



TECHNISCHE
UNIVERSITÄT
DRESDEN

Rainer Moorfeld

Berechnung und Simulation der Bitfehlerwahrscheinlichkeit von Energiedetektoren bei der Datenübertragung in ultra-breitbandigen (UWB)-Kanälen

TECHNISCHE UNIVERSITÄT DRESDEN

*Berechnung und Simulation der Bitfehlerwahrscheinlichkeit von
Energiedetektoren bei der Datenübertragung in ultra-breitbandigen
(UWB)-Kanälen*

Rainer Moorfeld
geboren am 06.09.1973

der Fakultät Elektrotechnik und Informationstechnik
der Technische Universität Dresden

zur Erlangung des akademischen Grades

DOKTORINGENIEUR

(Dr.-Ing.)

genehmigte Dissertation

Vorsitzender: Prof. Dr. sc .techn. habil. Frank Ellinger

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. Adolf Finger, Prof. Dr. rer. nat. Friedrich K. Jondral

Tag der Einreichung: 30.03.2012, Tag der Verteidigung: 09.07.2012

Für Maria und Max

DANKSAGUNG

An dieser Stelle möchte ich mich bei allen bedanken, die mich bei der Ausarbeitung meiner Dissertation unterstützt haben.

Mein besonderer Dank gilt meinem betreuendem Hochschullehrer Prof. Dr.-Ing. habil. Adolf Finger für die Unterstützung und Förderung der Arbeit. Auch bedanke ich mich für die Möglichkeit in unterschiedlichen nationalen und internationalen Projekten mitwirken zu können. Gerade hierdurch wurde mein Interesse an der Problematik der Energiedetektion bei der Nutzung in [UWB-Systemen](#) geweckt.

Darüber hinaus möchte ich mich bei Prof. Dr. rer. nat. Friedrich K. Jondral für die Übernahme des Zweitgutachtens und für die gute Zusammenarbeit im Projekt [MIRA](#) bedanken.

Großer Dank gilt meinen Kollegen Anne Wolf, Axel Schmidt und Hrejhor Mark für die Durchsicht des Manuskripts meiner Dissertation und die vielen hilfreichen Anregungen und fruchtbaren Diskussionen. Außerdem bin ich allen Kolleginnen und Kollegen zu Dank verpflichtet, die durch ihre angenehme Atmosphäre und das kooperative Arbeitsklima zum Gelingen der Arbeit beitrugen.

Schließlich danke ich meiner ganzen Familie für die Förderung und Unterstützung meiner Ausbildung. In besonderen Danke ich meiner Frau Maria, die mir immer wieder Freiräume zur Bearbeitung meiner Dissertation geschaffen hat.

Rainer Moorfeld
Dresden, im Juli 2012

INHALTSVERZEICHNIS

I	EINLEITUNG	1
1	GESCHICHTE DER UWB-TECHNOLOGIE	3
2	MOTIVATION	5
II	GRUNDLAGEN	7
3	ULTRA BREITBAND KOMMUNIKATION	9
3.1	Definition	10
3.2	Übertragungsverfahren	10
3.2.1	Pulsbasierte Modulationsverfahren	10
3.2.2	Multiband-OFDM	13
3.2.3	Direct-Sequence-UWB	14
4	REGULIERUNG	17
4.1	USA	18
4.2	EU und Deutschland	18
5	DER DRAHTLOSE ÜBERTRAGUNGSKANAL	23
5.1	Statistische Mehrwegkanalmodelle	23
5.2	Das Ein-/Ausgabemodell	24
5.2.1	Energiesignale	24
5.2.2	Linearer, zeitvarianter Übertragungskanal	25
5.2.3	Äquivalenter Tiefpasskanal	27
5.2.4	Zeitdiskretes Kanalmodell	30
5.2.5	Additives weißes Gaußsches Rauschen	31
5.2.6	Vektorielle Darstellung	32
5.3	Der UWB-Kanal	33
5.3.1	Das Saleh-Valenzuela-Kanalmodell	35
5.3.2	Das IEEE-Kanalmodell	36
6	MESSGRÖSSEN	43
6.1	Signal-zu-Rausch Verhältnis	43
6.2	Bit- und Symbolfehlerwahrscheinlichkeit	44
III	IMPULS-RADIO-UWB	45
7	MULTIBAND-IMPULS-RADIO	47
7.1	Sender	47

7.1.1	Multiband-Impulsgenerator	48
7.2	Empfänger	52
7.2.1	Kanalschätzung	52
7.2.2	Demodulation	55
8	MODULATION	57
8.1	Pulsamplitudenmodulation	57
8.2	Pulspositionsmodulation	58
IV	ENERGIEDETEKTION	61
9	DEMODULATION	63
10	AWGN-KANAL	69
10.1	PAM	69
10.1.1	Bitfehlerwahrscheinlichkeit	73
10.1.2	Optimale Intervallgrenzen	75
10.1.3	Optimale Amplituden	78
10.2	PPM	80
10.3	Gaussapproximation	82
10.3.1	PAM	83
10.3.2	PPM	87
10.4	Korrelationsempfänger	88
10.4.1	OOK	88
10.4.2	2-PPM	89
10.5	Numerische Ergebnisse	89
11	FLACHER SCHWUNDKANAL	99
11.1	PAM	100
11.1.1	Rayleigh-Kanal	103
11.1.2	Rice-Kanal	105
11.1.3	Nakagami-m-Kanal	108
11.2	Mehrkanalempfänger	110
11.2.1	Square-law combining	112
11.2.2	Square-law selection	116
11.3	Numerische Ergebnisse	119
12	FREQUENZSELEKTIVER SCHWUNDKANAL	123
12.1	Übertragungskanal ohne Sichtverbindung	124
12.2	Übertragungskanal mit Sichtverbindung	131
13	STÖRER	135
13.1	Einfluss	135
13.2	Erkennen und Unterdrücken	136

13.3 Bitloading	137
V SIMULATION	143
14 NUMERISCHE BERECHNUNG	145
14.1 Simulation des Übertragungssystems	145
14.2 Simulation der Kanalimpulsantwort	145
15 SIMULATIONSUMGEBUNG	149
15.1 Sender	149
15.2 Kanal	151
15.3 Empfänger	151
15.3.1 Synchronisation	151
15.3.2 Kanalschätzung	151
15.3.3 Demodulation	151
15.4 Fehlerzählung	152
15.5 Parameter	152
15.6 Numerische Ergebnisse	155
15.6.1 Verwendete Einstellungen	156
15.6.2 Optimale Integrationszeit	157
15.6.3 Bitfehlerwahrscheinlichkeit im IEEE-Kanal	157
15.6.4 Analyse des Simulationsverfahrens	170
VI ZUSAMMENFASSUNG	175
16 ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK	177
VII ANHANG	181
A AUSGEWÄHLTE VERTEILUNGEN	183
A.1 Normalverteilung	183
A.1.1 Standardnormalverteilung	184
A.1.2 Mehrdimensionale Normalverteilung	184
A.1.3 Komplexe Normalverteilung	184
A.1.4 Whitening	185
A.2 χ^2 -Verteilung	186
A.2.1 Zentrale χ^2 -Verteilung	186
A.2.2 Nicht-zentrale χ^2 -Verteilung	187
A.3 Rayleigh-Verteilung	188
A.4 Rice-Verteilung	189
A.5 Nakagami-m-Verteilung	189
B BERECHNUNG VON G_D	191

C BEWEIS DER QUADRATISCHEN FORM	193
---------------------------------	-----

LITERATURVERZEICHNIS	195
----------------------	-----

ABBILDUNGSVERZEICHNIS

Abbildung 1	Demodulator mit Energiedetektion	6
Abbildung 2	Vergleich der Leistungsdichtespektren verschiedener Übertragungsverfahren	9
Abbildung 3	OOK moduliertes Sendesignal (4 Symbole, 1 Bit/Symbol)	12
Abbildung 4	4-PAM moduliertes Sendesignal (4 Symbole, 2 Bit/Symbol)	12
Abbildung 5	2-PPM moduliertes Sendesignal (2 Symbole, 1 Bit/Symbol)	13
Abbildung 6	Regulierung durch die FCC	19
Abbildung 7	Regulierung in Deutschland und der EU	21
Abbildung 8	Saleh-Valenzuela-Kanalmodell	35
Abbildung 9	Erwartungswert des Betragsquadrats der Kanalimpulsantwort $H(t)$	41
Abbildung 10	Sender der <i>Multiband Impulse Radio Architecture</i>	48
Abbildung 11	Kosinusimpuls	50
Abbildung 12	Spektrum eines Multiband-Impulses, erzeugt mit der Mischerbank	51
Abbildung 13	Impuls und Spektrum eines Multiband-Impulses, erzeugt mit der Filterbank basierend auf <i>Cauer-Filtern</i>	53
Abbildung 14	Empfänger der <i>Multiband Impulse Radio Architecture</i>	54
Abbildung 15	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y A}$	67
Abbildung 16	Vergleich der exakten und der Näherungslösung für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit ($D = 10$)	76

Abbildung 17	Optimale Intervallgrenzen für 4-PAM ($E_b/N_0 = 10$ dB)	77
Abbildung 18	Einfluss nicht optimaler Intervallgrenzen auf die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit von OOK	78
Abbildung 19	Bitfehlerwahrscheinlichkeit von 4-PAM mit unterschiedlichen Intervallgrenzen	79
Abbildung 20	Bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y A}(\cdot a_m)$ und $g_{Y A}(\cdot a_m)$	84
Abbildung 21	Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK und 2-PPM mit Energiedetektor und Korrelationsempfänger	90
Abbildung 22	Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK und 2-PPM mit unterschiedlichem Freiheitsgrad	91
Abbildung 23	Bitfehlerwahrscheinlichkeit von M-PAM und M-PPM ($D = 2$)	92
Abbildung 24	Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 4-PAM mit äquidistanten und optimalen Amplituden für unterschiedliche Freiheitsgrade	94
Abbildung 25	Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 8-PAM mit äquidistanten und optimalen Amplituden für unterschiedliche Freiheitsgrade	95
Abbildung 26	Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 2-PPM im Vergleich zur Gaußapproximation für unterschiedliche Freiheitsgrade	96
Abbildung 27	Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK mit unterschiedlichen Intervallgrenzen	97
Abbildung 28	Schwund im IEEE-Kanalmodell (CM1)	101
Abbildung 29	Mehrkanalempfänger	111
Abbildung 30	Kanalmodell für Mehrkanalempfänger	113
Abbildung 31	Bitfehlerwahrscheinlichkeit im Schwundkanal mit <i>Rayleigh</i> - und <i>Rice</i> -verteilten Pfadamplituden (OOK, $D = 2$)	119
Abbildung 32	Bitfehlerwahrscheinlichkeit im Schwundkanal mit <i>Nakagami-m</i> -verteilten Pfadamplituden (OOK, $D = 2$)	120

Abbildung 33	Bitfehlerwahrscheinlichkeit im <i>Rayleigh</i> -Kanal mit SLC	121
Abbildung 34	Bitfehlerwahrscheinlichkeit im <i>Rayleigh</i> -Kanal mit SLS	122
Abbildung 35	Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{\Gamma'}(\gamma')$ des normierten SNR für verschiedene Freiheitsgrade	127
Abbildung 36	Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK im frequenzselektiven Schwundkanal	130
Abbildung 37	Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu SIR ($E_b/N_0 = 12$ dB)	136
Abbildung 38	Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu E_b/N_0 (SIR = 12 dB)	137
Abbildung 39	<i>Bitloading</i> der <i>Multiband Impulse Radio Architecture</i>	140
Abbildung 40	Bandbelegung der <i>Multiband Impulse Radio Architecture</i>	142
Abbildung 41	Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK im CM1 mit vollständiger und eingeschränkter Kanalkenntnis ($D = 2$)	147
Abbildung 42	Aufbau des Simulators	150
Abbildung 43	Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit von Simulation und Theorie (OOK , $D = 4$)	156
Abbildung 44	Optimale Integrationszeit im IEEE -Kanalmodell mit 250 MHz Bandbreite	158
Abbildung 45	Optimale Integrationszeit im IEEE -Kanalmodell mit 500 MHz Bandbreite	159
Abbildung 46	Optimale Integrationszeit im IEEE -Kanalmodell mit 1 GHz Bandbreite	159
Abbildung 47	Optimale Integrationszeit im IEEE -Kanalmodell CM1 mit Sendeimpulsen unterschiedlicher Bandbreite	160
Abbildung 48	Bitfehlerwahrscheinlichkeit, 250 MHz	162
Abbildung 49	Bitfehlerwahrscheinlichkeit, 500 MHz	163
Abbildung 50	Bitfehlerwahrscheinlichkeit, 1 GHz	164

Abbildung 51	Bitfehlerwahrscheinlichkeit, CM ₁	166
Abbildung 52	Bitfehlerwahrscheinlichkeit, CM ₂	167
Abbildung 53	Bitfehlerwahrscheinlichkeit, CM ₃	168
Abbildung 54	Bitfehlerwahrscheinlichkeit, CM ₄	169
Abbildung 55	Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 4- PAM, 250 MHz	171
Abbildung 56	Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 4- PAM, 500 MHz	172
Abbildung 57	Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 4- PAM, 1 GHz	173
Abbildung 58	Einfluss der Fehlerzählung auf die Bitfeh- lerwahrscheinlichkeit für 4-PAM, 1 GHz im CM ₁	174

TABELLENVERZEICHNIS

Tabelle 1	Leistungsdaten von MB-OFDM und DS-UWB im Frequenzbereich von 3,1 GHz bis 4,8 GHz	15
Tabelle 2	Frequenznutzungsparameter der FCC für die USA (Werte für <i>Hand-Held</i> -Geräte in Klammern)	18
Tabelle 3	Frequenznutzungsparameter für die EU und Deutschland	20
Tabelle 4	Parameter und Kennwerte des IEEE -Kanalmodells	40
Tabelle 5	Symbolamplituden von OOK und PAM	58
Tabelle 6	<i>Gray-Coding</i> für 4-PAM und 8-PAM	74
Tabelle 7	Bitloading	141
Tabelle 8	Wichtige Parameter der Simulationsumgebung	154
Tabelle 9	Optimale Integrationszeiten für das IEEE -Kanalmodell	158
Tabelle 10	Notwendiges E_b/N_0 in dB zum Erreichen einer Bitfehlerwahrscheinlichkeit von 10^{-3} im IEEE -Kanalmodell	161

ABKÜRZUNGEN

ADC	<i>Analog-to-digital converter</i>
AWGN	<i>Additive white Gaussian noise</i>
BEP	<i>Bit error probability</i>
BOK	<i>Bi-orthogonal keying</i>
BP	<i>Band-pass filter</i>
DAA	<i>Detect and avoid</i>
DCM	<i>Dual-carrier modulation</i>
DS-CDMA	<i>Direct-sequence code division multiple access</i>
DS-UWB	<i>Direct-sequence-UWB</i>
ECMA	<i>European Computer Manufacturers Association</i>
EGC	<i>Equal-gain combining</i>
EIRP	<i>Equivalent isotropically radiated power</i>
FCC	<i>Federal Communications Commission</i>
FH	<i>Frequency-hopping</i>
IEEE	<i>Institute of Electrical and Electronics Engineers</i>
LDC	<i>Low duty cycle</i>
LDPC	<i>Low-density parity-check</i>
LOS	<i>Line-of-sight</i>
MAC	<i>Media access control</i>
MAP	<i>Maximum a posteriori probability</i>
MBOA	<i>Multiband OFDM Alliance</i>

M-BOK	<i>Multilevel bi-orthogonal keying</i>
MB-OFDM	<i>Multiband OFDM</i>
MIRA	<i>Multiband Impulse Radio Architecture</i>
ML	<i>Maximum-likelihood</i>
MRC	<i>Maximum-ratio combining</i>
NLOS	<i>Non-line-of-sight</i>
OFDM	<i>Orthogonal frequency-division multiplexing</i>
OOK	<i>On-off keying</i>
PAM	<i>Pulse-amplitude modulation</i>
PHY	<i>Physical layer</i>
PPM	<i>Pulse-position modulation</i>
PULSERS	<i>Pervasive Ultra-wideband Low Spectral Energy Radio Systems</i>
QPSK	<i>Quadrature phase-shift keying</i>
SINR	<i>Signal-to-interference-plus-noise ratio</i>
SIR	<i>Signal-to-interference ratio</i>
SLC	<i>Square-law combining</i>
SLS	<i>Square-law selection</i>
SNR	<i>Signal-to-noise ratio</i>
TFC	<i>Time-frequency coding</i>
UKoLoS	<i>Ultra-Wideband Radio Technologies for Communications, Localization and Sensor Applications</i>
USB	<i>Universal serial bus</i>
UWB	<i>Ultra-wideband</i>
WGN	<i>White Gaussian noise</i>

FORMELZEICHEN

\mathcal{CN}	komplexe Normalerteilung
\mathbb{E}	Erwartungswert
$\underline{\mathcal{G}}(\cdot, \cdot)$	untere unvollständige Gammafunktion
$\mathcal{G}(\cdot)$	Gammafunktion
$I_n(\cdot)$	modifizierte Bessel-Funktion n-ter Ordnung erster Art
\Im	Imaginärteil
\mathcal{N}	Normalverteilung
\mathbb{P}	Wahrscheinlichkeit
$\mathcal{Q}(\cdot)$	Gaußsche Q-Funktion
$\mathcal{Q}_M(\cdot, \cdot)$	Marcum-Q-Funktion
\Re	Realteil
Var	Varianz
χ^2	χ^2 -Verteilung
\mathbf{X}	Faltungsmatrix

Teil I

EINLEITUNG

GESCHICHTE DER UWB-TECHNOLOGIE

Bereits mit den Anfängen der Funktechnik im 19. Jahrhundert ist auch die Entwicklung der *Ultra-wideband* (UWB)-Technologie verknüpft. Charakteristisch für diese Technologie ist die Nutzung einer extrem großen Bandbreite bei geringer spektraler Leistungsdichte.

James Clerk Maxwell hat während seiner Zeit am *King's College London*¹ (1860–1865) ein System von verknüpften Differentialgleichungen formuliert, das den Zusammenhang zwischen elektrischen und magnetischen Feldern beschreibt (*Maxwell, 1865*). Maxwell selbst konnte diese aufgestellte Theorie nie experimentell nachweisen. Ende der 1880er Jahre gelang es dem deutschen Physiker Heinrich Hertz mit einer Reihe von Experimenten, die sogenannten Maxwell-Gleichungen zu belegen (*Hertz, 1887*). Dazu benutzte Hertz eine sogenannte Funkenstrecke als Sender und eine ähnliche Apparatur als Empfänger. Seine Ergebnisse lieferten die Grundlage für die Entwicklung der drahtlosen Telegrafie und des Radios.

Nikola Tesla konnte 1893 eine drahtlose Übertragung vorführen (*Tesla, 1893*). Kurze Zeit später gelang auch Guglielmo Marconi eine drahtlose Übertragung innerhalb von Bologna, Italien. Da dabei kurze Impulse relativ hoher Bandbreite zur Übertragung von Morse-Zeichen genutzt wurden, kann man hier von den allerersten UWB-Übertragungen sprechen. Allerdings richtete sich der Fokus zunächst auf schmalbandige Übertragungssysteme, da man zur damaligen Zeit die Vorteile einer UWB-Technik noch nicht nutzbar machen konnte.

In den 1960er Jahren gewann die UWB-Technologie in einem ganz anderen Gebiet wieder an Bedeutung: Im militärischen Bereich wurden hochauflösende Radaranwendungen benötigt. Man nutzte dazu extrem kurze Impulse und somit die UWB-Technologie.

¹ Das *King's College London* ist das älteste College der University of London und eine der angesehensten Hochschuleinrichtungen Englands.

In den 1970er Jahren wuchs das Interesse an UWB zur drahtlosen Kommunikation – zuerst im militärischem, später auch im kommerziellen Bereich. Auch hier wurden sehr kurze Impulse zur Übertragung von Informationen genutzt. Man bezeichnete diese Art der Übertragung als trägerlos. 1999 produzierte *Time Domain* den ersten kommerziellen UWB-Chipsatz. Im Jahre 2002 erfolgte die Regulierung von UWB-Geräten durch die *Federal Communications Commission (FCC)* (*FCC, 2002*) in den USA, etwas später auch in anderen Regionen der Welt (*Kapitel 4*). Dies bewirkte ein zunehmendes Interesse an der UWB-Technologie. Viele Firmen und Forschungsprojekte weltweit arbeiteten an UWB. Die Regulierung ermöglichte es, im Rahmen Impuls-basierter und anderer Verfahren die UWB-Technologie zu nutzen. So wurden beispielsweise Übertragungsverfahren wie *Multiband OFDM* oder *Direct-sequence code division multiple access* weiterentwickelt und zur UWB-Kommunikation genutzt (*Kapitel 3*).

MOTIVATION

Die extrem große Bandbreite, die UWB-Systeme zur Übertragung von Daten nutzen können, ermöglicht theoretisch eine sehr hohe Datenrate. Wie die Formel für die Kanalkapazität des AWGN-Kanals von Ralph Vinton Lyon Hartley (*Hartley, 1928*) und Claude Elwood Shannon (*Shannon, 1949*) zeigt, wächst diese linear mit der Bandbreite:

$$C = B \log_2 (1 + \text{SNR}).$$

Dabei gibt C die Kanalkapazität in Bit pro Sekunde und B die Bandbreite in Hertz an. SNR ist das Signal-zu-Rausch Verhältnis. Man kann also die Kapazität vergrößern, indem man die Bandbreite erhöht oder das SNR verbessert, also die Sendeleistung erhöht. Dabei ist zu beachten, dass zur Erhöhung der Kapazität im gleichen Maße die Bandbreite linear erhöht werden kann, die Sendeleistung allerdings exponentiell erhöht werden muss. Folglich hat die UWB-Technologie großes Potential für drahtlose Übertragungssysteme mit hoher Datenrate.

Eine mögliche Umsetzung der UWB-Technologie ist die sogenannte *Multiband Impulse Radio Architecture* (MIRA). Den Grundstein für diese alternative physikalische Schicht zur Übertragung von Daten mit hoher Datenrate legte die Arbeitsgruppe um Stéphane Paquelet bei *Mitsubishi Electric ITE*¹ (*Paquelet und Aubert, 2004; Paquelet, Aubert und Uguen, 2004*). Dieses UWB-System basiert auf der Übertragung von Daten mittels kurzer Impulse parallel in mehreren Frequenzbändern. Als Empfänger kommen einfache Energiedetektoren zum Einsatz. Diese Komponenten haben entscheidenden Einfluss auf die Leistungsfähigkeit des gesamten Systems. Deshalb liegt der Schwerpunkt dieser Arbeit auf der Untersuchung der Leistungsfähigkeit und im speziellen der Her-

¹ *Mitsubishi Electric – Information Technology Europe*, heute: *Mitsubishi Electric R&D Centre Europe* (MERCE)

leitung der Bitfehlerwahrscheinlichkeiten für Energiedetektoren in unterschiedlichen UWB-Kanälen.

Abbildung 1 zeigt den Aufbau eines Demodulators auf Basis eines Energiedetektors. Zuerst wird das Empfangssignal gefiltert,

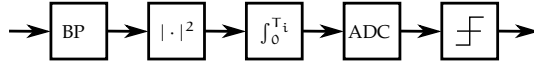


Abbildung 1: Demodulator mit Energiedetektion

quadriert und über ein festgelegtes Zeitintervall integriert. Der so gewonnene Energiewert wird mit einem Analog-Digital-Wandler digitalisiert und dann weiterverarbeitet.

Aufgrund des sehr einfachen Aufbaus eines Energiedetektors wird dieser auch in vielen anderen Bereichen eingesetzt. So werden Energiedetektoren zur Detektion von freien Bereichen im Übertragungsspektrum bei *Cognitive Radio* (Chen und Zhang, 2010; Hejazi und Abolhassani, 2010; Atapattu, Tellambura und Jiang, 2011) und für weitere unterschiedliche Übertragungssysteme wie z. B. Sensorsysteme mit geringer Datenrate (Idriss et al., 2005; Witrisal et al., 2009) und Übertragungssysteme die zusätzlich Ortung ermöglichen (Steiner und Wittneben, 2010), genutzt.

Teil II

GRUNDLAGEN

ULTRA BREITBAND KOMMUNIKATION

UWB ist eine Funktechnologie zur Übertragung von Daten, Ortung von Objekten, Erfassung von Bewegungen und Radarbildgebung. Viele Aspekte der UWB-Technologie werden im DFG¹ Schwerpunktprogramm *Ultra-Wideband Radio Technologies for Communications, Localization and Sensor Applications (UKoLoS)* betrachtet. In dem zu UKoLoS gehörenden Projekt MIRA (Dehner et al., 2009b) geht es um die Funkdatenübertragung hoher Datenraten mit einer auf Multiband-Impuls-Radio basierenden Technologie. Diese Architektur nutzt als Empfänger einfache Energiedetektoren. Die Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems hängt in großem Maße von diesen Bauelementen ab. Die Analyse der Leistungsfähigkeit des Energiedetektors in drahtlosen Übertragungskanälen ist der Schwerpunkt dieser Arbeit.

Bei der UWB-Funkdatenübertragung werden die zu übertragenden Informationen stark gespreizt und mit einer sehr geringen spektralen Leistungsdichte übertragen. Dies soll die Koexistenz mit anderen Funktechnologien sicherstellen.

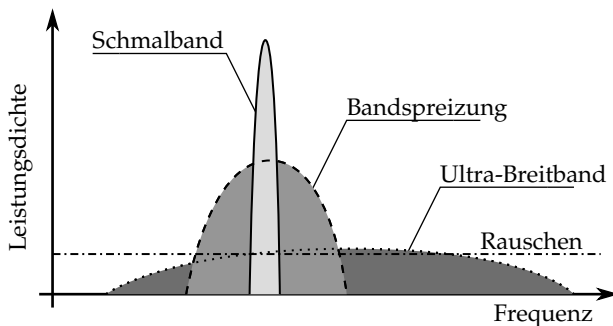


Abbildung 2: Vergleich der Leistungsdichtespektren verschiedener Übertragungsverfahren

¹ Deutsche Forschungsgemeinschaft

3.1 DEFINITION

Die FCC² definiert als UWB-Signal ein beliebiges absichtlich erzeugtes Sendesignal, das mindestens eine absolute Bandbreite B_a von 500 MHz besitzt, oder eine relative Bandbreite B_r von mindestens 20 %, gemessen an den Frequenzen, bei denen der Maximalwert um 10 dB abgefallen ist (10 dB Grenzfrequenzen) (FCC, 2002). Die relative Bandbreite ist definiert als:

$$B_r = 2 \frac{f_o - f_u}{f_o + f_u},$$

wobei f_o bzw. f_u die obere bzw. untere 10 dB Grenzfrequenz bezeichnet.

3.2 ÜBERTRAGUNGSVERFAHREN

In dieser Arbeit werden vor allem pulsbasierte Übertragungsverfahren analysiert, die mittels Korrelationsempfänger (Moorfeld, Finger und Zeisberg, 2004; Moorfeld et al., 2004) oder Energiedetektion demoduliert werden können. Anschließend wird kurz auf *Multiband-OFDM* und *Direct-Sequence-UWB* eingegangen.

3.2.1 Pulsbasierte Modulationsverfahren

Eine Möglichkeit, Daten mit hoher Bandbreite zu übertragen, ist die Verwendung von zeitlich sehr kurzen Pulsen (Hoeppe, 1961). Diese Pulse mit hoher Bandbreite können dann mit unterschiedlichen Modulationsarten kombiniert werden. Einige wichtige, die mit einem Empfänger basierend auf Energiedetektion funktionieren, werden in den folgenden Abschnitten eingeführt. Die aufgeführten Modulationsarten können auch mit einem Multiband-Ansatz (Kapitel 7) kombiniert werden.

² Die FCC ist eine unabhängige Behörde der Vereinigten Staaten, zuständig für die Regulierung der Kommunikationswege für Rundfunk, Satellit und Kabel.

Pulsamplitudenmodulation

Bei der *Pulse-amplitude modulation* (**PAM**) werden die Informationen mittels unterschiedlicher Pulsamplituden moduliert. Das Sendesignal ist also:

$$s_{\text{PAM}}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{m,k} p(t - kT_r),$$

wobei $p(t)$ der Sendeimpuls, T_r die Symboldauer und $a_{m,k}$ die Amplitudenwichtung des k -ten Symbols sind. Pro Symbol werden $b = \log_2 M$ Bit übertragen. Eine **PAM** mit M unterschiedlichen Amplitudenwichtungen wird als **M-PAM** bezeichnet. Die Demodulation von **PAM** Signalen kann mittels Korrelationsempfängern, aber auch mit sehr einfachen Energiedektoren realisiert werden. Bei Verwendung von Energiedektoren spielt nur die Energie der Sendeimpulse eine Rolle, Phaseninformationen können nicht ausgewertet werden. Die Symboldauer steigt nicht mit der Anzahl der Amplitudenstufen. Die Anzahl M der nutzbaren Amplitudenwichtungen a_m ist durch die Güte des Übertragungskanals begrenzt. Ein Spezialfall der **PAM** ist das *On-off keying* (**OOK**). Hierbei wird ein Bit pro Symbol ($M = 2$) mit den Amplituden $a_0 = 0$ und $a_1 = \sqrt{2}$ ($\bar{E}_s = 1$) übertragen. Dies ermöglicht sehr einfache Sender und Empfänger. **Abbildung 3** zeigt ein **OOK** moduliertes Sendesignal und **Abbildung 4** zeigt ein **4-PAM** moduliertes Sendesignal.

Der Schwerpunkt dieser Arbeit liegt auf der Analyse der Leistungsfähigkeit von Demodulatoren mit Energiedetektion und wird ab **Kapitel 9** detailliert für unterschiedliche drahtlose Übertragungskanäle hergeleitet.

Pulspositionsmodulation

Im Unterschied zur **PAM** wird bei der *Pulse-position modulation* (**PPM**) die Information in der zeitlichen Pulsposition moduliert. Das Sendesignal bei **PPM** sieht wie folgt aus:

$$s_{\text{PPM}}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t - kT_r - a_{m,k} T_r),$$

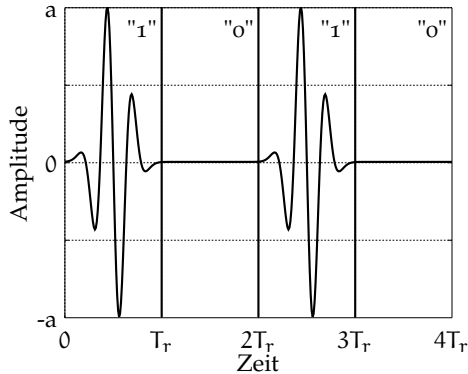


Abbildung 3: OOK moduliertes Sendesignal (4 Symbole, 1 Bit/Symbol)

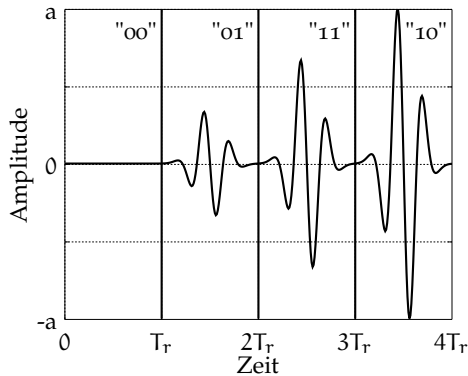


Abbildung 4: 4-PAM moduliertes Sendesignal (4 Symbole, 2 Bit/Symbol)

wobei $p(t)$ der Sendeimpuls und T_r die Symboldauer ist. Das Produkt $a_{m,k}T_r$ gibt die Position des k -ten Pulses eines Symbols an. Pro Symbol werden $b = \log_2 M$ Bit übertragen. Im Unterschied zu PAM wird die Anzahl M der möglichen Pulspositionen nicht durch die Güte des Kanals begrenzt. Allerdings verlängert sich die Symboldauer T_r , da es sonst zu katastrophalen Intersymbolinterferenzen kommt. PPM ist also mit überlappenden Pulspositionen in Verbindung mit Energiedetektion nicht möglich. Folglich gibt es

auch hier abhängig vom Übertragungskanal eine optimale Signalkonstellation, um eine möglichst hohe Datenrate bei vorgegebener Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu erreichen. [Abbildung 5](#) zeigt ein 2-PPM moduliertes Sendesignal.

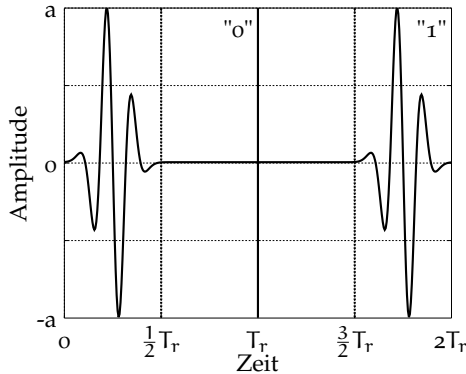


Abbildung 5: 2-PPM moduliertes Sendesignal (2 Symbole, 1 Bit/Symbol)

3.2.2 Multiband-OFDM

Wie der Name schon verrät, basiert der Vorschlag der *Multiband OFDM Alliance* (MBOA) ([Batra et al., 2004](#)) auf *Orthogonal frequency-division multiplexing* (OFDM). *Multiband OFDM* (MB-OFDM) ist durch die ECMA³ standardisiert ([ECMA, 2008](#)). Die *Multiband OFDM Alliance* und die WiMedia Allianz haben sich 2005 zur gemeinsamen WiMedia Allianz zusammengeschlossen. Diese hat im März 2009 alle aktuellen Spezifikationen zur *Bluetooth Special Interest Group*, *Wireless USB Promoter Group* und zur *USB Implementers Forum* transferiert. Die *Bluetooth Special Interest Group* hat allerdings aufgrund von Lizenzproblemen entschieden, UWB nicht als physikalische Schicht für zukünftige *Bluetooth* Standards zu nutzen. Nach Abschluss des Technologietransfers sollte die WiMedia Allianz auf-

³ ECMA International (ECMA) ist eine private, internationale Normungsorganisation zur Normung von Informations- und Kommunikationssystemen und Unterhaltungselektronik mit Sitz in Genf (<http://www.ecma-international.org/>).

gelöst werden. Allerdings sind zu diesem Zeitpunkt Samsung und Cambridge Silicon Radio (CSR) der WiMedia Allianz beigetreten, und es wurde im Dezember 2009 die Version 1.5 der PHY-, MAC und PHY-MAC-Interface-Standards veröffentlicht. Der aktuelle Status der WiMedia Allianz ist unklar.

Bei MB-OFDM ist der Frequenzbereich zwischen 3,1 GHz und 10,6 GHz in 14 Frequenzbänder mit je 528 MHz Bandbreite aufgeteilt. Jeweils drei zusammenliegende Frequenzbänder werden zu einer Bandgruppe gruppiert, die Bandgruppe fünf enthält nur zwei Frequenzbänder. MB-OFDM Geräte müssen mindestens eine dieser Bandgruppen unterstützen. Zusätzlich ist eine sechste Bandgruppe eingeführt worden, die die Frequenzbänder neun bis elf (7,4 GHz–9,0 GHz) enthält. Aufgrund unterschiedlicher Regulierungen weltweit (Kapitel 4) ist dies die einzige weltweit nutzbare Bandgruppe, wobei im Frequenzband elf in Europa *Detect and avoid* (DAA) vorgeschrieben ist. Um die Daten auf die unterschiedlichen Frequenzbänder zu verteilen, wird *Time-frequency coding* (TFC) eingesetzt. Zwischen den einzelnen Frequenzbändern wird alle 312,5 ns (Dauer eines OFDM-Symbols) zyklisch hin und her gesprungen. Dies wird als *Frequency-hopping* (FH) bezeichnet. Jedes Frequenzband enthält 128 Subträger, von denen 100 zur Übertragung von Daten verfügbar sind. Die Daten auf den einzelnen Unterträgern werden mit *Quadrature phase-shift keying* (QPSK), *Dual-carrier modulation* (DCM) und *modified DCM* moduliert. Als Fehlerschutz werden Faltungscodes und *Low-density parity-check* (LDPC)-Codes eingesetzt. Der eingesetzte Faltungscodes hat eine Coderate von 1/3. Weitere Coderaten von 1/2, 5/8 und 3/4 werden durch Punktierung erreicht. Die LDPC-Codes ermöglichen Coderaten von 1/2, 5/8, 3/4 und 4/5. Ab 160 MBit/s dürfen LDPC-Codes eingesetzt werden. Für Datenraten größer 480 Mbit/s sind LDPC-Codes Pflicht. Datenraten bis zu 1024 MBit/s sind in der Version 1.5 des Standards definiert.

3.2.3 Direct-Sequence-UWB

Direct-sequence-UWB (DS-UWB) war ein Vorschlag des UWB-Forums, dessen wichtigste Mitglieder Motorola und Freescale waren. 2006

haben diese das Forum verlassen und es wurde aufgelöst. Aus diesem Grund wurde **DS-UWB** nicht realisiert.

DS-UWB basiert auf einem *Direct-sequence code division multiple access* (**DS-CDMA**) Ansatz und nutzt in der ersten Ausbaustufe ein 1,4 GHz breites Frequenzband zwischen 3,1 GHz und 4,8 GHz. Speziell geformte Sendeimpulse (*Wavelets*) sorgen für eine effiziente Nutzung des Frequenzbereichs. Verschiedene Nutzer verwenden den gleichen Frequenzbereich und können durch die dem Nutzer zugeordneten digitalen Codes voneinander getrennt werden. **DS-UWB** nutzt *Multilevel bi-orthogonal keying* (**M-BOK**) in Kombination mit **QPSK** zur Modulation, je nach notwendiger Datenrate. Die Sendeimpulse werden mit ternären orthogonalen Sequenzen der Länge 24 oder 32 moduliert und formen so ein Symbol. Wahlweise eins, zwei, drei oder sechs Bit werden mit einem solchen Symbol übertragen. Die Sequenzen der Länge 24 werden für **2-BOK**, **4-BOK** und **8-BOK** und die Sequenzen der Länge 32 werden für **64-BOK** verwendet. Als Fehlerschutz werden Faltungscodes und Reed-Solomon-Codes mit einer Coderate von 0,44 und 0,87 benutzt.

	MB-OFDM	DS-UWB
Bandbreite in MHz	3*528	1400
Frequenzbereich in GHz	3,1–4,8	3,1–4,8
Modulation	OFDM, QPSK	M-BOK, QPSK
Datenrate in Mbit/s	bis 480	bis 448

Tabelle 1: Leistungsdaten von **MB-OFDM** und **DS-UWB** im Frequenzbereich von 3,1 GHz bis 4,8 GHz

MB-OFDM und **DS-UWB** haben bei der Nutzung des Frequenzbereichs zwischen 3,1 GHz und 4,8 GHz fast genau die gleichen Leistungsdaten. **Tabelle 1** fasst die Leistungsdaten in diesem Bereich zusammen. *Viittala, Hämäläinen und Inatti (2006)* führten einen detaillierten Leistungsvergleich der beiden **UWB**-Übertragungssysteme durch.

REGULIERUNG

Da **UWB**-Systeme eine enorm große Bandbreite nutzen und viele andere freie und regulierte Frequenzbänder überspannen, geraten sie potentiell mit vielen anderen drahtlosen Funktechniken in Konflikt. Deshalb ist die Regulierung der **UWB**-Frequenzbänder ein problematisches Unterfangen. Auf der einen Seite hängt der Erfolg von **UWB**-Systemen von dieser ab, und auf der anderen Seite möchten die Konkurrenten, die teilweise viel Geld für Lizenzen ausgegeben haben, möglichst keine weitere Konkurrenz im gleichen Frequenzband zulassen und haben natürlich Bedenken bezüglich zusätzlicher Störer.

Als erste Regulierungsbehörde hat die **FCC** am 14. Februar 2002 die Nutzung von nicht lizenzierten **UWB**-Systemen autorisiert. Diese ermöglicht eine umfangreiche Nutzung von **UWB**-Systemen und erzeugte dadurch ein großes Interesse an dieser neuen Technik im zivilen Bereich. Um aber **UWB**-Systeme weltweit einsetzen zu können und somit Geräte für den Weltmarkt entwickeln und produzieren zu können, ist eine weltweit möglichst einheitliche Regulierung erstrebenswert. Ein sehr langer Prozess, der mit der **FCC** 2002 begann, hat sich über mehr als sieben Jahre erstreckt und verschiedene, nicht einheitliche Regulierungen in unterschiedlichen Regionen der Welt hervorgebracht. Der Zeitraum und die teilweise abweichenden und strengen Schranken für **UWB**-Systeme haben den Erfolg von **UWB** stark beeinträchtigt, denn Hersteller von **UWB**-Systemen müssen ihre Geräte der jeweiligen Region anpassen.

Im Anschluss werden hier als Beispiele die Regulierung für die Vereinigten Staaten und die Regulierung für die Europäische Union sowie deren Umsetzung in Deutschland genauer beschrieben. Für die Regulierung in weiteren Ländern der Erde (z. B. China, Korea, Japan) wird auf weiterführende Literatur verwiesen (*Rahim, 2010*).

4.1 USA

Die FCC regulierte als Erste UWB-Geräte (FCC, 2002). Die relativ großzügige Regulierung erlaubte die Nutzung von UWB-Geräten¹ in einem 7,5 GHz breiten Frequenzbereich zwischen 3,1 GHz und 10,6 GHz mit bis zu -41,3 dBm/MHz äquivalenter isotroper Sendeleistung (EIRP) (Tabelle 2). Dies ist die gleiche mittlere Leis-

Frequenzbereich	maximaler Mittelwert der spektralen Leistungsdichte
in GHz	in dBm/MHz (EIRP)
0,96–1,61	-75,3
1,61–1,99	-53,3 (-63,3)
1,99–3,1	-51,3 (-61,3)
3,1–10,6	-41,3
> 10,6	-51,3 (-61,3)

Tabelle 2: Frequenznutzungsparameter der FCC für die USA (Werte für *Hand-Held*-Geräte in Klammern)

tungsdichte, die Geräten der Unterhaltungselektronik/Haushalts-elektronik zugestanden wird, die nicht zum Senden gedacht ist. Diese Leistungsdichte wird in diesem Fall als Hintergrundrauschen akzeptiert. Die Regulierung der FCC unterscheidet zwischen *Indoor*- und *Hand-Held*-Geräten. *Hand-Held*-Geräte, die auch außerhalb von Gebäuden benutzt werden können, sind außerhalb des Hauptnutzungsbereichs zwischen 3,1 GHz und 10,6 GHz strenger reguliert. [Abbildung 6](#) veranschaulicht die Frequenzmaske.

4.2 EU UND DEUTSCHLAND

Die Europäische Union hat im Februar 2007 eine Entscheidung zur Regulierung von UWB-Übertragungssystemen erlassen (*Commission of the European Communities, 2007*). Diese verpflichtende

¹ für Kommunikation, medizinische Bildgebung und Radar

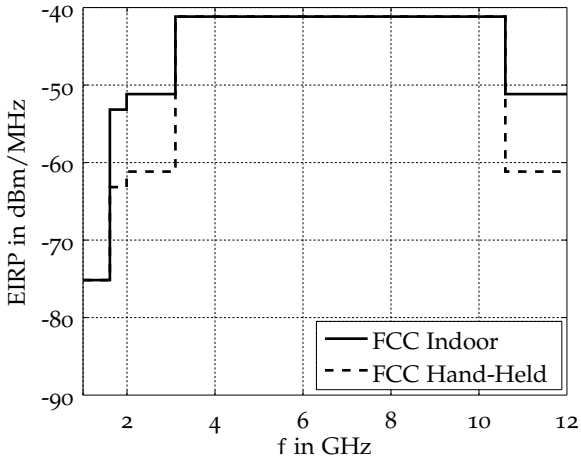


Abbildung 6: Regulierung durch die FCC

Entscheidung der Europäischen Kommission wurde mit kleinen Änderungen im Januar 2008 in Deutschland umgesetzt (*Bundesnetzagentur, 2008*). Die Regulierung fällt deutlich restriktiver aus als die der FCC in den USA. Nur ein relativ schmaler Frequenzbereich von 2,5 GHz ist von 6,0 GHz bis 8,5 GHz uneingeschränkt mit maximal $-41,3$ dBm/MHz für UWB-Geräte nutzbar. Weitere Bereiche mit einer Bandbreite von 1,7 GHz im Bereich von 3,1 GHz bis 4,8 GHz und einer Bandbreite von 500 MHz im Bereich von 8,5 GHz bis 9,0 GHz sind mit Einschränkungen bis maximal $-41,3$ dBm/MHz nutzbar. Im ersten Bereich dürfen UWB-Geräte, die einen *Low duty cycle* (LDC) aufweisen, betrieben werden. LDC-UWB-Geräte müssen folgende Bedingungen erfüllen:

- Maximale Dauer einer Aussendung: 5 ms,
- Mittlere Pause zwischen zwei aufeinanderfolgenden Aussendungen: 38 ms (durchschnittlicher Mittelwert über eine Sekunde),
- Minimum der summierten Pausen: 950 ms in einer Sekunde,

- Maximum der summierten Aussendungen: 5 % bezogen auf eine Sekunde und 18 s bezogen auf eine Stunde.

