

Aspekte der Modellierung des Tragverhaltens von Textilbeton unter biaxialer Beanspruchung

Frank R. Beyer¹, Bernd W. Zastrau²

Zusammenfassung: Zur Bemessung und Simulation von flächigen Textilbetonstrukturen werden Berechnungsmodelle benötigt, die das Materialverhalten unter biaxialer Beanspruchung abbilden können. Für eindimensionale Strukturen existieren einige Modelle, zu deren Weiterentwicklung eine Erweiterung zur Abbildung des biaxialen Materialverhaltens vorgeschlagen wird. In diesem Beitrag werden die notwendigen Erweiterungen und deren Umsetzbarkeit bei der Modellierung diskutiert und bewertet.

Summary: For design and simulation of plane textile reinforced concrete structures mechanical models representing the material behaviour under biaxial loading are necessary. For one-dimensional structures several models were presented in the past. For their further development an extension for biaxial material behaviour is usually proposed. In this paper the required extensions are discussed and their feasibility for modelling is assessed.

1 Einleitung

Zur Bemessung und Simulation von Tragstrukturen aus Textilbeton sind Kenntnisse über das Materialverhalten und mechanische Modelle zu dessen Abbildung nötig. Als Kompositwerkstoff mit ausgezeichneten Bewehrungsrichtungen weist er prinzipiell ein anisotropes und heterogenes Materialverhalten auf. Zudem ist zu unterscheiden, ob das Material durch Druck- oder Zugbeanspruchungen belastet wird (asymmetrisches Materialverhalten). In Bezug auf das Grundkonzept von bewehrtem Beton liegt das Hauptaugenmerk im Folgenden auf dem Zugtragverhalten.

Die bisherigen Modelle zur Beschreibung und Simulation des Zugtragverhaltens von Textilbeton basieren im Wesentlichen auf einer eindimensionalen Modellvorstellung. Diese sind in der Lage, das Verhalten entsprechender Bauteile zuverlässig zu simulieren. Allerdings ist die

¹ Dipl.-Ing., Institut für Mechanik und Flächentragwerke, TU Dresden

² Prof. Dr.-Ing. habil., Institut für Mechanik und Flächentragwerke, TU Dresden

Anwendungsbreite dieser Modelle stark begrenzt, da sie ausschließlich für einaxiale Belastung sowie zumeist lastparallele Bewehrung anwendbar sind. Somit sind die unmittelbaren Anwendungsgebiete auf Zugglieder und Zugzonen(-verstärkungen) biegebeanspruchter Balken beschränkt. Nicht selten wird angegeben, dass diese entwickelten einaxialen Modelle – lediglich unter Einarbeitung kleinerer Erweiterungen – auch die Beschreibung allgemeiner Fälle, so auch zwei- und dreidimensionale Strukturen, ermöglichen [3],[8],[11]. In der folgenden Abhandlung wird diese These untersucht. Dabei werden die ursprünglichen Grundannahmen der eindimensionalen Modellvorstellung auf deren Statthaftigkeit bei höherdimensionalen Problemen überprüft. Dabei soll es für diese Untersuchung genügen, sich zunächst auf vorwiegend zweidimensionale Probleme zu beschränken, da die meisten Anwendungsfälle von Textilbeton in Form flächiger Strukturen zu sehen sind. Als Beispiele können hierfür Schalentragerwerke oder deren Verstärkungen sowie alle scheibenartigen Bauteile wie Zugzonenverstärkungen zweiachsig gespannter Platten oder auch Querkraftverstärkungen von Balken genannt werden.

2 Grundannahmen eindimensionaler Modelle als Ausgangssituation

Der Beton als druckfester, aber kaum zugfester Baustoff reißt unter baupraktisch relevanten Zugbeanspruchungen. Die Vorstellung eines Materialausschnitts, der durch eine Zugbeanspruchung zerstört wird, ist in Bild 1(a) dargestellt. Der Riss bildet sich hierbei senkrecht zur Richtung der Zugbeanspruchung aus, wobei eine Separation der Bruchstücke in Beanspruchungsrichtung möglich wird. Durch die Ergänzung zugfester Materialien in Form einer Bewehrung mit entsprechender Anordnung kann eine nennenswerte Zugtragfähigkeit des damit entstandenen Verbundmaterials erreicht werden. Zweckmäßigerweise erfolgt diese Anordnung im dargestellten Fall parallel zur Beanspruchungsrichtung – oder, sicherlich besser interpretiert, senkrecht zur potentiellen Richtung der Risse, die in Ihrer Entstehung behindert oder gegebenenfalls überbrückt werden sollen, vgl. Bild 1(b). Ausgehend von diesen Überlegungen ist der Weg zu einem mechanischen Modell durchaus überschaubar. Neben der Repräsentation von Matrix und Bewehrung selbst ist die Modellierung derer Interaktionen nötig. Im Bereich eines aufgehenden Risses, wo über die Rissflanken des Betons keine nennenswerten Spannungen mehr übertragen werden können, erfolgt die Lastübertragung durch die Bewehrung. Dazu muss diese Last, die im ungerissenen Bereich auch bzw. hauptsächlich vom Beton getragen wird, im Rissbereich vollständig auf die Bewehrung übertragen werden. Im Modell wird dies durch Schubspannungen zwischen Bewehrung und Matrix umgesetzt. Dieser Übertragungsbereich wird als Interphase bezeichnet. Zudem treten zwischen Bewehrung und Matrix zwangsläufig Relativverschiebungen auf, sobald der Riss eine Breite aufweist. Diese Relativverschiebungen werden üblicherweise als Schlupf bezeichnet. In Bild 2 sind diese Mechanismen dargestellt; die Relativverschiebungen sind durch die Verbindungslinien zwischen Matrix und Bewehrung kenntlich gemacht, die übertragenen Schubspannungen sind mit τ eingetragen.



- (a) Materialausschnitt unbewehrten Betons unter Zugbeanspruchung mit ungehinderter Rissöffnung
- (b) Materialausschnitt bewehrten Betons unter Zugbeanspruchung mit Überbrückung des Risses
- (a) section of plain concrete under tensile loading with unopposed crack opening
- (b) section of reinforced concrete under tensile loading with crack bridging

Bild 1: Illustration der Grundüberlegungen zur Modellierung zugbeanspruchten Textilbetons

Fig. 1: Illustration of basic considerations for modeling tensile loaded TRC

Nun ist es gängig, zwischen den übertragbaren Schubspannungen und der Größe des Schlupfes eine Abhängigkeit vorauszusetzen, die als Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung bezeichnet wird. Anhand experimentell bestimmter Auszugskraft-Auszugsweg-Beziehungen lässt sich diese Beziehung indirekt bestimmen, indem eine angenommene Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung solange variiert wird, bis die damit errechnete Kraft-Weg-Abhängigkeit mit der experimentell ermittelten übereinstimmt. Als Ergebnis wird hierfür zumeist eine nichtlineare Beziehung erhalten [8]. Dieses Vorgehen setzt natürlich voraus, dass das mechanische Modell zutreffend ist.

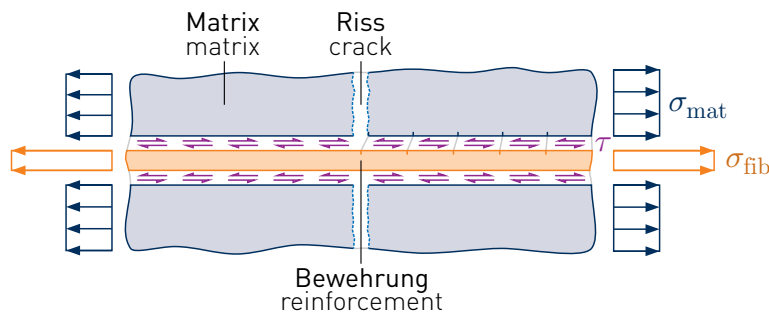


Bild 2: Illustration der Bestandteile und Interaktionen üblicher eindimensionaler mechanischer Modelle für die Berechnung von gerissenen Textilbetonbauteilen unter Zugbeanspruchung

Fig. 2: Illustration of the components and their interactions of established mechanical models for the calculation of cracked TRC elements under tensile loading

Aufbauend auf diesem Grundmodell werden in der Literatur zahlreiche Verfeinerungen vorgestellt. Insbesondere die Verwendung von Rovings als Bewehrungselemente, die als Multifilamentgarne einen inhomogenen Aufbau aufweisen, erfordert weiterreichende Beachtung. Vor allem die Auflösung des kompakten Roving in viele Einzelfilamente, die untereinander wiederum über Interphasen gekoppelt sind, kommt der realen Situation deutlich näher, steigert allerdings den Rechenaufwand beträchtlich. Um dem Problem zu entgegnen, gibt es An-

sätze, ein effektives Rovingverhalten anhand von Faserbündelmodellen, Schichtenmodellen oder Experimenten zu ermitteln, um dieses in einem einfachen Modell entsprechend Bild 2 zu implementieren (u.a. [3],[7],[8],[11]). Beschrieben wird dieses effektive Rovingverhalten oftmals durch Kraft-Verschiebungs-Beziehungen von Rovingauszugsversuchen, die jedoch von vielen versuchsspezifischen Faktoren bestimmt werden, wie beispielsweise der Querschnittsform, Querschnittsfläche, Bewehrungsmaterial sowie Art und Intensität der Beschichtung und Imprägnierung des Roving, dessen Einbindelänge usw. Somit erweist sich eine allgemeingültige Anwendung der auf diese Weise gewonnenen Beziehungen als schwierig. Gleichwohl konnten für diese Fälle durchaus gute und realitätsnahe Berechnungsergebnisse erzielt werden.

