

Möglichkeiten und Grenzen der Berechnung von Rissbreiten in veränderlichen Verbundsituationen

Opportunities and limits of crack control in respect to varying bond situations

Zur Erlangung der Würde eines

Doktor-Ingenieurs

Von der Fakultät Bauingenieurwesen der
Technischen Universität Dresden

genehmigte Dissertation

vorgelegt von

Dipl.-Ing. Lars Eckfeldt

geb. am 30.11.1967 in Greifswald

Gutachter: Univ.-Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach

Univ.-Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Konrad Zilch

Univ.-Prof. Dr.-Ing. habil. Ulrich Häußler-Combe

Eingereicht am: 19.10.2004

Tag der mündlichen Prüfung: 20.7.2005

Dresden, 2005

Vorwort

Die vorgelegte Arbeit ist die Reflektion und kritische Aufarbeitung eigener Vorarbeiten einer Fachdiskussion von Berechnungsmodellen zur Rissbreitenbeschränkung, die am Vortag des CEN/ TC 250- Meetings in Wien im November 2003 stattfand.

Dieser Tag endete mit so vielen (auch grundsätzlichen) Fragen bei den Beteiligten, dass trotz der vereinbarten Lösungen glaubhafte Argumente weiter im Raum standen, die geeignet waren, bisher als gesichert geltende Ansätze völlig in Frage zu stellen. Ich möchte hiermit nicht nur das Versprechen einlösen, einem größeren Fachpublikum den Hintergrund meiner damals formulierten Argumentation darzulegen, sondern es ist auch mein Versuch zu besseren Lösungen in diesem Problembereich beizutragen und diesen allseitig notwendigen Denkprozess wissenschaftlich zu begleiten.

Die Dissertation entstand im Rahmen meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Massivbau der TU Dresden. Die Betreuung und Begutachtung der Arbeit lag in den Händen von Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach. Prof. Dr.-Ing. habil. Ulrich Häußler-Combe von der TU Dresden und Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Konrad Zilch von der TU München haben sich freundlicherweise bereit erklärt, das zweite und das externe Gutachten zu übernehmen. Allen drei Professoren sei an dieser Stelle, auch ganz unabhängig von der Begutachtung, für eine Reihe von sehr wertvollen Hinweisen und anregende Fachdiskussionen gedankt.

Dass diese Arbeit überhaupt geschrieben werden konnte, lag wohl an einer Reihe von wahrlich eigentümlichen Zufällen (exakt ausgedrückt: zufälligen Ereignissen), die mich u. a. überhaupt in die oben erwähnte Diskussion geführt haben. Diese spielen aber, auch in dieser Arbeit, im Lösungsfindungsprozess und bei der Lösung selbst keine unerhebliche Rolle. In einem so „randomisierten“ Leben wäre es nur konsequent, diese Arbeit der glücklichen Fügung des Zufalls zu widmen. Für ganz bestimmte Zufälle bin ich aber im Nachhinein so dankbar, dass ich ihnen vorab ganz besondere Achtung zukommen lassen möchte, so u. a.

dem Zufall, der mich mit so guten, nachsichtigen und interessierten „Lehrmeistern“ in der Theorie und Praxis meines Berufsfeldes zusammengebracht hat, insbesondere mit

- Herrn Dipl.-Ing. Steffen G. Altmann aus Dresden
- Herrn Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach, TU Dresden
- Herrn Mervyn Johnson, stellvertretend für ein tolles Arbeitsteam in Nottingham
- Herrn Dr.-Ing. Hans Wiese, TU Dresden.

Des Weiteren hat mir wohl der Zufall in wichtigen Arbeitsabschnitten einige gute Gespräche mit sehr konstruktiven und interessierten Diskussionspartnern ermöglicht, denen ich für ihre Denkanstöße dankbar bin und die mich zu dieser Arbeit ermutigt haben. Diese sind:

- Herr Prof. Bruggeling aus den Niederlanden, Herr Dr.-Ing. H. Krachsberger aus Wien und besonders Herr Prof. Dr.-Ing. Dr.-Ing. E.h. Konrad Zilch von der TU München.

Ganz besonders liebe ich aber den Zufall, der mich an einem Märzabend 1998 ein wunderbares Telefongespräch mit meiner heutigen Freundin führen ließ, die mir seit dieser Zeit so viel Kraft und Zuversicht für diese Arbeit gegeben hat, aber auch die Hoffnung und Sicherheit, dass es ein Leben außerhalb von Rissbreitenberechnungsproblemen geben mag.

Die Dankbarkeit für die schönen Momente und Unterstützung während der zurückliegenden Jahre schließt unbedingt unsere Eltern ein und die interessierte „Gemeinde“ auf Rügen, in Staritz und Leipzig, die immer wieder Anteil am Fortgang meiner Arbeiten nimmt.

Zum Abschluss bin ich meiner Mutter und meinen Kollegen dankbar – insbesondere und stellvertretend Herrn Wiese und Frau Dehne – die tapfer die nachfolgenden Seiten Korrektur gelesen haben und mir damit eine große Hilfe waren.

Förderung

Meine ersten „Gehversuche“ auf dem Gebiet meiner Dissertation begannen mit Versuchen zum Verbundverhalten von Beton und Bewehrungsstahl. Die in der Arbeit angeführten Versuche zu den Verbundeigenschaften, dass betrifft die in Kapitel 2, 3 und Anhang 1 dargestellten Versuche, wurden im Rahmen des Forschungsprogramms V377:

„Das Verbundverhalten von Hochleistungsbeton und Bewehrungsstahl unter Ermüdungsbeanspruchung“

für den Deutschen Ausschuss für Stahlbeton (DAfStb) zwischen 1997 und 1998 durchgeführt. Ich bin daher dem DAfStb für die Finanzierung und Begleitung dieses interessanten und Impuls gebenden Forschungsvorhabens ebenfalls zu großem Dank verpflichtet.

Dresden, im Winter 2005

Inhaltsverzeichnis

Formelzeichen und Abkürzungen	6
1 Einleitung	17
1.1 Reale Probleme bei der Bestimmung von Rissbreiten in Bauteilen	17
1.2 Die Bedeutung des Nachweises einer einzelnen großen Rissbreite	19
1.3 Die Zuordnung des „Performance“-Begriffes zu einem normativen Berechnungsmodell eines nationalen oder internationalen Standards.....	19
2 Verbundforschung im Hintergrund von Rissbreitenbegriffen – Stand des Wissens	22
2.1 Einstieg in die modernen Verbundansätze.....	22
2.2 Ableitung von Verbundgesetzen aus kurzen Stablängen.....	23
2.3 Das Zugringmodell nach Tepfers.....	28
2.4 Auswirkungen der Annahme eines entfestigten Materialmodells in der inneren, gerissenen Verbundzone auf die rechnerische Verbundfestigkeit.....	33
2.5 Der Einfluss von Querbewehrung.....	55
2.6 Untersuchung der Reibungseinflüsse und des Einflusses lokaler Verlustes von Betoneigenschaften der Verbundzone auf das Verbundversagen.....	67
3 Erkenntnisse zum Verbundversagensablauf, abgeleitet aus der Analyse von Ausziehversuchen.....	71
3.1 Ausziehversuche mit Ausziehkörpern aus hochfestem Beton (HPC).....	71
3.2 Grundlegende Auswertungsmöglichkeiten für Versuche an Ausziehkörpern → Verbundspannungs-Schlupf-Diagramme	72
3.3 Typische Verbundspannungs-Schlupf-Diagramme in Form von Mittelwertkurven.....	76
3.4 Eine genauere Beschreibung der Verbundversagensarten Gleitbruchversagen und Sprengbruchversagen.....	81
3.5 Auf der Suche nach Erklärungsmodellen für das Sprengbruchversagen.....	86
3.6 Versuchskörper für Dehnungsmessungen zur Erzeugung radialer Dehnungsflächen.....	109
4 Ein Modell für die Simulation des Verbundverhaltens an langen Verbundlängen.....	146
4.1 Potential des durchgeführten Versuchsprogramms, insbesondere der Versuche zur Dehnungsermittlung der Dehnungen in der Bruchfläche der Betondeckung.....	146
4.2 Begriffe bei der Bildung von Rissen.....	147
4.3 Eine allgemeine Beschreibung der Berechnung der Rissbreite w	150
4.4 Simulation langer Verbundlängen.....	169
5 Zur „Performance“ von Berechnungsmodellen für die Berechnung von Rissbreiten	181
5.1 Vereinfachungen zur Ermittlung der mittleren Rissbreite w_m als Umsetzung des allgemeinen Ansatzes zur Berechnung von Rissbreiten, Gleichung (4. 15).....	181
5.2 Zu lösende Probleme bei der Modellbildung für eine zuverlässige Rissbreitenbeschränkung.....	187
5.3 Aktuelle Modelle des MC 90, der DIN 1045-1 und prEN 1992-1-1 im Vergleich ihres formalen Aufbaus	189
5.4 Verbundspannungen – Rissabstand – ρ_{eff}	196
5.5 Andere Möglichkeiten zur Einschätzung der Zuverlässigkeit von Berechnungsmodellen in der Rissbreitenbeschränkung	236

5.6	<i>Folgerungen für Rissbreitenberechnungen aus den statistischen Prüfungen.....</i>	255
5.7	<i>Folgerungen für eine Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite bei Erstrissbildung - Vorschläge für kleine Rissbreiten.....</i>	256
5.8	<i>Ein neues Modell für den Nachweis der Rissbreitenbeschränkung.....</i>	263
6	Fazit.....	267
7	Literatur	270
8	Anhang 1 – Allgemeine Versuchs- und Materialangaben zu den Ausziehversuchen an hochfestem Beton (HPC).....	280
8.1	<i>Geometriedaten der Versuchskörper (Ausziehkörper).....</i>	280
8.2	<i>Versuchsaufbau auch für die Ausführung von Ermüdungsversuchen im Vergleich zum Versuchsaufbau von Balazs</i>	281
8.3	<i>Versuchsprogramm</i>	286
8.4	<i>Herstellung der Versuchskörper, ausgewählte Mischungsrezepturen</i>	288
8.5	<i>Routinewerte</i>	291
8.6	<i>Exemplarische Materialparameter des verwendeten Betonstahls.....</i>	291
9	Anhang 2 – Ergebnisse der Ausziehversuche mit HPC	295
9.1	<i>Tabellarische Zusammenstellung der Resultate.....</i>	295
9.2	<i>Ergebnisse der statischen Ausziehversuche in Diagrammen</i>	296
9.3	<i>Ergebnisse der statischen Ausziehversuche nach dynamischen Versuchen</i>	299
9.4	<i>Ergebnisse der Ausziehversuche, zusammengefasst in sog. Mittelwertkurven.....</i>	304
9.5	<i>Der Zusammenhang zwischen den Betonfestigkeiten $f_{ct,sp}$, $f_{cc,200}$ und der Verbundfestigkeit $f_{b,ult}$ für hochfesten Beton bei Ausziehversuchen an kurzen Verbundlängen</i>	306
10	Anhang 3 – Ausgewählte Daten und Diagramme zu Nachrechnungen von Ausziehversuchen anhand von Ringdehnungen.....	308
10.1	<i>Die Nachrechnungen des Ringtests von Tepfers / Olsson</i>	308
10.2	<i>Auswertung der Versuche an Ausziehkörpern mit Dehnungsmessungen an der Versuchskörperoberfläche.....</i>	314
11	Anhang 4 – Ergebnisse verschiedener Verbundsimulationen für zylindrische Dehnkörper	360
11.1	<i>Begründung einer Annahme für die verbleibende Zugfestigkeit unter Dauerlastbeanspruchung....</i>	360
11.2	<i>Daten: Versuch $c_{min} = 5 \phi$; $\phi = 22 \text{ mm}$ ($\rightarrow \phi 22$).....</i>	360
11.3	<i>Versuch einer Simulation der Erstrissbildung des Versuches 2c von Falkner aus [51]</i>	364
11.4	<i>Simulation kleiner Betondeckungen, $c_{min} = 44 \text{ mm}$; $\phi 22 \rightarrow c/\phi = 2$</i>	368
12	Anhang 5 – Parameterstudien und Daten für die Untersuchung des wirksamen Rissabstandes s_r und der auf Zug mitwirkenden Fläche $A_{c,eff}$	370
12.1	<i>Argumente gegen die Abhängigkeit von ϕ/ρ_{eff}</i>	370
12.2	<i>Neuer Datensatz zur Überprüfung der Zweifel am Zusammenhang zwischen s_r und ϕ/ρ_{eff} und des Bildungsgesetzes für s_r nach MC 90/ DIN 1045-1.....</i>	372
12.3	<i>Parameterstudien zur Ermittlung des Rissabstandes s_r nach Gleichung (5. 49 ff.) mit $\phi/\rho_{c,eff,loc}$....</i>	382
12.4	<i>Kreisquerschnitte</i>	404

13	Anhang 6 – Darstellungen, Datensätze und Diagramme zur Bestimmung der Überschreitungshäufigkeiten und -größen von w_k durch zu erwartende Rissbreiten bei der Verwendung aktueller normativer Ansätze	405
13.1	Grundlagen der Datensätze [Corres] und [Fehling].....	405
13.2	Algorithmus zur Randomisierung der experimentell ermittelten mittleren Rissbreiten (Ausnutzung der Zufälligkeit der Lastgröße)	407
13.3	Interpretation der auf dieser Grundlage erstellten Diagramme Bild 5. 43, Bild 5. 44.....	408
13.4	Ergebnisse der Modellabweichungen in den Berechnungsklassen der Zielrissbreiten	410
13.5	Vergleich von $s_{rk,cal}/(w_m/\epsilon)_{test}$ anhand des Datensatzes aus Anhang 5 zur Stützung der Ergebnisse in Kapitel 5.5, 5.6.....	411
13.6	Nachrechnung der Einzelrissbildung, Versuch Nr. 2c Falkner [51]	414
14	Anhang 7 – Flussdiagramm und Hilfstabelle zur Sicherstellung eines zutreffenden Rechenwertes w_k in Erweiterung des DIN Konzeptes	421
15	Anhang 8 – Flussdiagramm und Hilfsdiagramm zu einem Berechnungsvorschlag zur Beseitigung von Unsicherheiten bei der Mindestbewehrung gegen aufgehende Risse bei der Erstrissbildung.....	430

Formelzeichen und Abkürzungen

Große Formelzeichen

A	Fläche
A_c	Querschnittsfläche des Betons
$A_{c, \text{shear, pot, } i}$	potentielle Scherfläche entlang des äußeren Umfangs des Betonstahls
$A_{c, \text{eff}}$	effektiv mitwirkender Teil der Zugzone
A_{ct}	Querschnittsfläche der Zugzone
A_{ct}^{el}	Querschnitt des ungerissenen Teils des Betonrings im Ringtest
A_s	Querschnittsfläche des Bewehrungsstahles, Bewehrungsquerschnitt der Hauptbewehrung
$A_{\text{shear, slip}}; A_M$	Staboberfläche, die in der Verbundspannungsberechnung verwendet wird
$A_{\text{split, act}}$	Bruchfläche des Sprengrisses an der Stelle der kleinsten Betondeckung
A_{st}	Querschnittsfläche der Querbewehrung
B	Sprödigkeitsziffer, alt: β
B	Betonindex nach Plizzari
C	Parameter des Verbundgesetzes
$C_1; C_2$	Parameter von Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehungen
$D_L; D_R$	links- und rechtsseitige Druckkräfte vor den Rippen aus dem Widerstand des Betons. (Die Unterscheidung kann von Bedeutung sein, wenn zwei unterschiedlich gestaltete Stabseiten vorliegen.)
E_c	Elastizitätsmodul Beton allgemein
E_{cm}	mittlerer E -Modul des Betons
$E_{cm}(t)$	mittlerer E -Modul des Betons in Abhängigkeit vom Betonalter
E_{ct}	E -Modul des Betons eines Zugglieds (in der Regel wird $E_{cm} = E_{ct}$ angenommen)
E_p	E -Modul für Spannstahl
E_s	E -Modul für Stahl und Betonstahl
$F(p)$	Druckkraft aus den Ringzugspannungen, die auf den Stahl wirkt
$F_{b, i}$	Verbundanteile aus bestimmtem Teilbereich i der Bruchfläche
$F_{b, ult}$	Verbundkraft, die zum Versagen führt
F_{ct}^{el}	Zugringkraft aus nicht gerissenem Teil des Zugrings
$\frac{F_{ct, i}}{F_{ct, ult}}$	Zugkraft für einen Teilbereich i mittlerer Betonanteil der tangentialen Zugringkraft im Moment des Versagens, bezogen auf 1 mm Verbundlänge
F_{pull}	aufgebrachte (Aus-)Zugkraft am Ausziehkörper = Verbundbelastung
$F_{pull, ult}$	maximale Zugkraft im Ausziehversuch
F_R	Längsschnittfläche einer Rippe in deren Achse (Rippenfläche)
$F_{s, ring}$	mobilisierte Zugkraft im Stahlring im Ringtest
$F_{s, pl, ring}$	mobilisierte Kraft orthogonal zur Bruchfläche in der Auflagerplatte beim Ausziehversuch
F_{st}	Kraft in der Querbewehrung
$F_{st}(r)$	Stahlringzugkraft in der Querbewehrung in Abhängigkeit von der radialen Entfernung von der Hauptbewehrung
F_t	Zugkraft allgemein
$F_{t, i}$	Zugringkraft-Komponenten
F_{tch}	durch Risskohäsion im entfestigenden Bereich übertragener Anteil der Zugringkraft im entfestigten Bereich

$F_{t,sum}$	Gesamt-Zugringkraft als Summe der Kraftkomponenten
$F_{t,xy}$	diskretisierte Teilzugkräfte mit Bezugspunkt $P(x_{pos}, y_{pos})$ in einem x_{pos} - y_{pos} -Raster
$[s_0; F_{pull}]$	Messwertpaar Schlupf am Last abgewandten Ende des Stahls; Auszugkraft bei einem Ausziehversuch
G_f	Bruchenergie
G_k	ständige Einwirkung (Eigenlast)
K	Verhältnis von Zug- zu Druckfestigkeit des Betons
N	Exponent des Verbundgesetzes
N	Lastwechselzahl
Q_k	charakteristischer Wert einer veränderlichen Einwirkung
R	Korrelationskoeffizient
X_{cal}	Randomisierungsfaktor für Messergebnisse zur Simulation des Unterschiedes wirklicher Lastverhältnisse zu charakteristischen Einwirkungen

Kleine Formelzeichen

a_0	Konstante in Verbundgesetzen
a_{RVE}	Kantenlänge des RVE
b	Koeffizient
b	wirksame Bauteilbreite
b	Parameter des Verbundgesetzes
c	Betonüberdeckung
c'	Rippenabstand senkrecht zur Rippenneigung β
c_l	Betondeckung der Längsbewehrung
c_{min}	Mindestbetondeckung
c_r	Rippenabstand in Stablängsrichtung
c_r	Rippenabstand
c_{st}	Betondeckung der Querbewehrung
$c_u; c_s$	Betondeckung nach unten/oben; Betondeckung zur Seite
d_g	Größtkorndurchmesser des Zuschlags
d_s	alt für Durchmesser des Betonstahls, neu: ϕ
e	Radius zwischen Stahlachse und dem Punkt in der Betondeckung für den $\sigma_{ct} = f_{ct}$ gilt
e	Eulersche Zahl
$eff\rho$	effektiver Bewehrungsgrad, alt: μ_{eff}
e_{max}	Radius e , für den die Zugringsspannung maximal wird
f	Reibungskoeffizient, alt: μ_f
f_{b3}	nach Gleitbruchversagen verbleibender Verbundwiderstand f_b infolge Reibung
$f_{b,cr}$	Verbundspannung, die zu Längsrissen führen kann
f_{bd}	Bemessungswert der Verbundfestigkeit
$f_{b,inf}$	= τ_{bk} unterer Fraktilwert der Verbundfestigkeit
f_{bm}	mittlere Verbundspannung = $f_{b,ult,1}$, aus statischem Versuch
$f_{b,max}$	maximale Verbundspannungsspitze
$f_{b,o}$	Oberspannung des Verbundes unter Ermüdungsbeanspruchung
$f_{b,p}$	Verbundspannung in Spannstählen; τ_p
$f_{b,st}^I$	Anteil der Querbewehrung an der Verbundspannung, wenn sich die Betondeckung in radialer Richtung im Zustand I befindet
$f_{b,st}^{cr}$	verbleibende Verbundspannung in der Querbewehrung nach Versagen durch Sprengbruch infolge der vorhandenen Querbewehrung in der Betondeckung
$f_{b,u}$	Unterspannung des Verbundes unter Ermüdungsbeanspruchung

$f_{b,ult}$	Verbundversagensspannung, Verbundfestigkeit allgemein (siehe auch $f_{b,m}$), alt: τ_u
$f_{b,ult,1}$	Verbundfestigkeit zum Versagenszeitpunkt bei einmaliger monotoner Laststeigerung
$f_{b,ult,1Mill}$	Verbundfestigkeit nach 10^6 Lastwechseln
$f_{b,ult}^{el}$	aus dem elastischen Ringmodell
$f_{b,ult}^{el,cr}$	Verbundversagensspannung aus dem elastisch-gerissenen Ringmodell
$f_{b,ult}^{pl}$	Verbundversagensspannung aus dem plastischen Ringmodell
f_c	Betondruckfestigkeit allgemein
$f_{c,shear}$	Schubspannung in der effektiven Scherfläche $A_{c,shear}$
$f_{cc,200}$	Betondruckfestigkeit, Würfeldruckfestigkeit am 200 mm Würfel
f_{ck}	charakteristische Druckfestigkeit von Beton (am Zylinder ermittelt)
f_{cm}	Mittelwert der Zylinderdruckfestigkeit von Beton
f_{ct}	Betonzugfestigkeit allgemein
$f_{ct1}; f_{ct2}$	Zugfestigkeitsgrenzen in Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehungen
$f_{ct,eff}$	effektive Betonzugfestigkeit (in der Regel die zeitabhängige Festigkeit)
$f_{ctk;0,05}$	5-%-Fraktile der Zugfestigkeit von Beton
f_{ctm}	mittlere Betonzugfestigkeit
$f_{ctm(28d)}$	mittlere Betonzugfestigkeit nach 28 Tagen
$f_{ct,sp}$	Spaltzugfestigkeit, auch: f_{cts} oder f_{ts}
f_M	Messfrequenz (Messrate)
f_R	bezogene Rippenfläche
f_y	Fließgrenze des Bewehrungsstahls
h	Höhe der Ringscheibe und des Stahlrings; Bauteilhöhe
$h_{c,eff}$	Höhe der effektiven Zugzone
$h_{c,i}$	Höhe des korrespondierenden Ausziehkörper-Abschnitts
h_r	Rippenhöhe
k	Anzahl der Schrägrippen am Umfang
k	Faktor
k	Klassenanzahl bei der Ermittlung von Mittelwertkurven
k	Beiwert bei der Berechnung der Mindestbewehrung zur Berücksichtigung nichtlinear verteilter Betonzugspannungen (Eigenspannungen), alt: k_E
k_b	Verbundbeiwert
$k_{b,lim}$	nach oben begrenzter Verbundbeiwert
k_c	Völligkeitsbeiwert bei der Ermittlung der Mindestbewehrung
k_{ct}	Beiwert zur Ableitung des Erwartungswertes der Zugfestigkeit für die Erstrisstelle aus der mittleren Zugfestigkeit
k_{lt}	additive Variable bei der Ermittlung des wirksamen Rissabstands
l_b	Verbundlänge allgemein
l_{ch}	charakteristische Länge für Zugversuche
lim <i>quo</i>	Grenzwert des Vergleichswertes <i>quo</i> für Ausziehversuche
lim $\Delta l_{u,s,coh}$	Grenzwert von Längenänderungen
l_{pt}	Größe der Übertragungslänge entlang des Spannstahls
l_t	Einleitungslänge
l_t	Übertragungslänge
$\Delta l_{u,a}$	Längenänderung am Stahlring des Ringtests infolge Belastung
m	Faktor zur Ermittlung von $h_{c,eff}$
n	Anzahl allgemein
n	Stabanzahl in einer Lage (Ebene)
n_k	Kurvenzahl

p	Druckspannung
p'	Querdruk beim eintretenden Spaltbruch, über die Verbundlänge diskretisiert [N/mm]
p_{\max}	maximaler radialer Ringdruck
q	Quotient: Berechnungswert/Messwert
quo	Verhältnis potentieller Bruchflächen des Verbundbereiches zueinander
r	Radius
r_a	Außenradius
r_a	Außendurchmesser des Betonringes
r_e	Radius von Stabmitte bis zum Beginn des elastischen Teils des Betonzugrings
r_{eff}	Radius des lokalen Ersatzkreises der effektiv mitwirkenden Zugzone
r_{GK}	bezogener Lastanteil charakteristischer Eigenlasten
$r_{\Sigma\text{QK}}$	bezogener Lastanteil charakteristischer veränderlicher Lasten
r_i	Innenradius
r_{st}	radialer Abstand der Querbewehrung zur Achse der Hauptbewehrung
s	Stabverschiebung gegenüber umgebendem Beton (Schlupf)
s	Stababstand der Hauptbewehrung
$s_1 \dots s_3 ; f_{b3}$	definierte Schlupfwerte und Verbundspannungsniveaus einer Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung
s_r	Rissabstand (zumeist wirksamer Rissabstand)
$s_{r,\text{cr}}, s_{r-1}$	Rissabstand der Einzelrisse
$s_{rk}, s_{r\max}$	charakteristische Größe des Rissabstands; maximale Größe des Rissabstands
s_{rm}	Mittelwert des Rissabstands, alt: a_m
$s_{\text{sr}m}$	Streuung des Mittelwertes des Rissabstands in mm
s_{st}	Abstand der Querbewehrung
s_{ult}	Schlupf beim Auftreten der Verbundbruchspannung
t	Dicke des Stahlrings
t	Zeit
t_M	Messrate
t_o	Belastungszeitpunkt
u	Umfang des Stabes
u	Kreisbogenumfang
v	Faktor
w	Rissbreite
$w_1; w_a$	Parameter in Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehungen, hier: Grenzzrissbreiten
$w_c; w_2; w_b$	Grenzzrissbreite bis zu der Zugspannungen über Rissufer übertragen werden können
w_{cal}	rechnerische Rissbreite
$w_{\text{cal,th}}$	rechnerische Rissbreite, die einem bestimmten Höhenniveau in der Betondeckung zuzuordnen ist
w_k	charakteristische Rissbreite, Rechenwert der Rissbreite
w_k/ε	Quotient: charakteristische Rissbreite/ Dehnung als Messwert und Indikator eines wirksamen Rissabstands
w_{lim}	Grenzzrissbreite
w_m	Mittelwert der Rissbreite
$w_{m,95\%}$	95 %-Fraktile vergleichbarer mittlerer Rissbreiten
$w_{m,0.95}$	
w_{\max}	maximale Rissbreite; $w_{\max,\text{loc}}$ ist der Messwert einer einzelnen Messung an der Stelle der größten Rissöffnung
$w_{m,\text{cal}}$	berechneter Mittelwert der Rissbreite

w_m/ε	Quotient: mittlere Rissbreite/Dehnung als Messwert und Indikator eines wirksamen Rissabstands
$w_{m,s}$	mittlere Rissbreite an der Stahloberfläche
w_{ring}	Rissbreite eines radialen Risses beim Ringtest an der Innenseite des Stahlrings
w_s	Rissbreite auf dem Niveau der Lage der Hauptbewehrung
$w_{surface}$	an der Betonoberfläche zu messende Rissbreite
w_{xi}	Rissbreite an einer bestimmten Stelle x_i
x_{pos}	radiale Entfernung vom Betonstahlmittelpunkt
$y_{pos}; z_{pos}$	geometrische Positionen im Koordinatensystem
$x; y; z$	Argument und Ordinaten im Koordinatensystem

Griechische Formelzeichen, Symbole

$\alpha; \alpha_t$	Rippenneigungswinkel
α_e	Verhältnis der E -Moduli von Stahl E_s und Beton E_c ; alt: n
α_{gl}	globaler Stützwinkel des Verbundwiderstand-Modells für Ausziehversuche
α_i	Stützwinkel des Verbundwiderstandmodells für Ausziehversuche
β	Neigungswinkel d. Rippe zu Stabachse
β_{bz}	Zugfestigkeit
β_w	Würfeldruckfestigkeit nach DIN 1048
γ_c	Teilsicherheitsbeiwert für Beton
γ_M	Modellsicherheit
δ	Modellabweichung (Berechnungswert/Messwert)
$\delta_{class,model}$	(Berechnungswert/Messwert) einer Klasse von Rissbreiten unter Nutzung eines bestimmten Modells, „Modellsicherheit“
$(1/\delta)$	Modellunsicherheit (Messwert/Berechnungswert)
Δ	Änderung einer Variablen
$\varepsilon_{boundary fibre}$	Dehnung der Randfaser
ε_c	Dehnung des Betons allgemein
ε_{c2}	Dehnung der Zugzone
ε_c^{el}	Dehnung des ungerissenen Zugrings
$\varepsilon_{c,im}$	Imaginäre Betondehnung, $\varepsilon_{c,im} > \varepsilon_{cr}$
ε_{cm}	Mittelwert der Betondehnung über die Stablänge
ε_{cr}	Rissdehnung des Betons
ε_{ct}	Dehnfläche; Zugdehnung
$\varepsilon_{ct,DMS}$	an der Bauteiloberfläche orthogonal zur potentiellen Bruchfläche gemessene Randdehnung einer als Zugring interpretierten Betonumgebung
$\varepsilon_{ct(H)}$	Ringdehnung im Beton von Ausziehkörpern in horizontaler Ausrichtung
$\varepsilon_{ct(V)}$	Ringdehnung im Beton von Ausziehkörpern in vertikaler Ausrichtung
ε_{cu}	Betondehnung im Versagenszustand
ε_s	Dehnung des Bewehrungsstahles
ε_{sm}	Mittelwert der Stahldehnung über die Stablänge
ε_t	Zugdehnung von Beton
$\varepsilon_{t,s}$	am Stahling gemessene Stahldehnung bei Tepfers, Messwert des Ringstestes
ϕ	Stabdurchmesser (auch: d_s, \varnothing)
ϕ_{st}	Stabdurchmesser der Hauptbewehrung
$\varphi(t)$	Kriechfaktor, zeitabhängig
μ	Mittelwert
μ_f	Reibungskoeffizient, neu: f

π	Konstante
ρ	Bewehrungsgrad allgemein, alt: μ
ρ_{eff}	z. Zt. übliche Bezeichnung für normativen, effektiven Bewehrungsgrad
$\rho_{\text{c,eff,loc}}$	lokaler, effektiver Bewehrungsgrad, auf einen einzigen Stabquerschnitt bezogen
ρ_{ct}	Schnittfläche der Zugzone
$\rho_{\text{ct,min}}$	wirksame Zugzone bei der Erstrissbildung
$\rho_{\text{ct,min,simple}}$	vereinfachte Formulierung für $\rho_{\text{ct,min}}$
$\rho_{\text{ct,min,exakt}}$	exakter Ansatz für $\rho_{\text{ct,min}}$
Σ	Summe
ΣA_{st}	maximale Querbewehrungsmenge
$\sigma_{\text{a},0}; \sigma_{\text{b},0}$	Festigkeitsgrenzwerte in Zugspannungs-Rissöffnungs-Modellen
σ_{ct}	Ringzugspannung des Betons
$\sigma_{\text{ct,cr}}(w)$	Ringzugspannung im gerissenen Bereich in Abhängigkeit der Rissbreite radialer Risse
$\sigma_{\text{ct,cr,mean}}$	mittlere Zugspannung im gerissenen Bereich, die über den Riss übertragen wird
$\sigma_{\text{ct,ring}}$	Betonspannung im Beton-Zugring
σ_{n}	Vergleichsspannung
σ_{p}	Spannung im Spannstahl
$\sigma_{\text{p,R,initial}}$	Spannung im Spannstahl beim Ablassen
$\sigma_{\text{g,r}}$	bezogene Standardabweichung von Eigenlasten
$\sigma_{\text{q,r}}$	bezogene Standardabweichung von veränderlichen Lasten
σ_{rs}	horizontaler Druck auf den Stab
$\sigma_{\text{rs}}^{\text{R}}(r)$	vom Radius abhängige Druckspannung (Querdruck) aus dem Betonzugring
$\sigma_{\text{rs}}^{\text{R=e}}$	maximaler Querdruck
$\sigma_{\text{rs,ult}}^{\text{R}}$	vom Radius abhängige Druckspannung als Gleichgewichts-Reaktion des Zugrings im Moment des Versagens
σ_{s}	Stahlspannung
σ_{sA}	Ausschlagspannung bei Ermüdungsbeanspruchung
$\sigma_{\text{s,cr}}$	Riss erzeugende Stahlspannung
$\sigma_{\text{s,cr1}}; \sigma_{\text{s,cr-1}}$	Riss erzeugende Stahlspannung auf dem Niveau der Einzelrissbildung
$\sigma_{\text{s,cr1-2}}$	Spannung zu Ende des Übergangs zur angeschlossenen Rissbildung
σ_{sm}	Mittelwert der Stahlspannung über die Verbundlänge
σ_{sm}	Mittelspannung bei Ermüdungsbeanspruchung
$\sigma_{\text{s,ring}}$	Stahlspannung im Stahlring des Ringtestes
σ_{st}	Spannung in der Querbewehrung
$\sigma_{\text{st}}^{\text{I}}$	Spannung in der Querbewehrung bei ungerissener Betondeckung
$\sigma_{\text{st}}(p)$	Spannung in der Querbewehrung in Abhängigkeit vom Druck auf den Zugring
$\sigma_{\text{st}}(r)$	Spannung in der Querbewehrung infolge Wirkung des Zugrings
σ_{t}	Zugspannung allgemein
$\sigma_{\text{t}}(p)_{\text{mean}}$	Mittelwert der tangentialen Spannung infolge Querdrucks
$\sigma_{\text{t}}(r)$	Zugspannung des Betonzugrings
$\sigma_{\text{t}}^{\text{el}}(r)$	vom Radius abhängige tangentielle Zugspannung im Beton in der ungerissenen Umgebung des Betonstahls (elastischer Anteil)
σ_{p}	Ringzugspannung bei Rostasy [100], [101]
τ_{b}	über eine Verbundlänge gemittelte Verbundspannung

$\tau_{b,a}$	Amplitude bei Verbund unter Ermüdungsbeanspruchung
$\tau_{b,m}$	Mittelspannung in Ermüdungsversuchen
τ_u	Verbundversagensspannung (alt); auch Unterspannung bei Ermüdungsbeanspruchung
ν	Faktor
ψ	Kombinationsfaktoren für veränderliche Lasten
Ω	Vergleichsindex bei Bügeln nach Plizzari

Wichtige Indizes

b	Verbund
c	Beton
cal	Rechenwert, Berechnungswert
cr	Riss; gerissen
class	Berechnungsklasse
δ	erzeugt über Bezug zu δ oder $(1/\delta)_m$
eff	effektiv
el	elastisch
gl	global
g	Eigenlasten
i-1; i; i+1	Stellen, benachbarte Zahlen in Vorgänger- Nachfolger-Beziehungen bzw. sequentiellen Listen
infill	Verpressgrenze
k	charakteristischer Wert
lim	Grenzwert
loc	lokal
m; mean	Mittelwert
max	maximaler Wert
min	mindestens
model	Modell
pl	plastisch; Platte
pull	Auszug
q	veränderliche Einwirkungen
r	Ring
random	Zufallswert
s	Stahl
st	Querbewehrung
surface	Oberfläche
t	Zug; Übertragung – Einleitung
test; exp	Messwert
ult	Versagen
y	Fließen
x	Position x entlang der x-Achse

Abkürzungen:

ACI	<i>American Concrete Institute</i>
AZK	Ausziehkörper
BSt 500 S	Betonstahl 500 S
CEB	<i>Comité Euro-International du Béton</i>
CEB-FIP MC	Model Code
CEM	Zementklasse
CEN	Europäisches Komitee für Normung

<i>Corfac</i>	Korrekturfaktor (Variable)
DAfStb	Deutscher Ausschuss für Stahlbeton
D.I.E.	(Statik-Software, D.I.E.-Statik)
DIN	Deutsche Industrie Norm
DMS	Dehnmessstreifen
EC 2	Eurocode 2, EN 1992-1-1
EN	Euronorm
FEM	Finite-Elemente-Methode
FM	Fließmittel
<i>fib</i>	fédération internationalé du béton
FIP	Fédération Internationalé de la Précontrainte
GZG	Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit
GZT	Grenzzustand der Tragfähigkeit
HPC	Hochfester Beton, Hochleistungsbeton (<i>High Performance Concrete</i>)
HPLC	Hochfester Leichtbeton (<i>High Performance Lightweight Concrete</i>)
HSC	Hochfester Beton, (<i>High Strength Concrete</i>)
IWA	Induktiver Wegeaufnehmer
LW	Lastwechsel
MC 90	CEB-FIP Model Code 1990
NSC	Normalfester Beton (<i>Normal Strength Concrete</i>)
RILEM	Réunion Internationale des Laboratoires D'Essais et de Recherches sur les Materiaux et les Constructions
RVE	Raumvolumenelement
VZ	Verzögerer

1 Einleitung

1.1 Reale Probleme bei der Bestimmung von Rissbreiten in Bauteilen

Berechnungen zur Rissbreitenbeschränkung haben drei grundlegende Ziele:

1. Beschreibung der Verformung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit durch eine grundlegende Voraussage des Risszustandes
2. Voraussage einer (in der Regel) zu erwartenden mittleren Rissbreite w_m
3. Sicherung gegen eine ungewöhnlich große Rissbreite in dem erwarteten Risszustand, die gewöhnlich als sog. rechnerische, charakteristische oder „maximale“ Rissbreite (w_{cal} , w_k , w_{max}) bezeichnet wird. Die Sicherung erfolgt nachfolgend über die Einhaltung der für den Nachweis eingesetzten Rechenannahmen wie Stabdurchmesser ϕ , Stababstand s_r und Mindestbetonüberdeckung c_{min} beim Einbau.

Risse aus Eigen-, aber auch externen Zwangsspannungen werden weitgehend ausgeblendet, da man annimmt, dass sie durch eine gute Betonnachbehandlung und den Einbau von Fugen reduziert werden können.

Die derzeitige Rechenpraxis in Deutschland und dem europäischen Ausland reduziert die Berechnungen zur Rissbreitenbeschränkung auf die Feststellung eines großen Berechnungswertes eines sich möglicherweise oder sehr wahrscheinlich entwickelnden Risses. Dem Nutzer solcher Berechnungsansätze bleibt in allen Verfahren weitgehend verschlossen, welchen Wert sein Berechnungswert innerhalb der Grundgesamtheit von Rissen im Bauteil oder in vergleichbaren Bauteilen unter vergleichbaren Einwirkungen darstellt.

So wird beispielsweise oft vermutet, dass es sich beim Rechenwert der Rissbreite nach DIN 1045-1 [37] um eine maximale oder zumindest einen 95 %-Fraktilwert der Rissbreiten im Bauteil handelt. Die Philosophie der Prüfung eines Maximalwertes stellt dagegen einen Vergleich mit gemessenen Größtwerten gleichartiger Bauteile dar. Weder die Rissursachen noch deren Ausprägung sowie der typische Abstand zwischen Rissen werden dabei wirklich vom Anwender weiterverfolgt. Das betrifft auch die Form des Risses im Bauteilinneren und die sich daraus ableitende Schädigungserwartung infolge des Angriffspotentials der Umgebungsbedingungen auf den betroffenen Bewehrungsstahl. Es gibt zwar Untersuchungen dazu, allerdings gehen diese Betrachtungen nicht explizit in die Berechnungen ein, sondern sind höchstens in der Definition von Grenzwerten für das Gebrauchstauglichkeitskriterium Rissbreite berücksichtigt. Insofern fällt vielen Praktikern die Beurteilung unplanmäßig auftretender Risse schwer, da ihnen Untersuchungs- und Nachrechnungswerkzeuge für eine tiefer gehende Beurteilung fehlen. Das beeinträchtigt eine begründete Trennung von Riss, Schaden und Mangel schwer. Beispielsweise muss ein Riss, der $w_k = 0,3$ mm um 0,1 mm überschreitet, nicht zwingend ein Schaden sein. Überschreitet er $w_k = 0,3$ mm nur um 0,05 mm, ist nicht einmal ein Mangel vorhanden.

Bei Analysen mit den Berechnungsmöglichkeiten alter Normen verbleibt zudem oft kein gutes Gefühl, da Spannungen und Rissabstände schon im Nachweis – bis hin zu Gutachten – offensichtlich mit den gegebenen Berechnungsmöglichkeiten nur begrenzt widerspiegelt werden können. Aufgrund der vielen Abweichungen und Eventualitäten auf dem

Berechnungspfad ist das Vertrauen der Nutzer in solche Berechnungen oder Nachrechnungen erfahrungsgemäß gering.

Zwei Hauptursachen sind bestimmend für die übliche Nachweispraxis der exemplarischen Feststellung einer großen, erwarteten Rissbreite w_{cal} gegen den festgelegten Grenzwert des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit w_{lim} .

1. Die Angst vor einer sich aus einer einzelnen lokalen Schädigung akkumulierenden progressiven Schädigung (Gebrauchstauglichkeit als indirektes Sicherheitselement für die Tragfähigkeit).
2. Die „Entnahme“ der Eingangsgrößen für die Nachweisaufgabe aus repräsentativen Bemessungsquerschnitten.

Daraus resultieren schon gewohnheitsmäßig ganz typische Fehlbewertungen der Gebrauchstauglichkeit, die meist zuungunsten der untersuchten Bauteile ausfallen.

Beispiele für häufige Fehlbeurteilungen in der Berechnungspraxis:

1. Die Bereitstellung einer geeigneten Stahlspannung σ_s :
Unabhängig von den bekannten Differenzen zwischen den angenommenen Einwirkungskombinationen für die Definition des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit (GZG) und des Grenzzustandes der Tragfähigkeit (GZT) ermöglicht nur die Anwendung der nichtlinearen Berechnungsverfahren bei Biegung eine annähernd realitätsnahe Abbildung der Stahlspannung im GZG. Alle anderen Berechnungsverfahren bestimmen die zu erwartende Stahlspannung zu hoch, weil diese Verfahren von einer zu kleinen und zu völligen Druckzone ausgehen. Die Mitwirkung des Betons auf Zug wird in der Regel vernachlässigt. Auf der anderen Seite werden vorhandene Schwindeinflüsse und Zugkriechen fast immer vernachlässigt oder in Faktoren pauschalisiert.
2. Die Koexistenz von maximaler Spannung im statischen System, maximalem Rissabstand für die Ermittlung der maximalen Rissbreite als (Quasi-)Axiom und Berechnungsannahme bei Biegebauteilen kann leicht widerlegt werden. Diese Annahme ist überaus konservativ und bildet ein zumeist gutes Sicherheitspolster. Dies bedeutet aber auch, dass Berechnungsergebnisse kaum an Erfahrungen über Erfolg oder Misserfolg in der Realität zu überprüfen sind. Insofern treten auch die Diskussionen zu diesen Berechnungen ohne spürbare Entwicklung auf der Stelle, da sie selten von der praktischen Seite begleitet werden können.
3. Die Annahme, dass unter den gegebenen Berechnungsansätzen eine Prüfung der Anrissspannung auf Basis der mittleren 28 Tage-Zugfestigkeit $f_{ctm(28d)}$ für eine Beurteilung ausreicht, ob ein Querschnitt als gerissen oder ungerissen in einem Nachweis der Gebrauchstauglichkeit zu berücksichtigen ist.
Die Einschätzung dieser Materialeigenschaft ist vor allem wichtig für die Beurteilung des Risszeitpunktes und die Auslegung der Mindestbewehrung zur Sicherung des duktilen Bauteilverhaltens bei Erstrissbildung. Ist also der Risszeitpunkt deutlich vor 28 Tagen zu setzen (Rissbildung durch Zwangsspannungen infolge des Abfließens von Hydratationswärme), wird auch die maßgebende Zugfestigkeit kleiner und die umzulagernde Kraft reduziert. Dagegen könnte späterer Zwang durch zu gering ausgelegte Bewehrung zu großen Schäden infolge der Erstrissbildung führen. In beiden Fällen wird die Berechnung wieder auf diskrete Bemessungsschnitte reduziert. Dabei ist für die Risserwartung eher ein unterer Fraktilwert der lokalen

Zugfestigkeiten im Bauwerk entscheidend, da der Erstriss zumeist an einem Ort mit schlechteren lokalen Materialeigenschaften eintreten wird und das möglicherweise unter einer extremalen Lastkombination wie der seltenen Einwirkungskombination. Andererseits ist für eine Systemuntersuchung, d. h. die Untersuchung einer globalen Verformung wie z. B. bei einer Durchbiegungsberechnung, die mittlere Betonzugfestigkeit f_{ctm} in einem Bauteil zum Untersuchungszeitpunkt t maßgebend.

Die Konsequenzen dieser Fehleinschätzung sind vielfältig. Üblicherweise wird für Rissbreitenbeschränkung oft zu viel Bewehrung eingelegt. Für Fälle der Zwangbeanspruchung, die oft durch große Einzelrisse geprägt sind, wird dagegen selten das Optimum getroffen. Fälle extremer Unterschätzung und Überschätzung von Zwangspannungen halten sich die Waage.

1.2 Die Bedeutung des Nachweises einer einzelnen großen Rissbreite

Für die Gebrauchstauglichkeit eines Bauwerks werden die Nachweise der Einzelrissbreite und einer ausreichenden Mindestbewehrung ihre herausragende Bedeutung und Schlüsselstellung behalten müssen, insbesondere wenn schwer kalkulierbare Zwängungen nicht ausgeschlossen werden können. Unplanmäßig große Rissbreiten erhöhen die Gefahr progressiver Stahlschädigung durch Korrosion insbesondere, wenn Breiten dieser Größe am Bauwerk häufiger festgestellt werden. Sie sind ein Eingangstor für beginnende und sich akkumulierende Schädigungen der Betondeckung und beeinträchtigen die Oberflächenqualität des Bauteils. Große Rissbreiten behindern die Möglichkeit der Rissheilung bei zeitweisem Wasserdurchfluss. Zudem wird die Korrosion begünstigende Makroelement-Bildung gefördert [112], allerdings spielt hier auch die Anzahl von Rissen eine Rolle. Bei Biegebauteilen wird sich zusätzlich die Zugdehnung erhöhen und es besteht die Möglichkeit, dass die Stauchung der Druckzone in den Bereich nicht-linear anwachsender Kriech-Verformungen hineinwächst. Eine möglichst präzise Vorhersage der Rissentwicklung und der Verbundspannungsentwicklung in der Nachbarschaft des Rissufers von Einzelrissen sind damit ebenfalls von Bedeutung, um Rückschlüsse auf das Bauteilverhalten unter quasi-ständigen oder häufigen Einwirkungen im Gebrauchszustand ziehen zu können.

1.3 Die Zuordnung des „Performance“-Begriffes zu einem normativen Berechnungsmodell eines nationalen oder internationalen Standards

Erfahrungen mit verschiedenen Berechnungsmethoden für Rissbreiten eines Einzel- oder abgeschlossenen Rissbildes ergeben eine hohe Streubreite der zu erwartenden Ergebnisse. Dazu scheinen einige Fälle von Rissbildung so schlecht widerspiegelt, insbesondere bei kleinen vorherzusagenden Rissen, dass auch sehr detaillierte Analysen des Rissprozesses mit normativen bzw. normnahen Mitteln durch die Realität noch übertroffen werden können.

Mit der neuen DIN 1045-1 (7.01) werden im Kapitel 11 Verfahren zur Sicherstellung einer effektiven Rissbreitenbeschränkung angeboten, die sich nicht nur optisch deutlich von der Vorgehensweise nach DIN 1045 (7.88), aber auch von Heft 400 des DAfStb [110]

unterscheiden. Die Rechenbasis für die DIN 1045-1 wurde durch das Berechnungsmodell des CEB-Model Code 1990 [21] gegeben.

Im europäischen Normungsprozess werden zudem weitere Modelle und Rechenhilfsmittel diskutiert, die teilweise recht stark von der DIN abweichende Ergebnisse in der Beschreibung ein und derselben Situation erzeugen. Damit stellt sich dem Anwender die Frage, wie realitätsnah oder sicher diese Berechnungen sind und inwieweit der Nutzer wirklich vor bösen Überraschungen, also Überschreitungen der Vorhersage und Planung, geschützt ist. Alles das sind Fragen nach der Modellqualität und Effektivität der Berechnungen/ des Nachweises und dem daraus erwachsenden, möglichst geringen Aufwand für die Umsetzung des Ergebnisses. Es ist also die Frage nach der „Performance“ der vorliegenden und unterbreiteten Modelle. Bekanntermaßen werden ja zum Beispiel die nach DIN 1045-1 (7.01) berechneten Mindestbewehrungsgrade als relativ gering im Vergleich mit den europäischen und internationalen Mitbewerbern angesehen. Dabei weiß man aus Erfahrung, dass kaum ein 100 %iger Schutz vor einzelnen übergroßen Rissbreiten in einer größeren Menge von Rissbreiten eines Bauteils zu gewährleisten ist - und auch kaum zu erwarten ist.

Man kann diese Erfahrung nutzen, um ein Modell zu suchen oder aber als effizient zu bestätigen, das mit effektiv bleibendem konstruktiven Aufwand und dabei begrenztem Berechnungsaufwand zu einer dauerhaften Lösung führt, aber auch tolerierbare Überschreitungen erklärt. Wichtige Konzepte dazu sind bereits mit den Untersuchungen von Martin/ Schießl/ Schwarzkopf in [89] und Jungwirth in [71] der Öffentlichkeit im deutschsprachigen Raum vorgestellt worden.

„Performance“ bedeutet also, wie materialeffektiv oder -intensiv eine bestimmte Zielrissbreite w_{lim} als Nachweiskriterium erreicht werden kann und welche Überschreitungen bzw. Modellungenauigkeiten zugelassen werden, ohne das Ziel einer definierten Lebensdauer bzw. einer immer noch begrenzt bleibenden Schädigung bei Überschreitung der Zielrissbreite zu verlassen.

Entscheidendes Hilfsmittel zur Einschätzung der Wirksamkeit des Modells und der konstruktiven Folgerungen ist der Vergleich der Überschreitungswahrscheinlichkeiten der aus den Modellen erzeugten Ergebnisse w_k , oder w_{max} als abbildbare Fraktile von großen Rissen in einem Bauteil oder einer Bauteilgruppe mit Ist-Werten. Wie Beeby in [11] eindrucksvoll zeigt, sollte dabei nicht nur ein Vergleich mit dem Berechnungsziel einer Grenzzrissbreite w_{lim} erfolgen, sondern die Modellqualität sollte immer an Ergebnissen von Bauteil ähnlichen Versuchen oder Ergebnissen praktischer Anwendung beurteilt werden. Im Mittelpunkt der Fragestellung wird also stehen müssen, welche (Teil-)Sicherheit gegen das Eintreten übergroßer Rissbreiten wirklich besteht. Da die Rissbreiten bis zu einem gewissen Grad auch einen halb zufälligen Charakter haben, insbesondere Einzelrissbreiten und Rissabstände betreffend, ist, neben einem erweiterten Verständnis für die Verbundmechanismen, eine statistische Bewertung unumgänglich. Dieser Sicherheitsbegriff ist jedoch nicht unumstritten, da für die Gebrauchstauglichkeit ein expliziter Teilsicherheitsfaktor zur Abdeckung der Modellunsicherheit eigentlich nicht zugelassen ist. Dieser wäre auch wenig zweckdienlich. Anwender könnten aus einer solchen Vorgabe seitens des Sicherheitskonzeptes folgern, dass die Modelle sehr treffsicher sind, was jedoch erfahrungsgemäß kaum korrekt ist.

Exakt zu dem vorliegenden Konzepten DIN 1045-1 (MC 90), EN 1992 sind statistische Bewertungen noch rar (für MC 90 z. B. in [76]) oder aber sind sie nur aus Vergleichsuntersuchungen für andere Normen umgerechnet worden, so dass Bedarf an umfassenden Bewertungen der neuen Modelle besteht. Für die DIN 1045 (7.88) sind statistische Analysen und Rechenansätze in [110] dargelegt.

Zur Analyse der Rissbildung gehört auch die Beurteilung und Aufstellung von Berechnungsansätzen zur Beschreibung der Übertragung von Spannungen zwischen dem Stahl und Beton im Verbund. Die vorliegende Dissertation möchte den wissenschaftlichen Hintergrund der Schwierigkeiten bei der Erklärung von Verbundmechanismen aufzeigen und demonstrieren, wie sich aus einer Verbundbeschreibung fundierte Modellentwicklungen ableiten lassen. Zudem lässt sich anhand zweier Datensätze veranschaulichen, wie sich die zurzeit benutzte und geplante normative Ansätze der DIN 1045-1 und der EN 1992-1-1 [97] einordnen und wo kritische Fragen verbleiben, aber auch gelöst werden können. Die Dissertation möchte dabei besonders dem Konzept der DIN 1045-1 und des Heftes 525 [28] ein statistisches Gesicht geben, um dem distanzierten Nutzer der DIN 1045-1 (7.01) die Möglichkeit der eigenen Bewertung und der Sensibilisierung für die Anwendbarkeit des Rechenmodells zu eröffnen.

2 Verbundforschung im Hintergrund von Rissbreitenberechnungskonzepten – Stand des Wissens

2.1 Einstieg in die modernen Verbundansätze

Nach Rehm [104] ist der Zusammenhang zwischen Verbundspannung und Verschiebung ein Maßstab für die Verbundeigenschaften der Bewehrungsstähle. Der Verbund gerippter Stähle beruht auf einer Verzahnung zwischen den Rippen des Stahls und dem Beton. Seine Qualität hängt von der Verzahnungsfläche, dem Verformungsverhalten und der Scherfestigkeit des Betons ab.

Als Maß für diese „Verzahnungswirkung“ dient die bezogene Rippenfläche f_R , um Betonstähle mit unterschiedlichen Rippenformen vergleichen zu können. Auch Stäbe mit verschiedenen Neigungen der Rippen gegen die Stabachse (z.B. BSt 500S) können dadurch verglichen werden.

$$f_R = \frac{\text{Normalprojektion der Rippenfläche}}{\text{Mantelscherfläche zwischen zwei Rippenachsen}} + (\text{evtl. Berücksichtigung der Verwindung}^*) \quad (2.1)$$

*) Nur bei Torstählen ist Schlaglänge bzw. Ganghöhe zu berücksichtigen.

$$f_R = \frac{k \cdot A_R \cdot \sin \beta}{\pi \cdot \phi \cdot c_r} \quad (\text{bei BSt 500 S})$$

Mit:

k	Anzahl der Schrägrippen am Umfang (2 oder 3)
A_R	Längsschnittfläche einer Rippe in deren Achse
β	Neigung der Rippen zur Stabachse
ϕ	Stabdurchmesser
c_r	Schrägrippenabstand in Stablängsrichtung

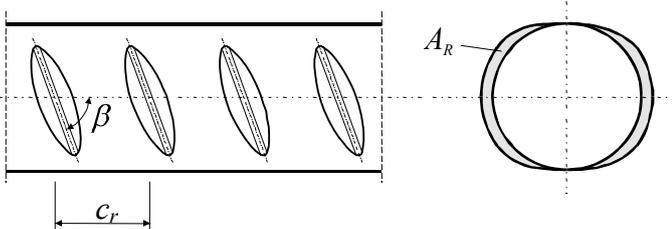


Bild 2. 1: Größen am Betonstab zur Bestimmung der bezogenen Rippenfläche

Weitere umfassende Untersuchungen über den Einfluss der bezogenen Rippenfläche auf das Verbundverhalten sind durch Martin [88], Eligehausen/Mayer [48] und Tepfers/Olsson [122] geführt worden.

Rehm untersuchte die Wirkung von verschiedenen geneigten Rippen und unterschiedlichen Rippenabständen auf den Verbund mit normalfestem Beton. Bild 2. 2 zeigt die Kräfteaufteilung an der Verzahnung zwischen Beton und Rippenstahl an einer Rippe. Durch die Neigung der Rippen gegen den Beton mit dem Stahl entsteht nach Überwindung der Adhäsion eine Horizontalkraft in der Betonumgebung. Reibung verändert gegenüber der ursprünglichen Neigung der Rippenflanke die Krafrichtung für das hydrostatische Kräftegleichgewicht, das der Beton in der Stabumgebung als Verformungswiderstand

aufbauen kann. Die Zugbelastung im Querdruck erzeugenden Zugring ist dadurch etwas geringer, da der Beton den Stab effektiver stützt. Reibungswiderstand erhöht also Verformungs- als auch Scherwiderstand und versteift dadurch den Verbund. Flachere Neigungswinkel belasten jedoch auch die Druckstreben höher und erhöhen die Wahrscheinlichkeit eines spröden Verbundversagens und größerer plastischen Verformungen vor den Rippen. Diese können zu größerem Schlupf führen.

Neigungswinkel mit $\alpha > 45^\circ$ beeinflussen das Verbundverhalten günstig und machen den Verbund weicher. Sie sind besonders typisch für kleine relative Betondeckungen c/ϕ . Da die Ausbildung des Stützwinkels teilweise auch durch die Belastungs- und Verformungsreaktion des umgebenden Betons geprägt wird, ist die tatsächliche Ausprägung der Stützwinkel vor den Rippen über die Verbundlänge l_b nicht konstant. Diese Veränderungen werden bei der Steigerung der Last im Stahl noch verstärkt. Eigene Versuche und die von Tepfers/Olsson [122] zeigen, dass offenbar mit steigender lokaler Verbundbelastung auch die Winkel zunehmen. Das realistische Maximum kurzzeitiger Momentanwerte kann $70... 85^\circ$ annehmen. Diese Werte sind jedoch nicht dauerhaft stabil, sondern werden vom lokalen Verbundversagen begleitet. Üblich dagegen sind Werte zwischen $25... 45^\circ$ an kurzen Verbundlängen [100] und $(35^\circ)40^\circ... 55^\circ(60^\circ)$ an langen Verbundlängen in Einbausituationen.

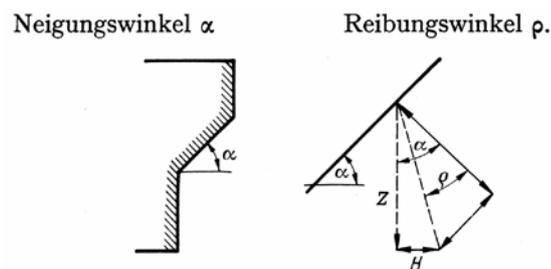


Bild 2. 2: Kräfteaufteilung an einer geneigten Rippe nach Rehm [104]

2.2 Ableitung von Verbundgesetzen aus kurzen Stablängen

In der klassischen Beschreibung des Verbundes wird ein Gesetz zwischen örtlichen Verbundspannungen und zugehöriger örtlicher Verschiebung aufgestellt. Dafür lassen sich nach Rehm [104] diese Gesetze sinnvoll am Stabdifferential bestimmen. Die dazu notwendigen Messungen des Zusammenhanges von Belastung und Schlupf werden oft an sog. Ausziehkörpern durchgeführt. Man nimmt an, dass das Stabdifferential durch eine sehr kurze Einbettungslänge simuliert werden kann. Diese sollte nach Rehm mit der 1-2fachen Länge des Rippenabstands c_r oder dem 1fachen Stabdurchmesser ϕ gewählt werden. Durch die geringe Einbettungslänge und die dadurch geringere notwendige Zugkraft zur Überwindung des Verbundes erscheint die Wahl von Druck- oder Ausziehkörpern von minderer Bedeutung. Dies trifft insbesondere für die Abbildung von Auflagersituationen zu, wo eine Zugkraft in ein Auflager eingeleitet werden muss. Die bei größeren Verbundlängen auftretenden Einflüsse aus der Querdehnungsbehinderung der Lagerung der Ausziehkörper meint man so wesentlich verringern zu können.

Nach Rostasy [100] sollten sich Versuche mit kurzen Einbindelängen hinsichtlich der zu wählenden Verbundlänge am sog. repräsentativen Volumenelement (RVE) und damit dem Größtkorndurchmesser des Betonzuschlages d_g orientieren, um übertragbare Ergebnisse zu erzeugen. Danach gilt als sinnvoll gewählte Einbindelänge l_b :

$$l_b \sim a_{\text{RVE}} = 2,3 \cdot d_g \quad (2.2)$$

Mit: l_b Verbundlänge
 d_g Größtkorndurchmesser des Zuschlages
 a_{RVE} Kantenlänge des RVE

Bei Einhaltung dieser kurzen Verbundlänge kann im Unterschied zu Dehnkörpern die Verbundspannung $\tau_b(x)$ aus dem Versuch über die Verbundlänge l_b gemittelt werden und steht als beliebig verwendbarer lokaler Wert für viele Belastungsstadien zur Verfügung. Die Idee ist also, eine lange Verbundlänge als eine Kette vieler kurzer Verbundlängen in unterschiedlichen Belastungsstadien zu verstehen.

Aus den gleichzeitig mit der Zuglast gemessenen Stabverschiebungen s gegenüber der Betonumgebung am sog. Stabdifferential lässt sich herleiten. Die vollständige Herleitung findet sich bei Bruggeling, [18]:

$$\frac{s(x)}{dx} = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_c(x) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_s(x=0) \cdot (1 + \alpha_e \cdot \rho) \quad (2.3)$$

Mit: s Stabverschiebung gegenüber Betonumgebung (Schlupf)
 ε_s Dehnung des Bewehrungsstahles
 ε_c Dehnung des Betons
 $(x=0)$ Punkt der Dehnungsverträglichkeit zwischen Stahl und Beton

Die Betonverformung ε_c hängt vom Bewehrungsgrad ab:

$$\rho = \frac{A_s}{A_{ct}} \quad (2.4)$$

Mit: ρ geometrischer Bewehrungsgrad
 A_s Querschnittsfläche des Bewehrungsstahles
 A_{ct} Querschnittsfläche des Zug belasteten Betons

und von

$$\alpha_e = \frac{E_s}{E_c(t)} \quad (2.5)$$

Mit: α_e Verhältnis der E -Moduli von Stahl E_s und Beton E_c

Aus dem Grundzusammenhang (2.3) folgt:

$$\frac{s(x)}{dx} = \frac{\Delta\sigma_s(x)}{E_s} (1 + \alpha_e \cdot \rho) \quad (2.6)$$

Mit: $\Delta\sigma_s(x) = \sigma_s(x) - \sigma_s(x=0)$

Die Stahzugspannung am Stabdifferential steht dabei mit der Verbundspannung (historisch als auf die Staboberfläche bezogene Schubspannung eingeführt) in folgendem Zusammenhang (2.7).

$$\frac{d\sigma_s(x)}{dx} = \frac{u}{A_s} \cdot \tau_b(x) = \frac{4}{\phi} \cdot \tau_b(x) \quad (2.7)$$

Mit: u Umfang des Stabes

Damit ist die Verbundspannung als Funktion der Schlupfentwicklung über die Einleitungslänge darstellbar.

$$\tau_b(x) = f[s(x)] \quad (2.8)$$

Somit ergibt sich für das Stabdifferential die Differentialgleichung des verschieblichen Verbundes:

$$\frac{d^2s(x)}{dx^2} = \frac{4}{\phi} \cdot \frac{(1 + \alpha_e \cdot \rho)}{E_s} \quad (2.9)$$

Zur Beschreibung der Verbundspannung wird häufig auf den offenbar bestehenden Zusammenhang zwischen Betonfestigkeit und Verbundspannung zurückgegriffen, siehe [67]. Normiert man die Verbundspannungen an der Betondruckfestigkeit, lassen sich für spezifische Betonarten (Normalbeton, Leichtbeton und hochfeste Betonklassen) in der Kombination mit Rippenstählen Verbundgesetze in der allgemeinen Form darstellen.

Dabei wird der Schlupf an der Stelle x nur als relativer Bezug $s(x)/s_1$ geführt. Der Bezugsparameter s_1 ist der Schlupf, der bei vergleichbaren Versuchen beim Erreichen der Verbundversagensspannung $\tau_{b,max} = f_{b,ult}$ auftritt. Aus dem Ansatz von Model Code 1990 [21]

$$\tau_b(x) = \tau_{b,max} \cdot \left(\frac{s(x)}{s_1} \right)^\alpha = f_{b,ult} \cdot \left(\frac{s(x)}{s_1} \right)^\alpha \quad (2.10)$$

mit: $\tau_{b,max} = K \cdot f_c$

α Exponent in Abhängigkeit der Verbundeigenschaften

f_c Betondruckfestigkeit

wird:

$$\frac{\tau_b(x)}{f_c} = K \cdot \left(\frac{s(x)}{s_1} \right)^N \quad (2.11)$$

Man kann natürlich genauso mithilfe des absoluten Schlupfs s (in der Literatur auch häufig δ) einen Verbundspannungs-Schlupf-Zusammenhang darstellen, z. B. wie Bruggeling in [20].

$$\tau_b(x) = C \cdot s(x)^N \quad (2.12)$$

Mit: C Faktor des Verbundgesetzes

N Exponent des Verbundgesetzes

$$N = \frac{1}{\nu}, \text{ mit } \nu \text{ in Abhängigkeit von der Bewehrung, } \nu \geq 1$$

Dieses Konzept erscheint vor allem für Stähle mit nahezu ideal-palstischem („weichem“) Verbund oder für Verankerungsbereiche von Zuglasten bzw. Spannritzen geeignet und ist dafür von Bruggeling [20] auch weiterentwickelt worden.

Dabei ergibt sich für den Grenzwert des Verbundexponenten $\lim N \rightarrow 0$ – (glatter) Betonstahl mit konstanter Reibungszahl - eine lineare Entwicklung der Stahlspannung über die Übertragungslänge der Stabkraft. Eine konstante Verbundspannung ist zu erwarten. Bei $\nu = 3$

($N = 0,33$) entwickelt sich die Stahlspannung $\sigma_s(x)$ parabelförmig in der Übertragungslänge l_t , die Verbundspannung ist linear fallend bzw. steigend (entsprechend Ausziehversuch „pull-out“ oder Druckversuch „push-in“) zu erwarten.

Für normalfesten Beton und üblichen gerippten Betonstahl können nach König et al. [77] die Parameter in (2. 14) $C = 0,31 \dots 0,23$ und $N = 0,30 \dots 0,26$ angenommen werden, mit sinkender Tendenz bei steigender Betonklasse. Alle Werte gelten unter der Voraussetzung kleiner Schlupfwerte und ausreichender Sicherheit gegenüber Längs- bzw. Sprengissen in der Betondeckung.

Ein modernes und praktikables Verfahren zur Bestimmung der Faktoren C und N in (2. 12) stellt Bruggeling [20] mit der Step-by-Step-Release-Methode (SSR-Methode) für Spannbeton spezifische „Push-in“-Fälle in der Verankerungszone der Spannglieder vor. Hierbei können jegliche Material- und Bauteilspezifikationen einschließlich Rissbildungen problemlos berücksichtigt werden, siehe Bild 2. 3. Das Prinzip ist auf „Pull-Out“-Bedingungen in Ausziehversuchen und Zugstäben übertragbar.

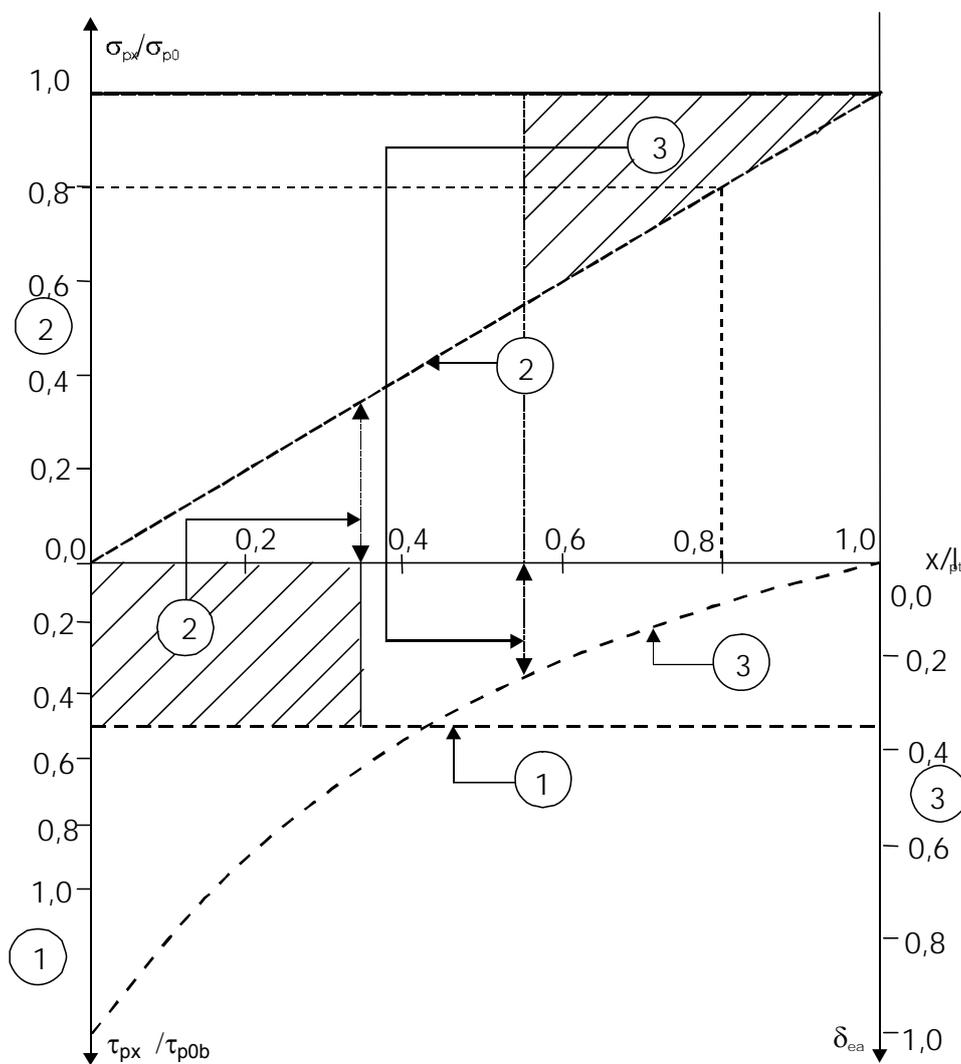


Bild 2. 3 a)

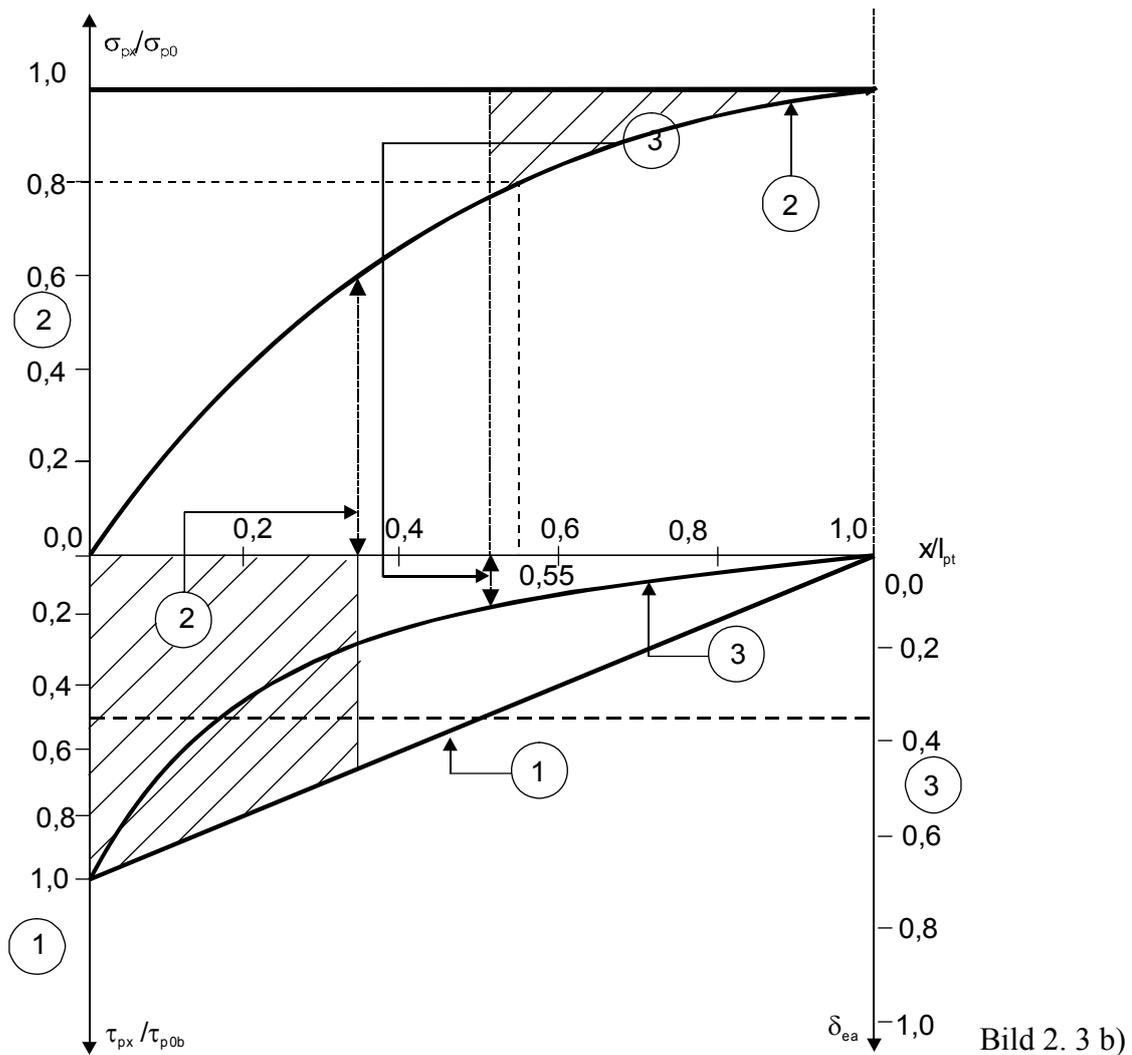


Bild 2. 3 a), b): Der Zusammenhang in der Übertragungszone zwischen dem Verlauf der Verbundspannungen $\tau(1)$, der Stahlspannungen $\sigma(2)$ und der Verschiebungen $\delta(3)$ in der Übertragungszone, dargestellt für zwei „Push-In“-Fälle:

Fall a. - - (N = 0), Fall b. ——— (N=0,33) [20]

Bezeichnungen im Bild 2. 3:

- σ_p – Spannung im Spannstahl, σ_{p0} -Ausgangsspannung
- τ_p – Verbundspannung des Spannstahl an einer bestimmten Stelle
- l_{pt} – Größe der Übertragungslänge entlang des Spannstahls
- σ_p, τ_p werden als Funktionen von x in l_{pt} dargestellt.

Ein Übergang zur Bestimmung der Übertragungs- bzw. minimal notwendigen Verbundlänge kann in Auswertung des Ansatzes von Bruggeling für den Verbund von Spannstahl mit Beton gezeigt werden.

Für Spannglieder:
$$l_{pt} = s(x)_{ges} \cdot \frac{2 \cdot E_p}{(1 - N) \cdot \sigma_{p,R,initial}} \quad (2. 13)$$

Mit: l_{pt} notwendigen Verbundlänge für Spannglieder
 E_p E-Modul für Spannglieder
 $\sigma_{p,R,initial}$ Spannung im Spannstahl beim Ablassen

Den der Adhäsion zwischen Beton und Stahl entsprechenden, konstanten Reibungsanteil kann man bei profilierten Stählen durch Ergänzung einer Konstante a_0 in (2. 14) extra berücksichtigen.

$$\tau_b(x) = a_0 + C \cdot s(x)^N \quad (2. 14)$$

Der konstante Anteil a_0 hängt stark vom Rippenabstand und –größe ab und wird erst bei größeren Rippenabständen c_r bzw. kleiner bezogener Rippenfläche f_r von entsprechender Relevanz sein. Bei den meisten Verbundversuchen an Ausziehkörpern, die zum Zweck der Untersuchung der Verbundgesetze durchgeführt werden, spielt diese Konstante keine große Rolle. Youlin [130] hat nominell nachgewiesen, dass dieser Anteil relativ klein ist.

2.3 Das Zugringmodell nach Tepfers

Von Tepfers [120] wurde ein Stabwerksmodell zur Erklärung des Verbundwiderstands von Rippenstählen eingeführt. Der Stahl stützt sich dabei über die Rippen und in einem bestimmten Winkel α (siehe Bild 2. 4) gebildete Druckstreben gegen einen Zugring in der Betondeckung um die Stabachse ab.

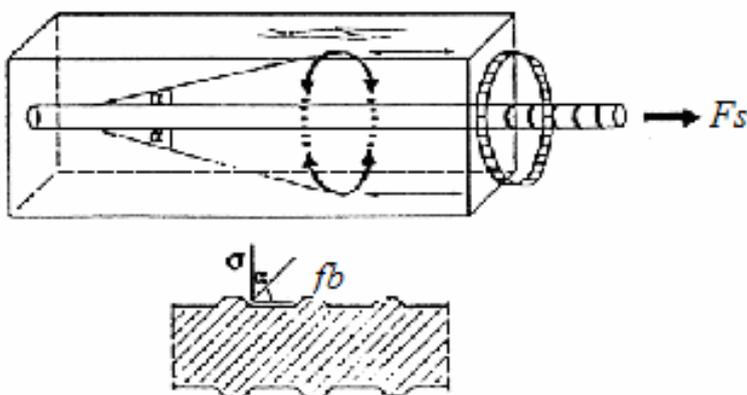


Bild 2. 4: Modell der Verbundwirkung nach Tepfers [120]

Die radial durch über die Rippen abgestrahlte Druckkomponente des Verbundsystems wird durch Zugringspannungen im Beton im hydrostatischen Gleichgewicht gehalten. Die horizontale Komponente erzwingt eine Betondehnung gegen den Zugwiderstand des umgebenden Betons, der zu einer Zugspannung im Beton führt. Es wird klar, dass der aktivierte Bereich, die mitwirkende Betonfläche, und die zur Verfügung stehende Betonfläche für die Ausbildung des Zugrings von entscheidender Bedeutung sind. Es besteht also eine Größen- bzw. Geometrieabhängigkeit für die Reaktion des Verbundsystems Beton-Bewehrung.

Nach Tepfers haben die tangentialen (Ring-)Zugspannungen einen großen Anteil am Verbundverhalten. Allerdings bilden sich schon bei geringer Belastung nach der größerflächigen Überwindung der Haftreibung zwischen Stahl und Beton durch die Raumforderung der Rippen infolge des höheren Drucks auf die Betonkonsolen zwischen den Stahlrippen kleine radiale Risse. Deren Risswachstum wird jedoch erst im Grenzzustand der Verbundtragfähigkeit instabil wachsen. Tepfers kann das Materialverhalten der unmittelbaren Betonumgebung des Betonstahls durch 3 verschiedene Zustände beschreiben:

- elastisch,
- teilweise gerissen-elastisch und
- plastisch (siehe u.a. Bild 2. 7).

Dabei sind der plastische und der elastische Verbundzustand exklusive Zustände, die gewissermaßen Grenzbedingungen bzw. Rechenvereinfachungen markieren. In allen Modellen wird der Widerstand der Betonumgebung wird dabei von Tepfers nur aus dem jeweils ungerissen verbleibenden Bereich des aktivierten Kreisrings hergeleitet.

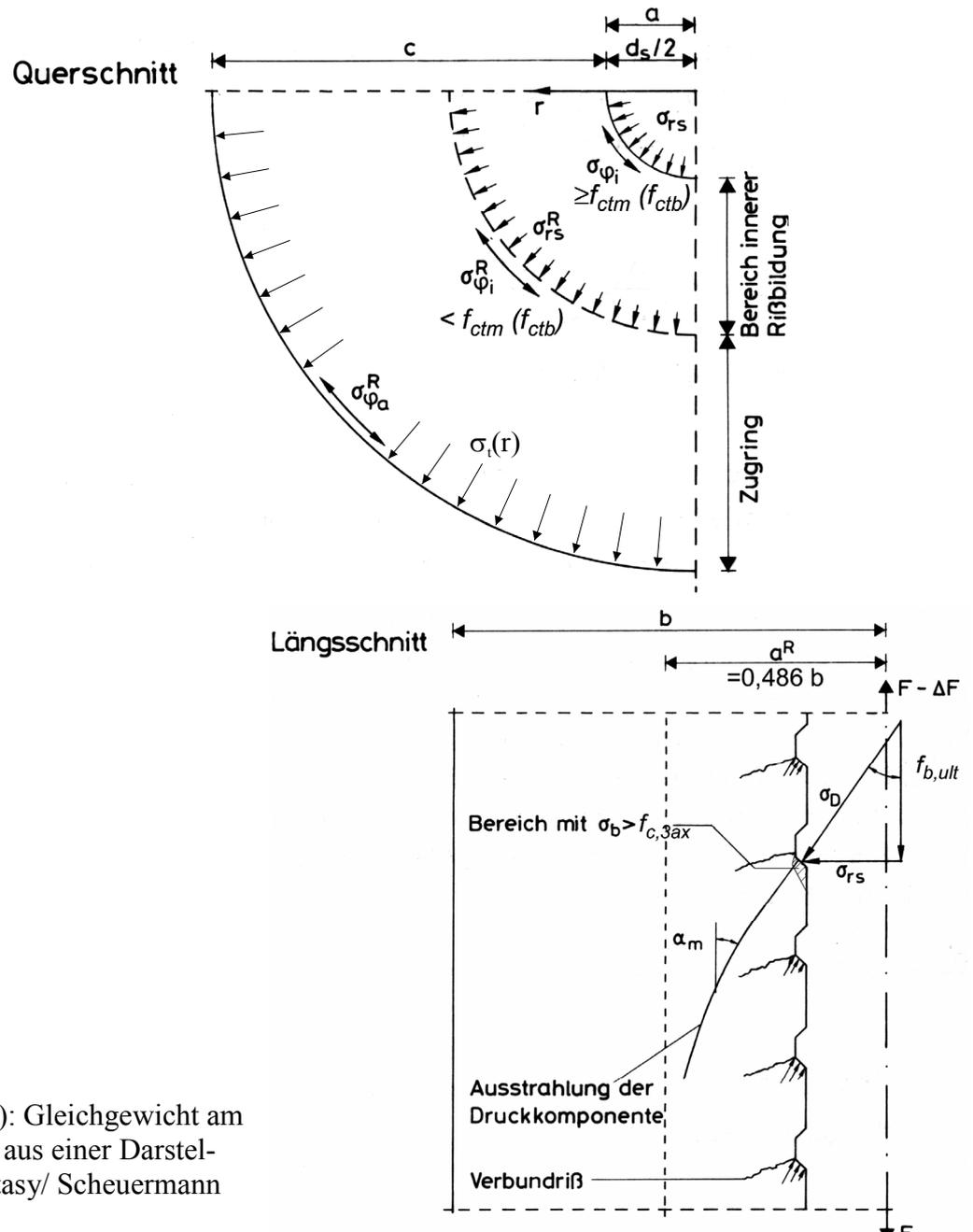


Bild 2. 5 a), b): Gleichgewicht am Betonzugring aus einer Darstellung von Rostasy/ Scheuermann [100]

Der Druck breitet sich im Querschnitt des Betonzugrings radial von der Stahlachse aus. Der Innendurchmesser dieses Drucksystems entspricht dem Durchmesser des Stahls. Für die Horizontalkomponente gilt in Abhängigkeit vom Radius r , beginnend in der Stabmitte folgende Beziehung für die Entwicklung des vom Stab ausgehenden Drucks in einem elastisch verbleibenden Verbundsystem nach Tepfers [120]:

$$\sigma_{rs}^R(r) = \frac{(\phi/2)^2 \cdot p}{(c + \phi/2)^2 - (\phi/2)^2} \cdot \left[1 - \frac{(c + \phi/2)^2}{r^2} \right] \quad (2.15)$$

Mit: $\sigma_{rs}^R(r)$ mit dem Radius veränderliche Druckspannung, die mit dem Zugring in einem hydrostatischen Gleichgewicht steht (Bild 2. 5)
 $p = \sigma_{rs}(r) \rightarrow (p = \tau_b \cdot \tan \alpha)$, Druckkomponente des Verbundsystems aus Bild 2. 5 b)
 c Betondeckung, siehe Bild 2. 5
 r variabler Radius: $\phi/2 \leq r \leq (c + \phi/2)$, siehe Bild 2. 5

Weiterhin gilt:

$$p_o = |\sigma_{rs}^R(r)| \quad (2.16)$$

Ist der Betonzugring dagegen bereits durch die Entwicklung von radialen vom Stab ausgehenden Rissen gekennzeichnet, werden weiter außen liegende Teile des Zugringes stärker belastet. Die Völligkeit der Ringzugspannungen in der ungerissen verbleibenden Betondeckung nimmt zu. Die Druckverteilung zwischen Stabumfang und dem ungerissenen Teil des Zugringes, der an der Risswurzel beginnt, erfolgt über ein (Druck-) Flächengleichgewicht:

$$\sigma_{rs}^R = \sigma_{rs} \cdot \frac{\phi}{2 \cdot r} = -p \cdot \frac{\phi}{2 \cdot r} \quad (2.17)$$

Mit: σ_{rs} horizontaler Druck auf den Stab (siehe Bild 2. 5)

Das hydrostatische Verhalten, das der umgebende Beton gleichzeitig zeigt, führt in der Umgebung des Betonstahls zu einer tangentialen Zugspannung σ_t bzw. σ_ϕ , da die Betoneigenschaft Zugfestigkeit die Querdehnung durch den radialen Druck behindert. Dieses querdehnungsbehindernde Verhalten des Betons stellt praktisch ein hydrostatisches Gleichgewicht zwischen Belastung und Betonreaktion her, siehe Bild 2. 4.

$$\sigma_t(r) = p \cdot \frac{(\phi/2)^2}{(c + \phi/2)^2 - (\phi/2)^2} \cdot \left[1 + \frac{(c + \phi/2)^2}{r^2} \right] = \sigma_\phi(r) \quad (2.18)$$

Mit: $\sigma_t(r)$ tangentielle Zugspannung in Abhängigkeit vom Radius
 $r_i < r < r_a$
 r_i Innenradius
 r_a Außenradius

Der Widerstand des Rings einer nicht querbewehrten Betonumgebung ist im Wesentlichen durch die Größe und Festigkeit der jeweils kleinsten Betonüberdeckung des untersuchten Betonstahls bestimmt. Die maximale Zugspannung $\sigma_{(c)t,max}$ ist in derjenigen ungerissenen Ringfaser des Zugringes zu erwarten, die den geringsten Abstand zum Stahl hat und kann im elastischen Fall im Maximum $f_{ct}(t)$ mit der entsprechenden Rissdehnung ε_{cr} betragen.

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_{ct}}{E_c} \quad (2.19)$$

Mit: ε_{cr} Rissdehnung
 f_{ct} Zugfestigkeit des Betons allgemein

Wird die Rissdehnung in der gesamten Betondeckung nicht erreicht, kann man anhand des elastischen Modellansatzes eine Beziehung für die Verbundspannung τ definieren und die elastische Verbundfestigkeit $f_{b,ult}^{el}$ in Abhängigkeit von der maximalen Zugfestigkeit f_{ct} herleiten:

$$f_{b,ult}^{el} = \frac{f_{ct}}{\tan \alpha} \cdot \frac{(c + \phi/2)^2 - (\phi/2)^2}{(c + \phi/2)^2 + (\phi/2)^2} \quad (2. 20)$$

Mit: f_{ct} Zugfestigkeit
 α Winkel nach Bild 2. 4

Aus (2. 20) ist erkennbar, dass die Völligkeit der radialen Verteilung der tangentialen Betonzugspannungen $\sigma_t(r)$ im elastischen Modell sehr gering ist. Das ist der Fall, wenn die Bedingung $\sigma_t(\phi/2) \leq f_{ct}$ eingehalten wird. Die daraus ableitbare, elastische Verbundversagensspannung $f_{b,ult}^{el}$ ist folglich klein und deshalb eine Untergrenze der wahrscheinlichen Verbundtragfähigkeit des zugehörigen Stababschnitts Δx . Sie stellt einen sehr konservativen Ansatz für die Aufstellung von Verbundgesetzen dar. Daraus können Annahmen für Verbundspannungen in ingenieurmäßigen Modellen zur Berechnung von Verankerungsproblemen abgeleitet werden, die als Basis für konstruktive Bewehrungsregeln in Normen dienen können, da sie die verbundgefährdende Längsrisbildung ausschließen.

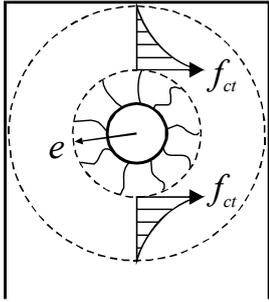
Tepfers' weiterentwickeltes, sog. „teilweise-gerissenes“ Modell für Versuchsnachrechnungen lässt dagegen ein radiales Aufreißen bei Überschreitung der Betonzugfestigkeit zu. Der Beton hat die Fähigkeit, bei Überschreitung der Betonzugfestigkeit infolge stärkerer Belastung eines Verbundabschnitts und steigendem Stützwinkels α bis zu einer Distanz ($r_e =$) $x_r = e$ aufgehende Risse zu stabilisieren. Das Gesamtsystem wird durch den im verbleibenden ungerissenen Ring ($r > e$) erzeugten hydrostatischen Druck im Gleichgewicht gehalten. Ist dieser maximale Widerstand überschritten, wird das Risswachstum instabil und das Versagen tritt plötzlich und –entsprechend der gesammelten Energie – heftig ein.

Nach Tepfers liefert der aufgerissene, innere Bereich der Betondeckung tangential keinen Beitrag zur Verbundtragfähigkeit, kann jedoch in radialer Richtung zum Stabstahl den Verbunddruck elastisch an den ungerissenen Bereich weitergeben. Deshalb ist dieses Verbundstadium „teilweise gerissen, elastisch“ genannt worden.

Modell für das teilweise gerissen-elastische Verbundstadium nach Tepfers:

$$f_{b,ult}^{el,cr} = \frac{f_{ct} \cdot 2 \cdot e}{\tan \alpha \cdot \phi} \cdot \frac{(c + \phi/2)^2 - e^2}{(c + \phi/2)^2 + e^2} \quad (2. 21)$$

Mit: $f_{b,ult}^{el,cr}$ Verbundspannung aus dem elastisch-gerissenem Modellansatz
 e Radius des aufgerissenen Bereichs um den Bewehrungsstahl, siehe Bild 2. 6



lokale Spannungsspitze bei e

Bild 2. 6: Teilweise gerissenes Modell mit tangentialer Spannungsspitze der tangentialen Zugspannungen bei e , bei weiterer Laststeigerung mit $\sigma_{ct} > f_{ct}$ zur Rissprogression föhrend ($e = r_e$)

Unter Verwendung des Ansatzes von (2. 21) lässt sich zeigen, dass sich als Lösung einer Extremwertaufgabe für $e = 0,486 \cdot (c + \phi/2)$ eine maximale Verbundtragfähigkeit ergibt. Die Begründung für eine höhere Tragfähigkeit gegenüber dem elastischen Modell ist die größere Völligkeit der Zugspannungsverteilung in der ungerissenen äußeren Ringzone. Sie steht mit dem größeren Querdrucks $\sigma_{rs}^{R=e}$ in hydrostatischem Gleichgewicht. Der Faktor $1/\tan \alpha$ in (2. 21) gibt hierbei die Möglichkeit, den in dem Modell fehlenden Beitrag der inneren gerissenen Verbundzone zur Verbundtragfähigkeit rechnerisch auszugleichen und eine Übereinstimmung mit Versuchsergebnissen zu erreichen. U. a. haben auch Rostasy/ Scheuermann [100] diesen Modellansatz zur Nachrechnung von Tieftemperaturversuchen an Ausziehkörpern erfolgreich angewendet.

Unter der theoretische Annahme einer Zugspannungsverteilung mit Völligkeit 1 im Betonring, also $f_{ct} = \text{konstant}$, lässt sich im ungerissenen Bereich des Betonrings oder sogar für den gesamten Betonring der ideal-plastische Zustand in der Betondeckung einföhren. Dieser wird zwangsläufig die Obergrenze der Verbundtragfähigkeit definieren, wenn die gesamte Betondeckung ungerissen bleibt, (2. 22).

$$f_{b,ult}^{pl} = \frac{f_{ct}}{\tan \alpha} \cdot \frac{2 \cdot c}{\phi} \quad (2. 22)$$

Voraussetzung für ein annähernd ähnliches Verhalten in der Praxis wäre ein fortgesetztes, nach außen zum Betonrand hin mögliches Spannungsumlagerungsvermögen, das ein hohes Fließ- und Dehnungsvermögen in der Stahlumgebung voraussetzt. Beton als sehr sprödes und inhomogenes Material hat erfahrungsgemäß dieses Vermögen nicht. Es lässt sich zudem zeigen, dass bei zunehmender Betondeckung die plastischen Eigenschaften der Betondeckung geringer werden.

Im Umkehrschluss lassen sich plastische Zustände für sehr geringe Betondeckungen $c < 1 \phi$ vermuten und auch theoretisch nachweisen. Diese sind jedoch ohne größere technische Relevanz und nur für die Untersuchung von Schäden aus Mängeln in der Betondeckung interessant [108]. Die Beurteilung des verschieden spröden Materialverhaltens ist mit Hilfe der linearen Bruchmechanik möglich und ein Übergang vom plastischen zu einem elastischen Verhalten lässt sich für steigende Betondeckung theoretisch zeigen [9], [106]. Obwohl der sog. „size-effect“ also für die Spannungsentwicklung in Betondeckungen demonstriert werden kann (u. a. Noghabai [91]), ist der Bereich theoretisch sehr großer Betondeckungen für die Einschätzung praktischer Bauteilsituation nur von begrenztem Wert, da ein Scherbruch des Betons zwischen den Rippen vor dem Ende der radialen Rissentwicklung eintritt.

Damit sind die Ergebnisse von Verbundgesetzen auf Basis bruchmechanischer Herleitungen vor allem für Grenzwertbetrachtungen zu verwenden. Mit steigender Betonfestigkeit und

Betondeckung nimmt die Duktilität ab, so dass ein Zustand wie im teilweise gerissenen Modell für übliche Betondeckungen der Wahrscheinlichste ist. Allerdings haben in letzter Zeit die Verwendung von Stahl- oder Polypropylenfasern als Zuschlag im Beton erhebliche Duktilitätsverbesserungen ergeben, so dass auch gerissenen Bereich ein annähernd plastisches Verhalten des Betons erzielt werden kann. Eine Annäherung an die plastische Obergrenze der Verbundtragfähigkeit scheint damit technisch nicht mehr ausgeschlossen.

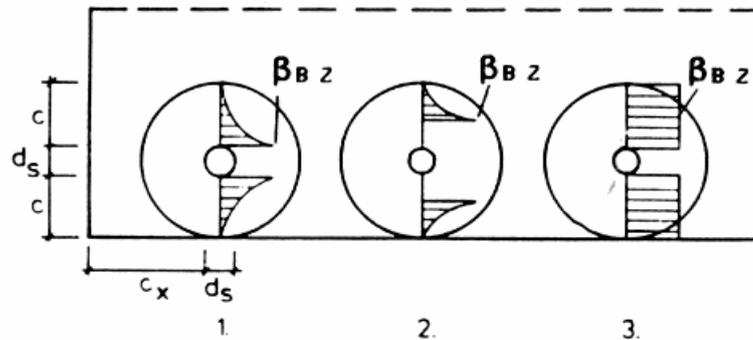


Bild 2. 7: Materialverhalten in der zugbelasteten Umgebung des Betons nach Tepfers [120], ($\beta_{bz} = f_{ct}$)

Legende:

Verteilung der tangentialen Zugspannung um einen Rippenstab. 1 = elastisch, 2 = teilweise gerissen elastisch, 3 = plastisch. d_s = Stabdurchmesser, c = Betondeckung, β_{bz} = Zugfestigkeit des Betons

2.4 Auswirkungen der Annahme eines entfestigten Materialmodells in der inneren, gerissenen Verbundzone auf die rechnerische Verbundfestigkeit

2.4.1 Weiterentwicklung des Modells für eine teilweise gerissene Verbundzone

Reinhardt und Van der Veen [105] modifizieren das Modell von Tepfers. Sie wenden für die Betondeckung das Modell eines mit der Dehnung zunehmend entfestigenden Materials an, welches dem Beton sowohl plastische als auch elastische Eigenschaften zuweist. Ein innerer Abschnitt des Betonrings ist dabei gerissen und zum Stahl hin zunehmend entfestigt („softening“). Die vorhandene Anzahl radialer Hauptrisse ist dabei offenbar diskret und begrenzt. Die Risse öffnen sich, können aber noch eine gewisse Spannung übertragen. Bild 2. 8 zeigt diesen Einfluss auf die Starrkörperverschiebung.

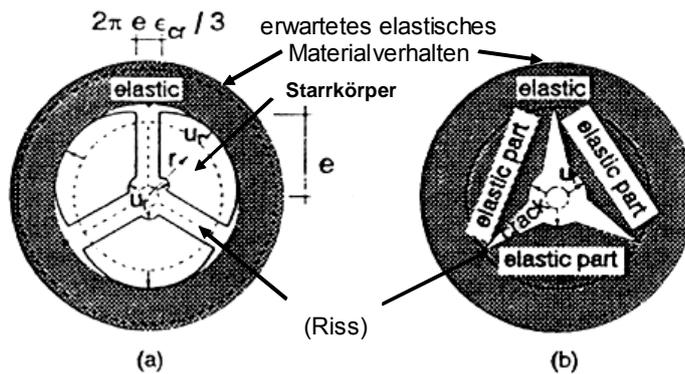


Bild 2. 8: Starrkörperverschiebung in radialer Entfernung vom Betonstahl (Aus: [105])
a) ohne Zugspannungen im gerissenen Teil (Tepfers)
b) mit Zugspannungen im gerissenen Teil

Es wird angenommen, dass sich jede Faser des elastischen Zugrings um das gleiche Maß Δl verlängert, so dass keine Biegung auftritt. Die zugehörige Radialverschiebung der Starrkörper zwischen den Rissen $u_r = e \cdot \varepsilon_{cr}$ wird vereinfacht als konstant angenommen. Dabei ist ε_{cr} die Rissdehnung des Betons (hier: die tangentielle \sim), allgemein beschrieben wie in (2. 19):

$$\varepsilon_{cr} = \frac{f_{ct}}{E_{cm}(t)} \quad (2. 23)$$

Mit: $E_{cm}(t)$ mittlerer E -Modul des Betons in Abhängigkeit vom Betonalter

Die Zugspannungsverteilung wird dann im ungerissenen Teil im entfestigenden Ring in Abhängigkeit von der Längenänderung berechnet. Im gerissenen Teil wird über das Verhältnis von aktuell vorhandener Rissbreite $w(r)$ zu derjenigen Rissbreite w_c , bei der keine Zugspannung mehr übertragen wird, die Verteilung der Zugspannungen $\sigma_t(r)$ ermittelt.

Aus der Gleichung zur tangentialen Längenänderung bei n radialen Rissen lässt sich w ermitteln, wenn für den entfestigenden Bereich plausible Materialannahmen bekannt sind.

$$\delta_t(e) = 2 \cdot \pi \cdot e \cdot \varepsilon_{cr} \quad (2. 24)$$

Mit: $\delta_t(e)$ tangentielle Verschiebung des Zugrings bei $r_e = e$

$$\delta_t(r < e) = 2 \cdot \pi \cdot r \cdot \varepsilon_t + n \cdot w = 2 \cdot \pi \cdot e \cdot \varepsilon_{cr} \quad (2. 25)$$

Mit: ε_{ct} (tangentielle) Zugdehnung von Beton

Von entscheidender Bedeutung ist hier die Übertragung von Zugspannungen über kleine Risse hinweg durch die Verzahnung der rauen Rissoberflächen. Kann man die Risserwartung auf wenige diskrete Risse beschränken, ist bereits in geringer Entfernung vom Betonstab die Annahme $\varepsilon_t = \varepsilon_{cr}$ gerechtfertigt, solange $w < w_c$ ist. Das ist der Fall, wenn bei Biegebauteilen $n = 1..2$ für Rand- oder Mittenlage und $n = 2$ bei Ecklage der Stähle im Querschnitt bzw. für Ausziehkörper $n = 2..7$ bei Sprengbruch gilt (siehe u.a. [120]). $\rightarrow n$ ist die Anzahl ähnlich großer, radial gerichteter Hauptrisse, die von einem Stab ausgehen).

Die Rissbreite $w = f(r)$ kann also für den beliebigen Radius r berechnet werden, wenn e und die Materialeigenschaften f_{ct} und $E_c(t)$ bekannt sind. Reinhardt/van der Veen [105] schlagen vor, die über den Zugring in der Betondeckung übertragbare tangentielle Zugkraft aus dem gerissenen und ungerissenen Anteil des Zugrings nach folgenden Gleichungen zu bestimmen.

$$F_{t,sum} = F_{ct}^{el} (r > e) + F_{tch} (r \leq e) \quad (2.26)$$

Mit: $F_{t,sum}$ Gesamt-Zugringkraft
 F_{ct}^{el} elastisch verbleibender Anteil des Zugrings
 F_{tch} durch Risskohäsion übertragene Zugringkraft im entfestigten Bereich

$$F_{tch} (r \leq e) = l_b \cdot \int_{r=\phi/2}^e \sigma_t(r) dr$$

σ_t tangentielle Zugspannung, die über den Riss übertragen wird

$$f_{b,ult} = \frac{2 \cdot F_{t,sum}}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} = \frac{2 \cdot F_{tch} (r \leq e)}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} + f_{b,ult}^{el,cr} \quad (2.27)$$

Mit: $f_{b,ult}$ Verbundversagensspannung bzw. Verbundfestigkeit
 $f_{b,ult}^{el,cr}$ Verbundfestigkeit aus dem Modell (2.21)

Zu beachten ist jedoch, dass durch die Mitwirkung des gerissenen entfestigenden Bereiches der Innenradius e des gerissenen Bereiches verschieden von der von Tepfers definierten Vorhersage für e nach Gleichung (2.21) sein wird. Die Bestimmungsgleichung für e lautet:

$$\frac{df_{b,ult}(e)}{de} = 0 \quad (2.28)$$

Es ist also $e > 0,486 \cdot (c + \phi/2)$ zu erwarten, die Berechnung von $f_{b,ult}^{el,cr}$ nach (2.21) ist entsprechend anzupassen. Das Ergebnis ist von der Wahl der Zugspannungs-Rissöffnungs-Funktion abhängig (siehe Bild 2.10).

Allgemeiner wird die Verbundspannung in Abhängigkeit von der tatsächlich eingetretenen Risslänge $r_e < e$ wie folgt beschrieben:

$$\tau_b = \frac{2 \cdot F_{t,sum}}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} = \frac{2 \cdot F_{tch} (r_e < e)}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} + \tau_{b,ult}^{el,cr} \quad (2.29)$$

$$\text{Mit: } \tau_{b,ult}^{el,cr} = \frac{f_{ct} \cdot 2 \cdot r_e \cdot (c + \phi/2)^2 - r_e^2}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot (c + \phi/2)^2 + r_e^2} \quad (2.30)$$

Die praktische Verwendbarkeit des oben dargestellten Ansatzes beruht aber auf der Annahme, dass sich die Rissbreite der radialen Risse über die Risslänge linear ableiten lässt. Einige Autoren bezweifeln dies, u. a. Gambarova et al. [54]. Für die Auswertung von (2.27) nehmen sie für die tangentielle Dehnung der ungerissenen Sektoren des radial gerissenen

Ringabschnitts an, dass anstelle $\varepsilon_t \approx \varepsilon_{cr} = \frac{f_{ct}}{E_c}$ die Dehnung:

$$\varepsilon_t = \frac{\sigma_t(r) \sim \sigma_t(w)}{E_c} \quad (2.31)$$

vorhanden sein wird. Es wird also stark in Zweifel gezogen, inwieweit sich die inneren Kreisringsegmente noch völlig elastisch verhalten. Für die Simulation wiederholter Belastungen ist dieser verfeinerte Ansatz wahrscheinlich realistischer. Als konservative Zuspitzung bzw. extremaler Ansatz auf der sicheren Seite kann in diesen Fällen aber der leichter zu verwendende Modellansatz „elastisch-gerissene“ Betondeckung nach Tepfers genutzt werden, der den inneren Bereichen in tangentialer Richtung keine Festigkeit mehr zuweist.

Die so berechneten Rissbreiten radialer Risse sind folglich besonders bei kleinen Ausgangsrissbreiten bzw. kleinen Werten r_e größer. Realitätsnähere Ergebnisse sind nur in einem komplizierten iterativen Prozess oder mit Hilfe einer nichtlinearen Beziehung zu bestimmen. Eigene Nachrechnungen des Ringtests von Tepfers/ Olsson [122] ergeben aber, dass der Fehler in der Berechnung der Rissbreite nach Reinhardt und van der Veen [105] in den für die Zugspannungsübertragung interessanten kleinen Rissbreiten von $w = 15 \mu\text{m}$ bei etwa 7 % und bei $w = 80 \mu\text{m}$ und 5 diskreten radialen Rissen nur noch bei 1 % liegt. Ob die nichtlineare Beschreibung der Dehnung ε_t unter Nutzung von (2.31) für die Beschreibung der Kreisringsektoren zwischen radialen Rissen besser ist, muss auch deshalb bezweifelt werden,

da dann im Fall von Rissgrößen $w(r) > w_c$ für die Dehnung $\varepsilon_t = \frac{\sigma_t(w > w_c)}{E_c} = 0$ gelten

müsste. Das ist jedoch offenbar nicht der Fall, da dies voraussetzen würde, dass sich alle Risse gleichzeitig entwickeln. Das kann in Versuchen jedoch nur für wenige radiale Hauptrisse bestätigt werden, Zwischenrisse entstehen später. Andererseits wird sich mit zunehmender Anzahl der radialen Risse in den Zwischenräumen diskreter Risse ein Vorgehen nach Gambarova lohnen, da dann der Fehler bei Verwendung einer linearen Beziehung zur Beschreibung von $w = f(r)$ etwas größer wird.

Ausgedehnte plastische Zonen an den Risspitzen der Rissentwicklung bzw. ein weitgehendes Plastizieren des ungerissenen Ringes kann für hochfesten Beton weitgehend ausgeschlossen werden, da ohne spezielle Zuschläge wie Fasern die notwendige Duktilität fehlt. Eine ausgeprägte Mikrorissbildung findet praktisch nicht statt. Risse bleiben dadurch nahezu diskret. Damit sind plastisch-kohäsive Modelle zur Verbundbeschreibung üblicher hochfester Betone weniger geeignet, für Stahlfaserbetone haben sie aber durchaus ihre Berechtigung. Alle Aussagen sind allerdings nur für realitätsnahe Betondeckungen $1 \phi \leq c \leq 5 \phi$ gültig.

2.4.2 Kohäsive Rissmodelle

Das Modell der Gleichung (2.25) ist abhängig von der Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung. Allgemein gesucht ist für die Weiterentwicklung von Verbundmodellen bei bekannter Abhängigkeit $w = f(r)$ eine Funktion $\sigma_t = f(r)$ über die radial verlaufende Risslänge. Ausgangspunkt ist die Erkenntnis, dass bis zu einer Rissöffnung w_c Zugspannungen senkrecht zum Riss übertragen werden können. Aus Grundlagenversuchen an Zugkörpern abgeleitete Modelle stellen Beziehungen $\sigma_t = f(w < w_c)$ zur Verfügung. Der Übergang zum spannungslosen Zustand im gerissenen Kreisring der Verbundzone ist in der Entwicklung von

$w = f(r)$ zu finden. Vereinfacht wird im Folgenden eine lineare Entwicklung von $w(r)$ angenommen.

Die Literatur stellt eine Vielzahl von Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehungen zur Verfügung. Der wesentliche Hintergrund der Mehrzahl dieser Modelle wird durch das „Fictitious crack“-Modell von Hillerborg [64] gebildet, das die Zugspannungsentwicklung eines Zugversuches an einem Betonprobekörper nachbildet, Bild 2. 9.

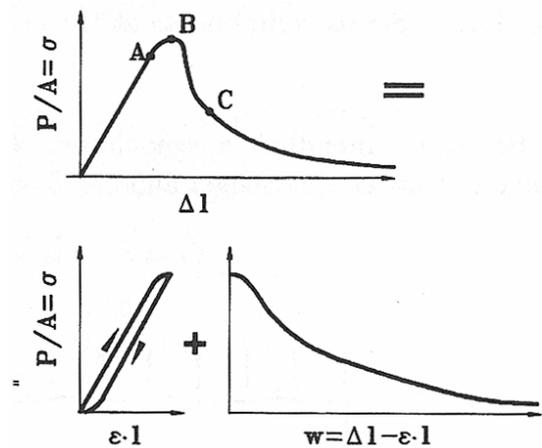


Bild 2. 9: Ansatz nach Hillerborg, aus Remmel [106]

Dabei ist vor allem der fallende Ast der Kurve von Bedeutung, der beschreibt, in welchem Maße noch Zugspannungen über den Riss übertragen werden. Zumeist wird dieser Kurventeil durch e -Funktionen bzw. Hyperbelfunktionen dargestellt, deren Koeffizienten in Abhängigkeit von der Bruchenergie G_f , der Zugfestigkeit f_{ct} , der Maschinensteifigkeit, den durch die Korngröße bestimmten Materialgesetzen und der Rissrauigkeit empirisch bestimmt werden können.

Im Folgenden werden wichtige Modellvorstellungen dargestellt:

Van der Veen [105]:

$$\sigma_t(w) = f_{ct} \left[1 - \left(\frac{w}{w_c} \right)^k \right] \quad (2.32)$$

Mit: $k = 0,248$ in guter Näherung für Normalbeton und HPC

Cornelissen/Reinhardt [105]:

$$\sigma_t(w) = f_{ct} \cdot \left[e^{-C_2 \cdot \frac{w}{w_c}} \cdot \left(1 + \left(C_1 \cdot \frac{w}{w_c} \right)^3 \right) - e^{-C_2} \cdot (1 + C_1^3) \right] \quad (2.33)$$

Mit: $C_1 = 3$ (Vorschlag)
 $C_2 = 6,93$ (Vorschlag)
 e hier: Eulerzahl
 $(e^x$ Eulerfunktion)

Gopalaratnam, (aus Duda [40]):

$$\sigma_t(w) = f_{ct} \cdot e^{-k \cdot w^2} \quad (2.34)$$

Mit: $\lambda = 1,01$ (Vorschlag)
 $k = 0,061 \mu\text{m}^{-1}$ (Vorschlag)

Duda/König [40] (unter Ansatz eines rheologischen Werkstoffmodells):

$$\sigma_t(w) = \sigma_{a,0} \cdot e^{-\left(\frac{w}{w_a}\right)^2} + \sigma_{b,0} \cdot e^{-\left(\frac{w}{w_b}\right)} \quad (2.35)$$

Der Ansatz nach (2.35) ermöglicht dabei die Verbindung von Modell und mechanischer Interpretation von Teilbereichen der Kurve für normalfesten Beton. Dabei charakterisiert der erste Term das Versagen des primären inneren Tragmechanismus, also des Verbundes zwischen Zuschlag und Matrix. Der zweite Summand berücksichtigt die Reibung zwischen Zuschlag und Matrix nach dem Reißen. Die Parameter werden wie folgt definiert:

$$w_a = \frac{3}{5 + \sqrt{\pi}} \cdot \frac{G_f}{f_{ct}} \quad (2.36)$$

$$w_b = \frac{1}{\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{\pi}{15}}} \cdot \frac{G_f}{f_{ct}} \quad (2.37)$$

$$\sigma_{a,0} = \frac{2}{3} f_{ct} \quad (2.38)$$

$$\sigma_{b,0} = \frac{1}{3} f_{ct} \quad (2.39)$$

Im folgenden Bild sind verschiedene Zugspannungs-Rissöffnungs-Modelle für eine beispielhafte Zugspannung von $f_{ct} = 4,18 \text{ N/mm}^2$ aufgetragen:

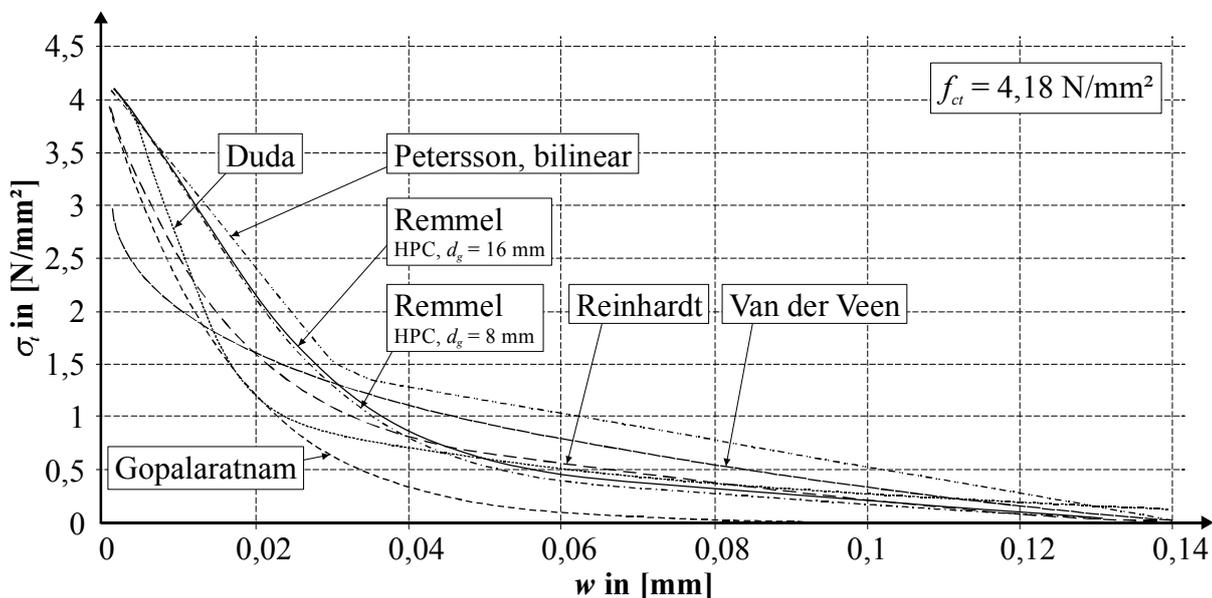


Bild 2. 10: Vergleich von Zugspannungs-Rissöffnungs-Modellen

Remmel [106] hat, ausgehend vom Ansatz von König/ Duda, eine Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung für hochfesten Beton entwickelt. Grundlage dazu bildeten verschiedene Zugversuche an hochfesten Betonen, Bild 2. 11.

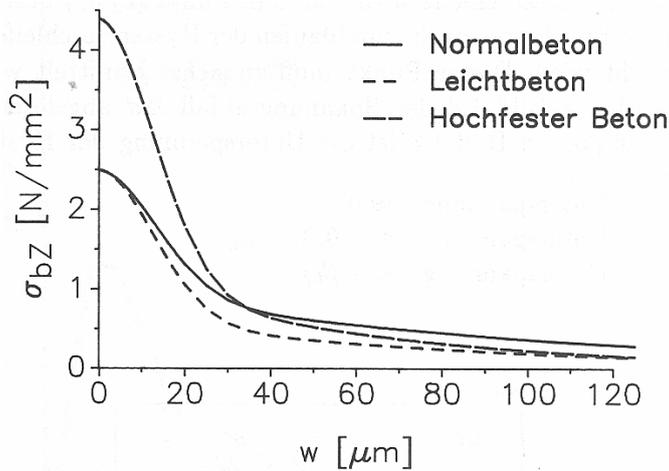


Bild 2. 11: Prinzipielle Unterschiede für $\sigma_t(w)$ nach Duda [40]

Der Modellansatz nach Remmel lautet:

$$\sigma_t(w) = f_{ct1} \cdot e^{-\left(\frac{w}{w_1}\right)^c} + f_{ct2} \cdot \left(1 - \frac{w}{w_2}\right) \quad (2. 40)$$

Mit: $\sigma_t(w > w_2) = 0!$

$\sigma_t(w = w_1) = 1/e \cdot f_{ct1} + [f_{ct2} \cdot (1 - w_1/w_2) \rightarrow 0!]$

allgemein: $f_{ct1} + f_{ct2} = f_{ctm}$

f_{ct2} siehe (2. 44)

$w_1; w_2$ siehe (2. 41) und (2. 43)

e hier Eulersche Zahl

Mit dem modifizierten Modell wird einerseits dem Umstand Rechnung getragen, dass bei hochfesten Betonen Risse durch die Zuschlagkörner hindurch verlaufen, $\sigma_a \sim f_{ct1}$ ist also größer als bei normalfestem Beton zu erwarten. Andererseits ist die Reibung verringert, da sich die Zuschlagkörner nicht mehr gegenseitig verhaken und die reale Rissoberfläche als Übertragungsfläche wegen fehlender größerer Unebenheiten möglicherweise kleiner ist. Die Folge ist eine im Verhältnis zu f_{ctm} kleinere Vorgabe von f_{ct2} , als es im Ausgangsmodell von König/Duda für NSC vorgeschlagen wird.

Der Einfluss der Korngröße auf die Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung ist bei hochfestem Beton gering, da die Zuschlagkörner direkt durchreißen. Ein diesbezüglicher Faktor erlangt erst dann Bedeutung, wenn sich die Festigkeit der Zuschläge deutlich von der Matrix unterscheidet (z.B. für Basalt, Leichtzuschlag). Eine gegenüber dem Ausgangsmodell veränderte Definition von w_2 als w_c , also die Rissbreite, bei der keine Zugspannung mehr über zwischen den Rissufer übertragen werden kann, ermöglicht einen Übergang zum Modell von van der Veen [105].

Allerdings besitzt der hochfeste Beton auch verbesserte Materialeigenschaften bzgl. der Übertragung von Zugspannungen zwischen den Rissufer. Die Rissoberfläche von hochfesten Betonen ist aufgrund der Festigkeit der Matrix weitaus weniger abrasionsgefährdet als bei normalfesten Betonklassen. Bei wiederholter Belastung nimmt daher die Zugspannungsübertragung über die Rissufer in geringerem Maße ab als bei normalfesten Betonen. Diese Eigenschaft kann zu einem Ausgleich der Nachteile beitragen, die aus der

Versprödung des Materials bei zunehmender Festigkeit und größerer Betondeckung resultieren. Das trifft insbesondere auf die Ermüdungsbelastung im Zugschwellbereich zu.