Frequenzbereich	maximaler Mittelwert der spektralen Leistungsdichte
in GHz	in dBm/MHz (EIRP)
< 1,6	-90
1,6–2,7	-85
2,7–3,4	-70
3,4–3,8	-80
3,8–4,2	-70
4,2–4,8	-70
4,8–6,0	-70
6,0–8,5	-41,3
8,5–10,6	-65
> 10,6	-85

Tabelle 3: Frequenznutzungsparameter für die EU und Deutschland

Die [Tabelle 3](#) zeigt die erlaubte spektrale Leistungsdichte und [Abbildung 7](#) veranschaulicht die Frequenzmaske. **UWB**-Geräte, die den Frequenzbereich von 4,2 GHz bis 4,8 GHz nutzen und bis zum 31.12.2010 in Verkehr gebracht wurden, dürfen mit einem maximalen Mittelwert der isotropen spektralen Leistungsdichte von -41,3 dBm/MHz (**EIRP**) betrieben werden. Für **LDC-UWB**-Geräte erhöht sich im Frequenzbereich von 3,1 GHz bis 4,8 GHz der maximal zulässige Mittelwert der isotropen spektralen Leistungsdichte auf -41,3 dBm/MHz. In bestimmten räumlich festgelegten Gebieten in Deutschland ist der Einsatz von **LDC-UWB**-Geräten im Frequenzbereich zwischen 3,1 GHz und 3,4 GHz nicht zulässig. Wie das allerdings von Nutzern eingehalten werden, kann ist fraglich. **UWB**-Geräte, die **DAA** Mechanismen unterstützen, dürfen im Frequenzbereich von 3,1 GHz bis 4,8 GHz und 8,5 GHz

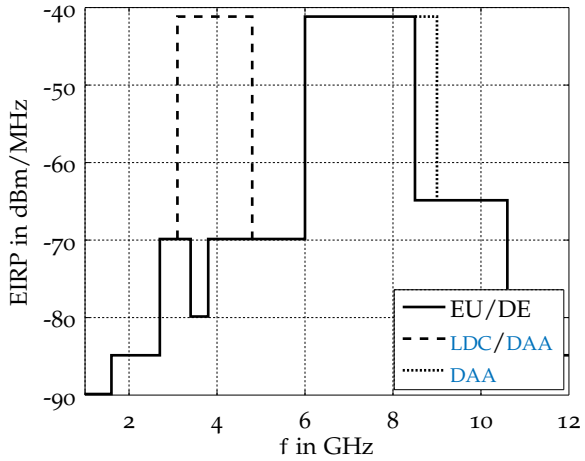


Abbildung 7: Regulierung in Deutschland und der EU

bis 9,0 GHz ebenfalls einen maximal zulässigen Mittelwert der spektralen Leistungsdichte auf $-41,3$ dBm/MHz (EIRP) einsetzen.

DER DRAHTLOSE ÜBERTRAGUNGSKANAL

Die Ausbreitung von Radiowellen ist ein sehr komplexer Vorgang. Eine exakte mathematische Beschreibung dieses Phänomens im Rahmen dieser Arbeit ist weder sinnvoll noch zielführend, um Aussagen zur Leistungsfähigkeit von Energiedetektoren zu treffen. Aus diesem Grund werden statistische Mehrwegkanalmodelle verwendet, die unter Berücksichtigung verschiedener physikalischer Effekte unterschiedliche Szenarien, wie z. B. Kanäle mit und ohne Sichtverbindung, sogenannte *Line-of-sight* (LOS)- und *Non-line-of-sight* (NLOS)-Kanäle, beschreiben.

5.1 STATISTISCHE MEHRWEGEKANALMODELLE

In diesem Kapitel wird die Modellierung eines statistischen Mehrwegkanals mit Hilfe einer zeitvarianten Kanalimpulsantwort hergeleitet. Wird ein einzelner Impuls über einen solchen Mehrwegkanal übertragen, besteht das Empfangssignal aus einer Reihe von überlagerten Impulsen, die vom direkten Pfad und unterschiedlichen Reflexionen hervorgerufen werden können. Eine wichtige Größe der Mehrwegkanalimpulsantwort ist deren zeitliche Ausdehnung, also der Zeitbereich zwischen dem Eintreffen der ersten und der letzten Komponente der Kanalimpulsantwort. Ist diese Größe klein im Vergleich zur Inversen der Kanalbandbreite, dann hat das Empfangssignal nur eine geringe zeitliche Ausdehnung, und die Verformung des Empfangssignals ist relativ gering. Andernfalls kann die Verformung des Empfangssignals deutlich größer ausfallen.

Eine weitere wichtige Eigenschaft der Kanalimpulsantwort ist deren Veränderung über der Zeit. Diese Veränderungen entstehen dann, wenn sich Sender oder Empfänger bewegen und sich die Kanaleigenschaften durch die neue Position von Objekten, aber auch durch raue Oberflächen, die zur Reflexion und Streuung beitragen, ändern. Wenn das Empfangssignal beobachtet wird,

sieht man also unterschiedliche Kanaldämpfungen, Signallaufzeiten und eine variierende Zahl an Kanalkomponenten für jeden gesendeten Impuls. Natürlich verändert sich die Kanalimpulsantwort durch die Bewegung von Sender und Empfänger sehr viel langsamer (z. B. Abschattung durch Wände, Gebäude) als durch die konstruktive Überlagerung und Streuung von Mehrwegekomponenten aufgrund einer festgelegten Anordnung von Objekten. Man unterscheidet hier zwischen langsamem Schwund (*slow fading*) und schnellem Schwund (*fast fading*). Die Abschattung von Empfängern durch Objekte wird als *shadowing* bezeichnet.

5.2 DAS EIN-/AUSGABEMODELL

Wie gerade erläutert, sind für das Empfangssignal zeitvariante Reflexionen und Signallaufzeiten anzunehmen. Deshalb wird der Mehrwegekanal durch eine lineare, zeitvariante Kanalimpulsantwort modelliert. Der lineare, zeitvariante Übertragungskanal wird im reellen Bandpassbereich und das äquivalente Modell im komplexen Tiefpassbereich hergeleitet. Beide Varianten, der Bandpasskanal als auch der äquivalente Tiefpasskanal, dienen der Analyse der Leistungsfähigkeit von Energiedetektoren im weiteren Verlauf der Arbeit. In der Arbeit werden die Definitionen für die Kanalmodellierung von *Tse und Viswanath (2005)* und *Kammeyer (2008)* benutzt.

5.2.1 Energiesignale

Sei s ein Signal mit dem Definitionsbereich \mathcal{T} und dem Wertebereich \mathcal{S} :

$$s : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{S}.$$

Ein zeitkontinuierliches Signal s heißt genau dann Energiesignal, wenn:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt < \infty. \quad (5.1)$$

Energiesignale bilden mit Addition und Multiplikation als innere Operationen und mit der Skalarmultiplikation als äußere Operati-

on einen linearen Raum, der als $\mathcal{L}^2(\mathbb{R})$ bezeichnet wird (Hoffmann, 1998). Die Menge der quadratisch integrierbaren zeitkontinuierlichen Signale ist:

$$\mathcal{L}^2(\mathbb{R}) = \left\{ s : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{S} \mid \mathcal{T} \subseteq \mathbb{R}; \mathcal{S} \subseteq \mathbb{R}; \int_{-\infty}^{\infty} |s(t)|^2 dt < \infty \right\}.$$

Dementsprechend ist die Menge der quadratisch summierbaren, zeitdiskreten Signale:

$$l^2(\mathbb{Z}) = \left\{ s : \mathcal{T} \rightarrow \mathcal{S} \mid \mathcal{T} \subseteq \mathbb{Z}; \mathcal{S} \subseteq \mathbb{R}; \sum_{k=-\infty}^{\infty} |s(k)|^2 < \infty \right\}.$$

Die Energie von zeitkontinuierlichen und zeitdiskreten Signalen sind über folgende Gleichung verknüpft:

$$\int_{-\infty}^{\infty} s^2(t) dt = \Delta t \sum_{k=-\infty}^{\infty} s^2(k\Delta t),$$

wobei Δt das Abtastintervall ist. Die in dieser Arbeit verwendeten Sendesignale sind Energiesignale. Zeitkontinuierliche periodische Signale und zeitlich unbegrenztes Rauschen gehören nicht zur Menge der Energiesignale, da die Angabe einer endlichen Energie nach (5.1) nicht möglich ist. Diese Art von Signalen wird über die mittlere Energie pro Zeiteinheit definiert:

$$P = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T s^2(t) dt.$$

Signale mit $0 < P < \infty$ heißen Leistungssignale.

5.2.2 Linearer, zeitvarianter Übertragungskanal

Das zeitkontinuierliche Empfangssignal r besteht aus der Überlagerung (Superposition) vieler mit b_1 gedämpfter und um τ_1 zeitlich verzögerter zeitkontinuierlicher Sendesignale s . Obwohl die Dämpfungen b_1 und die Verzögerungen τ_1 frequenzunabhängig angenommen werden können, treten Auslöschungen und

Verstärkungen des Empfangssignals für bestimmte Frequenzen auf. Der Kanal ist somit frequenzselektiv:

$$r(t) = \sum_{l=0}^{L(t)} b_l(t)s(t - \tau_l(t)). \quad (5.2)$$

Die durch den Kanal hervorgerufenen Dämpfungen b_l werden im Weiteren als Kanalkoeffizienten bezeichnet, die Verzögerungen τ_l als Kanalverzögerungen. L ist die Anzahl von auflösbaren Mehrwegekomponenten und $l = 0$ steht für den direkten Pfad. Die l -te auflösbare Mehrwegekomponente kann entweder von einem einzigen Objekt reflektiert worden sein oder sich aus der Überlagerung vieler Reflexionen zusammensetzen, die fast die gleiche Verzögerung aufweisen. Zwei unterschiedliche Verzögerungen τ_1 und τ_2 sind dann auflösbar, wenn die Differenz der beiden Verzögerungen wesentlich größer als die inverse Signalbandbreite ist, d. h. $|\tau_1 - \tau_2| \gg B^{-1}$. Mehrwegekomponenten, die diese Bedingung nicht einhalten, sind nicht auflösbar, da $s(t - \tau_1) \approx s(t - \tau_2)$. Diese nicht auflösbaren Mehrwegekomponenten werden überlagert und bilden eine gemeinsame Mehrwegekomponente. Die Dämpfung b_l einer solchen Mehrwegekomponente ändert sich aufgrund der konstruktiven und destruktiven Überlagerung der Einzelkomponenten schnell.

Bei der Modellierung des statistischen Mehrwegekanals spielt es eine entscheidende Rolle, ob sich die auflösbaren Mehrwegekomponenten aus einer Vielzahl von einzelnen, nicht auflösbaren Komponenten überlagern oder ob sie sich aus sehr wenigen oder sogar einzelnen Komponenten zusammensetzen. Stammen die einzelnen Pfade von unterschiedlichen Objekten, ist eine Abhängigkeit der Pfadampplituden vernachlässigbar. Ist dies nicht der Fall, muss für die Pfaddämpfungen von einer korrelierten Zufallsgröße ausgegangen werden. Im Fall von Mehrwegekomponenten, die sich aus einer Vielzahl von unabhängigen Einzelkomponenten zusammensetzen, können diese aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes als normalverteilt angenommen werden. Treffen diese Annahmen nicht zu, ist die Verteilung im Allgemeinen unbekannt. Da der Kanal in (5.2) linear ist, kann das Empfangssignal r mit

Hilfe der Kanalimpulsantwort $h(\tau, t)$ zum Zeitpunkt t für einen übertragenen Impuls zur Zeit $t - \tau$ wie folgt beschrieben werden:

$$r(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) s(t - \tau) d\tau. \quad (5.3)$$

Kombiniert man (5.2) und (5.3), ergibt sich für die Kanalimpulsantwort:

$$h(\tau, t) = \sum_{l=0}^{L(t)} b_l(t) \delta(t - \tau_l(t)),$$

wobei δ die Dirac-Funktion ist. Dies vereinfacht die Modellierung der komplizierten Ausbreitung von Radiowellen, da eine einfache Ein-/Ausgabe-Beziehung zwischen der Sende- und Empfangsantenne entsteht. Die Kanalimpulsantwort wird als zeitvarianter Filter dargestellt. Die Fourier-Transformation der zeitvarianten Impulsantwort $h(\tau, t)$ führt zur Kanalübertragungsfunktion $\mathcal{H}(f, t)$ mit:

$$\mathcal{H}(f, t) := \int_{-\infty}^{\infty} h(\tau, t) e^{-j2\pi f\tau} d\tau = \sum_{l=0}^{L(t)} b_l(t) e^{-j2\pi f\tau_l(t)}.$$

Handelt es sich bei der Umgebung um eine komplett statische Anordnung, bei der sich Sender und Empfänger nicht bewegen, vereinfacht sich die Kanalimpulsantwort zu einer zeitinvarianten Lösung:

$$h(\tau) = \sum_{l=0}^L b_l \delta(\tau - \tau_l).$$

Die Kanalkoeffizienten a_l , die Kanalverzögerungen τ_l und die Anzahl der Pfade L sind hier nicht mehr von der Zeit t abhängig.

5.2.3 Äquivalenter Tiefpasskanal

Je nach zu untersuchendem drahtlosen Übertragungssystem ist es zweckmäßig, dieses entweder im Bandpassbereich oder im

äquivalenten Tiefpassbereich zu betrachten. Bei vielen Übertragungssystemen finden die meisten Arbeitsschritte wie Modulation, Synchronisation, Fehlerschutzcodierung, etc. im äquivalenten Tiefpassbereich statt. Erst im letzten Schritt wird das Signal in den notwendigen Frequenzbereich verschoben. Dies vereinfacht oft die Analyse des Systems. Allerdings bietet sich bei UWB-Systemen eine solche Betrachtung nicht immer an. Trotzdem wird hier kurz der Zusammenhang zwischen Bandpassbereich und äquivalentem Tiefpassbereich dargestellt. Es wird vom reellen Signal s mit der zugehörigen Fourier-Transformierten \mathcal{S} , bandbegrenzt auf $[f_c - B/2, f_c + B/2]$ mit $B < 2f_c$, ausgegangen. Die Fourier-Transformierte \mathcal{S}_b des äquivalenten Tiefpasssignals s_b ist definiert als:

$$\mathcal{S}_b(f) = \begin{cases} \sqrt{2}\mathcal{S}(f + f_c) & f + f_c > 0 \\ 0 & f + f_c \leq 0. \end{cases}$$

Da das Signal s reell ist, gilt für die Fourier-Transformierte $\mathcal{S}(f) = \mathcal{S}^*(-f)$. Daraus folgt, dass das äquivalente Tiefpasssignal s_b dieselben Informationen wie das Bandpasssignal s enthält. Das äquivalente Tiefpasssignal wird auch als komplexe Einhüllende oder komplexe Hüllkurve des Bandpasssignals s bezüglich der Frequenz f_c bezeichnet. Damit die beiden Signale die gleiche Energie aufweisen, wird das reelle Bandpasssignal mit $\sqrt{2}$ normiert:

$$\sqrt{2}\mathcal{S}(f) = \mathcal{S}_b(f - f_c) + \mathcal{S}_b^*(-f - f_c).$$

Die inverse Fourier-Transformation liefert:

$$\begin{aligned} s(t) &= \frac{1}{\sqrt{2}} \left(s_b(t) e^{j2\pi f_c t} + s_b^*(t) e^{-j2\pi f_c t} \right) \\ &= \sqrt{2} \Re \left\{ s_b(t) e^{j2\pi f_c t} \right\}. \end{aligned}$$

Die Darstellung des linearen zeitvarianten Übertragungskanals im äquivalenten Tiefpassbereich sieht dann wie folgt aus: s_b und r_b sind die äquivalenten Tiefpasssignale des Sendesignals s und des Empfangssignals r . Substituiert man in (5.2) $s(t) = \sqrt{2} \Re \{ s_b e^{j2\pi f_c t} \}$ und $r(t) = \sqrt{2} \Re \{ r_b e^{j2\pi f_c t} \}$, erhält man den

äquivalenten Tiefpasskanal. Der Realteil des äquivalenten Tiefpassempfangssignals r_b lautet:

$$\begin{aligned}\Re \left\{ r_b e^{j2\pi f_c t} \right\} &= \sum_l^{L(t)} b_l(t) \Re \left\{ s_b(t - \tau_l(t)) e^{j2\pi f_c (t - \tau_l(t))} \right\} \\ &= \Re \left\{ \left(\sum_{l=0}^{L(t)} b_l(t) s_b(t - \tau_l(t)) e^{-2\pi f_c \tau_l(t)} \right) e^{j2\pi f_c t} \right\},\end{aligned}$$

und der Imaginärteil ist:

$$\begin{aligned}\Im \left\{ r_b e^{j2\pi f_c t} \right\} \\ = \Im \left\{ \left(\sum_{l=0}^{L(t)} b_l(t) s_b(t - \tau_l(t)) e^{-2\pi f_c \tau_l(t)} \right) e^{j2\pi f_c t} \right\}.\end{aligned}$$

Daraus folgt für den äquivalenten Tiefpasskanal:

$$r_b(t) = \sum_{l=0}^{L(t)} b_{b,l}(t) s_b(t - \tau_l(t)) \quad (5.4)$$

mit

$$b_{b,l}(t) := b_l(t) e^{-2j\pi f_c \tau_l(t)}.$$

Auch (5.4) ist ein linearer, zeitvarianter Kanal mit der äquivalenten Tiefpasskanalimpulsantwort:

$$h_b(\tau, t) = \sum_{l=0}^{L(t)} b_{b,l}(t) \delta(\tau - \tau_l(t)).$$

Handelt es sich um einen zeitinvarianten Kanal, dann lautet die Kanalimpulsantwort:

$$h_b(\tau) = \sum_{l=0}^L b_{b,l} \delta(\tau - \tau_l).$$

Die Kanalkoeffizienten b_l , die Kanalverzögerungen τ_l und die Anzahl der Pfade L sind nicht mehr von der Zeit t abhängig.

5.2.4 Zeitdiskretes Kanalmodell

Für die weiteren Untersuchungen ist es notwendig, das zeitkontinuierliche Modell (5.2) in ein zeitdiskretes Modell zu überführen. Das Eingangssignal s ist bandbegrenzt mit der Bandbreite B und kann dargestellt werden als (Shannon, 1949):

$$s(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} s_i \text{si}(2Bt - i) \quad (5.5)$$

mit $s_i := s(i/(2B))$ und $\text{si}(t) := \sin(\pi t)/(\pi t)$. Dies ergibt sich direkt aus dem Abtasttheorem und sagt aus, dass ein kontinuierliches, bandbegrenzt Signal der Bandbreite B mit einer Abtastfrequenz größer als $2B$ gleichförmig abgetastet werden muss. Das Ursprungssignal ist dann ohne Informationsverlust aus dem zeitdiskreten Signal mit unendlich großem Aufwand exakt rekonstruierbar, oder mit endlichem Aufwand beliebig genau approximierbar (Urkowitz, 1967). Wichtig ist, dass die Bandbreite B als Differenz der oberen und unteren Grenzfrequenz durch $B := f_o - f_u$ definiert ist, wobei die untere Grenzfrequenz $f_u = 0$ gesetzt wird. Die Bandbreite ist also $B = f_o$. Diese Festlegung ist für viele UWB-Signale sinnvoll, da sich die Mitten- oder Trägerfrequenz f_c meistens in derselben Größenordnung befinden wie die Bandbreite B . Mit (5.2) und (5.5) erhält man für das Empfangssignal r :

$$r(t) = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} s_i \sum_{l=0}^L b_l(t) \text{si}(Bt - B\tau_l(t) - i).$$

Das zu den Zeitpunkten $1/(2B)$ abgetastete Empfangssignal $r_j := r(j/(2B))$ ist dann:

$$r_j = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} s_i \sum_{l=0}^L a_{l,j} \text{si}(j - i - 2\tau_{l,j}B)$$

mit $b_{l,j} := b_l(j/(2B))$ und $\tau_{l,j} := \tau_l(j/(2B))$. Setzt man $m := j - i$ folgt daraus:

$$r_j = \sum_m s_{j-m} \sum_{l=0}^L b_{l,j} \text{si}(m - 2\tau_{l,j}B). \quad (5.6)$$

Definiert man die zeitdiskreten Kanalkoeffizienten $h_{m,j}$ wie folgt:

$$h_{m,j} := \sum_{l=0}^L b_{l,j} s_i(l - 2\tau_{l,j}B), \quad (5.7)$$

lässt sich (5.6) als:

$$r_j = \sum_m h_{m,j} s_{j-m}$$

schreiben. Die Kanalkoeffizienten $h_{m,j}$ beschreiben den m -ten Kanalkoeffizienten zum Zeitpunkt j . Dieser setzt sich aus der Überlagerung von L Pfaden zusammen, deren Zeitverzögerung ungefähr $m/(2B)$ ist. Bei der Modellierung des diskreten, statistischen Mehrwegekanals spielt es ebenfalls eine große Rolle, ob sich die diskreten Kanalkoeffizienten $h_{m,j}$ aus einer Vielzahl von einzelnen, nicht auflösbaren Komponenten überlagern oder ob sie sich aus sehr wenigen oder sogar einzelnen Komponenten zusammensetzen ([Abschnitt 5.2.2](#)). Sind die Amplituden b_l und die Verzögerungen τ_l zeitinvariant, also $b_l(t) = b_l$ und $\tau_l(t) = \tau_l$, vereinfacht sich (5.7) zu:

$$h_m := \sum_{l=0}^L b_l s_i(m - 2\tau_l B).$$

Der Kanal ist dann ebenfalls zeitinvariant.

5.2.5 Additives weißes Gaußsches Rauschen

Um das Kanalmodell zu vervollständigen, wird das Empfangssignal mit bandbegrenztem weißem Gaußschem Rauschen (*White Gaussian noise (WGN)*) $w(t)$ überlagert. Hier spricht man von *Additive white Gaussian noise (AWGN)*. Aus (5.2) folgt für eine beliebige Realisierung:

$$r(t) = \sum_{l=0}^{L(t)} b_l(t) s(t - \tau_l(t)) + w(t).$$

Nach [Abschnitt 5.2.4](#) folgt für das zeitdiskrete Modell:

$$r_j = \sum_m h_{m,j} s_{j-m} + w_j \quad (5.8)$$

mit $w_j := w(j/(2B))$. Mit dem Rauschprozess $W(t)$ und einer Realisierung $w(t)$ sowie dem Prozess $B_l(t)$ der Dämpfung und einer Realisierung $b_l(t)$ erhält man das Empfangssignal:

$$R(t) = \sum_{l=0}^{L(t)} B_l(t) x(t - \tau_l(t)) + W(t).$$

Für das zeitdiskrete Modell erhält man mit den Zufallsgrößen W_j und $H_{m,j}$:

$$R_j = \sum_m H_{m,j} s_{j-m} + W_j. \quad (5.9)$$

Folglich ist jedes W_j eine normalverteilte Zufallsvariable mit dem Erwartungswert null und der Varianz $\sigma_j^2 = N_0 B$. Der Wert w_j ist eine Realisierung der Zufallsgröße W_j . Da die Quelle des weißen Gaußschen Rauschens das thermische Hintergrundrauschen und auch der Sender sowie der Empfänger selbst sind, wird angenommen, dass es unabhängig von den zufälligen Kanalkoeffizienten $H_{m,j}$ ist.

5.2.6 Vektorielle Darstellung

Das zeitdiskrete Kanalmodell (5.8) mit endlicher Kanalimpulsantwort h kann mit Hilfe der Faltungsmatrix x dargestellt werden als:

$$\mathbf{r} = \mathbf{x}\mathbf{h} + \mathbf{w},$$

wobei $\mathbf{h} = (h_1, h_2, \dots, h_L)^T$ der Vektor der endlichen Kanalimpulsantwort und $\mathbf{w} = (w_1, w_2, \dots, w_L)^T$ der Rauschvektor

sind. Die Faltungsmatrix \mathbf{x} des Sendesignals $\mathbf{s} = (s_1, s_2, \dots, s_L)^T$ besteht aus zeitlich verschobenen Sendesignalen:

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & \dots & 0 \\ s_2 & s_1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_L & s_{L-1} & \dots & s_1 \end{pmatrix}.$$

Die vektorielle Darstellung wird für die Herleitung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im frequenzselektiven Schwundkanal ([Kapitel 11](#)) benutzt. Vektoren und Matrizen von Zufallsgrößen werden mit fetten Großbuchstaben gekennzeichnet.

5.3 DER UWB-KANAL

UWB-Kanäle unterscheiden sich von schmalbandigen Kanälen. Betrachtet man einen schmalbandigen Übertragungskanal, wird angenommen, dass ausreichend viele Signale aus unterschiedlichen Richtungen eintreffen und diese unkorreliert sind. Alle Einfallswinkel sind gleichwahrscheinlich, und die einzelnen Signale lassen sich nicht auflösen. Bei der Modellierung der Kanalkoeffizienten wird oft angenommen, dass sich diese aus ausreichend vielen Einzelkomponenten zusammensetzen, so dass die Kanalkoeffizienten aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes als normalverteilt angenommen werden können, ganz unabhängig von der Verteilung der einzelnen Komponenten. Gibt es keinen direkten Pfad, und sind alle Kanalkoeffizienten unabhängig, hat diese Verteilung den Erwartungswert null, und die Phasen sind gleichverteilt zwischen null und 2π ([Bello, 1963](#); [Proakis, 2001](#); [Tse und Viswanath, 2005](#)). Die Einhüllende dieser Kanalimpulsantwort ist bei der Betrachtung im äquivalentem Tiefpassbereich also *Rayleigh*-verteilt. Ist der Erwartungswert größer null, ist die Einhüllende *Rice*-verteilt ([Rice, 1944](#)).

Die oben genannten Annahmen treffen für schmalbandige Kanäle zu. Gerade die hohe zeitliche Auflösung von UWB-Kanälen stellt dies aber in Frage, da nur noch wenige Signale zu jedem Kanalkoeffizienten beitragen ([Zhang et al., 2002](#); [Cassoli, Win und](#)

Molisch, 2002; Molisch, Foerster und Pendergrass, 2003). Alternativ zur *Rayleigh*- und *Rice*-Verteilung werden in der Literatur unterschiedliche Verteilungen basierend auf Kanalmessungen vorgeschlagen. Ein Vorschlag zur Modellierung der Kanalkoeffizienten ist die *log-Normal*-Verteilung. Diese wird in den Messkampagnen von *Foerster und Li (2002)*, *Keignart und Danièle (2002)*, *Qiang und Wong (2003)* und *Hentilä et al. (2005)* vorgeschlagen und bei der Modellierung von Kanalkoeffizienten im *IEEE*-Kanalmmodell 802.15.3a ([Abschnitt 5.3.2](#)) verwendet (*Foerster, 2003; Molisch, Foerster und Pendergrass, 2003*). Ein weiterer Vorschlag zur Modellierung der Kanalkoeffizienten ist die *Nakagami*-Verteilung (*Nakagami, 1960*). Messkampagnen von *Cassoli, Win und Molisch (2002)* und *Hentilä et al. (2005)* haben eine gute Übereinstimmung der Messergebnisse mit einer *Nakagami*-Verteilung ergeben. Die *Nakagami*-Verteilung wurde zur Modellierung der Kanalkoeffizienten im *IEEE*-Kanalmmodell 802.15.4a verwendet (*Molisch et al., 2006*). Auch die *Weibull*-Verteilung hat bei einigen *UWB*-Kanalmessungen gute Übereinstimmung mit den Messergebnissen gezeigt (*Pagani und Pajusco, 2004; Chong und Yong, 2005*).

Es gibt auch Messkampagnen, die eine gute Übereinstimmung mit *Rayleigh*- (*Ghassemzadeh et al., 2004*) und *Rice*-verteilten (*Kunisch und Pamp, 2002*) Kanalkoeffizienten ergeben haben, basierend auf komplex normalverteilten Kanalkoeffizienten. Auch von *Schuster (2009)* wird gezeigt, dass die Annahme von komplex normalverteilten Kanalkoeffizienten bei *UWB*-Kanälen gerechtfertigt ist. Allerdings sind die Messkampagnen sehr unterschiedlich, so dass nicht ausgeschlossen ist, dass die unterschiedlichen Annahmen für die Verteilung der Kanalkoeffizienten auf unterschiedliche Szenarien, Messverfahren oder statistische Methoden zurückzuführen sind.

Somit gibt es eine große Anzahl von Möglichkeiten, *UWB*-Kanäle zu modellieren. In dieser Arbeit wird auf einige davon zurückgegriffen, um die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit bei Empfängern basierend auf Energiedetektion herzuleiten.

5.3.1 Das Saleh-Valenzuela-Kanalmodell

Das Saleh-Valenzuela-Kanalmodell (Saleh und Valenzuela, 1987) ist ein einfaches, statistisches Mehrwegekanalmodell für Innenräume, das sehr gut für die Implementierung in Simulationsumgebungen geeignet ist. Das Kanalmodell basiert auf Messungen, die von Saleh und Valenzuela an den Bell Labs¹ durchgeführt wurden. Diese haben ergeben, dass die eintreffenden Pfade in sogenannten Clustern gruppiert sind. Die eintreffenden Pfade haben unabhängige, gleichverteilte Phasen, und deren Dämpfungen sind unabhängig Rayleigh-verteilt. Die Varianz der Dämpfungen nimmt innerhalb eines Clusters exponentiell ab. Die Ankunftszeiten der Cluster und der einzelnen Pfade innerhalb eines Clusters werden mit einem Poisson-Prozess modelliert. Folglich stimmen die Ankunftszeiten der einzelnen Pfade nicht zwingend mit der Abtastperiode überein. Das muss bei der Implementierung des Kanalmodells berücksichtigt werden. Die Ankunftszeit T_1 des ersten Pfads im

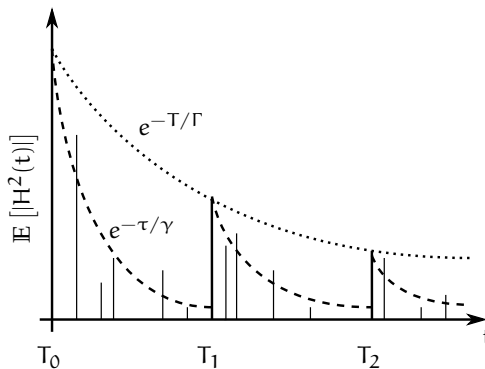


Abbildung 8: Saleh-Valenzuela-Kanalmodell

l -ten Cluster ist als Poisson-Prozess mit der mittleren Ankunftsrate Λ modelliert. Die Ankunftszeit $\tau_{k,l}$ des k -ten Pfades innerhalb des l -ten Clusters wird mit einem Poisson-Prozess mit der mittleren Ankunftsrate λ modelliert. Typischerweise sind innerhalb eines

¹ AT&T Bell Laboratories, Crawford Hill, Holmdel, New Jersey, USA

Clusters viele einzelne Pfade enthalten und $\lambda \gg \Lambda$. Die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichten der Ankunftszeiten sind also:

$$\begin{aligned} f(T_l | T_{l-1}) &= \Lambda e^{-\Lambda(T_l - T_{l-1})}, & l > 0, \\ f(\tau_{k,l} | \tau_{k-1,l}) &= \lambda e^{-\lambda(\tau_{k,l} - \tau_{k-1,l})}, & k > 0. \end{aligned}$$

Die Kanalimpulsantwort h im äquivalenten Tiefpasskanal ist:

$$h(t) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{\infty} \beta_{l,k} e^{j\theta_{l,k}} \delta(t - T_l - \tau_{l,k}), \quad (5.10)$$

wobei $\beta_{k,l}$ die Dämpfung und $\theta_{k,l}$ die Phase des k -ten Pfads innerhalb des l -ten Clusters sind. Die Dämpfungen $\beta_{k,l}$ sind *Rayleigh*-verteilt mit:

$$f(\beta_{l,k}) = \frac{2\beta_{l,k}}{\beta_{l,k}^2} \exp\left(-\frac{\beta_{l,k}}{\beta_{l,k}^2}\right).$$

Deren mittlere quadratische Werte $\overline{\beta_{l,k}^2}$ fallen exponentiell ab:

$$\overline{\beta_{l,k}^2}(T_l, \tau_{l,k}) = \overline{\beta_{0,0}^2} e^{T_l/\Gamma} e^{\tau_{l,k}/\gamma},$$

wobei Γ die Cluster- und γ die Pfad-*Power-Delay-Time*-Konstanten sind, und typischerweise ist $\Gamma > \gamma$.

Das Kanalmodell von [Saleh und Valenzuela \(1987\)](#) basiert auf einer Messkampagne, bei der die Bandbreite 1,5 GHz betrug. Obwohl dies nicht dem regulierten Spektrum von 3,1 GHz bis 10,6 GHz entspricht, wurde bei Messungen im *UWB*-Kanal ein ähnliches Verhalten festgestellt.

5.3.2 Das IEEE-Kanalmodell

Das in dieser Arbeit verwendete *IEEE*-Kanalmodell von [Foerster \(2003\)](#) und [Foerster, Pendergrass und Molisch \(2004\)](#) ist eine Modifikation des bekannten Mehrwegekanalmodells von [Saleh und Valenzuela \(1987\)](#). Diese Kanalmodell wurde im Rahmen der Standardisierung 802.15.3a entwickelt, die aber nie zustande

kam. Das IEEE-Kanalmodell wird in dieser Arbeit in der MATLAB-Simulationsumgebung (Kapitel 15) zur Simulation der *Multiband Impulse Radio Architecture* (Kapitel 7) genutzt.

Durch die extrem hohe Bandbreite von UWB-Signalen sind einige Annahmen, die im Kanalmodell von *Saleh und Valenzuela (1987)* getroffen werden, fragwürdig. Durch die hohe zeitliche Auflösung überlappen sich wahrscheinlich nur wenige Pfade, so dass der zentrale Grenzwertsatz nicht angewandt werden kann. Dies führt nicht zwingend zu einer *Rayleigh*-Verteilung der Pfaddämpfungen. Die Messungen, auf denen das IEEE-Kanalmodell basiert, haben eine gute Übereinstimmung der Pfaddämpfungen mit einer *Nakagami*-Verteilung und einer log-Normalverteilung ergeben. Beim IEEE-Kanalmodell hat man sich die log-Normalverteilung der Pfaddämpfungen entschieden.

Die Kanalimpulsantwort h_i basiert auf dem Mehrwegekanalmodell von *Saleh und Valenzuela (1987)* und weist einen ähnlichen Aufbau wie (5.10) auf. Da die hier betrachteten UWB-Signale eine ähnlich hohe Bandbreite wie die Mittenfrequenz aufweisen, wird die Kanalimpulsantwort im reellen Bandpass realisiert:

$$h_i(t) = X_i \sum_{l=0}^L \sum_{k=0}^K \alpha_{l,k}^i \delta(t - T_l^i - \tau_{l,k}^i),$$

wobei $\alpha_{l,k}^i$ die Pfaddämpfung, T_l^i die Verzögerung des l -ten Clusters und $\tau_{l,k}^i$ die Verzögerung der k -ten Mehrwegekomponente relativ zum l -ten Cluster sind. X_i repräsentiert die Abschattung und der Index i beschreibt die i -te Realisierung. Die Kanalkoeffizienten $\alpha_{l,k}^i$ sind als Produkt der Koeffizienten definiert, die auf langsamen und schnellen Schwund zurückgehen:

$$\alpha_{l,k} = p_{l,k} \xi_l \beta_{k,l}.$$

$p_{l,k}$ nimmt mit gleicher Wahrscheinlichkeit $+1$ und -1 an und gibt damit die Signalinvertierung aufgrund von Reflexionen an. ξ_l gibt den Schwund des l -ten Clusters an und $\beta_{k,l}$ den Schwund des k -ten Pfads innerhalb des l -ten Clusters.

Anders als im *Saleh-Valenzuela*-Kanalmodell werden die Pfaddämpfungen mit einer log-Normalverteilung modelliert. Dies

wurde ebenfalls für die Dämpfung der Cluster untereinander festgestellt. Die Verteilungen sind voneinander unabhängig:

$$20 \log_{10}(\xi_l \beta_{k,l}) \sim \mathcal{N}(\mu_{k,l}, \sigma_1^2 + \sigma_2^2).$$

Der Mittelwert $\mu_{k,l}$ ist definiert durch:

$$\mu_{k,l} = \frac{10 (\ln(\Omega_0) - T_l/\Gamma - \tau_{l,k}/\gamma)}{\ln(10)} - \frac{\ln(10)(\sigma_1^2 + \sigma_2^2)}{20},$$

wobei Ω_0 die mittlere Energie des ersten Pfads ist. Der exponentielle Leistungsabfall der Cluster untereinander und innerhalb eines Clusters lässt sich wie folgt beschreiben:

$$\mathbb{E} [|\xi_l \beta_{k,l}|] = \Omega_0 e^{T_l/\Gamma} e^{\tau_{l,k}/\gamma}.$$

Die Summe der Quadrate aller Kanalkoeffizienten $\alpha_{l,k}$ wird auf eins normiert, so dass die Varianz der Energie ausschließlich von der Dämpfung (Abschattung) X abhängt. Diese ist ebenfalls log-normalverteilt und ist gegeben durch:

$$20 \log_{10}(X) \sim \mathcal{N}(0, \sigma_X^2).$$

Das hier angegebene Kanalmodell ist reell, um die Kanaleigenschaften unabhängig von einer Trägerfrequenz zu erfassen. Dies ist für **UWB**-Kanalmodelle sinnvoll, da sich hier die Trägerfrequenz in derselben Größenordnung wie die Bandbreite bewegen kann. Weiterhin beinhaltet das Kanalmodell einige Vereinfachungen, wie die Unabhängigkeit der Cluster- und Pfadverzögerungen, die Unabhängigkeit der log-Normalverteilungen des Schwundes und auch die Unabhängigkeit der Verzögerungen von den Dämpfungen. Diese Vereinfachungen werden in *Foerster, Pendergrass und Molisch (2004)* diskutiert.

Zum Schluss werden vier Parametersätze für unterschiedliche Szenarien (CM₁, CM₂, CM₃ und CM₄) angegeben. Hierbei beschreibt CM₁ ein **LOS**-Kanalmodell mit direkter Sichtverbindung mit einem Abstand von weniger als 4 m zwischen Sender und Empfänger. Das Kanalmodell CM₂ beschreibt ein ähnliches Szenario wie CM₁, allerdings ohne direkte Sichtverbindung (**NLOS**). CM₃ beschreibt ein Szenario ohne direkte Sichtverbindung mit

einem Abstand von 4 m bis 10 m zwischen Sender und Empfänger. CM₄ beschreibt ein Szenario mit sehr großer zeitlicher Streuung der Energie und spiegelt einen sehr ungünstigen Kanal ohne direkte Sichtverbindung wider. Um das zeitkontinuierliche Modell in ein zeitdiskretes zu überführen, wird von Foerster (2003) eine Abtastrate von Nf_s vorgeschlagen, wobei $t_s = \frac{1}{f_s}$ die gewünschte Auflösung ist. Dabei soll Nf_s mindestens 100 GHz betragen mit $N \geq 1$. Pfade, die dabei auf einen Abtastwert abgebildet werden, werden addiert. Danach wird die Zielfunktion einer Tiefpass- oder Bandpassfilterung unterzogen und jeder N-te Abtastwert ausgewählt.

Die Tabelle 4 fasst die Parameter zusammen und enthält die wichtige Kenngrößen der Kanalmodelle. Dabei handelt es sich um die mittlere Verzögerung des ersten Pfades $\bar{\tau}$, den Effektivwert der Verzögerung τ_{rms} , die Anzahl der Pfade $NP_{10\text{dB}}$, die weniger als 10 dB gegenüber dem stärksten Pfad gedämpft sind, die Anzahl der Pfade $NP_{85\%}$, die Zeit $T_{85\%}$, die 85 % der Energie enthalten, und den Erwartungswert $\bar{\mu}_e$ und die Standardabweichung $\bar{\sigma}_e$ der Energie der Kanalimpulsantwort. Um einen Überblick über die statistischen Eigenschaften dieses Kanals zu erhalten, wurde über 1000 Kanalrealisierungen gemittelt. In Abbildung 9 ist der Erwartungswert $\mathbb{E}[|H^2(t)|]$ für die verschiedenen IEEE-Kanalmodelle dargestellt. Die Eigenschaften der unterschiedlichen Kanalmodelle CM₁–CM₄ sind gut zu erkennen. Kanalmodell CM₁ ist ein LOS-Kanalmodell. 85 % der Energie ist in den ersten 10 ns konzentriert. Die Kanalmodelle CM₂–CM₄ sind NLOS-Kanalmodelle. 85 % der Energie sind hier deutlich weiter verteilt (21, 52, 78 ns).

	CM ₁	CM ₂	CM ₃	CM ₄
Parameter				
Λ in 1/ns	0,0233	0,4	0,0667	0,0667
λ in 1/ns	2,5	0,5	2,1	2,1
Γ in ns	7,1	5,5	14,0	24,0
γ in ns	4,3	6,7	7,9	12,0
σ_1 in dB	3,3941	3,3941	3,3941	3,3941
σ_2 in dB	3,3941	3,3941	3,3941	3,3941
σ_χ in dB	3	3	3	3
Kenngrößen				
$\bar{\tau}$ in ns	5,0	9,9	15,9	30,1
τ_{rms} in ns	5	8	15	25
NP _{10dB}	12,5	15,3	24,9	41,2
NP _{85%}	20,8	33,9	64,7	123,3
T _{85%} in ns	10	21	52	78
$\bar{\mu}_e$ in dB	-0,4	-0,5	0,0	0,3
$\bar{\sigma}_e$ in dB	2,9	3,1	3,1	2,7

Tabelle 4: Parameter und Kennwerte des IEEE-Kanalmodells

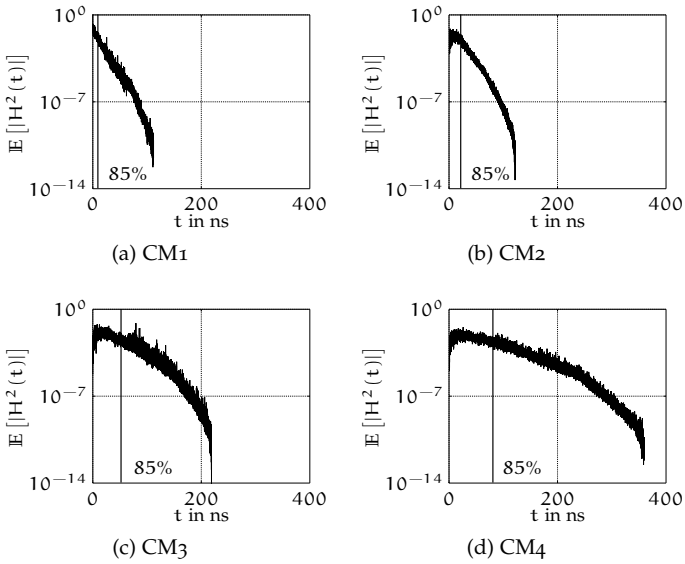


Abbildung 9: Erwartungswert des Betragsquadrats der Kanalimpulsantwort $H(t)$

MESSGRÖSSEN

In diesem Kapitel werden die Messgrößen vorgestellt, die im Weiteren zur Bewertung der Leistungsfähigkeit der Übertragungssysteme herangezogen werden.

6.1 SIGNAL-ZU-RAUSCH VERHÄLTNIS

Das Signal-zu-Rausch Verhältnis (*Signal-to-noise ratio* (SNR)) γ ist definiert als das Verhältnis der Symbolenergie E_S zur Rauschleistungsdichte N_0 , gemessen am Eingang des Empfängers:

$$\gamma = \frac{E_S}{N_0}.$$

Das SNR hängt somit direkt mit der Leistungsfähigkeit des Übertragungssystems zusammen. Das Rauschen im SNR beschreibt das immer vorhandene thermische Rauschen am Empfängereingang.

Betrachtet man allerdings die Leistungsfähigkeit von Kommunikationssystemen über drahtlose Übertragungskanäle unter Einfluss von zeit- und frequenzselektivem Schwund, ist das mittlere SNR eine sinnvolle Messgröße. Da das momentane SNR γ von den zufälligen Schwankungen im drahtlosen Übertragungskanal abhängt, ist auch das SNR Γ eine Zufallsgröße. Das mittlere SNR $\bar{\gamma}$ ist:

$$\bar{\gamma} = \int_0^{\infty} \gamma f_{\Gamma}(\gamma) d\gamma,$$

wobei f_{Γ} die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des zufälligen SNR Γ im drahtlosen Übertragungskanal beschreibt. Im weiteren Teil der Arbeit wird sich herausstellen, dass es nicht immer möglich ist, die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des SNR Γ in geschlossener Form zu bestimmen.

6.2 BIT- UND SYMBOLFEHLERWAHRSCHEINLICHKEIT

Die Bit- und Symbolfehlerwahrscheinlichkeit sind die anschaulichsten Messgrößen zum Vergleich der Leistungsfähigkeit von Übertragungssystemen. Der Schwerpunkt dieser Arbeit ist die Berechnung der Bit- und Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für Energiedetektoren in drahtlosen Übertragungskanälen. Die Herleitung der Bit- und Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für unterschiedliche Modulationsverfahren und Empfänger, mit Schwerpunkt auf Energiedetektion erfolgt in [Kapitel 10](#) bis [Kapitel 12](#). Im Allgemeinen berechnet sich die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit \bar{P}_e über die momentane Symbolfehlerwahrscheinlichkeit P_e , gemittelt über die Verteilung der Zufallsgröße des SNR Γ :

$$\bar{P}_e = \int_0^{\infty} P_e(\gamma) f_{\Gamma}(\gamma) d\gamma.$$

Die momentane Symbolfehlerwahrscheinlichkeit entspricht der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit des Energiedetektors im AWGN-Kanal und wird in [Kapitel 10](#) hergeleitet.

Teil III

IMPULS-RADIO-UWB

MULTIBAND-IMPULS-RADIO

Die Idee der *Multiband Impulse Radio Architecture* (MIRA) geht auf die Veröffentlichungen von (Paquelet und Aubert, 2004; Paquelet, Aubert und Uguen, 2004) zurück. Die hier vorgestellte Architektur für die physikalische Schicht eines Übertragungssystems, welches im für UWB spezifizierten Frequenzbereich von 3,1 GHz bis 10,6 GHz arbeitet, basiert auf einem System, das Daten mittels Impulsen überträgt und diese durch Messung der Empfangsenergie demoduliert. Diese Kombination aus Energiedetektion und Multiband soll eine möglichst hohe Datenrate bei geringer Komplexität und geringem Energieverbrauch ermöglichen.

Diese System wurde unter anderem im Projekt PULSERS¹ analysiert und mit Alternativen, wie MB-OFDM (Abschnitt 3.2.2) und DS-UWB (Abschnitt 3.2.3), verglichen. Auch das Projekt MIRA im Schwerpunktprogramm UKoLoS der DFG beschäftigt sich mit der *Multiband Impulse Radio Architecture*.

7.1 SENDER

Der MIRA-Sender basiert auf einer Multiband-Impulserzeugung und anschließender Modulation. Bei der Multiband-Impulserzeugung wird für jedes Subband ein Impuls vorgegebener Bandbreite erzeugt. Dabei sind unterschiedliche Varianten der Multiband-Impulserzeugung denkbar (Mittelbach, Moorfeld und Finger, 2006). Die jeweiligen Subband-Impulse werden moduliert (Kapitel 8), anschließend wieder summiert, verstärkt und abgestrahlt. Der *Bandplan* steuert, welche Subbänder aktiv sind. Aufgrund von Regulierung (Kapitel 4) oder Störunterdrückung (Abschnitt 13.2) können einige der Subbänder deaktiviert sein. *Abbildung 10* zeigt einen MIRA-Sender mit einer Multiband-Impulserzeugung auf Basis einer Mischerbank.

