TINGKAT EFISIENSI PENAKSIR M TERHADAP PENAKSIR LMS DALAM MENAKSIR KOEFISIEN GARIS REGRESI

Harmi Sugiarti (harmi@ut.ac.id)
Andi Megawarni
Jurusan Statistik, FMIPA Universitas Terbuka

ABSTRACT

The using of OLS method to estimate the regression coefficients in multiple linear regression model presupposed assumption that there is no outlier in the data. Alternatively, robust regression methods can be used. This paper aims to investigate the efficiency of M method and LMS method to estimate the regression coefficients. Besides application data, simulation data generated by MINITAB and SYSTAT package program were used. The investigation shows the LMS method is more efficient than the M method when there is outlier in the data. Otherwise, the M method is more efficient than the LMS method.

Key words : efficiency, LMS estimator, M estimator, outlier, robust regression

Efisiensi suatu penaksir terhadap penaksir lainnya diperlukan untuk mengetahui bahwa penaksir tersebut merupakan penaksir terbaik yaitu penaksir dengan variansi terkecil. Penggunaan metode yang tidak sesuai dengan kondisi data yang ada, akan menghasilkan penaksir yang tidak tepat. Oleh karena itu penggunaan suatu metode sangat menuntut dipenuhinya asumsi-asumsi tertentu. Sebagaimana diketahui bahwa penggunaan metode kuadrat terkecil *(ordinary least square, OLS)* dalam menentukan penaksir parameter dari model regresi $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + ... + \beta_p X_{pi} + \varepsilon_i$, $i = 1,2,...,n$ salah satunya menuntut dipenuhinya asumsi data tidak mengandung pencilan *(outlier)* (Draper & Smith, 1981).

Adanya pengamatan pencilan *(outlier)* dalam data dapat mengakibatkan penaksir koefisien garis regresi yang diperoleh tidak tepat. Untuk mengatasi kelemahan-kelemahan dari metode yang ada, perlu dicoba metode lain yang bersifat tidak sensitif terhadap pelanggaran asumsi-asumsi, yaitu metode regresi robust *(robust regression)*. Beberapa metode pendugaan/penaksiran koefisien garis regresi yang bersifat robust telah dikembangkan, diantaranya adalah metode pendugaan parameter regresi berdasarkan pada penduga M *(maximum likelihood estimator)* dan penduga LMS *(least median of square estimator)*. Tingkat efisiensi dari metode dapat digunakan sebagai indikator untuk menentukan metode mana yang lebih baik. Pada penelitian pendahuluan telah diperoleh hasil bahwa untuk data yang mengandung outlier, secara umum metode regresi robust dengan menggunakan pembobot Huber lebih efisien dibanding metode OLS, begitu juga untuk data yang tidak mengandung outlier, metode regresi robust lebih efisien dibanding metode OLS (Sugiarti, 2008). Penelitian ini bertujuan untuk mengkaji tingkat efisiensi penggunaan metode M dan metode LMS dalam menaksir koefisien garis regresi.

Pengamatan Pencilan dan Berpengaruh

Seringkali model regresi dibangun dari data yang banyak mengandung kekurangan, diantaranya adalah adanya pengamatan pencilan yaitu pengamatan dengan sisaan yang cukup besar. Penolakan begitu saja suatu pencilan bukanlah prosedur yang bijaksana, karena adakalanya pengamatan pencilan memberikan informasi yang cukup berarti, misalnya karena pencilan timbul dari kombinasi keadaan yang tidak biasa yang mungkin saja sangat penting dan perlu diselidiki lebih lanjut. Pengamatan pencilan dapat merupakan pengamatan yang berpengaruh, artinya pengamatan yang dapat mempengaruhi hasil pendugaan koefisien regresi. Oleh karena itu tindakan membuang pengamatan yang berpengaruh akan mengubah secara berarti persamaan regresi serta kesimpulannya (Draper & Smith, 1981).

