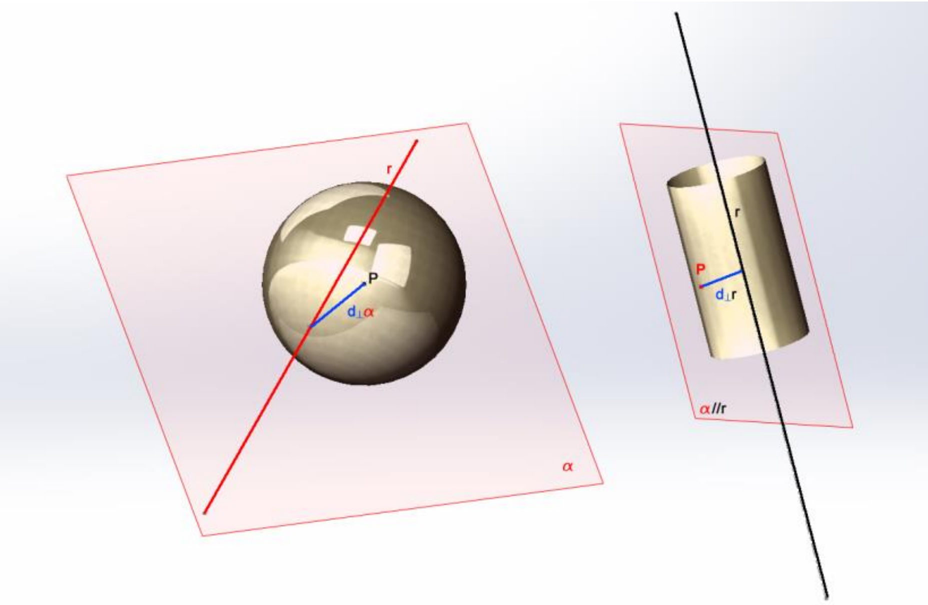
Soluciones:

Si uno de los puntos (***A***) es fijo y el (***B***) no lo es, hay infinitas posiciones para el punto ***B*** que cumplen con la distancia ***d*** a ***A***. Todas ellas se encuentran en la superficie de una esfera de centro ***A*** y radio la distancia (***d***) entre los dos puntos.

Operativa:

De traza el segmento desde ***A*** hasta ***B*** y se mide.

2 Distancia de punto a recta



VIDEO MODELO 3D

Descripción:

Distancia ***d*** desde el punto ***P*** a la recta ***r***

Qué debo saber antes:

Distancia de punto a punto

Construcción:

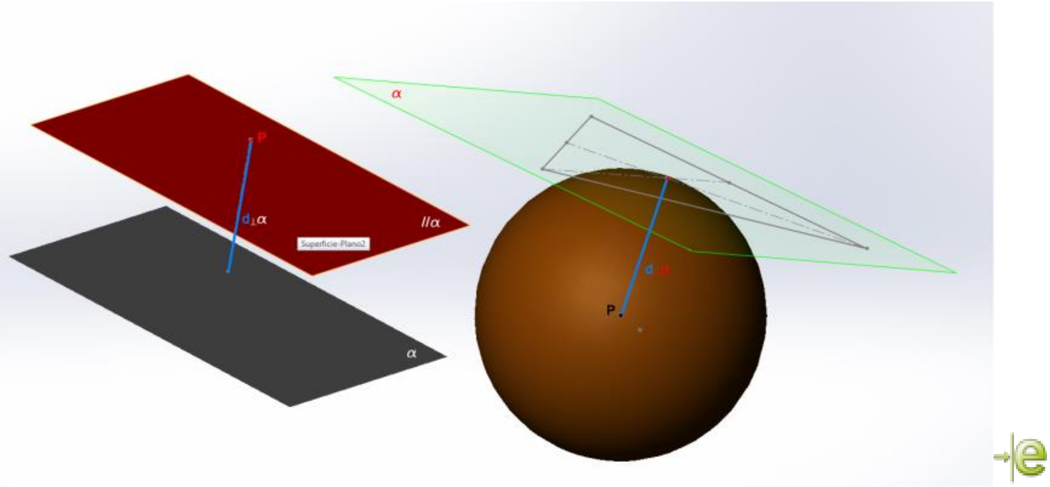
La distancia ***d*** desde el punto ***P*** a la recta ***r*** se mide en el segmento ***d*** comprendido entre el punto y la recta. El segmento deberá ser el más pequeño posible de aquellos que quedan comprendidos entre el punto y la recta, por ello deberá ser perpendicular a la recta.

Soluciones:

Si el punto ***P*** es fijo (figura de la izquierda) y la recta no lo es hay infinitas soluciones para la recta. Todas ellas son tangentes a una esfera de centro el punto ***P*** y radio la distancia entre el punto y la recta.

Si la recta ***r*** es fija (figura de la derecha) y el punto no lo es hay infinitas soluciones para el punto. Todas ellas se sitúan en la superficie de un cilindro que tiene por eje la recta ***r*** y por radio la distancia ***d***.

3 Distancia de punto a plano



VIDEO | MODELO 3D

Descripción:
Distancia ***d*** entre el punto ***P*** y el plano ***a***

Qué debo saber antes:

1. Distancia de punto a punto. La distancia se medirá entre el punto ***P*** y un punto del plano α.
2. Distancia de punto a recta. El segmento ***d*** que mide la distancia entre el punto ***P*** y el plano α es perpendicular a todas las rectas del plano α, sin embargo, sólo mantiene la misma distancia ***d*** con aquellas que pasan por el punto de intersección entre ***d*** y α.

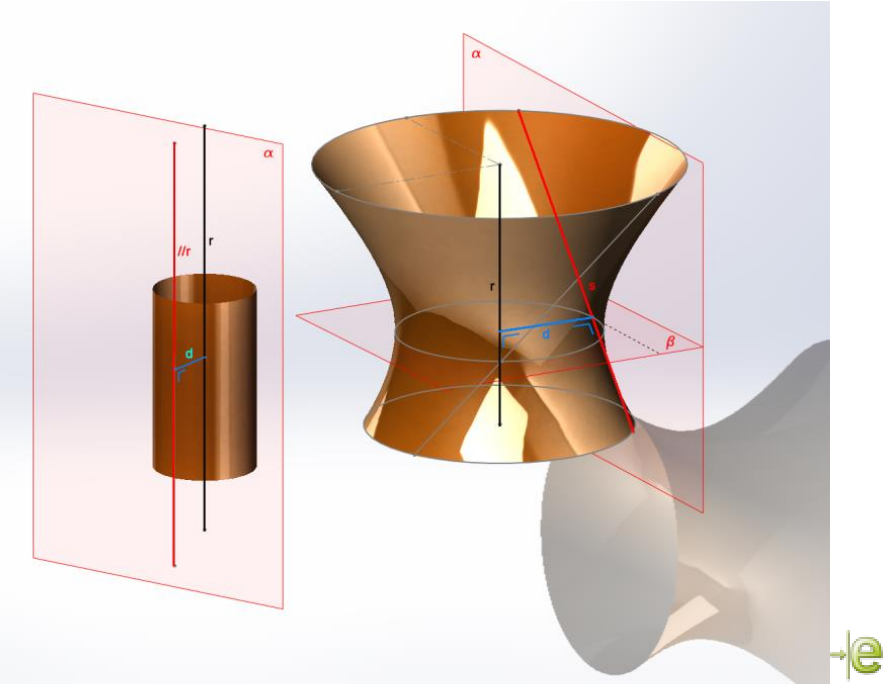
Construcción:
La distancia entre el punto ***P*** y el plano α se mide con un segmento de recta comprendido entre el punto y el plano. La distancia debe ser la mínima posible entre el punto y el plano por tanto el segmento ***d*** deberá ser perpendicular al plano α.

Soluciones:

1. Si el plano α es fijo (figura de la izquierda) y el punto ***P*** no lo es, hay infinitas soluciones para ***P*** situadas en un plano $//\alpha$ que mantiene una distancia ***d*** de α.
2. Si el punto ***P*** es fijo (figura de la derecha) y el plano α no lo es, hay infinitas soluciones para α. Todas ellas son tangentes a una esfera de centro ***P*** y radio ***d***.

