

Elektronik Tablo Ortamında İlköğretim Öğrencilerinin Örüntüleri Araştırma Süreçleri*

Emel ÖZDEMİR ERDOĞAN¹
Anadolu Üniversitesi

Pelin TURAN²
Anadolu Üniversitesi

Öz

Örüntülerin genellenmesi süreci aritmetikten cebire geçişte önemlidir. Elektronik tablolar ise matematik eğitiminde etkili ve bu süreci destekleyen teknolojik araçlardır. Bu çalışmada elektronik tablo ortamında cebirsel düşünme çatısı çerçevesinde aritmetikten cebire geçiş yapan 6. sınıf (11-12 yaş) öğrencilerinin elektronik tablo ortamında örüntüleri araştırma ve genelleme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaçla lineer ve lineer olmayan iki örüntü sorusu ile ilgili öğrenci verileri analiz edilmektedir. Sonuç olarak öğrencilerin elektronik tablo ortamında enstrümanlı teknikler yardımıyla rekürsif ve belirgin stratejileri kullandıkları, elektronik tablonun öğrencilerin örüntü kuralının sözel ifadesinden cebirsel ifadesine geçişinde bir köprü rolü üstlendiği ve cebirsel düşünme kazanımlarını desteklediği görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Elektronik tablo, lineer ve lineer olmayan örüntü, örüntü genelleştirme stratejileri, 6. sınıf

Giriş

Örüntüler ve ilişkiler pek çok ülkede ilköğretim matematik öğretimi programında temel konulardan biri olarak yer almaktadır. NCTM (2000) tüm sınıf seviyeleri için ‘örüntüleri ve ilişkileri anlama’yı cebir standartlarından biri olarak kabul etmekte, 6-8. sınıf seviyesindeki öğrencilerin örüntüleri genellemesi gerektiğini belirtmektedir. Aynı şekilde 2005 yılında yapılan program değişikliği ile Türkiye’de de matematik öğretimi programında örüntü konusuna geniş yer verilmekte, öğrencilerin sayı örüntülerini modelleyerek örüntüdeki kuralı genellemesi ve harfle ifade etmesi, temel beceri olarak ele alınmaktadır (MEB, 2009).

Yapılan araştırma sonuçlarında örüntü konusunun öğrencilerde matematiksel ilişki kurmada özellikle de fonksiyonel ilişkiyi oluşturmada, cebire girişte ve problem çözme stratejileri geliştirmede yardımcı olduğu (Hargreaves ve diğ., 1998; Mor ve diğ., 2006), sayı örüntülerindeki aritmetik fikirlerin genellenmesinin cebirsel ilişkilerin kurulmasını kolaylaştıracağı belirtilmektedir (Tall, 1992). Ayrıca ‘örüntüleri ve ilişkileri gözlemlenme, formülleştirme, araştırma ve görselleştirme’ cebirsel düşünmenin gelişiminde önemli görülen matematiksel etkinliklerden biri olarak kabul edilmektedir (Dekker and Dolk, 2011). Böylece cebir örüntülerin, niceliklerin arasındaki ilişkinin dolayısıyla da genellenen dili olarak görülmektedir (Usiskin, 1995;1999). Örüntüleri incelemede genellemeye ulaşma gerekli bir adımdır (Jones, 1993: 27). Zazkis ve Liljedahl (2002) örüntüleri matematiğin kalbi ve ruhu olarak belirtirken, Mason (1996) genellemeyi matematiğin can damarı olarak adlandırmakta ve genelleme yapmanın cebirin temellerinden biri olduğunu ifade etmektedir. Örüntüleri tanımlama ve genelleme matematiksel düşünmede önemli ve cebirsel düşünme için yararlı bir yoldur (Mor ve diğ., 2006). Eğer cebir genellemeleri ifade etmede bir araç ise, başlangıç olarak örüntüleri keşfetme cebirsel düşünmenin temelini oluşturur (Vale ve Cabrita, 2011).

* Bir bölümü X. Ulusal Fen ve Matematik Eğitimi Kongresi’nde sunulan bu çalışmanın verileri 1201E009 nolu Anadolu Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projesi kapsamında desteklenen yüksek lisans tez projesinden elde edilmiştir.

¹ Yrd. Doç. Dr., Emel Özdemir Erdoğan, Anadolu Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Matematik Eğitimi, eoerdogan@anadolu.edu.tr

² Uzman, Pelin Turan, MEB, Matematik Öğretmeni, pelinturan09@gmail.com

Örüntüler ile ilgili yapılan hem ulusal hem de uluslararası birçok araştırma örüntülerin genellenmesi üzerinedir (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Baş ve diğ., 2011; Bishop, 2000; Hargreaves ve diğ., 1999; Lannin, 2003; Sasman ve diğ., 1999; Stacey, 1989; Tanışlı ve Yavuzsoy Köse, 2011; Yeşildere ve Akkoç, 2011). Bu çalışmalarda farklı öğrenci seviyelerinde sayı örüntüleri, şekil örüntüleri, lineer örüntü ve lineer olmayan örüntü soruları verilerek kâğıt kalem ortamında örüntülerin genellenmesinde öğrencilerin kullandıkları stratejiler ortaya çıkarılmıştır. Örneğin; Hargreaves ve diğ. (1999) 1-5. sınıf öğrencileriyle lineer sayı örüntülerini ele alırken lineer şekil örüntüsü üzerinde araştırma yapan Baş ve diğ. (2011) 9. sınıf, Tanışlı ve Köse (2011) sınıf öğretmeni adaylarıyla çalışmışlardır. Lineer ve lineer olmayan örüntüleri ise Akkan ve Çakıroğlu (2012) ve Sasman ve diğ. (1999) 6-8. sınıf öğrencileriyle, Yeşildere ve Akkoç (2011) matematik öğretmen adaylarıyla incelemişlerdir. Araştırmacılar stratejiler için farklı adlandırmalar kullansalar da açıklamalarında aynı stratejilerden bahsettikleri görülmektedir. Bu stratejileri modelleme, farkın çarpımı, bütünü genişletme, tahmin ve kontrol, içeriksel, belirgin ve rekürsif olarak sayabiliriz (Bishop 2000; Hargreaves ve diğ., 1999; Lannin, 2003, 2005; Stacey, 1989). Araştırmaların bulguları incelendiğinde öğrencilerin diğerlerine göre daha çok tercih ettikleri stratejiler ise şunlardır:

- Rekürsif: Bağımsız değişkenler arasında bir ilişki bulma.
- Belirgin: Bağımlı ve bağımsız değişken arasında bir ilişki bulma.
- Bütünü Genişletme: Daha büyük bir adım sayısını bulmak için diğer adım sayısını genişletmek.
- Farkın Çarpımı: Adım sayılarını örüntüdeki ortak fark ile çarpma.

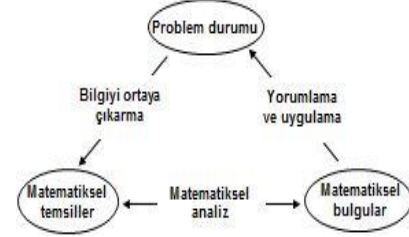
Cebirsel düşünme için önemli görülen örüntülerin genellenmesi sürecinin diğer bir deyişle aritmetikten cebire geçiş aşamasının ise bazı öğrenciler için kolayca gerçekleşmediği saptanmıştır (Sasman ve diğ., 1999). Bu durumda öğretmenlerin farklı örüntü genelleştirme stratejilerine önem vermesi, soyut stratejileri kullanmada öğrencileri cesaretlendirmesi, özellikle de terim ile terim yeri arasındaki ilişkiyi ifade eden belirgin stratejinin mantığını kavramsal anlamda öğrencilere kavratılmasının önemi vurgulanmaktadır (Akkan ve Çakıroğlu, 2012; Cai ve Moyer, 2008).

Cebir alanında yapılan çalışmalarda da gerek cebir öğretiminde olsun gerekse aritmetikten cebire geçiş aşamasında olsun öğrenme ortamlarının teknoloji kullanımı ile desteklenebileceği belirtilmektedir (Abramovich ve Nabors, 1997; Heid ve Blume, 2008; Tabach ve diğ., 2008). Bu teknolojik araçlardan biri de doğrudan eğitim amaçlı üretilmeyen ama matematik eğitiminde de yaygın olarak ilköğretim sınıflarından itibaren kullanılabilen elektronik tablolardır.