Menurut Myers (1990), untuk mendeteksi adanya pengamatan pencilan yang berpengaruh dapat digunakan nilai perbedaan dugaan peubah tak bebas terbakukan yaitu *DFFITS (differences in the fits)* yang dirumuskan sebagai:

$$(DFFITS)_i = \frac{\hat{y}_i - \hat{y}_{i,-i}}{s_{-i}\sqrt{h_{ii}}}$$

dimana: $\hat{y}_i =$ nilai pendugaan y_i , $\hat{y}_{i,-i} =$ nilai pendugaan y_i y_i tanpa pengamatan ke-i , $s_{-i} =$ dugaan simpangan baku tanpa pengamatan ke-i dan $h_{ii} =$ unsur ke-i dari diagonal matriks topi. Jika p menyatakan banyaknya parameter dan n menyatakan banyaknya pengamatan, maka suatu pengamatan akan merupakan pengamatan berpengaruh dalam persamaan regresi apabila mempunyai nilai $|DFFITS|_i > 2\sqrt{(p/n)}$.

Metode Regresi Robust dengan Penduga M

Menurut Staudte dan Sheather (1990), jika hubungan linear antara satu peubah respons dengan peubah-peubah bebasnya dimodelkan sebagai: $Y_i = X_i^T\beta + \varepsilon_i$, dimana X_i^T menyatakan baris ke-i dari matriks rancangan X , β menyatakan parameter model dan ε_i menyatakan suku galat. Penduga kemungkinan maksimum *(M-estimator)* $\hat{\beta}$ untuk model dengan p parameter diperoleh dengan cara meminimumkan $\sum_i \rho(x_i, e_i) = \sum_i \rho\left(x_i, y_i - x_i^T\hat{\beta}\right)$ atau mencari penyelesaian dari persamaan: $\sum_i x_i\ \eta\left(x_i, y_i - x_i^T\ \hat{\beta}\right) = 0$ dimana $\eta(x,e) = \rho'(x,e)$ untuk berbagai fungsi konveks $\rho(x,e)$ yang dapat diturunkan dan memenuhi $\eta(x,0) = 0$. Karena penduga $\hat{\beta}$ yang diperoleh ini bukan merupakan skala *invariant*, yaitu jika sisaannya $\left(e_i = y_i - x_i^T\ \hat{\beta}\right)$ digandakan dengan suatu konstanta akan diperoleh penyelesaian yang tidak sama seperti sebelumnya; maka untuk mendapatkan skala *invariant*, digunakan nilai $\frac{e_i}{\sigma}$ sebagai pengganti e_i , dimana σ adalah faktor skala yang juga perlu diduga. Dengan demikian persamaan yang ada menjadi:

$$\sum_i x_i\ \Psi\left(x_i, \frac{e_i}{\sigma}\right) = \sum_i x_i\ \Psi\left(x_i, \frac{y_i - x_i^T\ \hat{\beta}}{\sigma}\right) = \sum_i x_i\left(y_i - x_i^T\hat{\beta}\right)w_i = 0$$

dimana $w_i = w\left(x_i, \frac{y_i - x_i^T\hat{\beta}}{\sigma}\right) = \frac{\Psi\left(x_i, \frac{e_i}{\sigma}\right)}{\frac{e_i}{\sigma}}$ adalah fungsi pembobot yang bernilai antara 0 dan 1. Secara umum fungsi pembobot dirumuskan sebagai berikut:

$$w_i = w\left(x_i, \frac{y_i - x_i^T\hat{\beta}}{\sigma}\right) = \frac{\sigma v(x_i)}{e_i}\Psi_c\left(\frac{e_i}{\sigma v(x_i)}\right)$$

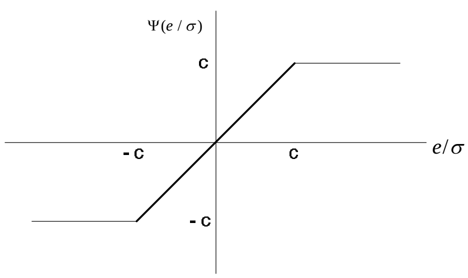
dimana Ψ_c adalah *influence function* dan $v(x_i)$ adalah suatu fungsi yang tidak diketahui dan tergantung pada x nilai melalui *leverage*. Dengan memilih fungsi Huber Ψ_c yang berbentuk

$$\Psi_c(\frac{e}{\sigma}) = \begin{cases} c \quad , \quad jika\ \frac{e}{\sigma} > c \\ \frac{e}{\sigma} \ , \quad jika\ \left|\frac{e}{\sigma}\right| \le c \\ -c \quad , \quad jika\ \frac{e}{\sigma} < -c \end{cases}$$

