

Informes de la Construcción
Vol. 64, 525, 85-92,
enero-marzo 2012
ISSN: 0020-0883
eISSN: 1988-3234
doi: 10.3989/ic.10.065

Las simetrías del esgrafiado Segoviano: Frisos

Segovian sgraffiti symmetry: Friezes

M.^a A. Gilsanz-Mayor^(*), R. Pérez-Gómez^(**), M. del Río-Merino^(*)

RESUMEN

Se propone una nueva perspectiva para valorar el esgrafiado de la ciudad de Segovia, Patrimonio de la Humanidad desde 1985. La teoría matemática de la simetría clasifica los frisos del plano en 7 grupos algebraicos, denominados grupos de frisos. En este trabajo se han clasificado los frisos esgrafiados de la ciudad de Segovia según sus simetrías, y se han encontrado ejemplares de los 7 grupos existentes. También se ha estudiado la distribución de frecuencias, contabilizando el número de fachadas que corresponden a cada grupo de frisos, lo que ha permitido conocer aquellos grupos que, por contener un escaso número de ejemplares, se encuentran en riesgo de desaparición.

SUMMARY

A new perspective is proposed to assess the sgraffiti that cover the walls of many palaces and houses of the Segovia town, a World Heritage Site since 1985. The mathematical theory of symmetry classifies the friezes of the plane in 7 algebraic groups, called frieze groups. In this work, symmetries of numerous sgraffiti friezes in the town of Segovia have been analysed and classified, and all seven frieze groups have been found. Counting the samples of sgraffiti for each frieze group their frequency distribution has also been obtained. Knowledge of this distribution can help prioritize restoration of those sgraffiti belonging to less frequent symmetry groups, which are facing extinction.

882-8

Palabras clave: Esgrafiado, friso, greca, revoco, simetría

Keywords: Sgraffito, frieze, border, plaster, symmetry

(*) Universidad Politécnica de Madrid. Madrid (España)

(**) Universidad de Granada. Granada (España)

Persona de contacto/Corresponding author: mangeles.gilsanz@gmail.com (M^a. A. Gilsanz-Mayor)

Fecha de recepción: 22-09-10

Fecha de aceptación: 07-07-11

1. INTRODUCCIÓN

La simetría es un concepto relacionado con el orden, la belleza y la armonía, que juega un importante papel tanto en las Ciencias Naturales como en el campo técnico de la Ingeniería y la Arquitectura. A lo largo de la historia, tejidos, muros y utensilios domésticos se han decorado tomando un determinado motivo o patrón inicial, y repitiéndolo con algún tipo de regularidad. Cuando la repetición se realiza siguiendo una línea, se obtiene una greca, o *friso*, y, si se rellena una porción del plano, el modelo se denomina *mosaico periódico*.

La teoría matemática de la simetría, que se desarrolló en los comienzos del siglo XX, permite clasificar todos los posibles frisos en 7 grupos algebraicos, los *grupos de frisos*, y los mosaicos periódicos en 17 grupos denominados *grupos de simetría del plano*.

La identificación del grupo de simetría de un determinado friso o mosaico se realiza analizando las isometrías del plano –traslaciones, reflexiones, giros y reflexiones deslizantes– que dejan al modelo invariante. Los conceptos matemáticos requeridos en la teoría de la simetría pueden consultarse en (1,2).

La aplicación de la teoría de la simetría al estudio de los ornamentos de las diferentes civilizaciones fue iniciada por Pölya en 1924, y ha tenido muchos seguidores que han analizado desde ese punto de vista las antiguas civilizaciones, como la egipcia y la china, así como la ornamentación morisca y el arte étnico. El estudio comparado de la frecuencia de distribución de los modelos, clasificados por su grupo de simetría, permite descubrir conexiones e influencias entre diferentes culturas, distantes en el tiempo y el espacio.

Los primeros ejemplos de arte ornamental que han podido clasificarse por su grupo de simetría datan del paleolítico. La posterior evolución y enriquecimiento de los motivos, así como el descubrimiento de algunos grupos de simetría, puede verse en (3).

En España hay dos importantes y bien conocidos conjuntos arquitectónicos que contienen muestras de los 17 grupos de simetría del plano: la Alhambra de Granada (4) y el arte mudéjar aragonés (5). Los ornamentos de la Alhambra de Granada y del mudéjar aragonés fueron creados y acabados hace varios siglos, pero el esgrafiado segoviano es un revoco que sigue vivo y en constante cambio, que se sigue aplicando en la restauración de muchos edificios e incluso en otros de nueva construcción, bien

empleando los modelos tradicionales, bien creando otros distintos.