LA RECTA

4 Distancia de recta a recta



VIDEO MODELO 3D

Descripción:
Distancia **d** entre la recta ***r*** y la recta ***s***

Qué debo saber antes:

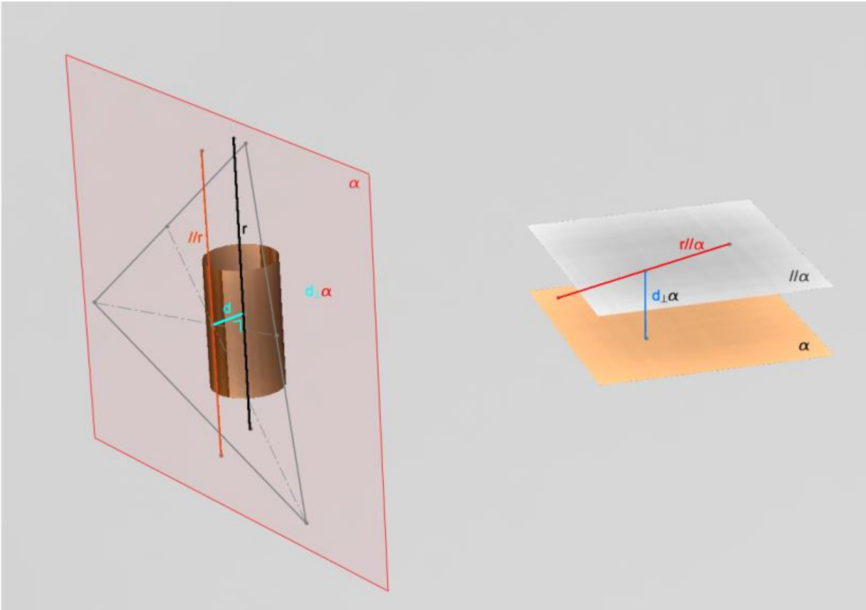
1. Distancia entre punto y recta
2. Para que la distancia entre dos rectas sea diferente de 0 ambas rectas han de poder estar contenidas en planos paralelos.

Construcción:
La distancia entre dos rectas, ***r*** y ***s***, se mide con un segmento de recta perpendicular a ***r*** y perpendicular a ***s***. El segmento que cumple esta condición es perpendicular a la dirección de planos definido por las dos rectas ($//\alpha$).

Soluciones:

1. Si la recta ***r*** es fija (figura de la izquierda) y la recta ***s*** (//***r***) no lo es, hay infinitas soluciones para ***s***. Todas ellas son generatrices de un cilindro que tiene por eje a la recta ***r*** y por radio **d**.
2. Si la recta ***r*** es fija y la recta ***s*** no es paralela a ***r*** (figura de la derecha) y no es fija, hay infinitas soluciones para ***s***. Todas ellas son generatrices de un hiperboloide de revolución que tiene por eje a la recta ***r*** y por generatriz a la recta ***s***. El hiperboloide quedaría totalmente definido si también es conocido el ángulo que forman las rectas ***r*** y ***s*** (ver ángulo entre recta y recta).

5 Distancia de recta a plano



VIDEO | MODELO 3D

Descripción:

La distancia entre una recta y un plano es mayor que 0 cuando la recta está contenida en un plano paralelo no coincidente.

Qué debo saber antes:

1. distancia de punto a plano
2. distancia de recta a recta

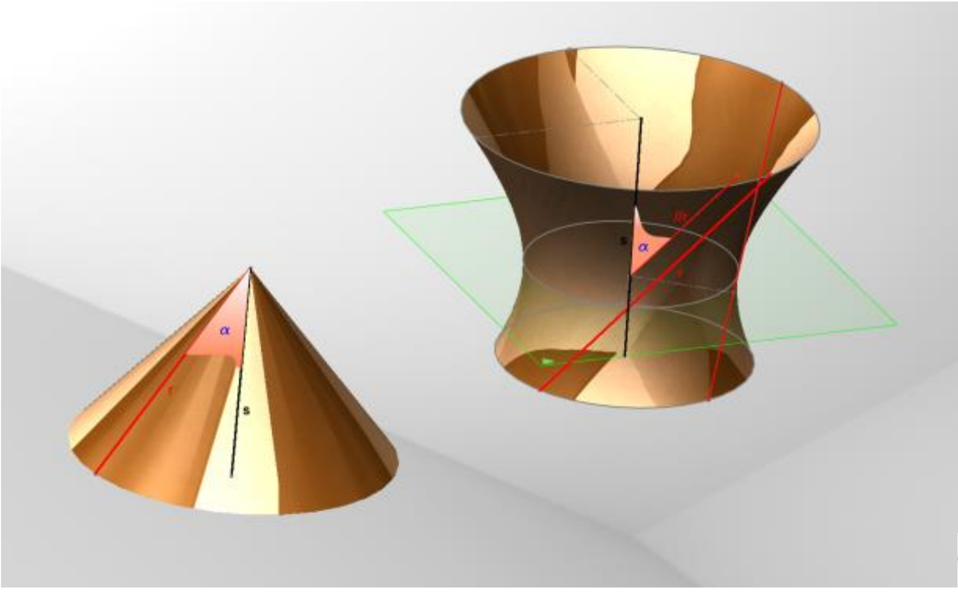
Construcción:

La distancia entre la recta ***r*** y el plano α se mide en un segmento de recta (**d**) comprendido entre la recta ***r*** y el plano α. El segmento ***d*** ha de ser perpendicular al plano α y, por tanto, lo será también a la recta ***r*** (por estar contenida en un plano paralelo al α)

Soluciones:

1. Si la recta ***r*** es fija (figura de la izquierda) se encuentran infinitas soluciones para el plano α. Todas ellas serán tangentes a un cilindro que tiene por eje a la recta **r** y por radio el segmento **d**.
2. Si el plano α es fijo se encuentran infinitas soluciones para la recta ***r***. Todas ellas se sitúan sobre un plano paralelo a α situado a una distancia ***d*** de α. En este caso pueden escogerse dos planos paralelos al alfa, uno a cada lado de él.

6 Ángulo de recta y recta



VIDEO

Caso 1: Solución con malla de alambre

VIDEO

Caso 2: Solución con sólidos para un ángulo conocido y una recta de referencia conocida

MODELO 3D

Descripción:

El ángulo entre dos rectas se mide en el plano que definen. La intersección de las dos rectas divide el plano en cuatro zonas que son simétricas entre sí respecto al punto de intersección entre las rectas. Pueden medirse dos ángulos suplementarios.

Qué debo saber antes:

1. Las rectas que se cruzan definen un haz de planos paralelos. Uno de estos planos se puede obtener con dos rectas que se corten y sean paralelas a las dadas. Cada una de las rectas que se cruzan está contenida en uno de los planos del haz.

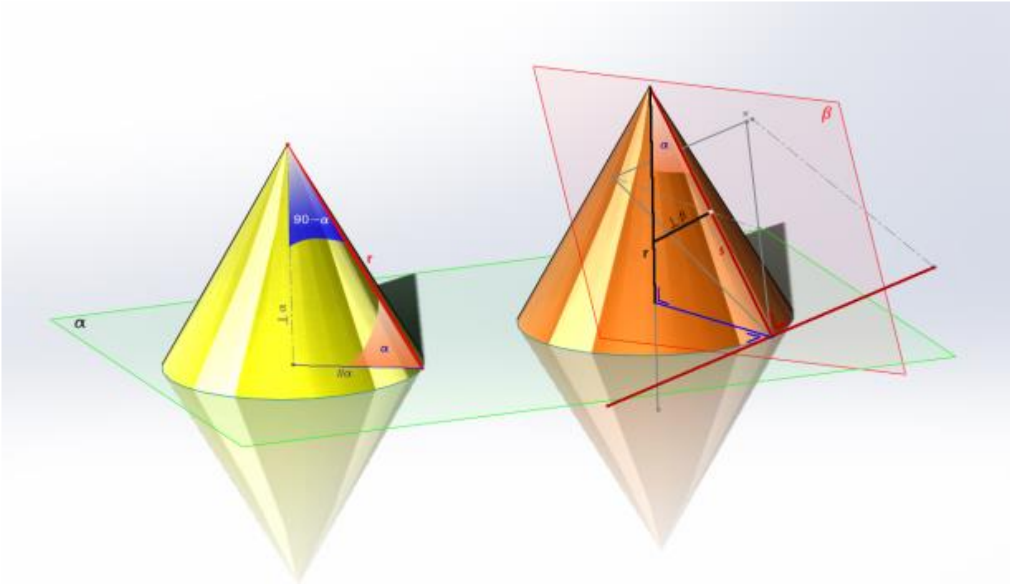
Construcción:

El ángulo entre dos rectas se mide directamente entre ellas en el caso de que las rectas se corten. Si las rectas se cruzan, se mide entre dos rectas que se corten y que sean paralelas a las dadas.