Zur angedachten Erweiterung dieser Modelle auf mehrdimensionale Probleme existiert die These, dass zur Abbildung eines orthogonal bewehrten Probekörpers mit koaxialen Beanspruchungsrichtungen entsprechend der Anzahl der Dimensionen eindimensionale Modelle überlagert werden können. Wenngleich auch dies nur den simpelsten Spezialfall darstellen würde, setzt diese These voraus, dass sich zugehörig zu jeder Beanspruchungsrichtung ein dazu senkrecht, von den anderen Beanspruchungen und Rissbildungen unabhängiges Rissbild einstellt. Interaktionen jedweder Art müssten demnach ohne nennenswerten Einfluss sein.

3 Experimenteller Zugang

Während der mehrdimensionalen mechanischen Modellierung von Textilbeton noch keine vergleichbar intensive Aufmerksamkeit zukam, wurden im Rahmen der Sonderforschungsbereiche 528 und 532 experimentelle Untersuchungen zum biaxialen Zugtragverhalten durchgeführt. Die hierfür hergestellten scheibenartigen, rechteckigen Probekörper wurden zunächst – in Anlehnung an die einführende Argumentation – mit einer Bewehrung parallel zu den vorgesehenen äußeren Belastungsrichtungen versehen. Die Probekörper, deren experimentelle Ergebnisse im Nachfolgenden zur Diskussion herangezogen werden sollen, werden in [1] und [5] detailliert beschrieben. In Bild 3 ist der wesentliche Überblick zur Geometrie der 8 mm dicken Probekörper gegeben. In Bild 4 sind für verschiedene Lastverhältnisse die Probekörper nach Ende der Belastung dargestellt. In den unvergrößerten Ausschnitten gemäß Bild 3 sind die Versagensrisse deutlich zu erkennen. Das abgeschlossene Rissbild abseits der Versagensrisse ist in den darunter stehenden 7-fach vergrößerten Ausschnitten dargestellt. Bei der Betrachtung der Rissbilder ist festzustellen, dass ein orthogonales Raster der Risse, welches senkrecht zu den äußeren Beanspruchungen und der Bewehrungsrichtungen verläuft, durchaus vorherrschend ist, wenngleich auch eine Vielzahl unregelmäßiger Risse sichtbar ist. Werden die unregelmäßigen Risse vernachlässigt und wird von einem ideal orthogonalen Rissbild ausgegangen, so wäre dies ein Anzeichen dafür, dass in der Tat zwei voneinander unabhängige eindimensionale Modelle für die beiden Richtungen überlagert werden können. In Bild 5 sind für verschiedene Größenverhältnisse der in den beiden Richtungen eingetragene

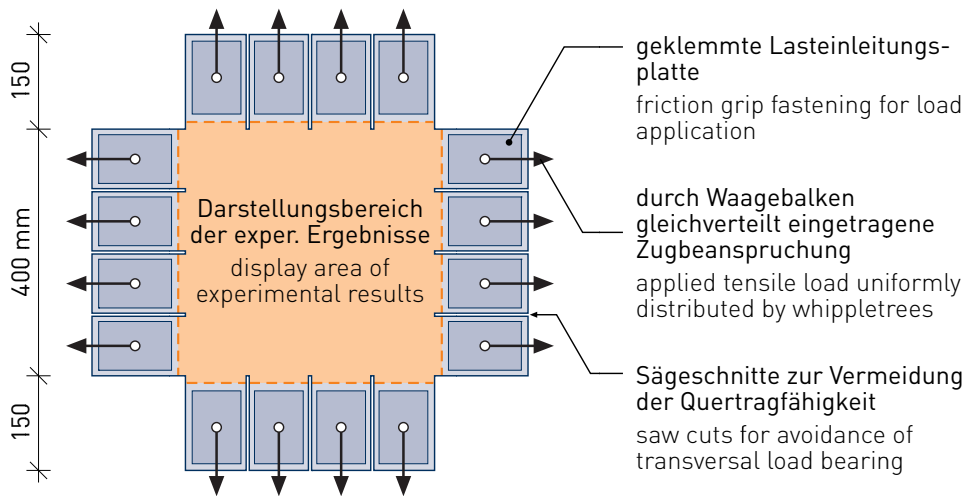


Bild 3: Probekörpergeometrie nach [5] mit Kennzeichnung des in Bild 4 dargestellten Ausschnitts

Fig. 3: Specimen geometry from [5] with specification of the displayed area in fig. 4

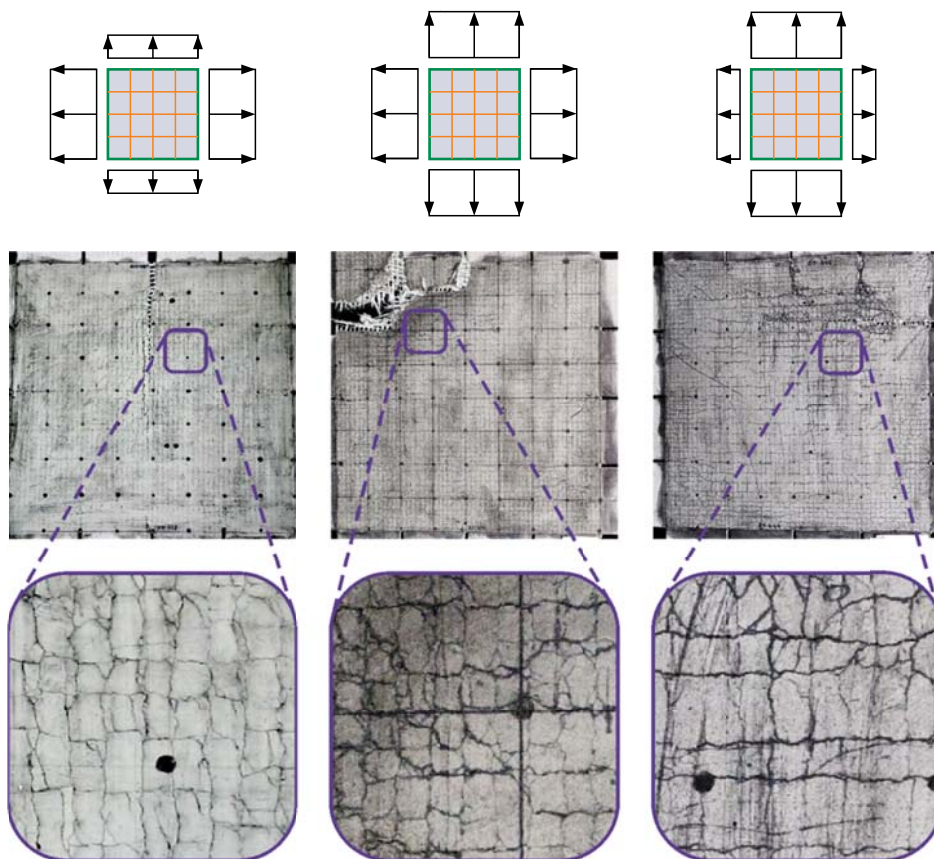


Bild 4: Experimentelle Untersuchungsergebnisse zweiachsig gespannter Textilbetonscheiben mit orthogonaler Bewehrungsführung parallel zu den äußeren Beanspruchungen nach [5]

Fig. 4: Experimental results of the investigation of biaxially stressed TRC discs with orthogonal reinforcement alignment parallel to the directions of the applied loads from [5]

nen Belastungen, also unterschiedliche Belastungspfade, die experimentellen Ergebnisse dargestellt. Die Schattierungen geben richtungsweise den Risszustand an, wobei die Zuordnung der Risse zu einer ursächlichen äußeren Beanspruchung allerdings als empirisch anzusehen ist. Gleichwohl ist aus dem Vergleich der Bruchzustände zu entnehmen, dass die Bruchlast einer Richtung mit zunehmender Querbeanspruchung abnimmt, wodurch klar wird, dass eine unabhängige Behandlung beider Richtungen durch zwei eindimensionale Modelle dies nicht abbildet. Sofern die Größenordnung dieser Abweichung allgemeingültig gering wäre, so könnte unterstellt werden, dass für eine Näherungslösung darauf verzichtet werden kann. An dieser Stelle sei darauf hingewiesen, dass damit jedoch auch nur ein Spezialfall gelöst worden wäre. Im Folgenden wird diese Bemerkung näher erörtert.