El estudio de los esgrafiados también puede enfocarse desde el punto de vista de los grupos de simetría, pues en su mayoría se trata de diseños realizados mediante la repetición regular de un motivo o patrón inicial. En un trabajo anterior (6) se estudió el grupo de simetría de numerosos mosaicos esgrafiados de la ciudad y provincia de Segovia, con el objetivo fundamental de encontrar mosaicos correspondientes a los 17 grupos posibles, identificándose solo diseños de 13 grupos, aunque una revisión posterior ha reducido dicho número a 12. En dicha rectificación, se ha llegado a la conclusión de que el único ejemplar que figuraba como correspondiente al grupo *pg*, no cumple con los requisitos necesarios para ser considerado mosaico, sino que debe tratarse como un friso de grupo *F1g*.

En otro trabajo anterior (7) se clasificaron numerosos mosaicos esgrafiados según su grupo de simetría y se analizó la distribución de frecuencias resultante. Para ello se contabilizó una vez cada modelo distinto, sin tener en cuenta si dicho modelo se encontraba en una o en varias fachadas. Se puso de manifiesto que uno de los grupos contenía más de la mitad de los diseños, mientras que el número de modelos de otros grupos era muy escaso, menor de una decena.

En este trabajo se han identificado ejemplos de los 7 posibles grupos de frisos, considerando solo los esgrafiados de la capital de Segovia, y no los de otras poblaciones de su provincia, como en los trabajos anteriores. El motivo de la reducción del área objeto de estudio es el de intentar elaborar el catálogo de esgrafiados de la capital, inexistente por el momento. El alto número de edificaciones con este tipo de revoco en la ciudad, muchas de ellas en estado de deterioro y rehabilitación, ha aconsejado focalizar en esa zona todo el esfuerzo, para conseguir un catálogo completo.

Se muestran en el apartado 3 fotografías de cada uno de los grupos de frisos. También se aporta una posible aplicación del concepto de *región mínima* a la reconstrucción de un friso muy deteriorado. En el apartado 4 se presentan dos distribuciones estadísticas obtenidas al contabilizar los frisos esgrafiados correspondientes a cada grupo de frisos, en una se considera el número total de fachadas, en otra el número de diseños. El análisis de estas distribuciones, que se ofrece en el apartado 5, permite identificar aquellos grupos en peligro de desaparición, por tener un escaso número de ejemplares.

2. METODOLOGÍA

No existe un catálogo exhaustivo de los esgrafiados de Segovia, aunque sí hay estudios que recogen dibujos de las patrones utilizados en algunos de ellos (8). La bibliografía sobre la arquitectura segoviana dedica apenas unas líneas a este tipo tradicional de revoco (9). Los trabajos más profundos, centrados específicamente en el esgrafiado de la provincia de Segovia, son dos publicaciones resultado de tesis doctorales: la primera de ellas (10) es un estudio gráfico de los motivos que dan origen a los distintos modelos, la segunda (11) analiza los orígenes, evolución y tipología de los diseños utilizados.

Debido a la carencia de un catálogo completo, se ha recurrido al uso de fotografías realizadas por los autores, mediante cámara digital, y a las muestras obtenidas a partir de ellas mediante el programa GIMP de tratamiento de imágenes. Con las herramientas de dicho programa se ha eliminado el efecto de la perspectiva, se ha recortado la zona objeto de estudio y mejorado su iluminación. En la mayoría de los casos, las muestras resultantes han permitido visualizar los diseños con la claridad necesaria para identificar las simetrías que les corresponden. Sin embargo, se han descartado algunos frisos muy deteriorados, al no poder apreciar suficientemente los detalles.

Para contabilizar los frisos, se ha considerado la dirección postal de cada edificio como criterio fundamental, de manera que cada edificio equivale a una dirección de correo. Por otra parte, se ha observado que algunos modelos se repiten en muchas fachadas, por lo que se ha considerado conveniente identificar los modelos repetidos como equivalentes. Así, al enumerar los diseños correspondientes a cada grupo de frisos, se han obtenido dos distribuciones de frecuencia, ambas según el grupo de frisos: por una parte, la del número de fachadas y por otra, la del número de modelos distintos.

Los esgrafiados se deterioran con el paso del tiempo, especialmente los de las fachadas expuestas a la intemperie. La necesaria restauración es una tarea complicada, teniendo en cuenta que los esgrafiados fueron ejecutados por artesanos mediante técnicas que han caído en desuso. En relación con la restauración de los frisos, el concepto matemático de *región mínima* de un friso puede servir como herramienta para obtener una imagen de un friso completo, a partir de una pequeña porción de un friso muy deteriorado. En el apartado 3.1 se explica con detalle el proceso de reconstrucción de un friso real mediante la utilización del programa de geometría dinámica Geogebra.

