PENENTUAN BESARNYA ANUITAS HIDUP DENGAN MENGGUNAKAN NILAI ASUMSI PADA DISTRIBUSI SISA USIA

Farah Kristiani (farah@home.unpar.ac.id)
Jurusan Matematika FTIS Universitas Katolik Parahyangan

ABSTRACT

There are two kinds of annuity, annuity certain and life annuity. Annuity certain does not depend on life probability, for example, mortgage. Life annuity depends on time until death and life probability, for example, pension payment from insurance company. The objective of this paper is to discuss further about life annuity and the relationship with life probability that is influences by time until death and the assumption of interest which is used. Time until death (T) is a random variable, because it is unpredictable. To determine the value of distribution, assumption values on ${}_tq_x$ *will be used. These values are generated by T simulation which depends on Uniform distribution (0,1) random values. A few cases of determining life annuity using* ${}_tp_x$ *distribution values by T simulation will be discussed.*

Key words : distribution function of time until death, life annuity, time until death

Anuitas atau cicilan adalah sejumlah pembayaran yang biasanya dilakukan secara teratur berdasarkan waktu, bisa beberapa kali dalam setahun, bulanan, mingguan atau harian. Anuitas dibagi menjadi dua jenis yaitu anuitas pasti dan anuitas hidup. Anuitas pasti tidak bergantung pada umur dan peluang hidup atau mati sedangkan anuitas hidup bergantung pada umur dan peluang hidup atau mati. Anuitas hidup adalah salah satu jenis perhitungan yang membutuhkan fungsi survival karena bergantung pada ekspektasi umur. Lebih lanjut akan dijelaskan secara lebih terperinci mengenai kaitan antara anuitas hidup dan fungsi survival ini.

Fungsi survival bergantung pada sisa usia dan peluang hidup atau mati seseorang. Sisa usia seseorang tidak pernah bisa diramalkan, sehingga variabel ini akan dipandang sebagai suatu peubah acak. Untuk penentuan nilai distribusinya, akan digunakan nilai asumsi pada distribusi ${}_tq_x$ yang dihasilkan dengan menggunakan proses perhitungan simulasi *T* atau sisa usia yang bergantung pada bilangan-bilangan acak yang berdistribusi uniform (0,1).

Pada bagian berikutnya akan dijabarkan hubungan antara anuitas hidup dan fungsi survivalnya. Beberapa contoh kasus akan diberikan untuk memperjelas hubungan antara anuitas hidup dan fungsi survivalnya sehingga pengaruh dari fungsi survival dapat lebih terlihat dalam menentukan nilai dari anuitas hidup seseorang.

METODE PENELITIAN

Suku Bunga Majemuk

Berikut akan diuraikan prinsip dasar suku bunga majemuk. Misal P_0 adalah modal awal, r adalah suku bunga nominal per tahun dan $P(n)$ adalah jumlah akumulasi dana setelah n tahun. Besarnya dana yang diperoleh setelah setahun dapat dihitung dengan menggunakan persamaan berikut ini.

$$\begin{aligned} P(1) &= P_0 + rP_0 \\ &= P_0(1+r) \end{aligned}$$

Setelah 2 tahun dana akan menjadi

$$\begin{aligned} P(2) &= P(1) + rP(1) \\ &= P_0(1+r) + r\,P_0(1+r) \\ &= P_0(1+r)(1+r) \\ &= P_0(1+r)^2 \end{aligned}$$

Maka setelah n tahun kemudian, dananya menjadi

$$P(n) = P_0(1+r)^n \qquad (1)$$

Dalam penerapan pada kehidupan sehari-hari, perhitungan suku bunga dapat dilakukan beberapa kali dalam satu periode. Berikut ini akan dilihat pengaruh suku bunga apabila perhitungan suku bunga dilakukan beberapa kali dalam satu periode. Misalkan dalam satu tahun waktu perhitungan yang dilakukan dapat secara semesteran yaitu dua kali dalam setahun, bulanan atau harian. Akibatnya persamaan (1) dapat diubah menjadi

$$P_k(n) = P_0(1+ {}^r/_k)^{kn} \qquad (2)$$

Dengan r = tingkat suku bunga efektif pertahun
k = frekuensi perhitungan suku bunga dalam satu tahun
n = banyaknya tahun perhitungan