Soluciones:

1. En el caso de que las rectas se corten (figura de la izquierda) y una de ellas se mantenga fija (***s***), la otra (***r***) gira alrededor de la primera ocupando la superficie de un cono. El vértice del cono es un punto de intersección entre las rectas y su ángulo de semiobertura es el ángulo definido entre las dos rectas.
2. En el caso de que las rectas se crucen (figura de la derecha) y una de ellas se mantenga figa (***s***) la otra (***r***) gira alrededor de la primera ocupando la superficie de un hiperboloide de revolución.

7 Ángulo de recta y plano



VIDEO

Caso 1: Solución con malla de alambre

VIDEO

Caso 2: Solución con sólidos para un ángulo conocido y un plano conocido

VIDEO

Caso 3: Solución con sólidos para un ángulo conocido y una recta conocida.

MODELO 3D

Descripción:

El ángulo comprendido entre una recta y un plano se mide entre la recta y su proyección ortogonal sobre el plano.

Qué debo saber antes:

1. una recta y su proyección ortogonal sobre un plano configuran un triángulo rectángulo en el cual uno de los catetos es perpendicular al plano, el otro es paralelo a él y la hipotenusa es la recta que mantiene el ángulo con el plano. Si el ángulo se mide entre la recta y su proyección, entonces entre la recta y la perpendicular al plano se medirá el ángulo complementario.

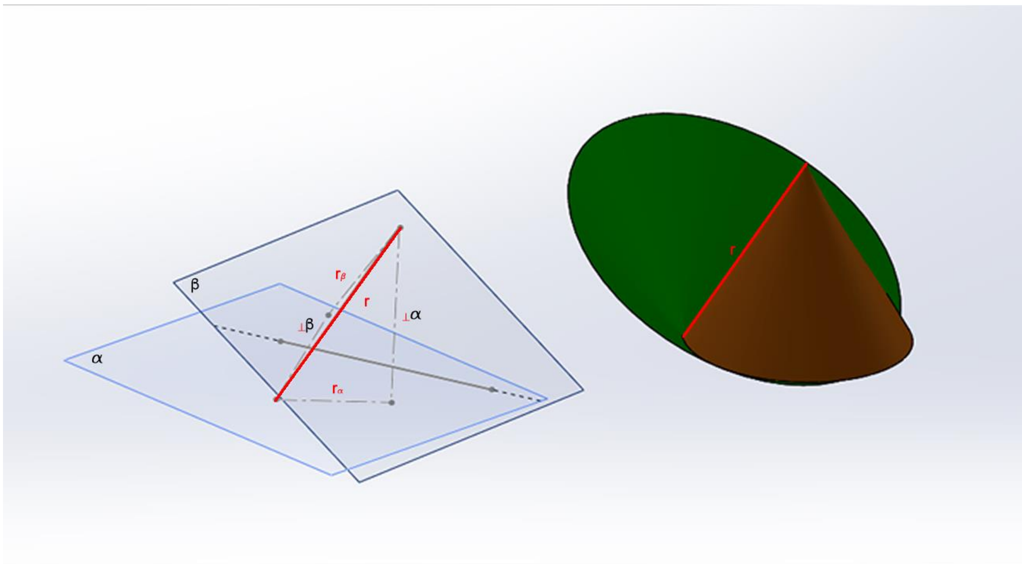
Construcción:

1. Directo: se traza desde un punto de la recta dada una recta paralela al plano, y desde otro punto de ella otra recta normal al plano. Se obtiene la intersección de los dos catetos con el fin de forzar que ambos catetos estén contenidos en el mismo plano. Se mide el ángulo entre la paralela al plano y la recta.
2. Indirecto: se traza la normal al plano desde un punto de la recta. Se mide el ángulo complementario entre ambas rectas.

Soluciones:

1. Si se considera fijo el plano (imagen de la izquierda), hay infinitas soluciones para la recta, todas ellas estarán sobre la superficie de cono que tiene por eje la normal al plano ($\perp \alpha$) y por generatriz la recta ***r***.
2. Si se considera fija la recta (imagen de la derecha), hay infinitas soluciones para el plano (β), todas ellas serán tangentes a la superficie de un cono que tiene por eje la recta ***r*** y generado por una recta ***s*** del plano contenida en un plano perpendicular a **β** que pasa por ***r***.

8 Ángulo de una recta con dos planos



VIDEO MODELO 3D

Descripción:

El ángulo de la recta ***r*** con otros dos planos cualesquiera α y β se mide entre la recta y la proyección de ortogonal de ***r*** en cada uno de los planos(**r**α y **r**β respectivamente).

Qué debo saber antes:

1. Ángulo de una recta a un plano.
2. Ángulo de una recta a dos planos ortogonales. En este caso y a diferencia del aquel en el que los planos son perpendiculares entre sí, las normales a los planos no coinciden con la recta de intersección entre los planos.

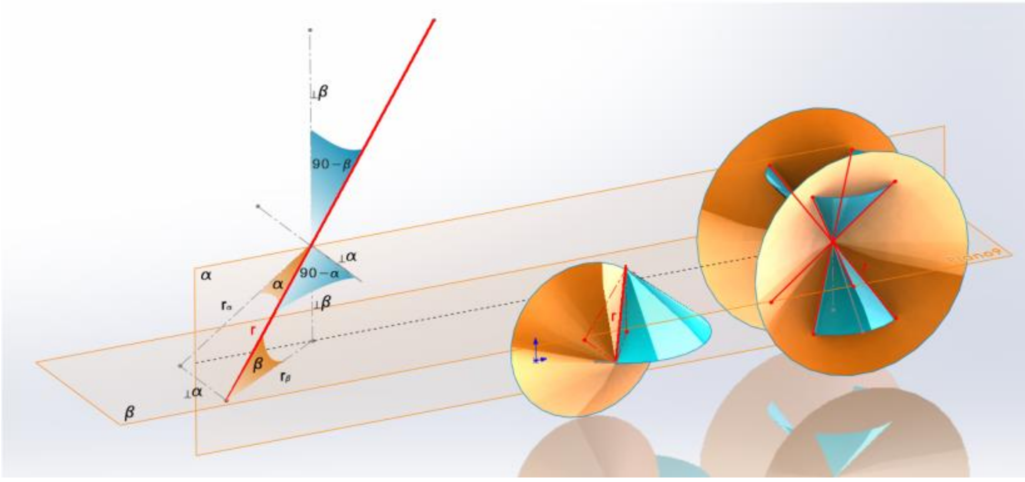
Construcción:

1. Directo: se traza el segmento de recta comprendido entre los dos planos y se trazan los dos triángulos rectángulos formados por **r**,$\perp\alpha$, **r**α por un lado y **r**,$\perp\beta$, **r**β por el otro. los ángulos se medirán entre ***r***, y **r**α y **r**, y **r**β.
2. Indirecto: se traza la recta ***r*** y las dos normales a los planos$\perp\alpha$ y $\perp\beta$). se mide entre ***r*** y cada una de las normales el **ángulo complementario** al definido entre la recta y cada uno de los planos.

Soluciones:

Hay cuatro soluciones que se obtienen por simetría respecto a los dos planos de referencia (una por cada uno de los cuadrantes definidos por ambos planos).

9 Ángulo de una recta con dos planos ortogonales



VIDEO

Caso 1: Solución con sólidos para ángulos y planos conocidos

VIDEO

Caso 2: Solución con malla de alambre

MODELO 3D

Descripción:

La recta **r** forma un ángulo α con el plano horizontal y un ángulo β con el plano vertical.