3. LOS SIETE GRUPOS DE FRISOS

Una figura del plano se denomina greca o *friso* si consiste en un patrón que se repite periódicamente mediante traslación a lo largo de una recta.

Todo *friso* posee una simetría de traslación en la dirección determinada por su eje longitudinal central, siendo necesario que exista un vector \mathbf{v} , de longitud mínima, generador de la familia de traslaciones que dejan invariante al modelo. Dicha familia viene dada por el vector \mathbf{v} y los vectores proporcionales a él $2\mathbf{v}$, $3\mathbf{v}$, $-\mathbf{v}$, $-2\mathbf{v}$..., de forma que la aplicación de una traslación definida por cualquiera de dichos vectores sobre la figura, la dejará invariable.

Un *friso* "ideal" es ilimitado, pues se prolonga a lo largo de toda la recta que determina la dirección del vector \mathbf{v} , mientras que cualquier modelo real solo ocupa una parte del plano, pero en el análisis de sus simetrías es necesario imaginar que el modelo puede extenderse indefinidamente.

A continuación haremos una breve descripción de las posibles simetrías que puede presentar un *friso*, hasta obtener los 7 posibles *grupos de frisos*.

En el caso más sencillo, que denotaremos *grupo de frisos F11*, la figura solo presenta las simetrías de traslación, determinadas por la familia generada por el vector de longitud mínima \mathbf{v} .

Los modelos del *grupo de frisos F1m*, además de las simetrías de traslación, poseen la simetría determinada por la reflexión respecto de la línea longitudinal central que divide en dos mitades el friso. Dicha recta hace el papel de un espejo: si tomamos una mitad de la figura y la reflejamos sobre la recta, obtendremos la otra mitad de la figura. La recta longitudinal central es un eje de reflexión del modelo.

Los diseños del *grupo de frisos F1g*, además de las simetrías de traslación de vector de mínima longitud \mathbf{v} , presentan otra simetría: una traslación de vector $\mathbf{v}/2$ seguida de la reflexión respecto del eje longitudinal central. Este tipo particular de simetría, que resulta de la composición de una reflexión con una traslación paralela, se denomina *glide* en inglés, que en castellano traduciremos como *reflexión deslizante*. Así, pues, la recta longitudinal central es un eje de reflexión deslizante de la figura.

Los modelos del grupo de *frisos Fm1* poseen, además de las simetrías de traslación de vector de mínima longitud \mathbf{v} , una familia

1. Esquema de los siete tipos posibles de simetría de los frisos. Para cada grupo, el vector determina las traslaciones; una línea continua representa un eje de reflexión, una línea discontinua corresponde a un eje de reflexión deslizante, y cada pequeño círculo es un centro de giro de orden 2.

2. Algoritmo para identificar el grupo de frisos de un diseño dado.

de reflexiones transversales, cuyos ejes son perpendiculares al eje longitudinal central. La distancia entre dos ejes transversales consecutivos es la mitad de la longitud del vector v .

Las figuras del grupo de frisos $F12$ poseen, además de las simetrías de traslación de vector de mínima longitud v , una familia de giros con centros situados en la línea longitudinal central y ángulos de 180° , es decir, se trata de giros de orden 2 o *medias vueltas*. La distancia entre dos centros de giro consecutivos es la mitad de la longitud del vector v .

Cuando se dan simultáneamente la reflexión longitudinal y las reflexiones transversales, se tiene el grupo de frisos Fmm . En ellos, también existen los giros de orden 2, producto de las composiciones de ambos tipos de reflexión, además de las traslaciones generadas por el vector de mínima longitud v .

Finalmente, al combinar la reflexión deslizante de eje longitudinal central con la familia de giros de orden 2, se obtiene el grupo de frisos Fmg , que también posee una familia de reflexiones transversales, además de las traslaciones generadas por el vector de mínima longitud v .

En la Figura 1 se ofrecen muestras esquemáticas de los siete grupos de frisos posibles, creados a partir de letras del alfabeto.

Para identificar el grupo de friso correspondiente a una determinada figura, conviene preguntarse: ¿Hay reflexiones transversales? ¿Es el eje longitudinal central un eje de reflexión de la figura? Las respuestas ayudarán a conocer las simetrías del diseño y por

tanto, a identificar el grupo de frisos al que representa. La Figura 2 proporciona un algoritmo que permite identificar eficazmente el grupo de frisos de un determinado diseño.