Untuk perhitungan suku bunga semesteran atau dua kali dalam setahun, besarnya dana yang diperoleh selama n tahun dengan menggunakan persamaan (2) adalah sebagai berikut

$$P_2(n) = P_0(1+ {}^r/_2)^{2n}$$

Untuk perhitungan suku bunga bulanan atau dua belas kali dalam setahun, diperoleh hasilnya adalah sebagai berikut

$$P_{12}(n) = P_0(1+ {}^r/_{12})^{12n}$$

Demikian juga untuk perhitungan harian, hasilnya adalah sebagai berikut ini

$$P_{365}(n) = P_0(1+ {}^r/_{365})^{365n}$$

Suku Bunga Majemuk Kontinu

Selain perhitungan di atas, ada pula perhitungan suku bunga secara kontinu. Dengan mengasumsikan k menuju tak hingga, persamaan (2) menjadi

$$P_\infty(n) = P_0 \lim_{k\to\infty}\left(1+\frac{r}{k}\right)^{k\quad n}$$
$$= P_0 \exp(rn)$$

Misal tuliskan $P_c(n)$ untuk menyatakan jumlah akumulasi dana dengan suku bunga majemuk kontinu

$$P_c(n) = P_0\, e^{rn} \qquad (3)$$

Berikut akan diperlihatkan beberapa contoh hasil perhitungan dana akumulasi dengan beberapa macam tingkat suku bunga untuk dana awal sebesar satu juta rupiah dan suku bunga efektif sebesar 10% per tahun selama 10 tahun.

Tabel 1. Jumlah Akumulasi Dana pada P_0 = Rp 1 juta

Tingkat Suku Bunga	Banyak periode setahun (k)	$P_k(10)$ (Rp)
Tahunan	1	2.593.742
Bulanan	12	2.707.041
Harian	365	2.717.910
Kontinu	$+\infty$	2.718.282

Dari Tabel 1 terlihat bahwa semakin sering dana dibungakan dalam setahun atau semakin besar nilai *k*, makin besar juga nilai dana yang akhirnya tercapai. Dapat dilihat juga untuk dana yang dibungakan dengan suku bunga majemuk harian nilainya mendekati dana yang dibungakan secara kontinu dan tentu saja dana yang dibungakan secara kontinu akan bernilai lebih besar.

Nilai Tunai (*Present Value*)

Nilai tunai atau *present value* adalah nilai uang di masa yang akan datang dilihat pada saat sekarang. Untuk melihat besaran dari nilai tunai ini bisa menggunakan persamaan (1). Jika dilihat dari persamaan tersebut, nilai tunai adalah sama dengan besarnya modal di awal, sehingga dari persamaan tersebut dapat dicari nilai dari P_0 yang telah dibungakan selama n tahun adalah sebagai berikut

$$PV = P_0 = P(n)\,(1+r)^{-n} \qquad (4)$$

Pada kasus suku bunga majemuk yang kontinu nilai tunainya didapat dari persamaan (3)

$$PV = P_0 = P_c(n)\, e^{-rn} \qquad (5)$$

Fungsi Survival

Berikut akan dijelaskan lebih lanjut tentang fungsi survival yang nantinya akan mempengaruhi besarnya anuitas hidup dari seseorang (Bowers *et al*. 1997).

Misalkan seorang yang baru lahir dinyatakan berusia 0 dan *X* menyatakan usia kematiannya. *X* adalah sebuah variabel acak karena nilainya tidak dapat dipastikan. Didefinisikan $F_X(x)$ sebagai fungsi distribusi dari *X*, sehingga berlaku

$$F_X(x) = \Pr(X \le x) \quad x \ge 0 \qquad (6)$$

Selalu diasumsikan bahwa $F_X(0) = 0$ yang berarti seorang yang baru lahir diasumsikan tidak mungkin meninggal atau pasti hidup.