Qué debo saber antes:

1. Ángulo de una recta con un plano
2. Ángulo de una recta con dos planos no ortogonales

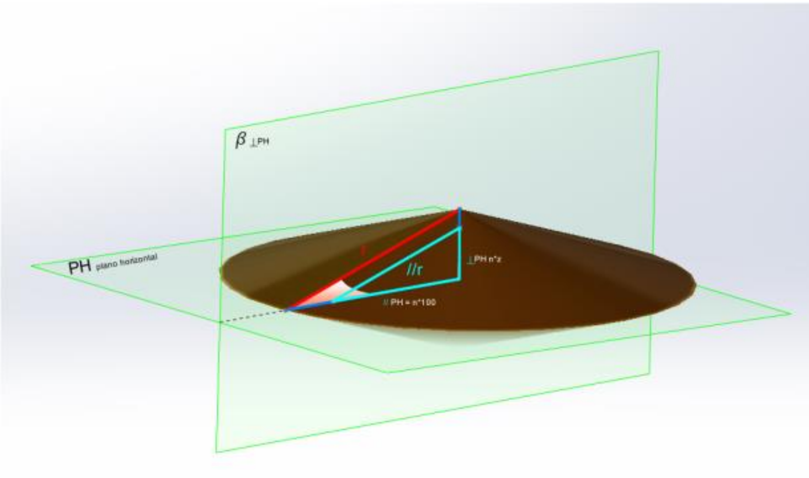
Construcción:

1. Directo: se traza el segmento de recta comprendido entre los dos planos y se trazan los dos triángulos rectángulos formados por **r**, $\perp\alpha$, $r\alpha$ por un lado y **r**, $\perp\beta$, $r\beta$ por el otro. Los ángulos se medirán entre **r**, y $r\alpha$ y **r**, y $r\beta$.
2. Indirecto: se traza la recta ***r*** y las dos normales a los planos ($\perp\alpha$ y $\perp\beta$). Se mide entre ***r*** y cada una de las normales el **ángulo complementario** al definido entre la recta y cada uno de los planos.

Soluciones:

Hay **4** soluciones que se obtienen por simetría respecto los planos.

10 Pendiente de una recta



VIDEO

Caso 1: Construcción en malla de alambre.

VIDEO

Caso 2: Construcción con un cono sólido para una pendiente conocida.

MODELO 3D

Descripción:
La pendiente de una recta es el ángulo que forma con el plano horizontal expresado en el porcentaje de la relación entre su incremento de altura y su desplazamiento en horizontal.

Qué debo saber antes:

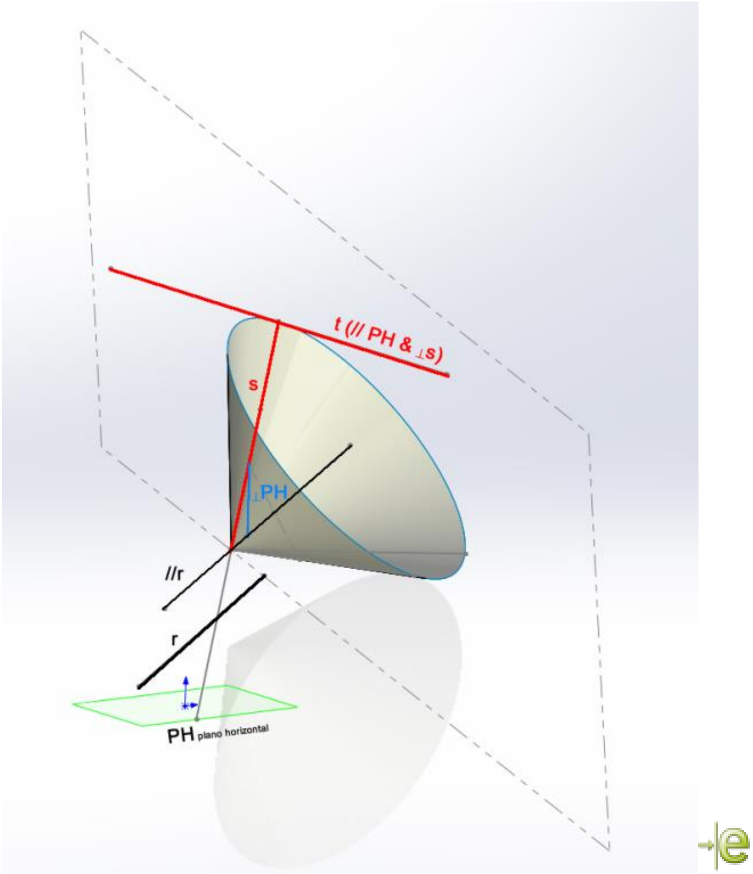
[Ángulo entre recta y plano]

Construcción:

1. Directo: Se construye un triángulo rectángulo con un cateto perpendicular al plano horizontal, otro paralelo a él y una paralela a la recta ***r***. Se impone la relación entre los catetos ***z/100*** siendo **z** la longitud del cateto perpendicular al Plano Horizontal y **100** la longitud del cateto paralelo al Plano Horizontal.
2. Indirecto: Se mide el ángulo (arccotan (***z/100***)) entre la perpendicular al plano horizontal y la recta ***r***.

Soluciones:
Para la recta *r* hay infinitas soluciones. Todas ellas son generatrices de un cono que tiene por eje la perpendicular al plano horizontal y por generatriz la recta ***r***.

11 Pendiente máxima de una recta



VIDEO MODELO 3D

Descripción:
De las diferentes posiciones de una recta ***s*** se identifica aquella que mantiene un ángulo mayor con respecto al plano horizontal. El caso se plantea cuando la recta ***s*** gira alrededor de otra recta (***r***).

Qué debo saber antes:
La máxima pendiente posible de una recta es la de 90º y la mínima de 0º cuando la recta ocupa las posiciones vertical y horizontal respectivamente.

Construcción:
Opción 1: Se traza en el extremo de la recta ***s*** la recta ***t***, coplanaria con la base del cono, tangente a ella y paralela al Plano Horizontal.

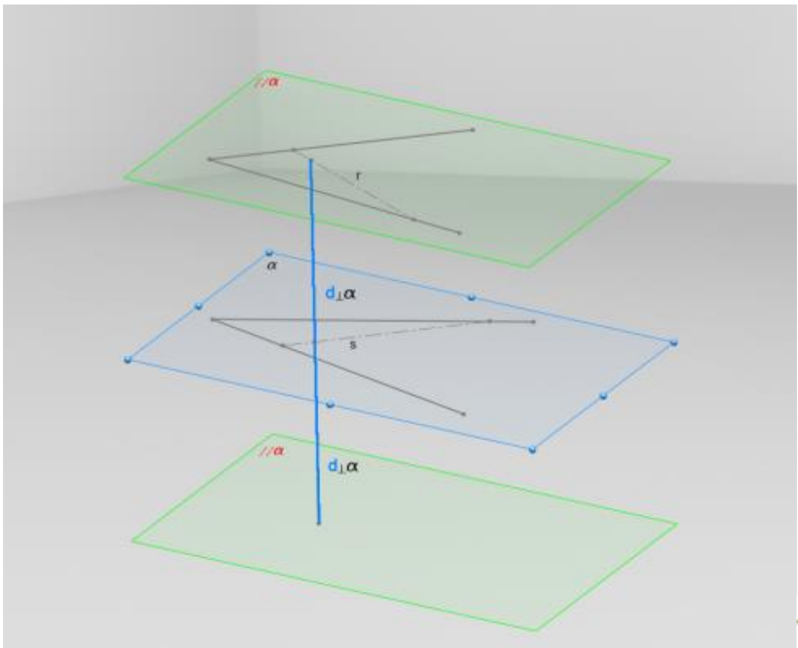
Opción 2: se traza una paralela a la recta ***r*** que corte a la recta ***s***. Se traza un segmento perpendicular al plano horizontal (⊥ ***PH***) desde un punto de la recta ***r*** hasta un punto de la recta ***s*.**

Soluciones:

Existe *1* única solución para la máxima pendiente y otra para la mínima.