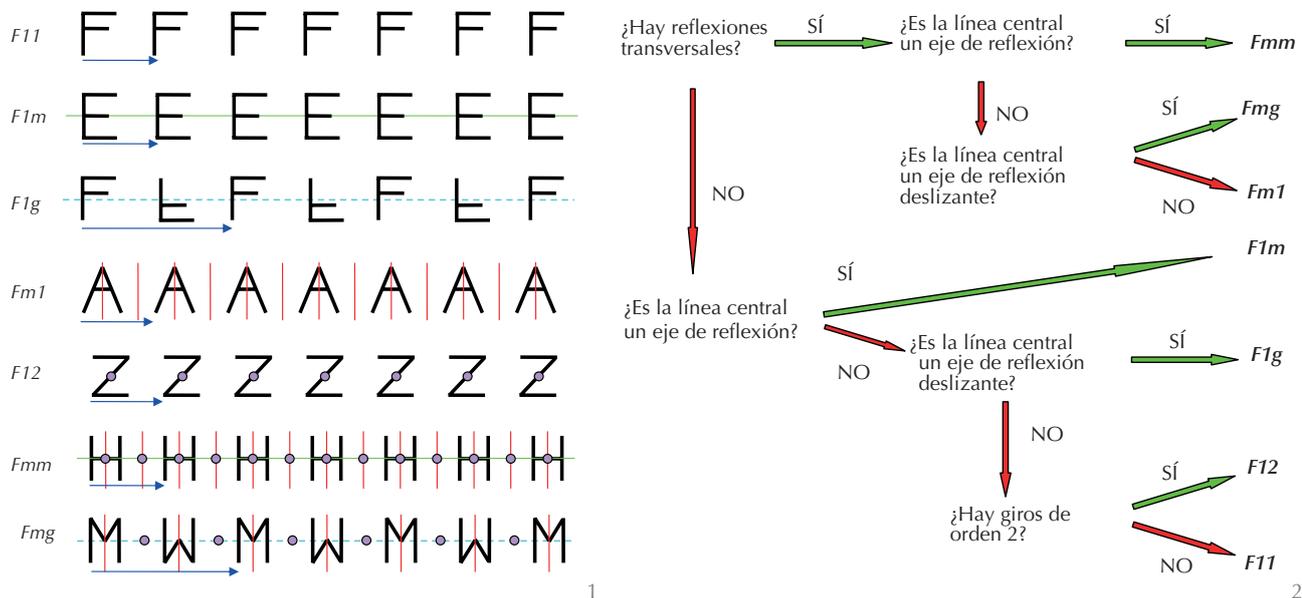
Hay dos conceptos matemáticos esenciales en la teoría de los grupos de simetría de los frisos:

- Una *tesela* es una parte del friso, de área mínima, que proporciona el friso completo cuando se aplican las traslaciones sobre ella. Hay muchas posibles teselas de un friso, pero todas ellas tienen la misma área.
- Una *región mínima* o región fundamental es una parte del friso, de área mínima, que proporciona el friso completo cuando se aplican sobre ella las simetrías (traslaciones y restantes simetrías) del friso.

En los frisos del grupo $F11$, una región mínima es también una tesela del friso. En otros grupos, una región mínima es media tesela ($F1m$, $F1g$, $Fm1$, $F12$) o una cuarta parte de tesela (Fmm , Fmg).

En la Figura 3 se muestran siete fotografías de frisos de Segovia, representantes de los siete grupos de frisos existentes. En todos ellos, la línea longitudinal sigue la dirección horizontal, aunque en algunas fachadas, el friso se prolonga según la vertical. Se ha marcado una tesela rectangular, así como una región mínima, en cada uno de los casos.

A la derecha de la fotografía, se ha dibujado un esquema de tesela con los elementos de simetría característicos del grupo. La región mínima es la zona coloreada,



las líneas continuas son ejes de reflexión, la línea discontinua es un eje de reflexión deslizante, y los pequeños círculos son los centros de giro de orden 2. Para mayor claridad de la figura, se han dejado sin marcar las traslaciones, pero en todos los casos el vector v generador de las traslaciones es un vector de dirección horizontal y longitud igual a la base de la tesela.