Kemudian seorang yang baru lahir tersebut akan dilihat peluang bersyaratnya bahwa dia akan meninggal antara usia *x* tahun dan *z* tahun. Untuk kondisi ini sudah dipastikan bahwa dia akan hidup sampai usia *x* tahun. Maka akan berlaku:

$$\begin{aligned}
\Pr(x < X \le z / X > x) &= \frac{\Pr\left(x < X \le z \cap X > x\right)}{\Pr\left(X > x\right)} \\
&= \frac{\Pr\left(x < X \le z\right)}{1 - \Pr\left(X \le x\right)} \\
&= \frac{\Pr\left(X \le z\right) - \Pr\left(X \le x\right)}{1 - \Pr\left(X \le x\right)}
\end{aligned}$$

Jika dikaitkan dengan persamaan (6), akan diperoleh bentuk sebagai berikut

$$\Pr(x < X \le z / X > x) = \frac{F_X(z) - F_X(x)}{1 - F_X(x)} \qquad (7)$$

X adalah usia pada saat seseorang itu meninggal. Simbol *(x)* digunakan untuk mewakili seseorang yang hidup pada usia *x* tahun dan sisa usianya sebagai *T* tahun. Dengan tujuan yang sama, maka simbol *(z)* digunakan untuk mewakili seseorang yang hidup pada usia *z* tahun. Supaya lebih terlihat kaitan antara *T* dan *(x)*, seseorang berusia *x* tahun akan bertahan hidup selama *T* tahun kemudian, biasanya dituliskan menjadi *T(x)*. Maka orang ini akan meninggal pada usia *x+T* tahun.

Karena usia kematian tidak bisa diramalkan, maka *T* dianggap sebagai variabel acak dengan fungsi distribusi peluangnya adalah

$$F_T(t) = \Pr(T \le t), \ t \ge 0 \qquad (8)$$

Dalam bidang aktuaria, fungsi distribusi untuk *T* ini biasa dituliskan dengan bentuk ${}_tq_x$. Simbol ${}_tq_x$ dapat diinterpretasikan sebagai peluang seseorang yang berusia *x* tahun akan meninggal di selang waktu *t* tahun kemudian. Dari simbol ini, maka persamaan (8) dapat juga dituliskan menjadi

$$\Pr(T \le t) = {}_tq_x \qquad (9)$$

Terkadang sudut pandang dari beberapa kasus dapat melalui pendekatan dari peluang hidup seseorang. Karena itu selain ${}_tq_x$ dimunculkan juga notasi lain yaitu ${}_tp_x$. Interpretasi dari simbol ini adalah peluang seseorang berusia *x* tahun akan bertahan hidup selama *t* tahun yang akan datang. Dapat dilihat kaitannya dengan peluang kematian seseorang adalah sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
{}_tp_x &= 1 - {}_tq_x \\
&= \Pr(T>t), \ t \ge 0 \qquad (10)
\end{aligned}$$

${}_tp_x$ dapat dituliskan juga dengan simbol $S_T(t)$.

Anuitas

Anuitas atau cicilan adalah sejumlah pembayaran yang biasanya dilakukan secara teratur berdasarkan waktu, bisa beberapa kali dalam setahun, bulanan, mingguan atau harian. Sudah dijelaskan sebelumnya bahwa anuitas terdiri dari 2 jenis yaitu anuitas pasti dan anuitas hidup. Kellison (1991) menjelaskan bahwa anuitas pasti adalah anuitas yang pembayarannya pasti dilakukan dalam beberapa periode waktu, sedangkan anuitas hidup adalah anuitas yang pembayarannya hanya dilakukan jika orang yang bersangkutan masih hidup.