PLANO

12 Distancia de plano a plano



VIDEO | MODELO 3D

Descripción:

La distancia de un plano a otro será diferente a cero cuando los planos son paralelos y no coincidentes.

Qué debo saber antes:

1. distancia de recta a plano
2. distancia de punto a plano
3. distancia de recta a recta

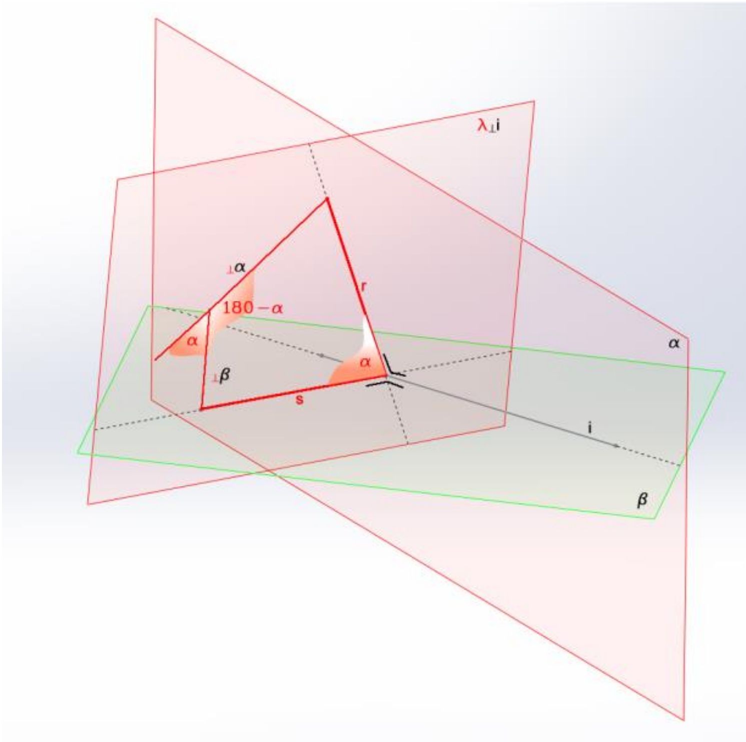
Construcción:

La distancia entre el plano α y el plano $//\alpha$ se mide en un segmento de recta (**d**) comprendido entre ambos planos. El segmento **d** ha de ser perpendicular al plano α.

Soluciones:

Para un plano α dado existen dos soluciones que se encuentran a una distancia **d**. Cada una de las soluciones se haya en uno de los dos semiespacios definidos por α.

13 Ángulo de plano a plano



VIDEO

Caso 1: Construcción en malla de alambre.

VIDEO

Caso 2: Construcción con sólidos cuando el ángulo y el plano de referencia son conocidos.

MODELO 3D

Descripción:

El ángulo que forman dos planos α y β se mide entre las rectas ***r*** y ***s*** resultantes de cortar ambos planos por un tercer plano λ perpendicular a ellos.

Qué debo saber antes:

1. Si un plano (λ) es perpendicular a otros dos (α y β) lo será a la recta ***i*** de intersección entre ambos.
2. Todas las rectas contenidas en un plano (λ) perpendicular a una recta (***i***) son perpendiculares a la recta (***i***).
3. El ángulo que forman las normales $\perp\alpha$ y $\perp\beta$ a los dos planos es el mismo que forman los dos planos entre sí.

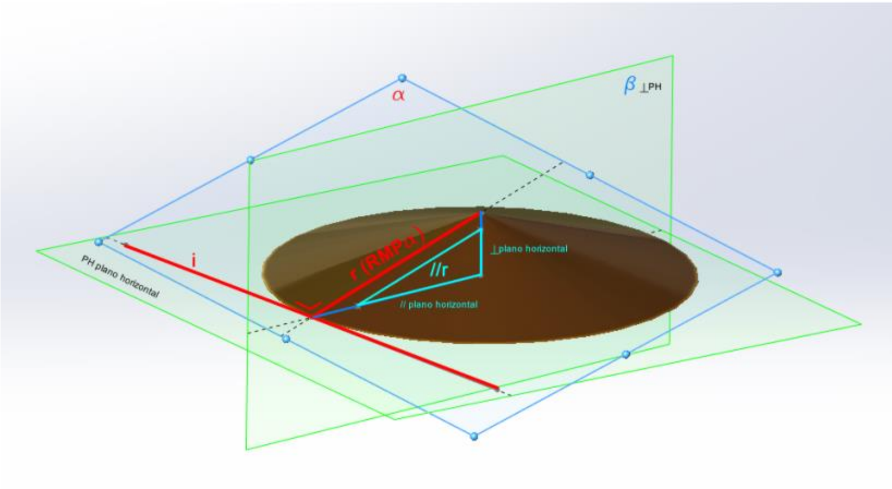
Construcción:

1. directa: se trazan las rectas ***r*** y ***s*** perpendiculares a la recta ***i*** intersección entre los planos. Se mide el ángulo entre las dos rectas.
2. normales: se trazan las normales a los planos α y β de forma que se corten en un punto. Se mide el ángulo entre las normales teniendo en cuenta la orientación final de los planos.

Soluciones:

Hay **2** soluciones, cada una de ellas corresponde a una de las regiones en las que cada uno de los planos divide el espacio. Las cuatro regiones del espacio resultantes de los dos planos dan soluciones simétricas.

14 Pendiente de un plano



VIDEO

Caso 1: Construcción en malla de alambre.

VIDEO

Caso 2: Construcción con cono sólido para una pendiente conocida

MODELO 3D

Descripción:

La pendiente de un plano es el ángulo que forma con el plano horizontal expresado en el porcentaje de la relación entre la altura y el desplazamiento en horizontal.

Qué debo saber antes:

1. pendiente de una recta
2. ángulo de plano a plano

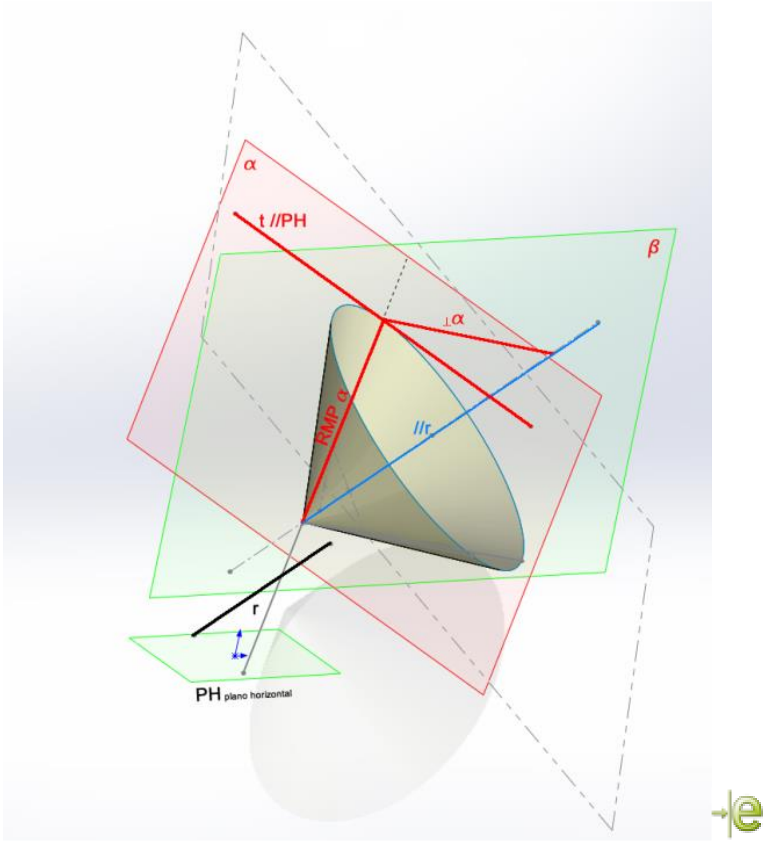
Construcción:

1. Directo: se obtiene la recta ***r*** que forma la misma pendiente con el plano horizontal (pendiente de una recta). ***r*** será la Recta de Máxima Pendiente del plano α (**RMP**α) si es perpendicular a una recta horizontal del plano (***i*** es la intersección entre α y el ***PH***).
2. Indirecto: ver pendiente de un plano medida con las normales

Soluciones:

Para el plano α hay Infinitas soluciones. Todas ellas son tangentes a un cono de revolución que tiene por eje la perpendicular al ***PH*** y por generatriz la recta ***r*** (***RMPα***).

