



**TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN**

Institut für Massivbau <http://massivbau.tu-dresden.de>

SILKE SCHEERER, MANFRED CURBACH (HRSG.)

LEICHT BAUEN MIT BETON

**FORSCHUNG IM
SCHWERPUNKTPROGRAMM 1542
FÖRDERPHASE 1**

Zur Simulation von Klebeverbindungen für Scheibenbauteile mit Level-Set-Funktionen und erweiterter Finite-Elemente-Methode

Heiko Andrä¹
Inga Shklyar¹
Matti Schneider²
Tobias Zangmeister¹

¹Fraunhofer ITWM,
Kaiserslautern

²Strukturleichtbau
und Kunststoff-
verarbeitung
TU Chemnitz

Das Kleben ist noch eine relativ neue Art der Verbindung von Betonbauteilen. Bei der iterativen Optimierung der Fugengestalt wird eine Folge von unterschiedlichen Fugenverläufen analysiert. Um eine Neuvernetzung für jede einzelne Fugengestalt zu vermeiden und gleichzeitig die Verzerrungen und Spannungen an der Grenzfläche zwischen HPC-Platte und Klebefuge effizient und genau zu berechnen, wird in dieser Arbeit eine Variante der erweiterter Finite-Elemente-Methode (XFEM) als Strukturanalyseverfahren vorgeschlagen. Es wird gezeigt, dass die Methode sehr gut zur Strukturanalyse bei der Optimierung der Fugengestalt, die implizit über eine Level-Set-Funktion beschrieben wird, geeignet ist. Die Ergebnisse der Gestaltoptimierung werden diskutiert.

1 Einführung

Das grundsätzliche Problem beim Verkleben ist die Übertragung von Zugspannungen, da Beton eine relativ kleine Zugfestigkeit besitzt. Während die Zugfestigkeit von Platten durch unterschiedliche Varianten von Bewehrungen erhöht werden kann, werden im Projekt keine Verstärkungen, die die Klebefuge überbrücken, einbezogen. Es werden Fugen mit Zähnen (siehe Bild 1) betrachtet, um die aufgetragenen Zugspannungen als Schubspannungen zu übertragen. Sowohl experimentelle als auch numerische Simulationsergebnisse sind in [1] zu finden. Der verwendete RPC-Klebstoff besitzt einen kleineren E-Modul als die Platte.

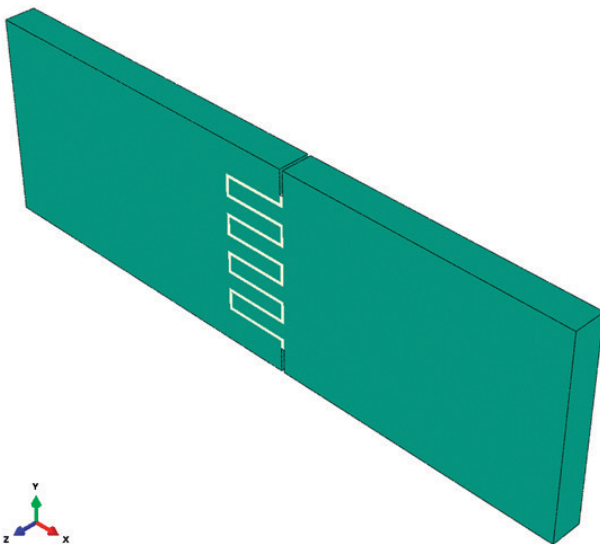


Bild 1: Skizze einer Fuge mit rechteckigen Zähnen

Zur Bewertung und Optimierung von Klebeverbindungen von HPC-Platten sind genaue Spannungsanalyseverfahren notwendig. Durch die unterschiedliche Steifigkeit der HPC-Platte und des RPC-Klebers entstehen unstetige Verzerrungsfelder an der Grenzfläche zwischen Fuge und Platte. Da die Grenzfläche fast immer die geringste Festigkeit besitzt (siehe auch Bild 9 später im Beitrag), müssen zur Vorhersage der Tragfestigkeit die Verzerrungen bzw. Spannungen an der Grenzfläche genau berechnet werden.