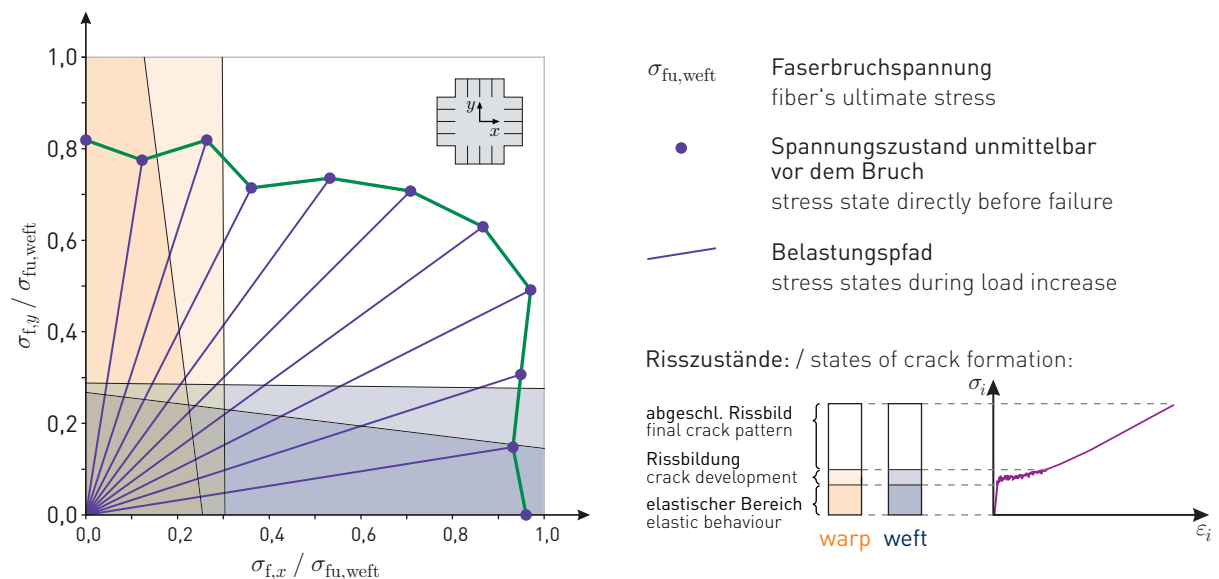


Bild 5: Lastpfade und Bruchspannungszustände bei verschiedenen Belastungsverhältnissen nach [5]

Fig. 5: Stress states during load increase and ultimate stress states at various load ratios from [5]

4 Allgemeiner Fall

4.1 Mehraxialer Spannungszustand

Eine grundlegende Tatsache und zugleich Schwierigkeit ist, dass bei einer Erweiterung von einer eindimensionalen Modellierung, bei welcher nur eine einzige Richtung existiert, bereits im zweidimensionalen Fall nicht nur zwei sondern so gesehen unendlich viele Richtungen existieren. Auf diese Weise können hierbei Effekte auftreten, die bei eindimensionaler Betrachtung ohne jede Bedeutung sind. Zwei wesentliche Erkenntnisse unter Berücksichtigung dessen werden anhand eines beliebigen Anwendungsbeispiels nachfolgend aufgezeigt.

Bild 6 zeigt als willkürliches Beispiel für einen allgemeinen Fall eine allseitig gelenkig gelagerte, schiefe Platte, welche an der Unterseite durch eine dünne Textilbetonschicht verstärkt wurde. Für diese unterseitige Verstärkungsschicht, deren Belastung vorwiegend biaxial ist, wurden die im rechten Teil abgebildeten Trajektorien der Hauptnormalspannungen im elastischen Zustand berechnet.

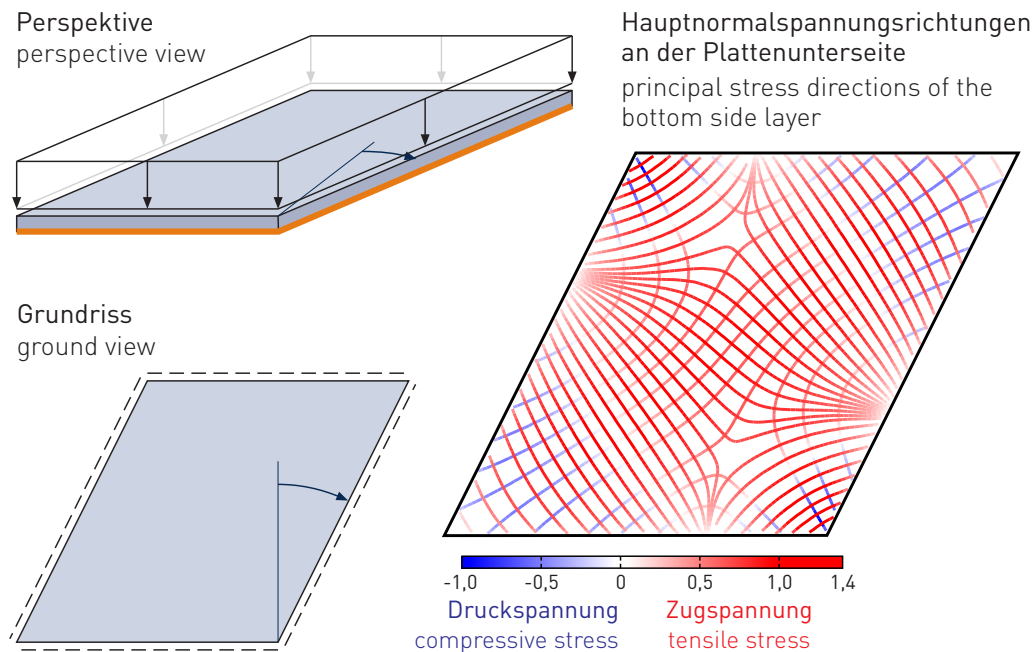


Bild 6: Zweiachsialer Spannungszustand in einer unterseitigen Textilbetonverstärkungsschicht einer schiefen Platte mit allseitig gelenkiger Lagerung

Fig. 6: Biaxial stress state in a TRC strengthening layer at the bottom side of a skew plate simply supported at all edges

Aus der Betrachtung dieser Verläufe der Hauptnormalspannungsrichtungen lassen sich zwei wesentliche Haupterkenntnisse gewinnen. Auf den ersten Blick ist festzustellen, dass sich die Richtungen der Hauptnormalspannungen kontinuierlich verändern. Die gängigen textilen Strukturen, die zur flächigen Bewehrung vorgesehen sind, werden hingegen aus geradlinig verlaufenden Rovings hergestellt, die dementsprechend nicht den Hauptnormalspannungsrichtungen folgen, sodass sich ihre Richtungen von diesen unterscheiden. Nun existiert theoretisch die Möglichkeit, durch eine Art Einzelanfertigung, die Rovings in den Richtungen des Trajektoriennetzes anzuordnen, um diese Abweichungen zu vermeiden. Dem ist allerdings entgegenzuhalten, dass die Verläufe der Hauptspannungsrichtungen im Allgemeinen lastfallabhängig sind. Beispielsweise würden Teilflächenbelastungen auch in diesem Beispiel andere Hauptspannungsrichtungen zur Folge haben, als die exemplarisch verwendete Volllast. Somit ist per se keine allgemeingültig optimale Anordnung der Bewehrung möglich. Daraus ergibt sich die Schlussfolgerung, dass geringe bis große Abweichungen zwischen Hauptbeanspruchungsrichtungen und Bewehrungsorientierung grundsätzlich zu beachten sind.