15 Pendiente máxima de un plano



VIDEO MODELO 3D

Descripción:
De las diferentes posiciones de un plano α se identifica aquella que mantiene un ángulo mayor con respecto al plano horizontal. El caso se plantea cuando el plano a gira alrededor de una recta (*r*).

Qué debo saber antes:

[Pendiente máxima de una recta]

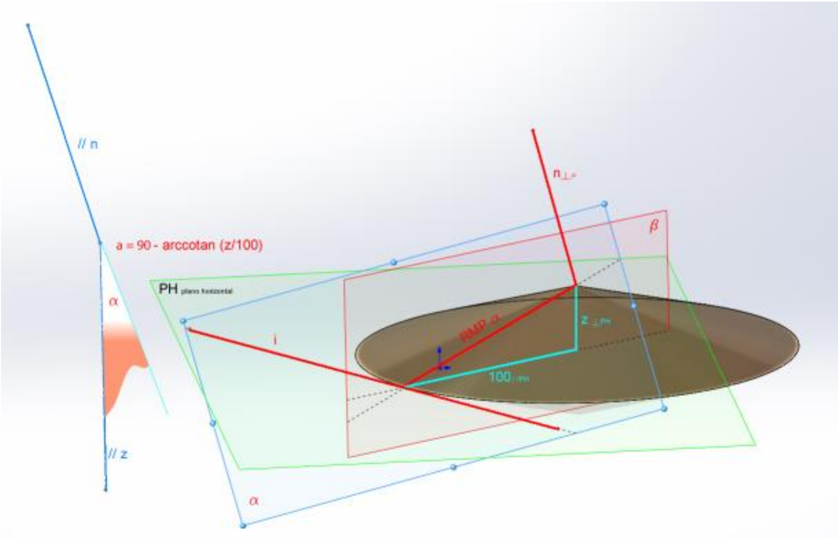
Construcción:

Puede plantearse de forma similar al de la pendiente máxima de una recta, de forma que la recta se comporte como la recta de máxima pendiente del plano α. El plano α quedará definido con la ***RMP***α y la recta tangente a la base paralela al PH (***t//PH***).

Soluciones:

Existe 1 única solución para la máxima pendiente y otra para la mínima.

Pendiente del plano medido con las normales



VIDEO MODELO 3D

Descripción:

Se mide la pendiente de un plano α entre la recta perpendicular al plano horizontal y la recta perpendicular al plano α.

Qué debo saber antes:

1. Ángulo de recta a plano
2. Ángulo de plano a plano
3. Pendiente de una recta
4. Pendiente de un plano

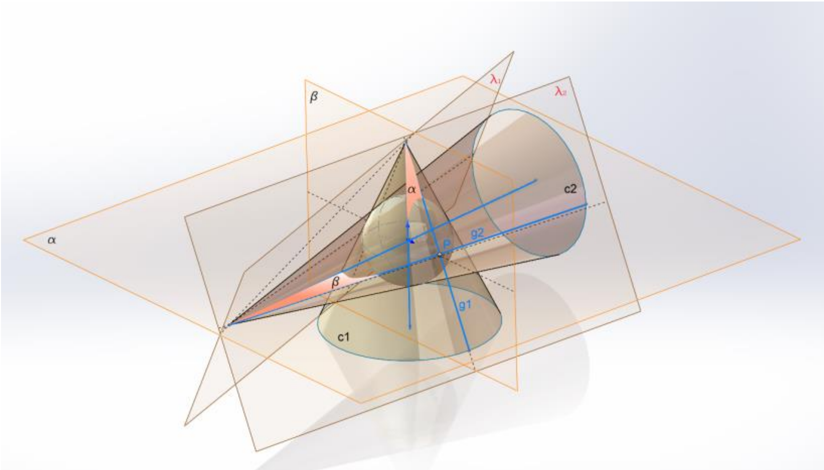
Construcción:

Se traza la perpendicular al plano horizontal **//z** y la perpendicular al plano α (**//n**) de forma que ambas se corten. Se impone entre ambas el ángulo (90-arccotan (**z**/100), siendo **z** la altura que se alcanza por 100 unidades de desplazamiento). Se traza el plano perpendicular α **//n**.

Soluciones:

Infinitas. Todas ellas son perpendiculares a las generatrices de un cono de revolución que tiene por eje //z y por generatriz //n.

16 Ángulo de un plano con dos planos



VIDEO

Caso 1: Construcción en malla de alambre.

VIDEO

Caso 2: Construcción con sólidos.

MODELO 3D

Descripción:
El plano λ forma un ángulo α con el plano α y un ángulo β con el plano β.

Qué debo saber antes:

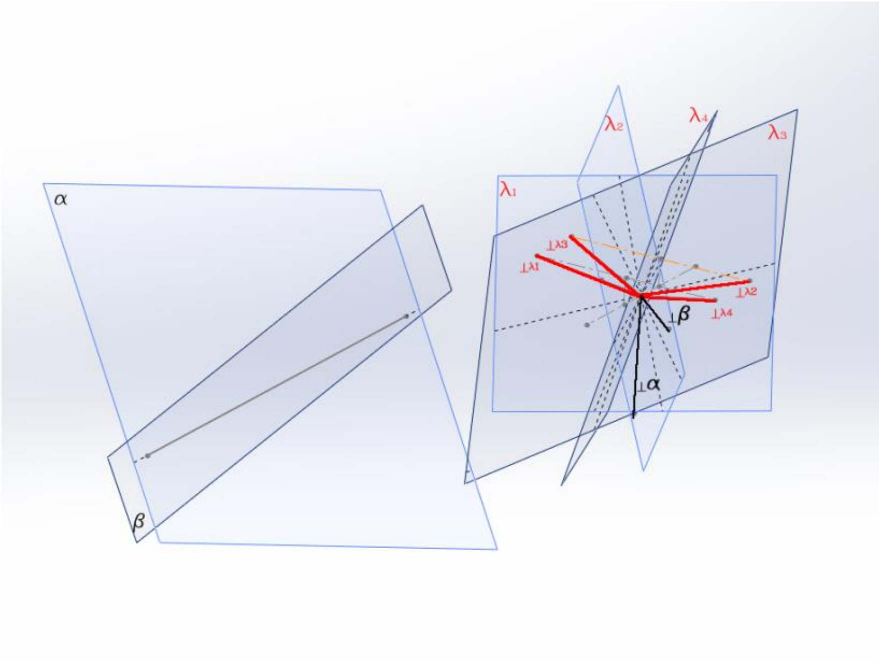
1. ángulo de plano a plano
2. distancia de punto a recta

Construcción:
Directo: el plano λ es tangente a dos conos que comparten una misma esfera inscrita. Se construyen los dos conos de forma que sus ejes se corten y que la distancia del punto de intersección hasta las generatrices de cada cono sea la misma. Los conos se definen con el eje perpendicular al plano sobre el cual se mide el ángulo y una generatriz (***g1*** para uno de los conos y ***g2*** para el otro) que forma el ángulo complementario con el eje al que han de formar ambos planos (**90-**α para uno y **90-**β para el otro). El plano resultante se obtiene mediante las dos generatrices (***g1*** y ***g2***) que se cortan en ***P*** siendo ***P*** un punto de la esfera inscrita.

Soluciones:

Hay **4** soluciones simétricas respecto los planos de referencia.

Ángulos de un plano con dos planos medido con las normales



VIDEO MODELO 3D

Descripción:

El plano λ forma un ángulo α con el plano α y un ángulo β con el plano β.