Berdasarkan definisinya, dapat diketahui dengan jelas bahwa anuitas pasti tidak bergantung pada peluang hidup atau mati seseorang, sedangkan anuitas hidup terkait erat pada peluang hidup atau mati seseorang.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kaitan antara Anuitas Hidup dengan Fungsi Survival

Akan dibahas lebih lanjut tentang anuitas hidup. Misalkan sebuah perusahaan asuransi akan membayarkan uang pertanggungan pada seorang nasabah yang saat ini berusia *x* tahun secara teratur pada setiap periodenya sampai nasabah tersebut meninggal. Maka perusahaan harus mempersiapkan sejumlah dana pada saat ini sehingga dana tersebut cukup untuk menutupi kebutuhan. Pembayaran secara teratur inilah yang merupakan salah satu contoh anuitas hidup, karena anuitas tersebut berhenti jika nasabahnya sudah meninggal dunia. Penentuan jumlah dana di awal ini tidak bisa begitu saja menggunakan persamaan (4) karena nilai tunai ini dipengaruhi juga oleh peluang hidup. Sudah dijelaskan di atas bahwa peluang hidup atau mati seseorang bergantung pada sisa usianya, dan sisa usia adalah peubah acak karena tidak bisa diramalkan nilainya.

Untuk memudahkan melihat hubungan antar variabelnya, akan digunakan beberapa notasi dengan definisi masing-masingnya sebagai berikut: dimisalkan T (tahun) adalah sisa usia dan Y (rupiah) adalah nilai tunai dari anuitas yang dipengaruhi oleh T, ρ (dalam persen) adalah tingkat suku bunga yang kontinu selama setahun dan c (rupiah) adalah besar uang pertanggungan tiap periode. Maka nilai tunai dari jumlah cicilan sebesar c yang dibayarkan secara kontinu (dari perusahaan asuransi kepada nasabah sampai meninggal) dengan mengacu pada persamaan (5) adalah

$$Y = \int_0^T ce^{-\rho t} dt$$

Dengan teknik pengintegralan, didapat hasil nilai tunai tersebut adalah

$$Y = \frac{c}{\rho}(1 - e^{-\rho T}) \qquad (11)$$

Terdapat dua masalah yang muncul. Masalah yang pertama berhubungan dengan tingkat suku bunga. Tingkat suku bunga di sini diasumsikan bernilai konstan sedangkan pada faktanya tingkat suku bunga secara umum tidak akan bernilai konstan. Asumsi ini diambil karena permasalahan lebih difokuskan pada pengaruh dari sisa usia. Masalah yang kedua berkaitan dengan sisa usia *T,* karena T adalah peubah acak seperti sudah disebutkan sebelumnya. Karena Y bergantung pada T, akibatnya Y juga merupakan peubah acak.

Selanjutnya akan dijabarkan hubungan antara anuitas (fungsi distribusi kumulatif *Y*) dengan fungsi distribusi kumulatif $F_T(t)$. Peluang dari nilai tunai *Y* lebih kecil dari suatu nilai peubah acak *y* adalah

$$\begin{aligned}\Pr(Y \le y) &= \Pr\left(\frac{c}{\rho}\left(1-e^{-\rho T}\right) \le y\right) \\ &= \Pr\left(T \le -\frac{1}{\rho}\ln\left(1-\frac{\rho y}{c}\right)\right)\end{aligned} \quad (12)$$

Supaya lebih ringkas, dimisal $m = -\frac{1}{\rho}\ln\left(1-\frac{\rho y}{c}\right)$, sehingga persamaan (12) dapat ditulis menjadi

$$\Pr(Y \le y) = \Pr(T \le m) \quad (13)$$

Dari definisi fungsi distribusi kumulatif, persamaan (11) dapat dituliskan menjadi

$$\begin{aligned}F_Y(y) &= F_T(m) \\ &= \begin{cases} 1-S_T(m), & \text{untuk } \rho y \le c, \\ 1, & \text{untuk } \rho y > c \end{cases}\end{aligned} \quad (14)$$

Dari persamaan (14) dapat kita lihat bahwa peluang besarnya anuitas bergantung pada peluang besarnya fungsi survival.