Elektronik tablonun cebir öğretimine yönelik potansiyeli pek çok araştırmacı tarafından incelenmiştir (Ainley ve diğ., 2005). Elektronik tablo ile çalışmak öğrencilere cebirsel olmayan yaklaşımdan cebirsel olana ilerlemesinde yardımcı olan yollardan biridir (Jones, 2005). Kâğıt kalem ile karşılaştırıldığında elektronik tablo ortamında öğrenciler sembolik dili kullanarak matematiksel ilişkileri genel olarak ifade etmeyi daha kolay öğrenebilmektedirler (Tabach, 2011). Dolayısıyla elektronik tablolar aritmetikten cebire geçiş sürecini desteklemektedir (Bills ve diğ., 2005; Dettori ve diğ., 2001; Rojano, 1996). Wilson ve diğ. (2004) elektronik tablo ortamının kâğıt kalem etkinliklerini destekleyerek öğrencilerin genellemelerini güçlendirmekte önemli rol oynadığını belirtmektedir. Rojano (1996) da elektronik tablonun özelden genele düşünme becerisini desteklediğini ve böylece araştırmada yer alan öğrencilerin cebirsel ilerleme sürecine sahip olduklarını savunmaktadır. Diğer bir deyişle elektronik tablo ortamının dili örüntülerin incelenmesinden genellenmesine geçiş sürecinde önemli bir arabulucu olarak ortaya çıkmaktadır (Abramovich ve Nabors, 1997).

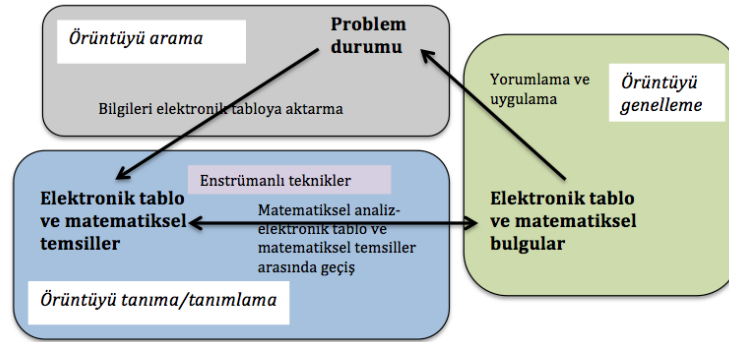
Elektronik Tablo Ortamında Cebirsel Düşünmenin Çatısı

Herbert ve Brown'a (1997) göre cebirsel düşünme bir problem durumundan bilgilerin ortaya çıkarılması, bu bilgilerin matematiksel olarak temsil edilmesi (diagram, tablo, grafik, denklem vs.) ve aynı ya da incelenen durumla ilişkili yeni bir problem durumu için elde edilen sonuçların yorumlanarak uygulanması daha sonra da matematiksel sembol ve araçların farklı problem durumlarının analizinde kullanılmasıdır. Örüntülerle ilgili problem durumlarının incelenmesi de Şekil 1'de gösterilen bu cebirsel düşünme çatısının özel bileşenleri olarak yorumlanmaktadır. Örüntülerle ilgili problemlerin araştırma süreci üç aşamadan oluşmaktadır: (1) örüntüyü arama, (2) örüntüyü tanıma/tanımlama ve (3) genelleme. Örüntüyü arama, verilen problem durumundan örüntü ile ilgili ipuçlarının araştırılmasıyla örüntüyü tanıma/tanımlama ise matematiksel bir analizdir. Bu aşamada çoklu temsiller (matematiksel kelimeler, diyagram, tablo, grafik ve denklemler) öğrencinin örüntüyü bulmasına yardımcı olabilir. Örüntüyü genelleme ise ilk iki aşamada elde edilen bilgilerin örüntünün uzak adım ve n. adımı için yorumlanması ve uygulanmasıdır. Öğrencinin terim değerlerini test etmesi, fonksiyonel ilişkileri tanımlaması ve problem durumuna uygun formülü oluşturarak yeni durumlara yorumlanması ve uygulaması genelleme sürecinde yapılabilir. Böylece öğrenci örüntüyü genelleme ile cebirsel düşünmenin gücünü anlayabilecektir (Herbert ve Brown, 1997).



Şekil 1. Cebirsel Düşünmenin Çatısı
(Herbert & Brown, 1997, p.124)

Öğrenme ortamına teknolojinin entegre edilmesi ile ortamın yapısının değişim göstereceği bu nedenle didaktiksel, pedagojik ve epistemik yaklaşımların yeniden gözden geçirilerek yeni bir yaklaşım izlenmesi gerektiği yapılan araştırmalar tarafından ortaya konmuştur (Artigue, 2002; Lagrange, 2000). Lagrange (2000) teknolojik ortamda problem araştırma ve çözme tekniklerinin yapısının değişeceğinden bahsetmekte ve bu araçların kullanımı ile elde edilen çözüm teknikleri için enstrümanlı teknik (*instrumented technic*) kavramını tanımlamaktadır. Matematik öğretiminde enstrümanlı tekniklerin öğrencilerin kavramsal öğrenimleri için önemli olduğunu vurgulamaktadır.



Şekil 2. Elektronik Tablo Ortamında Cebirsel Düşünme Çatısı

Elektronik tablo ortamında cebirsel problem durumlarının incelenmesi sırasında enstrümanlı teknikleri de göz önünde bulundurarak Herbert ve Brown'ın oluşturduğu cebirsel düşünme çatısını şu şekilde yorumlayabiliriz (Şekil 2): Örüntüyü arama sürecinde verilen problem durumu incelenerek bilgiler öncelikle elektronik tabloya aktarılacaktır. Örüntüyü tanıma/tanımlama sürecinde yapılacak matematiksel analiz de ise elektronik tablo ortamındaki temsiller ve matematiksel temsiller kullanılacaktır (tablo, hücre adresi, hücre adresine bağlı formüller, vs.). Bu süreç ayrıca öğrencilerin temsil biçimlerinden yararlanarak kullanacağı farklı stratejileri de içermektedir. Öğrencilerin başvuracağı farklı enstrümanlı teknikler hem örüntüyü arama hem de tanıma/tanımlama sürecinde ortaya çıkacaktır. Örüntüyü genelleme süreci ise elektronik tablo ortamında elde edilen bulguların

incelenmesi, elektronik tablo temsillerinden matematiksel temsillere geçiş yapılarak matematiksel bulgulara ulaşılmasıdır. Böylece örüntü kuralının n. adım için genellemesine ulaşılmaya çalışılacaktır.

Bu çalışma kapsamında elektronik tablo ortamında cebirsel düşünme çatısı çerçevesinde aritmetikten cebire geçiş yapan ilköğretim 6. sınıf öğrencilerinin elektronik tablo ortamında örüntüleri araştırma ve genelleme süreçlerinin incelenmesi amaçlanmaktadır.

Yöntem

Bu çalışmada kullanılan veriler bir yüksek lisans tez projesi kapsamında bir öğretim deneyi şeklinde tasarlanmış uzun süreli bir araştırmadan elde edilmiştir (Turan, 2013). Öğretim deneyi, öncelikle öğrencilerin matematiksel etkinliklerini keşfetmek ve anlamak için tasarlanmış dinamik bir yöntemdir (Steffe andThompson, 2000). Çalışmada öğrencilere öncelikle elektronik tablonun genel bir tanıtımı yapılmış daha sonra öğrencilerin ikiyeşerli ya da bireysel çalıştıkları giriş etkinliklerini içeren uygulamalara yer verilmiştir. Daha sonra bu çalışmada incelenen örüntü araştırma sorularına geçiş yapılmıştır.

Katılımcılar

Çalışma Eskişehir il merkezindeki bir devlet ilköğretim okulunun 6.sınıfında bulunan 15 ilköğretim öğrencisi (11-12 yaş) ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler ilk defa elektronik tablo ile tanışmışlar ve matematik derslerinin bir kısmı bilgisayar laboratuvarında gerçekleştirilmiştir. Çalışmalar bilgisayar laboratuvarı imkânlarının sınırlılığı nedeniyle 11 öğrenci için bireysel olarak, 4 öğrenci için ikiyeşerli grup olarak yapılmıştır.

Veri Analizi

Uygulama boyunca öğrencilerin bilgisayar ekranları Camtasia Studio 7 yazılımıyla, uygulama sonlarında ise bilgisayar üzerindeki çalışma sayfaları kaydedilmiştir. Ayrıca genel olarak sınıf ortamını gösteren video çekimleri ile bir yaka mikrofonu yardımıyla öğretmenin sınıf ve öğrenci grupları ile yaptığı konuşmalar kaydedilmiştir. Camtasia Studio 7 yazılımı ile yapılan ekran kayıtları ile tüm etkinlik boyunca her bir öğrencinin elektronik tablo üzerinde örüntüyü araştırma aşamaları ve kullandıkları teknikler uygulama sonrasında kolaylıkla takip edilerek her bir öğrenciye ait aşamaların öncelikle bir dökümü yapılmıştır. Bu dökümler ses kaydı (başka bir öğrenci veya öğretmen ile kurduğu diyalog), çalışma yapıları ve genel sınıf videosundaki verilerle birlikte tekrar incelenerek, her bir öğrencinin yapılan çalışmalarla ilgili tüm bilgileri tamamlanmıştır. Nitel araştırma yöntemleri kullanılarak elde edilen her bir öğrencinin /öğrenci grubunun verilerinin içerik analizi yapılmıştır.