¹ PULSERS war ein Projekt im 6. Rahmenprogramm der EU.

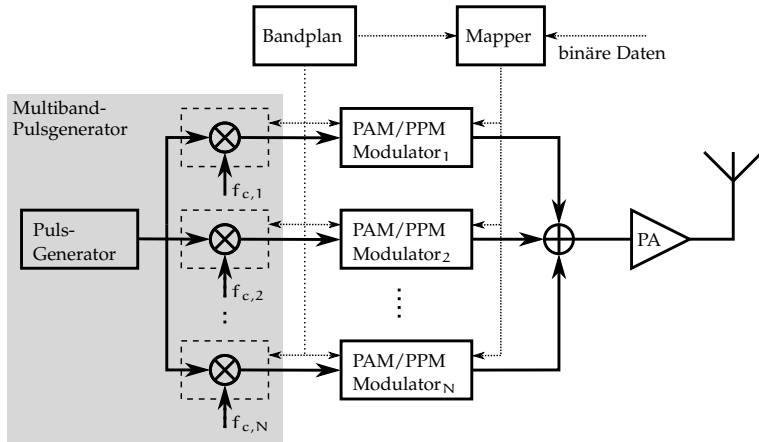


Abbildung 10: Sender der *Multiband Impulse Radio Architecture*

7.1.1 *Multiband-Impulsgenerator*

Der Multiband-Impulsgenerator erzeugt Sendeimpulse, die eine genau definierte Bandbreite und Mittenfrequenz besitzen. Diese relativ schmalbandigen Impulse werden einem Subband der *Multiband Impulse Radio Architecture* zugeordnet. Jedes dieser Subbänder wird dann mit unterschiedlichen Daten moduliert und anschließend werden alle Subbänder addiert. Der entstehende ultra-breitbandige Multiband-Impuls wird verstärkt und über die Antenne abgestrahlt. Natürlich muss dieser Multiband-Impuls der jeweiligen Regulierung ([Kapitel 4](#)) genügen, d. h. die jeweiligen vorgegebenen spektralen Leistungsdichten einhalten. Das zur Verfügung stehende Spektrum, begrenzt durch die untere und obere Grenzfrequenz f_u und f_o , wird in N gleich breite Subbänder aufgeteilt. Die Bandbreite eines Subbandes ist $B_{\text{sub}} = (f_o - f_u)/N$ mit der Mittenfrequenz $f_{c_i} = f_u + (i - 1/2)B_{\text{sub}}$. Zwei mögliche Varianten der Impulserzeugung, die auch innerhalb der Simulationsumgebung ([Kapitel 15](#)) zum Einsatz kommen, werden hier vorgestellt. Die erste Variante erzeugt präzise geformte Basisbandimpulse mit festgelegter Bandbreite und mischt diese dann mit N unterschiedlichen Oszillatoren auf die dazugehörige Mitten-

frequenz $f_{c,n}$. Die zweite Variante erzeugt extrem breitbandige Impulse, die mit Hilfe einer Filterbank in die einzelnen Subbänder aufgeteilt werden. Die erste Variante wird im Weiteren als Mischerbank-Ansatz bezeichnet, die zweite als Filterbank-Ansatz.

MISCHERBANK Für den Mischerbank-Impulsgenerator wird ein kosinusgeformter Basisbandimpuls benutzt. Der Impuls und das dazugehörige Spektrum sind definiert als:

$$p_b(t) = \begin{cases} \frac{a}{2} (\cos(2\pi t/T) + 1) & |t| \leq T/2 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und

$$\mathcal{P}_b(f) = \frac{\tilde{a} \sin(\pi f T)}{\pi f T (1 - (fT)^2)},$$

wobei $\tilde{a} = aT/2$ der Normalisierungsfaktor und T die Impulsdauer sind. Um den Basisbandimpuls in den passenden Frequenzbereich zu schieben, wird dieser mit der Frequenz $f_{c,n}$ in das n -te Subband hochgemischt:

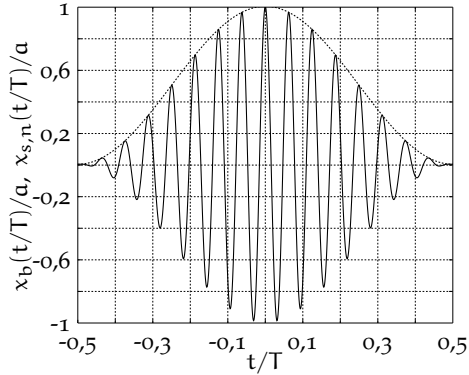
$$p_{s,n}(t) = p_b(t) \frac{1}{\pi} \cos(2\pi f_{c,n} t),$$

$$\mathcal{P}_{s,n}(f) = \mathcal{P}_b(f - f_{c,n}) + \mathcal{P}_b(f + f_{c,n}).$$

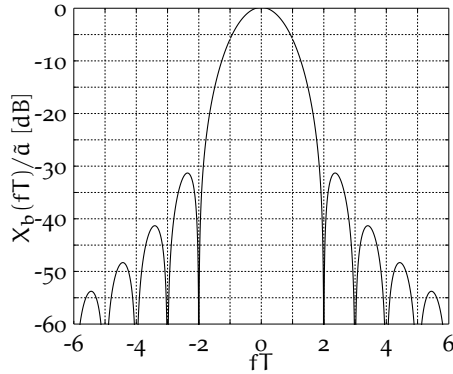
Abbildung 11a zeigt einen Basisbandimpuls und einen in das i -te Subband hochgemischten Impuls im Zeitbereich und **Abbildung 11b** zeigt das Spektrum des verwendeten Kosinusimpulses. 99,95% der Energie befinden sich in der Impulsbandbreite $B_{ml} = 4/T$. Die ersten Nebenkeulen sind um 32 dB gedämpft. Der nicht modulierte Multiband-Impuls wird dann durch Summation der Subband-Impulse erzeugt:

$$p(t) = \sum_{n=1}^{N_{sub}} p_{s,n}(t), \quad \mathcal{P}(f) = \sum_{n=1}^{N_{sub}} \mathcal{P}_{s,n}(f).$$

Die Überlagerung benachbarter Subband-Impulse wird durch den Parameter $C_{bt} = TB_{sub}$ beeinflusst und ermöglicht es, den



(a) Kosinusimpuls im Zeitbereich



(b) Spektrum des Kosinusimpulses

Abbildung 11: Kosinusimpuls

Grad der Überlappung festzulegen. Für den Wert $C_{bt} = 4$ ist die Subband-Bandbreite B_{sub} gleich der Impulsbandbreite B_{m1} . Für einen Wert von $C_{bt} = 3,3$ ist die Subband-Bandbreite B_{sub} gleich der 20 dB Bandbreite. [Abbildung 12](#) veranschaulicht drei parallele Subbänder mit unterschiedlichem Parameter C_{bt} .

FILTERBANK Eine weitere Möglichkeit der Impulserzeugung bei [MIRA](#) ist die sogenannte Filterbank. Hier wird mit einem ex-

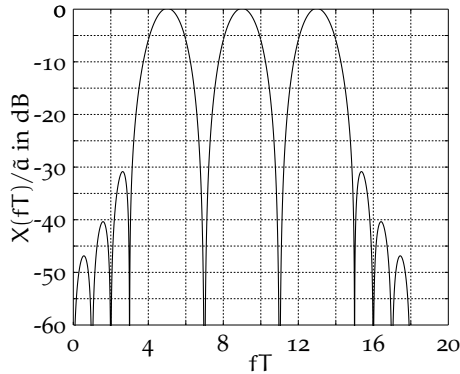
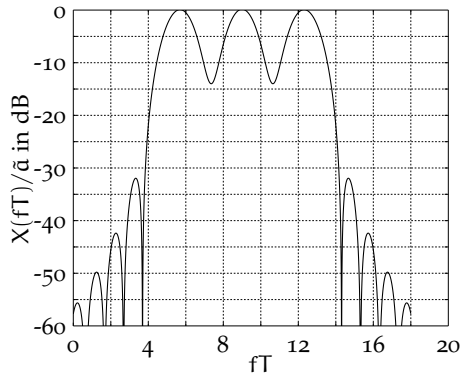
(a) $C_{bt} = 4$ (b) $C_{bt} = 3,3$

Abbildung 12: Spektrum eines Multiband-Impulses, erzeugt mit der Mischerbank

trem breitbandigen Impuls eine Filterbank mit N Bandpassfiltern angeregt, deren Ausgänge die einzelnen Subband-Impulse repräsentieren. Berücksichtigt werden *Butterworth*-, *Tschebyscheff*- und *Cauer*-Bandpassfilter mit dem Filtergrad n_f . Da es hier vor allem auf eine möglichst gute Trennung der Subbänder ankommt, sind Filter mit möglichst steilem Übergang vom Sperr- zum Durchlassbereich notwendig. Phasenverzerrungen dagegen spielen keine

Rolle, da nur die Energie des Signals von Bedeutung ist. Allerdings ist die Impulsantwort solcher Filter zeitlich deutlich ausgehnter. Dies macht vor allem die *Tschebyscheff*- und *Cauer*-Filter für diese Anwendung interessant. Die Grenzfrequenzen f_{cut} des n -ten Subbandfilters werden wie folgt bestimmt:

$$f_{\text{cut},n} = f_{c,n} \pm (B_{\text{sub}} - B_{\text{off}}) / 2,$$

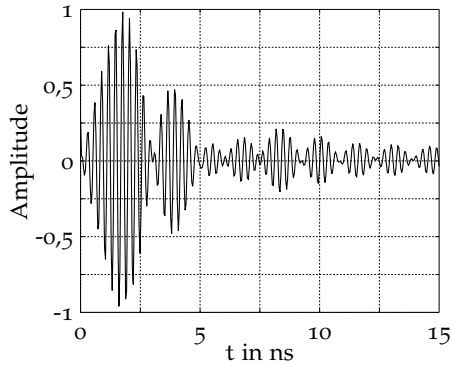
wobei B_{off} als Schutzbereich zwischen zwei benachbarten Subbändern dient und eine ähnliche Funktion hat wie der Parameter C_{bt} bei den Oszillator-Impulsen. Für *Tschebyscheff*- und *Cauer*-Filter kommen noch weitere Parameter hinzu, wie die Dämpfung im Sperrbereich und die Welligkeit im Durchlassbereich. [Abbildung 13](#) zeigt einen Impuls und das Spektrum eines Multiband-*Cauer*-Filters mit drei parallelen Subbändern mit $B_{\text{sub}} = 670$ MHz, $B_{\text{off}} = 250$ MHz, $n_f = 4$, einer Dämpfung im Sperrbereich von 40 dB und einer Welligkeit im Durchlassbereich von 4 dB.

7.2 EMPFÄNGER

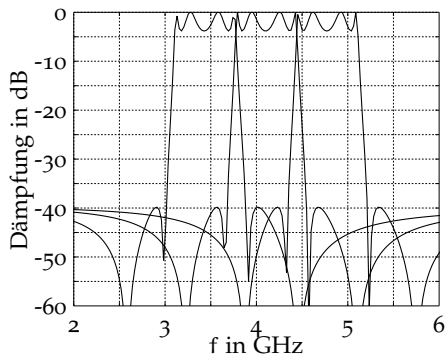
Der *MIRA*-Empfänger besteht aus N parallelen Energiedektoren, denen eine Filterbank vorgeschaltet ist, die die einzelnen Subbänder voneinander trennt. Hier kann die gleiche Filterbank wie im Sender mit Filterbank-Impulserzeugung eingesetzt werden. Auch hier aktiviert der Bandplan die notwendigen Subbänder. Die Synchronisation ermittelt das Integrationsfenster mit maximaler Energie und die Kanalschätzung berechnet aus einer gesendeten Präambel das *SNR* im jeweiligen Subband. Die Kanalschätzung ist nur für die Amplitudenmodulation (*OOK*, *PAM*) notwendig. Bei *PPM* ist keine Kanalschätzung notwendig. Danach wird je Subband eine harte Entscheidung getroffen oder ein Softwert berechnet und dann dem Dekoder zugeführt. Die in der Simulation eingesetzten Algorithmen zur Synchronisation und Kanalschätzung werden im [Kapitel 15](#) beschrieben.

7.2.1 Kanalschätzung

Der Kanalschätzalgorithmus, der hier vorgestellt wird und für *OOK* und *PAM* benötigt wird, ist in [Paquelet und Aubert \(2004\)](#)



(a) Impuls im Zeitbereich (für ein Subband)



(b) Spektrum eines Multiband-Impulses

Abbildung 13: Impuls und Spektrum eines Multiband-Impulses, erzeugt mit der Filterbank basierend auf *Cauer*-Filtern

beschrieben. Die Kanalschätzung basiert auf zwei Stufen. Vor der Datenübertragung wird mittels einer Präambel eine initiale Kanalschätzung vorgenommen, und während der Datenübertragung verbessert ein rekursiver Algorithmus die Werte der initialen Schätzung.

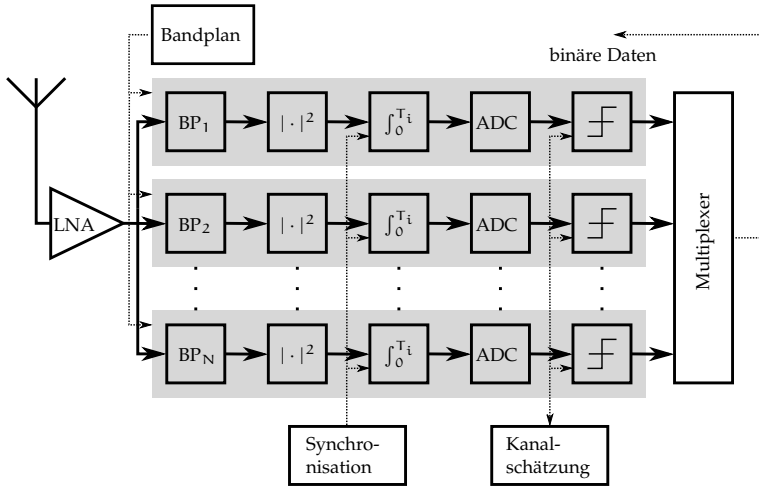


Abbildung 14: Empfänger der Multiband Impulse Radio Architecture

Initiale Schätzung

Dabei wird eine definierte Präambel gesendet und im Empfänger ausgewertet. Zuerst werden m_0 Symbole mit der Amplitude $\alpha_0 = 0$ gesendet, also wird im Prinzip kein Signal abgestrahlt. Hieraus wird mit einem *Maximum-Likelihood*-Schätzer das Rauschen im jeweiligen Subband geschätzt:

$$\hat{N} = \frac{\sum_{i=1}^{m_0} y_i}{m_0 D}.$$

Die Varianz des Schätzers ist $\sigma_{\hat{N}}^2 = \hat{N}^2 / m_0 / D$. Anschließend werden m_1 Symbole mit maximaler Amplitude gesendet. Der Erwartungswert des Signals ist $\mathbb{E}(Y) = E + DN$ und kann einfach mit einem *Maximum-Likelihood*-Schätzer ermittelt werden. Die Signalenergie \hat{E} ist dann:

$$\hat{E} = \frac{\sum_{i=1}^{m_1} y_i}{m_1} - D\hat{N}.$$

Die Varianz dieses Schätzers ist $\sigma_{\hat{E}}^2 = (D\hat{N}^2 + 2\hat{E}\hat{N}) / m_1 + D^2\sigma_{\hat{N}}^2$.

Rekursive Schätzung

Um auf Schwankungen des SNR reagieren zu können, z. B. aufgrund von Bewegungen des Senders und Empfängers oder in Schwundkanälen, wird während der Datenübertragung mit einem rekursiven Algorithmus die Signal- und Rauschenergie mit jedem empfangenen Symbol aktualisiert. Der rekursive *Maximum-Likelihood*-Schätzer für die Rauschenergie ist dann:

$$\hat{N}_{m_0+1} = \frac{m_0}{m_0 + 1} \hat{N}_{m_0} + \frac{y_{m_0+1}}{(m_0 + 1)D'}$$

und wird aktualisiert, wenn ein Symbol mit der Energie y_{m_0+1} und der Amplitude $a_{m_0+1} = 0$ detektiert wurde.

Der rekursive Schätzer für die Signalenergie wird von der initialen Schätzung der Signalenergie abgeleitet und lautet:

$$\hat{E}_{m_1+1} = \frac{m_1}{m_1 + 1} \hat{E}_{m_1} + \frac{\frac{y_{m_1+1}}{a_{m_1+1}^2} - D\hat{N}}{m_1 + 1},$$

und wird aktualisiert, sobald ein Symbol mit der Energie y_{m_1+1} mit der Amplitude $a_{m_1+1} > 0$ detektiert wurde. Da andernfalls der Einfluss jedes weiteren Symbols auf die Schätzung der Signalenergie immer geringer würde, wird der Einflussfaktor mit einer festen Konstante $K = m_1 + 1$ bestimmt. Daraus ergibt sich für den rekursiven Schätzer der Signalenergie:

$$\hat{E}_{m_1+1} = \left(1 - \frac{1}{K}\right) \hat{E}_{m_1} + \frac{\frac{y_{m_1+1}}{a_{m_1+1}^2} - D\hat{N}}{K}.$$

Die hier beschriebene Kanalschätzung liefert eine Schätzung für das mittlere SNR $\hat{\gamma} = \hat{E}/\hat{N}$. Dieser Algorithmus wird in der Simulationsumgebung ([Kapitel 15](#)) eingesetzt. Der Einfluss der Konstanten K auf den Schätzer und auf die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit wird in [13.2](#) analysiert.

7.2.2 Demodulation

Das entscheidende Merkmal der *Multiband Impulse Radio Architecture* ist der einfach aufgebaute Empfänger. Dieser detektiert

nur die Energie des empfangenen Signals und kann keine Phaseninformationen auswerten. Dies schränkt natürlich die Leistungsfähigkeit ein, vereinfacht aber den Empfänger erheblich. Wie in [Abbildung 14](#) zu sehen ist, nutzt die *Multiband Impulse Radio Architecture* N Energiedetektoren, die in unterschiedlichen Frequenzbändern arbeiten. Die mathematischen Grundlagen des Energiedetektors werden in [Kapitel 9](#) hergeleitet.

MODULATION

Als Modulationsverfahren sollen die Pulsamplitudenmodulation (*Pulse-amplitude modulation (PAM)*, antipodal) und die Pulspositionsmodulation (*Pulse-position modulation (PPM)*, orthogonal) betrachtet werden.

8.1 PULSAMPLITUDENMODULATION

Bei der Pulsamplitudenmodulation wird die Amplitude des gesendeten Signals moduliert. Somit steckt die zu übertragende Information in der Amplitude des Sendesymbols. Das Sendesignal mit der Symboldauer T_r ist definiert als:

$$s_{PAM}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{m,k} p(t - kT_r), \quad (8.1)$$

wobei p der Sendeimpuls mit der Dauer T_p und der Energie E_p und $a_{m,k}$ die Amplitudenwichtung des k -ten Symbols sind. Pro Symbol werden $b = \log_2 M$ Bit übertragen. Wird ein Symbol mit der Symbolamplitude a_m gesendet, wird dies mit Hilfe der Zufallsgröße A als Ereignis $\{A = a_m\}$ mit dem Wertebereich $\mathcal{A} = \{a_0, \dots, a_{M-1}\}$ bezeichnet. Aufgrund der Energiedetektion am Empfänger werden hier nur Amplituden, die größer oder gleich null sind, zugelassen. Um Intersymbolinterferenzen zu vermeiden, ist die Symboldauer $T_r \geq T_p$ zu wählen. Die mittlere Symbolenergie $\overline{E_S}$ wird auf 1 normiert. Ist die Häufigkeit aller Symbole gleich, muss für die Symbolamplituden folgendes gelten:

$$\overline{E_S} = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} a_m^2 = 1. \quad (8.2)$$

Sind die Amplituden a_m äquidistant, gilt mit $a_m = cm/(M-1)$ und dem Wichtungsfaktor c :

$$\frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \left(\frac{cm}{M-1} \right)^2 = 1 \quad (8.3)$$

$$\Leftrightarrow c^2 = \frac{6(M-1)}{2M-1}. \quad (8.4)$$

Die Energie des m -ten Symbols ist also:

$$E_S = a_m^2 E_P = \frac{6m^2}{(2M-1)(M-1)} E_P.$$

Die mittlere Bitenergie \bar{E}_b ist:

$$\bar{E}_b = \frac{\bar{E}_S}{\log_2 M}.$$

On-off keying (OOK) ist ein Spezialfall der hier aufgeführten Amplitudenmodulation, bei dem pro Symbol ein Bit übertragen wird. Folglich ist $M = 2$. Die [Tabelle 5](#) gibt die äquidistanten Symbolamplituden an.

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
OOK	0	1,42						
4-PAM	0	0,53	1,07	1,60				
8-PAM	0	0,24	0,48	0,72	0,96	1,20	1,43	1,67

Tabelle 5: Symbolamplituden von OOK und PAM

8.2 PULSPPOSITIONSMODULATION

Im Gegensatz zur PAM wird bei der PPM die Position des Pulses variiert. Die Information steckt hier also in der Pulsposition. Das Sendesignal des k -ten übertragenen Symbols mit der Symboldauer T_r ist definiert als:

$$s_{PPM}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t - kT_r - a_{m,k}T_r), \quad (8.5)$$

wobei p der Sendeimpuls mit der Dauer T_p und der Energie E_p ist. $a_{m,k} T_r$ mit $a_m \in (0, \frac{1}{M-1}, \dots, \frac{M-2}{M-1}, 1)$ gibt die Position des k -ten Pulses eines Symbols an. Pro Symbol werden auch hier $b = \log_2 M$ Bit übertragen. Die mittlere Bit- bzw. Symbolenergie ist gegeben durch:

$$\bar{E}_b = \frac{\bar{E}_s}{\log_2 M} = \frac{E_p}{\log_2 M}.$$

Um Intersymbolinterferenzen zu vermeiden und die Symbole eindeutig trennen zu können, ist die Symboldauer $T_r \geq MT_p$ ($T_{r,\min} = MT_p$) zu wählen. Hieraus ergibt sich ein Nachteil durch die **PPM**, da sich die Symboldauer mit steigendem M vergrößert und die Datenrate geringer wird.

Teil IV

ENERGIEDETEKTION

DEMODULATION

Bei der *Multiband Impulse Radio Architecture* ist der Empfänger als Energiedetektor realisiert. Dieser detektiert lediglich die Energie des empfangenen Signals in einem definierten Beobachtungsfenster. Dem Nachteil einer geringeren Leistungsfähigkeit von Energiedetektoren gegenüber Korrelationsempfängern steht der Vorteil einer einfachen Realisierbarkeit mittels Integratoren (Stoica, 2008) gegenüber. Die Leistungsfähigkeit eines Energiedetektors wird in den folgenden Kapiteln hergeleitet. Von Urkowitz (1967) wurden die Detektionswahrscheinlichkeit und die Fehlalarmwahrscheinlichkeit für einen Energiedetektor im AWGN-Kanal hergeleitet. Auch bei der Datenübertragung im Lichtwellenleiter wird mit Hilfe einer Fotodiode eine Energiedetektion durchgeführt (Humblet und Azizoglu, 1991).

DEMODULATION MIT ENERGIEDETEKTOR

Das Sendesignal s wird im AWGN-Kanal mit bandbegrenztem weißem Gaußschem Rauschen W der Rauschleistungsdichte $N_0/2$ additiv überlagert. Das Empfangssignal R lautet:

$$R(t) = s(t) + W(t) = a_m p(t) + W(t).$$

Das Sendesignal s besteht aus dem Sendeimpuls p , der mit der Amplitude a_m gewichtet wird. Die Energie des gesendeten Symbols ist:

$$E_S = \int_{t_0}^{t_0+T_i} s^2(\tau) d\tau = a_m^2 \int_{t_0}^{t_0+T_i} p^2(\tau) d\tau.$$

Wird ein Symbol mit der Symbolamplitude a_m gesendet, wird dies mit Hilfe der Zufallsgröße A als Ereignis $\{A = a_m\}$ mit dem Wertebereich $\mathcal{A} = \{a_0, \dots, a_{M-1}\}$ bezeichnet. Der Startzeitpunkt der Energiedetektion wird o. B. d. A. auf $t_0 = 0$ gesetzt. Die folgende Herleitung wird an einem System im reellen Bandpass

gezeigt. Das reelle Bandpasssignal R kann auch als komplexes Tiefpasssignal im äquivalenten Tiefpassbereich dargestellt werden (*Proakis, 2001*). Dies führt zu identischen Ergebnissen und wurde von *Urkwitz (1967)* gezeigt.

Um die Energie im Empfangssignal zu ermitteln, wird dieses zuerst quadriert und dann über das Zeitintervall T_i integriert. Die mit der Rauschleistungsdichte $N_0/2$ normierte Empfangsenergie Y im Beobachtungsfenster T_i ist:

$$Y = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_i} R^2(\tau) d\tau.$$

Im Folgenden wird die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Empfangsenergie für eine gegebene Symbolenergie E_S im festgelegten Integrationsfenster hergeleitet. Dazu wird das Empfangssignal zeitdiskret betrachtet. Zuerst wird nur das Rauschen betrachtet. Die Energie E_S des Sendesignals s ist also im Integrationsfenster null. Mit Hilfe des Abtasttheorems kann der bandbegrenzte Rauschprozess wie folgt dargestellt werden ([Abschnitt 5.2.5](#)):

$$R(t) = W(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} W_i \text{si}(2Bt - i) \quad (9.1)$$

mit $\text{si}(x) := \sin(\pi x)/(\pi x)$ und $W_i := W(i/(2B))$. Da es sich um [WGN](#) handelt, ist jedes W_i eine normalverteilte Zufallsgröße mit dem Erwartungswert null und der Varianz $\sigma_i^2 = N_0 B$. Aus dem Additionstheorem folgt:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \text{si}(2Bt - i) \text{si}(2Bt - j) dt = \begin{cases} \frac{1}{2B} & i = j \\ 0 & i \neq j, \end{cases}$$

und es ergibt sich für die Empfangsenergie folgende Summendarstellung:

$$\int_{-\infty}^{\infty} W^2(\tau) d\tau = \frac{1}{2B} \sum_{i=-\infty}^{\infty} W_i^2.$$

Es ist bekannt, dass ein abgetasteter Prozess der Dauer T und der Bandbreite B , der nur vernachlässigbar wenig Energie außerhalb

dieser Bandbreite aufweist, mit einer Anzahl von $2TB$ Abtastwerten approximiert werden kann (*Urkowitz, 1967*). Somit kann der bandbegrenzte Rauschprozess durch eine endliche Summe approximiert werden:

$$\int_0^{T_i} W^2(\tau) d\tau = \frac{1}{2B} \sum_{i=1}^{2TB} W_i^2.$$

O. B. d. A. werden T_i und B so gewählt, dass das Produkt $2D = 2T_i B$ ganzzahlig ist. Mit der Normierung:

$$\hat{W}_i = \frac{W_i}{\sqrt{N_0 B}} \sim \mathcal{N}(0, 1)$$

ergibt sich die Empfangsenergie:

$$Y = \sum_{i=1}^{2D} \hat{W}_i^2 \quad \text{für } E_S = 0$$

mit dem Wertebereich $\mathcal{Y} = \mathbb{R}^+$. Falls ein Symbol mit der Energie $E_S = 0$ gesendet wurde oder keine Symbolenergie im Integrationsfenster auftritt, ist die Empfangsenergie Y die Summe von $2D$ quadrierten normalverteilten Zufallsvariablen mit dem Erwartungswert null und der Varianz eins. Folglich ist Y χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad $2D$ ([Abschnitt A.2.1](#)).

Nun wird das Empfangssignal R betrachtet, wenn ein Symbol mit der Energie $E_S > 0$ gesendet wird, also eine bestimmte Energie im Integrationsfenster auftritt. Das Sendesignal lässt sich ebenfalls mit Hilfe seiner Abtastwerte darstellen:

$$s(t) = \sum_{i=1}^{2TB} s_i \text{si}(2Bt - i) \tag{9.2}$$

mit $s_i := s(i/(2B))$. Durch Kombination von (9.1) und (9.2) mit $\hat{s}_i = s_i/\sqrt{N_0 B}$ ergibt sich für die Empfangsenergie Y :

$$Y = \sum_{i=1}^{2D} (\hat{s}_i + \hat{W}_i)^2 \quad \text{für } E_S > 0.$$

Falls ein Symbol mit der Energie $E_S > 0$ gesendet wurde, ist die Empfangsenergie Y nicht-zentral χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad $2D$ und dem Nichtzentralitätsparameter μ ([Abschnitt A.2.2](#)):

$$\mu = \sum_{i=1}^{2D} (\hat{s}_i)^2 = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_i} (s(\tau))^2 d\tau =: \frac{2E_S}{N_0} = 2\gamma, \quad (9.3)$$

wobei $\gamma = E_S/N_0$ das [SNR](#) am Empfänger angibt. Die Empfangsenergie Y am Energiedetektor ist also zentral χ^2 -verteilt, wenn die Energie des gesendeten Symbols $E_S = 0$ ist. Ist die Energie des Sendesignal $E_S > 0$, ist die Zufallsgröße Y nicht-zentral χ^2 -verteilt:

$$Y \sim \begin{cases} \chi_{2D}^2 & \text{für } E_S = 0 \\ \chi_{2D}^2(2\gamma) & \text{für } E_S > 0. \end{cases}$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{Y|A}$ der Empfangsenergie Y ist also unterschiedlich, abhängig von der gesendeten Symbolenergie. Die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y|A}(\cdot|a_0)$ mit der Energie $E_S = 0$ und der Amplitude $a_0 = 0$ und $f_{Y|A}(\cdot|a_m)$ für $E_S > 0$ und der Amplitude $a_m > 0$ lauten ([Abschnitt A.2](#)):

$$f_{Y|A}(y|a_0) = \frac{1}{2^D \mathfrak{G}(D)} y^{D-1} \exp\left(-\frac{y}{2}\right), \quad (9.4)$$

$$f_{Y|A}(y|a_m) = \frac{1}{2} \left(\frac{y}{2\gamma}\right)^{\frac{D-1}{2}} \exp\left(-\frac{2\gamma + y}{2}\right) I_{D-1}\left(\sqrt{2\gamma y}\right), \quad (9.5)$$

wobei \mathfrak{G} die Gammafunktion ([Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 8.310.1](#)) und I_n die modifizierte Bessel-Funktion n -ter Ordnung erster Art ([Abramowitz und Stegun, 1964, Gl. 9.6.3](#)) darstellen. [Abbildung 15](#) zeigt für $\gamma = 6$ dB und den Freiheitsgrad $2D = 4$ die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y|A}(\cdot, a_0)$ mit $a_0 = 0$ und $f_{Y|A}(\cdot, a_1)$ mit $a_1 = \sqrt{2}$, d. h. es gilt $\bar{E}_S = 1$.

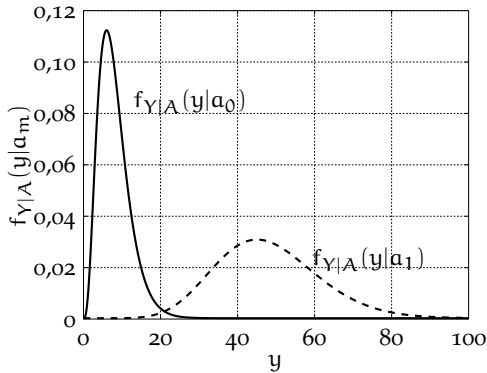


Abbildung 15: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y|A}$

Im äquivalenten Tiefpassbereich sind die Signale komplex. Die Empfangsenergie ist:

$$\begin{aligned}
 Y &= \frac{2}{N_0} \int_0^{T_i} R(\tau)^2 d\tau \\
 &= \frac{2}{N_0} \int_0^{T_i} \Re\{R_{TP}(\tau) \exp(j2\pi f_c \tau)\}^2 d\tau.
 \end{aligned} \tag{9.6}$$

Interpretiert man die Bandbreite B als positive Bandbreite, d. h. von null bis zur oberen Grenzfrequenz, führt die Herleitung zu identischen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y|A}(\cdot|a_0)$ mit $a_0 = 0$ und $f_{Y|A}(\cdot|a_m)$ mit $a_m > 0$ (Urkowitz, 1967).

AWGN-KANAL

Zuerst wird die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für einen Energiedetektor mit OOK, PAM und PPM im AWGN-Kanal hergeleitet. Das Sendesignal s wird durch bandbegrenzt weißes Gaußsches Rauschen der Rauschleistungsdichte $N_0/2$ überlagert. Das Empfangssignal ist:

$$R(t) = s(t) + W(t).$$

Die mit $N_0/2$ normierte Energie Y am Empfänger ist:

$$Y = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_i} (s(\tau) + W(\tau))^2 d\tau.$$

Das Sendesignal s ist entweder ein OOK-, PAM- oder PPM-Signal (Kapitel 8).

10.1 PAM

Das M -PAM-Sendesignal ist (8.1):

$$s(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_{m,k} p(t - kT_r)$$

und überträgt $\log_2(M)$ Bit pro Symbol. Die Symbolenergie des m -ten Symbols ist mit (9.2):

$$E_{S_m} = \underbrace{\int_0^{T_i} s^2(\tau) d\tau}_{=\sum_{i=1}^{2D} s_i^2} = a_m^2 \underbrace{\int_0^{T_i} p^2(\tau) d\tau}_{=\sum_{i=1}^{2D} p_i^2} = a_m^2 E_p,$$

wobei E_p die Energie des unmodulierten Sendeimpulses p ist. Der Demodulator muss nun die Entscheidung fällen, welches

Symbol m mit der Energie E_{S_m} gesendet wurde, basierend auf der Beobachtung der Empfangsenergie Y . Der optimale Empfänger, d. h. der Empfänger mit der geringsten Wahrscheinlichkeit, eine falsche Entscheidung zu treffen, entscheidet sich für das Symbol, dass mit größter Wahrscheinlichkeit gesendet wurde, gegeben eine bestimmte Empfangsenergie y , d. h. man entscheidet sich für das Symbol m mit der Amplitude a_m , wenn (Kay, 1998):

$$\mathbb{P}\{A = a_m | Y = y\} \geq \mathbb{P}\{A = a_k | Y = y\}, \quad \forall m \neq k. \quad (10.1)$$

Dies ist die *Maximum a posteriori probability* (MAP)-Entscheidungsregel. Sind alle Sendesymbole gleichwahrscheinlich, lässt sich (10.1) mit Hilfe des Bayes-Theorems:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(A = a_m | Y = y) &= \frac{f_{Y|A}(y|a_m)\mathbb{P}(A = a_m)}{f_Y(y)} \\ &= \frac{f_{Y|A}(y|a_m)1/M}{f_Y(y)}. \end{aligned}$$

zur *Maximum-likelihood* (ML)-Entscheidungsregel vereinfachen:

$$f_{Y|A}(y|a_m) \geq f_{Y|A}(y|a_k), \quad \forall m \neq k,$$

da $\mathbb{P}(A = a_m) = 1/M$ und $f_Y(y)$ unabhängig von m sind. Dabei wird das Symbol als Schätzung ausgewählt, für welches die beobachtete Empfangsenergie y am wahrscheinlichsten ist, wenn das Symbol m als gesendet angenommen wird. Für M-PAM wird der ML-Empfänger mit mehrfachem Hypothesentest angewendet. Es wird die Entscheidung für das Symbol m mit der Amplitude a_m gefällt, wenn:

$$m = \arg \max_{k \in [0, M-1]} f_{Y|A}(y|a_k), \quad (10.2)$$

mit den bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y|A}$ nach (9.4) und (9.5). Eine Möglichkeit einen Hypothesentest für einen Demodulator mit Energiedetektion ohne Kanalkennntnis durchzuführen wird von Anttonen, Kotelba und Mämmelä (2010) gezeigt. Dieser Ansatz beeinträchtigt allerdings Güte der Entscheidungen

des Hypothesentests. Die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit P_e lässt sich wie folgt berechnen:

$$\begin{aligned} P_e(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, D) &= 1 - P_c(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, D) \\ &= 1 - \sum_{m=0}^{M-1} \mathbb{P}(\rho_m \leq Y < \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m) \\ &\quad \cdot \mathbb{P}(\mathcal{A} = \mathbf{a}_m), \end{aligned} \quad (10.3)$$

wobei P_c die Wahrscheinlichkeit für ein korrekt übertragenes Symbol ist und $\mathbb{P}(\rho_m < Y \leq \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m)$ die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Empfangsenergie Y im Intervall $[\rho_m, \rho_{m+1})$ mit den optimalen Intervallgrenzen ρ ([Abschnitt 10.1.2](#)) liegt, also eine Entscheidung nach ([10.2](#)) getroffen wird. $\mathbb{P}(\mathcal{A} = \mathbf{a}_m)$ ist die A-priori-Wahrscheinlichkeit, dass das Symbol m gesendet wurde. Beim ML-Empfänger werden alle Auftrittswahrscheinlichkeiten als gleich angenommen. Also ist $\mathbb{P}(\mathcal{A} = \mathbf{a}_m) = 1/M$ für alle $m \in \{0, 1, \dots, M-1\}$. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(\rho_m \leq Y < \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m)$ berechnet sich über das Integral der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{Y|\mathcal{A}}$ mit:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\rho_m < y \leq \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m) &= \int_{\rho_m}^{\rho_{m+1}} f_{Y|\mathcal{A}}(y|\mathbf{a}_m) dy \\ &= F_{Y|\mathcal{A}}(\rho_{m+1}|\mathbf{a}_m) \\ &\quad - F_{Y|\mathcal{A}}(\rho_m|\mathbf{a}_m). \end{aligned} \quad (10.4)$$

Wenn ein Symbol m mit der Amplitude $\mathbf{a}_m = 0$ gesendet wird, handelt es sich um die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{Y|\mathcal{A}}(\cdot|0)$ ([9.4](#)). Die zugehörige Verteilungsfunktion $F_{Y|\mathcal{A}}(\cdot|0)$ lässt sich in diesem Fall in geschlossener Form angeben ([Abschnitt A.2.1](#)):

$$\begin{aligned} F_{Y|\mathcal{A}}(y|0) &= \int_0^y \frac{1}{2^D \mathcal{G}(D)} u^{D-1} \exp\left(-\frac{u}{2}\right) du \\ &= \frac{\mathcal{G}\left(D, \frac{y}{2}\right)}{\mathcal{G}(D)}, \end{aligned} \quad (10.5)$$

wobei \mathcal{G} die Gammafunktion ([Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 8.310.1](#)) und $\underline{\mathcal{G}}$ die untere unvollständige Gammafunktion ([Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 8.350.1](#)) beschreiben. Die Verteilungsfunktion ([10.5](#)) lässt sich auch mit Hilfe der verallgemeinerten

Marcum-Q-Funktion (A.4) darstellen. Eine alternative Darstellung für die Verteilungsfunktion $F_{Y|A}(\cdot|0)$ ist für $D \in \mathbb{Z}^+$ mit (Proakis, 2001, Gl. 2.1.124) und (Simon und Alouini, 2006, Gl. 4.71):

$$F_{Y|A}(y|0) = 1 - Q_D(0, \sqrt{y}). \quad (10.6)$$

Wenn ein Symbol mit einer Amplitude $a_m > 0$ gesendet wird, handelt es sich um die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{Y|A}(\cdot|a_m)$ mit $a_m > 0$ (9.5). Hierfür existiert im Allgemeinen keine geschlossene Lösung. Falls D ganzzahlig ist ($D \in \mathbb{Z}^+$), lässt sich das Integral ebenfalls mit Hilfe der verallgemeinerten Marcum-Q-Funktion (A.4) ausdrücken (10.6):

$$\begin{aligned} F_{Y|A}(y|a_m) &= \int_0^y \frac{1}{2} \left(\frac{u}{2a_m^2 \gamma} \right)^{\frac{D-1}{2}} \exp\left(-\frac{2a_m^2 \gamma u}{2}\right) \\ &\quad \cdot I_{D-1}\left(\sqrt{2a_m^2 \gamma u}\right) du \\ &= 1 - Q_D\left(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{y}\right). \end{aligned} \quad (10.7)$$

Kombiniert man (10.6) und (10.7) mit (10.3), ergibt sich für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit P_e eines Energiedetektors mit M-PAM bei einem SNR von $\gamma = E_p/N_0$:

$$\begin{aligned} P_e(\gamma, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, M, D) &= 1 - \frac{1}{M} \left[\sum_{m=0}^{M-1} Q_D\left(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_{m+1}}\right) \right. \\ &\quad \left. - Q_D\left(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_m}\right) \right] \end{aligned} \quad (10.8)$$

mit den M Symbolamplituden $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{M-2}, a_{M-1})$, den $M+1$ Intervallgrenzen $\boldsymbol{\rho} = (\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_{M-1}, \rho_M)$ und dem Freiheitsgrad $2D$.

Setzt man die Intervallgrenzen $\rho_0 = 0$ und $\rho_M \rightarrow \infty$ in die Marcum-Q-Funktion ein, erhält man $Q_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_0}) = 0$ und

$Q_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_M}) = 1$. Damit lässt sich die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit schreiben als:

$$P_e(\gamma, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, M, D) = \frac{1}{M} \left[M - 1 + \sum_{m=1}^{M-1} Q_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_m}) - \sum_{m=0}^{M-2} Q_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_{m+1}}) \right]. \quad (10.9)$$

Die Darstellung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit nach (10.9) wird in den folgenden Berechnungen verwendet. [Abbildung 21](#) bis [Abbildung 23](#) zeigen die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten nach (10.9) für OOK und 4-PAM mit unterschiedlichen Freiheitsgraden.

10.1.1 Bitfehlerwahrscheinlichkeit

Bei Berechnung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit bei höherstufiger Modulation spielt die Bitzuordnung eine entscheidende Rolle. Im Falle von Symbolentscheidungen können je nach Bitzuordnung unterschiedlich viele Bit verfälscht werden. Um die Anzahl von Mehrbitfehlern zu reduzieren, wird deshalb häufig das *Gray-Coding* genutzt. Bei *Gray-Codes* wird vorausgesetzt, dass sich benachbarte Symbole um nur ein Bit unterscheiden. Dabei wird vorausgesetzt, dass bei einer Fehlentscheidung die Wahrscheinlichkeit weitaus größer ist, sich für ein benachbartes Symbol zu entscheiden. [Tabelle 6](#) zeigt ein Beispiel für mögliche *Gray-Codes* für 4-PAM und 8-PAM.

Nimmt man an, dass Fehlentscheidungen nur auf benachbarte Symbole fallen, also nur Einbitfehler auftreten, ergibt sich ein einfacher Zusammenhang zwischen der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit und der Bitfehlerwahrscheinlichkeit ([Kammeyer, 2008](#)):

$$P_b \approx \frac{1}{\log_2 M} P_e. \quad (10.10)$$

Symbol	4-PAM	8-PAM
1	00	000
2	01	001
3	11	011
4	10	010
5		110
6		111
7		101
8		100

Tabelle 6: Gray-Coding für 4-PAM und 8-PAM

Hierbei werden Mehrbitfehler vernachlässigt, die aufgrund von Symbolfehlern zwischen nicht benachbarten Symbolen auftreten. Diese Annahme trifft bei großen SNR zu, verliert aber bei kleinem SNR ihre Gültigkeit. Die exakte Berechnung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit wird wie folgt durchgeführt. Dazu werden auch die Mehrbitfehler bei der Berechnung berücksichtigt:

$$P_b = \frac{1}{\log_2 M} \sum_{m=0}^{M-1} \mathbb{P}(A = a_m) \cdot \sum_{n=0}^{M-1} c_{m,n} \mathbb{P}(\rho_n \leq Y < \rho_{n+1} | A = a_m), \quad (10.11)$$

wobei $c_{m,n}$ der Hamming-Abstand zwischen dem Symbol m und n ist und $\mathbb{P}(\rho_n \leq Y < \rho_{n+1} | A = a_m)$ die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Empfangsenergie Y im Intervall $[\rho_n, \rho_{n+1})$ unter der Bedingung, dass das Symbol mit der Amplitude a_m gesendet wurde:

$$\mathbb{P}(\rho_n < y \leq \rho_{n+1} | A = a_m) = F_{Y|A}(\rho_{n+1} | a_m) - F_{Y|A}(\rho_n | a_m),$$

mit den Verteilungsfunktionen $F_{Y|A}$ (10.6) und (10.7). Ist die A-priori-Wahrscheinlichkeit für alle Symbole gleich, ist $\mathbb{P}(A = a_m) = 1/M$. Damit lässt sich (10.11) vereinfachen:

$$P_b = \frac{1}{M \log_2 M} \sum_{m=0}^{M-1} \sum_{\substack{n=0 \\ n \neq m}}^{M-1} c_{m,n} \mathbb{P}(\rho_n \leq Y < \rho_{n+1} | A = a_m). \quad (10.12)$$

Die Hamming-Abstände $c_{m,n}$ für den Gray-Code für 8-PAM aus Tabelle 6 sind:

$$\mathbf{c} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Abbildung 16 zeigt die exakte Lösung für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit nach (10.12) mit Gray-Coding für OOK, 4-PAM und 8-PAM im Vergleich zur Näherungslösung (10.10) mit (10.9). Die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten für OOK sind natürlich deckungsgleich, da hier die Bitfehlerwahrscheinlichkeit gleich der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ist. Für 4-PAM ist eine geringe Abweichung für ein $E_b/N_0 < 6$ dB zu erkennen. Für 8-PAM ist eine geringe Abweichung für ein $E_b/N_0 < 10$ dB zu erkennen. Im relevanten Bereich sind die exakte und die Näherungslösung nahezu identisch, da bei mittleren und hohen E_b/N_0 die Wahrscheinlichkeit, dass eine Fehlentscheidung nicht auf ein Nachbarsymbol fällt, extrem gering ist.

10.1.2 Optimale Intervallgrenzen

Zur Berechnung der minimalen Symbolfehlerwahrscheinlichkeit bei PAM werden optimale Intervallgrenzen ρ_m benötigt. Um diese berechnen zu können, ist die Kenntnis des SNR γ notwendig. Dazu kann die Kanalschätzung nach Abschnitt 7.2.1 genutzt werden.