Simulasi Nilai *T*

T sebagai sisa usia seseorang berusia x adalah sebuah variabel acak. Nilai *T* pada suatu saat tertentu tidak dapat ditentukan dengan pasti. Karena itu digunakan cara simulasi untuk membangkitkan nilai-nilai *T* dengan dasar pemikiran sebagai berikut.

Di dalam Bowers *et al*. (1997) dijelaskan tentang postulat Gompertz yang secara analitis mendefinisikan distribusi dari *T* sehingga diperoleh persamaan dari peluang seseorang yang berusia *x* tahun akan bertahan hidup selama *T* tahun. Maka dari persamaan tersebut dapat diturunkan persamaan dari peluang seseorang yang berusia *x* tahun akan meninggal dalam selang waktu *T* tahun sebagai berikut

$${}_tq_x = 1-\exp\left(-mc^x\left(c^t-1\right)\right) \quad (15)$$

Jika dimisalkan $E = mc^x(c^t-1)$ (16)

Maka ${}_tq_x = 1-\exp(-E)$ akan berdistribusi eksponensial (1). Kemudian dimisalkan

$$\begin{aligned}u &= 1-\exp(-E) \\ 1-u &= \exp(-E) \\ \log(1-u) &= -E \\ E &= -\log(1-u)\end{aligned}$$

Nilai *E* dapat dibangkitkan dari *U* yang berdistribusi *uniform (0,1).* Untuk simulasi ini akan diambil bilangan acak sebanyak 200.000. Dengan menggunakan persamaan (16) diperoleh nilai *T* sebagai berikut

$$t = \frac{\log\left(\frac{E}{mc^x}+1\right)}{\log c} \quad (17)$$

Simulasi nilai *T* ini dibuat dengan menggunakan program Matlab [5]. Hasil simulasinya dapat dilihat di Lampiran 1.

Contoh Kasus

Berikut ini adalah beberapa contoh kasus anuitas hidup untuk beberapa usia yang berbeda namun dengan asumsi sisa usia yang sama. Misalkan seseorang yang saat ini berumur *x* tahun dan direncanakan untuk mendapatkan uang sebanyak $c = 1$ tiap tahun dari perusahaan asuransi selama ia hidup. Suku bunga yang digunakan diasumsikan kontinu $\rho = 5\%$.

a. untuk kasus nasabah yang saat ini berusia 20 tahun dan diasumsikan sisa usianya 10 tahun. Mengacu pada persamaan (11) dapat dituliskan nilai $x = 20$ tahun dan asumsi sisa usia $m = 10$ tahun. Maka nilai peluangnya adalah

   $\Pr(T \le m) = \Pr(T \le 10)$

   Dari persamaan (9), diperoleh

   $$\begin{aligned}\Pr\left(T \le 10\right) &= {}_{10}q_{20} \\ &= 1 - {}_{10}p_{20} \\ &= 1 - \prod_{i=0}^{9} p_{20+i}\end{aligned}$$

   Dari tabel nilai ${}_tp_x$ hasil simulasi *T* didapat nilainya adalah 0,008924. Nilai tunai dari anuitas atau disingkat y dapat dicari dengan menggunakan rumus $m = -\frac{1}{\rho}\ln\left(1 - \frac{\rho y}{c}\right)$ dan diperoleh hasil 7,86938681.

b. untuk kasus nasabah yang saat ini berusia 20 tahun ($x = 20$ tahun) dan asumsi sisa usia $m = 15$ tahun, nilai peluangnya adalah

   $$\begin{aligned}\Pr(T \le m) &= \Pr(T \le 15) \\ &= {}_{15}q_{20} \\ &= 1 - {}_{15}p_{20} \\ &= 1 - \prod_{i=0}^{14} p_{20+i}\end{aligned}$$

   Dari tabel nilai ${}_tp_x$ hasil simulasi *T* didapat nilainya adalah 0,016483. Nilai y dapat dicari dengan $m = -\frac{1}{\rho}\ln\left(1 - \frac{\rho y}{c}\right)$ dan diperoleh hasil yang berbeda yaitu 10,552669.