Enstrümanlar

a) Elektronik tablo: Bu çalışmada yaygın olarak kullanılan elektronik tablolardan Microsoft Excel programı kullanılmıştır. İlk defa 80'li yıllarda piyasaya sürülen elektronik tablolar, bir işyerinin hesabının tutulması için sütun ve satırlara bölünerek kullanılan büyük sayfaları (*çalışma sayfaları*) bilgisayar ortamına taşıyan interaktif bir yazılımdır. Elektronik tablo kullanımında bilinmesi gereken temel unsurlar şunlardır:

Hücre: En yaygın kullanımı ile elektronik tablolardaki sütunlar harfle, satırlar ise sayı ile ifade edilmektedir. Satır ile sütunların kesişimi ile oluşan kutucuklara hücre adı verilmektedir. Her bir hücre kendisini oluşturan sütun ve satırların isimlerinin birleştirilmesi ile adlandırılmakta, hücrenin adresi olarak ifade edilmektedir. Örneğin Şekil 3'de A1 hücresi A sütunu ile 1. satırın kesiştiği yerdedir. Aynı şekilde B sütunu ile 4. satırın kesiştiği hücrenin adı B4 olacaktır. Öğrencilerin ilk olarak hücre adreslerini belirleyebilme becerisine sahip olması gerekmektedir. Hücre adresleri elektronik tablodaki temel temsil olup, cebirdeki x değişken temsili gibi düşünülebilir.

	A	B
1	A1	
2		
3		
4		B4

Şekil 3. Hücre

	A	B	C
1	=278+976		
2	1254		
3			
4			

Şekil 4. Matematiksel işlem

	A	B	C
1	=B2+6		
2		10	
3			
4			4

Şekil 2. Hücre adresi ile işlem

	A	B	C
1	=A3+B3		
2			
3	17	8	
4			9

Şekil 6. Birden fazla hücre adresi ile işlem

Matematiksel İşlem Yapma ve Eşitlik İşaretini Kullanma: Bir hücrede matematiksel bir işlemin yapılabilmesi için hücreye yapılacak işlem eşitlik işareti konularak girilmelidir. Örneğin; =278+976 şeklinde hücreye yazılan işlem 'enter' tuşuna basıldığında hücredeki işlemin sonucu olan 1254 elde edilmekte, formül çubuğunda ise bu hücre seçili iken yapılan işlem belirtilmektedir (Şekil 4).

Formül yazma: Bir hücreye, başka bir hücrenin adresi örneğin A1 hücrelerinde =B2+6 (Şekil 5) veya birden fazla hücre adresleri kullanılarak örneğin =A3+B3 (Şekil 6) formülleri oluşturularak matematiksel işlem yapılabilir.

	A
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	

Şekil 7. Tek bir sayı sürükleme

	A	B
1		
2		
3		
4		
5		
6		
7		
8		

Şekil 8. İki sayıyı sürükleme

	A
1	=B1*4
2	=B2*4
3	=B3*4
4	=B4*4

Şekil 9. Formül sürükleme

Sürükleme: Elektronik tablonun temel kullanımlarından biri de kopyalama fonksiyonudur. Kopyalama işlemi seçili hücrenin (hücrelerin) ister satır ister sütun boyunca sürüklenmesi ile gerçekleştirilir. Hücre içindeki veriye bağlı olarak sürükleme ile farklı sonuçlar elde edilir. Örneğin hücrede bir sayı var ise o hücre seçilip sürüklendiğinde diğer hücrelere de aynı sayı kopyalanmaktadır (Şekil 7). Yan yana veya alt alta bulunan en az iki hücreye girilen değerler a ve b ise bu iki hücrenin seçilerek sürüklenmesiyle elektronik tablo b-a değerine göre diğer elemanları hesaplayarak bir dizi oluşturur (Şekil 8). Elektronik tablolarda ayrıca bilenen seriler de otomatik olarak (ay, gün, vs.) elde edilebilir. Bir hücreye girilen formül seçilip sürüklendiğinde ise diğer hücrelerde de matematiksel ilişki korunarak formül bu yeni hücrelere göre düzenlenerek kopyalanmaktadır. Örneğin Şekil 9'da A1 hücrelerine formül girildikten sonra hücre seçilip aşağı doğru sürüklendiğinde elde edilecek formüller tablo üzerinde gösterilmiştir.

b) Etkinlikler: Bu çalışmada dört haftalık bir öğretim deneyi olarak tasarlanan araştırmanın ikinci aşamasında yer alan iki etkinlik incelenmektedir. Bu etkinliklerin öncesinde öğretim deneyinin başında araştırmacılar tarafından öğrencilere genel olarak elektronik tablonun bir tanıtımı yapılmıştır. Daha sonra öğretim deneyinin aşamalarına geçilmiştir. Birinci ve ikinci hafta toplamda sekiz saat süren sekiz farklı etkinlik öğrencilere sunulmuştur. Bu etkinliklerden altı tanesi öğretim deneyinin ilk aşaması olan elektronik tablonun tanıtılmasına yönelik (ekran yüzündeki menülerin kullanımı, hücre adlandırma, dört işlem, hücre adreslerini kullanarak dört işlem, sürükleme tekniğini kullanma, çalışma sayfası oluşturma), iki tanesi de örüntüler ve ilişkiler konusundaki ikinci aşamasına yöneliktir (verilen sayı örüntülerinin elektronik tablo ortamında kuralını bulma, örüntünün adım sayısına göre kuralını bulma).

Öğretim deneyinin üçüncü haftasında 2 saat boyunca öğrencilerden iki örüntü sorusu üzerinde çalışmaları istenmiştir (Şekil 10). Bu iki etkinlikte öğrencilerin verilen örüntülerin elektronik tablo ortamında bilgilerini girerek çalışma sayfalarını oluşturmaları, örüntü kuralını bularak bunu elektronik tablo formülüne dönüştürmeleri ve son olarak da cebirsel olarak örüntünün genellemesini yaparak n. adım genel formülü vermeleri beklenmektedir. İlk soruda küplerle modellenen lineer bir sayı örüntüsü, ikinci soru da ise lineer olmayan bir şekil örüntüsü verilmiştir. Öğrencilerden öncelikle örüntünün yakın adımlarını daha sonra uzak adımlarını bulmaları istenmiş, son olarak da n. adım için yorumda bulunmaları beklenmiştir. İlk örüntünün n. adım için genel kuralı nx^2 , ikinci örüntünün ise nxn' dir.

<p>KÜPLER</p> <p>Aşağıda "2 4 6 8..." şeklinde giden örüntü küplerle modellenmiştir. Örüntüyü incele ve Excel'de elindeki bilgileri tabloya dönüştür.</p> <p>5. adım için kaç küp gereklidir? _____</p> <p>10. adım için kaç küp gereklidir? _____</p> <p>25. adım için kaç küp gereklidir? _____</p> <p>100. adım için kaç küp gereklidir? _____</p> <p>Bir formül bulduysan yaz. _____</p> <p>n. adım için kaç küp gereklidir? _____</p>	<p>KARELER</p> <p>Aşağıda verilen örüntüyü incele ve Excel'de elindeki bilgileri tabloya dönüştür.</p> <p>8. adım için kaç kare olacaktır? _____</p> <p>Bu adım için hangi formülü girmelisin? _____</p> <p>30. adım için kaç kare olacaktır? _____</p> <p>Bu adım için hangi formülü girmelisin? _____</p> <p>200. adım için kaç kare olacaktır? _____</p> <p>Bu adım için hangi formülü girmelisin? _____</p> <p>n. adım kaç kare olacaktır? _____</p>
---	---

Şekil 10. Örüntü soruları

Çalışma öncelikle kâğıt kalem ortamında verilen çalışma kâğıdı üzerinde verilen örüntünün öğrenciler tarafından incelenmesi ile başlamıştır. Öğrenciler verilen modelleri sayarak adımlar arasında bir ilişki bulmaya çalışmışlardır. Daha sonra sınıf içi tartışma ile örüntünün nasıl ilerlediği hakkında konuşulmuştur. Etkinliğe bu şekilde kâğıt kalem ortamında yapılan giriş sonrasında öğrencilerden elektronik tablo ortamına geçiş yapmaları ve örüntüye ait yakın adımları, uzak adımları ve örüntünün kuralını bulmak için elektronik tabloda çalışmalarını istenmiştir. Bu süreçte öğrenciler örüntüye ait bilgileri elektronik tabloya aktarmış ve elektronik tablonun özelliklerinden (sürükleme, formül girme) yararlanarak çalışmışlardır. Öğrencilerin çalışmaları incelenerek takıldıkları yerlerde öğretmen tarafından sınıfa sorular sorulmuş, örüntü kuralını bulma ve formül girmeye yönelik yapılan sınıf içi tartışmalarla çalışmalarına yön vermeleri sağlanmıştır. Etkinliğin son aşamasında ise elektronik tablo ortamında girdikleri formüllerden yararlanarak örüntü kuralını öğrenci çalışma yaprakları üzerinde cebirsel olarak ifade etmeleri istenmiş, öğrencilerin yazdıkları cebirsel ifadeler ve kullandıkları harf sembollerini hakkında sorular sorularak yorum yapmaları sağlanmıştır.