4.2 Experimentelle Erkenntnisse

Nachdem in Abschnitt 3 die Ergebnisse experimenteller Untersuchungen an Probekörpern mit Bewehrungsrichtungen parallel zu den äußeren Belastungen gezeigt und diskutiert wurden, zeigt Bild 7 nun bei gleichartiger Belastung einen Vergleich von Probekörpern mit Bewehrungen verschiedener Neigungswinkel.

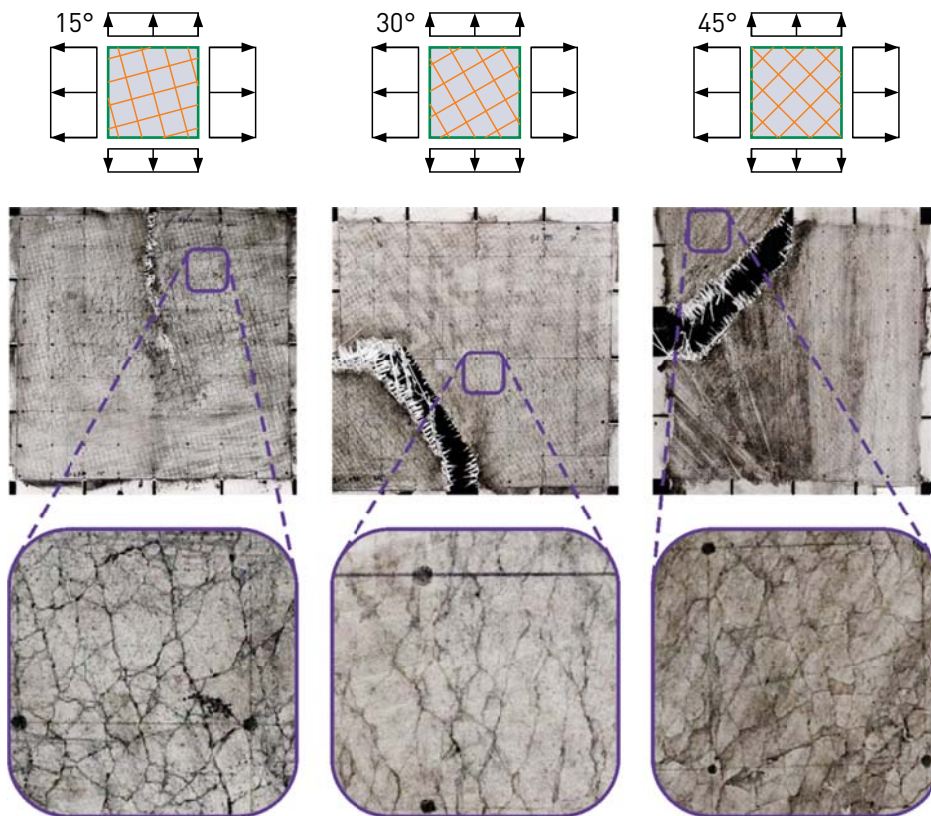


Bild 7: Experimentelle Untersuchungsergebnisse zweiachsig gespannter Textilbetonscheiben mit Bewehrungsrichtungen abweichend von den äußeren Beanspruchungen nach [1],[5]

Fig. 7: Experimental results of the investigation of biaxially stressed TRC discs with a reinforcement alignment deviating from the directions of the applied loads from [1],[5]

Im Falle einer ungedrehten Bewehrung (vgl. hierzu Bild 4 links) können wie bereits besprochen direkt Zusammenhänge zwischen Rissrichtungen, Bewehrungsorientierung und äußerer Beanspruchung interpretiert werden. Standardargument ist hierbei die schlechte bis praktisch nicht existente Quertragfähigkeit der Rovings, die für Beanspruchungen in Querrichtung faktisch ein Loch im Betonquerschnitt darstellen, so dass die damit verbundene Querschnittschwächung zur Lokalisierung von Rissen an diesen Stellen führt. Bei zunehmender Deviation der Richtungen der äußeren Beanspruchung und der Bewehrung verfließt diese scheinbare Klarheit. Während bei einer Drehung von 15° noch der Trend festgestellt werden kann, dass sich eine vorherrschende Rissrichtung entlang von Rovings „quer“ zur Hauptbe-

anspruchungsrichtung einstellt, ist diese Interpretation weder in der orthogonalen Richtung noch grundsätzlich bei größeren Drehungen zutreffend. Besondere Betonung sollte finden, dass anhand dieser Ergebnisse kein Übergang von Rissen entlang der Bewehrung zu Rissen senkrecht zu den äußeren Belastungsrichtungen stattfindet. Bei der Betrachtung der Ergebnisse mit den Winkelabweichungen von 30° und 45° können zwar Scharen von Rissen mit untereinander sehr ähnlicher Orientierung wahrgenommen werden, allerdings entsprechen diese weder den Richtungen der Bewehrung noch denen der eingetragenen Lasten.

4.3 Resultierende Untersuchungsschwerpunkte

Aus den Beobachtungen und Erkenntnissen in vorigen Abschnitt lassen sich zwei wesentliche Fragestellungen ableiten.

- 1) Im Falle, die Rissrichtungen seien bekannt: wie wirken sich Neigungen der Rovings bezüglich der Rissöffnungsrichtung auf deren Tragfähigkeit bei der Rissüberbrückung aus?
- 2) Lassen sich denn die Rissrichtungen für eine diskrete Modellierung von vornherein prognostizieren? Andernfalls wäre ein einfaches diskretes Roving-Matrix-Modell, wie es für den eindimensionalen Fall geschildert wurde, nicht umsetzbar, da dafür die Kenntnis der Rissrichtung eine Grundvoraussetzung ist.

Im folgenden Abschnitt werden Ansätze und Beiträge zur Klärung dieser Fragestellungen gezeigt und diskutiert. Sie stellen den Stand laufender Untersuchungen dar und sind bisher nicht abgeschlossen.

5 Modellierungsaspekte und -ansätze

5.1 Zum Einfluss der Deviation von Bewehrungs- und Rissöffnungsrichtung

Weichen die Richtungen von Bewehrung und Rissöffnung voneinander ab, dann treten gegenüber einer eindimensionalen Rissmodellierung einige Effekte zusätzlich auf, die sich teilweise nachteilig auf die Tragfähigkeit auswirken und das Verbundverhalten beeinflussen können. In Bild 8(a) sind die wichtigsten schematisch dargestellt. Vom eindimensionalen Verbundmodell (vgl. Bild 2) bekannt ist prinzipiell die Wirkung von Verbundspannungen oder Reibung zwischen Roving und Matrix. Durch die Richtungsänderung des Roving treten Umlenkkräfte auf, die zu Querpressung zwischen Roving und Matrix führen. Da bei dem Auszug der Faser Relativverschiebungen auftreten, ist auch eine abrasive Wirkung der Matrixkontaktfläche auf die anliegenden Filamente nicht auszuschließen. In jedem Fall ist von einer insgesamt höheren Beanspruchung der Filamente durch die zusätzlich eingetragene Querpressung auszugehen. Auf der gegenüberliegenden Seite des Roving-Matrix-Verbundes

kommt es zur Ablösung des Roving von der Matrix aufgrund dessen praktisch nicht existenter Quersugtragfähigkeit. Je nach Intensität der Imprägnierung des Roving können die Filamente mehr oder weniger aneinander entlanggleiten. Bei idealem Verbund wäre der Roving als Kompaktquerschnitt mit ausgeprägten Biegespannungen zu behandeln, bei geringem Verbund jedoch ist der dargestellte Fall des Gleiten der Filamente untereinander anzunehmen.