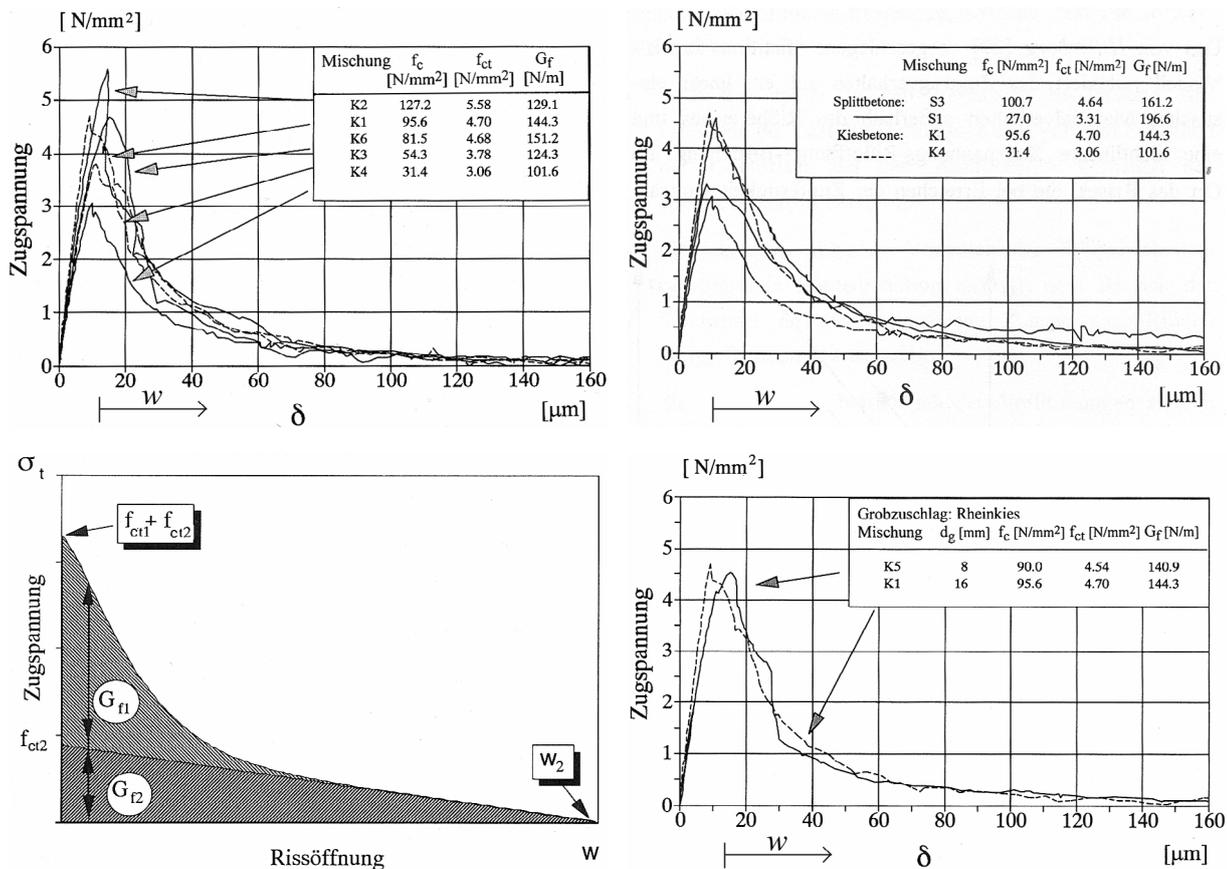


Bild 2. 12: Modellbildung zur verbleibenden Zugspannung und Ergebnisse von Zugversuchen für hochfeste Betone aus [106]

Für sein Modell (2. 40) und die Verwendung von Kies schlägt Remmel folgende Parameter vor:

$$19,8 \mu\text{m} < w_1 = f(c, f_{t1}, G_{f1}) < 22,8 \mu\text{m} \quad (2. 41)$$

$$\text{Mit: } c = \frac{3}{\sqrt{f_{ct}}} \quad (2. 42)$$

$$w_2 = w_c \sim 160 \mu\text{m} = 0,16 \text{ mm} \quad (2. 43)$$

$$\begin{aligned} d_g = 8 \text{ mm: } & f_{ct2} = 0,17 \cdot (1 + 0,6 \cdot f_{ct}) \leq 0,60 \\ d_g = 16 \text{ mm: } & f_{ct2} = 0,20 \cdot (1 + 0,6 \cdot f_{ct}) \leq 0,70 \end{aligned} \quad (2. 44)$$

Kontrollrechnungen haben ergeben, dass eine Vernachlässigung der Risskohäsion zu einer erheblichen Fehleinschätzung bei der Interpretation von Verbundversuchen führen kann. Dies trifft besonders für die Phase vor dem Erreichen der ultimativen Verbundversagenslast zu. Für den Einbau der Risskohäsion in eine allgemeine Verbundmodellierung ist aber auch die Praktikabilität wichtig. Blickt man auf das Teffers-Modell, sind offenbar gerade die Rissentwicklung bis zum Radius e und damit sehr kleine Rissbreiten $w < 0,05 \text{ mm}$ von großer Wichtigkeit. Bei größeren Rissbreiten, bei geringeren Betondeckungen (Fall: „light confined reinforcement“) ist ein Versagen des Verbundes durch Sprengbruch längs des Stabes in der

Nähe von Querrissen wahrscheinlich, da dort die maximalen Verbundspannungsspitzen auftreten. Risskohäsive Eigenschaften vergehen jedoch bei zunehmender Lastwiederholung durch die Abrasion zwischen den Rissufern. Insofern können konservativere Modelle für die Simulation wiederholter Lastwechsel zutreffendere Ergebnisse bei der Beurteilung der zeitabhängigen Entwicklung liefern.

Ebenso wichtig ist die Spannungsverteilung über die Risslänge $\sigma(r)$ bei zunehmender Rissbreite, wobei letztendlich das energetische Kriterium in der Versagensbeschreibung eingehalten werden muss. Deshalb hat das Verbundmodell von van der Veen [105] trotz der verbleibenden Kritikpunkte von Reinhardt [105] Vorteile gegenüber anderen. Einerseits müssen sich materialspezifische Betrachtungen nur auf die Bestimmung von k beschränken, andererseits ist eine Übernahme von $k = 0,248$ für HPC möglich. Andere Parameter wie w_c sind berechenbar. Einfache Zugversuche an Beton zeigen, dass gerade im Bereich kleiner Rissbreiten die Versuchswerte großen Streuungen unterworfen sind. Van der Veens konservativer Ansatz wird wegen der Unwägbarkeiten in der Nähe der Risspitzen radialer Risse, unabhängig von konkreterer Materialspezifik hochfester Betone, einfach und praktikabel auf der sicheren Seite liegen (Bild 2. 10). Für Nachrechnungen von Verbundversuchen, die oft ohne eine Vielzahl von Begleitversuchen zur Erfassung der Materialeigenschaften stattfinden, bietet Gleichung (2. 32) eine gute Möglichkeit, dem inneren bereits gerissenen, jedoch zweifellos mitwirkenden Bereich der Verbundzone ein Spannungsniveau zuzuweisen. Dagegen wird die möglicherweise vorhandene Unterschätzung in der Nähe der Risspitzen bei längeren, radialen Rissen durch größere Rissbreiten in Stahlnähe ausgeglichen. Dort ergibt sich aus dem Modell von van der Veen (2. 32) bei größerer Rissbreite eine etwas höhere Zugspannungsübertragung als bei einer Reihe von anderen Modellen, z. B. König/ Duda. Bruchenergetisch gleichen sich Einschnitt- und Auftragsflächen der Modellkurve in die Messungskurve anhand von Zugversuchen aus (Bild 2. 12, $d_g = 8$ mm als Referenzlinie). Gleichzeitig wird dem von Gambarova [54] benannten Fehler, der aus der vereinfachten Annahme einer linearen Rissbreitenentwicklung resultiert, zumindest durch ein Modell Rechnung getragen, das die sich durch das Modell ergebenden Vorteile nur recht konservativ nutzt.

2.4.3 Die Unterteilung in Versagensarten in Abhängigkeit vom Verhältnis c/ϕ

Nach Vandewalle [126] werden zwei Arten des Verbundversagens unterschieden. Es kommt entweder zum radial ausgeprägten Bruch der Betondeckung oder zum Abscheren des Betons in einer Scherfläche gleich der durch die Rippen vorgegebenen Brutto-Umfangsfläche des Stahls. Letzteres tritt ein, falls eine große Betondeckung oder zumindest eine Querbewehrung Eigenschaften der Betonstahlumgebung so verbessert, dass sie duktiler auf die Raumforderung des Rippenstahls reagiert. Dies ist u. a. so auch von Andreasen [5] und Rostasy [100] beschrieben worden.

Durch die Risse im Inneren der zu einem Kreisring vereinfachbaren Verbundzone können sich die tangentialen Zugspannungen entsprechend (2. 18) in die äußeren Ringbereiche umlagern. Die Verbund(schub)spannung während des Versagens lässt sich auf der Grundlage des Coulomb'schen Versagenskriteriums durch Gleichung (2. 45) als Kontaktversagen beschreiben.

$$f_{b,ult} = a_0 + b \cdot p_{max} = a_0 + b \cdot \sigma_{rs} \quad (2.45)$$

Mit: a_0, b Koeffizienten
 p_{max} maximaler radialer Ringdruck
 σ_{rs} horizontaler Druck auf den Stab

Bei Vernachlässigung des unabhängigen Gliedes a_0 handelt es sich im Grunde um einen Ansatz zur schlupfunabhängige Beschreibung von Verbundspannungen, die auf die Ermittlung einer maximalen Verbundkraft bei Annahme eines starren Verbundes ausgerichtet ist. Das Zugringmodell nach Tefpers [120] beschreibt mit anderen Koeffizienten einen vergleichbaren Weg.

Mit: $a_0 \rightarrow 0$ und (2.45), siehe auch Bild 2.4 und Bild 2.5 verbleibt:

$$f_{b,ult} = b \cdot \sigma_{rs} \rightarrow b = \frac{f_{b,ult}}{|\sigma_{rs}|} = \frac{1}{\tan \alpha} \quad (2.46)$$

Die Schnittstelle zur Einbeziehung des Schlupfes kann natürlich immer durch den Abgleich mit einer gleichzeitig aufgestellten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung $\tau_b(s) = f(s)$ erfolgen. Eligehausen [45] hat den Zusammenhang wie folgt dargestellt:

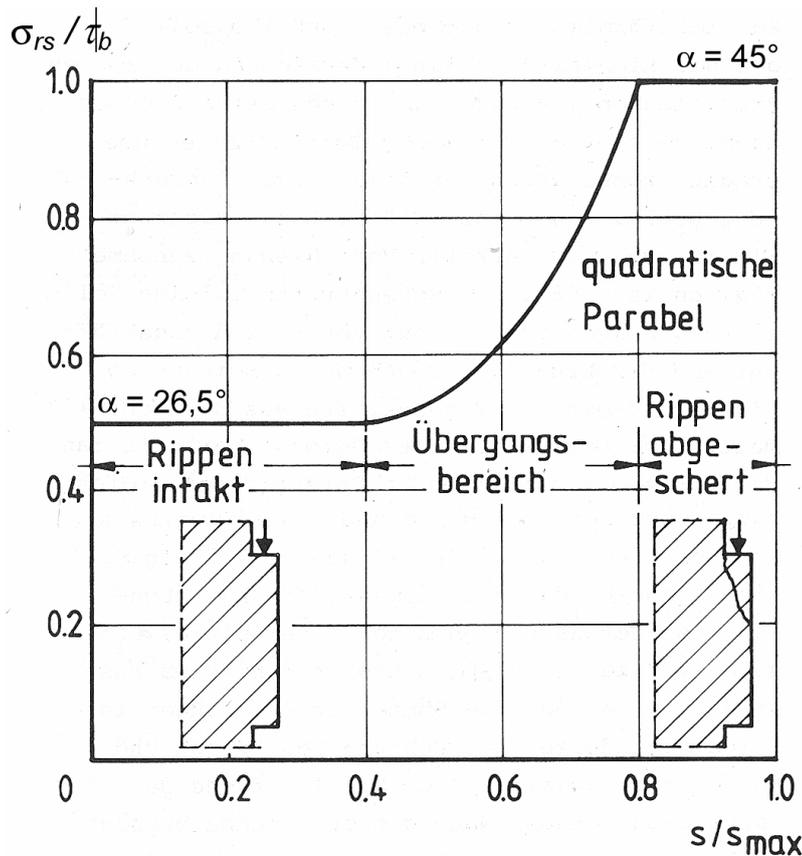


Bild 2.13: Vorschlag zur Beschreibung des Zusammenhangs zwischen horizontalem Druck, Verbundspannung und Schlupf, aus Eligehausen [45] – Rippen bedeutet hier Betonkonsolen zwischen den Rippen eines Bewehrungsstahls.

Dabei ist der in der Literatur ebenfalls α genannte Winkel durch den Rippenneigungswinkel α_r geprägt. Dafür lautet der Ansatz nach Rehm [104]:

$$\tan \alpha = \tan(90^\circ - \alpha_r) - \mu_f \quad (2.47)$$

mit: α_r Rippenneigungswinkel
 μ_f Reibungskoeffizient zwischen Stahl und Beton
 $\mu_f = f \sim 0,3$

Der Winkel baut sich jedoch mit zunehmender Belastung durch vor den Rippen verformte und anhaftende Betonbestandteile auf und ist somit letztlich durch (2.46) bestimmbar. Problematisch ist jedoch die Messung des Drucks, der nur indirekt durch die Umrechnung von Ergebnissen einer Ring- oder Tangentialdehnungsmessung aus Versuchen bestimmt wird.

Da bei vielen Versuchen jedoch von teilweise aufgerissenen Verbundzonen ausgegangen werden muss, in den Rückrechnungen unter Nutzung des Winkels α die Risskohäsion aber oft vernachlässigt wird, sind für weiter gehende Berechnungen vor der Bestimmung von σ_{rs} , wie z. B. in [45] und [122], und vor der Übernahme von $\tan \alpha$, die Auswirkungen der Risskohäsion zu prüfen. Dies trifft besonders für Berechnungen zu, die auf den allgemeinen Zusammenhang von Gleichung (2.27) aufbauen. Auch der Ansatz nach Vandewalle ist nicht frei von dieser Problematik. Folgender Lösungsansatz wurde von ihr durch Modifikation des Ansatzes nach Coulomb gefunden:

$$\frac{f_{b,ult}}{f_c} = \frac{\sqrt{K}}{2} \cdot \left[1 + (1-K) \cdot \frac{\sigma_{rs}}{f_{ct}} \right] \quad (2.48)$$

Mit: K Verhältnis von Zug- zur Druckfestigkeit des Betons, (2.49)

$$K = \frac{f_{ct(s)}}{f_c}$$

$$\sigma_{rs} = f_{ct} \cdot 0,3 \cdot \left(1 + \frac{2 \cdot c}{\phi} \right) \quad (2.50)$$

Danach ergibt sich die maximale Verbundspannung in Abhängigkeit von der Geometrie des Ringes und den Festigkeitseigenschaften des Betons (f_c, f_{ct}), in Abhängigkeit von Zeit und der Temperatur (siehe z. B. Rostasy und Scheuermann [100]). Die verfügbaren Versuche an Ausziehkörpern werden so systematisiert, dass zwei verschiedene Versagensarten kategorisiert werden, der Gleitbruch – (engl.: „pull-out/shear failure“) - und der Sprengbruch - (engl.: „splitting failure“). Mit Hilfe des oben vorgestellten Gleichungsapparates (2.48) bis (2.50) lässt sich dafür das Verhältnis c/ϕ als maßgebender Parameter für die Ausbildung der Verbundspannung herausarbeiten.

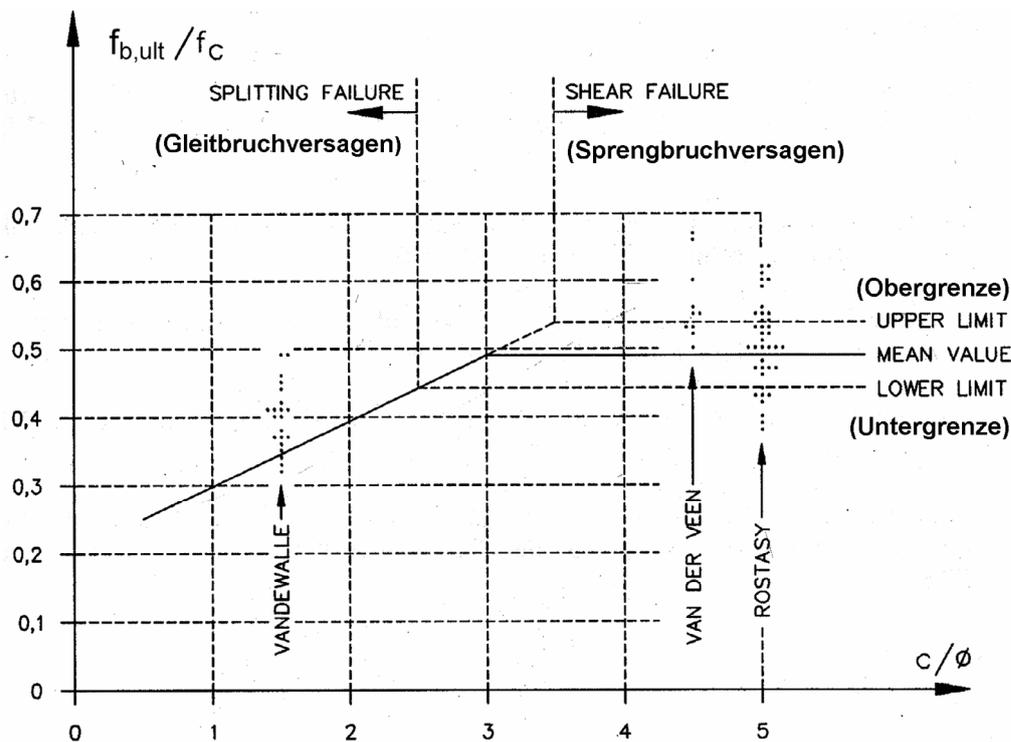


Bild 2. 14: Auf elastischer Betrachtungsweise und Nichtberücksichtigung der Mitwirkung des gerissenen Bereiches beruhende Vorhersage der Versagensarten, nach Vandewalle [126]

Die Trennung und unterschiedliche Behandlung beider Versagensarten ist sinnvoll, da sich auch in Bauteilen zwei ganz unterschiedliche Verbundprobleme stellen.

Der *Gleitbruch* stellt das Verbundproblem in einer „well confined situation“ dar, also in einem Bereich mit ausreichender Betonumgebung für die zu untersuchenden Belastungsfälle. Dies ist u. a. typisch für einige Gebrauchslastfälle. Ebenso kann mit Hilfe der Kenntnisse über das Gleitbruchversagen das Problem langer Verbund- und Einleitungslängen behandelt werden. Dies betrifft insbesondere starke Beanspruchungen im Grenzzustand der Tragfähigkeit bei gleichzeitig vorhandener Querdehnungsbehinderung und Querdruck, also Verankerungsprobleme an direkten Auflagern. Dabei sind aber lokal, in den Verbundspannungsspitzen $\tau_{b,max}$ deutlich geringere Verbundspannungen zu finden, als die am RILEM-Körper RC 6 o.ä. Versuchskörpern für Ausziehversuche von Bewehrungsstahl mit kurzen Verbundlängen bei ähnlichen Betondeckungen c gemessenen Versagensspannungen $f_{b,ult}$. Hier bewirkt die mit der Belastung steigende Stahldehnung Veränderungen in den Verbundbedingungen und Umlagerungen der Verbundspannungsspitzen vom Rissufer weg in den Einleitungsbereich dahinter. Querrisse, wie von Goto [59] beschrieben, sind hier von weitaus größerer Bedeutung. Das lokale Versagen erfolgt durch einen völligen Abtrag der Betonkonsolen zwischen den Rippen, bevor überhaupt ein radiales Durch- und Längsreißen der Betondeckung eintreten kann. Ein globales Versagen über einen größeren Verbundabschnitt erfolgt durch Umlagerungen in lastabgewandte Bereiche. Das Versagen wird als völlig bewertet, wenn der Schlupf $s_1 = 3 \cdot c_r$, bzw. $2 \cdot c_r$ bei HPC erreicht hat (c_r ist hier der Rippenabstand in Richtung der Stabachse).

Der *Sprengbruch* oder *Spaltbruch* ist typisch für das Verbundversagen in sog. „light confined regions“ und dort eine eminente Gefahr. Hier entwickelt sich aus einem radialen Anriss längs des Betonstahls in der Betondeckung plötzlich ein Trennriss. Dieser kann je nach Größe über

größere Abschnitte der Verbundlänge die Schlupfbehinderung des Rippenstahls aufheben. Das Versagen ist oft total, da die frei werdende Energie zu großen Zugringdehnungen führt, die auch von den nahliegenden potentiellen Umlagerungsregionen nicht kompensiert werden können. In einem Ausziehkörper ist die Energie des Versagens entlang der Einbindelänge mit steigender Betonfestigkeit zunehmend, stabile Umlagerungen sind oft kaum noch möglich. Eine Resttragfähigkeit für hochfeste Betone ist daher ab dem Versagensaugenblick zumeist nicht mehr messbar. Anfällig für dieses Versagen ist der Verbund bei hoch ausgelasteten Stählen, z.B. im Grenzzustand der Tragfähigkeit und bei Verbundsituation mit geringer Betondeckung in Relation zum verwendeten Durchmesser. ($c/\phi < 1$). Einen wirksamen Schutz können nur die Verbesserung der Eigenschaften der Verbundzone liefern und eine Verlängerung der Verbundlänge, um genügend Umlagerungspotential bei lokalen Schädigungen der Verbundzone zu erhalten.

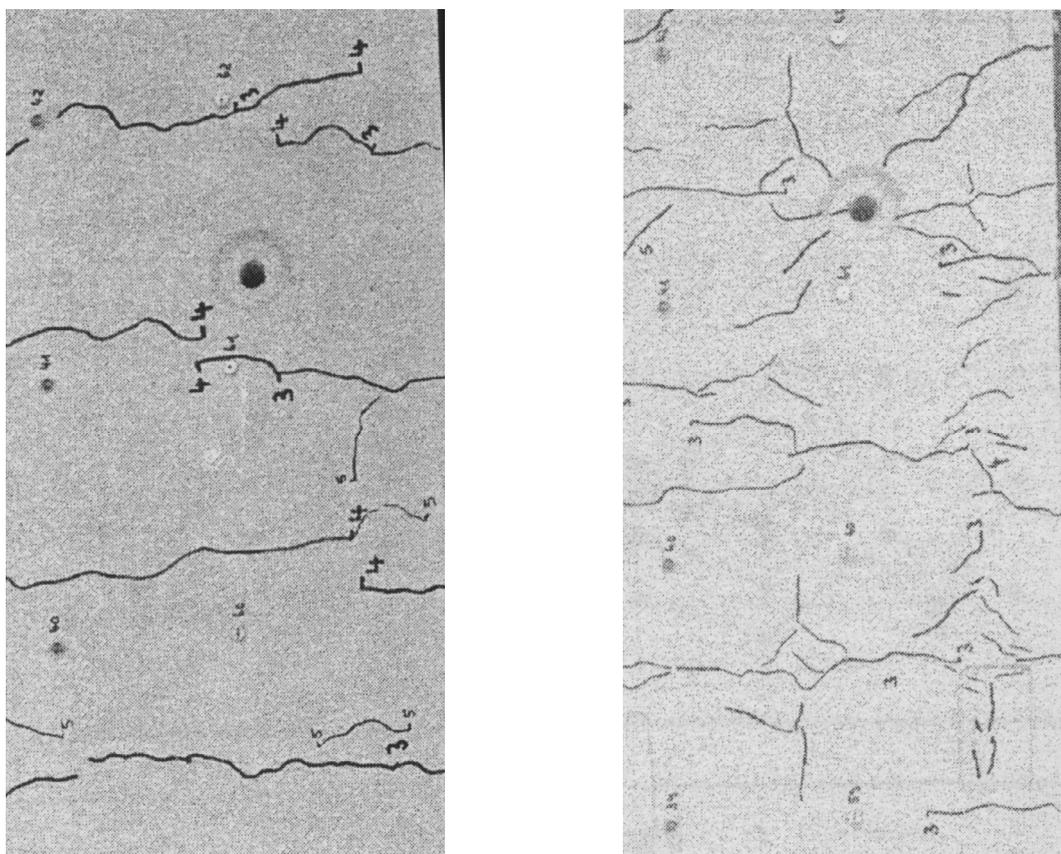


Bild 2. 15 Entwicklung eines Sprengbruchs entlang der Hauptbewehrung bei abnehmendem Quotienten c/ϕ in vergleichbaren Gebrauchslastsituationen, entnommen Schenkel/ Vogel [108] (links $c/\phi = 1,25$, rechts $c/\phi = 0,3$)

Als besonders anfällig gegen Sprengbruchversagen der Betondeckung gelten Übergreifungsbereiche, [45]. Die Gefahr entsteht durch die Überlagerung von Verbundspannungsspitzen, die zu einer Verdoppelung des radialen Drucks auf die Betondeckung führen können. Ebenfalls stark spaltbruchgefährdet sind kurze Verankerungsbereiche über Auflagern, indirekte Auflager und Bereiche kurzer Einleitungslängen bei gleichzeitig kleinen Betondeckungen.

Vandewalle sieht in der Übertragung der Ergebnisse aus Versuchen an Ausziehkörpern auf reale Situationen (Annahme einer elastisch-gerissenen Verbundreaktion) die Grenze für eine

sichere Voraussage des Gleitbruchs bei $c/\phi \geq 3,5$ und für das Eintreten eines Spaltbruchs bei $c/\phi \leq 2,5$ als gesichert. Im Zwischenbereich können nach Vandewalle [126] beide Verbundbrucharten auftreten. Schenkel/Vogel [108] haben aus ihren Versuchen einen ähnlichen Zusammenhang wie Vandewalle gefunden. Jedoch ist auch dieser Zusammenhang aus Versuchen mit sog. Ausziehkörpern hergeleitet. Damit sind abweichende Ergebnisse in realen Einbausituationen nicht ausgeschlossen. Dies lassen die großen Streubreiten bei den in eigenen Versuchen veränderten Randbedingungen an HPC- Ausziehkörpern [41] (ungestörter Verbundbereich $l_b = 2 \phi$ nicht mittig wie in Bild 2. 21, sondern oben liegend angeordnet) vermuten.

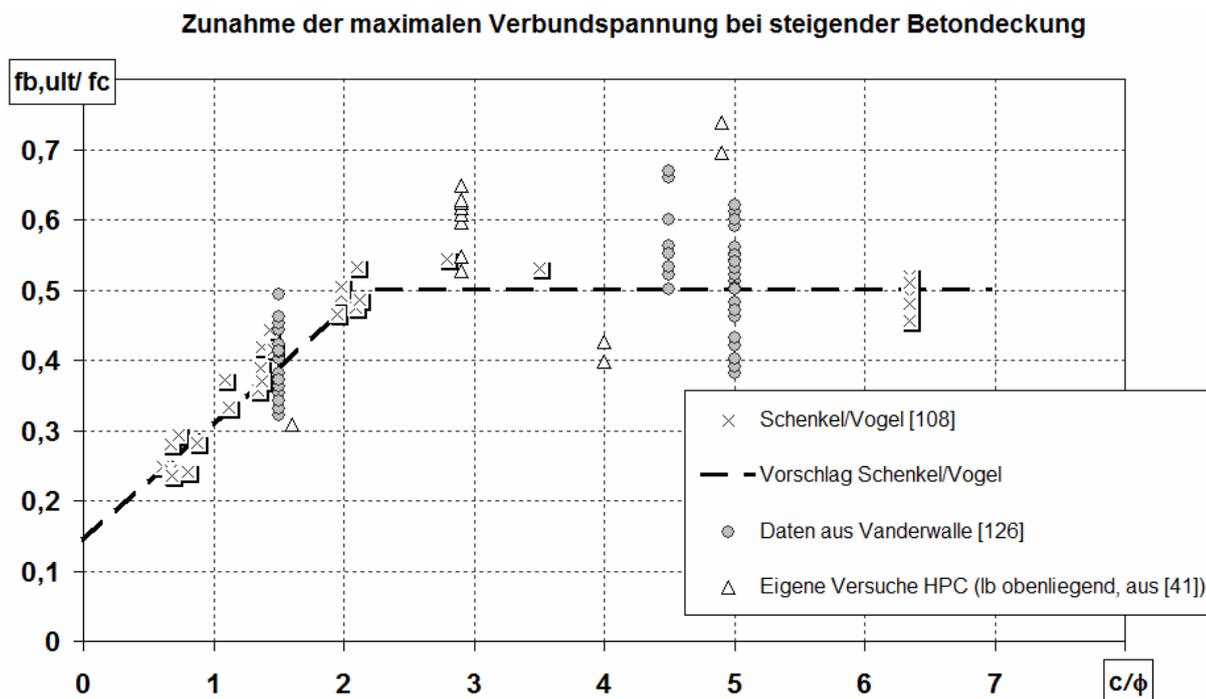


Bild 2. 16: Überprüfung des von Schenkel/Vogel vorgeschlagenen Zusammenhanges zwischen bezogener Verbundspannung und Betondeckung mit Daten aus [126], [41] und [108].

2.4.4 Ein rheologisches Feder-Modell zur rechnerischen Erfassung der unter Belastung geschädigten Betonstahlumgebung

In bisher veröffentlichten Analysen zur Verbundproblematik erwies sich das Fehlen oder die mangelhafte Beschreibung der 3-dimensionalen Wirkung des Zugringwiderstands als Hauptproblem. In den zwar leicht definierbaren ebenen Scheibenmodellen lässt sich dieser wichtige Bestandteil des Verbundwiderstands nur schlecht abbilden. Wirksame Teile des Verbundwiderstands gehen deshalb in der Beschreibung verloren oder werden zumeist durch weniger plausible Parameter ersetzt.

Fehling [22] hat einen Ausweg gefunden, indem er ein Modell aus Feder- und Reibelementen entwickelte, um die Wechselwirkung zwischen Stahl und Beton zu beschreiben. Dabei führt er den Zugring als zusätzliche Feder ein und überführt die tangentielle Zugkomponente in eine Art Auflagerkraft. Er unterteilt dabei den an den Stahl angrenzenden Beton in einen elastischen und einen plastischen Bereich. Bei zyklischer Belastung kommt es zu einer

fortschreitenden Schädigung des Verbundes. Diese Schädigung wird in der Realität durch den Abtrag des Betons an der Rippe und die Ablagerung des pulverisierten Zementsteins in inneren Rissen sichtbar.

Federelemente simulieren also das Ringzugverhalten des Betons und das Abstützen des Betons an den Rippen. Die Wechselbeziehungen an der Kontaktfläche von Stahl und Beton werden durch die Reibelemente dargestellt.

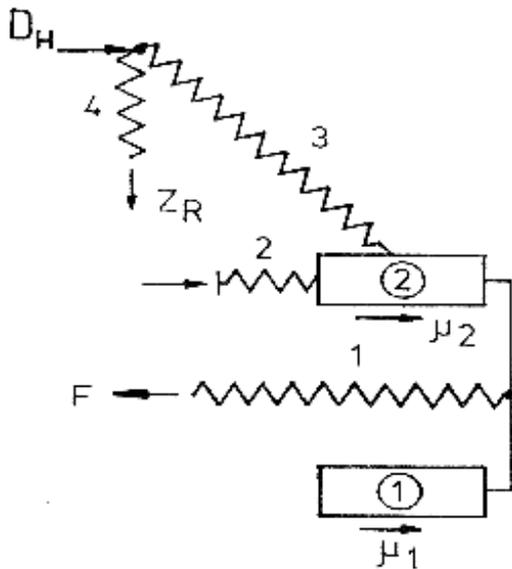


Bild 2. 17: Modell mit Federelementen aus [22]

Das Auffinden und Begründen geeigneter Federsteifigkeiten für die Modellelemente verbleibt als nicht einfach zu lösende Aufgabe. Ein Vorgehen mit konstant festgelegten Steifigkeiten kann nur eine Abschätzung des Ergebnisses sein, da die Federsteifigkeiten durch die wechselnde Völligkeit der Spannungsverteilung im elastischen Ringteil den verschiedenen Laststufen angepasst werden müssten, um realitätsnäher zu simulieren. Es ist also eine variable, möglicherweise nichtlineare Definition der Steifigkeiten in das Modell einzubauen, womit jedoch die Anzahl der Unbekannten deutlich erhöht wird. Da der Rückgriff auf 3D-FEM durch die strenge und alternativ vorgeschlagene rheologische Modelldefinition nicht gewollt ist, wird also ein umfangreicher Rückgriff auf Versuchsdaten zur Kalibrierung notwendig.

Eine Alternative wäre die Tiefenstaffelung der Federn, insbesondere der Zugfedern, über die Tiefe der Betondeckung. Dies wurde hier kaum angestrebt, erscheint jedoch technisch möglich. Dazu kann man ein geometrisches Raster einführen – ähnlich den in Kapitel 3 und 4 vorgestellten Unterteilungen der Betondeckung. Als Ergebnis wird man detailliertere Angaben über lokale Dehn- und Spannungszustände erhalten.

Für dynamische Analysen ist die Konzentration auf einfache Feder-Massen-(Dämpfungs-) Systeme günstiger. Eine Überführung des vorliegenden Konzeptes in eine dynamische Analyse wird durch die Einführung weniger, diskret angeordneter Massepunkte einfacher. Vergleiche mit Forschungen unter Annahme eines plastischen Verhaltens der Betondeckung werden ebenfalls durch einfache Feder-Modelle erleichtert, da die Ansatzpunkte des diskretisierten Betonringwiderstands mit der Kraftrichtung bei plastischem Verhalten übereinstimmen.

Das Vorgehen erleichtert auch die Übertragung der Ergebnisse auf beliebige, also auch lange Verbundlängen. Dabei kann auf Erfahrungen aus Modellen mit kürzeren Stablängen zurückgegriffen werden, um eine bestimmte Systematik in der Verteilung der Federsteifigkeiten bereits als Eingangswerte vorgeben zu können. Die Auffindung einer iterativen Lösung für längere Stablängen wird so wesentlich erleichtert. Damit ist eine Beschreibung für Verbundsituationen größerer Länge, prinzipiell auch aus Erkenntnissen an Stabdifferentialen bzw. mit einem eigenen Stabdifferential, abzuleiten. Die Veränderungen der Modellparameter über die Zeit sind relativ leicht gestaltbar, so dass sich diese Modelle vor allem für die Simulation von wiederholten und Dauerlasteinflüssen eignen.

2.4.5 Moderne lokale Verbundspannungs-Schlupf-Modelle für ungerissene Bereiche, der Übergang zu Ansätzen in der Normung

Der Modell-Ansatz des CEB-Model Code 90 [21]

Die folgenden Modelle gelten allgemein für beliebig lange Verbundbereiche ohne quer kreuzende Risse. Für den Abstand x der betrachteten Zone vom Rissufer eines Verbundbereiches muss mindestens (2. 51) gelten, für geringere Werte sind Abminderungsfaktoren auf die verwendeten Konstanten zu berücksichtigen.

$$x \geq 5 \cdot \phi \quad (2. 51)$$

Eligehausen, Popov und Bertero [46] haben ein Modell eingeführt, das auch den Fließbereich des Stahls abdecken kann bzw. unberührt von diesem Einfluss gültig ist. Damit besteht die Möglichkeit, die Formulierung auch im Grenzzustand der Tragfähigkeit anwenden zu können, in dem allgemein das Fließen der Bewehrung zu erwarten ist.

$$\tau_b = f_{b,ult} \cdot \left(\frac{s}{s_1 = s_{ult}} \right)^\alpha \quad \text{für} \quad 0 \leq s \leq s_1 \quad (2. 52) \text{ (a)}$$

$$\tau_b = f_{b,ult} \quad \text{für} \quad s_1 \leq s \leq s_2 \quad (2. 52) \text{ (b)}$$

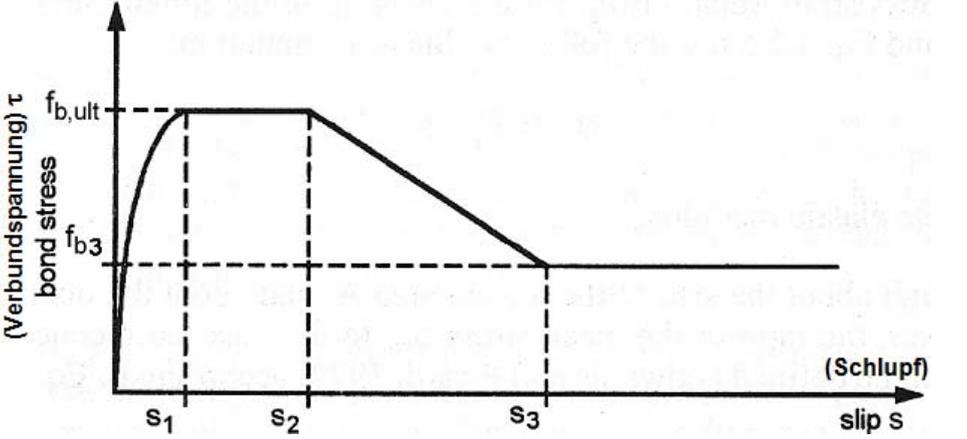
$$\tau_b = f_{b,ult} + \frac{f_{b3} - f_{b,ult}}{s_3 - s_2} \cdot (s - s_2) \quad \text{für} \quad s_2 \leq s \leq s_3 \quad (2. 52) \text{ (c)}$$

$$\tau_b = f_{b3} \quad \text{für} \quad s_3 \leq s \quad (2. 52) \text{ (d)}$$

Mit: $s_1 \dots s_3$ Schlupfwerte nach Bild 2. 18
 s_{ult} Schlupf beim Auftreten der Verbundbruchspannung (max. f_b)
 f_{b3} nach Gleitbruchversagen verbleibende Verbundfestigkeit (engl.: „residual strength“) infolge Reibung

Erreicht der Schlupf s die Größe des dreifachen Rippenabstands, ist praktisch keine Verbundtragfähigkeit mehr gegeben. Dieses Modell kann mittels α beliebig an die Betonstahlspezifik (Rippengeometrie) angepasst und über die Werte $f_{b,ult}$ und f_{b3} sowie s_1 , s_2 und s_3 an Versuchsergebnissen und Umweltbedingungen kalibriert werden. In der folgenden Form hat das Modell Eingang in den CEB-Model Code 1990 (MC 90) [21] gefunden.

Tabelle 2. 1: Erläuterung des MC 90 - Modells für die Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung

	 <p>Bild 2. 18: Lokales Verbund-Schlupf-Modell im MC 90 [21]</p>	
Umgebung des Betonstahls ^{*)**)}	sehr zugfest – bzw. sehr duktil „(well) confined“	wenig zugfest, (spröde) „unconfined“
Zuordnungsbedingung	Zuordnung: ja, wenn entweder - $c > 5 \phi$ oder - ausreichende Querbewehrung in der Betondeckung $A_{st} = n \cdot A_s$ oder - Querdruck $p \geq 7,5 \text{ MN/m}^2$ vorh.	Zuordnung: ja, wenn - $c = 1 \phi$ und - unzureichende Querbewehrung in der Betondeckung $A_{st} \leq 1/4 \cdot n \cdot A_s$
Parameter des Modells	(a) Rippenstahl: $\alpha = 0,4$ (b) Schlupfwerte: $s_1 = 1 \text{ mm}$ $s_2 = 3 \text{ mm}$ $s_3 = c_r(\text{clear rib spacing})$ (c) Verbundwerte: $f_{b,ult} = 2,5 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ $f_{b3} = \sqrt{f_{ck}}$	(a) Rippenstahl: $\alpha = 0,4$ (b) Schlupfwerte: $s_1 = 0,6 \text{ mm} = s_2$ $s_3 = 1 \text{ mm}$ (c) Verbundwerte: $f_{b,ult} = 2,0 \cdot \sqrt{f_{ck}}$ $f_{b3} = 0,3 \cdot \sqrt{f_{ck}}$
Versagensart	Gleitbruch	Sprengbruch
<p>^{*)} Kann für den Betonstab nicht definitiv die Zuordnung zu einer der beiden Umgebungsbedingungen erfolgen und sind insbesondere nur mäßiger Querdruck oder mittlere Querbewehrung vorhanden, können $f_{b,ult}, f_{b3}, s_1, s_3$ im Verhältnis zu den Grenzwerten der Zuordnungsbedingung linear interpoliert werden. ^{**)} Im Falle des Vorhandenseins von Querdruck und Querbewehrung können deren Einflüsse addiert werden.</p>		

Modifikationen des MC 90 Ansatzes

Huang, Magnusson und Engström [67] haben in ihren Forschungen herausgefunden, dass bei guten, zugfesten Umgebungsbedingungen $f_{b,ult}/f_{cm} = \text{const.}$ anzunehmen ist.

Maximale Verbundspannung [N/mm²]

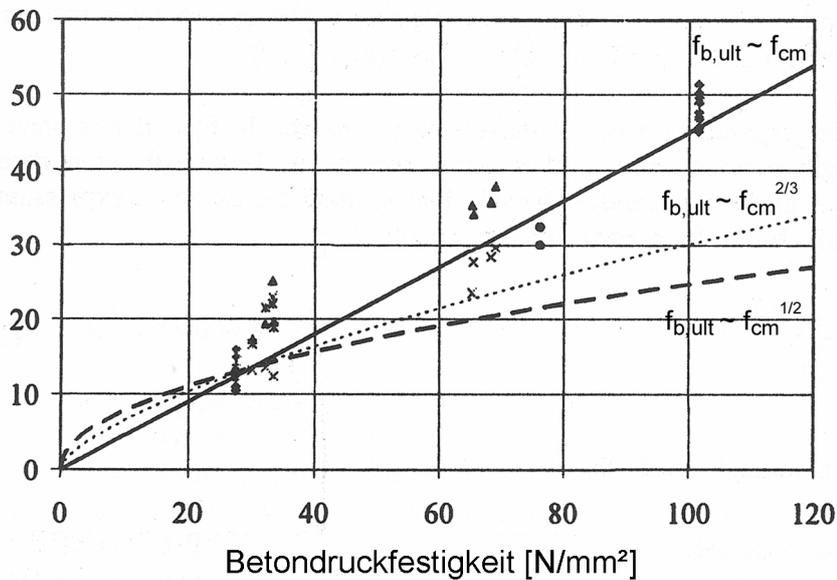


Bild 2. 19: Untersuchung zum Einfluss der mittleren Betonfestigkeit f_{cm} auf die Verbundspannung $f_{b,ult}$, aus [67]

Damit lässt sich das oben vorgestellte Modell so verändern, dass auch die hochfesten Betone gut erfasst werden können, siehe Bild 2. 20. Die modifizierten Parameter und Modellkurven sind im Anschluss dargestellt.

$$f_{b,ult} = 0,45 \cdot f_{cm} \quad (2. 53)$$

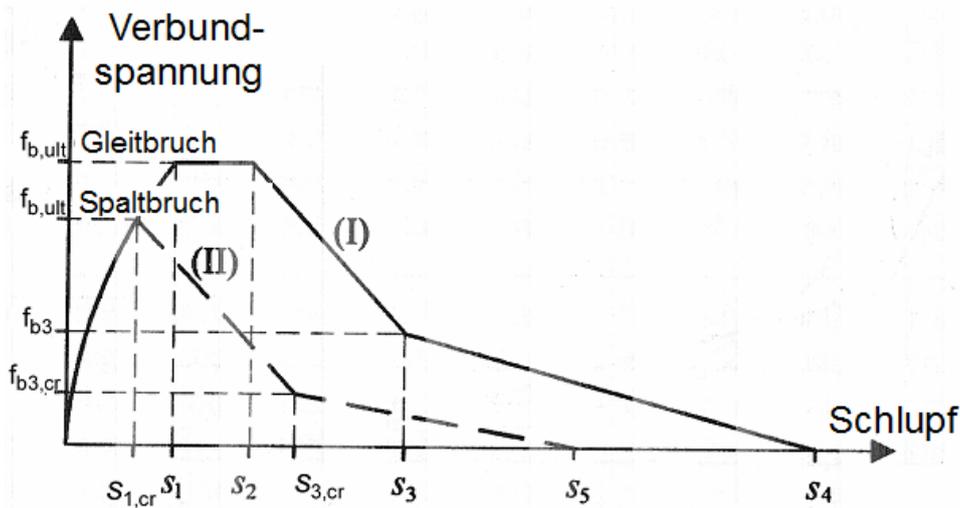


Bild 2. 20: Modifiziertes lokales Verbundspannungs-Schlupf-Modell, [67]

Tabelle 2. 2: Modifizierung des MC 90 Modells, entsprechend Vorschlag in [67]

Umgebung des Betonstahls	zugfest - Linie I, NSC ^{a)} (HSC ^{b)})	wenig zugfest - Linie II, NSC (HSC)
Parameter des Modells	(a) Rippenstahl: $\alpha = 0,4$ (0,3) (b) Schlupfwerte: $s_1 = 1$ (0,5) mm $s_2 = 3$ (1,5) mm $s_3 = c_r$ (clear rib spacing) $s_4 = 3 \cdot c_r$ (c) Verbundwerte: $f_{b,ult} = 0,45 \cdot f_{cm}$ $f_{b3} = 0,18 \cdot f_{cm}$	(a) Rippenstahl: $\alpha = 0,4$ (0,3) (b) Schlupfwerte: $s_{1,cr}$ variabel ^{*)} $s_{3,cr} = s_{1,cr} + 2,5$ (+ 0,25) mm $s_5 = 2 \cdot c_r$ (c) Verbundwerte: $f_{b1,ult,cr}$ variabel ^{*)} $f_{b3,cr} = 0,09 \cdot f_{cm}$
Versagensart	Gleitbruch	Spaltbruch
a) NSC = Normal Strength Concrete b) HSC = High Strength Concrete *) $[f_{b1,cr}; s_{1,cr}]$ ist in Abhängigkeit von der globalen Reaktion der Verankerung und bereichsweise im Hinblick auf Verträglichkeit und Gleichgewicht zu bestimmen.		

Bild 2. 21 zeigt, dass zwischen Modell und Versuchsergebnissen eine Übereinstimmung erreicht werden konnte. Jedoch wurden diese Versuchsdaten aus Verbundversuchen mit kurzer Verbundlänge gewonnen und auf den allgemeinen Fall übertragen. Der Versuchsaufbau ist nicht völlig frei von einem zusätzlichen Querdruck aus den Lagerungsbedingungen, jedoch weitgehend querdruckarm.

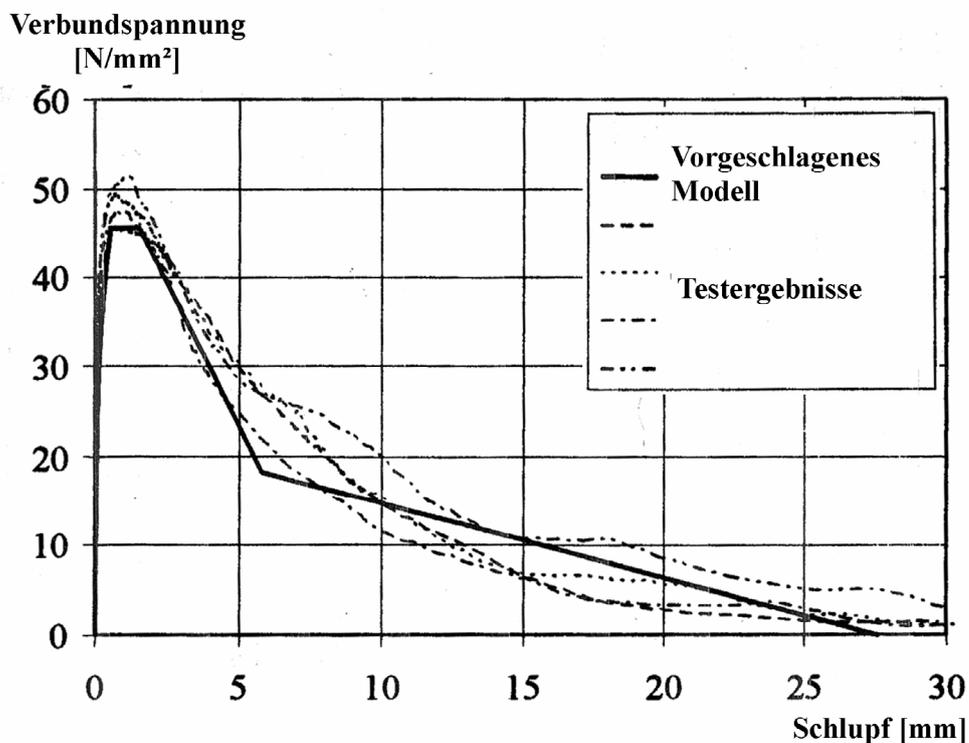


Bild 2. 21 a)

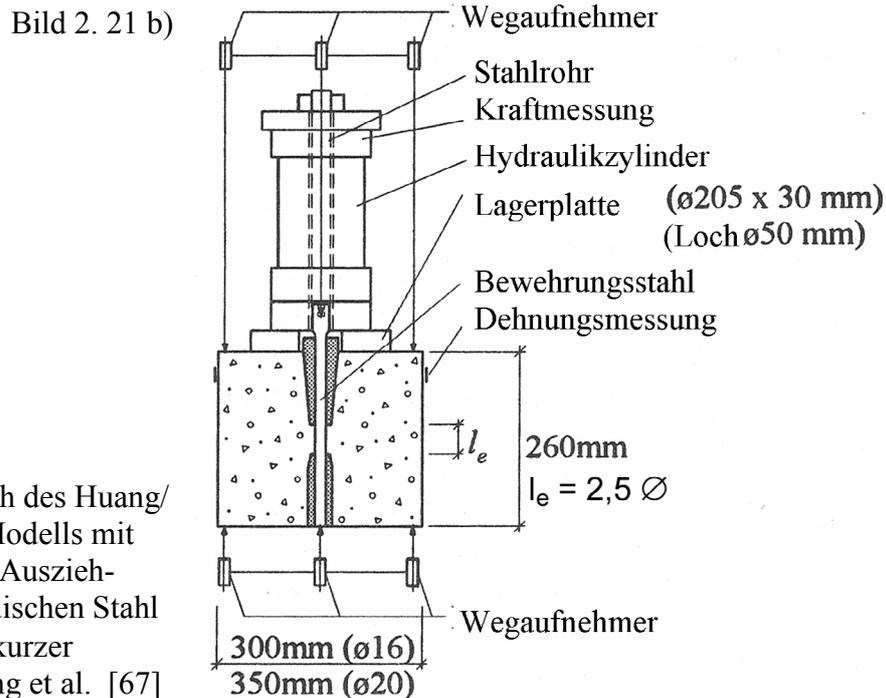


Bild 2. 21 a),b): Vergleich des Huang/Magnusson/ Engström-Modells mit Versuchsdaten an einem Ausziehkörper mit einem schwedischen Stahl K 500 ($\phi = 16$ mm) und kurzer Verbundlänge nach Huang et al. [67]

Allerdings zeigen die aus Ausziehungskraft- und Dehnungsmessungen an Versuchskörpern mit langen Verbundlängen hergeleiteten Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen von Bigaj et al. [15], (Bild 2. 22), einen deutlich steiferen Verbund als nach den Voraussagen von MC 90 oder Huang/Magnusson/Engström zu erwarten wäre. Das gilt insbesondere für den hochfesten Beton. Andererseits zeigen die aufgenommenen Versuchsergebnisse aber auch eine deutliche Vergrößerung der Schlupfwerte, wenn der Stahl den Fließbereich erreicht. Magnusson als auch Bigaj erwarten beim Erreichen und Überschreiten der Fließgrenze des im Verbund liegenden Stahls eine signifikante Verbundschädigung und einen Spannungsabfall, da der hochfeste Beton nur ein geringes Umlagerungsvermögen besitzt. Das Engström-Modell nach Tabelle 2. 2 ist damit für längere Verankerungsregionen nur wenig geeignet. Die Verankerungskapazität in hochfesten Betonen steigt hier mit der Festigkeit, jedoch unterproportional.

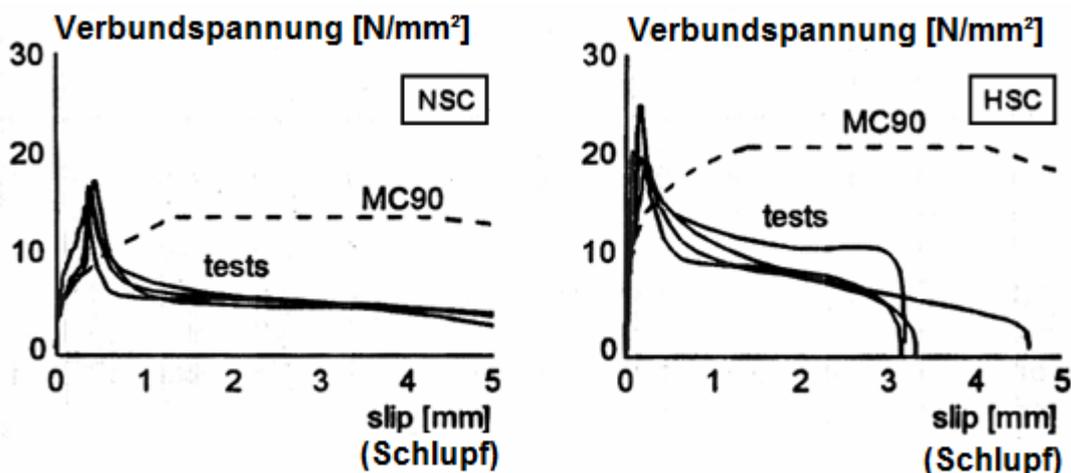


Bild 2. 22: Kritische Auseinandersetzung von Bigaj mit dem prinzipiellen Modell der Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung des CEB MC 90 für normalfesten und hochfesten Beton, nach [15]

Auch Shima et al. [117] haben ein Modell gefunden, dass die Auswirkungen großer Dehnungen des Stahlfließens auf die Verbundspannung verarbeiten kann. Es bestätigt im Übrigen die von Huang/Magnusson und Engström gefundene Abhängigkeit $f_{b,ult} = f(f_{cm})$ unter Einbeziehung des Schlupfes.

$$f_{b,ult} = f_{cm} \cdot \frac{0,73 \cdot \left[\ln \left(1 + 5000 \cdot \frac{s}{\phi} \right) \right]^3}{1 + 100000 \cdot \varepsilon_s} \quad (2.54)$$

Die Unterschiede in den Modellen führen letztendlich zu der Erkenntnis, dass diese immer von Versuchsergebnissen und damit vom System der Messstellenanordnung, von der Versuchssteuerung und den Stützungs- und Lasteintragseinflüssen abhängen. Daher sind die an Versuchskörpern gewonnen Modelle immer auch kritisch hinsichtlich der Übertragbarkeit auf reale Bauteile zu prüfen.

2.4.6 Die Relation zwischen Spaltzugfestigkeit und Verbundfestigkeit bei hochfestem Beton

Das Verbundverhalten vom normalfesten und hochfesten Beton ist ähnlich, wenn der zu verankernde Stahl in beiden Fällen Rippenstahl ist. Zhiming/ Zhiman [131] erkennen in einer Reihe von Ausziehversuchen mit und ohne Querbewehrung eine Proportionalität zwischen der maximalen Verbundspannung $f_{b,ult} = \tau_u$ und der Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp} = f_{ts}$. Die Spaltzugfestigkeit ist eine einfach zu messende Festigkeitseigenschaft des Betons und bei nachgewiesenem Zusammenhang $f_{b,ult}/f_{ct,sp} = const.$ kann damit möglicherweise sehr einfach eine Vorhersage über die Verbundfestigkeit angegeben werden. (Bild 2. 23)

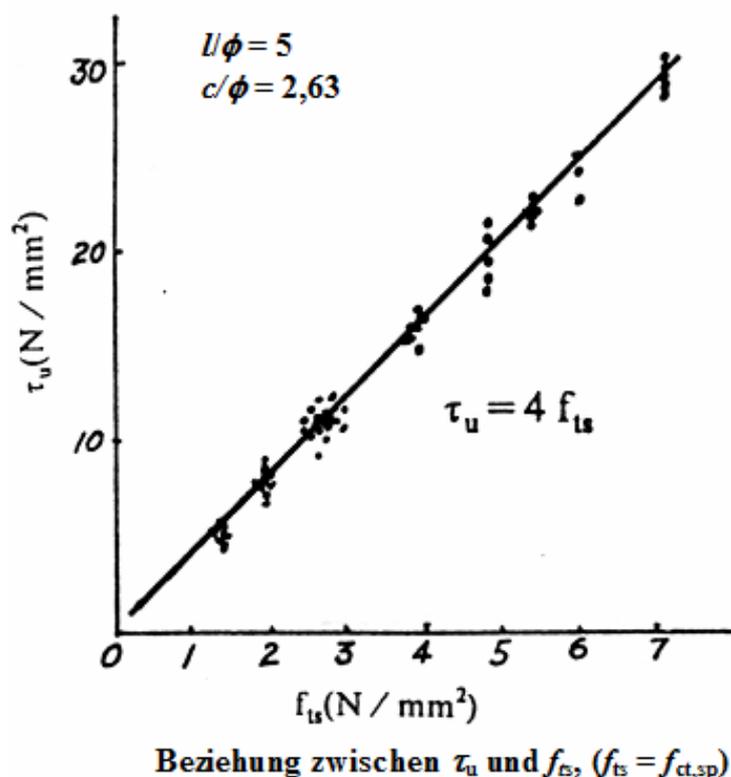


Bild 2. 23: Zusammenhang zwischen der Verbundspannung während des Verbundbruchs $f_{b,ult} = \tau_u$ und der Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp} = f_{ts}$ in N/mm^2 , aus [131]

Die direkte Anwendung zur Bemessung wird aber dadurch behindert, dass die Ergebnisse wiederum an Versuchen mit sog. Pull-Out-Versuchskörpern an noch relativ kurzen Verbundlängen erzeugt worden sind und damit erfahrungsgemäß nicht auf reale Bauteilsituationen zu übertragen sind. Die Versuche zeigen trotzdem, dass die Verbundfestigkeit mit der Betonfestigkeit und der Zugfestigkeit steigt. Der hochfeste Beton versagt aufgrund der bis zum Versagen gespeicherten Energie aber plötzlicher. Die relative Verbundspannung $f_{b,ult}/f_{ct,sp}$ kann anstelle anderer als Bezugsgröße verwendet werden, um Gesetzmäßigkeiten mit Versuchsergebnissen anderer Serien und Betonklassen vergleichen zu können.

Entgegen dem Konzept von Vandewalle [126], Huang et.al [67] und Schenkel/Vogel [108] wird hier der Zusammenhang nicht in der Relation zur Betondruckfestigkeit, sondern an der Relation zur Zugfestigkeit gesucht. Bei einer bestimmten Betonzugfestigkeit hängt die Bruchfestigkeit der Betondeckung von der Dicke der Betondeckung c ab. Zhiming stellt in [131] die nicht - lineare Abhängigkeit von $f_{b,ult}/f_{ct,sp} = \tau_u/f_{ts}$ und c/ϕ heraus.

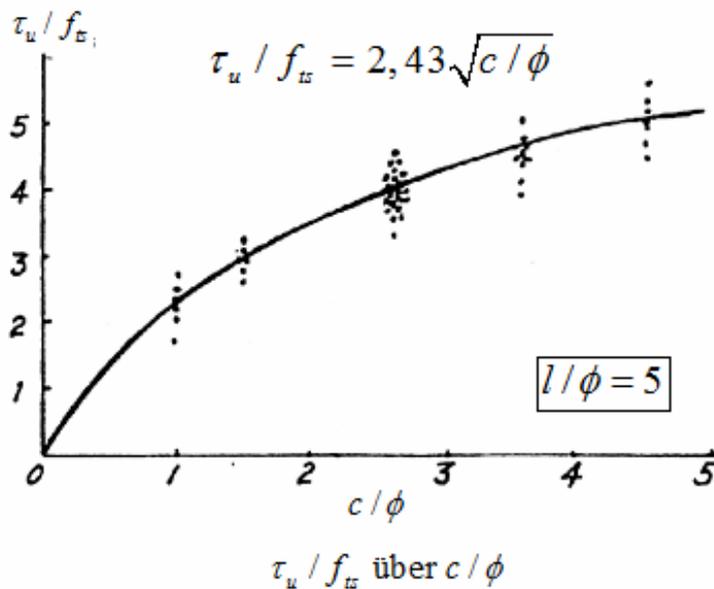


Bild 2. 24: Bezogene Verbundspannung aufgetragen gegen das Verhältnis von Betonüberdeckung c und verwendetem Stahldurchmesser ϕ nach Zhiming [131]

Bei einem Verhältnis von $c/\phi > 4,5$ kommt es nach [131] zum Gleitbruchversagen und der Einfluss von c/ϕ geht zurück. Dass die Anfangswerte des Gleitbruchversagens weitaus höher liegen als nach dem Ergebnis der Auswertung von Vandewalle u.a., mag damit begründet sein, dass die Zugfestigkeitswerte relativ hoch waren. Zudem ist in einigen Versuchen wahrscheinlich so viel Querbewehrung in Form von Spiralen eingesetzt worden, dass die Duktilität der Betondeckung und der Ringdruck auf den Stahl deutlich höher waren als bei den Versuchen der anderen Forscher ohne eine duktile Betondeckung.

Querbewehrung erhöht die maximale Verbundspannung signifikant, wenn sich radiale Spaltrisse bilden. Geschieht dies nicht, werden kaum Spannungen im Stahl aktiviert und der Einfluss der Querbewehrung bleibt gering. Je größer die Betondeckung desto kleiner ist der Zuwachs der Verbundfestigkeit, was auf einen ähnlichen Mechanismus wie beim „size-effect“ schließen lässt.

Auswertungen der Versuche von Zhimings könnten zu plastizitätstheoretischen Rechenansätzen führen, da diese den Widerstand über die Betondeckung ausgleichenden Ansätze am besten für eine Verwendung in Rechenmodellen geeignet sind. Zhimings Ansatz zeigt – wie auch das Ergebnis von Elgehausen, Bertero und Popov, (2. 57), aus [46]–, dass die Zugfestigkeit und das Verhältnis von c/ϕ offenbar die entscheidenden Parameter für die Bestimmung des Verbundwiderstands sind. Allerdings ist in Bild 2. 24 auch zu sehen, dass mit steigender, relativer Dicke c/ϕ der Betondeckung die Streubreite des Zusammenhangs zwischen bezogener Verbundfestigkeit und bezogener Dicke der Betondeckung zunimmt und damit dessen Gültigkeit immer unbestimmter wird. Streuungen der Zugfestigkeit und die offenbar ähnlich stark streuenden Verformungen vor den Stahlrippen bedingen ein stärker streuendes Ergebnis in der Verbundspannungsentwicklung, auch bei gleichartigen Versuchen.

2.5 Der Einfluss von Querbewehrung

2.5.1 Grundsätzliches zum Einfluss von Quer- bzw. Umfangsbewehrung auf die Betonumgebung des im Verbund liegenden Stahls in Erweiterung der Modellvorstellungen nach MC 90 u.a

Querbewehrung in der Betonumgebung kann die Zugfestigkeit der Verbundzone verstärken, wenn ein Minimum an Bewehrung über die Verbundlänge eingelegt wird. Dieser Einfluss besteht für radial gerissene, aber auch für ungerissene Abschnitte der Betondeckung. Dabei muss die Querbewehrung in der Lage sein, im Moment der Rissbildung die Spaltspannung aufzunehmen. Daraus ergibt sich eine Mindestanforderung an die Bewehrungsmenge in Abhängigkeit von der während des Reißens der Betondeckung plötzlich ausfallenden Ringzugkraft in der Betondeckung. Damit sind zwei Phasen der Mitwirkung der Querbewehrung zu unterscheiden. Sie wirkt im ideellen Querschnitt unter gleichen Dehnverhältnissen wie der Beton und wenn die Verbundzone durch radiale Risse gekennzeichnet ist, wirkt die Querbewehrung in diesen Rissen bis zum Erreichen der Fließspannung der mit.

In der Literatur wird zumeist der zweite Fall erwähnt und berechnet. Hier eröffnet die Querbewehrung die Möglichkeit, den Versagensprozess der Betondeckung, der bei fehlender Querbewehrung mit dem Spaltbruch beendet wäre, zu verlängern und damit ein Minimum an sicherer Tragfähigkeit auch noch nach der Längsrissbildung über die bessere Duktilität zu sichern.

Für den ungerissenen Zustand gilt die Annahme des elastischen Verhaltens der Betondeckung. Die Spannung in einer Querbewehrung in einem Abstand r von der Mitte des zu sichernden und im Verbund liegenden Bewehrungsstabs lässt sich wie folgt beschreiben:

Wegen: $\varepsilon_s = \varepsilon_t = \varepsilon_c < \varepsilon_{cu}$ und: $\alpha_e = \frac{E_s}{E_c(t)}$ (2. 5) gilt:

$$\sigma_{st}(r) = (\alpha_e - 1) \cdot \sigma_t(r) \quad (2. 55)$$

Mit: σ_{st} Spannung in der Querbewehrung

$\sigma_{st}(r)$ Spannung in der Querbewehrung infolge Wirkung des Zugrings

$\sigma_t(r)$ tangentielle Zugspannung des Betonzugrings

Die Gleichung (2. 55) ist immer auf den Einzugsbereich einer beispielsweise bügelartigen Umfassung quer zum zu sichernden Bewehrungsstab zu beziehen. Aufgrund der Größenverhältnisse in der Betondeckung ist der Bewehrungsanteil *n i c h t* vernachlässigbar klein, deshalb muss ein Betonanteil von α_e in (2. 55) abgezogen werden, was über den Term $(\alpha_e - 1)$ geschieht. Die Schubspannung lässt sich dann in Abhängigkeit von der Beton- und Stahlringzugkraft berechnen.

$$\tau_b = 2 \cdot \frac{F_{ct}^{el} + F_{st}(r)}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} \quad (2. 56)$$

Mit: τ_b Verbundspannung

$[F_{ct}^{el}; F_{st}(r)]$ lastabhängiges Ringzugkräftepaar, das durch Integration über die Verteilung der Zugspannung im Zugring entsteht

F_{ct}^{el} elastischer Anteil der Betonringzugkraft mit $\left(\sigma_t \left(\frac{\phi}{2} \right) = f_{ct} \right)$

$F_{st}(r)$ Stahlringzugkraft in der Querbewehrung

Soll die Querbewehrung auf eine Größe ausgelegt werden, dass sie die Duktilität der Betondeckung anrechenbar verbessert, muss die Größe der zu erwartenden Spaltzugkraft, die zur radialen Längsrisssbildung führen kann, bekannt sein. Nach Eligehausen et al. [46] kann eine Verbundspannung wie in (2. 57) zu Sprengbrüchen der Betondeckung führen.

$$f_{b,cr} = 1,5 \cdot f_{ct} \cdot \sqrt{c/\phi} \quad (2. 57)$$

Verglichen mit dem Model Code MC 90 ist dieses Modell weitaus realistischer mit Blick auf das zu erwartende Aufspalten der Betondeckung als wahrscheinliche Verbundversagensform. Es handelt sich jedoch um einen Mittelwert der Verbundfestigkeit über einen größeren Verbundabschnitt.

Das Konzept des MC 90 [21] und der DIN 1045-1 [37] für die Berechnung der Verbundspannung f_b bei Verwendung von üblichem Rippenstahl lautet:

$$f_b = 2,25 \cdot f_{ctk;0,05} \quad \text{bzw.} \quad (2. 58) \text{ (a)}$$

$$f_{bd} = 2,25 \cdot \frac{f_{ctk;0,05}}{\gamma_c = 1,5} \quad (2. 58) \text{ (b)}$$

Mit: f_{bd} Bemessungswert der Verbundspannung
 $f_{ctk;0,05}$ 5 %-Fraktil der Zugfestigkeit von Beton
 γ_c Teilsicherheitsbeiwert für Beton

Als Referenzgröße c/ϕ wird hierbei ein Minimum von $c = 1,0 \cdot \phi$ angenommen.

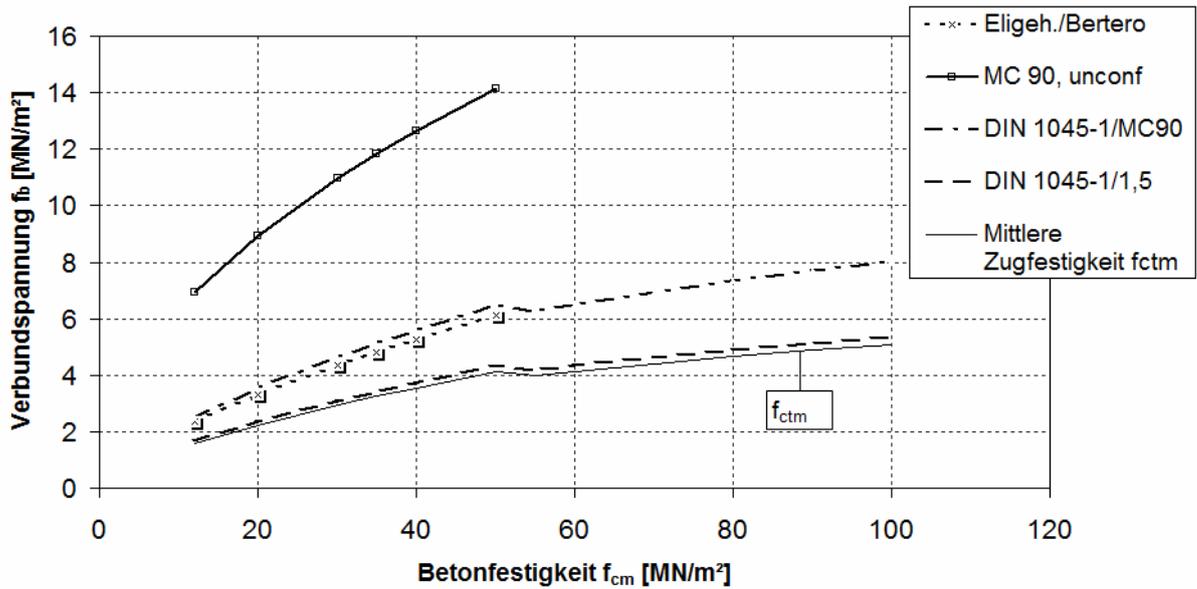


Bild 2. 25: Vergleich der Verbundspannungsmodelle in derzeitigen Normenvorschlägen

Die Unregelmäßigkeit im Bemessungsvorschlag nach DIN 1045-1 bzw. MC 90 ist auf die Veränderung des Ansatzes für die Zugfestigkeit für hochfeste Betonklassen gegenüber den normalfesten zurückzuführen. Es ist zu sehen, dass der allgemeine Model Code-Ansatz für wenig zugfeste Betonstahlumgebung, auch bei langen Verbundlängen und teilweise Fließen des Stahls im Verbundbereich, zu optimistisch hinsichtlich der Spaltbruchgefahr bzw. Längsrissgefahr erscheint. Mit Sicherheit ist das Problem langer Verbundlängen mit geringerer Völligkeit der Verbundspannung über die gesamte Verbundlänge ausgeblendet worden. Das alte Normenkonzept, die Schubspannung so zu wählen, dass mit 2,1facher Sicherheit ein Gleitbruchversagen ausgeschlossen werden kann ([103]), scheint schon aus dem Gesichtspunkt einer vordergründigen Spaltbruchgefährdung heraus überdenkenswert.

Bewehrung in der Betondeckung kann das Tragverhalten, bei entsprechend günstigen Umgebungseinflüssen wie Betondeckung und Querdruck, verbessern und vor allem nach erfolgter Rissbildung den Verbund durch Übertragung orthogonaler Spannungen über den Riss hinweg sichern. Die dafür notwendige Bewehrung kann aus dem Fließkriterium der Bewehrung f_{yk} als Grenzwert für kontrollierbare Dehnungen hergeleitet werden. Große Fließdehnungen in der Tangente des Zugrings ermöglichen versagensäquivalente Schlupfwerte und sind daher mit einer sinnvoll zu wählenden Sicherheit auszuschließen. Die Spaltspannung als Äquivalent zum Querdruck beim eintretenden Spaltbruch ist:

$$\sigma_{rs,ult}^R \cdot \phi = f_{b,cr} \cdot \phi \cdot \tan \alpha \quad (2. 59)$$

Mit: $\sigma_{rs,ult}^R$ vom Radius abhängige Druckspannung als Gleichgewichtsreaktion des Zugrings im Moment des Versagens

$f_{b,cr}$ Verbundversagensspannung bei Spaltbruch längs der Bewehrung

Übertragen auf einen Verbundbereich l_b bzw. einen Verankerungsbereich mit einer gemittelten Verbundspannung, lässt sich durch Multiplikation der Verbundlänge die Spaltkraft errechnen. Eligehausen zeigt weiter, dass, im Fall eines völligen Längsrisses entlang der Bewehrung, die in der Risszone vorher übertragene Zugkraft auf den Stahl zu übertragen ist.

Damit setzt er die in der betrachteten Verbundzone mobilisierbare Stahlzugkraft zur Spaltkraft ins Verhältnis, (2. 60).

$$\sigma_{st}(p) \cdot \sum_{i=1}^n A_{st,i} = f_{b,cr} \cdot \phi \cdot l_b \cdot \tan \alpha \quad (2. 60)$$

Mit: A_{st} Querschnittsfläche der Querbewehrung
 $\sigma_{st}(p)$ Spannung in der Querbewehrung in Abhängigkeit vom Druck p auf den Zugring aus, $\sigma_{st}(p) \sim$ konstant!

Mit dem folgenden Ansatz für die mittlere Verbundspannung,

$$f_{b,cr} = \frac{F_b}{\pi \cdot \phi \cdot l_b} = \frac{\sigma_{s,ler} \cdot A_s}{\pi \cdot \phi \cdot l_b}, \quad (2. 61)$$

mit: $\sigma_{s,ler}$ zu $f_{b,cr}$ zugehörige Stahlspannung der Längsbewehrung
 A_s Bewehrungsquerschnitt der Hauptbewehrung

lässt sich (2. 57) nach Eligehausen et al. [46] modifizieren und zur gesuchten Stahlspannung in der Querbewehrung umformen.

$$\sigma_{st}(p) = \frac{A_s}{\sum_{i=1}^n A_{st,i}} \cdot \frac{\tan \alpha}{\pi} \cdot \Delta \sigma_s(x) \quad (2. 62)$$

Mit: $\Delta \sigma_s(x)$ Änderung der Stahlspannung in der Hauptbewehrung durch die Einleitung der Kraft über einen diskreten Abschnitt l_b der Verbundzone in den umgebenden Beton

Mit der Annahme $\alpha = 26 \dots 45^\circ$ (Bild 2. 13) für den inneren Stützwinkel und nicht in Ansatz gebrachte Rissreibung lässt sich die folgende Abschätzung begründen:

$$\sigma_{st}(p) = \frac{A_s}{\sum_{i=1}^n A_{st,i}} \cdot (0,155 \dots 0,32) \cdot \Delta \sigma_s(x) \quad (2. 63)$$

Mit der Beschränkung der Stahlspannung der Querbewehrung $\sigma_{st}(p)$ auf z. B. f_{yk} ergibt sich damit auch die Möglichkeit, den Ansatz (2. 63) zu einer Bemessungsgleichung für A_{st} zu überführen.

$$\sum_{i=1}^n A_{st,i} = \frac{A_s}{\sigma_{st}(p)} \cdot (0,155 \dots 0,32) \cdot \Delta \sigma_s(x) \quad (2. 64)$$

Für hochfesten Beton lautet der Vorschlag nach Plizzari und Franchi [96] dagegen:

$$A_{st} = 0,5 \cdot n \cdot A_s \cdot \frac{f_c [N/mm^2]}{103} \quad (2. 65)$$

Mit: n hier: Anzahl der zu verankernden oder zu stoßenden Stäbe

Diese Formel wurde aus dem ursprünglichen Konzept des ACI 318-95 [1] entwickelt, wiedergegeben in (2. 66):

$$A_{st} = 0,5 \cdot n \cdot A_s . \quad (2. 66)$$

2.5.2 Bewertung der Formelansätze zur Bestimmung einer anrechenbaren Querbewehrung

Die beiden letztgenannten Ansätze gehen mit dem für die Verbesserung einer Verbundsituation wichtigen Einfluss der Querbewehrung recht vereinfacht um. Es ist jedoch nicht ratsam, die Ansätze nach (2. 65) und (2. 66) kritiklos zu übernehmen, besonders da kaum sichtbar ist, welche Einflüsse zu diesen gegenüber (2. 63) stark vereinfachten Formeln geführt haben. Angenommen wird auch hier, dass der Ausbreitungswinkel der Druckstreben α vor den Rippen 45° ist ($\tan \alpha = 1$). Der erhöhende Faktor n kann dabei auch abbilden, dass sich bei aneinander liegenden Stäben der Spaltdruck, z. B. in Übertragungsbereichen, um diesen Faktor verstärkt. Der Faktor 0,5 wird gegenüber (2. 63) berücksichtigen, dass die Einleitungslänge für die Querbewehrung klein sein kann und in Richtung des Bauteilrandes durch $c > c_{st}$ (c_{st} ist die Betondeckung der Querbewehrung) immer schlechtere Verbundbedingungen vorzufinden sind.

Andererseits ist auch in dem zur Ableitung von (2. 63) gehörendem Versuchsprogramm festgestellt worden, dass unter bestimmten geometrischen Randbedingungen, wie großer Abstand zum zu verankernden Stab oder große Anzahl der Stäbe der Querbewehrung, $\sigma_{st}(r_{st}; p) \ll \sigma_s$ gelten kann. Mit der Formel (2. 66) wird versucht, die Spannungsunterschiede bereits mit einem Faktor pauschal abzugelten. Der Anwender wird nicht gezwungen, die Spannungsverhältnisse zwischen Quer- und Tragbewehrung zu untersuchen. Allerdings kann das gerade bei kleinen Betondeckungen zu einer Unterschätzung der wahren Spannungsverhältnisse in der Betondeckung führen. Je kleiner die Betondeckung, desto größer kann der Quotient $\sigma_{st}/\Delta\sigma_s$ infolge der möglichen Umlagerung Betonringzugkraft auf die außen liegende Querbewehrung werden. Dagegen wird in den Formeln (2. 65) und (2. 66) von einer prinzipiell gleichen Stahlspannung in Haupt- und Querbewehrung im Sinne eines Optimierungsansatzes im GZT ausgegangen. Gerade am Anfang einer Einleitungslänge in Rissufernehe sind aber auch Stützwinkel vor den Rippen der Hauptbewehrung von $45^\circ < \alpha \leq 55^\circ$ denkbar, so dass auch eine entsprechende Sicherheit bzgl. des Modellfehlers oder des Verbundmodells allgemein vorhanden sein kann (siehe auch (2. 62)).

Eine minimale Querbewehrungsmenge ΣA_{st} kann errechnet werden, wenn als Grenze das Ziel besteht, beim Durchreißen die Stahldehnungen zu begrenzen und damit eine Restverbundtragfähigkeit zu ermöglichen. Die auf die Querbewehrungsstäbe umzulagernde Betonrisskraft ist auf eine geringere Größe als die Fließkraft für die Querbewehrung zu begrenzen, möglicherweise sogar auf $0,8f_{yk}$, um inelastische Verformungen völlig auszuschließen. Dabei darf der Verbundspannungsanteil aus der mitwirkenden inneren gerissenen Verbundzone entsprechend Gleichung (2. 26) nicht vernachlässigt werden. Der Ansatz gilt für einen differential kurzen Stababschnitt und den zugehörigen Anteil der Betondeckung, unabhängig von dem gewählten Materialmodell für die entfestigende Zone.

$$\overline{F}_{ct,ult} = \overline{F}_{t,sum,ult} = \frac{f_{b,ult}}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \phi \quad (2. 67)$$

Mit: $\overline{F}_{ct,ult}$ Betonanteil der tangentialen Zugringkraft im Moment des

Versagens, gemittelt und bezogen auf 1 mm Verbundlänge
 $\overline{F_{t,\text{sum,ult}}}$ Gesamt-Betonringzugkraft, nach (2. 26)
 $f_{b,\text{ult}}$ nach (2. 27) berechnet

Damit lässt sich folgende Gleichung für die Umlagerungen in der Betondeckung aufstellen:

$$\lim\left(\sum A_{\text{st}} \cdot \sigma_{\text{st}}\right) = \overline{F_{\text{ct,ult}}} \cdot l_b < \sum A_{\text{st}} \cdot f_y > \frac{f_{b,\text{ult}}}{2} \cdot \tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b \quad (2. 68) \text{ (a)}$$

$$\rightarrow \sum A_{\text{st}} > \frac{f_{b,\text{ult}}}{2 \cdot f_y} \cdot \tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b \quad (2. 68) \text{ (b)}$$

Mit: $\overline{f_{b,\text{ult}}}$ Mittelwert von $f_{b,\text{ult}}$ (2. 27) über die Verbundlänge
 $\overline{F_{\text{ct,ult}}}$ Mittelwert von $F_{\text{ct,ult}}/l_b$ (maximaler Betonanteil am Verbundwiderstand der Betondeckung bei Sprengbruchgefahr entsprechend (2. 26), (2. 67))
 f_y Fließgrenze des Bewehrungsstahles

Da eine nicht fließende Querbewehrung und eine den Längsriss der Verbundzone kreuzende Bewehrung die Rissdehnung begrenzen kann, bleibt bei $w < w_c$ ein Zugspannungsanteil übrig, der über die Rissflächen übertragen wird. Dieser wird in obigem Modell nicht geltend gemacht und bildet damit eine zusätzliche Sicherheit. Ein Hinzufügen als additive Komponente zu (2. 66) ist prinzipiell möglich, eine geschlossene Lösung gelingt jedoch nur durch die Integration von Lösungsansätzen für w . Zudem reduziert sich dieser positive Effekt bei mehrfacher Lastwiederholung. Komfortabel im Hinblick auf die Rechenbarkeit erscheint damit nur eine iterative Lösung, die rechnerisch (bei allerdings großem Aufwand) nur eine Entlastung $\leq 50 \text{ N/mm}^2$ für den Stahl der Querbewehrung erwarten lässt. Dies entspricht $0,1 \cdot f_y$ bei $c = 40 \text{ mm}$, $s_{\text{st}} = 250 \text{ mm}$, $\phi_{\text{st}} = 10 \text{ mm}$, $f_{\text{ct}} = 3 \text{ N/mm}^2$ und $w \geq 80 \mu\text{m}$.

Die Mindestquerbewehrungsmenge wird von Azizinanimiti [6] auch aus Gründen der Sicherheit gegen Fließen und Stahlversagen mit $\phi_{\text{min}} = 10 \text{ mm}$, $s_{\text{st}} = 305 \text{ mm}$ angegeben. Der zweite Wert definiert sich allerdings nur durch den maximalen Wirkungsbereich eines Stabes. In der Neufassung der DIN 1045-1 (7.01) sind ähnliche Grenzen festgelegt. Der vorgeschlagene Bewehrungsdurchmesser $\phi_{\text{st}} \geq 10 \text{ mm}$ deckt sich dabei mit den Vorschriften im deutschen Brückenbau (DIN-Fachbericht 102 [39]).

2.5.3 Eine Modellerweiterung für die Berechnung der Querbewehrung

Beide Ansätze für eine Querbewehrung sind aus heutiger Sicht als konservativ und auf der sicheren Seite liegend zu bewerten. Zwei Gründe führen zu dieser Bewertung:

1. Ausgangspunkt für die Berechnung der Querbewehrung ist der radiale Durchriss der Betondeckung. Die für die Entwicklung von Ingenieurmodellen wichtige Mitwirkung der Querbewehrung im ungerissenen Zustand (ideeller Querschnitt) wird vernachlässigt.
2. Die rissbreitenbegrenzende Funktion der Querbewehrung bleibt unberücksichtigt und der dabei zusätzlich eintretende Effekt der Übertragung von Zugspannungen über die radiale

Bruchfläche in der durch Teilrissbildung entfestigenden Betonzone wird nicht günstig angerechnet.

Eine Querbewehrung wird in der Praxis den zu sichernden Stahl immer berühren. Damit ist für den ungerissenen Zustand die Arbeit mit dem elastischen Modell von Tepfers möglich. Nach (2. 20) ergibt sich:

$$f_{b,ult}^{el} = \frac{1}{\tan \alpha} \cdot \left[f_{ct(s)} \cdot \frac{\left(c + \frac{\phi}{2}\right)^2 - \frac{\phi^2}{4}}{\left(c + \frac{\phi}{2}\right)^2 + \frac{\phi^2}{4}} + \frac{2 \cdot \Delta F_{st}}{\phi \cdot l_b} \right] \quad (2. 69)$$

Mit: F_{st} Kraft in der Querbewehrung

Dabei kann ΔF_{st} aus der Bruchdehnung

$$\varepsilon_{ct} = \frac{\sigma_{ct}(r_{st})}{E_c} \leq \frac{f_{ct}}{E_c} = \varepsilon_{ct} \quad (2. 70)$$

und dem Querstababstand

$$r_{st} \geq \frac{\phi + \phi_{st}}{2} \quad (2. 71)$$

sowie dem Verhältnis der E -Module nach (2. 5) hergeleitet werden:

$$\sigma_{ct}(\varepsilon_{ct}) \leq f_{ct} \rightarrow \sigma_{st}^I = \alpha_e \cdot \sigma_{ct} \quad (2. 72)$$

Mit: σ_{st}^I Spannung in der Querbewehrung bei ungerissener Betondeckung
 r_{st} Abstand der Querbewehrung

Für den gebräuchlichen Fall der Bügellage direkt am Zugstab, also

$$r_{st} = \frac{\phi + \phi_{st}}{2} \quad \Rightarrow \quad r_{st}^2 = \frac{(\phi + \phi_{st})^2}{4} \quad (2. 73)$$

ergibt sich:

$$\Delta F_{st} = A_{st} \cdot \sigma_{st}^I - A_{st} \cdot \sigma_{ct}$$

$$\Delta F_{st} = A_{st} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot p \cdot \frac{(\phi/2)^2}{(c + \phi/2)^2 - (\phi/2)^2} \cdot \left[1 + \frac{4 \cdot (c + \phi/2)^2}{(\phi + \phi_{st})^2} \right] \quad (2. 74)$$

Mit $f_{b,ult}^{el} \cdot \tan \alpha = p$ und $f_{b,ult}^{el}$ nach (2. 20) kann man (2. 74) deutlich vereinfachen:

$$\Delta F_{st} = A_{st} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot f_{ct} \cdot \left(\frac{(\phi/2)^2}{(c + \phi/2)^2 + (\phi/2)^2} \right) \cdot \left[1 + \frac{4 \cdot (c + \phi/2)^2}{(\phi + \phi_{st})^2} \right] \quad (2. 75)$$

Jedoch ist der Zusammenhang so nur für einen einzelnen Bewehrungsstab und für kurze Verbundlängen gültig. Günstiger ist es, die Verbesserung der Verbundfestigkeit gegenüber der

der mittleren Verbundspannung bei querbewehrungsfreier Verbundzone über den untersuchten Abschnitt auszuwerten.

$$\tau_{b,st}^I = \frac{2 \cdot \Delta F_{st}}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} = \frac{2 \cdot \sum A_{st} \cdot (\alpha_e - 1) \cdot \sigma_t(\epsilon_{ct})}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} \quad (2.76)$$

Mit: $\tau_{b,st}^I$ Anteil der Querbewehrung an der Verbundspannung, wenn sich die Betondeckung in radialer Richtung völlig im Zustand I befindet

Das vereinfachende Ersetzen von $\sigma_t(\epsilon_{ct}) = f_{ct}$ ist nicht völlig unproblematisch, da das Mitwirken der Querbewehrung in einer elastisch verbleibenden Verbundzone überschätzt wird. Bereits unter den Bedingungen von (2.68) (a) und (b) und einer Betondeckung $c = 40 \text{ mm}$ ist $\sigma_t(\epsilon_{ct}) \approx f_{ct}/2,8$. Andererseits kann man aber den Betonring als bereits bis r_{st} aufgerissen ansehen. Dann ist die Betondehnung in der Faser in Höhe der Achse des Bügels oder der Spiralbewehrung exakt die Rissdehnung ϵ_{cr} .

Befindet sich trotz eines beginnenden radialen Risses die Betonstahlumgebung immer noch im Gleichgewicht mit dem vom belasteten Stahl ausgehenden Druck, dann ist es von Interesse, den zusätzlichen Beitrag der Querbewehrung zum Verbundverhalten für den gerissenen Zustand II der Verbundzone zu kennen. Andererseits sind die durch Querbewehrung erschließbaren Reserven nicht beliebig, vor allem bei höheren Betonfestigkeitsklassen. Die mit hochfestem Beton in vielen Aspekten vergleichbaren Tieftemperaturversuche von Rostasy [100] zeigen, dass gerade bei steigender Betonzugfestigkeit bei $\frac{n \cdot A_s}{\sum A_{st}} = 0,5 = const$ der Verbundfestigkeitszuwachs abnehmend ist.

Allerdings ist dieser in solchen Versuchen beobachtete Effekt möglicherweise auch auf eine zunehmende Versprödung des Stahls bei zunehmender Abkühlung zurückzuführen.

Plizzari [96] leitet folgerichtig wesentlich schärfere Anforderungen an eine Querbewehrung ab, die er mit Hilfe eines Bügel-Umfassungs-Indexes Ω erreicht.

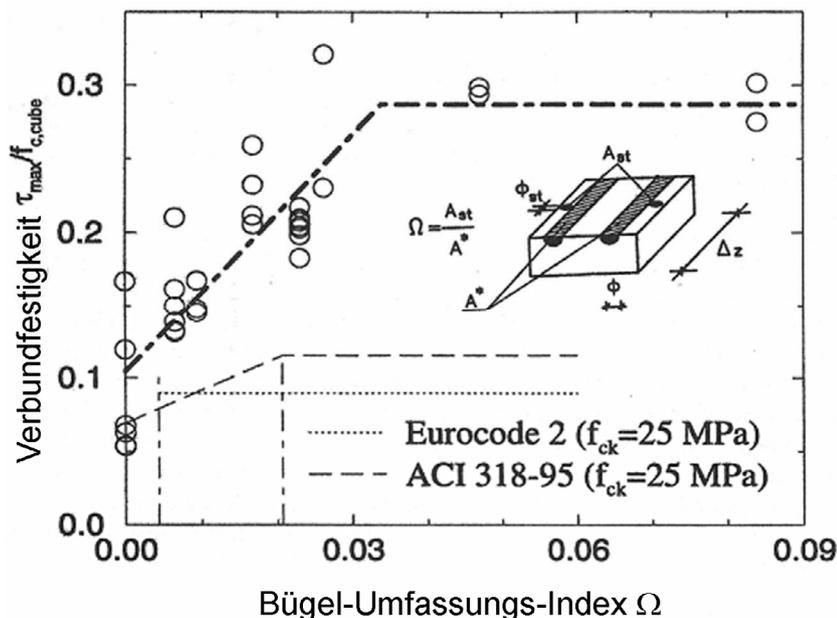


Bild 2. 26: Abhängigkeit Querbewehrung - Schubspannung (für lange Verbundlängen), [96]

Der von Plizzari eingeführte Bezug zum Bügel-Umfassungs-Index Ω hat hier offenbar den Ausgangspunkt in sehr hohen Druckspannungen, die von Übertragungsbereichen zwischen eng aneinander liegenden Stählen eines Übergreifungsbereiches ausgehen können. Plizzari/Giuarini integrieren in die Formeln bereits, dass die Spaltzugkraft gegenüber dem Eligehausen-Modell nicht nur von einer nicht fließenden Querbewehrung aufgefangen werden kann, sondern auch von den kohäsiven Betonzugspannungen zwischen den Rissufer, [100].

Für die von der Spaltkraft in die Betondeckung eingetragene mittlere tangentielle Spannung muss gelten:

$$\sigma_t(p)_{\text{mean}} \leq \sigma_n; \quad \sigma_n = \Omega \cdot \sigma_{st}(p) + B \cdot \sigma_t(w_s; p)_{\text{mean}} \quad (2.77)$$

Mit:	$\sigma_t(p)_{\text{mean}}$	Mittelwert der Zugspannung im Zugring infolge Querdrucks
	σ_n	Vergleichsspannung
	w_s	hier: Rissbreite des radialen Risses
	Ω	Bügelindex des Betonzugringes, $\Omega = \frac{A_{st}}{A^*}$
		A^* Querschnitt der beeinflussten Längsbewehrung
	B	Betonindex des Betonzugringes, $B = (b - n \cdot \phi) \cdot \Delta z$
	n	Stabanzahl in einer Lage (Ebene)

Die Verbesserung der Umgebungsbedingungen durch Bügel ist bis jetzt jedoch nur für kleinere und mittlere Stahldurchmesser ϕ_{st} erwiesen. Für Stabdurchmesser von 16...32 mm konnte die positive Wirkung von Bügeln auf die Verbesserung der „Confinement“-Umschnürungswirkung nach [54] nicht gezeigt werden. Plizzaris These gilt jedoch nur für einen bei Biegeträgern häufigen Trennriss durch die Biegebewehrungsebene, wie er in Bild 2.27 dargestellt ist.

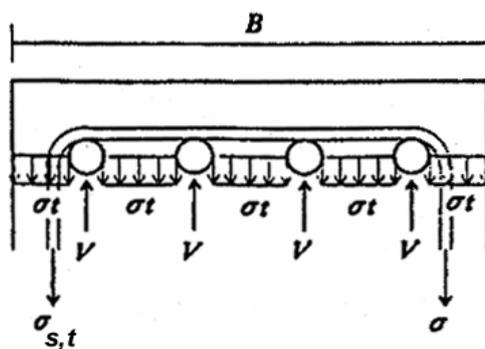


Bild 2.27: Trennriss in der Ebene konzentrierter Biegebewehrung nach Maeda et al. [85]

Dieser Trennriss entsteht bei konzentrierter Biegebewehrung durch Überlagerung der radialen Druckspannungen aneinander liegender Stäbe. Damit wird auch klar, dass die mithilfe des Plizzari-Modells errechnete Bügelbewehrung nur bedingt mit dem allgemeinen Verbundfall vergleichbar ist, der u. a. von Eligehausen beschrieben wurde. Die von Plizzari berechnete Bügelbewehrung muss auch deshalb höher sein, um zusätzlich die den radialen Innendruck verstärkende Dübelkraft aus der Querkraftproblematik aufzunehmen.

Allgemeine Verbunduntersuchungen gehen von einer rotationssymmetrischen Aufstellung der Verbund sichernden Modellelemente aus. Wie das Vorgehen von Plizzari gezeigt hat, gilt es zu kontrollieren, inwieweit in wirklichen Einbausituationen nicht andere Einflüsse

mitbetrachtet werden müssen bzw. modellähnliche Bedingungen vorzufinden sind. Verbundsichernde Querbewehrung einzubauen erfordert beispielsweise Spiralen oder eine rotationssymmetrische Umbügelung. Das ist, bis auf Ausnahmefälle, jedoch sehr unwirtschaftlich. Andererseits ist die Umgebung von Zugstäben zumeist nicht allseitig gleich gefährdet, so dass sich die Untersuchung für eine gesicherte Aussage auf die gefährdete(n) Seite(n) mit der geringsten Betondeckung beschränken kann.

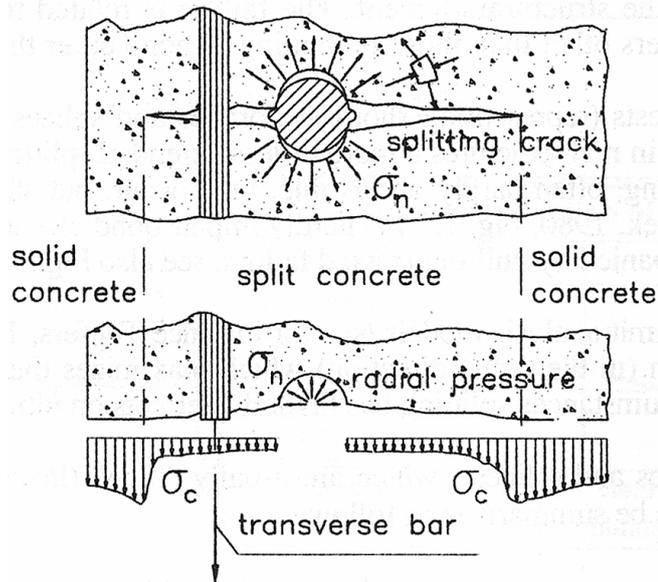


Bild 2. 28: Einstellung eines Spannungsgleichgewichts bei gestörter Rotationssymmetrie aus Giuriani et al.[138]

Es ist möglich, das Gleichgewicht auch bei einer gestörten Rotationssymmetrie durch eine veränderte Verteilung tangentialer Spannungen und Dehnungen aufzunehmen. Dabei werden die im Bauteilinneren besseren „Confinement“ (Umschnürungs- oder Umgebungs-) Bedingungen ausgenutzt und in dieser Richtung eine größere Rissbildung zulassen, damit wieder ein Gleichgewicht zum ausgestrahlten Druck möglich ist. Das ist jedoch nur in den Grenzen möglich, in denen die folgerichtig aus größeren Risslängen ableitbaren größeren Rissbreiten am Stahl nicht unerwünscht große Schlupfwerte ermöglichen (Bild 2. 28). Bei einer ausreichend großen Betonumgebung außerhalb der quer- bzw. tangential bewehrten, schwächeren Seite kann man diese Bewehrung also wie für den allgemeinen Verbundfall im Vertrauen auf ein sich selbstständig einstellendes Gleichgewicht anrechnen.

Tepfers weist in seiner Arbeit [120] ausdrücklich darauf hin, dass die Möglichkeit der Anrechnung von Querbewehrung besteht, wenn die Betondeckung über dem zu verankernden Stahl zum Teil gerissen ist. Eine tangentiale Bewehrung wird dann den größten Beitrag zur Erhöhung der Verbundfestigkeit liefern, wenn sie in dem Bereich der Faser liegt, der gerade noch ungerissen ist oder sogar in dem gerissenen, inneren Bereich. Dort kann die tangentiale Bewehrung auch eine rissbreitenbegrenzende Funktion übernehmen und damit die Betonkohäsion über die Rissufer hinweg fördern.

Problematisch ist aber, dass detailliertere Ingenieurmodelle zur schnellen und sicheren Nutzung dieses Vorteils praktisch nicht zur Verfügung stehen. Für die Beurteilung der radialen Risse mit $w_{cal} = f(r)$ bei einer bewehrten Betondeckung gibt es kaum anwendbare Modelle. Die notwendige Einleitungslänge des geraden Stabes im mehrachsig gezogenen Beton bleibt undefiniert und die rotationssymmetrische Spannungsverteilung der (tangential ableitbaren) Ringzugspannungen wird durch diesen Einleitungsbereich gestört. Damit kann die Stahldehnung in den Rissen und außerhalb nur eine Abschätzung sein.

Die Stahldehnung kann man, wie bei einem Biegeträger, aus dem Kurvenverlauf der tangentialen Dehnungen herleiten, indem man eine imaginäre Betondehnung $\varepsilon_{c,im}$ mit $\sigma_t^{el}(r)$ nach (2. 18), unabhängig vom Erreichen der Rissdehnung, ausrechnet.

$$\varepsilon_{c,im} = \frac{\sigma_t^{el}(r)}{E_c} \quad (2. 78)$$

mit: $\sigma_t^{el}(r)$ vom Radius abhängige tangentiale Zugspannung im Beton in der ungerissenen Umgebung des Betonstahls (elastischer Anteil)

Die Stahlspannung steht nach der Fassgleichung dem Anteil tangentialer Zugspannungen aus Risskohäsion und Betonzugspannung im ungerissenen Ring gegenüber. Allerdings ergibt sich daraus auch, dass die Betondeckung infolge des stärkeren Drucks weitere radiale Risse erzeugen und damit die fortgesetzte Auflösung der inneren Verbundzone bewirken kann. Die Konsequenz sind bei gleicher Belastung des Verbundsystems höhere Schlupfwerte. Weitere Risse und damit veränderte Versagenszonen entstehen durch Überlagerung der Zugkrafteinleitung und dadurch verringerter Wirksamkeit der Querbewehrung.

Bild 2. 29 und Bild 2. 30 stellen die zu erwartenden Dehnverhältnissen bei $\phi_{st} 10$ dar.

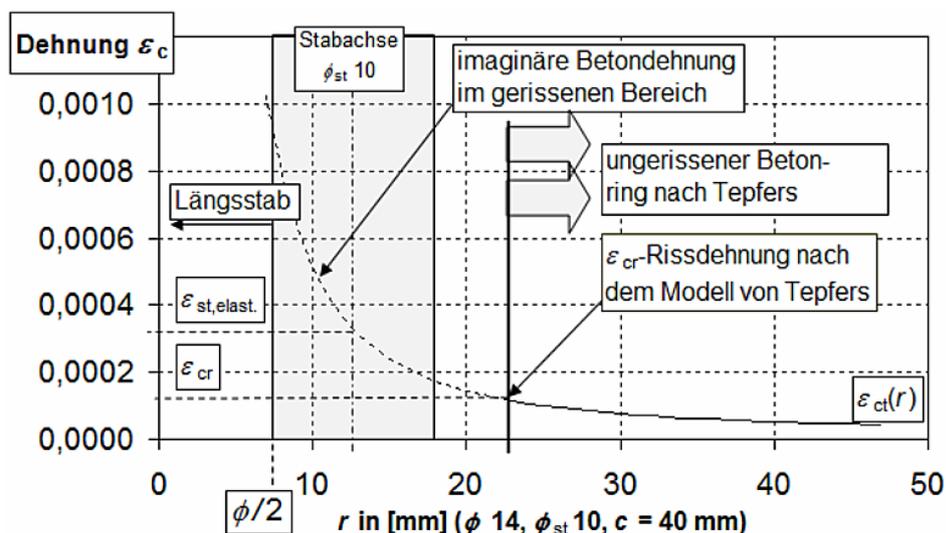


Bild 2. 29: Zu erwartende ideelle Dehnungslinie unter Vernachlässigung des Abbruchkriteriums Rissdehnung für hochfesten Beton C 90/105, $\phi = 14$ mm, $\phi_{st} = 10$ mm

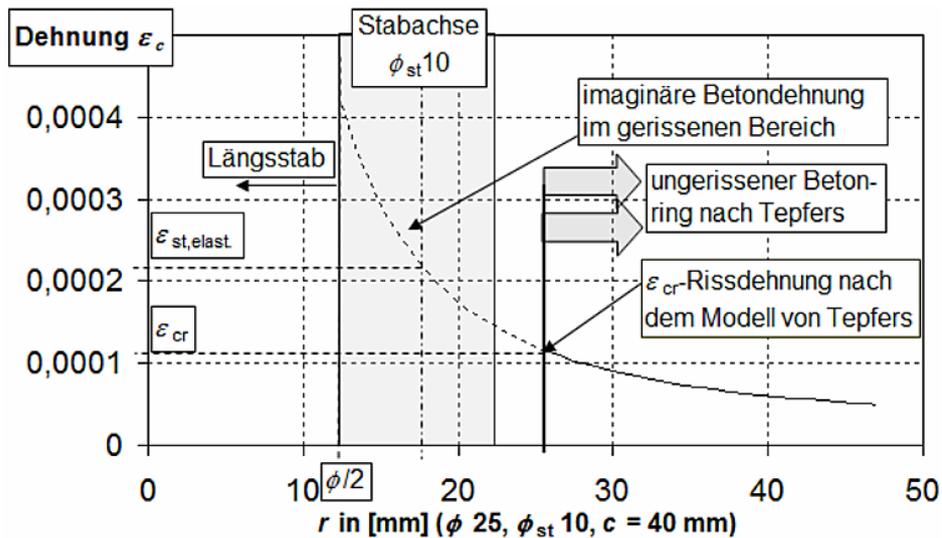


Bild 2. 30: Zu erwartende ideale Dehnungslinie für hochfesten Beton C 90/105, $\phi = 25$ mm, $\phi_{st} = 10$ mm unter Vernachlässigung des Abbruchkriteriums Rissdehnung

Die Stahldehnung leitet sich aus der Überlegung ab, dass zwar nicht der Beton, dafür jedoch die Querbewehrung in der Lage ist, diese Dehnung aufzunehmen, so lange die Fließspannung nicht erreicht wird. Für einen Berechnungsansatz kann also die Dehnung der Querbewehrung in den Grenzen der ideal elastischen Dehnung ohne Festigkeitskriterium und der Rissdehnung gewählt werden:

$$\varepsilon_{cr} \leq \varepsilon_{st} \leq \varepsilon_{st,elast}(r_{st}) \quad (2.79)$$

Mit: ε_{st} Dehnung der Querbewehrung

$$\sigma_{st}(r_{st}) = \varepsilon_{st} \cdot E_s \quad (2.80)$$

Der Beitrag von F_{st} zur Verbundfestigkeit für das bereits vorher verwendete Formelsystem beträgt:

$$\frac{F_{st}}{l_b} = \sigma_{st}(r_{st}) \cdot \frac{A_{st}}{s_{st}} \quad (2.81)$$

$$\tau_{b,st}^{cr} = \frac{2 \cdot F_{st}}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} \quad (2.82)$$

Mit: $\tau_{b,st}^{cr}$ verbleibende Verbundspannung nach Versagen durch Sprengbruch infolge der vorhandenen Querbewehrung in der Betondeckung

Damit kann der aus der Fassgleichung abgeleitete Verbundfestigkeitsansatz von (2.27) ergänzt werden, wenn:

a) die Risskohäsion vernachlässigt wird:

$$f_{b,ult} = \frac{2 \cdot F_{t,sum}}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} = \frac{2 \cdot F_{st}(r_{st})/l_b}{\tan \alpha \cdot \phi} + f_{b,ult}^{el,cr} \quad (2.83)$$

oder

b) die Risskohäsion beachtet wird:

$$f_{b,ult} = \frac{2 \cdot F_{t,sum}}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b} = \frac{2 \cdot [F_{tch} + F_{st}(r)] / l_b}{\tan \alpha \cdot \phi} + f_{b,ult}^{el,cr} \quad (2.84)$$

Bei Anwendung der Modelle muss man sich aber klar machen, dass das Ergebnis nicht unbedingt die reale Verbundfestigkeit darstellt und diese auch nicht beliebig zu erhöhen ist. Es wird allein das Potential einer zugfesteren und duktileren Umgebung der Hauptbewehrung widerspiegelt. Der reale Einfluss auf die Verbundfestigkeit unter Bauteilbedingungen lässt sich so nur für kleine, diskrete Bewehrungsabschnitte ableiten.

Damit sind die unter Kapitel 2.4 aufgeführten Modelle immer noch vorzugsweise für die Bearbeitung von Zuständen im GZT – bei hohen Schlupfwerten – geeignet, in denen die Sprengbruchgefahr zurücktritt und sich im Zuge des Gleitbruchversagens über die Verbundlänge eine recht konstante Verbundspannung einstellt. Dies gilt auch für Gebrauchstauglichkeitszustände, wenn $c/\phi = 3 \cdot \phi$ gilt und die Zusammenhänge auf eine über die Verbundlänge l_b gemittelte Verbundspannung übertragen werden.

2.6 Untersuchung der Reibungseinflüsse und des Einflusses lokaler Verlustes von Betoneigenschaften der Verbundzone auf das Verbundversagen

2.6.1 Die Forschungsergebnisse von Xu Youlin zum Gleitbruchversagen

Ein Teil der vorher beschriebenen Verbundmechanismen und Modelldefinitionen haben insbesondere die Verbesserung der Sicherheit gegen das sog. Sprengbruchversagen zum Ziel. Damit können eine unzureichende Betondeckung oder Fehler in der Anordnung einer die Duktilität der Verbundzone verbessernden Querbewehrung die Wirksamkeit des Verbundes im Grenzzustand der Tragfähigkeit verhindert werden. Lokal einsetzender Gleitbruch bei großen Betondeckungen hat in der Regel bereits irreversible Auswirkungen auf die Gebrauchstauglichkeit und tritt bei Erschöpfung der Betoneigenschaften der Betondeckung ein, insbesondere wenn der Scherwiderstand der Betonrippen überwunden ist und die Stauchungen vor den Stahlrippen plastisch werden. Querbewehrung liefert bei großen Betondeckungen infolge der geringen Ringdehnungen nur einen kleinen Beitrag zum Verbundwiderstand der Betondeckung und vergrößert nur leicht den Betondruck auf die Kontaktzone in unmittelbarer Stahlnähe. Querbewehrung kann Gleitbruchversagen nicht wirklich effektiv verhindern. Hierfür sind die Betoneigenschaften Druck- und Scherfestigkeit von ganz entscheidender Bedeutung.

Für ein grundsätzliches Verständnis der Vorgänge beim Gleitbruchversagen sind die Untersuchungen der Reibungseinflüsse und des Betonscherwiderstands unter Querdruck wichtig. Grundsätzliche Betrachtungen zu diesem Themengebiet finden sich u.a. bei Xu Youlin [130].

Das Verbundversagen wird durch die Reibung zwischen Betonstahl und dem umgebenden Beton beeinflusst. Diese Reibung kann die Richtung (d.h. den Anstellwinkel α) der Druckstreben wesentlich verändern. Xu Youlin [130] teilt den gesamten Belastungsprozess

eines Verbundsystems Betonstahl-Beton in 5 Phasen. Er unterscheidet für einen Gleitbruch bei ausreichend großer Betondeckung (siehe [126] und Bild 2. 16) den Verbundgleittriss am Stahl (das Mikrogleiten), das Reißen über den Rippen als Beginn des Gleitstadiums, das Spaltzugreißen vor den Rippen, das Abfallen der Verbundspannung und die verbleibende Restphase. Diese 5 Phasen ordnet er den 5 Phasen der Auflösung des Verzahnungsmechanismus („interlock mechanism“) zwischen Beton und Rippenstahl zu. Er benennt folgende Entwicklungen, die auch in Bild 2. 31 skizziert sind:

- Der Verbundgleitbruch beginnt mit einer der Mikrogleitphase (①, ②).
- Der schiefe Bruch an den Rippen („*oblique crack in front of ribs*“), welcher den eigentlichen Beginn der Stahlbewehrung anzeigt ③.
- Der Spaltzugbruch („*splitting crack*“) indiziert den Beginn des Spaltreißen und auch der Entwicklung radialer Risse in Druckstreben-Richtung in ⑤. → Umlagerungen des Verbundwiderstands beginnen.
- Der Druckbruch vor den Rippen („*squeezing*“), der eine Bewegung ermöglichende Gleitebene schafft. ④
- Das Trennen der Reibungsoberfläche von der Verzahnung („*cut-off of the friction surface*“), das in die Restphase fällt ⑥, ⑦.

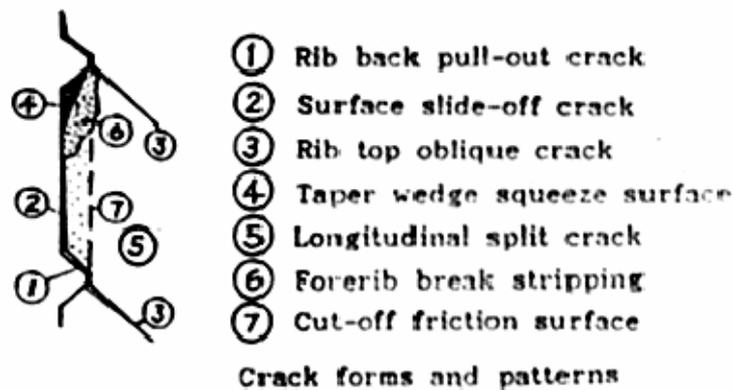


Bild 2. 31: Rissformen und -orte in der Verbundzone, aus Youlin [130]

Die Untersuchungen von Youlin haben Reibungswerte bei leicht gerostetem Stahl von $\mu_f = 0,3$ und bei stark gerostetem Stahl von $\mu_f = 0,6$ ergeben. Diese Werte entsprechen Angaben des MC 90. Für die Reibung zwischen Stahl und Beton wird dort $\mu_f = 0,3$ genannt, zwischen zwei gerissenen Betonoberflächen wird $\mu_f = 0,6$ verwendet. Mit der Erhöhung der Lastwechselzahl reduziert sich der Reibungsbeiwert μ_f bis auf 75% des ursprünglichen Wertes.

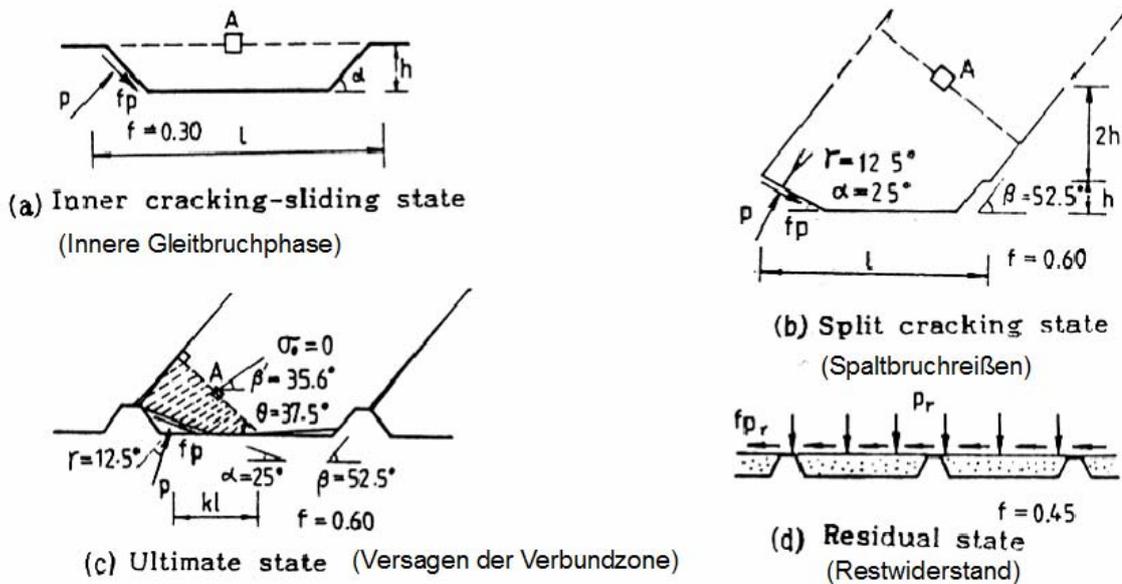


Bild 2. 32: Zuordnung der Reibungsbeiwerte $f = \mu_f$ zu den verschiedenen Phasen der Rissentwicklung im Verbundbereich, aus Xu Youlin [130]

2.6.2 Ein Versuch der Interpretation dieser Ergebnisse

Mit diesen Grundgedanken von Xu Youlin lässt sich folgendes Erklärungsmodell für die Entwicklung der Verbundsituation in der Übergangsphase zum Gleitbruchversagen darstellen.

Die Werte, die man mit linear-elastischen Berechnungsmethoden für den Druck p vor den Betonstahlrippen für Durchmesser $\phi = 14$ mm ausrechnen könnte, sind mit 900 N/mm^2 - 1100 N/mm^2 so hoch, dass schnell offenbar wird, dass sich auch unter dem Ansatz triaxialer Spannungszustände dafür kein Erklärungsmodell mehr finden lässt. Die hohen Spannungen führen zur Zerquetschung des Betons vor den Rippen und zu einer kontinuierlichen Zunahme des anhaftenden, verformten und veränderten Betonmaterials, das sich vor den Stahlrippen sammelt (Bild 2. 31, ⊕). Daher resultiert eine zunehmenden Abflachung des wirksamen Flankenwinkels ($90^\circ - \alpha$) an den Rippen. Das ist insbesondere bei kleineren Stahldurchmessern ($\phi < 12$ mm) gut zu erkennen. Damit wird der berechnungswirksame Winkel α (z. B. in Nachrechnungen des Tepfers-Modells) automatisch größer und der radiale Druck wird auf den Stahl reduziert, größere Schlupfwerte in Stablängsrichtung entstehen bzw. der Spannungszuwachs bei konstanter (weggesteuerter) Schlupfsteigerung wird zunehmend geringer ausfallen.

Entgegen den Forschungsergebnissen von Rehm, Lutz und Rostasy (Bild 2. 2, Bild 2. 5) ist der Winkel α also bei Laststeigerung nicht konstant oder ohne weiteres als konstant begründbar, insbesondere in Ausziehversuchen. Vor allem in Versuchen von Tepfers/ Olsson [122] an Zugringscheiben aus Beton ist dies nachgewiesen worden. Auch Eligehausen hat in [45] einen Zusammenhang zwischen Auslastung der Verbundzone und Stützwinkel gezeigt (siehe auch Bild 2. 13). Realitätsnäher ist eine variable Auslegung des Winkels α in Berechnungsmodellen. Allerdings verringert sich der Einfluss des Stützwinkels bei langen

Verbundlängen, da die Einzugsbereiche für die Bildung diskreter Zugring- Verbundabschnitte dort kleiner sind als bei Ausziehversuchen mit kurzen Verbundlängen bzw. größeren gestörten Verbundlängenabschnitten in l_b .

Der Fehler für lange Verbundlängen ist dabei trotzdem wiederum geringer als dies Ergebnisse von Ausziehversuchen an kurzen Verbundlängen zeigen. Bei kleinen Betondeckungen tritt noch vor beginnendem Gleitbruchversagen bereits Sprengbruchversagen der Betondeckung auf bzw. längere Einleitungslängen l_t sind durch größere Abschnitte konstanter Belastungsverhältnisse mit konstanten Verbundspannungen gekennzeichnet, was auf unveränderte Winkel schließen lässt.

3 Erkenntnisse zum Verbundversagensablauf, abgeleitet aus der Analyse von Ausziehversuchen

3.1 Ausziehversuche mit Ausziehkörpern aus hochfestem Beton (HPC)

Erste Erkenntnisse zur Funktionsweise des Verbundverhaltens zwischen Stahl und Beton lassen sich aus Versuchen mit sog. Ausziehkörpern ableiten. Dabei werden in einfache würfelförmige oder zylindrische Betonkörper einzelne Stähle einbetoniert. Ein Teil der einbetonierten Länge wird in der Regel gestört. Die verbleibende Verbundlänge ist zumeist eine sog. kurze Verbundlänge mit $l_b = 5 \cdot \phi$. Man versucht aus der Messung eines Versuchswertepaares Auszugskraft – Schlupf am unbelasteten Ende [s_0 ; F_{pull}] Rückschlüsse auf reale Verbundsituationen zu finden. Bedeutende Beiträge zur Analyse solcher Versuche wurden u.a. von Rehm, Teffers und Eligehausen geleistet [104], [122], [46]. Eine gewisse Form der Standardisierung hat der Ausziehkörper im Technischen Ratgeber des RILEM [137] als Versuch RC 6 gefunden.

Weitgehend unbestritten ist, dass die Übertragung auf reale Bauteilsituationen mit sog. langen Verbundsituationen ($l_b > 5 \phi$) durch eine Reihe ungewollter Nebeneinflüsse erschwert ist. Ursachen hierfür sind Dehnungsbehinderungen durch die nicht im Verbund liegenden Bereiche der Ausziehkörper. Janovic [70] hat verschiedene Strategien mit Trennschichten zwischen Verbundbereich und gestörtem Bereich untersucht, um mit diesen störenden Problemen und den Dehnungsbehinderungen aus der Lagerung umgehen zu können. Diese Methoden haben sich jedoch kaum durchgesetzt. Nach wie vor begleiten Ausziehversuche jedoch Versuche zum Verbundverhalten in Platten, Balken und auf Zug belasteten Systemen. Aufgrund der Widersprüche in diesem Versuchskonzept werden die Ergebnisse heute zumeist vor allem für qualitative Aussagen verwendet. Allerdings gibt es auch eine Reihe von Beispielen, in denen die Resultate Grundlagen für weiter gefasste, analytische Modelle und Untersuchungen bilden ([108], [77]). Ergebnisse von Ausziehversuchen in Form charakteristischer Schubspannungs-Schlupf-Beziehungen werden u.a. in FEM-Modellen als konstitutive Materialgesetze benutzt.

Den Beginn der vorliegenden Arbeit markierten ebenfalls Ausziehversuche, hier zur Prüfung des Verbundes zwischen hochfestem Beton und üblichen Betonstahl BSt 500 S. Der Umfang und die Gestalt des Versuchsprogramms ist Anhang 1 zu entnehmen. Eine umfassende Zusammenfassung der wichtigsten Ergebnisse findet sich in Anhang 2.

Hier wird sichtbar, dass eine Gültigkeit der in Kapitel 2 angeführten Beziehungen aus Abhängigkeiten der Verbundfestigkeiten von den Materialeigenschaften zu bestehen scheint (3. 1), (3. 2), auch wenn eine leicht nichtlineare Entwicklung die Abhängigkeit zur Betonfestigkeit noch zutreffender beschreiben könnte:

$$f_{b,ult} / f_{ck} = const. \quad (\text{Huang/Magnusson/Engström [67]}) \quad (3. 1)$$

$$f_{b,ult} / f_{ct,sp} = const. \quad (\text{Zhiming/Zhiman [131]}) \quad (3. 2)$$

Die hohen Abweichungen von diesen regressiv gefundenen Zusammenhängen (Beispiel Bild 3. 1) zeigt jedoch, dass Zugfestigkeit und Druckfestigkeit nur einzelne, aber nicht alleinige

Parameter in einer Beschreibung des Verbundversagens zwischen Stahl und Beton sein können.

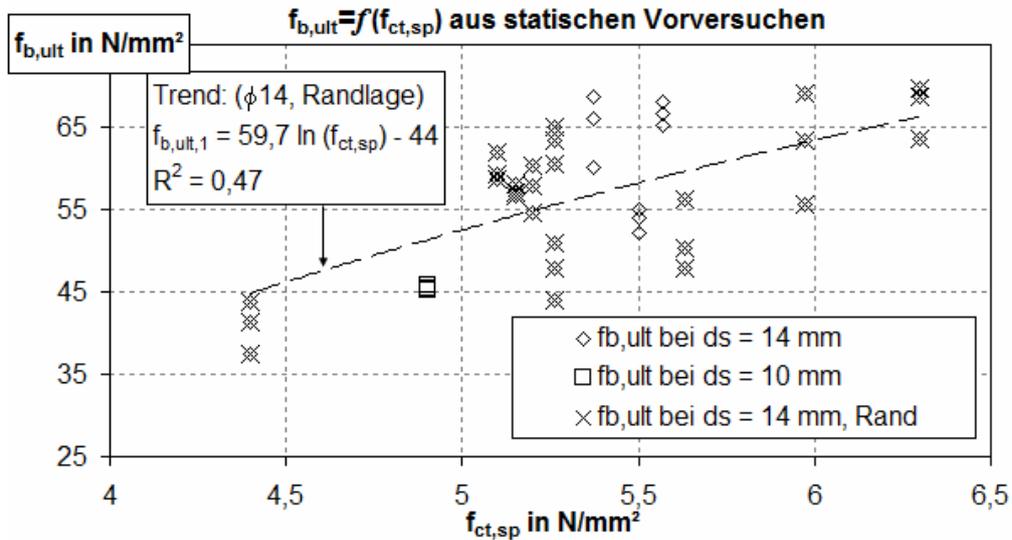


Bild 3. 1: Diagramm mit der Fragestellung: Gilt $f_{b,ult} = f(f_{ct,sp})$ bzw. (3. 2)?

3.2 Grundlegende Auswertungsmöglichkeiten für Versuche an Ausziehkörpern → Verbundspannungs-Schlupf-Diagramme

Bei der Suche nach den Ursachen für ein fortschreitendes Verbundversagen kann man einen Zusammenhang zwischen der Größe der theoretischen zylindrischen Scherfläche (potentielle Bruchfläche des Gleitbruchs) und der Wahrscheinlichkeit des Eintretens dieser Versagensart feststellen. Die Größe der Betondeckung und die Betonfestigkeit sind dabei offenbar gleichrangige Einflussfaktoren.