Bulgular

Her iki etkinlikte çalışma ortamları ve kullandıkları stratejilere göre öğrenci dağılımları aşağıdaki tablo da verilmiştir:

Tablo 1. Kullanılan Stratejiler

Kullanılan Stratejiler	Etkinlik 1			Etkinlik 2		
	ET	K	ET < -- > K	ET	K	ET < -- > K
<i>Rekürsif</i>	3	-	-	-	-	-
<i>Belirgin</i>	4	-	-	9	1	-
<i>Rekürsif + Belirgin</i>	4	-	4	-	1	3
<i>Strateji Kullanmayan</i>					1	
TOPLAM	11	0	4	9	3	3

ET: Elektronik tablo ortamı, KK: Kâğıt kalem ortamı

Tablo 1'de görüldüğü gibi öğrencilerin çoğunluğu elektronik tablo ortamında çalışmış ama bunun yanında hem elektronik tablo hem de kâğıt kalem ortamında çalışan öğrenciler olmuştur. Örüntüleri genelleme stratejisi olarak iki strateji öğrenciler tarafından kullanılmıştır: rekürsif strateji ve belirgin strateji. Etkinlik 1'de stratejiler arasında eşit bir dağılım söz konusu iken etkinlik 2'de belirgin strateji kullanılmıştır.

Etkinliklere göre öğrencilerin örüntü genelleme süreçleri aşağıda detaylı olarak analiz edilmektedir.

Etkinlik 1

Örüntüyü Arama: Öğrencilerin çalışması problem durumunun incelenmesi ile başlamıştır. Öğrencilerin hem verilen modellemeyi hem de verilen sayı örüntüsünü inceledikten sonra 5. adımı kolayca bulabildikleri gözlenmiştir. Yönergede öğrencilerden problem durumunu elektronik tablo ortamına aktarmaları istenmiştir. Öğrencilerin ise bu yönergeye uymadıkları hepsinin kâğıt kalem ortamında çalışmaya devam ettikleri görülmüştür. Burada öğretmen müdahale etmiş ve yönerge öğretmen tarafından tüm sınıfa yüksek sesle okunarak öğrenciler elektronik tablo üzerinde çalışma yapmaya yönlendirilmiştir.

Örüntüyü Tanıma/Tanımlama: Bu aşamada öğrenciler ilk olarak elektronik tablo ortamında örüntü ile ilgili çalışma kâğıdında verilen ve bir önceki aşamada elde ettikleri yakın adımlara ait verileri Şekil 11 ve 12’de görüldüğü gibi iki farklı şekilde tablo haline getirmişlerdir. Şekil 11’de verilen Ufuk’un çalışmasında olduğu gibi bazı öğrenciler sadece terim değerlerini girerek tek sütunluk bir tablo oluşturmuş, örüntüdeki adım sayısı için elektronik tablonun satır sayılarını dikkate almışlardır. Bazı öğrenciler ise Şekil 12’de grup olarak çalışan Rabia ve Nesrin’in çalışmalarında olduğu gibi örüntü adım sayısı ve terim değerlerinden oluşan iki sütunluk bir tablo oluşturarak verilerini elektronik tabloya aktarmışlardır.

	A	B
1	2	
2	4	
3	6	
4	8	
5	10	

Şekil 11. Ufuk'un çalışması

	A	B
1	1	2
2	2	4
3	3	6
4	4	8
5	5	10

Şekil 12. Rabia ve Nesrin'in çalışması

	A	B
1	1	=A1*2
2	2	=A2*2
3	3	=A3*2
4	4	=A4*2
5	5	=A5*2

Şekil 13. Belirgin strateji ile formül

Elektronik tablo ortamında tüm öğrencilerin örüntünün terimlerini girilen ilk adım değerlerini sürükleyerek kolayca elde ettikleri görülmüştür. Sürükleme tekniği ile tablolarını oluşturan bu öğrencilerden 8’i daha sonra elektronik tablo ortamında örüntüyü elde edebilecekleri formül arayışına girmişlerdir. Sürükleyerek elde ettikleri örüntü değerlerini formül ile elde ettikleri örüntülerle karşılaştırarak yazdıkları formülün doğru olup olmadığını kontrol amaçlı kullandıkları saptanmıştır.

Bu öğrencilerden 4’ü (Zuhal, Seyfullah, İlkey, Eray) örüntünün terimlerini hesaplamak için belirgin stratejiyi kullanmıştır. Öğrenciler adım sayılarına bağlı olan elektronik tablo formülünü oluşturarak ilgili hücreye girmiş ve formülü sürükleyerek kopyalama tekniği ile diğer terimleri elde etmişlerdir. Örneğin B1 hücresine =A1*2 formülü girilerek aşağıya doğru kopyalanmıştır (Şekil 13). Diğer 4 öğrenci (Fatmanur, Ufuk, Nur ve Gökçe) ise ilk olarak rekürsif stratejiye yönelmiş bir önceki terime 2 ekleyerek terim değerlerini elde edecekleri formülleri elektronik tablo ortamında oluşturmuşlardır. Örneğin Ufuk D1 hücresine 2 sayısını girdikten sonra D2 hücresine =D1+2 formülünü yazmıştır (Şekil 14). Diğer 3 öğrencide aynı formülü çalıştıkları sütuna göre oluşturmuşlardır. Bu aşamadan sonra öğrencilerin yapması gereken tek şey yazdıkları formülü aşağıya doğru sürükleyerek kopyalamaktır. Öğrencilerin çalışma yaprakları incelendiğinde 4 öğrencinin istenilen örüntüyü elde edemedikleri görülmüştür. Video kayıtları incelendiğinde ise bu öğrencilerin sürükleme işlemi doğru yapamadıkları saptanmıştır. Örneğin Ufuk’un D2 hücresindeki formülü sürüklemek yerine D1 ve D2’yi (sayı ve formül içeren iki hücre) beraber seçip sürüklediği belirlenmiştir (Şekil 15). Formülü sürükleme sonrasında ilk terimleri sürükleyerek elde ettikleri örüntü ile aynı örüntüyü elde edemediklerini gören öğrenciler oluşturdukları örüntü formülünün yanlış olduğuna karar verip yeni formül arayışına girmişler ve bu öğrencilerde belirgin stratejiye yönelmişlerdir. Şekil 13’deki gibi tablolarına formül girmiş ve sürükleme tekniğini kullanarak örüntüyü elde etmişlerdir. Öğrenciler Şekil 14’de verilen Ufuk gibi rekürsif strateji ile girdikleri formül doğru olduğu halde sayı ile birlikte sürükledikleri için sonuca ulaşamazken, belirgin strateji ile her iki hücrede de formül olmasından dolayı sürükleme tekniğinde problem yaşamamışlardır.

Şekil 14. Rekürsif strateji ile formül

Şekil 15. Sayı ve formülü beraber sürükleme

Şekil 13. Rabia ve Nesrin'in çalışması

Diğer öğrencilerden farklı olarak Fatmanur, Ufuk, Nur ve Gökçe formülleri oluşturdukları sütunlar üzerinde değil başka bir sütun üzerinde girmişlerdir. Daha sonra formülü sürükleyerek diğer sütunla aynı olup olmadığını ve böylece girdikleri formülün doğrulunu kontrol etmişlerdir. Burada öğrencilerin D sütununu ve B sütununu, karşılaştırarak kontrol etmek amaçlı oluşturdukları görülmüştür.