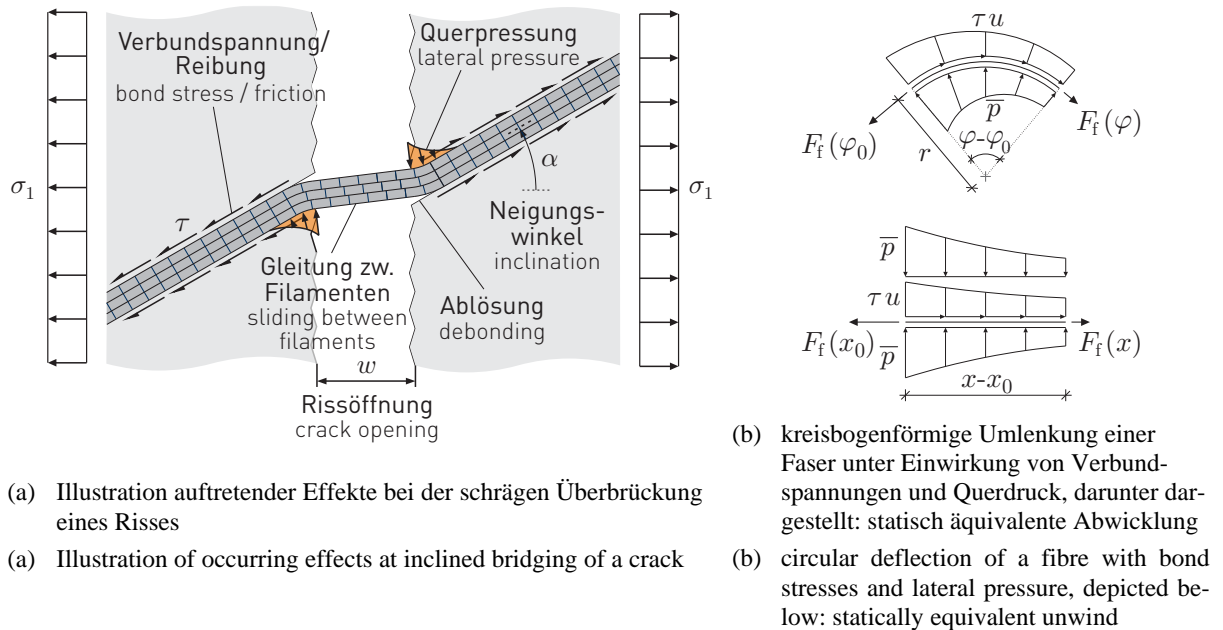


Bild 8: Illustration der Effekte bei schräger Rissüberbrückung mit idealisierter Rovingumlenkung

Fig. 8: Illustration of effects at inclined crack bridging with idealized deflection model of a fibre

Neben der Beeinträchtigung der Rovingtragfähigkeit ist der auftretenden Querpressung auch eine positive Auswirkung beizumessen. Beispielsweise begünstigt bei Stabendverankerungen im Stahlbetonbau Querdruck die Verankerungswirkung. Auch bei Reibflächenkontakten führen höhere Pressungen der Fuge bekanntlich zu höheren übertragbaren Schubspannungen. Demnach ist auch bei einer Rovingumlenkung dieser Aspekt zu bedenken. In Bild 1(b) ist der Umlenkungsbereich einer Faser dargestellt, auf welche in Abhängigkeit von der Querpressung \bar{p} (bzw. $\bar{\sigma}$ ohne Bezug auf die Einwirkungsbreite b_f) Verbundspannungen τ über den im Verbund liegenden, wirksamen Umfang u eingetragen werden. Vereinfachend wurde dabei die Krümmung in diesem Bereich konstant angenommen. Anhand der darunter dargestellten statisch äquivalenten Abwicklung kann die Gleichgewichtsbedingung

$$\Sigma H = 0 = -F_f(x_0) + F_f(x) + \int_{x_0}^x \tau(\bar{\sigma}(\tilde{x})) u \, d\tilde{x} \quad (1)$$

formuliert werden. Für die Verbundspannungen wird basierend auf einem Grundwert τ_0 der übertragbaren Schubspannung ohne Querpressung eine mit zunehmender Querpressung line-

are Steigerung angesetzt. Der bisweilen unbekannte Anstieg wird zunächst formal durch einen Faktor $k_{\bar{\sigma}}$ beschrieben:

$$\tau(\bar{\sigma}(x)) = \tau_0 + k_{\bar{\sigma}} \bar{\sigma}(x). \quad (2)$$

Unter Voraussetzung der Bekanntheit der Faserkraft F_f an einem Ende ($x = x_0$) des Umlenkweges lässt sich damit die Lösung für die Faserkraft am gegenüberliegenden Ende (Stelle x) ermitteln und angeben mit

$$F_f(x) = -\tau_0 r b_f k_{\bar{\sigma}}^{-1} + (F_f(x_0) + \tau_0 r b_f k_{\bar{\sigma}}^{-1}) e^{-\frac{u k_{\bar{\sigma}}}{r b_f} (x-x_0)}. \quad (3)$$

In einem analytischen Modell kann hiermit der veränderliche Faserkraftverlauf unter Berücksichtigung erhöhter übertragbarer Schubspannungen berücksichtigt werden. Es ist allerdings anzumerken, dass der Erhöhung der übertragbaren Verbundspannungen die Ablösungen des Roving von der gegenüberliegenden Matrixkontaktzone mit einer Verringerung des Verbundumfangs entgegenwirken.

Ein für diese Betrachtung erforderlicher Anfangswert $F_{f\alpha}$ der Faserkraft im ungerissenen Bereich mit schlupffreiem Verbund kann in Abhängigkeit des Winkels α zwischen den Richtungen der Bewehrung und äußeren Beanspruchung F (in Bild 9(a) wirkend in x_3 -Richtung) durch eine Dehnungstransformation (nach [11]) ermittelt werden. Es sollen dabei unter Bezugnahme auf Bild 9(a) gelten für die Faser-Normalkraft

$$F_{f\alpha} = \sigma_{f\alpha 3} A_{f\alpha} \quad (4)$$

und für die äußere Belastung

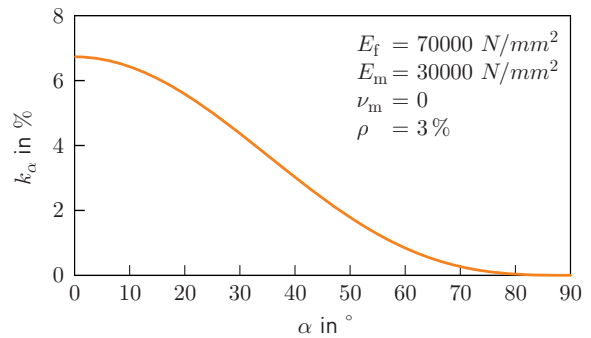
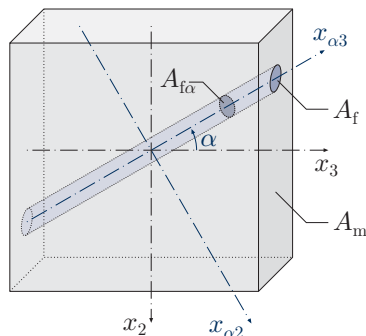
$$F = \sigma_3 (A_f + A_m). \quad (5)$$

Die Faser-Normalkraft wird durch einen Verhältniswert $k_\alpha = F_{f\alpha}/F$ beschrieben und ergibt sich als Ergebnis der Transformation zu

$$k_\alpha = \frac{(1+\nu_m)(2\nu_m-1)^2 \cos^3 \alpha \rho}{2\nu_m \left(2\nu_m(\nu_m-1) - \frac{E_m}{E_f} + 1 \right) \rho + (1-2\nu_m)(1-\nu_m) \left((1-\rho) \frac{E_m}{E_f} + \rho \right)} \quad (6)$$

mit ν_m Querdehnzahl des Matrixmaterials,
 E_m, E_f Elastizitätsmodul von Matrix- und Fasermaterial,
 ρ Faservolumengehalt.