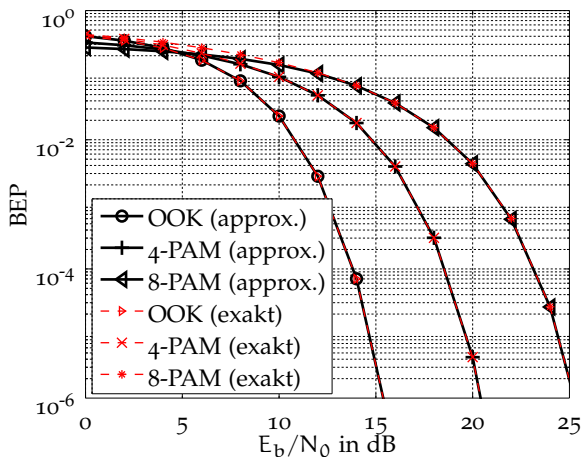


Abbildung 16: Vergleich der exakten und der Näherungslösung für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit ($D = 10$)

Eine optimale Intervallgrenze ρ_m zwischen zwei Intervallen muss die notwendige Bedingung für einen Extremwert erfüllen:

$$\frac{dP_e(\rho)}{d\rho_m} = 0.$$

Mit (10.9) ergibt sich ein optimales ρ_m für:

$$\frac{dQ_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_m})}{d\rho_m} - \frac{dQ_D(a_{m+1} \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_m})}{d\rho_m} = 0.$$

Die Ableitung der verallgemeinerten Marcum-Q-Funktion (A.4) ist:

$$\frac{dQ_M(a, b)}{db} = -\frac{b^M}{a^{M-1}} \exp\left(-\frac{a^2 + b^2}{2}\right) I_{M-1}(ab). \quad (10.13)$$

Vergleicht man (10.13) mit (9.4) und (9.5), erhält man ein optimales ρ_{opt} , wenn sich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für unterschiedliche Symbolamplituden a_m und a_{m+1} schneiden:

$$f_{Y|\Lambda}(\rho_{\text{opt}}|a_m) = f_{Y|\Lambda}(\rho_{\text{opt}}|a_{m+1}). \quad (10.14)$$

Mit den optimalen Intervallgrenzen nach (10.14) werden die Symbolentscheidungen nach dem ML-Kriterium (10.2) getroffen. Leider existiert für (10.14) keine geschlossene Lösung, so dass die Intervallgrenzen numerisch berechnet werden müssen. [Abbil-](#)

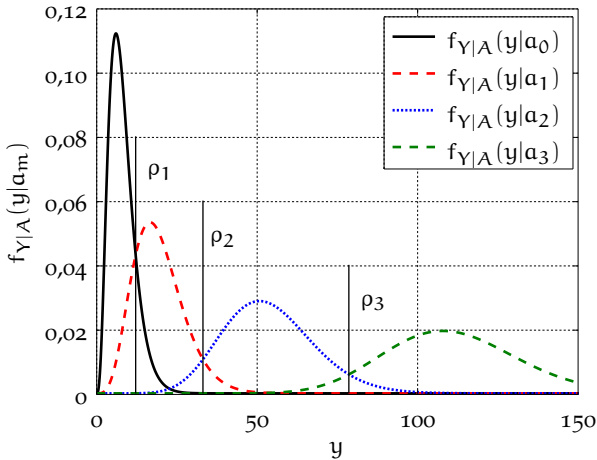


Abbildung 17: Optimale Intervallgrenzen für 4-PAM ($E_b/N_0 = 10$ dB)

[dung 17](#) zeigt die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y|A}(\cdot|a_m)$ mit a_m nach [Tabelle 5](#) mit den dazugehörigen optimalen Intervallgrenzen ρ_1 , ρ_2 und ρ_3 für 4-PAM bei einem SNR von $\gamma = 10$ dB. [Abbildung 18](#) zeigt den Einfluss der nicht optimalen Intervallgrenze ρ_1 bei OOK ($M = 2$) auf die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit. Mit steigendem SNR γ reagiert die Bitfehlerwahrscheinlichkeit immer empfindlicher auf Abweichungen von der optimalen Intervallgrenze. Dieser Effekt ist in [Abbildung 27](#) zu erkennen. Hier wird die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für OOK mit exakter Intervallgrenze und Gauß-approximierter Intervallgrenze verglichen. Für kleine Freiheitsgrade ist die Gaußapproximation der Intervallgrenze zu ungenau, und die hohe Empfindlichkeit bei mittlerem bis hohem SNR sorgt für eine sehr schlechte Symbolfehlerwahrscheinlichkeit. Für große Freiheitsgrade ist die Gaußapproximation der Intervallgrenzen sehr viel besser, und die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ist nur geringfügig schlechter

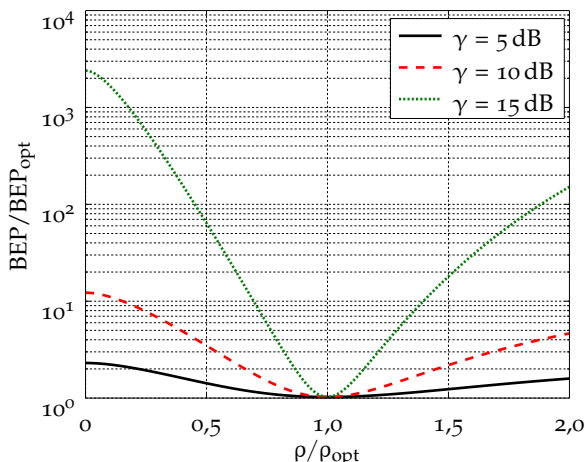


Abbildung 18: Einfluss nicht optimaler Intervallgrenzen auf die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit von OOK

als mit exakten Intervallgrenzen. Der Einfluss von nicht optimalen Intervallgrenzen wurde auch von *Anttonen, Mämmelä und Kotelba (2008)* untersucht.

10.1.3 Optimale Amplituden

In diesem Kapitel soll überprüft werden, ob es möglich ist, die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit durch optimal gewählte Amplituden \mathbf{a} zu minimieren (*Moorfeld und Finger, 2009*). Im Allgemeinen wird für die M-PAM Symbole von äquidistanten Amplituden ausgegangen (*Abschnitt 8.1*). Das Minimierungsproblem der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit (*10.9*) lautet:

$$\begin{aligned} & \underset{\mathbf{a}}{\text{minimize}} && P_e(\gamma, \mathbf{a}, \rho, M, D) \\ & \text{subject to} && \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} a_m^2 = 1, \end{aligned}$$

wobei die mittlere gesendete Symbolenergie eins ist. Dieses Optimierungsproblem lässt sich nur numerisch lösen, da die optimalen

Intervallgrenzen ρ von den zu optimierenden Symbolamplituden \mathbf{a} abhängen, es zur Berechnung der optimalen Intervallgrenzen keine geschlossene Lösung gibt und diese ebenfalls numerisch bestimmt werden müssen. Für OOK ($M = 2$) ergibt sich $\mathbf{a} = (0, \sqrt{2})$ unabhängig vom SNR γ . Für $M > 2$ lässt sich für jedes γ ein optimales Set \mathbf{a}_{opt} an Amplituden bestimmen. [Abbildung 19](#) zeigt die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für 4-PAM für unterschiedliche Symbolamplituden a_1 und a_2 bei einem E_b/N_0 von 16 dB. Für das Diagramm sind $a_0 = 0$ und $a_3 = 1$ gesetzt. Die minimale Symbolfehlerwahrscheinlichkeit wird für $\mathbf{a} = (0, 0,35, 0,67, 1)$ erreicht. [Abbildung 24](#) zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für

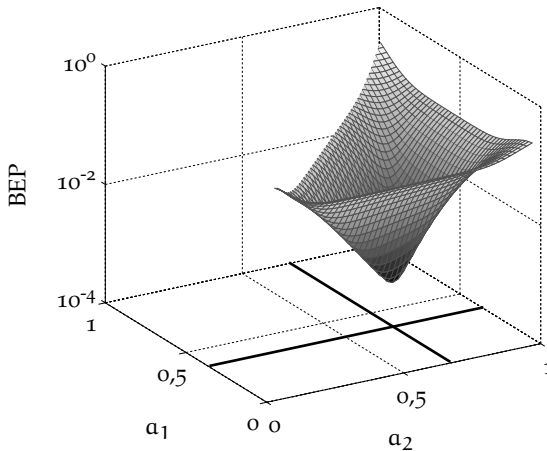


Abbildung 19: Bitfehlerwahrscheinlichkeit von 4-PAM mit unterschiedlichen Intervallgrenzen

4-PAM mit äquidistanten und optimalen Amplituden und den Verlauf der Amplituden über E_b/N_0 . [Abbildung 25](#) zeigt den Effekt für 8-PAM.

10.2 PPM

Das M-PPM-Sendesignal ist (8.5):

$$s_{\text{PPM}}(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} p(t - kT_r - a_{m,k}T_r).$$

Der M-PPM-Demodulator ermittelt für jede mögliche Pulsposition die Empfangsenergie Y_m . Der Empfangsvektor \mathbf{Y} der normierten Empfangsenergien Y_m der M Symbolpositionen ist:

$$\mathbf{Y} = [Y_0 \ Y_1 \ \dots \ Y_{M-1}].$$

Die mit der Rauschleistungsdichte $N_0/2$ normierte Empfangsenergie an der m -ten Position ist:

$$Y_m = \frac{2}{N_0} \int_{t_m}^{t_m+T_i} (s_{\text{PPM}}(\tau) + W(\tau))^2 d\tau.$$

Befindet sich der gesendete Impuls an der k -ten Position, ist die normierte Empfangsenergie (Kapitel 9):

$$Y_m = \begin{cases} \sum_{i=t_m}^{2D+\tau_m} (\hat{s}_i + \hat{W}_i)^2, & \text{für } m = k \\ \sum_{i=t_m}^{2D+\tau_m} (\hat{W}_i)^2, & \text{für } m \neq k, \end{cases}$$

mit $m, k \in \{0, 1, \dots, M-1\}$, und die Symbolenergie ist:

$$E_S = \int_{t_k}^{t_k+T_i} s_{\text{PPM}}^2(\tau) d\tau.$$

Die bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von \mathbf{Y} gegeben A ist also für $m \neq k$ zentral χ^2 -verteilt (9.4) und für $m = k$ nicht-zentral χ^2 -verteilt (9.5). Zuerst wird auch hier die Wahrscheinlichkeit P_c für eine korrekte Entscheidung berechnet, d. h. dass sich der Sendeimpuls mit der Amplitude eins an der k -ten Position befand:

$$P_c = \int_0^{\infty} \mathbb{P} \left(\bigcap_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{M-1} \{Y_m < y_k | Y_k = y_k\} \right) f_{Y|A}(y_k|1) dy_k, \quad (10.15)$$

wobei $\mathbb{P} \left(\bigcap_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{M-1} \{Y_m < y_k | Y_k = y_k\} \right)$ die Wahrscheinlichkeit angibt, dass alle Empfangsenergien Y_m mit $m \neq k$ kleiner als ein gegebenes y_k sind. Anschließend wird über alle möglichen y_k gemittelt. Die Wahrscheinlichkeit, dass ein bestimmtes Y_m kleiner als y_k ist, lautet:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(Y_m < y_k | Y_k = y_k) &= \int_0^{y_k} \frac{1}{2^D \mathcal{G}(D)} u^{D-1} \exp\left(-\frac{u}{2}\right) du \\ &= \frac{\mathcal{G}(D, \frac{y_k}{2})}{\mathcal{G}(D)}. \end{aligned} \quad (10.16)$$

Aufgrund der Unabhängigkeit aller Empfangsenergien Y_m zerfällt die Wahrscheinlichkeit in das Produkt der Einzelwahrscheinlichkeiten:

$$\mathbb{P} \left(\bigcap_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{M-1} \{Y_m < y_k | Y_k = y_k\} \right) = \prod_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{M-1} \mathbb{P}(Y_m < y_k | Y_k = y_k). \quad (10.17)$$

Sind alle Y_m unabhängig und identisch verteilt, lässt sich (10.17) schreiben als:

$$\mathbb{P} \left(\bigcap_{\substack{m=0 \\ m \neq k}}^{M-1} \{Y_m < y_k | Y_k = y_k\} \right) = (\mathbb{P}(Y_m < y_k | Y_k = y_k))^{M-1}.$$

Die Wahrscheinlichkeit für eine korrekte Entscheidung P_c ergibt sich dann aus (10.15) und (10.16):

$$P_c = \int_0^\infty \left(\frac{\mathcal{G}(D, \frac{y_k}{2})}{\mathcal{G}(D)} \right)^{M-1} f_{Y|A}(y_k|1) dy_k$$

mit $f_{Y|A}(\cdot|1)$ nach (9.5). Die Wahrscheinlichkeit für einen Symbolfehler ist dann $P_e = 1 - P_c$ mit dem SNR $\gamma = E_S/N_0$:

$$P_e(y_k, \gamma, M, D) = \frac{1}{2} \int_0^\infty \left[1 - \left(\frac{\mathcal{G}(D, \frac{y_k}{2})}{\mathcal{G}(D)} \right)^{M-1} \right] \left(\frac{y_k}{2\gamma} \right)^{\frac{D-1}{2}} \cdot \exp\left(-\frac{2\gamma + y_k}{2}\right) I_{D-1}(\sqrt{2\gamma y_k}) dy_k. \quad (10.18)$$

Die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ist für alle M möglichen Symbole gleich. Sind alle Symbole gleichwahrscheinlich, ist P_e die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für M -PPM im AWGN-Kanal. Für das Integral in (10.18) existiert keine geschlossene Lösung. Deshalb muss die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit numerisch berechnet werden. In einem Schwundkanal, bei dem die Pfadamplituden normalverteilt mit einem Erwartungswert von null ($H \sim \mathcal{N}(0, \sigma_h)$) sind, kann eine geschlossene Lösung für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit (10.18) angegeben werden (Gishkori, Leus und Deliç, 2010).

10.3 GAUSSAPPROXIMATION

Der zentrale Grenzwertsatz sagt aus, dass sich die Summe von sehr vielen unabhängigen und identisch verteilten Zufallsgrößen mit endlichem Erwartungswert und Varianz einer normalverteilten Zufallsgröße nähert. Folglich nähert sich die χ^2 -Verteilung einer Normalverteilung an, wenn der Freiheitsgrad $2D$ sehr groß wird. Auch Humblet und Azizoglu (1991) haben schon eine Gaußapproximation der Zufallsgröße Y bei Energiedetektion angegeben.

Eine χ^2 -Verteilung mit dem Freiheitsgrad $2D$ und dem Nichtzentralitätsparameter $2\gamma = 2E_S/N_0$ konvergiert für sehr großen Freiheitsgrad gegen eine Normalverteilung mit dem Erwartungswert:

$$\mathbb{E}(Y) = 2D + 2\gamma$$

und der Varianz:

$$\text{Var}(Y) = 4D + 8\gamma.$$

Äquivalent zur Einführung der χ^2 -Verteilungen der Zufallsgröße Y in [Kapitel 9](#) werden hier die Gaußapproximationen der Zufallsgröße $Y_{\text{Gauß}}$ eingeführt:

$$Y_{\text{Gauß}} \sim \begin{cases} \mathcal{N}(2D, 4D) & \text{für } a_m = 0 \\ \mathcal{N}(2D + 2\gamma, 4D + 8\gamma) & \text{für } a_m > 0. \end{cases} \quad (10.19)$$

Die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen der Gaußapproximierten Zufallsgröße $Y_{\text{Gauß}}$ lauten für $g_{Y|\Lambda}(\cdot|a_0)$ mit der Amplitude $a_0 = 0$ und $g_{Y|\Lambda}(\cdot|a_m)$ mit der Amplitude $a_m > 0$:

$$g_{Y|\Lambda}(y|a_0) = \frac{1}{\sqrt{8\pi D}} \exp\left(-\frac{(y-2D)^2}{8D}\right), \quad (10.20)$$

$$g_{Y|\Lambda}(y|a_m) = \frac{1}{\sqrt{8\pi(D+2\gamma)}} \exp\left(-\frac{(y-2D-2\gamma)^2}{8(D+2\gamma)}\right). \quad (10.21)$$

[Abbildung 20](#) zeigt die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y|\Lambda}(\cdot|a_m)$ (9.4), (9.5) der Zufallsgröße Y und die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $g_{Y|\Lambda}(\cdot|a_m)$ (10.20), (10.21) der Gaußapproximierten Zufallsgröße $Y_{\text{Gauß}}$. Weiterhin sind die optimalen Intervallgrenzen ρ_{opt} und die Intervallgrenzen auf Basis der Gaußapproximation $\rho_{\text{Gauß}}$ für unterschiedliche Freiheitsgrade dargestellt. Aufgrund des zentralen Grenzwertsatzes nähert sich die χ^2 -Verteilung für große Freiheitsgrade der Normalverteilung an.

10.3.1 PAM

Zur Berechnung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit werden die Gaußapproximationen der Zufallsgröße $Y_{\text{Gauß}}$ eingesetzt. (10.3) gibt die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im AWGN-Kanal an. Für die bedingte Wahrscheinlichkeit $\mathbb{P}(\rho_m \leq Y_{\text{Gauß}} < \rho_{m+1} | \Lambda = a_m)$ (10.4) wird jetzt über die approximierte bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $g_{Y|\Lambda}(\cdot|a_m)$ integriert, mit dem Unterschied,

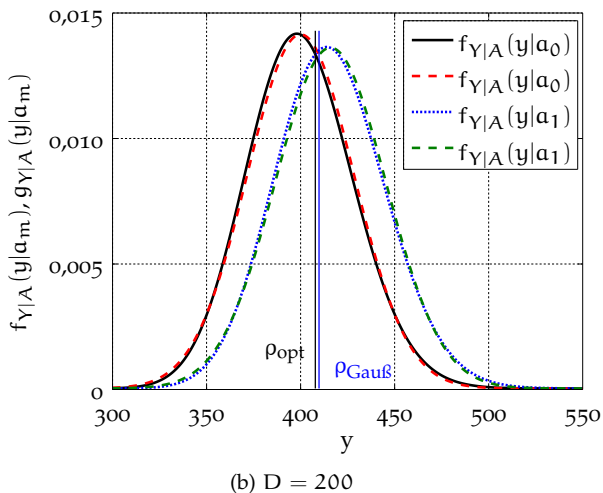
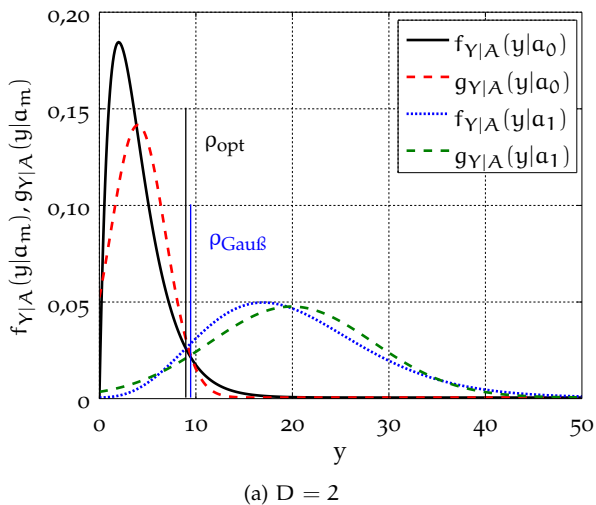


Abbildung 20: Bedingte Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $f_{Y|A}(\cdot|a_m)$ und $g_{Y|A}(\cdot|a_m)$

dass $g_{Y|A}$ über $(-\infty, \infty)$ definiert ist. Dies führt zur Verteilungsfunktion:

$$\begin{aligned}
 G_{Y|A}(y|a_m) &= \int_{-\infty}^y g_{Y|A}(u|a_m) du \\
 &= \int_{-\infty}^y \frac{1}{\sqrt{8\pi(D + 2a_m^2\gamma)}} \\
 &\quad \cdot \exp\left(-\frac{u - 2D - 2a_m^2\gamma}{8(D + 2a_m^2\gamma)}\right) du \\
 &= 1 - \Omega\left(\frac{y - 2D - 2a_m^2\gamma}{2\sqrt{D + 2a_m^2\gamma}}\right). \tag{10.22}
 \end{aligned}$$

Kombiniert man (10.22) mit (10.3), ergibt sich für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit P_e eines Energiedetektors mit M-PAM bei einem SNR γ und der verwendeten Gaußapproximation:

$$\begin{aligned}
 P_e(\gamma, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, M, D) &= \frac{1}{M} \left[M - 1 \right. \\
 &\quad + \sum_{m=1}^{M-1} \Omega\left(\frac{\rho_m - 2a_m^2\gamma - 2D}{2\sqrt{2a_m^2\gamma + D}}\right) \\
 &\quad \left. - \sum_{m=0}^{M-2} \Omega\left(\frac{\rho_{m+1} - 2a_m^2\gamma - 2D}{2\sqrt{2a_m^2\gamma + D}}\right) \right] \tag{10.23}
 \end{aligned}$$

mit den Symbolamplituden $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{M-1})$, den Intervallgrenzen $\boldsymbol{\rho} = (\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_M)$ und dem Freiheitsgrad $2D$.

Approximierte Intervallgrenzen

Die approximierten Intervallgrenzen $\rho_{\text{Gauß}}$ sind durch den Schnittpunkt der beiden Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen $g_{Y|A}(\cdot|a_m)$ und $g_{Y|A}(\cdot|a_{m+1})$ gegeben:

$$g_{Y|A}(\rho_{\text{Gauß}}|a_m) = g_{Y|A}(\rho_{\text{Gauß}}|a_{m+1}).$$

Im Gegensatz zu [Abschnitt 10.1.2](#) ist es nun aufgrund der Gaußapproximation möglich, eine geschlossene Lösung für die approximierte Intervallgrenze $\rho_{\text{Gauß}}$ zu finden:

$$\rho_{\text{Gauß}} = \frac{1}{\sigma_1 + \sigma_0} \left(\sigma_1^2 \mu_0 - \sigma_0^2 \mu_1 \pm \sigma_0 \sigma_1 \sqrt{(\mu_1 - \mu_0)^2 + 2 \ln \left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0} \right) (\sigma_0^4 + \sigma_1^4)} \right), \quad (10.24)$$

wobei μ_0 und μ_1 die Erwartungswerte und σ_0^2 und σ_1^2 die Varianzen ([10.19](#)) der beiden Normalverteilungen sind:

$$\begin{aligned} \mu_0 &= 2D + 2a_m^2 \gamma, & \mu_1 &= 2D + 2a_{m+1}^2 \gamma, \\ \sigma_0^2 &= 4D + 8a_m^2 \gamma, & \sigma_1^2 &= 4D + 8a_{m+1}^2 \gamma. \end{aligned}$$

Alternativ lässt sich die Entscheidungsschwelle auch bei:

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\rho_m < Y_{\text{Gauß}} \leq \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m) = \\ \mathbb{P}(\rho_{m+1} < Y_{\text{Gauß}} \leq \rho_{m+2} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_{m+1}) \end{aligned}$$

definieren. Dies führt zu einer guten Näherung für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit. Für [OOK](#) mit den Amplituden $a_0 = 0$, $a_1 = 2$ und den Intervallgrenzen $\rho_0 = 0$ und $\rho_2 \rightarrow \infty$ gilt folgende Bedingung:

$$\mathbb{P}(\rho_0 < Y_{\text{Gauß}} \leq \rho_1 | \mathcal{A} = \mathbf{a}_0) = \mathbb{P}(\rho_1 < Y_{\text{Gauß}} < \rho_2 | \mathcal{A} = \mathbf{a}_1).$$

Mit ([10.22](#)) führt dies zu:

$$\begin{aligned} Q \left(\frac{\rho_1 - 2D}{2\sqrt{D}} \right) &= 1 - Q \left(\frac{\rho_1 - 8\gamma - 2D}{2\sqrt{8\gamma + D}} \right) \\ \Leftrightarrow Q \left(\frac{2D - \rho_1}{2\sqrt{D}} \right) &= Q \left(\frac{8\gamma + 2D - \rho_1}{2\sqrt{8\gamma + D}} \right). \end{aligned}$$

Die Intervallgrenze ρ_1 für [OOK](#) ist somit:

$$\rho_1 = \frac{2D\sqrt{D+8\gamma} + 8\gamma\sqrt{D} + 2D^{3/2}}{\sqrt{D+8\gamma} + \sqrt{D}},$$

und die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit lässt sich auf:

$$P_{e,\text{OOK}}(\gamma, D) = Q\left(\frac{4\gamma}{\sqrt{D + 8\gamma} + \sqrt{D}}\right) \quad (10.25)$$

$$\approx Q\left(\frac{4\gamma}{\sqrt{2D + 8\gamma}}\right) \quad (10.26)$$

vereinfachen. Die Näherung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK (10.26) ist in *Humblet und Azizoglu (1991)* zu finden. Diese Näherung produziert für kleine Freiheitsgrade große Abweichungen. Die Ergebnisse von (10.25) sind deutlich besser, vor allem für kleine Freiheitsgrade. *Abbildung 26a* vergleicht die beiden Näherungen mit der exakten Lösung (10.9).

10.3.2 PPM

Bei M-PPM ergeben sich die gleichen Gaußapproximationen wie bei PAM. Mit Hilfe von (10.15) und (10.19) lässt sich die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für M-PPM berechnen. Exemplarisch wird hier die Herleitung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit von 2-PPM gezeigt. Eine Erweiterung auf M-PPM ist bei *Proakis (2001)* zu finden. Der Empfangsvektor für 2-PPM ist:

$$\mathbf{Y} = [Y_0 \ Y_1].$$

Wird ein Symbol an der Position a_m (8.5) gesendet, wird dies mit Hilfe der Zufallsgröße H als Ereignis $\{H = a_m\}$ mit dem Wertebereich $\mathcal{H} = \{a_0, a_1\}$ bezeichnet. Befindet sich der gesendete Impuls an der Position $a_m = 0$ (8.5), ist die Wahrscheinlichkeit für einen Bitfehler:

$$P_{e,2\text{PPM}} = \mathbb{P}(Y_1 - Y_0 < 0 | H = a_m), \quad (10.27)$$

wobei Y_0 und Y_1 durch ihre Gaußapproximationen nach (10.19) repräsentiert werden. Sind die Symbole mit den Positionen $a_m = 0$ und $a_m = 1$ gleichverteilt, ist (10.27) die mittlere Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 2-PPM im AWGN-Kanal. Die Differenz $Y_1 - Y_0$ wird ebenfalls als normalverteilte Zufallsgröße modelliert mit:

$$\begin{aligned} \mathbb{E}(Y_1 - Y_0) &= 2\gamma, \\ \text{Var}(Y_1 - Y_0) &= 8D + 8\gamma. \end{aligned}$$

Also ergibt sich für die approximierte Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 2-PPM im AWGN-Kanal:

$$\begin{aligned} P_{e,2\text{PPM}}(\gamma, D) &= \int_{-\infty}^0 \frac{1}{4\sqrt{\pi(D+\gamma)}} \exp\left(-\frac{y-2\gamma}{16(D+\gamma)}\right) dy \\ &= Q\left(\frac{\gamma}{\sqrt{2D+2\gamma}}\right). \end{aligned} \quad (10.28)$$

Die approximierte Bitfehlerwahrscheinlichkeit eines Energiedetektors für 2-PPM im AWGN-Kanal wird von *Carbonelli und Mengali (2006)* ebenfalls durch Approximation der Zufallsgrößen Y_0 und Y_1 durch Normalverteilungen hergeleitet. [Abbildung 26b](#) vergleicht (10.28) mit der exakten, numerisch berechneten Lösung.

10.4 KORRELATIONSEMPFÄNGER

In diesem Abschnitt wird zum Vergleich der Leistungsfähigkeit die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für einen Korrelationsempfänger im AWGN-Kanal angegeben.

10.4.1 OOK

Bei einem Korrelationsempfänger mit OOK ist das abgetastete Empfangssignal im AWGN-Kanal:

$$R = s_m + W, \quad m \in \{0, 1\},$$

wobei $s_0 = 0$ und $s_1 = \sqrt{2E_b}$ ist. Die Varianz des Rauschens ist $\sigma_n^2 = N_0/2$. Die Symbole s_0 und s_1 treten mit gleicher Wahrscheinlichkeit auf. Die mittlere Symbolenergie ist also E_b . Die bedingten Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen für das Empfangssignal sind im Fall des Korrelationsempfängers:

$$\begin{aligned} f_{R|A}(r|s_0) &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{r^2}{N_0}\right) && \text{für } s_0 = 0 \\ f_{R|A}(r|s_1) &= \frac{1}{\sqrt{\pi N_0}} \exp\left(-\frac{(r - \sqrt{2E_b})^2}{N_0}\right) && \text{für } s_1 = \sqrt{2E_b}. \end{aligned}$$

Der optimale Schwellwert ist $\rho = \frac{1}{2}\sqrt{2E_b}$. Für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich (*Proakis, 2001*):

$$P_{e,\text{OOK},\text{kor}} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right). \quad (10.29)$$

10.4.2 2-PPM

Bei einem Korrelationsempfänger mit 2-PPM ist der Signalraum zweidimensional mit den Symbolen:

$$\begin{aligned} s_0 &= \begin{bmatrix} \sqrt{E_b} & 0 \end{bmatrix} \text{ und} \\ s_1 &= \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{E_b} \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

Wird das Symbol s_0 gesendet, ist der Empfangsvektor:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \sqrt{E_b} + W_1 & W_2 \end{bmatrix}.$$

Für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ergibt sich (*Proakis, 2001*):

$$P_{e,2\text{PPM},\text{kor}} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right). \quad (10.30)$$

Die Korrelationsempfänger für OOK und 2-PPM haben bezüglich der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit ((10.29), (10.30)) die gleiche Leistungsfähigkeit.

10.5 NUMERISCHE ERGEBNISSE

Im Folgenden wird die Leistungsfähigkeit des Energiedetektors anhand der Bitfehlerwahrscheinlichkeit im AWGN-Kanal dargestellt. Es werden die exakten Ergebnisse mit denen der unterschiedlichen Approximationen verglichen und der Einfluss von unterschiedlichen Intervallgrenzen und optimalen Symbolamplituden auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit gezeigt.

Abbildung 21 zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit eines Energiedetektors mit OOK (10.9) und 2-PPM (10.18) und eines Korrelationsempfängers mit OOK (10.29) und 2-PPM (10.30). Der Freiheitsgrad des Energiedetektors ist $2D = 2$. Die Bitfehlerwahrscheinlichkeit

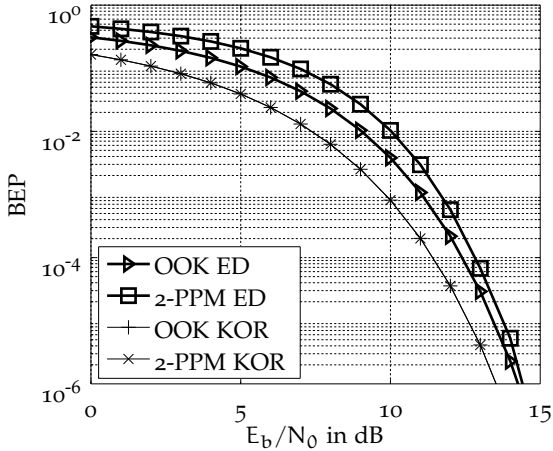


Abbildung 21: Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK und 2-PPM mit Energiedetektor und Korrelationsempfänger

lichkeit für den Korrelationsempfänger ist für OOK und 2-PPM identisch und zeigt eine geringere Bitfehlerwahrscheinlichkeit als der Energiedetektor. Dieser ist mit OOK nur ungefähr 1 dB schlechter, weitere 0,5 dB ist der Energiedetektor mit 2-PPM schlechter, nähert sich aber für hohe E_b/N_0 an die Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK an.

Abbildung 22 zeigt den Einfluss des Freiheitsgrads $2D$ auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit des Energiedetektors mit OOK und 2-PPM. Mit steigendem Freiheitsgrad verschieben sich die Kurven nach rechts. OOK zeigt immer eine etwas geringere Bitfehlerwahrscheinlichkeit als 2-PPM. Ein steigender Freiheitsgrad bedeutet, dass das Produkt aus Integrationszeit und Bandbreite (Kapitel 9) größer ist und folglich auch mehr Rauschen am Energiedetektor aufgesammelt wird.

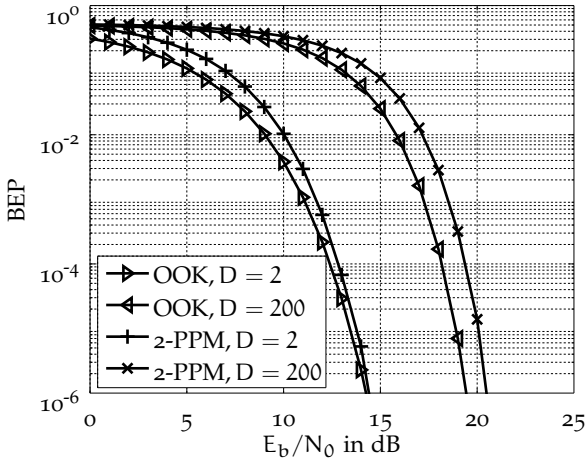


Abbildung 22: Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK und 2-PPM mit unterschiedlichem Freiheitsgrad

Abbildung 23 zeigt den Einfluss höherwertiger Modulation auf die Energiedetektion. Beim Wechsel von OOK auf 4-PAM ist bei einer Bitfehlerwahrscheinlichkeit von 10^{-3} ein zusätzliches E_b/N_0 von 5 dB notwendig, beim Wechsel von 2-PPM auf 4-PPM dagegen nur 3 dB. Abbildung 24a zeigt, dass der Abstand bei antipodaler Modulation mit optimal gewählten Amplituden verringert wird.

Abbildung 24 und Abbildung 25 zeigen den Gewinn, der durch optimale Amplituden bei antipodaler Modulation erzielt werden kann. Die Ergebnisse zeigen, dass für kleine Freiheitsgrade kaum eine Verbesserung bei der Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu erreichen ist. Ganz anders sieht es bei hohen Freiheitsgraden aus. Hier kann ein Gewinn von 3 dB bei einer Bitfehlerwahrscheinlichkeit von 10^{-3} erreicht werden. Schaut man sich den Verlauf der Amplituden an (Abbildung 24b, Abbildung 25b), ist zu erkennen, dass sich bei hohen Freiheitsgraden die hohen Amplituden zugunsten der kleineren Amplituden verkleinern. Bei kleinem Freiheitsgrad sind die optimalen Amplituden nahezu äquidistant.

Abbildung 26 zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten für OOK und 2-PPM für unterschiedliche Freiheitsgrade im Vergleich zu

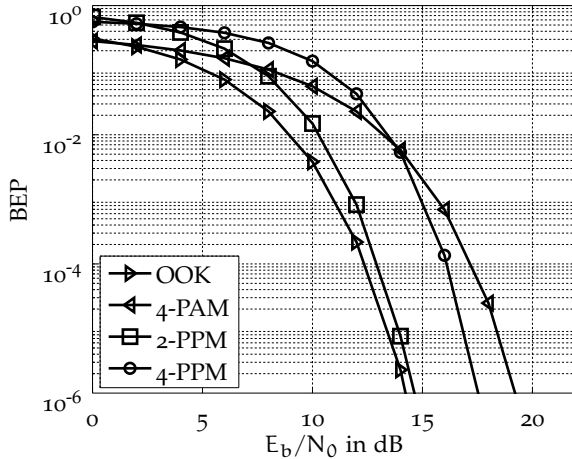
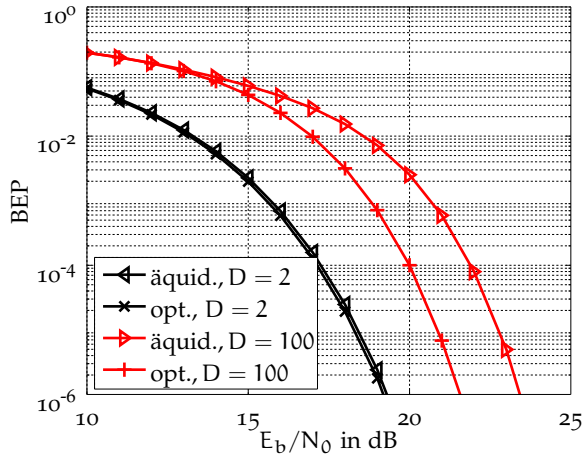


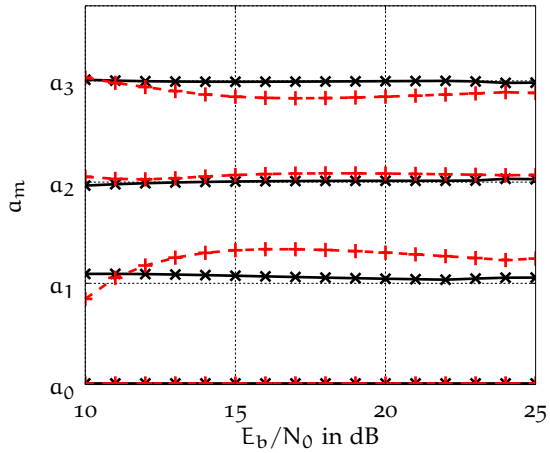
Abbildung 23: Bitfehlerwahrscheinlichkeit von M-PAM und M-PPM ($D = 2$)

den Bitfehlerwahrscheinlichkeiten basierend auf der Gaußapproximation. [Abbildung 26a](#) zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK. Die Gaußapproximation nach (10.25) ist für kleine Freiheitsgrade nah an der exakten Lösung und für hohe Freiheitsgrade fast identisch mit der exakten Lösung. Der Vorschlag von [Humblet und Azizoglu \(1991\)](#) (10.26) zeigt starke Abweichungen für kleine Freiheitsgrade und deutlich bessere Ergebnisse für hohe Freiheitsgrade. [Abbildung 26b](#) zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 2-PPM. Auch hier zeigt die Gaußapproximation von [Carbonelli und Mengali \(2006\)](#) (10.28) eine große Abweichung bei kleinen Freiheitsgraden und eine sehr geringe Abweichung bei großen Freiheitsgraden. In [Abbildung 27](#) werden die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten für OOK für die exakten ([Abschnitt 10.1.2](#)) und für die Gaußapproximierten ([Abschnitt 10.3.1](#)) Intervallgrenzen angegeben. Es sind zwei Effekte zu erkennen, die hier auftreten. Erstens liefern die approximierten Intervallgrenzen für hohe Freiheitsgrade deutlich geringere Bitfehlerwahrscheinlichkeiten, und zweitens ist die hohe Empfindlichkeit bei der Abweichung von den opti-

malen Intervallgrenzen bei mittleren bis hohen E_b/N_0 sichtbar. Diesen Effekt zeigt schon [Abbildung 18](#).

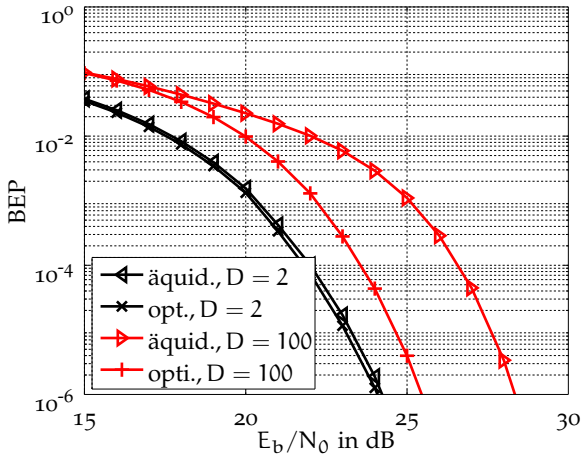


(a) Bitfehlerwahrscheinlichkeit

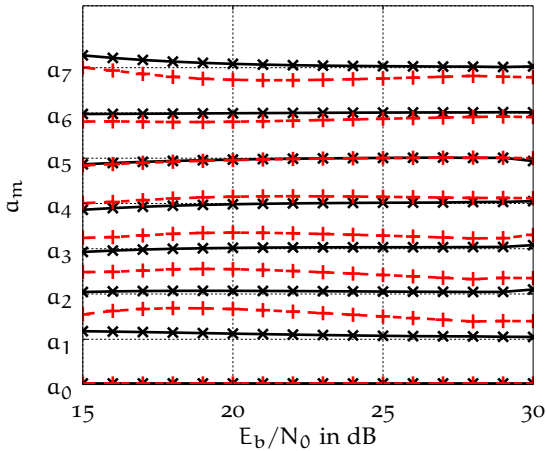


(b) Amplituden ($D = 2, D = 200$)

Abbildung 24: Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 4-PAM mit äquidistanten und optimalen Amplituden für unterschiedliche Freiheitsgrade

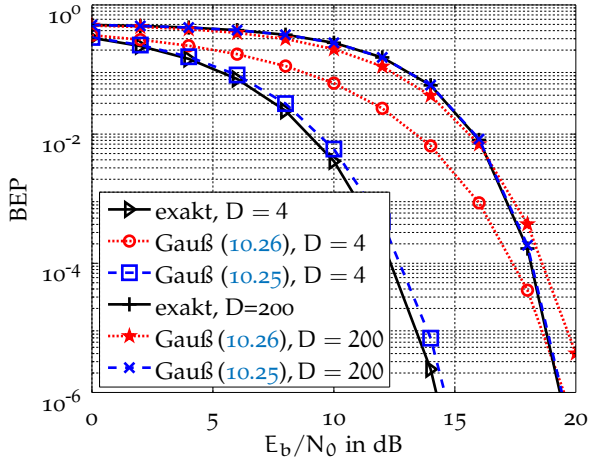


(a) Bitfehlerwahrscheinlichkeit

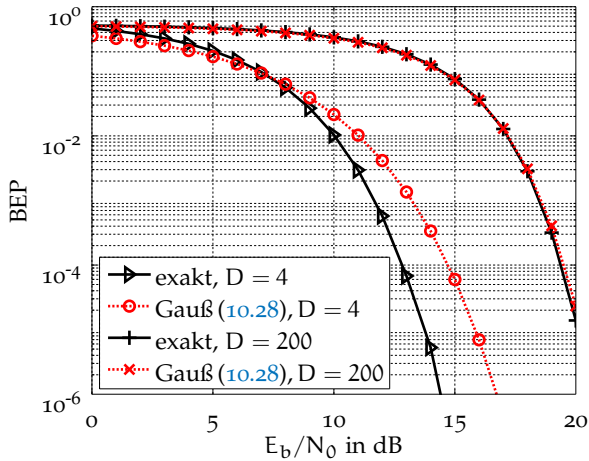


(b) Amplituden ($D = 2, D = 200$)

Abbildung 25: Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 8-PAM mit äquidistanten und optimalen Amplituden für unterschiedliche Freiheitsgrade



(a) OOK



(b) 2-PPM

Abbildung 26: Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 2-PPM im Vergleich zur Gaußapproximation für unterschiedliche Freiheitsgrade

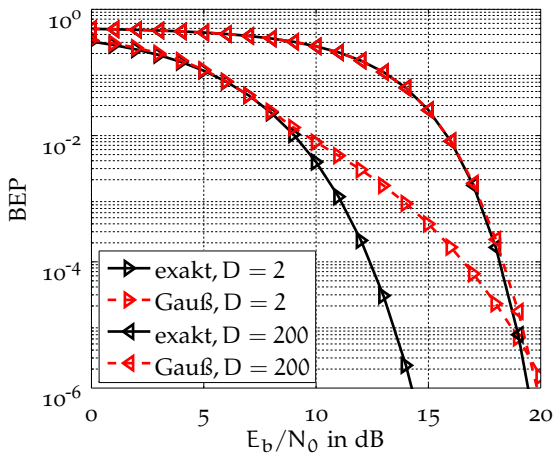


Abbildung 27: Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK mit unterschiedlichen Intervallgrenzen

FLACHER SCHWUNDKANAL

In diesem Kapitel soll die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit des Energiedetektors im Schwundkanal hergeleitet werden. Hierzu ist ein Modell erforderlich, das die Schwankungen der Empfangsenergie am Detektor beschreibt. Die Untersuchungen im IEEE-Kanalmodell zeigen, dass auch in einem frequenzselektiven Kanal die Energie am Detektor für die Dauer eines Symbols als konstant angenommen werden kann. [Abbildung 28](#) zeigt den Frequenzverlauf einer typischen Kanalimpulsantwort des IEEE-Kanalmodells ([Abschnitt 5.3.2](#)). Dabei zeigt [Abbildung 28a](#) den gleitenden Mittelwert und [Abbildung 28b](#) die Energie, die am Energiedetektor in einem 100 MHz und in einem 1 GHz breiten Frequenzband anliegt. Dies zeigt, dass im frequenzselektiven Kanal die Energie am Detektor für die Dauer eines Symbols durch eine konstante Dämpfung h modelliert werden kann. So kann zur Berechnung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit des Energiedetektors im frequenzselektiven Schwundkanal das vereinfachte Kanalmodell mit flachem Schwund verwendet werden.

Solche Kanalmodelle sind in Zusammenhang mit Energiedetektoren schon vielfach untersucht worden. Vor allem zur Detektion von unbekanntem Signalen in Schwundkanälen gibt es zahlreiche Aussagen. Hier wurden durch [Kostylev \(2000\)](#) die Aussagen von [Urkwitz \(1967\)](#) auf Kanäle mit flachem Schwund erweitert. In [Digham, Alouini und Simon \(2003\), \(2007\)](#) werden weitere geschlossene Lösungen hergeleitet, die auf Berechnungen von [Simon und Alouini \(2000\), \(2006\)](#) basieren. Eine andere Möglichkeit, die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit zu berechnen, ist die Ausnutzung der charakteristischen Funktion des SNR Γ am Empfänger ([Herath und Rajatheva \(2008\)](#), [Herath, Rajatheva und Tellambura \(2009a\), \(2009b\), \(2011\)](#), [Atapattu, Tellambura und Jiang \(2010a\), \(2010b\)](#)).