3 öğrencinin (Azat, Rabia ve Nesrin) ise sorulara sadece ilk terimleri sürükleyerek elde ettikleri örüntü ile yanıt verebildikleri, örüntüye ait formül arayışında ise başarılı olamadıkları görülmüştür. Öğrenciler A sütununda adım sayılarını, B sütununda gerekli küp sayılarını sürükleme tekniğini kullanarak oluşturmuşlardır. Rabia ve Nesrin C1 hücresine =A1*B1 formülünü girmiş ve C1 hücresini seçerek sürüklemişlerdir. Kuralı adım sayısının 2 katı olarak düşünen öğrenciler B1 hücresinde 2 sayısının bulunmasından dolayı bu şekilde formülü oluşturmuş fakat sürükleme tekniği ile yazdıkları formüldeki değişimden dolayı (C2'deki formül =A2*B2 olmaktadır) aynı örüntüyü elde edememişlerdir (Şekil 16). Öğrenciler bu örüntü için bu aşamadan sonra ilerleyememiştir.

Hem elektronik tablo ortamı hem de kâğıt kalem ortamında çalışan 4 öğrencinin (Melis, Alperen, Elifnur, Gürkan) hem rekürsif hem de belirgin stratejiyi kullandıkları görülmüştür. Öğrenciler ilk önce sürükleme tekniği ile elektronik tablo ortamında rekürsif stratejiyi kullanarak istenilen adım değerlerini bulmuşlardır. Daha sonra ise elektronik tabloya herhangi bir formül girmemiş ve kâğıt kalem ortamına geçmişlerdir. Bu öğrencilerden Melis ve Elifnur çalışma kâğıtlarında örüntünün kuralını elektronik tablo temsillerini kullanarak belirgin formülünü ifade etmişlerdir. Örneğin, Elifnur kendi tablosunda 5. adım için düşündüğü =e1x2 formülünü Melis ise aynı şekilde =A5x2 formülünü yazmıştır (Şekil 17 ve Şekil 18).

Şekil 17. Elifnur

Şekil 18. Melis

Şekil 19. Alperen

Şekil 20. Gürkan

Diğer iki öğrencinin (Alperen ve Gürkan) ise *cebirsal formül* yazdıkları görülmektedir. (Şekil 19 ve Şekil 20). Alperen örüntünün kuralını belirgin, Gürkan ise hem belirgin hem de rekürsif formül kullanarak ifade etmiştir.

Elektronik tablo ortamında gerçekleştirilen bu çalışmalar incelendiğinde problem durumunun matematiksel temsillere dönüştürülmesi ile matematiksel analize geçildiği bu süreçte, çalışılan ortama bağlı olarak matematiksel temsillerin yerini elektronik tablo temsillerine bıraktığı görülmektedir.

Örüntüyü Genelleme: Elektronik tablo ortamında yakın adımların hesaplanması sonrasında sürükleme tekniği ile uzak adımlar kolayca elde edilebilmektedir. Örneğin bu soruda verilen ilk verileri girdikten sonra sürükleme tekniğini kullanarak örüntüyü oluşturan 14 öğrencinin uzak adımlar için istenen küp sayılarını hemen verdikleri görülmüştür.

Öğrenciler yakın adım için elektronik tablo üzerinde formül girme aşamasında örüntünün genelleme hakkında fikirler üretmiş ve örüntü kuralına yönelik yorumlar yapmışlardır:

Öğretmen: 5. adım için kaç küp gereklidir?

Melis: 10

Öğretmen: 25. adım için kaç?

Alperen: Hocam zaten 2 katı.

Öğretmen: Neyin 2 katı?

Alperen: Adım sayısının 2 katı.

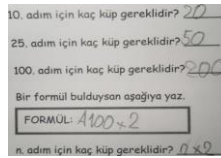
Gürkan: İki katı aynı zamanda 2 fazlası olarak gidiyor.

Yukarıdaki alıntıda görüldüğü gibi hem belirgin stratejiye (Alperen) hem de rekürsif stratejiye (Gürkan) dayalı örüntü kuralı öğrenciler tarafından ifade edilmektedir.

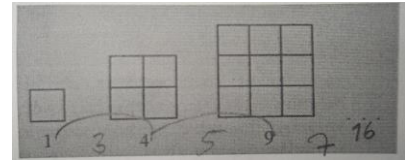
Örüntü araştırma sürecinde genelleme aşamasındaki son adım ise öğrencilerin elde ettikleri matematiksel bulguları yorumlaması ve uygulaması idi. Bu aşama için birinci etkinlikte, 100. adım için elektronik tablo temsiliyle elde edilen genellemenin, n. adım için ifade edilmesi istenmiştir. Öğrenciler bu örüntü sorusu ile ilk kez cebirde harf sembolünün kullanımı ile karşılaşmışlardır. 10 öğrencinin n. adım için örüntü kuralını ifade edebildiği ve elektronik tablo temsilden cebirsel temsile geçiş yapabildiği görülmüştür. Örneğin; Şekil 21’de Seyfullah’ın elektronik tablo ortamında oluşturduğu tablo (formül sürüklenme tekniği kullanılarak oluşturulmuş) ve Şekil 22’de kâğıt kalem ortamında çalışma kâğıdında n. adıma nasıl geçiş yapıldığı görülmektedir.

	A	B
97	97	=A97*2
98	98	=A98*2
99	99	=A99*2
100	100	=A100*2

Şekil 21. Seyfullah’ın elektronik tablo çalışması



Şekil 22. Seyfullah’ın çalışma kâğıdı



Şekil 23. Rekürsif ilişki arama

Bununla birlikte n.adım kavramına yönelik yanlış algılamalarda görülmüştür. Örneğin 3 öğrenci n.adımı elektronik tablodaki sütun isimlendirmesi ile eşleştirmiştir. Öğrenciler N sütununun 14. sütun olduğunu belirleyerek adım sayısı olarak bunu kabul etmiş ve n.adım değerini 28 olarak belirlemişlerdir. Bir öğrenci ise m’den sonra gelen harf yorumunu yapmıştır. Etkinliğin sonunda ise bu öğrencilerin n. adımı rahatlıkla yorumlayabildiği görülmüştür:

Öğretmen: n dediğin nedir?

Melis: Adım sayısı.

Öğretmen: n yerine hangi sayılar yazabiliriz?

Alperen: Sonsuz.

Öğretmen: Sonsuz derken?

Alperen: Yani bütün sayılar olabilir.

Melis: 3, 5, 7, 9, 11, 13.

Etkinlik 2:

Örüntüyü Arama: Öğrencilerden 14’ü çalışmaya verilen model üzerinde inceleme yaparak başlamıştır. Bazıları adım sayısı ile terim değeri arasındaki ilişkileri incelerken bazıları da terim değerleri arasındaki farka bakarak rekürsif bir ilişki aramıştır (Şekil 23). Örneğin aşağıda 5. adım için öğrencilerin yorumları verilmektedir:

İlkay: 3 artıyor, 5 artıyor, sonra 7, sonra 9 artacak. 25!

Ufuk: 1. adımda 1 ile 1 in çarpımı, 2. adımda 2 ile 2’nin çarpımı, 3. adımda 3 ile 3’ün çarpımı.

Bir öğrencinin ise (Seyfullah) örüntüyü kâğıt kalem ortamında inceleme ihtiyacı hissetmeden çalışma sayfasında verilen verileri elektronik tablo ortamına aktararak sürüklenme tekniği ile bir örüntü elde ettiği görülmüştür.

Örüntüyü Tanıma/Tanımlama: Öğrenciler ilk etkinlikte olduğu gibi tek sütun (Alperen, Melis, Nur ve Gökçe-grup) ve iki sütun olmak üzere iki farklı tablo oluşturarak verileri elektronik tablo ortamına aktarmışlardır. Bu etkinlikte diğer adımları 9 öğrenci sadece elektronik tablo ortamında, 1 öğrenci sadece kâğıt kalem ortamında, 4 öğrenci hem elektronik tablo hem de kâğıt kalem ortamında araştırırken 1 öğrencinin ise çalışmada ilerleyemediği gözlenmiştir.

6 öğrencinin örüntüyü oluşturmak için ilk başvurduğu strateji örüntünün ilk iki ya da daha fazla teriminin seçilip sürüklenme tekniği ile kopyalanması olmuştur. Bu strateji ilk etkinlikte olduğu gibi lineer örüntülerin bulunmasında işe yararken, bu etkinlikte ki gibi lineer olmayan örüntülerde sonuç vermemekte istenilenden farklı bir örüntü elde edilmektedir. Burada 5 öğrenci ilk iki terimin sürüklenmesi ile doğru olan kare sayılarının çıkmadığını fark etmişlerdir. Burada sayı sürüklenme tekniğini kullanamayacağını anlayan bu öğrenciler bir sütunda adım sayılarını oluşturduktan sonra formül yazımına yönelmişlerdir. Fakat 1 öğrenci (Seyfullah) elektronik tablonun ilk terimlerin sürüklenmesi ile verdiği sayı örüntüsünün beklenen örüntü olduğunu düşünerek elektronik tablonun verdiği örüntüye göre diğer soruları hızlıca cevaplamıştır (Şekil 24).