Die Darstellung dieser Beziehung über einen Winkelbereich von 0° bis 90° führt zu dem Verlauf in Bild 9(b). Eine Implementierung dieser Beziehungen in ein semi-analytisches Modell zur Simulation des Faserverhaltens bei schräger Rissüberbrückung wird in [2] beschrieben. Alternativ zu Ansätzen, die schräge Rissüberbrückung mit einfachen (semi-)analytischen Modellen zu untersuchen, kommen numerische Methoden infrage. Anhand eines ebenen Modells wurden zunächst Tastversuche zur Auswirkung der Deviation zwischen Bewehrungs- und Rissöffnungsrichtung unternommen. Dabei wurde der Roving mit 16 Schichten zur Re-



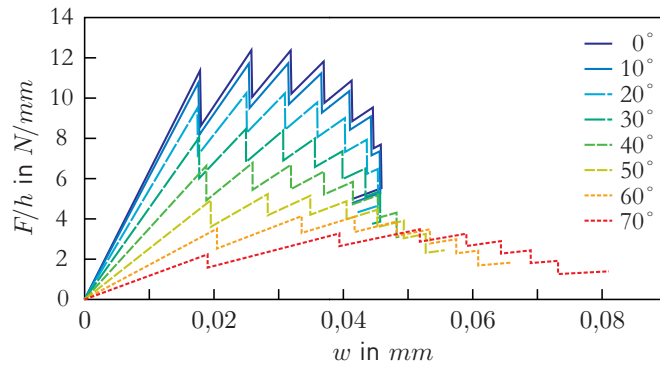
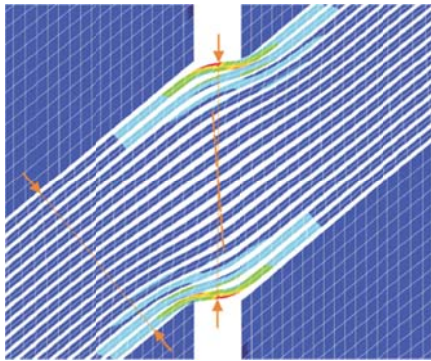
- (a) Materialausschnitt ungerissenen Betons mit eingebundener Faser im schlupffreien Verbund
 (a) section of uncracked concrete with an embedded fibre and bond free of slip
- (b) Faser-Normalkraft in Abhängigkeit der Orientierung und Größe der äußeren Belastung F
 (b) fibre's normal force as a function of its orientation and the amplitude of the applied load F

Bild 9: Bestimmung der Faser-Normalkraft im elastischen Verbundbereich

Fig. 9: Determination of the fibre's normal force in an elastic bond area

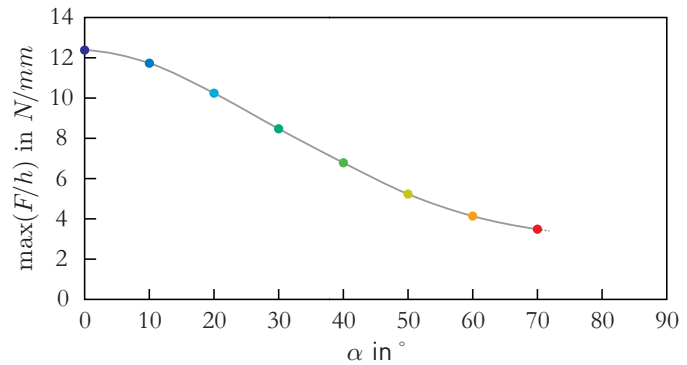
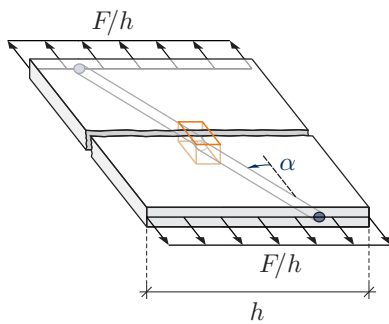
präsentation einzelner Filamente modelliert. Die Interphasen zwischen Matrix und Randfilamenten sowie zwischen den Filamenten untereinander wurden durch vergleichsweise weiche, zunächst als elastisch angenommene Schichten abgebildet. Die Ergebnisse in Bild 10(a) zeigen deutliche Beanspruchungskonzentrationen bei den Randfilamenten. Zudem ist der Effekt der Gleitung der Filamente (vgl. Bild 8(a)) anhand der Schiefstellung des Querschnitts beobachtbar, was im Bild durch eine eingetragene Linie verdeutlicht wurde. Durch Trennen der Verbindung der Filamente in Rissmitte bei Erreichen der Filamentbruchspannung von hierbei 2000 N/mm^2 wurde das sukzessive Versagen der Filamente simuliert. Die resultierenden Last-Rissöffnungs-Beziehungen des Materialausschnitts in Bild 10(c) sind für verschiedene Neigungswinkel in Bild 10(b) dargestellt, wobei die Kurven unmittelbar vor dem Reißen der letzten Filamentschicht enden. Die darin jeweils maximal übertragbaren Lasten sind in Bild 10(d) über die Winkel abgetragen. Die vereinfachende Annahme elastischen isotropen Materials der Interphasen verursacht den Trend, dass die Kurve bei 90° nicht gegen Null verläuft. Bei großen Winkeln bewirkt die im Modell vorhandene Zugtragfähigkeit der Interphasen eine zunehmende Verfälschung der Ergebnisse.

Zur Verbesserung dieses Modells existieren verschiedene Ansatzpunkte. Das bisweilen linear elastisch und isotrop modellierte Interphasenmaterial wurde zur realistischeren Abbildung durch ein kohäsives Materialgesetz ersetzt. Zur Umsetzung im Finite-Elemente-Modell stand die Verwendung von Kohäsivelementen oder oberflächenbasierten Kohäsivzonen zur Wahl. Das hierfür verwendete anisotrope Materialgesetz ermöglicht Ablösungen der Filamente und kann das nichtlineare Verbundspannungs-Schlupf-Verhalten abbilden. Zur Berücksichtigung des sukzessiven Filamentversagens wurden die entsprechenden Elemente zur Repräsentation der Filamente im Sinne der erweiterten Finite-Elemente-Methode [9] (XFEM) angereichert,



- (a) Modellausschnitt mit Darstellung der größten Hauptnormalspannung, Ausschnitt vgl. (c)
- (a) detail of the numerical model with visualization of maximum principal stresses, section highlighted in (c)

- (b) Beziehung zwischen Rissöffnung und übertragener Last für verschiedene Neigungswinkel
- (b) Relation between crack opening and transferred load for various inclination angles



- (c) Illustration des numerischen Modells, in (a) dargestellter Bereich gekennzeichnet
- (c) Illustration of the numerical model, the section shown in (a) is highlighted in the middle

- (d) Maximal übertragbare Last in Abhängigkeit des Neigungswinkels, Auftragung der Peaks in (b) über den Winkel
- (d) Maximum transferrable load depending on the inclination angle, plot of the peaks of (b) over the inclination

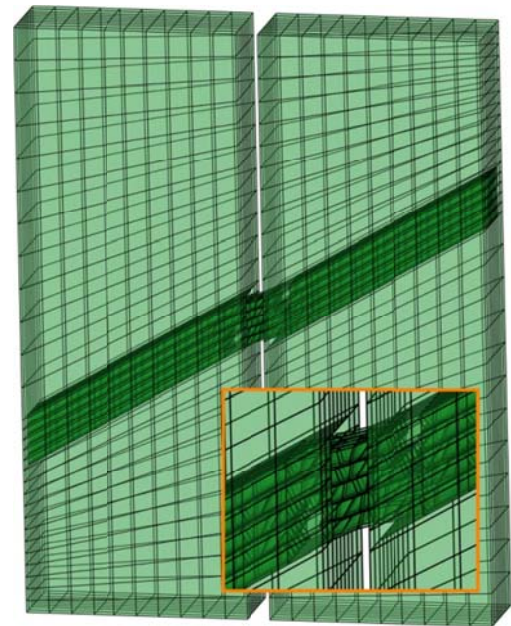
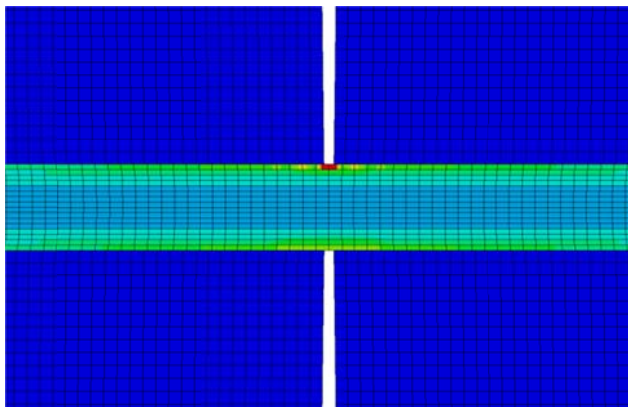
Bild 10: Numerische Untersuchung der Kraftübertragungskapazität von geneigt rissüberbrückenden Rovings anhand eines ebenen Modells

Fig. 10: Numerical investigation of the load transfer capacity of rovings bridging a crack at various inclining angles using a plane model

um Filamentversagen in der Simulation in Form von Verschiebungsdiskontinuitäten zu berücksichtigen, ohne während der Berechnung Änderungen am Modell vornehmen zu müssen. Als Versagenskriterium wurde hierbei die größte Hauptnormalspannung herangezogen, bei deren Erreichen der Faserbruchspannung der Riss an der entsprechenden Stelle eintritt.