Eine Zuordnung des Verbundversagens zu einer Versagensart (Sprengbruch der Betonart oder Gleitbruchversagen) ist nicht immer klar möglich. Auch das Verhältnis von c/ϕ taugt als Kriterium nur bedingt, wie Bild 2. 16 zeigt. Gerade Ausziehversuche mit HPC zeigen, dass die Versagensarten oft ineinander übergehen.

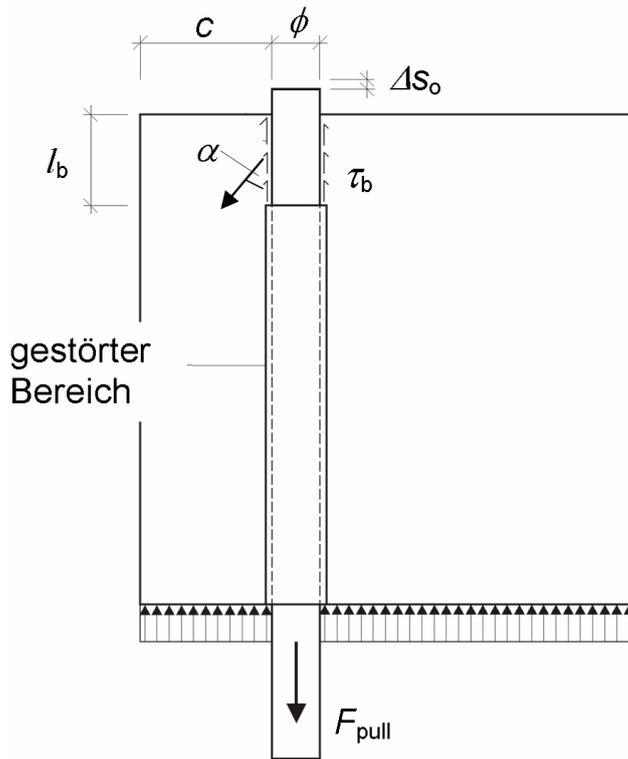


Bild 3. 2: Unsymmetrischer Ausziehkörper mit oben liegender Verbundlänge $l_b = 2 \dots 3 \phi$ für das in Anhang 1, 2 dargestellte Versuchsprogramm

Spezielle Geometrie- und Materialdaten zum Versuchsprogramm sind ebenfalls Anhang 1 zu entnehmen.

Kurze Verbundlängen l_b sind so lange gegeben, wie für die Verbundlänge die Kriterien lt. RILEM eingehalten sind, also $l_b \leq 5 \phi$ gilt. Mit der kurzen Verbundlänge kann man die Orientierung an einem RVE (repräsentativen Verbundelement – [100]) suchen, um die Arbeit mit einer konstanten mittleren Verbundspannung τ_b über $l_b = 2 \phi$ zu rechtfertigen. Die Spuren der Rippen in der Matrix der Verbundzone sind nach den Versuchen in Augenschein genommen worden. Sie deuten darauf hin, dass zumindest zu Beginn der Versuche die der Lastseite näher liegenden Rippen mehr Last bekommen. Damit kann auch die Beschreibung lokaler Schädigungen der Verbundzone von Youlin [130] bestätigt werden. Im Zuge der mit der Belastung zunehmenden Materialentfestigung zwischen den stärker belasteten Rippen kommt es aber im Beton zu ausgleichenden Umlagerungen in die weniger beanspruchten Zonen. Auch aus diesem Grund wird die Auswertung mit einer mittleren Verbundspannung τ_b als zulässig und über den Umlagerungsausgleich im Bruchzustand als begründbar angesehen.

Die zugehörige Verbundspannung berechnet sich wie folgt:

$$\tau_b = \frac{F_{\text{pull}}}{\pi \cdot \phi \cdot l_b} \rightarrow f_{b,\text{ult}} = \frac{F_{\text{pull,ult}}}{\pi \cdot \phi \cdot l_b} \quad (3.3)$$

Mit: F_{pull} in der Scherfläche um den Betonstahl übertragene Zug- oder Verankerungskraft,
 ϕ der Stabdurchmesser und
 l_b ungestörte Verbundlänge des Stabes

Gute Beispiele für typische Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen als Ergebnis dieser Versuche sind die nachfolgend gezeigten Diagramme. Das obere entstand aus der

Kombination eines HPC ($f_{cm} = 83 \text{ N/mm}^2$) und BSt 500S, ϕ 25 bei einer Verbundlänge $l_b = 50 \text{ mm}$, das untere Diagramm mit HPC ($f_{cm} = 98 \text{ N/mm}^2$) und einem Betonstahl BSt 500 S ϕ 10 mm bei einer Verbundlänge von bei $l_b = 20 \text{ mm}$.

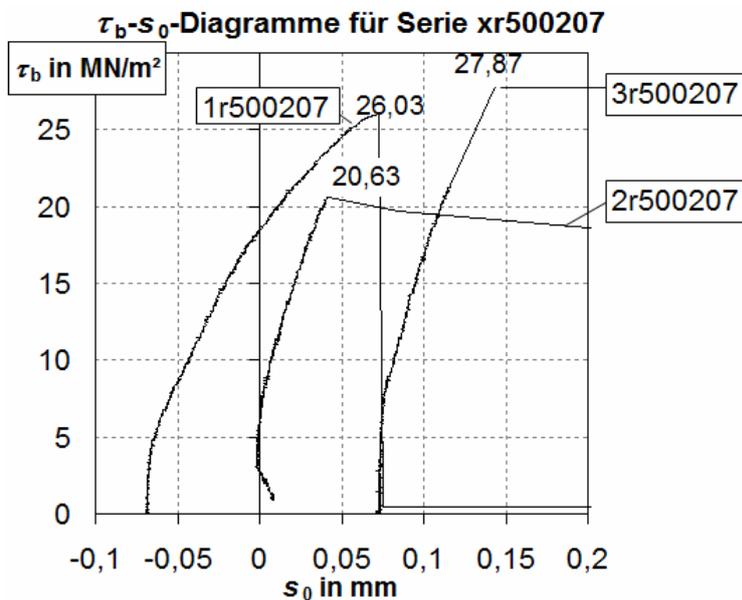


Bild 3. 3 a)

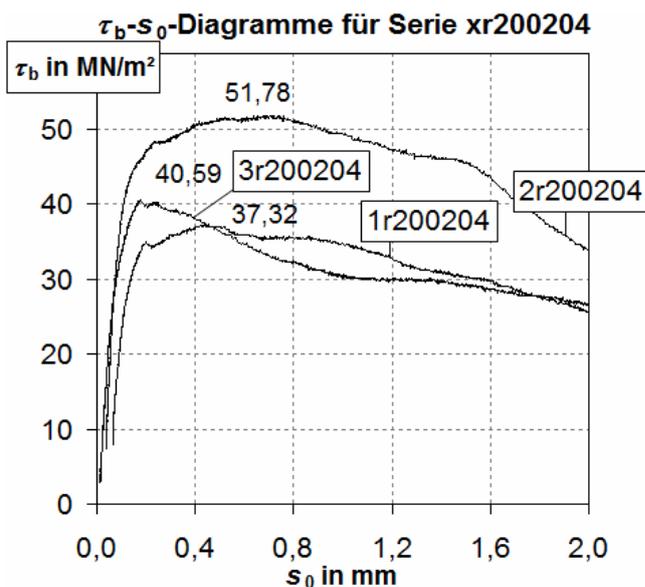


Bild 3. 3 b)

Bild 3. 3 a),b): Zwei nahezu identische Versuchskörper. Oben ($c/\phi = 1,6$): Sprengbruchversagen – Unten ($c/\phi = 4$): Gleitbruch (3r200204 mit Übergangserscheinungen in der Versagensart)

Die Versagensart ist nicht unbedingt wie von Vandewalle u.a. [126], [108] vermutet, ausschließlich vom Verhältnis c/ϕ abhängig. Im Fall Bild 3. 3 b) wäre zweifelsfrei wegen c/ϕ ein Gleitbruchversagen zu prognostiziert gewesen (siehe auch Bild 2. 14, Bild 2. 16). Jedoch hat sich in zwei der drei Versuche offenbar gleichzeitig ein beginnendes Sprengbruchversagen eingestellt. Es ist unter Umständen sinnvoll, davon auszugehen, dass eine Trennung der Versagensarten bei mittleren und auch größeren Betondeckungen nicht ohne weiteres möglich ist. Wenn man auf die Versuche von Youlin schaut, scheinen die Vorgänge vor den Rippen (in Belastungsrichtung) mit der durch die Stabdehnung einsetzenden Raumforderung des

Betonstahls zunächst den Beginn beider Versagensarten auszulösen. Dabei kommt es mit der Laststeigerung zu einer einsetzenden Betonumlagerung vor den Rippen, die neben der Winkelvergrößerung α auch die Ausbildung einer senkrechten Scherfläche ermöglicht.

Eine Reihe von selbst ausgeführten Ausziehversuchen mit oben liegender kurzer Verbundlänge hat gezeigt, dass folgender Zusammenhang besteht:

Für die mittleren Verbundspannungen $f_{b,ult}$ gilt bei gleicher Betondeckung und Betonfestigkeit, dass die Verbundspannungen der oben beschriebenen Versagensgruppe 1 (Gleitbruch) eine Obergrenze und die der Versagensgruppe 3 (Sprengbruch) eine Untergrenze derartiger Ausziehversuche darstellen. Die mittlere Versagensgruppe 2 ist durch ein weit fortgeschrittenes, aber nicht völliges Gleitbruchversagen gekennzeichnet, in der die noch immer behinderte Raumforderung der Rippen gleichzeitig eine radiale Rissentwicklung fördert. Bei Versagenslast wird der letztmögliche Gleichgewichtspunkt der Risslänge e zum instabilen Risswachstum überschritten und der Versuch endet im Sprengbruchversagen.

Für einen beliebig gestaltbaren flankenorthogonalen Rippenabstand c' kann für f_c ; $\phi = \text{const.}$ abgeleitet werden:

$$\frac{A_{c, \text{shear, pot, 1}}}{c'} > \frac{A_{c, \text{shear, pot, 2}}}{c'} > \frac{A_{c, \text{shear, pot, 3}}}{c'} \quad (3.4)$$

Mit: $A_{c, \text{shear, pot, } i}$ Potentielle Scherfläche der Versagensgruppe i entlang des äußeren Umfangs $\pi \cdot [\phi_i / 2 + (\phi_i + h_r) / 2]$ des Betonstahls

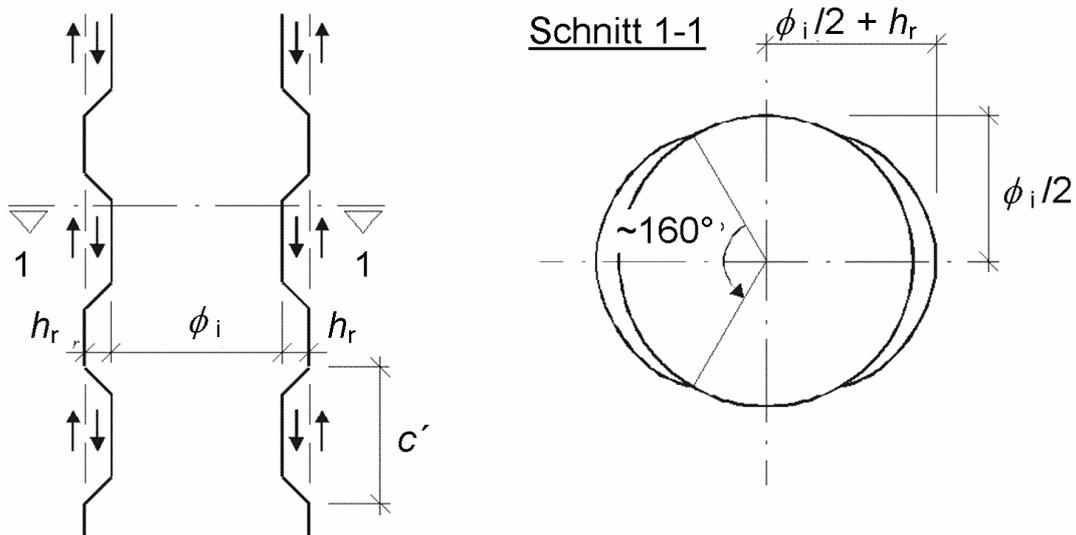


Bild 3. 4: Erläuterung der Parameter für die "Potentielle Scherfläche"

3.3 Typische Verbundspannungs-Schlupf-Diagramme in Form von Mittelwertkurven

3.3.1 Beispiele für Mittelwertkurven

Um eine gezielte Auswertung und eine Übersicht über typische Kurven zu erhalten, wurden aus den streuenden Versuchen einer Serie, die durch gleiche Betonparameter gekennzeichnet sind, Mittelwertkurven erzeugt.

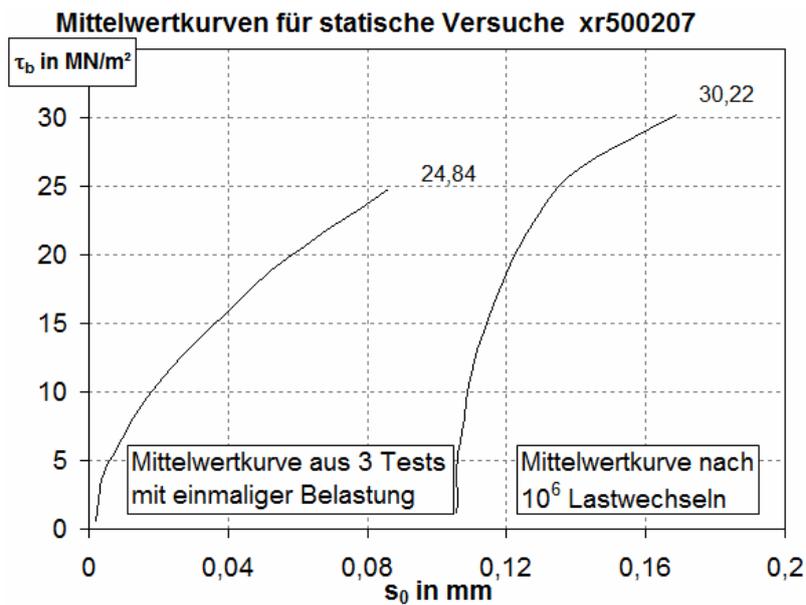


Bild 3. 5 a)

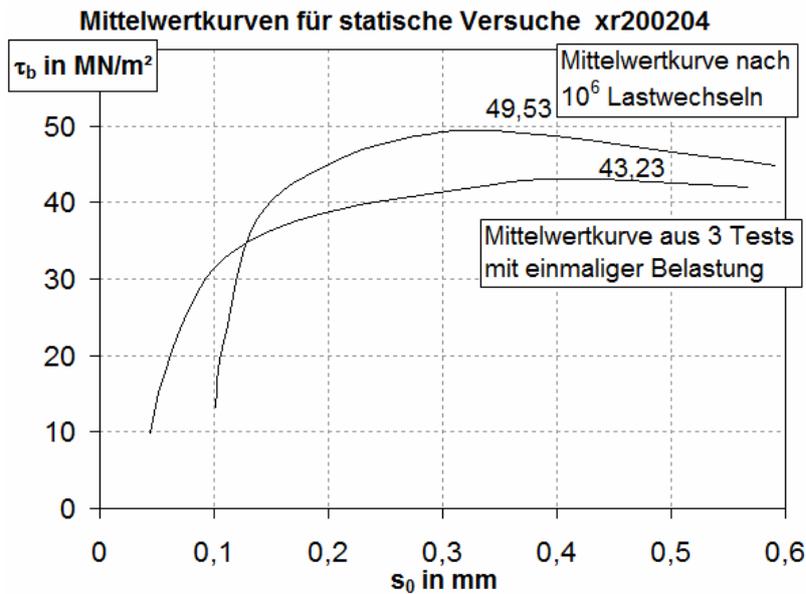


Bild 3. 5 b)

Bild 3. 5 a),b): Typische Mittelwertkurve für Sprengbruchversagen (oben) und Gleitbruchversagen (unten). *)

*) Die ersten drei Versuche fanden ohne vorherige Ermüdungsbelastung statt, die Kurven nach 10⁶ Lastwechseln sind aus bis zu 4 Kurzzeitversuchen mit Vorbelastung entstanden.

Für das beschriebene Versuchsprogramm sind weitere Diagramme umfassend in den Anhang 2 integriert. In die Diagramme eingefügt wurden die Ergebnisse der statischen Ausziehversuche an Versuchskörpern derselben Charge nach der Belastung durch 10^6 Lastwechsel eines vorgegebenen Schwingspiels im Zugschwellbereich.

3.3.2 Erzeugung von Mittelwertkurven

Aus den Messwerten der statischen Ausziehversuche werden die Verbundspannungs-Schlupf-Kurven erzeugt. Dafür wird die gemessene Zugkraft auf die zylindrische Staboberfläche des ungestörten Verbundbereichs bezogen, die mittlere Verbundspannungen τ_b im Versuch ist mit Gleichung (3. 3) berechenbar.

Die Verbundspannungen τ_b werden gegen den Schlupf s_0 auf der Last abgewandten Seite aufgetragen. Bei Messwertverlusten durch Probleme in der elektronischen Versuchsverfolgung konnten zumindest anhand der handschriftlichen Versuchsprotokolle noch aussagefähige Fragmente dieser Kurven rekonstruiert werden.

Wo es sich anbietet, werden aus den 1/10-Punkten der aufsteigenden Kurven, bis hin zum Versagenspunkt, die jeweiligen Mittelwerte einer Serie erzeugt, die die Punkte einer neuen Kurve – der Mittelwertkurve – bilden. Diese 10 Punkte (+1, auf dem absteigenden Kurvenast) können wiederum in einer Kurve zusammengefasst werden. Das bedeutet, dass ein Punkt der Mittelwertkurve der Vorversuche aus bis zu drei Punkten (dies entspricht 3 Versuchen), ein Punkt der Mittelwertkurve der statischen Nachversuche aus bis zu vier Versuchen gewonnen wird. Für die statischen Ausziehversuche und die monotonen Belastungsversuche nach 10^6 Lastwechseln wird das gleiche Verfahren verwendet. Es entstehen damit zwei Mittelwertkurven zu einer Versuchsserie, die gut vergleichbar sind.

Mathematisch können die Grundlagen für dieses Vorgehen folgendermaßen beschrieben werden:

Das Verfahren zur Erstellung der Mittelwertkurven interpretiert die Messungen als eine Menge von Messpunkten (s_0 und F_{pull} bzw. τ_b nach Bearbeitung), deren Argumente und Ordinaten gleichmäßig in Klassen ähnlicher Breite unterteilt werden können. Bei einer Anzahl von ca. 600...700 Messwerten für $[s_0; F_{\text{pull}}]$ während eines statischen Versuches ergibt sich mit der Anzahl der Ereignisse $u = 600$ die Klassenanzahl k mit:

$$k \leq 5 \cdot \lg(u) \tag{3. 5}$$

Nach Einsetzen ist:

$$k \leq 5 \cdot \lg(600)$$

$$k \leq 13,89 \quad \text{bei } 6 \leq k \leq 20!$$

Damit erscheint $k = 11$ sinnvoll gewählt. Die Klasse 11 ist dabei nur dazu da, den abfallenden Ast anzudeuten, der in den meisten Fällen in den Versuchen nicht genau abgebildet werden konnte. Der aufsteigende Ast der Kurven wird aus den ersten 10 Mittelwerten erzeugt, die in dem Verfahren übrig bleiben. Ein Punkt der Mittelwertkurve ist damit:

$$\left[\overline{s_{0,k_i}}; \overline{\tau_{b,k_i}} \right]: \quad \text{Mittelwert der Punkte der Klasse } k_i \text{ mit } 1 \leq i \leq 10$$

$$n_k: \quad \text{Kurvenzahl} = \text{Anzahl der geeigneten statischen Versuche}$$

$$n_k: \in = (1, 2, 3, 4)$$

$$\left[\overline{s_{0,i}}; \overline{\tau_{b,i}} \right] = \left[\frac{\sum_{n=1}^{n_k} s_{0,k_i,n}}{n_k}; \frac{\sum_{n=1}^{n_k} \tau_{b,k_i,n}}{n_k} \right] \quad (3.6)$$

Der Zusammenhang (3. 6) lässt sich aber nur konstruieren, wenn die n_k Versuche einer ausgewählten Versuchsreihe entweder alle mit Gleitbruch oder alle durch Sprengbruch der Betondeckung versagen. Treten durch die Materialveränderungen während der Vorbelastung in den abschließenden statischen Ausziehtests beide Versagensformen in einer Versuchsreihe auf, ist mit starken Unterschieden bei den Schlupfwerten zu rechnen. Hier sollten deshalb 2 Mittelwertkurven erzeugt werden, die die Werte jeweils nur einer Versagensgruppe enthalten und dabei auf die Unschärfe in der Aussage hingewiesen werden.

3.3.3 Interpretation von Mittelwertkurven – Mögliche qualitative Aussagen

Anhand von Mittelwertkurven kann gezeigt werden, dass signifikante Unterschiede des Verbundspannungs-Schlupf-Verhaltens bei Versuchen ohne Vorbelastung gegenüber Versuchen nach einer Vorschädigung durch 10^6 Lastwechsel einer Zugschwellbelastung bestehen. Ursache dafür ist die durch die Lastwechsel bereits vorangetriebenen Umlagerungen in der ringförmigen Verbundzone um den Betonstahl. Es ist nach der Vorschädigung feststellbar, dass je größer das Schwingspiel der Vorbelastung war, desto steiler entwickelt sich der Anstieg der Verbundspannungs-Schlupf-Kurve $(\Delta \tau_{b,1mill} / \Delta s_{0,1mill})$ nach 10^6 Lastwechseln gegenüber $(\Delta \tau_{b,1} / \Delta s_{0,1})$ aus den Versuchen mit einfacher statischer Belastung bis zum Versagen.

Die Vorbelastung kann durch die relative (bezogene) Schwingbreite ausgedrückt werden:

$$2 \cdot \tau_{b,a} / f_{b,ult} = (f_{b,o} - f_{b,u}) / f_{b,ult} \quad (3.7)$$

Ablesbar ist auch, dass je höher die ertragbare Schwingbreite $2 \cdot \tau_{b,a}$ ist, desto größer wird die Vorprägung von radialen Mikrorissen (bezogen auf die Stabachse) in der elastisch gerissenen Verbundzone. Damit werden kleine Lastumlagerungen in der Verbundzone ermöglicht, ohne dass es zu einer völligen Zerstörung des Verbundes kommt. Zudem scheint das Material deutlich spröder zu werden. Während der Vorbelastung werden die Umlagerungspotentiale zunehmend ausgeschöpft. In den meisten Fällen mobilisierte die Vorbelastung gleichzeitig aber auch eine messbare Tragfähigkeitsreserve.

Mit der Auswertung von Tabelle A-2.1 ist möglicherweise der entscheidende Parameter in der Vorbelastung noch weiter eingrenzbar. Allgemein können dies in Ermüdungsversuchen die Parameter Unterspannung $f_{b,u}$, Oberspannung $f_{b,o}$, Schwingbreite $2 \tau_{b,a}$ und die sog. Mittelspannung der Schwingbreite $\tau_{b,m}$ sein. Es ist in diesem Fall nicht – wie erst vermutet – die unter Gleichung (3. 7) genannte Vorbelastung maßgebend, sondern die dominierenden Parameter sind die Mittelspannung $\tau_{b,m}$ und auch die Nennwerte von Ober- und Unterspannung. Die nachfolgenden Diagramme zeigen den Einfluss auf die Laststeigerung.

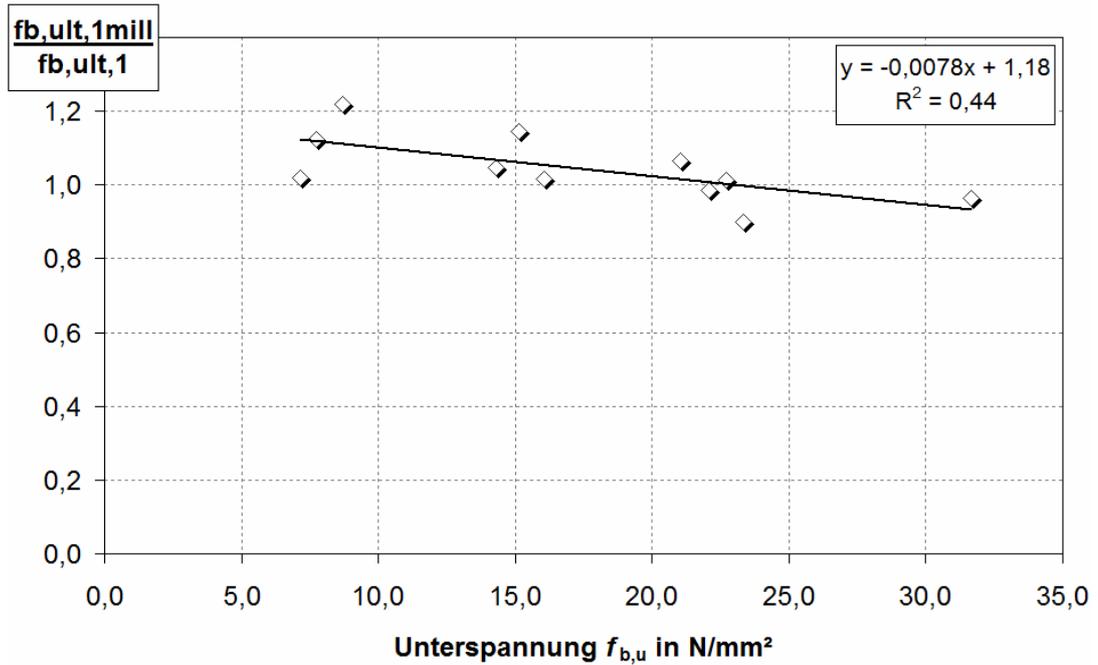


Bild 3. 6: Der Einfluss des Parameters Unterspannung auf die Tragfähigkeitserhöhung nach einer zyklischen Zugschwellbelastung im Zeitfestigkeitsbereich bis zu 10^6 LW

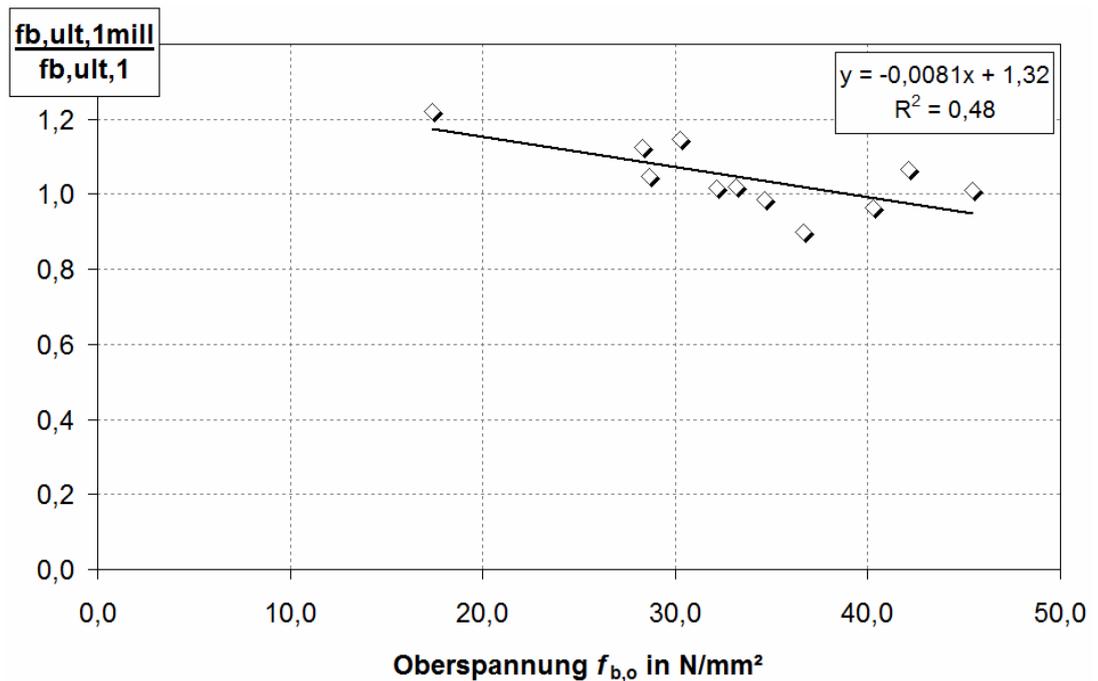


Bild 3. 7: Der Einfluss des Parameters Oberspannung auf die Tragfähigkeitserhöhung nach einer zyklischen Zugschwellbelastung im Zeitfestigkeitsbereich bis zu 10^6 LW

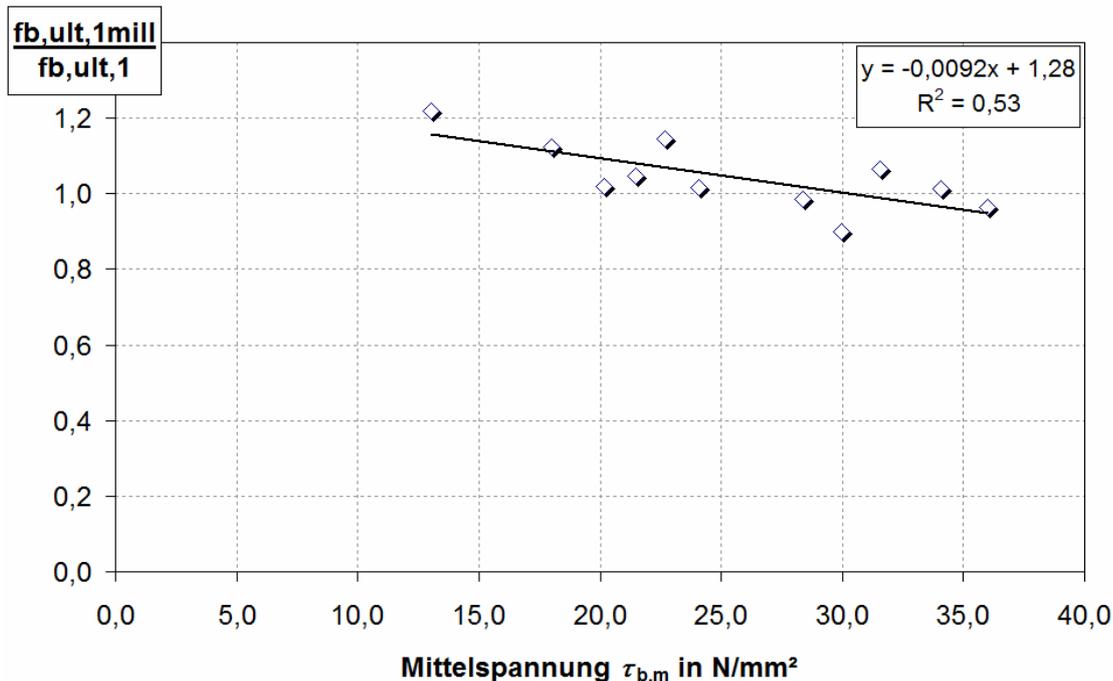


Bild 3. 8: Der Einfluss des Parameters Mittelspannung auf die Tragfähigkeitserhöhung nach einer zyklischen Zugschwellbelastung im Zeitfestigkeitsbereich bis zu 10^6 LW

Eine Normierung an der Betonfestigkeit $f_{cc,200}$ ist möglich, allerdings mit Verlusten in der Korrelation. Zwischen Amplitude $\tau_{b,a}$ und dem Tragfähigkeitsgewinn scheint ein weniger großer Zusammenhang zu bestehen. Insgesamt hängt der Zugewinn jedoch nie von nur einer Bezugsgröße, Oberspannung oder Mittelspannung, allein ab.

Das Tragfähigkeitsverhältnis ($f_{b,ult,1mill} / f_{b,ult,1}$) wird offenbar ebenso von c/ϕ beeinflusst. Das Ergebnis ist umso größer, je kleiner c/ϕ wird und Sprengbruchversagen zu erwarten ist. Der geringer werdende Anteil von nicht wieder verschleißbaren Rissen in der Stabumgebung kann eine Begründung sein.

Geringere oder keine Tragfähigkeitsgewinne traten oft bei den Ausziehversuchen auf, die mit Gleitbruchversagen endeten. Jedoch war hier die Anzahl auswertbarer Versuchsergebnisse zu gering, um die Beobachtungen als signifikant zu bezeichnen. In einem Fall wurde auch eine abweichende Entwicklung erfasst. Theoretisch lässt sich die Vermutung – kein Tragfähigkeitsgewinn unter geometrischen Rahmenbedingungen, die zu Gleitbruchversagen führen – erklären. Die umfangsähnlichen Risse eines Scherbruchs aus der Vorbelastung (siehe Bild 3. 4, Bild 2. 31) sind irreversibel und werden den Restwiderstand mindern. Die durch die finale Belastung noch zu zerstörende Scherfläche $A_{c, shear, pot}$ wird also durch die Vorbelastung gegenüber dem Ausgangswert $A_{c, shear}$ nach (3. 10) kontinuierlich reduziert (siehe auch nachfolgenden Abschnitt).

3.4 Eine genauere Beschreibung der Verbundversagensarten Gleitbruchversagen und Sprengbruchversagen

3.4.1 Innere Versagensmechanismen beim Gleitbruch

Zwischen Stahl und Beton gibt es adhäsive Bindungskräfte. Adhäsion bezeichnet den Zusammenhalt ungleicher Werkstoffe. Diese wird physikalisch über die Oberflächenbeschaffenheit (Rauigkeit) des in den Beton eingebauten Betonstahls beeinflusst [126]. Diese Bindungskräfte (Haftreibung) sind aber vergleichsweise gering und werden im weiteren Berechnungsgang vernachlässigt. Reine Adhäsion ist nur an den Außenseiten der Rippen, nicht aber an den Rippenfronten gegeben.

Die maximalen Verbundspannungen in den Scherflächen lassen sich leicht berechnen, wenn die Kontaktfläche oberhalb der Rippenflanke zum Stahl vernachlässigt wird. Anhand der Messdaten ist darstellbar:

$$\frac{f_{b,ult}}{f_{cc,200} \cdot \phi} = \text{const.} \quad (3.8)$$

Mit: $f_{cc,200}$ Würfeldruckfestigkeit am 200 mm Würfel
(gültig für $c \rightarrow \infty$, (siehe Tabelle 3. 1))

Tabelle 3. 1: Maximale Verbundspannung in Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit und dem untersuchten Stabdurchmesser (Ausziehversuche Anhang 1, 2)

Serie	$f_{cc,200}$	$F_{pull,ult}$	ϕ	h_r	Rippen- abstand c'	Anzahl Rippen in l_b	$f_{b,ult}$	$\frac{f_{b,ult}}{f_{cc} \cdot \phi}$
(ddmm)	[N/mm ²]	[kN]	[mm]	[mm]	[mm]	(Anz.)	[N/mm ²]	[1/mm]
1809	105,42	81,70	14	1	5,6	3	66,62	0,045
0110	96,90	79,13	14	1	5,6	3	64,93	0,048
1610	85,56	63,40	14	1	5,6	3	53,76	0,045
(1202)	70,87	48,70	14	1	5,6	3	40,86	0,041
1203	110,20	43,70	10	0,5	4,2	4,5	67,23	0,041
0204	103,27	26,60	10	0,5	4,2	3	45,54	0,041
							Mittelwert	0,044
							Standardabweichung	0,00283

Stahl unter Zugbelastung strahlt über die Kraftzerlegung an den Rippenflanken nicht nur eine Druckkomponente parallel zur Stabachse in den Beton ab, sondern auch eine Horizontalkraft in Abhängigkeit von der Rippen-Flankenneigung α und dem Neigungswinkel der Rippe zur Stabachse β . Der Winkel β wird bei den folgenden Betrachtungen zunächst vernachlässigt und später wieder aufgegriffen. Die Reaktion des Betons auf die beschriebene Horizontalkraft erzeugt den bekannten Querdruck in der Umgebung des Betonstahls. Dieser Querdruck wirkt radial auf den Betonstahl. Bei Ausziehversuchen entsteht möglicherweise in Abhängigkeit von der Lage der Verbundzone und der Lagerung des Ausziehkörpers während des Versuches

zusätzlich eine Druckkomponente durch die Dehnungsbehinderung an der Widerlagerplatte. Diese verstärkt den radialen, horizontalen Druck auf die Verbundzone. In typischen Einbaulagen in Bauteilen ist eine solche verbundverstärkende Komponente dagegen kaum vorhanden. Ähnliche Zustände sind nur in Auflagerbereichen durch die Querpressung gegeben.

Der Durchmesser ϕ wird in die obige Formel als Parameter eingeführt, da er den Bezug zum vom Stahldurchmesser linear abhängigen Querdruck herstellt. Nur deshalb können bei größeren Stabdurchmessern die lokalen Verbundspannungen in der Scherfläche die Betondruckfestigkeit sogar überschreiten.

Die in der äußeren Stabumfangsfläche $A_{c, \text{shear, pot}}$ vorhandene Scherspannung $f_{c, \text{shear}}$ vor dem Versagen ist eine Haftspannung. Im oben formulierten Zusammenhang (3. 8) wird sie an der Betondruckfestigkeit orientiert. Damit wird bewusst der entscheidende Einfluss der Druckspannungen in der Scherfläche vor den Rippen erfasst. Die Belastung durch tangentielle Zugspannungen zum radial wirkenden Querdruck ist geringer und liegt weit unterhalb der vom Beton ertragbaren Zugspannungen.

Für die Prüfung von Ergebnissen aus Ausziehversuchen, in denen Gleitbruchversagen vorliegt, gilt:

$$f_{c, \text{shear}} = \frac{F_{\text{pull, ult}}}{A_{c, \text{shear}}} \quad (3. 9)$$

Mit: $A_{\text{shear}} = 2 \cdot n_r \cdot c' \cdot u_{160}$, (3. 10)

mit dem Umfang

$$u_{160} \sim \frac{\pi \cdot (\varnothing + 2 \cdot h_r) \cdot \frac{160}{360}}{\cos \beta} \quad (3. 11)$$

und

h_r	Rippenhöhe
n_r	Anzahl der Scherflächen in l_b auf einer Stabseite
c'	lichter Abstand der Rippen senkrecht zu β ($\beta = 30^\circ$)
u	Kreisbogenumfang als Idealisierung der Ellipsenform
$A_{c, \text{shear}}$	Betonscherfläche.

Der Begriff der Kohäsion erfasst die Bindung innerhalb eines Stoffes. Scherversagen durch Gleitbruch löst diese inneren Bindungskräfte im Beton (siehe Bild 3. 4). Unter Annahme von (3. 9) verändern sich die Ergebnisse aus Tabelle 3. 1:

Tabelle 3. 2: Maximale Betonscherspannung in Abhängigkeit von der Betondruckfestigkeit und dem untersuchten Stabdurchmesser (Ausziehversuche Anhang 1 + 2)

Serie	$f_{cc,200}$	$F_{pull,ult}$	ϕ	h_r	Rippen- abstand c'	Anzahl Rippen in l_b	$f_{c,shear}$	$\frac{f_{c,shear}}{(f_{cc} \cdot \phi)}$
(ddmm)	[N/mm ²]	[kN]	[mm]	[mm]	[mm]	(Anz.)	[N/mm ²]	[1/mm]
1809	105,42	81,70	14	1	5,6	3	94,31	0,064
0110	96,90	79,13	14	1	5,6	3	91,34	0,067
1610	85,56	63,40	14	1	5,6	3	73,18	0,061
(1202)	70,87	48,70	14	1	5,6	3	56,22	0,057
1203	110,20	43,70	10	0,5	4,2	4,5	65,22	0,059
0204	103,27	26,60	10	0,5	4,2	3	59,55	0,058
							Mittelwert	0,061
							Standardabweichung	0,0040

Man stelle sich zunächst den Bereich der Rippenflanke mit dem davor angelagerten Material räumlich als einen nach unten, auf die Last zulaufenden Kegelstumpf vor. Der größere Radius wird zur Rippenvorderkante, der kleinere als halber Stabdurchmesser gemessen. Die Höhe des Kegelstumpfes ist durch den inneren Rippenabstand c' begrenzt und ergibt sich durch die Höhe des vor der Rippe angelagerten Materials. An der Mantelfläche dieses Kegelstumpfes kann die Zugkraft erneut geometrisch in einen Vertikal- und Horizontalanteil, bezogen auf die Stabachse, aufgeteilt werden.

Der Beton in Zugrichtung vor den Rippen wird einer mehraxialen Druckbelastung ausgesetzt. Dies ist durch die Aufteilung des Druckvektors in eine Horizontal- und eine Vertikalkomponente erklärbar, die dritte Druckrichtung entsteht aus der Querdehnungsbehinderung (siehe Bild 2. 5). Im Zwischenraum zwischen den Rippen und einer millimeterdünnen Kontaktschicht ist entfestigtes Material nach dem Versagen feststellbar. Dies war insbesondere in den Nachuntersuchungen von zyklisch belasteten Ausziehkörpern feststellbar. Ursache ist überwiegend Reibung bei anfangs hohem Querdruck und einer zusätzlichen, wiederholten Materialgefügestörung durch die Ermüdungs- bzw. zeitabhängige Beanspruchung entlang der möglichen Scherfläche $A_{c,shear,pot}$.

Mit Fortschreiten des Gleitbruches entlang der Scherfläche geht der Querdruck zurück. Dies hängt mit den nach Kapitel 2 als ansteigend zu erwartenden Winkeländerungen $\alpha > 45^\circ$ der Druckstrebe zusammen. Das verbleibende, entfestigte Material zwischen den Rippen ist ein Indiz dafür, dass durch Überschreiten der 3-axialen Festigkeit des Betons vor den Rippen Gefügeumlagerungen entstehen, bis mit der kontinuierlichen Winkelanpassung eine ausreichende Druckverteilung an der Kontaktzone gegeben ist. Dabei verändert sich der (anfangs auch gegen die Stabachse geneigte) Druck ausstrahlende Kegelstumpf aus dem stark veränderten Beton vor den Rippen langsam zu einem, mit dem Betonstahl rotationssymmetrischen Zylinder. Dessen Grenzfläche unterliegt dann nur noch einer reinen Scherbeanspruchung ohne zusätzlichen Querdruck aus dem Verbundversagensprozess.

Geometrisch kleine Rippen und kleine Rippenabstände begünstigen offenbar diese Versagensform.

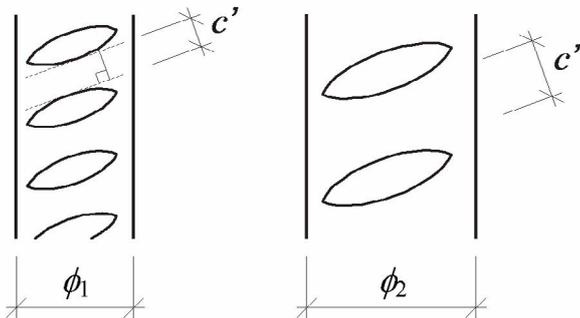


Bild 3. 9: Rippenabstand c' als Kennzeichen der Scherfläche am Betonstab

Im Randbereich der mit Laststeigerung zunehmend gefügestörten Zone kommt es zuerst noch zu Verfestigungen und Verkittungen, die eine Dehnung des entfestigten oder teilweise gerissenen Bereiches als Voraussetzung für weiteren Schlupf jedoch kaum noch zulassen, da große Teile der Energie direkt in Betonverformung vor den Rippen umgesetzt werden.

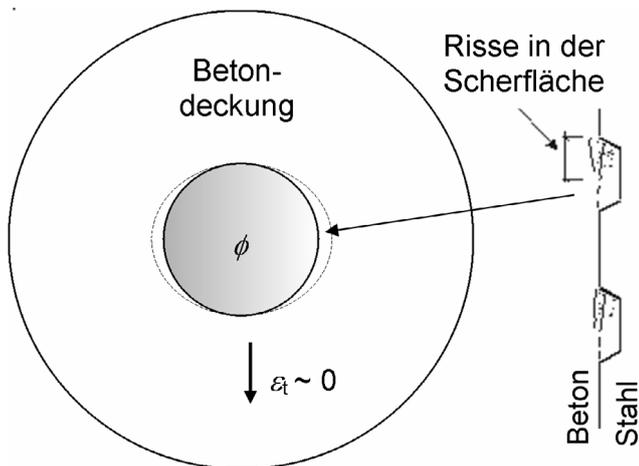


Bild 3. 10: Gleit- bzw. Scherbruch, da α (Ringdehnung) in unmittelbarer Verbundzone klein

Damit wird die sich progressiv entwickelnde Ausbildung einer senkrechten Scherfläche ohne Schubzuwachs gefördert.

Entlang der potentiellen Trennlinie zum umgebenden Beton bildet sich die Scherbruchfläche, die in Bewegungsrichtung des Stahls beansprucht wird. Kleine Anrisse können sich durch die Stauchung vor der Rippe, die Bewegungsrichtung des Stabes an der Rippenfläche, parallel zur Stabachse bilden. Sie vertiefen sich mit zunehmendem Schlupf (Rissprogression) entlang der Scherfläche. Die Ausbildung der senkrechten Scherfuge erfolgt mit der zunehmenden Winkelveränderung zunehmend schneller. Der höhere Schlupfzuwachs setzt sich immer weniger in tangentielle Dehnung um, bedingt durch die veränderte Gleichgewichtssituation bei einem steileren Winkel α (siehe (2. 20) bis (2. 27)). Mit der Entwicklung der zylinderförmigen Gleitbruchfigur entlang des äußeren Stabumfangs kann dann immer noch eine Spannung durch Reibung aufgebaut werden. Diese bleibt so lange und in dem Maße erhalten, in dem eine Rauigkeit und Berührungsfläche zwischen den Rissen erhalten bleibt. Beim HPC geht man allerdings davon aus, dass die Rissrauigkeit nach einer bestimmten Verformung bzw. Verschiebung der Rissufer zwischen den Rippen gegeneinander ($s_0 > 3 \cdot c_r$) vergangen ist.

Damit ist auch ein Unterschied zu den Eigenschaften des normalfesten Betons (NSC – „normal strength concrete“) gegeben. In normalfesten Betonen bleibt die Lage der Zuschlagskörner erhalten und die Reibung der Rissflächen ist eher eine Kornverzahnung, bei HPC wird dagegen die Rauigkeit einer homogenen Bruchfläche abgetragen. Trotzdem ist selbst bei HPC der Tragfähigkeitsabfall allmählich, im Gegensatz zum Sprengbruchversagen des Verbundes (siehe Unterschied zwischen (2. 20) und (2. 22)). Eligehausen et al. [46] fanden ein vollständiges Verbundversagen bei $s_0 > 11 \dots 12$ mm. Das entspricht etwa dem 0,75-fachen eines zu erwartenden Rippenabstandes c_r . Nach MC 90 scheint eine Annahme für den vollständigen Gleitbruch, wenn der Schlupf $s_0 > c_r$ (mit c_r parallel zur Stabachse gemessen!) erreicht hat, angemessen. Der maximale Verbundwiderstand geht nach MC 90 und Versuchsergebnissen zumeist schon bei einem Schlupf $s_0 > 3$ mm verloren. Aufgrund der großen Verschiebungen sind solche Betrachtungen jedoch eher für die Beurteilung von Verankerungssituationen im Grenzzustand der Tragfähigkeit von hoher Wichtigkeit. Im Gebrauchszustand sind solche große Verformungen nicht zu erwarten.

Zusammenfassend bleibt also festzuhalten, dass Gleitbruchversagen klar abgegrenzt werden kann. Jedoch sind die aus der Auswertung von Ausziehversuchen ableitbaren Abgrenzungskriterien stark abhängig von den herrschenden radialen Druckverhältnissen. Die gemessenen Festigkeiten sind also vom Zustandekommen mehraxialer Spannungsverhältnisse abhängig. Diese können in Verbundsituationen mit langen Verbundlängen durchaus geringer ausfallen. Das kann die Erhöhung der Scherfestigkeiten gegenüber dem nahezu querdruckfreien Ausgangszustand deutlich mindern. Zudem sind die Ursachen für die in Bauteilsituationen weitaus geringeren Verbundfestigkeiten, bei unveränderter Betondeckung, noch weitgehend unklar.

3.4.2 Abrasiver Verschleiß, in Fällen von beginnendem und völligem Gleitbruchversagen

Die Anhaftung von Betonmaterial vor den Rippen ist ein Prozess, der unter hohem Druck und stofflichen Gefügeveränderungen vor sich geht. Gleitreibung ist zu Beginn der Belastung noch nicht vorhanden und daher dafür kaum verantwortlich.

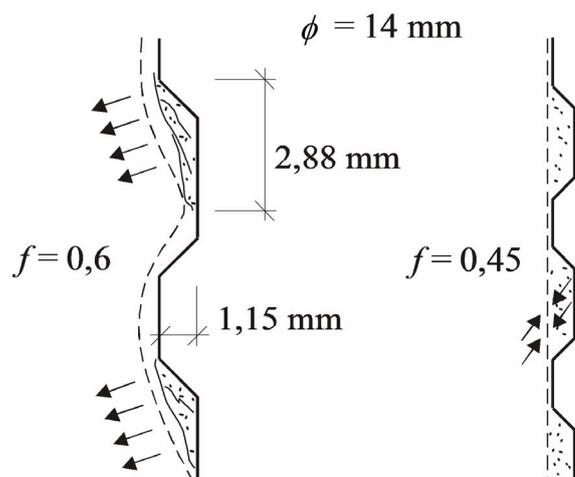


Bild 3. 11: Gefügeanlagerung an Rippen-Reibungsbeiwerte nach eigenen Versuchen an HPC, nach Youlin [130]

Abrasiver Verschleiß ist die Zerstörung einer Kontakt- oder Verbundfläche zwischen Stoffen oder Bauteilen mit Gefügeanhaftung an der gegenüberliegenden Kontaktfläche. Spuren

abrasiven Verschleißes bilden sich besonders in dem von Youlin [130] benannten, verbleibenden „*residual state*“.

Auch in den einzelnen Phasen des Verbundversagens muss zwischen Haft- und Gleitreibung unterschieden werden.

Bild 3. 11 (rechts) zeigt das Stadium des Gleitens auf der Scherfläche nach dem Versagen der Scherfläche bei maximaler Verbundspannung. Der Reibungskoeffizient wird von Youlin nach Versuchen mit $f = 0,45$ (f für „*friction*“ = Gleitreibung auf rauher Oberfläche), im Zustand des Versagens („*ultimate state*“) jedoch mit $f = 0,6$ (Haftreibung) angegeben.

Anlagerungen vor den Rippen bei hochfestem Beton können möglicherweise auch dadurch entstehen, dass es in Versagensgruppe 2 (Kombination von Gleit- und Sprengbruchversagen) wie in Versagensgruppe 1 (Gleitbruchversagen) bei Überwindung der mehraxialen Druckfestigkeit des Betons zu Veränderungen in Gelporen im Beton kommt. Diese können bei Belastung durch den hohen Druck vor den Rippen hervorgerufen werden. Theoretisch (linear-elastisch berechnet) erreichen die Druckspannungen unmittelbar vor den Rippen bis zu 1000 N/mm^2 , so dass davon auszugehen ist, dass sich Gefügelagerungen bilden und Energie dabei dissipiert wird. Lokale Energieumwandlungen in Wärmeenergie und Verformungen mit Gefügeveränderungen (verstärkte Verkittungen der Makrobestandteile) waren in den Versuchen visuell auszumachen. Teile der Bruchenergie werden also in Energieumwandlungen abgebaut, flächenmäßig größere Druckbereiche bilden sich vor den Rippen. Ein Winkelausgleich für den Neigungswinkel β der ungleichen Bewehrungsstahl-Berippung auf den zwei Seiten eines Betonstahls erfolgt durch das vor den Rippen anhaftende Material zunehmend mit der Belastung.

Die von Youlin genannten Reibungskoeffizienten sind auf normalfesten Beton bezogen und für den hochfesten Beton in erster Näherung adaptierbar, solange weitergehende Untersuchungen zu keinem anderen Ergebnis führen. Auch der MC 90 [21] verwendet diese Reibungskoeffizienten zur Beschreibung schädigender Einflüsse. Bei HPC ist durch den Gefügebau des hochfesten Betons eine ausgeglichene und oberflächenhärtere Rauigkeit gegenüber normalfesten Betonen gegeben, der eher einer Entfestigung von Korngefügebestandteilen in der Kontaktzone zwischen Stahl und Beton ausgesetzt ist. Unter dynamischer Beanspruchung wird damit gerechnet, dass die Reibungskoeffizienten bis zu 25 % kleiner werden.

3.5 Auf der Suche nach Erklärungsmodellen für das Sprengbruchversagen

3.5.1 Untersuchung der Scherkräfte und Sprengkräfte

Eine ähnliche Tabelle wie Tabelle 3. 2 sieht für die Versuche, die final mit Sprengbruch versagten, kaum anders aus als für das Gleitbruchversagen. Damit ist also noch kein abschließendes Kriterium gefunden.

Tabelle 3. 3: Spannung in der potentiellen Scherfläche am Betonstahl für Versuchsserien, die mit Sprengbruchversagen endeten

Serie	$f_{cc,200}$	$F_{pull,ult}$	ϕ	h_r	Rippen- abstand c'	Anzahl Rippen in l_b	$f_{c,shear}$	$\frac{f_{c,shear}}{f_{cc} \cdot \phi}$
(ddmm)	[N/mm ²]	[kN]	[mm]	[mm]	[mm]	(Anz.)	[N/mm ²]	[1/mm]
1711	94,5	58,71	14	1	5,6	3	67,77	0,051
2611	92,2	70,54	14	1	5,6	3	81,43	0,063
1112	98,2	63,40	14	1	5,6	3	73,18	0,053
1501	96,6	70,91	14	1	5,6	3	81,85	0,061
3001	107,7	73,13	14	1	5,6	3	84,42	0,056
1902	110,0	82,84	14	1	5,6	3	95,62	0,062
0705	105,7	77,55	14	1	5,6	3	89,52	0,060
1405	99,2	79,40	14	1	5,6	3	91,65	0,066
0207	89,1	97,34	25	1,75	8,5	3	41,56	0,019
							Mittelwert	0,0545
							Standardabweichung	0,0141

Zudem zeigen die Diagramme von Anhang 2, dass, mit Ausnahme der Serie 0207, alle in Tabelle 3. 3 aufgeführten Serien ein mehr oder weniger stark einsetzendes Gleitbruchversagen aufwiesen. Im nachfolgenden Bild der Rippenabdrücke im Beton ist zu erkennen, wie unterhalb der deutlich sichtbaren Rippen eine Betonzerstörung stattfindet (hellere Bereiche). Diese erfasst jedoch noch nicht die gesamte Betonkonsole zwischen, die jedoch nicht völlig ist.

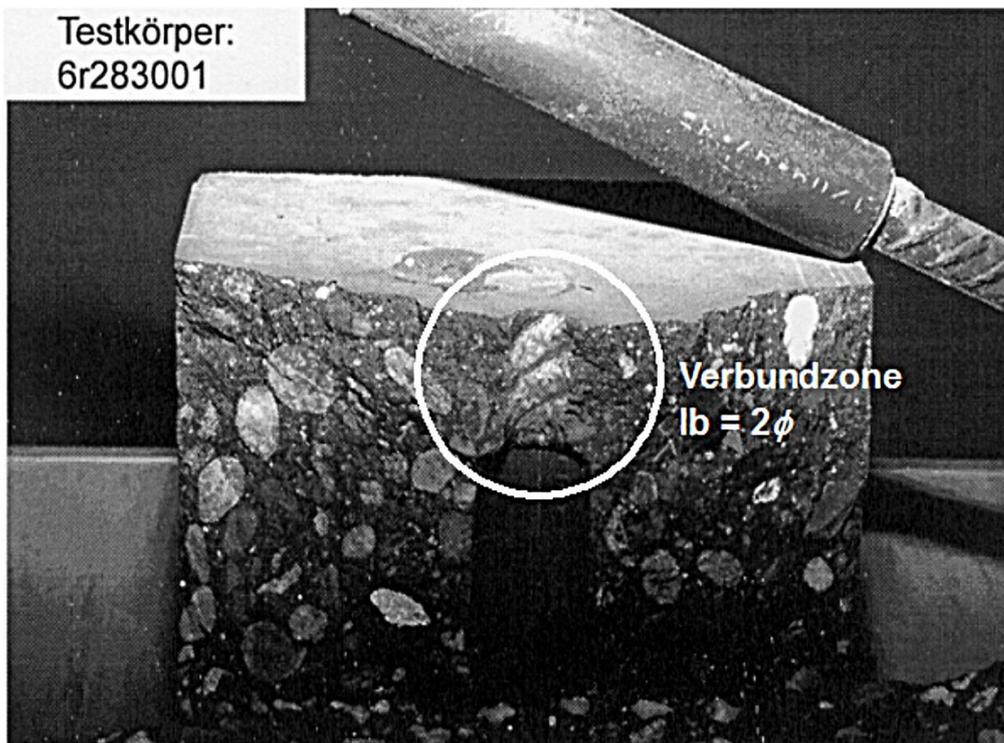


Bild 3. 12 a)

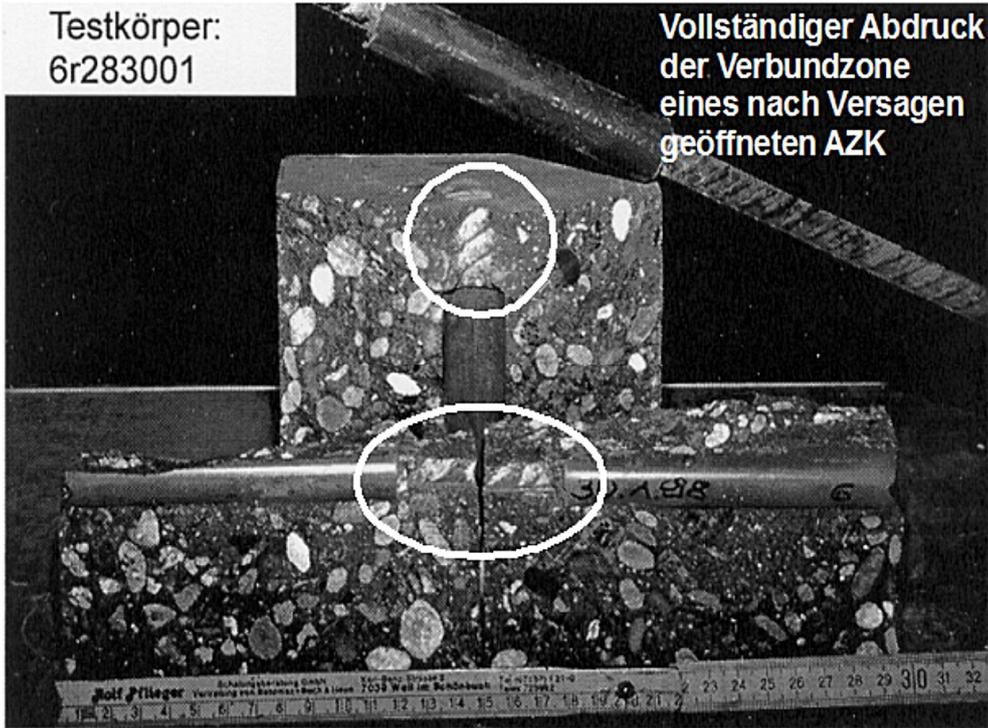


Bild 3. 12 b)

Bild 3. 12 a),b): Typisches Bild für beginnendes Gleitbruchversagen, das jedoch vom Sprengbruchversagen eingeholt wird (sog. Negativbilder der Verformung vor den Rippen)

Die bereits beschriebenen und typischen Anhaftungen an den Rippen (Bild 2. 31) sind sehr gut in der Fotodokumentation der Serie 1202 erkennbar. Diese Serie wurde im Übergangsbereich von hochfestem zu normalfestem Beton geprüft, ($f_{cm} \sim 70 \text{ N/mm}^2$). Aufgrund des größeren Schlupfes und des geringeren Scherwiderstands an der Stabumfangsfläche $A_{c, \text{shear, pot}}$ wäre hier beinahe ein Gleitbruchversagen eingetreten.

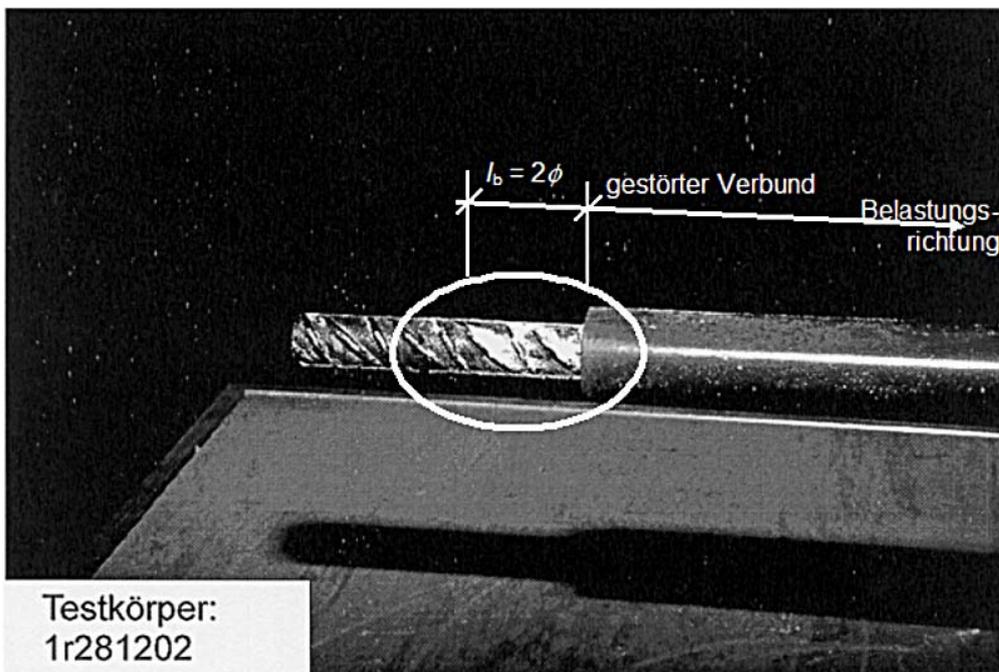


Bild 3. 13: Betonanhaftungen an den Rippen nach Spaltbruch des Ausziehkörpers im ungestörten Verbundbereich, dahinter findet sich die Plastikhülse der Verbundstörung

Mit steigendem Verhältnis c/ϕ findet ein zunehmender Wettbewerb zwischen Sprengbruchversagen (bei sehr kleinen Betondeckungen) und Gleitbruchversagen statt. Da das Material ähnlich ist, sind die geometrischen Verhältnisse der Betonumgebung entscheidend.

Aus den Tabellen ist erkennbar, dass die nominellen Werte der Verbundspannungen sich von den Werten des reinen Gleitbruchversagens (Tabelle 3. 1) kaum unterscheiden.

Tabelle 3. 4: Vergleich der Versagensspannungen, normiert an der Druckfestigkeit

Serie	$f_{cc,200}$	$F_{pull,ult}$	ϕ	h_r	Rippenabstand c'	Anzahl Rippen in l_b	$f_{b,ult}$	$\frac{f_{b,ult}}{f_{cc} \cdot \phi}$
(ddmm)	[N/mm ²]	[kN]	[mm]	[mm]	[mm]	(Anz.)	[N/m ²]	[1/mm]
1711	94,5	58,71	14	1	5,6	3	47,69	0,036
2611	92,2	70,54	14	1	5,6	3	57,30	0,044
1112	98,2	63,40	14	1	5,6	3	51,50	0,037
1501	96,6	70,91	14	1	5,6	3	57,60	0,043
3001	107,7	73,13	14	1	5,6	3	59,41	0,039
(1202)	70,87	48,7	14	1	5,6	3	39,56	0,040
1902	110,0	82,84	14	1	5,6	3	67,29	0,044
0705	105,7	77,55	14	1	5,6	3	63,00	0,043
1405	99,2	79,40	14	1	5,6	3	64,50	0,046
0207	89,1	97,34	25	1,75	8,5	3	24,80	0,011
							Mittelwert	0,038
							Standardabweichung	0,0101

Das Versagen von Serie 0207 weist stark abweichende Werte aus. Ein Streichen als sog. Ausreißer wäre aber völlig falsch, da insgesamt 3 Versuche ohne Vorbelastung zu ähnlichen Ergebnissen führten. Da auch bei einer visuellen Begutachtung des aufgesprengten Versuchskörpers die charakteristischen Verformungen vor den Rippen fehlen, handelt es sich also um ein reines Sprengbruchversagen (Versagensgruppe 1).

In allen anderen Serien der Tabelle 3. 4 stehen Gleitbruch und Sprengbruch faktisch während der Laststeigerung in einem Wettbewerb, in dem sich erst kurz vor dem Verbundversagen entscheidet, welche Versagensart die Oberhand gewinnt. Auf den ersten Blick scheidet damit das Verhältnis $f_b/f_{cc,200}$ als Kriterium für die Versagensart aus. Trotz des geringen Unterschiedes im Mittelwert ist die Streuung zu groß, um von einem signifikanten Unterschied auszugehen. Allerdings kann in der Rückrechnung eine Prognose für die zu erwartende Verbundspannung bzw. die zu erwartende Auszugskraft $F_{pull,ult}$ gestellt werden. Mit den Erkenntnissen von Vandewalle [126] und Bild 2. 16 kann Gleichung (3. 8) durchaus auf die Versagensgruppe 2 (zwischen Spreng- und Gleitbruchversagen) ausgedehnt werden, solange vergleichbare geometrische Bedingungen für die Ausziehkörper vorhanden sind.

Eine sichere Vorhersage, ob letztendlich Spreng- oder Gleitbruch der Verbundzone eintritt, lässt sich bereits aus der Auswertung eines Grobvergleiches der möglichen, direkt aktivierbaren Bruchflächen anstellen.

Diese potentielle Bruchfläche für den Sprengbruch wird sich bei dem vorliegenden Körper planmäßig im Bereich der kleinsten Betondeckung einstellen.

$$A_{\text{shear,slip}} = l_b \cdot \pi \cdot \phi \quad (3.12)$$

$$A_{\text{split,act}} = l_b \cdot c_{\text{min}} \quad (3.13)$$

Nachfolgende Tabellen zeigen, wie signifikant die Unterschiede sind:

Tabelle 3. 5: Versuchsserien mit Gleitbrüchen

Serie	$f_{cc,200}$	$F_{\text{pull,ult}}$	ϕ	l_b	c	$A_{\text{shear,slip}}$	A_{split}	$\frac{A_{\text{shear,slip}}}{A_{\text{split,act}}}$
(ddmm)	[N/mm ²]	[kN]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm ²]	[mm ²]	[-]
1809	105,42	81,7	14	28	67	1231	1876	0,656
0110	96,9	79,13	14	28	67	1231	1876	0,656
1610	85,56	63,4	14	28	67	1231	1876	0,656
(1202)	70,87	48,7	14	28	40	1231	1120	1,099
1203	110,2	43,7	10	30	40	942	1200	0,785
204	103,27	26,6	10	20	40	628	800	0,785

Tabelle 3. 6: Völliges Sprengbruchversagen und Sprengbruchversagen bei beginnendem Gleitbruchversagen

Serie	$f_{cc,200}$	$F_{\text{pull,ult}}$	ϕ	l_b	c	$A_{\text{shear,slip}}$	A_{split}	$\frac{A_{\text{shear,slip}}}{A_{\text{split,act}}}$
(ddmm)	[N/mm ²]	[kN]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm ²]	[mm ²]	[-]
1711	94,5	58,71	14	28	40	1231	1120	1,099
2611	92,2	70,54	14	28	40	1231	1120	1,099
1112	98,2	63,40	14	28	40	1231	1120	1,099
1501	96,6	70,91	14	28	40	1231	1120	1,099
3001	107,7	73,13	14	28	40	1231	1120	1,099
(1202)	70,87	48,7	14	28	40	1231	1120	1,099
1902	110,0	82,84	14	28	40	1231	1120	1,099
0705	105,7	77,55	14	28	40	1231	1120	1,099
1405	99,2	79,40	14	28	40	1231	1120	1,099
(0207)	89,1	97,34	25	50	40	3925	2000	1,963

Aus den beiden Tabellen oben ist zu sehen, dass die Gruppe 1202 eher der Versagensgruppe 2 (also beginnendes Gleitbruchversagen mit finalem Sprengbruch der Betondeckung) zuzuordnen ist.

Zur Trennung der Versagensarten ist also ein Grenzwert $\lim quo$ zu definieren, der zwischen 0,65 und 1,1 liegen sollte. Idealerweise ist dieser bei 1 festzustellen, Abweichungen sind jedoch durch den Einfluss des Ausstrahlungswinkels möglich.

Gleichzeitig ist an den Fotos sowie den Ergebnissen des zu bestimmenden Vergleichsquotienten $\lim quo$ zu erkennen, dass für

a)

$$\left(quo = \frac{A_{\text{shear,slip}}}{A_{\text{split,act}}} \right) \geq \lim quo \quad (3.14)$$

zu Belastungsbeginn offenbar beide Versagensformen eingeleitet werden. Das Versagen tritt jedoch erfahrungsgemäß entlang der Bruchfläche $A_{\text{split,act}}$ ein, die die Betondeckung schneidet.

b)

$$\left(quo = \frac{A_{\text{shear,slip}}}{A_{\text{split,act}}} \right) < \lim quo \quad (3.15)$$

der Gleitbruch entlang der Gleitbruchfläche am Stahlumfang noch vor der Ausbildung eines vollständigen Durchrisses in der Betondeckung (*engl. „splitting of cover“*) zu erwarten ist und die Belastung des Zugrings wieder entspannt.

Für den Versuchsausgang ist also der Widerstand in den beiden potentiellen Bruchflächen bestimmend. Es ist zu beachten, dass der Grenzwert $\lim quo$ durch Verschiebungen des Stahls in der Verbundzone, Änderungen des Stützwinkels α u. a. beeinflusst wird und von 1,0 abweichen kann. Ebenfalls wird extern erzeugter Querdruck zu Veränderungen von $\lim quo$ führen. Entsprechend den Erfahrungen mit Ausziehversuchen nach einer höheren zyklischen Vorbelastung, scheint auch hier eine Absenkung von $\lim quo$ einzutreten. Als Beispiel dienen die beobachteten Unterschiede zwischen Versuchen mit und ohne Vorbelastung bei den Serien 1809 und 1610 (Anhang 2).

Gut zu erkennen ist, dass für die Serie 0207 in Bezug auf (3. 14) und (3. 15) gilt:

c)

$$\left(quo = \frac{A_{\text{shear,slip}}}{A_{\text{split,act}}} \right) \gg \lim quo \quad (3.16)$$

Hier versagt die Bruchfläche $A_{\text{split,act}}$ schnell, Spannungen für einen beginnenden Gleitbruch werden kaum aufgebaut, so dass es gar nicht erst zu Gefügeumlagerungen vor den Rippen dem sog. (*„squeeze cracking“*) wie in Bild 3. 12 kommt.

Damit sind klare Sprengbrüche, also ohne sichtbare Ansätze eines beginnenden Gleitbruchversagens, gut zu identifizieren und vorherzusagen.

3.5.2 Untersuchung der Sprödigkeit des Systems als Erklärungsansatz des explosiven Sprengbruchversagens bei HPC

Bažant [9] führt für die Wahl des Berechnungsmodells eine β genannte Sprödheitszahl (in der Literatur auch als B) als Kriterium ein und ordnet aufgrund ihrer Größe Betonbauteilen bzw. Bauteilsituationen bruchmechanische Eigenschaften und Analysemethoden für die Beschreibung des Versagens von zugbelasteten spröden Baustoffen zu. Den Betonzugring aus dem Verbundsystem Stahl und Beton kann man als solche Bauteilsituation interpretieren:

Vorschlag:	$\beta < 0,1$	Grenzwerte, konform mit Plastizitätstheoretischen Ergebnissen
	$0,1 \leq \beta \leq 10$	Nichtlineare Bruchmechanik
	$\beta > 10$	Linear-elastische Bruchmechanik beschreibt Ergebnisse

Für eine Zuordnung der Ausziehversuche an hochfesten Betonkörpern zu einer der obigen Kategorien werden Werte aus [106] verwendet.

Zur Beurteilung der Situation in den Ausziehkörpern aus HPC wird für einen Versuch gleicher Geometrie die Sprödheitszahl B in Näherung für einen Versuchskörper theoretisch bestimmt. In den Berechnungen wurde auch untersucht, welchen Einfluss die externe Querdehnungsbehinderung haben könnte:

$$f_{cm} = 100 \text{ N/mm}^2, \\ E_{cm} = 5869,7 \cdot f_c^{0,44} = 5869,7 \cdot 100^{0,44} = 44526 \text{ N/mm}^2 \quad (3.17)$$

$$f_{ctm} = 0,95 \cdot f_{ct,sp} = 0,95 \cdot [3,38 \cdot \ln(f_c) - 9,69] \quad (3.18) \\ = 0,95 \cdot [3,38 \cdot \ln(100) - 9,69] = 5,58 \text{ N/mm}^2$$

l ist als Länge der Zugprobe definiert. Im vorliegenden Fall ist es der kleinste Umfang des Betonzugrings mit $r = e$ um den Betonstahlmittelpunkt ($\phi = 14 \text{ mm}$).

a) ohne Querdruck und Reißkohäsion nach Tepfers:

$$e = 0,486 \cdot (40 + 7) = 22,8 \text{ mm} \rightarrow l = \pi \cdot 2e = 143,2 \text{ mm} \quad (3.19)$$

b) mit Querdruck und Reißkohäsion, siehe Bild 3. 14

$$\text{gemessen: } e \sim 36 \text{ mm} \rightarrow l = 226,1 \text{ mm}$$

Bruchenergie G_f aus Zugversuch bei Kieszuschlag- Größtkorn $d_g = 8 \text{ mm}$, [106]:

$$G_f = 0,9 \cdot 0,065 \text{ mm} \cdot f_{ctm} / 2,12 = 0,9 \cdot 0,065 \cdot 5,58 / 2,12 = 0,154 \text{ N/mm} \quad (3.20)$$

Sprödheitszahl B , nach [106]:

$$B = \frac{l \cdot f_{ctm}^2}{E \cdot G_f} = \frac{143,2 \cdot 5,58^2}{44526 \cdot 0,154} = 0,65 \text{ (ohne Querdruck und Reißkohäsion)} \quad (3.21)$$

$$B = \quad = 1,02 \text{ (mit Querdruck und Reißkohäsion)}$$

Für normalfesten Beton lässt sich eine noch kleinere Sprödheitszahl ermitteln. Das Ergebnis bedeutet, dass bei größeren Dimensionen sich eher eine Tendenz zu linear-elastischem Verhalten für den hochfesten Beton ergibt, als das bei normalfestem Beton der Fall ist.

Es bedeutet aber auch, dass hochfester Beton schon beim Erreichen der Betonzugspannung in einer lokalen Spannungsspitze innerhalb der Betondeckung mangels Duktilität versagen wird.

In den Beton eingeleitete elastische Energie wird im Korngefüge, außerhalb des vor den Rippen zerriebenen Bereiches, praktisch kaum zu bleibenden Verformungen führen, da HPC unter mehraxialen, hydrostatischen Bedingungen ein noch druckfesteres Material als normalfester Beton ist. Zur Spannungsumlagerung innerhalb der Betondeckung müssen sich diskrete Risse bilden und dieser Bereich wird zumindest ein teilplastisches Verhalten annehmen. Die mit der Belastung und elastischen Reaktion des Zugrings gespeicherte Energie wird auch wegen der mangels Schlupf fast nicht vorhandenen Gleitreibung erst beim Erreichen der Betonzugspannung vollständig und daher nahezu explosiv in andere Energieformen umgesetzt. Nur die plastischen Verformungen vor den Rippenflanken dissipieren im geringen Maß Energie.

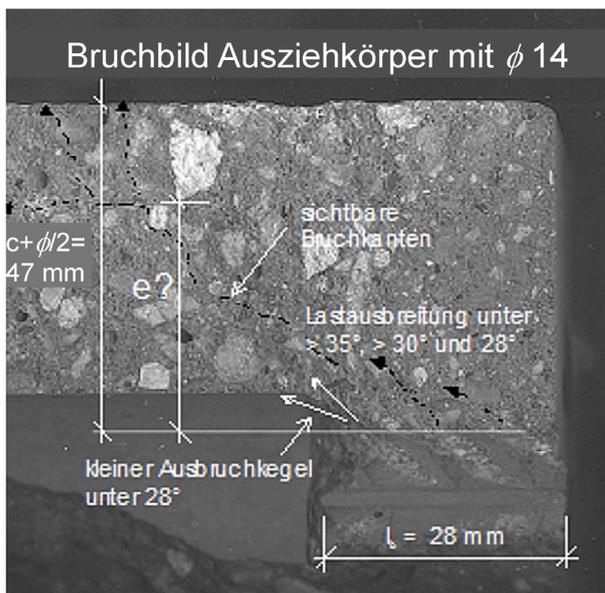


Bild 3. 14: Beobachtete Spaltrissentwicklung am Ausziehkörper aus HPC (Bild der Bruchfläche)

3.5.3 Der Einfluss der Rippenanordnung auf den Verbundwiderstand bei der Lastaufbringung

Einen größeren Einfluss auf die Verbundentwicklung in den Prüfkörpern haben Lage und Geometrie der Rippen. In einer Reihe von Veröffentlichungen (u.a. Soretz/Hölzenbein [66], [118] und Eligehausen/ Mayer [48]) sind diese Einflüsse umfangreich dargestellt. Das wurde auch in den eigenen Versuchen deutlich, in denen die Einbaulage der Stähle an der gegebenen Position durch Drehung um die Stablängsachse um 90° verändert wurde (siehe Bild 3. 16).

Nicht nur die Flankenneigung der Rippen, sondern auch deren Neigung β gegen die Stabachse ist von Bedeutung. Beides bewirkt in den ersten Belastungsabschnitten eine asymmetrische Lastausbreitung. Damit erfolgt durchaus eine zusätzliche Beanspruchung des Verwindungswiderstands der Verbundzone bei einer errechenbaren Tordierung des Stahls. Dabei kann der Widerstand des umgebenden Betons gegen eine Lageveränderung des Stahls zusätzliche Spannungen erzeugen. Asymmetrisch anliegende Kräfte aus den Rippen werden in NSC* weitgehend durch Verformungen vor den Rippen kompensiert (siehe auch die Versuche mit hochfesten Betonen unterer Betonklassen wie Serie 1202). In hochfesten Betonen oberer Klassen scheint der Spannungsaufbau jedoch zu gelingen und in einigen Vorserien trat ein Verlust ganzer Versuchskörper-Serien aufgrund der Einbaulage ein. Eine

* (engl. für „normal strength concrete“-normalfester Beton)

Stahlanordnung mit großen Betondeckungen oder einsetzendes Gleitbruchversagen können diesen Effekt der Rippenposition zur Betondeckung jedoch wirkungslos werden lassen. Die großen Verformungen und entfestigten Gefügeanhaftungen vor den Rippen sorgen dann für einen Ausgleich der Winkel vor den Rippen (siehe Bild 3. 14 und Bild 3. 13).

Bereits Rehm [104] erwähnt das genannte Problem, bezogen allerdings auf Stähle der 50er und 60er Jahre mit gedrehten Längsnähten (Torstähle). Im Folgenden wird sich auf den in den Versuchen verwendeten Betonstahl BSt 500 S nach DIN 488 T.1 [34] und allgemein auf Rippenstähle bezogen.

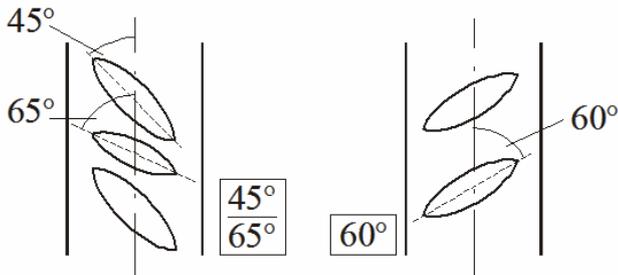


Bild 3. 15: Darstellung der an den Stählen gemessenen Winkel β (linke und rechte Seite eines Bewehrungsstabes BSt 500 S) – siehe auch Bild 2. 1

Auch in den in Anhang 1 und 2 dokumentierten Versuchsserien gibt es Hinweise auf vorhandene ungleichmäßige Lasteintragungen.

Ein wiederholt auftretendes Bild der Sprengbruchrisse zeigt, dass die horizontale Lastausstrahlung in die Betondeckung über die Rippen der Halbseite des Stahles mit einer $\beta = 60^\circ$ -Rippenneigung auf einen etwas größeren Betrag innerhalb der horizontalen Schnittebene hindeutet, als die horizontale Lastausbreitung der gegenüberliegenden Seite mit $\beta = 45^\circ/65^\circ$ in die Betondeckung. Die Lastausstrahlung bei Belastung des Zugstabs von den Rippenflanken ist in der Grundrissprojektion durch x -, y -Koordinaten gekennzeichnet.

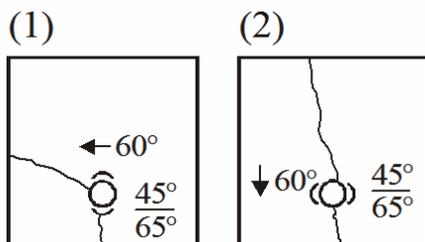


Bild 3. 16: Rissbilder des Sprengbruchversagens der Ausziehkörper bei unterschiedlicher Anordnung der Stähle (Änderung der Einbaulage um 90° zur Rotationsachse des Stahls, der Pfeil markiert die Fallrichtung der Rippen)

Für nachfolgende Beschreibungen wird deshalb die Bezeichnung $45^\circ/65^\circ$ - und 60° -Rippen eingeführt, entsprechend den Neigungswinkeln β der jeweiligen Stabseite.

Es wird vermutet, dass die Rippen unter Zugbeanspruchung eine Druckstrebe bilden, die große Zugkräfte für das Gleichgewicht nach sich zieht und diesbezüglich die Betondeckung beansprucht.

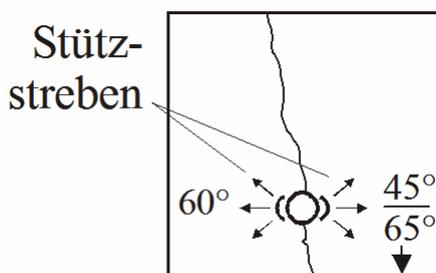


Bild 3. 17: Beobachtete Rissbilder des Sprengbruchversagens in Abhängigkeit von der Rippenlage

Die Rippen sind beiderseits so angeordnet, dass die unterschiedlichen Rippenneigungen unter Gebrauchslast ein Verkeilen im Verbund bewirken und damit in der Lagebeziehung (2), Bild 3. 16 ein Verschieben zur Betondeckung und damit eine Sprengkeilwirkung auf die Betondeckung vermeiden. Der Betonkeil gegen das Gleiten wird dabei hauptsächlich von der $\beta = 45^\circ/65^\circ$ -Hälfte des Rippenstahls gebildet. Man kann in Näherung davon ausgehen, dass die Rippen so aufeinander abgestimmt sind, dass die Resultierenden der Seiten sich in einem Punkt schneiden. Ein gewisser Spielraum wird durch die DIN 488 [34] für die Flankenneigung und die Rippenneigung β eingeräumt.

Unter fortgesetzten Lastwechseln setzt jedoch vor der 45° -Rippe wesentlich vollständiger und schneller die Gefügeumlagerung ein, so dass die Kraft F_{pull} aus dem Stahl im Wesentlichen nur noch auf der einen Hälfte über die 60° -Rippe und auf der anderen Seite über die 65° -Rippe in den Beton eingeleitet wird. Die Einleitung einer horizontalen Kraftkomponente kann zwischen der $45^\circ/65^\circ$ -Rippe nur noch über Reibung und daher nur in geringem Maße erfolgen.

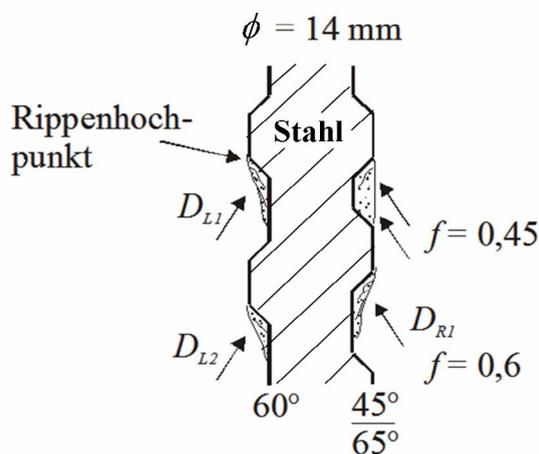


Bild 3. 18: Stützstreben und Reibungsanteile (schematisch) an den zwei unterschiedlich gestalteten Stabseiten

Um die Größenordnungen dieses Einflusses abschätzen zu können, haben einige Forscher zu bekannten Versuchsprogrammen mit national genormten Stählen zusätzlich Vergleichsversuche mit völlig rotationssymmetrisch hergestellten Rippen, bei einer Flankenneigung von 90° , angestellt (Tepfers/Olsson [122]). Im vorliegenden Versuchsprogramm konnte eine konstant gehaltene Anordnung nach Bild 3. 16 Variante (2) relativ ähnliche Ergebnisse ohne atypische Resultate garantieren. Die Sprengwirkung der Bewehrung wurde auf ein Bauteil übliches Maß reduziert.

3.5.4 Die Entwicklung des Winkels α der Druckstreben vor den Rippen des Betonstahls gegen den Betonzugring

Um einen Ausgangspunkt zu finden, geht man von der Gültigkeit des Zugring-Modells aus, sei es in der Version eines elastischen, plastischen oder elastisch-gerissenen Modells, dabei mit oder ohne Integration von Materialmodellen, die eine rissbreitenabhängige Materialentfestigung berücksichtigen. Man wird erkennen, dass der Winkel der Stützstreben, die sich vor den Rippen bei Belastung mobilisieren, eine entscheidende Rolle spielt. Theoretisch ergibt sich die Chance, beliebige Messwerte der Verbundspannung f_b mit einer geschickten Auswahl von $\tan \alpha$ zur Verwendung in (2. 27) rechnerisch nachzuweisen. Dabei kann α

jedoch durchaus unrealistische Werte annehmen. Da dieser Wert in Ausziehversuchen als Unbekannte verbleibt und außer Schlupf und Kraft keine anderen Messwerte zur Verfügung stehen, sind die analytischen Möglichkeiten für eine indirekt geführte Berechnung begrenzt.

In der Verbundforschung von Rehm [104] konnte der wirksame Winkel α , in Abhängigkeit vom gefundenen Reibungskoeffizienten, auf ca. $29^\circ \dots 35^\circ = \text{const.}$ geschätzt und geometrisch wie physikalisch begründet werden (Bild 2. 2). Andere Forscher fanden mit 45° (Tepfers [121]) und 25° (Eligehausen [45]) andere Antworten. Rostasy/Scheuermann [100] begründeten Werte zwischen diesen Grenzen, wobei versucht wurde, eine möglichst gute Korrelation mit den Versuchsergebnissen zu erzielen. Nachfolgendes Bild zeigt, zu welchen Unterschieden in der Vorhersage diese Annahmen des Stützwinkels bei unterschiedlichen Modellvorstellungen führen können. (Bild 3. 19)

Es wird offenbar, dass der Winkel also nicht nur von den geometrischen Eigenschaften des geprüften Stahls abhängt (ϕ, f_R, β), sondern auch von Materialeigenschaften von Stahl und Beton. Genauso wichtig sind die geometrischen Rahmenbedingungen wie Verbundlänge und Betondeckung sowie die Lage im Bauteil.

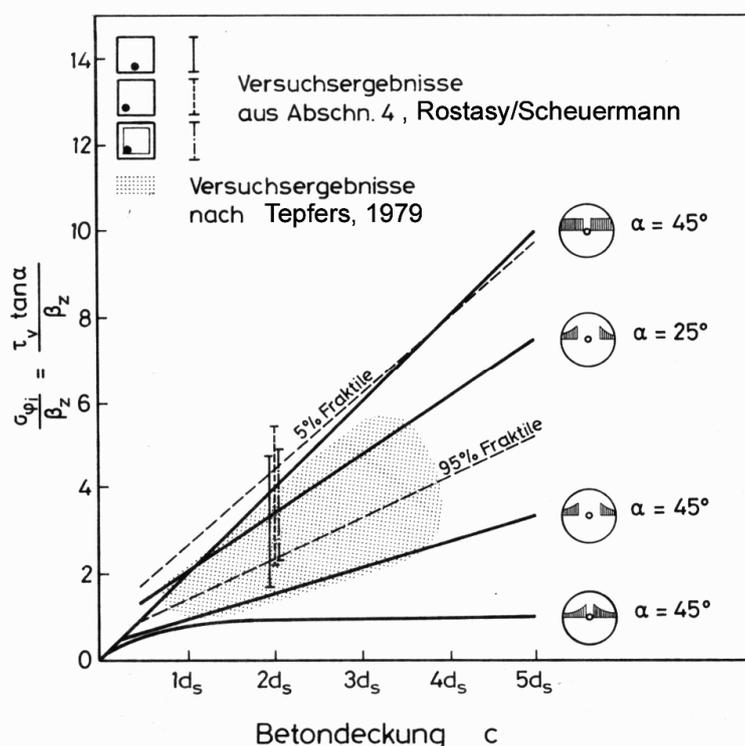


Bild 3. 19: Auswirkung der Veränderung des Winkels für die Vorhersage von Versuchsergebnissen für zwei unterschiedliche Modellvorstellungen (aus [100])

Eine Reihe von Auswertungen zeigt, dass letztendlich immer die Winkel in Untersuchungen gefunden und genutzt werden, die die beste Korrelation der Versuchsergebnisse mit dem gewählten Ansatz ergeben. Die physikalische Bedeutung des Druckstrebenwinkels oder Einflüsse aus dem Versuchsablauf können dabei in den Hintergrund treten.

Rostasy und Scheuermann [100] hatten in ihren Versuchen u.a. auch Festigkeitserhöhungen bei starken Temperaturabsenkungen in den Tieftemperaturbereich gemessen. Dabei sind die

Druckfestigkeiten durchaus mit den Ergebnissen von HPC unter Normaltemperaturbedingungen vergleichbar, die Zugfestigkeiten sind jedoch bei tief gefrorenem normalfesten Betonen deutlich höher. Damit ist eine Übertragbarkeit der Winkelannahme für α von Rostasy/ Scheuermann in [100] zur Auswertung von eigenen Versuchen oder von Versuchen mit normalfesten Betonen unter Normaltemperaturen fraglich.

Erste Arbeiten an einer analytischen Auswertung eigener Versuche mit einem „elastisch-gerissenen“ Modell nach Tepfers ergaben, aufgrund der geringeren Zugfestigkeit von HPC gegenüber tiefgefrorenem NSC, nicht nur eine Veränderung des Stützwinkels von $\alpha = 45^\circ$ auf 25° . Theoretisch wäre sogar eine Modellanpassung auf $\alpha = 7,85^\circ$ notwendig. Dies ist physikalisch wie geometrisch kaum erklärbar, außer es wird eine direkte Stützung auf die Auflagerplatte angenommen (Bild 3. 20). Das würde jedoch wiederum bedeuten, dass sich der wichtigste Teil des Zugringes direkt über der Auflagerplatte befindet. Dies konnte durch die Versuche mit Dehnungsmessungen am Zugring des Ausziehkörpers jedoch nicht bestätigt werden (siehe Kapitel 3.6). Bereits aus der Verfolgung des Versagensablaufs der Ausziehversuche muss man an solch einem Modell letztendlich zweifeln. Zudem würde man bei der Weiterverfolgung dieses Ansatzes mit großen, geometrisch bedingten Streuungen bei der Abschätzung des direkten Stützwinkels und seines Beginns in l_b zu kämpfen haben (Bild 3. 21).

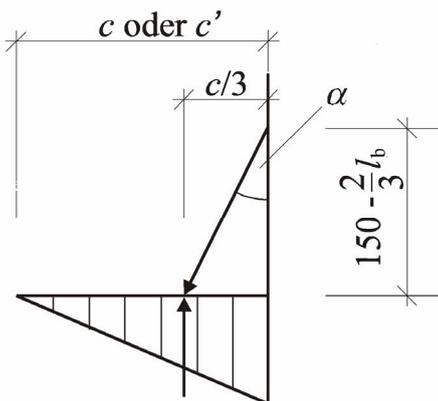


Bild 3. 20: Analytische Überlegungen der Nachbildung der Versuchsergebnisse an HPC-Ausziehkörpern durch Winkelanpassung für ein vereinfachtes Stabwerkmodell

Tepfers/ Olsson [122] waren sich dieses Problems bewusst und haben versucht, den Versuchsaufbau so zu ändern, dass eine zweifelsfreie Rückrechnung des Winkels aus Dehnungsmessungen möglich wird. Dabei wurde der Verbundbereich als ein diskreter Ring abgetrennt und separat untersucht. Kurze Verbundlängen von $2,5 \cdot \phi$ bis $2,9 \cdot \phi$ bleiben erhalten, um die analytischen Möglichkeiten des Stab- bzw. Verbunddifferentials nach Rehm [104] noch nutzen zu können. Um ein Mitwirken der Auflagerplatte auszuschließen (ein häufiges Problem bei Standardversuchen), wurde der Versuchskörper auf klein gehaltene Teflon-Auflager abgesetzt.

Das verbesserte Versuchsprogramm von Tepfers/ Olsson ermöglichte dabei, zwei Einflüsse zu untersuchen:

- a) die Auswirkung einer Laststeigerung auf den Stützwinkel α
- b) die Auswirkung der Modifikation der bezogenen Rippenfläche f_R nach (2. 1)

Dazu wurde eine Reihe von unterschiedlichen Rippenstählen getestet. Der Schlüssel zur späteren analytischen Weiterarbeit war die Einbettung des Versuchskörpers in einen

dünnen Stahlring. Der hier angebrachte Wegaufnehmer zeigte die Reaktion des Ringes auf die Beanspruchung durch den radialen Druck infolge der erzwungenen Ausbreitung des Betonrings und der Verformung vor den Rippen des Betonstahls an. Diese Verformungen entstehen aus der Verdrängung des Betonvolumens durch die Bewegung des Rippenstahls.

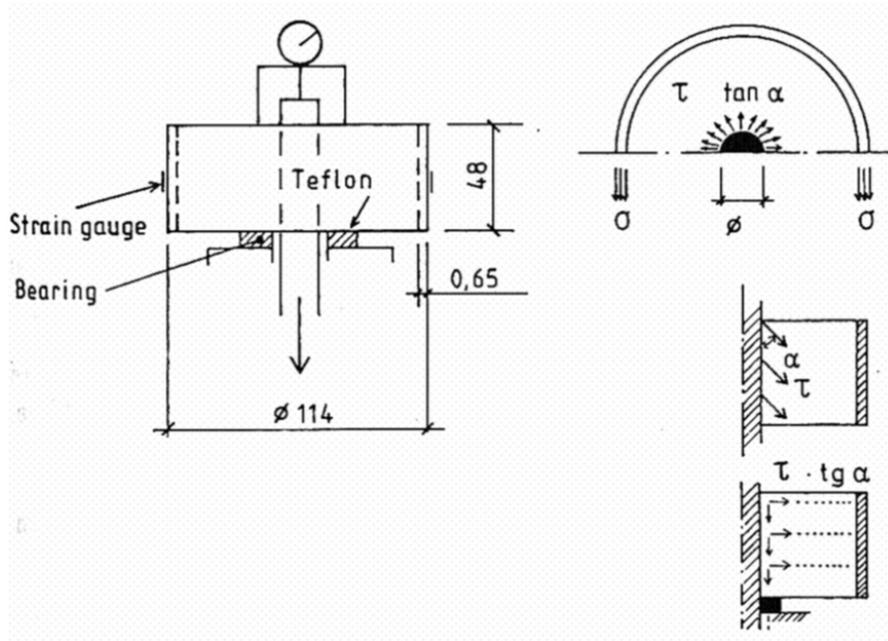


Bild 3. 21: Prinzipieller Versuchsaufbau von Tefers/ Olsson für den Ringtest, aus [122]

Tepfers/ Olsson leiten ab, dass der hydraulische Druck gegen den Ring folgenden Ansatz ermöglicht:

$$\tau_b \cdot \tan \alpha \cdot \phi \cdot l_b = 2 \cdot \varepsilon_{r,s} \cdot E_s \cdot h \cdot t \quad (3. 22)$$

Mit: $\varepsilon_{r,s}$ Am Stahlring gemessene Stahldehnung
 t Dicke des Stahlrings
 h hier: $=l_b$, Höhe der Ringscheibe und des Stahlrings

Aufgelöst nach α ergibt sich dann:

$$\alpha = \arctan \left(\frac{2 \cdot \varepsilon_{r,s} \cdot E_s \cdot t}{\tau_b \cdot \phi} \right) \quad (3. 23)$$

Die Ergebnisse von Tepfers zeigen, dass der Neigungswinkel α der Druckstreben gegen die Stabachse proportional mit dem Schlupf infolge Belastung größer wird. Der Winkel erreicht die maximale Größe erst jenseits der erreichten Verbundversagenslast $F_{b,ult}$. In einem anderen untersuchten Zusammenhang sinkt die Größe des Winkels beim Erreichen von $F_{b,ult}$, wenn die bezogene Rippenfläche f_R erhöht wird. Die Diagramme in Bild 15 zeigen diese Zusammenhänge.

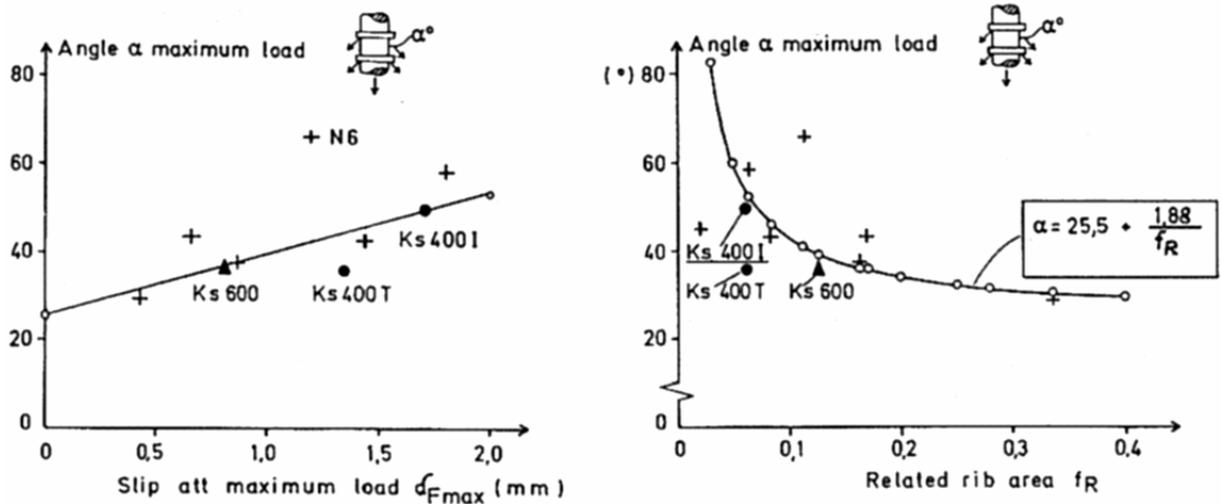


Bild 3. 22: Zusammenfassung der Ergebnisse zum Stützwinkel α , die Teffers/ Olsson aus ihrer Analyse der Versuche gefunden haben [122]

Es ist zu bemerken, dass Teffers/ Olsson in mehreren getrennten Serien Versuche mit verschiedenen Rippenformen durchgeführt haben. Die Ergebnisse dieser Versuche mit den schwedischen Normstählen Ks 400 I+T und Ks 600 mit Schrägrippen ergaben meistens größere Druckstrebenwinkel als bei der Verwendung selbst gedrehter Stähle mit rechtwinkliger Rippenanordnung zur Stabachse. Auch Soretz/ Hölzenbein [118] haben den Einfluss der Rippenneigung auf das Verbundverhalten schon erkannt, diesen gegenüber dem Einfluss der bezogenen Rippenfläche f_R insgesamt jedoch geringer eingeschätzt.

Das Bild 3. 22 rechts zeigt, dass der Zusammenhang zwischen α und f_R einer großen Streuung unterworfen ist. Der im Bild gezeigte Formelzusammenhang,

$$\alpha = 25,5^\circ + \frac{1,88}{f_R}, \text{ (bei Belastung durch } F_{b,ult}) \quad (3. 24)$$

ist dabei jedoch auch durch die Erkenntnisse von Elgehausen (Bild 2. 13) gestützt.

Für die selbst durchgeführten Ausziehversuche mit HPC (siehe Anhang 1, 2, 3) würden sich dabei folgende Stützwinkel α ergeben:

Tabelle 3. 7: Stützwinkel für die Druckstreben des Verbundsystems Bewehrung-Beton in Ausziehversuchen an HPC unter Annahme der Beziehung (3. 24)

ϕ [mm]	f_R [-]	α (nach (3. 24)) [°]
10	0,0833	48,1
14	0,0737	51,0
25	0,071	52,0

Auch hier wird die Diskrepanz zu den Auswertungsversuchen auf der Basis der oben beschriebenen Annahmen eines vereinfachten Stabwerkmodells mit einer direkten Stützung deutlich. Einen Unterschied zwischen Versuchen ohne und mit Vorbelastung gibt es bei

Annahme von (3. 24) nicht. Jedoch müssen auch die Winkelberechnungen aus der Rückrechnung des Versuches hinterfragt werden:

1. Ähnlich wie die Querbewehrung, wirkt auch der Stahlring beim Aufbau des Widerstands gegen die Auszugsbelastung durch F_{pull} mit. Dieser Anteil sollte nicht vernachlässigt werden, wenn man annimmt, dass er eine signifikante Größe erreicht.
2. Die Berechnung mit Hilfe eines „elastisch-gerissenen“ Materialmodells bildet den gerissenen Bereich immer spannungsfrei ab. Damit steht für große Versuchsabschnitte im Betonring keine Ringzugspannung an. Zu prüfen ist, wie sich die Rechenergebnisse verändern, wenn für den inneren, gerissenen Teil des Betonrings ein risskohäsives Modell angesetzt wird. Solange keine höhere, wechselnde Vorbelastung aufgebracht wird, sondern ein monotoner Ausziehversuch über die Maximallast hinaus stattfindet, ist auch die Verzahnung der Rissufer noch aktiv.

Aus diesen Denkansätzen heraus wurde für die Versuchswerte, die [122] (Table 1; Figure 4 und Figure 6) entnommen werden konnten, ein neues Rückrechnungssystem aufgebaut, das die zwei Problemkreise beschreiben kann. Als entscheidender Schritt verbleibt jedoch die Erkenntnis von Tepfers/ Olsson, dass aus einer Messung der Randdehnung des beanspruchten Ringes eine Rückrechnung des Dehnungszustandes im Inneren der Betondeckung möglich ist.

Erweiterung des analytischen Modells von Tepfers unter Berücksichtigung des Widerstandsbeitrages aus dem gerissenen Beton und des Stahlringwiderstands:

Ausgangspunkt für weiterführende Betrachtungen ist die Dehnungsmessung der Stahlringdehnung $\varepsilon_{r,s}$. Diese ist jedoch nicht direkt angegeben. Da Tepfers/ Olsson jedoch die Beziehung (3. 23) als Analysebeziehung angeben, lässt sich mit den Angaben der Diagramme Fig. 4 und 6 aus [122] die Stahldehnung $\varepsilon_{r,s}$ an der Ringaußenseite errechnen. Die geometrischen Angaben sind u.a. [122] und

$$\varepsilon_{r,s} = \tan \alpha \left(\frac{F_{\text{pull}}}{39200000} \right), E_s = 200000 \text{ N/mm}^2 \quad (3. 25)$$

Die Längenänderung des Stahlrings ist mit dieser Dehnung bestimmbar:

$$\Delta l_{u,a} = u_a \cdot \varepsilon_{r,s}, \quad (3. 26)$$

$$\lim \Delta l_{u,a,coh} = 2\pi \cdot e_{\text{max}} \cdot \varepsilon_{cr} + n \cdot w_c = delmaxmgl \quad (3. 27)$$

Mit: $e_{\text{max}} = e_{\text{ring}}$
 ("delmaxmgl" siehe Tabelle A-3.2 ff.)

Der Grenzwert $\lim \Delta l_{u,a,coh}$ gibt eine Kontrollmöglichkeit, die anzeigt, bis zu welcher Ringdehnung von Tepfers/ Olsson abweichende Ergebnisse durch den veränderten Modellansatz zur Berücksichtigung des Betonwiderstands im bereits gerissenen Zustand zu erwarten sind.

Die Variable n beschreibt in (3. 27) die Anzahl der radial entstehenden Risse durch die Raumforderung der Rippen zur Ermöglichung des Schlupfes. Vernünftig sind Annahmen

$n = (2; \dots; 7)$. Die größeren Werte $n > 3$ sollten dabei immer begründet werden, da sonst Überschätzungen der noch übertragenen Zugspannungen im gerissenen Bereich in der Betonstahlnähe eintreten können (In Bild 2. 27 gilt beispielsweise nur $n = 2!$).

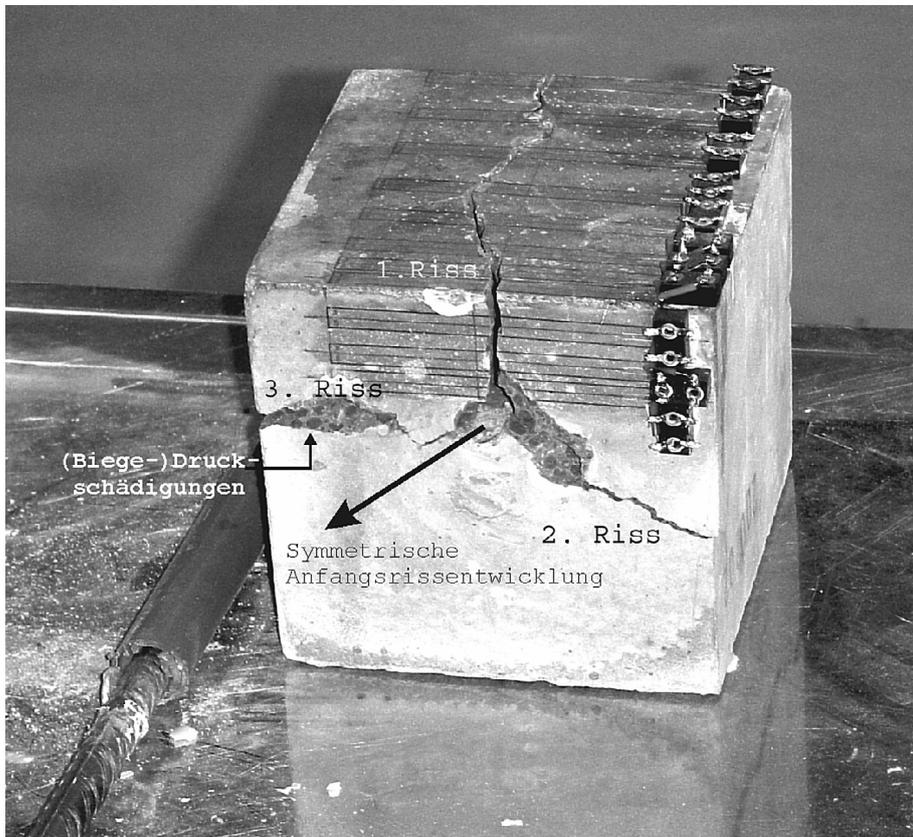


Bild 3. 23 a) $n \geq 3$ in eigenen Versuchen an Ausziehkörpern und kurzen Verbundlängen

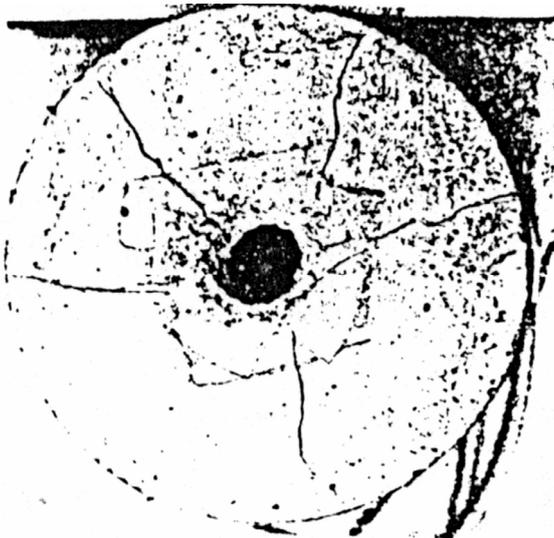


Bild 3. 23 b) $n \geq 5$, Ergebnis des Ringtests
(Bild entnommen aus [122])

Die mobilisierte Ringzugkraft im Stahlring des Ringtests lässt sich bei bekannter Stahlringdehnung aus der Stahlspannung herleiten:

$$F_{s,\text{ring}} = \sigma_{s,\text{ring}} \cdot t \cdot h \quad (3.28)$$

Mit: $\sigma_{s,\text{ring}} = \varepsilon_{r,s} \cdot E_s$

Dieser Ringzuganteil des Stahls ergibt einen entlang der Verbundlänge diskretisierbaren Horizontaldruckanteil als Reaktion auf die Auszugsbelastung:

$$F_s(p') = \frac{2 \cdot F_{s,\text{ring}}}{\phi_a} \quad (3.29)$$

Mit: ϕ_a Außendurchmesser des Betonrings

Für die Berechnung des Betonanteils an der Ringzugkraft, muss wegen $\sigma_{ct} = f[w(r), w(r) < w_c]$ die Rissbreite am Stahlring w_{ring} und am Betonstahlumfang $w(\phi/2)$ berechnet werden. Dazwischen wird die radiale Rissentwicklung linear angenommen. Bereits im Kapitel 2 wurde darauf hingewiesen, dass eine nichtlinear angenommene Entwicklung der Rissbreite $w = f(r)$ kaum zu anderen Ergebnissen führt.

$$w(\phi/2) = f(r, r = \phi/2) = \frac{(\Delta l_{ua} - 2\pi \cdot \varepsilon_{cr} \cdot \phi/2)}{n} \quad (3.30)$$

$$w_{\text{ring}} = \frac{(\Delta l_{ua} - 2\pi \cdot \varepsilon_{cr} \cdot e_{\text{max}})}{n} ; \quad (\text{für } e_{\text{max}} = 57 \text{ mm}) \quad (3.31)$$

Die tangentielle Ringzugspannung $\sigma_{ct,cr}(w)$ wird für die bestimmten Rissbreiten nach Reinhardt/ van der Veen, Beziehung (2.32), berechnet. Es entsteht eine Spannungsverteilung von Zugspannungen im Zugring entlang des Radius, der, entsprechend den Ergebnissen in Bild 2.10, auch durch eine Trapezform zwischen diskretem Anfangswert und Endwert genähert werden kann.

$$\sigma_{ct,cr,\text{mean}} = \frac{(\sigma_{ct,cr}(w_{\text{ring}}) + \sigma_{ct}[w(\phi/2)])}{2} \quad (3.32)$$

Mit: $w_{\text{ring}} < w(\phi/2)$

$\sigma_{ct,cr}$ ist die Zugspannung, die über die Rissufer hinweg in einem völlig durchgerissenem Ring übertragen wird

Ergeben sich für w_{ring} keine sinnvollen, also positiven Ergebnisse, erreicht der Riss in der Laststufe den Stahlring offenbar noch nicht. Deshalb muss e , also die radiale Ausbreitung des Risses, berechnet werden. Dies kann, wie nachfolgend dargestellt, vereinfacht nach (2.24) geschehen:

$$e = \frac{\Delta l_{ua}}{2\pi \cdot \varepsilon_{cr}} \quad (3.33)$$

Dabei verbleibt ein Kreisring des Betonrings elastisch, also nicht gerissen. Die Zugspannungsverteilung stellt sich damit zwischen den nachfolgenden Grenzwerten ein.

$$\min : \sigma_{ct,ring} = \sigma_{ct}^{el}(r_a) = \varepsilon_{r,s} \cdot E_{cm} \quad \text{und} \quad \max : \sigma_{ct}(e; e < 57) = f_{ctm} \quad (3.34)$$

Die dazwischen anliegende Kraft kann wie für den Stahlring unter Nutzung des Tepfers-Ansatzes, (2. 21) aus [120], bestimmt werden.

$$F_{ct}^{el} = f_{ctm} \cdot e \cdot \frac{\left[(c + \phi/2)^2 - e^2 \right]}{\left[(c + \phi/2)^2 + e^2 \right]} \cdot h \quad (3.35)$$

Mit h Höhe des Rings ($h = l_b$)
 e $e < 57$ mm (ein äußerer Betonringabschnitt mit $c > r > e$ verbleibt bei der untersuchten Laststufe ungerissen)

Die radiale Verteilung der Betonspannung im ungerissenen Abschnitt des Zugrings, die über den Riss mit $e < 57$ mm übertragen wird, kann ebenfalls entlang des Radius als Trapez über die Risslänge vereinfacht werden. Damit lässt sich eine mittlere Spannung $\sigma_{ct,cr,mean}$ für die Risslänge ermitteln. Wegen $\sigma_{ct}(e) = f_{ctm}$ ist:

$$\sigma_{ct,cr,mean} = \frac{[f_{ctm} + \sigma_{ct}(\phi/2)]}{2} \quad (3.36)$$

Die Kraft entsteht dann durch Multiplikation mit der radialen Kreisring-Querschnittsfläche, die ungerissen verbleibt.

$$A_{ct}^{el} = (r_a - e) \cdot h = (c - e) \cdot h \quad (3.37)$$

Mit r_a Außenradius des Betonrings
 h Höhe des Ringabschnitts

Die Kraft kann jedoch auch durch direkte Integration gewonnen werden, da durch die feinen Risse der stark zutage tretende nichtlineare Abfall der Zugspannung sich auswirken wird und zu einer korrigierten und kleineren Kraftannahme als nach (3. 36) und (3. 37) führen muss.

$$F_{tch} = (e - \phi/2) \cdot f_{ctm} \cdot \left(1 - \left(2\pi \cdot \varepsilon_{cr} \cdot \frac{(e - \phi/2)^k}{n \cdot w_c} \right) \cdot \frac{1}{k+1} \right) \cdot h \quad (3.38)$$

Je nachdem, ob der Betonring unvollständig oder völlig gerissen ist, ergibt sich damit die Summe der tangentialen Kräfte in der Betonstahlumgebung wie folgt:

$$F_{t,sum} = F_{tch}(e, e < 57) + F_{ct}^{el} + F_{s,ring} \quad \text{oder} \quad F_{t,sum} = F_{tch}(e, e = 57) + F_{s,ring} \quad (3.39)$$

Im Vergleich zu dem in (3. 29) angegebenen Druck aus dem äußeren Stahlring ergibt sich nach (3. 40) der horizontal wirkende und über die Verbundlänge l_b zusammengefasste Gesamtdruck, bezogen auf den Stahlumfang, verändert.

$$F(p') = \frac{2 \cdot F_{t, \text{sum}}}{\phi} \quad (3.40)$$

Da eine gleichmäßig verteilte Verbundspannung Rechenvoraussetzung nach Rehm bei der Arbeit mit kurzen Verbundlängen (dem sog. Stabdifferential) ist, wird neben dem Ringdruck auch die Verbundspannung über die Verbundlänge diskretisiert.

$$(\tau_b \cdot l_b) = \frac{F_{\text{pull}}}{\pi \cdot \phi} \quad (3.41)$$

Anschließend kann der Winkel α vor den Rippen, jetzt unter der Einbeziehung von Stahl- und Betonring, neu bestimmt werden.

$$\alpha = \arctan\left(\frac{F(p')}{\tau_b \cdot l_b}\right) \quad (3.42)$$

Ein Vergleich mit den von Teffers angegebenen Ausgangswerten dieser Rückrechnung ist nun möglich. Die dafür notwendigen Daten finden sich u.a in [122], speziell in den Diagrammen Figure 4 und Figure 6. Die Ergebnisse der Winkel-Nachrechnung mit dem oben dargestellten, veränderten Modell und die Originalergebnisse von Teffers/ Olsson sind im Diagramm Bild 3. 24 zusammengestellt. Für den Vergleich sind willkürlich 5 Versuche aus den Serien 1,2 und 3 der Versuche von Teffers/ Olsson [122] ausgewählt worden. Die zur Nachrechnung gehörenden vollständigen Datenblätter finden sich in Anhang 3, Tabelle A-3. 2 bis Tabelle A-3. 6. Deutlich sichtbar wird, welcher Unterschied in der Winkelgröße für den Druckstrebenwinkel α bei einer veränderten, realitätsnäheren Modellierung der Betondeckung besteht und welcher Interpretationsraum dadurch gegeben wird.

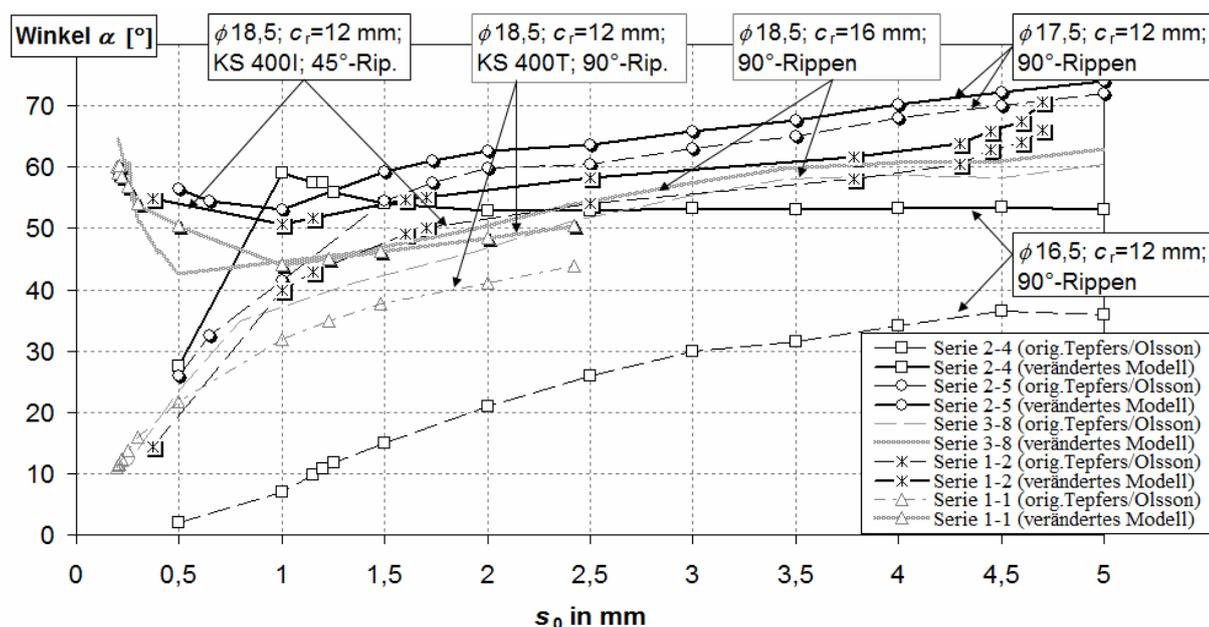


Bild 3. 24: Auswertungen der sich entwickelnden Stützwinkel beim Ringtest mit und ohne Annahme von Zugspannungen im gerissenen Beton

3.5.5 Analytischer Wert und Grenzen der Übertragbarkeit von Folgerungen aus dem Ringtest auf andere Versuchs- und Bauteilsituationen

Es ist erkennbar, dass es sich bei dem Winkel α nicht um einen statisch konstanten, sondern um einen lastabhängigen Winkel während der Aufbringung einer monotonen Auszugslast handelt. Im Ringtest hat sich der errechnete Winkel noch nach dem Versagen der Betondeckung noch kontinuierlich erhöht, allerdings war durch den Stahlring auch ein Restwiderstand gegeben. Den 5 Datenblättern der Nachrechnung in Anhang 3 kann entnommen werden, dass in keinem Fall die von Tepfers prognostizierte radiale Risslänge e_{\max} nach (3. 43) mit dem Maximum der Verbundkraft zusammenfiel. Noch nach dem völligen Durchreißen der Betondeckung war eine Laststeigerung möglich. Damit ist auch die leichte Erhöhung von e_{\max} durch die Annahme eines risskohäsiven Zusammenhanges in der Risszone als Erklärungsmodell ausreichend. Der Wert für e_{\max} war von Tepfers in [120] auf der Grundlage des präferierten „elastisch-gerissenen“ Modells mit

$$e_{\max} = 0,486 \cdot (c + \phi/2) \quad (3. 43)$$

hergeleitet worden.

Damit sind ist der Bewehrungsverbund in Stahlbeton typischen Bauteilen, wo zugbeanspruchte Stähle oft nicht in einem umschnürten Bereich liegen, wahrscheinlich durch geringere Winkel gekennzeichnet als oben errechnet. Die Ergebnisse aus dem Ringtest sind eine Obergrenze möglicher Winkel in der Realität, wenn sie unter Berücksichtigung des Betons (auch des gerissenen) ermittelt wurden. Eine unmittelbare Übertragbarkeit der gefundenen Stützwinkel aus den Ringtests auf das Versagen der Ausziehkörper ist also nicht ohne Rücksicht auf die veränderte Geometrie möglich.