In einem Kanalmodell mit flachem Schwund wird die zufällige Kanaldämpfung H für die Dauer eines Symbols als konstant angenommen. Das gesendete Signal s wird durch den zufälli-

gen Kanalkoeffizienten H gedämpft, nicht verzögert und durch bandbegrenzt weißes Gaußsches Rauschen mit der Rauschleistungsdichte $N_0/2$ überlagert:

$$R(t) = Hs(t) + W(t).$$

Dies entspricht dem Übertragungskanal nach (5.2) mit $L(t) = 1$ für alle t und $\tau_1 = 0$. Dass die Annahme für flachen Schwund gerechtfertigt ist, zeigt [Abbildung 28](#). Dort wird der Frequenzverlauf einer typischen Kanalimpulsantwort des [IEEE-Kanalmodells \(Abschnitt 5.3.2\)](#) im Vergleich zum arithmetischem Mittel und der Energie am Detektor gezeigt. Die mit der Rauschleistungsdichte $N_0/2$ normierte Energie am Detektor ist also:

$$Y = \frac{2}{N_0} \int_t^{t+T_i} (Hs(\tau) + W(\tau))^2 d\tau. \quad (11.1)$$

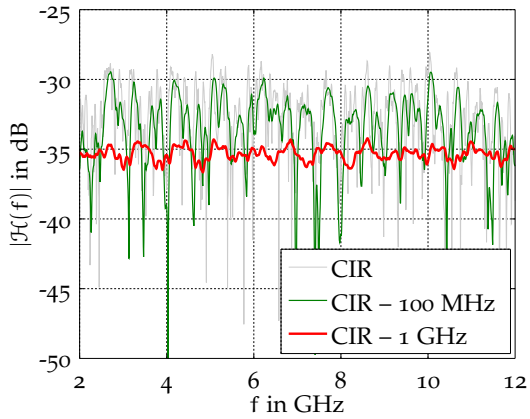
Im folgenden Kapitel werden die Symbolfehlerwahrscheinlichkeiten für [M-PAM](#) im Schwundkanal, bei dem die Dämpfung der Energie durch eine Zufallsgröße modelliert wird, hergeleitet. Die Eigenschaften der Zufallsgröße werden so gewählt, dass Kanäle mit und ohne direkte Sichtverbindung beschrieben werden können. Anschließend wird auch ein Ansatz zur Berechnung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für [M-PPM](#) gezeigt. Der Fokus dieser Arbeit liegt aber auf der Analyse der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit von [M-PAM](#).

11.1 PAM

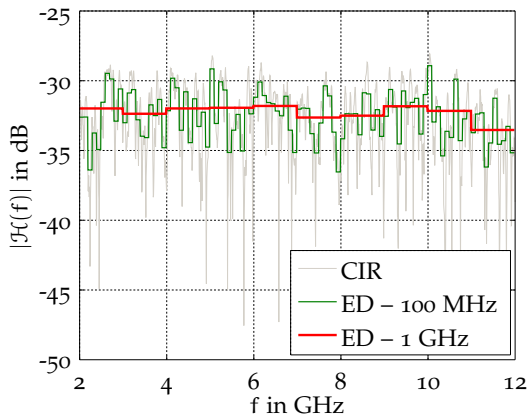
Das momentane [SNR](#) γ für die mittlere Symbolenergie $\overline{E_S}$ ist im flachen Schwundkanal wie folgt definiert:

$$\gamma = h^2 \frac{\overline{E_S}}{N_0}$$

und hängt vom Wert h der zufälligen Pfadamplitude H ab. Aufgrund der Abhängigkeit des [SNR](#) von der zufälligen Pfadamplitude ist auch das [SNR](#) Γ eine Zufallsgröße. Die mittlere Symbolenergie $\overline{E_S}$ wird auf eins normiert (8.2). Das mittlere [SNR](#) $\overline{\gamma}$ im



(a) Gleitender Mittelwert



(b) Energie am Detektor

Abbildung 28: Schwund im IEEE-Kanalmodell (CM1)

Schwundkanal lässt sich durch den Erwartungswert der Zufallsgröße H^2 berechnen:

$$\bar{\gamma} = \Omega \frac{\bar{E}_S}{N_0} = \int_0^\infty \gamma f_\Gamma(\gamma) d\gamma$$

mit $\Omega = \mathbb{E}(H^2)$. Durch Substitution kann aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der zufälligen Pfadamplitude H die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des zufälligen SNR Γ berechnet werden (*Simon und Alouini, 2006, Gl. 2.3*):

$$f_\Gamma(\gamma) = \frac{f_H\left(\sqrt{\frac{\Omega\gamma}{\gamma}}\right)}{2\sqrt{\frac{\gamma\bar{\gamma}}{\Omega}}}. \quad (11.2)$$

Zur Berechnung der mittleren Symbolfehlerwahrscheinlichkeit wird über das zufällige SNR Γ gemittelt. Es muss also folgendes Integral gelöst werden (*Simon und Alouini, 2006, Gl. 1.8*):

$$\bar{P}_e(\bar{\gamma}) = \int_0^\infty P_{e,AWGN}(\gamma) f_\Gamma(\gamma) d\gamma. \quad (11.3)$$

Mit Hilfe der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im AWGN-Kanal (10.9) und der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_Γ des SNR (11.2) ergibt sich die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit \bar{P}_e im Schwundkanal zu:

$$\begin{aligned} \bar{P}_e(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, M, D) = & \\ & \frac{1}{M} \left[M - 1 - Q_D(0, \sqrt{\rho_1}) \right. \\ & + \sum_{m=1}^{M-1} \int_0^\infty Q_D\left(\mathbf{a}_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_m}\right) f_\Gamma(\gamma) d\gamma \\ & \left. - \sum_{m=1}^{M-2} \int_0^\infty Q_D\left(\mathbf{a}_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_{m+1}}\right) f_\Gamma(\gamma) d\gamma \right], \end{aligned} \quad (11.4)$$

mit den Symbolamplituden $\mathbf{a} = (a_0, a_1, \dots, a_{M-2}, a_{M-1})$ und den Intervallgrenzen $\boldsymbol{\rho} = (\rho_0, \rho_1, \dots, \rho_{M-1}, \rho_M)$. Der erste Summand $Q_D(0, \sqrt{\rho_1})$ ist unabhängig von γ und muss somit bei der

Integration nicht berücksichtigt werden. (11.4) ist eine allgemeine Lösung für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit des Energiedetektors mit PAM im Schwundkanal. Ist die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_{Γ} des SNR bekannt, kann die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für diesen Schwundkanal angegeben werden. Das Problem der Berechnung wird auf das Integral über das Produkt der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_{Γ} mit der verallgemeinerte Marcum-Q-Funktion zurückgeführt.

Für die folgenden Berechnungen sind vor allem die Arbeiten von *Simon und Alouini (1998), (2003), (2006)*, die sich mit digitaler Kommunikation in Schwundkanälen beschäftigen, als auch von *Kostylev (2000), Digham, Alouini und Simon, (2003), (2007)*, die sich mit der Detektion von unbekanntem Signalen in Schwundkanälen beschäftigen, sowie die Lösungen zu den Integralen in Verbindung mit der verallgemeinerten Marcum-Q-Funktion (*Nuttall (1972), (1974), (1975)*), von Bedeutung. Die Resultate werden in dieser Arbeit verwendet und erweitert um die Demodulation mit Energiedetektoren in Schwundkanälen zu beschreiben.

11.1.1 Rayleigh-Kanal

Der Rayleigh-Kanal, also ein Schwundkanal mit Rayleigh-verteilten Pfadamplituden, beschreibt ein Kanalmodell, bei dem sich das Empfangssignal aus der Überlagerung von vielen gestreuten Komponenten zusammensetzt. Gibt es keinen direkten Pfad, ist der Erwartungswert der gestreuten Komponenten null. In diesem Fall ist die zufällige Pfadamplitude Rayleigh-verteilt ([Abschnitt A.3](#)):

$$f_H(h) = \frac{2h}{\Omega} \exp\left(-\frac{h^2}{\Omega}\right), \quad h \geq 0. \quad (11.5)$$

Dieses Kanalmodell wird häufig zur Modellierung von schmalbandigen NLOS-Kanälen genutzt (*Proakis, 2001; Rappaport, 2002; Tse und Viswanath, 2005*). In UWB-Kanälen ist die zeitliche Auflösung aufgrund der hohen Bandbreite deutlich größer, und es ist anzunehmen, dass nur wenige Signale zu einzelnen Pfadamplituden beitragen und der zentrale Grenzwertsatz nicht angewandt werden kann (*Zhang et al., 2002; Cassioli, Win und Molisch, 2002; Molisch, Foerster und Pendergrass, 2003*). Allerdings gibt es auch Mess-

kampagnen, die eine gute Übereinstimmung mit der *Rayleigh*-Verteilung der zufälligen Pfadamplituden im *UWB*-Kanal zeigen (Saleh und Valenzuela, 1987; Ghassemzadeh et al., 2004; Karedal et al., 2004). Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des zufälligen *SNR* Γ im *Rayleigh*-Kanal ist mit (11.2) und (11.5) durch eine Exponentialverteilung gegeben:

$$f_{\Gamma}(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}} \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right), \quad \gamma \geq 0. \quad (11.6)$$

Fügt man in (11.4) die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (11.6) ein, kann die Berechnung der mittleren Symbolfehlerwahrscheinlichkeit auf das Integral (11.7) zurückgeführt werden. Substituiert man $\gamma = u^2/2$, kann das Integral in (11.4) umgeformt werden, und man erhält die Funktion Υ :

$$\begin{aligned} \Upsilon_{\text{D}}(\bar{\gamma}, a_{\text{m}}, \rho_{\text{m}}) &= \frac{1}{\bar{\gamma}} \int_0^{\infty} Q_{\text{D}}\left(a_{\text{m}} \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_{\text{m}}}\right) \exp\left(-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}\right) d\gamma \\ &= \frac{1}{\bar{\gamma}} \int_0^{\infty} Q_{\text{D}}\left(a_{\text{m}} u, \sqrt{\rho_{\text{m}}}\right) \exp\left(-\frac{u^2}{2\bar{\gamma}}\right) u du. \end{aligned} \quad (11.7)$$

Für das Integral in (11.7) gibt es in (Nuttall, 1975, Gl. 12) eine geschlossene Lösung der Form:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} u \exp\left(-\frac{p^2}{2} u^2\right) Q_{\text{D}}(\alpha u, \beta) du = \\ \frac{1}{p^2} \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right) \left\{ \left(\frac{p^2 + \alpha^2}{\alpha^2}\right)^{D-1} \cdot \left[\exp\left(\frac{\beta^2}{2} \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + p^2}\right) - \sum_{d=0}^{D-2} \frac{1}{d!} \left(\frac{\beta^2}{2} \frac{\alpha^2}{\alpha^2 + p^2}\right)^d \right] \right. \\ \left. + \sum_{d=0}^{D-2} \frac{1}{d!} \left(\frac{\beta^2}{2}\right)^d \right\}, \quad (11.8) \end{aligned}$$

solange die Intervallgrenzen ρ unabhängig vom *SNR* γ sind. Dies bedeutet, dass die Intervallgrenzen aus dem mittleren *SNR* $\bar{\gamma}$ berechnet werden müssen. Dies spiegelt einen Energiedetektor mit

eingeschränkter Kanalkennntnis wider. Die in [Abschnitt 7.2.1](#) vorgestellte Kanalschätzung liefert eine Schätzung für das mittlere SNR $\bar{\gamma}$. Für den Fall von vollständiger Kanalkennntnis existiert keine geschlossene Lösung, und es muss auf numerische Verfahren zurückgegriffen werden wie in [Abschnitt 14.2](#) beschrieben. Mit den Substitutionen $\alpha = a$, $\beta = \sqrt{\rho}$, $u = \sqrt{2\bar{\gamma}}$ und $p^2 = 1/\bar{\gamma}$ ergibt sich aus (11.7) und (11.8) eine geschlossene Lösung für Υ :

$$\begin{aligned} \Upsilon_D(\bar{\gamma}, \mathbf{a}_m, \rho_m) = & \exp\left(-\frac{\rho_m}{2}\right) \left\{ \left(\frac{1/\bar{\gamma} + a_m^2}{a_m^2}\right)^{D-1} \right. \\ & \cdot \left[\exp\left(\frac{\rho_m}{2} \frac{a_m^2}{a_m^2 + 1/\bar{\gamma}}\right) - \sum_{d=0}^{D-2} \frac{1}{d!} \left(\frac{\rho_m}{2} \frac{a_m^2}{a_m^2 + 1/\bar{\gamma}}\right)^d \right] \\ & \left. + \sum_{d=0}^{D-2} \frac{1}{d!} \left(\frac{\rho_m}{2}\right)^d \right\}. \quad (11.9) \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Funktion Υ kann nun eine geschlossene Darstellung der mittleren Symbolfehlerwahrscheinlichkeit $\bar{P}_{e,\text{ray}}$ (11.10) für einen Energiedetektor mit PAM im *Rayleigh*-Kanal gefunden werden:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{e,\text{ray}}(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \rho, M, D) = & \frac{1}{M} \left[M - 1 - Q_D(0, \sqrt{\rho_1}) \right. \\ & + \sum_{m=1}^{M-1} \Upsilon_D(\bar{\gamma}, \mathbf{a}_m, \rho_m) \\ & \left. - \sum_{m=1}^{M-2} \Upsilon_D(\bar{\gamma}, \mathbf{a}_m, \rho_{m+1}) \right]. \quad (11.10) \end{aligned}$$

11.1.2 Rice-Kanal

Im Gegensatz zum *Rayleigh*-Kanal ist beim *Rice*-Kanal, also einem Schwundkanal mit *Rice*-verteilten Pfadamplituden, ein direkter

Pfad vorhanden. In diesem Fall ist die zufällige Pfadamplitude H *Rice*-verteilt ([Abschnitt A.4](#)):

$$f_H(h) = \frac{2h(k+1)}{\Omega} \exp\left(-k - \frac{(k+1)h^2}{\Omega}\right) \cdot I_0\left(2h\sqrt{\frac{k(k+1)}{\Omega}}\right), \quad h \geq 0, \quad (11.11)$$

wobei I_0 die modifizierte Bessel-Funktion nullter Ordnung angibt. Der *Rician*- k -Faktor gibt das Verhältnis der Leistung des direkten Pfads zur mittleren Leistung der gestreuten Pfade an. Für $k = n^2$ ist die *Rice*-Verteilung auch als *Nakagami*- n -Verteilung bekannt. Für $k = 0$ geht die *Rice*-Verteilung in die *Rayleigh*-Verteilung über. Für $k \rightarrow \infty$ konvergiert der *Rice*-Kanal gegen den *AWGN*-Kanal. Dieses Kanalmodell wird häufig zur Modellierung von schmalbandigen *LOS*-Kanälen genutzt ([Proakis, 2001](#); [Rappaport, 2002](#); [Tse und Viswanath, 2005](#)). Auch hier greift die gleiche Problematik wie beim *Rayleigh*-Kanal. Allerdings gibt es auch hier Messkampagnen, die eine gute Übereinstimmung der Pfadamplituden mit der *Rice*-Verteilung zeigen ([Kunisch und Pamp, 2002](#); [Hovinen, Hämäläinen und Päätsi, 2002](#); [Pagani und Pajusco, 2006](#)). Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des SNR Γ im *Rice*-Kanal ist mit (11.2) und (11.11) gegeben durch:

$$f_\Gamma(\gamma) = \frac{k+1}{\bar{\gamma}} \exp\left(-k - \frac{(k+1)\gamma}{\bar{\gamma}}\right) \cdot I_0\left(2\sqrt{\frac{k(k+1)\gamma}{\bar{\gamma}}}\right), \quad \gamma \geq 0. \quad (11.12)$$

Analog zur Berechnung der mittleren Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im *Rayleigh*-Kanal kann diese durch Substitution von $\gamma = u^2/2$ umgeformt werden, und man erhält die Funktion Φ :

$$\begin{aligned} \Phi_D(\bar{\gamma}, a_m, \rho_m, k) &= \frac{k+1}{\bar{\gamma}} \int_0^\infty Q_D(a_m u, \sqrt{\rho_m}) \\ &\quad \cdot \exp\left(-K - \frac{(K+1)u^2}{\bar{\gamma}}\right) \\ &\quad \cdot I_0\left(2\sqrt{\frac{K(K+1)u^2}{\bar{\gamma}}}\right) u \, du. \end{aligned} \quad (11.13)$$

Für das Integral in (11.13) gibt es in (Nuttall, 1972, Gl. 45) nur für $D = 1$ eine geschlossene Lösung:

$$\begin{aligned} &\int_0^\infty u \exp\left(-\frac{p^2 u^2}{2}\right) I_0(\zeta u) Q_1(\alpha u, \beta) \, du \\ &= \frac{1}{p^2} \exp\left(\frac{\zeta^2}{2p^2}\right) Q_1\left(\frac{\alpha\zeta}{p\sqrt{p^2 + \alpha^2}}, \frac{\beta p}{\sqrt{p^2 + \alpha^2}}\right). \end{aligned}$$

Mit den Substitutionen $\alpha = 1$, $\beta = \sqrt{\rho_m}$, $\zeta^2 = \frac{2K(K+1)}{\bar{\gamma}}$ und $p^2 = \frac{K+1}{\bar{\gamma}}$ erhält man für einen Freiheitsgrad von $2D = 2$ eine geschlossene Lösung für Φ :

$$\Phi_1(\bar{\gamma}, a_m, \rho_m, k) = Q_1\left(\sqrt{\frac{2ka_m^2\bar{\gamma}}{(k+1) + a_m^2\bar{\gamma}}}, \sqrt{\frac{(k+1)\rho_m}{(k+1) + a_m^2\bar{\gamma}}}\right) \quad (11.14)$$

Jetzt kann mit Hilfe von (11.4) und (11.14) für einen Freiheitsgrad von $2D = 2$ eine geschlossene Lösung für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im *Rice*-Kanal angegeben werden:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{e,\text{ric}}(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \rho, k, M) = \frac{1}{M} \left[M - 1 - Q_1(0, \sqrt{\rho_1}) \right. \\ \left. + \sum_{m=1}^{M-1} \Phi_1(\bar{\gamma}, a_m, \rho_m, k) \right. \\ \left. - \sum_{m=1}^{M-2} \Phi_1(\bar{\gamma}, a_m, \rho_{m+1}, k) \right]. \end{aligned} \quad (11.15)$$

Für $k = 0$ erhält man die Lösung für die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im *Rayleigh*-Kanal (11.10) für $D = 1$. Eine geschlossene Lösung für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für $D > 1$ ist nicht bekannt. Zur Berechnung ist das Integral in Gleichung (11.13) numerisch zu lösen. [Abbildung 31](#) zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für *OOK* im *Rayleigh*- und *Rice*-Kanal.

11.1.3 Nakagami- m -Kanal

Die *Nakagami- m* -Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der zufälligen Pfadamplitude H ist einer χ^2 -Verteilung sehr ähnlich ([Abschnitt A.5](#)):

$$f_H(h) = \frac{2h^{2m-1}}{\mathcal{G}(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \exp\left(-\frac{m}{\Omega}h^2\right), \quad h \geq 0, \quad (11.16)$$

wobei m der *Nakagami- m* -Schwundparameter mit $m \in [1/2, \infty)$ und \mathcal{G} die Gammafunktion ist. Die *Nakagami- m* -Verteilung enthält als Spezialfälle die einseitige Normalverteilung ($m = 1/2$) und die *Rayleigh*-Verteilung ($m = 1$). Für $m \rightarrow \infty$ konvergiert der *Nakagami- m* -Kanal gegen den *AWGN*-Kanal. Der Effekt des *Nakagami- m* -Schwundparameters ist vergleichbar mit dem des *Rician- k* -Faktors, und es ist möglich die jeweils andere Verteilung zu approximieren ([Schuster, 2009](#)):

$$k = m - 1 + \sqrt{m^2 - m}.$$

Die Messkampagnen in UWB-Kanälen durch *Cassoli, Win und Molisch (2002)* und *Hentilä et al. (2005)* zeigen eine gute Übereinstimmung der zufälligen Pfadamplituden mit einer *Nakagami-m*-Verteilung. Diese wurde zur Modellierung der Pfadamplituden im IEEE-Kanalmodell 802.15.4a genutzt (*Molisch et al., 2006*). Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des SNR Γ im *Nakagami-m*-Kanal ist mit (11.2) und (11.16) gegeben durch:

$$f_{\Gamma}(\gamma) = \frac{\gamma^{m-1}}{\mathcal{G}(m)} \left(\frac{m}{\bar{\gamma}}\right)^m \exp\left(-\frac{m}{\bar{\gamma}}\gamma\right), \quad \gamma \geq 0. \quad (11.17)$$

In diesem Fall lässt sich die Berechnung der mittleren Symbolfehlerwahrscheinlichkeit mit der Substitution $\gamma = u^2/2$ auf die Lösung des folgenden Integrals zurückführen:

$$\int_0^{\infty} u^{2m-1} \exp\left(-\frac{mu^2}{a\bar{\gamma}}\right) \mathcal{Q}_D(au, \sqrt{\rho_m}) du. \quad (11.18)$$

Ein Integral dieser Form kann rekursiv gelöst werden. Die Lösung des Integrals (11.18) wird in [Anhang B](#) hergeleitet. Daraus ergibt sich die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für einen Energiedetektor mit M-PAM im *Nakagami-m*-Kanal zu:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{e, \text{nak}}(\bar{\gamma}, m, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, M, D) = & \\ & \frac{1}{M} \left[M - 1 - \mathcal{Q}_D(0, \sqrt{\rho_1}) \right. \\ & + \sum_{\nu=1}^{M-1} (A(\bar{\gamma}, m, \mathbf{a}_{\nu}, \rho_{\nu}) + \beta_{\nu}^m B(\bar{\gamma}, m, \mathbf{a}_{\nu}, \rho_{\nu})) \\ & \left. - \sum_{\nu=1}^{M-2} (A(\bar{\gamma}, m, \mathbf{a}_{\nu}, \rho_{\nu-1}) + \beta_{\nu}^m B(\bar{\gamma}, m, \mathbf{a}_{\nu}, \rho_{\nu+1})) \right], \end{aligned} \quad (11.19)$$

wobei

$$\begin{aligned} A(\bar{\gamma}, m, \mathbf{a}, \rho) = \exp\left(-\frac{\beta\rho}{2}\right) & \left[\beta^{m-1} L_{m-1}\left(-\frac{(1-\beta)\rho}{2}\right) \right. \\ & \left. + (1-\beta) \sum_{i=0}^{m-2} \beta^i L_i\left(-\frac{(1-\beta)\rho}{2}\right) \right] \end{aligned}$$

und

$$B(\bar{\gamma}, m, a, \rho) = \exp\left(-\frac{\rho}{2}\right) \sum_{n=1}^{D-1} \frac{\rho_w^n}{2^n n!} {}_1F_1\left(m; n+1; \frac{(1-\beta)\rho}{2}\right)$$

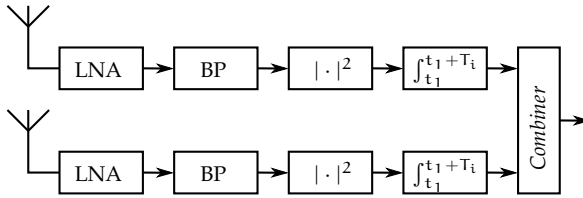
mit

$$\beta_v = \frac{2m}{2m + a_v \bar{\gamma}}$$

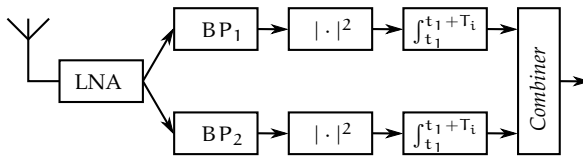
ist. L_i ist das *Laguerre*-Polynom vom Grad i (*Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 8.970*) und ${}_1F_1$ ist die konfluente hypergeometrische Funktion (*Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 9.210.1*). Für $m = 1$ erhält man die Lösung für den *Rayleigh*-Kanal. Dies führt zu einer alternativen, numerisch identischen Lösung zu (11.10). [Abbildung 32](#) zeigt die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im *Nakagami*- m -Kanal.

11.2 MEHRKANALEMPFÄNGER

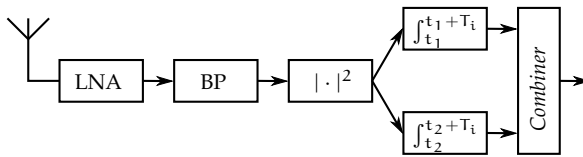
In diesem Kapitel wird die Leistungsfähigkeit von *Diversity*-Empfang bei einem Energiedetektor im flachen Schwundkanal untersucht. Das Ziel der *Combining*-Verfahren ist die Erhöhung des **SNR** am Empfänger durch Kombination mehrerer Ausbreitungspfade desselben Signals am Empfänger. Ausgenutzt werden können hier zum Beispiel die räumliche Diversität durch mehrere Antennen ([Abbildung 29a](#)), Frequenzdiversität durch Verwendung von mehreren Kanälen unterschiedlicher Frequenz ([Abbildung 29b](#)) oder zeitliche Diversität durch Detektion unterschiedlich verzögerter Ausbreitungspfade ([Abbildung 29c](#)). [Abbildung 29](#) zeigt Mehrkanalempfänger mit zwei Pfaden, wobei die oben gezeigte Architektur die größte Flexibilität bietet und Raum-, Frequenz- und Zeitdiversität ermöglicht. Die mittlere Architektur ermöglicht noch Frequenz- und Zeitdiversität und die untere nur noch Zeitdiversität. Da der Energiedetektor nur die Energie des empfangenen Signals detektieren kann, aber keine Informationen über die Phasenlage und die exakte Verzögerung hat, sind viele bekannte *Combining*-Verfahren wie *Maximum-ratio combining* (**MRC**) oder *Equal-gain combining* (**EGC**) nicht möglich. Deshalb können



(a) Raum-Diversität



(b) Frequenz-Diversität



(c) Zeit-Diversität

Abbildung 29: Mehrkanalempfänger

hier nur *Square-law combining* (SLC) und *Square-law selection* (SLS) verwendet werden.

Der verwendete Kanal basiert auf einem Kanal mit flachem Schwund aus Kapitel 11. Das gesendete Signal wird über L Kanäle mit der zufälligen Dämpfung H_l und der zufälligen Verzögerung T_l übertragen, wobei $l \in \{1, 2, \dots, L\}$ der Pfadindex ist. Im Folgenden wird die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für statistisch unabhängige *Rayleigh*-Kanäle betrachtet. Das heißt, dass die Pfaddämpfungen H_l voneinander statistisch unabhängig sind. Jedes gedämpfte Sendesignal wird danach mit bandbegrenztem weißem Gaußschem Rauschen der Rauschleistungsdichte $N_{0,l}/2$ überlagert. Das Rauschen in jedem Pfad ist statistisch unabhängig vom Rauschen der anderen Kanäle und ebenfalls unabhängig von den zufälligen Pfaddämpfungen H_l . Das momentane SNR pro Symbol im Pfad l ist also:

$$\gamma_l = h_l^2 E_S / N_{0,l},$$

und das mittlere SNR pro Symbol im Pfad l ist:

$$\bar{\gamma}_l = \Omega_l E_S / N_{0,l}$$

mit $\Omega_l = E(H_l^2)$. **Abbildung 30** zeigt das verwendete Kanalmodell. Dabei enthält der Vektor (h_1, h_2, \dots, h_L) die Pfaddämpfungen, $(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_L)$ die zugehörigen Pfadverzögerungen und (n_1, n_2, \dots, n_L) weißes Gaußsches Rauschen. Der Block Mehrkanalempfänger führt dabei die Energiedetektion für jeden Kanal durch, kombiniert die Einzelwerte und gibt eine Entscheidung aus.

11.2.1 *Square-law combining*

Beim *Square-law combining* (SLC) werden die Empfangsenergien Y_l (11.1) der einzelnen Pfade summiert. Dies führt zu einer neuen Zufallsgröße:

$$Y_{\text{SLC}} = \sum_{l=1}^L Y_l.$$

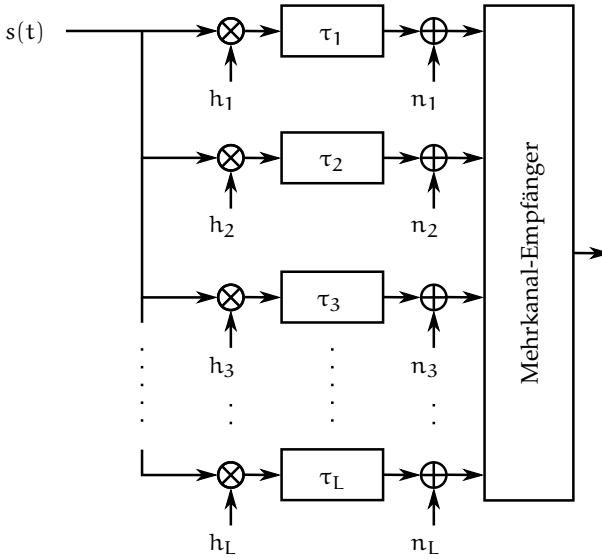


Abbildung 30: Kanalmodell für Mehrkanalempfänger

Wird ein Symbol mit der Amplitude $a_0 = 0$ gesendet, d. h. das Ereignis $\{A = a_0\}$ tritt ein, ist jedes Y_l zentral χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad $2D$ (9.4). Sind alle Y_l unabhängig und identisch verteilt, ist Y_{SLC} ebenfalls zentral χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad $2LD$. Folglich ergibt sich für die Verteilungsfunktion $F_{Y|A}(\cdot|0)$ aus (10.6) im Fall von SLC:

$$F_{Y|A}(y|0) = 1 - Q_{LD}(0, \sqrt{y}).$$

Wird ein Symbol mit der Amplitude $a_m > 0$ gesendet, d. h. ein Ereignis $\{A = a_m\}$ mit $a_m > 0$ tritt ein, ist jedes Y_l nicht-zentral χ^2 -verteilt (9.5) mit dem Nichtzentralitätsparameter $\mu_l = 2\gamma_l$ (9.3). Sind alle Y_l unabhängig und identisch verteilt, ist Y_{SLC} ebenfalls nicht-zentral χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad $2LD$ und dem Nichtzentralitätsparameter:

$$\mu_{\text{SLC}} = 2\gamma_{\text{SLC}} = 2 \sum_{l=1}^L \gamma_l.$$

Daraus ergibt sich für die Verteilungsfunktion $F_{Y|A}(\cdot|a_m)$ mit $a_m > 0$ aus (10.7):

$$F_{Y|A}(y|a_m) = 1 - Q_{LD}(a_m \sqrt{\gamma_{SLC}}, \sqrt{y}). \quad (11.20)$$

Die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für einen Energiedetektor bei SLC mit L verschiedenen SNR γ_l im AWGN-Kanal ist also:

$$P_e(\gamma_{SLC}, \mathbf{a}, \tilde{\rho}, M, D, L) = \frac{1}{M} \left[M - 1 + \sum_{m=1}^{M-1} Q_{LD} \left(\sqrt{a_m^2 \gamma_{SLC}}, \sqrt{\tilde{\rho}_m} \right) - \sum_{m=0}^{M-2} Q_{LD} \left(\sqrt{a_m^2 \gamma_{SLC}}, \sqrt{\tilde{\rho}_{m+1}} \right) \right],$$

wobei $\tilde{\rho}$ die optimalen Intervallgrenzen nach Abschnitt 10.1.2 sind, basierend auf der neuen Zufallsgröße Y_{SLC} .

11.2.1.1 Unabhängige und identisch verteilte Rayleigh-Kanäle

In Mehrwegekanälen nach Abbildung 30 mit unabhängigen und identisch Rayleigh-verteilten Pfaddämpfungen H_l ist das SNR Γ_l in jedem Pfad exponentialverteilt (11.6). Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{\Gamma_{SLC}}$ von $\Gamma_{SLC} = \sum_{l=1}^L \Gamma_l$ mit $\bar{\gamma} = \mathbb{E}(\Gamma_l)$ ist (Lee, 1997, Gl. 10.61):

$$f_{\Gamma_{SLC}}(\gamma_{SLC}) = \frac{\gamma_{SLC}^{L-1}}{(L-1)! \bar{\gamma}^L} \exp\left(-\frac{\gamma_{SLC}}{\bar{\gamma}}\right). \quad (11.21)$$

Vergleicht man (11.21) mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des SNR im Nakagami- m -Kanal (11.17), mit $\mathcal{G}(L) = (L-1)!$, und integriert über das Produkt aus (11.20) und (11.21), erhält man für die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit eines Energiedetektors mit SLC im Mehrwegekanal mit unabhängigen und identisch Rayleigh-verteilten Pfaddämpfungen. Die Lösung entspricht der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im Nakagami- m -Kanal:

$$\bar{P}_{e,SLC}(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \tilde{\rho}, M, D, L) = \bar{P}_{e,nak}(L\bar{\gamma}, L, \mathbf{a}, \tilde{\rho}, M, LD),$$

wobei $\bar{\gamma}$ durch $L\bar{\gamma}$, der Nakagami- m Parameter m durch L und ρ durch $\tilde{\rho}$ ersetzt werden. Die Intervallgrenzen $\tilde{\rho}$ basieren auf $L\bar{\gamma}$ und der Freiheitsgrad $2D$ wird durch $2LD$ ersetzt.

11.2.1.2 Korrelierte Rayleigh-Kanäle

In Mehrwegekanälen mit korrelierten *Rayleigh*-verteilten Pfaddämpfungen h_l ist das SNR γ_l in jedem Pfad ebenfalls exponentialverteilt. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{\Gamma_{\text{SLC}}}$ von $\gamma_{\text{SLC}} = \sum_{l=1}^L \gamma_l$ mit $\bar{\gamma} = \mathbb{E}(\Gamma_l)$ ist eine Überlagerung von gewichteten Exponentialverteilungen (Lee, 1997, Gl. 10.60):

$$f_{\Gamma_{\text{SLC}}}(\gamma_{\text{SLC}}) = c_1 \sum_{l=1}^L c_{2,l} \exp\left(-\frac{\gamma_{\text{SLC}}}{\bar{\gamma}}\right) \quad (11.22)$$

mit

$$c_1 = \frac{1}{\prod_{l=1}^L \lambda_l}$$

und

$$c_{2,l} = \frac{1}{\prod_{l \neq k}^L (1/\lambda_k - 1/\lambda_l)},$$

wobei λ_l die Eigenwerte der $L \times L$ Kovarianzmatrix Σ des normierten Empfangssignals der einzelnen Pfade sind. Da es sich bei der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (11.22) im Fall von korrelierten *Rayleigh*-verteilten Pfaddämpfungen um eine gewichtete Summe von Exponentialverteilungen handelt, kann die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit mit Hilfe der Funktion Υ (11.9) auf die Lösung (11.10) für *Rayleigh*-Kanäle zurückgeführt werden:

$$\begin{aligned} \bar{P}_{e,\text{SLC}}(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \tilde{\rho}, M, D, L) = & \\ & \frac{1}{M} \left[M - 1 - Q_{\text{LD}}(0, \sqrt{\rho_1}) \right. \\ & + c_1 \sum_{m=1}^{M-1} \sum_{l=1}^L \lambda_l c_{2,l} \Upsilon_{\text{LD}}(\lambda_l, a_m, \tilde{\rho}_m) \\ & \left. - c_1 \sum_{m=1}^{M-2} \sum_{l=1}^L \lambda_l c_{2,l} \Upsilon_{\text{LD}}(\lambda_l, a_m, \tilde{\rho}_{m+1}) \right]. \end{aligned}$$

Im Spezialfall von zwei korrelierten *Rayleigh*-verteilten Pfaddämpfungen ($L = 2$) ist die Kovarianzmatrix (Lee, 1997, Gl. 10.66):

$$\Sigma = \begin{pmatrix} \gamma_1 & \eta\sqrt{\gamma_1\gamma_2} \\ \eta\sqrt{\gamma_1\gamma_2} & \gamma_2 \end{pmatrix}$$

mit dem Korrelationskoeffizienten η . Die Eigenwerte sind:

$$\lambda_{1,2} = \frac{1}{2} \left(\gamma_1 + \gamma_2 \pm \sqrt{(\gamma_1 + \gamma_2)^2 - 4\gamma_1\gamma_2(1 - \eta^2)} \right).$$

Für $\gamma = \gamma_1 = \gamma_2$ vereinfachen sich die Eigenwerte zu:

$$\lambda_{1,2} = \gamma(1 \pm \eta).$$

11.2.2 Square-law selection

Beim *Square-law selection* (SLS) wird der Empfänger mit der größten Empfangsenergie Y_{\max} (11.1) ausgewählt:

$$Y_{\max} = \max(Y_1, Y_2, \dots, Y_L). \quad (11.23)$$

Gegenüber dem *Square-law combining* wird demnach nur ein Teil der insgesamt verfügbaren Empfangsenergie ausgenutzt. Nach (10.3) und (11.23) ist die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit für einen Energiedetektor mit SLS im AWGN-Kanal:

$$\begin{aligned} P_e(\gamma, \mathbf{a}, \rho, D, L) &= 1 - P_c(\gamma, \mathbf{a}, \rho, D) \\ &= 1 - \sum_{m=0}^{M-1} \mathbb{P}(\rho_m < Y_{\max} \leq \rho_{m+1} | \mathbf{A} = \mathbf{a}_m) \\ &\quad \cdot \mathbb{P}(\mathbf{A} = \mathbf{a}_m). \end{aligned} \quad (11.24)$$

Zur Berechnung von (11.24) muss also die Wahrscheinlichkeit bestimmt werden, mit der das maximale Y_{\max} innerhalb des Intervalls $(\rho_m, \rho_{m+1}]$ liegt. Dies kann durch die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses beschrieben werden, d. h. dass Y_{\max} nicht im genannten Intervall liegt. Dies ist der Fall, wenn alle Y_l unterhalb

der unteren Intervallgrenze ρ_m liegen oder mindestens ein Y_l oberhalb der oberen Intervallgrenze ρ_{m+1} :

$$\begin{aligned}
 & \mathbb{P}(\rho_m < Y_{\max} \leq \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m) \\
 &= 1 - \mathbb{P}\left(\bigcap_{l=1}^L \{Y_l < \rho_m | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m\} \cup \bigcup_{l=1}^L \{Y_l < \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m\}\right) \\
 &= 1 - \left[\mathbb{P}\left(\bigcap_{l=1}^L \{Y_l < \rho_m | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m\}\right) \right. \\
 &\quad \left. + \underbrace{\mathbb{P}\left(\bigcup_{l=1}^L \{Y_l < \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m\}\right)}_{1 - \mathbb{P}\left(\bigcap_{l=1}^L \{Y_l < \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m\}\right)} \right] \\
 &= \mathbb{P}\left(\bigcap_{l=1}^L \{Y_l < \rho_{m+1} | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m\}\right) \\
 &\quad - \mathbb{P}\left(\bigcap_{l=1}^L \{Y_l < \rho_m | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m\}\right). \quad (11.25)
 \end{aligned}$$

Sind die Empfangsenergien Y_l für alle l unabhängig, gilt:

$$\mathbb{P}\left(\bigcap_{l=1}^L \{Y_l < \rho_m | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m\}\right) = \prod_{l=1}^L \mathbb{P}(Y_l < \rho_m | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m), \quad (11.26)$$

und mit (10.7) ergibt sich:

$$\mathbb{P}(Y_l < \rho_m | \mathcal{A} = \mathbf{a}_m) = 1 - Q_D(a_m \sqrt{\gamma}, \sqrt{\rho_m}).$$

Kombiniert man (11.25) mit (11.26) und setzt man gleichverteilte Eingangssignale mit $\mathbb{P}(\mathcal{A} = \mathbf{a}_m) = 1/M$ voraus, ergibt sich

die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit (11.24) in L parallelen AWGN-Kanälen, mit unterschiedlichen SNR γ_l pro Kanal zu:

$$\begin{aligned}
 P_e(\gamma, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, D, L) &= 1 - \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \left[\prod_{l=1}^L (1 - Q_D(a_m \sqrt{\gamma_l}, \sqrt{\rho_{m+1,l}})) \right. \\
 &\quad \left. - \prod_{l=1}^L (1 - Q_D(a_m \sqrt{\gamma_l}, \sqrt{\rho_{m,l}})) \right], \quad (11.27)
 \end{aligned}$$

wobei $\rho_{m,l}$ die optimale Intervallgrenze für das SNR γ_l im Kanal l ist. Sind alle Y_l unabhängig und identisch verteilt, vereinfacht sich (11.26) zu:

$$\prod_{l=1}^L \mathbb{P}(Y_l < \rho_m | A = a_m) = (1 - Q_D(a_m \sqrt{\gamma}, \sqrt{\rho_m}))^L. \quad (11.28)$$

Kombiniert man (11.25) mit (11.28), ergibt sich für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit (11.27):

$$\begin{aligned}
 P_e(\gamma, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, D, L) &= 1 - \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} \left[(1 - Q_D(a_m \sqrt{\gamma}, \sqrt{\rho_{m+1}}))^L \right. \\
 &\quad \left. - (1 - Q_D(a_m \sqrt{\gamma}, \sqrt{\rho_m}))^L \right].
 \end{aligned}$$

Für $L = 1$ erhält man (10.8). Setzt man die Intervallgrenzen $\rho_0 = 0$ und $\rho_M \rightarrow \infty$ in die Marcum- Q -Funktion ein, erhält man $Q_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_0}) = 0$ und $Q_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_M}) = 1$. Mit $a_0 = 0$, lässt sich die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit auch schreiben als (10.9):

$$\begin{aligned}
 P_e(\gamma, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, D, L) &= \frac{1}{M} \left[M + 1 + (1 - Q_D(0, \sqrt{\rho_1}))^L \right. \\
 &\quad + \sum_{m=1}^{M-2} (1 - Q_D(a_m \sqrt{\gamma}, \sqrt{\rho_{m+1}}))^L \\
 &\quad \left. - \sum_{m=1}^{M-1} (1 - Q_D(a_m \sqrt{\gamma}, \sqrt{\rho_m}))^L \right].
 \end{aligned}$$

Ist das SNR γ_l unabhängig und identisch *Rayleigh*-verteilt mit $\bar{\gamma} = \mathbb{E}(\Gamma_l)$ für alle l , lässt sich die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im *Rayleigh*-Kanal mit Hilfe der Funktion Υ (11.9) angeben:

$$P_e(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \rho, D, L) = \frac{1}{M} \left[M + 1 + \left(1 - Q_D \left(a_0 \sqrt{\bar{\gamma}}, \sqrt{\rho_1} \right) \right)^L + \sum_{m=1}^{M-2} \left(1 - \Upsilon_D(\bar{\gamma}, a_m, \rho_{m+1}) \right)^L - \sum_{m=1}^{M-1} \left(1 - \Upsilon_D(\bar{\gamma}, a_m, \rho_m) \right)^L \right].$$

11.3 NUMERISCHE ERGEBNISSE

Im Folgenden wird die Leistungsfähigkeit des Energiedetektors im Übertragungskanal mit flachem Schwund anhand der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit gezeigt. [Abbildung 31](#) zeigt die Bit-

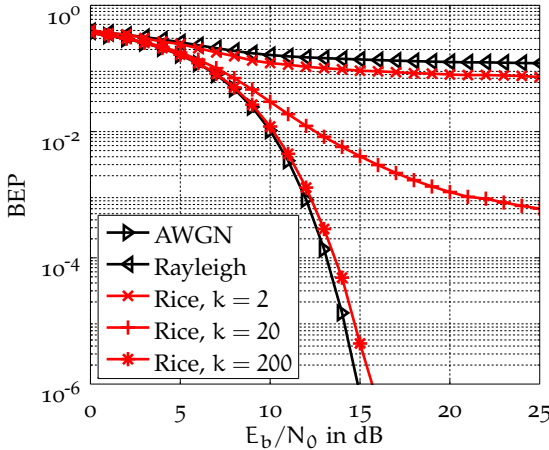


Abbildung 31: Bitfehlerwahrscheinlichkeit im Schwundkanal mit *Rayleigh*- und *Rice*-verteilten Pfadamplituden (OOK, $D = 2$)

fehlerwahrscheinlichkeit für OOK im *Rayleigh*- und *Rice*-Kanal.

Im *Rayleigh*-Kanal, also einem Kanal ohne Sichtverbindung, ist die Leistungsfähigkeit auch bei hohen E_b/N_0 sehr schlecht. Im *Rice*-Kanal hängt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit stark vom *Rician*- k -Faktor ab. Dieser gibt das Verhältnis der Leistung des direkten Pfads zur mittleren Leistung der gestreuten Pfade an. Für kleine k enthält der direkte Pfad wenig Leistung und die Bitfehlerwahrscheinlichkeit ist groß. Mit steigendem k nimmt die Leistung im direkten Pfad zu. Für sehr große k nähert sich die Bitfehlerwahrscheinlichkeit der Bitfehlerwahrscheinlichkeit im *AWGN*-Kanal an.

Abbildung 32 zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit im *Nakagami*- m -Kanal. Für $m = 1$ erhält man das Ergebnis des *Rayleigh*-Kanals und für $m \rightarrow \infty$ konvergiert der *Nakagami*- m -Kanal gegen den *AWGN*-Kanal.