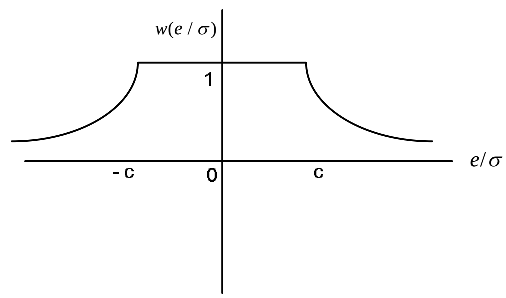
dan menentukan nilai $v(x_i) = \frac{(1-h_{ii})}{\sqrt{h_{ii}}}$ serta $\hat{\sigma} = s_{(i)}$, nilai pembobot w_i menjadi tergantung pada kombinasi besarnya *leverage* dan *studentized residual* melalui *DFFITS*. Secara singkat nilai pembobot w_i dinyatakan dalam bentuk:

$$w_i\left(x_i, \frac{y_i - x_i^T\hat{\beta}}{\sigma}\right) = w\left(x_i, \frac{e_i}{\sigma}\right) = \min\left(\frac{2\sqrt{p/n}}{|DFFITS|_i}, 1\right)$$

Fungsi Huber Ψ_c dan fungsi pembobot Huber $w\left(x_i, \frac{e_i}{\sigma}\right)$ masing-masing dapat dilihat pada Gambar 1 dan Gambar 2.



Gambar 1. Fungsi Huber



Gambar 2. Fungsi Pembobot Huber

Selanjutnya persamaan $\sum_i \left(y_i - x_i^T\hat{\beta}\right)w_i x_i = 0$ dapat dituliskan dalam bentuk matriks $X^TWX\beta = X^TWY$ yang kita kenal sebagai persamaan normal kuadrat terkecil tertimbang dengan W adalah matriks diagonal yang berisi pembobot. Solusi persamaan normal tersebut akan memberikan dugaan untuk β yaitu: $\hat{\beta} = \left(X^TWX\right)^{-1}\left(X^TWY\right)$ dan penduga M untuk β diperoleh dengan cara melakukan iterasi sampai diperoleh suatu hasil yang kovergen, cara ini biasa dikenal sebagai metode kuadrat terkecil tertimbang secara iteratif *(iteratively reweighted least square).*

Berdasakan pembobot $\hat{w}_i$ dan penaksir M untuk parameter β, matriks varians – kovarians untuk $\hat{\beta}$ yakni Σ_n dapat didekati dengan persamaan berikut:

$\Sigma_n = \frac{1}{n-p}\left(X^T D_1 X\right)^{-1}\left(X^T D_2 X\right)\left(X^T D_1 X\right)^{-1}$ dimana D_1 adalah matriks diagonal dengan elemen-elemen diagonalnya $\Psi'_c\left(\frac{e_i}{\sigma v(x_i)}\right)$ dan D_2 adalah matriks diagonal dengan elemen-elemen diagonalnya $w_i^2 e_i^2$ (Staudte & Sheather,1990).

Metode Regresi Robust dengan Penduga LMS

Salah satu metode regresi robust yang juga sering digunakan adalah metode LMS *(least median of squares).* Metode ini mempunyai keuntungan untuk mengurangi pengaruh dari sisaan *(residual)*. Menurut Rousseeuw dan Leroy (2003), penduga LMS diperoleh dengan mencari model regresi yang meminimumkan median dari h kuadrat sisaan (e_i^2) atau didefinisikan sebagai:

$\hat{\beta} = \arg\min_{\theta}\ \underset{i}{median}\ e_i^2$ dengan $e_i^2 = \left(y_i - x_i^T\hat{\beta}\right)^2$; $i = 1,2,...,n$. Ukuran sebaran dari galat dapat ditaksir dengan cara menentukan terlebih dahulu nilai awal $s^0 = 1,4826\left(1+5/(n-p)\right)\sqrt{\underset{i}{median}\ e_i^2}$.