Öğretmen: 100. adımda kaç kare gelecek?

Seyfullah: 494

Öğretmen: 100. adımda mı?

Seyfullah: Evet.

Öğretmen: Niye 494?

Seyfullah:!/? Yanlış sürüklenme yapmışımdır...

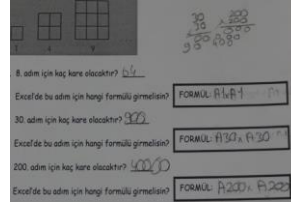
Öğretmen: Ne yazmışsın sen formüle?

Seyfullah: Formül daha yazmadım.

Zuhal: Direkt sürüklemiş ve yanlış yapmış.

	A	B	C
1	1	1	1
2	2	4	
3	3	9	
4	4	14	
5	5	19	
...
96	96	474	
97	97	479	
98	98	484	
99	99	489	
100	100	494	

Şekil 24. Seyfullah'ın elektronik tablodaki çalışması



Şekil 25. Alperen'in çalışma kâğıdı

Elektronik tablo formülünün oluşturulması aşamasında ilk önce örüntünün matematiksel analizini kâğıt kalem ortamında yapmaya çalışan öğrencilerden 5'i (Gürkan, Alperen, Eray, İlkay ve Seyfullah) rekürsif strateji kullanarak kare sayıları arasındaki farka yönelmişlerdir.

Öğretmen: 1, 4, 9 diye gitmiş. Sonra 16, nasıl bir kural var?

İlkay, Eray ve Gürkan: 3 artıyo, sonra 5 artıyo sonra 7 artıyo sonra 9 artıyo...

Seyfullah: Artı 3, artı 5, artı 7... Artı 2 olarak.

Alperen: Artışlar 2'şer 2'şer oluyo.

Buradan Gürkan'ın, Eray'ın ve İlkay'ın örüntü sayıları arasındaki farkı, Alperen'in ve Seyfullah'ın ise örüntü sayıları arasındaki farkın farkını değerlendirdikleri görülmektedir. Örüntü sayıları arasındaki farktan yola çıkarak 100. adımı verecek bir formülü oluşturamayan 5 öğrenci izledikleri rekürsif stratejiyi bırakarak belirgin stratejiye yönelmiştir. Bunlardan 1'i (Alperen) çalışmasına yine kâğıt kalem ortamında devam etmiş ve belirgin stratejiye yönelik sayısal işlemler yaparak çalışma kâğıdına kuralı "adım sayısı x adım sayısı" olarak yazmış daha sonra bunları silerek elektronik tabloda doğru olacağını düşündüğü formülü yazmıştır (Şekil 25). Diğer 4'ü ise (Gürkan, Eray, İlkay ve Seyfullah) kuralı elektronik tablo ortamında aramaya başlamıştır.

Bu aşamada öğrencilerin kâğıt kalem ortamında kelimelerle ifade ettikleri kuralı (adım sayısı x adım sayısı) elektronik tablo formülüne dönüştürme aşamasında bazı hatalar yaptıkları saptanmıştır (Nesrin, Rabia, Ufuk, Melis ve Seyfullah). Yapılan ortak hata Şekil 26'da gösterildiği gibi =A1*1, =A2*2 şeklinde girilen formüllerin seçilip sürüklenmesi olmuştur. Bu formüller ilk girilen hücredeki terim için doğru iken (örneğin A2*2'de A2 2.adıma karşılık geldiğinden ifade 2*2 olmaktadır), diğer terimler için hatalı sonuç vermektedir. Bu formüllerin kopyalanmasında A değerleri artarken A1, A2, A3 vs. yazılan *1 veya *2 sayıları ise diğer hücreler için sabit kalmaktadır.

(Şekil 27). Bu aşamada öğretmen formülün kopyalama sırasında oluşan değişime dikkat çekerek öğrencilere yönlendirmede bulunmuştur. Daha önce kâğıt kalem ortamında çalışan Gürkan, Eray, İlkey ve Seyfullah'ın da içinde bulunduğu 13 öğrenci belirgin stratejiyi kullanarak $=A1*A1$ formülünü girmiş sürüklenme tekniği ile de diğer hücrelere kopyalamış ve istenilen örüntüyü elde etmiştir(Şekil 28).

	A	B
1	1	=A1*A1
2	2	=A2*A2
3	3	
4	4	

Şekil 26. Elektronik tabloda formül çalışması

	A	B
1	1	=A1*A1
2	2	=A2*A2
3	3	=A3*A1
4	4	=A4*A2

Şekil 27. Formülün sürüklenmesi

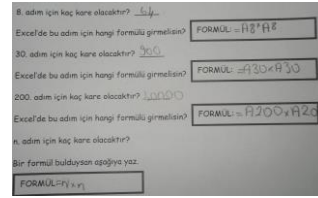
	A	B
1	1	=A1*A1
2	2	=A2*A2
3	3	=A3*A3
4	4	=A4*A4

Şekil 28. Belirgin strateji ile oluşturulan formülün sürüklenmesi

Örüntüyü Genelleme: 14 öğrenci yazdığı formülleri kontrol ederek ve elektronik tablodaki bu formüllerden geçiş yaparak n. adım için örüntünün kuralını ifade etmişlerdir. Örneğin; Şekil 29'da Zuhal'in elektronik tablo ortamında oluşturduğu tablo (formül sürüklenme tekniği kullanılarak oluşturulmuş) ve Şekil 30'da kâğıt kalem ortamında çalışma kâğıdında n. adıma nasıl geçiş yaptığı görülmektedir.

	A	B
97	197	=A197*A197
98	198	=A198*A198
99	199	=A199*A199
100	200	=A200*A200

Şekil 29. Zuhal'in elektronik tablo çalışması



Şekil 30. Zuhal'in çalışma kâğıdı

Elektronik tabloda girecekleri formülü ararken örüntünün yorumlanmasına dair öğrencilerden bazılarının ifadeleri şöyledir:

Fatmanur: 4. adımda 4 ile 4'ü çarptık. 5. adımda 5 ile çarpıyoruz. Adım sayısını kendisi ile çarpıyoruz.

İlkey: Adım sayısını adım sayısıyla çarpıyoruz.

Seyfullah: Adım sayısı kendi ile çarpılıyor.

Örüntüleri genelleme süreçleri boyunca öğrencilerin teknoloji kullanımına bağlı hatalar yaptıkları saptanmıştır. En sık rastlanan hatalar elektronik tablonun sürüklenme tekniği ile ilgili olmuştur. Öğrenciler sayı dizisini elde etmek amacıyla sadece sayı içeren bir hücreyi ya da formülü kopyalamak için hem formül hem de terim sayısının bulunduğu iki hücreyi seçerek sürüklenme yapmışlardır. Birinci durumda elektronik tabloda değişen bir sayı dizisi değil sürüklenen sayıdan oluşan sabit dizi (1,1,1, ...vb.) , ikinci durumda da hücrelerden bazılarının formül, bazılarının sayı içeren bir sonuç elde edilmiştir.

Tartışma ve Sonuç

Elektronik tablo ortamında cebirsel düşünmenin çatısına dayalı olarak iki etkinlik üzerinden öğrencilerin örüntüleri araştırma süreçlerinin incelendiği bu çalışma da, sürece ait örüntüyü arama, örüntüyü tanıma/tanımlama ve genelleme adımları bir öğrenci dışında uygulamaya katılan tüm öğrenciler tarafından gerçekleştirilmiştir.

Örüntüyü arama aşamasında problem durumundan bilgileri elektronik tabloya aktarırken öğrencilerin örüntü verilerine odaklandığı ve böylece tablolarını oluşturdukları görülmüştür. Hargreaves ve diğ. 'ın (1999) da belirttiği gibi verileri göz önünde bulundurarak örüntüleri incelemede ısrarcı olunması hem etkinliğe odaklanılması hem de bir sonraki adıma geçiş için önemlidir.