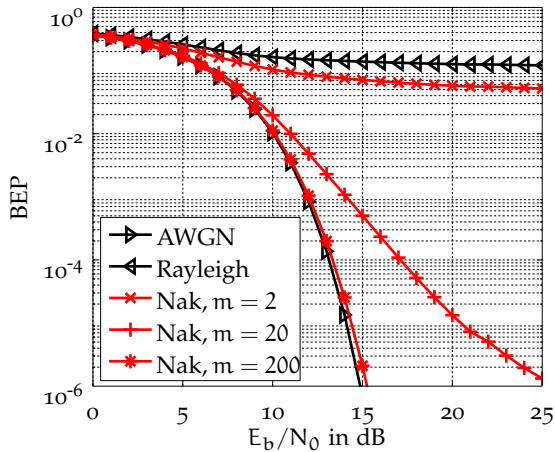


Abbildung 32: Bitfehlerwahrscheinlichkeit im Schwundkanal mit *Nakagami*- m -verteilten Pfadampplituden (OOK, $D = 2$)

Abbildung 33 und **Abbildung 34** zeigen den Gewinn, der durch *Combining*-Verfahren im *Rayleigh*-Kanal erzielt werden kann. In **Abbildung 33** wird die Leistungsfähigkeit von *SLC* dargestellt. Hierbei wird das *SNR* jedes einzelnen Energiedetektors addiert und anschließend die Entscheidung getroffen. Durch den erhöhten Mehraufwand des *SLC* lässt sich ein deutlicher Gewinn gegenüber

einem Energiedetektor ohne SLC erzielen. [Abbildung 34](#) zeigt den

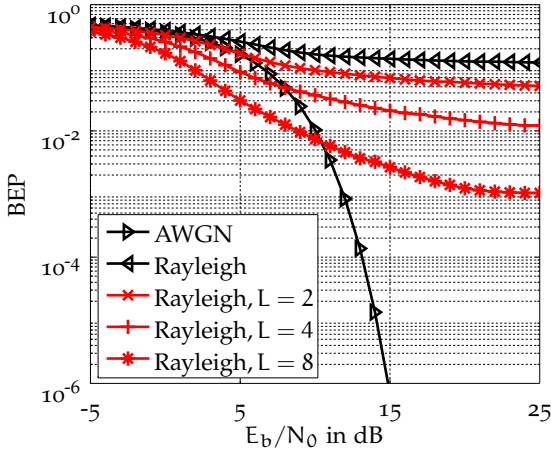


Abbildung 33: Bitfehlerwahrscheinlichkeit im *Rayleigh*-Kanal mit SLC

Gewinn durch SLS. Hier wird nur der Energiedetektor ausgewählt, der die höchste Energie detektiert. Nur die Energie dieses Detektors wird für die Entscheidung herangezogen. Auch hier kann durch den erhöhten Mehraufwand die Leistungsfähigkeit im Vergleich zu Energiedetektoren ohne SLS verbessert werden. Ob die Leistungsfähigkeit von SLC oder SLS besser ist, hängt stark vom jeweiligen Szenario und dem Empfängeraufbau ab.

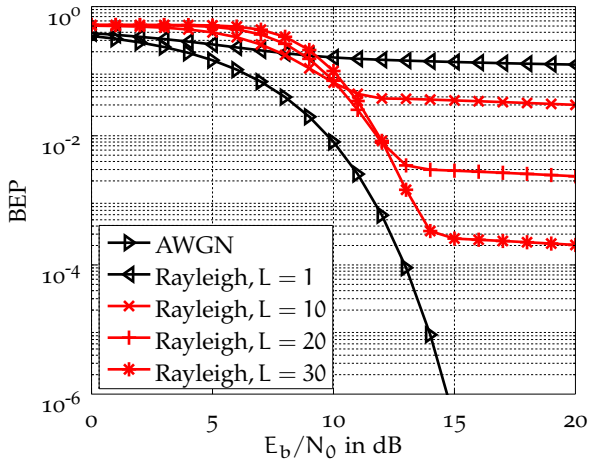


Abbildung 34: Bitfehlerwahrscheinlichkeit im *Rayleigh*-Kanal mit SLS

FREQUENZSELEKTIVER SCHWUNDKANAL

Im [Abschnitt 11.1](#) wurde die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit mit einem vereinfachten Modell hergeleitet. Das verwendete Modell hat die Energie am Detektor durch eine konstante Dämpfung, die sich nur symbolweise zufällig ändert, beschrieben. Diese Annahme wurde durch Untersuchungen am [IEEE-Kanalmodell](#) untermauert. Das verwendete Modell konnte so durch einen flachen Schwundkanal beschrieben werden.

In diesem Kapitel wird nun diese Vereinfachung fallengelassen und der Kanal mit flachem Schwund durch ein frequenzselektives Kanalmodell ersetzt ([Bober, Moorfeld und Jorswieck, 2011](#)).

Von [Anttonen, Mämmelä und Kotelba \(2009\)](#) wurde die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im frequenzselektiven Schwundkanal mit log-normalverteilten Pfadamplituden hergeleitet. Hierzu wurde eine Approximation der Verteilung der Summe der log-normalverteilten Pfadamplituden genutzt ([Filho, Cardieri und Yacoub, 2005](#)). Das Ergebnis wurde von [Li, Moorfeld und Finger \(2011b\)](#) auf die Verwendung von *Combining*-Verfahren ([11.2](#)) zur Ausnutzung der Diversität im frequenzselektiven Schwundkanal erweitert.

Zur Herleitung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im frequenzselektiven Schwundkanal wird die vektorielle Darstellung genutzt ([Abschnitt 5.2.6](#)). Das Empfangssignal \mathbf{R} ist:

$$\mathbf{R} = \underbrace{\mathbf{x}\mathbf{H}}_s + \mathbf{W},$$

mit der zufälligen Kanalimpulsantwort \mathbf{H} und der Faltungsmatrix \mathbf{x} , die zeitlich verschobene Varianten des Sendesignals enthält. Die mit der Rauschleistungsdichte $N_0/2$ normierte Energie Y am Detektor im äquivalenten Tiefpass ist ([9.6](#)):

$$Y = \frac{2}{N_0} \int_0^{T_i} \Re \{ R_b(\tau) \exp(j2\pi f_c \tau) \}^2 d\tau$$

und führt zur gleichen Zufallsgröße Y wie im reellen Bandpass (Kapitel 9). Zur Berechnung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit nach (11.3) muss jetzt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_Γ des zufälligen SNR Γ im frequenzselektiven Kanal berechnet werden.

Ist die Bandbreite B kleiner als die Mittenfrequenz f_c , lässt sich die durch den Kanal gedämpfte Symbolenergie E approximieren (Proakis, 2001, Gl. 4-1-24) und als Summe der Abtastwerte schreiben (Kapitel 9):

$$E = \frac{1}{2} \int_0^{T_i} |S_b(\tau)|^2 d\tau = \frac{1}{4B} \sum_{i=1}^D \Re \{S_{b,i}\}^2 + \Im \{S_{b,i}\}^2, \quad (12.1)$$

mit dem Freiheitsgrad $2D = 2BT_i$ und $S_{b,i} := S_b(i/(2B))$. Im Folgenden muss nun die Verteilung des SNR Γ im frequenzselektiven Kanal berechnet werden. Nutzt man die vektorielle Darstellung des gedämpften Sendesignals \mathbf{S} , lässt sich die Summe in (12.1) als quadratische Form von \mathbf{S} schreiben:

$$E = \frac{1}{4B} \sum_{i=1}^D |S_{b,i}|^2 = \frac{\mathbf{S}^H \mathbf{S}}{4B}. \quad (12.2)$$

Mit (12.1) und (12.2) lässt sich nun das zufällige SNR Γ mit Hilfe der gedämpften Symbolenergie E im frequenzselektiven Kanal angeben:

$$\Gamma = \frac{E_R}{N_0} = \frac{\mathbf{S}^H \mathbf{S}}{4N_0B}.$$

12.1 ÜBERTRAGUNGSKANAL OHNE SICHTVERBINDUNG

In einer Umgebung, in der keine direkte Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger existiert (NLOS), kann der Vektor der Erwartungswerte der zeitdiskreten Kanalimpulsantwort \mathbf{H} als null angenommen werden:

$$\mathbf{H} \sim \mathcal{CN}_D(\mathbf{0}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad \text{mit } \boldsymbol{\Sigma}(i, j) = h_i h_j e^{-\frac{|i-j|}{\beta}},$$

wobei der Parameter $\beta > 0$ die Korrelation der Elemente von $\boldsymbol{\Sigma}$ beschreibt. Je größer β ist, desto mehr sind die Elemente von \mathbf{H}

miteinander korreliert. Sind alle Komponenten von \mathbf{H} unkorreliert, ist Σ eine Diagonalmatrix. Der Erwartungswert des rauschfreien Empfangssignals \mathbf{S} ist ebenfalls null:

$$\mathbf{S} = \mathbf{x}\mathbf{H} \sim \mathcal{CN}_D(\mathbf{0}, \Sigma_s) \quad \text{mit } \Sigma_s = \mathbf{x}\Sigma\mathbf{x}^H.$$

Sei $\mathbf{S} = \Sigma_s^{-\frac{1}{2}} \mathbf{S}'$ mit $\mathbf{S}' \sim \mathcal{CN}_D(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ (Abschnitt A.1.4), dann gilt:

$$\begin{aligned} \mathbf{S}^H \mathbf{S} &= \left(\Sigma_s^{-\frac{1}{2}} \mathbf{S}' \right)^H \Sigma_s^{-\frac{1}{2}} \mathbf{S}' \\ &= \mathbf{S}'^H \left(\Sigma_s^{-\frac{1}{2}} \right)^H \Sigma_s^{-\frac{1}{2}} \mathbf{S}' \\ &= \mathbf{S}'^H \Sigma_s \mathbf{S}'. \end{aligned}$$

Die Zufallsgröße $V = \mathbf{S}^H \mathbf{S}$ kann als Summe der Eigenwerte von Σ_s (Anhang C) angegeben werden:

$$V = \mathbf{S}^H \mathbf{S} = \sum_{i=1}^D \lambda_i G_i G_i^*.$$

Dabei sind λ_i die Eigenwerte der positiv-definiten Matrix Σ_s und $G_i \sim \mathcal{CN}(0, 1)$ unabhängige, komplex standardnormalverteilte Zufallsgrößen. Das Betragsquadrat der Zufallsgröße G_i :

$$|G_i|^2 = G_i G_i^* = \Re\{G_i\}^2 + \Im\{G_i\}^2 \tag{12.3}$$

ist als Summe zweier unabhängiger, standardnormalverteilter Zufallsgrößen zentral χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad zwei.

Mittleres SNR

Das mittlere SNR $\bar{\gamma}$ kann mit Hilfe des Erwartungswertes der Zufallsgröße V angegeben werden:

$$\bar{\gamma} = \frac{\mathbb{E}(V)}{4N_0B}. \tag{12.4}$$

Alle Zufallsgrößen $|G_i|^2$ in (12.3) sind voneinander unabhängig, und es gilt:

$$\mathbb{E}(V) = \sum_{i=1}^D \lambda_i \mathbb{E}(|G_i|^2),$$

und da alle $|G_i|^2$ zentral χ^2 -verteilte Zufallsgrößen sind, gilt für den Erwartungswert $\mathbb{E}(|G_i|^2) = 2$. Daraus folgt für das mittlere SNR $\bar{\gamma}$ in (12.4):

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{2N_0B} \sum_{i=1}^D \lambda_i.$$

Dies ermöglicht unter bestimmten Voraussetzungen die Berechnung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des zufälligen SNR Γ am Energiedetektor im frequenzselektiven Schwundkanal.

Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des SNR

Die χ^2 -verteilte Zufallsgröße $|G_i|^2$ ist aufgrund ihrer genau zwei Freiheitsgrade als Spezialfall exponentialverteilt (Abschnitt A.2.1). Die Zufallsgröße V ist demnach eine Linearkombination von exponentialverteilten Zufallsgrößen und hat die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion (Johnson, Kotz und Balakrishnan, 1994, Gl. 19.147):

$$f_V(v) = \sum_{j=1}^D \left(\prod_{k \neq j} (\lambda_j - \lambda_k)^{-1} \right) \lambda_j^{D-2} e^{-\frac{v}{\lambda_j}}. \quad (12.5)$$

Durch Substitution erhält man die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion des SNR Γ :

$$f_{\Gamma}(\gamma) = 2N_0B f_V(2N_0B\gamma). \quad (12.6)$$

Sei weiterhin $\gamma' = \frac{\gamma}{\bar{\gamma}}$ das normierte SNR. Eingesetzt in (12.6) ergibt sich:

$$f_{\Gamma'}(\gamma') = 2N_0B\bar{\gamma} f_V(2N_0B\bar{\gamma}\gamma').$$

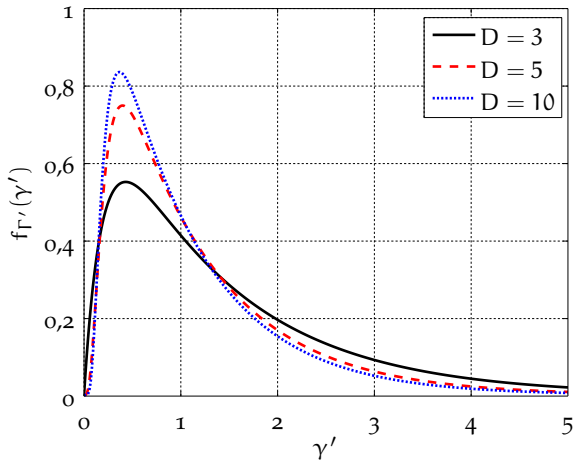


Abbildung 35: Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{\Gamma'}(\gamma')$ des normierten SNR für verschiedene Freiheitsgrade

Symbolfehlerwahrscheinlichkeit

In Kapitel 11 wurde die allgemeine Formel (11.4) für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im Schwundkanal hergeleitet:

$$\begin{aligned} \bar{P}_e(\bar{\gamma}, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, M, D) = & \\ & \frac{1}{M} \left[M - 1 - \mathcal{Q}_D(0, \sqrt{\rho_1}) \right. \\ & + \sum_{m=1}^{M-1} \int_0^{\infty} \mathcal{Q}_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_m}) f_{\Gamma}(\gamma) d\gamma \\ & \left. - \sum_{m=1}^{M-2} \int_0^{\infty} \mathcal{Q}_D(a_m \sqrt{2\gamma}, \sqrt{\rho_{m+1}}) f_{\Gamma}(\gamma) d\gamma \right]. \end{aligned}$$

Ist die Verteilung des SNR bekannt, kann eine Lösung gefunden werden. Das Problem reduziert sich auf die Berechnung des Inte-

grals über das Produkt der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_{Γ} und der verallgemeinerten Marcum-Q-Funktion:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} Q_D \left(\sqrt{a_m^2 \gamma}, \sqrt{\rho_m} \right) f_{\Gamma}(\gamma) d\gamma \\ = \int_0^{\infty} Q_D \left(\sqrt{a_m^2 \bar{\gamma} \gamma'}, \sqrt{\rho_m} \right) f_{\Gamma'}(\gamma') d\gamma'. \end{aligned} \quad (12.7)$$

Setzt man (12.5) ein, erhält man das Integral:

$$\begin{aligned} 2N_0B \sum_{j=1}^D \left(\prod_{k \neq j} (\lambda_j - \lambda_k)^{-1} \right) \lambda_j^{D-2} \\ \cdot \int_0^{\infty} Q_D \left(\sqrt{a_m^2 \bar{\gamma} \gamma'}, \sqrt{\rho_m} \right) e^{-\frac{2N_0B}{b\lambda_j} \bar{\gamma} \gamma'} d\gamma'. \end{aligned}$$

Durch die Substitution $\gamma' = u^2$ lässt sich das Integral in eine alternative Form überführen:

$$\begin{aligned} \int_0^{\infty} Q_D \left(\sqrt{a_m^2 \bar{\gamma} \gamma'}, \sqrt{\rho_m} \right) e^{-\frac{2N_0B}{\lambda_j} \bar{\gamma} \gamma'} d\gamma' \\ = \int_0^{\infty} Q_D \left(\sqrt{a_m^2 \bar{\gamma} u}, \sqrt{\rho_m} \right) e^{-\frac{2N_0B}{\lambda_j} \bar{\gamma} u^2} 2u du. \end{aligned} \quad (12.8)$$

In den folgenden Betrachtungen wird ein Fall mit eingeschränkter Kanalkennntnis angenommen, d. h. es ist nur das mittlere SNR $\bar{\gamma}$ bekannt. Genau solche Kanalinformationen liefert die Kanalschätzung aus [Abschnitt 7.2.1](#). Das bedeutet, dass die Intervallgrenzen ρ unabhängig vom momentanen SNR γ sind und mit Hilfe des mittleren SNR $\bar{\gamma}$ berechnet werden. Für den Fall vollständiger Kanalkennntnis muss auf numerische Lösungsverfahren ([Kapitel 14](#)) zurückgegriffen werden.

Für das Integral auf der rechten Seite von (12.8) existiert für eine konstante Intervallgrenze ρ_m eine geschlossene Lösung (11.8), die auch schon im [Abschnitt 11.1.1](#) für Kanäle mit flachem Schwund

angewandt wurde. Ersetzt man in (11.8) $\alpha = \sqrt{a_m^2 \bar{\gamma}}$, $\beta = \sqrt{\rho_m}$ und $p^2 = \frac{2N_0 B}{\lambda_j} \bar{\gamma}$, erhält man:

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty Q_D \left(\sqrt{a_m^2 \bar{\gamma}} u, \sqrt{\rho_m} \right) e^{-\frac{2N_0 B}{\lambda_j} \bar{\gamma} u^2} du = \\ & \frac{\lambda_j}{2N_0 B \bar{\gamma}} e^{-\rho_m/2} \left\{ \left(1 + \frac{2N_0 B}{a_m^2 \lambda_j} \right)^{D-1} \right. \\ & \cdot \left[\exp \left(\frac{\rho_m}{2} \frac{1}{1 + \frac{2N_0 B}{a_m^2 \lambda_j}} \right) - \sum_{n=0}^{D-2} \frac{1}{n!} \left(\frac{\rho_m}{2} \frac{1}{1 + \frac{2N_0 B}{a_m^2 \lambda_j}} \right)^n \right] \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + \sum_{n=0}^{L-2} \frac{1}{n!} \left(\frac{\rho_m}{2} \right)^n \right\}. \end{aligned}$$

Damit ist es möglich das Integral (12.7) in geschlossener Form anzugeben:

$$\begin{aligned} \Theta_D(\bar{\gamma}, N_0, \lambda, B, a_m, \rho_m) = \\ & \frac{1}{\bar{\gamma}} \sum_{j=1}^D \left(\prod_{k \neq j} (\lambda_j - \lambda_k)^{-1} \right) \lambda_j^{D-2} e^{-\frac{\rho_m}{2}} \left\{ \left(1 + \frac{2N_0 B}{a_m^2 \lambda_j} \right)^{D-1} \right. \\ & \cdot \left[\exp \left(\frac{\rho_m}{2} \frac{1}{1 + \frac{2N_0 B}{a_m^2 \lambda_j}} \right) - \sum_{n=0}^{D-2} \frac{1}{n!} \left(\frac{\rho_m}{2} \frac{1}{1 + \frac{2N_0 B}{a_m^2 \lambda_j}} \right)^n \right] \\ & \qquad \qquad \qquad \left. + \sum_{n=0}^{D-2} \frac{1}{n!} \left(\frac{\rho_m}{2} \right)^n \right\}. \quad (12.9) \end{aligned}$$

Mit der Funktion Θ (12.9) lässt sich die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im frequenzselektiven Schwundkanal ohne Sichtverbindung bei eingeschränkter Kanalkennntnis schreiben als:

$$\begin{aligned} \bar{P}_e(\bar{\gamma}, N_0, B, \mathbf{a}, \boldsymbol{\rho}, \lambda, M, D) &= \frac{1}{M} \left[M - 1 + Q_D(0, \sqrt{\rho_1}) \right. \\ &\quad + \sum_{m=1}^{M-1} \Theta_D(\bar{\gamma}, N_0, \lambda, B, \mathbf{a}_m, \boldsymbol{\rho}_m) \\ &\quad \left. - \sum_{m=1}^{M-2} \Theta_D(\bar{\gamma}, N_0, \lambda, B, \mathbf{a}_m, \boldsymbol{\rho}_{m+1}) \right]. \end{aligned}$$

Abbildung 36 zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK

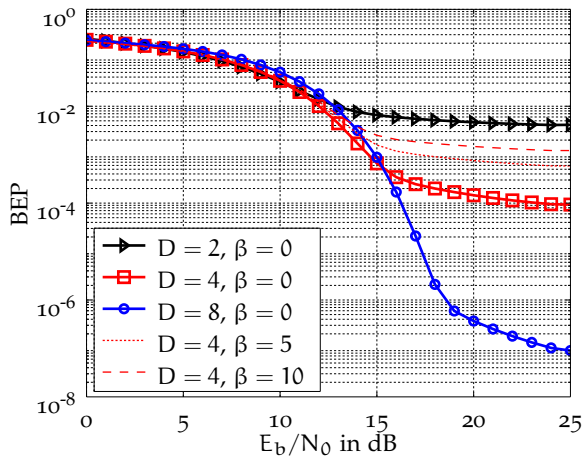


Abbildung 36: Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK im frequenzselektiven Schwundkanal

im frequenzselektiven Schwundkanal mit unterschiedlichen Freiheitsgraden sowie mit und ohne korrelierte Pfadamplituden. Die Ergebnisse sind identisch zu denen im vereinfachten Modell mit SLC. Die hergeleiteten Symbolfehlerwahrscheinlichkeiten im frequenzselektiven Schwundkanal und im vereinfachten Modell mit

flachem Schwund in Kombination mit SLC liefern die gleichen Ergebnisse. Dies ist nicht verwunderlich, da ein Energiedetektor im frequenzselektiven Schwundkanal die einzelnen Pfade mittels SLC kombiniert.

12.2 ÜBERTRAGUNGSKANAL MIT SICHTVERBINDUNG

In Kanälen mit Sichtverbindung zwischen Sender und Empfänger wird die zufällige Kanaldämpfung \mathbf{H} als D-variant komplex normalverteilte Zufallsgröße mit den Erwartungswerten $\boldsymbol{\mu} = (\mu_1, \dots, \mu_D)^T$ angenommen:

$$\mathbf{H} \sim \mathcal{CN}_D(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}) \quad \text{mit } \boldsymbol{\Sigma}(i, j) = h_i h_j e^{-\frac{|i-j|}{\beta}}$$

wobei der Parameter $\beta > 0$ auch hier die Korrelation der Elemente von $\boldsymbol{\Sigma}$ beschreibt. Eine spezielle Form dieses Kanalmodells stellt der Rice-Kanal dar, bei dem die einzelnen Komponenten von \mathbf{H} komplex normalverteilt sind und die Leistung des direkten Pfads zur mittleren Leistung der gestreuten Pfade über den Rician-k-Faktor gekoppelt ist (Abschnitt 11.1.2):

$$\mathbf{H} \sim \mathcal{CN}_D\left(\sqrt{\frac{k}{k+1}} \sigma \mathbf{1}, \frac{\sigma}{k+1} \boldsymbol{\Sigma}\right),$$

wobei $\mathbf{1} = (1, \dots, 1)^T$ ein Vektor mit D Elementen ist. Die Zufallsgröße V kann auch hier als Summe der Eigenwerte von $\boldsymbol{\Sigma}_s$ angegeben werden:

$$V = \mathbf{S}^H \mathbf{S} = \sum_{i=1}^D \lambda_i G_i G_i^*.$$

Dabei sind λ_i die Eigenwerte der Matrix $\boldsymbol{\Sigma}_s = \boldsymbol{\Sigma} \boldsymbol{\Sigma}^T$ und G_i normalverteilte Zufallsgrößen, die jedoch in diesem Fall Erwartungswerte größer null haben:

$$\mathbf{G} = (G_1, \dots, G_D)^T \sim \mathcal{CN}_D(\boldsymbol{\mu}_g, \mathbf{I}) \quad \text{mit } \boldsymbol{\mu}_g = \boldsymbol{\Sigma}_s^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{\mu},$$

wobei \mathbf{I} die Einheitsmatrix ist. Die Zufallsgröße $|G_i|^2 = G_i G_i^*$ ist eine nicht-zentral χ^2 -verteilte Zufallsgröße mit dem Freiheitsgrad

zwei und dem Nichtzentralitätsparameter $\lambda = 2(\mu_g(i))^2$. Die Zufallsgröße V ist eine gewichtete Summe aus D nicht-zentral χ^2 -verteilten Zufallsgrößen.

Mittleres SNR

Der Erwartungswert einer nicht-zentral χ^2 -verteilten Zufallsgröße mit dem Freiheitsgrad $2D$ und dem Nichtzentralitätsparameter λ beträgt $2D + \lambda$. Damit gilt:

$$\mathbb{E}(|G_i|^2) = 2 + 2(\mu_g(i))^2.$$

Alle $|G_i|^2$ sind voneinander unabhängig und es gilt:

$$\mathbb{E}(V) = 2 \sum_{i=1}^D \lambda_i \left(1 + (\mu_g(i))^2\right).$$

Für das mittlere SNR $\bar{\gamma}$ gilt:

$$\bar{\gamma} = \frac{1}{4N_0B} \sum_{l=1}^L \lambda_l \left(1 + (\mu_g(l))^2\right).$$

Verteilung der Empfangsenergie

Im Gegensatz zu den Betrachtungen im [Abschnitt 12.1](#) ergibt sich für nicht-zentral χ^2 -verteilte $|G_i|^2$ keine geschlossene Lösung für f_{Γ} . Einen möglichen Lösungsansatz liefert [Hjort \(1988\)](#). Dort wird eine Möglichkeit aufgezeigt, eine nicht-zentrale χ^2 -Verteilung in eine zentrale χ^2 -Verteilung mit der gleichen Anzahl an Freiheitsgraden und eine nicht-zentrale χ^2 -Verteilung mit dem Freiheitsgrad null ([A.5](#)) und dem Nichtzentralitätsparameter der ursprünglichen Verteilung zu zerlegen:

$$X \sim \chi_D^2(\lambda) = \underbrace{Y}_{\sim \chi_D^2} + \underbrace{Z}_{\sim \chi_0^2(\lambda)}.$$

Wendet man diese Zerlegung auf die Zufallsgröße $|G_i|^2$ an, erhält man den zentralen Teil $G_{Y,i}$ und den rein exzentrischen Teil $G_{Z,i}$.

Beide Zufallsgrößen sind voneinander unabhängig. Man erhält für V :

$$V = \mathbf{S}^H \mathbf{S} = \underbrace{\sum_{i=1}^D \lambda_d G_{Y,i}}_{V_Y} + \underbrace{\sum_{i=1}^D \lambda_d G_{Z,i}}_{V_Z}.$$

Die Zufallsgröße V_Y besitzt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_{V_Y} nach (12.5). Für den rein exzentrischen Teil V_Z existiert keine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion. Es kann nur die Verteilungsfunktion F_{V_Z} (A.5) angegeben werden. Die Zufallsgröße V_Z ist nicht-zentral χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad null und dem Nichtzentralitätsparameter:

$$\lambda = 2 \sum_{i=1}^L \lambda_i (\mu_g(i))^2.$$

Da die beiden Zufallsgrößen V_Y und V_Z voneinander unabhängig sind, ergibt sich die Verteilungsfunktion f_V der Zufallsgröße V aus der Faltung der Verteilungsfunktionen von V_Y und V_Z (Tse und Viswanath, 2005):

$$f_V(v) = (f_{V_Y} * f_{V_Z})(v).$$

Leider ist es hier nicht möglich, eine geschlossene Form für f_V anzugeben. Generell handelt es sich bei $V = \mathbf{S}^H \mathbf{S}$ um eine quadratische Form einer multivariant normalverteilten Zufallsgröße mit einem Erwartungswert größer null. Dieses Problem wurde unter anderem durch Press (1966) und Weiner (1988) untersucht. Dort werden Beschreibungen für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_V angegeben. Jedoch ist es nicht möglich, eine geschlossene Lösung für das Integral aus dem Produkt dieser Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und der Marcum-Q-Funktion zu berechnen.

Um die Leistungsfähigkeit von Energiedetektoren in Kanälen mit Sichtverbindung zu untersuchen, wurde deshalb auf numerische Lösungsverfahren zurückgegriffen (Abschnitt 14.2).

STÖRER

Ein **UWB**-System ist ein System zur drahtlosen Datenübertragung, das einen sehr großen Frequenzbereich zwischen 3,1 GHz und 10,6 GHz nutzen kann. Allerdings ist einem **UWB**-System kein Frequenzbereich exklusiv zugesichert, so dass viele andere Funkssysteme das gleiche Spektrum nutzen. So können einerseits schmalbandige Funkssysteme ein **UWB** System stören, andererseits auch andere **UWB**-Systeme wie **MB-OFDM** (Abschnitt 3.2.2), **DS-UWB** (Abschnitt 3.2.3) oder auch andere Multiband-Impuls-Radio Systeme (Kapitel 7). Daher gibt es die unterschiedlichsten Störquellen und folglich auch unterschiedliche Möglichkeiten, hierauf zu reagieren. Beispielsweise sehen die Regulierungen (Kapitel 4) für bestimmte Frequenzbereiche vor, diese zu meiden, sobald hier andere Systeme entdeckt werden (*Detect and avoid*).

13.1 EINFLUSS

Der Einfluss von Störern wird hier durch additives Gaußsches Rauschen realisiert, da bei einem Energiedetektor vor allem die zusätzlich aufgesammelte Energie den Empfang beeinflusst. Das Empfangssignal im **AWGN**-Kanal mit Störer ist:

$$R(t) = s(t) + W(t) + i(t),$$

wobei $s(t)$ das modellierte Sendesignal nach (8.1) oder (8.5), $W(t)$ additives weißes Gaußsches Rauschen und $i(t)$ der additive Störer ist, der hier als weißes Gaußsches Rauschen modelliert ist. Dessen spektrale Leistungsdichte, die innerhalb des Frequenzbereichs des verwendeten Empfangsfilter vom Energiedetektor liegt, ist I . Das Signal-zu-Interferenz Verhältnis (*Signal-to-interference ratio* (**SIR**)),

bzw. das Signal-zu-Interferenz-plus-Rausch Verhältnis (*Signal-to-interference-plus-noise ratio* (SINR)) ist:

$$\text{SIR} = \frac{\overline{E_s}}{I}, \quad \text{SINR} = \frac{\overline{E_s}}{I + N_0}.$$

Abbildung 37 zeigt den Einfluss des Störers auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK und 2-PPM in Abhängigkeit des SIR und Abbildung 38 zeigt den Verlauf der Bitfehlerwahrscheinlichkeit, wenn ein Störer aktiv ist.

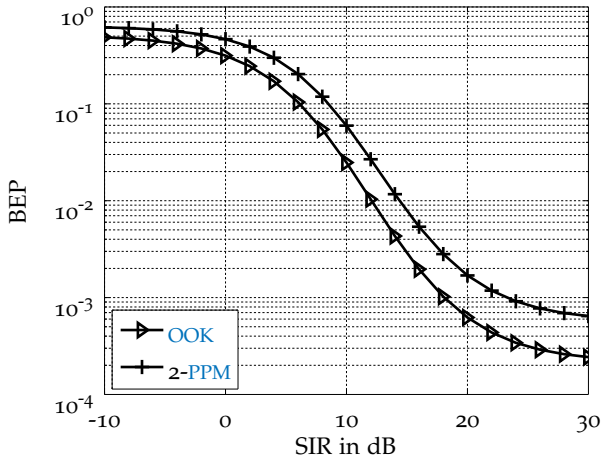


Abbildung 37: Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu SIR ($E_b/N_0 = 12$ dB)

13.2 ERKENNEN UND UNTERDRÜCKEN

Die Möglichkeiten, Einfluss auf die Leistungsfähigkeit in Bezug auf die Fehlerwahrscheinlichkeit von Energiedetektoren nehmen zu können, sind stark eingeschränkt, da diese nur die Energie des empfangenen Signals auswerten können. Allerdings ist eine Erkennung von vor allem schmalbandigen Störern effizient möglich. Dazu kann die (rekursive) Kanalschätzung nach Abschnitt 7.2.1 genutzt werden (Moorfeld et al., 2008). Nutzt man dazu noch eine Multiband-Architektur wie in Kapitel 7 beschrieben, können sehr

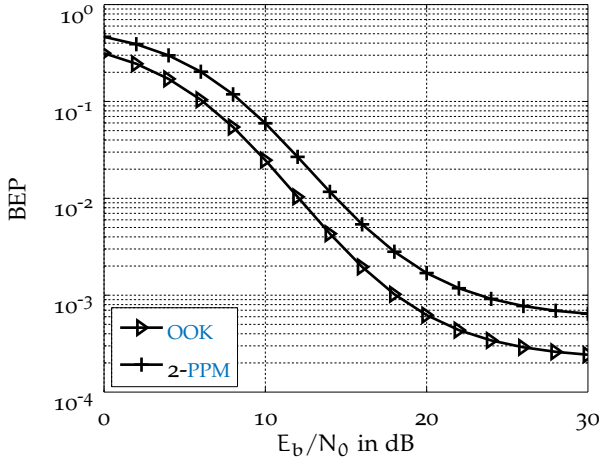


Abbildung 38: Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu E_b/N_0 (SIR = 12 dB)

gezielt gestörte Subbänder erkannt und im einfachsten Fall deaktiviert werden. Dieses als *Detect and avoid* (DAA) bekannte Verfahren ist auch für bestimmte Frequenzbereiche bei der UWB-Regulierung in Europa vorgeschrieben (Abschnitt 4.2) und wird für die *Multiband Impulse Radio Architecture* untersucht (Moorfeld et al., 2008). Dieser Ansatz wurde erweitert und ermöglicht mit einem auf Mustererkennung basierenden Algorithmus auch die Nutzung von gestörten Subbändern in relativ kurzen ungestörten Zeitschlitzten (Dehner et al., 2009a; Dehner et al., 2009c).

Weitere Möglichkeiten, mit Hilfe der Systemparameter des Übertragungssystems die Robustheit der Übertragung zu erhöhen, wurden ebenfalls analysiert (Dehner et al., 2010).

13.3 BITLOADING

Die Möglichkeit, gestörte Subbänder in der *Multiband Impulse Radio Architecture* zu erkennen, kann einfach auf ein System zur dynamischen Anpassung des Modulationsverfahrens (*Bitloading*) pro Subband erweitert werden (Li, Moorfeld und Finger, 2011a). Der Algorithmus von Moorfeld et al. (2008) basiert auf einem Schwell-

wert für das SNR im Subband, der festlegt, ob eine Übertragung im Subband mit der gewünschten Fehlerwahrscheinlichkeit möglich ist. Das SNR γ_n im Subband n wird von der Kanalschätzung geliefert und durch einen rekursiven Algorithmus nachgeführt (Abschnitt 7.2.1). Wird der Schwellwert unterschritten, wird das Subband abgeschaltet. Ein gestörtes Subband kann während der Kanalschätzung, aber auch aufgrund der rekursiven Kanalschätzung während der Datenübertragung, erkannt werden. Führt man nun weitere Schwellwerte ein, die zwischen unterschiedlichen Modulationsverfahren (OOK, 4-PAM, 8-PAM, etc.) umschalten, kann dies zum *Bitloading* für die *Multiband Impulse Radio Architecture* genutzt werden. Dieses System kann sowohl zur Störer Erkennung (DAA), als auch zum Ausgleich der Freiraumdämpfung genutzt oder zur dynamischen Anpassung an unterschiedliche Regulierungen verwendet werden.

Aufgrund des einfachen Energiedetektors wird die Freiraumdämpfung als frequenzabhängige flache Dämpfung für jedes Subband festgelegt:

$$h_n = \left(\frac{f_{m,1}}{f_{m,n}} \right)^2,$$

wobei $f_{m,n}$ die Mittenfrequenz des n -ten Subbandes ist. Das Empfangssignal ist:

$$R(t) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \sum_{n=1}^N h_n a_{m,n,k} p_n(t - kT_r) + W(t),$$

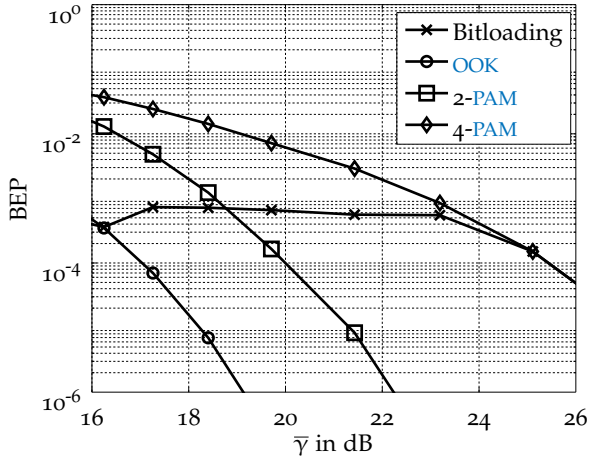
wobei $a_{m,n,k}$ die Amplitude des k -ten Symbols im n -ten Subband und $p_n(t)$ der bandbegrenzte Sendepuls im n -ten Subband ist.

Das folgende Beispiel illustriert die Arbeitsweise des Algorithmus von *Li, Moorfeld und Finger (2011a)* in einem Kanal mit Freiraumdämpfung. Dem Beispiel liegt die Regulierung der FCC (Abschnitt 4.1) zugrunde, d. h. dass im Frequenzbereich von 3,1 GHz bis 10,6 GHz eine maximale Ausgangsleistung von -41,3 dBm/MHz (75 nW/MHz) erlaubt ist. Es wird eine *Multiband Impulse Radio Architecture* mit $N = 24$ Subbändern, die jeweils 250 MHz Bandbreite aufweisen, eingesetzt. Die Integrationszeit ist $T_i = 25$ ns ($D = 5$). Jedes Subband kann entweder abgeschaltet werden oder mit OOK,

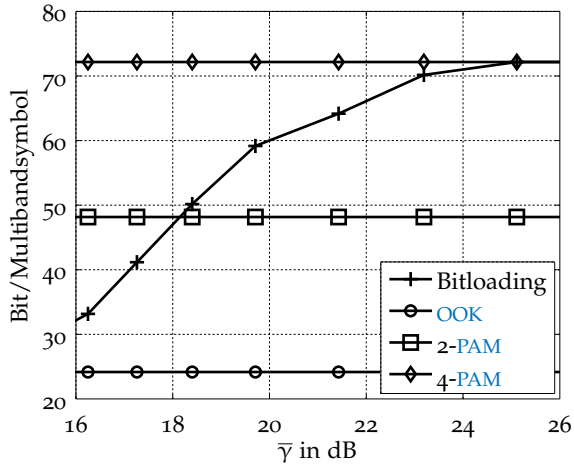
4-PAM oder 8-PAM moduliert werden. Mit einem Multibandsymbol können zwischen einem Bit (ein Subband mit OOK) und 72 Bit (24 Subbänder mit 8-PAM) übertragen werden. Die Schwellwerte sind in (13.1) aufgeführt.

$$\left\{ \begin{array}{ll} 8\text{-PAM} & \text{für } \gamma_n \geq 23,0 \text{ dB,} \\ 4\text{-PAM} & \text{für } 23,0 \text{ dB} > \gamma_n \geq 17,7 \text{ dB,} \\ \text{OOK} & \text{für } 17,7 \text{ dB} > \gamma_n \geq 10,8 \text{ dB,} \\ \text{aus} & \text{sonst.} \end{array} \right. \quad (13.1)$$

Abbildung 39a zeigt den Verlauf der mittleren Bitfehlerwahrscheinlichkeit $\overline{P_e}$ aller Subbänder für OOK, 4-PAM, 8-PAM und Bitloading und die übertragenen Bit pro Multibandsymbol. Abbildung 39b zeigt wieviele Bit pro Multibandsymbol übertragen werden. Mit Bitloading bleibt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit unter der festgelegten Schranke und es werden für steigendes SNR $\bar{\gamma}$ immer mehr Bit pro Multibandsymbol übertragen. Abbildung 40 zeigt zwei unterschiedliche Bandbelegungen von MIRA. Die Tabelle 7 fasst noch einmal die Ergebnisse zusammen und zeigt, welche Datenraten (Bit pro Multibandsymbol) bei welcher Bitfehlerwahrscheinlichkeit möglich sind.



(a) Bitfehlerwahrscheinlichkeit

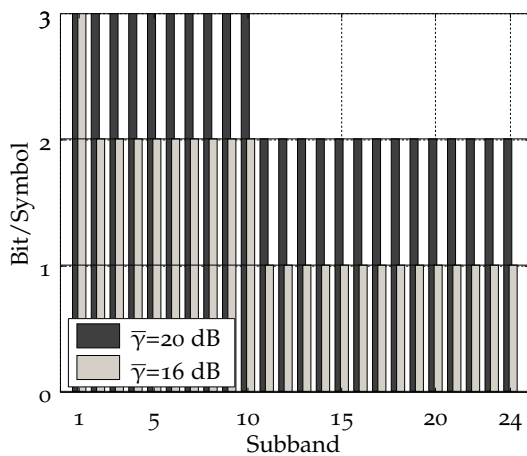


(b) Bit pro Multibandsymbol

Abbildung 39: Bitloading der Multiband Impulse Radio Architecture

$\bar{\gamma}$ [dB]	Modulation	BEP	Bit/Symbol
16	OOK	$2,293 \cdot 10^{-4}$	24
	4-PAM	0,010	48
	8-PAM	0,032	72
	<i>Bitloading</i>	$5,078 \cdot 10^{-4}$	35
18	OOK	$1,170 \cdot 10^{-5}$	24
	4-PAM	0,002	48
	8-PAM	0,015	72
	<i>Bitloading</i>	$8,061 \cdot 10^{-4}$	48
20	OOK	$1,505 \cdot 10^{-7}$	24
	4-PAM	$1,125 \cdot 10^{-4}$	48
	8-PAM	$7,517 \cdot 10^{-3}$	72
	<i>Bitloading</i>	$5,831 \cdot 10^{-4}$	58
24	OOK	$7,910 \cdot 10^{-16}$	24
	4-PAM	$1,663 \cdot 10^{-8}$	48
	8-PAM	$5,889 \cdot 10^{-4}$	72
	<i>Bitloading</i>	$5,889 \cdot 10^{-4}$	72

Tabelle 7: Bitloading

Abbildung 40: Bandbelegung der *Multiband Impulse Radio Architecture*

Teil V

SIMULATION

NUMERISCHE BERECHNUNG

Wie unter anderem in [Abschnitt 12.2](#) verdeutlicht wurde, ist es bereits für vergleichsweise einfache Verteilungen der Kanalimpulsantwort schwierig, einen geschlossenen analytischen Ausdruck für die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit eines Energiedetektors herzuleiten.

14.1 SIMULATION DES ÜBERTRAGUNGSSYSTEMS

Die aufwendigste Möglichkeit zur numerischen Bestimmung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit eines Energiedetektors ist die komplette Nachbildung des Übertragungssystems. Dabei wird eine große Anzahl an Kanalrealisierungen entweder aus einem mathematischen Modell oder aus Messwerten erzeugt. Für jede dieser Impulsantworten wird anschließend der gesamte Kommunikationsprozess simuliert, die dabei aufgetretenen Symbolfehler werden gezählt und über die Anzahl der Kanalrealisierungen gemittelt. Dieses Berechnungsverfahren hat den Vorteil, dass alle an der Übertragung beteiligten Komponenten, wie Kanalschätzer und Filter, genau in ihrem Verhalten erfasst werden können. Deshalb liefern solche Simulationen sehr realistische Aussagen zur Leistungsfähigkeit eines Energiedetektors. Ein Nachteil dieses Verfahrens ist jedoch die hohe Komplexität der gesamten Simulationsumgebung und der hohe zeitliche Aufwand der Simulationen.

14.2 SIMULATION DER KANALIMPULSANTWORT

Der folgende Ansatz basiert darauf, die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im Schwundkanal auf die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im [AWGN](#)-Kanal zurückzuführen. Dazu wird mit Hilfe des Faltingsprodukts \mathbf{r} aus Kanalimpulsantwort \mathbf{h} und dem gesendeten Signal \mathbf{s} das momentane [SNR](#) einer Kanalrealisierung bestimmt.

Anschließend wird zu jeder dieser Kanalrealisierungen die momentane Symbolfehlerwahrscheinlichkeit bestimmt und die mittlere Symbolfehlerwahrscheinlichkeit $\overline{P_e}$ als Durchschnitt über die momentanen Symbolfehlerwahrscheinlichkeiten $P_{e,i}$ berechnet:

$$P_{e,i} = P_{e,\text{AWGN}}(\gamma_i, \rho_i), \text{ mit } \gamma_i = h_i \bar{\gamma},$$

$$\overline{P_e} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P_{e,i}, \quad (14.1)$$

wobei $\bar{\gamma}$ das mittlere SNR und γ_i das momentane SNR mit der momentanen Pfaddämpfung h_i ist. ρ_i sind die Intervallgrenzen basierend auf dem momentanen SNR γ_i . Mit dieser Methode ist es im Gegensatz zu den analytischen Lösungen im [Kapitel 11](#) und [Kapitel 12](#) möglich, die Symbolfehlerwahrscheinlichkeit bei vollständiger Kanalkennntnis zu bestimmen. Bestimmt man für jedes momentane SNR γ_i die zugehörigen Intervallgrenzen ρ_i , entspricht das vollständiger Kanalkennntnis. Bestimmt man die Intervallgrenzen nur basierend auf dem mittleren SNR $\bar{\gamma}$, entspricht das dem Vorgehen bei den analytischen Lösungen in [Kapitel 11](#) und [Kapitel 12](#). Auch die Simulationsumgebung in [Kapitel 15](#) benutzt mit der implementierten Kanalschätzung das mittlere SNR $\bar{\gamma}$. [Abbildung 41](#) zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK im IEEE-Kanalmodell CM1 mit vollständiger und eingeschränkter Kanalkennntnis, berechnet nach (14.1). Gemittelt wurde über 1000 Kanalrealisierungen.

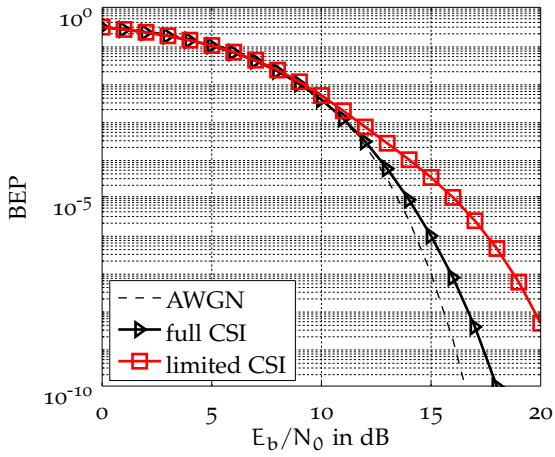


Abbildung 41: Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK im CM1 mit vollständiger und eingeschränkter Kanalkennntnis ($D = 2$)

SIMULATIONSUMGEBUNG

Um die analytischen Ergebnisse aus den vorherigen Kapiteln zu verifizieren und auch mit statistischen Kanalmodellen zu vergleichen, ist im Projekt [MIRA](#) ein Simulator für die *Multiband Impulse Radio Architecture* entstanden. In diesem Kapitel werden der Aufbau und die Funktionsweise des Simulators beschrieben und die Simulationsergebnisse analysiert.