Faktor $1,4826 = \frac{1}{\Phi^{-1}(0,75)}$ diusulkan karena $\frac{median_i\ |z_i|}{\Phi^{-1}(0,75)}$ merupakan penaksir konsisten untuk σ jika z_i berdistribusi $N\left(0,\sigma^2\right)$. Selanjutnya nilai awal s^0 digunakan untuk menentukan pembobot w_i untuk setiap pengamatan, yaitu $w_i = \begin{cases} 1 & \text{jika } \left|r_i/s^0\right| \le 2,5 \\ 0 & \text{jika } \left|r_i/s^0\right| > 2,5 \end{cases}$. Berdasarkan pembobot w_i, nilai akhir taksiran σ dihitung berdasarkan $\hat{\sigma} = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{n} w_i\ e_i^2\right) \Big/ \left(\sum_{i=1}^{n} w_i - p\right)}$ dan matriks varians – kovarians untuk $\hat{\beta}$ diperoleh dengan menggunakan metode kuadrat terkecil terboboti, yakni:

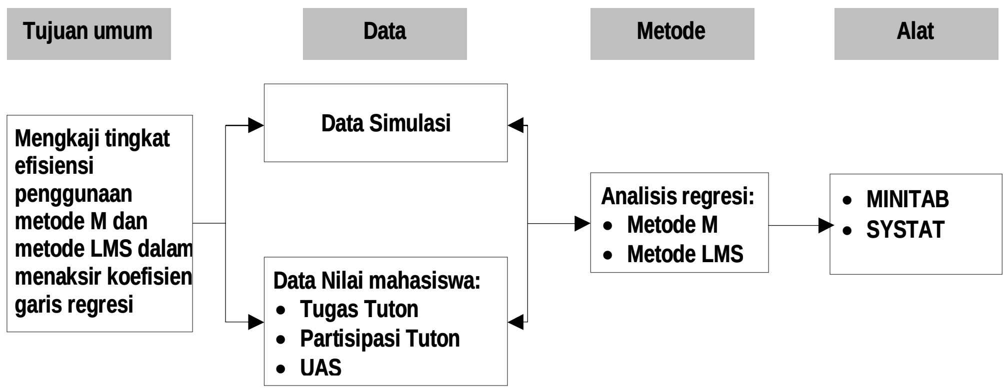
$s\left(\hat{\beta}\right) = \hat{\sigma}\left(X^T W X\right)^{-1}$

Efisiensi

Efisiensi dari dua penaksir adalah rasio dari ukuran sampel yang diperlukan untuk mendapatkan keakuratan yang sama. Jika $\hat{\beta}$ dan $\hat{\beta}^*$ masing-masing adalah penaksir tak bias untuk parameter β, maka efisiensi relatif $\hat{\beta}$ terhadap $\hat{\beta}^*$ adalah $eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right) = \frac{\text{var}\left(\hat{\beta}^*\right)}{\text{var}\left(\hat{\beta}\right)}$. Penaksir $\hat{\beta}^*$ dikatakan lebih efisien dibanding $\hat{\beta}$ jika $\text{var}\left(\hat{\beta}^*\right) < \text{var}\left(\hat{\beta}\right)$ atau $\frac{\text{var}\left(\hat{\beta}^*\right)}{\text{var}\left(\hat{\beta}\right)} < 1$ (Wackerly, Mendenhall & Scheaffer, 2008).

METODE PENELITIAN

Tujuan, data, metode, dan alat yang digunakan dalam penelitian disajikan dalam Gambar 3



Gambar 3. Tujuan, Data, Metode, dan Alat Penelitian

Guna memudahkan pemahaman tentang kajian metode yang ada, digunakan dua macam data, yaitu data simulasi berupa data bangkitan yang diperoleh dengan bantuan program MINITAB versi 13.1, serta data sekunder berupa nilai nilai Tugas Tutorial Online (Tuton), Nilai Partisipasi Tuton, dan nilai UAS mata kuliah MMPI5103 Statistika masa ujian 2008.1. Adapun langkah-langkah yang akan dilakukan dalam penelitian ini adalah:

1. membangkitkan sebanyak 40 pasang data sebagai peubah bebas (X_1, X_2) dan data galat (ε) dengan $\varepsilon \sim NIID(0,\sigma^2)$
2. menentukan peubah tak bebas (Y) melalui asumsi nilai $(\beta_0,\beta_1,\beta_2)$ tertentu Untuk model $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$
3. mendapatkan pengamatan pencilan (*outlier*) dengan mengganti sejumlah tertentu pengamatan Y dengan nilai ekstrim sedemikian sehingga diperoleh pengamatan pencilan yang berpengaruh
4. mencari penaksir M untuk koefisien garis regresi $(\hat{\beta})$ untuk data simulasi dengan atau tanpa pencilan
5. mencari penaksir LMS untuk koefisien garis regresi $(\hat{\beta}^*)$ untuk data simulasi dengan atau tanpa pencilan
6. menghitung $eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right) = \dfrac{\mathrm{var}\left(\hat{\beta}^*\right)}{\mathrm{var}\left(\hat{\beta}\right)}$ untuk data simulasi dengan atau tanpa pencilan
7. menentukan metode yang lebih efisien antara metode M dan LMS dalam menaksir koefisien garis regresi untuk data simulasi.
8. mendapatkan data nilai mahasiswa berupa Nilai UAS sebagai peubah tak bebas (Y), Nilai Tugas (X_1) dan Nilai Partisipasi Tuton (X_2) sebagai peubah tak bebas
9. mencari penaksir M untuk koefisien garis regresi $(\hat{\beta})$ untuk data nilai mahasiswa
10. mencari penaksir LMS untuk koefisien garis regresi $(\hat{\beta}^*)$ untuk data nilai mahasiswa

11. menghitung $eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right) = \dfrac{\text{var}\left(\hat{\beta}^*\right)}{\text{var}\left(\hat{\beta}\right)}$ untuk data nilai mahasiswa
12. menentukan metode yang lebih efisien antara metode M dan LMS dalam menaksir koefisien garis regresi untuk data nilai mahasiswa.

HASIL DAN PEMBAHASAN

Sebanyak empat puluh galat berdistribusi Normal dengan mean 0 dan variansi 1 dan variabel (X_1, X_2) dibangkitkan secara random dengan paket program MINITAB. Dengan mengasumsikan $\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 1$ yakni $Y = 1 + X_1 + X_2 + \varepsilon$, simulasi memberikan empat puluh pasang data (Y, X_1, X_2) yang dapat dilihat pada Lampiran. Pada Tabel 1 dapat dilihat bahwa pada data yang tidak mengandung *outlier*, penaksir M masih cukup efisien dibanding penaksir LMS, hal ini dapat dilihat dari besarnya nilai $eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right) > 1$ yakni $eff\left(\hat{\beta}_0^*/\hat{\beta}_0\right) = 1{,}16$, $eff\left(\hat{\beta}_1^*/\hat{\beta}_1\right) = 5{,}74$ dan $eff\left(\hat{\beta}_2^*/\hat{\beta}_2\right) = 1{,}67$. Nilai-nilai tersebut mempunyai arti bahwa untuk mendapatkan variansi yang sama tentang penaksiran parameter β_0, metode LMS memerlukan 116% data dibanding metode M, begitu juga tentang penaksiran parameter β_1, metode LMS memerlukan data sebesar 574% dibanding metode M, serta memerlukan 167% untuk parameter β_2.

Tabel 1. Nilai Efisiensi untuk Data Tanpa *Outlier*

Parameter	$\hat{\beta}$		$s(\hat{\beta})$		$eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right)$
	M	LM	M	LMS	
β_0	0,52635	1,107	0,505164	0,5445	1,16
β_1	0,97224	0,969	0,051711	0,1239	5,74
β_2	1,12871	0,969	0,072118	0,09311	1,67

Pada Tabel 2 dapat dilihat bahwa untuk data yang mengandung 5% *outlier*, penaksir LMS cukup efisien dibanding penaksir M, hal ini dapat dilihat dari nilai $eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right) < 1$ yakni masing-masing $eff\left(\hat{\beta}_0^*/\hat{\beta}_0\right) = 0{,}29$, $eff\left(\hat{\beta}_1^*/\hat{\beta}_1\right) = 0{,}42$ dan $eff\left(\hat{\beta}_2^*/\hat{\beta}_2\right) = 0{,}37$. Nilai-nilai tersebut mempunyai arti bahwa untuk mendapatkan variansi yang sama tentang penaksiran parameter β_0, metode LMS hanya memerlukan 29% data dibanding metode M, begitu juga tentang penaksiran parameter β_1, metode LMS memerlukan data sebesar 42% dibanding metode M, dan memerlukan 37% untuk parameter β_2.