c. untuk kasus nasabah yang saat ini berusia 25 tahun ($x = 25$ tahun) dan asumsi sisa usia $m = 10$ tahun, nilai peluangnya adalah

   $$\begin{aligned}\Pr(T \le m) &= \Pr(T \le 10) \\ &= {}_{10}q_{25} \\ &= 1 - {}_{10}p_{25} \\ &= 1 - \prod_{i=0}^{9} p_{25+i}\end{aligned}$$

Dari tabel nilai ${}_tp_x$ hasil simulasi *T* didapat nilainya adalah 0,012875. Nilai y dapat dicari dengan $m = -\frac{1}{\rho}\ln\left(1-\frac{\rho y}{c}\right)$ dan diperoleh hasil 7,86938681.

d. untuk kasus nasabah yang saat ini berusia 25 tahun (*x* = 25 tahun) dan asumsi sisa usia *m* = 15 tahun, nilai peluangnya adalah

$$\begin{aligned}\Pr(T \le m) &= \Pr(T \le 15) \\ &= {}_{15}q_{25} \\ &= 1 - {}_{15}p_{25} \\ &= 1 - \prod_{i=0}^{14} p_{25+i}\end{aligned}$$

Dari tabel nilai ${}_tp_x$ hasil simulasi *T* didapat nilainya adalah 0,024449. Nilai y dapat dicari dengan $m = -\frac{1}{\rho}\ln\left(1-\frac{\rho y}{c}\right)$ dan diperoleh hasil yang berbeda yaitu 10,552669.

Supaya lebih jelas terlihat perbedaan dari masing-masing contoh kasus, hasilnya dapat dilihat pada Tabel 2.

Tabel 2. Perbandingan Hasil Contoh Kasus

Usia sekarang x (tahun)	Sisa usia m (tahun)	Nilai Tunai Anuitas y (rupiah)	Peluang kematian ${}_tq_x$
20	10	7,86938681	0,008924
20	15	10,552669	0,016483
25	10	7,86938681	0,012875
25	15	10,552669	0,024449

KESIMPULAN

Dari beberapa contoh kasus yang telah diuraikan, dapat ditarik kesimpulan bahwa anuitas hidup sangat bergantung pada peluang hidup atau mati dan juga sisa usia seseorang. Hal ini dapat dilihat dari Tabel 2 bahwa semakin tua seseorang, dan semakin lama sisa usia seseorang, maka nilai tunai dari anuitasnya akan semakin besar. Dapat dilihat juga adanya pengaruh dari nilai distribusi sisa usia yang dibangkitkan dengan menggunakan simulasi *T* karena semakin tua seseorang, maka peluang kematiannya semakin besar.

Pengembangan lebih jauh dari artikel ini adalah melihat pengaruh dari nilai distribusi sisa usia jika diambil dari tabel mortalita yang lain. Secara umum biasanya akan diperoleh kesimpulan yang sama tentang kecenderungan naik atau turunnya nilai tunai dari anuitas hidupnya, hanya mungkin besaran nilainya saja yang akan berbeda. Hal ini sangat bergantung pada asumsi yang diambil oleh masing-masing peneliti. Untuk menghindari kesalahan pengambilan asumsi, biasanya dilakukan valuasi berkala oleh perusahaan asuransi. Valuasi biasanya dilakukan secara berkala selama dua tahun sekali.

REFERENSI

Bowers,N L.; Gerber, H U.; Hickman, J C.; Jones, D S. & Nesbitt, C J. (1997) *Actuarial Mathematics (2nd e*d). The Society of Actuaries, Chapter 3.

Kellison, SG. (1991). *The theory of interest (2nd ed).* New York: Mc Graw Hill.