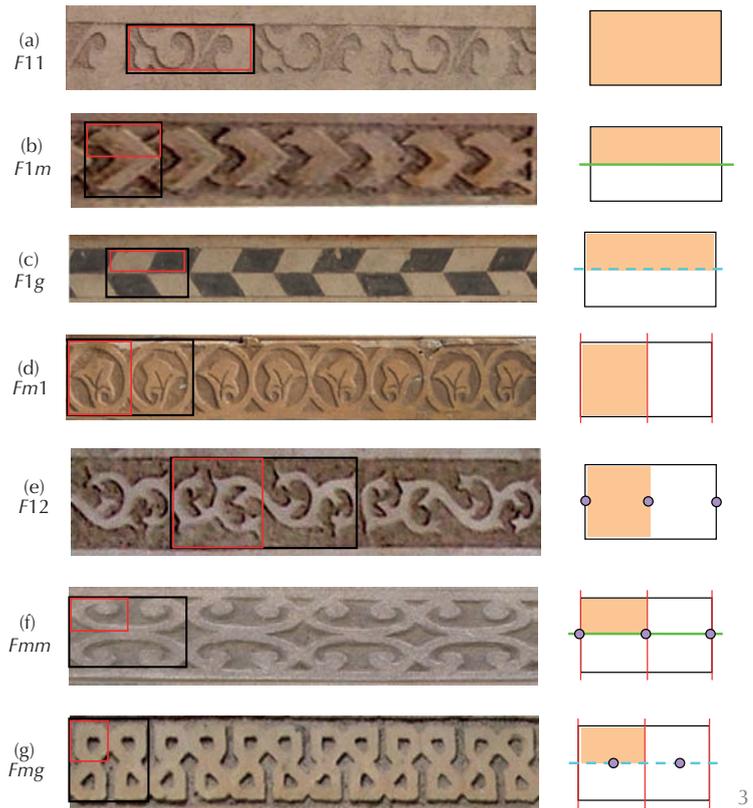
La fotografía (a) es un antiguo esgrafiado situado en el patio de la iglesia de *Corpus Christi*, formando bandas horizontales, que corresponde al grupo de frisos *F11*. El esgrafiado (b) es un modelo del grupo de frisos *F1m*, ubicado en la fachada de la calle de la *Herrería*, nº 14, alrededor de las ventanas. El antiguo esgrafiado (c) que corresponde al grupo de frisos *F1g* está situado en la parte superior de la fachada de la iglesia románica del siglo XII *San Nicolás*. La fotografía (d) corresponde al grupo de frisos *Fm1* y se encuentra en la fachada de la calle de *Santa Columba*, nº 5, bordeando otro esgrafiado que recubre el muro. La fotografía (e), que representa al grupo de frisos *F12*, está situada en la fachada de la calle de *Santo Domingo de Silos* nº 32, alrededor de las ventanas. El esgrafiado (f), que recuerda una reja, se encuentra en la fachada de la calle de *José Zorrilla* nº 3, delimitando inferiormente otro esgrafiado que recubre el muro, y corresponde al grupo de frisos *Fmm*. La fotografía (g) representa al grupo de frisos *Fmg*, está ubicado en la fachada de la calle *del Potro* nº 4, bordeando otro esgrafiado que recubre el viejo muro.

3.1. Restauración de un esgrafiado deteriorado

Una posible aplicación del concepto de *región mínima* es la obtención del diseño de un esgrafiado deteriorado, de manera que pueda restaurarse adecuadamente. El conocimiento del grupo de frisos del diseño y de una pequeña área que contenga una *región mínima* del mismo es suficiente para obtener el diseño completo del friso.

La Figura 4 (a) muestra la fotografía de un friso situado en la fachada de la calle *Ochoa Ondátegui*, nº 7, prácticamente en ruinas. El friso corresponde al grupo de frisos *Fmm*, como puede apreciarse fácilmente, a pesar de su mal estado. Por corresponder a dicho grupo *Fmm*, su *región mínima* es una cuarta parte de *tesela*, como se comentó en el apartado 3.

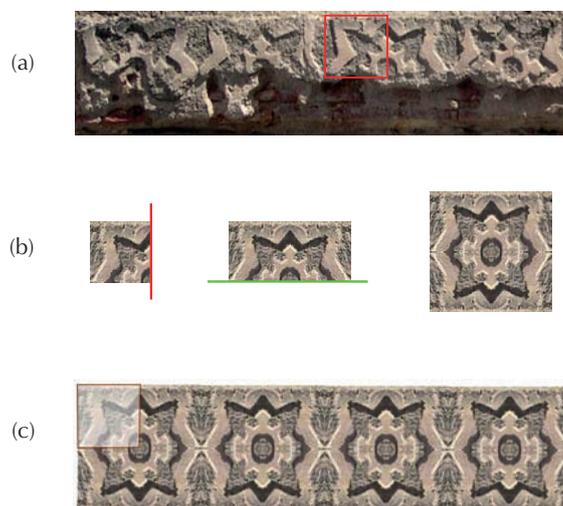
Si se toma el área marcada en la Figura 4 (a) como *región mínima*, las líneas verticales que la delimitan y la horizontal que la delimita inferiormente son ejes de reflexión del modelo.