Tabel 2. Nilai Efisiensi untuk Data dengan 5% *Outlier*

Parameter	$\hat{\beta}$		$s(\hat{\beta})$		$eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right)$
	M	LM	M	LMS	
β_0	1,25197	0,994	0,619341	0,3315	0,29
β_1	0,90546	0,925	0,071201	0,04622	0,42
β_2	1,09371	1,017	0,078644	0,04798	0,37

Pada Tabel 3 dapat dilihat bahwa untuk data yang mengandung 10% *outlier*, penaksir LMS sangat efisien dibanding penaksir M, hal ini dapat dilihat dari nilai $eff\left(\hat{\beta}^{*}/\hat{\beta}\right)$ yang sangat kecil, masing-masing adalah $eff\left(\hat{\beta}_0^{*}/\hat{\beta}_0\right)=0{,}06$, $eff\left(\hat{\beta}_1^{*}/\hat{\beta}_1\right)=0{,}11$ dan $eff\left(\hat{\beta}_2^{*}/\hat{\beta}_2\right)=0{,}10$. Nilai-nilai tersebut mempunyai arti bahwa untuk mendapatkan keakuratan yang sama tentang penaksiran parameter β_0, metode LMS hanya memerlukan 6% dari data yang digunakan metode M, begitu juga tentang penaksiran parameter β_1, metode LMS memerlukan sebesar 11% data yang digunakan oleh metode M, dan memerlukan 10% data untuk parameter β_2.

Tabel 3. Nilai Efisiensi untuk Data dengan 10% *Outlier*

Parameter	$\hat{\beta}$		$s(\hat{\beta})$		$eff\left(\hat{\beta}^{*}/\hat{\beta}\right)$
	M	LM	M	LMS	
β_0	2,70026	2,137	1,32924	0,33500	0,06
β_1	0,86231	0,866	0,13346	0,04386	0,11
β_2	0,95571	0,885	0,14525	0,04637	0,10

Hasil Terapan

Data nilai mahasiswa berupa nilai Tugas Tutorial Online (Tuton), nilai Partisipasi Tuton, dan nilai UAS mata kuliah MMPI5103 Statistika masa ujian 2008.1 dapat dilihat pada Tabel 4. Jika nilai $|DFFITS|_i$ dibandingkan dengan nilai $2\sqrt{(p/n)}=0{,}755929$ maka dapat dilihat bahwa terdapat tiga pengamatan yang mempunyai $|DFFITS|_i>0{,}755929$ yaitu pengamatan nomor 10, 14, dan 16. Hal ini menunjukkan bahwa data tersebut mengandung tiga *outlier* yakni pengamatan yang berpengaruh dalam menentukan persamaan regresi.

Tabel 4. Data Nilai Mahasiswa

Observasi	UAS	Tugas	Partisipasi	DFFITS
1	32,00	76,67	70,00	0,18499
2	35,00	70,00	40,00	0,23967
3	29,50	72,33	60,00	0,07107
4	16,00	78,33	100,00	-0,41224
5	17,50	74,00	10,00	-0,51410
6	39,00	70,67	10,00	0,55349
7	29,50	76,00	80,00	0,10852
8	30,50	61,67	10,00	0,18322
9	24,00	76,00	60,00	-0,04745
10	9,50	74,33	100,00	-0,84783
11	18,50	77,33	80,00	-0,22594
12	15,50	75,67	80,00	-0,30089
13	16,50	72,33	50,00	-0,23521
14	15,50	64,00	30,00	-1,11444
15	31,00	73,33	30,00	0,15085
16	47,00	73,33	100,00	1,25795
17	41,50	76,00	80,00	0,48822
18	26,50	76,33	100,00	0,03619
19	26,50	73,00	30,00	0,00168
20	20,50	76,00	20,00	-0,31720
21	31,00	75,67	40,00	0,18418