Es ist offenbar jedoch sinnvoll, eine längere Verbundzone mit abschnittsweise unterschiedlichen Verbundspannungen in einzelne kurze Abschnitte zu zerlegen und diese in einzelnen Ringen zu modellieren. Die in einem solchen Zugring-Druckkegel-Modell verbleibende stabparallele Stützkomponente kann als zu übertragende Zugkraft/ Zugspannung an die nachgeschalteten Ringe, im Sinne einer Rückverankerung, weitergegeben werden. Je nach Größe der mitwirkenden, effektiven Betonzugzone können sich die mit den Ringen akkumulierenden und stabparallelen Betonzugspannungen zur Rissspannung aufbauen.

Eine Modellierung langer Verbundlängen in einzelnen Ringen ist zur Beschreibung solcher Versuche vorteilhaft, für die in vergleichbaren Versuchen Stahldehnungsmessungen an langen Verbundlängen auf eine nicht-konstante Verbundspannungsverteilung hindeuten (siehe Bild 3. 25 und Versuche von Günther in [60]).

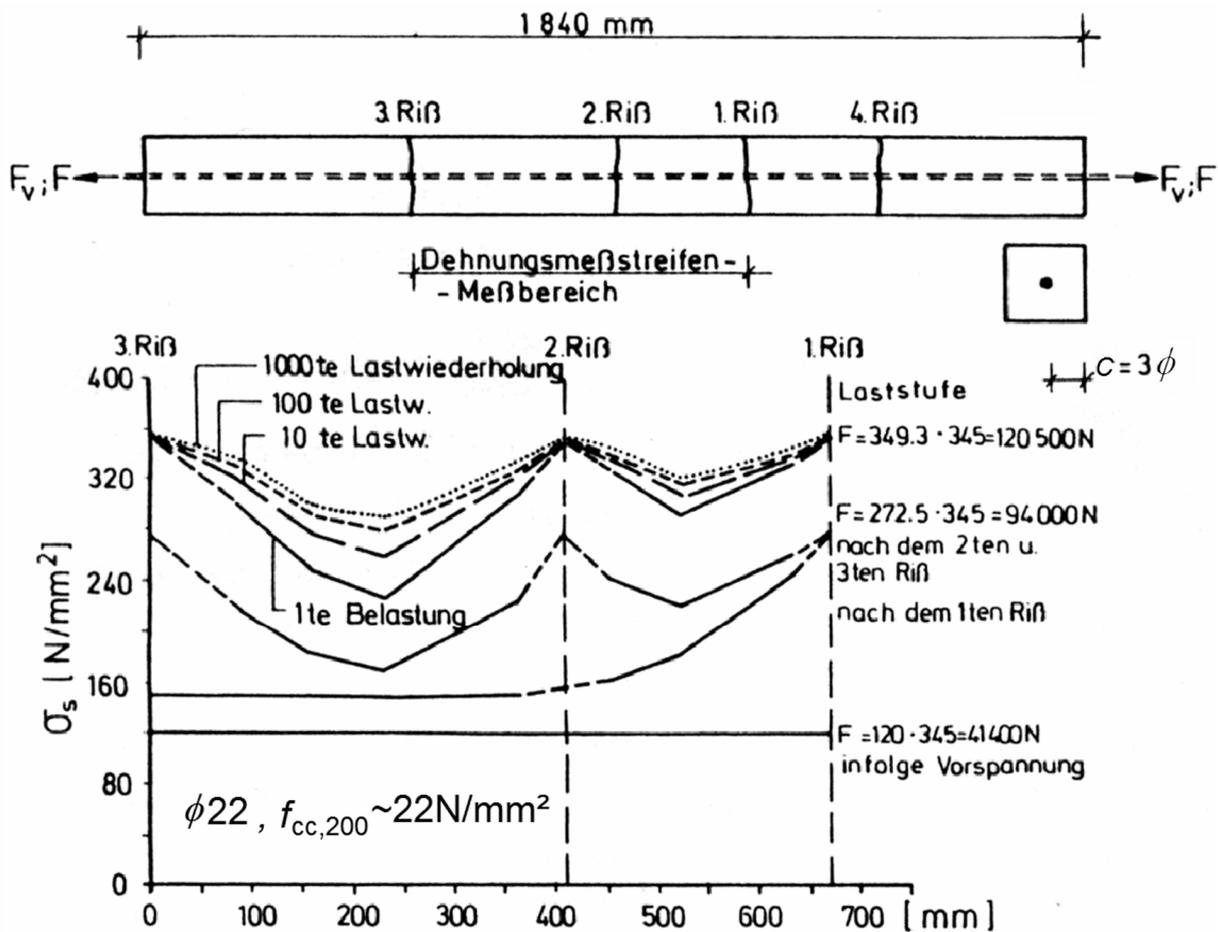


Bild 3. 25: Stahlspannungen in langen Verbundsituationen an einem Dehnkörper (aus Günther [60])

Die analytischen Auswertungen der Ringtests von Tepfers/ Olsson und die eigenen Nachrechnungen haben gezeigt, dass der Aufbau von Kenntnissen über innere Verformungs- und Gleichgewichtszustände durch Messergebnisse von Dehnungszuständen an der äußeren Faser des Zugrings möglich ist. Die Ergebnisse sind besonders aussagekräftig und vergleichbar, wenn diese auch bestimmten Laststufen zugeordnet werden können.

Tepfers/ Olsson sind mit dem Versuchskörper jedoch bereits an die Grenzen des von Rehm [104] definierten Stabdifferentials Δx gegangen. Dieses ist in Form eines Rippenabstandes, $1 c_r \approx 1 \phi$, vorgesehen und wurde von Rehm als Voraussetzung für die Entwicklung von Stahltyp spezifischen Verbundgrundgesetzen angesehen. Prinzipiell wird die von Tepfers/ Olsson gewählte Verbundlänge $l_b \approx 3 \phi$ noch wegen $l_b \leq 5 \phi$ als sog. kurze Verbundlänge eingestuft, d.h. sie wird für die Bildung von Verbundgrundgesetzen als geeignet angesehen. Doch die 3-4 aktiven Rippen im Verbundbereich lassen bereits eine deutliche, nicht mehr konstante Verteilung der Verbundkräfte entlang des Stabes erwarten. Untersuchungen der Ringtests von Mayer/ Eligehausen [48] zeigen, dass auch die Ringverformung vertikal in Lastrichtung zunimmt (Bild 3. 26), was dem Stützwinkelgedanken an sich jedoch nicht widerspricht. Jedoch lässt eine Ringdehnungsmessung auf halber Ringkörper-Höhe noch keine detailliertere Beurteilung der Spannungsverteilung und des Aufbaus des Verbundwider-

standes entlang der Verbundlänge zu.

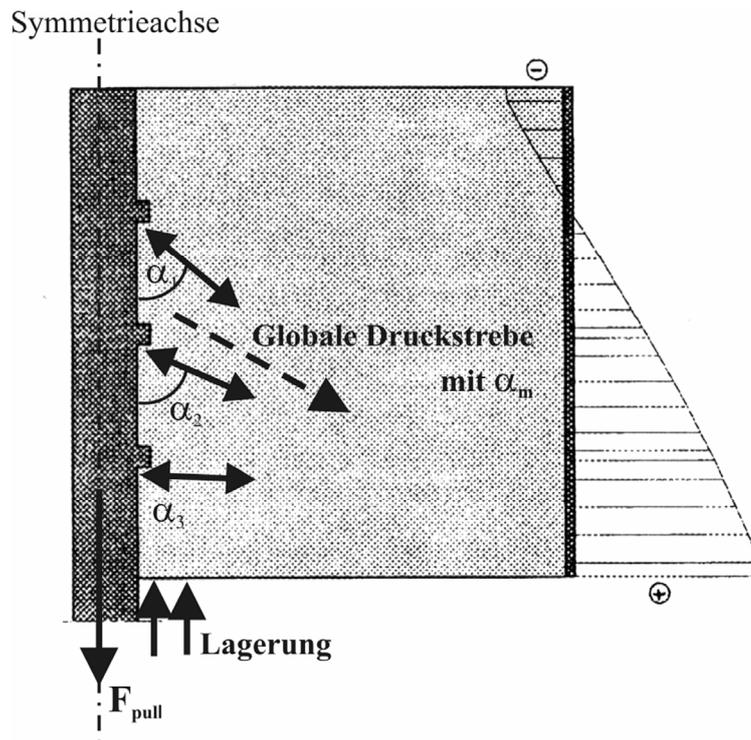


Bild 3. 26: Spannungsverteilung im Ring für den Ringtest (entnommen Mayer/ Eligehausen [48]). Hinzugefügt: Eine Vermutung über die lokalen Druckstreben vor den einzelnen Rippen

Aus dem Umstand, dass größerer Ringzug mit einem größeren Innendruck zusammenwirkt, ist zu folgern, dass im unteren Abschnitt des Versuches höhere Verbundkräfte existieren müssten. Die höheren Dehnungen an der Unterseite zeigen auch die Richtung des Druckvektors an. Diskretisiert man drei Rippen, wird man möglicherweise herausfinden, dass der untere Bereich, zur Kompensation des hohen Innendrucks, einen bereits größeren Winkel α aufweist als an der obersten Rippe. Dies kann auch dazu führen, dass sich das Verbundspannungsmaximum im Zuge zunehmender Belastung weiter nach oben verlagert.

Um ähnliche Betrachtungen auch über das Versagen in Ausziehversuchen anstellen zu können, sollten übliche Ausziehversuche so modifiziert werden, dass über die Oberfläche des Versuchskörpers Dehnungsmessungen vorgenommen werden. Die Dehnungsaufnehmer sind dabei dort zu positionieren, wo die größten Verformungen während des Verbundversagens und der Verbundentwicklung erwartet werden – also in der potentiellen Sprengbruchfläche bei c_{\min} .

Es ist offenbar eine Tatsache, dass bei Ausziehkörpern auch Bereiche jenseits der Verbundzone durch die Lastausbreitung vor den Rippen belastet werden und in ihrem Verformungswiderstand zur Verbundfestigkeit beitragen, (Bild 3. 14). Janovic [70], [114] versuchte dieses Problem mit einem modifizierten Ausziehkörper zu lösen, indem er die Verbundzone vom Rest des Verbundkörpers abtrennte (Bild 3. 37).

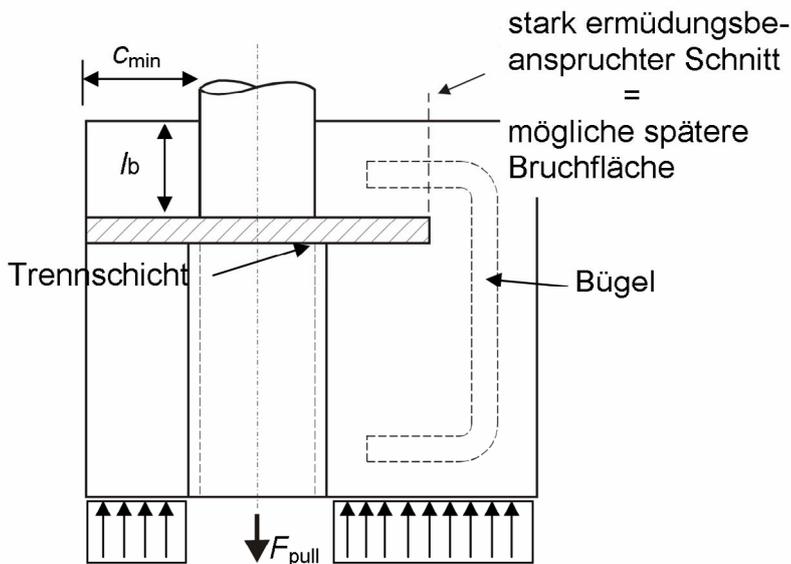


Bild 3. 27: Konzept für einen sog. Konsolkörper nach Janovic (aus [114] und [70])

Wegen Bedenken, hinsichtlich der Festigkeit der vertikalen Übergangsfläche des Konsolbereiches bei größeren Lastwiederholungsraten, wurde dieses Konzept für das eigene Versuchsprogramm, das auch Ermüdungsversuche beinhaltete, nicht weiterverfolgt. Es ist für einfache, statisch gezogene Ausziehversuche bekannt, dass auch bei sorgfältiger Materialwahl für die Trennschicht ein Mitwirken der darunter liegenden Bereiche des Versuchskörpers nicht völlig vermieden werden kann. Insofern bleiben die oben aufgeführten Probleme bei Interpretation und Übertragung auf reale Verbundsituationen. Ebenso kann bei dem an den Standard-Ausziehkörper RC 6 nach RILEM angelehnten Versuchskörper mit jedoch einer zentral und in mittlerer Höhe liegenden, ungestörten Verbundzone das Mitwirken der darüber und darunter liegenden Bereiche nicht ausgeschlossen werden.

Es ist also zu versuchen, noch mehr Klarheit über die inneren Dehnungszustände bei dem Eintrag einer großen Verbundlast zu gewinnen. Neben Verbundspannungsgrundgesetzen aus Verbundspannungs-Schlupfbeziehungen für den Grenzzustand der Tragfähigkeit können aus solchen Beziehungen auch Rückschlüsse auf gebrauchstauglichkeitsrelevante Verformungs- und Rissbreitenentwicklungen gezogen werden.

Für die Beantwortung solcher qualitativer Fragestellungen erscheinen Versuche an Ausziehkörpern weiterhin geeignet, wenn sie für die Messung der (Zugring-)Dehnungen, während des Aufbringens einer Verbundlast, optimiert werden. Der Vorteil sehr kurzer Verbundlängen (2ϕ) liegt jetzt darin, dass der Verteilung der Lasten entlang l_b wenig Möglichkeit zu einer stark unbekanntenen und unübersichtlichen Verteilung gegeben wird. Da Analysen zum inneren Dehnungszustand fast immer nur indirekt und stark hypothetisch geführt werden können, ist es wichtig, durch eine große Zahl äußerer Messstellen, zumindest auf der Außenseite, die Zonen unbekannter Versuchskörperreaktion zu minimieren.

3.6 Versuchskörper für Dehnungsmessungen zur Erzeugung radialer Dehnungsflächen

3.6.1 Messungskonfiguration

Nach der Auswertung der Dehnungsmessungen beim Ringtest erscheint es möglich, auf den Aufbau des Verbundwiderstandes und Versagensabläufe des gesamten Probekörpers zu schließen. An Ausziehkörpern ohne zusätzliche Umschnürung des Bewehrungsstabs (Verbügelungen, Wendelbewehrungen) wird versucht das Versagen eines nur wenig verstärkten Betonzugrings in realen Bauteilsituationen abzubilden. Eine gewisse Verstärkung erfährt die Verbundzone immer noch aus der Größe der Sprengbruchfläche, die als Widerstandsfläche höher ist als die Verbundlänge als Lasteintragszone. Auch in der Baupraxis so kaum anzutreffende Querdehnungsbehinderungen können sich aus bestimmten Lagerungsbedingungen ergeben.

Aus der Analyse der statischen Versuche und dem Vergleich mit Tepfers/ Olsson [122] ergaben sich weitere Fragen über die Variabilität und Lastabhängigkeit des Druckstrebenwinkels α in den eigenen, für HPC konzipierten Ausziehkörpern. Zu prüfen ist, ob sich möglicherweise nur lokal ein, mit den Zugringansätzen von Tepfers vergleichbarer, Spannungszustand ausbildet und im Restbereich ein gewisses Umlagerungspotential im Zuge der Belastungssteigerung erst aktiviert wird. Dieses Umlagerungspotential kann weitaus größere Bereiche als die unmittelbare Verbundzone für den Verbundwiderstand erschließen.

Diese Unwägbarkeit ist auch das Hauptproblem bei der Analyse der bisherigen Ergebnisse. Lässt sich nachweisen, dass dieses Umlagerungspotential während des Versuches vor Erreichen der Maximallast aktiviert wird, müssten aus solchen Versuchen gewonnene Ansätze für Verbundspannungsgrundgesetze am Stabdifferential Δx bei Stahl in Randlage diesbezüglich korrigiert werden. Neubewertung bedeutet einzugestehen, dass dieses Umlagerungspotential in Versuchen die Verbundsituation deutlich aufwertet und von anderen den Verbund fördernden Einflüssen, wie extern aufgebrachter Querdruck, getrennt werden muss. Nur bestimmte Bereiche des Versagens in einem Ausziehkörper mit kurzer Verbundlänge sind also mit dem Versagen des Verbundes in einer realen Einbausituation vergleichbar. Dabei ist der im Folgenden vorgeschlagene Denkansatz gut zu trennen von im Grundsatz ähnlichen Bedenken von Schmidt-Thrö et. al [114] hinsichtlich des Einflusses der Probekörperform. Dort geht es darum, Ansätze für eine Trennung störender Einflüsse aus Versuchsergebnissen zu legen. Eine rechnerische Reduktion der nominellen Ergebnisse zu Verbundspannungen, erzielt an Ausziehkörpern mit Bewehrungsstählen in Randlage, könnte für eine Übertragung der Erkenntnisse auf realistische Situationen notwendig und realisierbar werden.

Um die innere Spannungsverteilung im Ausziehkörper überhaupt darstellen zu können, müssen am Ausziehkörper Dehnungen während des Versuches kontinuierlich aufgenommen werden. Dabei setzen der fehlende Zugriff auf das Innere der Betondeckung und die maximale Aufnahmekapazität der Messtechnik zum Zeitpunkt der Versuchsdurchführung (40000 Messwertgruppen bei maximal 16 ... 18 Kanälen) Grenzen, so dass innere Verformungszustände nur indirekt bestimmbar sind. Wird angenommen, dass die in Kapitel 2.3 und 2.4 beschriebenen Ansätze über die Spannungs- und Dehnungsverteilung im Zugring

gültig sind, lassen sich jedoch aus den gemessenen Randdehnungen Dehnungsverteilungen im Inneren der Betondeckung herleiten.

Auf diese Ausgangsbedingungen abgestimmt, wurde im Rahmen dieser Arbeit für einige exemplarischen Tastversuchen der Versuchsaufbau für eine systematische Aufnahme der Randdehnungen während der Ausziehversuche zur Unterstützung eines neuen analytischen Ansatzes zur Rückrechnung der inneren Spannungs- und Dehnungszustände weiterentwickelt. Dabei wurde der bisher verwendete Ausziehkörper für die Messungen am Zugring modifiziert. Nachfolgende Prinzip-Skizzen (Bild 3. 28) zeigen die applizierten Verformungsmessungen auf der Außenseite des Versuchskörpers im Unterschied zum alten Versuchsaufbau (ausführlich Bild A-1. 1ff.).

Die äußeren Verformungen werden während des statischen Ausziehversuchs mit einer Messfrequenz von $f_M = 50$ Hz aufgenommen und analytisch weiterbearbeitet. Die Schlupfwerte am unbelasteten Ende werden über eine Differenzmessung zwischen zwei induktiven Wegaufnehmern (IWA) ermittelt. Die in den Körper wirklich eingetragene Ausziehkraft F_{pull} kann wie bei den einfacheren Versuchen aus Anhang 1 + 2 über eine Kraftmessdose abgefragt werden. Begleitend werden wiederum die Betoneigenschaften Spaltzugfestigkeit, Druckfestigkeit und E -Modul für den Zeitpunkt der Prüfung ermittelt.

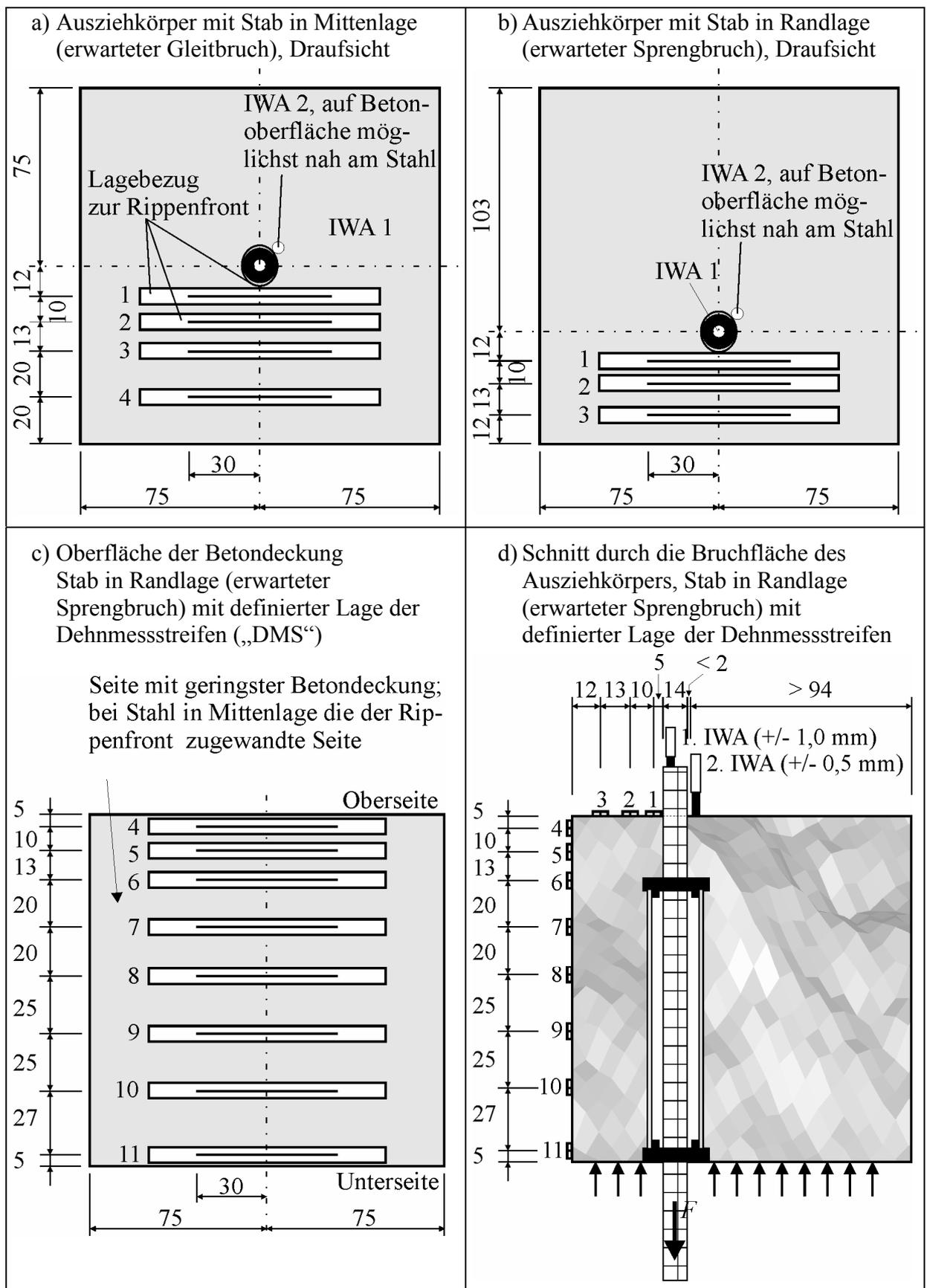


Bild 3. 28: Ausziehkörper mit kurzer Verbundlänge, modifiziert für Dehnungsmessungen

3.6.2 Möglichkeiten der Analytik

Erzeugung von Dehnflächen – Prinzipielle Vorgehensweise

Der Messungsaufwand für diese Ausziehversuche ist wesentlich größer als bei üblichen Versuchskörpern. Wie die ursprünglichen Versuche sind die neuen Versuche mit einer hohen Fehlerquote hinsichtlich der Verwertbarkeit der Ergebnisse belegt. Verwertbare Ergebnisse lieferten insgesamt 4 Versuche, davon waren zwei entsprechend dem verfügbaren Material aus hochfestem Leichtbeton (HPLC) gefertigt.

Dies ist für statisch belastete Ausziehversuche ohne Langzeiteinflüsse weitgehend unproblematisch, da der grundsätzliche Versagensmechanismus ähnlich ist. Die Vergleichbarkeit der Ergebnisse und deren Überführung in allgemein gültige Betrachtungen kann über die Abhängigkeit zu den entscheidenden Betoneigenschaften Spaltzugfestigkeit $f_{ct,sp} = f(f_{cm})$ und den Elastizitätsmodul $E_{cm}(t)$ sowie über die Form des Ausziehkörpers bei Verwendung des gleichen Bewehrungsstahls erfolgen. Entsprechend dem in Kapitel 2 dargestellten Stand des Wissens hängen von diesen Eigenschaften weitere als wichtig einzustufende Parameter ab. Das sind die Bruchenergie G_f , die Bruchdehnung ε_{cr} , die Sprödigkeitsziffer B und die Schlupfentwicklung. Die Auswertung der Versuche an hochfestem Leichtbeton (HPLC) ließ eine größere Völligkeit der Verbundspannungen entlang der Verbundlänge gegenüber einer ähnlich hohen, auf die Maximallast bezogenen Beanspruchung bei HPC vermuten. Hier macht sich infolge der langsamen kraftgesteuerten Lasteinleitung ein für das Material HPLC typischer, größerer Kriecheinfluss bemerkbar. Das hohe Umlagerungs- und Verformungsvermögen des HPLC entlang der ungestörten Verbundlänge l_b führt bei gleichem Belastungsniveau praktisch zu einem weicheren Verbund und stellt damit eine für die Verwendung in Bauteilen eher positive Materialeigenschaft dar. Die Sprengbruchgefahr in der Betondeckung ist deutlich reduziert.

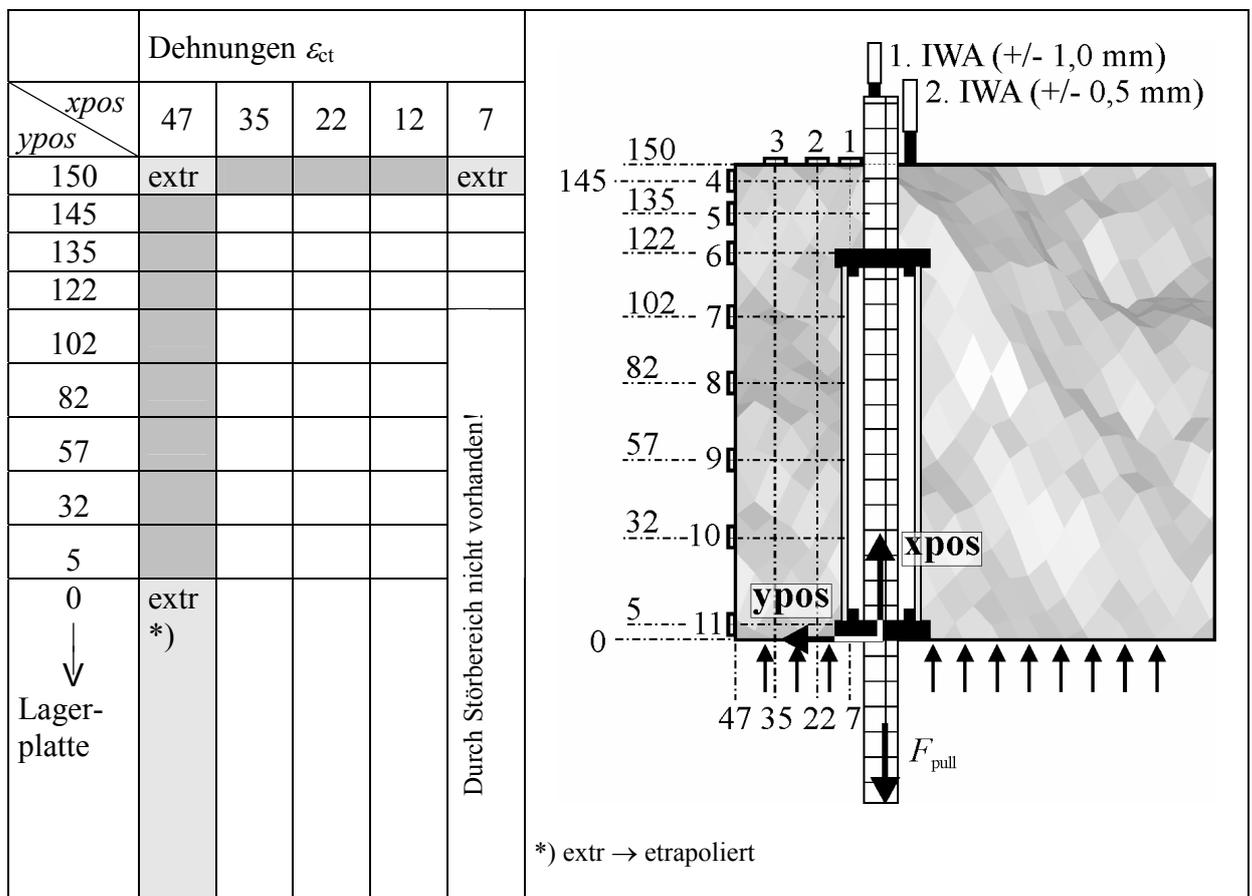
Aus den Messwertgruppen, die aus je 16 (17 bei Mittenlage) Einzelwerten je Laststufe entstanden, die alle 20 Millisekunden aufgezeichnet wurde, konnte ein sehr detailliertes Bild über den inneren Versagensablauf im Versuchskörper gewonnen werden.

Jedem vertikal positionierten Dehnmessstreifen (DMS) wird in der Auswertung seine geometrische Höhenposition y_{pos} zugewiesen und diese auf der y -Achse aufgetragen. Der Koordinatenursprung zur Beschreibung einer wahrscheinlichen Bruchfläche liegt für den Schnitt durch die Betondeckung in der Stabachse am Fuß des Ausziehkörpers. Die radiale Entfernung vom Betonstahlmittelpunkt x_{pos} ist auf der x -Achse dargestellt, (siehe Bild in Tabelle 3. 8). Auch hier sind die auf der Oberseite fixierten DMS einbezogen. Mit horizontal fixierten Punkten zwischen $x_{pos} = 47$ (75) mm für den Versuchskörperperrand und $x_{pos} = 7$ mm für die Betonstahloberfläche sowie den y_{pos} -Ordinaten der vertikalen DMS bildet sich ein Punktraster $[x_{pos}; y_{pos}]$ in der späteren Bruchfläche, die die Grundebene aller späteren Analyseoperationen darstellt. Die zu den Koordinaten $[x_{pos}; y_{pos}]$ zugehörigen tangentialen Ringdehnungen des Zugrings sollen sich als Werte auf der z -Achse erzeugen lassen. Sichtbar werden die Richtungen der Druckstreben als Maxima der Zugdehnungen des Zugrings in Abhängigkeit von der Last. Gleichzeitig ist ein Anwachsen des Winkels der Druckstrebe an der Rippe in Abhängigkeit von der Belastung des Bewehrungsstabes mit F_{pull} feststellbar.

Neben diesen qualitativen Aussagen, die eine erste Vorstellung über das Mitwirken der Betondeckung entlang der gestörten Verbundzone ermöglichen, sollen anhand der Messungen auch präzisere, quantitative Aussagen über die innere Spannungsverteilung möglich sein.

Die Ergebnisse der Dehnungsmessungen an der Prüfkörperseite und an dessen Oberseite lassen den Aufbau einer Dehnungshypothese mit Bezug auf das vorgegebene Raster zu. Die durch Messungen bzw. durch Extrapolation relativ abgesicherten Werte sind in Tabelle 3. 8 dunkel hinterlegt. Weitere Werte können aufgrund der Zugringtheorie begründet werden. Die fehlenden Lücken werden mittels multivariater Regression in einen Zusammenhang mit den bereits gemessenen bzw. begründeten Werten lokaler Dehnungen geschlossen, wenn für diese Werte Plausibilität gegeben ist.

Tabelle 3. 8: Dehnungsraster für die aktivierte Reaktion des Versuchskörpers in der gefährdeten Zone für den untersuchten Schnitt bei c_{min}



Das Verfahren des Aufbaus einer Dehnungshypothese aus Messungen und begründeten Annahmen für die Reaktion des Zugrings wird im Folgenden detailliert dargestellt.

In den nachfolgenden Bildern wird die Lage und Quantität der bekannten wie unbekannt tangentialen Dehnungen im Prüfkörperschnitt sichtbar. Die gesuchten tangential zum Zugring gesuchten Dehnungen sind senkrecht zur Schnittfläche positioniert. Die Dehnungen sollen über die Kreuzungspunkte der Koordinaten im Raster zugeordnet werden.

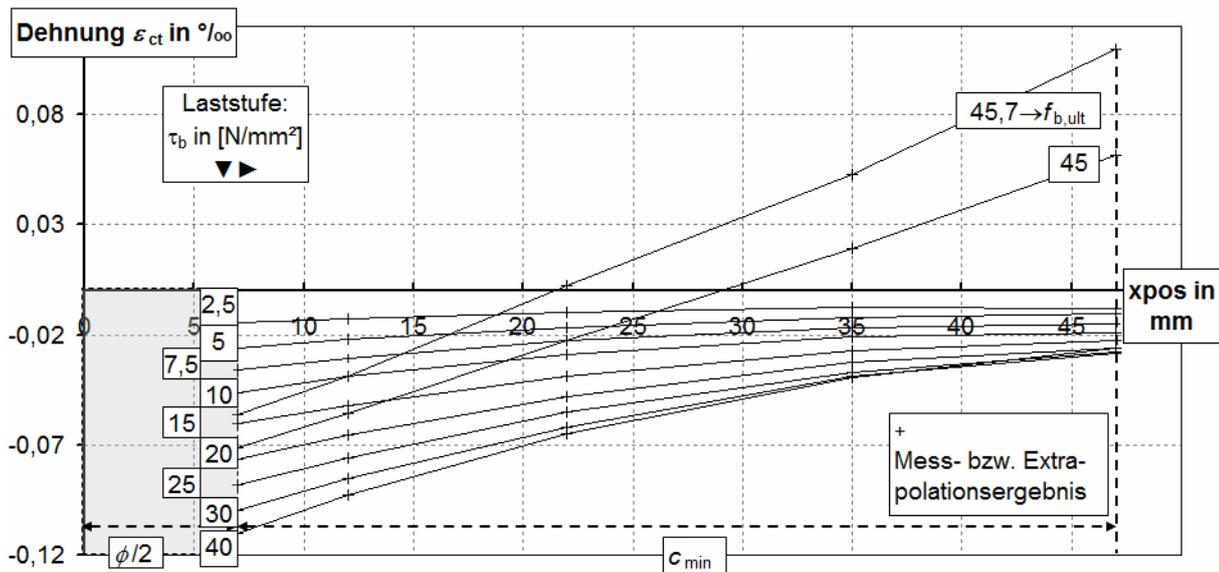


Bild 3. 29: Ergebnis der Dehnungsmessung, Dehnungen der Oberseite in Abhängigkeit von erreichter Laststufe, $\epsilon_{ct} = f(\tau_b)$ (AZK 24012002)

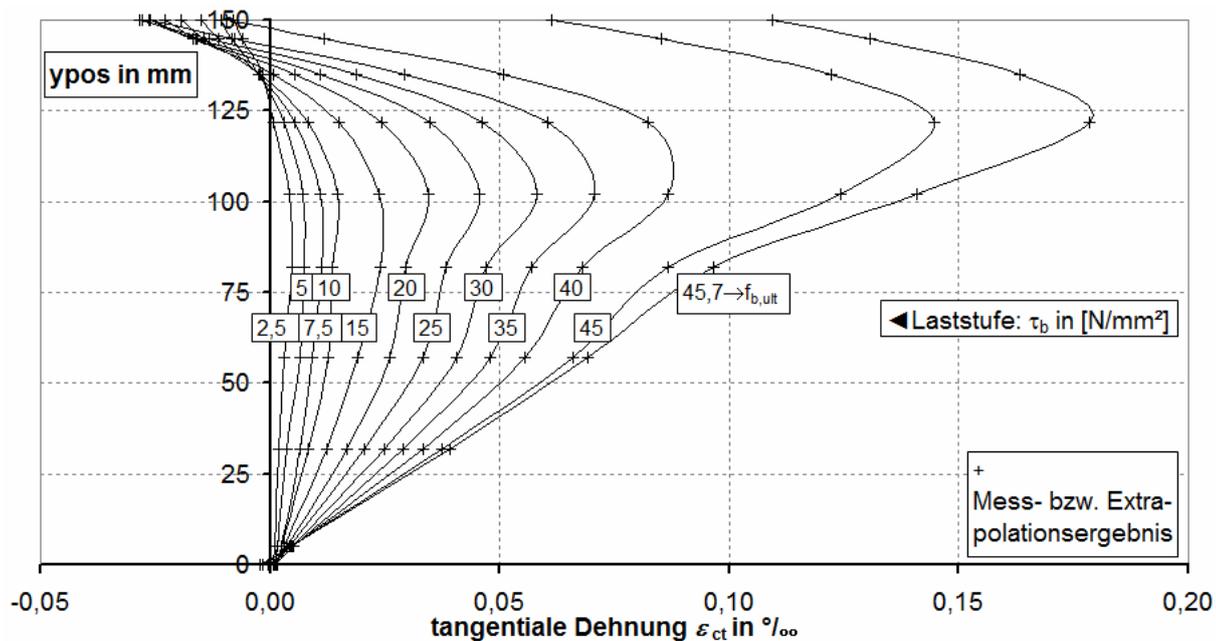


Bild 3. 30: Ergebnis der Dehnungsmessung an der Prüfkörperaußenseite (tangentielle Dehnungen des gedachten Zugringes) für DMS 4 – 11 nach Bild 3. 28 (AZK 24012002)

Die innere Dehnungsverteilung wird über das selbst vorgegebene Verteilungsmuster angegeben. Da die erfassten Dehnungen der Seitenflächen noch nicht ausreichend für die Ermittlung der Dehnungen im Inneren der Betondeckung sind, müssen weitere innere Streifen in Form von Axiomen zugeordnet werden. Nach der Sichtung der Oberflächendehnungen untersucht man zweckmäßig exemplarische Laststufenreaktionen des Ausziehkörpers (Beispiel, siehe Bild 3. 30).

Für Ausziehkörper mit Stahl in der Randlage ist zu vermuten, dass in der oberen direkt durch den Lasteintrag belasteten Zone ein idealer, noch nicht völlig in radialer Richtung durchgerissener Ring existiert. Diese Annahme ist solange gültig, wie die Maximallast bei der

monoton steigenden Belastung noch nicht erreicht wurde. Man kann diese Verbundzone und die obere Nachbarzone auch als „primären Verformungsbereich“ bezeichnen. Für einige Zonen dieses Verformungsbereiches stehen Regeln zur Ermittlung der Spannungsverteilung mit dem Ansatz nach Tepfers [120] zur Verfügung und damit natürlich auch für die Ringdehnungen. Aus dieser Vorgabe sollen sich weitere Schlüsse bei einem vorzuziehenden Mindestmaß an Wahrscheinlichkeit entwickeln lassen.

Da Teile der Dehnungsordinate $z = \varepsilon_{ct}$ der Dehnfläche $\varepsilon_{ct} = f(xpos; ypos)$ regressiv bestimmt werden, ergibt sich so ein bestimmtes Anforderungsprofil für das Bestimmtheitsmaß R^2 . Dabei ist darauf zu achten, dass die Lösungshypothese nur plausible Formen einer möglichen Dehnflächenform beinhaltet. Im Detail werden schrittweise weitere Punkte im Nahbereich der bereits untersuchten Bereiche und Randwerte gesucht, die plausibel zu begründen sind. Stehen diese mittleren Dehnungsbereiche fest, lassen sich nach und nach die fehlenden Punkte durch Regression oder Interpolationen erzeugen. Dabei ist es wichtig, horizontal wie vertikal die Plausibilität und insbesondere die Verträglichkeit der ergänzten Dehnungsannahmen zu prüfen. Die Dehnungsdifferenz $\Delta\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{ct(H)} - \varepsilon_{ct(V)}$ für Punkte aus einer separaten Regressionsanalyse über in horizontalen Schichten entwickelten Ringdehnungen ($\varepsilon_{ct(H)}$) als auch die Annahmen aus einer vertikal ausgerichteten Interpretation der Verformungen ($\varepsilon_{ct(V)}$) oder Interpolation soll wegen $\varepsilon_{ct} \approx \varepsilon_{ct(H)} \approx \varepsilon_{ct(V)}$ nahezu 0 sein. Dabei gilt:

$$\varepsilon_{ct(H)} = f(xpos) \quad \text{und} \quad \varepsilon_{ct(V)} = f(ypos) \quad (3.44)$$

Kontrollbedingung, für die Rasterpunkte $P[xpos; ypos]$ soll gelten:

$$\Delta\varepsilon_{ct} = \varepsilon_{ct(H)} - \varepsilon_{ct(V)} \approx 0, \text{ wobei in einem ersten Schritt } \varepsilon_{ct(H)} \text{ und } \varepsilon_{ct(V)} \text{ getrennt ermittelt werden.}$$

Ein solches Vorgehen ist notwendig, um später bei der multivariaten Regression über die bereits ermittelten Dehnungen zur Ermittlung der Restwerte des unscharf definierbaren, unteren Bereiches ein gut korrelierendes Ergebnis zu erhalten. Eine Punktwolke aus dieser Verträglichkeitsbedingung kann erst akzeptiert werden, wenn sie gleichzeitig eine hohe mechanische Plausibilität aufweist. Erst dann wird das Ergebnis einer multivariaten Regression zur Ermittlung von ε_{ct} sinnvoll, die die vorhandene Abhängigkeit von $xpos$ und $ypos$ für eine vorgegebene Laststufe gemeinsam berücksichtigt. Das Ergebnis ist eine zuverlässige Dehnflächenhypothese $\varepsilon_i = f(r = xpos; ypos)$, bezogen auf die wahrscheinliche Bruchfläche bei c_{min} .

Die Dehnflächen verändern sich natürlich mit den Laststufen. Somit wird aus einer 3D-Fläche eigentlich ein 4-dimensionales Problem, $\varepsilon_i = f(xpos; ypos; \tau_b)$. Die Vereinfachung auf ein 3D-Problem ist möglich, wenn Laststufen diskret ausgewertet werden. Dabei ist die Qualität der vorzuziehenden Randwerte von besonderer Bedeutung. Dazu kann es sinnvoll sein, die vorher beschriebene Dehnflächenhypothese für die Bruchfläche aus mehreren „Dehnflächen“ als sog. „Best fit“-Lösungen zusammenzusetzen. Dabei sollten dann die ermittelten Punkte der Übergangszone auch lokal nicht zu große Abweichungen zu den Nachbarzonen aufweisen, um die Verträglichkeit der Verformungsbeziehungen zwischen den verschiedenen Zonen zu berücksichtigen und die gemessenen Dehnungen abbilden zu können. Anzustreben ist in jedem Fall ein Korrelationskoeffizient $R > 0,75$. Sind die beiden Kriterien,

- a) $R > 0,75$, und
- b) die hypothetischen „Best fit“-Lösung für eine Dehnungsdarstellung der tangentialen Dehnungen an den Zugring in der Bruchfläche darf von den Messwerten entlang der Außenlinie c_{\min} nicht zu stark abweichen,

zur Einschätzung einer hinreichenden Qualität einer Hypothese für das Dehnfeld erfüllt, kann mit der Entwicklung innerer Spannungswerte fortgesetzt werden.

Versucht man die Dehnungssituation in der sich radial entwickelnden Sprengbruchfläche des Ausziehkörpers an der Stelle c_{\min} wirklich mit zwei separat ermittelten, aneinandergrenzenden Dehnungs-Teilflächen je Laststufe abzubilden, ist darauf Rücksicht zu nehmen, dass die beiden Flächen unterschiedlich zuverlässig sind. Dabei zeigt eine den oberen Bereich des Versuchskörpers beschreibende Fläche in der Regel ein besseres Ergebnis, da das enge Raster der Außenmessungen durch DMS 1→6 (7) und eine sehr wahrscheinliche Zugringzone nach Tepfers auch zuverlässigere Schlüsse auf den inneren Bereich zulässt. Die zweite (untere) Fläche wird anhand der Folgerungen aus den DMS-Messungen 7 (8) → 11 (12)* gestaltet und ist etwas unsicherer, da nur noch Daten einer Richtung zur Verfügung stehen.

Im „Nahtbereich“ der Flächen ist eine gewisse Unstetigkeit gegeben. Aber mit dieser Methodik kann man die Besonderheiten einer idealisierten, auf die steigende Belastung antwortenden gerissenen Ringzone heraus stellen. Der untere Bereich der Bruchfläche ermöglicht nach Bild 3. 30 ganz offenbar Lastumlagerungen von extrem beanspruchten Bereichen nach außen, womit größerer Widerstand im verbleibenden elastischen Bereich mobilisiert wird. „Extrem“ meint damit die Zone mit den größten Dehnungen unmittelbar vor den Rippen der Verbundzone. Diese Zone muss sich aus beiden Teilflächenfunktionen der tangentialen Dehnungen senkrecht zur Schnittfläche ergeben, die Verträglichkeit in die Umlagerungsbereiche hinein ist dann sichergestellt. Die Versuchsergebnisse lassen jedoch auch den Schluss zu, dass nicht der gesamte Verbundbereich des Ausziehkörpers wie ein teilweise elastisch gerissener Zugring antworten kann. Die untere Teilfläche scheint mit Bezug auf die Randdehnungen bis zum Versagen elastisch zu verbleiben.

Entscheidend für den Erfolg dieser Operation ist also die Übereinstimmung der nachträglich interpolierten und ergänzten Randwerte mit der Realität. Von großer Bedeutung ist genauso eine gute Vorhersage der Randwerte entlang der Verbundzone und des gestörten Verbundbereichs. Nur mit einem hohen Plausibilitätsanspruch an diese Werte ergibt sich die Chance für gut korrelierende Dehnflächen ε_{ct} . Die Wahrscheinlichkeit des Eintretens der prognostizierten Dehnfläche(n) $f_{1,(2)}(xpos; ypos) = \varepsilon_{ct}$ wird durch $R < 1$ für die Regressionsanalyse zur kontinuierlichen Beschreibung der Randverformungen allerdings noch gesenkt. Alternativ können Interpolationsansätze zur Bestimmung der Randverformungen verwendet werden.

Mit der Vorgabe der Richtung der Spannungsausbreitung von der ungestörten Verbundlänge bis zum Rand des Ausziehkörpers wird eine weitere Unbekannte hypothetisch vorweggenommen. Eine grobe Orientierung ergibt sich aus der Inaugenscheinnahme der Bruchfläche (siehe Bild 3. 14). Die Hypothese selbst kann allerdings erst in der abschließenden Gleichgewichtskontrolle geprüft werden.

* Klammerwerte für Ausziehkörper nach Bild 3. 28 (links)

Aufstellung von inneren Dehnungsbeziehungen in der Betondeckung aus den vorhandenen Messungswerten an der Außenseite

Obwohl auf der Oberfläche 11 bis 12 Dehnmesswerte zur Verfügung stehen, ist, wie oben bereits beschrieben, ein direkter Zugriff auf die Dehnungen im Inneren der Betondeckung bzw. Bruchfläche nicht möglich. Hier gilt es, Punkte zu finden, über die sicher Aussagen getroffen werden können. Eine Annahme ist, dass sich lokale Bereiche in der am stärksten belasteten Zone der Bruchfläche in einer Richtung so verhalten, wie es von Tepfers vorhergesagt in [120] wurde. Diese Annahme ist eine Erweiterung der Denkweise, die schon für die analytische Behandlung der Ringtests angewandt wurde. Es bedeutet, dass die Verformungsbeziehungen in dem ungerissenen Teil nach dem elastisch-gerissenen Modell eintreten. Die nicht derartig stark auf Zug belasteten Bereiche sind jedoch mit dem „Tepfersring“ verformungsverträglich verbunden.

Für den Bereich, für den eine solche Verformung des Zugringsystems anzunehmen ist, gilt: Solange der Riss an der Außenseite nicht ausgetreten ist, lässt sich die Spannungsverteilung in dem nicht gerissenen Ring unter dort vorhandenen elastischen Bedingungen ermitteln.

Die Spannungsverteilung in einem solchen Ring, der bis zu einem Wert r_e auf gerissen ist, kann durch die zwei folgenden Gleichungen beschrieben werden. Dabei ist r_e ein beliebiger Wert, der nur die zur jeweiligen Laststufe τ_b , gehörende maximale Ausprägung von radialen Rissen in der Betondeckung beschreibt. Die maximale Ringspannung ist also (in Erweiterung der Ansätze von Tepfers [120]) an der Stelle r_e im Übergang zwischen gerissen und ungerissen Bereich zu finden:

$$\sigma_{ct,max}(r, r = r_e) = \frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tau_{b,i} \cdot \tan \alpha \cdot \frac{(c + \phi/2)^2 + r_e^2}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2} \quad (3.45)$$

Für eine beliebige Ringspannung im „Tepfersring“ ergibt sich dann:

$$\sigma_{ct}(r, r > r_e^{xpos}) = \frac{r_e^2 \cdot \frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tan \alpha}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2} \cdot \tau_{b,i} \cdot \left[1 + \frac{(c + \phi/2)^2}{r^2} \right] \quad (3.46)$$

Mit den zwei bekannten Größen:

Randspannung:

$$\begin{aligned} \sigma_{ct} [r, r = (c + \phi/2)] &= \frac{r_e^2 \cdot \frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tan \alpha}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2} \cdot \tau_{b,i} \cdot \left[1 + \frac{(c + \phi/2)^2}{(c + \phi/2)^2} \right] \\ &= 2 \cdot \frac{r_e^2 \cdot \frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tan \alpha}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2} \cdot \tau_{b,i} \end{aligned} \quad (3.47)$$

aber auch:

$$\sigma_{ct} [r, r = (c + \phi/2)] = \varepsilon_{ct,DMS} \cdot E_c$$

Mit: $\varepsilon_{ct,DMS}$ an der Bauteiloberfläche, orthogonal zur potentiellen

Bruchfläche gemessene Randdehnung des Bereiches, der als Tepfersring identifiziert wurde, also tangential zum Ring

Maximale Spannung:

$$\sigma_{ct,max}(r, r = r_e) = \frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tau_{b,i} \cdot \tan \alpha \cdot \frac{(c + \phi/2)^2 + r_e^2}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2} = f_{ct}(t) \text{ bzw. } = f_{ct,sp} \quad (3.48)$$

Aus dem Verhältnis der bekannten Größen $f_{ct,sp}$, $\sigma_{ct} \left[r, r = (c + \phi/2) \right]$ sowie den rechten Seiten von (3. 63) und (3. 64) kann man folgende Proportion aufstellen:

$$\frac{\sigma_{ct,max}(r, r = r_e)}{\sigma_{ct} \left[(c + \phi/2) \right]} = \frac{\frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tau_{b,i} \cdot \tan \alpha \cdot \frac{(c + \phi/2)^2 + r_e^2}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2}}{\frac{r_e^2 \cdot \frac{\phi}{2 \cdot r_e} \cdot \tan \alpha}{2 \cdot \frac{(c + \phi/2)^2 - r_e^2}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2}} \cdot \tau_{b,i}} = \frac{f_{ct,sp}}{\sigma_{ct} \left[(c + \phi/2) \right]} \quad (3.49)$$

Das Verhältnis (3. 49) lässt sich dabei wie folgt vereinfachen:

$$\begin{aligned} \frac{(c + \phi/2)^2 + r_e^2}{2 \cdot r_e^2} &= \frac{f_{ct,sp}}{\sigma_{ct} \left[(c + \phi/2) \right]} \\ \frac{(c + \phi/2)^2}{r_e^2} + \frac{r_e^2}{r_e^2} &= 2 \cdot \frac{f_{ct,sp}}{\sigma_{ct} \left[(c + \phi/2) \right]} \\ \frac{(c + \phi/2)^2}{r_e^2} + 1 &= 2 \cdot \frac{f_{ct,sp}}{\sigma_{ct} \left[(c + \phi/2) \right]} \\ \frac{(c + \phi/2)^2}{r_e^2} &= 2 \cdot \frac{f_{ct,sp}}{\sigma_{ct} \left[(c + \phi/2) \right]} - 1 \end{aligned} \quad (3.50)$$

Durch Umformung von (3. 50) lautet das Ergebnis dann wie folgt:

$$r_e = \frac{(c + \phi/2)}{\sqrt{2 \cdot \frac{f_{ct,sp}}{\sigma_{ct} \left[(c + \phi/2) \right]} \Leftrightarrow \varepsilon_{ct,DMS} \cdot E_{cm}} - 1}} \quad (3.51)$$

Mit bekannten r_e lassen sich im Tepfersring, also einem definierten und auf eine bestimmte *ypos*-Zone limitierten Bereich, weitere Dehnungen bestimmen.

Die Dehnungen im gerissenen Bereich können nach der von Reinhardt/ van der Veen [105] gegebenen Vereinfachung

$$\Delta l_{tot}(r, r < r_e) = 2\pi \cdot r_e \cdot \frac{f_{ct,sp}}{E_c} = const \quad (3.52)$$

berechnet werden. Deshalb gilt hier:

$$\varepsilon(r, r \leq r_e) = \frac{r_e \cdot \varepsilon_{cr}}{r} \quad (3.53)$$

Unter der Annahme einer Anzahl von radialen Rissen n ($n \geq 2$) lässt sich diese Dehnung in radiale Rissbreiten für die Weiternutzung in einer Spannungs-Rissöffnungsbeziehung umrechnen. Das Ergebnis $w(r)$ enthält den Summanden $n \cdot w(r)$.

$$\begin{aligned} 2\pi \cdot r \cdot \varepsilon(r) &= 2\pi \cdot r \cdot \varepsilon_{cr} + n \cdot w(r) \\ \Rightarrow w(r) &= \frac{2\pi \cdot r \cdot [\varepsilon(r) - \varepsilon_{cr}]}{n} \end{aligned} \quad (3.54)$$

In der Auswertung des vorliegenden Versuchsprogramms wurde die Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung (2.32) von Van der Veen verwendet, (siehe auch Gleichung (3.59)). Vor und Nachteile dieser Beziehung sind in Kapitel 2.4.2 dargelegt. Für die Ringdehnungen im ungerissenen Teil des Zugrings nach Teffers, kurz „Tepfersring“, steht der nachfolgende Ansatz zur Verfügung, der aus dem Verhältnis von (3.46) und (3.47) hergeleitet wird und wiederum in Bezug zu einer gemessenen Randdehnung gesetzt werden kann.

$$\frac{\sigma_{ct}(r, r > r_e)}{\sigma_{ct}[(c + \phi/2)]} = \frac{\frac{r_e^2 \cdot \frac{\phi}{2} \cdot \tan \alpha}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2} \cdot \tau_{b,i} \left[1 + \frac{(c + \phi/2)^2}{r^2} \right]}{\frac{r_e^2 \cdot \frac{\phi}{2} \cdot \tan \alpha}{(c + \phi/2)^2 - r_e^2} \cdot \tau_{b,i}} \quad (3.55)$$

$$\frac{\sigma_{ct}(r, r > r_e)}{\sigma_{ct}[(c + \phi/2)]} = \frac{\left[1 + \frac{(c + \phi/2)^2}{r^2} \right]}{2} \quad (3.56)$$

Mit: $\sigma_{ct}[(c + \phi/2)] = \frac{\varepsilon_{ct,DMS}}{E_c}$ und $\varepsilon_{ct}^{el}(r, r > r_e)$ wird aus

$$\sigma_{ct}(r, r > r_e) = \frac{\left[1 + \frac{(c + \phi/2)^2}{r^2} \right]}{2} \cdot \sigma_{ct}[(c + \phi/2)] \quad (3.57)$$

$$\begin{aligned} \varepsilon_c^{el}(r, r > r_e) &= \left(\frac{\sigma_{ct}(r, r > r_e)}{E_c} \right) \\ &= \frac{\left[1 + \frac{(c + \phi/2)^2}{r^2} \right]}{2} \cdot \frac{\sigma_{ct}[(c + \phi/2)]}{E_c} \end{aligned} \quad (3.58)$$

Für den gerissenen Bereich besteht die Möglichkeit, unter direkter Nutzung des Reinhardt/van der Veen-Ansatzes unter Umgehung von $\varepsilon(r, r < r_e)$ nach (3. 53) die noch übertragbare Ringzugspannung direkt anzugeben.

$$\sigma_{ct}(w) = f_{ct} \left[1 - \left(\frac{w}{w_c} \right)^k \right], \quad \sigma_{ct}(r, r < r_e) \quad (3. 59)$$

Mit: $w = w(r) = 2\pi \cdot \varepsilon_{cr} \cdot (r_e - r) / n$
 n Anzahl der radialen Risse, die von der Verbundzone ausgehen

Das Ausweichen auf die Verwendung von Gleichung (3. 59) ist dann sinnvoll, wenn gewisse Zweifel an der Dehnungshypothese $\varepsilon(r)$ eine direkte Anwendung von Gleichung (3.54) zur Beschreibung der Risse für den gerissenen Bereich nicht zulassen. Vergleiche für die Ergebnisse beider Ansätze (siehe Anhang 3) zeigen, dass sich die Ergebnisse kaum unterscheiden. Selbst Widersprüche, die ja entstehen, wenn ein hypothetischer Wert für $\varepsilon = f(xpos; ypos)$ anders als durch (3. 53) ermittelt wurde, stören die hohe Zielgenauigkeit des Ergebnisses kaum. Die Abweichungen sind deshalb so gering, da der Ansatz für σ_{ct} nach Gleichung (2. 32), Reinhardt/van der Veen ein sehr robuster Ansatz ist, der die übertragbare Spannung gerade in dem zu erwartenden Rissbreitenbereich $w(r) \ll w_c$ kaum überschätzt.

Bei Untersuchungen von Laststufen nahe der Versagenslast ist das Durchreißen von einzelnen Ringzonen bis zur Betondeckung bereits möglich, ohne dass im Versuch bereits die Maximallast erreicht wurde. In diesem Fall wird der Rechenwert für die radiale Ausdehnung des Risses

$$r_e (3. 51) > (c_{min} + \phi/2). \quad (3. 60)$$

Dieser Berechnungswert r_e wäre dann analytisch wertlos. Für diesen Fall $\varepsilon(r) > \varepsilon_{cr}$ kann man sich jedoch mithilfe von (3. 54) eine Vorstellung von der Rissgröße an der Stelle r erarbeiten. Sinnvollerweise beginnt man dazu mit der „verschmierten“ Dehnung $\varepsilon(r, r = c_{min} + \phi/2) > \varepsilon_{cr}$, die als gemessener Randwerte zur Verfügung steht. In der Regel stehen für die Verbundzone bei $xpos = 7 \dots 12$ mm ebenfalls recht zuverlässige Werte für $\varepsilon(xpos)$ zur Verfügung. Wenn aus diesen Dehnwerten $w(r, r=xpos=7)$ nach (3. 54) abgeleitet wird, besteht dann entweder die Möglichkeit über ein Regressions- oder Interpolationsverfahren zu weiteren Dehnwerten und nachfolgend Rissbreiten für $\varepsilon(xpos)$ zwischen diesen Randwerten zu kommen. Man kann aber auch die Rissentwicklung zwischen der größeren Rissbreite $w(r, r=xpos=7)$ und der kleinsten $w(c_{min}+\phi/2)$ linear approximieren $\sigma_{ct}(r)$ als $f(w)$ direkt mithilfe von (2. 32) oder anderen Zugspannungs-Rissöffnungsbeziehungen feststellen. Zu beachten ist, dass unter Umständen die Anzahl radialer Risse n in der Nähe des Versagenszustandes zunimmt.

Durch das Vorgehen über die Annahme eines „Tepfersringes“ werden für einen begrenzten Höhenbereich (hier $ypos = 82 \dots 102$ mm, siehe Tabelle 3. 8) empirisch recht gut abgesicherte Ringdehnungen der späteren Dehnfläche ε_{ct} über die gesamte radiale Ausdehnung der Betondeckung vorgegeben. Für den Restbereich oberhalb und unterhalb des „Tepfersbereiches“ ist die Annahme Verformungsentwicklungen nach (3. 53) und (3. 58)

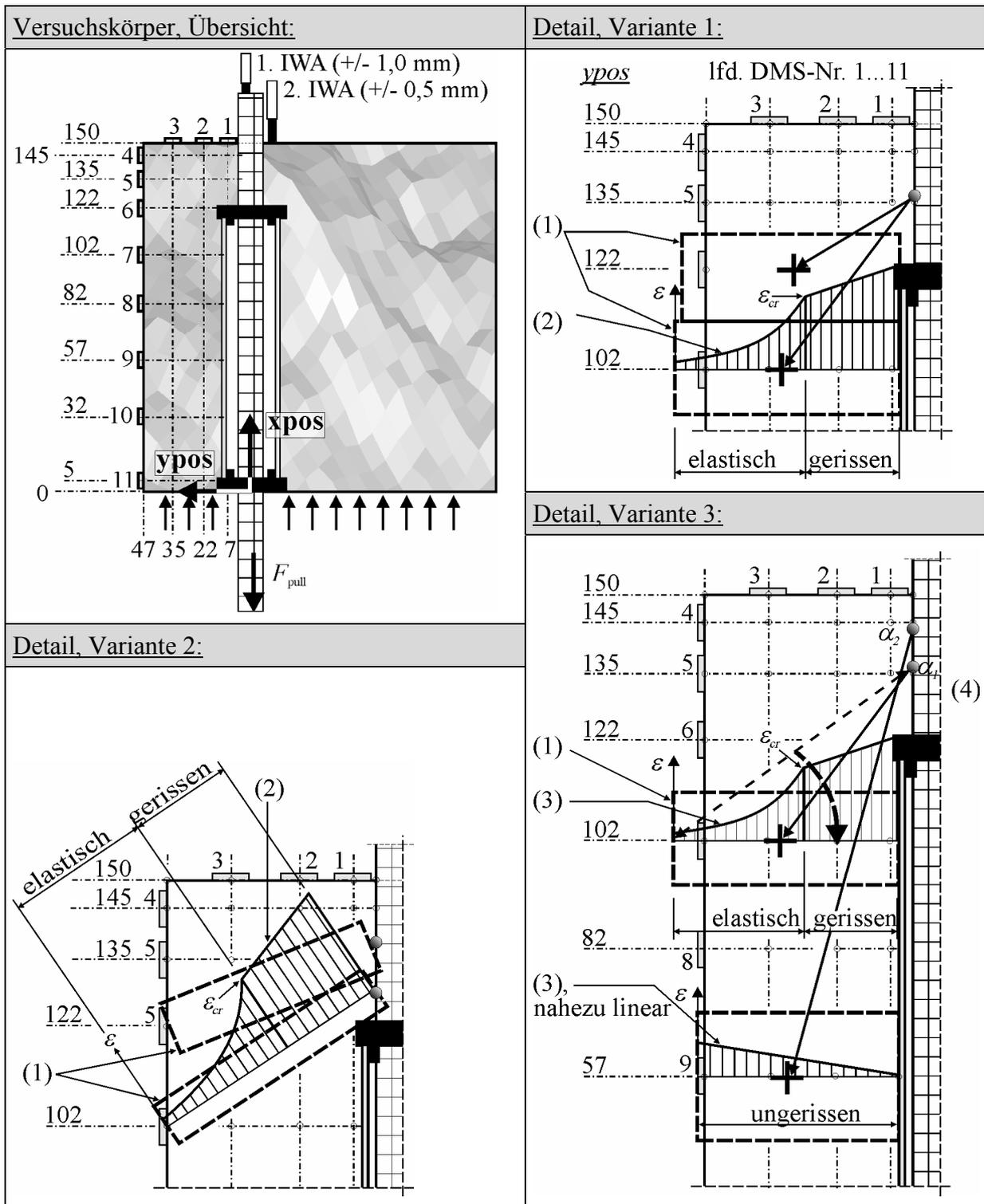
nicht gerechtfertigt. Hier wird muss eine andere Lösungsmethodik, wie bereits weiter oben beschrieben, angewandt werden.

Mit den abgesicherten Dehnungsannahmen wird daher versucht unter Nutzung anderer Randbedingungen für die verbleibenden Punkte eine Hypothese der Dehnungsentwicklung zu finden. Dabei ist die obere Fläche von 3 bekannten Seiten eingerahmt und recht zutreffend in einer multivariaten Regression bestimmbar, so dass die Verträglichkeit in alle Raumrichtungen gegeben ist. Für die untere, nur von zwei Seiten begrenzte Fläche werden einzelne Regressionsversuche in senkrechter Richtung unter Einbeziehung der bereits vorhandenen Annahmen über die obere Fläche unternommen, um sich eine Hypothese über die zu erwartenden Dehnungen zwischen „Tepfersring“ und Auflagerplatte oder über zusätzliche Randbedingungen an der Auflagerplatte zu erarbeiten. Dabei können qualitative Analysen mit FEM helfen. Diese schon sehr hypothetischen Punkte werden dann hinsichtlich Plausibilität in radialer Richtung geprüft. Die noch fehlenden Dehnungen ε_{ct} werden auf dem Interpolations- oder Regressionsweg (siehe auch Bild 3. 44) ermittelt – unter Einhaltung der Verformungsverträglichkeit.

Zur Kontrolle sollten Diagramme wie Bild 3. 32 zeigen, ob der Lösungsansatz sinnvoll gewählt ist.

Für die Aufstellung einer Dehnflächenbereiches ist also die Lokalisierung des Tepfersbereiches von entscheidender Bedeutung, um eine gute Qualität der Hypothese für die Nachrechnung zu erhalten.

Drei theoretische Varianten für die Vorbestimmung der Spannungsrichtung des „Tepfersringes“ sind denkbar. Dabei ist zu beachten, dass sich seine Lage im Positionsraster der Bruchfläche mit der Belastung ganz offenbar verändert, für jede Laststufe also neu zu definieren ist.



- Erläuterungen:
- (1): angenommener gerissener Zugring nach Teffers;
 - (2): aus der angenommenen Gültigkeit von (1) mit der Erweiterung nach Reinhardt/Van der Veen abgeleitete Dehnungsverteilung;
 - (3): mangels Daten vorausgesetzte Dehnungsverteilung;
 - (4): Übergang zu Variante 2;
 - ⊕ Schwerpunkt der tangentialen Ringzugkraft

Bild 3. 31: Varianten möglicher Positionierung der sog. „Tepfersbereiche“ für den Aufbau einer Dehnungshypothese in der möglichen Bruchfläche

Varianten 1, 2, 3 der Anordnung der Bereiche sehr wahrscheinlicher Dehnungsverteilung

1. Die gesamte Zone der senkrechten Schnittfläche bei c_{\min} durch die Betondeckung setzt sich aus horizontalen Schichten zusammen, deren mittlere Höhenniveaus y_{pos} durch die Messstellen vorgegeben sind. Es wird angenommen, dass diejenige Schicht mit der Dehnungsspitze in einer Laststufe sich am ehesten nach dem Ringmodell von Tepfers verhält. Das sind in der Regel die Bereiche am DMS 5 und 6 beim vorliegenden Versuchskörper. Ausgehend von dieser Annahme lässt sich der Innenradius $r_i = f[\varepsilon_{ct(v)}(y_{pos})]$ des ungerissenen Bereiches feststellen, für den gilt, dass die zugehörige Dehnung die Rissdehnung ε_{cr} nach (2. 23) erreicht. Diese Idee kann in der Regel auf die darüber liegenden, nur wenig anders verhaltenden Streifen der verbundnahen Zone übertragen werden. Die Randwerte der darunter liegenden Schichten können als Abhängige von der mit dem gerissenen Modell nach Tepfers beschriebenen Schicht („Tepfersring“) horizontal und durch Orientierung an den vertikalen Randwerten in horizontaler $-x_{pos}$ - Richtung nahezu linear interpoliert vorgeschlagen werden, siehe auch Variante 3. Dafür ist anzunehmen, dass die tangential bezogenen Ringdehnungen der untersten Schicht $\varepsilon_{ct} \approx 0$ sind oder sogar geringfügig negativ sein können. Das exakte Ergebnis der Dehnungen für $y_{pos} = 0$ hängt von der Beurteilung der plastischen Trennschicht zwischen Ausziehkörper und Auflagerplatte ab. Auf der Basis dieser erzeugten Randwertvorgaben ist eine Fläche der tangentialen Dehnungen $\varepsilon_{ct} = f(x_{pos}; y_{pos})$ in einer multivariaten Regression (eine Unbekannte, zwei Variablen) produzierbar. Es gibt eine geschlossene Antwort, der Korrelationskoeffizient wird aber unter Umständen unter dem erforderlichen Maß liegen. Er kann jedoch erhöht werden, wenn der obere und der untere Bereich unter jeweiliger Einbeziehung des Tepfersringes als spätere Nahtstelle als separate Flächen ermittelt werden:

$$f(x_{pos}; y_{pos}) = f_1(x_{pos}; y_{pos}) \cup f_2(x_{pos}; y_{pos}) \quad (3. 61)$$

Aufgrund der im oberen und unteren Bereich der Schnittfläche von Tepfers Vorhersagen abweichenden Entwicklung kann ein Vorgehen des Zusammensetzens zweier Dehnflächen gerechtfertigt werden. Dabei werden die Analysen in den Nachbarbereichen der zwei „Tepfersringe“ schematisch nach den Grundlagen des Ringmodells erarbeitet. Die Annahme des am stärksten belasteten horizontalen Tepfersrings auf Höhe der gestörten Verbundzone bei $y_{pos} = 82 \dots 102$ mm hat jedoch Schwächen, da das Dehnungsmaximum unterhalb der ungestörten Verbundzone nicht unproblematisch hinsichtlich plausibler Erklärungsmodelle ist. Ist der Verbund jedoch relativ hoch belastet (Laststufe $\tau_b > 0,75 \cdot f_{b,ult}$), wird das Dehnungsmaximum bei $y_{pos} > 102$ erwartet. Hier liefert das beschriebene Vorgehen sehr plausible Werte.

Sollten sich weitere plausible Werte für die Verteilung tangential bezogener Ringdehnungen ergeben, kann als Erklärung für tiefer liegende, lokale Maxima von $\varepsilon_{ct(v)}$ bei $y_{pos} = 82 \dots 102$ mm zumindest die Sprödigkeit des Materials dienen. Diese fördert den beginnenden, unkontrollierten Risslängenzuwachs in die unteren Bereichen des Ausziehkörpers hinein angeführt werden.

2. Um vorstehendes Erklärungsproblem der vertikalen Positionierung der horizontal ausgeprägten Tepfersringe anders zu lösen, ist Variante 2 entwickelt worden. Die Annäherung an eine Dehnfläche erfolgt ähnlich wie in Variante 1. Der ausgeprägte, angerissene Tepfersring entsteht hier auf der Verbindungslinie von der am stärksten belasteten Rippe zu der maximal gedehnten Zone an der Oberfläche der Betondeckung. Der Druck wird direkt mit der angenommenen Verteilung nach Tepfers aufgebaut, der Außenradius ist jedoch nicht $r_a = c_{\min} + \phi/2$, sondern die Länge

der beschriebenen schrägen Verbindungslinie. Der Ring ist also geneigt. Die Dehnungsverteilung der Schnittfläche des angenommenen, idealen Zugrings basiert ebenfalls auf den von Tefpers geschaffenen Grundlagen [120]. Der innere gerissene Bereich mit rechnerischen Betondehnungen $\varepsilon_t > \varepsilon_{cr}$ wird mit einer linearen Rissbreitenentwicklung zwischen Stahloberfläche und diskretem Anrisspunkt sowie Materialgesetzen eines entfestigten Materials nachgebildet und erklärt. Randwerte und weitere Punkte werden unter Beachtung der sowohl horizontal als auch vertikal zu erfüllenden Verträglichkeitsbedingung aus 2D-Regressionen mit jeweils einer Variablen zusammengesetzt.

$$\Delta\varepsilon_{ct}(xpos ; ypos) = \varepsilon_{ct(H)} - \varepsilon_{ct(V)} \approx 0, \quad (3. 62)$$

Mit: $\varepsilon_{ct(H)}$ Dehnung im $P(xpos ; ypos)$ aus einer Interpolation oder Regression in vertikaler Richtung über Punkte gleicher horizontaler Positionierung, $xpos = \text{const.}$, ermittelt

$\varepsilon_{ct(V)}$ Dehnung im $P(xpos ; ypos)$ aus einer Interpolation oder Regression in horizontaler Richtung über Punkte gleicher vertikaler Positionierung, $ypos = \text{const.}$, ermittelt
(Bild 3. 32)

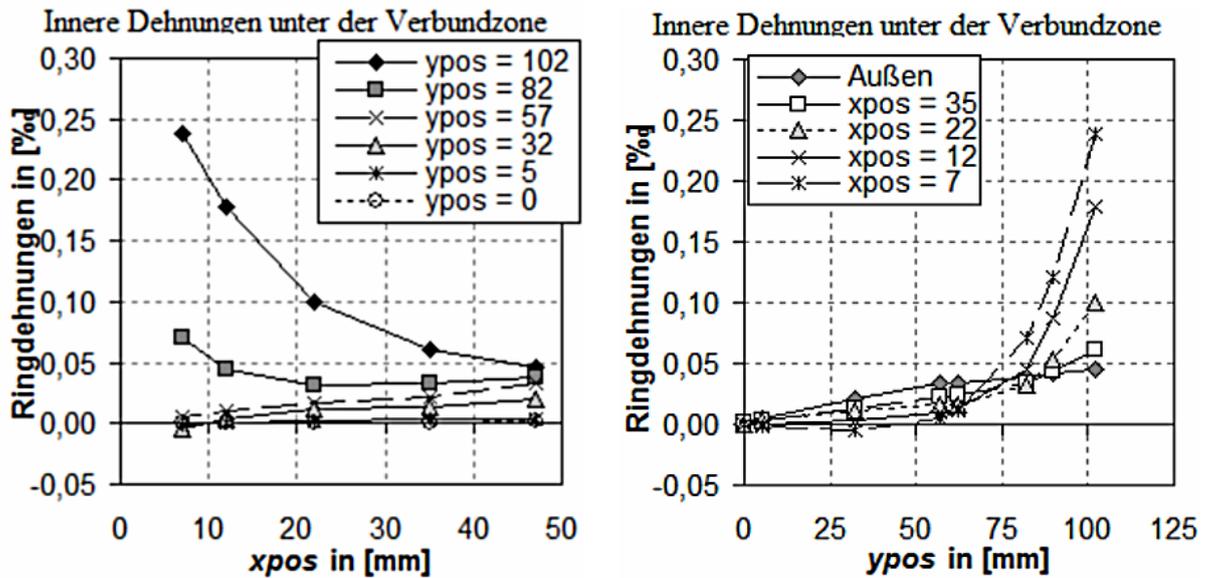
Das Bildungsgesetz lautet dafür:

$$\varepsilon_{ct,H \cap V} = f(xpos \cap ypos) \quad (3. 63)$$

Die nachfolgend erzeugte Dehnfläche für die Schnittfläche bei c_{\min} kann aus zwei Teilflächen gebildet werden, für die eine Schnittgerade durch den stärksten angenommenen Druckkegel (siehe auch Bild 2. 4 und Bild 3. 14) in dem Bereich der größten Verformungen die Verbindungslinie bildet. Das Konzept erscheint realitätsnäher, ist aber für den Bereich des Druckkegels der Stützstreben vor den oberen Rippen durch die Überlagerung mit dem Hauptdruckkegel nicht widerspruchsfrei. Eine Anpassung muss erfolgen. Die Dehnfläche 1 des oberen Kegels entsteht nach diesem Verfahren in hoher Qualität, die untere Dehnfläche ist aber über große Bereiche nicht auf bekannte oder durch Nebenbedingungen sicher definierbare Punkte gestützt. Sie kann daher zwar einen guten Korrelationskoeffizienten annehmen, ist aber von minderer Glaubwürdigkeit bzw. höherer Unschärfe als eine Lösung nach Variante 1.

3. Die Variante 3 entsteht aus einer vereinfachten Lösung mit Variante 1 im oberen Bereich und der Annahme einer zweiten vorgegeben Schicht im unteren Bereich des Prüfkörpers bei $ypos = 50 \dots 60$ mm. Aus linear elastisch geführten Analysen heraus erscheint ein leichter Druckring im unteren Bereich der gestörten Verbundzone wahrscheinlich, der auch durch Messwerte an der Tangente zu $r = c_{\min} + \phi/2$ bestätigt ist, siehe Bild 3. 31. Betrachtet man die Dehnungen der einzelnen horizontalen Schichten, muss zwischen dem Tefpersring nach Variante 1 oder 2 und dem Auflagerplattenbereich ein Abschnitt mit annähernd linearer Dehnungsverteilung existieren. Dieser wird sich einstellen, um die stetige Dehnungsentwicklung verträglich mit den benachbarten, besser bekannten Punkten in der Schnittfläche zu ermöglichen. Innerhalb eines guten Vertrauensbereichs ist die Höhenposition dieser Schicht weitgehend identisch mit der Position des Anstiegswechsels in der gestörten Zone. Mit Hilfe dieser Punkte und den bekannten Randwerten ε_{ct} können eine obere und untere Regressionsfläche zur Beschreibung des funktionalen Zusammenhangs zwischen der Position und der tangentialen Dehnung gut gesichert werden.

Das Ergebnis von Variante 3 kann noch durch Drehung des oberen Tefpersrings in die Diagonale (Variante 2) verbessert werden.



a) $\varepsilon_{ct(H)} = f(xpos), ypos = \text{const.}$

b) $\varepsilon_{ct(V)} = f(ypos), xpos = \text{const.}$

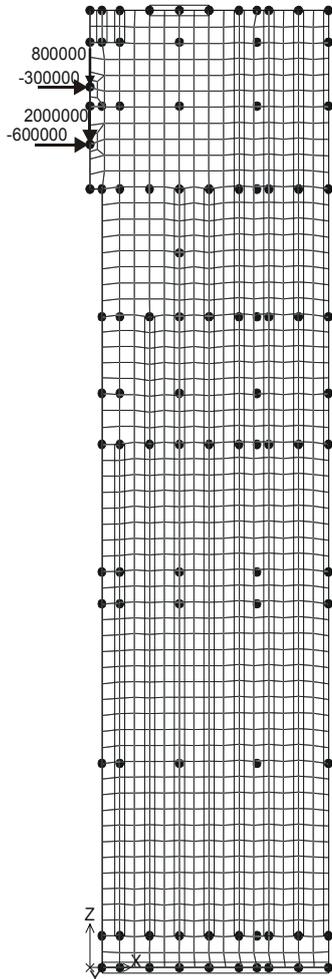
Bild 3. 32 a),b): Entwurf einer inneren Dehnungsentwicklung aus Verträglichkeitsbedingungen (siehe u.a. (3. 62)) und den in Bild 3. 31 dargestellten Messwerten für $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$

Der Datenhintergrund und die analytische Weiterbearbeitung der Daten für die Diagramme von Bild 3. 32 ist in Anhang 3 ab Tabelle A-3. 11 ausführlich dargestellt.

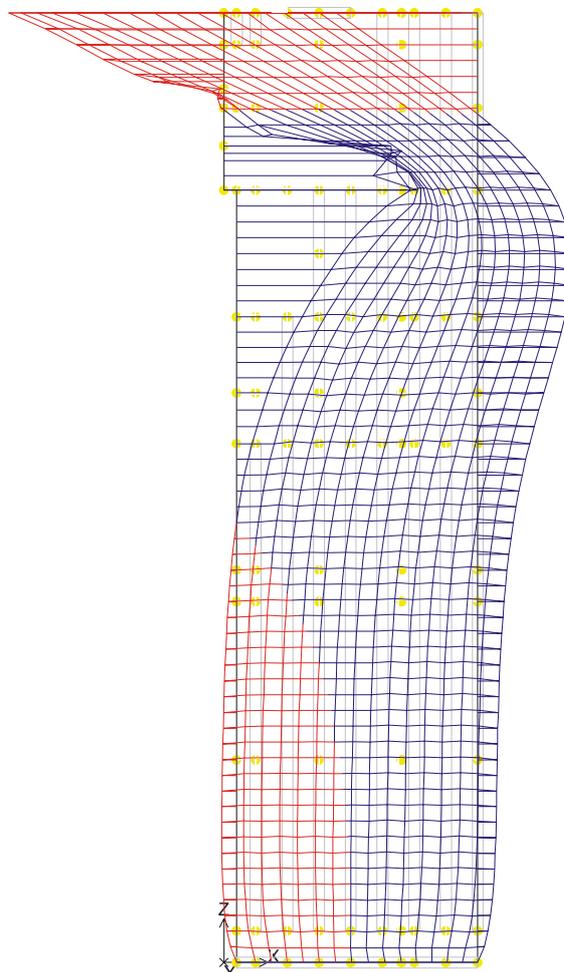
Hilfestellung bei der Suche nach vernünftigen Annahmen für eine innere Dehnungs- und Spannungsverteilung, wie sie beispielsweise für Variante 3 benötigt werden, lassen sich unter Nutzung der Ergebnisse von Martin [88] und mit Hilfe von FE-Programmen, die zur Modellierung von Scheiben geeignet sind.

Dafür schneide man sich eine gedachte Scheibe (oder Tortenstück) aus der Betondeckung, durchgehend über die gesamte Versuchskörperhöhe. Diese Scheibe hat die theoretische Breite du_m (bzw. $d\phi$). Die hydrostatische Wirkung von Beton in der Betondeckung lässt sich dabei nicht direkt in einem FE-Scheibenprogramm und damit belastungsvariabel abbilden. Man kann aber indirekt durch die Einführung von Auflagern für die $xpos$ -Richtung in der Betondeckung diesen Effekt simulieren (siehe Bild 3. 33 rechts). Damit kann das hydrostatische Verhalten des Betons zumindest in diskreten Abständen zur Stabachse abgebildet werden. Ein anderer Effekt bedingt, dass bestimmte Bereiche infolge Rissbildung nur sehr reduziert radiale Widerstandsanteile liefern. In diesen Bereichen sollte auf die Einführung behelfsmäßiger (hydrostatischer) Auflager verzichtet oder die Auflagersteifigkeit deutlich reduziert werden, um risskohäsives Verhalten abzubilden. Letzteres entspricht dem Vorgehen mit den Vorstellungen eines entfestigten Materials im Rissbereich, für qualitative Untersuchungen genügt jedoch das Auslassen dieser Bereiche.

System mit Simulation
des hydrostatischen
Zugrings durch Auflager
in x_{pos} -Richtung



Verformung der Betondeckung unter
Verbundbelastung



Auflager übernehmen
im 2D-System die
Funktion des Zug-
rings

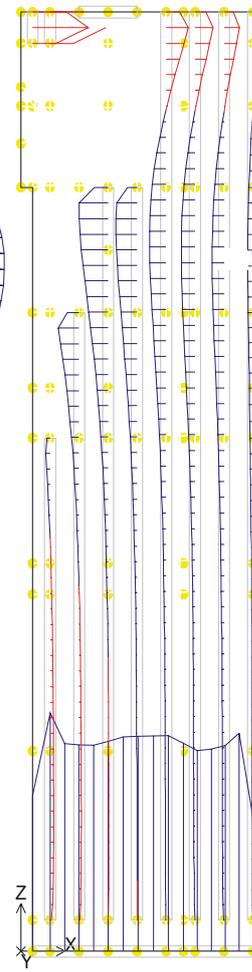


Bild 3. 33: Feststellung qualitativer Verformungsentwicklungen (mitte, rechts) bei radialer Belastung infolge Last aus dem Verbundbereich (links), eingetragen über zwei Rippen; ermittelt mit der Software D.I.E. – Statik, Modul „XSCHEIBE“

Ist ein System von Punkten $[x_{pos}; y_{pos}; \varepsilon_{ct}]$ aus der Einhaltung von Verträglichkeitsbeziehungen aufgestellt worden, lässt sich im Ergebnis die wahrscheinliche Zugringdehnung in der Schnittebene als Dehnflächenhypothese ε_{ct} begründen und als 3D-Plot darstellen (Bild 3. 34). Die Punkte für eine Interpolation oder eine multivariate Regression folgen dabei zweckmäßig dem Punktraster, das in Tabelle 3. 8 vorgeschlagen ist.

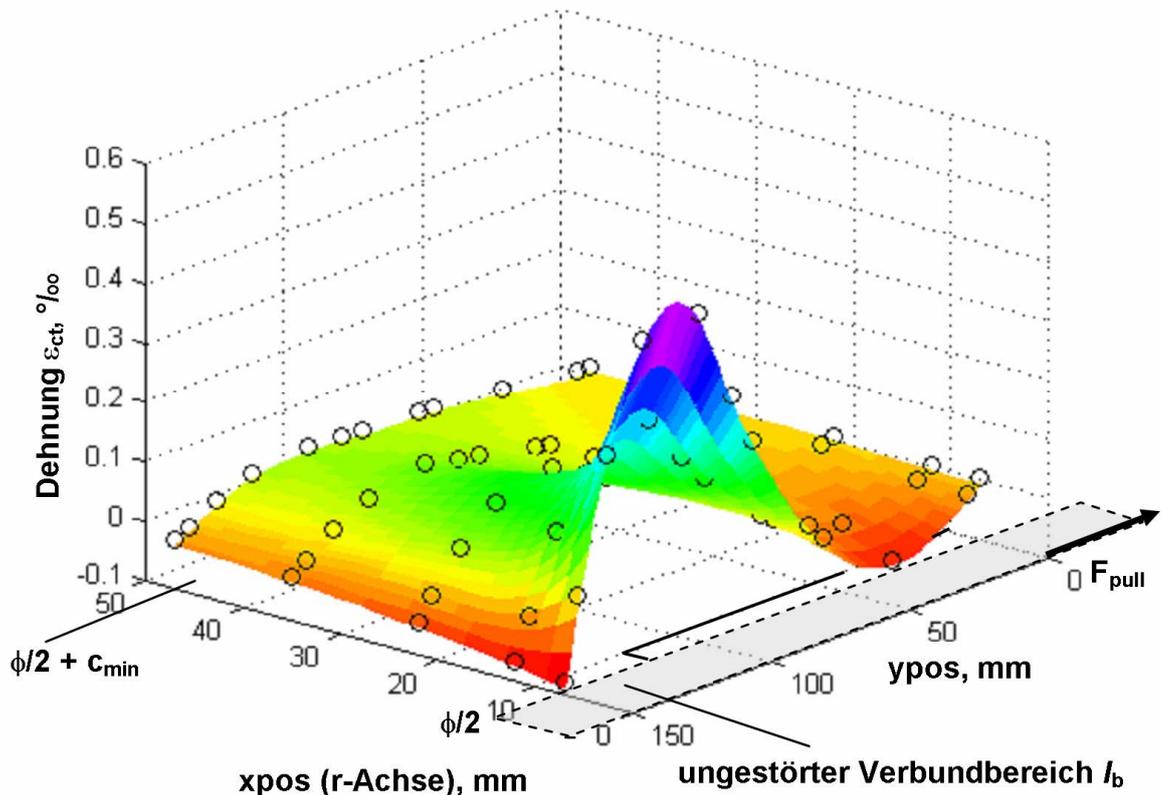


Bild 3. 34: Exemplarischer Dehnflächenentwurf für eine Fläche ε_{ct} des AZK 2401 (Laststufe $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$) aufgrund einer aus Verträglichkeitsbedingungen erstellten Punktwolke $P[xpos; ypos; zpos = \varepsilon_{ct}]$

In Bild 3. 34 ist die spätere Bruchfläche an der Stelle c_{min} für die Darstellung gedreht. Wie zu erkennen ist, ergeben sich für einige Bereiche auch negative Dehnungen. Dies ist durch Messungen bestätigt (siehe Bild 3. 29 und Bild 3. 30 für $\tau_b = 25 \text{ N/mm}^2$). Weitere, ausführliche Analysen finden sich in Anhang 3, Tabelle A-3. 11ff. dieser Arbeit.

Analytischen Verwendbarkeit der gefundenen Dehnflächen, weitere Kontrollmöglichkeiten

Anhand der so aufgestellten Hypothese der inneren Entwicklung der Ringdehnungen in der Verbundzone lassen sich für kleine Einflusszonen diskrete, tangential bezogene Zugspannungen und radiale Druckspannungen ableiten. Es wird gezeigt, dass auch die Betondeckung um den gestörten Verbund herum durch die Verbundzone über Verträglichkeitsbeziehungen aktiviert wird. Dabei ergibt sich eine Abhängigkeit der Dehnungsverteilung von der Laststufe, denn das oben erläuterte Herangehen ist für verschiedene Laststufen zu wiederholen, bis genügend Daten für eine komplexere Beschreibung des multivariaten Systems $\varepsilon_{ct} = f(xpos; ypos; \tau_b)$ vorhanden sind.

Die radial gerissene Zone kann in der Schnittfläche eingegrenzt werden, und die in diesem Bereich der Materialentfestigung noch übertragbaren Zugspannungsanteile lassen sich aus sinnvoll gewählten Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehungen ((2. 32) - (2. 40)) herleiten. Die Rissbreite im gerissenen Bereich entwickelt sich linear unter Annahme einzelner diskreter radialer Risse bei voller Elastizität des Materials in den Zwischenbereichen bis zum Erreichen der Zugfestigkeit $f_{ct,(sp)}$. Damit ist $w = f(r_i)$ bzw. $w = f(\varepsilon_{ct})$ gegeben. Bis zu einer Rissbreite von

$w = w_c$ werden Zugspannungen über die Rissöffnung übertragen, die widerstandsseitig ebenfalls angesetzt werden können.

Somit kann man für die gesamte Betondeckung eine Aussage über den aktivierten Widerstand gegen die zum Ausziehen des Betonstabes notwendige Verformung vor den Rippen treffen. Die Mitwirkung der unterhalb des Verbundbereiches liegenden Abschnitte der Betondeckung ist über die Verträglichkeit erklärbar. Eine globale Aussage lässt sich entwickeln, indem jedem diskreten Punkt der Schnittebene $[xpos; ypos]$ mit einer Dehnung ε_{ct} ein lokaler Spannungswert zugeordnet wird. Für alle Werte $\varepsilon_{ct} < \varepsilon_{cr}(t)$ ergibt sich entsprechend dem elastischen Materialverhalten in diesem Bereich:

$$\sigma_{ct} = \frac{\varepsilon_{ct}}{E_{cm}(t)}, \quad (3.64)$$

wobei mit der Abhängigkeit von t auch zeitabhängige Verformungen beschrieben werden können. In den anderen Bereichen gilt:

$$\sigma_{ct} = f(w, w < w_c). \quad (3.65)$$

Mit Hilfe des Spannungsfeldes entsteht für den Bereich der potentiellen Bruchfläche bei c_{min} eine Beschreibung für eine tangential an den Ring zusetzende Reaktion gegen das Aufdrücken des Ringes, siehe (3.66). Diese Reaktion erzeugt einen hydrostatischen Kraftvektor gegen die radiale, expansive Kraftwirkung, die die Ausziehlast im Beton vor den Rippen erzeugt. Die Reaktion kann in diskreten Kräften $F_{t,sum}$ aus dem Spannungsfeld $\sigma_{ct} = f(xpos; ypos; \tau_b)$ zusammengefasst werden:

$$F_{t,sum} = \iint \sigma_{ct}(xpos; ypos) dxpos dypos \quad (3.66)$$

Ein typisches Spannungsfeld im Bereich von Gebrauchslasten ($\tau_b < 0,6 \cdot f_{b,ult}$) kann sich in einer potentiellen Bruchfläche wie in Bild 3.35 ausbilden. Das Spannungsfeld ist aus Dehnflächen ε_{ct} nach Tabelle A-3.11 hergeleitet. (siehe auch Anhang 3).

Mit dieser diskreten Zugringkraft lässt sich ein Widerstandsmodell für den Verbundwiderstand begründen, dass den Winkel α als geometrisches Element enthält.

$$\text{Allgemein ist: } \tau_b = \frac{2 \cdot F_{t,sum}}{\tan \alpha \cdot \phi \cdot h_c}, \text{ ähnlich (2.67)} \quad (3.67)$$

Der zwischengeschaltete Prozess der Diskretisierung in kleinen Teilflächen ist beispielhaft im Anhang in Bild A-3.4 dargestellt.

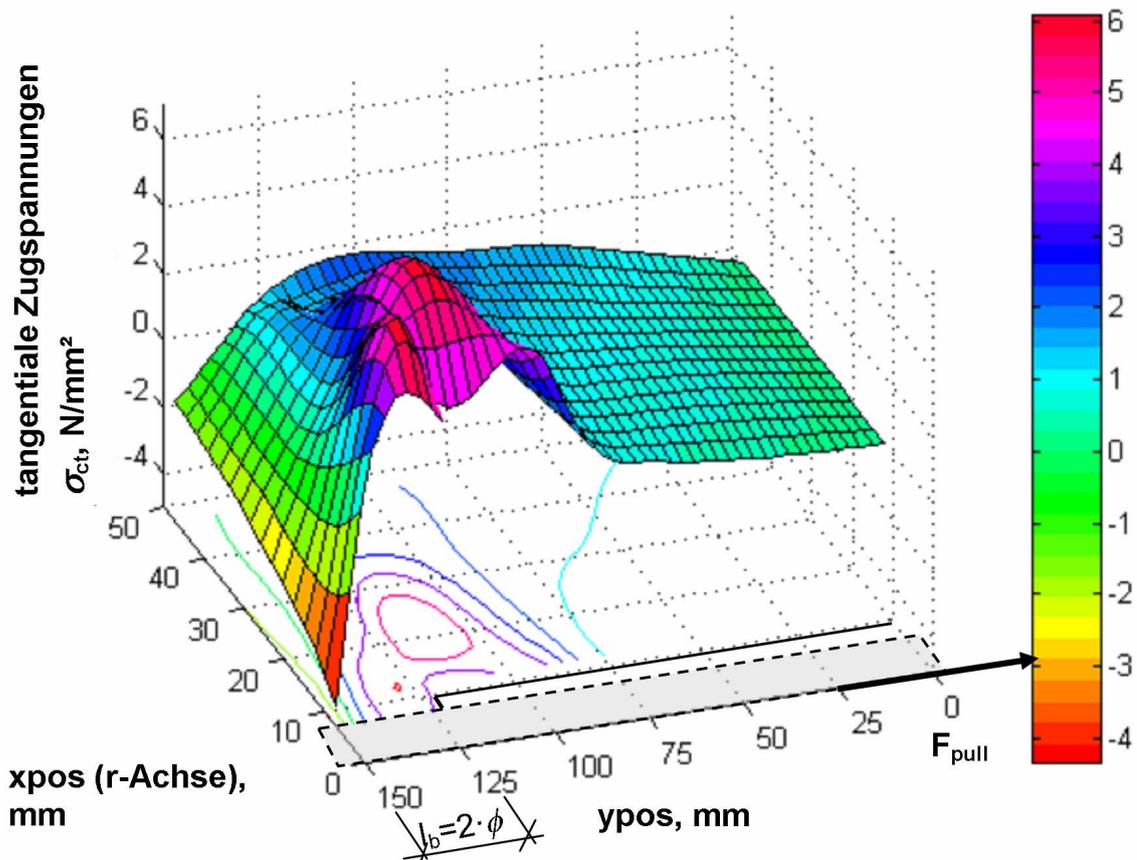


Bild 3. 35: Spannungsfeld für Ringzugspannungen in der potentiellen Bruchfläche

Für einen nur wenig verformten und aufgerissenen Versuchskörper liefert der Ansatz (3. 67) noch zutreffende Ergebnisse. Der entscheidende Schritt ist, dass dem Winkel α mit der vorliegenden Modellvorstellung (siehe Bild 3. 35) gegenüber dem Spannungsverhältnis (3. 42) beim Ringtest ein plausibles, geometrisches Gesicht gegeben wird. Die Modellfindung für das Zusammenwirken zwischen Zugring und Betonstahl – auch geometrisch – ist auch der Schlüssel zu Erkenntnissen und der Modellierung langer Verbundlängen aus einem System hintereinander geschalteter Betonzugringe (siehe Anhang 3 + 4). Der geometrisch berechnete Winkel für Bild 3. 36 wurde mit $28,2^\circ$ gefunden und stellt sich damit ähnlich ein wie von Rostasy/ Scheuermann in [100] vermutet.

Wie in Anhang 3 näher demonstriert, kann jedoch mit nur einer globalen Druckstrebe für diese ungleichmäßig belastete Versagensebene nur für geringere Belastung der in Versuchen gemessene Verbundwiderstand schlüssig in einer Rückrechnung erklärt werden. Bereits für das in Bild 3. 36 beispielhaft dargestellte Lastniveau gelingt das nur noch unvollständig (siehe Widersprüche in Tabelle A-3. 14). Bild 3. 43 zeigt die Abhängigkeiten zwischen Belastung, Modellwahl und Winkel für einen speziellen Ausziehkörper.

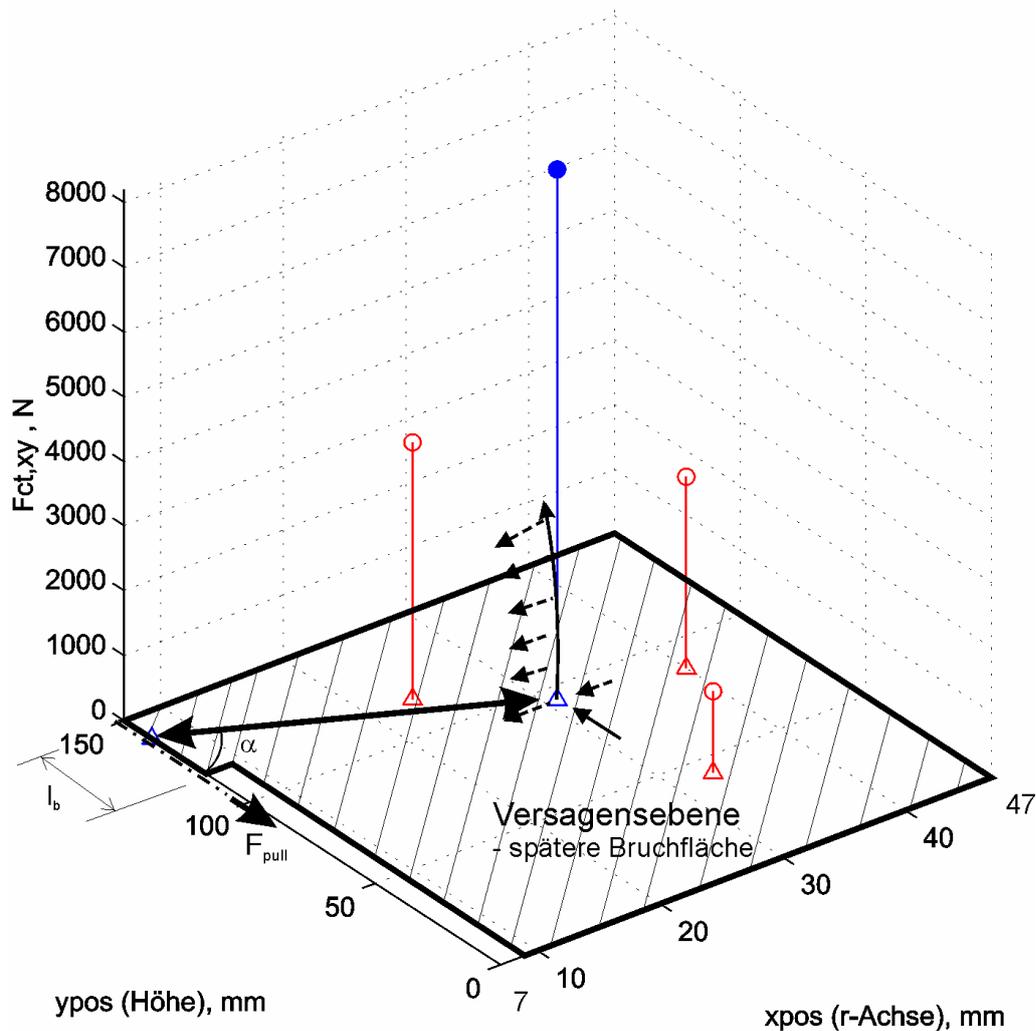


Bild 3. 36: Darstellung des Zusammenhanges von Gleichung (3. 67) am Beispiel des AZK 24012002 (Laststufe $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2 \approx 0,55 \cdot f_{b,ult}$) – Versuch des Aufbaus eines globalen Widerstandsmodells (blau: globale Zugringkraft, rot: zusammengefasste Teilkräfte)

Daher sollten auch mögliche Umlagerungen und die unabhängige Aktivierung von Bereichen unterhalb der Fläche radialer Risse erwogen werden. Auch diese Umlagerungen in der Umgebung der Bruchfläche können mit dem Modell, allerdings mit der Erweiterung von Gl.(3. 67) zu (3. 68), beschrieben werden. Gibt es auf höheren Belastungsniveaus bereits größere, radiale Rissflächen in der potentiellen Bruchfläche, also Bereiche mit bereits vermindertem Spannungsaufbau, finden Spannungsumlagerungen entsprechend den geometrischen Möglichkeiten statt.

Es kann deshalb für die Modellierung sinnvoll sein, die Gesamtwirkung des Zugrings aus verschiedenen Wirkungsbereichen innerhalb der Betondeckung zusammenzusetzen. Bei kurzen Verbundlängen ist die dabei unterschiedliche Krafrichtung auf maximal 3 Punkte innerhalb von 2 – 3 Rippen des Verbundbereiches l_b beschränkbar. Realitätsnah ist bei stärkerer Belastung die Unterteilung der Betonfläche in zwei dazugehörige Bereiche mit eigenen Schwerpunkten, die durch den ehemals am stärksten beanspruchten, jetzt gerissenen Bereich auf der Höhe des globalen Querschnitts getrennt sind. In der Schnittebene bei c_{min} können dabei sich kreuzende Druckstreben nach Variante 3 zugelassen werden. Dies ist kein Widerspruch zu Stabwerkmodellen üblicher Ausprägung. Im entscheidenden 3D-System ist

dieses Vorgehen zulässig, bis horizontales und vor allem vertikales Aufreißen die unabhängige Ausrichtung von Druckkegeln vor den Rippen zu sehr einschränkt.

Es kann daher folgende Superpositionsregel zur Berücksichtigung der unterschiedlichen Winkel aufgestellt werden:

$$F_b = \sum_i F_{b,i} = \sum_{i=1}^n \frac{2 \cdot F_{t,i} \cdot \pi \cdot l_b}{\tan(\alpha_i) \cdot h_{c,i}} \quad (3.68)$$

Mit n Anzahl der diskretisierten Druckkegel der Stützstreben
 $F_{b,i}$ Verbundkraftanteile aus dem Verformungswiderstand in den Teilbereichen der Bruchfläche

Die Winkel α_i sind dabei nicht entsprechend vorangegangener Kritik zur Anpassung des Ergebnisses gedacht, sondern sind zwischen Stab und den Druckstreben gebildet, die das Verbindungsglied zwischen den Schwerpunkten des Widerstands im Zugring und des Kraftangriffs im Verbundbereich sind. Im Rahmen der Feststellung der Kraftkomponenten $F_{t,i}$ können also die Schwerpunktlagen des Angriffs der Ringzugkräfte und damit die Stützwinkel α_i festgestellt werden. Ein so detaillierteres Modell, das sich über Gl. (3.68) mathematisch beschreiben lässt, kann gegenüber dem globalen Ansatz in nahezu allen höheren Belastungsniveaus zutreffende Ergebnisse liefern. Der prinzipielle Modellgedanke ist mit Bild 3.37 vorgestellt.

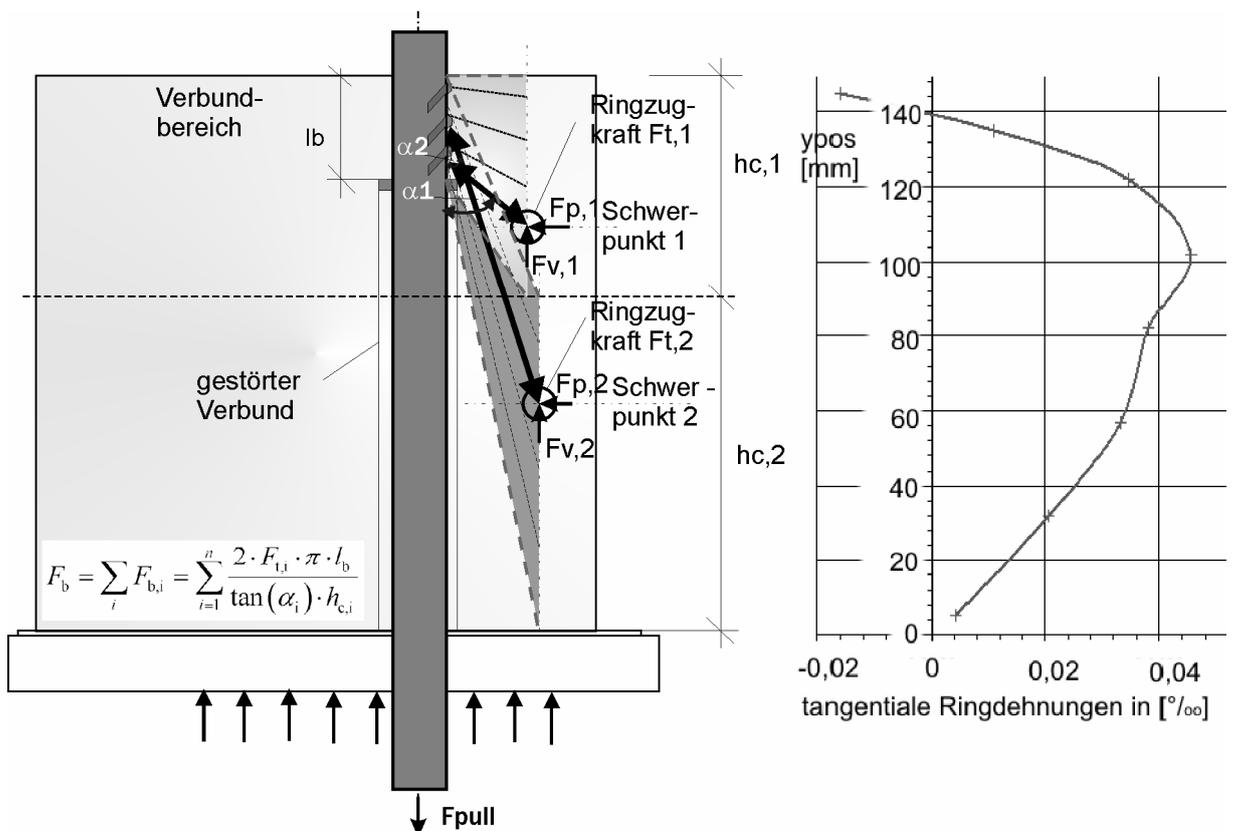


Bild 3.37: Darstellung eines sinnvollen Widerstandsmodells für den Ausziehkörper mit kleiner Verbundlänge, beispielhaft für die Laststufe $f_b = 25,01 \text{ N/mm}^2 \approx 0,55 \cdot f_{b,ult}$

Dabei ist davon auszugehen, dass die von den beiden Bereichen ausgehende Druckkraft jeweils über die kurze Verbundlänge l_b (das „Stabdifferential“ nach Rehm [104]) vollständig angreift. Aus den Auswertungen der Bruchflächen ist zu erkennen, dass scharfe Abgrenzungen in vertikaler Richtung mangels ausgeprägter Mikrorissbildung nach Goto [59] kaum zu begründen sind. Die Kraftangriffspunkte für den Gegendruck aus dem Verbundwiderstand am Verbundbereich sind Idealisierungen, jedoch ähnlich der Theorie ist nach dem Versuch anhand der Verformungen sichtbar, dass es vor den Rippen diese Kraftschwerpunkte gegeben haben muss (siehe Bild 3. 12, Bild 3. 13). Der Bezug eines Schwerpunktes des Widerstands des Zugrings über eine Druckstrebe zu einem Kraftangriffspunkt am Verbundbereich im Sinne eines Stabwerkmodells wird erst über den Winkel α_1 hergestellt. Die in vertikaler Richtung aufgetragene Dehnkurve von gemessenen Zugringdehnungen bestätigt die Vermutung über die Schwerpunktlage des Zugringwiderstands gegen die durch das Ausziehen des Stabes aufgeprägte Verformung.

Damit verändert sich das Modell von Bild 3. 36 zu dem folgenden Rückrechnungsansatz bei gleicher Belastung und gleichem Spannungsfeld als Modellgrundlage:

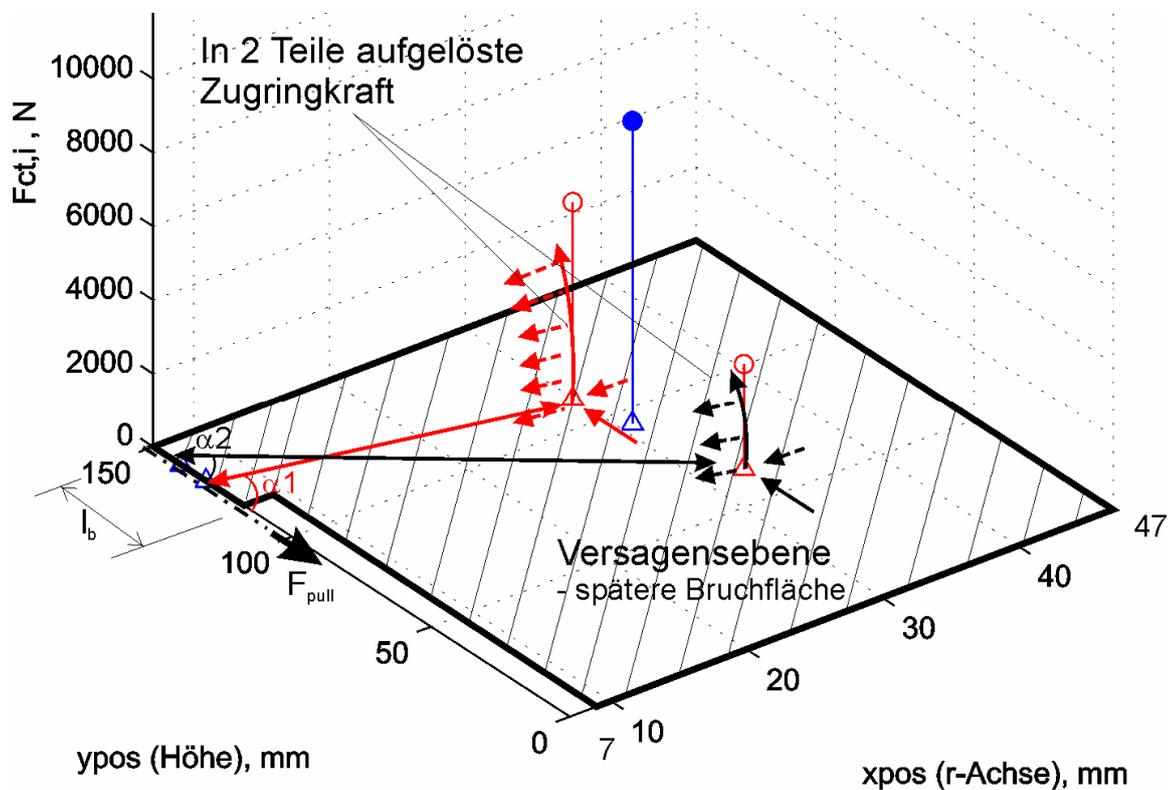


Bild 3. 38: Widerstandmodell für den Ausziehkörper für die Laststufe $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2 \approx 0,55 \cdot f_{b,ult}$ bei guter Übereinstimmung des Nachrechnungsergebnisses mit der Belastung (siehe auch Tabelle A-3. 16)

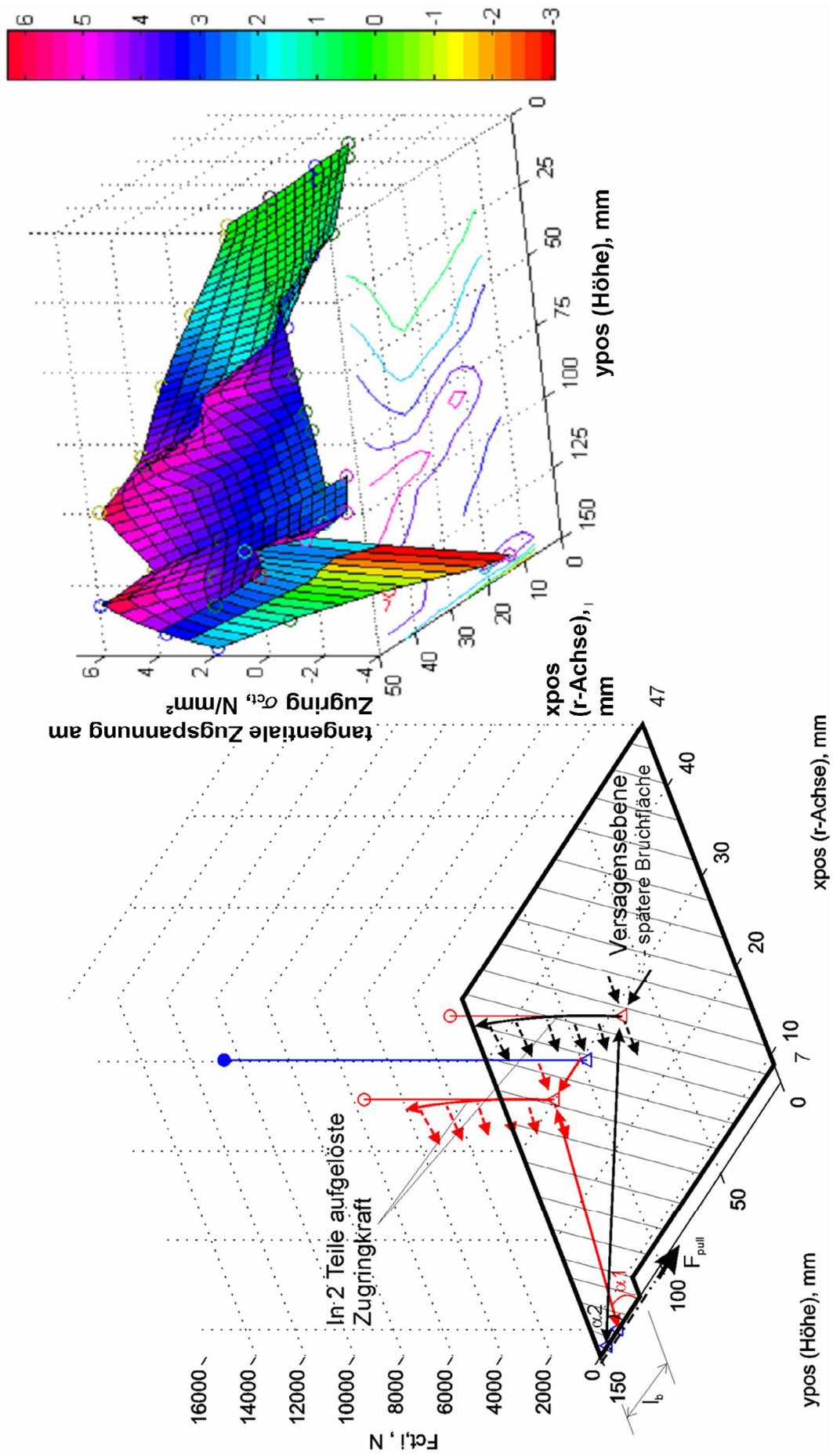


Bild 3. 39: Darstellung des Zusammenhanges von Gleichung (3. 68) am Beispiel des AZK 24012002 für $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2 \approx 0,98 \cdot f_{b,ult}$. Erkennbar ist der Spannungsabfall im mittleren gerissenen Bereich.

Bei einer Betrachtung des Verbundbereiches fällt auf, dass der belastungsnächste Winkel mit der Belastung zu wachsen scheint. Die stark belastete Stützstrebe dreht also mit der Belastung zunehmend in die Horizontale. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit wird $\alpha_1 > 60^\circ$ auftreten. Die beiden Schwerpunkte des Zugringwiderstands „wandern“ also offenbar, d. h. es findet eine Spannungumlagerung statt. Mangels ausreichenden Widerstands an der untersten, also belastungsnächsten Rippe lagern sich größere Teile des Verbundwiderstands zu den dahinter liegenden, oberen Rippen um, die wiederum mit dem aktivierten Ringspannungspotential der unteren Versuchskörperabschnitte in Wechselwirkung stehen. Dies ist deshalb möglich, weil der Anschluss der Stützstreben seitlich der radialen Risse (im Grundriss gesehen) natürlich noch funktioniert. Der Druck auf den Bereich der unteren Rippen reduziert sich durch die Umlagerung etwas. Durch die zweite Stützstrebe, die unter einem kleineren Winkel α_2 weiter oben in der Verbundlänge anschließt, wird das Widerstandspotential der unteren Abschnitte des Ausziehkörpers aktiviert. Daraus rührt ein großer Teil des Gesamt-Verbundwiderstands her.

In dieser Variante einer Hypothese über den Aufbau des Verbundwiderstandes finden sich auch die von Tepfers/ Olsson ([122] und nach einer eigenen Analyse der Tepfers/ Olsson-Versuche festgestellten hohen Winkel wieder (siehe Bild 3. 24). Allerdings wurde die Analyse der Versuche an Ringscheiben mangels detaillierterer Ringdehnungsmessungen mit Hilfe des Modells eines globalen Verbundwiderstands nach Gl. (3. 67) durchgeführt.

Die bereits in Kapitel 2.3 dargestellte Abhängigkeit zwischen der Ausbildung des Winkels des Druckkegels vor den Rippen und Anteilen der Verbundspannung, also zwischen α_i und $F_{b,i}$, gilt auch für einzelne (differentiale) Abschnitte der Einbindelänge von Stäben. Das ist die entscheidende Gemeinsamkeit zwischen Ausziehversuchen an Ausziehkörpern mit kurzen Verbundlängen und Verbund in Bauteilen, also langen Verbundlängen. Allerdings gehört bei langen Einbindelängen in Längsrichtung jeder Sektor der Betondeckung zu einem diskreten Abschnitt $l_{b,i}$ der langen Verbundlänge l_t . Das in (3. 68) vorgestellte Verfahren zeigt auch, dass es letztendlich völlig uninteressant ist, ob man die Fläche ε_{ct} regressiv ermitteln kann und damit eine entsprechend (3. 66) integrierbare Funktion erhält oder die Lösungshypothese für die Punkte des Punktrasters $[xpos; ypos]$ über Interpolationen (siehe Bild 3. 44) generiert. Die Dehnflächenhypothese findet dann eine gute Bestätigung, wenn sich aus der Gleichung (3. 68) die Verbundkraft wie gemessen ergibt. Bestätigt sich dieses Ergebnis für mehrere Laststufen und sind die Dehnungsflächen unter ähnlichen Ansätzen und unter ähnlichen Umständen entstanden, kann von einem noch höheren Maß an Plausibilität ausgegangen werden.

Das Verfahren lässt bei ausgleichend kleiner Rasterung für kurze wie lange Einbindelängen natürlich auch eine numerische Bearbeitung mit Spannungsmittelwerten für ein diskretes Flächenelement ΔA dieses Rasters zu.

$$\Delta A = \Delta x \cdot \Delta y = (xpos_{n+1} - xpos_n) \cdot (ypos_{n+1} - ypos_n), \text{ siehe Tabelle 3. 8} \quad (3. 69)$$

Vernünftigerweise fasst man jedoch die Ergebnisse der Teilflächen zusammen und ordnet sie bei Rippenstahl diskreten Rippen zu, um in der Ermittlung des Schwerpunktes und des Angriffswinkels nicht realitätsfremde Modelle bearbeiten zu müssen. Diese würden sich in ihrer Komplexität wieder einer effektiven Kontrollierbarkeit entziehen.

Im Sinne der Kausalitätsfrage entsteht $F_{t, \text{sum}}$ aus der Raumforderung der Rippen bei der Bewegung des Stahls Δs . Es gilt also $F_{t, \text{sum}} = f(\Delta s)$, woraus eine Beziehung $\tau_b = f(\Delta s)$ abgeleitet werden kann. Im Gegensatz zum Erfolg und Potential der Ergebnisse einer detaillierten Dehnungsanalyse könnte man im Weiteren natürlich auch die Schlupfabhängigkeit weiterverfolgen. Bei zu erwartendem Sprengbruchversagen ist der Schlupf hier aber eher ein Symptom in der sehr speziellen Situation spezifischer Ausziehkörper. So sind im Sinne von $s = w/2$ kaum Ergebnisse aus Ausziehversuchen auf abweichende Versagensvorgänge in realen Bauteilsituationen übertragbar, da dort das mitwirkende Umlagerungspotential einer großen Betonumgebung fehlt, (siehe auch Kapitel 4).

Umlagerungen infolge der lastabhängigen Einstellung der Stützwinkel an den Rippen eines Rippenstahls

Mit den Modellierungen des Verbundwiderstands in Ausziehversuchen kann eine Erklärung für die Funktionsweise von Umlagerungen entlang des Stabstahls gegeben werden. Infolge der Raumforderung der Rippen beim Ausziehen und dem Widerstand durch die hervorgerufene Zugringdehnung baut sich mit steigender Belastung auch stärkerer Widerstand auf. Durch den radialen Rissprozess in einem diskreten Ring verlagert sich der Schwerpunkt des Ringzugwiderstands nach außen. Der Stützwinkel α wird dabei größer und bei einem bestimmten Dehnzustand reicht der mobilisierbare Druck nicht mehr aus, da sich die Wirksamkeit des Gegendrucks gegen das Ausziehen mit steigendem $\tan \alpha$ verringert. Damit werden auch lastabgewandte Bereiche des Bewehrungsstahls aktiviert, die wiederum sehr effektive Stützwinkel aufweisen. Diese werden sich jedoch bei weiterer Belastung ebenfalls ändern, um bei fortschreitendem Ausziehen weiter ein Gleichgewicht herstellen zu können. Diese fortgesetzte Umlagerung der Verbundspannungsspitze vom Lasteintrag weg kann auch unter Dauerlast oder höheren Lastwiederholungsraten auf gleichem maximalen Lastniveau nachgewiesen werden.