Um die unstetigen Verzerrungs- und Spannungsfelder mit standardmäßiger FEM genau zu erfassen, ist es notwendig, randangepasste Netze zu generieren, d. h. Netze, bei denen die Materialgrenzen mit Elementseitenflächen zusammenfallen. Dies stellt für eine größere Menge von Fugenverläufen, die bei einer iterativen Optimierung analysiert werden müssen, einen erheblichen Aufwand dar. Weiterhin treten bei randangepassten Netzen finite Elemente mit

sehr kleinen spitzen oder großen stumpfen Winkeln auf, die zu einer schlechten Approximation der Lösung führen. Diese beiden Nachteile werden bei der XFEM [2]–[4]

vermieden: Unstetigkeiten innerhalb eines finiten Elements werden mit Hilfe zusätzlicher Ansatzfunktionen erfasst.

Zur Strukturoptimierung von Klebeverbindungen für bewehrte und nicht bewehrte Platten kann eine Kombination von Topologie- und Shape-Optimierung verwendet werden. Begonnen wird dabei mit der Topologieoptimierung, um die optimale Fugengestalt grob zu berechnen. Mit Hilfe des sogenannten topologischen Gradienten, der auch für elastische anisotrope Materialien (z. B. bewehrte Strukturen) berechenbar ist, lässt sich ein effizientes Verfahren zur Topologieoptimierung umsetzen [5]. Im Anschluss wird die optimale Lösung der Topologieoptimierung als Ausgangspunkt für die Shape-Optimierung genommen. Bei der Shape-Optimierung wird in dieser Arbeit die Mittellinie der Fuge parametrisiert. Danach wird eine Signed-Distance-Funktion als Level-Set-Funktion [6]–[8] eingeführt, um die Grenzflächen zwischen Platte und Klebeschicht zu beschreiben. Diese Level-Set-Funktion geht direkt in die zusätzlichen Ansatzfunktionen der XFEM ein. Sowohl bei der Topologieoptimierung als auch bei der Shape-Optimierung wird das Konzept der Level-Set-Funktion zur impliziten Beschreibung der Grenzflächen benutzt.

In dieser Arbeit werden nur Zugspannungen in Plattenebene (Scheibenprobleme) betrachtet. Die vorgeschlagene Methode kann jedoch zur Analyse allgemeiner Lastfälle eingesetzt werden.

2 Level-Set-Funktion zur Beschreibung der Fugengeometrie

Bei der Beschreibung der Fugengestalt wird eine periodische Zelle, die einen Zahn enthält (wie in Bild 2 zu sehen), als Gebiet für die Berechnung gewählt. Zur Gestaltoptimierung wird die Form der Zähne mit zwei Designvariablen A und B parametrisiert. Der

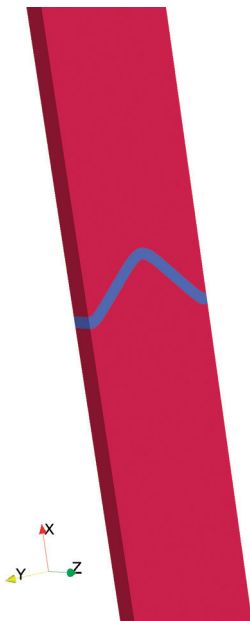


Bild 2: Fugengeometrie für $A = 0,1$ und $B = 0,1$
(blau: Betonfuge, rot: HPC-Platte)

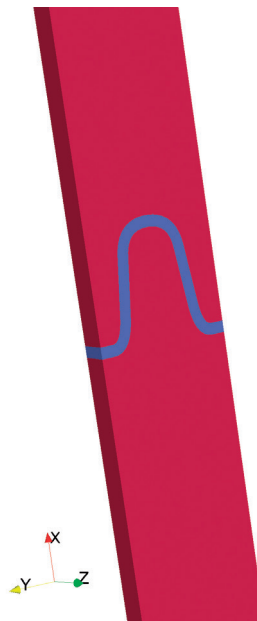


Bild 3: Fugengeometrie für $A = 0,4$ und $B = 0,2$
(blau: Betonfuge, rot: HPC-Platte)