Al aplicar la reflexión vertical sobre la *región mínima*, se obtiene media *tesela*. Basta aplicar luego la reflexión horizontal para que resulte una *tesela* completa. La Figura 4 (b) muestra ese proceso.

Después, mediante las traslaciones de vector cuya longitud es igual a la base de la *tesela*, puede conseguirse el friso completo dado en (c).

El proceso para obtener el dibujo se ha realizado con el programa informático GeoGebra, que dispone de herramientas para aplicar reflexiones y traslaciones sobre una figura cualquiera.



3. Siete fotografías de esgrafiados segovianos, una por cada grupo de frisos. Los rectángulos marcados en cada fotografía son posibles *teselas*. A la derecha, el esquema de una *tesela* con los elementos de simetría del grupo (excepto las traslaciones).

4. Reconstrucción de un friso deteriorado.

(a) Fotografía de un friso esgrafiado en ruinas.

(b) Obtención de una *tesela* desde una *región mínima*.

(c) Dibujo del friso obtenido a partir de la *región mínima*.

5. Diagrama de barras de los grupos de frisos.

6. Diagrama de sectores para los grupos de frisos. El anillo interior corresponde al número de modelos distintos, el anillo exterior al número total de ejemplares.

4. DISTRIBUCIÓN DE LOS FRISOS

El conocimiento del número de fachadas esgrafiadas con frisos o mosaicos puede ser una herramienta de utilidad para el profesional que se encargue de rehabilitar antiguos edificios o de diseñar nuevos modelos para edificaciones de nueva construcción.

En este estudio de los esgrafiados segovianos se han obtenido 277 frisos, de 506 edificios de la capital segoviana.

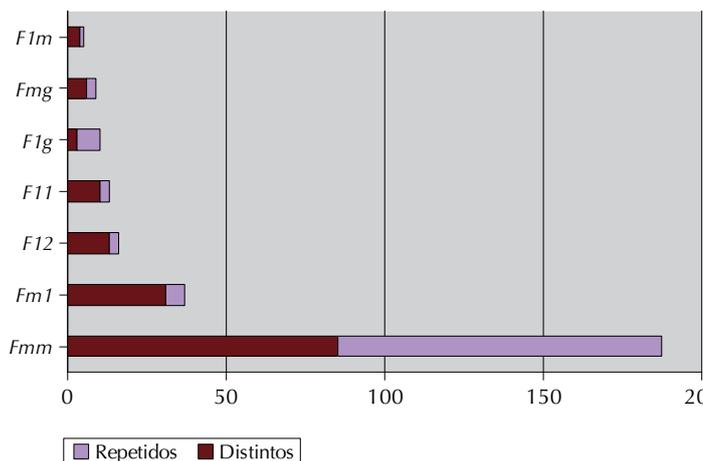
El recuento del número de ejemplares correspondientes a cada grupo de frisos ha permitido obtener una distribución estadística de frecuencias muy heterogénea, con diferencias significativas entre unos y otros grupos.

Por otra parte, este recuento se ha completado con el obtenido al considerar el número de modelos distintos que corresponden a cada grupo de frisos. La tabla 1 contiene toda la información.

Tabla 1
Frecuencia de los grupos de frisos

Grupo de frisos	Modelos distintos	Ejemplares
<i>Fmm</i>	85	187
<i>Fm1</i>	31	37
<i>F12</i>	13	16
<i>F11</i>	10	13
<i>F1g</i>	3	10
<i>Fmg</i>	6	9
<i>F1m</i>	4	5

La Figura 5 es un diagrama de barras para visualizar la frecuencia de cada grupo de frisos, donde cada barra completa corresponde al número total de ejemplares del grupo, y puede considerarse como la suma del número de modelos distintos (parte os-