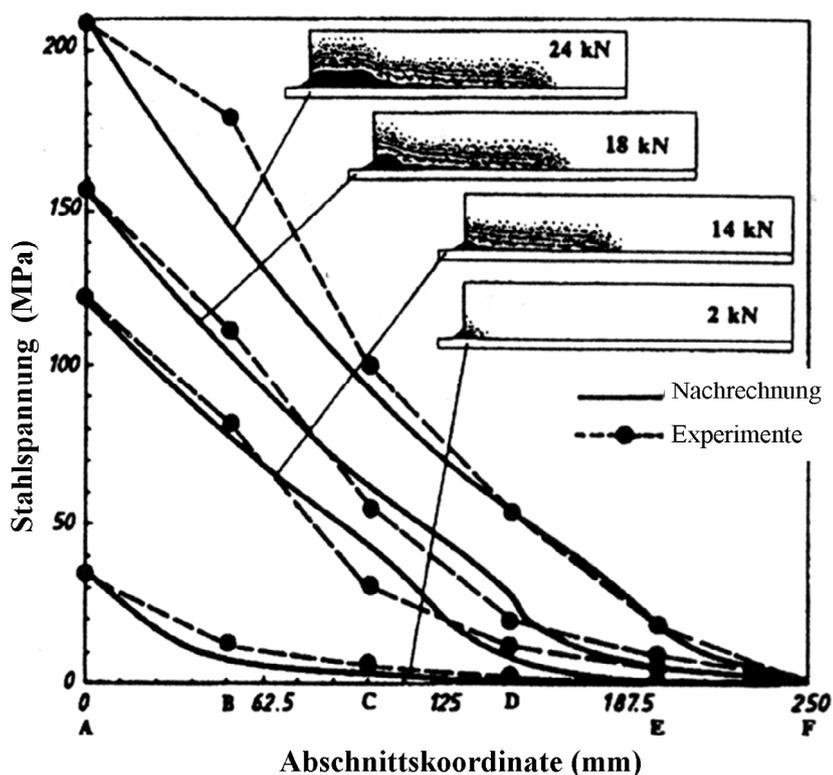


Bild 3. 40 a)

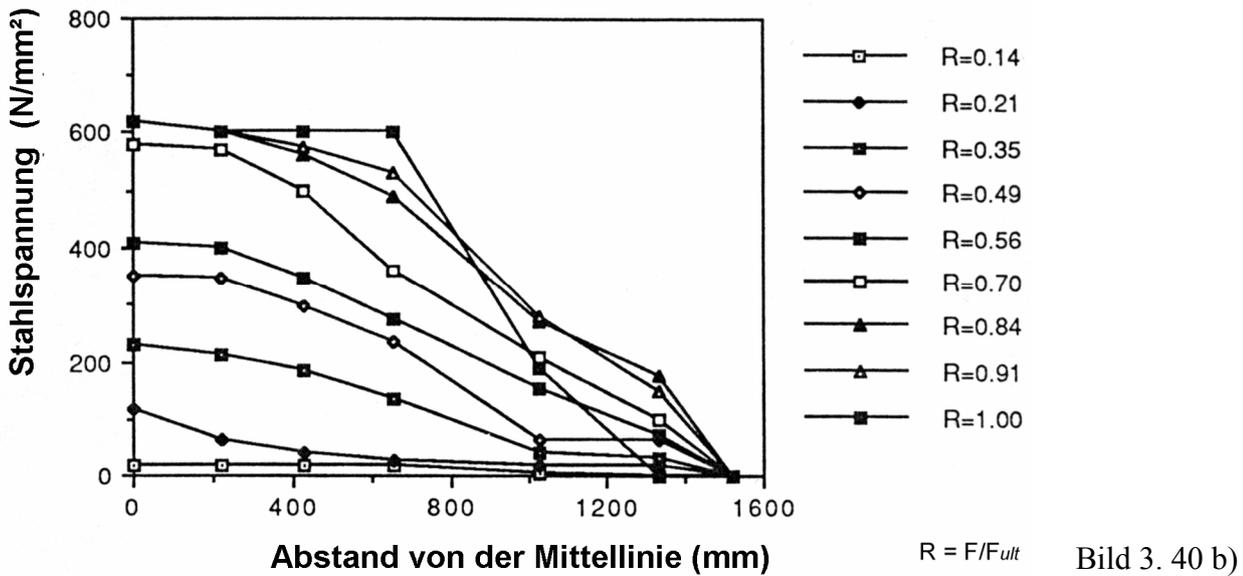


Bild 3. 40 a, b): Messergebnisse der Stahldehnung mit Umlagerungen bei steigender Belastung entlang langer Verbundlängen (a) nach Pijaudier-Caudet/ Mazars [95], b) nach Sadrossadat-Zadeh/ Harrop [107]).

Obige Versuchsergebnisse spiegeln die gleichen Umlagerungseffekte an langen Verbundlängen wider, wie in eigenen Versuchen bereits an kurzen Längen festgestellt wurde. Nimmt die Belastung im Verhältnis zur Versagenslast zu, nehmen auch die Umlagerungen zu und Verbundspannung in den lastnahen Bereichen nimmt ab. Das ist daran sichtbar, dass die Zone, in der keine oder kaum Stahlspannung in den Beton eingeleitet wird, bei hohen Laststufen größer wird.

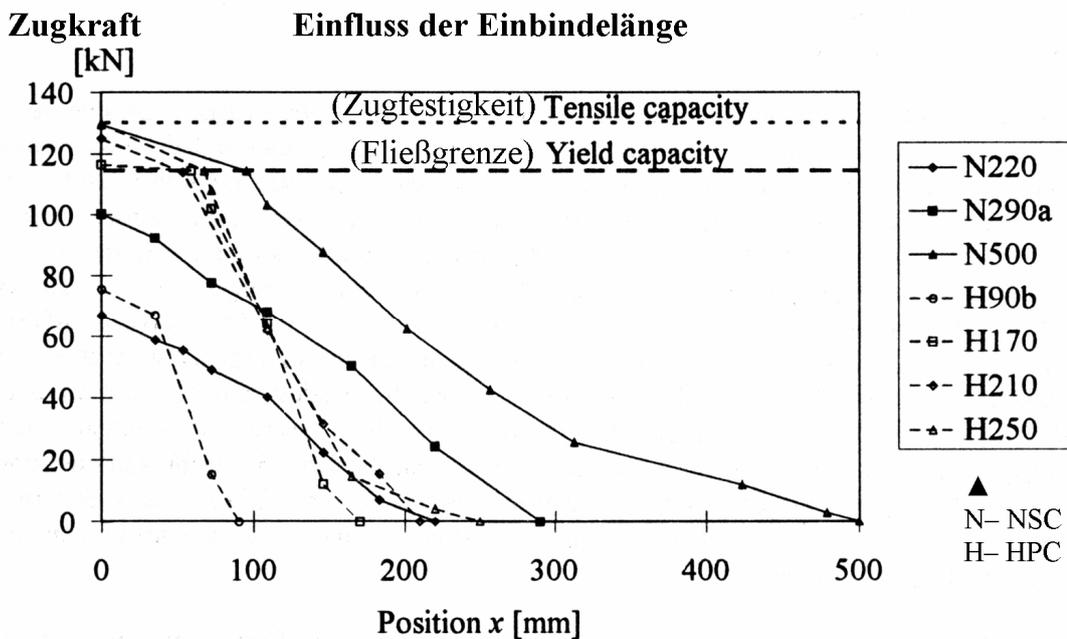


Bild 3. 41: Ähnliche Messergebnisse wie in Bild 3. 40 von Engström. [50]

Engströms Resultate zeigen, dass auch die Betoneigenschaften für die Prognose eines Verbundspannungsverlaufs zu beachten sind. Offenbar kann sich in HPC schon nach wenigen

Rippen vom Rissufer weg ein starker Verbundwiderstand aufbauen, selbst noch in dem durch große Verformungen geprägten Grenzzustand der Tragfähigkeit (GZT).

Morita/ Ogawa [90] haben u.a. nachgewiesen, dass Umlagerungen auch bei wiederholten Lastzyklen zu erwarten sind, eine Belastung, die große Ähnlichkeit mit Kriech- (also Umlagerungs-) Prozessen aufweist.

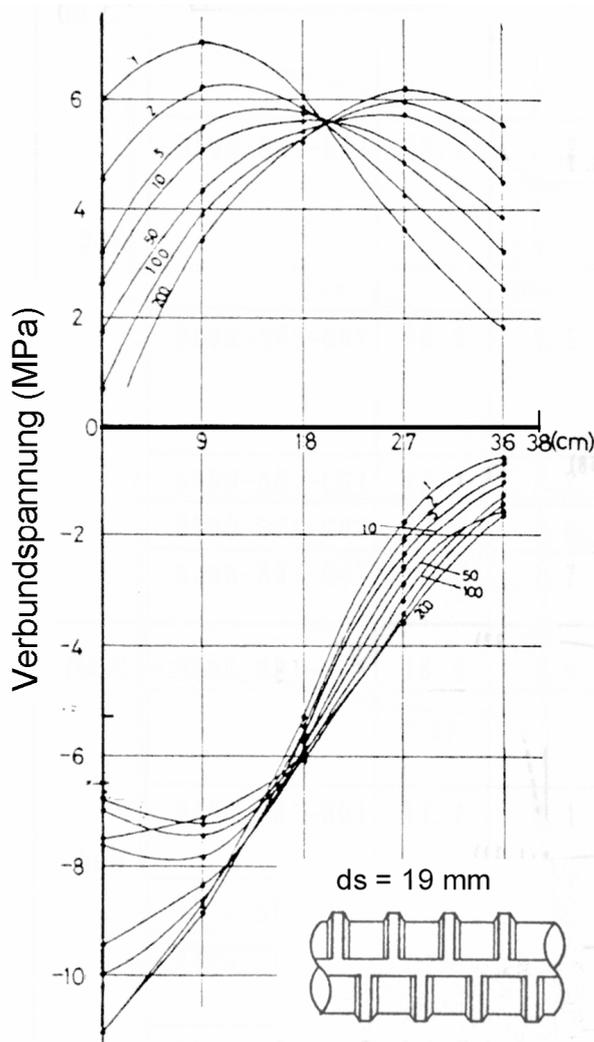


Bild 3. 42: Messergebnisse für die Verbundspannung (abgeleitet aus diskreten Messungen der Stahldehnung in der Verbundlänge [90]) mit einer starken Zunahme der Umlagerungen in der Nähe höherer Lastwechselzahlen

Ein Zusammenhang zwischen Winkeländerung und Gleitbruchversagen?

In den vorher gehend beschriebenen, einfachen Ausziehversuchen an HPC mit oben liegendem Verbundbereich (Anhang 1 + 2) ist für einige Versuchskörpergeometrien eine Zuordnung entweder zu Gleitbruchversagen oder zu Sprengbruchversagen anhand der Diagramme nicht ohne weiteres möglich. Aus den erweiterten Versuchen mit umfangreichen Dehnungsmessungen ist zu erkennen, dass nicht nur der Stützwinkel während der Laststeigerung, sondern auch die Beanspruchung vor den Rippen des Betonstahls Veränderungen unterworfen ist.

Geht man von einem Zwei-Streben-Modell wie in Bild 3. 39 aus, lässt sich für die Entwicklung des Winkels α_1 folgende Beziehung finden:

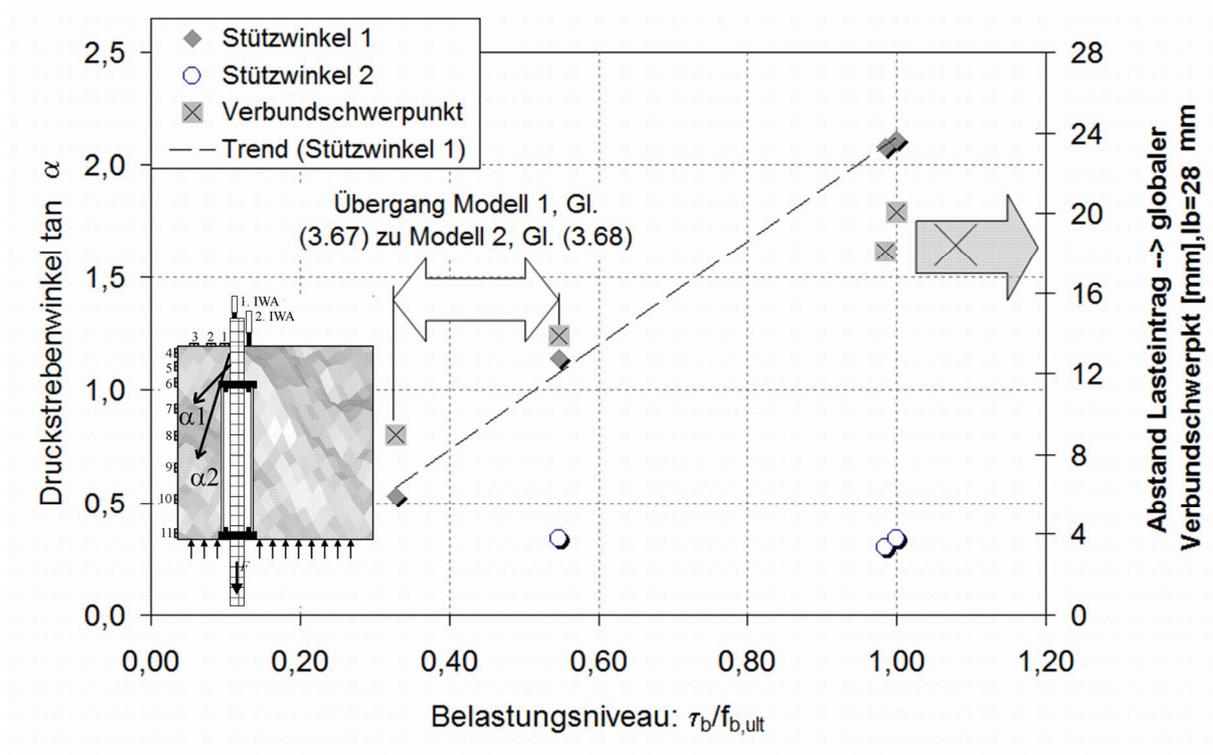


Bild 3. 43: Entwicklung des Stützwinkels α in Ausziehversuchen mit oben liegender Verbundzone, exzentrischer Stahllage und kleiner Betondeckung, hier AZK 24012002, $c/\phi = 2,8$, (siehe Anhang 3)

Im Vergleich zu Ausziehkörpern mit dem Stab in Randlage, nehmen bei symmetrisch aufgebauten Versuchskörpern – in der Regel dann mit größerer Betondeckung – die Winkel unter steigender Belastung ebenso zu. In dem genauer gemessenen Versuch (Kapitel 10.2.3, Anhang 3) sind bei $\tau_b/f_{b,ult} = 0,8$ entsprechend den geprüften Varianten der Dehnungshypothese maximal Winkel um die $45^\circ \dots 55^\circ$ festgestellt worden. Der globale Winkel (Modell Gl. (3. 67)) liegt dann bei $\alpha_{gl} \approx 23^\circ$. Offenbar erlauben die geometrischen Verhältnisse einen steiferen Verbund, da mehr Zugringfläche zur Verfügung steht. Dessen Widerstand löst sich erst durch den Scherbruch der Betonkonsolen zwischen den Rippen auf (siehe Bild 3. 11). Allerdings wird auch hier die Umlagerung der Widerstandsbereiche, sichtbar durch den starken Anstieg des ersten Stützwinkels, das Versagen einleiten (weitere Anmerkungen zum Versagenszustand in der Analyse des Versuchskörpers AZK 11, Kapitel 10.2.3). Allerdings ist fast über alle Lastniveaus für symmetrische Ausziehkörper die Nachrechnung des Verbundwiderstands aus der Zugringverformung auch mit dem globalen Modell (3. 67) möglich. Die daraus folgende generelle Unsicherheit in der Modellwahl für Ausziehkörper mit symmetrischer Betonstahlanordnung wird durch die geringere Zuverlässigkeit der Dehnungshypothese begleitet, da das Messraster weitmaschiger ist. Es können daher Dehnungshypothesen anhand der Messwerte und angenommenen Tefpersbereiche begründet werden, mit denen Nachweise mit beiden Modellen möglich werden ohne dass Widersprüche zu Messung auftreten, siehe Kapitel 10.2.3.

Mit steigender Belastung nimmt in jedem Fall der lokale Stützwinkel des am stärksten belasteten Zugringabschnitts zu. Im Wesentlichen liegen hier ähnliche Ergebnisse wie bei Tefpers Ringtest, Bild 3. 24, vor. Der stark vergrößerte Anstieg im Grenzzustand der Verbundtragfähigkeit kündigt das Versagen an. Mit dem starken Anstieg des Winkels geht jedoch auch der resultierende Querdruck aus dem Ringwiderstand verloren, was eine

Umlagerung auf hinter der lastnahen, stark beanspruchten Rippe liegende Bereiche fördert und erfordert und zu größer werdendem Schlupf führt. In den Versuchen verbleibt der Stützwinkel $2 (\alpha_2)$ nahezu konstant und könnte sogar mit steigender Belastung nahe dem Grenzzustand der Tragfähigkeit leicht geringer werden (siehe Bild 3. 43). Dieses Ergebnis für Stützwinkel 2 ist auf die Situation in zugbeanspruchten Bauteilabschnitten zwischen zwei Rissen einer abgeschlossenen oder Einzelrissbildung allerdings nicht übertragbar. In diesen realen Situationen werden auch die nachfolgenden Stützstreben mit der fortgesetzten Belastungsumlagerung einen Winkelanstieg hervorrufen, da jenseits des Rissufers aktivierbare Fläche fehlt. Ergebnisse aus Ausziehtest nach Janovic [70] oder Tepfers/ Olsson [122], in denen die Zugringe, die „Tepfersbereiche“ infolge der Belastung einer kurzen Verbundlänge entwickeln, von anderen Teilen des Ausziehkörpers getrennt worden oder einfach nicht vorhanden sind, können einfacher auf die Situation langer Einbindelängen übertragen werden.

Der aus dem Querdruck resultierende dreiaxiale Spannungszustand vor den Stahlrippen, der u.a die höchstbeanspruchten Betonkonsolen zwischen den Rippen des Bewehrungsstabes vor dem Versagen entlang der potentiellen Scherfläche schützt, geht nahe dem Verbundversagen verloren und ein Gleiten entlang des Betonstahls wird ermöglicht. (siehe Bild 3. 4, Bild 3. 11). Da der interne Winkel durch eine innere radiale Rissbildung stark ansteigt, die zudem in der Bruchfläche zu einem Spannungstal führt (Bild A-3. 9), stehen Sprengbruch- und Gleitbruchversagen – wie in Kapitel 3.4 beschrieben – in einer Art Wettbewerb. Sprengbruchversagen beginnt lokal in dem am stärksten gedehnten Ringbereich und tritt ein, wenn der radiale Riss die Betonoberfläche erreicht. Ist die Betondeckung klein, ist der Weg vom Stab zur Betonoberfläche kurz, daher ist der Sprengbruch und die Aktivierung benachbarter Bereiche der Verbundzone wahrscheinlich, so dass stärkere Winkeländerungen bereits bei geringeren Lasten zu erwarten sind, als bei zentrischen Ausziehversuchen. Der Verbund dort versagt bei Überschreitung des Scherwiderstands, da dem Sprengbruchversagen mehr Widerstandspotential zur Verfügung steht. Insofern können die Einleitungsphasen für Gleitbruch und Sprengbruch zugleich in einem Bauteil auftreten, bis sich in Abhängigkeit von den geometrischen Randbedingungen eine der beiden Versagensarten durchsetzt.

Bewertung des Einflusses des Querdrucks aus der Auflagerplatte unter dem Versuchskörper

Trotz Lagerung des Ausziehkörpers auf einem weichplastischen Material zwischen Versuchskörper und Lagerplatte ist ein Mitwirken dieser Schicht und der Auflagerplatte am Aufbau des Verbundwiderstands nicht völlig ausgeschlossen. Verschiedene Indizien wie fehlende Kraftanteile in der Rückrechnung und eine nicht auf Null rückführbare Ringdehnung im Fußpunkt sprechen dafür (Bild 3. 30). Die Übertragung einer vertikalen Druckkraft über die Trennschicht hinweg ist zudem Bedingung für den Versuch.

Es ist zu verifizieren, ob vor allem die Zone unterhalb der „Tepfersringe“ in der Schnittebene dem Einfluss einer massiven Dehnungsbehinderung durch die Auflagerplatte unterliegt. Diese Beeinflussung scheint verantwortlich für Störungen der Linearität in der Entwicklung der Zugringdehnungen zwischen den teilweise aufgerissenen, idealisierten „Tepfersringen“ bei $y_{pos} = 82...102$ mm und dem Ausziehkörperboden. In der Praxis ergeben sich in einigen Bereichen geringere tangentielle Dehnungen an den Zugring, als nach linearer Interpolierung zu erwarten wäre. Das könnte leichten Querdruck infolge der Dehnungsbehinderung aus dem Verformungswiderstand der Stahlplatte bedeuten.

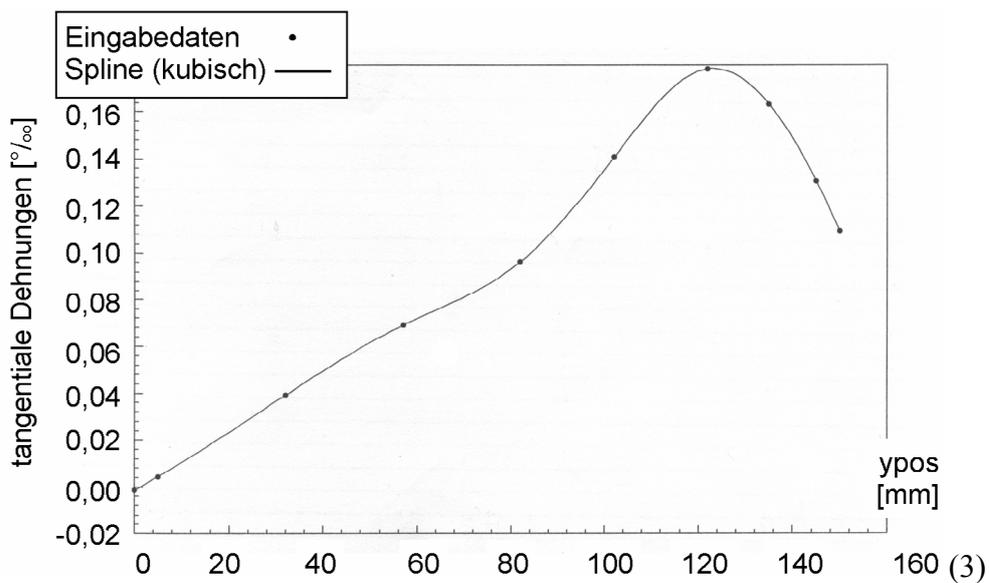
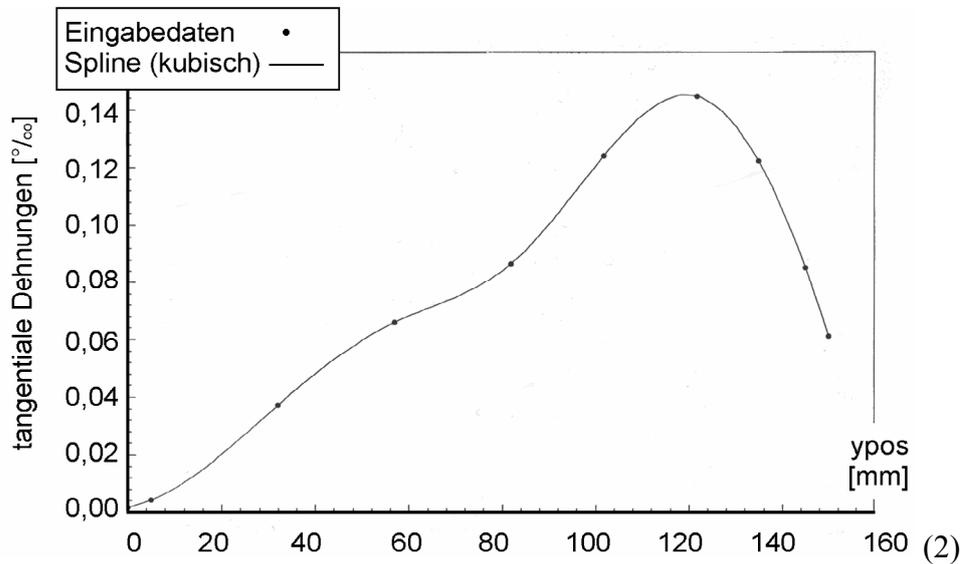
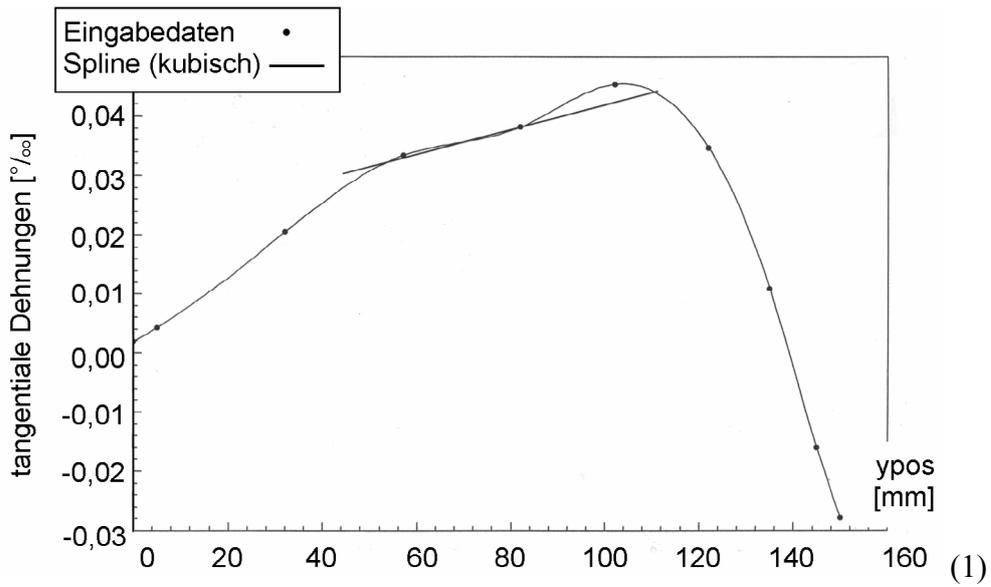


Bild 3. 44: Aufgetragene Dehnungen über die Höhe des Ausziehkörpers y_{pos} (Laststufen: (1) $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$; (2) $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$; (3) $\tau_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$)

Nach den theoretischen Grundlagen der Stabwerktheorie [113] kann sich eine ausgeprägte Druckstrebe (2D-Modell) bzw. ein Druckkegel (3D-Modell) bis zu einer Neigung von 65° für die Druckstrebe (70° für den -kegel) ausbilden. Die Untersuchungen zum Ringtest bestätigen, dass diese Annahmen auf Ausziehversuche übertragbar sind (siehe Bild 3. 24). Die genannten Winkelgrößen gelten gleichermaßen für den Aufbau konzentrierter Spannungen aus dem Verformungswiderstand der Platte zurück in Richtung Lastachse. Bei einem in dieser Größenordnung angenommenen Winkel, ausgehend von der Schwerpunktlage des Widerstands der Stahlplatte (bei $x_{pos_{max}} = 47 \text{ mm}$), ergibt sich damit ein theoretisch möglicher Einflussbereich der Stahldehnung für den Höhenbereich von etwa $y_{pos_{lim}} = 15 \dots 85 \text{ (110) mm}$ im Ausziehkörper. Oberhalb dieses eventuell beeinflussten Bereiches von $y_{pos} = 15 \dots 85 \text{ (110) mm}$ sind auch wirklich größere Ringdehnungen feststellbar. Dort ist die große Verformung ein starkes Indiz für eine (möglicherweise unbeeinflusste) größere innere Rissbildung und die stärkere Aktivierung außen liegender Bereiche des Zugrings.

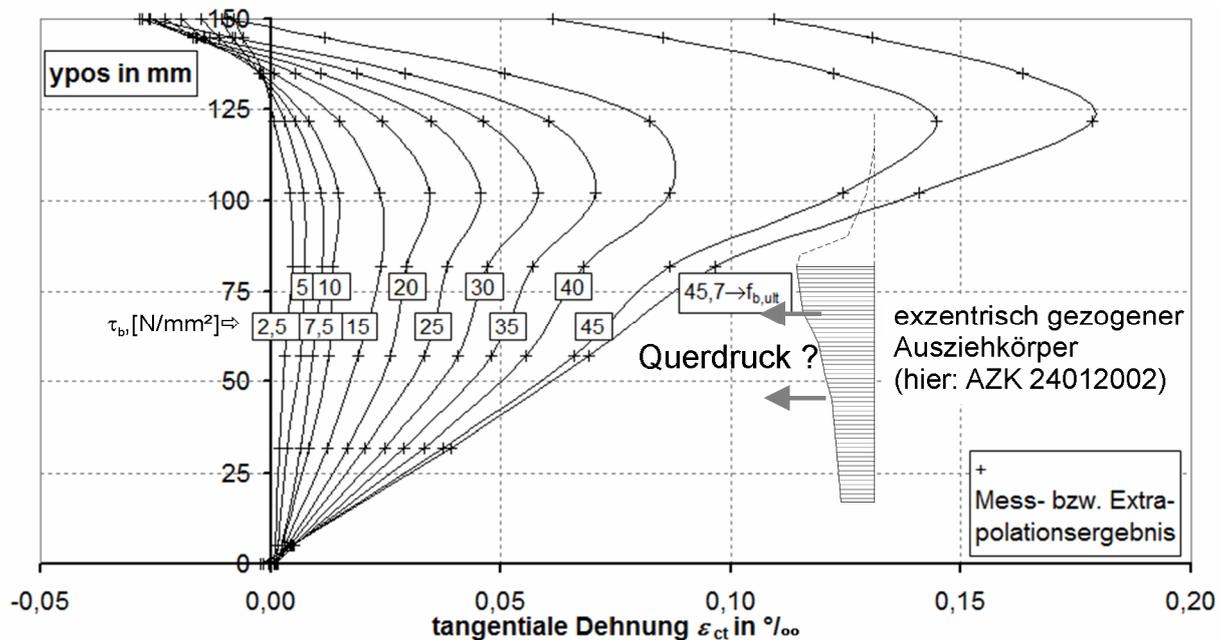


Bild 3. 45: Möglicher Einflussbereich des Querdrucks nach Extrapolation der Dehnungsmessungen am exzentrisch gezogenen Ausziehkörper

Bei zentrisch gezogenen Ausziehkörpern kann wegen der größeren Betondeckung c_{min} bzw. Schnittfläche nicht ausgeschlossen werden, dass sich die Störung durch den horizontalen Dehnwiderstand der Auflagerplatte auf die gesamte Versuchskörperhöhe erstreckt und damit vor allem sehr wirkungsvoll auf den Bereich mit den größten Ringzugdehnungen des Betons bei Verbundbelastung. Demzufolge ist die Entstehung der Dehnungsfigur ohne einen besonders störungsexponierten Bereich mit relativ gleichmäßiger Querdruckverteilung erklärbar (Ausführliche Analyse der Versuche, siehe Anhang 3).

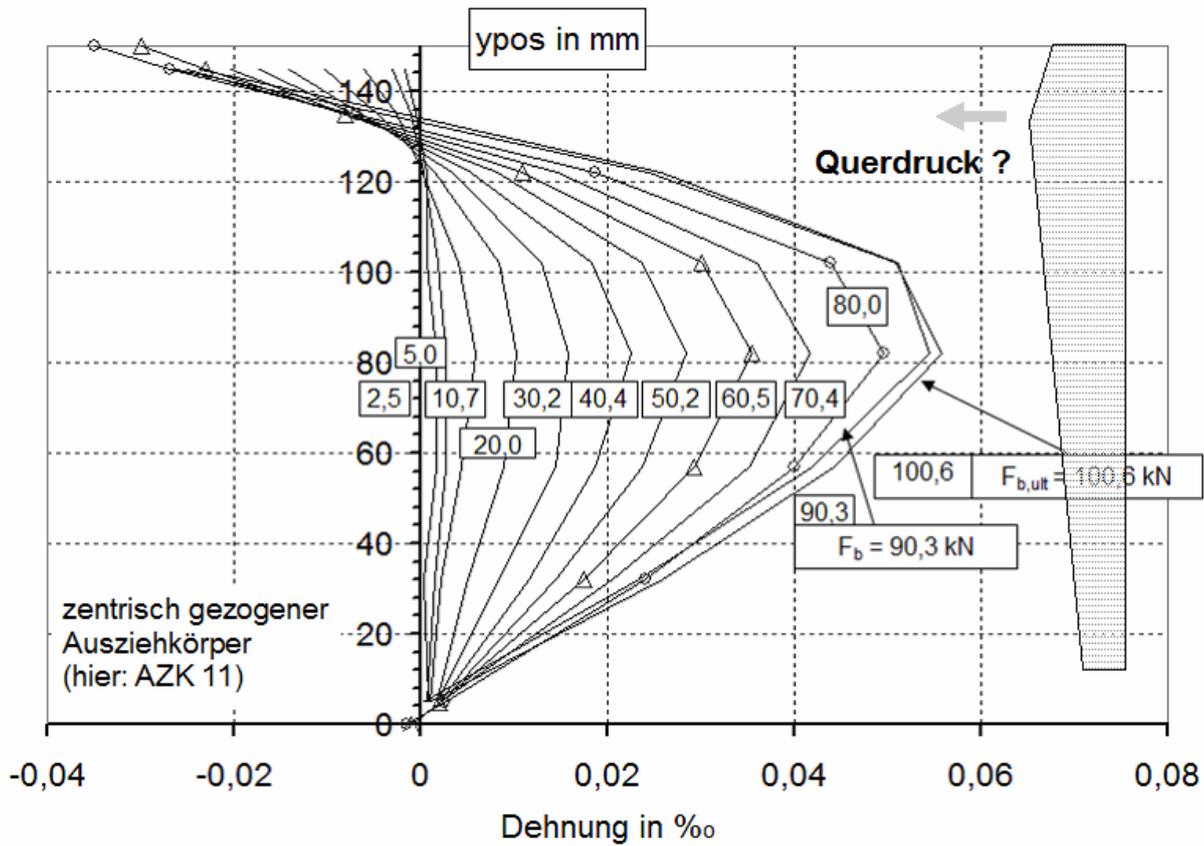


Bild 3. 46: Zentrisch gezogener Ausziehkörper, mögliche Annahme für den Querdruckeinfluss

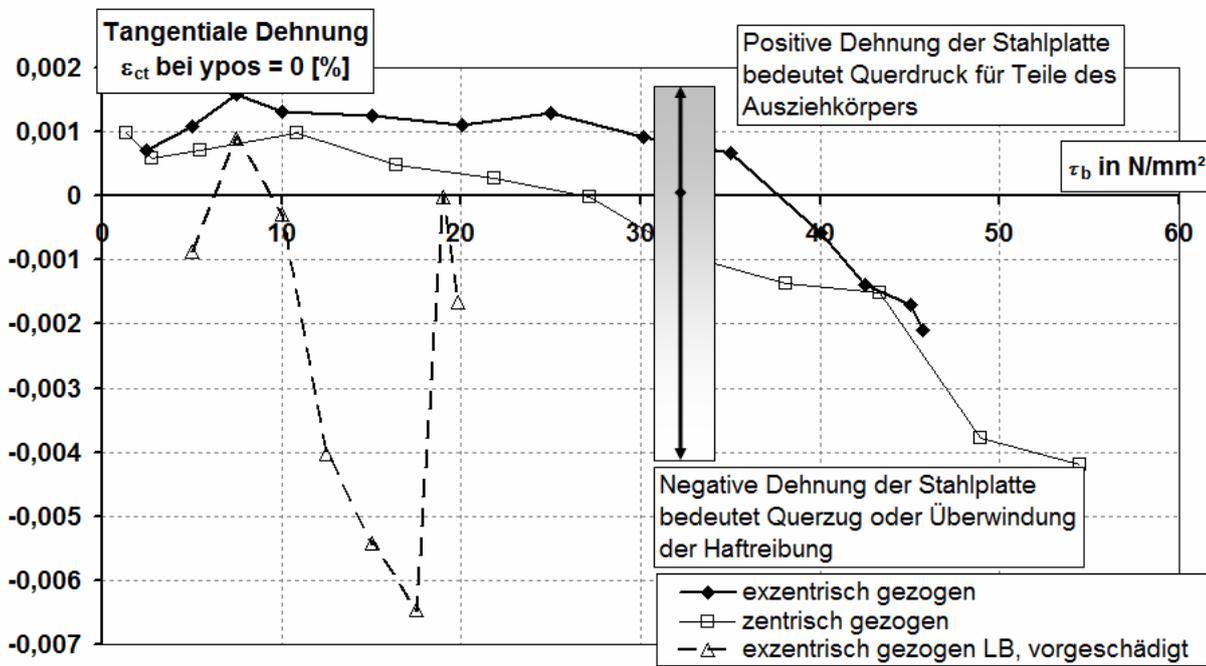


Bild 3. 47: Entwicklung der Dehnungen im Fußpunkt nach Extrapolation der nah gelegenen Messwerte

Anmerkung zu Bild 3. 47:

Die anzunehmende Dehnung der Stahlplatte beträgt in identischer Position:

$$\varepsilon_{s,pl} = \frac{\varepsilon_{ct}(y_{pos} = 0) \cdot E_{cm}(t)}{k_e \cdot E_s} \quad (3. 70)$$

Mit $\varepsilon_{s,pl}$ Dehnung der Auflagerplatte
 k_e = 2 ... 6; Korrekturfaktor, der die Wirkung der
Trennschicht zwischen Beton und Platte beschreibt

Die Messungen lassen im Vergleich zur bisherigen Bewertung des störenden Einflusses des Querdrucks aus der Lagerung des Versuchskörpers während des Versuches, wie u. a. von Schmidt-Thrö et al. [114] und Rehm [104] und der voran gestellten Erklärung trotzdem Fragen offen.

Die eigenen Messungen zeigen, dass die Dehnungen im Fußpunkt des Ausziehkörpers nicht zwingend gleich denen des Stahls sein müssen. Eine dazwischen liegende, dünne Linoleumschicht von ca. 1 mm Dicke verhindert die Übertragung eines Teils der Querdehnungen an die Stahlplatte, die das Auflager des Versuchskörpers bildet. Aufgrund der senkrechten Druckspannungen im Übertragungsbereich kann man aber davon ausgehen, dass etwa 15-50 % der nahe am Fußpunkt gemessenen und vorhergesagten Dehnungen auch zur Stahlplatte übertragbar sind, siehe Gl. (3. 70). Der Widerstand der Stahlplatte gegen diese Verformung erzeugt bei positiven Dehnungen Querdruck, bei Stauchungen jedoch Querzug. Bei den maximalen Dehnungen ergibt sich trotz vorhandener Unterschiede ein im Betrag ähnlicher Einfluss auf die Ausziehkraft von max. 10...17 %. Das Gleichmaß begründet sich durch eine stark abweichende Verteilung zwischen Dehnung und Stauchung in Bezug auf die Versuchskörpertiefe. Die Analyseergebnisse der eigenen Untersuchungen (siehe Anhang 3, Kapitel 10.2.3) legen nahe, dass der Einfluss des äußeren Querdrucks infolge des vorliegenden Versuchsaufbaus der Ausziehversuche bisher überschätzt wurde. Um ihn dennoch zu berücksichtigen, kann man das Modell Gl. (3. 68) modifizieren. Dazu kann ein Summand wie folgt ergänzt werden:

$$F_b = \sum_{i=1}^n \frac{2 \cdot F_{t,i} \cdot \pi \cdot l_b}{\tan(\alpha_i) \cdot h_{c,i}} + \frac{2 \cdot F_{s,pl,ring} \cdot \pi \cdot l_b}{\tan(90^\circ - \alpha_{p1}) \cdot h_{pl}} \quad (3. 71)$$

Mit: $F_{s,pl,ring}$ Ringzugkraft, die z. B. aus $\varepsilon_{s,pl,mean} \cdot E_s \cdot A_{s,rad}$ ermittelt werden kann.

Bei Ausziehkörpern mit oben liegender Verbundzone und exzentrischer Positionierung des Stahls ist nicht zu erwarten, dass die Platte über eine Druckstrebe direkt mit dieser Zone Verbindung hat. Der Winkel α_{p1} sollte also keine Verbindung zwischen dem Schwerpunkt der Reaktion der Lagerplatte und der vermuteten Haupteinflusszone des Querdrucks bzw. Querzugs widerspiegeln. Solche Winkel $\alpha_{p1} > 70^\circ$ (80°) überschätzen den äußeren Einfluss, vor der Nutzung solcher Ansätze ist zu warnen. Deshalb ist eine Verwendung des Ansatzes von Gleichung (3. 71) nur für Ausziehkörper mit mittiger oder unten liegender Verbundzone begründbar (Versuchskörperform, siehe Bild 2. 21 b)).

Für die Nachrechnung von Versuchen mit oben liegender Verbundzone kann man nur versuchen, den Anteil der Auflagerplatte über die identifizierte Wirkungszone (siehe Bild 3.

45) als Vorspannung zu verwenden. Die Zugspannung der Platte ist also ein Maß für die Verformungsbehinderung.

Entsprechend Bild 3. 45 und Bild 3. 46 ist eine Verteilungsfunktion für die Kraftwirkung im unteren Teil des Versuchskörpers zu finden. Bezogen auf $dA = (dx \cdot dy)$ ergibt sich daraus eine Verteilungsfunktion für die Spannung infolge der Kraftwirkung der Platte.

$$\sigma_{ct,p} = f(xpos; ypos, ypos < 82 \text{ mm}) \quad (3. 72)$$

Mit $\sigma_{ct,p}$ tangentielle Vorspannung durch die eingetragene
Dehnungsbehinderung

Es wird empfohlen, diese Funktion weitgehend linear zu halten und nur im Bereich des Lastpfades eine Steigerung zuzulassen. Hier wird auf die Anwendbarkeit von (3. 68) abgestellt, wobei für die unteren Bereiche i des Schnittes bzw. der Bruchfläche die Schwerpunktsordinate sich nach unten verschieben wird und damit α_i kleiner wird. Bei der Wahl der Verteilungsfunktion der Spannung ist auf die Einhaltung der Gleichgewichtsbedingung zu achten:

$$F_{s,p,ring} = \iint [\sigma_{ct,p} = f(xpos; ypos)] dx dy \quad (3. 73)$$

In der Überlagerung in den betroffenen Teilbereichen gilt folgendes Superpositionsprinzip:

$$\sigma_{ct,sum}(xpos; ypos, ypos < ypos_{lim}) = \sigma_{ct \rightarrow (3.64) \cup (3.65)} + \sigma_{ct,p} \quad (3. 74)$$

Mit: $\sigma_{ct,sum}(xpos; ypos, ypos < ypos_{lim})$, effektive Ersatzfunktion, die ein Rechnen des Verformungswiderstandes ermöglicht. Dabei kann für Nachrechnungen aus Dehnungsmessungen $\sigma_{ct,sum}$ direkt, unter Umgehung der rechten Seite von Gl. (3. 74), bestimmt werden, da jeweils schon die Wirkung von $\sigma_{ct,p}$ in den gemessenen Dehnungen enthalten ist.

$$\text{Vorzeichendefinition: } \begin{aligned} F_{s,p,ring} (+) &\Rightarrow \sigma_{ct,p} (+) \\ F_{s,p,ring} (-) &\Rightarrow \sigma_{ct,p} (-) \end{aligned}$$

$\sigma_{ct \rightarrow (3.64) \cup (3.65)}$, ist die wie nach (3. 64) oder nach (3. 65) berechnete Spannung.

Das Risskriterium $\sigma_{ct} < f_{ctm}^{(l)}$ wird hierbei nur auf $\sigma_{ct \rightarrow (3.64) \cup (3.65)}$ angewendet, nicht jedoch auf die effektive Spannung $\sigma_{ct,sum}$. Die Gleichung (3. 68) verändert sich dadurch:

$$F_b = \sum_i F_{b,i} = \sum_{i=1}^n \frac{2 \cdot F_{t,i}(ypos > ypos_{lim}) \cdot \pi \cdot l_b}{\tan(\alpha_i) \cdot h_{c,i}} + \sum_{j=1}^k \frac{2 \cdot F_{t+p,j}(ypos \leq ypos_{lim}) \cdot \pi \cdot l_b}{\tan(\alpha_{j,mod}) \cdot h_{c+p,j}} \quad (3. 75)$$

Mit n, k Anzahl der diskretisierten Druckkegel der Stützstreben
 $ypos_{lim}$ begrenzt den Wirkungsbereich der Störung

$$\Sigma h_{c,i} = ypos_{max} - ypos_{lim}$$

$$\Sigma h_{c+p,j} = ypos_{lim} - ypos_{p,min}$$

$$F_{t+p,j}(ypos \leq ypos_{lim}) = \int_{ypos_{p,min}}^{ypos_{lim}} \int_{\phi/2}^{c+\phi/2} [\sigma_{ct,sum}(xpos; ypos)] dxpos dypos \quad (3.76)$$

Das oben vorgestellte Berechnungssystem ist allgemein genug gehalten, um auch Querdehnungsbehinderungen aus anderen Situationen, z. B. auf Verankerungen über Auflagern, berücksichtigen zu können.

Die Ergebnisse der Auswertung des AZK 11 (Kapitel 10.2.3 in Anhang 3) zeigen, dass für zentrisch gezogene auch ein Nachweis nach (3. 67) mit einem globalen Widerstandsmodell für den gesamten Zugring möglich ist, unter Berücksichtigung des Mitwirkens der Platte.

$$\tau_b = \frac{2 \cdot [F_{ct}(ypos, ypos > ypos_{lim}) + F_{t,sum}(ypos, ypos \leq ypos_{lim})]}{\tan \alpha_{gl} \cdot \phi \cdot (h_{c,i} + h_{c,p+j})} \quad (3.77)$$

Mit: $(h_{c,i} + h_{c,p+j}) = ypos_{max} - ypos_{min}$
 $F_{t,sum}(ypos, ypos \leq ypos_{lim}) = F_{t+p,j}(ypos \leq ypos_{lim})$ aus Gl. (3. 75)

$$F_b = \frac{2 \cdot [F_{ct}(ypos, ypos > ypos_{lim}) + F_{t,sum}(ypos, ypos \leq ypos_{lim})] \cdot \pi \cdot l_b}{\tan \alpha_{gl} \cdot (h_{c,i} + h_{c,p+j})} \quad (3.78)$$

Zusammenfassung

Rechnerische Simulationen haben jedoch gezeigt, dass der Einfluss durch diese Störung geringere Auswirkungen hat als vorher angenommen wurde. Zielführend für eine zutreffendere Beschreibung der Verbundentwicklung im Ausziehkörper erscheint die detaillierte Abbildung der Betonverformungen unterhalb der Verbundzone, insbesondere wenn eine größere, aktivierbare Betonfläche jenseits der Verbundzone zur Verfügung steht. Diese Mitwirkung entsteht vor allem aus der Verträglichkeit der an die unmittelbar vom Verbunddruck beeinflusste Zone anschließenden Bereiche des Betons. Es lassen sich auch kohäsiven Betoneigenschaften über die Rissufer kleiner Verbundrisse in der Zone der späteren Bruchfläche hinweg zur Beschreibung einmalig belasteter oder durch geringe Lastwiederholungen gekennzeichnete Versuche heranziehen.

4 Ein Modell für die Simulation des Verbundverhaltens an langen Verbundlängen

4.1 Potential des durchgeführten Versuchsprogramms, insbesondere der Versuche zur Dehnungsermittlung der Dehnungen in der Bruchfläche der Betondeckung

Bei der Beurteilung von Ergebnissen von Ausziehversuchen sind bereits einige Aussagen zum Wert der speziellen Ringtests gemacht worden. Der Wert des in Kapitel 3 sowie im Anhang 1-3 dargestellten und durchgeführten Programms liegt in der Aufstellung und Erprobung von Analysemethoden zur Begründung eines Erklärungsmodells für den Verbundwiderstand der Betonstahlunggebung. In dieses wären auch die unter Kapitel 2 aufgestellten Ansätze für die Implementierung des Einflusses von Querbewehrung integrierbar.

Die Interpretation der Versuchsergebnisse an Ausziehkörpern des vorliegenden Versuchsprogramms kann also einen Weg beschreiben, der auf jegliche Verbundsituationen übertragbar ist, und bereitet den Ausgangspunkt für die Bewertung und Übertragbarkeit der Ergebnisse von Parameterstudien an Ausziehkörpern auf reale Verbundsituationen in Bauteilen.

Man definiert dafür für eine beliebige Verbundlänge die wahrscheinliche Bruchfläche, die offenbar den geringsten Widerstand gegen ein Sprengbruchversagen bietet, und erarbeitet eine Hypothese für die Verteilung der tangential bezogenen Ringzugdehnungen in der Normalen zu dieser Fläche. Diese werden in Zugringkräfte übersetzt und der daraus resultierende Radialdruck nach innen wird mit der vom Stahl ausgehenden Druckstrebe in ein Gleichgewicht gebracht. Dabei muss sich der Druckstrebenwinkel α_i mit einem geometrischen Bezug zu den Schwerpunkten des Kraftangriffs an Stahl und Zugring finden lassen, der gleichzeitig eine Kontrolle für die Qualität der Hypothese der Dehnungsverteilung im Zugring bilden kann. Es ist damit ein numerisch beherrschbares Verfahren vorhanden, dass selbst bei Schwächen der multi-variablen Dehnfläche ε_{ct} , (z.B. wenn die Summe der kleinsten Fehlerquadrate einer mathematischen Beschreibung $R < 0,75$ ergibt), einen Rückgriff auf interpolierte Werte erlaubt, solange die hypothetisch ermittelten Punkte durch Gleichgewichtskontrollen plausibel bleiben.

Grenzen der Ausnutzung der Umlagerungsmöglichkeiten bilden der völlige Durchriss des Versuchskörpers (Sprengbruch) oder eine Überschreitung des maximalen Gleitbruchwiderstandes in der Scherfläche am Stahlumfang. Wie in Kapitel 3 erwähnt, kann ein zusätzlicher Querdruck als additives Element in das Modell eingebaut werden (siehe Gl. (3. 74) und (3. 75)), wenn sein Wirkungsbereich bekannt ist und seine Wirkung in eine Zugringverformung bei berücksichtigter Veränderung des Stützwinkels übersetzt werden kann.

Zur Untermauerung der Glaubwürdigkeit dieses Vorgehens und der optimistischen Abschätzung des Einflusses eines äußeren Querdrucks hinsichtlich der Relevanz für HPC sei auf die Versuche von Huang/ Magnusson/ Engström [67] verwiesen. Diese haben mit einem von äußerem, jedoch nicht von innerem Querdruck befreiten Versuchskörper (siehe Bild 2. 21) die nachfolgende Beziehung für sog. guten Verbund ermittelt.

$$f_{b,\max} = 0,45 \cdot f_{cm} \quad (4.1)$$

Mit: f_{cm} Druckfestigkeit von Beton

Die Versuche am Lehrstuhl für Massivbau der TU Dresden ergaben um etwa 10 ... 20 % höhere Verbundspannungen (siehe Anhang 1 und Anhang 2). Das indiziert die richtige Bewertung des Querdrucks aus der Dehnungsbehinderung in der Auflagerplatte des Dresdner Versuchsaufbaus und bestätigt gleichzeitig die Ergebnisse von Huang/ Magnusson/ Engström (siehe Tabelle A-2.1).

Die aktuelle Betonbaunorm in Deutschland, DIN 1045-1 [37], lässt eine Erhöhung der Verbundspannung um 50 % bei Querdruck ohne weitere Spezifizierung zu. Ähnlich wird Querzug mit einem Abschlag von 33 % auf die Verbundspannung Rechnung getragen. Der Vergleich zu den Erfahrungen in eigenen Versuchen zeigt für den Querdruck, dass die Bewertung in der Norm unter Umständen recht optimistisch sein kann, (siehe Kapitel 3.6.2). Das gilt insbesondere für Verankerungssituationen bei direkter Lagerung (dort ist immer Querdruck vorhanden). Andererseits ist die Ausgangsverbundspannung auf das ungünstigste anzunehmende Verhältnis $c_{\min}/\phi = 1$ gerechnet. Die reale Situation während der Verbundversuche lag jedoch bei $c_{\min}/\phi = 1,6 \dots 4,0$. Unter der Annahme der Beziehung nach Eligehausen [46], siehe auch Kontext zu (2. 57),

$$f_{b,\max} = f_{b,cr} = 1,5 \cdot f_{ct,eff} \cdot \sqrt{\frac{c_{\min}}{\phi}} \quad (4.2)$$

könnte sich die Situation hier günstiger darstellen.

Für lange Verbundlängen ist jedoch ebenfalls von Eligehausen festgestellt worden, dass ab $\tau_b = 6 \text{ N/mm}^2$ die Sprengbruchgefahr der Betondeckung evident ist. Der Querdruck in Verbundsituationen, die in Auflagerbereichen liegen, greift natürlich zusätzlich auch direkt radial an und wirkt damit zusätzlich verbessernd auf den Verbund.

4.2 Begriffe bei der Bildung von Rissen

Die Rissbildung lässt sich aus grundlegenden Kenntnissen über die Verbundwirkung zwischen Beton und High-Bond-Bars (üblicher gerippter Stabstahl) erklären.

Für die Ausbildung eines Risses sind Dehnungsunterschiede (gemeinhin: Schlupf) zwischen Beton und dem gezogenen Stahl am gleichen Ort verantwortlich, die sich aus der Reaktion auf eine aufgezwungene Verformung oder die Reaktion auf eine Einwirkung ergeben.

Über eine bestimmte Einbindelänge entsteht der Schlupf s_i als Differenz von Längendifferenzen der Materialien unter Last:

$$s_i = \Delta l_s - \Delta l_c = \varepsilon_s \cdot l_{t,i} - \varepsilon_c \cdot l_{t,i} \quad (4.3)$$

Mit: $l_{t,i}$ Einbindelänge an der jeweiligen Seite des Rissufers

Die Betondehnung ε_c ist immer auf ein bestimmtes Niveau (r -Radius, ausgehend von der Längsachse des Stahls) in der Betondeckung bezogen.

Die Dehnungsdifferenz kommt zustande, da der Beton durch seine geringe Dehnfähigkeit nicht in der Lage ist, die gesamte Dehnung des Betonstahls unter Last zu kompensieren. Ein neuer Riss tritt also auf, wenn die Grenze einer maximalen elastischen Zugverformung bei Beton erreicht ist. Da sich ein Riss immer aus den Ergebnissen von Gl. (4. 3) an zwei Rissufern zusammensetzt, ist eine lokale Rissbreite der Größe w das Ergebnis der Summe der lokalen Schlupfwerte.

$$w = s_{i-1} + s_i \quad (4. 4)$$

Sind mittlere Rissbreiten Gegenstand der Untersuchung, ist folgende Vereinfachung zulässig:

$$w = 2 \cdot s_i, \text{ wegen } s_{i-1} = s_i \quad (4. 5)$$

Eine im Riss vorhandene Zugkraft gilt dann als verankert, wenn wesentliche Kraftanteile in den in der Stahlumgebung für Verbundwirkung aktivierbaren Beton so eingeleitet werden konnten, dass ab einer bestimmten Länge l_t (der Übertragungslänge) vom Rissufer in Beton wie Stahl gleiche Dehnungen vorhanden sind und kein weiterer Riss entstanden ist. Der Übergang der Kraft vom Stahl auf den Beton erfolgt in der Verbundzone zwischen Beton und Stahl und wird vereinfacht oft mit einer Verbundspannung beschrieben:

$$\tau_b = \frac{F_s}{\pi \cdot \phi \cdot (l_b = l_t)} \quad (4. 6)$$

Die notwendige Übertragungslänge l_t ist abhängig von der Größe der effektiven (also aktivierbaren) Betonzugzone.

Wird die lokale Zugfestigkeitsgrenze des weniger elastischen Materials Beton in der beeinflussten Fläche um den Beton überschritten, bildet sich ein neuer Riss. Diese auf Zug aktivierte bzw. mitwirkende Einzugsfläche wird als $A_{c,eff}$ bezeichnet. Die lokale Risschnittgröße (Normalkraft, Moment) erzeugt im Stahl eine sog. Rissspannung $\sigma_{s,cr}$. Diese ist eine Geometrie- und Materialeigenschaft des Betons in der Verbundzone. Es ist:

$$\sigma_{s,cr} = \frac{F_s}{A_s} \text{ und} \quad (4. 7)$$

mit $\sigma_{ct,(cr)} = f_{ct}(x)$ ergibt sich,

$$\sigma_{s,cr} = \frac{f_{ct}(x)}{\rho_{eff} = A_s / A_{c,eff}} \cdot (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{eff}), \quad (4. 8)$$

da die Betondehnung ε_{ct} auch im Stahl mobilisiert werden muss. Der Unterschied der E-Moduli wird durch $\alpha_e = E_s/E_{cm}$ beschrieben. Die Stelle x ist die lokale Stelle des Rissereignisses.

In E_{cm} können zeitabhängige und lastabhängige Veränderungen berücksichtigt werden, jedoch nur, wenn auch die Veränderung von $f_{ct}(x)$ über die Zeit berücksichtigt wird!

Unter weiteren Rissbildungen teilen sich bei Laststeigerung die Rissabstände s_r weiter, bis sie so klein sind, dass es unmöglich ist, eine Risskraft noch vollständig vom Stahl in den Beton einzubringen ($s_r < 2 \cdot l_{t,erf}$). Riss auslösend können auch die Verringerung der Festigkeit infolge

Dauerlast, eine aufgezwungene Verformung oder Schwindspannungen entlang der Oberflächenbewehrung sein. Sind die Rissabstände nicht mehr teilbar, bezeichnet man das vorhandene, eingeprägte Rissbild als abgeschlossenes Rissbild.

Das heißt nicht, dass die Gesamtverformungen bei weiterer Laststeigerung konstant bleiben, der Dehnungszuwachs beschränkt sich aber im Wesentlichen auf den Stahl bei einer nicht weiter steigenden Mitwirkung des Betons. Man bezeichnet diese begrenzte Mitwirkung des Betons als „tension stiffening effect“. Es wird auch angenommen, dass diese Mitwirkung über große Abschnitte bei der Laststeigerung weitgehend konstant bleibt.

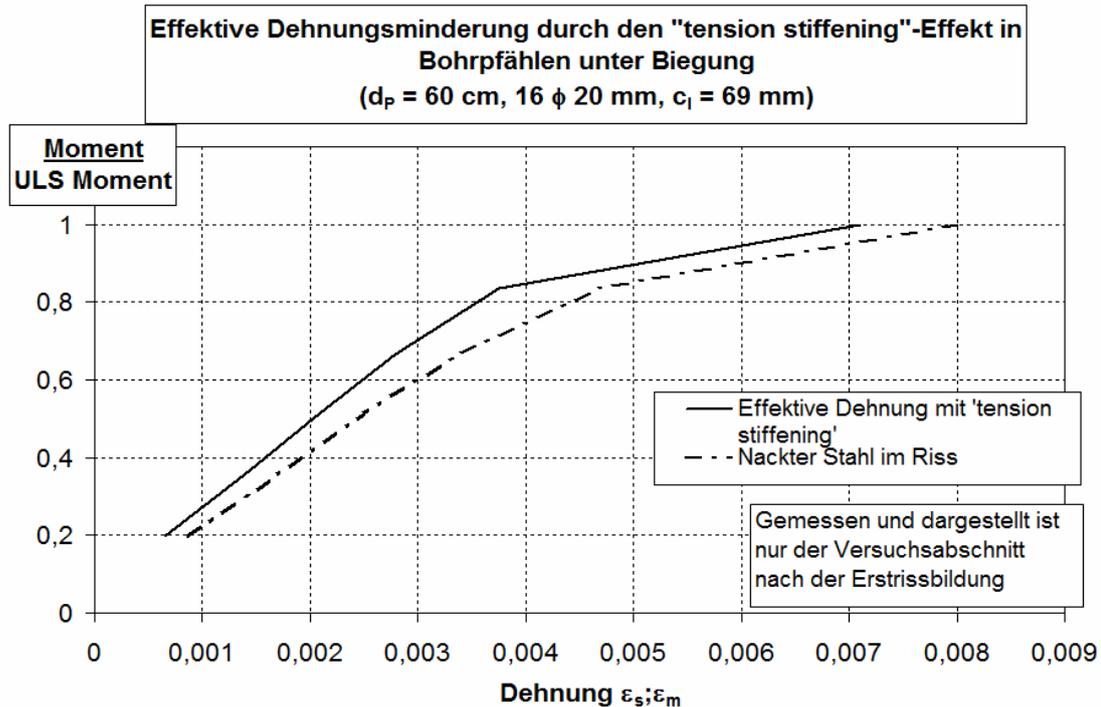


Bild 4. 1a)

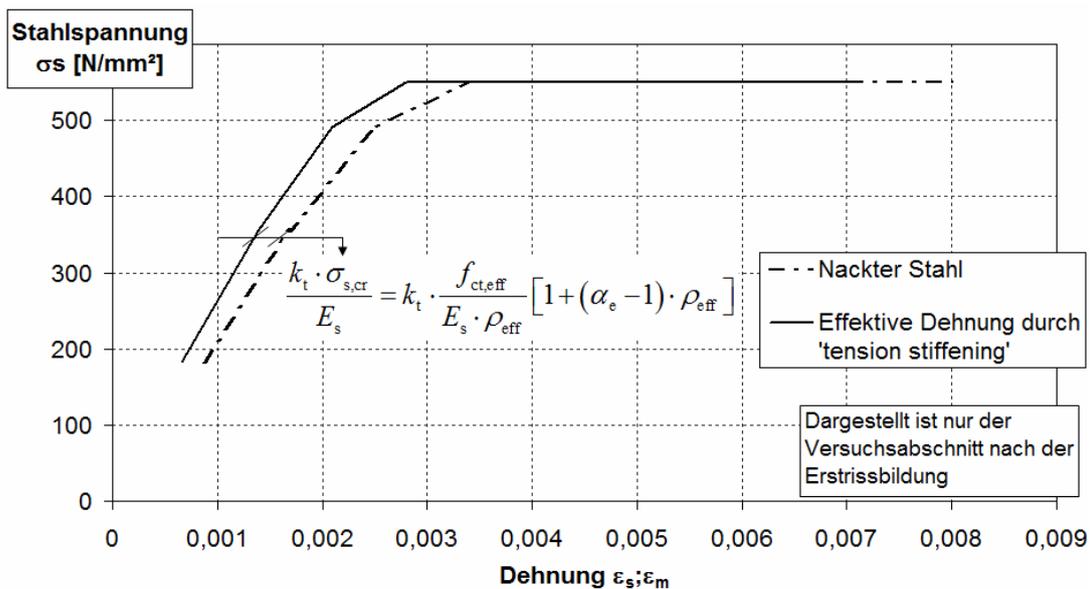


Bild 4. 1b)

Bild 4. 1 a) und b) Auswirkungen des Tension-Stiffening-Effektes bei Biegebauteilen auf die mittlere Stahldehnung und den Lastabtrag

(Anmerkung: Bild 4. 1a), b) ist zur Illustration des „tension stiffening effect“ an Biegebauteilen während der nichtlinearen Auswertung der Messdaten eines Versuchsprogramms zur Untersuchung von Rissbreiten in Bohrpfählen entstanden, siehe auch [128]. Im vorliegenden Fall wurde für den rotationssymmetrisch bewehrten Bohrpfahl ein Beton von $f_{cm} = 39,3 \text{ N/mm}^2$ verwendet. Der Pfahl wurde unter reiner Biegung getestet.)

Der auf den „tension stiffening effect“ rückführbare Steifigkeitszuwachs wird in der Regel durch einen prozentualen Anteil von der Rissspannung bzw. einem Abschlag von der Gesamtspannung mittels Faktor k_t mit $0 < k_t < 1$ ausgedrückt.

Typische Rissbildungen sind in Zuggliedern und in den Zugzonen von Biegebauteilen zu finden. Es ist umstritten, inwieweit Rissbilder in Biegebauteilen und Zuggliedern bei ähnlicher Bewehrungsanordnung voneinander abweichen. Diese betrifft möglicherweise schon mittlere Rissabstände und ist eine der zentralen Fragen der nachstehenden Betrachtungen. Eine weitere Frage ist die Überprüfung der Beschreibung der Berechnung der Rissbreiten für verschiedene Gebrauchszustände vor dem Erreichen des Grenzzustandes der Tragfähigkeit.

4.3 Eine allgemeine Beschreibung der Berechnung der Rissbreite w

4.3.1 Zum Wert von Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen für Rissbreitenberechnungen an langen Verbundlängen ($l_b > 5 \phi$)

Rissbreitenberechnungen beziehen sich oft auf Verbundgrundgesetze (Kapitel 2.2), die an kurzen Verbundlängen aus Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen ($f_b = f(s_0)$) ermittelt worden sind. Die Schnittstelle wird durch die Gleichung (4. 4) vorgegeben. Praktikable Ansätze für Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen weist Kapitel 2.4.5 aus.

Ein solches Vorgehen bleibt in der Regel jedoch widersprüchlich, da die in der realen langen Verbundsituation ($l_b > 5 \phi$) von Versuchsgeometrien abweichenden Größenverhältnisse beanspruchter Betonzugringe über weite Bereiche nicht den Aufbau eines Betonwiderstandes in Größenordnungen von Ausziehversuchen ermöglichen. Dazu kommt der Einfluss streuender Betoneigenschaften. Direkt übertragbare Ergebnisse sind dagegen erzielt worden, wenn diese Beziehungen aus adäquaten Bauteilversuchen abgeleitet sind, z.B. Versuche zur Übertragungslänge von Spanngliedern im sofortigen Verbund wie in [20].

So zeigen auch Berechnungsergebnisse, die Verbundsituationen an langen Einbindelängen von gerippten Bewehrungsstäben simulieren und auf konstante Verbundspannungen (4. 6) gestützt werden, (z.B. auf mittlere, an langen Verbundlängen ermittelte) oft sehr brauchbare und realitätsnahe Ergebnisse [73]. Dabei sehen die zugehörigen Verbundspannungs-Schlupf-Beziehungen auf den ersten Blick fast zu einfach aus (siehe Bild 4. 2).

Das plastische Materialverhalten des Betons und das durch die geometrischen Grenzen eingeschränkte Verbundpotential der Betondeckung werden dabei durchaus wiedergespiegelt. Solche Ansätze sind somit für Verbundbereiche geeignet, die weich sind und im abgeschlossenen Rissbild liegen oder für lange Verbundlängen bei Einzelrissbildung in Verbindung mit großen Betondeckungen. Die Gleichung (4. 6) eignet sich besonders für die Beschreibung von „No-high-bond“-Situationen und Bereiche, in denen die Ausbildung diskreter, durch kleine Verbundrisse getrennter Teilabschnitte nicht sehr wahrscheinlich ist (z.B. bei der Übertragung von Spannkraften in die Betondeckung mittels Verbund und generell bei der Übertragung von Druckspannungen). Die Beschreibung als „No-high-bond“-Situation trifft für Litzen, tief gerippte Bewehrungsstähle, glatten Rundstählen in

Gebrauchszuständen zu, bei denen der Verbund jeweils nur eine geringe Steifigkeit besitzt. Im deutschsprachigen Raum wird eine solche Situation oft als *weicher Verbund* gekennzeichnet.

Der Verformungszwang, der dagegen durch Rippenstahl auf die Umgebung ausgeübt wird, erzwingt hohe Verbundspannungen und diese hohe Verbundsteifigkeit wird mit dem Begriff „*high bond*“ (oft: *starrer Verbund*) beschrieben. Aber auch diese Verbundsteifigkeit ist weniger hoch, wenn der Rippenstahl in Leichtbeton eingebaut wird.

Die Verbundbeanspruchung steigt infolge erzwungener Belastungs- und Spannungsumlagerungen entlang der Verbundlänge, wenn der Stahl seine Fließgrenze erreicht.

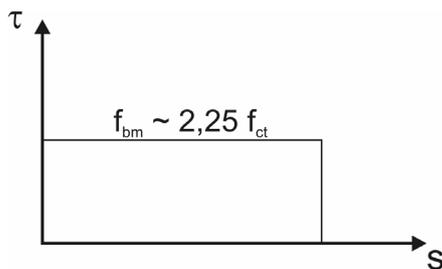


Bild 4. 2: Vereinfachte Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung für plastische Verbundmodelle mit einer mittleren Verbundfestigkeit

4.3.2 Ermittlung der Rissbreiten aus Dehnungsfunktionen

Eine mehr detaillierte Möglichkeit zur Berechnung der Rissbreite ergibt sich über die Prognose der Dehnungsfunktionen $\varepsilon_s(x)$ und $\varepsilon_c(x)$ für den Verbundbereich auf beiden Seiten eines zu untersuchenden Risses. Dies ist letztendlich eine konsequente Weiterentwicklung der rechten Seite von Gleichung (4. 3). Dabei ist zu beachten, dass insbesondere die Dehnungsfunktion des Betons $\varepsilon_c(x)$ auch über die Höhe der Betondeckung im Längsschnitt variieren wird.

Auslösend ist die Betonstahlrippung, da durch die Stahldehnung die lokalen Betonkonsolen zwischen den Rippen mangels zugfester Rückhängung mitgezogen werden. Infolge dessen reißt der Beton auch quer zur Stabachse in regelmäßigen Abständen an den Rippen auf und ermöglicht eine nominelle, d.h über eine größere Länge „verschmierte“ Dehnung in der Nähe der Stahloberfläche, die über die Grenzdehnung ε_{cr} , Gleichung (2. 23) hinausgeht.

Dieser Effekt ist erstmalig von Goto/ Otsuka [59] beschrieben und nachgewiesen worden (siehe Bild 4. 3). Seine Ergebnisse lassen den Schluss zu, dass es möglich sein kann, die Verbundkraftübertragung als eine Kombination aus dem Modell lokaler Risse entlang der Übertragungslänge nach Goto (siehe auch [46], [100]) in Kombination mit sog. Tepfers-Zugringen [120] zu beschreiben, die segmentartig aneinander gereiht werden. Goto/ Otsuka konzentrierten sich in ihren Darstellungen und Kraftgleichgewichten auf das Gleichgewicht in Stablängsrichtung. Der für den Aufbau einer Verbundspannung wichtige Querdruck aus dem Verformungswiderstand des Betonrings ist dabei weniger Untersuchungsgegenstand. Im Bild 4. 4 geht er als Komponente H in das Modell ein. Das ähnelt dem Modellierungsvorschlag aus Bild 3. 33 für den Einbau des Querdrucks in ein ebenes System.

Möglicherweise lässt sich der verbliebene, ungerissene Bereich im Querschnitt als verbleibender Tepfers-Zugring interpretieren oder anhand von Verformungen oder durch den Aufbau einer Dehnungshypothese als solcher nachweisen und für ein Verbundgleichgewicht dem

analytischen 3D-Modell hinzufügen. Insbesondere Bild 4. 4 zeigt, dass eine solche komplexe Beschreibung Erfolg versprechend sein kann.

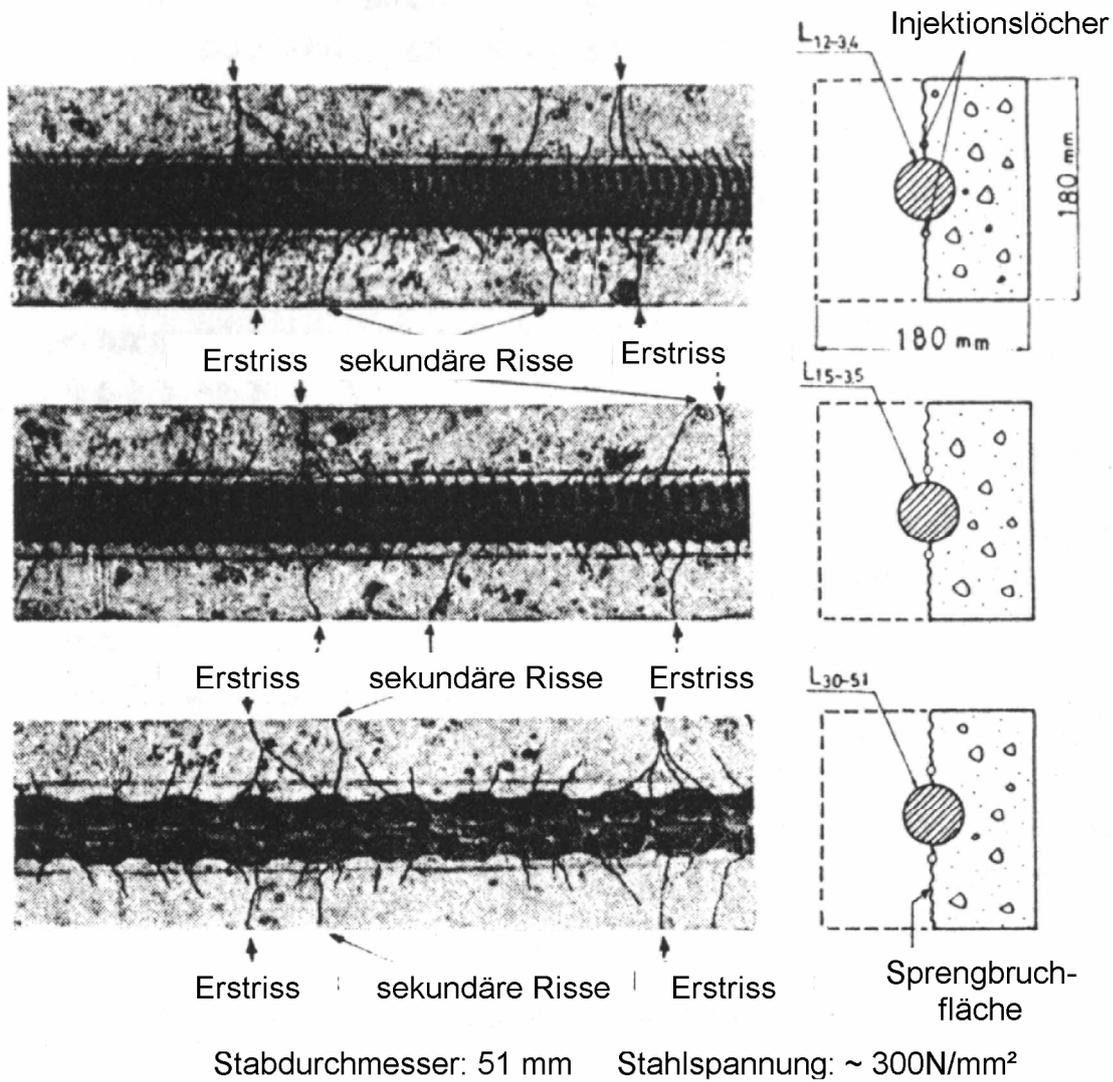


Bild 4. 3: Risse vor den Rippen in einem Zugstab ($\phi 51$, $\sigma_s = 300 \text{ N/mm}^2$) und $c/\phi=1,26$. Aus [59], in Deutsch übertragen.

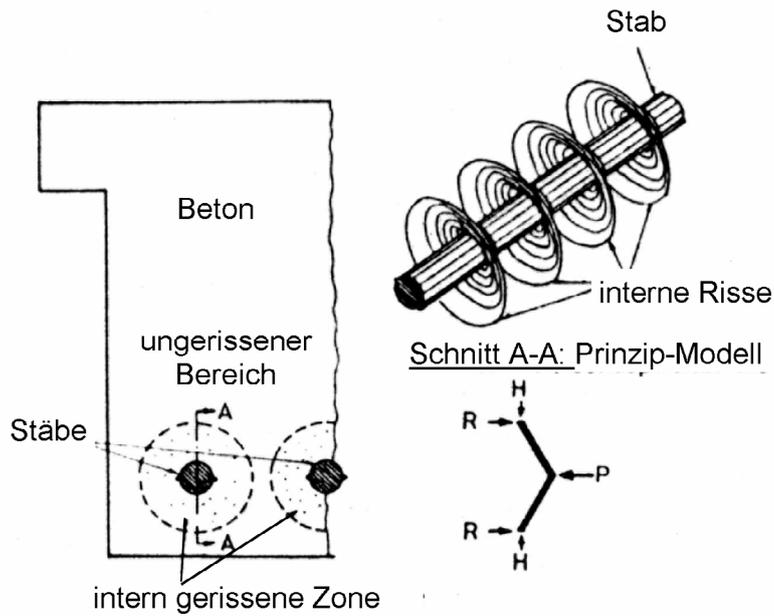


Bild 4. 4 a)

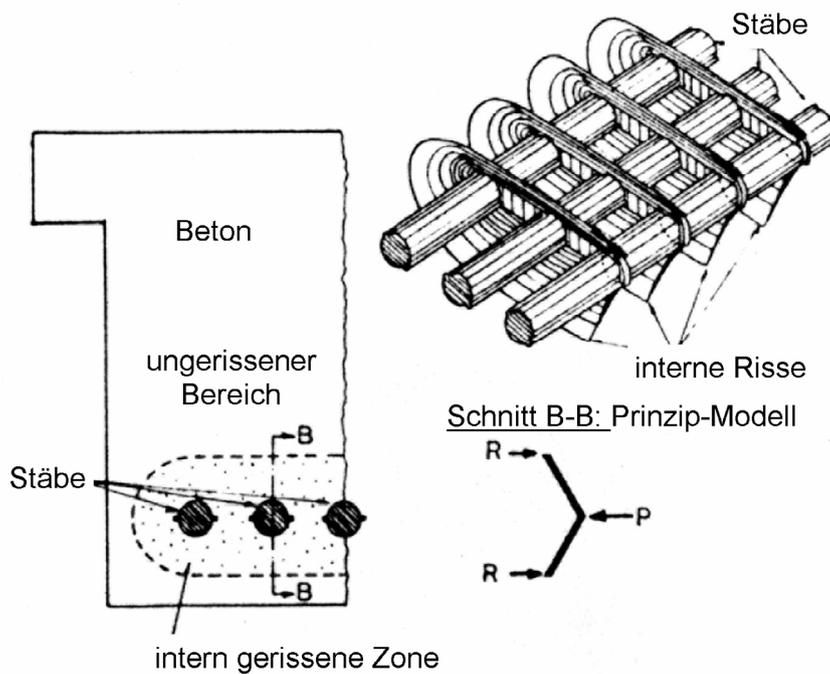


Bild 4. 4 b)

Bild 4. 4 a, b): Modellvorstellungen von Goto/ Otsuka [59, in deutsch übertragen] für die Verbundkraftübertragung bei innerer Rissbildung (sog. „Goto-Risse“) quer zur Bewehrung unter Verwendung einfacher Stabwerkmodelle, Teilung in eine gerissene und ungerissene Zone, a) –einzeln wirksame Stäbe, b) Stabgruppe

Rots [102] hat eine denkbare Variante eines kombinierten Systems auch unter Berücksichtigung von Strain-Softening – Effekten modelliert. Die Anzahl radialer Risse im Querschnitt wurde dabei vorgegeben.

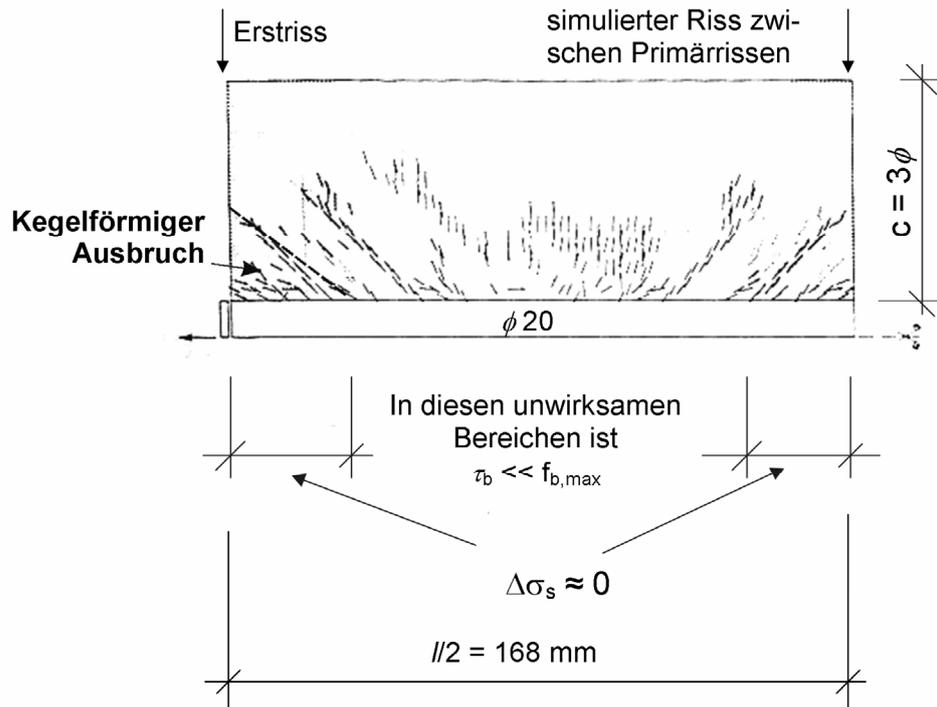


Bild 4. 5: Ergebnisse einer FEM-Berechnung von Rots [102] für einen zylindrischen Dehnkörper zwischen Einzelrissen, ergänzt um die Markierung der deaktivierten Verbundbereiche an den Enden des simulierten Körpers und geometrische Angaben. ($f_{ct} = 3 \text{ N/mm}^2$)

Da in FEM-Rechnungen Parameter von der gewählten Bandbreite bzw. dem gewählten Netz abhängig sind, wird das Ergebnis solcher Berechnungen nicht genauer auflösen als die Vernetzung und Elementdefinition vorgibt. Weitergehende Ergebnisse lassen sich nur indirekt ermitteln. Es ist schwer, in der Simulation einer räumlichen Verbundwirkung die wichtigen lokalen Risse fein darzustellen. Im oben dargestellten Beispiel war das nur innerhalb eines 6 mm Rasters, d.h. in 6 mm Abständen möglich, eine feinere Vernetzung hätte zu Problemen an anderen Stellen geführt, insbesondere bei der Abbildung der Druckstrebe [102].

Der Vergleich verschiedener Modelle zeigt unabhängig von der Qualität der aufgrund von Parameteranpassung meist recht zutreffenden Ergebnisse, dass die Beschreibung der höchstbeanspruchten Zone vor den Rippen recht vage bleibt. Die Festigkeitseigenschaften der zerstörten Zone vor den Rippen sind dabei schwerer modellierbar, da durch die Einzwängung in eine intakte Umgebung Restfestigkeiten des entfestigenden Materials vorhanden sein werden. Bei Versuchen an HPC zeigte sich auch, dass die stark gestörten und zerstörten Betonzonen auf den Bereich zwischen den Rippen beschränkt bleiben. Bei der Verwendung des $\phi 25$ in Ausziehkörpern des eigenen Versuchsprogramms (Anhang 1) blieb diese Zone sogar gänzlich intakt. Offenbar wurden infolge des schnell entstehenden Sprengbruchs die elastischen Festigkeitsgrenzen des mehraxial gedrückten Betons nicht überschritten und ein Zerdrücken („Crushing“) des Materials vor den Rippen an den Betonkonsolen trat nicht ein (siehe Anhang 2).

Mit der Entfernung von der Stahlachse nehmen die Rissbreiten der kleinen internen (Goto-) Risse $w(r)$ ab, siehe Gleichung (3. 54). Damit ist (siehe auch Bild 4. 6) die Größe der Betondehnung nicht nur eine Funktion der Entfernung x vom Rissufer, sondern auch des

Abstandes z von der Stabachse. Es lässt sich allgemein eine Differenzenfunktion für die Differenz von Stahl- und Betondehnungsfunktion an beliebiger Stelle x aufstellen:

$$\Delta\varepsilon(x, z = \text{const}) = \varepsilon_s(x) - \varepsilon_{ct}(x, z = \text{const}) \quad (4.9)$$

Infolge der über die Höhe der Betondeckung veränderlichen Betondehnungsfunktion verändert sich die nach Gleichung (4.4) ermittelbare Rissbreite:

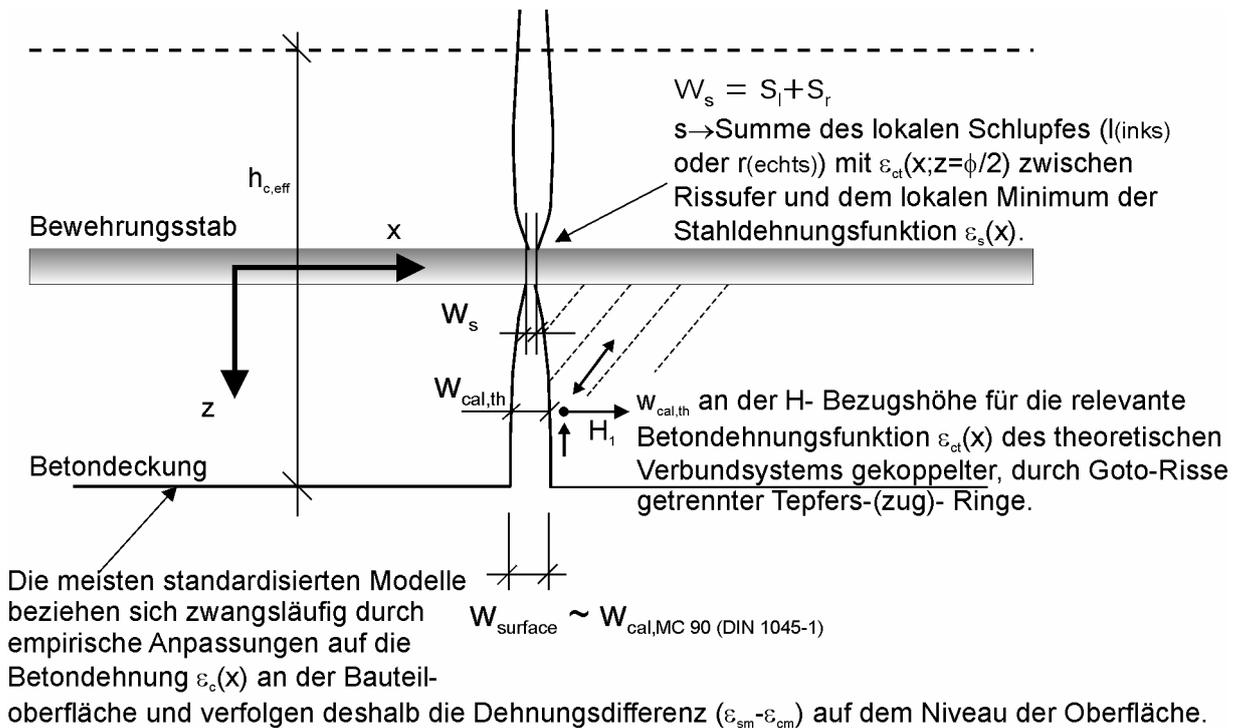


Bild 4. 6: Dehnungsentwicklung über die Höhe der effektiv beeinflussten Zugzone in Erweiterung des Bild 1, Heft 525, S.190 [28], (aus [42]).

4.3.3 Die Berechnung von Rissbreiten aus Dehnungsfunktionen

Nach der Festlegung der Dehnungsfunktionen kann in einer bestimmten Ebene der Betondeckung die Rissbreite aus der Differenzenfunktion $\Delta\varepsilon(x; z)$ ermittelt werden.

Jedoch stellt sich die Frage:

Wo im Rissquerschnitt ist die Rissbreite w_{cal} tatsächlich zu finden, die berechnet wird?

Dies ist wohl die am schwersten zu beantwortende Frage. Allgemein wird angenommen, dass der gesamte, effektive Betonquerschnitt mit einer konstanten Dehnung mitwirkt. Geht man von der Ausbildung von Zugringen nach einer radialen Rissbildung infolge der Verbundlast aus, wird man die Resultierende der widerstehenden Betonzugkraft R (siehe u.a. Goto, Bild 4.4) im Kraftschwerpunkt des ersten ungerissen verbliebenen Zugrings ansetzen. Damit ist die Rissbreite $w_{cal} = w_{cal,th}$ aus einer Dehnungsberechnung mit einer auf eine bestimmte Querschnittshöhe bezogenen Betondehnungsfunktion zu erwarten. Sie ist am zugehörigen Punkt des Rissufers am sinnvollsten anzuordnen, siehe Bild 4.6.

Da dieser Rissort von außen mit Risskarten, Risslupen oder elektronischen Dehnungsmessungen schwer einsehbar und kaum bei Begutachtung definierbar ist, wird oft ein Vergleich mit der äußeren Rissbreite w_{surface} angeführt. Um die Unsicherheit bei der Berechnung von Rissbreiten perfekt zu machen, wird man feststellen, dass auf der Ebene der Stahloberfläche durch die infolge interner Risse größeren (verschmierten) Gesamtdehnungen des Betons die verbleibende Rissbreite w_s sehr klein ist. Exakt dieser Wert ist aber für eine direkte Korrosionsbeanspruchung von Bedeutung.

Edwardsen [43] hat bereits darauf hingewiesen, dass einer äußeren Rissbreite von $w_{\text{surface}} = 0,3$ mm durchaus eine kleine Rissbreite am Stahl gegenüber stehen kann, deren Größe nur 10 ... 20% der äußeren beträgt. Somit stellt sich wiederum die Frage, ob die Korrosionsgefahr wirklich so groß ist, wie anhand der berechneten Rissbreiten angenommen wird. Allerdings spielt beim Anstieg der Korrosionsgefahr infolge der Vergrößerung der äußeren Rissbreite auch die Depassivierung der Rissufer eine nicht zu vernachlässigende Rolle. Um also von der Verkleinerung der Rissbreite nach innen profitieren zu können, wäre zumindest eine genauere Vorhersage der inneren Rissbreite am Stahl notwendig.

Dabei gibt es eine Abhängigkeit der Entwicklung der Rissbreite w_s von der Höhe der Betondeckung c und der Stahlspannung $\sigma_s < 0,8 f_{yk}$ auf dem Gebrauchstauglichkeitsniveau. Beeby [12] hat die Versuchsergebnisse von Ferguson et al. [68] in folgendem Diagramm veröffentlicht:

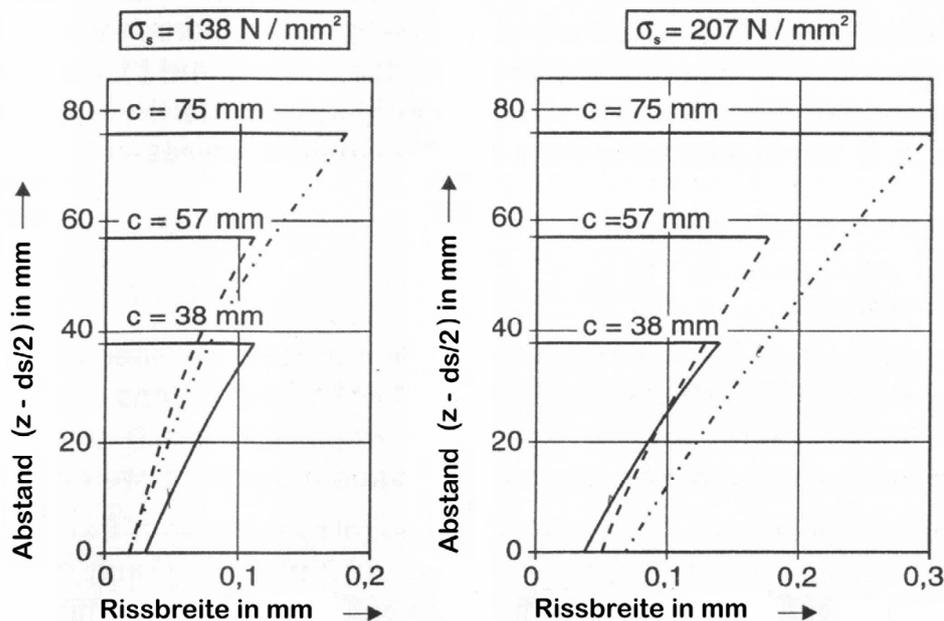


Bild 4. 7: Veränderung der Rissbreite in Abhängigkeit zum Abstand zum Stab, aus DBV-Merkblatt „Rissbreitenbeschränkung“ nach [68]

Bei der Anwendung der Daten aus Bild 4. 7 sollte berücksichtigt werden, dass die Datenbasis bereits 1968 von Ferguson et.al veröffentlicht wurde. Damals sind mit Sicherheit andere Profilierungen der Stäbe üblich gewesen als das heute der Fall ist. Wie noch zu zeigen ist, hat die Profilierung allerdings weniger Auswirkung auf die wichtige, an der Oberfläche zu messende Rissbreite w_{surface} , jedoch unbedingt auf die kleine Rissbreite an der Staboberfläche w_s (also $c = 0$).

Entscheidend ist die Steifigkeit des Verbundes in der Kontaktzone zwischen Stahl und Beton. Stellt sich ein starrer Verbund ein, d.h. über große Stababschnitte herrscht an der Staboberfläche weitgehende Dehnungsverträglichkeit zwischen Stahl und Beton; ist bei einer Modellbildung mit „verschmierten“ Goto-Rissen der Schlupf kaum größer als die Rissbreiten interner Risse im Längsschnitt. Ist der Verbund weich, setzt über weitere Strecken entlang der Verbundfuge Gleiten ein und der lokale Schlupf nimmt deutlich zu. Insbesondere bei Einzelrissbildung, bei der eine Zugkraft noch vollständig verankert werden kann, ist oft ein Übergang von weichem zu starrem Verbund in Richtung des Verankerungspunktes zu erwarten. Andererseits ist dieser Punkt des Übergangs vom starren zum weichen Verbund variabel und von lokalen Ausprägungen der Materialeigenschaften abhängig. Daher ist es durchaus möglich, dass bei identischen Geometriebedingungen und ähnlicher Oberflächenrissbreite w_{surface} stark abweichende Rissbreiten w_s im Inneren an der Stahloberfläche auftreten.

Unter Beachtung aller genannter Vorbehalte bzgl. Bild 4. 7 kann man die ablesbaren Daten um einige Daten aus [43] erweitern und zu einer Beschreibung der Oberflächenrissbreite nach einer multivariaten Regression kommen:

$$w_{\text{surface}}^{[\text{mm}]} = 1,555 \cdot w_s^{[\text{mm}]} + 0,001628 \cdot c^{[\text{mm}]} + 0,0001384 \cdot \sigma_s^{[\text{N/mm}^2]} - 0,029046 \quad (4. 10)$$

$$(R^2 = 0,53)$$

Kontrollmöglichkeiten sind begrenzt. Verwendet man die Annahme aus [28], dass ein Rechenwert der Rissbreite $w_{\text{cal,th}}$ sich etwa im Abstand von $c/2$ von der Betonoberfläche außen reproduzieren lässt, so kann man die Eingangsdaten aus einer multivariaten Regression aus Bild 4. 7 wiederum modifizieren. Jetzt ergibt sich ein Zusammenhang zwischen einer berechneten Größe $w_{(m,k)\text{cal,th}}$ und der auf der Außenseite zu erwartenden Rissbreite.

$$w_{\text{surface}}^{[\text{mm}]} = 1,4707 \cdot w_{(m,k)\text{cal,th}}^{[\text{mm}]} + 0,000962 \cdot c^{[\text{mm}]} + 0,000188 \cdot \sigma_s^{[\text{N/mm}^2]} \quad (4. 11)$$

$$(R^2 = 0,98)$$

$$\text{Mit: } w_{(m,k)\text{cal,th}} = w[z \approx (c + \phi)/2]$$

Letztendlich bleiben diese regressiven Beschreibungsversuche der Rissbreite an der Bauteiloberfläche vage, wobei jenseits von großen Rissbreiten $w > 0,3$ mm und Stahlspannungen $\sigma_s > 300$ N/mm² eine nicht gesicherte Extrapolation der Datenbasis vorgenommen wird. Es ist aber auch eine geschlossene Beschreibung der Verhältnisse zwischen der Rissbreite innerhalb der Betondeckung gegenüber der Oberflächenrissbreite an der Betonoberfläche möglich. Wird mit einem mechanischen Ansatz, z. B. Stabwerkmodellen, die Mitwirkung des Betons beschrieben und eine Rissbreite $w_{\text{cal,th}}$ ermittelt, kann mithilfe dieses Ansatzes auf die Oberflächenrissbreite w_{surface} extrapoliert werden. Damit besteht die Möglichkeit, Schädigungsbeschreibungen, die auf gemessene Oberflächenrissbreiten bezogen sind mit solchen Rechenwerten zu vergleichen.

Ein einfacher strukturierter Ansatz ist durch Randl/ Johnson veröffentlicht worden [98]. Dieser Ansatz ist für die Verbundplatten von Verbundträgern erarbeitet worden, jedoch auch auf Stahlbetonkonstruktionen allgemein übertragbar. Danach ist:

$$w_{\text{surface}} = w_s \cdot \frac{(h-x)}{(d-x)} + \Delta w \quad (4.12)$$

Die Definition für Δw kann dem nachfolgenden Bild entnommen werden:

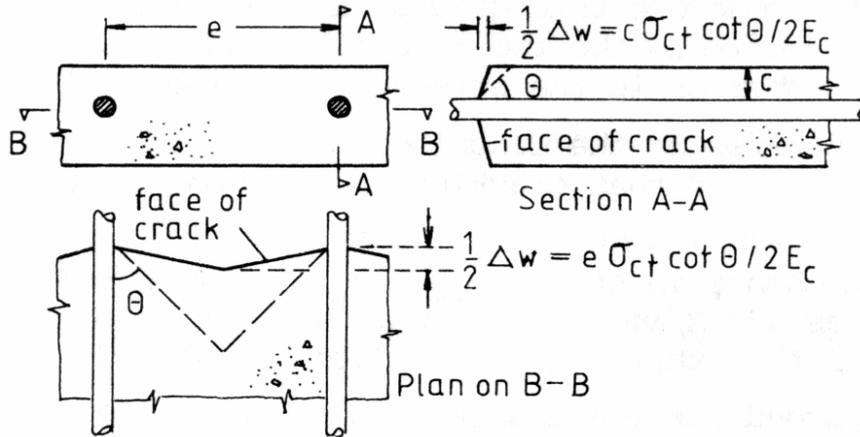


Bild 4. 8: Darstellung der Empfehlung zu Ermittlung der Oberflächenrissbreite in Platten von Stahlverbundkonstruktionen, entnommen [98].

Der Winkel $\cot \theta$ liegt zwischen 30° und 45° . In den Berechnungen von Randl/ Johnson wurde $37,5^\circ$ gewählt. Hier wird also von einer linear vereinfachten Rissentwicklung nach außen ausgegangen.

Realitätsnäher ist es jedoch, eine parabelförmige Entwicklung anzunehmen. Dazu geht man davon aus, dass aufgrund eines angesetzten Dehnungsmodells ($\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{cm}(x, z)$) in Kombination mit einem prognostizierbaren „Tepferszugring“ am Rissufer die Position z der mittleren Dehnungsfunktion des Betons (Bild 4. 6) feststeht. Diese stimmt mit der Lage $z_{\text{cal,th}}$ der für das Gleichgewicht notwendigen Längszugkraft bezogen auf den Umfang $u = 2\pi z_{\text{cal,th}}$ im Beton überein. Vereinfacht wird die Resultierende in der halben Höhe des ungerissenen, elastischen Teils des Zugrings angenommen. Es wird davon ausgegangen, dass eine auf einer normkonformen Dehndifferenz $\Delta \varepsilon_m$ beruhende Berechnung eine rechnerische Rissbreite für diese Position in der Betondeckung erzeugt. Nimmt man weiter an, dass die Rissentwicklung in z -Richtung durch eine negativ orientierte Parabel $w/2 = f(z)$ approximiert werden kann, so lässt sich w_{surface} als Ordinate des Scheitelpunkts $S [c_{\text{min}}; (w_{\text{surface}}/2)]$ einer Parabel zwischen w_s und w_{surface} finden. Für den Scheitel wird angenommen, dass dieser Punkt weitgehend spannungsfrei bleibt und damit der Anstieg der Parabel in S null ist. Leichte Biegungseinflüsse, die zu kleinen Verzerrungen an der Oberfläche führen, werden dabei vernachlässigt. Diese führen wahrscheinlich dazu, dass in dem Bild 4. 6 und Ergebnissen von Goto/ Otsuka [59] der Anstieg nie wirklich Null war. Die Rissbreite $w_s/2$ liefert das additive Element der geschlossenen Formulierung. Unter Ausnutzung der Symmetriebedingung zur Rissmitte = Spiegelachse verschwindet die 2 und ganze Rissbreiten verbleiben im Formelapparat.

$$w_{\text{surface}} = \frac{w_{\text{cal,th}} - w_s}{1 - \frac{(c - z + \phi/2)^2}{c^2}} + w_s \quad (4.13)$$

Mit: z vertikale Berechnungsposition für $w_{\text{cal,th}}$, Bild 4. 6

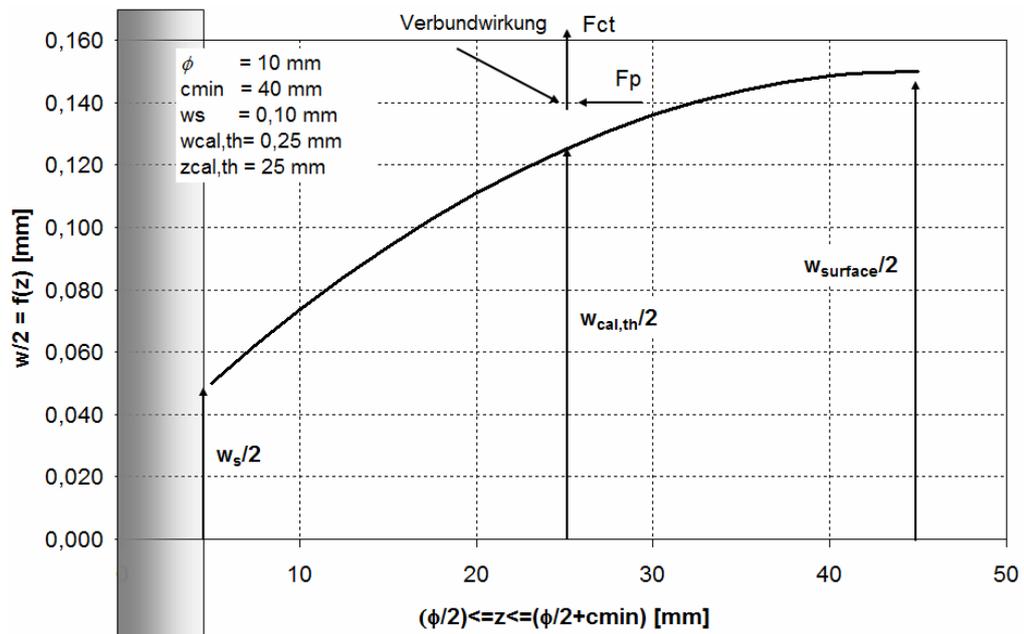


Bild 4. 9: Berechnungsmodell für die Oberflächenrissbreite nach (4. 13)

Die Gleichung (4. 13) zeigt, dass mit zwei Rissbreiten an zwei bekannten Punkten am Rissufer eine gute Prognose für den interessanten dritten Wert ausschließlich aus Geometriebeziehungen gewonnen werden kann.

In Biegesystemen kommt in strenger Sichtweise auch noch eine Dehnungskorrektur infolge der Krümmung dazu.

$$\frac{(h - x^{\text{II}})}{(d - x^{\text{II}})} \cdot \varepsilon_s(d_1) = \varepsilon_{\text{surface}} \quad (4.14)$$

Mit: x^{II} Druckzonenhöhe im Zustand II in Abhängigkeit von der Stahlspannung
 h Höhe des Biegequerschnitts
 d statische Höhe; $d_1 = (h - d)$

Die bisherigen Betrachtungen gehen davon aus, dass für einen Zugstab oder einen Zuggurt die Dehnungsfunktionen durch ein System von Tefperszugringen auf verschiedenen Ebenen innerhalb der Betondeckung gegeben werden kann.

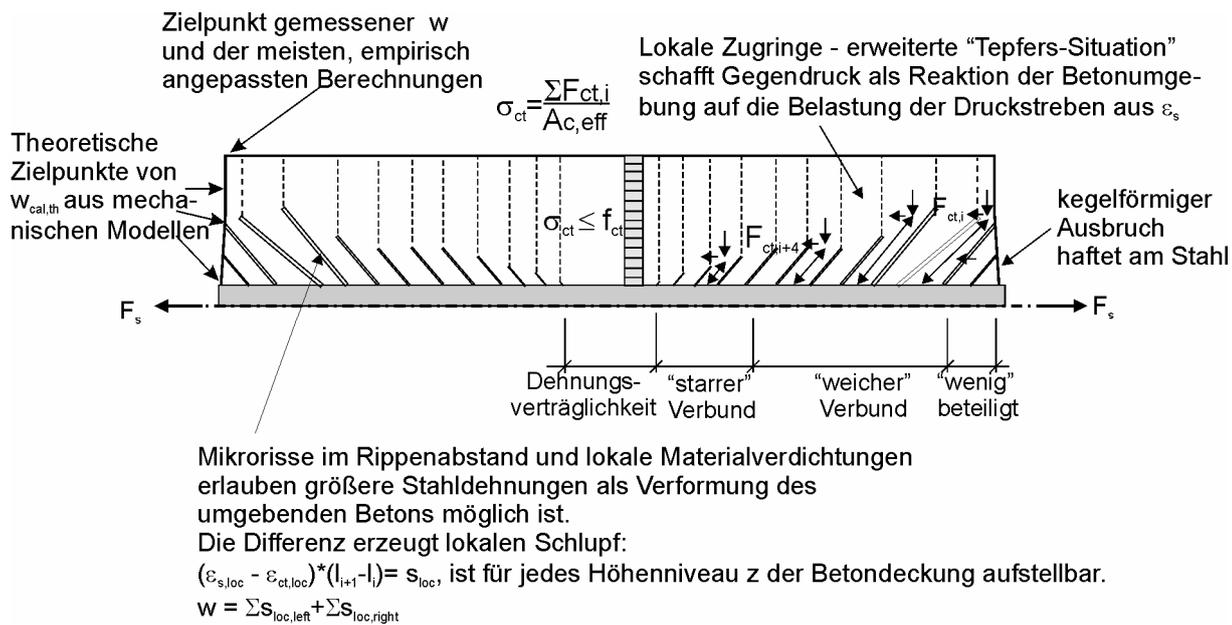


Bild 4. 10: Schematische Darstellung der Verbundwirkung zwischen zwei Einzelrissen mit einem System von aneinandergereihten Zugringen, die durch interne Risse nach Gotos Theorie in Längsrichtung getrennt sind

Berechnungsverfahren sollten immer durch Versuche bestätigt werden. Oft werden statistische Untersuchungen bemüht, um den Nachweis trotz stark streuender Versuchs- und Materialdaten führen zu können. Vor einer Diskussion der Brauchbarkeit der bisherigen Ansätze ist aber eine Darstellung der Rissbreitenberechnung als Auswertung einer Dehnungsdifferenzenfunktion über eine Einflusslänge erforderlich.

Unabhängig vom Aufbau einer weiteren Risskraft F_{ct} oder dem Zustand Einzel- oder abgeschlossene Rissbildung kann man ein Grundgesetz zur Berechnung von Rissbreiten formulieren, dass in der Lage ist, alle angesprochenen Eventualitäten zu berücksichtigen.

$$w_{xi} = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} [\varepsilon_s(x) - \varepsilon_{ct}(x)] dx = w_{xi} = \int_{x_{i-1}}^{x_{i+1}} [\Delta\varepsilon(x)] dx \quad (z \sim \text{const.}) \quad (4.15)$$

Mit: $\varepsilon_{ct}(x)$ „verschmierte“ Dehnung auf einem bestimmten Höhenniveau

Dabei ist w_{xi} die Rissbreite auf dem Höhenniveau z der angesetzten Betondehnungsfunktion. Es ist nicht zwingend erforderlich, dass sich die Dehnungsfunktionen des Stahls und des Betons auf den unmittelbaren Berührungsbereich beziehen.

Für die Dehnungsfunktionen ε_s , ε_{ct} oder die Differenzenfunktion $\Delta\varepsilon$ sind immer folgende Funktionsabhängigkeiten zu beachten:

- a) bei monotoner (oder Dauer-) Belastung:

$$\varepsilon_s(x) = f[t; \sigma_{s,perm}, \Delta t; \Delta\varepsilon_{c2}(\Delta t)]$$

$$\varepsilon_{ct}(x) = f[(y, z); t; \sigma_{s,perm}, \Delta t]$$

- b) bei wiederholter Belastung

$$\varepsilon_s(x) = f[t; n_k, 2\sigma_{sA}; \sigma_{sm}; \Delta\varepsilon_{c2}(n_k)]$$

$$\varepsilon_{ct}(x) = f[(y, z); t; n_k, 2\sigma_{sA}, \sigma_{sm}]$$

Natürlich bestehen für $\varepsilon_s(x)$, $\varepsilon_{ct}(x)$ auch die Abhängigkeiten zu den Haupteinflussgrößen bei solchen Untersuchungen:

- Geometrie der widerstehenden Betonfläche $A_{c(t),eff}$, da sie die Größe der Risschnittgröße bei der abgeschlossenen Rissbildung bestimmt
- Festigkeit des widerstehenden Betons ($f_{ct} = f(t)$) im Bereich der effektiven Zugzone
- Bewehrungsgeometrie A_s, ϕ

Die Dehnungsfunktionen und das bestimmte Integral über die Differenzenfunktion sind zeitlich veränderlich und vom untersuchten Zeitpunkt t und der Dauer der Lasteinwirkung Δt abhängig. Bei wiederholter, zyklischer Belastung wird dieser Dauerlast-Effekt durch das Paar (n_k ; $2\sigma_{sA,k}$ - Lastwechselzahl; Schwingspiel) mit signifikanten Bezug zu einem mittleren Spannungsniveau, genannt Mittelspannung σ_{sm} , ausgedrückt. Diese können mit typischen Schädigungsverläufen, zum Beispiel einer Verformungszunahme, verglichen werden. Aus Vergleichen mit typischen Lebensdauerlinien können Erwartungswerte für die Reduktion der Zugfestigkeit infolge des statischen oder Ermüdungskriechens abgeleitet werden.

Im Einzelnen verzweigen die Funktionsabhängigkeiten für die Bestimmung der Differenzenfunktion nach Gl. (4. 9) zur Verwendung in Gl. (4. 15) also weiter, wobei die Bezeichnungen so angelegt sind, dass eine Verbindung zu den in Bild 4. 16 und Bild 4. 18 dargestellten, schematischen Dehnungsverläufen herstellbar ist.

$\varepsilon_s(x)$ stetige Funktion der Betonstahldehnung entlang der Stabachse
 $\varepsilon_{ct}(x)$ Auf ein bestimmtes Abstandsniveau z zur Stabachse bezogene Dehnungsfunktion des Betons, die mit dem Zielpunkt der Resultierenden der Betonzugkraft $F_t/u(z)$ in der Rissfront bzw. am Rissufer (Fragestellung nach $w_{xi}(y; z)$) korrespondiert.

Wichtige Funktionsparameter:

t Zeitpunkt der Untersuchung
 t_0 Zeitpunkt der Erstbelastung
 Δt Dauer einer ständigen Lasteinwirkung $\sigma_{s,perm}$
 n_k Lastwechselzahl mit bestimmtem schädigungsäquivalenten Schwingspiel $2\sigma_{sA}$, weiterer Parameter σ_{sm}
 $(y; z)$ Koordinaten in der virtuellen Rissfront/ -uferebene (Querschnitt)
 Der Ursprung des rechtshändigen Koordinatensystems liegt auf der Stahlposition. Es gilt:
 $-s/2 \leq y \leq s/2$, s ist der Abstand zum benachbarten Stab
 $-(m-1) \cdot d_1 \leq z \leq d_1$, bezogen auf die effektive Betonzugzone $A_{c,eff} = m \cdot d_1$
 (mit $d_1 = h - d$ und $m > 2$)
 $\Delta\varepsilon_{c2}(t \text{ oder } n)$ Verformungsänderung der Betondruckzone bei Biegesystemen, die zu Spannungserhöhungen im Betonstahl führen kann

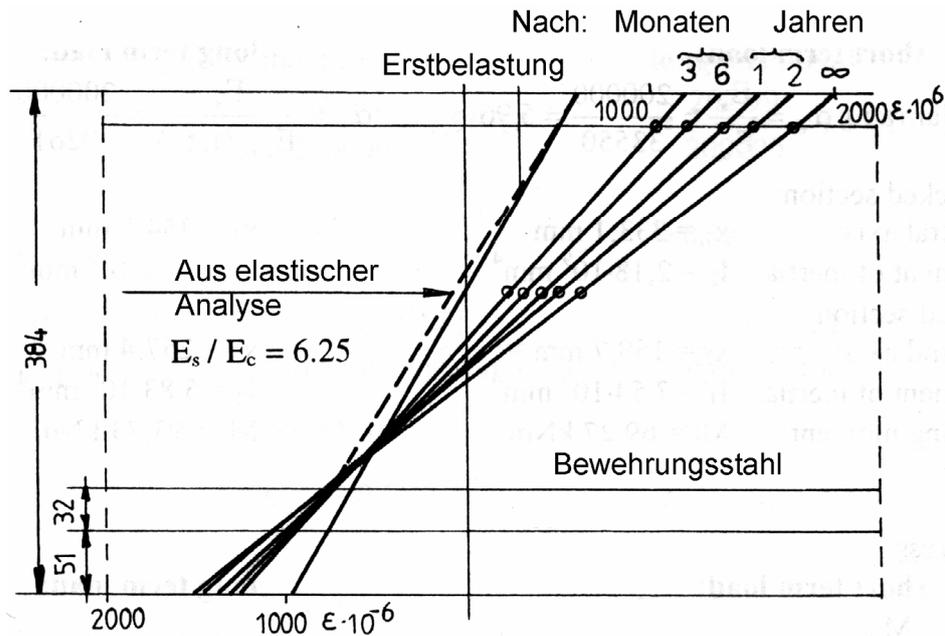


Bild 4. 11: Stauchungszuwachs in der Druckzone durch Kriechen unter einer konstanten Dauerlast erzwingt den Dehnungszuwachs des Bewehrungsstahls (Für einen Beton \approx C30/37 nach Stevens [119], in deutsch übertragen)

Für die Darstellung zweier typischer Funktionsverläufe zur Beschreibung einer Einzelrissbildung und eines abgeschlossenen Rissbildes ist die Vereinbarung weiterer Parameter und Bezeichnungen notwendig. Diese Bezeichnungen sind auch für Berechnungen nach Gl. (4. 15) notwendig.

Extremalargumente und Koordinaten der Funktionen $\epsilon_s(x), \epsilon_{ct}(x)$

x_{i-1}, x_i, x_{i+1} 3 aufeinander folgende Punkte x_n entlang der Stablänge, für die die erste Ableitung ergibt: $\epsilon_s'(x_n) = f'(x_n) = 0$ und $x_{i-1} < x_i < x_{i+1}$

x_{i-1}, x_{i+1} 2 aufeinander folgende Punkte x_n entlang der Stablänge, für die gilt: $\epsilon_s''(x_n) = f''(x_n) > 0$

$(y; z)$ Koordinaten in der virtuellen Rissfront/-uferebene

Der Ursprung des rechtshändigen Koordinatensystems liegt auf der Stahlposition. Es gilt:

$-s/2 \leq y \leq s/2$, s ist der Abstand zum benachbarten Stab

$-(m-1) \cdot d_1 \leq z \leq d_1$, bezogen auf die effektive Betonzugzone $A_{c,eff} = m \cdot d_1$

In der Regel werden Dehnungsverläufe für Stahl und Beton ähnlich wie in Bild 4. 12 dargestellt. Diese Vereinfachungen stützen sich auf exponentiale Verbundtheorien wie in den Gleichungen (2. 12) und (2. 14). Eine solche Darstellung ist sehr zutreffend für Litzen oder tief gerippte Stähle („indented wires“) bzw. für kurze Verbundlängen.

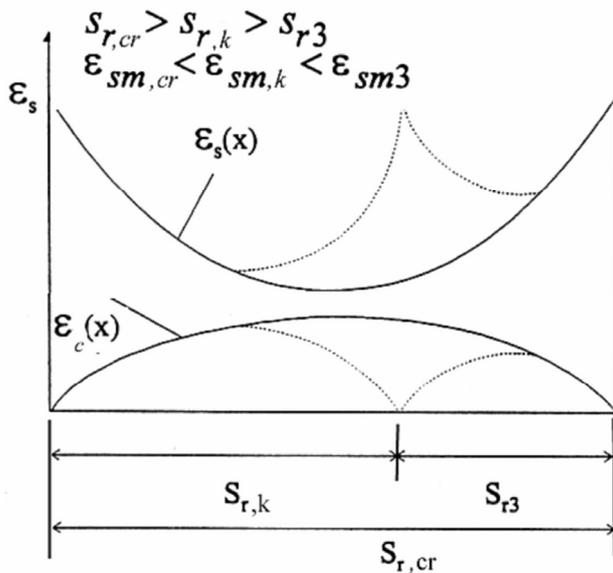


Bild 4. 12: Bildung eines neuen Risses beim Übergang zum abgeschlossenen Rissbild (nach einer Darstellung aus [76]).

- s_r Rissabstand
- $s_{r,cr}$ Rissabstand bei Einzelrissbildung
- $s_{r,k}$ charakteristischer Rissabstand

Um die in der Skizze gezeichneten parabelähnliche Formen der Dehnungsfunktion zu erhalten, ist zu beachten, dass wegen

$$\frac{d\sigma_s(x)}{dx} = \frac{4}{\phi} \cdot \tau_b(x) = f[\tau_b(x)] \quad (4.16)$$

der Verbundwiderstand zumindest linear veränderlich sein muss. Bruggeling [20] und Tue [124] schlagen beispielsweise für die Erfassung von Verankerungssituationen von im Verbund liegenden Spanngliedern entsprechende Verbundspannungsansätze vor (Kapitel 2.2).

Experimente, wie z.B. von Günther [60], zeigen, dass jedoch bei längeren Verbundlängen eher lineare Stahldehnungsentwicklungen über die Länge x zu erwarten sind, die am besten mit konstanten Verbundspannungsansätzen wie in Bild 4. 2 beschreibbar sind. Als Ausgangspunkt der theoretischen Überlegungen sind beispielhaft die Forschungen von Rao [99] zu nennen.

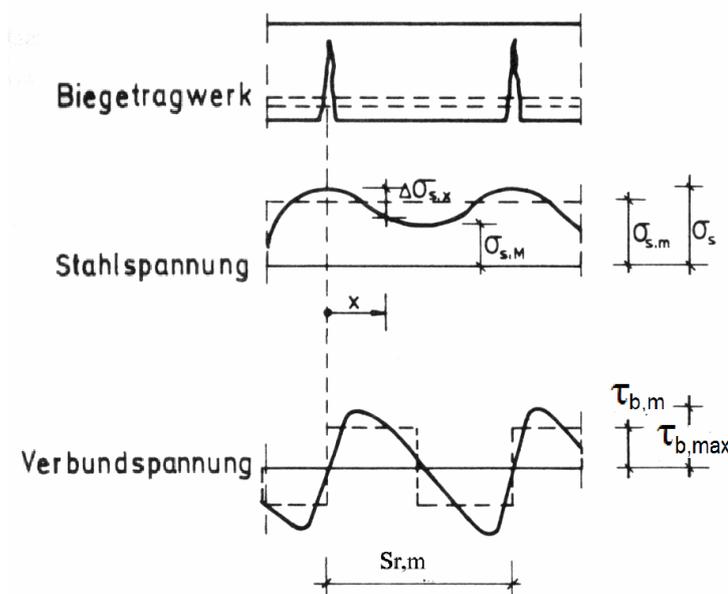


Bild 4. 13: Vorstellungen über die gegenseitige Stahl- und Verbundspannungsabhängigkeit, sowie Vereinfachungsmöglichkeiten nach Rao [99]

In den Dehnkörperversuchen von Günther wurden die Stahlstäbe mit DMS versehen und in einem Abstand $m_a < 100$ mm der Dehnungsverlauf bei langen Verbundkörpern aufgenommen. Mit 2×7 (9) Messstellen wurde ein Messbereich von 660 mm erfasst, der insgesamt zwei nebeneinander liegende Zonen möglicher Rissbildung abdeckt.