In Bild 11 sind zwei erweiterte Modellierungen dargestellt. In beiden Fällen sind die Filamente durch angereicherte 8-Knoten Volumenelemente modelliert. In Bild 11(a) wurden die Filamente untereinander und an die Matrix durch oberflächenbasierte Kohäsivzonen gekop-

pelt, was gegenüber der Verwendung diskreter Kohäsivelemente Vorzüge bei der Netzgenerierung bietet. Als Erstversuch wurde das Modell wie dargestellt ohne Rovingneigung generiert. Die Berechnung lieferte bisweilen jedoch nur unzufriedenstellende Ergebnisse, da die Nichtlinearitäten und Diskontinuitäten nach dem Auftreten des ersten Filamentrisses Verringerungen der Verschiebungsinkremente fordern, deren Größe gegen Null geht und somit die Berechnung praktisch zum Stillstand geführt wird.



- | | |
|--|--|
| (a) Ansicht eines FE-Modells mit Kohäsivzonen und angereicherten XFEM-Elementen für die Filamente, größte Hauptnormalspannungen bei Berechnungsende | (b) Dreidimensionales Modell mit über Kohäsivelemente gekoppelten Filamenten und angereicherten XFEM-Elementen für die Filamente |
| (a) View of a FE model with cohesive surfaces and enriched XFEM elements for the filaments, maximum principal stresses at termination of the calculation | (b) Three-dimensional model with coupling of the filaments via cohesive elements and enriched XFEM elements for the filaments |

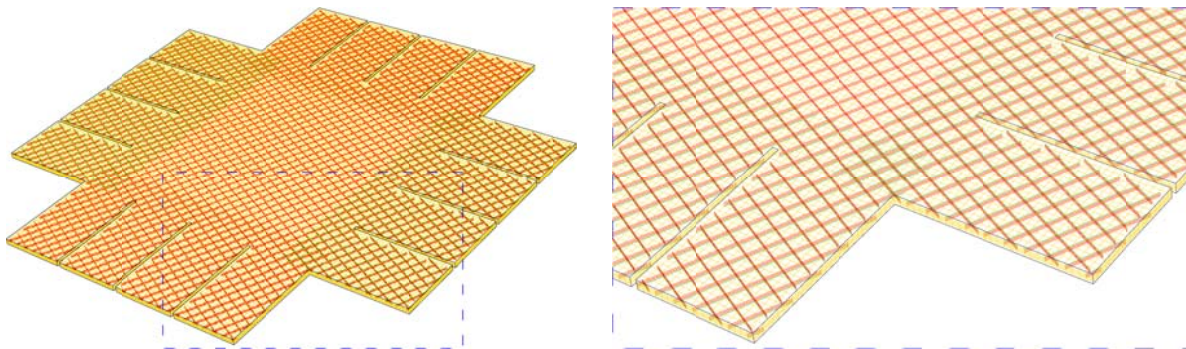
Bild 11: FE-Modelle zur Simulation schräger Rissüberbrückung mit sukzessivem Filamentversagen

Fig. 11: FE models for the simulation of inclined crack bridging including successive filament failure

Bei der zweiten dargestellten Modellierung in Bild 11(b) wurden diskrete Kohäsivelemente verwendet. Die Berechnung verläuft weniger problematisch als bei der zuvor besprochenen Variante, jedoch erscheinen die Stellen auftretender Risse in den Filamenten wenig plausibel, wie es der Ausschnittsvergrößerung zu entnehmen ist. Es ist augenblicklich noch unklar, was hierfür als Ursache zu sehen ist und dementsprechend zur Vermeidung unternommen werden kann.

5.2 Zur Prognose der Rissrichtungen als Modellierungsgrundlage

Wie bereits angesprochen, stellte bei der eingangs beschriebenen eindimensionalen Modellierung die Kenntnis der Rissrichtung orthogonal zur Bewehrungsrichtung eine wesentliche Grundvoraussetzung dar. Unabhängig von dem im vorigen Abschnitt noch nicht geklärten effektiven Tragverhalten von Rovings bei schräger Rissüberbrückung wird im Nachfolgenden untersucht, inwiefern auch bei der Entwicklung mehrdimensionaler Modelle potentielle Rissorientierungen vorab angenommen werden können.



(a) Ansicht des Gesamtmodells
(a) view of the whole model

(b) Ausschnittsvergrößerung
(b) magnification

Bild 12: FE-Modell des Probekörpers entsprechend Bild 3 mit beispielhafter Bewehrungsorientierung
Fig. 12: FE model of the specimen depicted in fig. 3 with an exemplary alignment of reinforcement

Um eine Vergleichbarkeit und Bewertbarkeit von Rechenergebnissen zu gewährleisten, wurde zunächst die Geometrie des Probekörpers der experimentellen Untersuchungen (vgl. Bild 3) herangezogen. Hierfür wurde ein FE-Modell generiert, welches den Probekörper mit den wahren Abmessungen dreidimensional wiedergibt. Die Bewehrung wird im Modell auf der Meso-Ebene abgebildet, wobei die Rovings durch Stabelemente repräsentiert wurden. Es erfolgte somit keine Aufgliederung der Rovings in einzelne Filamente, aber auch keine gänzlich verschmierte Betrachtung. Ein solches mit einer geeigneten Bewehrung generiertes Modell ist in Bild 12 dargestellt. Aufgrund rechnerischer Schwierigkeiten ist es bisher noch nicht gelungen, die Berechnung mit Berücksichtigung von Rissen in Beton und Rovings durchzuführen. Für eine linear elastische Berechnung unter gleiche Belastungen in beiden Richtungen sind in Bild 13 die VON-MISES-Vergleichsspannungen dargestellt. Auffällig sind hierbei die Spannungskonzentrationen an den Enden der Sägeschnitte, die in den Experimenten immer Ausgangspunkt für das Versagen des Probekörpers gewesen sind (vgl. Bilder 4, 7). Das Hauptaugenmerk soll jedoch nicht bei dem endgültigen Versagen liegen, sondern bei der Bildung des Rissbildes, wie es in den Vergrößerungen in Bild 7 dargestellt ist, welches mit Sicherheit entscheidenden Einfluss auf das Tragverhalten bis zum endgültigen Versagen hat.

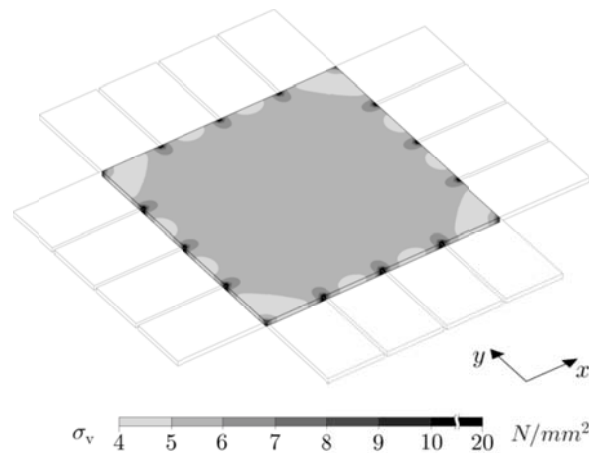
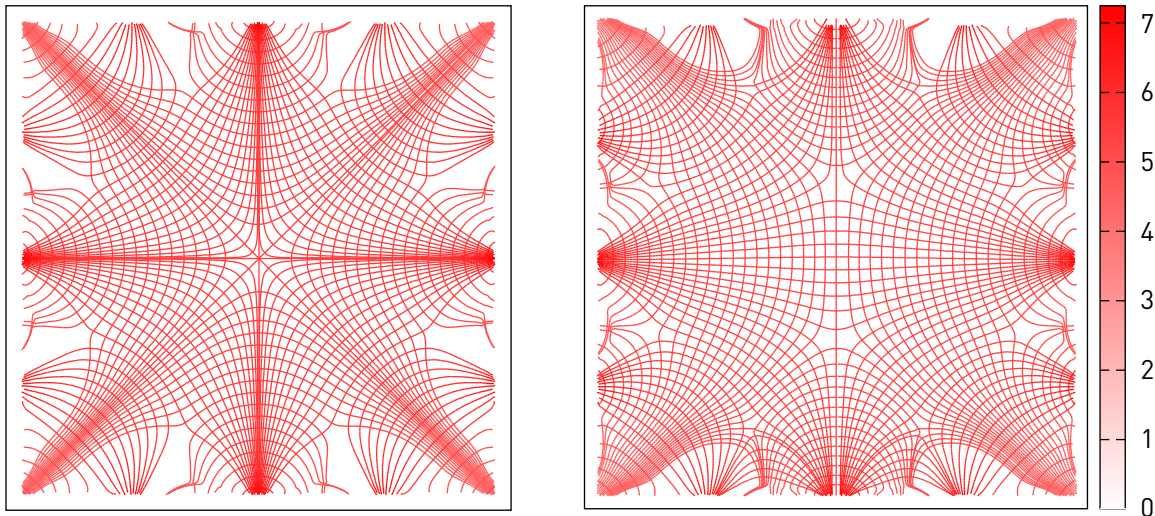