Der Simulator ist in `MATLAB` implementiert und in unterschiedliche Funktionsblöcke aufgeteilt. [Abbildung 42](#) zeigt den Aufbau des Simulators. Gesteuert wird der Simulator durch das Programm `simulator.m`. Aufgerufen wird dieses Programm mit einer Parameterdatei, die alle für die Simulation relevanten Parameter enthält. Im nächsten Schritt werden aus den vorgegeben Parametern alle abhängigen Parameter errechnet und auch die Sendeimpulse und der Kanal erzeugt. Danach werden durch Faltung der Sendeimpulse mit den Kanalimpulsantworten die Empfangsimpulse berechnet. Damit stehen für jedes Subband eine bestimmte Anzahl von Empfangsimpulsen zu Verfügung.

15.1 SENDER

Ist zur Demodulation des Empfangssignals zusätzliche Kanalkenntnis notwendig, wird zuerst eine Kanalschätzung durchgeführt. Im Falle von [OOK](#) und [M-PAM](#) ist zur Demodulation die Kenntnis des Signal-zu-Rausch Verhältnisses am Empfänger notwendig. Hierzu wird vom Sender zuerst eine Präambel erzeugt, die im Empfänger zur Kanalschätzung eingesetzt wird. Dabei wird der Algorithmus von [Paquelet und Aubert \(2004\)](#) verwendet. Da es sich um ein Multiband-System handelt, wird die Kanalschätzung getrennt in allen Subbändern durchgeführt. Erst danach wird eine zufällige Datenfolge erzeugt. Diese kann auf Wunsch mit einem Fehlerschutzcode versehen werden. Die kodierte Datenfolge wird dann auf die Multibandsymbole abgebildet. Diese

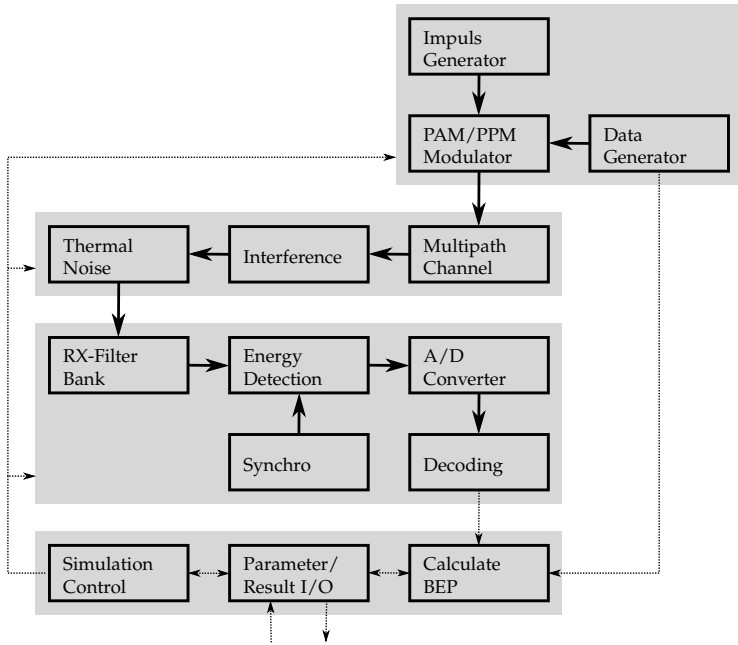


Abbildung 42: Aufbau des Simulators

Abbildung enthält die Impulsamplitude, die Impulsposition und das Subband.

15.2 KANAL

Die eigentliche Modulation findet erst im Kanalblock statt. Hier wird anhand der Daten, die der Sender liefert, das Empfangssignal zusammengebaut, indem die zu Anfang generierten Empfangsimpulse überlagert werden. Anschließend wird das Rauschen addiert.

15.3 EMPFÄNGER

Als Empfänger steht der Energiedetektor zu Verfügung.

15.3.1 *Synchronisation*

Sender und Empfänger sind synchronisiert, d. h. der Empfänger weiß, wann das jeweilige Symbol anfängt. Allerdings findet noch eine Feinsynchronisation statt, indem das Zeitfenster mit dem höchsten Energiewert ausgewählt wird. Dies kann aufgrund der Kanaleigenschaften zur Sendeposition verschoben sein. Die Feinsynchronisation findet vor der Kanalschätzung statt.

15.3.2 *Kanalschätzung*

Die im Simulator implementierte Kanalschätzung nutzt den in [7.2.1](#) vorgestellten Algorithmus. Die Konstante K zur Einstellung der Empfindlichkeit der rekursiven Kanalschätzung ist frei wählbar.

15.3.3 *Demodulation*

Im Empfänger ist zuerst eine Filterbank implementiert, die die einzelnen Subbänder wieder voneinander trennt. Dann wird innerhalb der Subbänder die Empfangsenergie bestimmt. Abhängig vom eingesetzten Fehlerschutz werden entweder Hard- oder Soft-

werte ausgegeben. Anschließend werden die Werte der Kanaldekodierung zugeführt.

15.4 FEHLERZÄHLUNG

Zum Schluss werden die Fehler in der empfangen Datenfolge gezählt. Für den Ablauf der Simulation und das Zählen der Fehler gibt es unterschiedliche Vorgehensweisen. Um einen fairen Vergleich zu ermöglichen wurde die Fehlerzählung wie folgt implementiert:

- Für jede Kanalimpulsantwort werden die Fehler extra für jedes Subband gezählt. Anschließend besteht die Möglichkeit, schlechte Kanalimpulsantworten¹ auszusortieren. Diese Vorgehensweise ist für das IEEE-Kanalmodell vorgeschrieben (*Foerster, 2003*).
- Die Kanalimpulsantwort wird nach einer festgelegten Anzahl von Symbolen getauscht. Da die Qualität der Kanalimpulsantworten sehr stark schwanken kann, besteht die Möglichkeit, nach jedem Wechsel eine neue Feinsynchronisation und Kanalschätzung durchzuführen. Dies ist notwendig, da der rekursive Kanalschätzalgorithmus nicht auf große, plötzliche Änderungen reagieren kann und es zu Instabilitäten kommen kann (*Moorfeld et al., 2008*).
- Alle Fehler werden gezählt und mit dem kompletten Parametersatz abgespeichert. Dies garantiert die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse.

15.5 PARAMETER

In diesem Kapitel werden alle notwendigen Einstellungen der Simulationsumgebung beschrieben. Die umfangreichen Einstellungsmöglichkeiten sind in sieben Kategorien unterteilt: Allgemein, Filterbank, Modulation, Kanalschätzung, Kanal, Empfänger und Auswertung. [Tabelle 8](#) fasst alle notwendigen Parameter zusammen.

¹ Kanäle mit hoher Fehleranzahl

Allgemeine Parameter

fSample	Abtastrate
SNR	Signal-zu-Rausch Verhältnis

Filterbank

fLow	untere Grenzfrequenz
fUp	obere Grenzfrequenz
bandPlan	Anzahl (nicht) aktiver Subbänder
sbOffset	Abstand zwischen Subbändern
filterType	Art des verwendeten Filters
filterOrder	Ordnung des Filters
filterRs	Welligkeit im Sperrbereich
filterRp	Welligkeit im Durchlassbereich

Impulsformung

pulseType	Art des Sendeimpulses
bandMode	Überlappung von Kosinusimpulsen
symbolTime	Dauer eines Symbols

Modulation

modType	Modulationsart
modM	Bit pro Symbol
modPlevel	normalisierte Amplitudenstufen

Kanalschätzung

estSymbols	Anzahl der Symbole für die Kanalschätzung
estRecurSiv	Aktiviert den rekursiven Schätzer
estK	Empfindlichkeit des rekursiven Schätzers

Kanal

channelModel	Art des Übertragungskanals
channelFSPL	Freiraumdämpfung
channelNum	Anzahl unterschiedlicher Impulsantworten

Empfänger	
rxFinesync	Schrittweite der Feinsynchronisation
rx0ptsync	Feinsynchronisation im rauschfreien Kanal
rxTi	Integrationszeit
rxDemod	Algorithmus des Demodulators
Auswertung	
errorCount	Art der Fehlerzählung
minSymbols	Minimale Anzahl übertragener Symbole
maxSymbols	Maximale Anzahl übertragener Symbole
maxError	Maximale Anzahl detektierter Fehler

Tabelle 8: Wichtige Parameter der Simulationsumgebung

Die allgemeinen Parameter sind die Abtastrate des Systems und das SNR an der Empfängerantenne. Die Parameter für die Filterbank sind die obere und untere Grenzfrequenz des Übertragungssystems. Mit Hilfe des Bandplans wird der Frequenzbereich in N Subbänder geteilt und die Mittenfrequenzen aller Subbänder werden berechnet. Unter Berücksichtigung des Abstandes zwischen zwei Subbändern wird deren Bandbreite errechnet. Art und Ordnung der verwendeten Filter legen dann den Aufbau der Filterbank fest. Für Tschebyscheff- und elliptische Filter muss noch die Welligkeit im Durchlass- oder Sperrbereich angegeben werden. Zur Impulsformung wird entweder die Filterbank genutzt oder es werden Kosinusimpulse passender Bandbreite erzeugt ([Abschnitt 7.1.1](#)). Anschließend wird die Symboldauer festgelegt. Um Intersymbolinterferenzen zu vermeiden, sollte die Symboldauer mindestens $T_r \geq T_p$ sein. Hierbei ist zu beachten, dass ein frequenzselektiver Schwundkanal den gesendeten Impuls deutlich verbreitert. Der Modulator legt fest, welches Modulationsverfahren eingesetzt wird und wie viel Bit pro Symbol übertragen werden sollen. Für PAM müssen die normierten Amplitudenstufen angegeben werden. Für die Kanalschätzung wird festgelegt,

wie viele Symbole dafür herangezogen werden. Zusätzlich kann die rekursive Schätzung aktiviert und die Empfindlichkeit des rekursiven Schätzers festgelegt werden. Anschließend muss der Übertragungskanal ausgewählt werden und entschieden werden, ob die frequenzabhängige Freiraumdämpfung aktiv sein soll. Für die Simulation kann dann die Anzahl der unterschiedlichen Kanalrealisierungen festgelegt werden. Der Empfänger greift auf die oben festgelegte Filterbank zurück. Zusätzlich muss die Integrationszeit angegeben und der Algorithmus zur Demodulation angegeben werden. Die optimale Lage des Integrationsfensters kann mit Hilfe der Feinsynchronisation ermittelt werden. Am Ende werden die übertragenen Bits und Übertragungsfehler gezählt. Es gibt drei Abbruchkriterien. Es muss eine minimale Anzahl von Symbolen übertragen werden und es wird maximal eine bestimmte Anzahl von Symbolen übertragen. Wird eine maximale Anzahl von Fehlern gezählt, wird vor Erreichen der maximalen Anzahl von Symbolen abgebrochen.

Weitere Parameter zur Anpassung der Kanalschätzung, zur Einstellung der Kanalkodierung und zur Aktivierung von Störern sind nicht aufgeführt, da diese hier nicht betrachtet werden.

15.6 NUMERISCHE ERGEBNISSE

In diesem Kapitel wird eine Reihe von Ergebnissen präsentiert, die mit Hilfe des vorgestellten Simulators ermittelt wurden. Dazu wurden zunächst Simulationsergebnisse mit den theoretischen Ergebnissen verglichen. [Abbildung 43](#) zeigt zum Vergleich die theoretisch berechnete Bitfehlerwahrscheinlichkeit mit der simulierten für OOK mit $D \approx 4$ im AWGN-Kanal und im Rice-Kanal mit $k = 20$. Die simulierte Bitfehlerwahrscheinlichkeit liegt etwas oberhalb der berechneten. Dies liegt an mehreren Effekten, die bei der theoretischen Berechnung nicht berücksichtigt werden. Zum einen ist das SNR am Demodulator beim Simulator geringer, da der Energiedetektor nicht die gesamte Energie des Empfangssignals einsammeln kann. Zum anderen arbeitet die Kanalschätzung des Simulators nicht perfekt. Auch dieser Effekt wird in der theoretischen Berechnung nicht erfasst. Weiterhin arbeitet der Simulator mit realen Sendeimpulsen und Empfangsfiltern. Folglich ist ei-

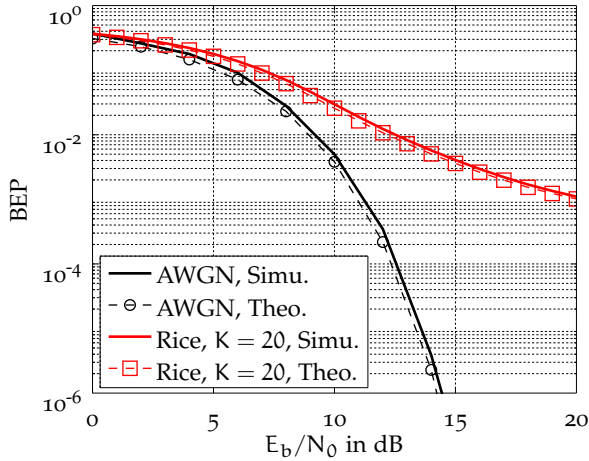


Abbildung 43: Vergleich der Bitfehlerwahrscheinlichkeit von Simulation und Theorie (OOK, $D = 4$)

ne einheitliche Definition der Bandbreite bei der theoretischen Berechnung und der Simulation schwierig. Für die theoretische Berechnung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit muss der Freiheitsgrad $2D \in \mathbb{N}$ sein, bei der Simulation kann der Freiheitsgrad $2D \in \mathbb{R}^+$ sein. Das Verhalten der Kurven ist bei den simulierten und analytisch berechneten Bitfehlerwahrscheinlichkeiten identisch.

15.6.1 Verwendete Einstellungen

Es folgt eine Auflistung der verwendeten Einstellungen für die im Anschluss präsentierten numerischen Ergebnisse. Die Abtastrate des Simulators ist auf 25 GHz eingestellt, um den Frequenzbereich zwischen $f_{\text{low}} = 3,1$ GHz und $f_{\text{up}} = 10,6$ GHz abzubilden. Der Bandplan enthält nur ein aktives Subband und ist so eingestellt, dass man entweder ein 250 MHz, 500 MHz oder 1 GHz breites Subband erhält. Als Filter kommen elliptische Filter mit der Filterordnung 4 und einer Welligkeit von 3 dB im Durchlass- und Sperrbereich zum Einsatz. Als Sendeimpulse werden kosinusgeformte

Impulse benutzt. Die Symboldauer ist auf 100 ns festgelegt, um Intersymbolinterferenzen zu auszuschließen. Die Sendeimpulse werden mit OOK oder 4-PAM moduliert. Kanalschätzung und rekursiver Schätzer sind aktiv. Alle Simulationen werden im AWGN- und in den IEEE-Kanalmodellen (CM1-CM4) durchgeführt. Für das IEEE-Kanalmodell werden jeweils die 100 bereitgestellten Kanalimpulsantworten genutzt. Für jede Kanalimpulsantwort wird die Bitfehlerwahrscheinlichkeit simuliert und über die 90 mit geringster Fehlerwahrscheinlichkeit gemittelt. Dies Verfahren wird in Foerster (2003) beschrieben. Die Feinsynchronisation ermittelt das optimale Integrationsfenster im rauschfreien Empfangssignal mit einer Genauigkeit von zwei Nanosekunden. Der Demodulator benutzt die exakte numerische Berechnung der Intervallgrenzen. Es werden mindestens 500 und maximal 10^8 Symbole übertragen. Dabei werden maximal 500 Fehler gezählt.

15.6.2 Optimale Integrationszeit

Mit Hilfe des Simulators sind die optimalen Integrationszeiten für Sendeimpulse unterschiedlicher Bandbreite im AWGN- und IEEE-Kanalmodell ermittelt worden. Die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten werden für OOK bei einem E_b/N_0 von 12 dB ermittelt. Die optimalen Integrationszeiten im AWGN-Kanal entsprechen der Impulslänge. Durch die Kanalimpulsantwort des frequenzselektiven IEEE-Kanals wird der Sendeimpuls verschmiert. Folglich vergrößert sich die optimale Integrationszeit in diesen Kanälen. Abbildung 44 bis Abbildung 46 zeigen die optimalen Integrationszeiten für 250 MHz, 500 MHz und 1 GHz breite Subbänder. Hierbei sind die Eigenschaften der IEEE-Kanalmodelle (Abschnitt 5.3.2) gut zu erkennen. Abbildung 47 vergleicht die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für unterschiedlich breite Subbänder im IEEE-Kanalmodell CM1. Tabelle 9 fasst die optimalen Integrationszeiten zusammen.

15.6.3 Bitfehlerwahrscheinlichkeit im IEEE-Kanal

Die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten sind mit den optimalen Integrationszeiten aus Abschnitt 15.6.2 simuliert worden. Die Eigenschaf-

	250 MHz		500 MHz		1 GHz	
	T_i in ns	D	T_i in ns	D	T_i in ns	D
AWGN	8	2	4	2	3	3
CM1	16	4	16	8	12	12
CM2	30	7,5	27	13,5	24	24
CM3	42	10,5	35	17,5	30	30
CM4	70	17,5	65	32,5	65	65

Tabelle 9: Optimale Integrationszeiten für das IEEE-Kanalmodell

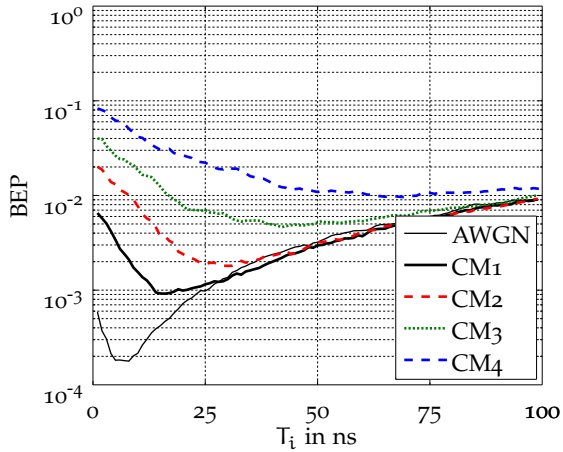


Abbildung 44: Optimale Integrationszeit im IEEE-Kanalmodell mit 250 MHz Bandbreite

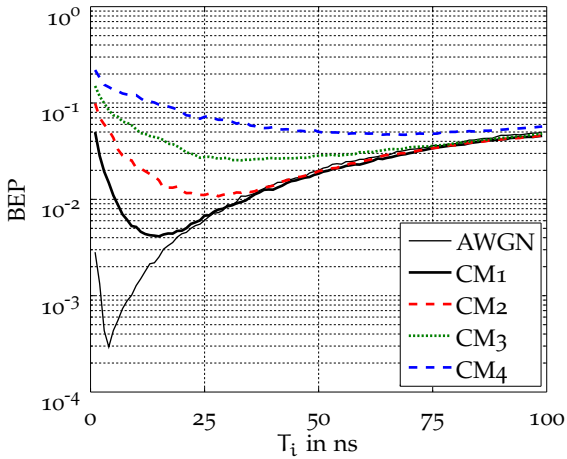


Abbildung 45: Optimale Integrationszeit im IEEE-Kanalmodell mit 500 MHz Bandbreite

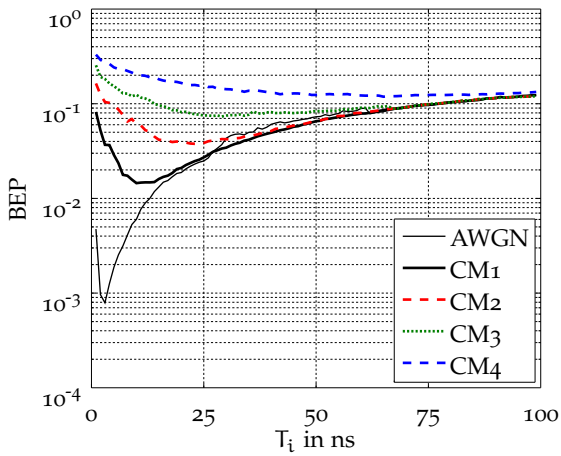


Abbildung 46: Optimale Integrationszeit im IEEE-Kanalmodell mit 1 GHz Bandbreite

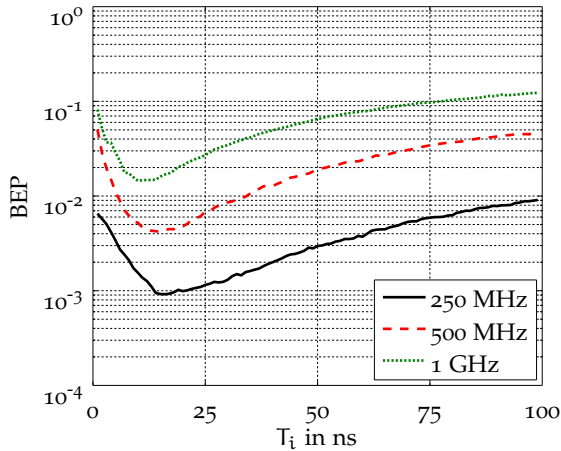


Abbildung 47: Optimale Integrationszeit im IEEE-Kanalmodell CM1 mit Sendepulsen unterschiedlicher Bandbreite

ten aus den analytischen Ergebnissen aus Kapitel 10 bis Kapitel 12 spiegeln sich in den Simulationen wider. Allerdings sind auch weitere Effekte zu erkennen, die nicht durch die analytischen Ergebnisse erklärt werden können. Tabelle 10 gibt das jeweils notwendige E_b/N_0 an, um eine Bitfehlerwahrscheinlichkeit von 10^{-3} zu erreichen.

Vergleich der Kanalmodelle

Die Abbildung 48 bis Abbildung 50 vergleichen jeweils für OOK und 4-PAM die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten im AWGN-Kanal und in den IEEE-Kanalmodellen CM1–CM4. Abbildung 48a zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für ein 250 MHz breites Subband mit OOK. Hier zeigt OOK ein sehr robustes Verhalten gegenüber Mehrwegeausbreitung und eine sehr geringe Fehlerwahrscheinlichkeit in allen Kanälen. Der Abstand zwischen den Kurven erklärt sich durch die verschiedenen Freiheitsgrade aufgrund unterschiedlicher Integrationszeiten (Tabelle 9). Abbildung 48b zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für ein 250 MHz breites Subband mit 4-PAM. 4-PAM ist hier deutlich empfindlicher gegenüber Mehr-

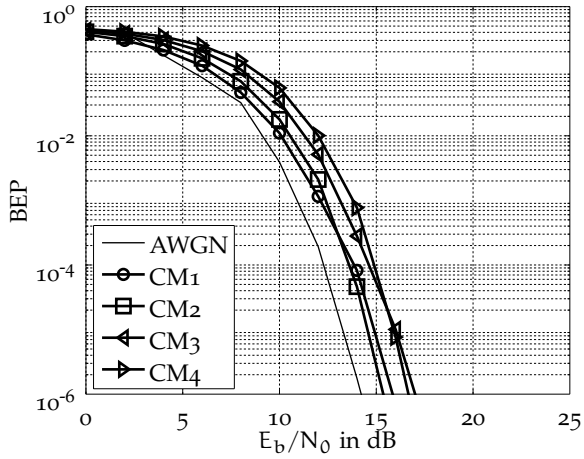
Modulation	Subbandbreite	CM ₁	CM ₂	CM ₃	CM ₄
OOK	250 MHz	12	12	13	14
	500 MHz	13	14	15	15
	1 GHz	14	15	17	18
4-PAM	250 MHz	18	16	18	–
	500 MHz	18	18	19	–
	1 GHz	20	18	–	21

Tabelle 10: Notwendiges E_b/N_0 in dB zum Erreichen einer Bitfehlerwahrscheinlichkeit von 10^{-3} im IEEE-Kanalmodell

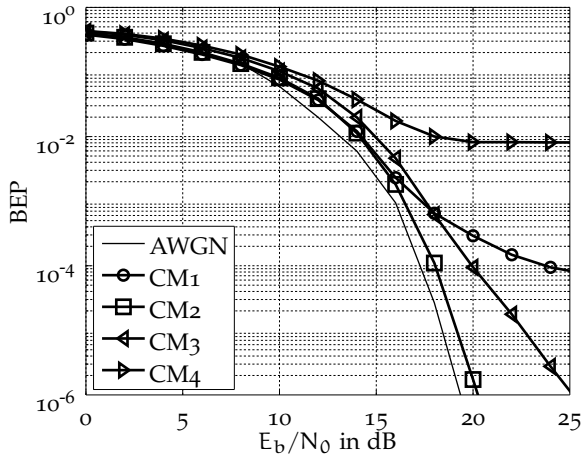
wegeausbreitung und zeigt ein Abflachen der Kurven in den IEEE-Kanalmodellen CM₁, CM₃ und CM₄.

Abbildung 49a zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für ein 500 MHz breites Subband mit OOK. Diese Kombination zeigt ebenfalls ein sehr robustes Verhalten gegenüber Mehrwegeausbreitung. Abbildung 49b zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für ein 500 MHz breites Subband mit 4-PAM. Hier ist vor allem im IEEE-Kanalmodell CM₄ eine starke Abflachung der Kurve zu beobachten.

Abbildung 50a zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für ein 1 GHz breites Subband mit OOK. Diese Kombination ist empfindlicher gegenüber Mehrwegeausbreitung. Der Vorteil des sehr kurzen Sendeimpulses kann kaum ausgenutzt werden, da das System vor allem durch die zeitliche Ausdehnung der Kanalimpulsantwort begrenzt wird. Für das IEEE-Kanalmodell CM₃ ist eine Abflachung der Kurve zu erkennen. Abbildung 50b zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für ein 1 GHz breites Subband mit 4-PAM. Hier ist vor allem in den IEEE-Kanalmodellen CM₁, CM₃ eine starke Abflachung der Kurve zu beobachten. Die Abflachung der Kurve im IEEE-Kanalmodellen CM₁ ist erstaunlich, da es sich hier um ein LOS-Kanalmodell handelt und die Energie in einem kleinen Zeitbereich konzentriert ist (Tabelle 4).

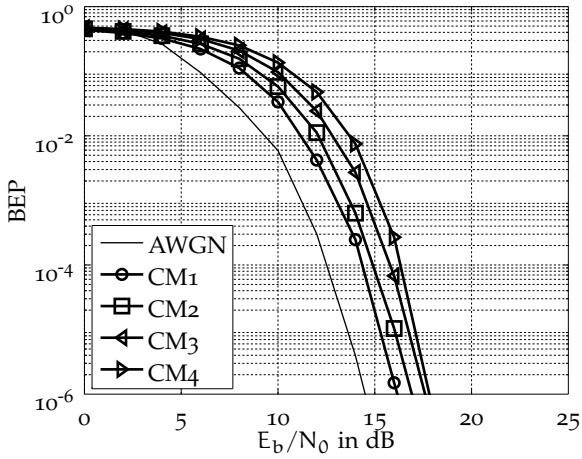


(a) OOK

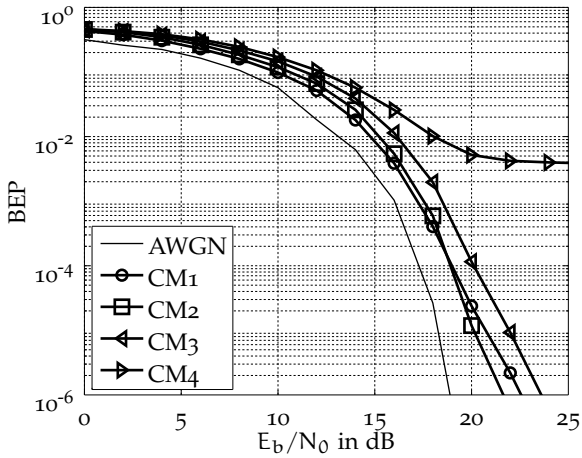


(b) 4-PAM

Abbildung 48: Bitfehlerwahrscheinlichkeit, 250 MHz

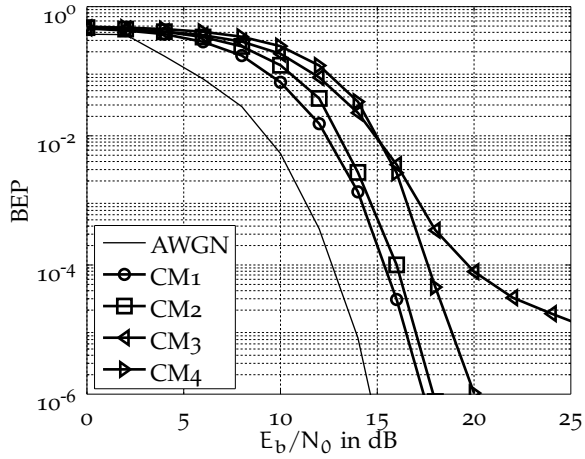


(a) OOK

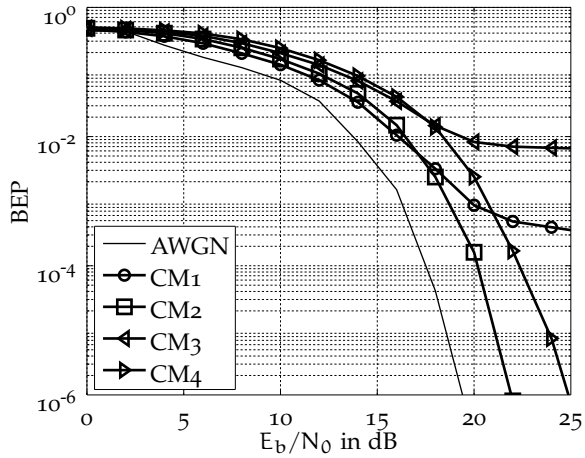


(b) 4-PAM

Abbildung 49: Bitfehlerwahrscheinlichkeit, 500 MHz



(a) OOK



(b) 4-PAM

Abbildung 50: Bitfehlerwahrscheinlichkeit, 1 GHz

Vergleich der Subbandbreite

Die [Abbildung 51](#), [Abbildung 52](#), [Abbildung 53](#) und [Abbildung 54](#) vergleichen jeweils für OOK und 4-PAM die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten für die Subbandbreiten 250 MHz, 500 MHz und 1 GHz. [Abbildung 51a](#) vergleicht die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK im IEEE-Kanalmodell CM₁. Der Abstand zwischen den Kurven erklärt sich durch die unterschiedlichen Freiheitsgrade aufgrund unterschiedlicher Integrationszeiten ([Tabelle 9](#)). [Abbildung 51b](#) vergleicht die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 4-PAM im IEEE-Kanalmodell CM₁. Hier ist zu erkennen, dass ein stärkeres Abflachen der Kurven auftritt, je kürzer die Sendeimpulse sind.

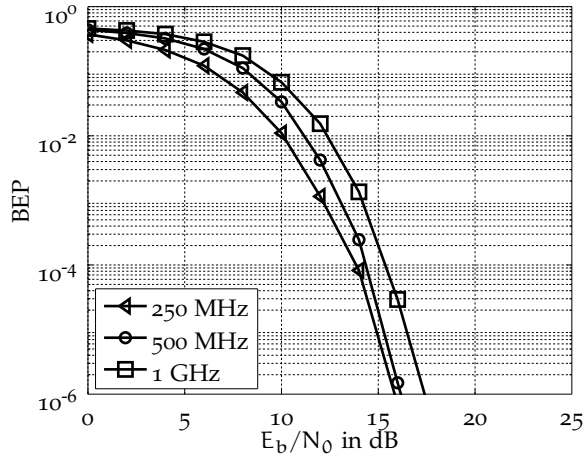
Im Vergleich zu [Abbildung 51](#) zeigt [Abbildung 52](#) die Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK und 4-PAM im IEEE-Kanalmodell CM₂. OOK und 4-PAM zeigen sich robust gegen Mehrwegeausbreitung im IEEE-Kanalmodell CM₂. Der Abstand zwischen den Kurven eines Modulationsverfahren erklärt sich auch hier durch die unterschiedlichen Freiheitsgrade.

[Abbildung 53a](#) zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit von OOK im IEEE-Kanalmodell CM₃. Die 250 MHz und 500 MHz breiten Subbänder zeigen sich hier robust gegenüber Mehrwegeausbreitung. Das 1 GHz breite Subband ist empfindlicher und zeigt ein Abflachen der Kurve. Die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten für 4-PAM in [Abbildung 53b](#) zeigen für alle Subbänder ein Abflachen der Kurven. Dies ist mit Abstand am stärksten für das 1 GHz breite Subband zu erkennen.

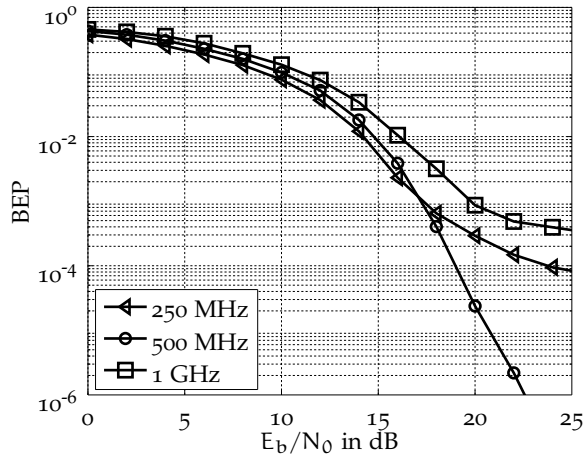
Im IEEE-Kanalmodell CM₄ zeigt OOK ein sehr robustes Verhalten ([Abbildung 54a](#)). Anders ist das Verhalten der unterschiedlich breiten Subbänder für 4-PAM ([Abbildung 54b](#)). Hier zeigt nur das 1 GHz breite Subband ein robustes Verhalten. Die Kurve der anderen beiden Subbänder flacht stark ab.

Vergleich von OOK und 4-PAM

Die [Abbildung 55](#) bis [Abbildung 57](#) vergleichen jeweils die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten für OOK und 4-PAM. [Abbildung 55a](#) vergleicht OOK mit 4-PAM im IEEE-Kanalmodell CM₁ und CM₂ für ein 250 MHz breites Subband. Einzig 4-PAM im CM₁ zeigt ein Abflachen der Kurve. In [Abbildung 55b](#) zeigt 4-PAM im CM₄ ein

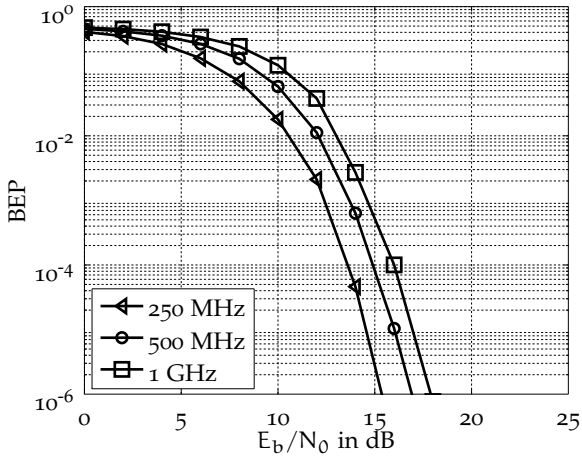


(a) OOK

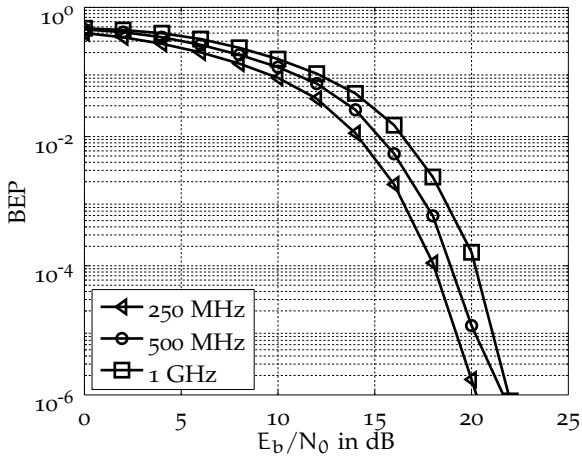


(b) 4-PAM

Abbildung 51: Bitfehlerwahrscheinlichkeit, CM1

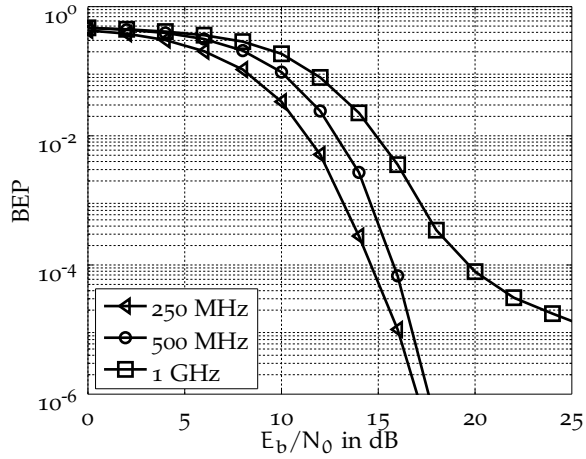


(a) OOK

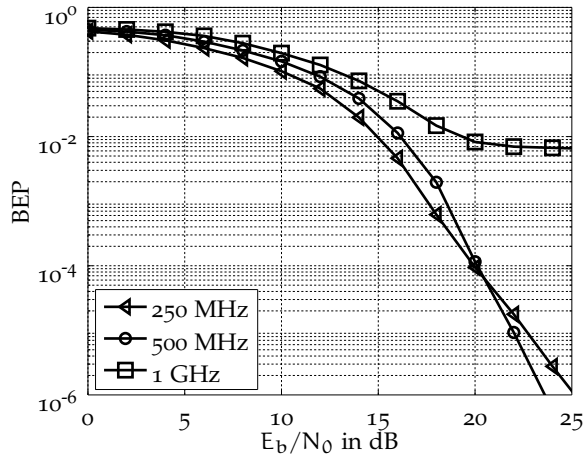


(b) 4-PAM

Abbildung 52: Bitfehlerwahrscheinlichkeit, CM2

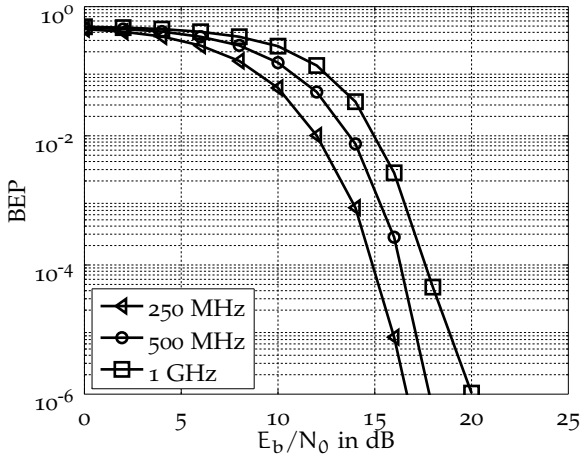


(a) OOK

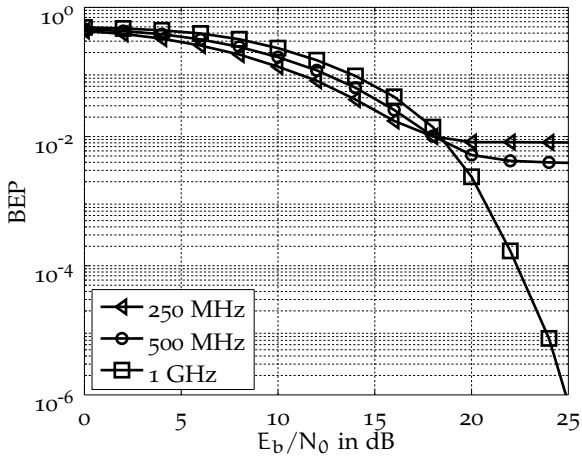


(b) 4-PAM

Abbildung 53: Bitfehlerwahrscheinlichkeit, CM3



(a) OOK



(b) 4-PAM

Abbildung 54: Bitfehlerwahrscheinlichkeit, CM4

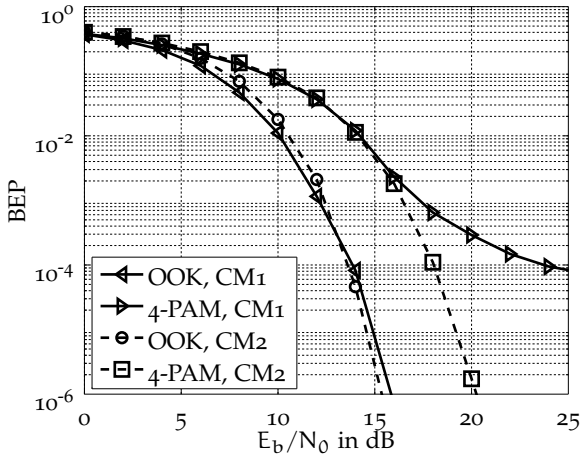
solches Abflachen der Kurve. Dies ist abgeschwächt auch für OOK im CM₄ zu erkennen.

Abbildung 56a zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 4-PAM für ein 500 MHz breites Subband. In den IEEE-Kanalmodellen CM₁ und CM₂ zeigen OOK und 4-PAM ein robustes Verhalten gegenüber Mehrwegeausbreitung. In Abbildung 56b ist ein starkes Abflachen für 4-PAM im CM₄ zu erkennen.

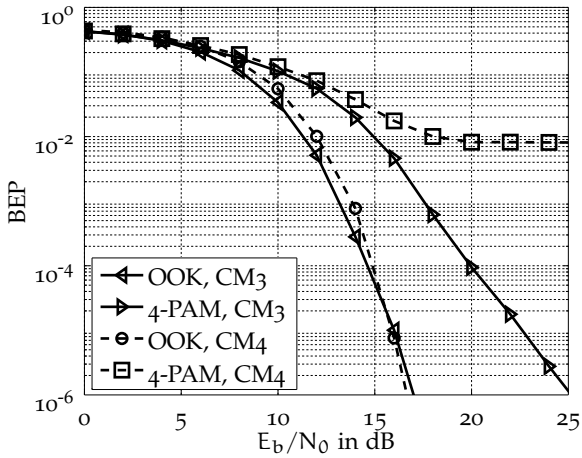
Abbildung 55a zeigt die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 4-PAM für ein 1 GHz breites Subband. Nur 4-PAM im CM₁ zeigt ein Abflachen der Kurve. In Abbildung 55b ist ein leichtes Abflachen der Kurve für OOK in CM₃ und ein starkes Abflachen für 4-PAM im CM₃ zu erkennen. Der Grund für die schlechte Leistungsfähigkeit von 4-PAM mit einer Subbandbreite von 1 GHz im CM₁ wird in Abschnitt 15.6.4 erläutert.

15.6.4 Analyse des Simulationsverfahrens

Um die Simulationsergebnisse vergleichen zu können, wurden 100 Kanalimpulsantworten für jedes der vier Kanalmodelle zur Verfügung gestellt. Davon werden die 90 besten, also die mit der geringsten Bitfehlerwahrscheinlichkeit, ausgewählt (Foerster, 2003). Diese Art der Fehlerzählung hat einen großen Einfluss auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten in Abschnitt 15.6.3, da die Fehler für bestimmte Kanalimpulsantworten gehäuft auftreten. Am Beispiel von 4-PAM mit einer Subbandbreite von 1 GHz zeigt Abbildung 58 den Einfluss der Mittelwertbildung. Dabei wird über alle 100, 95, 90, 85 und 80 Kanalimpulsantworten mit der geringsten Fehleranzahl gemittelt. Durch die Häufung der Fehler bei bestimmten Kanalimpulsantworten ist der Effekt auf die gemittelte Bitfehlerwahrscheinlichkeit enorm. Vergleicht man die Häufung der Fehler für 4-PAM mit 1 GHz Subbandbreite im Kanalmodell CM₁ mit Kanalmodell CM₂, ist zu erkennen, dass es im CM₁ mehr als 10 Kanalimpulsantworten gibt, die eine ungewöhnlich hohe Fehleranzahl aufweisen. Aus diesem Grund flacht die Kurve für CM₁ in Abbildung 50b stark gegenüber der Kurve für CM₂ ab. Ähnlich verhält sich diese Häufung der Fehler für CM₃ im Vergleich zu CM₄. Dieser Effekt tritt bei OOK nicht so eindeutig auf, da OOK robuster als 4-PAM ist.