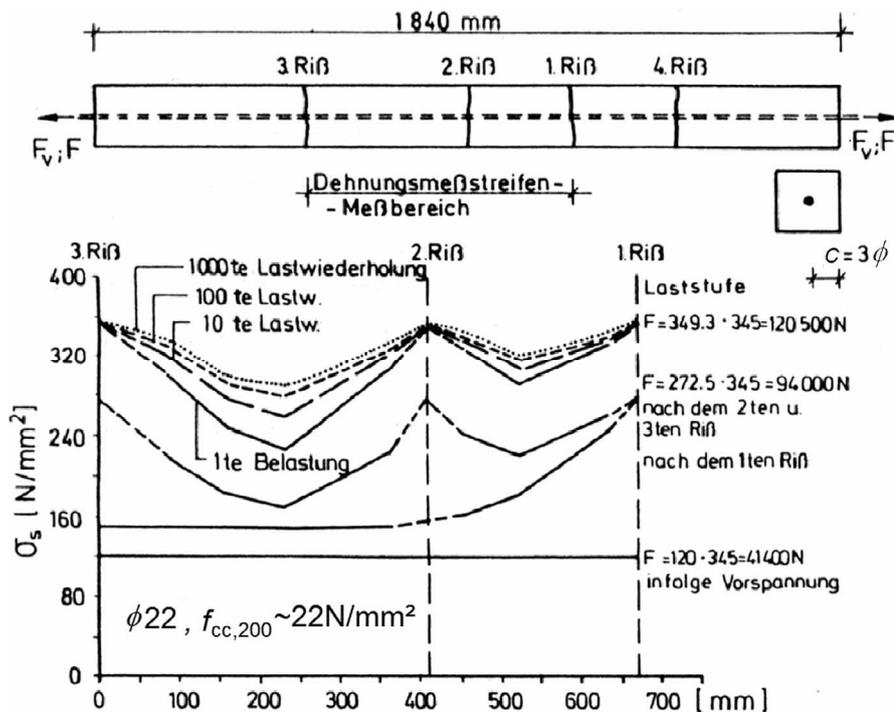


Bild 4. 14:

Spannungsverlauf eines Dehnkörpers am Betonstahl (Günther [60], mit Geometrie)

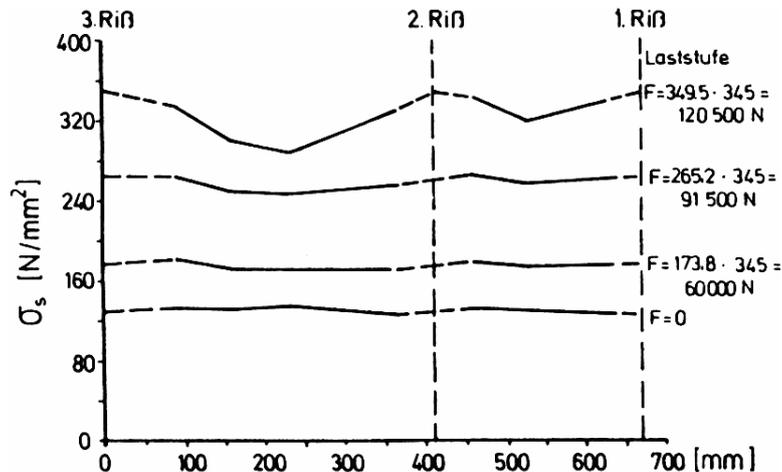


Bild 4. 15:

Veränderungen im Spannungsverlauf für $n = 1000$ Lw (aus [60])

Es zeigt sich auch ohne direkte Kenntnis der Verbundspannungsfunktion $\tau_b(x)$, dass offenbar die Randbereiche an den Rissufern einer hohen Verbundbeanspruchung nicht standhalten und die Verbundspannungsmaxima weiter nach innen wandern. Dabei sinkt die Stahlspannung in den rissnahen Zonen. Der Effekt verstärkt sich bei wiederholter Belastung.

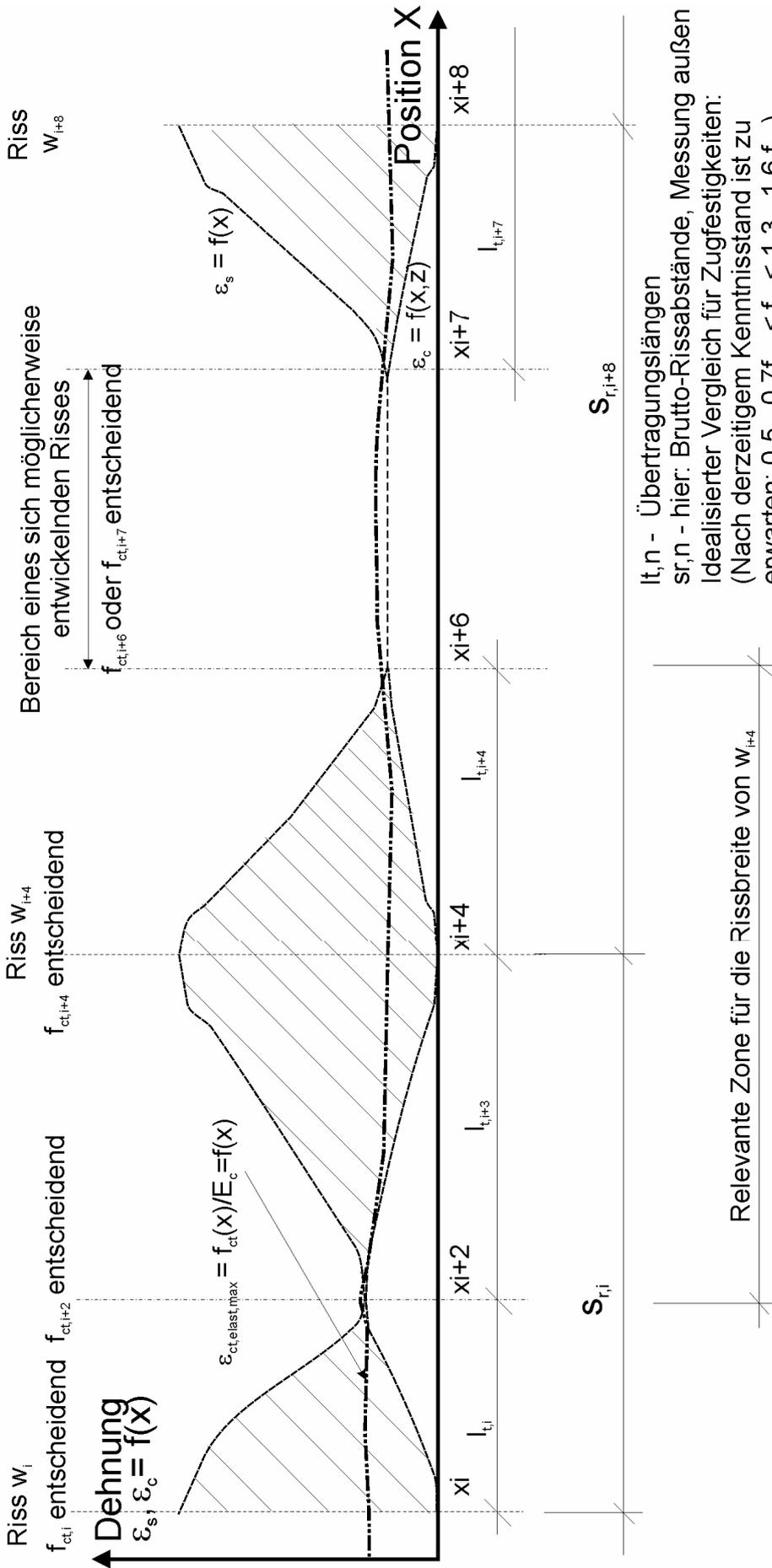
Um dazu noch andere Einflüsse, wie mögliche Umlagerungseffekte entlang der Strecke zwischen zwei Rissen, Aufbau der Risschnittgröße, streuende Festigkeiten und das Auftreten vereinzelter Risse in einem Gesamtkontext zu sehen, sind die folgenden Prinzipdarstellungen Bild 4. 16 und Bild 4. 18 aufgestellt worden. In Bild 4. 16 ist die Fläche schraffiert dargestellt, die aus der Differenz von $\varepsilon_s(x)$ und $\varepsilon_{ct}(x)$ über x gebildet wird und die in der Gleichung (4. 15) die Rissbreiten bildet.

Obwohl der Funktionsverlauf der Dehnungsfunktionen für Stahl und Beton inhaltlich relativ klar erscheint und durch umfangreiche Parameteruntersuchungen auch einzelne Einflüsse präziser als bisher herausgearbeitet werden könnten, besteht für eine rechnerische Lösung letztendlich das Problem, dass Dehnungsfunktionen mathematisch geschlossen schwer angebbbar sind. Eine abschnittsweise, numerische Verarbeitung ist damit unabdingbar. Ein weiteres Hemmnis für eine präzise Rissprognose stellt die Unschärfe in der Beurteilung von Materialstörungen der Matrix der unmittelbaren Verbundzone vor den Stahlrippen dar. Das gilt ebenso für die Festigkeitsstreuungen. Insofern werden auch in den Simulationen einige Vereinfachungen, wie z. B. der Bezug auf ein bestimmtes Festigkeitsniveau, z. B. f_{ctm} , oder die Festlegung des Höhenbezugs für $\varepsilon_{ct}(x)$ auf $z = const$ notwendig werden.

Innerhalb dieser Arbeit werden zwei Wege vorgestellt, um aus einer Beschreibung der Dehnungsdifferenz zwischen den Minima der Stahldehnungsfunktion zu einer Angabe zur Rissbreite zu kommen. Einerseits wird eine komplexe Simulation gezeigt, in der detailliert über eine Transferlänge l_t der Einfluss verschiedener Parameteränderungen, u.a. auch der Einfluss des Aufbringens von Dauerlasten untersucht werden kann. Dabei wird die Idee aneinander gekoppelter und miteinander korrespondierender „Tepfersringe“ über die Verbundlänge weiter verfolgt (siehe Bild 4. 10, Bild 4. 19).

Auf einem anderen Weg wird die Kritik an den bisherigen, normativen Formelansätzen zur Berechnung von sog. Rechenwerten der Rissbreiten Stellung genommen und analysiert. In der Analyse von Ingenieurmodellen zur Beschreibung von Dehnungsdifferenzenfunktion $\Delta\varepsilon(x)$ und Abstand der Minima der Stahldehnungsfunktion ($l_{t,i} + l_{t,i+1}$) wird herausgearbeitet, welche Verbindung zum Kern einer Rissbreitenberechnung nach Gleichung (4. 15) bestehen und wo zu grobe Vereinfachungen die Quelle für unerwünschte Abweichungen bilden können. In der Konsequenz kann in Kapitel 5 gezeigt werden, wie wahrscheinlich ein Überschreiten einer berechneten charakteristischen oder theoretischen „maximalen“ Rissbreite w_k ist, indem ein Vergleich mit Versuchsdaten geführt wird. Vorschläge für Verbesserungen können auf dieser Grundlage begründet werden.

Einzelrissbildung



$l_{t,n}$ - Übertragungslängen
 $s_{r,n}$ - hier: Brutto-Rissabstände, Messung außen
 Idealisierter Vergleich für Zugfestigkeiten:
 (Nach derzeitigem Kenntnisstand ist zu erwarten: $0,5 \dots 0,7 f_{ctm} < f_{ct,n} < 1,3 \dots 1,6 f_{ctm}$)
 Angenommen wird hier:
 $f_{ct,i}; f_{ct,i+4}; f_{ct,i+8} < f_{ct,i+6}; f_{ct,i+7}$
 $f_{ct,i}; f_{ct,i+4}; f_{ct,i+8} < f_{ct,i+2}$

Bild 4. 16: Zusammenfassung der Annahmen zum Dehnungsverlauf bei einer Einzelrissbildung in einer schematischen Darstellung der Zusammenhänge, die eine Rissbildung bedingen

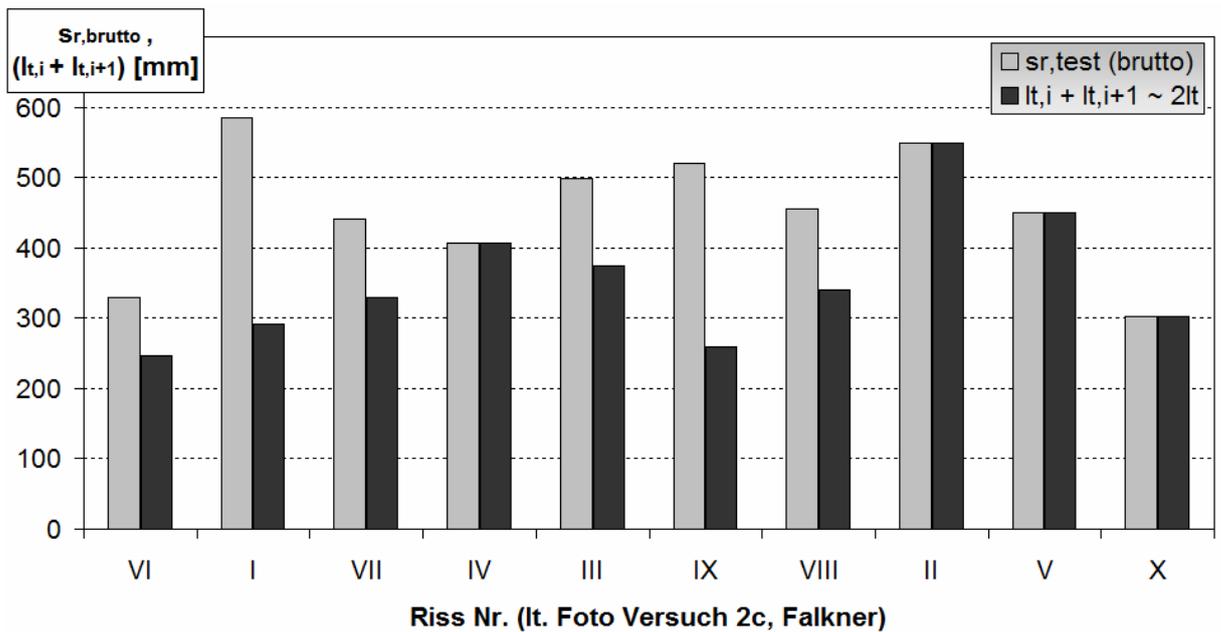
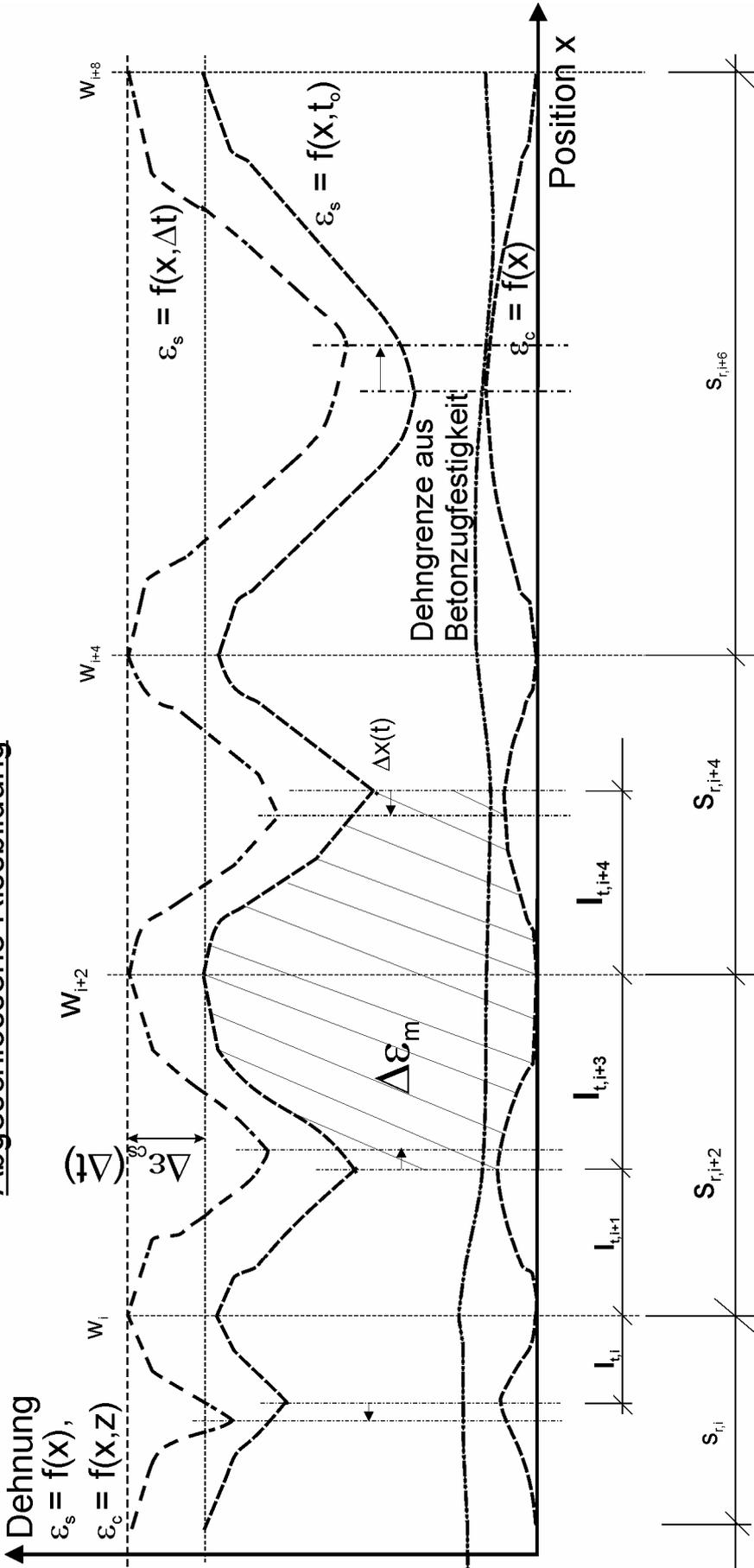


Bild 4. 17: Anhand der Versuches Falkner 2c [51] hergeleitete Unterschiede zwischen $2 \cdot l_t$ und dem Rissabstand mit prinzipieller Bedeutung für die Dehnungsfunktionen in Bild 4. 16, rechte Seite. (Unterschied Brutto-Rissabstand und effektiver Rissabstand)

Die Werte $2 \cdot l_t$ sind aus dem Vergleich des Fotos in Falkner hergeleitet worden (siehe auch Bild A-6. 5 oben - Einzerrisse mit römischen Ziffern bezeichnet-, unten abgeschlossene Rissbildung). Eine Kontrolle wurde mithilfe der Nachrechnung der daraus ableitbaren Rissbreiten durchgeführt und das Ergebnis mit der in der Dokumentation [51] angegebenen mittleren Rissbreite und Streuung verglichen.

Es ist zu erkennen, dass während der Phase der Einzerrissbildung der außen messbare Rissabstand $s_{r,brutto}$ nicht zwingend mit dem beidseitigen Verankerungsbereich $(l_{t,i} + l_{t,i+1}) \sim 2 \cdot l_t$ auf Mittelwertniveau) übereinstimmen muss. Der in die Rissbreitenberechnung (siehe Kapitel 5) eingehende effektive Rissabstand s_r ist vom Brutto-Rissabstand, wie er in Bild 4. 16 angetragen ist, zu unterscheiden.

Abgeschlossene Rissbildung



Die Positionen x_{i+1} , x_{i+3} , x_{i+5} , x_{i+7} stehen nicht fest, sondern hängen von Zeit und Festigkeitsverteilung ab. Trotzdem existiert (zumindest theoretisch) die Möglichkeit, dass sich diese Punkte zu einer Mittenposition in einem Abstand zwischen 2 Rissen für $t = \infty : (x_{i+1} - x_i) = s/2$ bewegen.

Bild 4. 18: Zusammenfassung der Annahmen zum Dehnungsverlauf bei abgeschlossener Rissbildung, die sich aus der in Bild 4. 16 dargestellten Einzelrissbildung bei weiterer Belastungssteigerung ergibt. (Nach Eckfeldt [42])

4.4 Simulation langer Verbundlängen

4.4.1 Prinzipieller Modellaufbau

Die sog. „Goto-Risse“ ermöglichen, wenn man das Modell „verschmierter“ Betondehnung zulässt, zwischen zwei Rissen Dehnungsverträglichkeit in jeder Höhe der Betondeckung entlang des Stahls. Entsprechend der Entfernung vom Stahl kann es trotzdem zur Abnahme der durch die Verbundwirkung mobilisierten Betondehnung kommen. Dies ist letztendlich der Denkansatz, um den Übergang zur Querschnittsbetrachtung zu finden. In dieser Richtung kommt es zur Ausbildung von Tefpersringen. Deren Zugringdehnung, begleitet vom radialen Aufreißen im Querschnitt ist das Resultat der Raumforderung, die der Dehnungsunterschied zwischen Stahl und Beton durch die Verformungsbehinderung an den Rippen mit sich bringt.

Jedoch ist auch eine weitergehende Bewegung des Stahls lokal möglich (einsetzendes Gleiten). Das entsteht dann, wenn die Struktur und Formveränderung des Betons vor den Rippen eine solche Bewegung ermöglicht. Das Resultat ist größerer Schlupf und ein „weicherer“ Verbund. Der Punkt des Übergangs von einer Verträglichkeit an den Rippen hin zum Schlupf scheint weit zu streuen und kann bei gleichartigen Versuchen zu durchaus abweichenden Ergebnissen führen, da die Goto-Risse die Dehnungsdifferenz am Stahl verringern. Abschnitte mit vorhandener Dehnungsverträglichkeit am Stahl, jedoch noch kleinen Verbundrissen bedeuten schon „starren“ Verbund. Viele Versuche lassen sich mit dem Modell berechnen, nicht jedoch Bauteilsituationen mit sehr langen Verbundlängen und größeren Betondeckungen.

Die Behinderung vor den Rippen mobilisiert in beiden Fällen kegelförmige Druckspannungen in radialer Richtung. Es ist also nicht die Standardvorstellung des Gleitens in einer Scherfläche gegeben (siehe Bild 3. 11, Bild 3. 4). Gleiten an den Rippen bedeutet eher ein Aufschieben der Stahlrippen in den stark gedehnten rissnahen Bereichen auf bereits zerdrückten Beton vor den Rippen. So führt Gleiten im Mikrometer-Bereich immer noch zu großen Ringdehnungen und mobilisiert eine Ringzugkraft, die bis zu einer bestimmten Verbundlast für Gleichgewicht sorgt.

Die entstehenden Spannungsfelder bilden sich kegelförmig unter einem von den Betoneigenschaften und der Belastung abhängigen Winkel α . Vereinfachend kann angenommen werden, dass der Winkel der Goto-Risse und der Druckstrebenwinkel zwischen ihnen übereinstimmen. Mit zunehmender Last ist jedoch zu erkennen, dass der Winkel, von einem Startwert beginnend (meist $35^\circ - 40^\circ$), größer wird. Zumindest lokal kann damit die Verbundspannung wegen

$$F_{b,i} = 2F_{t,i} \pi / \tan \alpha_i \quad (4.17)$$

abnehmen und wird sich weiter vom Rissufer weg verlagern. An den Goto-Rissen erkennt man dieses belastungsabhängige Anstellen des Kraftvektors gut, da sie vom Stahl weg oft einen immer steileren Winkel finden (Bild 4. 3). Auch zum Rissufer hin werden die Risse immer steiler. Der Startwinkel ist bereits durch die Untersuchungen für ein Verbundspannungsgrundgesetz von Rehm bekannt. Es ist jedoch zu vermuten, dass dieser Winkel unter Last und beim Aufschieben schnell größer wird, da naheliegende belastbare Umlagerungsbereiche wie die Fläche unterhalb der Verbundzone in Ausziehkörpern in normalen Verbundsituationen fehlen. Im Mittel erscheinen Winkel zwischen 45° und 50° für

die Verwendung in der Analyse langer Verbundlängen unter Risslast vernünftig und garantieren ein konservatives Ergebnis.

Eigene Vergleichsberechnungen zur Winkelfindung wurden auf der Grundlage der Verbunduntersuchungen von Martin und Noghabai [88], [91] und bruchenergetischen Grundlagen von Reinhardt und van der Veen [105] gemacht, die das Bruch- und Verbundwiderstandsverhalten in Abhängigkeit von der Größe der Betondeckung mit einem „size-effect“-Modell beschreiben können. Ein Abfallprodukt solcher Untersuchungen ist ein Kontrollbereich für den Winkel α .

Das Gleichgewicht im Ring wird durch die Zugfestigkeit des Betons hergestellt, der die Komponente in Richtung der Stabachse aufnimmt. Die tangentielle Ringzugkraft in den jeweiligen Tepfersringen bildet sich aus der Summe des elastischen Anteils des ungerissenen Rings und dem Anteil aus dem gerissenen Bereich, der mit einer Zugspannungs-Rissöffnungsbeziehung $\sigma_{ct}(w) = f(w)$ beschrieben werden kann. Die Anzahl der radialen Risse in einem Kreisring sollte zwischen 3 und 7 gewählt werden (siehe Tepfers/ Olsson [122]).

Für diesen Bereich ist jedoch in einigen Berechnungen auch zu berücksichtigen, dass dieser Anteil unter höherer, wiederholter Belastung oder bei Dauerlast verschwinden oder geringer werden kann. Der Verbundwiderstand bildet sich dann nur noch aus elastischen Ringen, die in Längsrichtung hintereinander gesetzt werden.

Zwischen diesen aneinander gereihten Zugring- Scheiben (siehe Bild 4. 10) werden als wesentliche Variablen nur die Stahldehnung, die Ringgröße und die Betondehnung/-spannung übergeben. Tritt Schlupf auf, wird davon ausgegangen, dass der aus den geometrischen Randbedingungen ableitbare maximale Verbundwiderstand des Ringsegmentes auch eintritt. Eine entscheidende geometrische Randbedingung ist dabei die Rissausdehnung r_e der Goto- und Tepfersrisse vom Stahl in die Betondeckung hinein, die sich u.a. aus der Vorgänger(segment)-Nachfolger(segment)-Abhängigkeit erklären und überprüfen lässt. Die Lösung einer solchen Simulation mit Hilfe gekoppelter Zugringe kann für „weichen“ Verbund also nur das zur Verfügung stehende Verbundpotential darstellen. Dabei ist für jeden Zugring lokaler Schlupf zu gelassen. Geht man von „starrem“ Verbund aus (lokaler Schlupf > Goto-Risse ausgeschlossen), kann der Verbundwiderstand $F_{b,i}$ nicht nur vermutet, sondern auch recht sicher berechnet werden, da für jeden Abschnitt entlang der Stabachse auch die Verträglichkeit zwischen „verschmierter“ Betondehnung und Stahldehnung erfüllt ist. Im Nahbereich zum Rissufer wird angenommen, dass die Goto-Risse zum Rissufer durchdringen, womit innerhalb der ersten 2-4 Rippen in Rissnähe praktisch kein Verbundwiderstand aktiviert wird, mangels verfügbarer, geschlossener (elastischer) Ringanteile.

Auch wenn sich die Druckspannungsfelder über die konstanten Rippenabstände c_r diskretisieren lassen, sind benachbarte Tepfersringe entlang der Stablänge nur gleich stark, wenn die Risse in und zwischen zwei benachbarten Segmenten gleiche Ausdehnung und Winkel haben. In der Regel ergibt sich jedoch am Rissufer ein sehr starker Ring, der mit der ersten voll aktivierten Rippe über den Druckspannungskegel angeschlossen ist (siehe Bild 4. 19). Diese Dicke $l_{b,i}$ des ersten, nicht zerstörten Rings am Rissufer ist der Grund für die Verbundwiderstandsspitze gleich nach dem deaktivierten Bereich am Rissufer. Hinzukommt, bedingt durch die größte Länge der Tepfersrisse ($r_{e,max}$!), dass eine große Völligkeit der Verteilung der Ringzugspannungen im elastisch verbleibenden Teil des Rings erreicht wird.

Für die Simulation des Verbundverhaltens entlang langer Verbundlängen wird angenommen, dass die kegelförmigen Goto-Risse die gleiche Ausdehnung in die Betondeckung hinein haben wie die Risse zwischen Stahl und elastischem Teil des Betonzugrings nach Tepfers.

Die nachfolgend dargestellten Beispiele haben eine Berechnungsgenauigkeit von 1 mm Tiefe in der Betondeckung (Netzgröße). Zur Kontrolle werden das Zugdehnverhalten und das horizontale Kraftgleichgewicht geprüft.

Ergebnisse der eigenen Simulationen geben Aufschluss über das Verformungsverhalten im Kraftschwerpunkt des Zugwiderstands der Betondeckung, den Schlupf am Stahl für eine beliebige Position x , den Punkt der beginnenden Dehnungsverträglichkeit mit einer verschmierten Betondehnung $> \varepsilon_{cr}$ und den Verankerungspunkt, bei dem Dehnungsverträglichkeit im elastischen Bereich gegeben ist sowie die notwendige Verankerungslänge. Stahl- und Betonspannung in Abhängigkeit von x sowie die lokale Verbundspannung können ausgelesen werden. Über die Entwicklung der lokalen Verbundspannung kann eine Vorstellung über die mittlere Verbundspannung $\tau_{b,m}$ aufgebaut werden, die wiederum Verbundmodelle bestätigen kann.

Das lokale Verbundspannungsmaximum ist nach den Ergebnissen von

$$\text{Huang/ Magnusson/ Engström [67]: } f_{b,i} \leq 0,45 \cdot f_{cm} \text{ (HPC)} \quad (4.18)$$

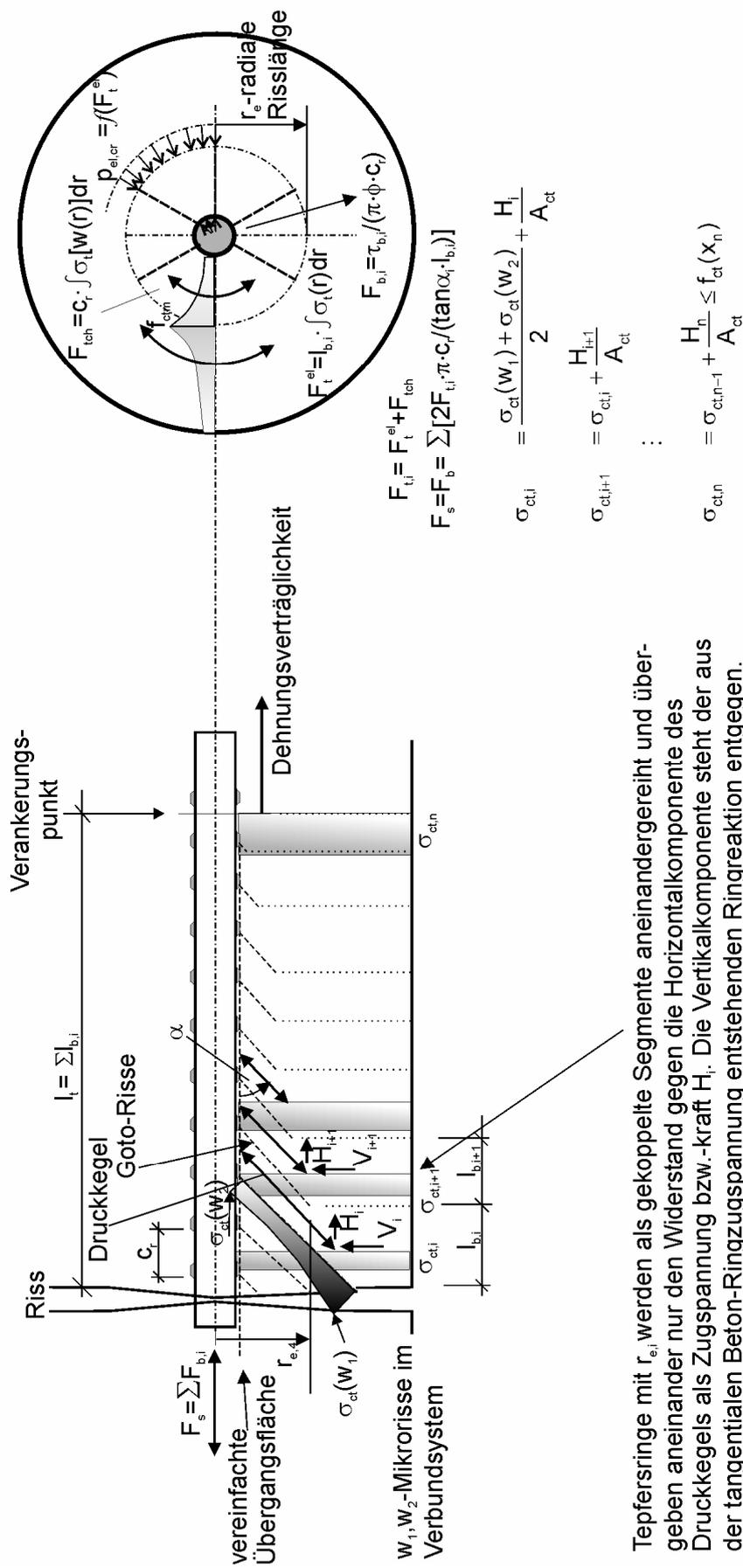
$$\text{MC 90 (NSC): } 2,0 \cdot \sqrt{f_{cm}} \leq \left\{ \tau_{b,i,max} \Rightarrow f_{b,i} = \sqrt{f_{cm}} \cdot [2 + 0,125 \cdot (\frac{e}{\phi} - 1)] \right\} \leq 2,5 \cdot \sqrt{f_{cm}} \quad (4.19)$$

gegeben. Bei gegebenen Baustoffparametern (Festigkeiten, Grenzdehnungen) und gegebener Querschnittsgeometrie verbleibt als Unbekannte im Zugringsystem die Ausdehnung des ersten Goto-Risses vom Stahl in die Betondeckung hinein übrig (dargestellt durch r_e bezogen auf die Stabmitte), der nicht bis zum Rissufer durchreißt. Dieser Wert $r_{e,max}$ kann durch den feststehenden Zugringwiderstand aus (4.18), (4.19) bestimmt werden, denn die Größe des Gotorisses und der Tepfersrisse bestimmen die Völligkeit der Ringzugspannungen und die Dicke $l_{b,1}$ des ersten Zugrings. Beides wiederum steht in Abhängigkeit zu dem für den ersten Ring begrenzten Zugringwiderstand. Der Winkel α ist dabei sinnvoll vorzuwählen, wobei das Simulationsmodell mit geringen Streuungen der Verbundlänge auf Winkeländerungen antwortet, also sehr fehlertolerant und robust ist. Alle weiteren Risse und Verformungen ergeben sich in Abhängigkeit dazu. Für die Druckstreben im System wird angenommen, dass sie den Druck aus dem Zugring aufnehmen können und die Kraftverbindung zwischen Rippe und Schwerpunkt des Zugrings unter dem gewählten Winkelansatz herstellen können.

Kontrollrechnungen der aus der Schlupfaddition von Rippe zu Rippe entstandenen Rissbreiten erfolgen mit dem MC 90 Modell für den Mittelwert der Rissbreite, das der Darstellung in der DIN 1045-1, 11.2.4 ähnlich ist. Die Simulation ist als Kombination hintereinander geschalteter Datenblätter in MS-Excel programmiert, die untereinander Daten übergeben. Jedes Datenblatt steht dabei für eine Rippe, einen Rippenabstand bzw. einen Tepfersring, (siehe auch Bild 4.19 für Modelldarstellung). In dem jeweiligen Datenblatt wird dabei das Ringverhalten im Querschnitt simuliert und danach die relevanten Daten für die Längszugbelastung an die dritte Raumrichtung übergeben, dargestellt durch das nachfolgende Datenblatt. Insgesamt werden also 3D-Simulationen durchgeführt. Da mit MS-Excel jedoch die Ergebnisse nicht automatisch in einem Postprozessor visualisiert werden können, werden

Längsschnitt

Schnitt durch idealisierte Verbundsituation



Tepfersringe mit $r_{e,i}$ werden als gekoppelte Segmente aneinandergereiht und übergeben aneinander nur den Widerstand gegen die Horizontalkomponente des Druckkegels als Zugspannung bzw. -kraft H_i . Die Vertikalkomponente steht der aus der tangentialen Beton-Ringzugspannung entstehenden Ringreaktion entgegen.

Bild 4. 19: Prinzipieller Aufbau des Modells zur Simulation langer Verbundlängen

die Ergebnisse durch Filter-Routinen wie schon bei der Variablen-Übergabe von Segment zu Segment an ein zentralisiertes Auswertungsarbeitsblatt weitergegeben, das ein für die Darstellung in üblichen Diagrammen strukturiertes Format enthält. Die vorliegenden Auswertungen von Beispielen sind ausführlich auch in Anhang 4 dargestellt. Die dort gezeigten Diagramme sind in dieser Weise erzeugt worden.

Alle Simulations-Versuche wurden an einem idealen Beton-Zylinder mit einem einzelnen, zentrisch angeordneten Stab geführt. Das gibt die Möglichkeit, in einzelnen Stufen Durchmesserabhängigkeit, Einzelrissbildung, Langzeitverhalten und abgeschlossene Rissbildung zu studieren, da die Betondeckung und damit auch Rissspannungen $\sigma_{s,cr}$ praktisch beliebig groß gestaltet werden können. Mit der Möglichkeit, bei Belastung mit $\sigma_{s,cr}$ eine Konvergenz der Dehnungsfunktionen von Stahl und Beton erreichen zu können (am Verankerungspunkt), ist immer eine Einzelrissbildung und eine lange Verbundlänge simulierbar.

Wie schon erwähnt, ist aufgrund der Orientierung am maximalen Widerstand einer Zugringscheibe mit der Dicke $l_{b,i}$, das Verbundpotential beim Überschreiten lokaler Verträglichkeit („weicher“ Verbund) trotz detaillierter Berechnung immer ein stückweit hypothetisch. Es wird jedoch trotzdem davon ausgegangen, dass sich das von der Risslänge der Goto- und Tepfers-Risse abhängige Verbundwiderstandspotential auch aktivieren lässt.

Somit geben aber die Ergebnisse dieser Simulationen streng genommen Auskunft über das Verbundpotential einer Rissituation, nicht jedoch über die wahrscheinlich eintretende Situation, die auch zu einem großen Teil Zufall in sich trägt. Für einen Vergleich sind im Anhang 4 die Ergebnisse von Kontrollrechnungen mit bestehenden Modellen des MC 90 und des Heft 525 (Tue [28]) mit aufgeführt.

Bild 4. 19 zeigt eine umfassende Darstellung des Modellaufbaus für die Simulation langer Verbundlänge mit einem System durch Goto-Risse getrennter Tepfers-Zugringe.

4.4.2 Abgeschlossene Rissbildung in der Simulation

Die abgeschlossene Rissbildung muss auf einen vorgeprägten Einzelrisszustand durch Erhöhung der Stahlspannung um $\Delta\sigma_s$ über die Rissspannung $\sigma_{s,cr}$ hinaus aufgesetzt sein. Winkel können sich kaum noch ändern. Der aufgeprägte Verformungszustand bleibt erhalten. Allerdings wird der Punkt mit der kleinsten Dehnungsdifferenz zwischen Stahl- und Betondehnung mit der Zeit in die Mitte zwischen dem alten und dem neuen Riss wandern. Es wird allerdings völlige Dehnungsverträglichkeit am Bewehrungsstahl ausgeschlossen. Das maximale Mitwirkungs- und Verbundpotential der Betondeckung wird sich also auf halber Strecke der Verbundlänge für Einzelrissbildung ergeben.

4.4.3 Langzeitverhalten, Zugkriechen und Schwinden, Ermüdungsverhalten

Insbesondere das Verhalten unter Dauerlast ist immer wieder Gegenstand von Überlegungen.

Schwinden:

Ein Erwartungswert für Schwinddehnungen in der Betondeckung kann mit dem MC 90-Modell oder dem DIN-Modell bei Vorgabe der Umweltbedingungen ermittelt werden.

Aufgrund der Dehnungsbehinderung entlang des Stahls entsteht eine Vorbelastung auf Zug für den Beton in Längsrichtung. Diese Vorbelastung kann in ein Stahlspannungsäquivalent umgerechnet werden, dass als $\Delta\sigma(\varepsilon_{cs};\rho)$ zur vorgegebenen Stahlspannung addiert werden kann, um die Gesamtrissspannung zu erzeugen. Die Schwindwirkung ist also über eine Laststeigerung abbildbar.

$$\Delta\sigma_s(\varepsilon_{cs};\rho) = \frac{\sigma_{ct,s} = \varepsilon_{cs} \cdot E_{cm}}{\rho} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho] \quad (4.20)$$

Mit: $\sigma_{ct,s} \leq f_{ct}/E_{cm} \rightarrow$ ist hier nicht zwingend die Rissspannung im Stahl
 ε_{cs} ist die durch den Betonstahl behinderte Schwinddehnung des Betons

Kriechen:

Beim Kriechen sind mehrere Einflüsse überlagert. Immer ist in der Regel Schwinden vorhanden. Die aus der behinderten Schwinddehnung in den Stahl induzierte Zwangspannung selbst wiederum ist ebenfalls eine kriecherzeugende Dauerlast. Wesentliche Erkenntnisse zum Zugkriechen in Betonbauteilen sind von Kordina et.al in [78] dargelegt.

Bei gleichartiger Belastung vergrößern sich die Zugdehnungen gegenüber der spannungsinduzierten Ausgangsdehnung ε_{co} bei t_0 mit dem Kriechen um $\Delta\varepsilon_{cc}$:

$$\Delta\varepsilon_{cc} = \frac{\sigma_c}{E_{co}} \cdot (1 + \varphi(t)) - \frac{\sigma_c}{E_{co}} = \frac{\sigma_c}{E_{co}} \cdot \varphi(t) \quad (4.21)$$

Der E-Modul des am Verbund beteiligten Betons verändert sich unter Dauerlast, was höhere Dehnungen und eine verminderte Mitwirkung des Betons auf Zug zur Folge hat.

$$E_c(t) = \frac{E_{co} \text{ E-Modul für } t=0}{(1 + \varphi(t))} \quad (4.22)$$

Zudem nimmt die Zugfestigkeit ab. Für $t = \infty$ wird von Kordina etwa eine Absenkung auf $f_{ct} = f(\phi(t)) = 0,75 \cdot f_{ctm,28d}$ vorhergesagt. Er weist aber auch daraufhin, dass andere Quellen sogar eine Absenkung auf 60% der Ausgangsfestigkeit beschreiben.

Zum Vergleich kann man auch eine geeignete Beschreibung für eine Zugspannungs-Rissöffnungs-Beziehung hinzuziehen, die den Nachbruchbereich beschreiben kann. Diese kann man als Hüllkurven für verbleibende Festigkeiten bei bestimmten Dehnungen ansehen. Ein ähnliches Verfahren ist auch bei der Beurteilung sich akkumulierender Schädigungen in Ermüdungsversuchen durchaus üblich [22].

Die Ergebnisse für einen Beton $f_{cm} = 27 \text{ N/mm}^2$ ergaben für einen Kriechfaktor $\varphi = 2,5$ eine verbleibende Festigkeit von $0,66 \dots 0,69 \cdot f_{ctm}$.

In dem nachfolgenden Diagramm ist die Spitze der Zugfestigkeitskurve auf den Nullpunkt gesetzt. Die Beschreibung des elastischen Zustandes im gleichen Diagramm wird durch Längenbezug $\sigma_{ct}^{el} = f(\varepsilon) \rightarrow f(\Delta l)$ hergestellt. Mit dem Diagramm wird kein Bezug zu etwaigen Rissbreiten an den Enden eines Verbundbereichs hergestellt, sondern es besteht ein

Bezug zu Rissen im Zusammenwirken zwischen Bewehrung und Beton im Verbundbereich, also Goto- bzw. Tepfersrissen. Diese Dehnung wird dabei negativ, praktisch als Längenänderung, angetragen. Von diesem fiktiven Argument, das eigentlich $\varepsilon = 0$ markiert, kann auch für das Kriechen wiederum die Verformung vor lokaler Rissbildung in eine Längenänderung umgerechnet und angetragen werden. Die Ordinate der Hüllkurve zu diesem neuen Argument bildet den Erwartungswert für die verbleibende Zugfestigkeit des Betons $f_{ctm,cr}$. Zwischen Lang- und Kurzzeitbelastungsreaktion schützt die Kontrolle einer ausgeglichenen Bruchenergie vor Fehleinschätzungen bei der Approximation der Langzeit-Zugfestigkeit bei Zugkriechen.

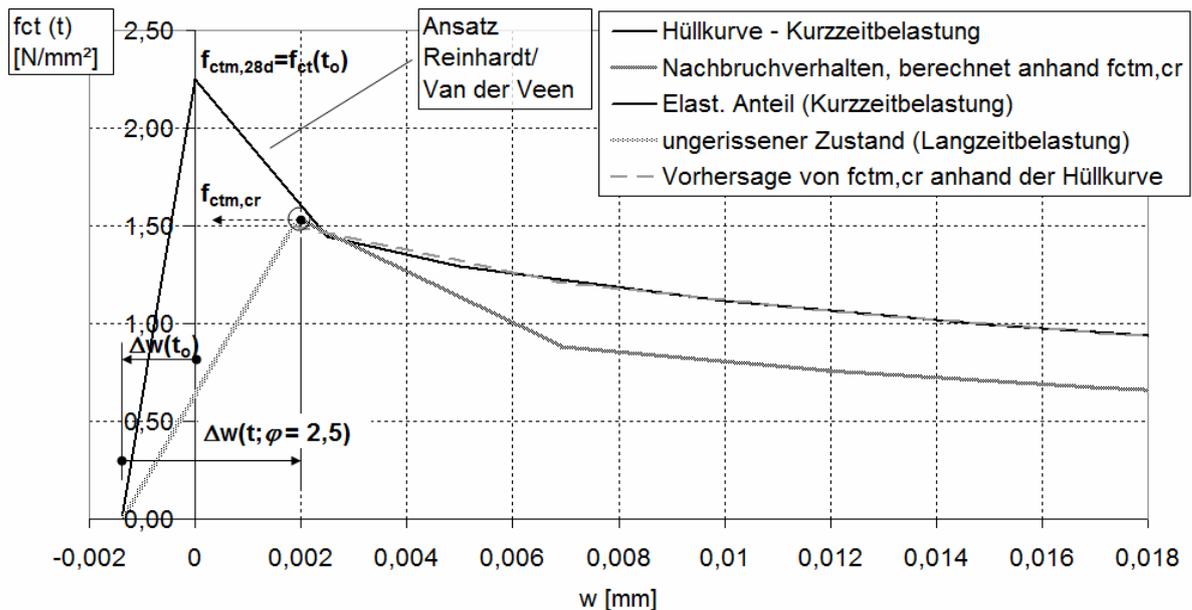


Bild 4. 20: Berechnung der verbleibenden Zugfestigkeit bei Dauerzuglast mithilfe der typischen (Hüllkurve) eines Zugversuchs, erstellt unter Modifizierung des Ansatzes (2. 32) nach van der Veen (siehe auch Bild 2. 10).

Der Koordinatenursprung ist bei diesem Diagramm in den Beginn des Zugrisses verschoben.

Dem Ansatz liegt das Gedankenmodell verschmierter Betondehnungen zugrunde. Wegen der Unsicherheiten im Bereich sehr kleiner Werte für die Bezugsgröße w (nach Ansätzen Duda/König/ Rimmel [40] sind hier höhere Ergebnisse zu erwarten), sind mit der demonstrierten Näherung recht konservative Ergebnisse zu erwarten. Im Anhang 4 ist die vollständige Kurve zu finden.

Nichtlineares Zugkriechen kann in einigen Punkten nicht ausgeschlossen werden und zwar dort, wo die Zugspannungen die Zugfestigkeit f_{ct} fast erreichen. Diese Effekte können aber nicht wiedergespiegelt, sondern nur im Rahmen einer Fehlerbetrachtung genannt werden.

Gäbe es einen Ansatz, der die Verminderung des E-Moduls beschreibt, könnte sich für Ermüdungsbeanspruchung eine ähnliche Annäherung gestalten lassen.

4.4.4 Ergebnisse an ausgewählten Beispielen

Simulation langer Verbundlängen

Die Ergebnisse sind so strukturiert, dass sie eine Vergleichbarkeit mit den Ergebnissen von Rots [102], Bild 4. 5 ermöglichen sollen. Festigkeiten und Durchmesser (ϕ 22, $f_{cm} = 27 \text{ N/mm}^2$, $f_{ctm} = 2,25 \text{ N/mm}^2$) sind jedoch an die Versuchsbedingungen von Günther ([60], siehe auch Bild 4. 14) angelehnt. Um zu gewährleisten, dass wirklich eine lange Verbundlänge entsteht, ist in den eigenen Studien mit einer extremal hohen Betondeckung von 5ϕ begonnen worden. Die Eingangsdaten für die Berechnung sind Anhang 4 zu entnehmen.

Im ersten Versuch (Diagramm-Bild 4. 21) wird verglichen, welche Unterschiede es zwischen einem Verbundsystem, dass streng nach Tepfers (elastisch-gerissenes Modell) aufgebaut wird und einem Modellaufbau mit der Erweiterung nach Reinhardt/ van der Veen gibt. Im erweiterten Modell wird für den gerissenen, inneren Teil des Zugrings ein Materialentfestigungsmodell $\sigma_{ct} > 0$, $\sigma_{ct} = f(w)$ (engl.: „*strain-softening-effect*“) angenommen. Der Druckstrebenwinkel α wird in vergleichbaren Zonen entlang der Stablänge nur bedingt modifiziert.

Das elastische Modell, „elastisch-gerissen“ ist ein konservativer theoretischer Ansatz, der die in Kurzzeitversuchen erzielbaren Verbundfestigkeiten nur bedingt beschreiben kann. Sicherlich ist es richtig, nach einer größeren Menge von Lastwiederholungen den sog. „*strain-softening-effect*“ zu reduzieren. Allerdings nimmt dann auch langsam die Betonzugfestigkeit ab, was hier jedoch erst einmal nicht berücksichtigt wird. Ein völliges Verschwinden des Softening-Effektes ist im Gegensatz zu reinen Zugversuchen recht unwahrscheinlich, da die Rissbreiten für die Verbundrisse nach Goto oder Tepfers nur im zweistelligen Mikrometer-Bereich liegen. Die Versuche von Cyllok [132] zur Verifizierung sich entwickelnder Betonabplatzungen in der Umgebung eines Übergreifungsstoßes in rezyklierten Beton bei gleichzeitig kleiner Betondeckung geben unter Verbundlast aus Biegebeanspruchung des Versuchskörpers bis zu $80 \mu\text{m}$ für Tepfersrisse an. Diese Werte können auch für die eigenen Simulationsversuche als Orientierung dienen. Sie sind aber sicherlich die Obergrenze gegenüber den Erwartungswerten der eigenen Simulationen. Dort sind Abplatzungen und übergroße Verformungen einer schwachen Betondeckung durch die Geometrievorgaben mit $c/\phi = 5$ ausgeschlossen.

Eine ausführliche Ergebnisaufstellung zu Diagramm-Bild 4. 21 enthält Anhang 4. Die unabhängige Vergleichsrechnung mit dem Modell MC 90 [21] zur Verifizierung der gefundenen Einleitungslänge l_t zeigt eher eine Übereinstimmung mit der Lösung, die das erweiterte Modell mit dem risskohäsiven Vorteil unter Annahme eines Strain-Softening-Effektes erbringt (Tabelle A-4. 2, Tabelle A-4. 3). Im vorliegenden Fall wurde die von Ring zu Ring stabparallel zu übergebende Betonzugspannung σ_{ct} vereinfacht gleichmäßig auf den Kreisquerschnitt des Betons verteilt. Streng genommen dürften die Widerstandskomponenten H_i (siehe Bild 4. 19) insbesondere im Tepfersmodell jedoch nur über die von den kegelförmigen Goto-Rissen ausgenommenen Flächen angesetzt werden. Eine genauere Nachrechnung bringt jedoch praktisch keine Veränderungen, da sich die Veränderung fast nur auf den Wert r_e der ersten 2 bis 3 Ringe auswirkt. Das elastische Modell jedoch ist aus 35 hintereinandergeschalteten Ringen zusammengestellt. Die Verbundspannungs-Schlupfkurven

sind auf einen definierten Abstand z von der Stabachse am Rissufer bezogen. Der Schlupf in der Simulation direkt an der Stahloberfläche ist wie in Messungen etwas geringer.

Dehnungsentwicklung aus geometrisch-mechanischer Herleitung über Einleitungslänge l_t für $\phi 22$, $c=5\phi$

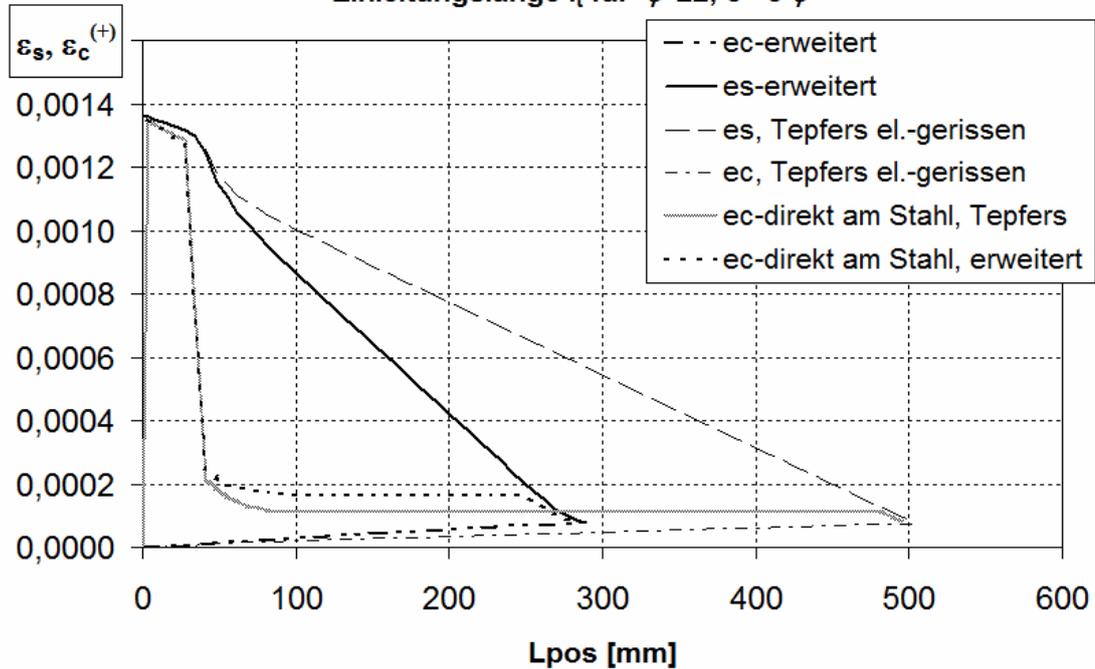


Bild 4. 21: Ergebnis der Simulationsversuche mit dem elastisch-gerissenem Modell (Tepfers) und der Ausnutzung risskohäsiver Effekte an derselben Dehnkörpergeometrie (Eingangsdaten, Querschnitt → Anhang 4).

Erstrissbildung nach Dauerlast führt zu einer anderen Dehnungsentwicklung:

Dehnungsentwicklung aus geometrisch-mechanischer Herleitung über eine Einleitungslänge für $\phi 22$ mm, $c=5\phi$

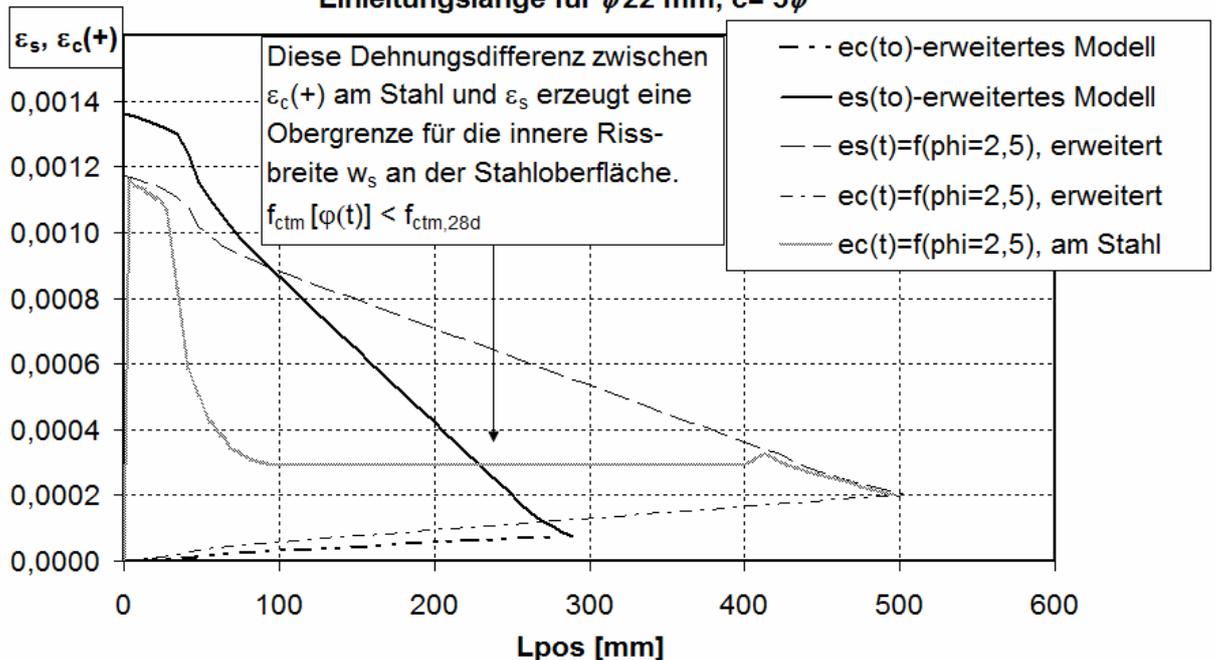


Bild 4. 22: Rissbildung unter Dauerlast, siehe Anhang 4 für Eingangs- und Ergebnisdaten

Die Vergrößerung der Transferlänge bei Dauerbelastung bis zur Erstrissbildung ist natürlich eine extreme Auffassung. Es ist jedoch in der Baupraxis oft zu beobachten, dass sich eine entwickelnde Rissbildung nach mehrjähriger leichter Vorlast oftmals durch ungewöhnlich große Rissabstände auszeichnet, was im Ergebnis zu problematischen Rissgrößen führen kann. Bleiben Teile der Rissverzahnung aktiv, ist insgesamt mit weitaus kürzeren Transferlängen l_t zu rechnen.

Nachrechnung der Versuche von Falkner (hier vorgestellt Versuch 2c aus [51]):

Die Nachrechnung dieses Versuchs ermöglicht auch einen Einblick in die Geometrie der Goto-Risse. Nachfolgendes Diagramm zeigt die Tiefe der Risse zwischen Stabachse und der Oberfläche der Betondeckung:

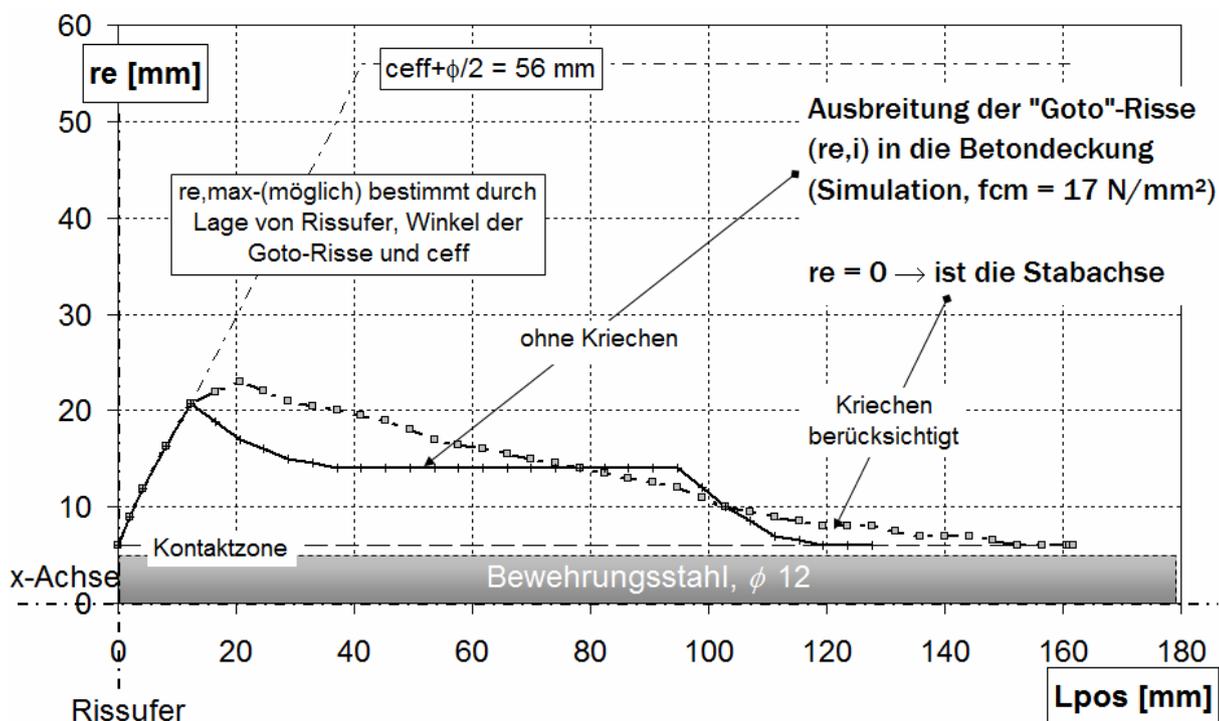


Bild 4. 23: Nachrechnung der Goto-Risse in einem Beispiel, die Betondeckung ist gegenüber dem realen Wert auf das in Kapitel 5 vorgestellte Konzept umgestellt (siehe Anhang 4 und 6)

Versuche mit kleinen Betondeckungen

Anhand von Versuchen an kleinen Betondeckungen kann gut erläutert werden, wie das Verbundsystem bei relativ kurzen Verbundlängen unter Einzel- und abgeschlossener Rissbildung reagiert. Zur besseren Vergleichbarkeit wurde derselbe Dehnkörperaufbau wie für die Versuche mit großer Betondeckung gewählt, jedoch wurde c_{\min} auf 2ϕ begrenzt.

Dehnungsentwicklung aus geometrisch-mechanischer Herleitung über eine Einleitungslänge für $\phi 22, c = 2\phi$

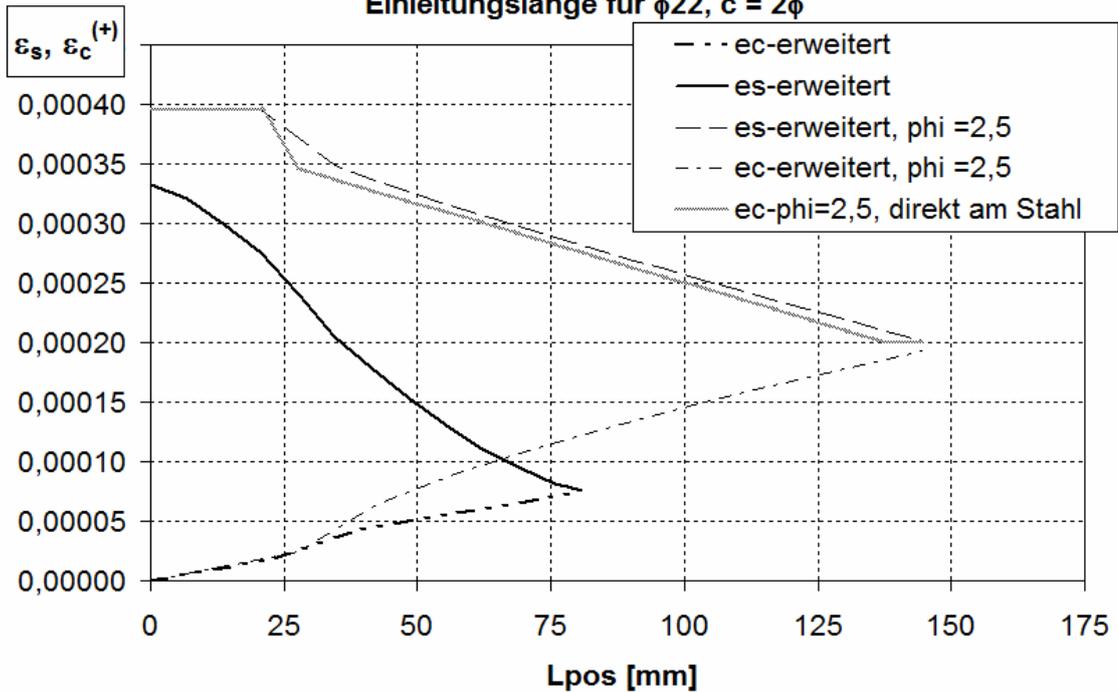


Bild 4. 24: Dehnungsentwicklung für eine Simulation mit kleineren Betondeckungen bis zur Einleitung einer Risskraft (mit und ohne Kriechen)

An kleinen relativen Betondeckungen (c/ϕ) lässt sich gut demonstrieren, wie sich die Dehnungen über l_t in einer abgeschlossenen Rissbildung weiterentwickeln. In der Simulation ist dabei zu beachten, dass die Rissentwicklung der durch die Einzelrissbildung entstandenen Verbundrisse nach Goto und Tepfers mit der Tiefe r_e folgt. Es wird in der Simulation davon ausgegangen, dass beide Verbundrissarten eine ähnliche Ausdehnung in die Betondeckung haben.

Dehnungsentwicklung aus geometrisch-mechanischer Herleitung bis zum Minimum der Stahlfunktion $\phi 22, c = 2\phi$

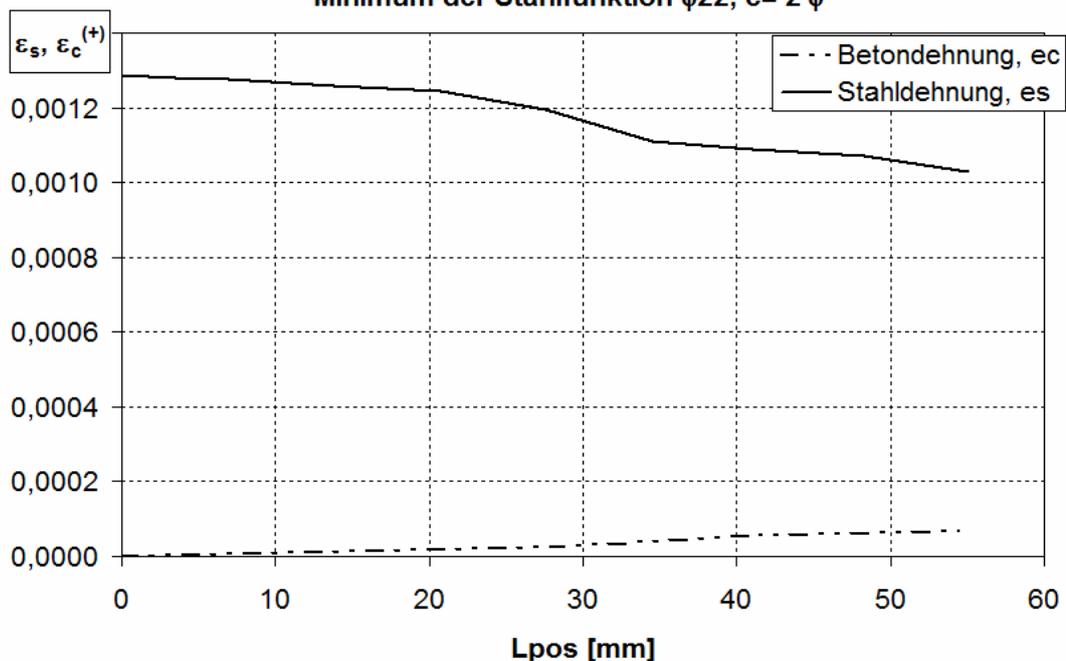


Bild 4. 25: Abgeschlossene Rissbildung, Dehnungen über $l_{t,sec} \approx s_{r,m}/2$ ($s_{r,m}$ nach MC 90)

Die Länge (Abstand Rissufer und Minimum der Stahldehnungsfunktion $\Rightarrow l_{t,sec}$), über die diese Simulation der Dehnungsentwicklung durchgeführt wurde, ist anhand des MC 90-Modells bestimmt worden.

Wertung:

Insgesamt muss bei den Simulationen verstanden werden, dass es relativ zutreffend möglich ist, die Ergebnisse von Kurzzeitversuchen auch mit dem beschriebenen Verfahren zu simulieren und abzubilden. Bei Dauerlasteinflüssen ist jedoch nicht klar, ob der gesamte Quer- und Längsschnitt betroffen ist oder nur die am stärksten beanspruchten Bereiche. Darüber täuschen die auf den gesamten Beton bezogenen Ergebnisse der Simulation hinweg. Möglicherweise wird ein Teil der zugbeanspruchten Ringe gar nicht durch Zugkriechen beeinflusst, da in den äußeren Ringbereichen ein geringerer Auslastungsgrad der Zugfestigkeit besteht. Trifft diese Überlegung zu, könnte man Teile der Ringe elastisch mit größerem E-Modul rechnen. Das würde den Verbundwiderstand gerade bei den entscheidenden Anfangsringen erhöhen und damit zu weitaus kürzeren Verbundlängen l_t unter Dauerlasteinfluss führen. Hier werden insbesondere Versuchsdaten benötigt, die eine Verifizierung dieses Problems unterstützen können.

In allen Studien zeigte sich, dass die Nachrechnung des MC 90 – Modells in etwa die Ergebnisse der Simulationen widerspiegelt. Des Weiteren ist zu beobachten, dass τ_{bmean} zumeist etwas niedriger eintritt als im MC 90-Modell mit $f_{bmean} = 2,25 \cdot f_{ctm}$ vorgesehen. Dieses Modell wird im nächsten Kapitel ausführlich erläutert.

Die mittleren Verbundspannungen lagen zwischen $\tau_{bmean} = 1,2$ und $2,27 \cdot f_{ctm}$, was die Thesen, die nachfolgend in Kapitel 5 aufgebaut werden, stützen wird. Die MC 90-Annahme $2,25 \cdot f_{ctm}$ ist also möglicherweise etwas zu optimistisch.

5 Zur „Performance“ von Berechnungsmodellen für die Berechnung von Rissbreiten

5.1 Vereinfachungen zur Ermittlung der mittleren Rissbreite w_m als Umsetzung des allgemeinen Ansatzes zur Berechnung von Rissbreiten, Gleichung (4. 15)

5.1.1 Die Größe der Risskraft F_{cr}

Die Aufstellung eines Modells für die Bemessung einer Rissbreite geht einher mit der Entscheidung für eine zu erwartende oder zu erzwingende Art der Rissbildung. Prinzipiell sind Modelle für Einzelrissbildung als auch für die abgeschlossene Rissbildung denkbar. Die abgeschlossene Rissbildung wird allgemein als vorteilhaft angesehen, da die feinere Rissverteilung kleinere Abstände zwischen zwei Rissen bedeutet und damit der Abschnitt x für die auszuwertende Differenzenfunktion $\Delta s(x; z = \text{const.})$ abnimmt. Um die Vorteile einer abgeschlossenen Rissbildung begründet erwarten zu können, muss das Konstruktionsziel für üblichen Stahlbeton die Erzwingung des Zustandes einer abgeschlossenen Rissbildung sein. Kann unter den Einwirkungen im Gebrauchszustand nicht schon nachgewiesen werden, dass die Zugkraft $1,3 \cdot F_{cr}$ erreichen wird, ist zumindest im Langzeitkontext für übliche Bemessungsfälle davon auszugehen, dass auch aus einer Einzelrissituation ein abgeschlossenes Rissbild entstehen kann.

Die Betonrisskraft an einer Stelle x_i (Bezug zu Bild 4. 16 und Bild 4. 18) ist letztendlich eine Materialeigenschaft, die über die Zugzone des Bauteils streuend verteilt ist. Die theoretische Risskraft F_{cr} errechnet sich wie folgt:

$$F_{cr} = \sigma_{s,cr} \cdot A_s \quad (5. 1)$$

Mit: $\sigma_{s,cr}$ Rissspannung nach (4. 8). Dabei gilt $f_{ct}(x) = f_{ct,eff}$, die Spannung ist von der effektiven Zugzone $A_{c,eff}$ abhängig. Die Festigkeit ist ebenfalls von der allgemeinen Festigkeitsentwicklung mit der Zeit und Belastung abhängig.

Für Regelberechnungen wird immer eine bestimmte Abhängigkeit zwischen $\sigma_{s,cr}$ und $k_{ct} \cdot f_{ctm}$ mit $k_{ct} \leq 1$ hergestellt. Damit ändert sich Gleichung (5. 1).

$$F_{cr} = k_{ct} \cdot f_{ctm} \cdot A_{c,eff} \quad (5. 2)$$

Abgeschlossene Rissbildung ist jedoch erst dann sichergestellt, wenn zwischen zwei Einzelrissen, die an Stellen geringerer Festigkeit eintreten, wiederum ein Riss eingetreten ist (siehe Bild 4. 12). In diesem Bereich sind höhere Festigkeiten zu erwarten, denn sonst wäre hier schon während der Einzelrissbildung ein Riss entstanden. Zudem ist der Bereich, in dem eine vollständige Risskraft aufgebaut werden kann, auf einen kleinen Bereich zwischen zwei Einzelrissen beschränkt, was Unsicherheit und Unschärfe bei der Beurteilung fördert.

Die Grenze zur abgeschlossenen Rissbildung von $1,3 \cdot F_{cr}$ entspringt dabei der Anwendung des oberen Fraktilwertes der Zugfestigkeit bei gleichzeitiger Erwartung von $k_{ct} = 1$. Man geht davon aus, dass der obere 5%-Fraktilwert $f_{ct,sup} = 1,3 \cdot f_{ctm}$ im extremen Fall hoher Zugfestigkeiten innerhalb der potentiellen Risszone zu überwinden ist. In der Literatur, z. B. in [19], werden Werte von $(1,0)1,2...1,5 \cdot F_{cr-1}$ für notwenig gehalten, um eine abgeschlossene

Rissbildung zu sichern. Diese Ergebnisse sind Erfahrungen entnommen, die aus Versuchen entstanden sind.

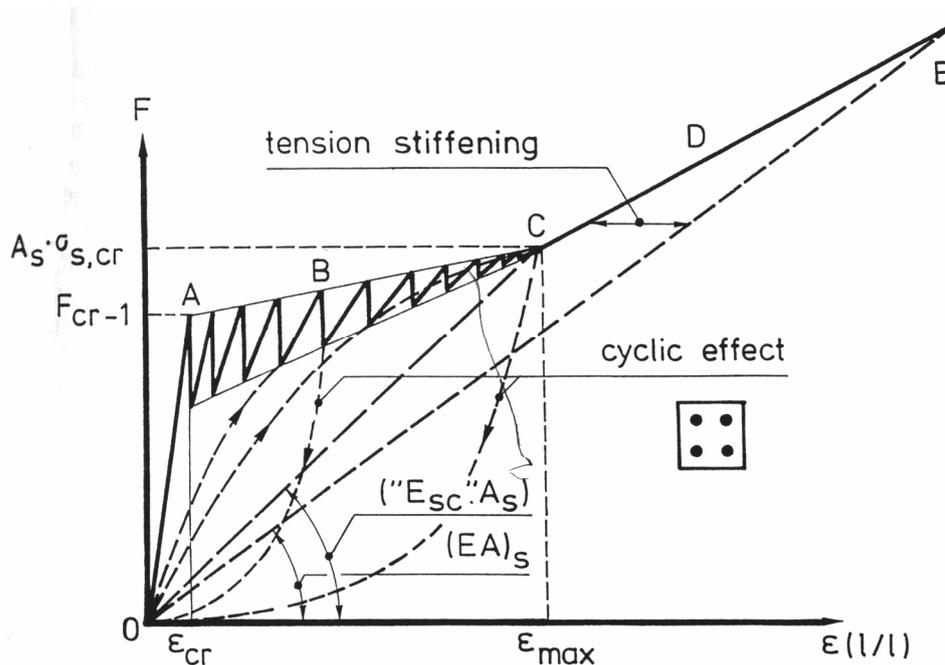


Bild 5. 1: Darstellung von $\sigma_{s,cr}$ aus Bruggeling [19]

Nach Bruggeling ist der Beginn der Einzelrissbildung bei Dehnkörpern, gekennzeichnet durch das Erreichen von F_{cr-1} , daran zu erkennen, dass ein bestimmtes Festigkeitsniveau von f_{ctm} erreicht wird. Bruggeling gibt diese Niveaus in Abhängigkeit von der Belastungsart wie folgt an:

Tabelle 5. 1: Betonzugspannungen bei einsetzender Einzelrissbildung

Belastungsart	Erreichte Betonzugspannung bei Einzelrissbildung, bei Bruggeling als σ_{cr-1} bezeichnet
Kurzzeitbelastung	$0,62 \cdot f_{ctm}$
Dynamische Belastung (Stoß)	$0,75 \cdot f_{ctm}$
Langzeitbelastung	$0,50 \cdot f_{ctm}$

Die Differenz zeigt, dass die Verteilung der Zugfestigkeit entlang der Länge eines Bauteils nicht zwingend der Festigkeitsverteilung aus Zugversuchen folgen muss. Hier wird jeweils die niedrigste Festigkeit in einem Versuchskörperabschnitt ermittelt und die in den Normen angegebene Zugfestigkeitsverteilung und –fraktilwerte sind nur Teil einer Datenmenge, die die Verteilung von niedrigsten Zugfestigkeiten bei gegebener Druckfestigkeit beschreiben. Nur wenige Zugversuche an Dehnkörpern (Falkner [51], Noghabai [92]) sind so gründlich dokumentiert, dass eine Zuordnung von Punkten x entlang des Zugkörpers zu spezifischen Festigkeiten möglich ist.

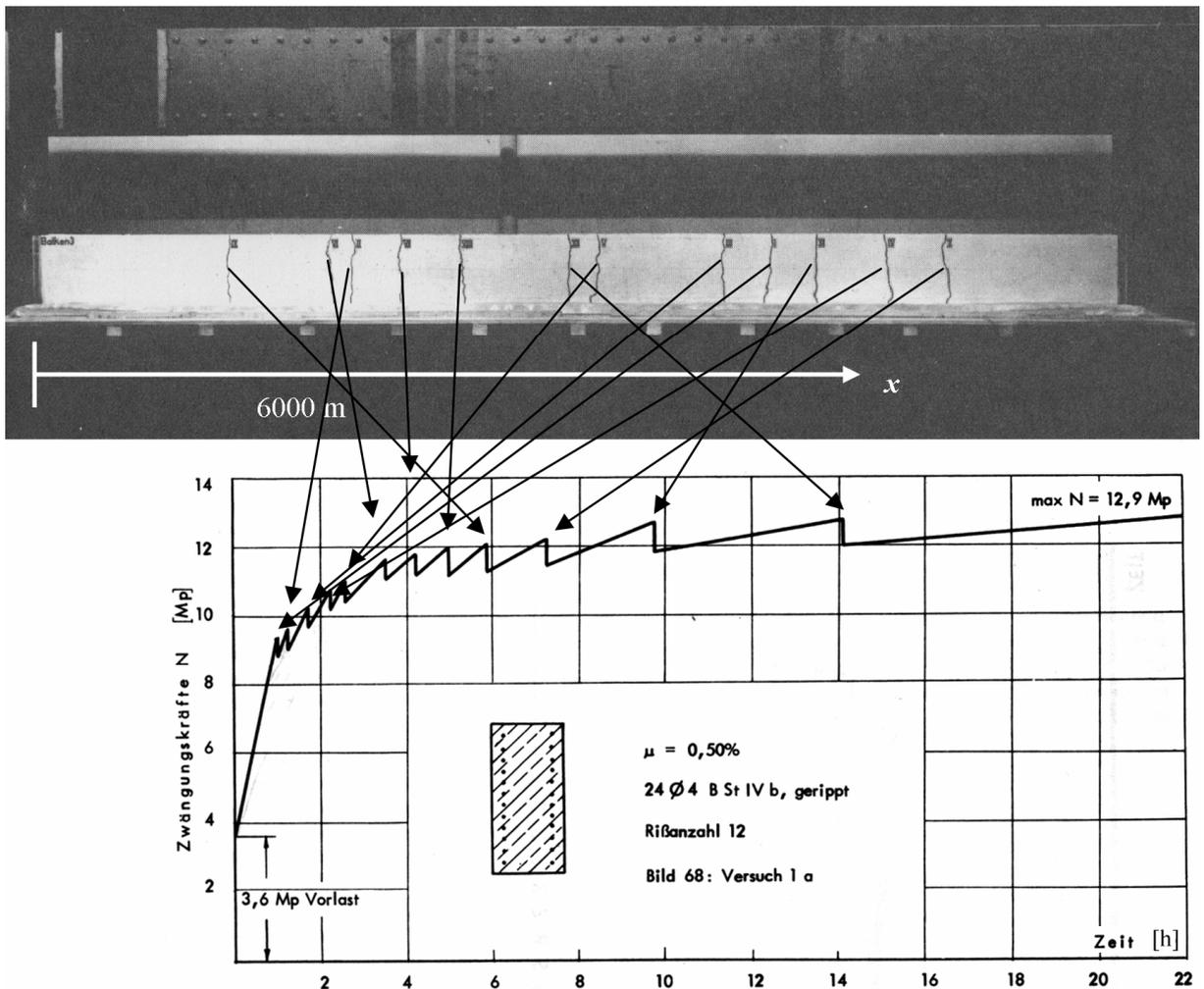


Bild 5. 2: Zuordnung von Risspositionen zu bestimmten Risskraftniveaus, hier aus Versuchen von Falkner in Auswertung der Dokumentation in [51], hier für Versuchskörper 1a

Selbst wenn diese vorliegen, ist deshalb jedoch der Wert einer möglichen Aussage über die Verteilung von Zugfestigkeiten entlang der Länge eines Bauteils beim derzeitigen Wissensstand fraglich. Man muss im oben gezeigten Beispiel davon ausgehen, dass mit steigender Rissnummer in der Einzelrissbildung mit zunehmender Zeit die Unschärfe einer solchen Aussage deutlich zunehmen würde. Dies resultiert aus dem Umstand, dass über die Längen $l_{t,i}$ zwischen den Rissen kaum präzise Aussagen getroffen werden können*. Dazu besteht in großen Abschnitten dieser (nur schätzbaren) Einleitungslängen – recht unabhängig von der Festigkeitsstreuung – keine Rissgefahr. Also kann keine indirekte Aufzeichnung und Ableitung des Festigkeitsniveaus für diese Abschnitte $l_{t,i}$ aus Diagrammen und Rissdokumentationen wie Foto und Diagramm in Bild 5. 2 erfolgen. Aus Gründen dieser Unwägbarkeit heraus, wird auf berechnete Fraktilwerte der Zugfestigkeit (eigentlich bezogen auf spezielle Versuchskörper) als Beurteilungskriterium, ob Einzelrisse oder abgeschlossene Rissbildung vorliegen, zurückgegriffen.

Danach ist ab dem Erreichen einer Betonspannung in der Größe des unteren Fraktilwertes der Zugfestigkeit, $f_{ct,inf} = 0,7 \cdot f_{ctm}$, mit Rissbildung zu rechnen. Dies stimmt gut mit Bruggeling

* (da für den Rissabstand im Einzelrissbild gilt: $s_{r-1} > 2 \cdot l_{t,i} = s_{r,eff}$ → siehe Bild 4. 16 und Bild 4. 17!)

überein. Nach den Forschungsergebnissen von Kordina et al. [78] zum Zugkriechen sollte man die Langzeitzugfestigkeit ebenfalls in einer Höhe von $0,6 \dots 0,75 \cdot f_{ctm,28d}$ für ($t = \infty$) erwarten. Insofern ist die letzte Zeile in Tabelle 5. 1 begründbar, wenn der Ausgangspunkt für die erste Zeile die 28 Tage-Festigkeit ist, $f_{ctm,28d} = f_{ctm}$ ist.

Vor diesem Hintergrund scheint die Grenzzugkraft $F_{cr-2} = 1,3 \cdot F_{cr}$ konservativ genug gewählt zu sein für eine Annahme des Eintritts abgeschlossener Rissbildung. Mit Blick auf die Versuchsergebnisse von Falkner ([51] – Zugversuche), erscheint der holländische Ansatz in seinen Konsequenzen für beispielsweise die Ermittlung der Mindestbewehrung etwas zu optimistisch. Aber auch unter Lastbeanspruchung verkrümmte Biegebauteile reagieren erst bei größerer Last mit einem abgeschlossenen Rissbild. Stärkere lokale Zwangsspannungen in der Bewehrungsumgebung durch Schwinden können die Streuungen des Rissbildes verstärken.

Für die Fälle, unter denen unter äußeren Lasten das Erreichen der Risschnittgröße nicht gesichert ist, muss auch im Hinblick auf Betoneigenspannungen davon ausgegangen werden, dass irgendwo trotzdem die Bildung eines Erstrisses stattfinden wird, wobei in „*worst-case-scenarios*“ oft davon ausgegangen wird, dass es zu einer abgeschlossenen Rissbildung zumeist nicht kommen wird. Es wird also der große Einzelriss nachgewiesen.

Allein Schwinden kann bereits zu einer Verbunddauerbelastung für die Betonumgebung oberflächennaher Bewehrung führen und die Zugfestigkeit lokal infolge Zugkriechens absenken. In der Realität zeigen fast alle zugbelasteten Betonbauteile bereits nach wenigen Jahren ein ausgeprägtes Rissbild von Oberflächenrissen. Auch Temperaturzwänge sind eine häufige Rissursache bei ansonsten wenig beanspruchten und nur konstruktiv bewehrten Bauteilen.

5.1.2 Mittlere Rissbreite w_m

Unabhängig von der eintretenden Art der Rissbildung muss für schnelle Berechnungen im Bemessungs- oder Nachweisverfahren der Grundansatz zur Beschreibung der Rissentwicklung (4. 15) deutlich vereinfacht werden. Die Differenzenfunktion $\Delta\varepsilon(x)$ wird durch einen Vergleich der Mittelwerte von Stahl- und Betondehnung abgebildet und mit einem Wirkungsbereich, also einer vorher bestimmten Länge multipliziert. Dieser Wirkungsbereich (Transfer- bzw. Einleitungslänge) ergibt sich links und rechts eines Rissufers soweit, wie die Verbundkraftübertragung zu einem Abfall der Stahlspannung führt.

Für die Betondehnung wird dabei oft eine Annahme für die Dehnung an der Bauteiloberfläche getroffen. Auch wenn der Nachweisort im Querschnitt des Rissufers (Bild 4. 6 ff.) nicht klar gegeben ist, sollte man davon ausgehen, dass Berechnungsverfahren an Versuchswerten kalibriert werden, die wiederum zumeist an der Bauteiloberfläche festgestellt worden sind. Insofern ist davon auszugehen, dass die Masse historischer Regeln zur Rissbreitenbeschränkung die berechneten Rissbreiten bzw. die Mindestbewehrungsregeln auf die Oberflächenrissbreite $w = w_{\text{surface}}$ bezog. Ein Vergleich mit diesen Messwerten hat nur Sinn, wenn die Berechnungen ähnliche Ergebnisse abbilden (Beeby [135]). Zum Zwecke des Nachweises ausreichenden Korrosionsschutzes wäre ein Vergleich mit einem definierten Niveau innerhalb der Betondeckung oder am Stahl direkt (w_s) hilfreicher. Diese Rissbreiten sind für Messungen am Bauteil zu Kontrollzwecken jedoch nur schwer zugänglich.

Für Berechnungen wird also der Bereich (Wirkungs- oder Verankerungsbereich) benötigt, in dem von beiden Seiten neben dem Riss die Belastungsanteile über die Verbundspannung in den Beton eingetragen werden. Für Einzelrissbildung ergibt sich deshalb allgemein und in Vereinfachung von Gleichung (4. 15):

$$w_i = (l_{t,i} + l_{t,i+1}) \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (5. 3)$$

Mit: $l_{t,i}, l_{t,i+1}$ Übertragungslängen links und rechts eines Risses i *
 $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ = $\Delta\varepsilon_m(x) = \text{const.}$ über $l_{t,i}$ Dehnungsdifferenz über den Bereich beider Übertragungslängen durch die Differenz der mittleren Dehnwerte vereinfacht

Die Rissbreitenberechnung zur Einzelrissbildung wird in der Regel durch die Anforderungen an die Mindestbewehrung zur Sicherung der Rissbreite bei Erstrissbildung ersetzt. Insofern steht für Berechnungen der Rissbreite die abgeschlossene Rissbildung unter den Einwirkungen im Gebrauchszustand im Fokus. Sie sollte daher für extern belastete Stahlbetonteile auch das Bemessungsziel sein.

* Mit den Bezeichnungen in Bild 4. 15 würde sich anstelle von $(l_{t,i} + l_{t,i+1}) \rightarrow (l_{t,i+3} + l_{t,i+4})$ für (5.3) ergeben.

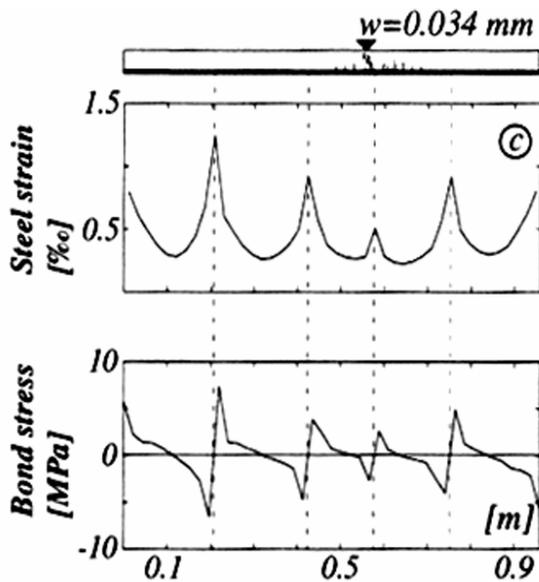


Bild 5. 3: System von Einzelrissen, berechnet für ein Zugglied (entnommen Noghabai [92])

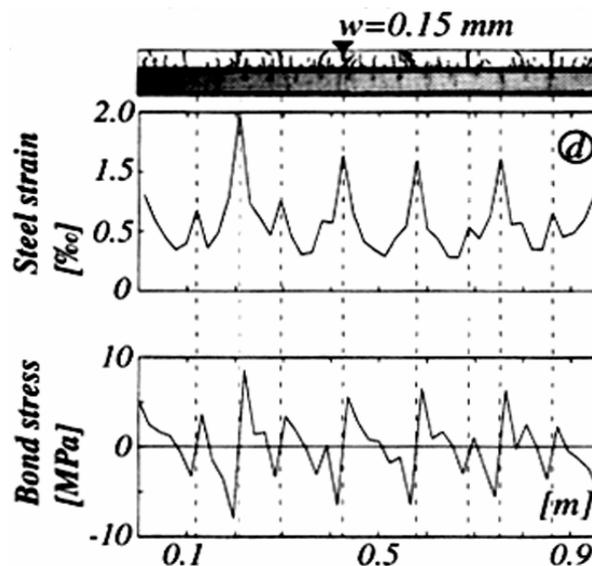


Bild 5. 4: Entwicklung eines abgeschlossenen Rissbildes für das gleiche System (entnommen Noghabai [92])

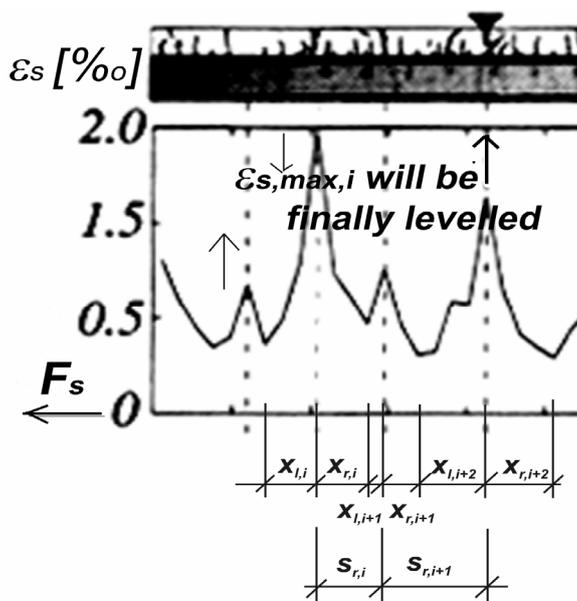


Bild 5. 5: Unter andauernder Belastung erfolgt in der Regel ein Dehnungsausgleich in den Rissen.

Die ungleichmäßige Verteilung der Dehnungsspitzen ist durch die unterschiedlichen Rissgrößen bedingt. Wird global mit einer Zugspannungsübertragung über Rissöffnungen gerechnet, muss davon ausgegangen werden, dass auch der Beton einen Teil der Zugspannungen im Zugglied bei sehr kleinen Rissen ($w \leq 0,15 \text{ mm}$) direkt übertragen kann. An diesen Rissen wird die Stahlspannung σ_s im Riss erwartungsgemäß kleiner eintreten, als wenn der Stahl exklusiv die Kraftübertragung in den Riss zuständig wäre.

Aus Bild 4. 18 und Bild 5. 3 wird erkennbar, dass der Ort der lokalen Minima der Stahldehnungsfunktionen in einer abgeschlossene Rissbildung nicht mit der Mitte zwischen zwei Rissen zusammentreffen muss. Im Mittel über alle Rissabstände einer abgeschlossenen Rissbildung wird aber der Abstand zwischen zwei Rissabstandsmitten den wirksamen Bereich ($l_{t,i} + l_{t,i+1}$) markieren, auch wenn eine vollständige Einleitung einer weiteren Risskraft nicht mehr erfolgen kann. Aufgrund der Einfachheit kann deshalb, besonders bei abgeschlossener Rissbildung, auch der einfache mittlere Rissabstand $s_{r,m}/2 + s_{r,m}/2 = s_{r,m}$ als Wirkungsbereich ($l_{t,i} + l_{t,i+1}$) angenommen werden. So ergibt sich für abgeschlossene Rissbildung:

$$w_m = s_{r,m} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (5.4)$$

Die Differenzenfunktion im Bereich abgeschlossener Rissbildung wird dann wie folgt aufgebaut:

$$\Delta \varepsilon_m = (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) = \frac{\sigma_s - k_t(\sigma_s; t) \cdot \sigma_{s,cr}}{E_s} = \frac{\sigma_s - k_t(\sigma_s; t) \cdot \frac{f_{ctm,d}(t)}{\rho_{eff}} (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{eff})}{E_s} \quad (5.5)$$

Mit: k_t Parameter, der den teilweisen Aufbau einer Risschnittgröße in der Betonumgebung, also der Mitwirkung des Betons beschreibt. Dieser Parameter ist abhängig von der Dauer der Belastung und deren Höhe im Verhältnis zur Rissspannung, wahrscheinlich auch vom Bewehrungsgrad und von der Länge des Verbundbereiches als potentielle Umlagerungszone (siehe Bild 4. 16, Bild 4. 18).

Dieser Ansatz, der die Mitwirkung des Betons auf Zug („tension stiffening effect“) bis zum Fließen der Bewehrung konstant bewertet, ist dabei recht optimistisch. In Gleichung (5. 5) handelt es sich im Prinzip um den Model Code 1990 (MC 90)-Ansatz. Schießl [110], Bruggeling (siehe Bild 5. 1), Noghabai [92] u.a. zeigen jedoch für klassische Dehnkörperversuche einen Steifigkeitsabfall bei steigender Belastung an. Versuchsreihen von Ožbolt/ Eligehausen [47] und eigene Versuche, insbesondere auch Versuche an Biegebauteilen (siehe Bild 4. 1 a) und b)) bestätigen dagegen den konstanten Verlauf der Dehnungsdifferenz zwischen nacktem Stahl und der Dehnung des Gesamtsystems Stahl und effektiv mitwirkende Zugzone $A_{c,eff}$ bevor der Stahl die Fließgrenze erreicht. Bei einigen Biegeversuchen lässt sich sogar kurz vor dem Eintreten des Fließens eine umlagerungsbedingte Vergrößerung der Mitwirkung feststellen.

5.2 Zu lösende Probleme bei der Modellbildung für eine zuverlässige Rissbreitenbeschränkung

Zumeist ist das Bemessungsziel nicht die mittlere Rissbreite, die noch relativ zuverlässig vorhersagbar ist, sondern die Absicherung gegen eine ungünstig große Grenzzrissbreite w_{lim} , die in den Gebrauchszuständen gerade oder gar nicht erreicht werden soll, woraus sich sogenannte Grenzzustände ableiten. Insofern ist die Bemessung für sog. „Maximal-Werte“ der Rissbreite bzw. große charakteristische Werte üblich. Solche großen Werte als Nachweisziel zuverlässig zu unterbinden, sichert die Grundgesamtheit von realen Rissbreiten in vergleichbaren Bauteil- oder Zuggurtabschnitten und damit natürlich auch das einzelne Bauteil gegen das vermehrte Auftreten extremer Rissbreiten bzw. das unkontrollierte Auftreten oberer Fraktilewerte mittlerer Rissbreiten. Der Vergleich mit der Grenzzrissbreite w_{lim} wird über einen als Vergleichswert definiert berechneten Fraktile $w_{k,cal}$ einer Wahrscheinlichkeitsverteilung von Rissbreiten geführt, deren Entstehung ähnlich mechanisch begründet wird.

Ersatzweise wird die größte Rissbreite mit dem größten Rissabstand s_{rmax} in Verbindung gebracht werden, wobei natürlich der Abstand zwischen den Minima der Dehnungsfunktionen (siehe Schema Bild 4. 16 und Bild 4. 18) – maßgeblich für die Bestimmung von $2 \cdot l_t$ – größer

als $s_{r,max}$ sein kann. Unter andauernder oder wiederholter Belastung wird sich dieser Unterschied jedoch durch lokale Umlagerungen verlieren. Somit ergibt sich in Anlehnung an (5. 4):

$$w_k = s_{rk} \cdot (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm}) \quad (5. 6)$$

oder

$$w_{max} = s_{rmax} \cdot (\varepsilon_{sm}^* - \varepsilon_{cm}^*)$$

$$\text{Mit: } (\varepsilon_{sm}^* - \varepsilon_{cm}^*) \leq (\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$$

Modelle haben also die Aufgabe, je nach Zielgröße w_{lim} und zugelassener Überschreitungshäufigkeit einen oberen Fraktilwert der Rissbreite zu erzeugen oder ein (nahezu) absolutes Maximum treffsicher zu prognostizieren.

Es ist möglich, dass ein sehr großer Rissabstand s_{rk} oder $s_{r,max}$ bei Biegebauteilen einen Übergang zur Einzelrissbildung markiert und damit leichter aufzufinden ist. Es ist bekannt, dass der Rissabstand bei Einzelrissbildung jedoch einen stark zufälligen Charakter hat und damit auch unsignifikant groß werden kann. Daher ist davon auszugehen, dass gegenüber der auf ein maximales Verankerungspotential der mitwirkenden Zugzone $A_{c,eff}$ abgesetzten Berechnung mit einem begrenzten Wert s_{rk} und $(\varepsilon_{sm} - \varepsilon_{cm})$ für einen bei noch nicht abgeschlossener Rissbildung aufgefundenen Rissabstand $s_{r,max}$ die vorzugebende Dehnungsdifferenz in (5. 6) unter Umständen zu senken ist (siehe auch rechte Seite von Bild 4. 16).

Zwischen einem $w_{k,95\%}$ -Wert aus einer Grundgesamtheit von Rissbreiten, deren mittlere als w_m ermittelt wurde, und dem auffindbaren maximalen Wert einer Rissbreite w_{max} im Bauteil wird üblicherweise ein Unterschied $w_{max}/w_{k,95\%} = 1,2$ gesehen [16]. Nach eigenen Erfahrungen mit vorhandenen Datensätzen ist w_{max} mit $w_{max}/w_{k,95\%} = 0,8 \dots 1,28$ aufzufinden, wenn Rissbreitenklassen charakteristischer Werte von $w_k = 0,2 \text{ mm}; 0,3 \text{ mm}$ untersucht werden. Dabei spielt auch die Größe der Grundgesamtheit eine Rolle. So steigt mit deren Größe die Wahrscheinlichkeit, dass eine größere Rissbreite als der berechnete Fraktilwert auch wirklich eintritt. Mit solchen Kenntnissen kann für die Nutzung in (5. 6) folgender Zusammenhang ergänzt werden:

$$s_{r(max)} = w_{max} / w_{k,95\%} \cdot s_{rk} \quad (5. 7)$$

Ein solches Justieren kann für eine unterschiedliche Beurteilung der Rissbreitenentwicklung an Balken und Dehnkörpern sinnvoll sein. Laut den Diagrammen in Schießl [110] lässt sich zumindest ein Unterschiedsfaktor von 1,0 ... 1,2 zeigen. Hier gibt es aber auf der Balkenseite bei der Bemessung realer Bauteile größere Unsicherheiten in der Bestimmung der Stahlspannung als bei der Nachrechnung von Versuchen, in denen der Messwertabgleich eine Modellanpassung und realistische Einschätzung der Belastung der Zugzone erlaubt. Es bleibt zudem fraglich, inwieweit in den Versuchsdatensätzen, die Rissbreiten ausweisen und auf Dehnungsmessungen aufbauen, eine oft notwendige Dehnungskorrektur der aufgenommenen Dehnung entsprechend Gl. (4. 9) und Bild 4. 6 auf das Stabachsenniveau bzw. den Schwerpunkt des mitwirkenden Betons durchgeführt wurde. Das Bemessungsmodell nach MC 90 und DIN 1045-1 macht zudem die Unterscheidung zwischen Dehnkörpern und Biegebauteilen nicht.

In Bereichen einer Einzelrissbildung ist das Vorgehen mit Rissabständen s_{r-2} , die aus der abgeschlossenen Rissbildung abgeleitet werden, zu hinterfragen. Prinzipiell kann es in einem Bemessungsmodell wie in der Realität einen allmählichen Übergang zwischen s_{r-2} und effektiven Rissabständen s_{r-1} von Einzelrissen geben. Das heißt, vom größten Rissabstand einer abgeschlossenen Rissbildung wird angenommen, dass er dem Abstand von Einzelrissen entspricht, wenn die zugehörigen Übertragungslängen $l_{t,i+1}$ und $l_{t,i+2}$ im Verankerungspunkt der Stahlkraft direkt aneinander stoßen, ohne dass an dieser Stelle die zur Rissbildung notwendige Risskraft zustande kommt. Allerdings kann es sein, dass – entsprechend dem oben gesagten – die zweite zum betrachteten Rissufer gehörende Übertragungslänge größer als die Abbildungsmöglichkeit durch $l_{t,i} = s_{rk} - l_{t,i+1}$ ist.

$$s_{r-1} = l_{t,i+1} + l_{t,i+2} \quad (5.8)$$

Nimmt man dazu an, dass in der Relation eines charakteristischen Rissabstandes der abgeschlossenen Rissbildung s_{rk} zu einem $l_{t,i+1}$ eines großen Einzelrisses $s_{rk} \approx l_{t,i+1}$ gelten kann und für $l_{t,i+2}$ immerhin noch ein s_{rm} einer abgeschlossenen Rissbildung denkbar ist, dann entsteht:

$$s_{r,sup} = s_{rk} + s_{rm} \geq s_{r,single} \quad (5.9)$$

Begründet berechnungswirksam dürfte dieser theoretische Wert jedoch nur eingesetzt werden, wenn an beiden Rissufern des untersuchten Risses eine ähnliche Situation vorliegen würde ($s_{r,sup}$ also auf beiden Seiten anliegen müsste). Dann wäre jedoch zweifelhaft, ob es sich in dem so integrierten s_{rk} wirklich noch um einen charakteristischen Wert handelt. Aufgrund dieses Widerspruches in der Argumentation kann man für das Ergebnis in (5.9) daher sicher sein, dass man mit $s_{r,sup}$ einen sehr unwahrscheinlichen, oberen Grenzwert für eine Rissbreitenberechnung erzeugt hat, wenn man $s_{r,sup}$ aus wirklich abgesicherten und nachgewiesenen Rechenwerten s_{rk} und s_{rm} bildet.

Noch größere Abstände von Einzelrissen $s_r > s_{r-1(5.8)}$ sind nominell und definitiv möglich, jedoch ist dann über größere Abschnitte keine Dehnungsdifferenz zwischen Stahl und Beton vorhanden (Bild 4.16), so dass eine Anpassung des Rechenmodells durch Absenkung von der mittleren Dehnungsdifferenz unter das übliche Maß nach (5.5), (5.6) erfolgen muss.

5.3 Aktuelle Modelle des MC 90, der DIN 1045-1 und prEN 1992-1-1 im Vergleich ihres formalen Aufbaus

Der folgende Vergleich wird für sog. *High-Bond-Bars*, also gerippte Bewehrungsstähle, geführt.

5.3.1 Der Mittelwert der Rissbreite in Abwandlung normativer Modelle

Mittelwerte der Rissbreite w_m eines Bauteils lassen sich wie folgt ermitteln:

MC 90,
DIN 1045-1:
(Biegung + Zug)

$$w_m = \frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{\text{eff}}} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s}, \quad (5.10)$$

mit $k_t = 0,6$ (Kurzzeitbelastung)
 $k_t = 0,4$ (Langzeitbelastung)

prEN 1992-1-1,
(Biegung):

$$w_m = \left(2c + 0,25 \cdot 0,5 \cdot 0,8 \cdot \frac{\phi}{\rho_{\text{eff}}} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = \left(2c + \frac{\phi}{10 \cdot \rho_{\text{eff}}} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s} \quad (5.11)$$

prEN 1992-1-1,
(Zug):

$$w_m = \left(2c + 0,25 \cdot 1,0 \cdot 0,8 \cdot \frac{\phi}{\rho_{\text{eff}}} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = \left(2c + \frac{\phi}{5 \cdot \rho_{\text{eff}}} \right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + \alpha_e \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s} \quad (5.12)$$

Mit: $f_{\text{ct,eff}}$ die Betonzugfestigkeit, die für die Rissbildung maßgebend wird.
 $\rho_{\text{eff}} = A_s/A_{\text{c,eff}}$ (effektiver Bewehrungsgrad)

Das additive Glied $2 \cdot c$ stellt in den prEN 1992-1-1-Vorschlägen die fehlende Beteiligung eines Ausbruchkegels an der Verbundwirkung des Betons dar – der von der 2. bis 4. Rippe hinter dem Riss unter einem Winkel von 45° - 55° bis zum Rissufer durchdringt (Bild 5. 6). Im MC 90 und DIN 1045-1 wird angenommen, dass diese Zone, wenn auch vermindert, mitwirkt und sich aufgrund des sich unterhalb des Kegels ausbildenden ersten großen „Tepferszugrings“ ein umso größerer Verbundwiderstand für die nachfolgenden Rippen herausbilden kann. Im Mittel stellt sich dann über den ersten Abschnitt von l_t ein linearer Abfall der Spannungsdehnungslinie des Stahls ein (siehe Verbundsimulationen, Bild 4. 21 und Bild 4. 22). Der Abzugswert wäre also eher korrekt mit $2 \dots 4 \cdot c_r \cdot \tan \alpha_{\text{cone}}$ gewählt, anstelle des bei großen Betondeckungen unwahrscheinlichen Maximalwertes (siehe „Kegelförmiger Ausbruch“ – Bild 5. 6). Er kann aber für einfache Belastungen und Versuchsnachrechnungen aufgrund der Mitwirkung ausgeschlossen werden, um Widersprüche zu Messungen zu vermeiden. Beim Auftreten wiederholter Belastung, unter der Annahme realitätsnaher Bedingungen, kann dagegen dieser Bereich zunehmend deaktiviert werden. Hier verbleibt, dass dieser deaktivierte Bereich zu groß gewählt wurde. Detaillierte Verbundrechnungen und Praxiserfahrungen scheinen das zu bestätigen.

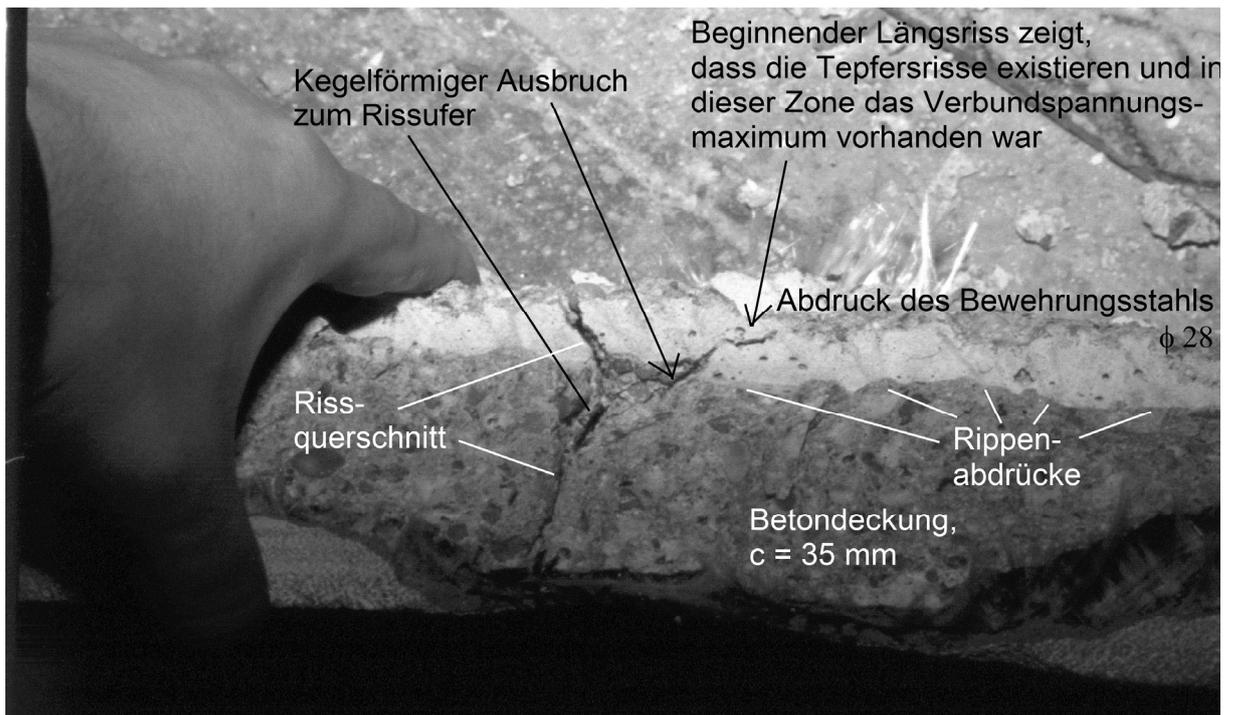


Bild 5. 6: Ausbruchkegel vor einem Rissufer, Biegeversuch mit $\phi = 28$ mm, $c = 35$ mm

5.3.2 Die Berechnung von charakteristischen Werten in Anlehnung an die untersuchten Normen / Normempfehlungen

MC 90, DIN 1045-1

Die Relation zum charakteristischen Wert der Rissbreite w_k wird nach DIN-1045-1, MC 90 über einen großen Wert des Rissabstandes s_{rk} im abgeschlossenen Rissbild hergestellt. Für das Zustandekommen dieses großen Rissabstandes gibt es zwei Interpretationsmöglichkeiten.

Einerseits kann eine reduzierte Verbundspannung $\tau_{bk} = f_{b,inf}$ über einen an sich mittleren Rissabstand s_{rm} wirken, da in der Regel ein kleiner und ein großer Rissabstand aufeinander folgen (im Mittel s_{rm}).

Andererseits könnte man sich die zu einem Riss links und rechts zugehörigen Wirkungsbereiche $l_{t,i}$ und $l_{t,i+1}$ für eine Rissbreite aber auch so vorstellen, dass bei einem oder zwei großen Rissen zwei ähnliche Rissabstände nebeneinander liegen. Der Einzelrissabstand wird dabei jeweils im Verhältnis $1,25 \cdot s_{rm}$ zu $0,75 \cdot s_{rm}$ geteilt, wobei jetzt die beiden Abschnitte mit $1,25 \cdot s_{rm}$ nebeneinander liegen. Die Verbundlängen im entstandenen Rissbild werden mit der mittleren Verbundspannung belastet.

Formal ist s_{rmax} nur ein hoher charakteristischer Wert (s_{rk}) der Menge aller Rissabstände eines Bauteils in einem (wahrscheinlich) abgeschlossenen Rissbild. Bezieht man die an den Enden eines Rissbildes oft vereinzelt stehenden Einzelrisse ein (z. B. bei einem Balken), lässt sich mit der genannten Formel wahrscheinlich nicht mehr als ein 75 - 83 % Fraktile aller Rissbreiten eines abgeschlossenen Rissbildes abbilden, (siehe eigene Zuarbeiten zu [128] und Anhang 5).

Die Formel für den Rechenansatz nach DIN 1045-1 ist durch die Modifizierung des Modells (5. 10) mit einer gegenüber $f_{b,m} = 2,25 f_{ct,eff}$ auf $f_{b,inf} = 1,8 f_{ct,eff}$ reduzierten Verbundspannung entstanden:

MC 90,

DIN 1045-1:

(Biegung + Zug)

$$w_k = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{eff}]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = 1,25 \cdot s_{rm} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{eff}]}{E_s} \quad (5. 13)$$

Dabei sind diese und die im Weiteren dargestellten Formeln unter Austausch von $\alpha_e = \frac{E_s}{E_{ct}} \leftrightarrow (\alpha_e - 1)$ zur Berücksichtigung des Stahlquerschnitts aufgestellt worden.

Laut Model Code 1990 [21] soll sich mit diesem Modell ein 75%-Fraktilwert der Rissbreite abbilden lassen. Ein Nachweis mit dieser Formel ergibt also offenbar eine definierte Wahrscheinlichkeit, dass Rissbreiten später im Bauteil die Zielrissbreite (hier $w_{lim} = w_k$) nicht überschreiten. Diese Leistung einer Formel/ eines Nachweises kann man auch mit dem Begriff „Performance“ umschreiben.

prEN 1992-1-1

Der prEN 1992-1-1 versucht, einen größeren Abstand zwischen mittlerer Rissbreite und der rechnerischen „maximalen“ Rissbreite herzustellen und damit die mögliche Überschreitungshäufigkeit des Rechenwertes durch reale, sehr große Rissbreiten weiter einzuschränken. Rissbildung in ausschließlich zugbelasteten Stahlbetonbauteilen tritt oft durch Zwang oder zumindest relativ langsam ein. In diesen Fällen scheint es in vielen Fällen ratsam, die verlängerte Einleitungslänge unter Dauerlasteinfluss zu berücksichtigen (siehe Simulation der Wirkung einer Dauerlast, Kapitel 4.4.4), besonders für Situationen, die Einzelrissbildung erwarten lassen. Damit wird (5. 13) in (5. 14) nachfolgend verändert und findet für zentrischen Zug ein von der Formulierung her fast identisches Ergebnis für w wie der prEN 1992-1-1 Ansatz für Biegebauteile, insbesondere im Übergang zur Einzelrissbreite. Um einen parameterarmen Vergleich zwischen zentrischen Bedingungen führen zu können, wurde für den Modellvergleich in Bild 5. 7 für den Zuggurt ein Stababstand $s = 2 \cdot c + \phi$ eingeführt. Seine Höhe wurde entsprechend zu $h_{c,eff} = s$ vereinfacht.

Modifizierung MC

90, DIN 1045-1:

(Zug, insbesondere Zwang)

$$w_{(max)} = 1,2 \cdot \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{eff}]}{E_s} \quad (5. 14)$$

prEN 1992-1-1,
Biegung:

$$w_k = 1,7 \cdot \overbrace{\left(2c + \frac{\phi}{10 \cdot \rho_{\text{eff}}}\right)}^{s_{r \max} =} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = \left(3,4c + \frac{\phi}{5,88 \cdot \rho_{\text{eff}}}\right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s} \quad (5.15)$$

Um den Nachweis auch zutreffend für das eventuelle Auftreten eines hohen realen Maximalwerts der Rissbreite zu machen, kann der in Gleichung (5. 9) gezeigte große Rissabstand genutzt werden. Man nimmt also an, dass der gesamte Bereich zweier nebeneinander liegender Einzelrissabstände durch Dehnungsunterschiede zwischen Stahl- und Beton gekennzeichnet ist. Als ein notwendiges, jedoch nicht hinreichendes Kriterium für das mögliche Eintreffen dieses Risszustandes wird die Feststellung der Gültigkeit der folgenden Beziehung gehalten:

$$F_s < 1,3 F_{cr}, \text{ (siehe Kapitel 5.1.1).}$$

Der Ansatz für zentrische Zugglieder nach prEN 1992-1-1, allerdings unabhängig von der Größe der eingetragenen Kraft, führt zu einem ähnlich hohen Extremwert für w im Verhältnis zum Ausgangspunkt w_m . Zum Vergleich die ähnliche Erweiterung des DIN 1045-1/ MC 90 – Ansatzes(5. 13) mit einer Veränderung durch die Vergrößerung des ursprünglich nach Ansatz (5. 29) ermittelten Rissabstandes unter Nutzung von Gleichung (5. 9) sowie ein ähnlich lautender Ansatz für den EN 1992-1-1:

DIN 1045-1:

(Modifizierung für ein Maximum: Zwei benachbarte Einzelrisse bilden noch keine Sekundärrisse)

$$w_{\max} = (s_{rk} + s_{rm}) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = 1,8 \cdot \left(\frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{\text{eff}}}\right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s} \quad (5.16)$$

Zum Vergleich:
prEN 1992-1-1,
(reiner Zug):

$$w_k = 1,7 \cdot \overbrace{\left(2c + \frac{\phi}{5 \cdot \rho_{\text{eff}}}\right)}^{s_{r \max} =} \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s}$$

$$\Rightarrow = \left(3,4c + \frac{\phi}{2,94 \cdot \rho_{\text{eff}}}\right) \cdot \frac{\sigma_s - k_t \cdot \frac{f_{\text{ct,eff}}}{\rho_{\text{eff}}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{\text{eff}}]}{E_s} \quad (5.17)$$

In der vereinfachten Vorstellung und im Vertrauen auf einen Ausgleich bei andauernder oder Mehrfachbelastung wird zumeist vorausgesetzt:

$$s_r = 2 \cdot l_t \quad (5.18)$$

Dies ermöglicht einen einfachen Vergleich von Ansätzen zur Beschreibung von Rissabständen mit Versuchsergebnissen. Dazu werden diese Überlegungen zur Modifikation

von normativen Modellen auf ein Diagramm nach [25] aufgesetzt, dass ursprünglich zur Begründung eines additiven Zusatzglied $2c_{\min}$ und $c/2l_{tk} = \text{const.}$ gedacht war. Zudem sind weitere Versuchsdaten für Biegebauteile aus dem Datensatz Anhang 5 ergänzt ($\phi > 13 \text{ mm}$).

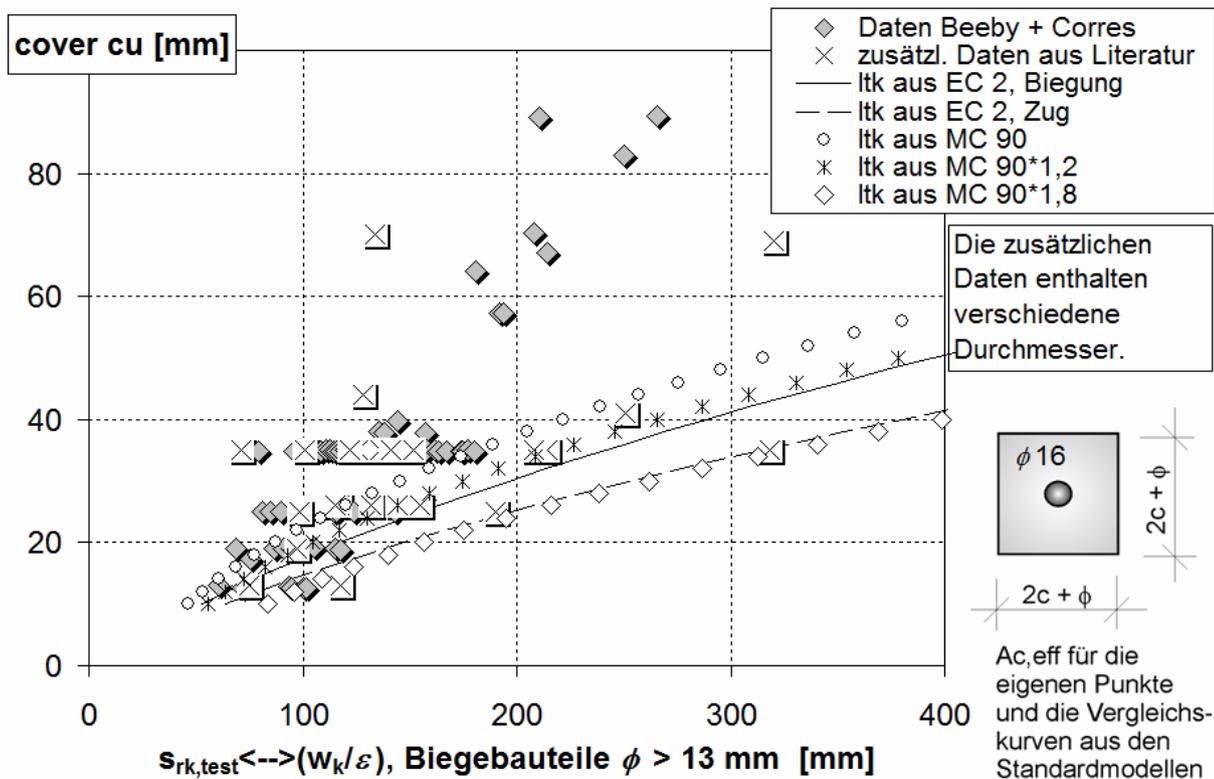


Bild 5. 7: Modellvergleich, Biegung unter Beachtung der Voraussetzungen zu (5. 15) hinzugefügt. Hintergrund vorgestellt in [134]. Das Bild ist als Gegenargumentation zur vorhergesagten linearen Abhängigkeit von c und $2l_{tk}$ in [25] entstanden.