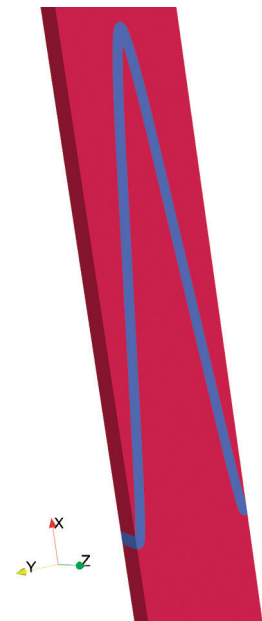


Bild 4: Fugengeometrie für $A = 0,1$ und $B = 0,9$
(blau: Betonfuge, rot: HPC-Platte)

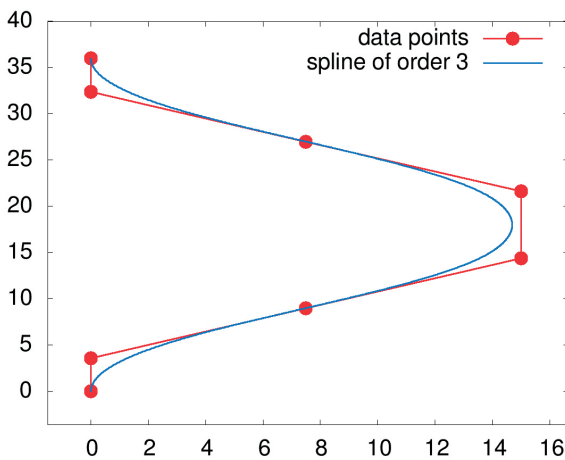


Bild 5: Kontrollpunkte und Spline 3. Ordnung für die Parameter $A = 0,2$ und $B = 0,1$

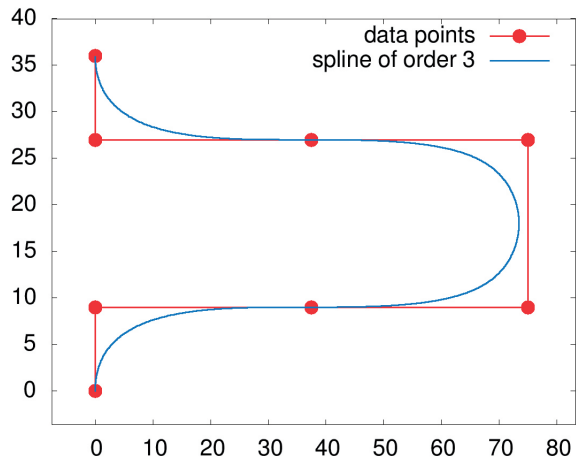


Bild 6: Kontrollpunkte und Spline 3. Ordnung für die Parameter $A = 0,5$ und $B = 0,5$

Parameter A bestimmt die Neigung der Zahnflanken, wobei $A = 0$ einen dreiecksförmigen Zahn und $A = 0,5$ einen rechteckigen Zahn ergibt. Der Parameter B definiert die „Tiefe“ der Zähne, siehe die Bilder 2–4. Ecken und Kanten im Fugenverlauf bzw. der Materialgrenzen würden zu Spannungskonzentrationen führen. Diese Spannungskonzentrationen verursachen dann Mikrorisse und schließlich Risse, die entweder entlang der Grenzfläche oder senkrecht zur Belastungsrichtung wachsen. Folglich müssen bei der Optimierung der Fugengestalt Ecken und Kanten ausgeschlossen werden. Dazu werden glatte B-Splines eingesetzt. Aus den Designparametern A und B werden automatisch Kontrollpunkte, dies sind die roten Punkte in den Bildern 5 und 6, der B-Splines berechnet. Die entsprechenden B-Splines sind als blaue Kurven in Bild 5 und Bild 6 dargestellt. Es wurden B-Splines 2. und 3. Ordnung sowie jeweils verschieden viele