Örüntüyü tanıma/tanımlama aşamasında matematiksel analizle birlikte enstrümanlı tekniklerin ve elektronik tablo temsillerinin de araştırma sürecine dâhil edildiği görülmektedir. Lannin (2005) ve Lannin ve diğ. (2006)'in çalışmalarıyla benzer şekilde bu çalışmada da elektronik tablo ortamında belirgin ve rekürsif strateji öğrencilerin kullandıkları stratejiler olarak ortaya çıkmıştır. İlk bakışta sadece bu iki stratejinin öne çıkması bu ortamın örüntüleri araştırma açısından yetersiz gibi algılanmasına neden olabilir. Bu iki stratejinin önemi ve elektronik tablonun örüntünün elde edilmesi için formül yazımı ya da sürüklenme tekniğinin kullanımının gerekliliğine bağlı olarak bu stratejilerin öğrencilere kazandırılmasındaki potansiyeli göz önünde bulundurulduğunda ise sözkonusu ortamın gerekliliği daha iyi anlaşılmaktadır. Rekürsif ve belirgin stratejileri uygulayarak yapılan araştırma genellemeyi içeren problem durumlarının çözümüne ulaşılabilirliği sağlamaktadır (Lannin, 2005). Rekürsif strateji genellenebilir değildir fakat lineer örüntüdeki ortak farkı vurguladığı için önemlidir (Garcia-Cruz ve Martinon, 1998). Rekürsif strateji aynı zamanda belirgin bir stratejinin kazanımını da desteklemektedir. Eğer öğrenciler rekürsif strateji ile bulduğu sayılar arasında ilişki kurabilirse belirgin kuralın gelişimini sağlayabilmektedirler (Lannin, 2003, 2005; Lannin ve diğ., 2006). Belirgin stratejinin kullanımı ise sonraki formal cebirin gelişimi üzerinde etkili olacaktır (Stacey, 1989; Swafford ve Langrall, 2000). Özellikle terim ile terim yeri arasındaki ilişkiyi ifade eden belirgin stratejinin mantığının öğrencilere kavratılması önerilmektedir (Bishop, 2000). Her iki stratejide öğrencilerde fonksiyonel ilişkinin algılanarak fonksiyon kavramının kazandırılmasına yönelik ön hazırlıkların yapılmasına yardımcı olmaktadır.

Elektronik tablo ortamında lineer örüntülerin rekürsif strateji ile elde edilmesi uygun enstrümanlı tekniğin kullanılması ile oldukça kolaydır. Aynı durum belirgin strateji için geçerli olmayıp, öğrencilerin elektronik tablo formülünü yazabilmelerini gerektirmektedir. Bu çalışmada da Lannin (2003)'in çalışmasında elde edilen sonuçlara benzer sonuçlar elde edilmiştir. Örneğin öğrencilerin çoğunluğu ilk örüntü için kullandıkları sayı sürüklenme tekniği ile ilk örüntüyü kolaylıkla elde ederken aynı enstrümanlı tekniği ikinci örüntüde kullanamamışlar ve belirgin stratejiye yönelik formül oluşturmaya yönelmişlerdir.

Diğer taraftan enstrümanlı tekniklerin doğru kullanımı da bu aşamada önemlidir. Bazı öğrenciler ilk örüntüde rekürsif formülleri doğru olmasına rağmen sürüklenme tekniğini yanlış uygulamaları nedeniyle istenilen sonucu elde edememişler, bunu matematiksel analizlerinin ve oluşturdukları rekürsif formülün yanlış olduğuna bağlamışlardır. Bu öğrenciler aynı teknik hataya devam etmelerine rağmen belirgin stratejiye dayalı örüntü formülüyle doğru sonuca ulaşmaları onların bu düşüncesini desteklemiştir. Bu öğrenciler elektronik tablonun verdiği dönütlerden enstrümanlı tekniği yanlış uyguladıklarını fark edememişlerdir. Bu durum literatürde teknolojik araçların sınırlılıkları (*constraints of the artifact*) olarak tanımlanmaktadır (Balacheff, 1994; Guin ve Trouche, 1999).

Elektronik tablo ortamında genelleme aşamasını örüntünün tanımlama aşamasından sonra gelen ve tamamen ayrı bir adım olarak düşünmek yanlış olabilir. Stacey (1989) örüntülerde iki genellemeden bahsetmektedir: yakın genelleme (örneğin 20. adım) adım adım çizilerek veya sayılarak terimlerin elde edilmesi, uzak genelleme (örneğin 100. adım) ise adım adım yaklaşımının ötesine giden terimlerin elde edilmesidir. Uzak genellemede (100.adım, 1000. adım) öğrenciler genel kuralı oluşturmaları ve kullanmalarıdır. 100 ve 1000 burada genellenmiş sayı rolündedir. Elektronik tablo ortamında da örüntüyü tanıma/tanımlama aşamasında öğrenciler yakın genellemeyi yapabildikten sonra enstrümanlı teknikler yardımıyla uzak genellemeyi kolayca elde edebilmektedir. Yakın genelleme için öğrenciler elektronik tablo formülleri oluşturmaktadır ki bu aslında örüntünün genellenmesinden farklı bir durum değildir. Diğer bir deyişle elektronik tablo ortamında genelleme aşaması kâğıt kalem ortamından farklı olarak yakın adımların hesaplanması sırasında ortaya çıkmaktadır. Öğrencilerin yakın adımlar için oluşturmaya çalıştıkları formül onların diğer adımlar içinde aynı ifadenin korunduğunu gözlemlemeleri ile örüntü genellemesine dönüşmektedir. Bu çalışmada da daha cebire geçiş yapmayan öğrencilerin yakın adımlar için ifade ettikleri sözel kuralları

elektronik tablo temsilleri ile ifade ederek formüllemeye çalıştıkları ve büyük çoğunluğunun da bu formülleri oluşturabildikleri görülmüştür.

Bu sonuçlar Dettori ve diğ.(2001) ile Ploger ve diğ. (1997) sonuçlarını destekler niteliktedir. Dettori ve diğ.(2001) elektronik tablonun sadece cebirsel etkinlikleri yapmakla sınırlandırılmaması gerektiğini bunun yanında bu araç ile cebirsel dili kullanmanın ve açıklamalar yapmanın önemli olduğunu savunmaktadır. Ploger ve diğ.(1997) 5. sınıf öğrencileri ile gerçekleştirdikleri çalışmalarında öğrencilerin problem durumunu kâğıt kalem ortamından elektronik tabloya aktararak örüntüyü rahatlıkla keşfettiklerini ve elektronik tablonun örüntünün genellemesine ulaşmada güçlü bir araç olarak kullanıldığını ifade etmektedirler.

Öğrencilerden örüntü kuralını cebirsel olarak genellemesinin beklendiği ve n. adımın ifadesinin istendiği son aşamada cebirle ilk defa karşılaşan öğrencilerin ilk yanıtları literatürde (Kuchemann,1981 ve Kieran, 1992; akt. Akkan, 2009; Stacey ve MacGregor, 1997) elde edilen harflere sayısal değerler verilmesi sonuçlarıyla benzerlik göstermektedir. Çalışmanın ilerleyen kısımlarında ise öğrencilerin çoğunun bu düşüncesinin yerini "herhangi bir adımı temsil eden sayı" düşüncesinin aldığı ve elektronik tabloda yazdıkları formüllerden örüntünün kuralını cebirsel olarak ifade ettikleri görülmektedir. Bishop (2000) örüntü genellemeleri sürecinde öğretmenlerin cebirsel dilin kullanımını desteklemeleri gerektiğini belirtmektedir. Daha önce de ifade ettiğimiz gibi elektronik tablo temsilleri öğrencilerin doğal dili ile cebirin formal gösterimi arasında aracılık yapan bir dil olabilir (Rojano and Sutherland, 1993; Rojano and Sutherland, 1994; Tabach, 2011).

Bu çalışmada öğrencilerin elektronik tablo ortamında örüntü araştırma aşamalarını rahatlıkla gerçekleştirebildikleri, enstrümanlı teknikleri ve elektronik tablo temsillerini bu süreçte kullandıkları görülmektedir. Dolayısıyla elektronik tabloların aritmetikten cebire geçiş aşamasında özellikle örüntüler konusunda matematik derslerindeki kullanımı desteklenmelidir. Fonksiyonel ilişkinin algılanmasına yönelik belirgin ve rekürsif strateji kullanımı içeren elektronik tablo etkinliklerine önem verilmelidir. Ayrıca öğrencilerin elektronik tablo temsilleri aracılığı ile cebirsel dili kullanma becerilerini geliştirmeye yönelik çalışmalar yapılabilir. Diğer taraftan elektronik tablo ortamında örüntülerin araştırılması sadece örüntülerin genellemesini desteklemek amacı çerçevesinde düşünülmemelidir. Elektronik tablonun aritmetikten cebire geçiş aşamasında olduğu kadar öğrencilerin cebirsel düşünme becerilerinin geliştirilmesine yönelik genel bir potansiyele sahip olduğu göz önünde bulundurulmalıdır. Öğretmen ve öğretmen adaylarının formasyonunda elektronik tablo ortamında cebirsel düşünmeye yönelik çalışmalara yer verilmesi cebir öğretimine büyük katkı sağlayacaktır.