Bild 13: VON-MISES-Vergleichsspannungen im Darstellungsbereich des Probekörpers

Fig. 13: VON MISES stress intensity in the display area of the specimen

Die Experimente zeigten teils wirre Rissbilder. Um die der eindimensionalen Modellierung zugrundeliegende These, dass Risse grundsätzlich senkrecht zu den Hauptzugspannungsrichtungen auftreten, auf ihre Anwendbarkeit zu überprüfen, wurden zur Verbildlichung der Hauptnormalspannungsrichtungen Trajektorien berechnet, die für den Fall gleicher Belastungen in beiden Richtungen in Bild 14(a) dargestellt sind. Dabei ist zu beachten, dass für die Größe der Spannungen ausschließlich der zugehörige Farbwert auf der angegebenen Skala ausschlaggebend ist, die Dichte der Trajektorien jedoch diesbezüglich keine Aussagekraft besitzt. Für eine rechteckige Scheibe unter konstanter Zugbeanspruchung an allen Rändern sind die Hauptnormalspannungen exakt gleich groß. In diesem idealen Fall ist es demnach nicht möglich, eindeutige Hauptnormalspannungsrichtungen zu ermitteln, da im Grunde jede beliebige Richtung eine Hauptnormalspannungsrichtung ist. Es steht außer Frage, dass in diesem Fall die Orientierung der Risse durch andere Faktoren wie streuende Materialeigenschaften oder lokale Störungen bestimmt werden würde. Die Darstellung in Bild 14(a) erscheint unter diesen Gesichtspunkten möglicherweise zunächst verwirrend. Die Ursache dafür, dass hierbei die Hauptnormalspannungsrichtungen dennoch eindeutig bestimmt werden können, ist in den Randstörungen durch die Sägeschnitte zu sehen, welche diesen idealen Spannungszustand in jedem Falle ausreichend beeinflussen. Vergleichsweise wurde bei der Berechnung der in Bild 14(b) dargestellten Hauptspannungsrichtungen eine geringe Änderung der äußeren Belastung vorgenommen. Während die Belastung in horizontaler Richtung noch der in Bild 14(a) entspricht, wurde die Belastung in vertikaler Richtung auf 99% geringfügig reduziert. Der Vergleich zeigt trotz dessen offensichtlich deutliche Unterschiede der Hauptzugspannungsrichtungen. Allerdings liegen alle Normalspannungen in beiden Fällen immer nah beieinander, womit abermals in Zweifel zu ziehen ist, ob das Kriterium der größten Hauptzugspannung in einem inhomogenen Material wie Beton bei solchen Spannungsverhältnissen sinnvoll anwendbar ist. Die experimentell ermittelten Rissbilder zeigen jedenfalls keine erkennbare Übereinstimmung mit den bestimmten Hauptspannungsbildern. Es ist



- (a) Hauptnormalspannungsrichtungen bei gleicher Belastung in horizontaler und vertikaler Richtung
 (a) Principal stress directions under equal loading in the horizontal and vertical directions
- (b) Hauptnormalspannungsrichtungen mit in vertikaler Richtung auf 99% reduzierter Belastung
 (b) Principal stress directions under horizontal loading as applied in (a) and 99% of the vertical loading

Bild 14: Berechnete Hauptnormalspannungsrichtungen im Darstellungsbereich des Probekörpers

Fig. 14: Calculated principal stress directions area within the display area of the specimen

davon auszugehen, dass sich lokale Schwachstellen, Diskontinuitäten im Material wie durch die Gesteinskörnungen und sonstige Inhomogenitäten, die bei der Berechnung der Hauptnormalspannungsrichtungen nicht berücksichtigt werden konnten, auf die Rissausbildung maßgeblich auswirken. Zudem treten beim Rissfortschritt lokal Veränderungen des Spannungszustands auf, wodurch wiederum die Rissentwicklung beeinflusst wird. Streng genommen besitzt das elastisch bestimmte Hauptspannungsbild ab dem Auftreten eines Risses (zumindest global) keine Gültigkeit mehr und müsste zur weiteren Analyse neu bestimmt werden. Die rechnerische Beherrschung der Rissentstehung und -entwicklung ist aufgrund ihres Einflusses auf das Materialverhalten ein wichtiger Bestandteil der Modellierung des Materialverhaltens von Textilbeton. Lösungsmöglichkeiten für die dargelegten Schwierigkeiten sind derzeit Gegenstand weiterer Forschungsarbeit.

6 Zusammenfassung und Fazit

In diesem Beitrag wurden verschiedene Aspekte der Modellierung des Tragverhaltens von Textilbeton unter biaxialer Beanspruchung diskutiert. Es hat sich herausgestellt, dass aufgrund der zahlreichen hinzukommenden Effekte und der fehlenden Grundannahme der definierten Rissrichtung von einer simplen Erweiterung eindimensionaler Modelle um eine

zweite Richtung nicht gesprochen werden kann. Für die weitere Entwicklung sind zunächst die beschriebenen numerischen Probleme zu lösen, mit dem Ziel, das effektive Rovingverhalten bei schräger Rissüberbrückung zur Entwicklung effizienter (semi-)analytischer Modelle ermitteln zu können. Bedeutende Aufmerksamkeit ist auch der Simulation der Rissentstehung und -entwicklung zu widmen, da dieser entscheidender Einfluss auf das Materialverhalten beizumessen ist und gleichzeitig offenbar kaum zuverlässig zu prognostizieren ist.

7 Literatur

- [1] BEYER, F.; ZASTRAU, B.; JESSE, D.; JESSE, F.: On the Load Bearing Behavior of Textile Reinforced Concrete under Biaxial Loading. In: Brameshuber, W (Hrsg.): *Proceedings of the International RILEM Conference on Material Science, Volume I: 2nd ICTRC Textile Reinforced Concrete, 6.-9. Sept. 2010, Aachen*: RILEM Publications, pp. 295-305
- [2] BEYER, F.: *Untersuchungen zur Matrix-Roving-Beanspruchung bei schräger Rissüberbrückung*. Diplomarbeit, TU Dresden (2009)
- [3] BRUCKERMANN, O.: *Zur Modellierung des Zugtragverhaltens von textilbewehrtem Beton*. Dissertation, RWTH Aachen (2007)
- [4] HOLLER, S.; BUTENWEG, C.; NOH, S.-Y.; MESKOURIS, K.: Computational model of textile-reinforced concrete structures. *Computers and Structures* 82 (2004), pp. 1971-1979
- [5] JESSE, D.: *Tragverhalten von textilbewehrtem Beton unter zweiachsender Zugbeanspruchung*. Dissertation, TU Dresden (2010)
- [6] JESSE, F.: *Tragverhalten von Filamentgarnen in zementgebundener Matrix*. Dissertation, TU Dresden (2004)
- [7] KONRAD, M. O. A.: *Effect of multifilament yarn crack bridging on uniaxial behavior of textile reinforced concrete*. Dissertation, RWTH Aachen (2008)
- [8] LEPENIES, I.: *Zur hierarchischen und simultanen Multi-Skalen-Analyse von Textilbeton*. Dissertation, TU Dresden (2007)
- [9] MOES, N.; DOLBOW, J.; BELYTSCHKO, T.: A finite element method for crack growth without remeshing. *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 46 (1999), pp. 131-150
- [10] MOLTER, M.: *Zum Tragverhalten von textilbewehrtem Beton*. Dissertation, RWTH Aachen (2005)
- [11] RICHTER, M.: *Entwicklung mechanischer Modelle zur analytischen Beschreibung der Materialeigenschaften von textilbewehrtem Feinbeton*. Dissertation, TU Dresden (2005)
- [12] VOSS, S.: *Ingenieurmodelle zum Tragverhalten von textilbewehrtem Beton*. Dissertation, RWTH Aachen (2008)