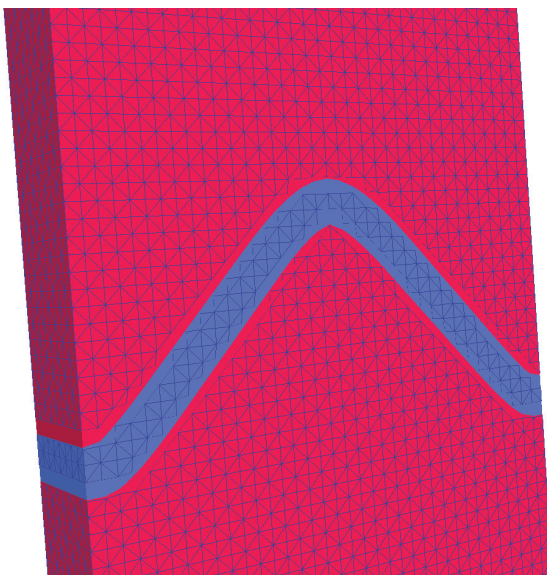


Bild 7: Grobes Finite-Elemente-Netz (Tetraedernetz ohne angereicherte Elemente)

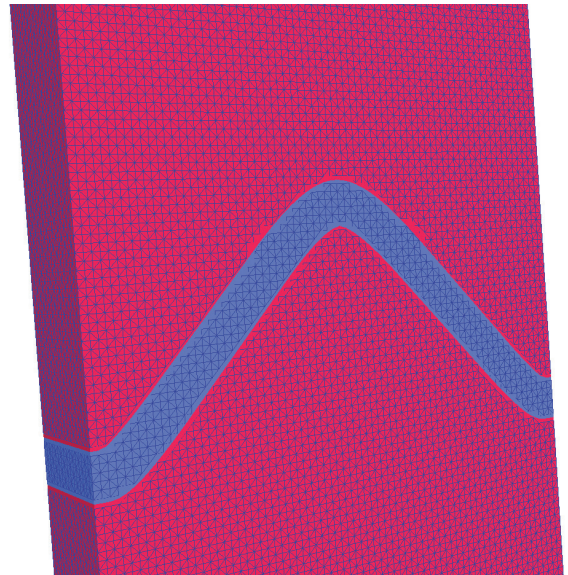


Bild 8: Feines Finite-Elemente-Netz (Tetraedernetz ohne angereicherte Elemente)

Kontrollpunkte betrachtet. Ein B-Spline 3. Ordnung und acht Kontrollpunkte sind gut geeignet, um die gewünschte Neigung der Zahnflanken gut zu erfassen. Die B-Splines definieren die Mittelflächen der Mörtelfugen (siehe Bilder 2–4).

Die gesamte Struktur wird in regelmäßige Tetraederelemente (FE-Netz) diskretisiert. Zur Analyse der Genauigkeit werden zwei Netzfeinheiten betrachtet. In Bild 7 wird das grobe und in Bild 8 das feine Netz mit jeweils regelmäßigen Tetraederelementen gezeigt. Die Tetraeder an der Materialgrenze (Interface) sind ausgeblendet. Zur Berechnung der Level-Set-Funktion wird für jeden Knotenpunkt des FE-Netzes der Abstand zur Mittelfläche, die mittels des B-Splines definiert ist, berechnet. Schließlich wird vom Abstand die halbe Fugenbreite subtrahiert. Das Ergebnis ist eine diskrete Signed-Distance-Funktion, die Null auf den Materialgrenzflächen, negativ in der Klebefuge (blau) und positiv im Plattenmaterial (rot) ist. Diese verschobene Abstandsfunktion wird als (diskrete) Level-Set-Funktion genommen.