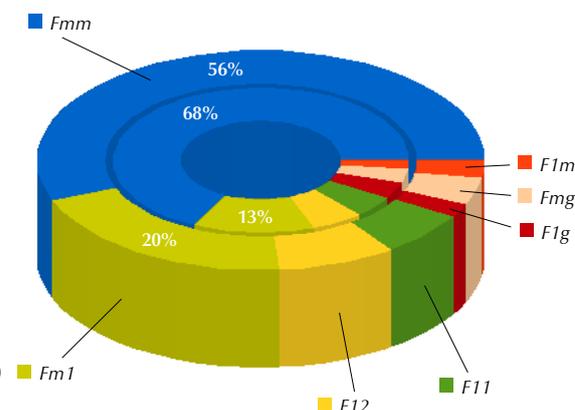
cura de la barra) y del número de modelos repetidos (parte más clara de la barra) de dicho grupo. Es evidente que hay un grupo con una frecuencia claramente superior al resto: *Fmm*, el grupo de frisos de mayor simetría, con 85 modelos distintos y un total de 187 ejemplares. Le sigue, a mucha distancia, el grupo de frisos *Fm1*, con 31 modelos distintos y 37 ejemplares. El grupo de frisos de menor frecuencia es *F1m*, con 4 modelos distintos y 5 ejemplares.

La Figura 6 es un diagrama de sectores de la frecuencia de los grupos de frisos, con un doble anillo, el exterior para representar el total de ejemplares, y el interior para los modelos distintos por grupo. En este diagrama se muestran los porcentajes para los dos grupos más numerosos. Más de la mitad de los modelos distintos (55,92%) corresponde al grupo *Fmm*, y dicha proporción aumenta cuando se considera el número total de ejemplares (67,51%). Si tenemos en cuenta los dos grupos de mayor frecuencia, *Fmm* y *Fm1*, la suma de ambos supera las tres cuartas partes del total, tanto en el número de modelos distintos (76,32%) como en el número de ejemplares (80,87%).

4.1. Grupos en peligro de desaparición

El análisis de las distribuciones de frecuencia pone de manifiesto, para algunos grupos de frisos, que solo están presentes en un pequeño número de fachadas y por ello entendemos que se encuentran en peligro de desaparición. Aquí se propone el criterio *preservar el grupo de simetría* a la hora de reparar las fachadas, a fin de mantener la singularidad y el aspecto tradicional de la ciudad de Segovia.

Hay tres grupos de frisos cuyo número de modelos distintos es muy escaso, e incluso su número de ejemplares no sobrepasa la decena, como puede verse en la tabla 1: *F1g* (3 modelos, 10 ejemplares), *Fmg* (6



modelos, 9 ejemplares) y *F1m* (4 modelos, 5 ejemplares). En las Figuras 7 y 8 se presentan fotografías de los modelos de los dos grupos con menor número de modelos distintos.

La Figura 7 contiene los 3 modelos distintos de esgrafiados que corresponden al grupo de frisos *F1g*. La fotografía (a) muestra un friso situado alrededor de las ventanas de la fachada recientemente restaurada en la calle de *San Francisco*, nº 15. Hay otro esgrafiado con el mismo diseño en la fachada de la calle de *los Cañuelos*, nº 16. La fotografía (b) presenta un friso que bordea las ventanas de la fachada recientemente restaurada del edificio de la Diputación Provincial, antiguo palacio *Uceda-Peralta*, situado en la calle de *San Agustín*, nº 23. Otros esgrafiados antiguos de este mismo modelo pueden verse en las fachadas de la calle de *San Agustín*, nº 5, y en la plaza de *San Justo*, nº 6, ambos alrededor de las ventanas. La fotografía (c) corresponde a un friso situado en la parte superior de la fachada de la iglesia románica del siglo XII *San Nicolás*, y es probable que el friso sea también muy antiguo. En las iglesias de *San Vicente* y del *Sancti Spiritu*, así como en la *Puerta de la Clastra* de la calle *Velarde* y en la calle *Donantes*, nº 1, se encuentran esgrafiados con este mismo diseño.

La Figura 8 contiene los 4 modelos distintos correspondientes al grupo de frisos *F1m*. El friso que se muestra en (a) bordea las ventanas de la fachada de la calle de la *Herrería*, nº 14. Hay otro esgrafiado con este mismo modelo en la fachada del nº 8 de la plaza *Mayor*. La fotografía (b) presenta un esgrafiado reciente localizado en la fachada de la calle de *los Cañuelos*, nº 11, alrededor de las ventanas. El de (c) también es un esgrafiado reciente que bordea las ventanas de la fachada situada en la calle de la *Judería Vieja*, nº 14. La fotografía (d) muestra un esgrafiado nuevo que forma bandas verticales en las dos fachadas de la calle de *los Cañuelos*, nº 29.