Qué debo saber antes:

1. ángulo de plano a plano
2. distancia de punto a recta

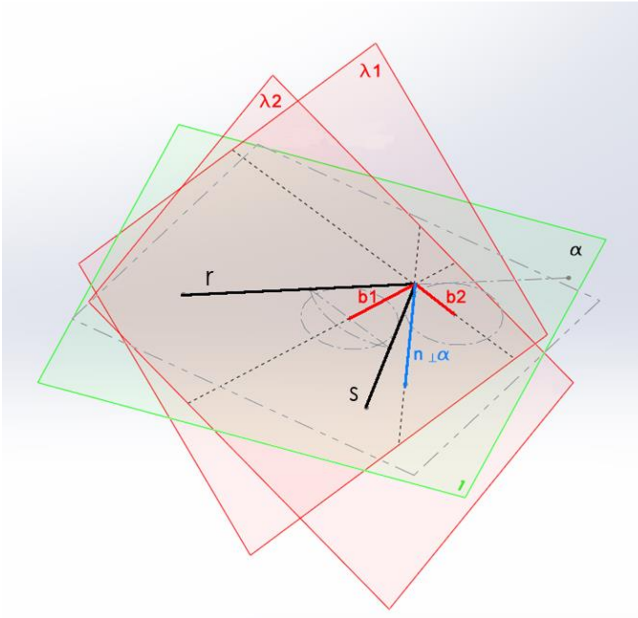
Construcción:

1. Se trazan las normales a los tres planos (α, β y λ) de forma que se corten en un mismo punto. Se miden los ángulos dados entre las normales correspondientes a cada pareja de planos (α entre $\perp\alpha$ y $\perp\lambda$; β entre $\perp\beta$ y $\perp\lambda$). Se traza un plano perpendicular a la normal obtenida.

Soluciones:

Hay **4** soluciones simétricas respecto los planos de referencia.

17 Plano bisector de rectas que se cortan



VIDEO MODELO 3D

Descripción:
El plano λ bisector de dos rectas ***r*** y ***s*** es aquel plano que forma el mismo ángulo con las dos rectas y que contiene a la dirección perpendicular al plano α definido por las rectas. **Las rectas que pertenecen al plano bisector forman ángulos idénticos con las rectas dadas**. El plano bisector contiene al punto de intersección de las dos rectas, sin embargo, sus propiedades se conservan para cualquier plano que sea paralelo a él.

Qué debo saber antes:

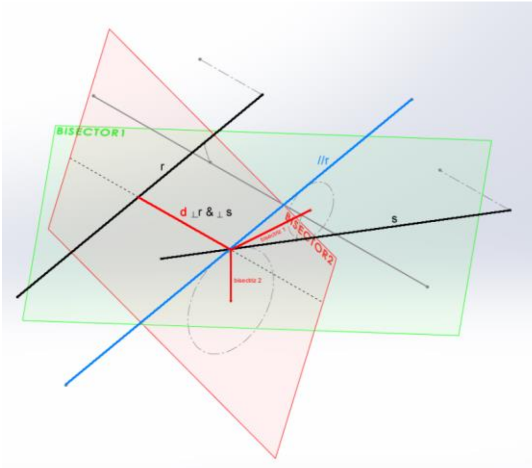
Ángulo de recta a plano

Construcción:
Se trazan las bisectrices ***b1*** y ***b2*** entre las rectas ***r*** y ***s***. Se define la recta ***n*** perpendicular al plano α. Se construyen los planos bisectores ***λ1*** (***b1*** y ***n***) y ***λ2*** (***b2*** y ***n***).

Soluciones:

Hay 2 soluciones perpendiculares entre ellas.

18 Plano bisector de rectas que se cruzan



VIDEO

Caso 1: Construcción en malla de alambre.

VIDEO

Caso 2: Solución con geometría de referencia para rectas conocidas.

MODELO 3D

Descripción:

El plano bisector λ de dos rectas ***r*** y ***s*** que se cruzan es aquel plano que forma el mismo ángulo con ambas rectas y que contiene a la recta perpendicular a la dirección de planos definido por las rectas. Las rectas que pertenecen al plano bisector forman ángulos idénticos con las rectas dadas. El plano bisector contiene el segmento que mide la distancia entre las rectas, sin embargo, sus propiedades se conservan para cualquier plano que sea paralelo a él.

Qué debo saber antes:

1. Distancia de recta a recta
2. Ángulo de recta a plano

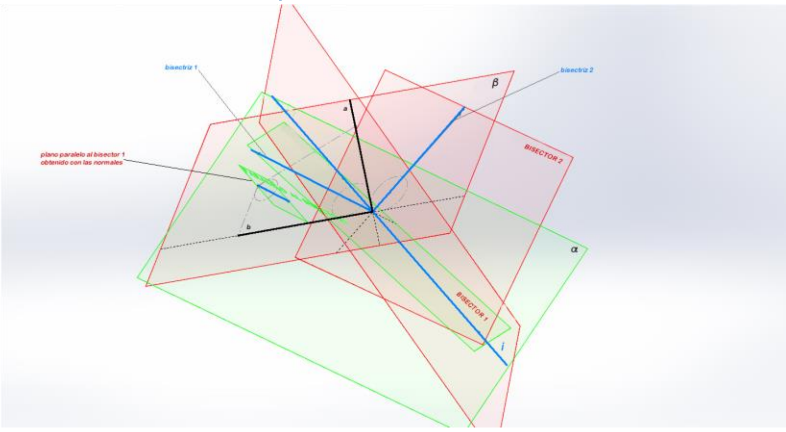
Construcción:

Se reduce el caso al de dos rectas que se cortan.
Se traza el segmento ***d*** perpendicular a ***r*** y a **s**. Se traza una paralela a una de las rectas (***//r***) que corte a la otra recta (**s**) en el punto de intersección entre ***d*** y **s**. Se trazan las bisectrices ***b1*** y **b2** entre las rectas ***//r*** y **s**. Se construyen los planos bisectores ***λ1*** (***b1*** y ***d***) y **λ2** (**b2** y ***d***).

Soluciones:

Hay 2 soluciones perpendiculares entre ellas.

19 Plano bisector de dos planos



VIDEO

Bisector de dos planos conocidos resuelto con geometría de referencia.

MODELO 3D

Descripción:

El plano bisector de dos planos α y β es el que está formado por todos los puntos que equidistan de los dos planos. Las rectas contenidas en este plano forman ángulos iguales con los dos planos de referencia.

Qué debo saber antes:

1. Ángulo entre dos planos
2. Plano bisector de dos rectas que se cortan

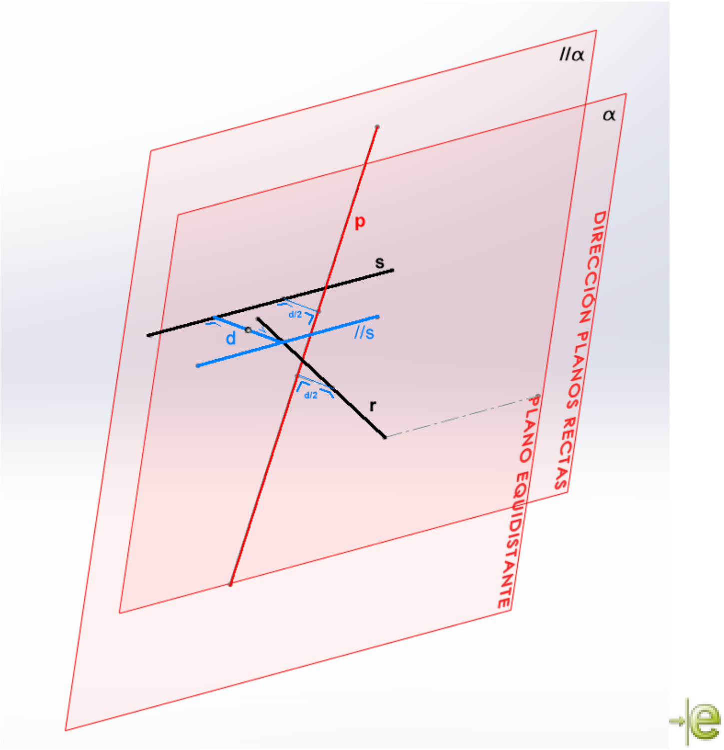
Construcción:

1. **En el caso de que los dos planos sean conocidos** se aplica la geometría de referencia para obtener el plano equidistante de los dos dados.
2. **Si los planos no son conocidos** debe resolverse en malla de alambre siguiendo el método para obtener el plano bisector de dos rectas que se cortan. En este caso, las rectas son las rectas ***a*** y ***b*** sobre las que se mide el ángulo entre los dos planos (***a*** y ***b*** son perpendiculares a ***i*** recta de intersección entre los planos). El plano bisector queda definido con la **bisectriz** de ***a*** y ***b*** y la recta ***i*** intersección de los dos planos.
3. Si se resuelve con las normales a los planos se obtienen planos paralelos a los dos bisectores (la bisectriz de las normales es paralela a la bisectriz de las rectas ***a*** y ***b***).