3 XFEM zur Approximation von Sprüngen in den Verzerrungen

In dieser Arbeit werden für die Finite-Element-Diskretisierung die gleichen regelmäßigen Netze wie für die Diskretisierung der Level-Set-Funktion verwendet (siehe Bild 7 und Bild 8). Die linearen Ansatzfunktionen werden in den Tetraederelementen, die eine Materialgrenze enthalten, durch zusätzliche Ansatzfunktionen angereichert, wobei die entsprechenden zusätzlichen Freiheitsgrade den Eckknoten des jeweiligen Tetraederelements zugeordnet werden. In die Berechnung der zusätzlichen Ansatzfunktionen bei der Assemblierung des FE-Systems geht die Level-Set-Funktion direkt ein. Die Einzelheiten der Methode sind in [9] ausführlich beschrieben. Wenn der Abstand eines Knotenpunktes zu einer Grenzfläche sehr klein ist, führt dies zu einem linearen Gleichungssystem mit einer großen Konditionszahl [9] und dies erschwert die Gleichungslösung erheblich. Direkte Lösungsverfahren liefern bei großen Konditionszahlen ungenaue Lösungen und iterative Verfahren benötigen eine große Anzahl von Iterationen. Deshalb werden Knotenpunkte mit einem kleinen Abstand zur Grenzfläche so verschoben, dass ein hinreichend großer Abstand danach vorhanden ist. Diese lokale Netzmodifikation erfordert zwar einen zusätzlichen Rechenaufwand, erhöht aber die Robustheit des Verfahrens erheblich. Der Algorithmus zur Knotenverschiebung wird in [9] erläutert.

4 Simulationsergebnisse

Im Rahmen des Projekts wurden messtechnisch die Versagensflächen für (U)HPC-Platten, den RPC-Klebstoff und die Grenzschicht zwischen beiden Materialien bestimmt (siehe Bild 9) [1]. Daraus lässt sich eine verallgemeinerte Vergleichsspannung als Funktion des dreidimensionalen Spannungstensors und eine Versagensspannung in Analogie zur Fließspannung herleiten. Weiterhin wurde auf Basis der Versagensfläche (Bild 9) ein Schädigungsmodell (Bild 10) entwickelt. In Bild 10 ist das Schädigungsmodell für die Grenzschicht visualisiert. Im Spannungsraum sind der nicht geschädigte Bereich blau und der Bereich, der zum vollständigen Versagen führt, rot markiert. Wenn man sich im Spannungsraum vom nicht geschädigten (blauen) Bereich an die Versagensfläche nähert, beginnt bereits vor Erreichen der Versagensfläche eine kontinuierliche Schädigung. Die Schädigung ist natürlich eine monoton wachsende Funktion, die bei Entlastung nicht wieder kleiner wird. Im konkreten Fall sind der effektive E-Modul der Platte 39 GPa, der E-Modul des RPC-Klebers 36 GPa und die Querkontraktionszahl ist jeweils 0,2. Als Last wird eine Nennspannung von 3,7 MPa in x-Richtung genommen. Im gesamten Bereich der Fuge bzw. des Klebers wird die Festigkeit der Grenz-

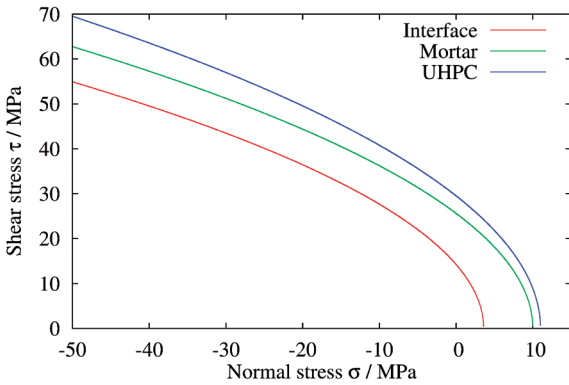


Bild 9: Versagensfläche für die HPC-Platte, den Fugenmörtel und das Interface zwischen Platte und Fuge

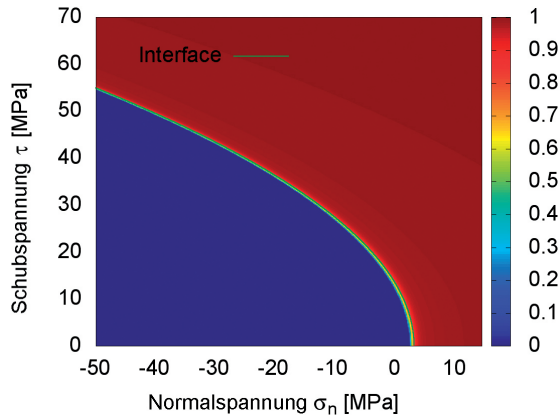


Bild 10 Schädigungsmodell für die Versagensfläche des Interfaces (blau: keine Schädigung, rot: Versagen)