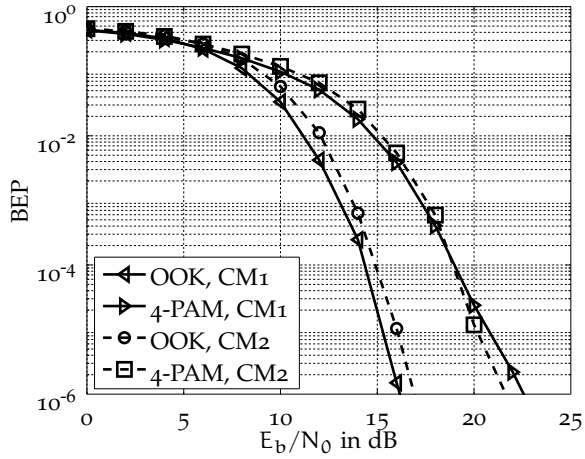


(a) CM1, CM2

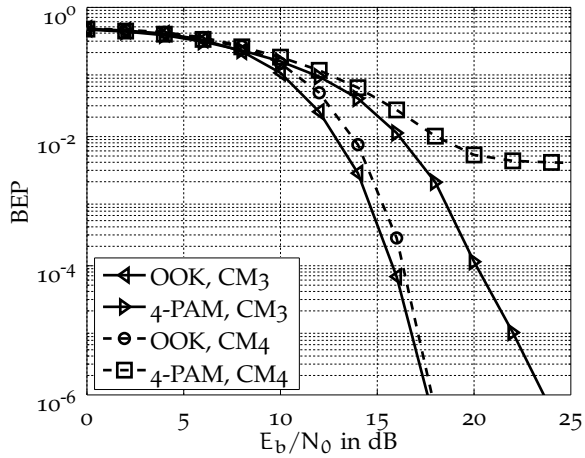


(b) CM3, CM4

Abbildung 55: Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 4-PAM, 250 MHz

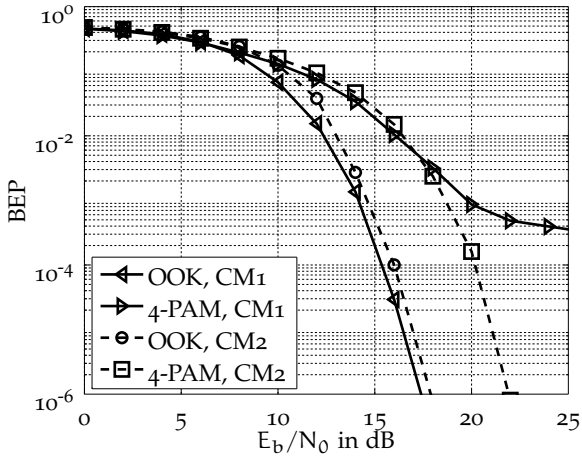


(a) CM1, CM2

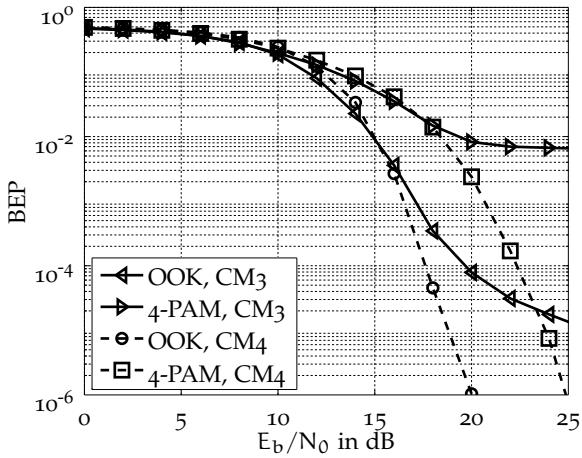


(b) CM3, CM4

Abbildung 56: Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 4-PAM, 500 MHz



(a) CM1, CM2



(b) CM3, CM4

Abbildung 57: Bitfehlerwahrscheinlichkeit für OOK und 4-PAM, 1 GHz

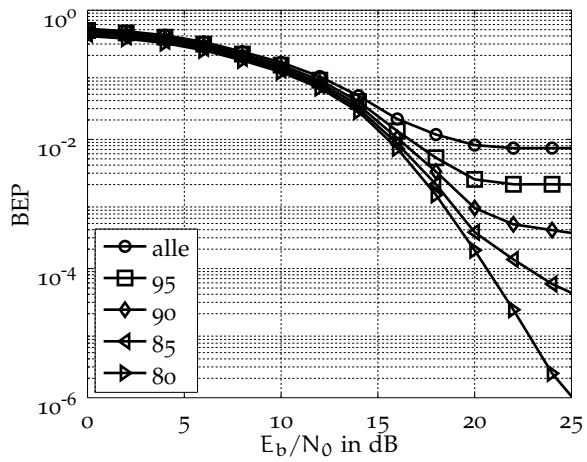


Abbildung 58: Einfluss der Fehlerzählung auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für 4-PAM, 1 GHz im CM1

Teil VI

ZUSAMMENFASSUNG

ZUSAMMENFASSUNG UND AUSBLICK

ZUSAMMENFASSUNG

Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Leistungsfähigkeit eines Demodulators mit Energiedetektion in unterschiedlichen *Ultra-wideband* (UWB)-Kanälen anhand der Bitfehlerwahrscheinlichkeit zu beschreiben. Die Fragestellung geht auf die *Multiband Impulse Radio Architecture* (MIRA) zurück, deren Architektur auf eben solche Energiedetektoren setzt. Um die Leistungsfähigkeit des Gesamtsystems zu verstehen, ist es notwendig, eine Analyse der Demodulation mittels Energiedetektion durchzuführen. Dabei liegt der Schwerpunkt auf *Pulse-amplitude modulation* (PAM), um möglichst hohe Datenraten zu erreichen. *On-off keying* (OOK) (2-PAM) und *Pulse-position modulation* (PPM) werden ebenfalls betrachtet.

Die Analyse wird in mehreren Schritten durchgeführt. Zuerst wird eine exakter Ausdruck für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit im AWGN-Kanal hergeleitet. Diese Lösung basiert nicht auf der Approximation der Verteilung der Empfangsenergie durch eine Normalverteilung, sondern nutzt die gegebene χ^2 -Verteilung der Empfangsenergie. Die Systemparameter von MIRA führen zu einem kleinen Freiheitsgrad der χ^2 -Verteilung. Folglich würde eine Lösung auf Basis der Approximation in einem ungenauen Ergebnis resultieren.

Aufbauend auf der exakten Lösung für AWGN-Kanäle werden dann die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten in unterschiedlichen Schwundkanälen hergeleitet. Dabei wird gezeigt, dass sich die Verteilung der Energie am Detektor aufgrund von zufälligen Änderungen im frequenzselektiven Schwundkanal gut durch die Verteilung der Energie in Kanälen mit sogenanntem flachen Schwund approximieren lässt. Mit dieser Approximation der Verteilungen der Pfaddämpfungen im Kanal durch *Rayleigh*-, *Rice*- und *Nakagami*-Verteilungen ist es möglich die Bitfehlerwahrscheinlichkeit als geschlossene Lösung anzugeben.

Unter Verwendung dieser Resultate werden auch Verfahren zur Ausnutzung von Diversität im **UWB**-Kanal untersucht. Durch Demodulation mit Energiedetektion ist die Auswahl an möglichen Verfahren allerdings stark eingeschränkt. Als potentielle Varianten werden das *Square-law combining* (**SLC**) und das *Square-law selection* (**SLS**) betrachtet. Auch dafür wurden geschlossene Ausdrücke für die Bitfehlerwahrscheinlichkeit im **AWGN**- und *Rayleigh*-Kanal hergeleitet.

Lässt man nun die anfangs getroffene Approximation bezüglich der Modellierung des Schwunds im **UWB**-Kanal fallen, kommt man zum frequenzselektiven Kanal. Dieser wird durch eine lineare zeitvariante Kanalimpulsantwort beschrieben. Auch in diesem Fall ist es gelungen, die Bitfehlerwahrscheinlichkeit in geschlossener Form für *Rayleigh*-verteilte Pfadamplituden herzuleiten.

Die geschlossenen Lösungen für die Bitfehlerwahrscheinlichkeiten ermöglichen in einem nächsten Schritt die Optimierung weiterer Systemparameter. So wird gezeigt, dass sich die Bitfehlerwahrscheinlichkeit für **M-PAM** durch optimal gewählte Symbolamplituden minimieren lässt.

Darüber hinaus wird der Einfluss von schmalbandigen Störern auf die Bitfehlerwahrscheinlichkeit eines Demodulators mit Energiedetektion betrachtet. Die Möglichkeiten, darauf zu reagieren, sind aufgrund der verwendeten Systemarchitektur eingeschränkt. Die Multiband-Architektur von **MIRA** erlaubt den Umgang mit Störern dieser Art durch die Erkennung und Abschaltung von gestörten Subbändern (*Detect and avoid* (**DAA**)). Der dafür verwendete Algorithmus wurde um eine dynamische Anpassung der Modulation (*Bitloading*) erweitert.

Die geschlossenen Lösungen wurden mit Hilfe einer Simulationsumgebung überprüft. Diese ermöglicht die Simulation der vollständigen physikalischen Schicht von **MIRA**. Dies bedeutet, dass Sendepulse verschiedener Form, nicht ideale Filterbänke und statistische Kanalmodelle, wie das **IEEE**-Kanalmodell, untersucht werden können und in die Simulationsergebnisse einfließen.

AUSBLICK

Die berechneten Lösungen und Ergebnisse erlauben eine fundierte Beurteilung der Leistungsfähigkeit der Demodulation mittels Energiedetektion und damit auch der *Multiband Impulse Radio Architecture*.

In die Lösung für frequenzselektive Kanäle geht explizit die Form des Sendeimpulses ein. So wäre hier eine Untersuchung und eine Optimierung der Form des Sendeimpulses möglich. Allerdings sind im Rahmen einer solchen Optimierung viele Nebenbedingungen, wie Bandbreite und zeitliche Ausdehnung des Sendeimpulses, zu berücksichtigen. Dies erschwert die Lösung des Optimierungsproblems erheblich. Eine Lösung in geschlossener Form ist nach aktuellen Erkenntnissen mit diesem Ansatz nicht möglich.

Da Energiedetektoren auch in vielen anderen Anwendungen eingesetzt werden, können die hier erzielten Ergebnisse auf diese übertragen werden. Bei *Cognitive Radio* werden häufig Energiedetektoren zum sogenannten *Spectrum Sensing*, also dem Auffinden von nutzbaren Lücken im Spektrum eingesetzt. Die dafür notwendige Detektionswahrscheinlichkeit ist in der Herleitung der Bitfehlerwahrscheinlichkeit enthalten. Bei der Übertragung von Informationen über Lichtwellenleiter werden ebenfalls Energiedetektoren in Form von Fotodioden eingesetzt. Auch hier sind die grundlegenden Ergebnisse übertragbar, allerdings müssen andere Kanalmodelle, die die Eigenschaften von Lichtwellenleitern beschreiben, berücksichtigt werden.

Teil VII

ANHANG

AUSGEWÄHLTE VERTEILUNGEN

In diesem Anhang werden wichtige Verteilungen für die in dieser Arbeit durchgeführten Berechnungen aufgeführt.

A.1 NORMALVERTEILUNG

Die Normalverteilung wird durch den Erwartungswert μ und die Varianz $\sigma^2 > 0$ vollständig beschrieben. Sei die Zufallsgröße X normalverteilt mit dem Erwartungswert μ und der Varianz $\sigma^2 > 0$:

$$X \sim \mathcal{N}(\mu, \sigma^2),$$

dann gilt für ihre Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_X :

$$f_X(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right).$$

Die Verteilungsfunktion F_X ist:

$$\begin{aligned} F_X(x) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{u-\mu}{\sigma}\right)^2\right) du \\ &= 1 - \mathcal{Q}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right), \end{aligned}$$

wobei \mathcal{Q} die Gaußsche \mathcal{Q} -Funktion ist mit:

$$\mathcal{Q}(x) = \frac{1}{2\pi} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{t^2}{2}\right) dt.$$

Die Linearkombination $Z = a \cdot X + b \cdot Y + c$ mit $X \sim \mathcal{N}(\mu_x, \sigma_x^2)$ und $Y \sim \mathcal{N}(\mu_y, \sigma_y^2)$ ist ebenfalls normalverteilt:

$$Z \sim \mathcal{N}\left(a\mu_x + b\mu_y + c, a^2\sigma_x^2 + b^2\sigma_y^2\right).$$

A.1.1 Standardnormalverteilung

Die spezielle Normalverteilung mit $X \sim \mathcal{N}(0, 1)$ wird als Standardnormalverteilung bezeichnet.

A.1.2 Mehrdimensionale Normalverteilung

Sei ein Zufallsvektor \mathbf{X} der Länge n multivariant normalverteilt mit dem Vektor der Erwartungswerte $\boldsymbol{\mu}$ und der Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}$:

$$\mathbf{X} \sim \mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}),$$

dann gilt für die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion $f_{\mathbf{X}}$:

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \det(\boldsymbol{\Sigma})^{\frac{1}{2}}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left((\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})^T \boldsymbol{\Sigma}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) \right)\right).$$

Die Kovarianzmatrix $\boldsymbol{\Sigma}$ muss aufgrund dieser Definition positiv definit sein. $\mathcal{N}_n(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ mit der Einheitsmatrix \mathbf{I} wird als n -variante Standardnormalverteilung bezeichnet.

Eine Linearkombination $\mathbf{Z} = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B}\mathbf{Y} + \mathbf{C}$ mit $\mathbf{X} \sim \mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}_x, \boldsymbol{\Sigma}_x)$ und $\mathbf{Y} \sim \mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}_y, \boldsymbol{\Sigma}_y)$ ist ebenfalls n -variant normalverteilt (*Petersen und Pedersen, 2008, Gl. 333*) mit:

$$\mathbf{Z} \sim \mathcal{N}_n(\mathbf{A}\boldsymbol{\mu}_x + \mathbf{B}\boldsymbol{\mu}_y + \mathbf{C}, \mathbf{A}\boldsymbol{\Sigma}_x\mathbf{A}^T + \mathbf{B}\boldsymbol{\Sigma}_y\mathbf{B}^T).$$

A.1.3 Komplexe Normalverteilung

Eine Zufallsgröße X ist komplex normalverteilt, wenn deren Realteil X_r und Imaginärteil X_i unabhängig voneinander identisch normalverteilt sind:

$$X = X_r + jX_i \sim \mathcal{CN}(\mu, \sigma^2).$$

In polarer Darstellung mit $X = ae^{j\phi}$ hat die komplexe Zufallsgröße X einen *Rayleigh*-verteilten Betrag a und eine über $[-\pi, \pi)$ gleichverteilte Phase ϕ . Ein komplexer Zufallsvektor $\mathbf{X} = X_r + jX_i$

der Länge n mit $\mathbf{X}_r \sim \mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ und $\mathbf{X}_i \sim \mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ wird als n -variant komplex normalverteilt bezeichnet:

$$\mathbf{X} \sim \mathcal{CN}_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma}).$$

A.1.4 Whitening

Ziel des sogenannten Whitening ist es, einen beliebigen normalverteilten Zufallsvektor $\mathbf{X} \sim \mathcal{N}_n(\boldsymbol{\mu}, \boldsymbol{\Sigma})$ in einen unabhängig standardnormalverteilten Zufallsvektor $\mathbf{Z} \sim \mathcal{N}_n(\mathbf{0}, \mathbf{I})$ zu überführen. Dazu muss die Matrix $\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}$ bestimmt werden mit:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}.$$

Diese Matrix kann aus einer Eigenwertzerlegung von $\boldsymbol{\Sigma}$ abgeleitet werden, da $\boldsymbol{\Sigma}$ positiv definit ist. Die Eigenwertzerlegung von $\boldsymbol{\Sigma}$ liefert:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda} \mathbf{U}^T \quad (\text{A.1})$$

mit der unitären Matrix \mathbf{U} , deren Spalten die Eigenvektoren von $\boldsymbol{\Sigma}$ sind, und der Diagonalmatrix $\boldsymbol{\Lambda}$, die mit den entsprechenden Eigenwerten besetzt ist. Setzt man $\boldsymbol{\Lambda} = \boldsymbol{\Lambda}^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{\Lambda}^{\frac{1}{2}}$ in (A.1) ein, ergibt sich:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda}^{\frac{1}{2}} \boldsymbol{\Lambda}^{\frac{1}{2}} \mathbf{U}^T.$$

Da \mathbf{U} unitär ist, gilt:

$$\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{U}^{-1} \mathbf{U} = \mathbf{I}.$$

Daraus folgt:

$$\boldsymbol{\Sigma} = \underbrace{\mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda}^{\frac{1}{2}} \mathbf{U}^T}_{\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}} \underbrace{\mathbf{U} \boldsymbol{\Lambda}^{\frac{1}{2}} \mathbf{U}^T}_{\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}}.$$

$\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}}$ ist symmetrisch und invertierbar. Der Zufallsvektor \mathbf{Z} :

$$\mathbf{Z} = \boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} (\mathbf{X} - \boldsymbol{\mu}) \quad \text{mit} \quad \boldsymbol{\Sigma}^{-\frac{1}{2}} = \left(\boldsymbol{\Sigma}^{\frac{1}{2}} \right)^{-1}$$

ist n -variant standardnormalverteilt (*Petersen und Pedersen, 2008, Gl. 363*):

$$\mathbf{Z} \sim \mathcal{N}_n(\mathbf{0}, \mathbf{I}).$$

A.2 χ^2 -VERTEILUNGA.2.1 Zentrale χ^2 -Verteilung

Seien X_1, \dots, X_n voneinander unabhängige, normalverteilte Zufallsgrößen mit dem Erwartungswert null und der Varianz σ^2 , dann ist die Zufallsgröße:

$$Y = \sum_{i=1}^n X_i^2 \sim \chi_n^2$$

zentral χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad n . Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion f_Y ist:

$$f_Y(y) = \frac{y^{n/2-1} e^{-y/2\sigma^2}}{\sigma^n 2^{n/2} \mathcal{G}(n/2)} \quad \text{für } y > 0,$$

wobei \mathcal{G} die Gammafunktion (*Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 8.310.1*) ist. Im Spezialfall $n = 2$ entspricht die χ^2 -Verteilung einer Exponentialverteilung mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sigma^2} e^{-\frac{y}{2\sigma^2}} \quad \text{für } y > 0.$$

Allgemein berechnet sich die Verteilungsfunktion F_Y über das Integral der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion und führt zu (*Digham, Alouini und Simon, 2003*):

$$F_Y(y) = \int_0^y \frac{u^{n/2-1} e^{-u/2\sigma^2}}{\sigma^n 2^{n/2} \mathcal{G}(n/2)} du = \frac{\underline{\mathcal{G}}\left(\frac{n}{2}, \frac{y}{2\sigma^2}\right)}{\mathcal{G}\left(\frac{n}{2}\right)}$$

mit der unteren unvollständigen Gammafunktion $\underline{\mathcal{G}}$ (*Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 8.350.1*):

$$\underline{\mathcal{G}}(x, a) = \int_0^a t^{x-1} e^{-t} dt.$$

A.2.2 Nicht-zentrale χ^2 -Verteilung

Sind die Zufallsgrößen X_1, \dots, X_n normalverteilt mit den Erwartungswerten μ_1, \dots, μ_n und der Varianz σ^2 , dann ist:

$$Y = \sum_{i=1}^n X_n^2 \sim \chi_n^2(s^2) \quad (\text{A.2})$$

nicht-zentral χ^2 -verteilt mit dem Freiheitsgrad n und dem Nicht-zentralitätsparameter:

$$s^2 = \sum_{i=1}^n \mu_i^2.$$

Y besitzt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$f_Y(y) = \frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{y}{s^2}\right)^{\frac{n-2}{4}} e^{-\frac{s^2+y}{2\sigma^2}} I_{n/2-1}\left(\frac{s\sqrt{y}}{\sigma^2}\right), \quad y > 0,$$

mit der modifizierten *Bessel-Funktion* η -ter Ordnung erster Art (*Abramowitz und Stegun, 1964, Gl. 9.6.3*):

$$I_\eta(x) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{\left(\frac{x}{2}\right)^{2i+\eta}}{i! \Gamma(\eta + i + 1)}.$$

Die Verteilungsfunktion F_Y lautet:

$$F_Y(y) = \int_0^y \frac{1}{2\sigma^2} \left(\frac{u}{s^2}\right)^{\frac{n-2}{4}} e^{-\frac{s^2+u}{2\sigma^2}} I_{n/2-1}\left(\frac{s\sqrt{u}}{\sigma^2}\right) du. \quad (\text{A.3})$$

Dieses Integral kann mit Hilfe der *Marcum-Q-Funktion* (*Marcum, 1950*) dargestellt werden:

$$Q_M(a, b) = \int_b^\infty \frac{x^M}{a^{M-1}} \exp\left(-\frac{x^2 + a^2}{2}\right) I_{M-1}(ax) dx. \quad (\text{A.4})$$

Mit $M = n/2$, $x = \sqrt{u}$, $a = s/\sigma$ und $b = \sqrt{y}/\sigma$ ergibt sich:

$$F_Y(y) = 1 - Q_{n/2}\left(\frac{s}{\sigma}, \frac{\sqrt{y}}{\sigma}\right).$$

Für einen ausreichend großen Freiheitsgrad¹ n kann die χ^2 -Verteilung durch eine Normalverteilung mit dem Erwartungswert $\mu = n\sigma^2 + s^2$ und der Varianz $\sigma^2 = 2n\sigma^4 + 4\sigma^2 s^2$ approximiert werden.

Einen Sonderfall der nicht-zentralen χ^2 -Verteilung stellt die nicht-zentrale χ^2 -Verteilung mit dem Freiheitsgrad null dar. Ihre Verteilungsfunktion ist (Hjort, 1988):

$$F_{\tilde{Y}}(y) = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{s^2}{i!} e^{-s^2} F_Y(y), \quad (\text{A.5})$$

mit F_Y nach (A.3). Diese Verteilungsfunktion nimmt bei $y = 0$ einen Wert verschieden von null an. Es besteht also eine Sprungstelle bei $y = 0$. Die Verteilungsfunktion ist damit nicht auf ihrem gesamten Definitionsbereich differenzierbar, weshalb sich für die nicht-zentrale χ^2 -Verteilung keine Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion angeben lässt.

A.3 RAYLEIGH-VERTEILUNG

Die *Rayleigh*-Verteilung ist mit der χ^2 -Verteilung mit dem Freiheitsgrad $n = 2$ verwandt und wird oft zu Modellierung von drahtlosen Übertragungskanälen ohne Sichtverbindung genutzt. Sei:

$$R = \sqrt{X_1^2 + X_2^2} = \sqrt{Y}$$

mit $X_1 \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ und $X_2 \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$, dann folgt Y einer zentralen χ^2 -Verteilung mit dem Freiheitsgrad $n = 2$. $R = \sqrt{Y}$ ist *Rayleigh*-verteilt und besitzt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right).$$

Die Verteilungsfunktion lautet:

$$F_R(r) = \int_0^{\infty} \frac{u}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{u^2}{2\sigma^2}\right) du = 1 - \exp\left(-\frac{r^2}{2\sigma^2}\right).$$

¹ In *Urkowitz (1967)* wird ein Freiheitsgrad von $n \geq 250$ genannt.

A.4 RICE-VERTEILUNG

Die *Rice*-Verteilung (*Rice, 1944*) ist ebenfalls mit der χ^2 -Verteilung mit dem Freiheitsgrad $n = 2$ verwandt und wird oft zur Modellierung von drahtlosen Übertragungskanälen mit Sichtverbindung genutzt. Sei:

$$R = \sqrt{X_1^2 + X_2^2} = \sqrt{Y}$$

mit $X_1 \sim \mathcal{N}(\mu_1, \sigma^2)$ und $X_2 \sim \mathcal{N}(\mu_2, \sigma^2)$, dann folgt Y einer nicht-zentralen χ^2 -Verteilung mit dem Freiheitsgrad $n = 2$. $R = \sqrt{Y}$ ist *Rice*-verteilt und besitzt die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion:

$$f_R(r) = \frac{r}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{r^2 + s^2}{2\sigma^2}\right) I_0\left(\frac{rs}{\sigma^2}\right)$$

mit $s^2 = \mu_1^2 + \mu_2^2$. Die Verteilungsfunktion kann mit Hilfe der Marcum-Q-Funktion (A.4) angegeben werden:

$$F_R(r) = 1 - Q_1\left(\frac{s}{\sigma}, \frac{r}{\sigma}\right).$$

A.5 NAKAGAMI-m-VERTEILUNG

Die *Nakagami*- m -Verteilung (*Nakagami, 1960*) wird ebenfalls häufig zur Modellierung von drahtlosen Übertragungskanälen eingesetzt. Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion lautet:

$$f_R(r) = \frac{2r^{2m-1}}{\mathfrak{G}(m)} \left(\frac{m}{\Omega}\right)^m \exp\left(-\frac{mr^2}{\Omega}\right)$$

mit $\Omega = \mathbb{E}(R^2)$ und

$$m = \frac{\Omega^2}{\mathbb{E}((R^2 - \Omega)^2)}, \quad \text{mit } m \geq \frac{1}{2}.$$

Für $m = 1/2$ vereinfacht sich die *Nakagami*- m -Verteilung zur einseitigen Normalverteilung, für $m = 1$ vereinfacht sie sich zur *Rayleigh*-Verteilung.

BERECHNUNG VON G_D

Das Integral (11.18) zur Berechnung der Symbolfehlerwahrscheinlichkeit im Nakagami-m-Kanal hat die Form:

$$G_D = \int_0^\infty x^\rho \exp\left(-\frac{p^2 x^2}{2}\right) Q_D(ax, b) dx$$

Das Integral G_D kann mit Hilfe von (Nuttall, 1974, Gl. 70) rekursiv berechnet werden:

$$\begin{aligned} G_D &= G_{D-1} + C_{D-1} F_D \\ &= G_{D-2} + C_{D-2} F_{D-1} + C_{D-1} F_D \\ &\vdots \\ &= G_1 + \sum_{d=1}^{D-1} C_d F_{d+1} \end{aligned}$$

mit

$$C_{D-1} = \frac{\Gamma\left(\frac{\rho+1}{2}\right) \left(\frac{b^2}{2}\right)^{D-1} \exp\left(-\frac{b^2}{2}\right)}{2(D-1)! \left(\frac{p^2+a^2}{2}\right)^{\frac{\rho+1}{2}}}$$

und

$$F_M = {}_1F_1\left(\frac{\rho+1}{2}; M; \frac{b^2}{2} \frac{a^2}{p^2+a^2}\right),$$

wobei ${}_1F_1$ die konfluente hypergeometrische Funktion (Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 9.210.1) ist.

Geschlossene Lösung für G_1

Das Integral G_D für $D = 1$ kann mit Hilfe der Marcum-Q-Funktion gelöst werden:

$$G_1 = \int_0^\infty x^{2m-1} \exp\left(-\frac{m\sigma^2 x^2}{2\gamma}\right) Q_1\left(x, \sqrt{\frac{\rho}{\sigma^2}}\right) dx. \quad (\text{B.1})$$

Mit (Nuttall, 1972) folgt:

$$\begin{aligned} & \int_0^\infty x^{2N-1} \exp\left(-\frac{p^2 x^2}{2}\right) Q(ax, b) dx \\ &= \frac{2^{N-1} (N-1)!}{p^{2N}} \frac{a^2}{p^2 + a^2} \exp\left(-\frac{b^2}{2} \frac{p^2}{p^2 + a^2}\right) \\ & \quad \cdot \sum_{k=0}^{N-1} \varepsilon_k \left(\frac{p^2}{p^2 + a^2}\right)^k L_k\left(-\frac{b^2}{2} \frac{p^2}{p^2 + a^2}\right) \end{aligned}$$

mit

$$\varepsilon_k = \begin{cases} 1 & k < N-1 \\ 1 + \frac{p^2}{a^2} & k = N-1, \end{cases}$$

wobei L_k das *Laguerre*-Polynom vom Grad k (Gradshteyn und Ryzhik, 2007, Gl. 8.970) ist. Um die rechte Seite der Marcum-Q-Funktion zu vereinfachen, führt man die Hilfsvariable β ein:

$$\beta = \frac{p^2}{p^2 + a^2}.$$

Mit den Substitutionen $a = 1$, $b = \sqrt{\frac{\rho_w}{\sigma^2}}$, $p^2 = \frac{2m\sigma^2}{q\bar{\gamma}_w}$, $N = m$, $k = i$ in (B.1) erhält man die geschlossene Lösung für G_1 :

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{(m-1)! (q\bar{\gamma}_w)^m}{2m^m} \exp\left(-\frac{\rho_w \beta}{2\sigma^2}\right) \\ & \cdot \left[\beta^{m-1} L_{m-1}\left(-\frac{\rho_w (1-\beta)}{2\sigma^2}\right) \right. \\ & \quad \left. + (1-\beta) \sum_{i=0}^{m-2} \beta^i L_i\left(-\frac{\rho_w (1-\beta)}{2\sigma^2}\right) \right]. \end{aligned}$$

BEWEIS DER QUADRATISCHEN FORM

Lemma 1 Sei \mathbf{A} eine komplexe, normale $L \times L$ Matrix und \mathbf{h} ein komplexer, zufälliger Spaltenvektor, dessen Real- und Imaginärteile jeweils unabhängig L -variant standardnormalverteilt sind. Dann gilt

$$\mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h} = \sum_{l=1}^L \lambda_l g_l g_l^*,$$

wobei λ_l die Eigenwerte der Matrix \mathbf{A} und g_l voneinander unabhängige Zufallsgrößen sind, deren Real- und Imaginärteile jeweils unabhängig voneinander standardnormalverteilt sind.

Beweis Da \mathbf{A} eine normale Matrix ist, kann sie in das Matrixprodukt:

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{U}$$

zerlegt werden. Dabei ist \mathbf{U} eine unitäre Matrix, deren Spaltenvektoren die Eigenvektoren der Matrix \mathbf{A} sind, und $\mathbf{\Lambda}$ eine Diagonalmatrix die mit den Eigenwerten λ_l besetzt ist. Daraus ergibt sich:

$$\mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h} = \mathbf{h}^H \mathbf{U}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{U} \mathbf{h}.$$

Führt man die Substitution $\mathbf{g} = \mathbf{U} \mathbf{h}$ durch, erhält man:

$$\mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h} = \mathbf{g}^H \mathbf{\Lambda} \mathbf{g}.$$

Die Ausführung der Matrixmultiplikation auf der rechten Seite der Gleichung liefert:

$$\mathbf{h}^H \mathbf{A} \mathbf{h} = \sum_{l=1}^L \lambda_l g_l g_l^*.$$

Die Spalten von \mathbf{U} sind zueinander orthonormal. Deshalb sind die Elemente von \mathbf{g} genauso verteilt wie die Elemente von \mathbf{h} . ■

LITERATURVERZEICHNIS

- Abramowitz, M. und Stegun, I. (1964):** *Handbook of mathematical functions with formulas, graphs, and mathematical tables*. Dover Publications, Applied mathematics series
- Anttonen, A., Kotelba, A. und Mämmelä, A. (2010):** *Nondata-Aided Hypothesis Testing of PAM Signals with Energy Detection*. IEEE Communications Letters, 14 Nr. 10, 957–959
- Anttonen, A., Mämmelä, A. und Kotelba, A. (2008):** *Sensitivity of energy detected multilevel PAM systems to threshold mismatch*. In Proc. of IEEE International Conference on Ultra-Wideband (ICUWB).
- Anttonen, A., Mämmelä, A. und Kotelba, A. (2009):** *Error Probability of Energy Detected Multilevel PAM Signals in Lognormal Multipath Fading Channels*. In Proc. of IEEE International Conference on Communications (ICC).
- Atapattu, S., Tellambura, C. und Jiang, H. (2010a):** *Analysis of area under the ROC curve of energy detection*. IEEE Transactions on Wireless Communications, 9 Nr. 3, 1216–1225
- Atapattu, S., Tellambura, C. und Jiang, H. (2010b):** *Performance of an Energy Detector over Channels with Both Multipath Fading and Shadowing*. IEEE Transactions on Wireless Communications, 9 Nr. 12, 3662–3670
- Atapattu, S., Tellambura, C. und Jiang, H. (2011):** *Energy Detection Based Cooperative Spectrum Sensing in Cognitive Radio Networks*. IEEE Transactions on Wireless Communications, 10 Nr. 4, 1232–1241
- Batra, A., Balakrishnan, J., Dabak, A., Gharpurey, R., Lin, J., Fontaine, R. und Ho, J. M. (2004):** *MultiBand OFDM Physical Layer Proposal for IEEE 802.15 Task Group 3a*. MultiBand OFDM Alliance – Technischer Bericht

- Bello, P. (1963):** *Characterization of Randomly Time-Variant Linear Channels*. IEEE Transactions on Communications Systems, 11 Nr. 4, 360–393
- Bober, M., Moorfeld, R. und Jorswieck, E. (2011):** *Performance of Energy Detection in NLOS frequency-selective Fading Channels*. In Proc. of IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Communications (PIMRC).
- Bundesnetzagentur (2008):** *Allgemeinzuteilung von Frequenzen für die Nutzung durch Anwendungen geringer Leistung der Ultra-Wideband-(UWB)-Technologie*.
- Carbonelli, C. und Mengali, U. (2006):** *M-PPM noncoherent receivers for UWB applications*. IEEE Transactions on Wireless Communications, 5 Nr. 8, 2285–2294
- Cassioli, D., Win, M. Z. und Molisch, A. F. (2002):** *The ultra-wide bandwidth indoor channel: from statistical model to simulations*. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 20 Nr. 6, 1247–1257
- Chen, Z. und Zhang, X. (2010):** *A Cooperative Spectrum Sensing Scheme Based on Linear PAC in Cognitive Radio Networks*. In Proc. of IEEE 72nd Vehicular Technology Conf. Fall (VTC-Fall).
- Chong, C.-C. und Yong, S. K. (2005):** *A Generic Statistical-Based UWB Channel Model for High-Rise Apartments*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 53 Nr. 8, 2389–2399
- Commission of the European Communities (2007):** *Commission Decision (2007/131/EC) on Ultra-Wideband Transmission Systems*.
- Dehner, H.-U., Koch, Y., Jäkel, H., Burgkhardt, D., Jondral, F. K., Moorfeld, R. und Finger, A. (2010):** *Narrow-Band Interference Robustness for Energy Detection in OOK/PPM*. In Proc. of IEEE International Communications Conference (ICC).
- Dehner, H.-U., Linde, M., Moorfeld, R., Jäkel, H., Burgkhardt, D., Jondral, F. K. und Finger, A. (2009a):** *A low complex and*

efficient coexistence approach for non-coherent multiband impulse radio UWB. In Proc. of IEEE Sarnoff Symposium.

Dehner, H.-U., Moorfeld, R., Jäkel, H., Burgkhardt, D., Finger, A. und Jondral, F. K. (2009b): *Multiband Impulse Radio – An Alternative Physical Layer for High Data Rate UWB Communication.* Frequenz, 63, 200–204

Dehner, H.-U., Romero, A., Jäkel, H., Burgkhardt, D., Moorfeld, R., Jondral, F. K. und Finger, A. (2009c): *Iterative coexistence approaches for non-coherent multi-band impulse radio UWB.* In Proc. of IEEE International Conference on Ultra-Wideband (ICUWB).

Digham, F. F., Alouini, M. S. und Simon, M. K. (2003): *On the energy detection of unknown signals over fading channels.* In Proc. of IEEE International Conference on Communications (ICC).

Digham, F. F., Alouini, M.-S. und Simon, M. K. (2007): *On the Energy Detection of Unknown Signals Over Fading Channels.* IEEE Transactions on Communications, 55 Nr. 1, 21–24

ECMA (2008): *Standard ECMA-368: High Rate Ultra Wideband PHY and MAC Standard.* online (URL: <http://www.ecma-international.org/publications/standards/Ecma-368.htm>)

FCC (2002): *Report and order, FCC 02-48, Regulation on Ultra-Wideband Transmission Systems.*

Filho, J. C. S. S., Cardieri, P. und Yacoub, M. D. (2005): *Simple accurate lognormal approximation to lognormal sums.* Electronics Letters, 41 Nr. 18, 1016–1017

Foerster, J. R. (2003): *Channel Modeling Sub-committee Report Final.*

Foerster, J. R. und Li, Q. (2002): *UWB channel modeling contribution from Intel.* Intel Corporation (P802.15 02/279SG3a). – Technischer Bericht

- Foerster, J. R., Pendergrass, M. und Molisch, A. F. (2004):** *A Channel Model for Ultrawideband Indoor Communication*. In Mitsubishi Electric Research Laboratory.
- Ghassemzadeh, S. S., Jana, R., Rice, C. W., Turin, W. und Tarokh, V. (2004):** *Measurement and modeling of an ultra-wide bandwidth indoor channel*. IEEE Transactions on Communications, 52 Nr. 10, 1786–1796
- Gishkori, S., Leus, G. und Deliç, H. (2010):** *Energy Detection of Wideband and Ultra-Wideband PPM*. In Proc. of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM).
- Gradshteyn, I. S. und Ryzhik, I. M.; Jeffrey, A. und Zwillinger, D. (Hrsg.) (2007):** *Table of Integrals, Series, and Products*. 7. Auflage. Academic Press
- Hartley, R. V. L. (1928):** *Transmission of Information*. Bell System Technical Journal, 7, 535–563
- Hejazi, M. und Abolhassani, B. (2010):** *Energy detection based spectrum sensing in cognitive radio networks over spatially-correlated channels*. In Proc. of IEEE Symposium Industrial Electronics and Applications (ISIEA).
- Hentilä, L., Tapparungssanagorn, A., Viittala, H. und Hämäläinen, M. (2005):** *Measurement and modelling of an UWB channel at hospital*. In Proc. of IEEE International Conference on Ultra-Wideband (ICU).
- Herath, S., Rajatheva, N. und Tellambura, C. (2011):** *Energy Detection of Unknown Signals in Fading and Diversity Reception*. IEEE Transactions on Communications Nr. 99
- Herath, S. P. und Rajatheva, N. (2008):** *Analysis of Equal Gain Combining in Energy Detection for Cognitive Radio over Nakagami Channels*. In Proc. of IEEE Global Telecommunications Conference (GLOBECOM).
- Herath, S. P., Rajatheva, N. und Tellambura, C. (2009a):** *On the energy detection of unknown deterministic signal over Nakagami*

- channels with selection combining*. In Proc. of Canadian Conference on Electrical and Computer Engineering (CCECE).
- Herath, S. P., Rajatheva, N. und Tellambura, C. (2009b):** *Unified Approach for Energy Detection of Unknown Deterministic Signal in Cognitive Radio Over Fading Channels*. In Proc. of IEEE International Conference on Communications (ICC).
- Hertz, H. (1887):** *Ueber sehr schnelle elektrische Schwingungen*. *Annalen der Physik*, 267, 421–448
- Hjort, N. L. (1988):** *The Eccentric Part of the Noncentral Chi Square*. *The American Statistician*, 42 Nr. 2, 130–132
- Hoepfner, C. H. (1961):** *Pulse communication system*.
- Hoffmann, R. (1998):** *Signalanalyse und -erkennung*. Springer
- Hovinen, V., Hämäläinen, M. und Pätsi, T. (2002):** *Ultra wideband indoor radio channel models: preliminary results*. In IEEE Digest of Papers Ultra Wideband Systems and Technologies.
- Humblet, P. A. und Azizoglu, M. (1991):** *On the bit error rate of lightwave systems with optical amplifiers*. *IEEE/OSA Journal of Lightwave Technology*, 9 Nr. 11, 1576–1582
- Idriss, A., Moorfeld, R., Zeisberg, S. und Finger, A. (2005):** *Performance of Coherent and Non-coherent Receivers of UWB communication*. In Proc. of IFIP International conference on Wireless and Optical Communication Networks (WOCN).
- Johnson, N. L., Kotz, S. und Balakrishnan, N. (1994):** *Continuous Univariate Distributions*. Band 1, 2. Auflage. Wiley
- Kammeyer, K. D.; Bossert, M. und Fliege, N. (Hrsg.) (2008):** *Nachrichtenübertragung*. Vieweg + Teubner
- Karedal, J., Wyne, S., Almers, P., Tufvesson, F. und Molisch, A. F. (2004):** *Statistical analysis of the UWB channel in an industrial environment*. In Proc. of IEEE Vehicular Technology Conference (VTC-Fall).

- Kay, S. M. (1998):** *Fundamentals of Statistical Signal Processing: Detection Theory*. Band 2, Prentice Hall
- Keignart, J. und Danièle, N. (2002):** *Subnanosecond UWB channel sounding in frequency and temporal domain*. In IEEE Digest of Papers Ultra Wideband Systems and Technologies.
- Kostylev, V. I. (2000):** *Characteristics of Energy Detection of Quasideterministic Radio Signals*. Radiophysics and Quantum Electronics, 43, 833–839
- Kunisch, J. und Pamp, J. (2002):** *Measurement results and modeling aspects for the UWB radio channel*. In IEEE Digest of Papers Ultra Wideband Systems and Technologies.
- Lee, W. C. (1997):** *Mobile Communications Engineering: Theory and Applications*. McGraw-Hill, Inc.
- Li, L., Moorfeld, R. und Finger, A. (2011a):** *Bit and power loading for the multiband impulse radio UWB architecture*. In Proc. of 8th Workshop Positioning Navigation and Communication (WPNC).
- Li, L., Moorfeld, R. und Finger, A. (2011b):** *Closed form expressions for the symbol error rate for non-coherent UWB impulse radio systems with energy combining*. In Proc. of 8th Workshop Positioning Navigation and Communication (WPNC).
- Marcum, J. (1950):** *Table of Q Functions*. Santa Monica: U.S. Air Force RAND Research Memorandum M-339
- Maxwell, J. C. (1865):** *A Dynamical Theory of the Electromagnetic Field*. Philosophical Transactions of the Royal Society of London, 155, 459–512
- Mittelbach, M., Moorfeld, R. und Finger, A. (2006):** *Performance of a Multiband Impulse Radio UWB Architecture*. In Proc. of 3rd International conference on mobile technology, applications and systems.

- Molisch, A. F., Cassioli, D., Chong, C.-C., Emami, S., Fort, A., Kannan, B., Karedal, J., Kunisch, J., Schantz, H. G., Siwiak, K. und Win, M. Z. (2006):** *A Comprehensive Standardized Model for Ultrawideband Propagation Channels*. IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 54 Nr. 11, 3151–3166
- Molisch, A. F., Foerster, J. R. und Pendergrass, M. (2003):** *Channel models for ultrawideband personal area networks*. IEEE Wireless Communications Magazine, 10 Nr. 6, 14–21
- Moorfeld, R. und Finger, A. (2009):** *Multilevel PAM with optimal amplitudes for non-coherent energy detection*. In Proc. of Wireless Communications and Signal Processing (WCSP).
- Moorfeld, R., Finger, A., Dehner, H.-U., Jäkel, H. und Jondral, F. K. (2008):** *A Simple and Fast Detect and Avoid Algorithm for Non-Coherent Multiband Impulse Radio UWB*. In Proc. of IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA).
- Moorfeld, R., Finger, A. und Zeisberg, S. (2004):** *High data rate UWB performance with reduced implementation complexity*. In Proc. of IEEE International Symposium on Spread Spectrum Techniques and Applications (ISSSTA).
- Moorfeld, R., Zeisberg, S., Pezzin, M., Rinaldi, N. und Finger, A. (2004):** *Ultra-Wideband Impulse Radio (UWB-IR) Algorithm Implementation Complexity and Performance*. In Proc. of IST Mobile and Wireless Communications Summit.
- Nakagami, M. (1960):** *The m -Distribution, a general formula of intensity of rapid fading*. In Proc. of Statistical Methods in Radio Wave Propagation.
- Nuttall, A. H. (1972):** *Some integrals involving the Q function*. Naval Underwater Systems Center (NUSC) – Technischer Bericht
- Nuttall, A. H. (1974):** *Some integrals involving the Q_M function*. Naval Underwater Systems Center (NUSC) – Technischer Bericht

- Nuttall, A. H. (1975):** *Some integrals involving the Q_M function.* IEEE Transactions on Information Theory, 21 Nr. 1, 95–96
- Pagani, P. und Pajusco, P. (2004):** *Experimental assessment of the UWB channel variability in a dynamic indoor environment.* In Proc. of IEEE International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC).
- Pagani, P. und Pajusco, P. (2006):** *Characterization and Modeling of Temporal Variations on an Ultrawideband Radio Link.* IEEE Transactions on Antennas and Propagation, 54 Nr. 11, 3198–3206
- Paquelet, S. und Aubert, L. M. (2004):** *An energy adaptive demodulation for high data rates with impulse radio.* In Proc. of IEEE Radio and Wireless Conference., 323–326
- Paquelet, S., Aubert, L. M. und Uguen, B. (2004):** *An impulse radio asynchronous transceiver for high data rates.* In Proc. of Joint Conference on Ultrawideband Systems and Technologies Ultra Wideband Systems (UWBST & IWUWBS).
- Petersen, K. B. und Pedersen, M. S. (2008):** *The Matrix Cookbook.* (URL: <http://www2.imm.dtu.dk/pubdb/p.php?3274>)
- Press, S. J. (1966):** *Linear Combinations of Non-Central Chi-Square Variates.* The Annals of Mathematical Statistics, 37 Nr. 2, 480–487
- Proakis, J. G. (2001):** *Digital Communications.* 4. Auflage. McGraw-Hill
- Qiang, L. und Wong, W. S. (2003):** *Measurement and analysis of the indoor UWB channel.* In Proc. of Vehicular Technology Conference (VTC-Fall).
- Rahim, A. (2010):** *Interference Mitigation Techniques to Support Co-existence of Ultra-Wideband Systems.* Dissertation, Technische Universität Dresden
- Rappaport, T. S. (2002):** *Wireless Communications: Principles and Practice.* Prentice Hall

- Rice, S. O. (1944):** *Mathematical analysis of random noise*. Bell System Technical Journal, 23, 282–332
- Saleh, A. A. M. und Valenzuela, R. (1987):** *A Statistical Model for Indoor Multipath Propagation*. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 5 Nr. 2, 128–137
- Schuster, U. G.; Bölcskei, H. (Hrsg.) (2009):** *Wireless Communication over Wideband Channels*. Band 4, Communication Theory. 1. Auflage. Hartung-Gorre, 362
- Shannon, C. E. (1949):** *Communication in the Presence of Noise*. Proc. of the IRE, 37 Nr. 1, 10–21
- Simon, M. K. und Alouini, M.-S. (1998):** *A unified approach to the probability of error for noncoherent and differentially coherent modulations over generalized fading channels*. IEEE Transactions on Communications, 46 Nr. 12, 1625–1638
- Simon, M. K. und Alouini, M.-S.; Proakis, J. G. (Hrsg.) (2000):** *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*. Wiley
- Simon, M. K. und Alouini, M.-S. (2003):** *Some new results for integrals involving the generalized Marcum Q function and their application to performance evaluation over fading channels*. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2 Nr. 4, 611–615
- Simon, M. K. und Alouini, M.-S.; Proakis, J. G. (Hrsg.) (2006):** *Digital Communication over Fading Channels: A Unified Approach to Performance Analysis*. Wiley
- Steiner, C. und Wittneben, A. (2010):** *Low Complexity Location Fingerprinting With Generalized UWB Energy Detection Receivers*. IEEE Transactions on Signal Processing, 58 Nr. 3, 1756–1767
- Stoica, L. (2008):** *Non-coherent energy detection transceivers for Ultra Wideband Impulse radio systems*. Dissertation, Centre for Wireless Communications, Oulu, Finland
- Tesla, N. (1893):** *On Light and Other High Frequency Phenomena*. Journal of the Franklin Institute

- Tse, D. und Viswanath, P. (2005):** *Fundamentals of wireless communication*. Cambridge University Press
- Urkowitz, H. (1967):** *Energy detection of unknown deterministic signals*. Proceedings of the IEEE, 55 Nr. 4, 523–531
- Viittala, H., Hämäläinen, M. und Iinatti, J. (2006):** *Comparative Studies of MB-OFDM and DS-UWB with Co-Existing Systems in AWGN Channel*. In Proc. of IEEE International Conference on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications Symposium (PIMRC).
- Weiner, M. A. (1988):** *Detection probability for partially correlated chi-square targets*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 24 Nr. 4, 411–416
- Witrisal, K., Leus, G., Janssen, G., Pausini, M., Troesch, F., Zawsowski, T. und Romme, J. (2009):** *Noncoherent ultra-wideband systems*. IEEE Signal Processing Magazine, 26 Nr. 4, 48–66
- Zhang, H., Udagawa, T., Arita, T. und Nakagawa, M. (2002):** *A statistical model for the small-scale multipath fading characteristics of ultra wideband indoor channel*. In Proc. of IEEE Digest of Papers Ultra Wideband Systems and Technologies.