Soluciones:

Hay 2 soluciones perpendiculares entre ellas.

20 Plano equidistante de rectas que se cruzan



VIDEO MODELO 3D

Descripción:

El plano equidistante a dos rectas ***r*** y ***s*** que se cruzan es un plano paralelo a la dirección de planos definido por las dos rectas y que se sitúa a la misma distancia de ambas. Las rectas ***p*** contenidas en el plano equidistante equidistan a su vez de las dos rectas dadas.

Qué debo saber antes:

1. Distancia de plano a plano
2. Distancia de recta a plano
3. Distancia de recta a recta

Construcción:

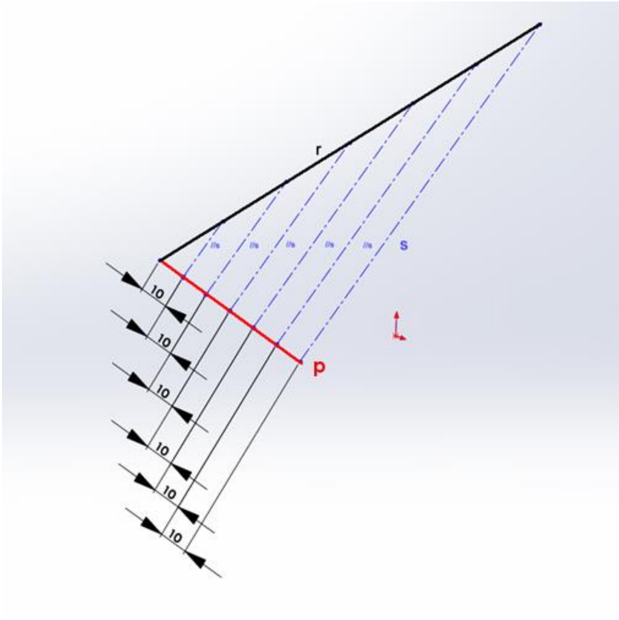
Se traza la paralela a una de las rectas (**//s**) que corte a la otra (**r**). Se define el plano α con las rectas **//s** y **r**. Se traza el segmento **d** de mínima distancia entre ***r*** y ***s***. Se define un plano paralelo a α que contenga al punto medio de ***d***.

Soluciones:

Tiene una única solución.

PROPORCIONES

División de un segmento por Thales



VIDEO MODELO 3D

Descripción:

La división de un segmento en partes proporcionales o iguales se realiza trasladando divisiones conocidas desde otro segmento que lo corta. Para trasladar las proporciones se emplea un haz de rectas paralelas.

Qué debo saber antes:

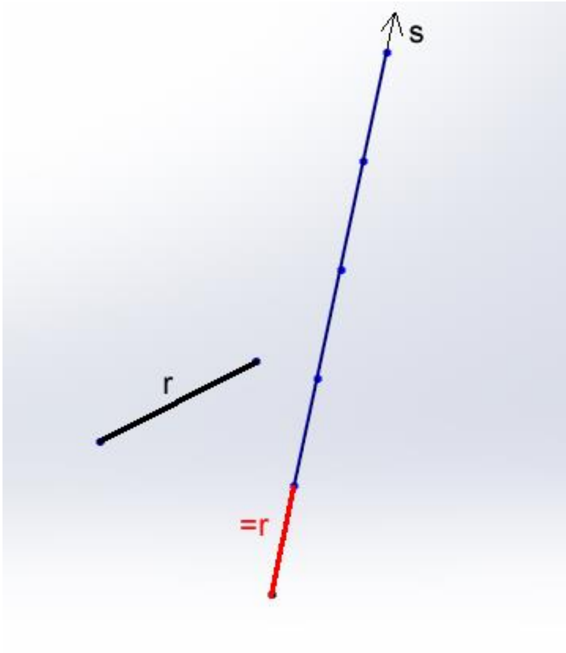
Construcción:

Se traza un segmento de recta ***s*** cualquiera que corte segmento dado ***r***. Se divide en partes iguales el nuevo segmento ***p*** empleando medidas conocidas. Se unen los extremos de los dos segmentos ***s*** y se trazan paralelas por cada una de las divisiones.

Soluciones:

Hay 1 solución.

21 Segmento proporcional a otro



VIDEO MODELO 3D

Descripción:

Una relación proporcional entre dos segmentos se puede establecer alineando diversos segmentos iguales al más pequeño de los dos.

Qué debo saber antes:

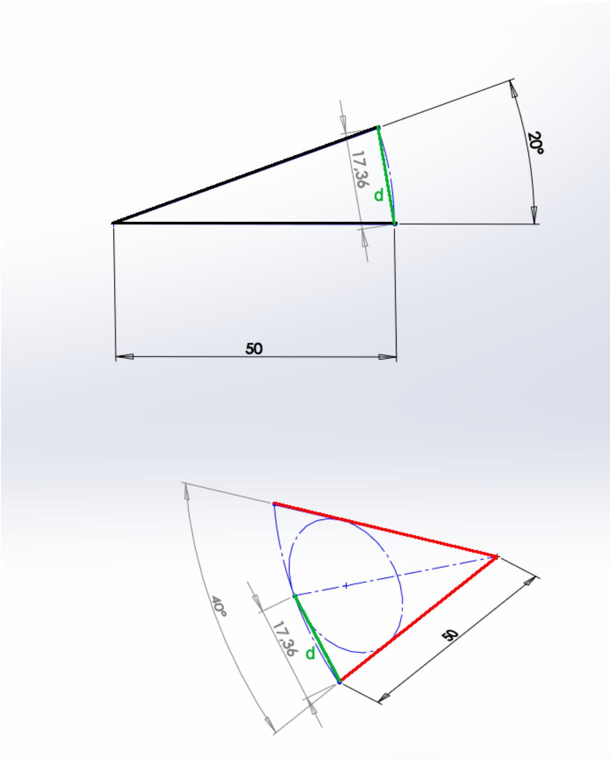
Construcción:

Se traza un segmento ***=r*** de igual longitud que ***r*** en la dirección de s. Se alinean con este segmento tantas copias como veces tenga que ser mayor **s** que ***r***.

Soluciones:

Hay 1 solución.

Proporciones entre ángulos



VIDEO

22 Caso 1: Ángulos proporcionales entre rectas.

VIDEO

23 Caso 2: Recta que forma ángulos iguales con tres planos conocidos.

VIDEO

24 Caso 3: Ángulos proporcionales entre recta-recta y recta-plano.

VIDEO

25 Caso 4: Ángulos proporcionales entre planos.

VIDEO

26 Caso 5: Pendientes proporcionales.

MODELO 3D

Descripción:

El ángulo entre dos rectas es proporcional al ángulo entre otras dos rectas.

Qué debo saber antes:

Dos triángulos que son iguales o semejantes tienen ángulos iguales entre sus lados.

Construcción:

Se traza un arco de radio conocido entre las rectas de referencia que tiene por centro el punto de intersección de las rectas. Se define el triángulo formado por la cuerda del arco y los dos segmentos comprendidos entre el punto de intersección de las rectas y la cuerda. Se traza un arco de igual radio entre las rectas cuyo ángulo debe ser proporcional al de referencia. Se trazan un número de cuerdas igual a la proporción que quiera establecerse entre los dos ángulos (en la figura el ángulo será el doble del de referencia). Cada una de las cuerdas deberá tener la misma longitud que la cuerda obtenida en el ángulo de referencia.

Soluciones:

Hay 1 solución.