schicht angesetzt. Mit der beschriebenen Methode (XFEM) wird die verallgemeinerte Vergleichsspannung berechnet. Für drei verschiedene Fugenverläufe wird die Differenz aus Versagensspannung und Vergleichsspannung in den Bildern 11–13 visualisiert. In der Platte ist diese Differenz sehr groß, d. h. dass die Vergleichsspannung viel kleiner als die Versagensspannung ist. In der Fuge wird dahingegen die Versagensspannung fast erreicht.

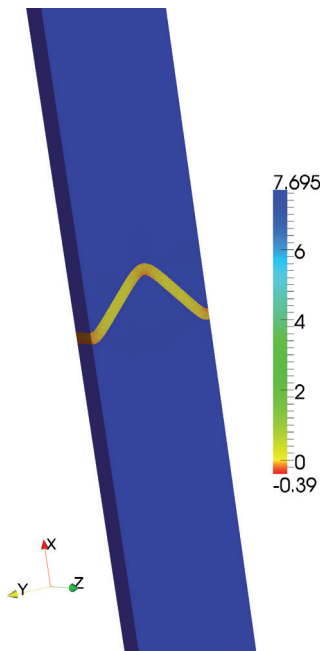


Bild 11: Differenz aus Versagensspannung und Vergleichsspannung für $A = 0,1$ und $B = 0,1$ bei einer Nennspannung von $3,7$ MPa. Kleine bzw. negative Werte sind ungünstig.

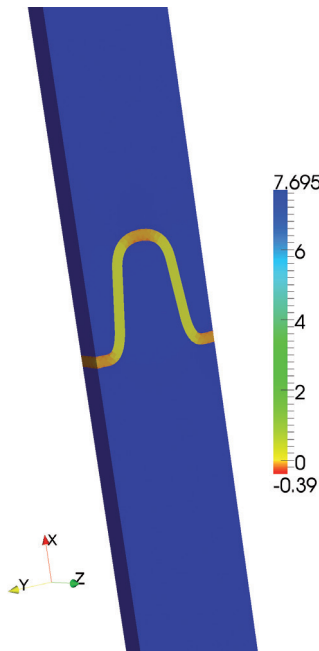


Bild 12: Differenz aus Versagensspannung und Vergleichsspannung für $A = 0,4$ und $B = 0,2$ bei einer Nennspannung von $3,7$ MPa

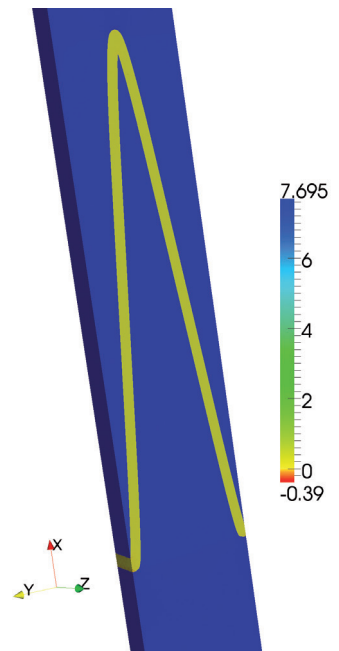


Bild 13: Differenz aus Versagensspannung und Vergleichsspannung für $A = 0,1$ und $B = 0,9$ bei einer Nennspannung von $3,7$ MPa

Die Differenz aus Versagensspannung und Vergleichsspannung variiert in Bild 11 und in Bild 12 stärker und hat kleinere Minimalwerte bei diesen Fugenverläufen als bei der Fugengestalt in Bild 13. Folglich besitzt die Fuge in Bild 13 die günstigste Gestalt bzgl. der in den Bildern 11, 12 und 13 dargestellten Fugenvarianten. Die Simulationsergebnisse stimmen qualitativ mit entsprechenden Experimenten überein [10]. Es sind sehr präzise Simulationsverfahren notwendig, um die relativ kleinen Unterschiede in den Spannungsverläufen, die aus dem kleinen Unterschied bei den E-Modulen resultieren, zu berechnen.