Die Modellkurven wurden in Bild 5. 7 für einen vorgegebenen Durchmesser $\phi 16$ erzeugt. Mit steigendem Durchmesser verschieben sich die Kurven nach links. Für die vorgegebenen Versuchspunkte von Beeby war dem Begleittext nicht zu entnehmen, welche Durchmesser verwendet worden sind. Die Durchmesser der hinzugefügten Ergebnisse waren 14...32 mm.

Es ist nicht leicht einen direkten Vergleich auf vergleichbarem Sicherheitsniveau zwischen einem veränderten MC 90/ DIN-Modell und einem EN 1992-1-1 Modell zu führen, da das additive Glied $n \cdot c$ in s_r eine Abweichung zwischen ansonsten ähnlichen Varianten erzeugt. Insofern ist hier auch kaum eine Vergleichsmöglichkeit über Ähnlichkeiten eines linearen Trends gegeben. Die Zusammenstellung der Kombinationen (5. 14) und (5. 15) sowie (5. 16) und (5. 17) erscheint so womöglich etwas willkürlich. Eine genaue Vorstellung kann man mithilfe eines, verschiedene Erhöhungen des MC 90/ DIN-Modells erfassenden Modellvergleichs in Anhang 6 finden. Der zugehörige Datensatz wird in den folgenden Teilkapiteln vorgestellt und ist in Anhang 5 und 6 angegeben.

5.3.3 Zur Performance früherer Berechnungssysteme – Vorbetrachtungen

Die CEB-Mustervorschrift 1978 mit einem ähnlich lautenden, jedoch mit 2,1 multiplizierten Ansatz hatte den Anspruch, dass zu 90 % sichergestellt war, dass ein berechneter 95 % - Fraktile w_k aller vergleichbaren Rissbreitenablesungen durch große Risse in einem Bauteil

nicht überschritten würde. Die Absenkung dieses Faktors auf 1,7, wie auch in den Gleichungen (5. 15) und (5. 17) und in den Grundlagen zur Neuregelung der Rissbreitenbeschränkung nach Schießl, DAfStb Heft 400 [110] verwendet, stellte die Notwendigkeit der Begrenzung zugelassener Überschreitungshäufigkeiten, infolge der früher überschätzten Korrosionsgefahr, generell in Frage. Eine Überschreitungshäufigkeit durch die größten, maximalen Risse ist auf 50 % zu begrenzen. Gleichzeitig muss dann jedoch mit hoher Sicherheit ausgeschlossen werden, dass die Mittelwerte w_m den berechneten charakteristischen Wert erreichen. Zusätzlich sollte die Überschreitungshöhe des 95 % - Fraktils auf 30 % beschränkt werden [89].

Allerdings sind die Ansätze für den Rissabstand s_{rk} z. T. etwas abweichend beim Aufbau des summarischen Gliedes. Möglicherweise etwas mehr wirkt sich der Ansatz einer variablen Steifigkeit durch die rissspannungsabhängige Annahme der Mitwirkung auf Zug aus. Insofern wird bei gleichem Vorfaktor 1,7 und einer Betondeckung $c \leq 25$ mm die Antwort für höhere Gebrauchsspannungen nach [110] etwas konservativer ausfallen. Jedoch sollten berechnungsrelevante Spannungen in Gebrauchtauglichkeitsnachweisen in der Regel $\sigma_s \leq 320$ (360) N/mm² nicht überschreiten, so dass immer noch eine gewisse Mitwirkung des Betons auf Zug stattfindet.

Um das Berechnungsziel der Begrenzung von Überschreitungshäufigkeiten zu erreichen, genügt laut Martin/ Schießl/ Schwarzkopf [89] bei zentrischem Zug ein Vorfaktor $w_k/w_m = 1,4$. Bei reiner Biegung muss aufgrund der größeren Streuungen $w_k/w_m = 1,7$ vorgesehen werden.

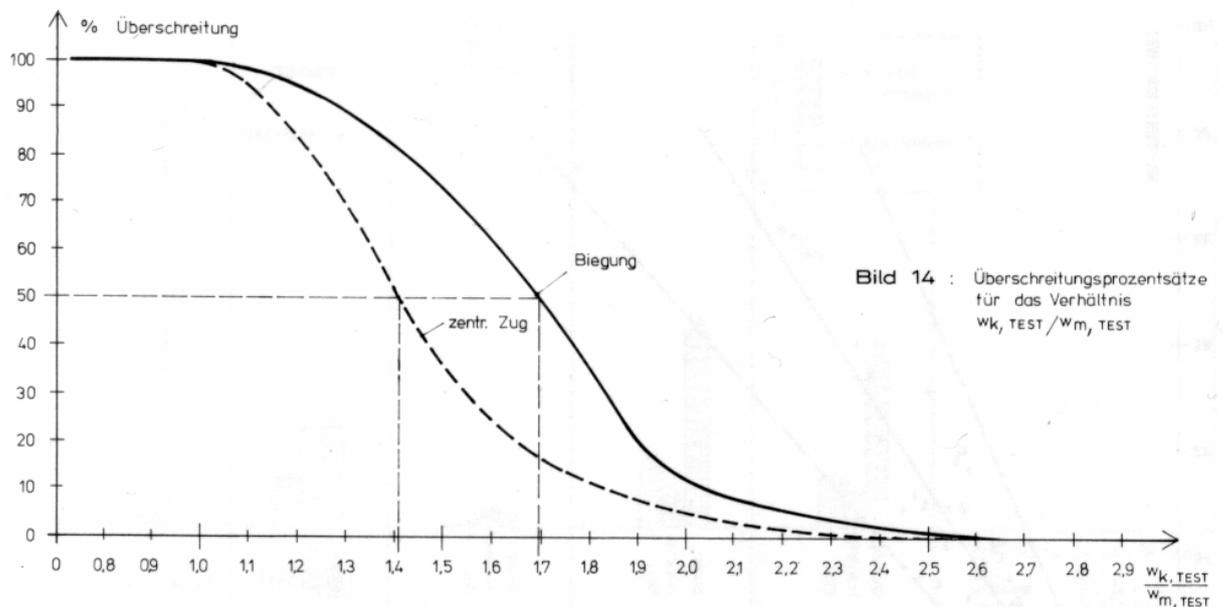


Bild 5. 8: Statistische Begründung für die von Martin/ Schießl/ Schwarzkopf genannten Faktoren (Bild 14 aus [89]).

Diese Vorgaben auf die Gleichung (5. 17) – Modell für Zug – angewendet, würde zu nachfolgend gezeigten Veränderungen führen:

Modifiziert

Martin/ Schießl/
Schwarzkopf [89]-
Mindestanforderung:

$$s_{\text{rm}} = 50 + \frac{\phi}{5 \cdot \rho_{\text{eff}}} \quad (\text{für gerippten Betonstahl})$$
$$s_{\text{rk}} = (w_{\text{k}}/w_{\text{m}}) \cdot \left(50 + \frac{\phi}{5 \cdot \rho_{\text{eff}}} \right) = \left(70 + \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{\text{eff}}} \right) \quad (5. 19)$$

Hier ist zu sehen wie der Übergang in der Definition zum MC 90 (DIN 1045-1 –Konzept) stattfindet. Dieser entsteht, wenn das additive Glied ersatzlos entfällt, (wie (5. 19)- jedoch ohne eine additive Komponente), und der Ansatz für Biegung und Zug identisch übernommen wird. In diesem Fall vereinfacht man den Zuggurt eines Biegebauteils als zentrischen Zugstab.

Nach den statistischen Untersuchungen, die das Konzept für die Neuregelung der Rissbreitenbeschränkung in den 80er Jahren begleitete, hatte ein globaler Faktor $(w_{\text{k}}/w_{\text{m}}) = 1,7$, wie er auch im prEN 1992-1-1, 7.3.4 vorgeschlagen wird, folgendes Ergebnis:

- Die mittleren Rissbreiten w_{m} sind zu 95 % kleiner als der Rechenwert w_{k} .
- Zu 75% gilt: $w_{\text{max}} < w_{\text{k}}$.
- Zu 95% gilt: $w_{\text{max}} < 1,25 \cdot w_{\text{k}}$

Da prEN 1992-1-1 wie DIN 1045-1 in den meisten Fällen, wo Rissbreitenbeschränkung von vitaler Bedeutung für die Gebrauchstauglichkeit von Bauwerken ist, Betondeckungen $c > 25$ mm fordern, wird das Ergebnis mit Normansätzen die c summarisch in den Rissabstand integrieren, z. T. eine konservativere Antwort liefern als das alte DIN-Konzept.

5.4 Verbundspannungen – Rissabstand – ρ_{eff}

5.4.1 Von der Modellbildung der Verbundspannungsverteilung zum Rissabstand

Verbundspannungsverteilungen entlang der Stablänge sind immer nur indirekt bestimmbar. Bei Rippenstahl muss man davon ausgehen, dass sich die Verbundspannung von Rippe zu Rippe ändern kann. Rippenabstände c_{r} können jedoch je nach Durchmesser zwischen 4,5 ... 20 mm groß sein. Vorliegende Versuche zur Messung der Verbundspannungsentwicklung entlang eines Dehnkörpers, zum Beispiel [60], haben dagegen Messwerte nur alle 80 bis 200 mm aufgenommen.

Streng genommen gilt natürlich immer der Zusammenhang (4. 17) zwischen Stahlkraft und Verbundkraft. Insbesondere für längere Verbundlängen ist anhand der Versuche wie der Simulationen gut zu erkennen, dass ein vereinfachter Ansatz einer gemittelten und konstanten Verbundspannung über $l_{\text{t,i}}$ ein plausibler Ansatz ist. Insbesondere für Berechnungen an langen Verbundlängen hat sich dieses Vorgehen als vorteilhaft erwiesen, [73], [108]. Die Verbundspannungsannahme von $\tau_{\text{b}}(x) = 2,25 \cdot f_{\text{ct,eff}} = f_{\text{bm}}$ folgt den Forschungsergebnissen von Eligehausen [46], Gleichung (4. 2). Bild 4. 2 bildet das einfache Verbundmodell ab. Wenn man die normativ gegebene Verteilung der Betonzugfestigkeit zwischen $f_{\text{ct},0.05}$ und $f_{\text{ct},0.95}$ berücksichtigt, kann sich eine theoretische Spanne für f_{b} als über die Einleitungslänge gemittelte Verbundspannung ergeben:

$$1,6f_{ctm} < f_b < 2,9f_{ctm}; f_{bm} \approx 2,25f_{ctm} \quad (5.20)$$

Es bleibt jedoch die in Kapitel 5.1.1 beschriebene Unsicherheit über die wirkliche Verteilung von Zugfestigkeiten innerhalb eines zu untersuchenden Bauteilabschnitts bestehen.

Dabei ist bei dem lokalen Überschreiten der mittleren Verbundfestigkeit f_{bm} entsprechend davon auszugehen, dass $f_{b,max}$ in lokalen Teilbereichen auf die Grenze von Huang/Magnusson/Engström (u.a. Kapitel 2.4.5) von $f_{b,max} = 0,45 \cdot f_c$ begrenzt ist.

Der MC 90 / DIN 1045-1 Ansatz zur Berechnung von w_k basiert auf einem Ansatz von

$$\tau_{bk} = 1,8 \cdot f_{ctm} = f_{b,inf} \quad (5.21)$$

Interpretiert man die Sicherheit, die (w_k/w_m) auf einen mittleren Rissabstand im Modell zur Berechnung von w_k bezogen bedeutet, dann fällt der Begriff Sicherheit im Sinne von Modellzuverlässigkeit gegenüber mittleren Rissbreiten/ -abständen. Dieser ist jedoch problematisch, da ein bestimmter, wahrscheinlich sogar vorhandener Rissabstand ausgewiesen wird. Die Verwendung von Sicherheitsfaktoren im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit ist deshalb umstritten [136].

Besonders aufgrund des relativ kleinen Abstandes zwischen dem mittleren Rissabstand und dem in Model Code 1990 verwendeten charakteristischen („maximalen Wert“) s_{rk} bzw. s_{rmax} wird der Rissabstand nach Gleichung (5.10) als Übergang zum Einzelriss definiert.

Nach Tue [28] errechnet sich der wirksame Teil eines Einzelrissabstandes wie folgt:

$$s_{rm} = 2 \cdot l_t \quad (5.22)$$

$$F_b = F_s$$

$$f_{bm} \cdot A_M = \sigma_{s,cr-1} \cdot A_s \quad (\text{mit } f_{bm} \text{ Mittelwert über } (f_{b,i}(x_i)))$$

$$f_{bm} \cdot \pi \cdot \phi \cdot l_t = \sigma_{s,cr-1} \cdot \frac{\pi \cdot \phi^2}{4}$$

$$f_{bm} \cdot l_t = \sigma_{s,cr-1} \cdot \frac{\phi}{4}$$

$$l_t = \frac{\sigma_{s,cr-1} \cdot \phi}{f_{bm} \cdot 4} = \frac{\sigma_{s,cr} \cdot \phi}{f_{bm} \cdot 4} \quad (\text{mit } \sigma_{s,cr} = \sigma_{s,cr-1}) \quad (5.23)$$

Aus (5.22) ergibt sich damit:

$$s_{rm} = \frac{\sigma_{s,cr} \cdot \phi}{f_{bm} \cdot 2} \quad (5.24)$$

Mit $f_{bm} = 2,25 f_{ct,eff}$ wird daraus:

$$s_{rm} = \frac{\sigma_{s,cr} \cdot \phi}{f_{ct,eff} \cdot 4,5} \quad (5.25)$$

Durch die Veränderung des Ansatzes $\tau_{bk} = 1,8 f_{ct,eff}$ ergibt sich ein theoretisch wirksamer Rissabstand, also der Teil des Rissabstandes, in dem es eine Dehnungsdifferenz zwischen Stahl und Beton gibt:

$$s_{rk} = \frac{\sigma_{s,cr}}{f_{ct,eff}} \cdot \frac{\phi}{3,6} \quad (5.26)$$

Die im Übergang zum Regelfall abgeschlossene Rissbildung wird hier und unter Rücksicht auf die Definition von $\sigma_{s,cr}$, Gleichung (4.8), vereinfacht:

$$\sigma_{s,cr} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{eff}} \quad (5.27)$$

In der letzten Gleichung ist anstelle des Vergrößerungsfaktors $[1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{eff}]$, der die Herstellung der Dehnungsverträglichkeit bei der Verankerung von F_s bei Einzelrissen beschreibt, für die Berechnung des Rissabstandes bei abgeschlossener Rissbildung theoretisch der Faktor 1 denkbar. Eine Dehnungsverträglichkeit tritt bei den Minima der Stahldehnungsfunktion über die Stablänge nicht mehr ein. Damit wird berechtigterweise ersetzt und vereinbart:

$$s_{rm} = \frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{eff}} \quad \text{und} \quad (5.28)$$

$$s_{rk} = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{eff}} \quad (5.29)$$

5.4.2 Widersprüche im Zusammenhang von s_r und ρ_{eff}

Zu den Grundzusammenhängen in den Gleichungen (5.26) – (5.29) gibt es kaum Einwendungen, da sie in modifizierter Form auch zum Nachweis von Verankerungslängen im Grenzzustand der Tragfähigkeit verwendet werden. Wenn $[f_{bm}; f_{bk}]$ weitgehend sichergestellt sind, kann es an dem folgenden Zusammenhang theoretisch kaum einen Zweifel geben.

$$s_{rm} / \left(\frac{\phi}{\rho_{eff}} \right) = const. \quad \Rightarrow \quad l_t / \left(\frac{\phi}{\rho_{eff}} \right) = const. \quad (5.30)$$

$$s_{rk} / \left(\frac{\phi}{\rho_{eff}} \right) = const. \quad (5.31)$$

Dieser theoretisch hergeleitete Zusammenhang bildet den Kern der Nachweise einer wirksamen Rissbreitenbeschränkung und es ist wichtig, über seine Gültigkeit Sicherheit zu haben. In der Diskussion der Neufassung des Eurocode 2 (EN 1992-1-1) wird von Kritikern des MC 90-Konzeptes die Gültigkeit der Annahmen (5.30) und (5.31) jedoch bezweifelt. Des Weiteren wird in Frage gestellt, ob mit einem so berechneten Ersatzwert für die Länge eines Abschnittes risswirksamer Dehnungsdifferenzen überhaupt eine maximale Rissbreite errechnet werden kann. Dagegen wird in Hintergrundberichten zum Nachweiskonzept des

zukünftigen EN 1992-1-1 auf einen strengen Zusammenhang von c und l_t verwiesen, versehen mit einem Hinweis auf $c/l_t \sim \text{const.}$ Damit wird das additive Glied $2c$ in s_{rm} bzw. $3,4c$ in s_{rmax} begründet, wie es zum Beispiel in (5. 11) und (5. 15) vorkommt. In einem Diagramm wird ebenfalls ein Zusammenhang ($(w_k/\varepsilon)/c = \text{const.}$) hergestellt. Mathematisch sind beide Begründungen fragwürdig und schon formal nicht gerechtfertigt, da der Rissabstand nach EN 1992-1-1 in der Struktur einer Geradengleichung angegeben wird.

$$2 \cdot l_t = y = mx + n \quad (5. 32)$$

Eher ist, auch nach Auswertung von Bild 5. 7, ein konstanter Summand zu erwarten. Dies spricht, erst einmal ganz unabhängig von wirklichen Betondeckungen, für ein konstant gehaltenes, additives Glied. Wahrscheinlich deshalb funktionierte der Ansatz nach Schießl [110] mit $50 \text{ mm} \Leftrightarrow 2c$ in s_{rm} auch deshalb relativ gut, weil eine Konzentration von Daten mit $c = 25 \text{ mm}$ möglicherweise den Datenhintergrund für Gleichung (5. 19) geprägt hat, wie zumindest [10] entnehmbar ist.

Zudem wird von Beeby in [11] bezweifelt, dass eine maximale Oberflächenrissbreite über einen Ansatz von:

$$s_{rmax} = k \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}} \quad (5. 33)$$

im Modell der Rissbreitenberechnung rechnerisch überhaupt sichergestellt werden kann. Jedoch sollte mit der Herleitung von (5. 29) ein Bewusstsein entstehen, dass bei Verwendung einer realistischen, über l_t konstant gehaltenen Verbundspannung τ_{bk} ein charakteristischer Rissabstand abgebildet werden kann. Das Steuerungselement zur Erfassung der Differenz zwischen den Betonzugverformungen an der Bauteiloberfläche und den Stahldehnungen ist dagegen die Dehnungsdifferenz nach (5. 5).

Wesentliche Ergebnisse in der Rissbreitenforschung beruhen auf verschmierten Dehnungsmessungen an den Bauteiloberflächen, ohne dass komplexere Betrachtungen zu Korrekturrechnungen für eine Umrechnung auf Stabniveau geführt worden sind. Man kann daher davon ausgehen, dass auch die jetzt verwendete Formel (5. 5) zur Beschreibung von $\Delta\varepsilon$ an Daten kalibriert worden ist, die in der Mehrzahl Oberflächenverformungen widerspiegeln. Das gilt vor allem für ältere Daten und wird so sicher auch für die Datengrundlage des MC 90- Modells gelten. Somit entfällt auch dieses Gegenargument gegen den MC 90/ DIN 1045-1 Ansatz. Das anders lautende Bild 1, S. 190 in [28] stellt dagegen das Ziel einer zu sichernden Rissbreite für die Gewährleistung und Beurteilung der Gebrauchstauglichkeit da, nicht jedoch den Ort einer durch w_k wiedergespiegelten Größe, was den Unterschied erklären sollte.

Es verbleibt also, die Argumente von Beeby gegen (5. 31) und (5. 33) zu prüfen. Diese Gegenargumente, die u.a in [11] zusammengetragen worden sind, erscheinen in der Tat handfest und bedenklich. Der Kern dieser Argumentation gegen die Verwendung des MC 90- Konzeptes manifestiert sich in den nachfolgenden drei Diagrammen. (Bild 5. 9 a) und b) sowie Bild 5. 10).

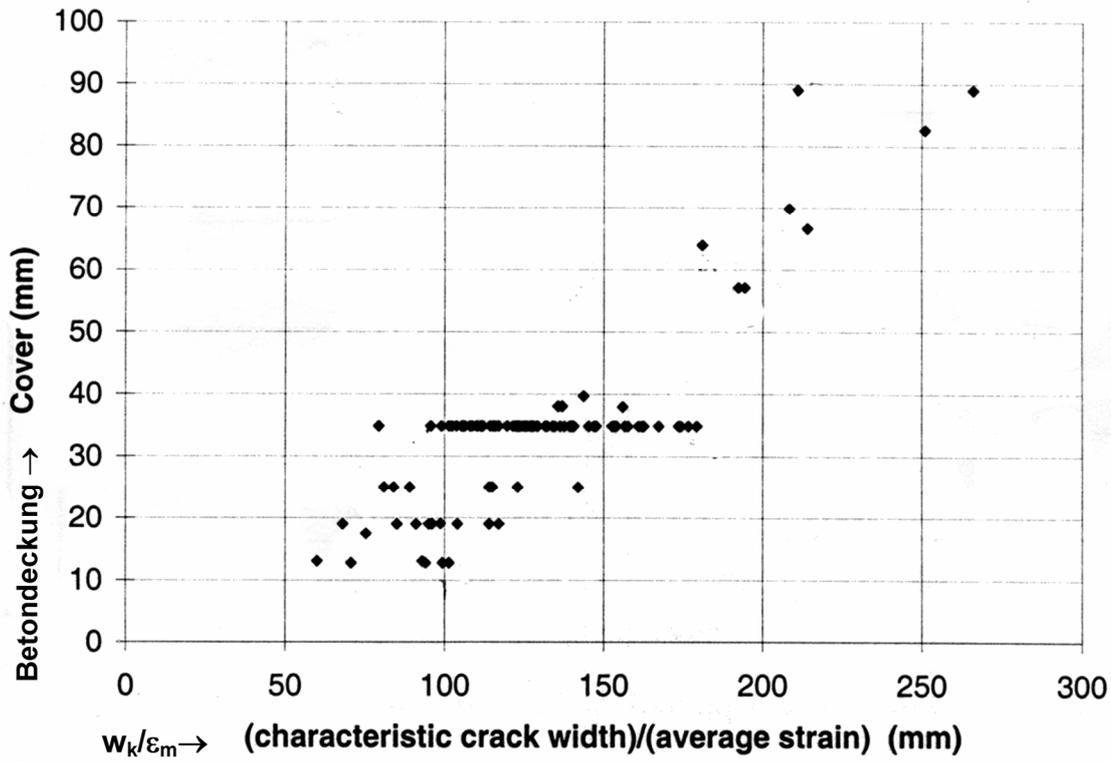


Bild 5. 9 a)

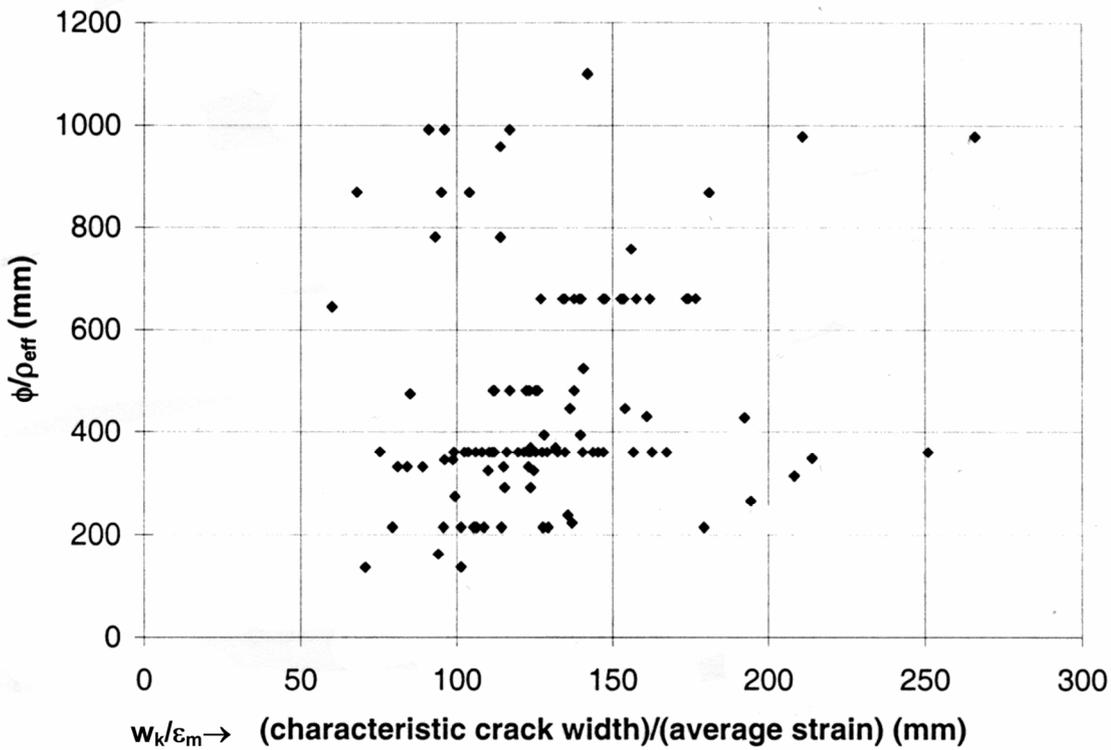


Bild 5. 9 b)

Bild 5. 9: Die Datenbasis von Bild 5. 7, nach[8] entnommen Beeby, [11] (Balken, Biegung).

- a) in der Abhängigkeit zur Betondeckung und
- b) in der Abhängigkeit zu ϕ/ρ_{eff}

Der Term w_k/ε_m bezeichnet den wirksamen Einleitungsbereich $2 l_{tk}$ und wird als Synonym für s_{rk} gebraucht. ε_m ist hier die verschmierte, mittlere Dehnung über den Riss hinweg, die über eine bestimmte Messlänge ermittelt wurde.

Die Einfügung von weiteren Daten in Bild 5. 9 a) führt zu Diagramm Bild 5. 7. Erscheint der Zusammenhang von s_{rk} zu c in Bild 5. 9 a) noch relativ klar, relativiert sich das mit zusätzlichen Daten, die Ergebnisse mit $\phi 14 \dots \phi 32$ enthalten, (Bild 5. 7).

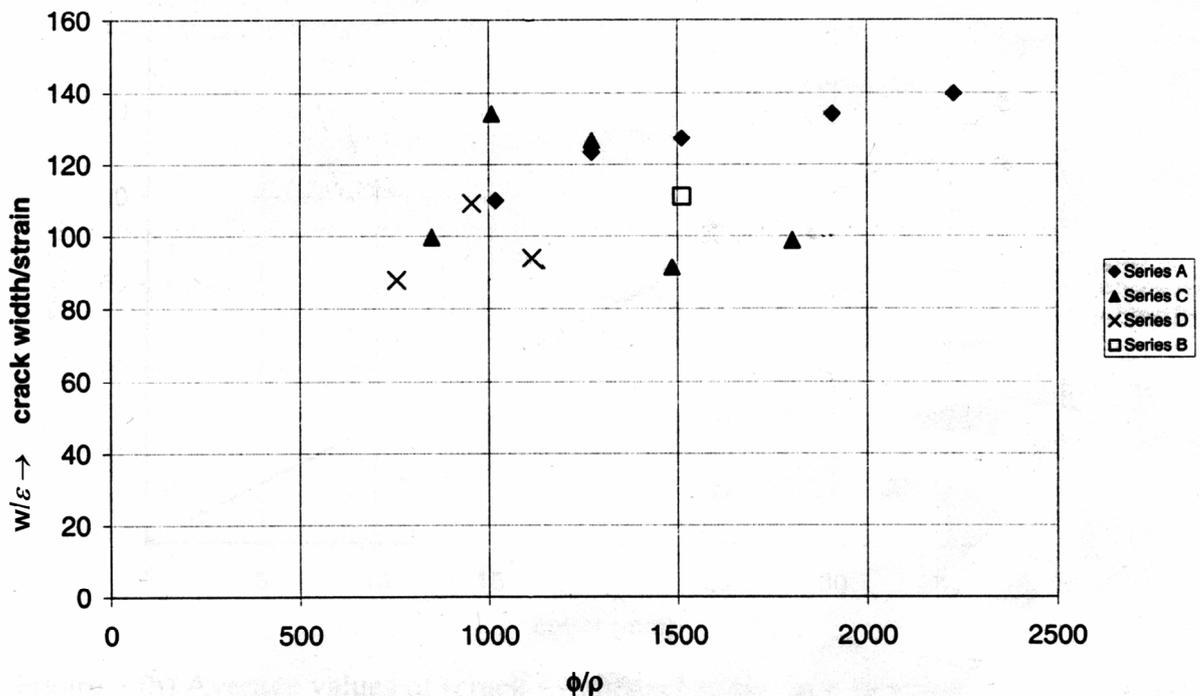


Bild 5. 10: Ergebnisse von Haqqi [61] (Zugkörper)

Weitere Versuchsdaten sind im Anhang 5 und in [52] dargestellt, jedoch mit ähnlich streuendem Ergebnis wie in Bild 5. 10.

Einige Versuchsauswertungen für Biegebauteile berufen sich dabei noch auf die frühere Definition einer mitwirkenden Betonzugzone, die rechnerisch auf die Höhe $h_{c,eff}$ begrenzt ist.

$$\text{früher: } h_{c,eff} = 2 \cdot d_1 = 2 \cdot (c_1 + \phi/2) \quad (5.34)$$

(Ansatz nach Gergely/Lutz [56], bzw. Albandor/ Mills, [3])

Heute wird zumeist folgender aus Untersuchungen an Scheiben hergeleiteter Ansatz verwendet:

$$h_{c,eff} = 2,5 \cdot d_1 = 2,5 \cdot (c_1 + \phi/2), \quad (5.35)$$

der relativ stabil gegen Parameteränderungen sein soll [76].

Am Gesamtergebnis würde dieses Detail jedoch kaum etwas ändern. Dies zeigt sich u.a. in ähnlich aufgebauten Diagrammen aus der Datenauswertung von Martin/ Schießl/ Schwartzkopf [89]. Dort dargestellt sind u.a. Mittelwertabhängigkeiten zwischen s_{rm} (hier: a_m)

und ϕ/ρ_{eff} (hier: d_s/μ_{eff}) sowie ein ähnlicher Vergleich zwischen s_{rm} und ϕ/ρ_{ct} (hier: d_s/μ_z – Bewehrungsgrad der gesamten Zugzone). Es wurden dabei Biegebauteile getestet.

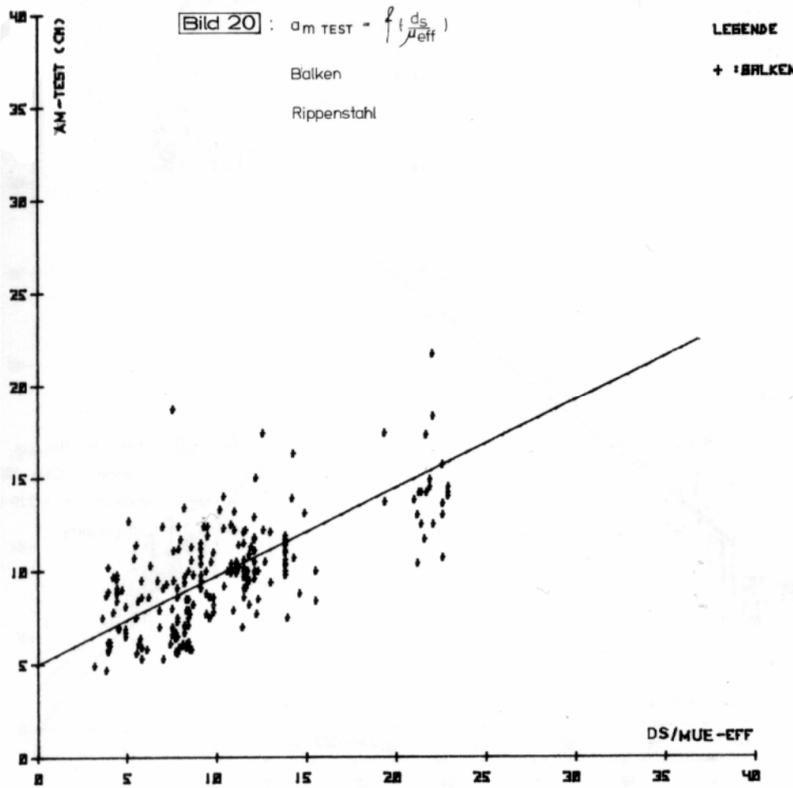


Bild 5. 11 a)

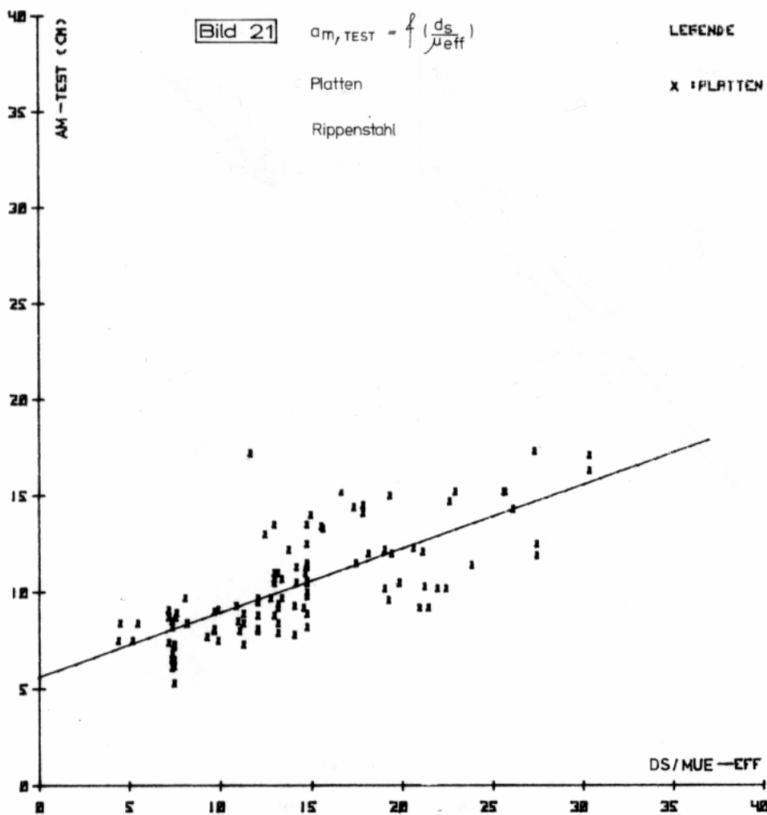


Bild 5. 11 b)

Bild 5. 11: a) und b) Aus Martin/ Schiebl /Schwarzkopf [89]: $s_{\text{rm}} = f(\phi/\rho_{\text{eff}})$

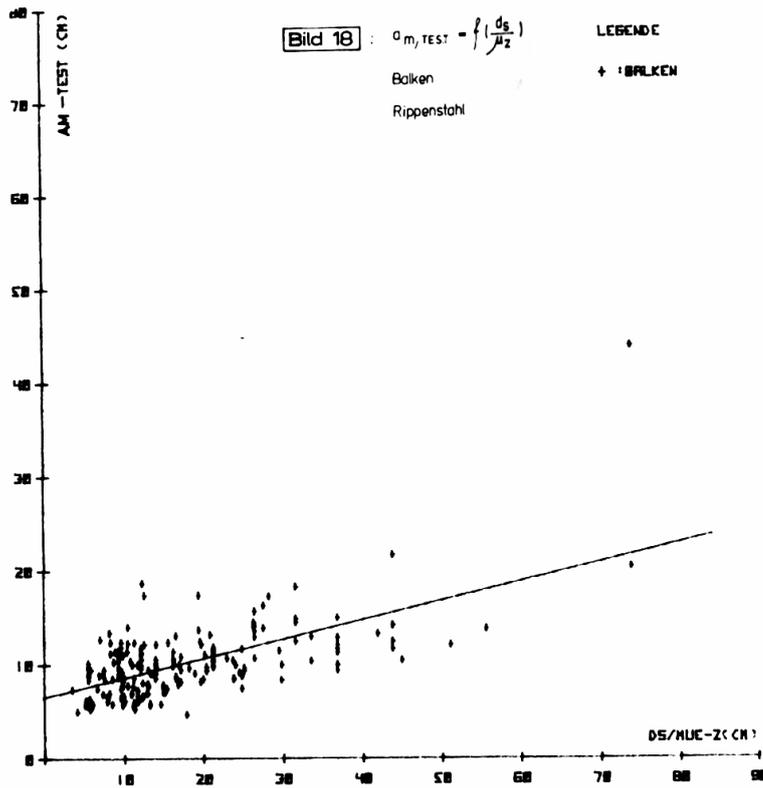


Bild 5. 12 a)

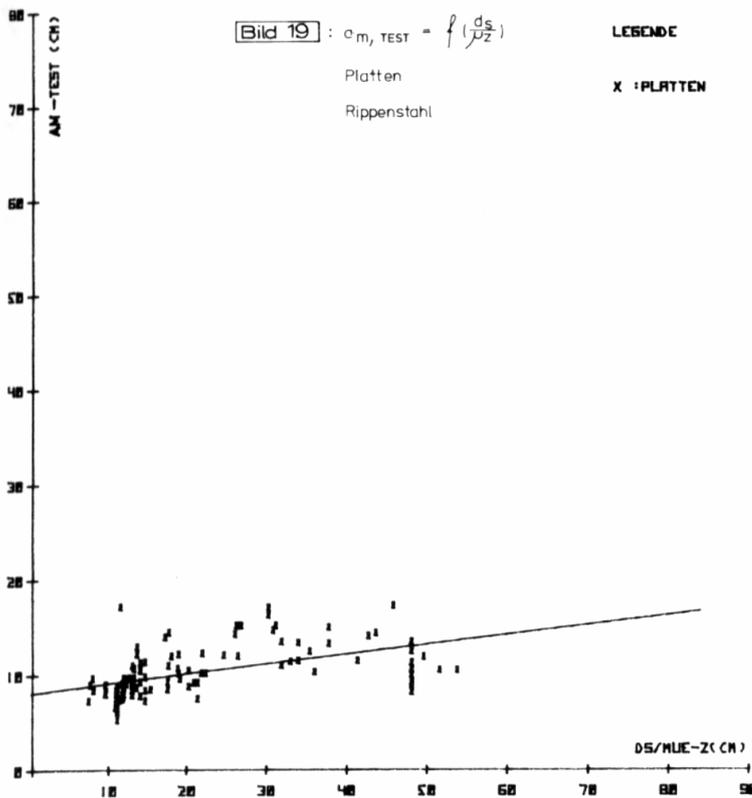


Bild 5. 12 b)

Bild 5. 12: a) und b) Aus Martin/ Schießl /Schwarzkopf [89]: $s_{rm} = f(\phi / \rho_{eff})$

Die Ergebnisse aus dieser Datenbasis ermutigen zwar, nach einem Zusammenhang zwischen s_r und einem modifizierten Bewehrungsgrad zu suchen, aber die Daten von Beeby sind so

gewählt, dass die Standarderklärungsversuche für die Abweichungen und die Suche nach systematischen Fehlerquellen als übliche Erklärungsmuster hier versagen. Zudem wählten Martin/ Schießl/ Schwarzkopf für $A_{c,eff}$ in ρ_{eff} den CEB MC 1978 Ansatz, so dass kein unmittelbarer Vergleich mit (5. 35) gegeben ist.

Somit gibt es letztendlich eine divergierende und widersprüchliche Faktenlage:

1. Die bestehenden Zusammenhänge (5. 30) und (5. 31):

$s_r \sim k \cdot \phi / \rho_{eff}$ ist theoretisch begründet und Fehler in der Herleitung sind ausschließbar. Abweichungen in der Dehnungsfunktion von Riss zu Riss sollten sich über eine Modifizierung von f_{bm} und leichte Veränderungen im Rissabstand steuern lassen. Insofern sollte auch eine Sicherung gegen große Rissbreiten möglich sein.

2. Die Versuchsergebnisse, von Beeby zusammengetragen und für eine Kontrolle des Zusammenhanges $s_r \leftrightarrow w/\varepsilon \sim \phi / \rho_{eff}$ aufbereitet, zeigen, dass es schon fast als zufälliges Ereignis bezeichnet werden muss, wenn die Vorhersage aufgrund der Bauteilgeometrie mit dem Messergebnis übereinstimmt.

Wo liegt also der Fehler im Berechnungssystem?!

Alle Versuchsergebnisse, auch die besser konvergierenden von Martin/ Schießl/ Schwarzkopf besitzen eine beeindruckend große Streuung. In der Datenbasis von [89] wurde für gleiche Versuche immer noch folgende Streuungen des Mittelwertes des Rissabstandes s_{sm} festgestellt:

$$s_{sm} = 0,18 \cdot (s_{rm} - 30) \quad [\text{mm}] \quad (5. 36)$$

Es gibt also offenbar eine stark zufällige Komponente in der Entstehung von Rissbreiten.

Trotzdem besteht aufgrund des klaren theoretischen Fundaments ein wachsendes Vertrauen, dass der als 1. bezeichnete Zusammenhang bestätigt werden kann. Zudem verbleibt aufgrund der mathematischen Widersprüche die Frage, ob der angeblich aus in Bild 5. 9 a) ablesbare lineare Zusammenhang zwischen c und l_t mit den Gleichungen

$$s_{rm} = 2 \cdot l_t = n \cdot c + k \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}} \quad (5. 37)$$

$$s_{rk} = (\gamma > 1) \cdot (n \cdot c + k \cdot \frac{\phi}{\rho_{eff}}) \quad (5. 38)$$

wirklich beschrieben ist.

Da also ein weitgehend sicherer theoretischer Kern auf widersprüchliche Messergebnisse trifft, ist möglicherweise einer der in den Variablen eingesetzten Parameter fehlerbehaftet. Was also, wenn der Grundzusammenhang zwischen s_r und ρ_{eff} wie vermutet besteht, jedoch die bisherige Beschreibung von ρ_{eff} nicht immer den wirklich wirksamen Bewehrungsgrad beschreibt? Das könnte die widersprüchlichen Ergebnisse der meisten Rissbreitenforschungen erklären... .

5.4.3 Betrachtungen zur Beschreibung von $A_{c,eff}$ nach DIN bzw. MC 90

Im wirksamen Bewehrungsgrad ρ_{eff} ist der Parameter Stahlbewehrung A_s kaum mit geometrischen Unsicherheiten belegt. Man könnte natürlich eine akademische Diskussion über die Veränderung der Mantelfläche vor den Rippen im Gleitbruchversagen führen, aber die Auswirkungen werden gering bleiben. Veränderungen in Abhängigkeit vom Beiwert f_R sind zwar nachgewiesen, u.a. [122], jedoch können selbst parallele Versuche mit Rundstahl und Rippenstahl noch zu ähnlichen Ergebnissen führen. Im Fokus wird also die Prüfung der Ansätze für die mitwirkenden Zone $A_{c,eff}$ liegen müssen.

Natürlich kann auch durch eine Biegeverformung eines ungerissen Querschnitts unmittelbar ein Erstriss ausgelöst werden, bei dem der Widerstand der gesamten Zugzone A_{ct} überwunden wird. Dieser Effekt soll jedoch erst für Grenzwertbetrachtungen zur Untersuchung hinzugezogen werden.

Es gibt allgemeinen Konsens darüber, dass das sog. Mitwirken des Betons auf Zug (*engl.: „tension stiffening“*) existiert und auf eine bestimmte Fläche in der Umgebung des Bewehrungsstahls begrenzt ist. Möglicherweise verändert sich diese auch mit der Position $x \leftrightarrow L_{pos}$ entlang der Bewehrung und der Lagebeziehung zu Rissen. Andererseits sind flaschenförmige Lastpfade bei Zugspannungen ungewöhnlich, so dass diese Erwägung für ein Erklärungsmodell der Streuungen wohl ausgeschlossen werden kann. Somit ist die Annahme einer konstant mitwirkenden, effektiven Zugzone über eine Länge $2 l_t$ bzw. s_r gerechtfertigt. Dies gilt für Zugkörper als auch Biegebauteile. Die klassische Definition ist:

$$A_{c,eff} = b \cdot h_{c,eff} \quad (5.39)$$

Mit: $h_{c,eff}$ Höhe, über die die Bewehrung mitwirkt
 b Für A_s wirksame Breite \rightarrow entweder die Bauteilbreite, der Stababstand s oder die Stegbreite b_w

Laut [76] konnte Fischer mithilfe einer FEM-Modellierung (Scheibenmodell) feststellen:

$$h_{c,eff} = (c + \phi / 2) + \frac{s_r}{2} \leftrightarrow d_1 + \frac{s_r}{2} \quad (5.40)$$

Dieses Ergebnis spiegelt im Wesentlichen die Ergebnisse und damit die Erwartung nach Bazant und Oh wider, die u. a. in Noghabai [92] dargestellt sind. Da jedoch mithilfe des Ansatzes von $h_{c,eff}$ erst der Rissabstand prognostiziert werden soll, ist Gleichung (5.40) zwar ein interessanter Ausgangspunkt für Rückrechnungen, jedoch wenig tauglich für die Verwendung in Nachweisen und zur Bewehrungsermittlung. Da sich das Ergebnis von Fischer jedoch relativ stabil und unempfindlich gegen andere Parameter einstellt, ist der jetzt gültige Normenansatz, Gleichung (5.35), als vereinfacht und auf der sicheren Seite liegend vorgeschlagen worden.

In Versuchen von Helmus [62] und Bergner [14] an dicken Betonplatten und Dehnkörpern bis zu einer Dicke von 2,00 m bzw. 0,80 m wurde nachgewiesen, dass dieses Ergebnis jedoch weniger stabil gegen Geometrieänderungen ist als angenommen. Insofern wurde für dickere Bauteile eine Modifikation von Bergner eine Modifikation vorgeschlagen.

$$h_{c,eff} = m \cdot (c + \phi/2) \quad (5.41)$$

Mit $m = f(h/d_1) > 2,5$ nach Bergner [14]

Eine Reihe von zusätzlichen „Eventual-Regeln“ in DIN 1045-1 und MC 90 indiziert dabei, dass Modifikationen nicht immer zu brauchbaren, d. h. realitätsnahen Ergebnissen führen. So gibt es zwei ergänzende Bedingungen bei Biegebauteilen, die praktisch einen oberen Grenzwert vernünftiger Ergebnisse für $h_{c,eff}$ darstellen.

Nach DIN 1045-1 ist der obere Grenzwert für $h_{c,eff}$ wie folgt gegeben:

$$h_{c,eff} = \frac{h - x^I}{2} \quad (5.42)$$

Bei Biegung ist dies eine logische Grenze, die die Völligkeit $\alpha = 1$ der Zugspannungsverteilung in $A_{c,eff}$ mit der von $\alpha = 0,5$ einer maximal möglichen Zugspannungsverteilung über A_{ct} im Übergang vom Zustand I zu II vergleicht.

Der MC 90 und der prEN 1992-1-1 empfehlen dagegen:

$$h_{c,eff} = \frac{h - x^{II}}{3}, \quad (5.43)$$

den beschriebenen Übergang zwischen Zustand I und II etwas anders reflektierend.

Mit der letztgenannten Grenze ließen sich sogar die Kreisquerschnitte von [128] alternativ zum dort vorgeschlagenen Konzept nachweisen, wenn nur diejenige Stahlmenge berücksichtigt wird, die innerhalb des so berechneten wirksamen Querschnitts $A_{c,eff} = f[h_{c,eff}(x^{II})]$ angeordnet ist. Allerdings ergibt sich die Schwierigkeit, die Druckzonenhöhe x^{II} für den Gebrauchszustand präzise aufzufinden.

Andere Nachrechnungen von Versuchen bestätigen dagegen oftmals nicht die gemessenen Werte. Aber auch die Grenzen (5.42), (5.43) treffen nicht immer zu und gerade bei hohen Bauteilen und oberflächennaher Bewehrung dürfte für die Völligkeit $\alpha < 0,5$ gelten und ein so bestimmtes $h_{c,eff}$ würde reale Spannungszustände überschätzen. Trotzdem sollte mit einem so exakter definierten $A_{c,eff}$ die Prüfung von Datensätzen ein verbessertes Ergebnis zeigen.

5.4.4 Die Prüfung des Rissbreiten-Ansatzes des MC 90 (DIN 1045-1) mit einem unabhängigen Datensatz – eine detaillierte Analyse

Die Prüfung des Hintergrundes der Kritik am Rissabstandsansatz des MC 90 beruht auf mehreren Datensätzen, die Beeby in [10] und [11] veröffentlicht hat. Diese wurden für diese Arbeit durch eine Vielzahl anderer Daten ergänzt und einige Ergebnisse von Beeby dabei zusammengefasst. Die für die Prüfung verwendeten Daten sind in Anhang 5, Tabelle A-5. 1 bis Tabelle A-5. 6 zusammengestellt und umfassen Biege- wie Zugversuche.

Die Zusammenstellung und Neuordnung sowie umfassende Ergänzung des Datensatzes soll das Majorat der verschiedenen Versuche aus [10] und [11] brechen, um ein größere Bandbreite von Versuchen zu erhalten. Eine größere Anzahl von Versuchen schien den

Datensatz in [10] doch stärker auf den Bereich $w < 0,2$ mm zu konzentrieren, so dass damit ein Rissverhalten untersucht wird, das, wie noch zu zeigen ist, sich mit abnehmender Rissbreite zunehmend atypisch verhält. Dabei macht es wenig Sinn, die Einschätzung eines Rissbreitenbegrenzungs-Konzeptes auf eine beschränkte Klasse von Rissen zu begrenzen. Die nun einbezogenen Versuche integrieren Rissbreiten bis 0,45 mm. Die zusammengestellten Ergebnisse in Beeby [10] für Platten (Ifd. Nr. 140 ff. in [10]) wurden als einzige Ausnahme nicht verwendet, da die Ergebnisse nicht mit Erfahrungen übereinstimmen, die andere voneinander unabhängige Forscher ([83], [Weiland], [57], [82]) gesammelt haben. Leider fehlen dem Datensatz in [10] weitere Angaben, so dass die starken Abweichungen nicht weiter verifiziert werden konnten. Auch eigene Versuche führten bei Platten auf andere Ergebnisbereiche.

Jetzt sind im Vergleichsdatensatz des Anhangs 5 Versuchskörper mit bis zu 6,00 m Länge und bis 1,00 m Breite wie Höhe enthalten. Es sollten, soweit verfügbar, bewusst Versuche integriert werden, deren Versuchskörper realitätsnahe Bauteildimensionen haben. Die Durchmesser reichen von $\phi 4$ bis $\phi 32$ verschiedener Ausprägung. Alle Bewehrungsstähle des Datensatzes gelten als profiliert bzw. gerippt, ein Teil dieser Stähle weicht aber von der Geometrie des deutschen Betonstahl BSt 500 S ab. Dies entspricht aber auch der Philosophie des neuen Eurocode, der alle profilierten Stähle gleich behandelt.

Insgesamt sind Versuche aus 4 Jahrzehnten (1966 – 2004) in diesem Vergleichsdatensatz in Anhang 5 zusammengefasst. Insofern sind Betone im Vergleich mit heutigen Festigkeitsdefinitionen (DIN) von C 20/25 [51] bis C 80/95 [14] einbezogen.

Entsprechend des Allgemeingültigkeitsanspruchs des Eurocodes hinsichtlich des Rissbreitenmodells wird in der Prüfung des Datensatzes jedoch kein Unterschied aufgrund der Betonklasse gemacht. Wie sich zeigen wird, bleiben die Unterschiede auch unerheblich. Zur Ergänzung der Ausgangsdaten von Beeby wurden nur Versuche gewählt, deren Mindestbetondeckung auch den normativen Anforderungen entspricht, die also die Ausbildung eines Zugrings ermöglichen.

Die zusammengestellten Daten sind über Tabellen, Fotoauswertung und Diagrammauswertung aus den Veröffentlichungen entstanden. In den Fällen, wo direkt keine Angaben über Rissbreiten, Dehnungen und Rissabstände zu entnehmen waren, eigneten sich immer noch Darstellungen der Versuchskörper, um eine Vorstellung von s_{rm} zu erarbeiten.

Die Untersuchungen mit diesem Datensatz haben das zentrale Ziel, zu verifizieren, inwieweit hier der Anspruch des Konzeptes von Martin/ Schießl/ Schwarzkopf erreicht wurde. Des Weiteren wurde nach Unterschieden im Ergebnis bei Auswertung von Biege- und Zugversuchen gesucht und der Vorfaktor $1/4,5$ auf ϕ/ρ_{eff} für s_{rm} und $1/3,6$ auf ϕ/ρ_{eff} für s_{rk} untersucht. Die Performance des Gleichungsbestandteils s_{rm} für den nach MC 90-Ansatz Gleichung (5. 10) und dessen Modifizierung in (5. 13) stellt sich wie folgt dar:

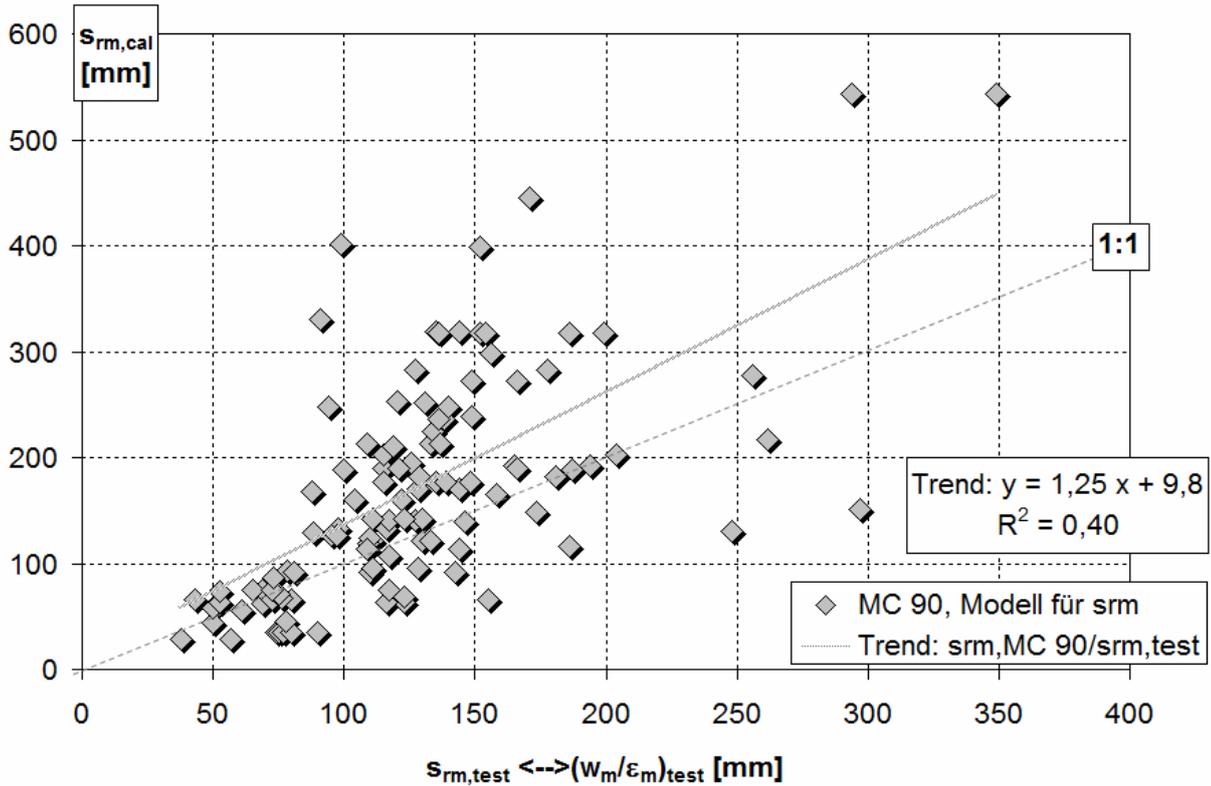


Bild 5. 13: Vergleich zwischen Versuchswert $(w_m/\varepsilon_m)_{test}$ und dem Berechnungswert $s_{rm,cal}$

Als nächstes ist der Zusammenhang zwischen der c_{min} und der Einleitungslänge l_t untersucht worden, um einen Vergleich ähnlich Bild 5. 7 führen zu können. Der lineare Zusammenhang ist – wie schon vorher vermutet – überbewertet.

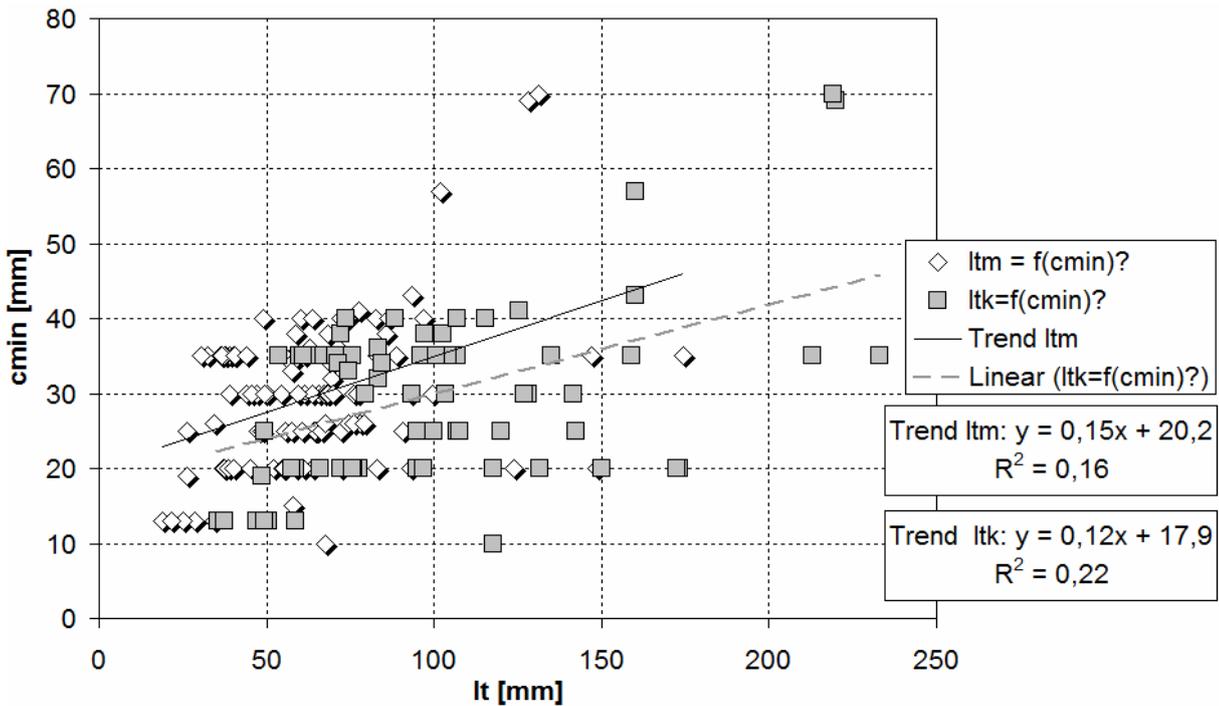


Bild 5. 14: Besteht wirklich ein großer Zusammenhang zwischen l_t und $f(c)$?

Da mit der Argumentation auch in Frage steht, dass $s_{rm} = f(1/\rho_{eff})$ gilt, wird unter der Bedingung, dass ρ_{eff} wie in DIN 1045-1 ermittelt wird, s_{rm} gegen den effektiven Bewehrungsgrad aufgetragen.

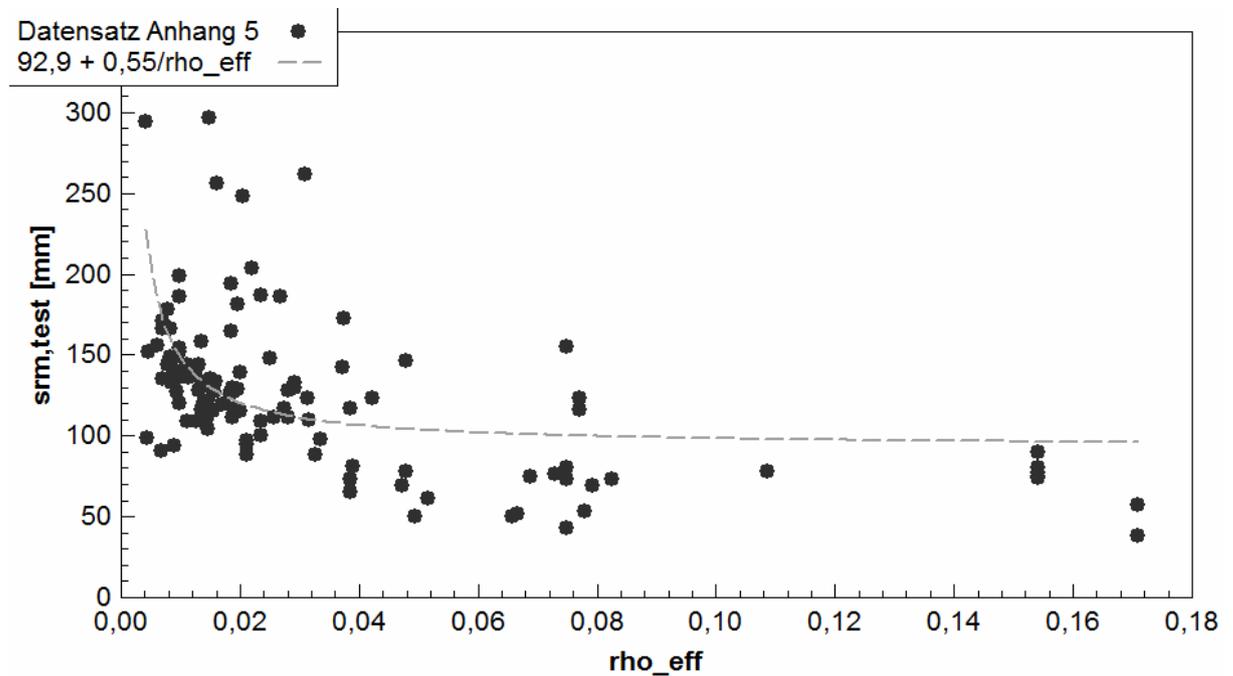


Bild 5. 15: Zusammenhang zwischen s_{rm} (hier auch: Messwerte (w_m/ε)) und ρ_{eff} .

Die Funktion $s_{rm} = 92,9 + 0,55/\rho_{eff}$ korreliert mit $R^2 = 0,27$. Allein aus der Ansicht scheint ein Zusammenhang zu bestehen, deutlicher als das vielleicht R^2 aussagt. Der Einfluss des Durchmessers ist hier noch nicht einbezogen. Auch wenn durch die Streuung der Versuchsergebnisse eine Korrelation erschwert ist, tritt doch ein potentieller Zusammenhang hervor, der eine Annahme $s_{rm} = f(1/\rho_{eff})$ gerechtfertigt erscheinen lässt. Ebenfalls sichtbar in Bild 5. 15 wird, dass für diesen Zusammenhang auch eine definierbare Streubreite zu bestehen scheint.

Weiter wurde untersucht (Bild 5. 16), inwieweit der Berechnungswert $s_{r,k}$ ($s_{r,max}$) aus MC 90/ DIN 1045-1 die Messwerte (w_k/ε) bzw. die in Versuchen festgestellten charakteristischen Rissabstände einer abgeschlossenen Rissbildung widerspiegeln kann, eines der Kernprobleme des Nachweises der Rissbreitenbeschränkung.

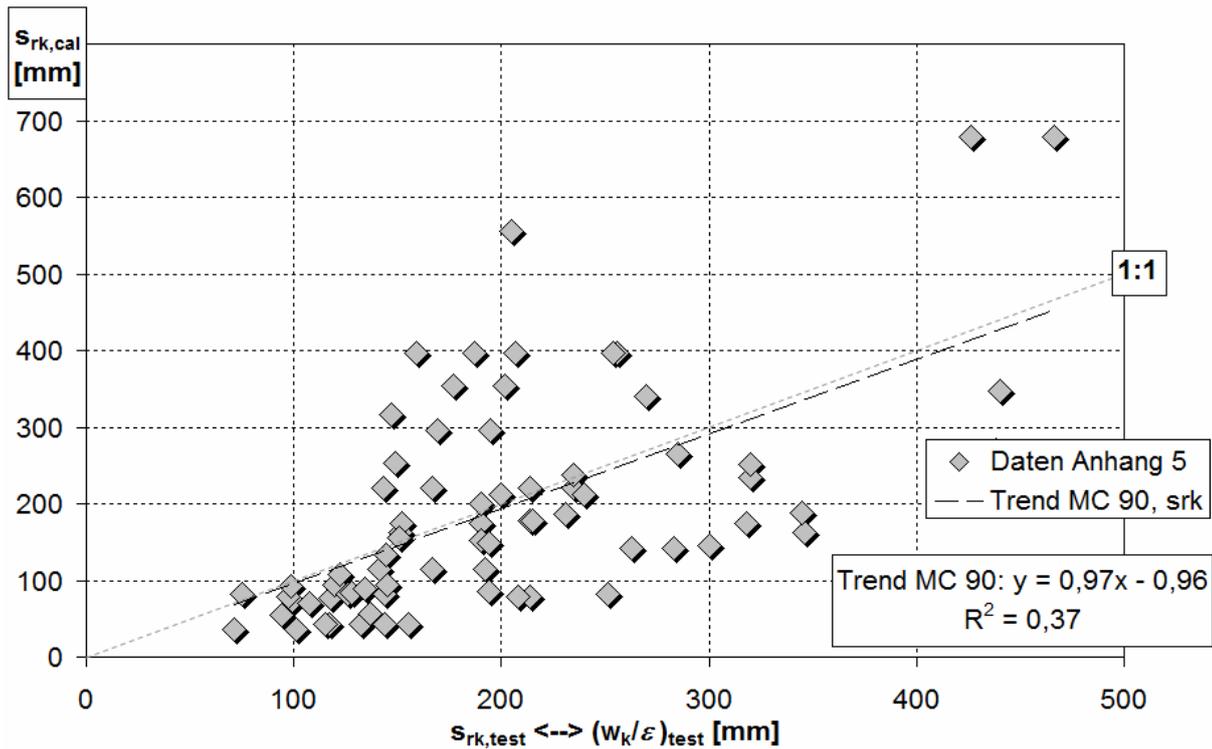


Bild 5. 16: Überprüfung von $s_{rk,cal}$ bzw. $s_{r,max}$ nach MC 90/ DIN gegen (w_k/ϵ) bzw. $s_{r,k}$ aus Versuchen des Prüfdatensatzes aus Anhang 5

Auch hier ist zu erkennen, dass weniger als 50% der maximalen Messwerte bzw. 95%-Fraktilwerte der Rissabstände an gleichartigen Bauteilen abgebildet werden können. Dieses Ergebnis ist infolge der Abhängigkeit $w_k/s_{rk} = const.$ auch für Rissbreiten zu erwarten und als qualitative Aussage extrapolierbar.

Zuletzt ist zu prüfen, inwieweit zumindest ein großer Fraktilwert einer Grundgesamtheit mittlerer Rissabstände $s_{rm,test}$ (w_m/ϵ_m)_{test} mit s_{rk} nach Gleichung (5. 13) sicher erfasst werden kann. Dabei zeigt das nächste Diagramm (Bild 5. 17), dass sogar einige Mittelwerte aus Versuchen die Vorhersage charakteristischer Werte übertreffen. Tritt dies häufiger auf, besteht bei der Anwendung dieser Nachweis- und Bemessungsmethodik immer eine gewisse Unsicherheit inwieweit möglicherweise eine Vielzahl von Rissen (denn das bedeutet mittlere Rissbreite) größer eintreten als vorhergesagt. Das kann unter solchen Umständen größere Nacharbeiten nach sich ziehen. Trotzdem ist ganz offenbar die Performance des Rechenwertes des Rissabstands immer noch weitaus größer als durch den MC 90 als 75% - Fraktil ausgewiesen ist.

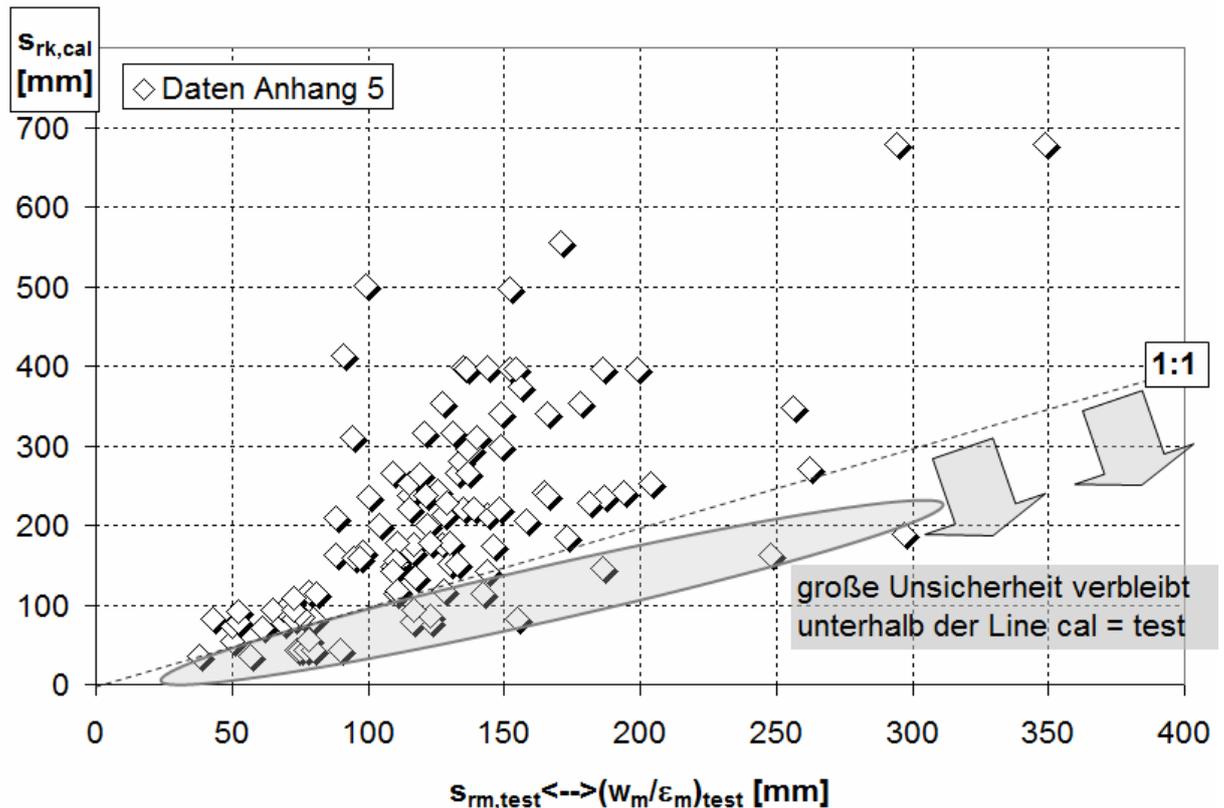


Bild 5. 17: Überprüfung von $s_{rk,cal}$ bzw. s_{rmax} nach MC 90/ DIN gegen (w_m/ϵ) bzw $s_{rm,test}$ aus Versuchen des Prüfdatensatzes aus Anhang 5

Damit wird trotzdem durch die allgemein vorhandene Zuverlässigkeit des Rechenwerts des Rissabstandes zumindest abgesichert, dass die meisten mittleren Rissbreiten den Rechenwert w_k nicht massiv überschreiten werden. Dabei wird allerdings davon ausgegangen, dass die mittlere Dehnungsdifferenz $\Delta\epsilon_m$ zweifelsfrei bestimmbar ist.

Die statistische Bewertung in Zahlen:

Tabelle 5. 2: Statistische Auswertung des Datensatzes (Anhang 5, Tabelle A-5. 1ff.) für den Wirkungsgrad des MC 90/ DIN 1045-1 Modells

Berechnungsziel	$s_{rm} \leftrightarrow (w_m/\epsilon)$	$s_{rk} (s_{rmax}) \leftrightarrow (w_k/\epsilon)$	$s_{rk,cal}$ vs. $(w_m/\epsilon)_{Test}$
Gesamtzahl der Stichproben n	112	75	112
cal > Test, n	76	27	93
Unerwünschte Überschreitungen Test > cal [%]	32,1 %	64,0 %	17,0 %

Martin/ Schießl /Schwartzkopf hielten aufgrund realistischer Einschätzungen der Korrosionsgefahr eine Aussagewahrscheinlichkeit von 50 % für den Rechenwertes von w_k durch maximale Rissbreiten → effektive maximale Rissabstände als genügend. Dies sollte

jedoch voraussetzen, dass die Überschreitungshöhe $(w_{\max}-w_k)/w_k$, d.h. $(s_{r\max}-s_{rk,cal})/s_{rk,cal}$ begrenzt ist. Als maximales Maß für die Überschreitung von w_k durch ein $w_{\max} \rightarrow s_{r\max}$ wurde 30 % als vertretbar angesehen. Für den Prüfdatensatz konnte dieses Ziel mit dem MC 90/DIN 1045-1-Modell für die Bestimmung von s_{rk} nicht erreicht werden. (Bild 5. 16, Bild 5. 18)

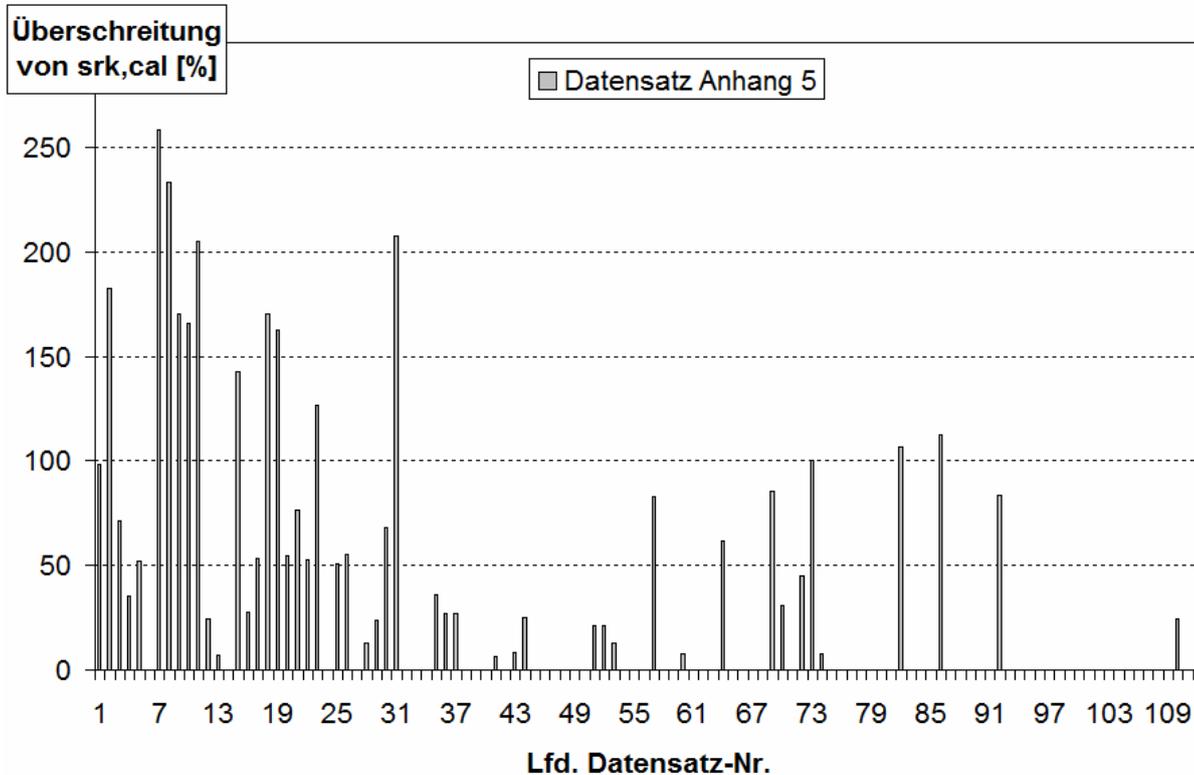


Bild 5. 18: Überschreitungshöhe des Rechenwertes des Rissabstandes nach MC 90 durch Testwerte $s_{rk,test}$ bzw. (w_k/ε)

Der 50% Fraktile der vorhandenen Überschreitungen liegt bei 53,9 %, der 75 % Fraktile sogar bei 108 %. Die Überschreitungshöhe ist erschreckend. Um das Ergebnis weiter verifizieren zu können, werden die Überschreitungen gegen den Rechenwert des Rissabstandes s_{rk} aufgetragen.

Dabei scheint das Problem vor allem für die kleineren Rissbreiten und vor allem für Biegebauteile zu bestehen, (Bild 5. 19). Bei einer angenommenen Stahlspannung von $\sigma_s = 0,8 \cdot f_{yk}$ als maximal zulässige Stahlspannung im Gebrauchszustand würden sich atypische Überschreitungshöhen von mehr als 30 % (minimale Auswirkung des „Tension-Stiffening-Effektes“ von etwa 10 %) mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 50 % entsprechend dem Trend bei Zielrissbreiten $w_{lim} = w_k$ von 0,22 mm und weniger einstellen. Bei realistischen Gebrauchsspannungen werden die Überschreitungen erst bei Zielrissbreiten $w_k < 0,2$ mm auftreten.

So kann ein problematischer Bereich eingegrenzt werden, der schon fast nicht mehr den Geltungsbereich der Norm der DIN 1045-1 betrifft. Betroffen von der fehlenden Zuverlässigkeit wären also vor allem Spannbetonbauteile, deren Verbundeigenschaften allerdings konservativer als für Rippenstahl bewertet werden. Damit dürften die Überschreitungen wieder geringer ausfallen. Eine andere Frage sind Bauwerke mit besonderen Anforderungen aufgrund einer ungünstigen Exposition zur Umwelt sowie Dicht-

und Rückhaltebauwerke. Hier ist möglicherweise vor Berechnungsbeginn der Ansatz zu verbessern, wie auch im Nachgang noch zu zeigen sein wird.

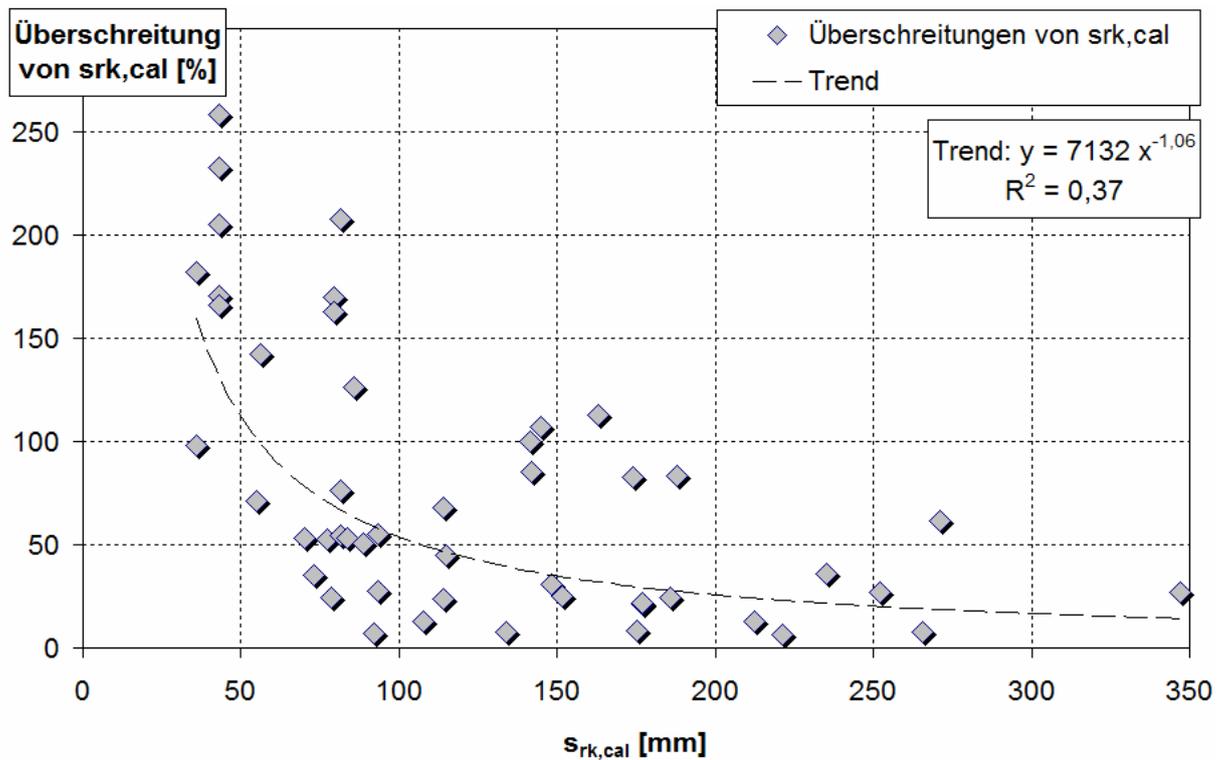


Bild 5. 19: Überschreitungen gegen den Rechenwert des Rissabstandes.

Immer zu beachten ist, dass im Prüfdatensatz bei den Biegebalken auch Balken einbezogen sind, die unrealistisch bewehrt wurden. Ein Teil der großen Überschreitungen tritt dabei auf, jedoch nicht alle, so dass von einer pauschalen Aussonderung dieser Daten Abstand genommen wurde.

Auch die Überschreitungshäufigkeit von $s_{r,k}$ durch $s_{r,m}$ ist mit 17,0 % höher als die Erwartungen, aber auch hier konzentrieren sich diese Überschreitungen auf kleine Rissabstände und damit Rissbreiten, die offenbar mit dem vorliegenden Modell weniger treffsicher vorhersagbar sind.

Überraschendes birgt die Untersuchung der Vorfaktoren im Berechnungsmodell wie 4,5 und 3,6 in Gleichung (5. 10) und (5. 13). Man kann versuchen mit variablen Vorfaktoren die Gleichungen zu den Messwerten $s_{r,m,test}$, $s_{r,k,test}$ hin zu erfüllen und gleichzeitig die normativen Faktoren prüfen. Hier ist in Bild 5. 20 eine massive Streuung und enorme Streubreite zu erkennen, ohne dass jedoch der Sinn der im Eurocode vorgenommenen Trennung zwischen Biegung und Zug erkennbar wäre, ja der Sinn ist geradezu verdreht. Eine Prüfung wie für $s_{r,m,test}$ in Bild 5. 20 ist auch mit $s_{r,k,test} \leftrightarrow (w_k/\varepsilon)$ führbar.

Im Ergebnis ist über alle Versuche bei Auswertung der Mittelwerte des genutzten Datensatzes festzustellen, dass der 50%-Fraktile mit einem Vorfaktor von 5,93 abzubilden ist. Für den Rechenwert des Rissabstandes respektive Rissbreite (hier: Rissabstand) ist bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von 50 % für diesen Datensatz ein Vorfaktor von 3,44 notwendig (ist: 3,6 in DIN 1045-1/ MC 90).

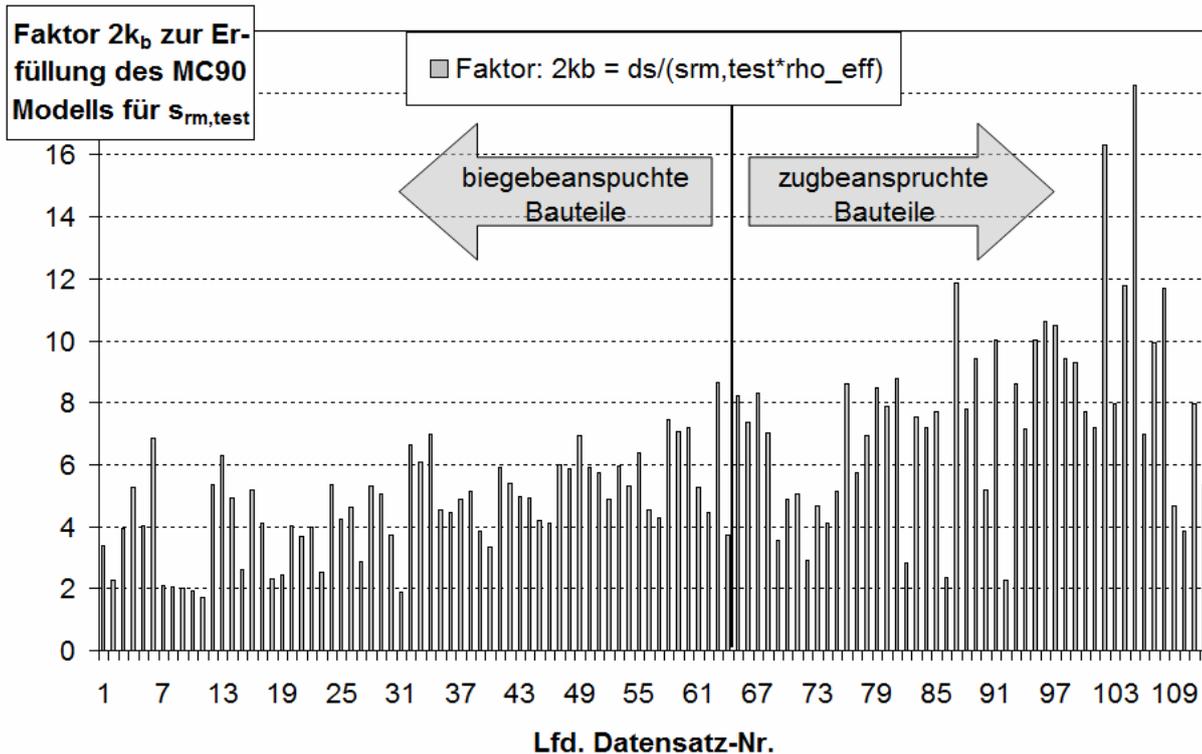


Bild 5. 20: Vorfaktor in Gleichung für ρ_{eff} in (5. 10) zur Herstellung des Gleichgewichts (vorhergesagtes Mittel ist 4,5; Feststellung $>4,5$ bedeutet: Modell ist zuverlässig.)

Theoretische Verbesserungsmöglichkeiten:

Aufgrund der großen Streuungen und der Unsicherheiten bei kleineren Rissbreiten wird es sich nicht lohnen, den Ansatz für s_{rm} trotz der hohen mittleren Sicherheit des Trends zu modifizieren. Interessant wäre, den einfach zu realisierenden Effekt einer abweichenden Faktorisierung > 1 von (5. 13) zu untersuchen, wenn bei kleinen Rissbreiten gegen ungewöhnlich hohe, extremale Überschreitungen des Rechenwertes zu sichern wäre. Dazu wird der oben diskutierte Faktor $2k_b = 3,6$ aus (5. 29) abgesenkt. Tabelle 5. 2 und die Überschreitungsprozentsätze ändern sich dann wie folgt:

Tabelle 5. 3: Veränderungen der Performance der Gleichungsansätze hinsichtlich großer Rissabstände und Überschreitungshöhen in der Annahme, dass die Rissbreiten sich qualitativ ähnlich einstellen.

$s_{rk} = \frac{\phi}{3,6 \rightarrow 2,5 \cdot \rho_{eff}} \quad (=1,8 \cdot s_{rm})$			$s_{rmax,cal} = \frac{\phi}{3,6 \rightarrow 2,0 \cdot \rho_{eff}} \quad (=2,25 \cdot s_{rm})$		
Berechnungsziel	s_{rk} bzw. (w_k/ε)	s_{rk} vs. $(w_m/\varepsilon)_{Test}$	Berechnungsziel	$s_{rmax} ?$ (w_k/ε)	s_{rmax} vs. $(w_m/\varepsilon)_{Test}$
n Stichproben	75	112	n Stichproben	75	112
cal > Test, n	46	101	cal > Test, n	57	109
Unerwünschte Überschreitungen Test > cal [%]	38,7 %	9,8 %	Unerwünschte Überschreitungen Test > cal [%]	24,0 %	2,7 %
<p>Überschreitung von $s_{rm,cal} \cdot 1,8$ [%]</p> <p>Mittelwert aller Überschreitungen $\frac{(w_k/\varepsilon)_{test} - s_{rk,cal}}{s_{rk,cal}} > 0 : 49,3 \%$ </p> <p>Bei reiner Zugbelastung ist wahrscheinlich keine weitere Anpassung notwendig. Dort sind die Überschreitungen bereits bei 30 % und nur noch vereinzelt.</p>			<p>Überschreitung von $s_{rm,cal} \cdot 2,25$ [%]</p> <p>Mittelwert aller Überschreitungen $\frac{(w_k/\varepsilon)_{test} - s_{rmax,cal}}{s_{rmax,cal}} > 0 : 38,7 \%$ </p>		

Eine Anwendung dieser veränderten Faktoren aus Tabelle 5. 3 steht immer im Ermessen des planenden Ingenieurs, wenn eine Bemessungsleistung jenseits des Gültigkeitsbereiches der DIN 1045-1 vertragsseitig verlangt wird. Dies ist der Fall:

- wenn Rissbreiten kleiner 0,2 mm abzusichern sind,
- wenn die Anforderungsklassen gegenüber den Normenregeln verschärft worden sind,
- wenn ein Designprozess für die Sicherung gegen die sog. “maximale“ Rissbreite erwartet wird.

Aber Bild 5. 20 zeigt auch hier, dass die Steigerung der Zuverlässigkeit eher kleiner als der erforderliche Mehraufwand ausfällt.

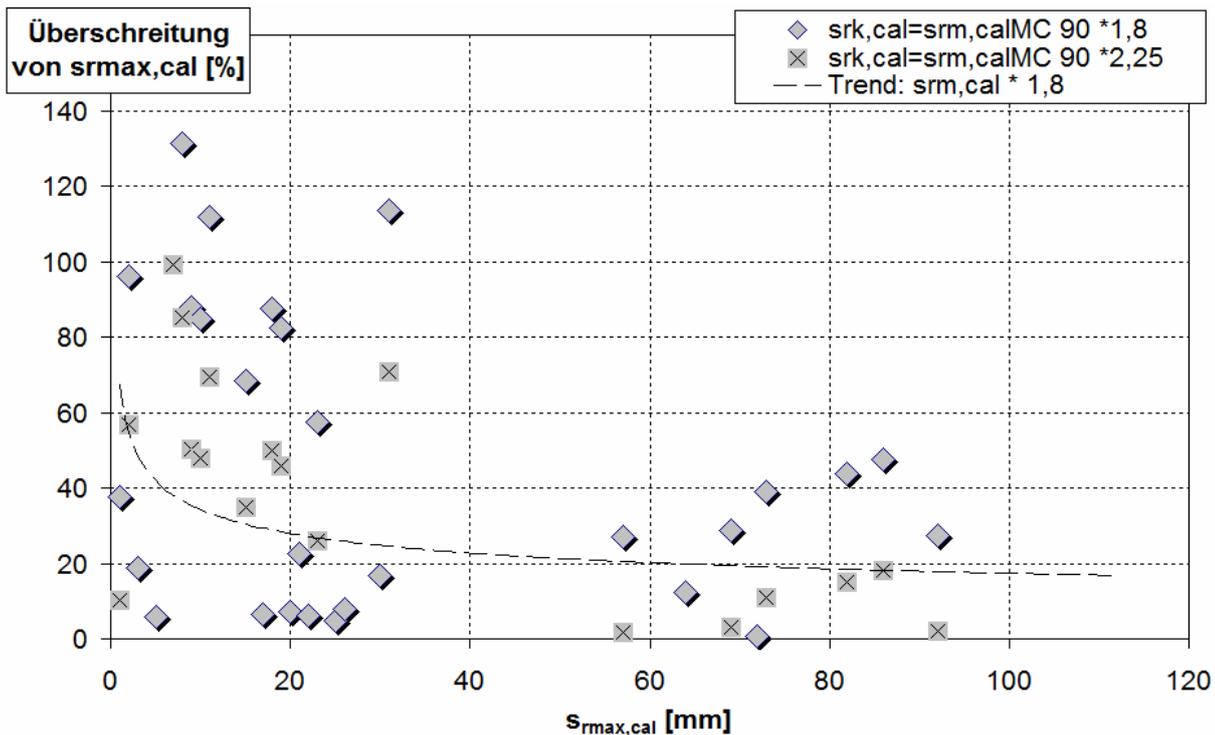


Bild 5. 21: Verringerung der Überschreitung bei Erhöhung des „Sicherheitsfaktors“, einen sinnvollen Effekt hat nur die Erhöhung auf $1,8 \cdot s_{rm}$ → im Vergleich mit Bild 5. 19

Es verbleibt trotzdem als Ergebnis dieser Untersuchung, dass die Korrelation zwischen den Werten $s_{rm,k}$ und ϕ/ρ_{eff} mit $R^2 \sim 0,4$ nicht wirklich zufrieden stellend ist. Jenseits einer fehlenden Berücksichtigung von Unschärfen in der Materialbeschreibung muss diese begrenzte Korrelation unbedingt auf Mängel im Modell hinweisen.

Folgende schematische Darstellung zeigt allgemein, dass die Erhöhung eines Sicherheitsfaktors nur einen begrenzten Effekt auf die Steigerung der Zuverlässigkeit haben. Es wird besonders schwer, wenn die Vergleichsdaten nicht gleichmäßig um die Linie $s_{rk,cal} = s_{rk,test}$ streuen, sondern wesentliche Datenmengen unterhalb zu finden sind.

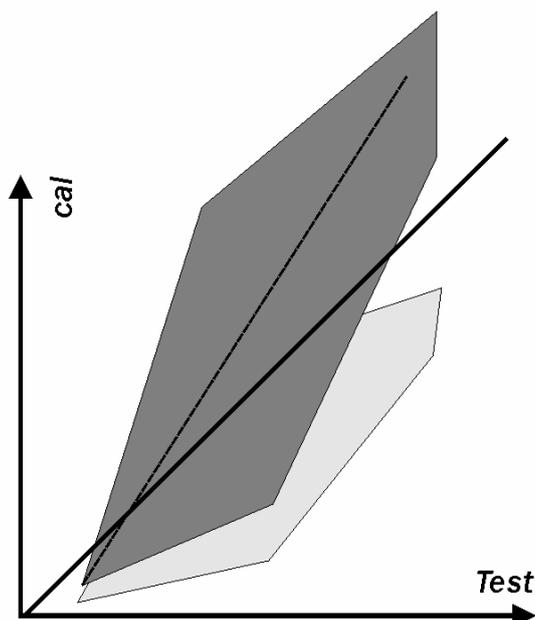


Bild 5. 22: Auswirkung einer ausschließlich multiplikativen Verbesserung zur Vermeidung großer Überschreitungshöhen

Die Schwierigkeiten bei kleinen Rissbreiten können also wahrscheinlich nicht optimal gelöst werden. Hilfreich ist da jedoch, dass Zugglieder von diesem Dilemma weniger stark betroffen sind. Die Korrelation ist zwar schlechter, jedoch sind aufgrund der zum Teil recht großen Rissabstände die Überschreitungshöhen, wenn überhaupt vorhanden, recht gering. Diese hohen Rissabstände können offenbar zuverlässiger vorhergesagt werden als kleine. In diesen Fällen ist mit einem multiplikativen Sicherheitselement einiges auszurichten.

Bilden die kleinen, mit einem zusätzlichen Faktor wenig effektiv veränderbaren Rissabstände das Hauptproblem einer Bemessungsaufgabe, kann die Einführung eines summarischen Sicherheitselements möglicherweise hilfreicher sein als eine weitere Steigerung der Sicherheit multiplikativ, die vielfach nur übersichere und verschwenderisch ineffektive Lösungen hervorbringt.

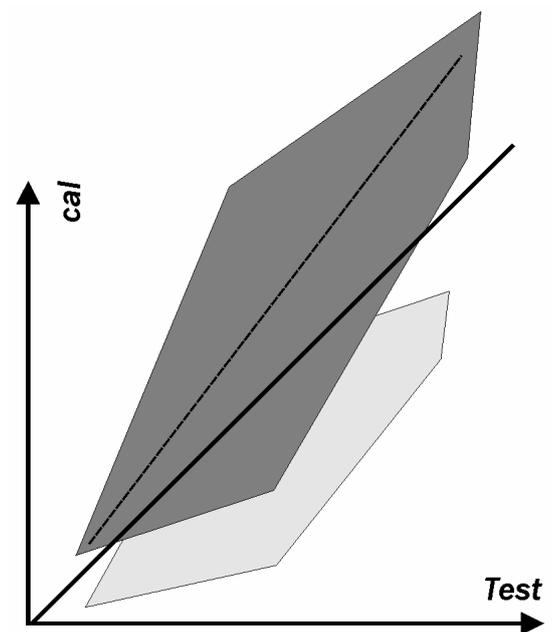


Bild 5. 23: Auswirkung einer kombinierten multiplikativen (kleinerer Faktor als in Bild 5. 23) und additiven Verbesserung zur Vermeidung ineffektiv großer Überschreitungshöhen

Der neue Eurocode EN 1992-1-1 versucht in Gleichung (5. 15) und (5. 17) diese Möglichkeit auszunutzen, (Bild 5. 24). Die Korrelation ist jedoch nicht verbessert. Jedoch für größere Rissabstände ist die Unterschreitung der Ideallinie weniger groß, im Bereich kleiner Rissabstände ist die Zuverlässigkeit verbessert. Trotzdem ist für Zugglieder das Ergebnis sehr schlecht, der positive Gesamteindruck lebt von der guten Korrelation der Biegebauteile.

Auch in Bild 5. 25 kann die Überschreitung der Vorhersage durch Testwerte in einem begrenzten und konstanten Rahmen gehalten werden, was sinnvoll ist, wenn sensible Grenzzrissbreiten w_{lim} einzuhalten sind. Das Vorhaltemaß ist mit > 40 mm aber schon recht groß. Verfolgt man besonders diejenigen Ergebnisse des aktuellen MC 90/ DIN- Ansatzes, die auf der sicheren Seite lagen, so müssen große Zweifel an der Effektivität der Eurocode-Ergebnisse aufkommen, insbesondere an denen, die jenseits von erwarteten Rissabständen mit $s_{rmaxEC2} \geq 200$ mm liegen.

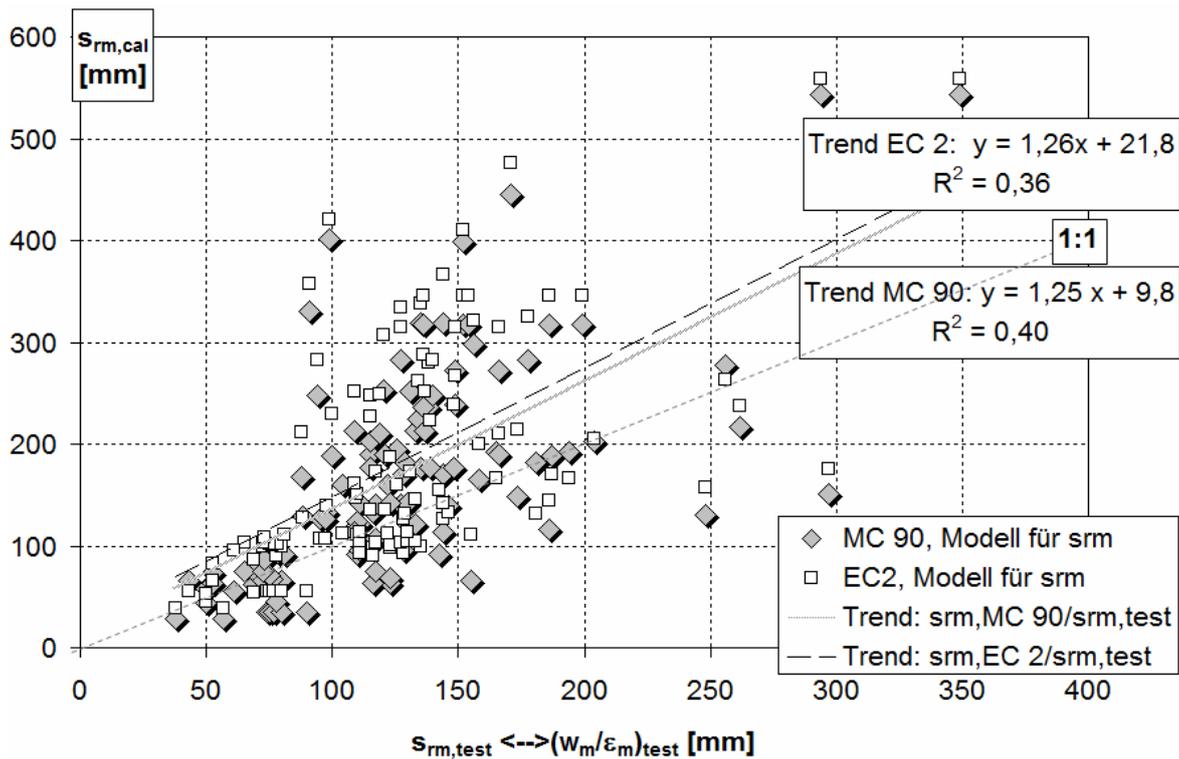


Bild 5. 24: Beschreibung $s_{rm,cal} = 2c + \frac{\phi}{5(\text{Zug});10(\text{Biegung}) \cdot \rho_{eff}}$ (EN 1992-1-1) im Vergleich

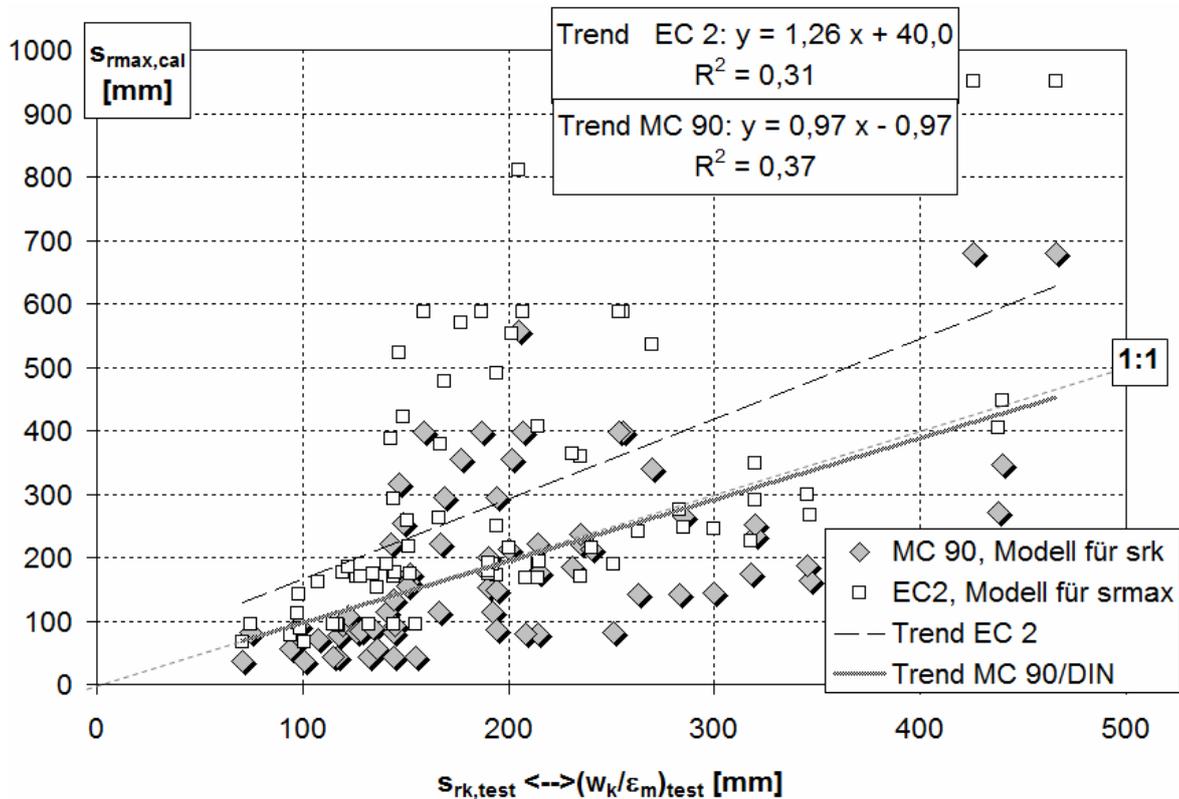


Bild 5. 25: Die Beschreibung $s_{r(k="max")} = 1,7 \cdot [2c + \frac{\phi}{5(Z);10(\text{Biegg.}) \cdot \rho_{eff}}]$ im Vergleich

5.4.5 Ein Schritt zur Entwicklung des Modells – ein Gedankenspiel mit $A_{c,eff}$

Eine Lösung kann in der Modifizierung von $A_{c,eff}$ liegen. Als erstes soll hier der Fischer-Ansatz (5. 40) zur Beschreibung von $h_{c,eff}$ und der Ansatz mit A_{ct} unter der Berücksichtigung der Völligkeit der Zugspannungen bei Biegung geprüft werden. Dabei werden für die Prüfung des Fischer-Ansatzes für $h_{c,eff}$ die gemessenen Werte $(w_m/\varepsilon) \sim s_r$ verwendet. Der Ansatz war ja nur verworfen worden, weil für eine Prognose erst s_r abgeschätzt werden muss. Der Ansatz mit A_{ct} führt letzten Endes zum Rüsich-Ansatz und eher zum Fall Mindestbewehrung.

Für den Fischer-Ansatz sind nur Biegeversuche in Bild 5. 26 verglichen worden. Zugversuche ergeben weitaus größere Streuungen.

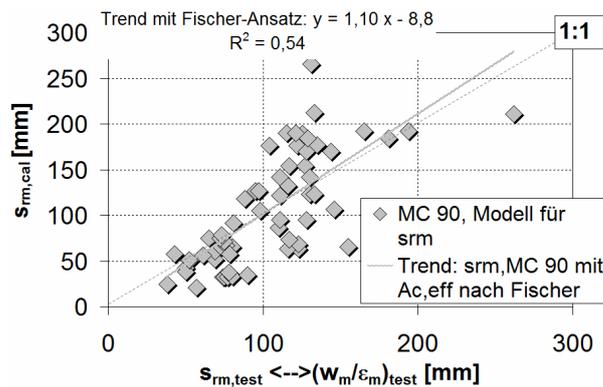


Bild 5. 26 a)

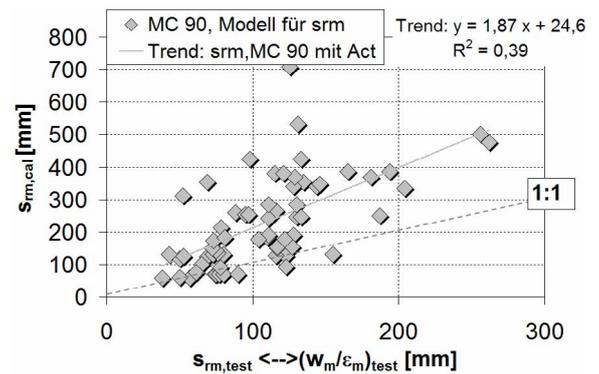


Bild 5. 26 b)

Bild 5. 26 a) und b): Denkbare Ansätze nach Fischer (links) und mit A_{ct} (rechts) (jeweils für Biegebauteile). Korrelation ist nicht verbessert.

Beeby hat in einigen Versuchen bei konstant belassener Bewehrung den seitlichen Abstand modifiziert und gefunden, dass auch der seitliche Abstand c_s für die Entwicklung des Rissabstandes in Längsrichtung von Bedeutung sein kann (siehe Datensatz Anhang 5, Tabelle A-5. 1ff., [Beeby] Balken 66, 67, 68]).

Diese Größe geht in die bisherigen Betrachtungen zum DIN/ MC-90 Ansatzes bisher nicht bzw. nur über ungenügend über die Breite b ein. Zudem scheinen bei allen geprüften, nicht plattenartigen Bauteilen die Eckstäbe eine besondere Bedeutung für den Erstriss und den sich daraus entwickelnden Rissabstand zu haben. Außerdem ist in all diesen Modellen für $A_{c,eff}$ das in der Simulation als recht zutreffend bestätigte Ringzugmodell von Tepfers kaum wiederzuerkennen. Dafür wäre idealerweise ein zylindrischer Zugstab notwendig. Einem Versuch von Bigaj/ den Uijl [33], diesen Widerspruch aufzulösen, entspringt die Idee, die Betondeckung c_{eff} als entscheidendes Kriterium für die Erwartung einer effektiven Zugzone zu wählen. Es existiert eine maßgebende Betondeckung entsprechend der erwarteten Sprengbruchrichtung durch die Betondeckung.

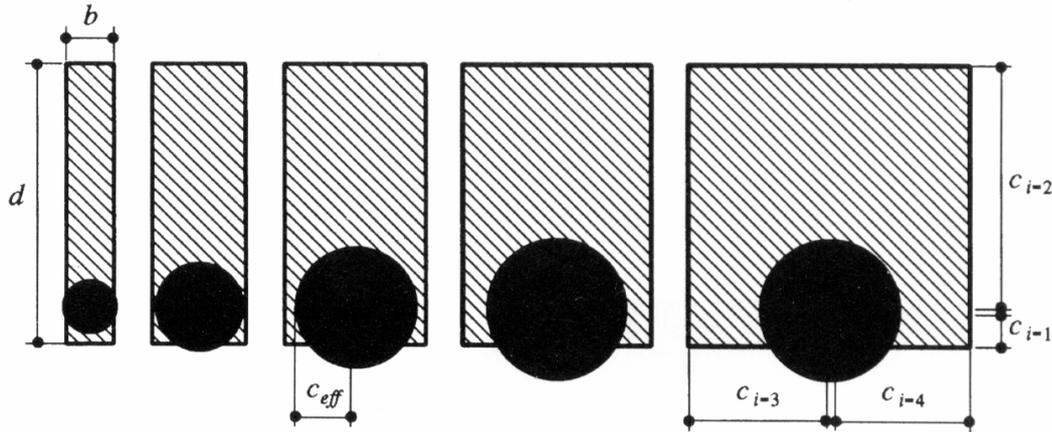


Bild 5. 27: Die mitwirkende Zone wird durch die Betondeckung geprägt (entnommen [33]).

Die effektive Betondeckung errechnet sich aus folgenden Bedingungen:

$$c_{\text{eff,max}} = \frac{c_{i,\text{min}} + r_s}{\cos \alpha} - r_s \quad (5. 44)$$

Mit: $r_s = \phi / 2$, Radius des Stahls
 α Winkel zwischen der Normalen zur kleinsten Betondeckung und der kritischen Bruchfläche – je geringer $c_{i,\text{min}} / \phi$, desto größer der Winkel mit einem zu erwartenden Maximum bei 60° (siehe auch Schenkel/ Vogel [108])

Daraus lässt sich bilden:

$$c_{\text{eff}} = \frac{1}{m} \cdot \sum_{i=1}^m [c_i \cdot \chi(c_i) + c_{\text{eff,max}} \cdot (1 - \chi(c_i))] \quad (5. 45)$$

Mit: m Anzahl der betrachteten Richtungen
 $\chi(c_i) = 1$, für $c_i < c_{\text{eff,max}}$
 $= 0$, für $c_i > c_{\text{eff,max}}$

Jedoch ließ sich im Ergebnis keine bessere Korrelation zeigen. Allerdings beschreibt dieses Vorgehen in der Orientierung an einer Bruchfläche der Betondeckung längs des Stabes Teile des Versagenszustandes - den beginnenden Verlust der Verbundwirkung der Betondeckung. Im Gebrauchszustand sind möglicherweise all die Bereiche wichtig, denen man zuerkennen kann, dass sie bei der Ausbildung eines Zugrings um den Stab herum mit aktiviert werden.

Eine zweite Ursache für Ungenauigkeiten in den bisher untersuchten Berechnungsmodellen kann die zu grobe Einschätzung der Verbundbedingungen liefern. Die großen Streuungen des Vorfaktors in Gleichung (5. 28), siehe Bild 5. 20, lassen zumindest Zweifel zu, dass das Verbundverhalten richtig widerspiegelt ist. Ein interessanter Ausgangspunkt für weitere Überlegungen in diese Richtung verbirgt sich möglicherweise im Eligehausen-Ansatz (2. 57) aus[46], in dem die erwartete Verbundfestigkeit als Funktion der bezogenen Betondeckung $f_b = f(\tilde{c}/\phi)$ betrachtet und angegeben ist.

Ist also der Einfluss der Betondeckung auf die Ausbildung des Rissabstandes größer als der Einfluss einer als mitwirkend beschriebenen Höhe $h_{c,eff}$, sollten sich s_{rm} und s_{rk} deutlich treffsicherer abbilden lassen. Jedoch auch das Bigaj/ den Uijl Konzept stellt die Einflüsse aus der seitlichen Betondeckung nicht gleichberechtigt in den Vordergrund.

Im Folgenden wird ein Konzept geprüft, das, wie Parameteruntersuchungen zeigen, einige wesentliche Bedingungen erfüllen kann. Dieses Denkgerüst wird den Untersuchungen in Form von Axiomen voranstellt.

- Die Betondeckungen in den oberflächennächsten Richtungen vom Betonstahl bilden die entscheidenden Parameter für die Erwartung des Rissabstandes s_r und bilden in konsequenter Modellierung von Zugringen auch die mitwirkende Betonzugzone.
- Die Mitwirkung der Betonumgebung auf Zug wird in diesem Berechnungsprozess möglicherweise etwas unterschätzt. In Hinsicht aber auf das reale Bauteilverhalten unter mehrfach wiederholter Beanspruchung scheint ein konservativer Ansatz, gegenüber optimistischeren Ergebnissen aus unter einmaliger monotoner Laststeigerung entstandenen Versuchsergebnissen, gerechtfertigt.
- Bei Biegung (Balken) scheint der Rissabstand wesentlich durch das geometrische Umfeld der Randlage bestimmt (c_s, c_u).
- Bei Zugbauteilen scheinen die Eckstäbe ebenfalls eine herausragende Rolle zu spielen.
- In Platten und plattenartigen Bauteilen bestimmt der Stababstand wesentlich den Rissabstand.
- Die Betondeckung ist ein wichtiger Parameter für die Ausbildung der mittleren Verbundfestigkeit im Rissabstand f_{bm} und bestimmt den sich einstellenden Rissabstand.
- Ähnlich den Konzepten von Schießl und Beeby wird ein konstantes Glied summarisch in die Beschreibung des Rissabstandes eingebaut, um den verringert bzw. nicht mitwirkenden Bereich in der Nähe der Rissufer abzubilden, für den die Verbundspannung nahezu $\tau_b = 0$ ist. Diese Vorstellung ist besonders bei mehrfach belasteten Bauteilen von Wichtigkeit, jedoch in Messungen bei der üblichen monotonen Laststeigerung bis zum Versagen nicht in voller Größe feststellbar.
- Es wird die Teilung in Zug- und Biegebauteile wie in EN 1992-1-1 und bei Schießl [110] vorgenommen. Allerdings werden zukünftig die gewöhnlichen Platten – auch in Rücksicht auf die plattenähnlichen Zugkörper von Alvarez/ Marti [4] – und die Platten der Plattenbalken unter Biegung mit Längszug von Leonhardt /Rostasy [82]) ähnlich behandelt wie die Zugkörper.
- Der Ansatz geht vom Majorat lokaler Einflüsse auf den Beginn einer lokalen Rissbildung aus, die dann eine globale Rissbildung gleicher Ausprägung initiieren werden.

Der aktivierte Bereich der Betonzugzone $A_{c,eff}$ kann möglicherweise aus Ersatzkreisen in Näherung ermittelt werden, die sich aus den flächengleichen Ellipsen mit den Halbachsen $[(c_u + \phi/2);(c_s + \phi/2)]$ bzw. $[(c_u + \phi/2);(s/2 + \phi/2)]$ für Platten und plattenähnliche Zugkörper ermitteln lassen.

Wichtig ist zu verstehen, dass nicht die Bruchflächen die maßgebende Richtung der Betondeckung zwingend vorgeben, sondern dass es im Gebrauchszustand um die etwaige Ausbildung eines Zugrings geht. Das im Folgenden vorgestellte Modell setzt daher das Vorhandensein einer funktionstüchtigen Betondeckung $c_{\min} \geq \phi/2$ für die Ausbildung eines Zugrings voraus.

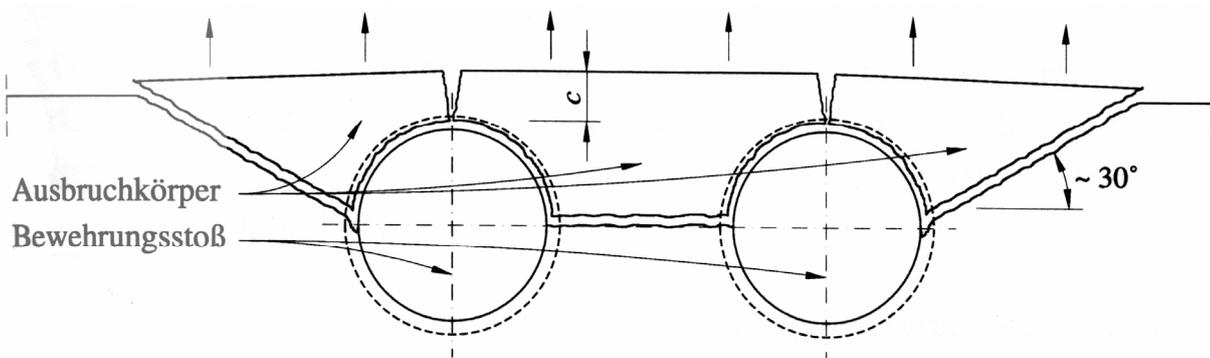
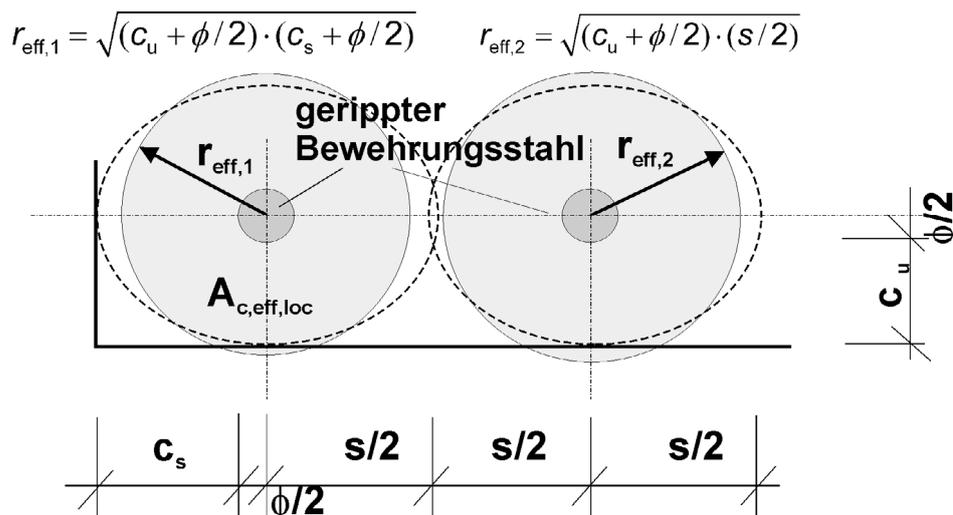


Bild 5. 28: Zu erwartende Probleme bei zu geringer Betondeckung (entnommen Bild 4.54 aus Schenkel/ Vogel [108])



Im Fall von sich übergreifenden Zugringen ist der in Ecklage derjenige mit dem größten Einfluss auf die Rissentwicklung.

Bild 5. 29: Modellvorstellung über den Ersatzkreis, der $A_{c,\text{eff},\text{loc}}$ bildet

Die mitwirkende Betonzugzone $A_{c,\text{eff}}$ wird also nur auf den einzelnen Stab (bei Stabbündeln/ Doppelstäben die entsprechende Stabmenge) bezogen. Dabei scheint insbesondere für gering bewehrte Querschnitte wahrscheinlich folgende Kontrollbedingung Gültigkeit zu haben:

$$\sum_{i=1}^n A_{c,\text{eff},\text{loc},i} \geq \frac{b_{(w)} \cdot (2c_u + \phi)}{2} \quad (5.46)$$

(n Stabanzahl in der oberflächennahen Bewehrungslage)

Die Beschreibung für r_{eff} leitet sich aus folgender Vereinfachung ab:

$$\begin{aligned}
 A_{\text{ct,circle}} \text{ (Ersatzkreis)} &= A_{\text{ct,ellipse}} \text{ (Ellipse)} \\
 \pi \cdot r_{\text{eff},1}^2 &= \pi \cdot (c_u + \phi/2) \cdot (c_s + \phi/2) \quad \text{bzw.} \quad \pi \cdot r_{\text{eff},2}^2 = \pi \cdot (c_u + \phi/2) \cdot (s/2) \\
 r_{\text{eff},1} &= \sqrt{(c_u + \phi/2) \cdot (c_s + \phi/2)} \quad \text{bzw.} \quad r_{\text{eff},2} = \sqrt{(c_u + \phi/2) \cdot (s/2)} \quad (5.47)
 \end{aligned}$$

Damit wird ein neuer, lokaler, effektiver Bewehrungsgrad $\rho_{\text{c,eff,loc}}$ begründet:

$$\begin{aligned}
 \rho_{\text{c,eff,loc}} &= \frac{A_s}{A_{\text{ct,eff}}} = \frac{\pi \cdot \phi^2 / 4}{\pi \cdot r_{\text{eff}}^2} \quad \text{und in der Vereinfachung:} \\
 \rho_{\text{c,eff,loc}} &= \frac{\phi^2}{4 \cdot r_{\text{eff}}^2} \quad (5.48)
 \end{aligned}$$

Anstelle einer pauschalen, mittleren Verbundspannung $2,25 \cdot f_{\text{ctm}}$ wird das ursprüngliche MC 90-Modell für den Rissabstand ähnlich Gleichung (2. 57) ein variabler Vorfaktor in die Bestimmungsgleichung für $s_r = 2 \cdot l_t$ entwickelt. Dabei wird jedoch zwischen Zug und Biegung wieder differenziert. Dies folgt der Unterscheidung im prEN 1992-1-1 (dort: Biegung $\phi(10 \cdot \rho_{\text{eff}})$, Zug: $\phi(5 \cdot \rho_{\text{eff}})$), soll er jedoch realistischer den Einfluss der Betondeckung auf die Verbundspannung widerspiegeln.