5. CONCLUSIONES

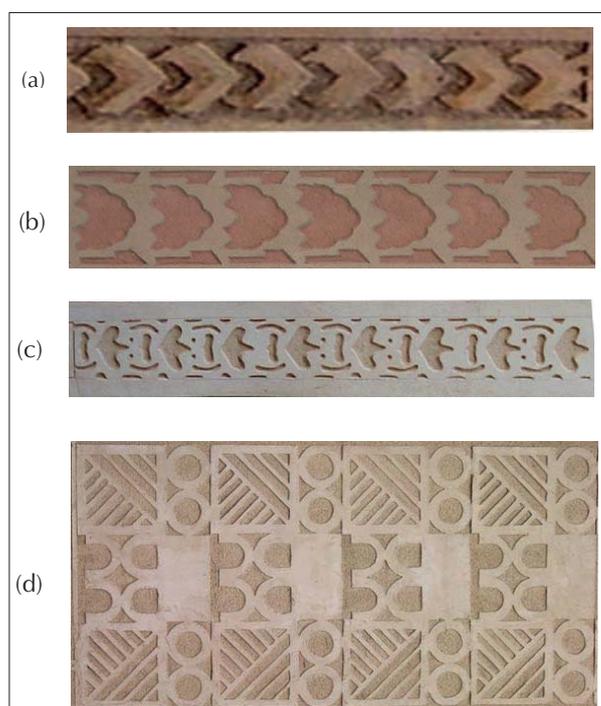
Para cada uno de los 7 grupos de frisos posibles, se han obtenido ejemplares de esgrafiado segoviano.

Se ha presentado una posible aplicación del concepto matemático de *región mínima* a la reconstrucción de un friso en ruinas: A partir de una fotografía del friso, se ha seleccionado una pequeña región no deteriorada y se ha obtenido un dibujo del friso completo.

Se ha hallado la distribución de frecuencias de los grupos de frisos, mediante el recuento



7



8

del número de ejemplares correspondientes a cada uno. Así mismo, se ha obtenido la distribución de frecuencias en relación con el número de modelos distintos de cada grupo. En ambas distribuciones, se aprecian grandes diferencias entre unos y otros grupos, siendo *Fmm* y *Fm1* los de mayor frecuencia, tanto en número de modelos distintos como en número de ejemplares.

Se han presentado fotografías de los modelos correspondientes a los dos grupos con menor número de modelos distintos, que son, a nuestro juicio, grupos en peligro de desaparición si no se restauran adecuadamente: se trata de los grupos de frisos *F1g* (3 modelos) y *F1m* (4 modelos), cuyo número de ejemplares no sobrepasa la decena.

Proponemos el criterio matemático *preservar el grupo de simetría* en la restauración de los esgrafiados, a fin de mantener el singular y tradicional aspecto de la ciudad de Segovia, Patrimonio de la Humanidad.

7. Modelos de esgrafiados del grupo de frisos *F1g*.

8. Modelos de esgrafiado del grupo de frisos *F1m*.

BIBLIOGRAFÍA

- (1) Armstrong, M. A.: *Groups and Symmetry*. Springer-Verlag, New York, 1988.
- (2) Grünbaum, B.; Shephard, G. C.: *Tilings and Patterns*. Freeman, New York, 1987.
- (3) Jablan, S. V.: *Symmetry and Ornament*. www.emis.de/monographs/jablan.
- (4) Pérez-Gómez, R.: *The four regular mosaics missing in the Alhambra*. *Comput. Math. Appls*, 14, 2, 1987, 133-137.
- (5) Usón-Villalba, C.: *Los 17 grupos de simetría planos en el mudéjar aragonés*. *Revista SUMA*, nº 33, Febrero 2000, 5-23.
- (6) Gilsanz-Mayor, M. A.; Martínez-Serrano, M. F.: *Grupos de simetría en el esgrafiado segoviano*. I Jornadas Internacionales de Investigación en Edificación. Madrid, 2007, 1092-1106.
- (7) Gilsanz-Mayor, M. A. y Martínez-Serrano, M. F.: *A future for old symmetry*. Historic Mortars Conference HMC08. Lisbon, 2008.
- (8) Espinar de Andrés, P. E.: *Esgrafiar en Segovia: 25 modelos de esgrafiados segovianos*. Ediciones populares El Laberinto de la Granja, Segovia, 1998.
- (9) Ruiz Hernando, J. A.: *Historia del Urbanismo en la ciudad de Segovia del siglo XII al XIX*. Excma. Diputación Provincial de Segovia. Excmo. Ayuntamiento de Segovia. 1982.
- (10) Puente Robles, A. de la: *El esgrafiado en Segovia y provincia. Modelos y tipologías*. Excma. Diputación Provincial de Segovia, Segovia, 1990.
- (11) Ruiz Alonso, R.: *El esgrafiado. Un revestimiento mural*. Ed. de los Oficios, Segovia, 2001.

* * *