5 Zur Optimierung der Fugengeometrie

Zur effizienten Lösung der Strukturoptimierungsprobleme sind geeignete Gradientenverfahren entwickelt worden. Für die Topologieoptimierung von Materialgrenzen wird der topologische Gradient in [5] erläutert. Die Shape-Optimierung wird auf eine Parameteroptimierung für die Designvariablen zurückgeführt, so dass der klassische Gradient verwendet werden kann. Hier werden jedoch die Parameter $0 \leq A \leq 0,5$ und $0 \leq B \leq 1,0$ auf einem regelmäßigen Netz diskretisiert und für alle Knotenpunkte wird die Strukturanalyse durchgeführt, um die Robustheit der XFEM-basierten Methode zu testen. Die Zielfunktion ist nicht fixiert, sondern kann vom Anwender geeignet gewählt werden.

Es werden hier zwei sinnvoll erscheinende Zielfunktionen als Beispiel berechnet:

1. Minimum der Differenz aus Versagensspannung und Vergleichsspannung für eine Nennspannung von 3,7 MPa (Bild 14),
2. Notwendige Spannung für den Schädigungsbeginn (Bild 15).

Die beiden berechneten Zielfunktionen sind in den Bildern 14 und 15 dargestellt. Die optimale Lösung bzgl. der ersten Zielfunktion liegt offensichtlich bei $A = 0$ und $B = 1$, wo die Funktion ein Minimum hat. Die optimale Lösung bzgl. der 2. Zielfunktion ist ebenfalls bei $A = 0$ und $B = 1$, nämlich dort, wo die Zielfunktion ein Maximum besitzt. Die Fuge, die in Bild 4 bzw. Bild 13 dargestellt ist, liegt nahe am Optimum. Die Spannungsverteilung in der Fuge ist fast homogen. Obwohl die beiden Zielfunktionen eine unterschiedliche Gestalt haben (siehe Bilder 14 und 15), ergibt sich die gleiche Optimallösung.

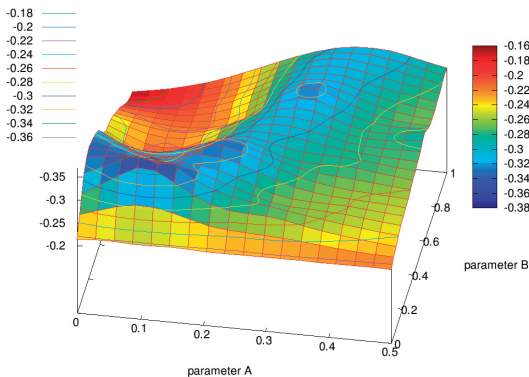


Bild 14: Minimum der Differenz aus Versagensspannung und Vergleichsspannung für eine Nennspannung von 3,7 MPa (blau: ungünstig, rot: optimal)