Pada Tabel 5 dapat dilihat bahwa untuk data nilai mahasiswa, penaksir LMS kurang efisien dibanding penaksir M untuk parameter β_0 dan β_1. Hal ini dapat dilihat dari nilai $eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right) > 1$, yakni $eff\left(\hat{\beta}_0^*/\hat{\beta}_0\right) = 1{,}67$ dan $eff\left(\hat{\beta}_1^*/\hat{\beta}_1\right) = 1{,}49$. Untuk parameter β_2, penaksir LMS lebih efisien dibanding penaksir M karena $eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right) < 1$ yakni $eff\left(\hat{\beta}_2^*/\hat{\beta}_2\right) = 0{,}34$. Nilai-nilai tersebut mempunyai arti bahwa untuk mendapatkan keakuratan yang sama tentang penaksiran parameter β_0, metode LMS memerlukan 167% dari data yang digunakan metode M; begitu juga tentang penaksiran parameter β_1, metode LMS memerlukan sebesar 149% data dibandingkan metode M. Untuk penaksiran parameter β_2 metode LMS hanya memerlukan 34% data dibandingkan metode M. Meskipun data nilai mahasiswa mengandung *outlier* namun hasil analisis menunjukkan bahwa penduga LMS relatif kurang efisien dibanding penduga M, hal ini mungkin disebabkan model linear kurang sesuai untuk data yang ada.

Tabel 5. Nilai Efisiensi untuk Data Nilai Mahasiswa

Parameter	$\hat{\beta}$		$s(\hat{\beta})$		$eff\left(\hat{\beta}^*/\hat{\beta}\right)$
	M	LM	M	LMS	
Konstan (β_0)	44,971	253,674	59,8273	77,32	1,67
Tugas (β_1)	-0,2376	-3,150	0,8759	1,070	1,49
Partisipasi (β_2)	-0,0250	0,135	0,1402	0,082	0,34

KESIMPULAN

Secara umum dapat disimpulkan bahwa metode LMS memberikan penaksir koefisien garis regresi yang tidak jauh berbeda dengan metode M. Dalam hal data tidak mengandung *outlier*, metode LMS kurang efisien dibanding metode M dalam menaksir koefisien garis regresi; namun metode LMS sangat efisien dibanding metode M dalam menaksir koefisien garis regresi jika data mengandung *outlier*. Secara khusus, jika model tidak sesuai dengan data meskipun data mengandung *outlier* maka metode LMS menjadi tidak efisien dibanding metode M dalam menaksir koefisien garis regresi.

REFERENSI

Draper, N.R. & Smith, H. (1981). *Applied regression analysis* (2nd ed). New York: Wiley.

Myers, R.H. (1990). *Classical and modern regression with applications* (2nd ed). Boston: PWS- Kent.

Rousseeuw, P.J. & Leroy,A.M. (2003). *Robust regression and outlier detection*. New York: Wiley.

Staudte, R.G. & Sheather, S.J. (1990). *Robust estimation and testing*. New York: Wiley.

Sugiarti, H. (2008). Resistensi dan efisiensi fungsi pembobot Huber pada metode regresi robust. *Makalah* pada Konferensi Nasional Matematika XIV tanggal 24-27 Juli 2008 di Universitas Sriwijaya, Palembang.

Wackerly,D.D., Mendenhall,W. & Scheaffer,R.L. (2008). *Mathematical statistics with applications* (7th ed). Duxbury: Thomson.

LAMPIRAN

Observasi	Y	X1	X2	Observasi	Y	X1	X2
1	0.593	2	0	21	5.034	0	4
2	2.889	3	1	22	10.136	5	4
3	2.946	3	1	23	9.16	3	5
4	5.529	6	0	24	11.2	7	3
5	3.642	2	2	25	11.255	10	0
6	12.902	9	4	26	20.314	9	10
7	8.956	7	2	27	5.366	0	4
8	6.068	0	6	28	5.367	2	2
9	14.138	6	8	29	8.422	2	5
10	17.195	7	10	30	16.5	8	7
11	13.27	9	4	31	1.533	0	0
12	7.356	3	4	32	11.609	1	9
13	6.387	5	1	33	14.903	5	8
14	10.528	10	0	34	11.982	5	5
15	10.626	8	2	35	13.124	4	7
16	9.632	4	5	36	5.33	2	1
17	10.714	0	10	37	5.397	2	1
18	4.754	2	2	38	21.62	10	9
19	15.866	10	5	39	13.995	2	9
20	10.011	7	2	40	11.124	2	6