Lampiran 1. Tabel Mortalita

(x)	lx	$_tq_x$ (US)	$_tq_x$ (Simulasi)	(x)	lx	$_tq_x$ (US)	$_tq_x$ (Simulasi)
0	100000	0.01260	0.00018	56	87551	0.00978	0.01081
1	98740	0.00093	0.00019	57	86695	0.01060	0.01183
2	98648	0.00065	0.00020	58	85776	0.01151	0.01274
3	98584	0.00050	0.00023	59	84789	0.01254	0.01378
4	98535	0.00041	0.00023	60	83726	0.01368	0.01492
5	98495	0.00037	0.00026	61	82581	0.01493	0.01626
6	98459	0.00034	0.00026	62	81348	0.01628	0.01764
7	98426	0.00030	0.00028	63	80024	0.01768	0.01894
8	98396	0.00026	0.00029	64	78609	0.01911	0.02043
9	98370	0.00023	0.00031	65	77107	0.02058	0.02214
10	98347	0.00019	0.00033	66	75520	0.02217	0.02392
11	98328	0.00019	0.00035	67	73846	0.02389	0.02582
12	98309	0.00024	0.00037	68	72082	0.02586	0.02778
13	98285	0.00038	0.00039	69	70218	0.02806	0.02998
14	98248	0.00053	0.00044	70	68248	0.03052	0.03222
15	98196	0.00068	0.00047	71	66165	0.03314	0.03460
16	98129	0.00084	0.00050	72	63972	0.03594	0.03722
17	98047	0.00096	0.00052	73	61673	0.03882	0.04014
18	97953	0.00104	0.00057	74	59279	0.04184	0.04328
19	97851	0.00112	0.00059	75	56799	0.04507	0.04666
20	97741	0.00121	0.00062	76	54239	0.04867	0.05016
21	97623	0.00127	0.00067	77	51599	0.05273	0.05394
22	97499	0.00132	0.00073	78	48878	0.05743	0.05824
23	97370	0.00134	0.00079	79	46071	0.06275	0.06264
24	97240	0.00134	0.00085	80	43180	0.06883	0.06770
25	97110	0.00132	0.00092	81	40208	0.07551	0.07288
26	96982	0.00130	0.00098	82	37172	0.08278	0.07850
27	96856	0.00130	0.00105	83	34095	0.09042	0.08433
28	96730	0.00130	0.00114	84	31012	0.09841	0.09099
29	96604	0.00131	0.00121	85	27960	0.10726	0.09802
30	96477	0.00132	0.00131	86	24961	0.11690	0.10561
31	96350	0.00135	0.00140	87	22043	0.12739	0.11361
32	96220	0.00137	0.00154	88	19235	0.13709	0.12223
33	96088	0.00143	0.00164	89	16598	0.14725	0.13180
34	95951	0.00149	0.00176	90	14154	0.15868	0.14203
35	95808	0.00160	0.00198	91	11908	0.17173	0.15273
36	95655	0.00170	0.00213	92	9863	0.18564	0.16442
37	95492	0.00183	0.00235	93	8032	0.20020	0.17641
38	95317	0.00197	0.00256	94	6424	0.21498	0.18927

39	95129	0.00213	0.00276	95	5043	0.22982	0.20274
40	94926	0.00232	0.00298	96	3884	0.24331	0.21727
41	94706	0.00254	0.00326	97	2939	0.25655	0.23329
42	94465	0.00279	0.00350	98	2185	0.26865	0.25016
43	94201	0.00306	0.00378	99	1598	0.28035	0.26760
44	93913	0.00334	0.00407	100	1150	0.29130	0.28545
45	93599	0.00366	0.00442	101	815	0.30061	0.30459
46	93256	0.00401	0.00483	102	570	0.31053	0.32526
47	92882	0.00441	0.00519	103	393	0.32061	0.34650
48	92472	0.00488	0.00565	104	267	0.32959	0.36827
49	92021	0.00538	0.00608	105	179	0.33520	0.39158
50	91526	0.00590	0.00653	106	119	0.34454	0.41506
51	90986	0.00642	0.00711	107	78	0.34615	0.43916
52	90402	0.00698	0.00774	108	51	0.35294	0.464965
53	89771	0.00762	0.00848	109	33	0.36364	0.49103
54	89087	0.00830	0.00912	110	21	0.95238	0.518295
55	88348	0.00902	0.00996	111	1	1.00000	0.54612