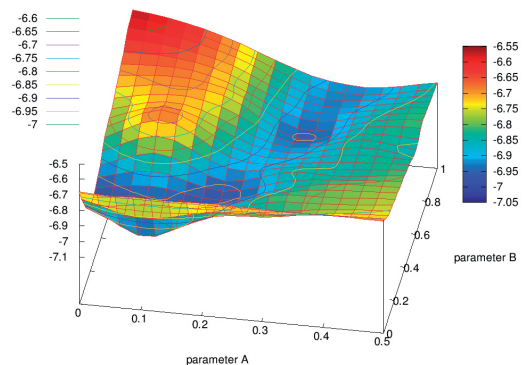


Bild 15: Notwendige Spannung für den Schädigungsbeginn

6 Zusammenfassung und Ausblick

Bei der Shape-Optimierung von Klebefugen ist es sinnvoll, die XFEM zur Strukturanalyse einzusetzen, um die Spannungen und Verzerrungen im Fugenbereich genau zu berechnen und um aufwändige Neuvernetzungen in der Optimierungsschleife zu vermeiden. Bei der Topologie- und der Shape-Optimierung wird eine Level-Set-Funktion zur impliziten Beschreibung der unbekanntenen freien bzw. der zu bestimmenden Materialgrenzen verwendet, so dass eine einheitliche Randbeschreibung bei der kombinierten Topologie- und Shape-Optimierung vorliegt. Die Bewegung dieser freien Ränder erfolgt nicht wie in der klassischen Level-Set-Methode über die Lösung der HAMILTON-JACOBI-Gleichung, sondern mit zwei anderen Methoden. Das Ergebnis der Shape-Optimierung für das hier betrachtete Beispiel der Übertragung von Zugspannungen ist, dass abgerundete dreieckförmige Zähne mit einer großen Tiefe am günstigsten sind. Die entwickelten Methoden zur Strukturanalyse, Topologie- und Shape-Optimierung sind jedoch für beliebige Klebeverbindungen nutzbar. Die beteiligten Materialien können beliebige anisotrope Steifigkeitstensoren besitzen und es können beliebige Strukturlasten betrachtet werden. Für den Einsatz der Methode ist die messtechnische Bestimmung der Versagensflächen (siehe Bild 9) für das Plattenmaterial, den Kleber und die Grenzfläche notwendig.

Literatur

- [1] OSTER, S.; KOHLMAYER, C.: Versagenskurven für HPC-Beton, RPC-Kleber und Grenzfläche. Persönliche Mitteilung, 2014.
- [2] BELYTSCHKO, T.; BLACK, T.: Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 45 (1999), Heft 5, S. 610–620.
- [3] FRIES, T.; BELYTSCHKO, T.: The extended/generalized finite element method: An overview of the method and its applications. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 84 (2010), Heft 3, S. 253–304.
- [4] MOES, N.; DOLBOW, J.; BELYTSCHKOW, T.: A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46 (1999), Heft 1, S. 131–150.
- [5] SCHNEIDER, M.; ANDRÄ, H.: The topological gradient in anisotropic elasticity with an eye towards lightweight design. *Mathematical Methods in the Applied Sciences* 37 (2014), Heft 11, S. 1624–1641.

- [6] OSHER, S.; FEDKIW, R.: Level set methods and dynamic implicit surfaces. New York: Springer, 2003.
- [7] OSHER, S.; SETHIAN, J.: Fronts propagating with curvature-dependent speed: Algorithms based on HAMILTON-JACOBI formulations. Journal of Computational Physics 79 (1999). Heft 1, S. 12–49.
- [8] SETHIAN, J.: Level set methods and fast marching methods: Evolving interfaces in computational geometry, fluid mechanics, computer vision and material science. Cambridge: Cambridge Univ. Press, 1999.
- [9] ZANGMEISTER, T.: On the Extended Finite Element Method for the elasto-plastic deformation of heterogeneous materials. Dissertation, FB Maschinenbau und Verfahrenstechnik, TU Kaiserslautern, 2014.
- [10] OSTER, S.; KOHLMAYER, C.; SHKLYAR, I.; ANDRÄ, H.: Adhesive joints for structural elements of high performance concrete (HPC). In: MÜLLER, H. S.; HAIST, M.; ACOSTA, F. (Eds.): Proceedings of the 9th fib International PhD Symposium in Civil Engineering, Karlsruhe Institute of Technology (KIT), 22.–25.07.2012, Karlsruhe, Karlsruhe: KIT Scientific Publishing, 2012, S. 335–340.

Konstruktion und Optimierung von Klebeverbindungen für Platten- und Scheibenbauteile aus ultrahochfestem Beton

Projektleiter

Jun.-Prof. Dr.-Ing. Christian Kohlmeyer
Priv.-Doz. Dr. Heiko Andrä

Projektbearbeiter

Tobias Zangmeister (Fraunhofer ITWM)
Inga Shklyar (Fraunhofer ITWM)
Matti Schneider (Fraunhofer ITWM bis 2012)
Sebastian Oster (TU Kaiserslautern)

Projektlaufzeit

09/2011 – 08/2014

Web

www.itwm.fraunhofer.de