Kaynakça

- Abramovich, S. & Nabors, W. (1997). Spreadsheets as generators of new meanings in middle school algebra. *Computers in the Schools*, 13(1), 13 – 25.
- Ainley, J. (1996). Purposeful context for formal notation in a spreadsheet environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 15, 405-422.
- Ainley, J., Bills, L. & Wilson, K. (2005). Designing spreadsheet- based tasks for purposeful algebra. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 10(3), 191- 215.
- Akkan, Y. (2009). “İlköğretim öğrencilerinin aritmetikten cebire geçiş süreçlerinin incelenmesi.” Yayınlanmamış doktora tezi, KTÜ, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- Akkan, Y. ve Çakıroğlu, Ü. (2012). Doğrusal ve İkinci Dereceden Örüntüleri Genelleştirme Stratejileri: 6-8. Sınıf Öğrencilerinin Karşılaştırılması. *Eğitim ve Bilim*, 37(165), 104-120.
- Artigue, M. (2002). Learning mathematics in a cas environment: The genesis of a reflection about instrumentation and the dialectics between technical and conceptual work. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 7, 245–274
- Balacheff N. (1994). La transposition informatique: note sur un nouveau problème sur la didactique, in M. Artigue et al. (edts), *Vingt ans de didactique en France*, La Pensée Sauvage, Grenoble.
- Baş, S., Erbaş, A., K. ve Çetinkaya, B. (2011). Öğretmenlerin Dokuzuncu Sınıf Öğrencilerinin Cebirsel Düşünme Yapılarıyla İlgili Bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 36(159), 41-55.
- Bills, L., Wilson, K. & Ainley, J. (2005). Making links between arithmetic and algebraic thinking. *Research in Mathematics Education*, 7(1), 67-81.
- Bishop, J. (2000). Linear geometric number patterns: Middle school students' strategies. *Mathematics Education Research Journal*, 12(2), 107-126.
- Cai, J., & Moyer, P. (2008). Developing algebraic thinking in earlier grades: Some insights from international comparative studies. In C. E. Greenes (Ed.), *Algebra and algebraic thinking in school mathematics* (pp. 169-179). Reston, VA: NCTM.
- Dekker, T. & Dolk, M. (2011). From arithmetic to algebra. *Secondary Algebra Education*, 69-87.
- Dettori, G., Garuti, R. & Lemut, E. (2001). From arithmetic to algebraic thinking by using a spreadsheet, In R. Sutherland, T. Assude, A. Bell & Lins (Eds.), *Perspectives on school algebra* (pp.191-207). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Garcia-Cruz, J. A. & Martinon, A. (1998). Levels of generalization in linear patterns. In A. Olivier & K. Karen (Eds.), *Proceeding of the 22th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 2, pp. 329-336). South Africa: PME
- Guin, D. & Trouche, T. (1999). The complex process of converting tools into mathematical instruments: the case of calculators, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 3, 195-227.
- Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor D. & Threlfall J. (1998). Children's strategies with number patterns, *Educational Studies*, 24 (3), 315-331.
- Hargreaves, M., Shorrocks-Taylor, D. ve Threlfall, J. (1999). Children's strategies with number patterns. In A. Orton (Ed.), *Pattern in the teaching and learning of mathematics* (pp. 67-83). London and New York: Cassell.
- Heid, M. K. & Blume, G. W. (2008). Algebra and function development. In M. K. Heid & G. W. Blume (Eds.), *Research on technology and the teaching and learning of mathematics: Research syntheses* (Vol. 1, pp. 55–108). Charlotte, NC: Information Age.
- Herbert, K. & Brown, R. (1997). Patterns as tools for algebraic reasoning. *Teaching Children Mathematics*, 3, 340-344.
- Jones, K. (2005). Using spreadsheets in the teaching and learning of mathematics: A research bibliography, *MicroMath*, 21(1), 30-31.

- Jones, L. (1993). Algebra in the primary school. *Education*, 21(2), 27–31.
- Lagrange J. B., (2000), L'intégration d'instruments informatiques dans l'enseignement: une approche par les techniques. *Educational Studies in Mathematics*, 43, 1-30.
- Lannin, J. K. (2003). Developing algebraic reasoning through generalization. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 8(7), 342-348.
- Lannin, J. K. (2005). Generalization and justification: The challenge of introducing algebraic reasoning through patterning activities. *Mathematical Thinking and Learning*, 7 (3), 231-258.
- Lannin, J. K., Barker, D. D. & Townsend, B. E. (2006). Recursive and explicit rules: How can we build student algebraic understanding? *Journal of Mathematical Behavior*, 25, 299-317.
- Mason, J. (1996). Expressing generality and roots of algebra. In N. Bednarz, C. Kieran & Lee, L. (Eds.), *Approaches to algebra: Perspectives for research and teaching* (pp. 65–86). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- MEB, TTKB. (2009). *İlköğretim Matematik Dersi 6-8. Sınıflar Öğretim Programı*. Ankara: Devlet Kitapları Müdürlüğü Basım Evi.
- Mor, Y., Noss, R., Hoyles, C., Kahn K. & Simpson G. (2006). Designing to see and share structure in number sequences. *The International Journal for Technology in Mathematics Education*, 13 (2), 65
- NCTM. (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.
- Ploger, D., Klinger, L. & Rooney, M. (1997). Spreadsheets, patterns, and algebraic thinking. *Teaching Children Mathematics*, 3, 330-334.
- Rojano, T. (1996). Developing algebraic aspects of problem solving within a spreadsheet environment. In N. Bednarz, C. Kieran & L. Lee (Eds.), *Approaches to algebra* (pp.137-145). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.
- Rojano, T. & Sutherland, R. (1993). Towards an algebraic approach: The role of spreadsheets. *Proceedings of the 17th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, 1, 188-197. Tsukuba, Japan.
- Rojano, T. & Sutherland, R. (1994). Towards an algebraic notion of function: the role of spreadsheets. In D. Kirshner (Ed.), *Louisiana proceedings of the XVI annual meeting of the North American chapter of the international group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp 278-284). Baton Rouge, Louisiana: Louisiana State University,
- Sasman, M. C., Linchevski, L. & Olivier, A. (1999). The influence of different representations on children's generalisation thinking processes. In J. Kuiper (Ed.), *Proceedings of the 7th Annual Conference of the Southern African Association for Research in Mathematics and Science Education* (pp. 406–415). Harare, Zimbabwe: University of Harare.
- Stacey, K. (1989). Finding and using patterns in linear generalizing problems. *Educational Studies in Mathematics*, 20, 147–164.
- Stacey, K. & MacGregor, M. (1997). Ideas about symbolism that students bring to algebra. *Mathematics Teacher*, 90(2), 110-113.
- Steffe, L., P. & Thompson, P., W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh ve A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education*, 267- 307. Hillsdale, NJ: Erlbaum
- Swafford, J. O., & Langrall, C. W. (2000). Grade 6 students' preinstructional use of equations to describe and represent problem situations. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31(1), 89–112.
- Tabach, M. (2011). Symbolic generalization in a computer intensive environment: The case of Amy. *Paper presented at CERME 7— the seventh conference of European Research in Mathematics Education*, Rzeszow, Poland.

- Tabach, M., Hershkowitz, R. & Arcavi, A. (2008). Learning beginning algebra with spreadsheets in a computer intensive environment. *Journal of Mathematical Behavior*, 27, 48–63.
- Tall, D. (1992). The transition from arithmetic to algebra: Number patterns or proceptual programming? *New Directions in Algebra Education*. Brisbane: Queensland University of Technology, 213-231.
- Tanışlı, D. ve Yavuzsoy Köse, N. (2011). Lineer Şekil Örüntülerine İlişkin Genelleme Stratejileri: Görsel ve Sayısal İpuçlarının Etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 36(160), 184-198.
- Turan, P. (2013). *Değişken Kavramının Öğretimi Sürecinde Elektronik Tablo Kullanımı: Bir Öğretim Deneyi*, Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Matematik Eğitimi, Eskişehir.
- Usiskin, Z. (1995). Why is algebra important to learn? *American Educator*, 19, 30-37.
- Usiskin, Z. (1999). Why is algebra important to learn? In B. Moses (Ed.), *Algebraic thinking grades k-12*, (pp. 22-30). Reston, VA: NCTM.
- Vale, I. & Cabrita, I. (2011). Learning through patterns: A powerful approach to algebraic thinking. *The Proceedings of the 18th Annual Conference of the European Teacher Education Network*, 63-69. Finland, Helsinki.
- Wilson, K., Ainley, J. & Bills, L. (2004). Spreadsheet generalising and paper and pencil generalising. *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 441-448. Bergen, Norway.
- Yeşildere, S. ve Akkoç, H. (2011). Matematik Öğretmen Adaylarının Şekil Örüntülerini Genelleme Süreçleri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 30, 141-153.
- Zazkis, R. & Liljedahl, P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49(3), 379–402.