5.4.6 Ein Neuvorschlag zur Bestimmung von des charakteristischen wirksamen Rissabstandes $s_{\text{rk,cal}}$ auf der Basis eines lokalen Bewehrungsgrades $\rho_{\text{c,eff,loc}}$

Unter Einbeziehung des neu erzeugten lokalen Bewehrungsgrades lässt sich eine interessante Gleichung nach dem Konzept von Gleichung (5. 23) - (5. 28) aufbauen. Ziel ist es, der Verbundspannung eine gewisse Variabilität zu geben. Dazu wird der Beiwert k_b anstelle konstanter Faktoren konstruiert. Zusätzlich wird ein additives Glied k_{lt} hinzugefügt, von dem nach den Erfahrungen aus der Auswertung des EN 1992-1-1 Formelapparates angenommen wird, dass es möglicherweise relativ veränderungsresistent sein soll. Der allgemeine Aufbau ergibt sich wie folgt:

$$s_{\text{rm}} = \frac{\phi}{2 \cdot k_b \cdot \rho_{\text{c,eff,loc}}} + k_{lt} \quad (5.49)$$

Nach einer umfangreichen Parameterstudie stellt sich folgende Lösung als brauchbar für den Beiwert k_b heraus:

Für Balken:

$$k_b = 2 \cdot \sqrt{\frac{(c_s + \phi/2)}{\phi}} \quad (5.50)$$

Für Balken unter Langzeitbeeinflussung und Platten sind größere Rissabstände zu erwarten: (siehe Auswertung der Versuche von Gilbert [57], Leonhardt / Rostasy [82] und Libau [83]).

$$k_b = \sqrt{\frac{(c_s + \phi/2)}{\phi}} \text{ oder } k_b = \sqrt{\frac{(s/2)}{\phi}}, s - \text{Stababstand} \quad (5.51)$$

Für Zugkörper wird Einfluss der unteren Betondeckung hinzukommen, bei biegebelasteten Bauteile dagegen ist die horizontale Richtung offenbar maßgebender:

$$k_b = \sqrt{\frac{[\min(c_u; c_s) + \phi/2]}{\phi}} \quad (5.52)$$

Für die Bildung des additiven Zusatzes k_{lt} bietet sich eine Reihe von Möglichkeiten, die verfolgenswert erscheinen:

Auf der einen Seite besteht trotz der problematischen Ergebnisse mit dem EN 1992-1-1 die Möglichkeit, k_{lt} abweichend als konstant festgelegtes Glied (z.B. $k_{lt} = 50 \text{ mm}$) einzuführen. Des Weiteren wird die Möglichkeit eines wie auch immer begründbaren Vielfachen der minimalen Betondeckung c_{\min} erwogen. Entsprechend den Simulationsergebnissen wird auch eine Abhängigkeit zum Rippenabstand c_r gesehen. In einer Variante die $k_{lt} = f(c_r)$ wird aber eine gewisse Unsicherheit dahingehend verbleiben, dass bei der Mehrzahl der Versuche des Datensatzes Tabelle A-5. 1 ff. ein anderes c_r vorhanden war als für den BSt 500 S und die Simulationen angenommen wurde. Insofern ist ein positives Ergebnis ein Signal für eine gewisse Durchmesserabhängigkeit des Parameters k_{lt} . Eine Zusammenstellung der wesentlichen Parameterstudien ist in Anhang 5 enthalten.

Zusätzlich zu Überlegungen zu k_{lt} erhöhte es die Korrelation zwischen Versuchsergebnissen und Rechenmodell, auch den Beiwert k_b auf einen Grenzwert nach oben zu begrenzen.

Dieser neugewonnene Wert wird als $k_{b,\lim}$ bezeichnet. Schon aus den Simulationen ist bekannt, dass sich als gemittelte Spannungen nicht beliebig hohe Verbundspannungen über die Verbundlänge $2 \cdot l_{t,i}$ realisieren lassen. Maxima werden nur in lokalen Verbundspannungskonzentrationen erreicht.

Als Limit für den Wert k_b kommen wahrscheinlich Werte zwischen 1,8 und 2,5 für Zug und Langzeitbelastung sowie $2 \cdot 1,8$ und $2 \cdot 2,5$ für Biegung in Frage.

In der in Anhang 5 vollständig dargestellten Analyse sind folgende Werte angenommen worden:

$$\begin{aligned} k_{b,\lim} < k_{b,\max} &= 2,45 \text{ (Zug, Platten, Langzeitverformungen)} \\ k_{b,\lim} < k_{b,\max} &= 4,90 \text{ (Biegung} \rightarrow \text{Balken)} \end{aligned} \quad (5.53)$$

Zur Qualität der Vorhersage des (wirksamen) Rissabstands als wesentlicher Parameter bei der Vorhersage der Rissbreite

Schiebl selbst stellte bereits im Heft 400 des DAfStb [110] dar, dass für die Zusammenfassung der Versuche von verschiedenen Versuchskörpern in einem Datensatz die Begründung eines 90 %-Fraktilwertes der Rissbreiten ausreichend sein sollte, um eine zuverlässige Prognose extremer Rissbreiten zu erhalten. Insofern scheint es zulässig, ähnliche Versuche zusammenzufassen und aus den vorhandenen charakteristischen Werten einen

Mittelwert zu bilden. Der daraus entstehende Wert wird einen leicht reduzierten Fraktil bilden, etwa einen 90 %-Fraktilwert. Eine Orientierung am Maximalwert der 95 %-Fraktile aller in einer Datengruppe zusammengefassten Einzelversuche wäre dagegen eine unzulässige Verschärfung der Randbedingungen, da dieser Wert nahezu ein 98 %-Fraktilwert wäre.

Die Grenzen sind so gefasst, dass der Nutzer eines so angelegten Ansatzes vor schlimmen Überraschungen (d.h. hohen Überschreitungen) insofern gefeit ist, dass die Überschreitungen durch einen Wert w_{\max} auf 25 % beschränkt bleiben. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine Überschreitung überhaupt eintritt, soll bei unter 50 % liegen.

Mit dem eigenen Datensatz konnte durch die Verwendung eines begründbaren summarischen Gliedes k_{lt} die Erhöhung der Streuung des Rechenwertes begrenzt werden, die bei einer ausschließlich multiplikativen Erhöhung des mittleren Rissabstands ineffektiv zunehmen würde, wie das bei Versuchen der Steigerung der Zuverlässigkeit für das MC 90/ DIN-Konzept der Fall war.

Der mittlere Rissabstand s_{rm} zur Berechnung mittlerer Rissbreiten w_m

Die beste Korrelation für den Mittelwert des wirksamen Rissabstands ergibt sich in Anlehnung an (5. 11) und (5. 12) sowie Bild 5. 24 unter der Formel

$$s_{rm} = 0,85 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + c_{min} \cdot 0,75 \right). \quad (5. 54)$$

Die Ergebnisse mit dieser Formel korrelieren zwar mit der Ideallinie. Es gibt aber mit dem Prüfdatensatz 66 Überschreitungen (bei $n = 112$) durch die Messwerte $s_{rm,test}$ bzw. $(w_m/\varepsilon)_{test}$. Allerdings ist die Standardabweichung des Fehlers der Vorhersage mit ~13,3 % recht moderat.

Bereits Bild 5. 24 lässt ja vermuten, dass die Größenordnung $2 \cdot c_{min}$ des EN 1992-1-1 Modells möglicherweise eine Überschätzung ist. Der Versuch, k_{lt} anstelle von $f(c_{min})$ als $f(c_r)$ aufzubauen, endete mit einer ähnlich guten Korrelation, allerdings nahezu parallel zur Ideallinie Test = Rechenwert (cal). Ein gewisses Vorhaltemaß im Trend für den Bereich kleiner Rissabstände auf der Seite des Rechenwertes ist recht sinnvoll als Sicherheitselement für den charakteristischen Wert des wirksamen Rissabstands. Bei der Bestimmung des Mittelwerts bedeutet ein konstantes Vorhaltemaß jedoch auch einen gewissen Abfall in der Modellqualität.

Es ist dabei $k_{lt} = 2 \cdot c_r$ sinnvoll zu wählen. Die Größenordnung stimmt etwa mit $0,75 \cdot c_{min}$ überein im Bereich üblicher Betondeckungen. Die neu entstehende Gleichung hat den Vorteil, dass sie ohne Vorfaktor auskommt.

$$s_{rm} = \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + 2 \cdot c_r \right) \quad (5. 55)$$

Mit: $c_r = 4,4359 \cdot 1,0529^\phi$, regressive Beschreibung des Rippenabstands abhängig vom Durchmesser ϕ (für BSt 500S ermittelt; für andere Stähle ist c_r in einem weiteren Sinne einfach als Durchmesser abhängiger Parameter ansehbar)

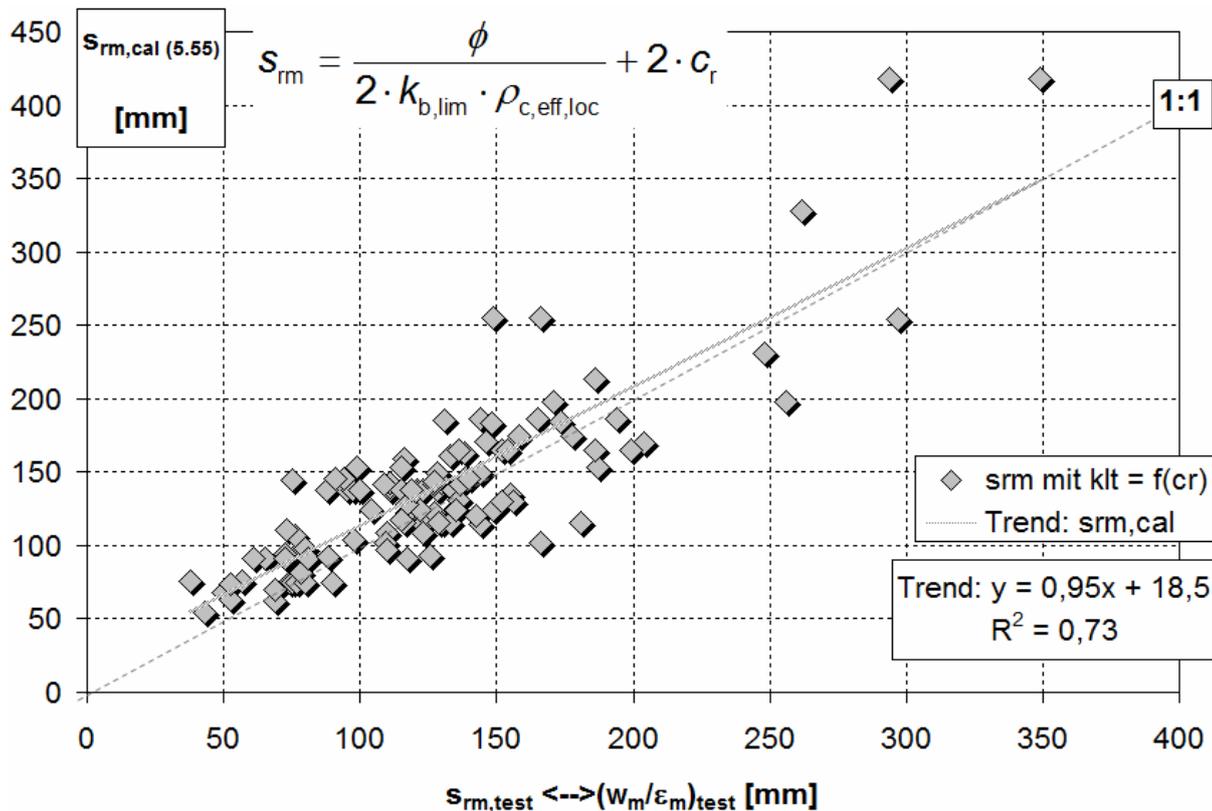


Bild 5. 30: Abbildung von $s_{rm} = (w_m/\varepsilon)$, $k_{lt} = f(c_r)$ mit Gleichung (5. 55)

Der Trend zeigt den Nachteil eines Vorhaltemaßes gegenüber den Testwerten, allerdings in der geringen Höhe von 18,5 mm. Dafür überschreiten nur noch 33 % aller gemessenen doppelten Transferlängen $2 \cdot l_{tm} \approx s_{rm}$ die berechnete Prognose $s_{rm,cal}$. Die Standardabweichung des relativen Fehlers liegt allerdings bei 18,4 %.

Geht man von einem praktischen Bezug aus, ist die Umsetzung dieses Rechenmodells einfacher erklärbar mit einem aktivierten und deaktivierten Teil der Verbundlänge. Der praktisch deaktivierte Teil ist nicht mehr in der Lage, größere Verbundspannungen aufzunehmen, da durch einen kegelförmigen Ausriss des ehemals am stärksten beanspruchten Verbundbereichs die Verbindung zum inneren Bereich der Verbundlänge fehlt und Zugspannungen im Beton, wenn überhaupt, nur noch über Rissreibung weitergereicht werden können (Bild 4. 5, Bild 5. 6). Gerade in diesem deaktivierten Bereich gilt nahezu $\Delta\varepsilon = \varepsilon_s$. Diese Ausplatzungen sind sehr gut mit Rippenabständen in Verbindung zu bringen, da sich an den Rippen die typischen „Goto-Risse“ bilden. Die „Goto-Risse“ an den vorderen Rippen am Rissufer treten mangels Betonwiderstand an der Rissfront aus.

Schwierigkeiten bei der Bestimmung des charakteristischen Rissabstands s_{rk}

Das Vorhersagemodell des sog. charakteristischen Rissabstands muss so aufgebaut sein, dass es das charakteristische Niveau $(w_k/\varepsilon)_{test}$ bzw. $s_{rk,test}$ widerspiegeln kann.

Der charakteristische Wert entsteht aus einer Kombination ungünstiger Einflüsse wie geringe Bewehrung, lokale Spannungskonzentration, Materialfehlstellen und lokale, unplanmäßig hohe Betondeckung. Das führt auch dazu, dass in diesen Rissabständen die deaktivierten

Randbereiche ungewöhnlich groß aufzufinden sind. Im Rechenmodell wird das summarische Glied k_{lt} mitwachsen müssen, zumindest mit dem generellen Erhöhungsfaktor, möglicherweise jedoch noch stärker.

Für den Prüfdatensatz wurden typische Versuchskörper, z. B. Dehnkörper und Biegebalken mit sog. Full-Scale-Versuchen gemischt, die einen starken Bezug zu realen Bauteilen haben. Die manchmal etwas atypische Bewehrungsanordnung, z. B. in Eckbezug oder Mehrlagigkeit in Dehnkörpern oder hohe Bewehrungskonzentration in kleinen Biegebalken, macht Verifizierungen notwendig. Diese führten in der Konsequenz zu Anpassungen, die eine Anbindung an den Hintergrund der normativen wie den Hintergrund des eigenen Modells herstellen. Im eigenen Modell sind für einige Versuche Durchmesser, $k_{b,lim}$ und $A_{c,eff,loc}$ modifiziert berechnet worden. Eine genaue Darstellung und Begründung der Einzelfälle findet sich in Anhang 5.

Bei allen Parameteruntersuchungen stellte sich heraus, dass die rechnerische Rekonstruktion der gut dokumentierten Versuche von Falkner [51] (Nachstellung von Zwang aus Temperaturdifferenzen) mit aktuellen Standardmodellen kompliziert war. Jedoch gab es keinen Zweifel an den Testergebnissen selbst. Separate Berechnungen zeigten, dass die dokumentierten Einzerrissituationen auf den jeweils ersten Fotografien der einzelnen Versuche Mindestbewehrungs- Berechnungskonzepten recht gut überprüfbar waren. Praktisch war damit jedem Riss innerhalb bestimmter Grenzen eine Rissbreite zuzuordnen. Kleine Differenzen konnten über Risskohäsion und eine in Teilbereichen bereits entwickelte abgeschlossene Rissbildung (Modellwechsel!) erklärt werden. Es bleibt generell zu klären, ob bestimmte Zwangssituationen wie Abfließen von Hydratationswärme nicht immer so berechnet werden sollten. Für die Studien zum charakteristischen Wert s_{rk} ist für einige Versuche nicht klar, ob eine Verbindung zum Mindestbewehrungsproblem besteht. Zumindest in identifizierten Fällen sollte immer kontrolliert werden, dass folgender Ansatz nicht einen höheren Rissabstand für das Rissbreitenberechnungsmodell für w_k liefert.

$$s_{rk} = \left(\frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{ct,min}} \right), \text{ mit } \rho_{ct,min} \text{ nach Gl. (5. 70)} \quad (5. 56)$$

Für kleinere Rissbreiten und Rissabstände ist immer davon auszugehen, dass die Möglichkeit einer Überlagerung mit dem Mindestbewehrungsproblem besteht. Ein noch größerer Wert als in Gleichung (5. 57) wird dabei eher unwahrscheinlich sein, da schon der vorhergehende Ansatz in der Regel einen hohen Wert liefert:

$$s_{rmax} = \left(\frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{ct,min}} \right), \quad (5. 57)$$

Auch bei Platten ist der Rissabstand manchmal nur über Gleichung (5. 56) nachzuweisen.

Neuvorschlag für die Berechnung von s_{rk} aus dem Ansatz für den Mittelwert, Gl.(5. 55)

Es wird für den Neuentwurf einer Grundgleichung zur Vorhersage charakteristischer Rissabstände $s_{rk,cal}$ mit $k_{lt} = k_{b,lim} \cdot c_r$ ein Bezug zum Einfluss der Rippenabstände bzw. eines

ähnlich lautenden Zusammenhanges hergestellt. Über $k_{b,lim}$ geht auch die bezogene Betondeckung in das Modell ein. Das allgemeine Modell lautet:

$$s_{rk,cal} = 1,57 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + k_{b,lim} \cdot c_r \right) \quad (5. 58)$$

Dieser Wert s_{rk} wird für die Berechnung der charakteristischen Rissbreite w_k übernommen, wenn $s_{rk,cal} > 220$ mm gilt. Ist der ermittelte Wert für $s_{rk,cal}$ kleiner, wird das Ergebnis mit dem von Gleichung (5. 56) verglichen und der größere Wert von beiden verwendet, $s_{rk(5.56)} = s_{rlim,min}$.

Die Entscheidungsgrenze $s_{rk,cal} = 220$ mm führte mit dem vorhanden Datensatz zur besten Korrelation. Mit $n = 112$ Datengruppen repräsentiert er etwa 200 einzelne Versuche. Trotzdem ist das Korrelationsergebnis von der Struktur des gesamten Datensatzes abhängig. Daher wird der Grenzwert s_r für die Entscheidung, ob (5. 56) zu berücksichtigen ist, praktisch zwischen 160 mm und 220 mm zu finden sein. Durch Anwendung dieser durch die Definition des Grenzwertes automatisierten Nebenbedingung entfallen die Unsicherheiten der Bewertung der eventuell verbliebenen Einflüsse aus der Erstrissbildung für den einzelnen Versuchskörper.

Für im Querschnitt kleine Versuchsdehnkörper mit je einem Stab in den Ecken sowie gering bewehrte, auf Zug beanspruchte Bauteile mit jeweils vergleichsweise hohen Betondeckungen ist eine 2. Nebenbedingung sicherzustellen. Mit dem oben vorgestellten Modell (5. 58) dürfen als Ergebnis keine höheren Werte für $s_{rk,cal} = f(\rho_{c,eff,loc})$ entstehen als überhaupt durch $A_{ct,gesamt}$ mit $s_{rlim,max} = f(\rho_{ct,abs})$ ohne Entlastung durch Sekundärrissbildung und Eigenspannungen möglich ist, (siehe Erläuterungen Anhang 5). Dies kann durch Vergleich mit folgender Definition von $s_{rlim,max}$ sichergestellt werden:

$$s_{rk,cal} \leq s_{rlim,max} = \phi / (4 \cdot \rho_{ct,abs}); \quad \rho_{ct,abs} = A_s / A_{ct} \quad (5. 59)$$

Einzeluntersuchungen zeigen, dass die Einschränkung (5. 56) vor allem bei Zugversuchen Wirkung zeigt und unsinnige Ergebnisse verhindert. Nachrechnungen von Zugversuchen von Falkner [51] und Bergner [14] ergeben, dass sich mit (5. 56) und (5. 57) Versuche mit ähnlichem geometrischen Aufbau recht präzise nachrechenbar sind, recht unabhängig von einem DIN-Modell mit ρ_{eff} und einem trickreich produzierten Faktor $m > 2,5 = f(h/d_1)$ in $h_{c,eff}$ für dicke Bauteile. In der Tat sind die $s_{rk,test}$ -Werte der Zugversuche auch mit den Ausdrücken (5. 56) und (5. 57) korreliert ($R^2 \sim 0,6$). Jedoch wird über alle Versuche die bessere Korrelation der gefundenen Kombination (5. 58) mit einem Mindestwert aus (5. 56) für $s_{rk,(5.56)} < 220$ mm nicht erreicht, selbst wenn alle Zugversuche pauschal nach (5. 56) bewertet werden würden.

Grafisch sieht das Ergebnis des Neuvorschlags im Vergleich zu den Mittelwerten s_{rm} bzw. (w_m/ϵ_m) aus den Tests wie folgt aus:

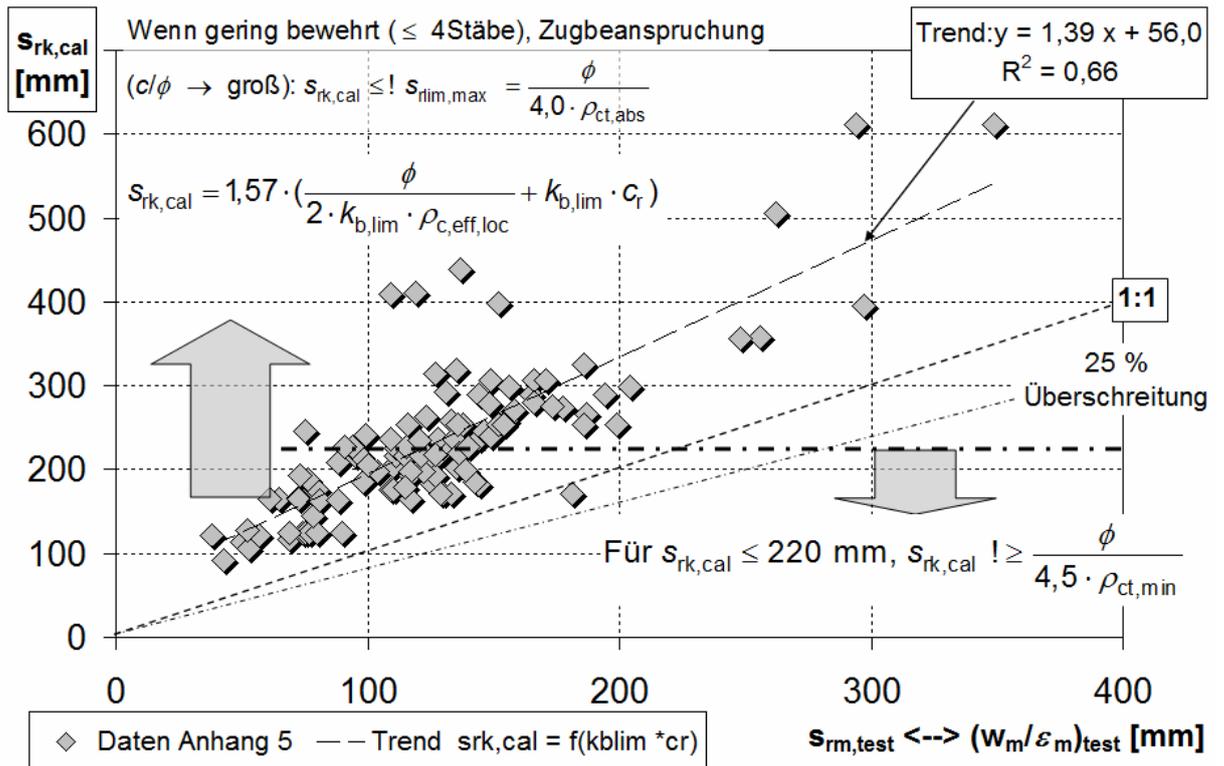


Bild 5. 31: Die Rechenwerte s_{rk} nach (5. 58) mit den berücksichtigten Nebenbedingungen (5. 56) und (5. 59) im Vergl. zu den Mittelwerten der Messungen, $s_{rm,test}$

Von der Beschreibung der charakteristischen Rissbreite wird gefordert, dass sie mindestens 50 % vergleichbarer Messwerte erfasst und die Überschreitungen der Rechenwerte durch Messwerte auf maximal 25 % begrenzt sind:

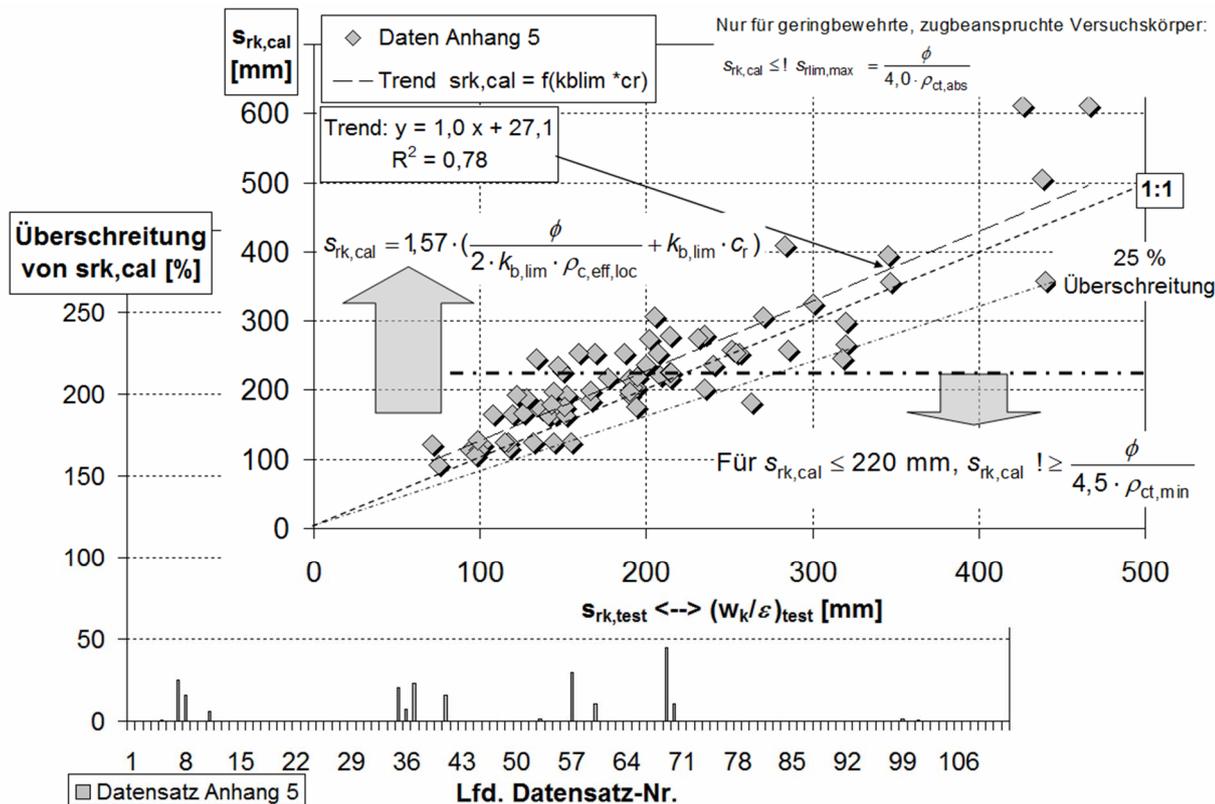


Bild 5. 32: Die Rechenwerte s_{rk} des Neuvorschlags auf Basis von $\rho_{c,eff,loc}$ nach (5. 58) mit der Modifizierung (5. 56) und (5. 59) im Vergleich zu den charakteristischen Messwerten (w_k/ϵ) bzw. $s_{rk,test}$ ($\rho_{ct,min}$ für $s_{rlim,min}$ ist der sog. Mindestbewehrungsgrad, - siehe u.a (A-5. 6))

In den 75 möglichen Vergleichsfällen, in denen aus den Veröffentlichungen charakteristische Werte (w_k/ϵ) bzw. $s_{rk,test}$ zu ermitteln waren, gibt es keine Überschreitung der angeratenen 25 %-Grenze.

Es ist zu erkennen, dass es nicht nur gelingt, das Konzept zur Vorhersage eines charakteristischen Rissabstands sicherer und zuverlässiger zu machen, sondern die Streubreite wird wesentlich beschränkt. Die Verbesserung des Sicherheitsniveaus ist auf die Einführung von $s_{rlim,min}$ nach (5. 56) als Mindestniveau für $s_{rk} < 220$ mm zurückzuführen. Die obere Beschränkung entsteht durch die Umstellung auf $s_{rk,cal} = f(\rho_{c,eff,loc})$ für $s_{rk,cal} > 220$ mm und die Prüfung von $s_{rk,cal}$ mit $s_{rlim,max} = f(\rho_{ct,abs})$ anstelle von $s_{rk} = f(\rho_{c,eff,loc})$.

Die Verbesserungen im Datensatz durch den Neuvorschlag sind im Detail dem nächsten Teilabschnitt zu entnehmen, (siehe auch Anhang 5).

5.4.7 Einführung eines Effektivitätskriteriums und Normenvergleich

Die vorliegende Lösung erfüllt auch im Wesentlichen ein Effektivitätskriterium, das Lösungen in einem Bereich anstrebt, der zugleich effizient und zuverlässig ist, d.h. die Überschreitungen von (w_k/ϵ) bzw. $s_{rk,test}$ durch den Rechenwert $s_{rk,cal}$ ebenso begrenzt wie das für die umgekehrte Richtung bereits mit 25 % gefordert wurde. Folgender Bereich erscheint aus den eigenen Untersuchungen opportun:

Effektivitätskriterium

$$0,8 (w_k/\varepsilon)_{\text{test}} < s_{rk,cal} < 1,5 (w_k/\varepsilon)_{\text{test}} \text{ bzw. } 0,8 s_{rk,test} < s_{rk,cal} < 1,5 s_{rk,test} \quad (5. 60)$$

Das Effektivitätskriterium sollte, zusätzlich zu den bereits von Martin/ Schießl/ Schwarzkopf in [89] gegebenen Kriterien, die Performance eines Rissbreitenmodells wesentlich mitbestimmen. Eine Verringerung der rechten Seite der Ungleichung (5. 60) wäre wünschenswert, ist jedoch mit diesen Modellen nur schwer erreichbar (siehe Neuvorschlag im Vergleich zu den Normen, Bild 5. 33). Verringert man die rechte Seite in Ungleichung (5. 60) und macht das zur Bedingung für ein Modell steigen die Überschreitungen der linken Seite aufgrund der Streubreite der Ergebnisse.

Tabelle 5. 4: Auswertung der Modellqualität bei Nutzung des Neuvorschlags gegenüber den aktuellen Standards MC 90/ DIN 1045-1 und EN 1992-1-1 für den Datensatz Anhang 5.

Gesamt: $n = 112$ Datengruppen (für 75 davon ist $s_{rk,test}$ bzw. (w_k/ε) ausgewiesen).			
	DIN/MC 90 – Modell $s_{rmax,MC90}$ gegen $s_{rk,test}$	EC 2 – Modell $s_{rmax,EC 2}$ gegen $s_{rk,test}$	Neues Modell $s_{rk,cal}$ Gl.(5.58), (5.59), (A-5. 6) gegen $s_{rk,test}$
Einordnung lt. Tabelle A-5.10 ff.	[Anzahl; (%)]	[Anzahl; (%)]	[Anzahl; (%)]
„Ü > 25 %“ ($s_{r,test} > 1,25 s_{r,cal}$)	36 (48 %)	10 (13,3 %)	2 (2,7 %)
„zuverl.“ + „effizient“ (zuverlässig: ($s_{r,cal} \leq s_{r,test} \leq 1,25 s_{r,cal}$) (effizient: ($s_{r,cal} \leq 1,5 s_{r,test}$))	25 (33,3 %)	39 (52 %)	66 (88 %)
„ineff.“ – ineffiziente Vorhersage von s_{rk} ($s_{r,cal} > 1,5 s_{r,test}$)	14 (18,7%)	26 (34,7%)	7 (9,3 %)
„k.A.“ (keine Angabe zu $s_{rk,test}$ im Datensatz)	37	37	37

(Es werden die Termini der Auswertungstabelle Tabelle A-5.10 bis Tabelle A-5.14 verwendet. $s_{rmax,norm}$ ist der charakteristische Rissabstand nach der jeweiligen Norm)

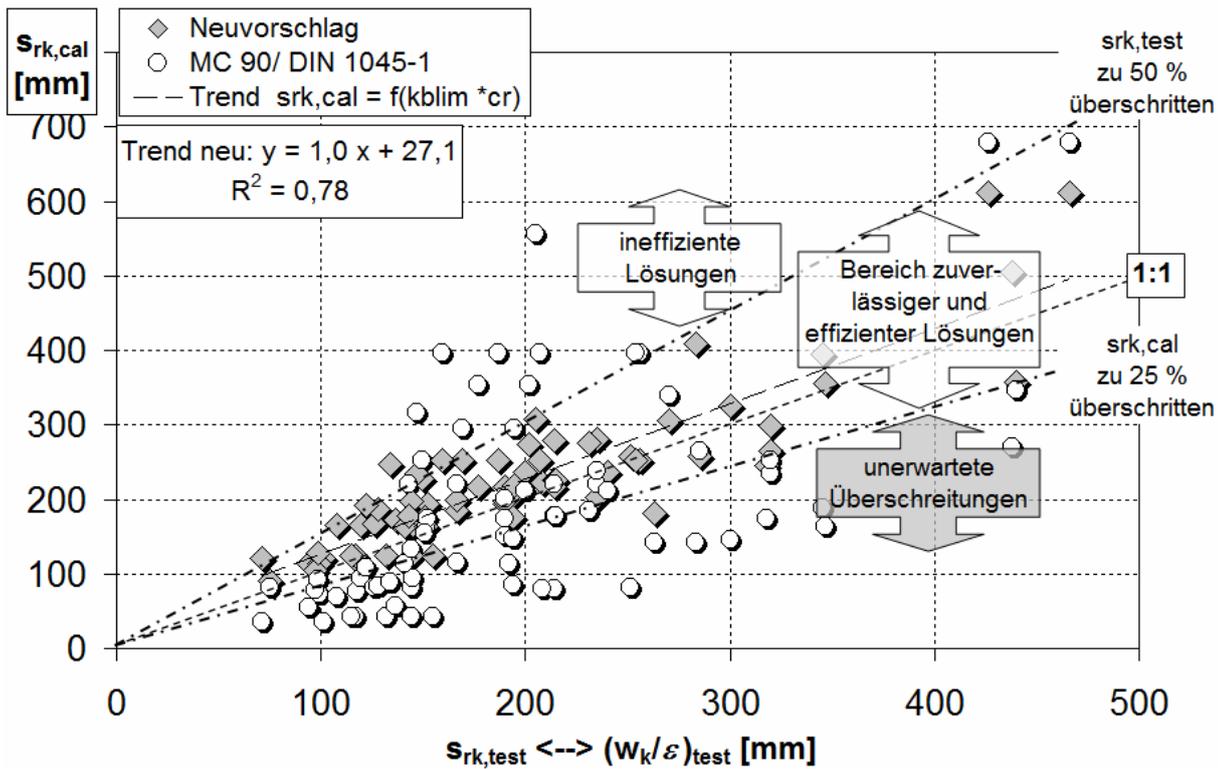


Bild 5.33 a)

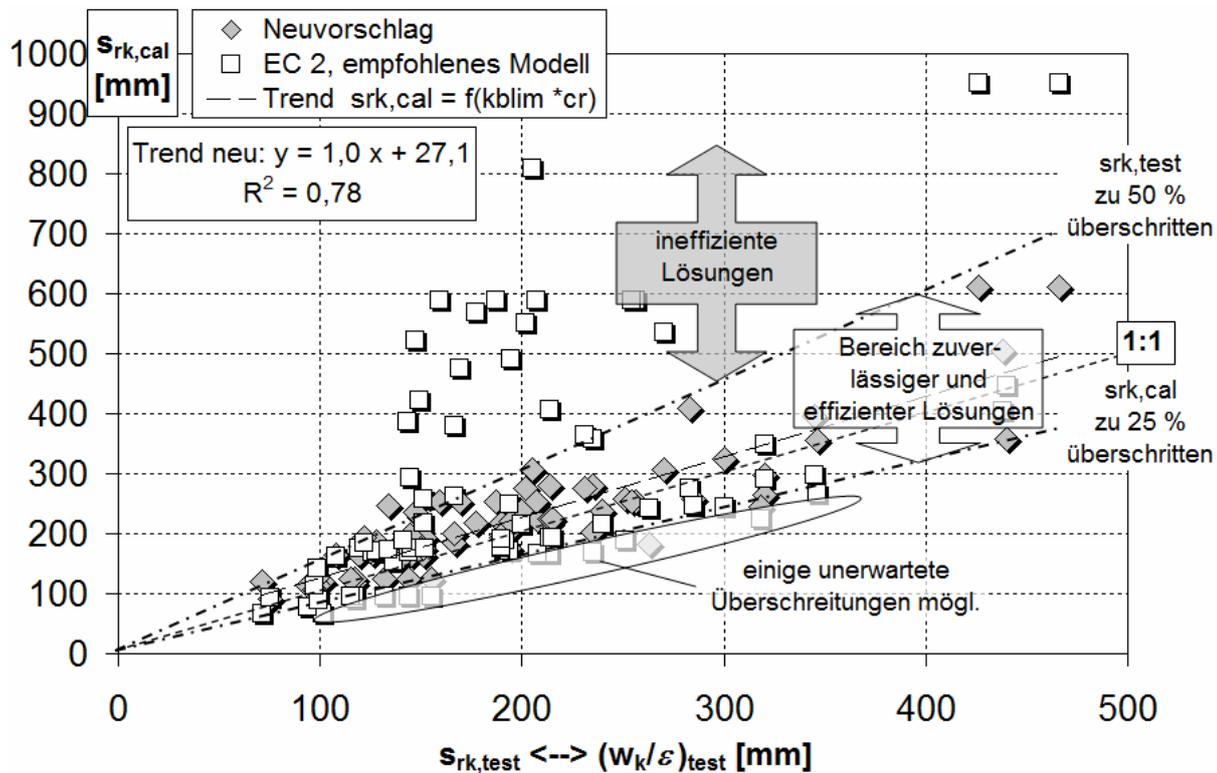


Bild 5.33 b)

Bild 5.33: Vergleich der Performance von Normansätzen (MC 90/DIN und EC 2) mit dem Rissabstand aus dem Neuvorschlag

Anstelle der durch das Kriterium (5. 60) gegebenen Grenzen könnte man auch sinnvoll ein Effektivitätskriterium entwickeln, dass auf konstanten Abstandswerten basiert. Da jedoch einige Problemfälle bei sehr kleinen und sehr großen charakteristischen Einflussbereichen (w_k/ε) bestehen, wird ein solches Vorgehen immer ein Spagat zwischen Anspruch und Möglichkeit bleiben.

Folgendes Zuverlässigkeits- und Effektivitätskriterium ist für den Fall, dass im Bereich kleiner Rissabstände größere bezogene Toleranzen erlaubt sind, realisierbar:

$$(w_k/\varepsilon)_{\text{test}} - 50 \text{ mm} < s_{rk,cal} < (w_k/\varepsilon)_{\text{test}} + 100 \text{ mm} \quad \text{bzw.} \quad (5. 61)$$

$$s_{rk,test} - 50 \text{ mm} < s_{rk,cal} < s_{rk,test} + 100 \text{ mm}$$

Eine Gleichung, die diese Aufgabe erfüllen könnte, steht ebenfalls zur Verfügung:

$$s_{rk,cal} = 1,4 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + c_r \cdot k_{b,lim} \right) \quad (5. 62)$$

Die Randbedingung (5. 57) sollte für $s_{rk} < 220$ mm immer geprüft werden.

Das Streuband ist relativ mittig in Bezug auf die Trendlinie abgestimmt, jedoch gegenüber der Ideallinie aus der Mitte verschoben, um die Überschreitungen zu reduzieren. (Bild 5. 34)

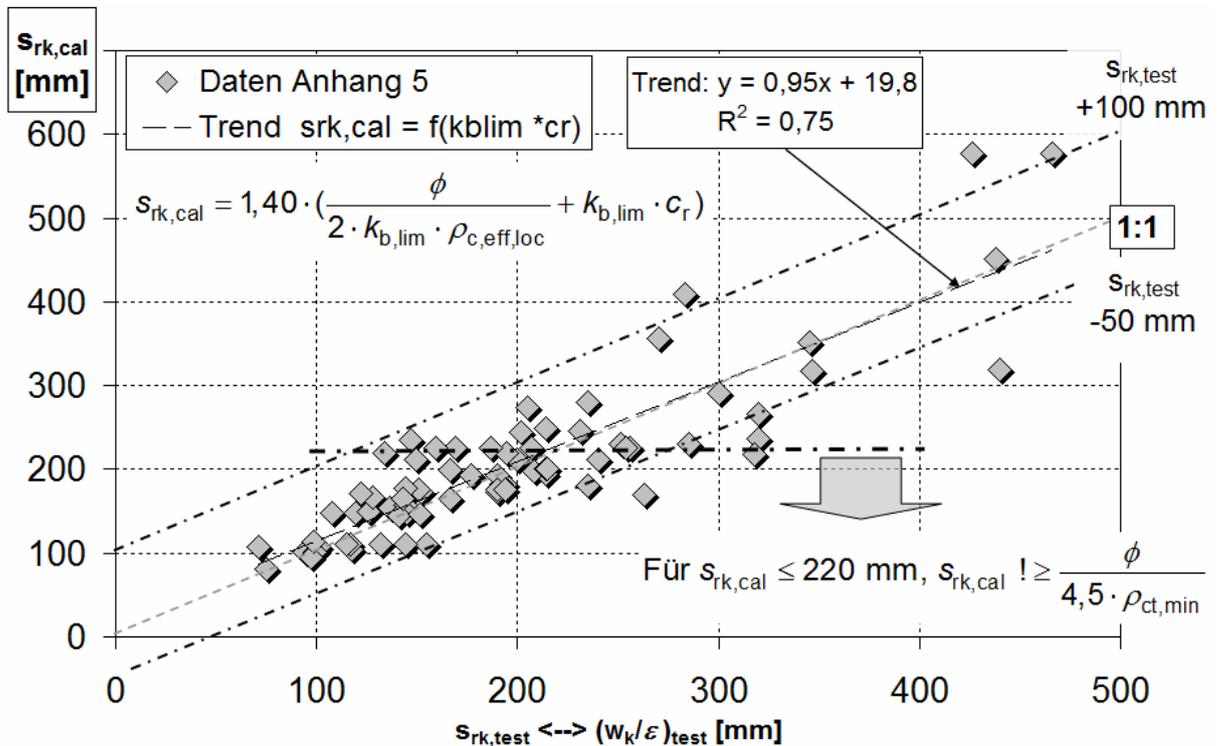


Bild 5. 34: Ein Ansatz mit kleinerem Faktor (1,4) auf $s_{rm,cal}$ wird hier mit der absolut definierten Zone effektiver Lösungen nach (5. 61) getestet.

5.4.8 Anmerkungen anstelle einer Fehlerbetrachtung

Die Antwort, die man durch ein Modell erhält, wird nie perfekt sein. Auch in den vorliegenden Vorschlägen besteht noch eine beträchtliche Unsicherheit. Auch in anderen Forschungen wird offen mit dieser Unsicherheit umgegangen. Schon die Ergebnisse von Martin/ Schießl/ Schwartkopf [89] indizieren, dass ein Modell, das gegen einen hohen Fraktal von Rissbreiten aus Versuchen w_k bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von vielleicht 90 % sichert, in der Praxis möglicherweise nur noch eine Aussagewahrscheinlichkeit von 50 % haben wird. Eine solche Einschätzung ist qualitativ auch auf die Rissabstände aufgrund der direkten Abhängigkeit zu den Rissbreiten übertragbar. Eine Aussagewahrscheinlichkeit von mindestens 50 % für ein Rissbreiten-Vorhersagemodell in der Praxis-Anwendung zu gewährleisten, sollte jedoch immer unbedingtes Entwicklungsziel sein. Interessant wäre es, den Einfluss auf eine noch größere Datenmenge zu untersuchen, insbesondere unter Einbeziehung einer größeren Datenbasis für Zwangs- und Langzeitversuche, (bisher berücksichtigt: [Gilbert], [Falkner], [Bergner]). Die im Datensatz Anhang 5 integrierten Bauteile mit größeren Abmessungen oder Full-Scale Tests werden den Unterschied zwischen den Aussagewahrscheinlichkeiten in der Modellbildung und in der Praxisanwendung verringern.

Es ist schwer, die benötigten Daten aus den bezeichneten Veröffentlichungen ohne größere Unschärfen in den Entscheidungen zu extrahieren. Zum Teil sind die Daten nur aus Sekundär-Quellen bekannt bzw. anstelle von (w_k/ε) wurden Rissabstände photogrammetrisch aus Fotos oder vertrauenswürdigen Versuchszeichnungen extrahiert. Das mag wenig präzise erscheinen, aber innerhalb eines kleinen Toleranzbereiches kann man bei in der Regel bekannter Versuchskörpergeometrie und einem proportional skalierten Bild recht zutreffende Daten gewinnen. Zudem helfen Aufnahmen vor und nach abgeschlossener Rissbildung, den Unterschied zwischen absolutem Einzelrissabstand und wirksamem Rissabstand zu berücksichtigen, (siehe Bild A-6. 5, Bild 4. 16 und Bild 4. 17 zum Verständnis). Die Zuordnung und Bestimmung von Einflussbereichen bzw. charakteristischen Einflussbereichen, die ersatzweise (w_k/ε) abbilden können wird bei einer möglichen Unschärfe der Aussage immer eine Expertenmeinung darstellen und als mathematisch schwer erfassbar auch anfechtbar sein. Dies betrifft auch bestimmte Versuchseigenheiten. Es ist in der Regel nicht so, dass der größte messbare Rissabstand den Einflussbereich (w_k/ε) darstellt, insbesondere bei Einzelrissbildung, die in Zwangssituationen häufig vorzufinden ist. Es kann an dieser Stelle nur versichert werden, dass die vorliegenden Versuche nach bestem Wissen und Gewissen zusammengestellt worden sind.

In den Fällen, in denen vorteilhafterweise Rissbreiten direkt angegeben worden sind, liegen aus Gründen der Ablesegenauigkeit nur in 0,05 mm Schritten vor.

Andere wurden aus Messungen mit induktiven Wegaufnehmern (IWA) rückgerechnet. Hier möglicherweise nicht ausschließbare, systematische Fehler bleiben in der Regel unbekannt und sind damit wahrscheinlich auch Bestandteil der Daten in Anhang 5. In einigen Veröffentlichungen, besonders älteren, bleibt unklar, wie und wo präzise die an Wegaufnehmern ermittelten Dehnungen bestimmt worden sind. Dazu ist nicht geklärt, ob für Biegebauteile die Dehnungen aus IWA-Messungen (in der Regel 20 – 35 mm von der Oberfläche entfernt) von der tatsächlichen Messposition auf die Bauteiloberfläche mittels angenommener linearer Biegeverformung zurückgerechnet worden sind. Insbesondere bei

dünnen Platten besteht hier eine potentielle Gefahr, dass Daten größere systematische Fehler enthalten.

Bei Spannungsangaben der Stahlspannung wird oft nicht berücksichtigt, dass ein Teil der Maschinenkräfte direkt über Risskohäsion von Rissufer zu Rissufer übertragen wird, was zu einer Reduktion der Stahlspannung für die Bewehrung der Zugzone führt. Das betrifft viele Rissöffnungen $w < 0,15$ mm und damit viele Biegeversuche, bei denen Teile der Risse krümmungsabhängig immer unter dieser Grenze bleiben. Unter Berücksichtigung, dass Stahlspannungen meist indirekt bestimmt werden, können vorhandene Vergrößerungen des Zusammenhangs aus veröffentlichten Daten für eine detailliertere Auswertung selten wieder entfernt werden. Auch wird oft nicht ersichtlich, ob die verschmierte Dehnung an der Bauteiloberfläche sogar mit der Stahldehnung gleichgesetzt worden ist, oder ob die Länge der Dehnungsmessung überhaupt mit der mittleren Länge (w/ε) übereinstimmt, obwohl dieser Zusammenhang in der Argumentation benutzt wird. Die Konsequenz wäre jeweils eine zu optimistische Einschätzung der wahren Größe (w_k/ε), die aber durch die sehr konservative Annahme für $A_{c,eff,loc}$ als Ersatz für $A_{c,eff}$ wieder ausgeglichen werden wird. Eine Reihe von weiteren Fragen bleibt aber bestehen.

Im Sinne des Unschärfegedankens scheint es von Vorteil, eine kleine Modellsicherheit zu akzeptieren und im Modell zu berücksichtigen. Beschränkt man die Nebenbedingungen zu Modell Gleichung (5. 58) auf die Bedingung (5. 56) für $s_{rk,cal(5.58)} < 220$ mm erhält man ein Modell (Bild A-5. 17), das über einen kleinen Anstieg über der Ideallinie (cal = test) verfügt ($m \sim 1,06$) und sollte damit gegen kleinere Unschärfen gewappnet sein.

Es wird grundsätzlich davon ausgegangen, dass aufgrund der weitgehenden Proportionalität zwischen Rissbreite und Rissabstand die Ergebnisse für die Untersuchung der Rissabstände ohne nennenswerte Auswirkungen auf die Modellperformance auf Modelle zur Vorhersage mittlerer oder charakteristischer Rissbreiten übertragen werden können. In der logischen Konsequenz wird in Kapitel 5.8 ein neues Rissbreitenberechnungsmodell vorgestellt, das auf Gleichung (5. 58) unter den gegebenen Einschränkungen aufbaut. Für dieses Modell wird keine wesentlich schlechtere Modellperformance erwartet, als für die Rissabstände $s_{rk,cal}$ in diesem Kapitel analysiert wurde.

5.5 Andere Möglichkeiten zur Einschätzung der Zuverlässigkeit von Berechnungsmodellen in der Rissbreitenbeschränkung

5.5.1 Ergänzende Betrachtungen zur Abbildung von Rissbreiten durch Berechnungen

Die Rechenwerte der Rissabstände s_{rk} wurden in den vorderen Absätzen mit der Entwicklung großer Rissbreiten w_k oder w_{max} in einen linearen Zusammenhang gebracht. Dies ist möglich, da die heute verwendeten Modelle eine qualitativ ähnliche Beschreibung der Dehnungsdifferenz für die Bestimmung mittlerer wie großer Rissbreiten integrieren. Nur wenig kritisch geprüft werden oft die Messwerte der Dehnungsdifferenz $\Delta\varepsilon_m$ hinsichtlich der Messungsqualität. Beispiele einer Fehlerdiskussion liefert Noghabai [92].

Die Kalibrierung von Rissbreitenberechnungsmodellen an Versuchsdaten kann schon durch die Art der Aufnahme der Messwerte mit systematischen Fehlern belegt sein. Oft werden Vergleiche mit mittleren Rissbreiten w_m geführt, ohne dass eine gültige Definition für w_m etwa vorgegeben ist, noch das Messverfahren selbst für die Bestimmung einer mittleren Rissbreite speziell ausgelegt ist. Dazu wäre u.a. auch ein Zusammenhang zwischen Messort und technischer Gefährdung herzustellen, die in Stahlnähe aufgrund der Korrosionsgefahr am größten ist.

Standard-Messverfahren können sein:

Risskarten, Risslupen (mit und ohne Beleuchtung), photogrammetrische Auswertung sowie indirekte Bestimmungen über differenzierte Dehnungsmessungen an Beton und Stahl durch Weg- oder Dehnungsaufnehmer oder Photogrammetrie.

Mit beleuchteten Risslupen ist ein begrenzter Einblick in die Risstiefe möglich und mit komplexen IWA-Einbauten in den Versuchskörper sind auch innere Rissbreiten messbar. Jedoch wird das letztgenannte Verfahren seltener verwandt, da es einen bekannten oder vorgegebenen Rissort voraussetzt. In der Regel ist aber bei der Auswertung von Versuchsdaten w davon auszugehen, dass die große Masse an der Bauteiloberfläche bestimmt worden ist. Werden an solchen Oberflächendaten (und anders geht es beim derzeitigen Stand des Wissens und der Dokumentationsqualität kaum) Berechnungsmodelle kalibriert und nicht bewusst Abminderungen zur Berücksichtigung der Verjüngung der Risse in Richtung der Stahllage vorgenommen, dann werden mit den abgeleiteten Berechnungsmodellen zwangsläufig Rechenwerte erzeugt, die mit den Oberflächenwerten $w_{surface}$ am besten korrelieren. (Bild 4. 9)

Aber auch hier ist nicht klar geklärt, welche Rissbreite die gemessene wirklich widerspiegelt, denn die Rissbreite ist über die Rissausbreitung an der Oberfläche ebenfalls veränderlich (Bild 5. 36). In der Regel ist sie über dem Bewehrungsstab geringer als in der Mitte zwischen weiter auseinanderliegenden Stäben (Bild 5. 35). Dazu geht bei der Zusammenstellung großer Datenmengen aus den Ergebnissen unterschiedlicher Untersuchungen die Zuordnung zu einer bestimmten Messposition zumeist verloren. Empirisch ist von Randl/ Johnson gefunden worden, dass die Darstellung in Bild 5. 35 wohl recht gut geeignet ist, die Breite des Risses an der Oberfläche über eine große Risslänge zu beschreiben:

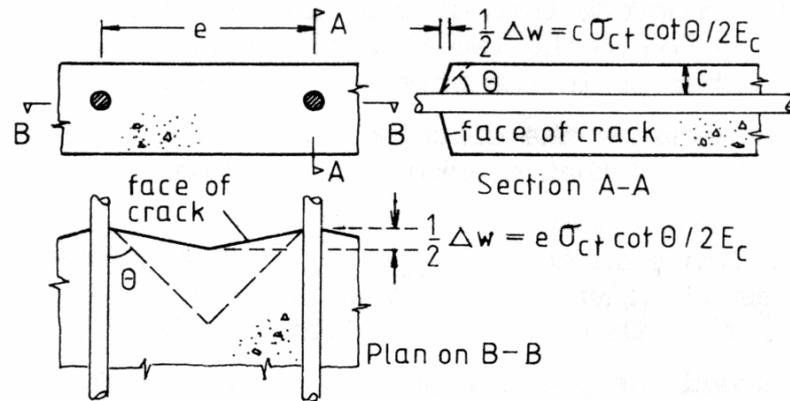


Bild 5. 35: Die Entwicklung der Rissbreite über die Risslänge bei größeren Bewehrungsabständen- Randl/ Johnson [98]

Die Entwicklung der Rissbreite über die Querschnittshöhe ist allerdings zu grob betrachtet, (siehe Kapitel 4).

Für die Rissbreite entlang der Risslänge gilt ähnlich wie für die Rissentwicklung im Querschnitt, dass die Ergebnisse der Berechnungsmodelle am besten mit den Messorten übereinstimmen werden, die in die Vergleichsdatensätze einbezogen sind. In vielen Veröffentlichungen lässt sich dieser Messort jedoch nicht präzise rekonstruieren, so dass bei Biegebauteilen von einer Durchmischung von Ergebnissen aus Messlagen über dem Stahl und Messorten zwischen den Stählen ausgegangen werden muss. In Zugversuchen ist bei Zugkörpern mit 4 und mehr Stählen anzunehmen, dass die Masse der Dehnungsmessungen an verschiedenen Stellen zwischen und über den Stählen erfolgen werden.

Entsprechend dem Stand des Wissens kann davon ausgegangen werden, dass die Rissbreite trotz der beschriebenen Unwägbarkeiten bis zu einem Stababstand von $s = 5 \cdot (c + \phi / 2)$ wirkungsvoll beschränkt werden kann. Auch darüber hinaus tritt der Riss noch kontrolliert ein aufgrund von Abhängigkeiten aus Verträglichkeitsbeziehungen. Die Wahrscheinlichkeit, dass w_k überschritten wird, steigt jedoch.

Es wird dann unwahrscheinlich sein, dass $w_{m, cal}$ wirklich den Mittelwert abbildet. Der berechnete Riss $w_{m, cal}$ kann also nicht mehr als einen Mittelwert über den Bereich $\leq 5 \cdot (c + \phi / 2)$ abbilden. Die lokal und diskret messbaren Rissabstände w_{loc} streuen in diesem Bereich unter Umständen erheblicher. D. h. auch, dass zum Beispiel für ein lokal eng begrenztes Maximum $w_{max, loc}$ gelten kann: $w_{max, loc} > w_{max, cal}$.

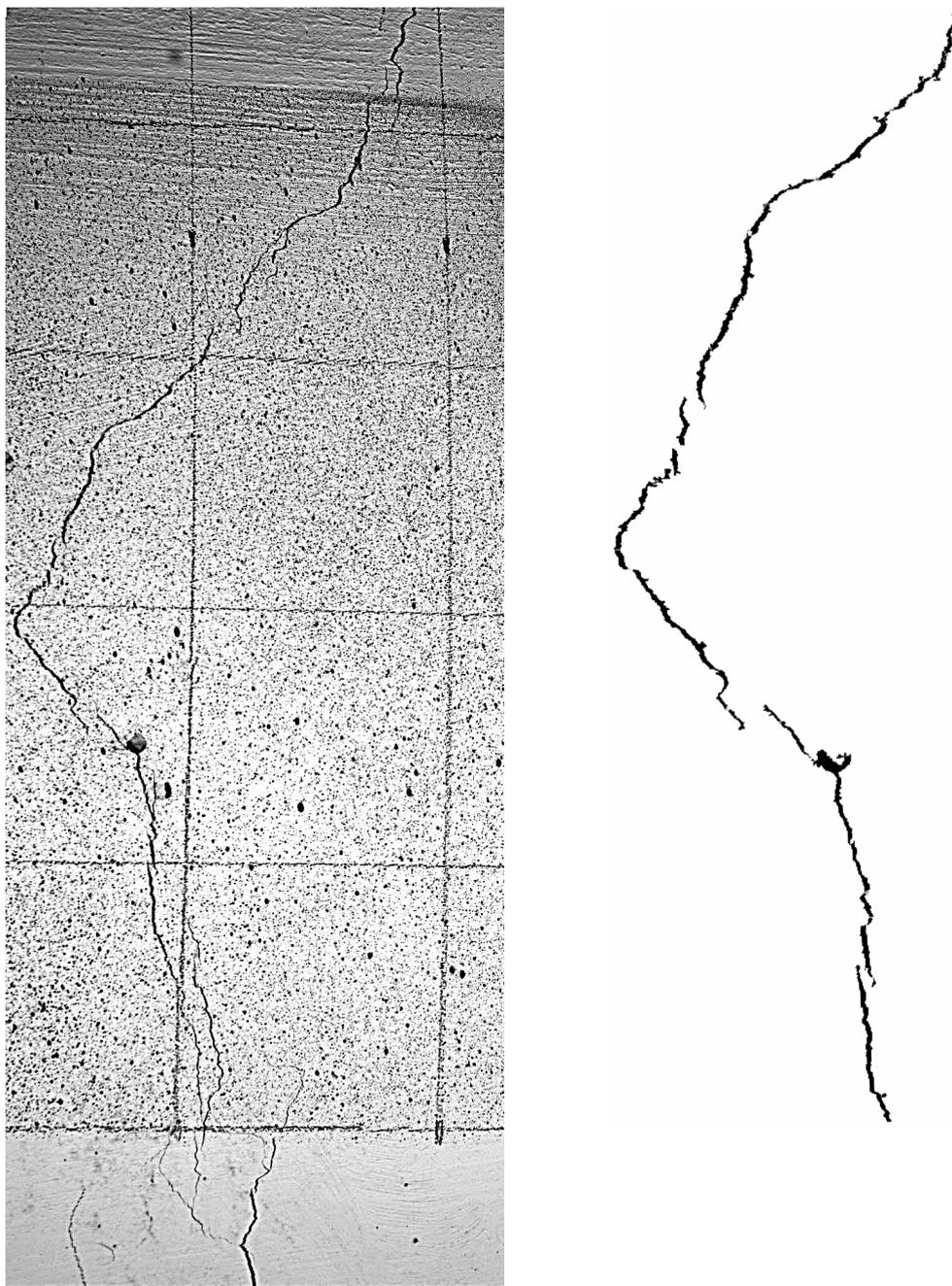


Bild 5. 36 a) und b): Ausprägung eines Risses in einem auf Biegung belasteten Bohrpfehl, der die Eigenschaften w_k und s_{rk} eines charakteristischen Wertes für diesen Versuch trägt [128], zugehörige Versuchsdaten in Anhang 5 „Kreisquerschnitte“.

Damit darf sich eine Diskussion um möglicherweise festgestellte Überschreitungen von Grenzwerten w_{lim} nie auf einzelne, wenige Messungen an lokalen Entartungen eines Risses entzünden. Der Konstrukteur ist mit standardisierten Berechnungsmodellen nur in der Lage, gegen den gemittelten Wert der Rissbreite über einen beschränkten Bereich der Risslänge sichern, einzelne lokale Entartungen sind mit normativen Ingenieurmodellen nicht berechenbar.

Akzeptiert man die berechnete Rissbreite als eine Abbildung der Oberflächenrissbreite, ist die mittlere Rissbreite eines Risses w als Vergleichsgröße zu w_{cal} einer Berechnung auch über die

Auswertung des Verhältnisses der Fläche der Oberflächenrissprojektion zu der festgestellten Risslänge zu ermitteln:

$$w_{\text{cal}} = w_{\text{cal,surface}} = \frac{1}{s} \cdot \int_{l=0}^{l=s} w_{\text{loc}}(l) dl = \frac{A_{w,\text{surface}}}{s_{\text{tot}}} \quad (5.63)$$

Mit:	$A_{w,\text{surface}}$	Sichtbare Fläche, die der Riss an oder nahe der Bauteiloberfläche einnimmt (Ausplatzungen ausgenommen)
	w_{loc}	Kontinuierlich, lokal und parallel zur Bewehrung (quer zum Riss) aufgenommene Rissbreite
	s_{tot}	Stababstand oder orthogonal zum Riss definierter Messabstand

Die Oberflächenrissfläche $A_{w,\text{surface}}$ kann direkt photogrammetrisch aufgenommen und ausgewertet werden. Ein einfach praktizierbarer Rechenalgorithmus und Auswertungsalgorithmus ist selbst im Rahmen der Auswertung von Messungen an Bohrpfählen zur Unterstützung der Veröffentlichung [128] entwickelt worden und anhand von Dehnungsmessungen mit IWA sowie durch diskrete Messungen von w_{loc} aus detaillierter, jedoch nur lokaler photogrammetrischer Auswertung kontrolliert worden. Die Ergebnisse und der einfache, praktikable Algorithmus für Fotoauswertungen in den Subpixelbereich hinein, aber auch die Grenzen sowie einige Unsicherheiten des Verfahrens sind umfanglich in Eckfeldt [42] dargestellt.

Diskrete Messungen, z. B. mit Risslupen, in einem festgelegten Abstand entlang der Risslänge sind eine andere Möglichkeit. Dieses Verfahren führt aber aufgrund der sehr begrenzten Messgenauigkeit ($\sigma_w \sim 0,02$ mm, Abweichung $\pm 0,05$ mm) zu groben und weniger befriedigenden Ergebnissen. Immerhin mögen solche Ergebnisse ausreichend sein, um über die Notwendigkeit des Verpressens von größeren Rissen Aussagen treffen zu können.

Man könnte die entsprechend um etwa 0,05 mm gegenüber w_{lim} hochgesetzten Verpressgrenzen in den DBV-Richtlinien auch so interpretieren, dass sie eine gewisse Toleranz gegen die Überbewertung vereinzelter, lokal begrenzter Überschreitungen von w_{lim} bieten.

5.5.2 Aussagekraft mittlerer Rissbreiten

Vernachlässigt man mit einer gewissen Generosität die Unsicherheiten bei der mittleren Rissbreite und akzeptiert, dass ein Mittelwert aus einer Vielzahl am Bauteil gemessener Werte schon recht gut w_m abbilden kann, lassen sich aus der mittleren Rissbreite eine Reihe von Aussagen über die Gebrauchstauglichkeit treffen.

Mittlere berechnete Verformungswerte sind oft besser geeignet, Aufschluss über die zu erwartende Bauteilverformung und die daraus ableitbare Gebrauchstauglichkeit zu liefern als einzelne extremale Entartungen.

Notwendigkeiten, streng begrenzte, kleine Rissbreiten auch im Einzelfall einzuhalten, gibt es vor allem für korrosionssensible Spannbetonbauteile mit in Verbund liegenden,

oberflächennahen Spanngliedern, für Rückhalte- und Dichtkonstruktionen (Behälter etc.) und Sichtbeton.

In allen anderen Fällen kann man zur Findung weitaus effektiverer Lösungen möglicherweise riskieren, dass vereinzelt auch große Rissbreiten auftreten und das vorgegebene Limit überschreiten. Bleibt die Anzahl solcher Risse gering, wird das globale Verformungsverhalten trotzdem nicht gefährdet, solange die viel wichtigere Spannungsbegrenzung

$$\sigma_s \leq 0,8 f_{yk} \quad (5.64)$$

im Riss eingehalten ist. Würde man sich der Fließgrenze f_y darüber hinausgehend nähern, würden die Verformungen stärker nichtlinear werden und ungewollte Systemumlagerungen könnten in unbestimmten Systemen bereits beginnen.

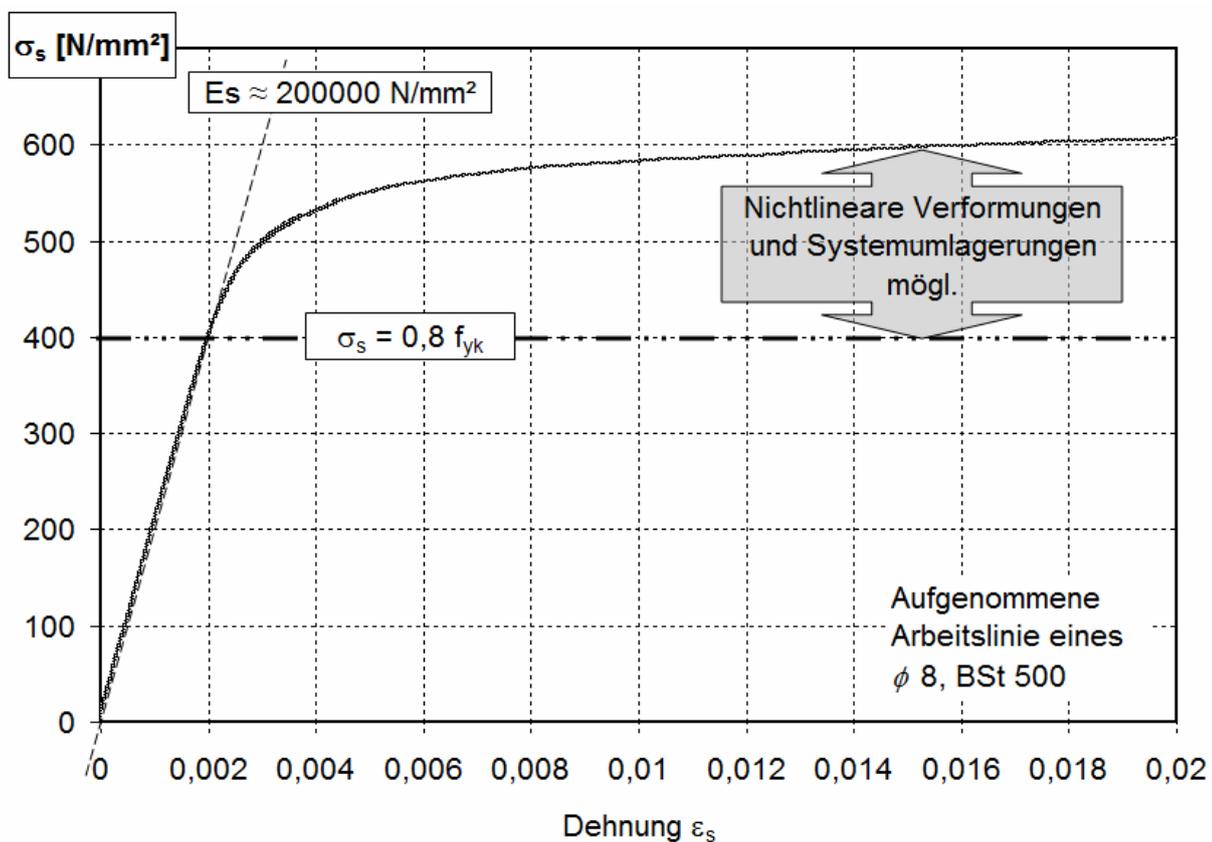


Bild 5. 37: Typische Stahldehnungslinie für einen BSt 500 S, hier $\phi = 8$ mm.

Stören einzelne große Risse das optische Empfinden, kann man diese verpressen. An den Grenzen, die vom DBV [32] für die Notwendigkeit zum Verpressen angegeben werden, kann man zulässige Überschreitungen der Rechenwerte der Rissbreiten feststellen. Auch Jungwirth [71] hat ähnlich Betrachtungen geführt, unter Berücksichtigung (verbundgefährdender) Längsrisse. Aus diesen Folgerungen lässt sich für die auf Anforderungsklassen nach DIN 1045-1, 11.2.1, Tabelle 18 bezogenen Nachweise folgende Empfehlung für zulässige Toleranzen entwickeln:

Tabelle 5. 5: Vorschlag für die Definition eines Zusammenhanges zwischen charakteristischer Rissbreite und maximal tolerierbarer Rissbreiten (Werte sind sinngemäß nach [71] aufgestellt)

Anforderungsklassen	Rechenwert w_k [mm] (bei $\leq 50\%$ Aussagewahrscheinlichkeit)	max. zulässige Einzelwerte [mm] (bei geringer Überschreitungshäufigkeit in Anlehnung an [71])
E (wenn gleichzeitig nur geringe Längsrissbildung vorhanden ist)	0,3 (0,35) ^{*)}	0,36 ... 0,42 (< 0,5 → Grenzwert des GZG)
B, C, D (wenn gleichzeitig nur sehr geringe Längsrissbildung vorhanden ist)	0,2 (0,25) ^{*)}	0,24 ... 0,3
A (Haarrisse, nach Sondermaßnahmen)	0,10 (0,15) ^{*)}	0,12 ... 0,18

*) Klammerwerte indizieren die Notwendigkeit zum Verpressen

Bezugnehmend auf das Ergebnis von Kapitel 5.4 stützen sich die Werte in Tabelle 5.5 dabei auch die These, dass die Praxis eher ein (einfach kontrollierbares) konstantes als ein relatives Vorhalte- und Streumaß für die Beurteilung eingetretener Rissbreiten wünschen wird.

Beschränken sich die Risse auf vereinzelte Punkte einer Rohbaukonstruktion, ist mit Realitätsbezug zu hinterfragen, inwieweit sie wirklich ein Schadenspotential bilden. Es ist auch fraglich, ob sie, bei Ausblendung der bauvertraglichen Rahmenbedingungen, wirklich einen Mangel für die Gebrauchstauglichkeit darstellen, wenn die wesentlichen Gebrauchseigenschaften der Konstruktion bereits durch andere Nachweise sichergestellt worden sind.

Damit gewinnt die mittlere Rissbreite immer mehr an entscheidender Bedeutung. Eine größere Menge Überschreitungen des mit Modellen errechneten Zielwertes w_k durch tatsächliche Rissbreiten mittlerer Größe bedeuten dagegen in der Konsequenz einen unvergleichlich höheren Mehraufwand für zu erwartende nachträgliche Korrekturen, (siehe Bild 5. 38).

Die oft viel besser dokumentierte mittlere Rissbreite eröffnet auch eine Reihe von Möglichkeiten für weitere Untersuchungen der Performance der vorhandenen Berechnungsmodelle. Aus den Untersuchungen zur Qualität der Vorhersage des Rissabstandes (Bild 5. 17) kann natürlich eine Vermutung über problematische Überschreitungen angestellt werden. Aber möglicherweise ergeben sich aus dem Vergleich mit realen Rissbreiten weitergehende Interpretationsmöglichkeiten.

Zudem lässt es die Datenstruktur in Bild 5. 17 es möglich erscheinen, dass, im Gegensatz zum Datensatz s_{rk} , für die Mittelwerte s_{rm} und damit folglich für w_m eine weitere Erhöhung des

Faktors des Ansatzes für s_{rk} die Überschreitungen der Rechenwerte durch die Mittelwerte nahezu ausschließen müsste.

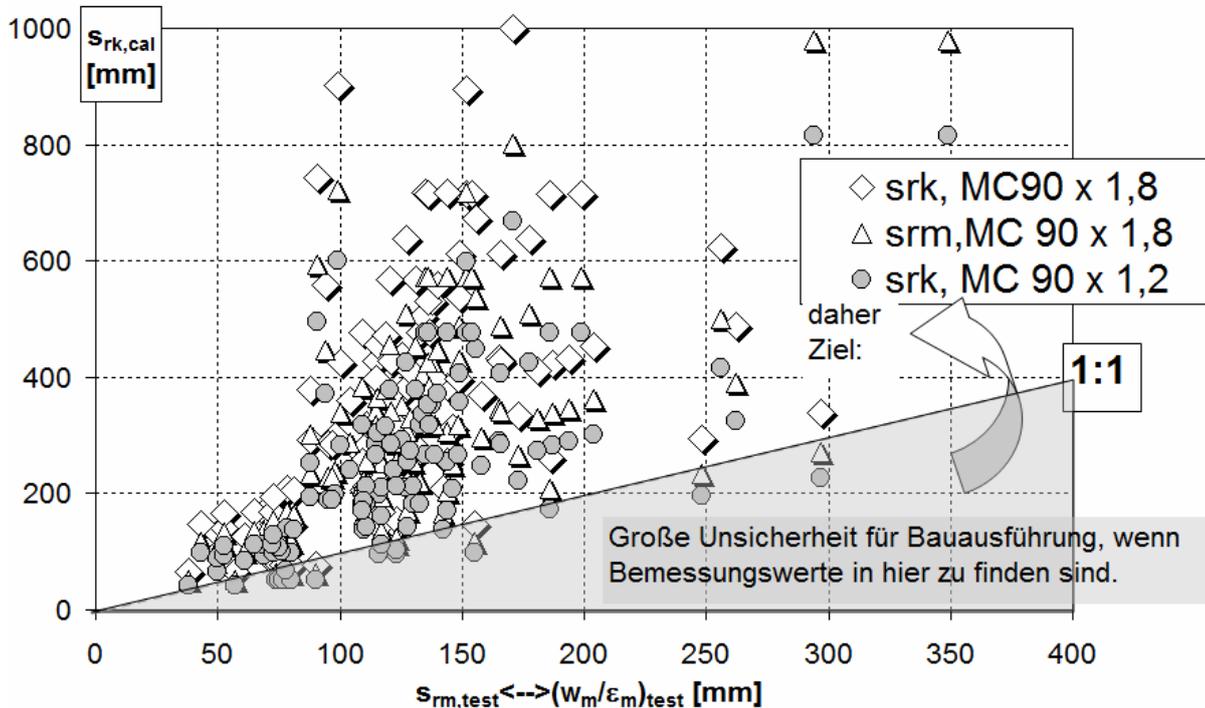


Bild 5. 38: Erhöhung der Zuverlässigkeit der Rechenwerte durch Erhöhung des Sicherheitsfaktors gegenüber dem ursprünglichen MC 90/ DIN – Ansatz. Erzeugung eines zuverlässigeren s_{rk} , der Überschreitungen des vorhergesagten Rechenwertes $w_{k,cal}$ durch mittlere Rissbreiten w_m in der Praxis ausschließt (Datensatz Anhang 5).

Die Methodik der Erhöhung des Faktors ist gangbar, jedoch nicht sehr effizient.

5.5.3 Analyse des derzeitigen Berechnungsmodells MC 90/ DIN 1045-1 anhand von Datensätzen [$w_{m,cal}$; $w_{m,exp}$]

Folgende Datensätze sind Untersuchungsgegenstand:

- [Corres], (aus [25]; im Anhang 6 als Bild A-6. 1 enthalten)
- [Fehling], (aus [74] ; im Anhang 6 als Bild A-6. 2 enthalten)

Zur Vergleichbarkeit der Datensätze

Die Daten wurden aus Diagrammen gewonnen, die als Argumentationshintergrund für bestimmte von den Autoren vertretene Berechnungsmodelle dienen (siehe Anhang 6). Dabei fand eine Extrahierung der Datenpaare [$w_{m,cal}$; $w_{m,exp}$] aus Diagrammen mittels einer präzisen Koordinatenbestimmung statt. Jedoch stimmten die Berechnungswerte $w_{m,cal}$ bei gleichem Messwert w_m nicht unbedingt überein. Zudem bestehen für $w_{m,cal}$ Abweichungen zum MC 90/ DIN-Modell.

Bei bekanntem Berechnungsmodell ist in der Regel eine Rückrechnung auf einen definierten Ausgangszustand möglich. Erschwerend ist jedoch die unbekannte Geometrie und Belastungsgröße zum Zeitpunkt der Messung. Hier bleibt nur die Möglichkeit, aus einem

Raster möglicher geometrischer Kombinationen einen mittleren Korrekturfaktor zu bilden, der die Kluft zwischen dem publizierten $w_{m,cal,(alt)}$ und $w_{m,cal,neu}$ schließen kann und Rechenannahmen ermöglicht. Dies war für den Datensatz [Fehling] notwendig, beschränkte sich aber auf die Korrektur des Ansatzes für den Rissabstand, der dort noch das konstante Glied 30 mm ähnlich den 50 mm im Ansatz nach Schießl [110] enthielt.

$$\frac{s_{rm}\text{-Fehling}}{s_{rm}\text{-MC 90 (DIN 1045-1)}} = \frac{30 + \frac{\phi}{5 \cdot \rho_{eff}}}{\frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{eff}}} \quad (5.65)$$

Als mittlerer Korrekturfaktor wurde mit 1,03 ermittelt und wird auf $w_{m,cal}$ aus den Diagrammen übertragen, siehe ausführliche tabellarische Darstellung in Anhang 6.

Möglich war die Nutzung beider Datensätze insgesamt nur deshalb, weil die Rechenwerte bereits die jetzt gültige Beschreibung der Dehnungsdifferenz $\Delta\varepsilon$ nach (5.5) enthalten und zudem auf ähnlichen Beschreibungen der Mitwirkung des Betons auf Zug sowie für $A_{c,eff}$ und damit für ρ_{eff} beruhen. Damit waren unterschiedliche Einflüsse aus dem Versuchsaufbau weitgehend vernachlässigbar. Aufgrund diesbezüglicher Mängel anderer Datensätze werden nur die Datensätze [Fehling] und [Corres] verwendet.

Der [Corres]-Datensatz entstand aus charakteristischen Werten. Die Mittelwerte w_m sind daraus erzeugt worden. Die Verteilung dieser Daten ist jedoch bereits in [25] geprüft worden und rechtfertigt die Annahme einer Normalverteilung. Der Datensatz in dem vorliegenden Diagramm (Bild A-6.1) unterliegt jedoch dem Mangel, dass praktisch keine Rissbreiten $w_m > 0,3$ mm zur Verfügung stehen, auch deshalb wurde der [Fehling]-Datensatz hinzugezogen, der immerhin Rissbreiten bis $w_m > 0,5$ mm bei einer größeren Datenmenge (insgesamt $n = 226$) abbildet. Zug- und Biegebauteile sind hier recht gleichmäßig gemischt, vom [Corres]-Datensatz ist die Zusammensetzung unbekannt. Es ist allerdings davon auszugehen, dass ebenfalls Biegebauteile enthalten sind.

Untersuchung der Auswirkung multiplikativer Verbesserungen der Standardberechnungsmodelle mit Faktoren $\gamma > 1$:

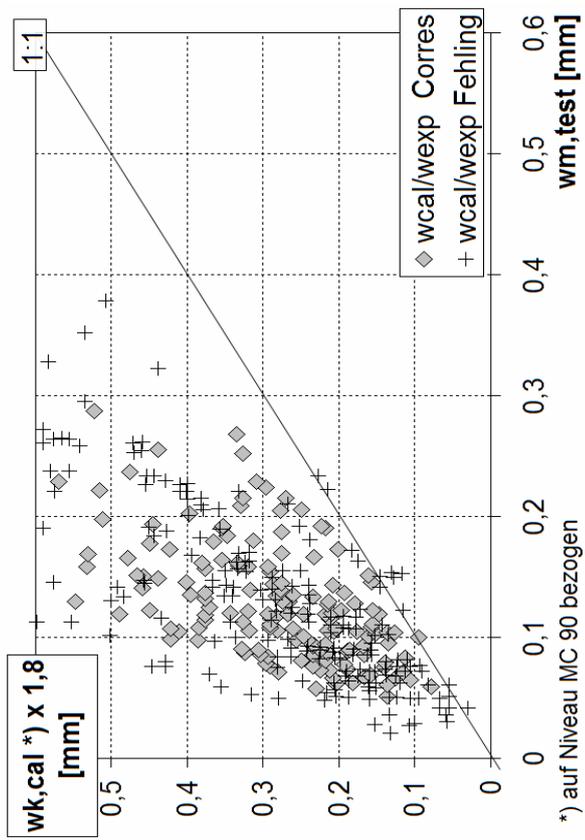
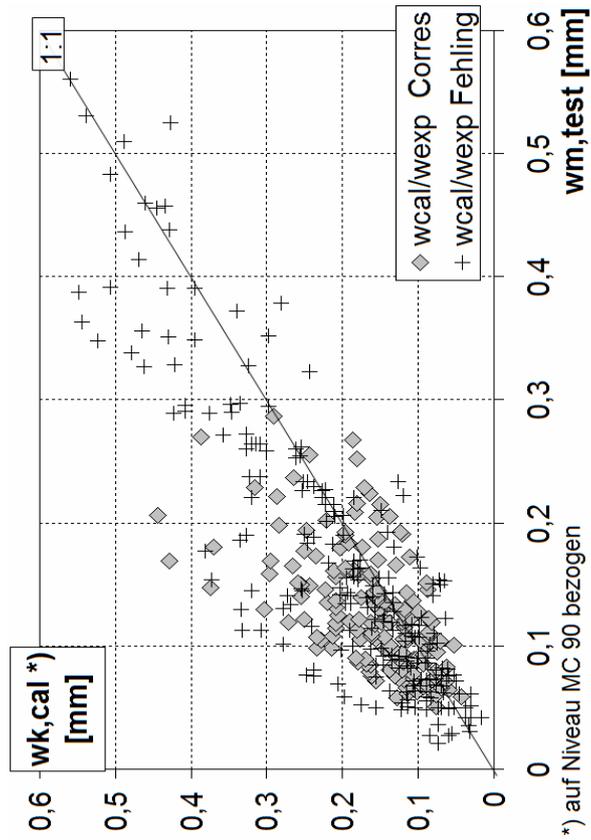
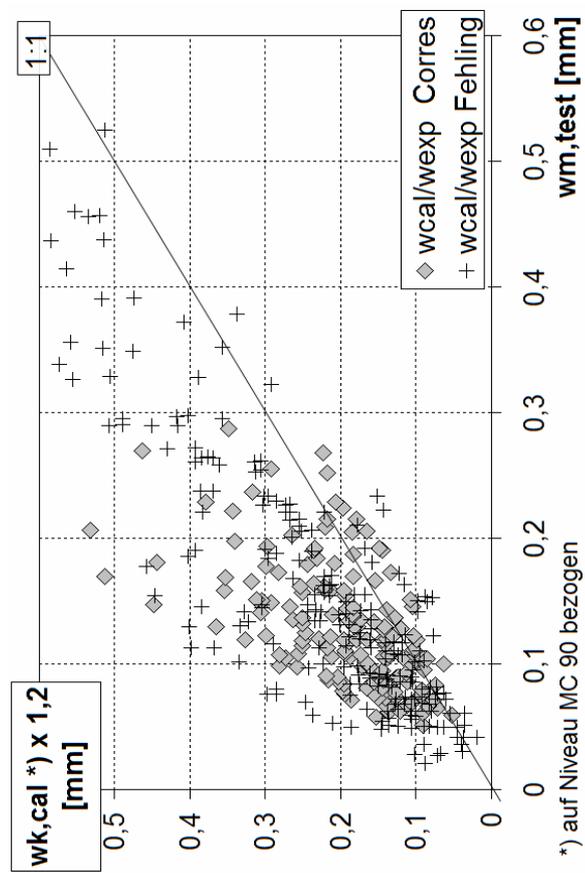
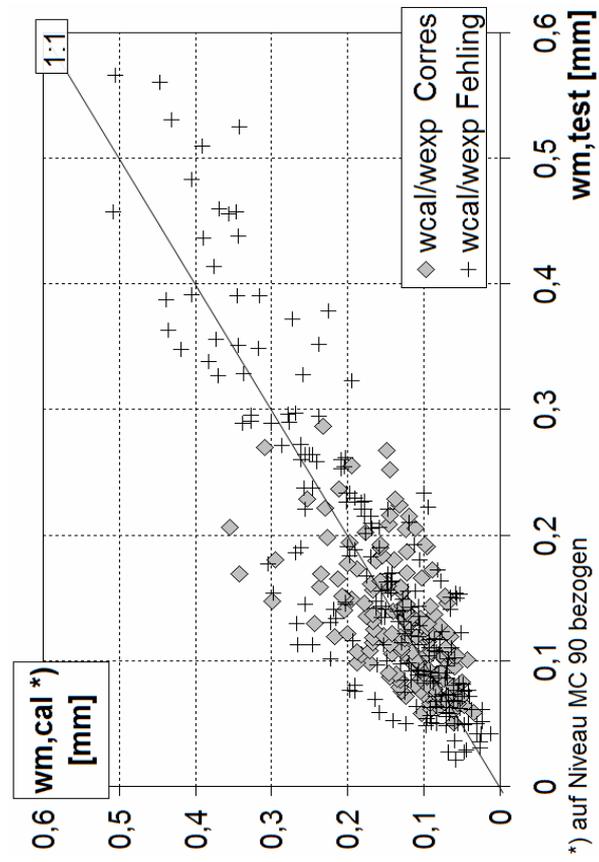
Da es offenbar den perfekten Datensatz nicht gibt, werden beide geprüft, um zumindest eine gesicherte Aussage zu erhalten.

Auf der nächsten Seite:

Bild 5.39: Angeordnet sind die kalibrierten Datensätze beginnend mit der Mittelwert-Kombination $w_{m,cal}/w_{m,exp}$, um die Auswirkung der Verbesserung der Modellperformance durch Erhöhung des Faktors γ auf $w_{cal,m}$ auf die gesamte Datenwolke erkennen zu können (nach Eckfeldt [42]).

Anordnungsschema: (Blickrichtung von rechts)

Bild 5.39 a)	Bild 5.39 b) → Modell 1
Bild 5.39 c) → Modell 2	Bild 5.39 d) → Modell 3



Die in Bild 5. 39 c) und d) abgebildeten Rechenwerte zeigen die qualitativ ähnliche Reaktion wie die Veränderungen im Rechenwert des Rissabstandes in Bild 5. 38 dargestellten Reihen 3 und 1. Dort ist jedoch ein anderer Datensatz geprüft worden. Das Bild 5. 39 b) stellt den Wert w_k mit s_{rmax} nach MC 90/DIN 1045-1 dar.

Die Abgrenzung eines berechneten Zielwertes gegen den Mittelwert eines Experimentes in der Form $\frac{w_{cal}}{w_{m,test}} = \frac{w_{lim}}{w_{m,test}} = \delta$ entspricht praktisch der Abbildung einer Modellsicherheit.

Besonders das gültige Modell nach DIN 1045-1/MC 90 scheint auf den ersten Blick keine gute Performance zu ergeben. Nur Modellansätze mit einem für die Masse der Versuchswerte ineffektiven, hohen Faktor zur Sicherung gegen einzelne Maxima scheinen auch in der Lage zu sein, das Problem der Überschreitungen bei kleinen Rissbreiten zu lösen - allerdings mit offenbar zuviel Sicherheit bei Rissbreiten, für die das Nachweisziel $w_{lim} > 0,2$ mm ist.

Die verschobenen Datensätze lassen sich auf diesen Wert δ hin untersuchen.

Tabelle 5. 6: Ergebnisse der Modell-Untersuchung über den jeweiligen gesamten Datensatz in Bezug auf Bild 5. 39 c) bis d)

$q = \frac{w_{m,cal}}{w_{m,test=exp}}$	Prüfung Datensatz [Fehling]			Prüfung Datensatz [Corres]		
	Mittel μ_r	Standard- abw. $\sigma(q)$	Abgeb. Fraktile von $w_{m,exp}$ [%]	Mittel μ_r	Standard- abw. $\sigma(q)$	Abgeb. Fraktile von $w_{m,exp}$ [%]
Ausgangsmenge q	1,06	0,47		1,05	0,37	
Modell 1 DIN 1045-1/MC 90	1,32		75,15	1,31		79,62
Modell 2 DIN 1045-1 \times 1,2	1,58		89,26	1,57		93,68
Modell 3 DIN 1045-1 \times 1,8	2,38		99,83	2,36		99,99

Diese Ergebnisse fallen jedoch noch sehr grob aus. Die Absenkung der Überschreitungshäufigkeiten kann nominell nur mit einem großen, wenig effektiven Sicherheitsfaktor in diesem Konzept erreicht werden. Daher erscheint eine Einteilung und getrennte Untersuchung von Rissbreitenklassen, entsprechend möglicher Zielbereiche von w_{lim} aus der Bemessungspraxis, sinnvoll.

Zielwerte w_{lim} sind in Abhängigkeit von der zu berücksichtigenden Anforderungsklasse, also durch einen Bezug zu Bauart und Art der Exposition zur Umwelt, zu bestimmen.

5.5.4 Weitere Untersuchungen der Datensätze in Berechnungsklassen

Prüfung auf dem üblichen (maximal erwarteten) Berechnungsniveau

Folgende Berechnungsklassen berechneter Zielwerte $w_{lim} = w_{cal,model,i}$ mit $i = 1; 2; 3$ entsprechend Tabelle 5. 6 sind deshalb getrennt zu untersuchen. Hier wird der Bezug zu wichtigen Berechnungszielen 0,2 und 0,3 mm in typischen Berechnungsproblemen gesucht.

Tabelle 5. 7: Unterteilung in Rissbreitenklassen

Für typische Berechnungsklassen nach Normen oder Sonderanforderungen	Klasse 1, $w_{lim} = 0,1 \text{ mm}$	Klasse 2, $w_{lim} = 0,2 \text{ mm}$	Klasse 3, $w_{lim} = 0,3 \text{ mm}$
	Zugehörige Rissbreitenklassen in Datensätzen mit erwartetem ähnlichen Berechnungszielen und Verhalten		
Untersucht: $w_{cal,model,i}$ *) (nach Bild 5. 39)	0,05...0,15 mm	0,15...0,25 mm	0,25...0,35 mm

*) (nach Bild 5. 39)

Die Klassenuntersuchung beruht also auf aufsteigend sortierten Werten der berechneten Rissbreite $w_{cal,model,i}$ je nach gewähltem Modell, also inklusive Teilsicherheit respektive 1,25 (Modell 1), 1,5 (Modell 2), 2,25 (Modell 3) bezogen auf Rechenwerte $w_{m,cal}$. Demzufolge wird je nach Modell und Klassenkombination eine unterschiedliche Teilmenge von Datenpaaren $[w_{m,test=exp}; w_{m,cal}]$ der Ausgangsmenge von Daten. Dies gilt auch für den dazugehörigen Quotienten $q = w_{m,cal}/w_{m,test}$. Das ist auch an den zugehörigen Standardabweichungen $\sigma(q)$ sichtbar. Das Ergebnis verbessert sich deutlich in den Berechnungsklassen 2 und 3 (Bild 5. 40 und Tabelle 5. 8) mit $w_{lim} \geq 0,2 \text{ mm}$, für die das Berechnungsmodell nach DIN 1045-1/ MC 90 auch aufgestellt worden ist. Bekanntermaßen erfordert die Bemessung in den Bereich von Klasse 1 hinein ohnehin Sondermaßnahmen und eine höhere Sorgfalt.

Mit einer solchen Aufstellung lassen sich erste Rückschlüsse für die Möglichkeiten von Nachweisen zur Berücksichtigung von Zwangssituationen treffen. Dies sind Situationen, in denen gegenüber den angenommenen Einwirkungssituationen kaum günstigere in der Realität zu erwarten sind (Sicherheit 1,0 auf der Einwirkungsseite). Übersetzt auf eine Verteilung von Lasten, entspricht das zumeist einem Mittelwert-Niveau.

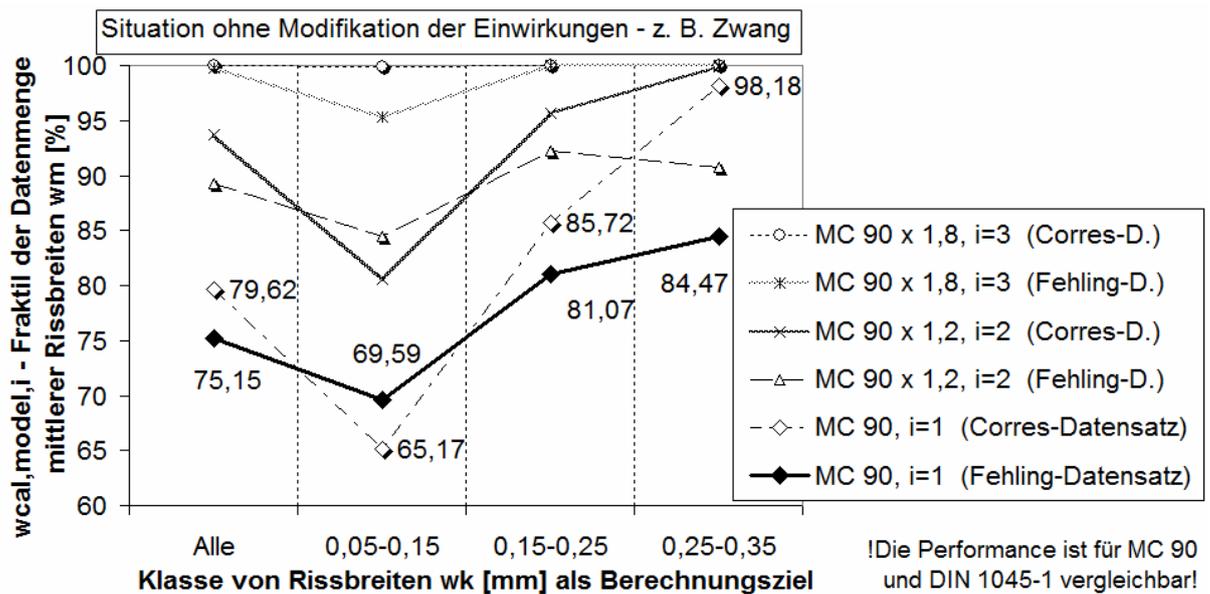


Bild 5. 40: Fraktilewerte der Berechnungsmodelle für eine Zielrissbreite bei vollem Lastniveau, (vergleichbar z. B. mit der Rissbildung ausschließlich infolge Zwängungen)

Beispiel für Ablesungen:

In der Rissbreitenklasse 0,15 mm – 0,25 mm bei einem Berechnungsziel $w_{lim} = 0,2$ mm wird mit dem Modell 2 (Abbildung von w_k durch DIN 1045-1 um 20 % erhöht) ein Fraktilewert einer Menge $w_{m,test}$ verschiedener Bauteile von ~ 91 % mit dem [Fehling]-Datensatz und von ~ 96 % mit dem [Corres]-Datensatz (optimistischer) erreicht.

Tabelle 5. 8: Standardabweichungen der Modellsicherheit $\sigma(q)$ für die berechneten Rissbreitenklassen geben Auskunft über zu erwartende Streuungen

$q = w_{m,cal} / w_{m,test}$ [$\sigma(q)$ Fehling/ $\sigma(q)$ Corres]	DIN 1045-1 (Modell 1)	DIN 1045-1 × 1,2 (Modell 2)	DIN 1045-1 × 1,8 (Modell 3)
0,05..0,15 mm	0,44/0,29	0,47/0,26	0,49/0,20
0,15..0,25 mm	0,57/0,36	0,49/0,33	0,40/0,30
0,25..0,35 mm	0,47/0,31	0,56/0,31	0,45/0,34

Es zeigt sich, dass mit dem Modell nach DIN 1045-1 bereits recht gut sichergestellt werden kann, dass die Masse der Rissbreiten in einem Bauteil unter den jeweiligen Zielrissbreiten 0,2 mm und 0,3 mm eintreten wird. Allerdings geht man in der Prüfung an Testwerten immer davon aus, dass sich die Lastgröße aus dem Experiment so auch in der Realität wieder finden lassen. Dies ist aber nur bei Zwangsproblemen der Fall, bei denen man für die Berechnung der Mindestbewehrung beispielsweise davon ausgeht, dass eine bestimmte durch Material und Geometrie gegebene Erstriss-Schnittgröße definitiv eintreten wird. Das gilt ebenso für Belastungssituationen, bei denen die charakteristischen, anzunehmenden Lasten ausschließlich aus Mittelwerten gebildet werden (z. B. Eigenlasten).

Prüfung der in den Fraktilen widergespiegelten Sicherheiten für Standardbelastungssituationen

Bewertet man direkte Einwirkungen wie externe Lasten, rechnet man mit einer Lastkombination des Grenzzustandes der Gebrauchstauglichkeit, die einer Kombination der Eigenlast $\Sigma G_{k,i}$ mit der oder den veränderlichen Einwirkung(en) $Q_{k,i}$ entspricht. Jedoch nur G_k bildet dabei einen Mittelwert der Belastung ab und streut dabei nur in engen Grenzen (auf 1 bezogenes Streumaß: $< 0,05 \dots 0,15$). Damit lässt sich G_k gut mit der Datensatz-Auswertung in Verbindung bringen.

Die veränderliche Last Q_k dagegen stellt einen 98%-Fraktil dar und streut mit einer bezogenen Standardabweichung $\sigma_{q,r} = \sigma_q / Q_{\text{mean}}$ von $0,2 \dots 0,5$. Zur Vereinfachung wird angenommen, dass die möglichen Belastungen normalverteilt sind, was im Ergebnis der nachfolgenden Darstellung immer noch konservativen Szenarien ermöglicht. In Wirklichkeit ist die Gumbel-Verteilung realitätsnaher, aber im nachfolgend aufgestellten Szenario auch schwerer einzubinden und zu prüfen. Mit einem durch Standards vorgegebenen Kombinationsfaktor ψ wird besonders bei der quasi-ständigen Einwirkungskombination bereits etwas von der Schärfe des Ansatzes eines 98 % - Fraktilwertes einer veränderlichen Einwirkung Q genommen. Offenbar ist jedoch zwischen den Modellen für w_k und Rissweiten an realen Bauteilen infolge der dauerhaft oder häufig vorhandenen Belastungsrealität mehr Sicherheit durch die Berechnung mit Vorgabe eines hohen Lastfraktils vorhanden, als ein Vergleich der charakteristischen Rissbreite mit Messwerten auf nahezu Maximallastniveau in Versuchen aussagt. Eine Nachrechnung zum Nachweis dieses Umstandes darf jedoch nicht durch Extrahierung eines zusätzlichen, pauschalisierten Sicherheitsfaktors auf der Messungsseite erfolgen, sondern muss den zufälligen Charakter der eintretenden Größe der veränderlichen Einwirkung widerspiegeln.

Eine diesbezügliche Analyse ist erschwert, da die Datenpaare $[w_{m,\text{exp}}; w_{m,\text{cal}}]$ nicht mit einem Bezug auf ein bestimmtes Spannungsniveau ausgewiesen worden sind. Trotzdem kann man zumindest für abgeschlossene Rissbildung vereinfacht beschreiben $w/\sigma_s \approx \text{const.}$, d.h. die Rissbreite ist proportional der Belastung. Das gilt auch für die anderen Phasen der Rissbildung, jedoch mit verändertem Anstieg.

Damit für alle Modelle die gleichen Ausgangsbedingungen herrschen, wurden in einer Simulation die experimentell ermittelten mittleren Rissbreiten mit einem Zufallszahlen integrierenden Multiplikator X_{cal} randomisiert. Der Algorithmus für die Randomisierung der Mittelwerte der Rissbreiten ist in Anhang 6 niedergelegt.

Es wird eine typische Zusammensetzung von Eigen- und veränderlichen Lasten für Bauteil- oder Bauwerksarten sowie deren bezogenes Streumaß $\sigma_{E,r}/\mu$ in Bezug zu 1 vorgewählt, da aus den Datensätzen die zugehörigen Lastgrößen oder Stahlspannungen nicht bekannt sind. Diese typische Kombination wird dann auf den gesamten Datensatz übertragen und dessen Reaktion auf Modellveränderungen untersucht. Die Antworten, die sich im Ergebnis bilden, beginnen also immer mit dem Teilsatz:

„Wenn die berechneten Einwirkungen zwischen G und Q in folgendem Verhältnis aufgeteilt sind, lassen sich mit dem für die Untersuchung gewählten Modell folgende Eigenschaften der Modellqualität abbilden...“

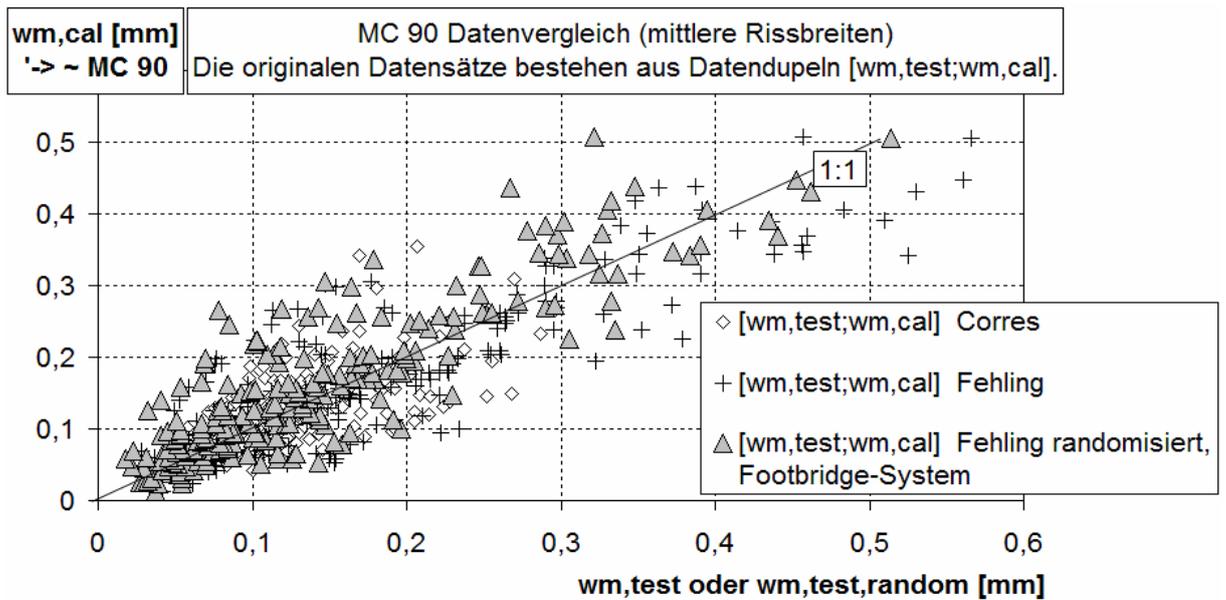


Bild 5. 41: Auswirkung der Randomisierung auf den Originaldatensatz [Fehling], – Lastsystem „Footbridge“

Für den gezeigten Datensatz ergab sich im System „Footbridge“ für ein „eingefrorenes“ Zufallsergebnis folgendes System für die Multiplikatoren X_{cal} :

$$\begin{aligned}
 \mu(X_{cal}) &= 0,854 \\
 \sigma(X_{cal}) &= 0,103 \\
 \min(X_{cal}) &= 0,542 \\
 \max(X_{cal}) &= 1,148
 \end{aligned}$$

Nachfolgendes Diagramm zeigt das Ergebnis von Prüfungen des Datensatzes [Fehling] mit dieser Methode. Jedem Datenpaar wird dabei ein zufälliger Multiplikator X_{cal} zugeordnet. Deutlich wird dabei der Unterschied zu Bild 5. 40.

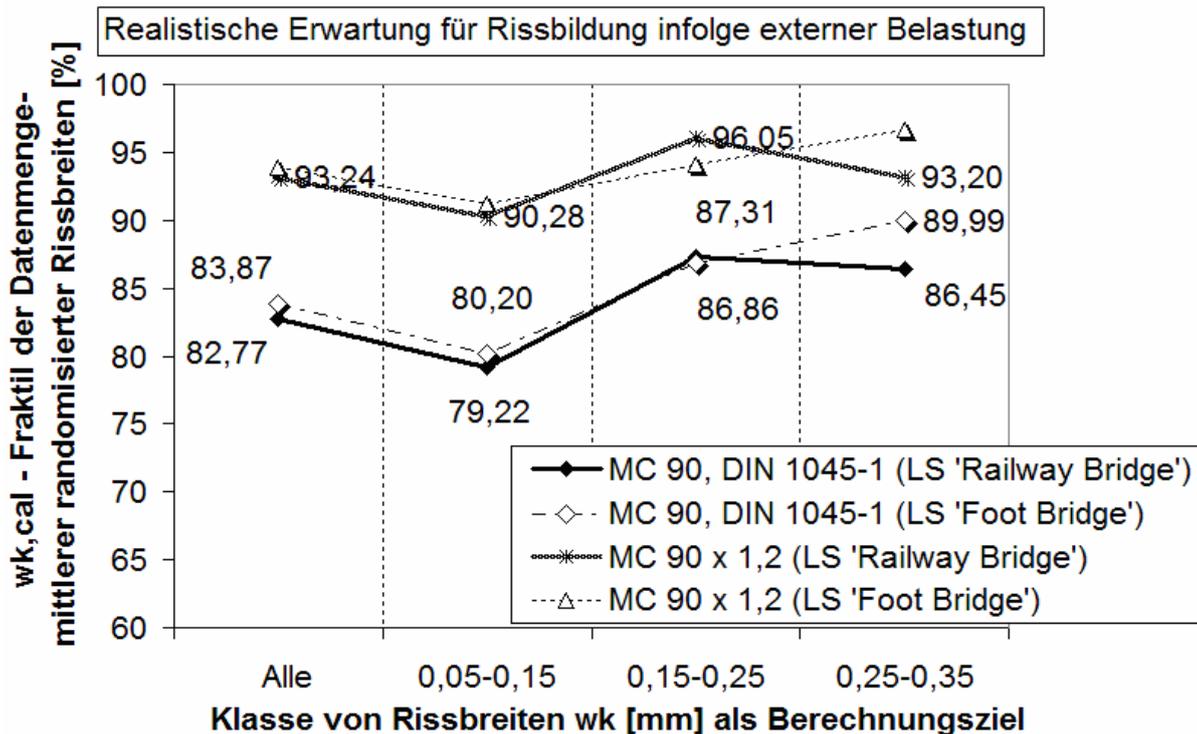


Bild 5. 42: Realistische Modellperformance bei Berechnungen mit dem DIN 1045-1 Modell

(Lastkombinationssystem "Railway Bridge": G_k ist 60% ; ψQ_k ist 40% der Volllast; [$r_g + r_q = 0,6 + 0,4 = 1$]; Last variiert in folgenden Grenzen [$\sigma_{g,r}/\mu; \sigma_{q,r}/\mu$] = [$\pm 0,05; \pm 0,3$])

(Lastkombinationssystem "Foot Bridge": G_k ist 50% ; ψQ_k ist 50% der Volllast; [$r_g + r_q = 0,5 + 0,5 = 1$]; Last variiert in folgenden Grenzen [$\sigma_{g,r}/\mu; \sigma_{q,r}/\mu$] = [$\pm 0,1; \pm 0,5$])

Der durch Zufallsvariablen modifizierte Datensatz reagiert weitaus ausgeglichener über die verschiedenen Bemessungszielklassen. Jedoch kann die günstige Entwicklung bei den kleinen Rissbreiten darüber hinwegtäuschen, dass insbesondere die kleinen Rissbreiten oft nicht in Abhängigkeit von externen Lasten entstehen, sondern vor allem von Geometrie und Materialeigenschaften in der mitwirkenden Verbundzone $A_{c,eff}$ abhängig sind. In diesen Fällen ist es nicht zulässig, Vorteile aus der Einbeziehung des halb-zufälligen Charakters der Belastung zu ziehen.

5.5.5 Mögliche Zielwerte abzusichernder Rissbreiten und deren Überschreitungshäufigkeiten

Besonders für ausgeglichene Lastverhältnisse zwischen Eigenlasten und veränderlichen Einwirkungen ist im Vergleich Realität \leftrightarrow Modell für das DIN 1045-1-Berechnungsmodell (Rechenwert der Rissbreite w_k) eine gute Performance für $w_{lim} = (0,2; 0,3)$ mm zu erwarten.

Ein entscheidender Vergleichspunkt ist bei der Untersuchung von Überschreitungen charakteristischer Werte natürlich der Vergleich mit den Grenzen w_{infill} für das Verpressen auf der Baustelle. Hier galt bisher:

Tabelle 5. 9: Übliche Grenzen, ab denen das Füllen der Risse notwendig wird (nach [32])

w_{lim} [mm]	0,10	0,20	0,30
w_{infill} [mm]	0,15	0,25	(0,36)

Daher sind für die Beurteilung der Modellsicherheit der drei Modelle gegenüber der typischen mittleren Rissbreite aus ähnlichen Versuchen auch folgende Punkte wichtig:

- Wie groß ist der zu dem jeweiligen Datenbereich gehörende $w_{m,95\%}$ -Wert ?
- Wie groß ist der zu dem jeweiligen Datenbereich gehörende max w_m -Wert ?
- Mit welcher Häufigkeit wird $w_{m,95\%}$ überschritten ?
- Mit welcher Häufigkeit wird w_{lim} überschritten ?
- Mit welcher Häufigkeit wird w_{infill} überschritten ?

Die zugehörige Untersuchung kann mit zwei Methoden geführt werden. Man kann einerseits akzeptieren, dass es für die hohen Abweichungen in einer Datenklasse wenig systematische Gründe gibt. D.h., wenn in einer Klasse $w_{k,cal} = 0,05 \dots 0,15$ mm beispielsweise ein Wertepaar $[w_{k,cal}; w_{m,exp}] = (0,11; 0,19)$ auftritt, akzeptiert man ein hohes Zufallsmoment und hält alle Werte $w_{m,exp}$ in dieser Klasse als Absolutwerte auch für die Kombination ausschließlich mit $w_{k,cal} = w_{lim} = 0,1$ mm möglich. Mit diesem Ansatz sind relativ zutreffende und sehr konservative Antworten für die Fragen a) -e) ermittelbar.

Beispielhaft sind die Ergebnisse mit randomisierten mittleren Testrissbreiten für den [Fehling]-Datensatz für das „Footbridge“-Lastsystem aufgetragen (Bild 5. 43 zeigt Ergebnisse dieses Vorgehens).

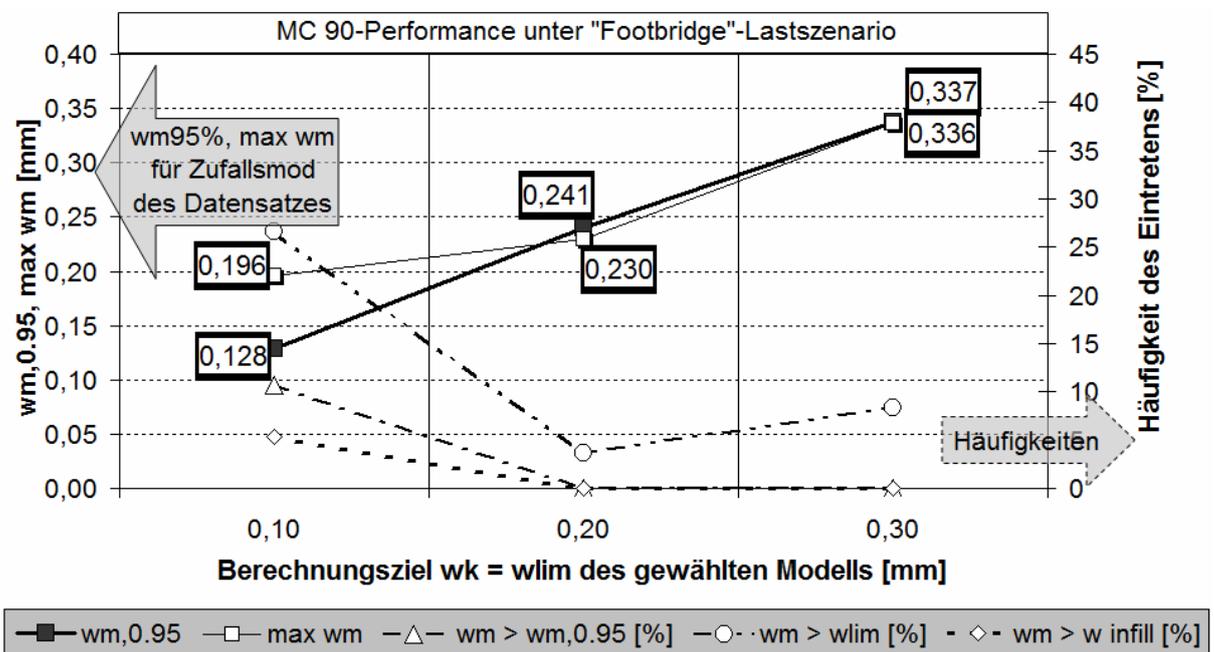


Bild 5. 43: Performance des DIN 1045-1 Modells unter Ansatz einer 50/50 Lastteilung zwischen charakteristischen Werten der Eigenlast und charakteristischen Werten der Kombination veränderlicher Einwirkungen (Aufstellung mit Absolutwerten w des Datensatzes) – externe veränderliche Belastung mit Zufallscharakter

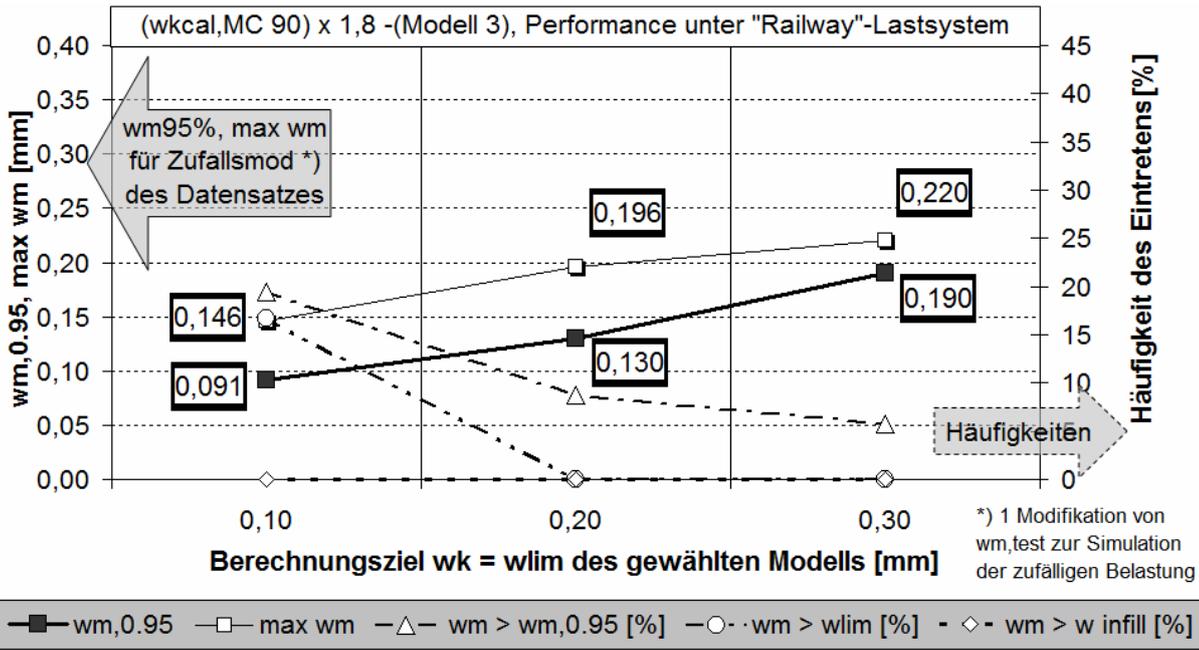


Bild 5. 44: Performance des gegenüber Bild 5. 43 mit 1,8 multiplizierten Rechenwerts w_k des MC 90/ DIN 1045-1 Modells (Modell 3 nach Tabelle 5. 6) in Bezug auf die randomisierten experimentell ermittelten Rissbreiten $w_{m,exp}$ aus dem Datensatz [Fehling]

Ein Beispiel für die Interpretation des Diagramminhalts ist in Anhang 6 (13.6) dargestellt.

Auf der anderen Seite können die Überschreitungen der Berechnungswerte auch ganz systematisch erfolgen und es kann mithilfe der Kehrwerte der Modellsicherheiten der Mittelwertberechnungen $(1/\delta)_m = (w_{m,exp} / w_{m,cal})$ in der jeweiligen Klasse mittlerer Testrissbreiten ($mean_{w_{m,\delta}} - 0,55 \cdot mean_{w_{m,\delta}} \leq w_{m,exp,i} \leq mean_{w_{m,\delta}} + 0,55 \cdot mean_{w_{m,\delta}}$) ein Bezug zu der Zielrissbreite hergestellt werden. Dabei ist:

$$mean_{w_{m,\delta}} = \frac{w_{lim}}{\mu(\delta)_{class,model}} \quad (5.66)$$

Der Maximalwert $\max w_m$, der das „worst case scenario“ für die Bauwerksverformung beschreibt, kann auch über einen relativen Bezug ermittelt werden, (siehe auch Bild 5. 45:).

$$\max w_m(\delta) = \frac{w_{lim}}{\mu(\delta)_{class,model}} \cdot \max \left(\frac{w_{m,exp=test}}{w_{m,cal}} \right)_{class,model} \quad (5.67)$$

Mit: $\delta_{class,model} = \frac{w_{cal,model}^{\sqrt{[w_k; w_k \cdot 1,2; w_k \cdot 1,8]}}}{w_{m,exp}}$

$\mu(\delta)_{class,model} \rightarrow$ Mittelwert des Quotienten $w_{k,cal,i} / w_{m,exp,i}$ einer Klasse
 $[(w_{lim} - 0,05) \leq w_{cal,model,i} \leq (w_{lim}^{\sqrt{[0,1; 0,2; 0,3]}} + 0,05)]$ in
 einem nach $w_{k,cal,i}$ geordneten Datensatz

Indizes $w_{m,0.95}$ definieren die gültige Berechnungsklasse und Modell
(z. B. DIN 1045-1; DIN 1045-1 \times 1,2; DIN 1045-1 \times 1,8)

Eine auf Modellabweichungen basierende Schätzung eines $w_{m,0.95}$ -Wertes lässt sich ebenfalls definieren:

$$w_{m,0.95}(\delta) = \frac{w_{lim,class}}{\mu(\delta)_{class,model}} \cdot (1/\delta)_{m,0.95} \quad (5.68)$$

$$(1/\delta)_{m,0.95} = f[\mu(1/\delta)_m; \sigma(1/\delta)_m]$$

Mit: $(1/\delta)_m = \left(\frac{w_{m,exp}}{w_{m,cal}} \right)$ für diejenigen Werte $w_{m,exp,i}$ aus einer Klasse

$$(\text{mean}w_{m,\delta} - 0,55 \cdot \text{mean}w_{m,\delta}) \leq w_{m,exp,i} \leq (\text{mean}w_{m,\delta} + 0,55 \cdot \text{mean}w_{m,\delta})$$

und die zugehörigen Rechenwerte $w_{m,cal}$

Die Daten werden jedoch bearbeitet, als wenn sie für Datentripel

$[w_{m,exp}; w_{m,cal}; w_{lim,class}^{\nearrow[0,1;0,2;0,3 \text{ mm}]}]$ gelten würden.

Achtung: $\mu(1/\delta)_m \neq \mu(\delta)_{class,model}$
 $\mu(1/\delta)_m$ enthält im Gegensatz zu $\mu(\delta)_{class,model}$ keinen vorgegebenen Modellsicherheitsfaktor γ (1,25; 1,5; ...).

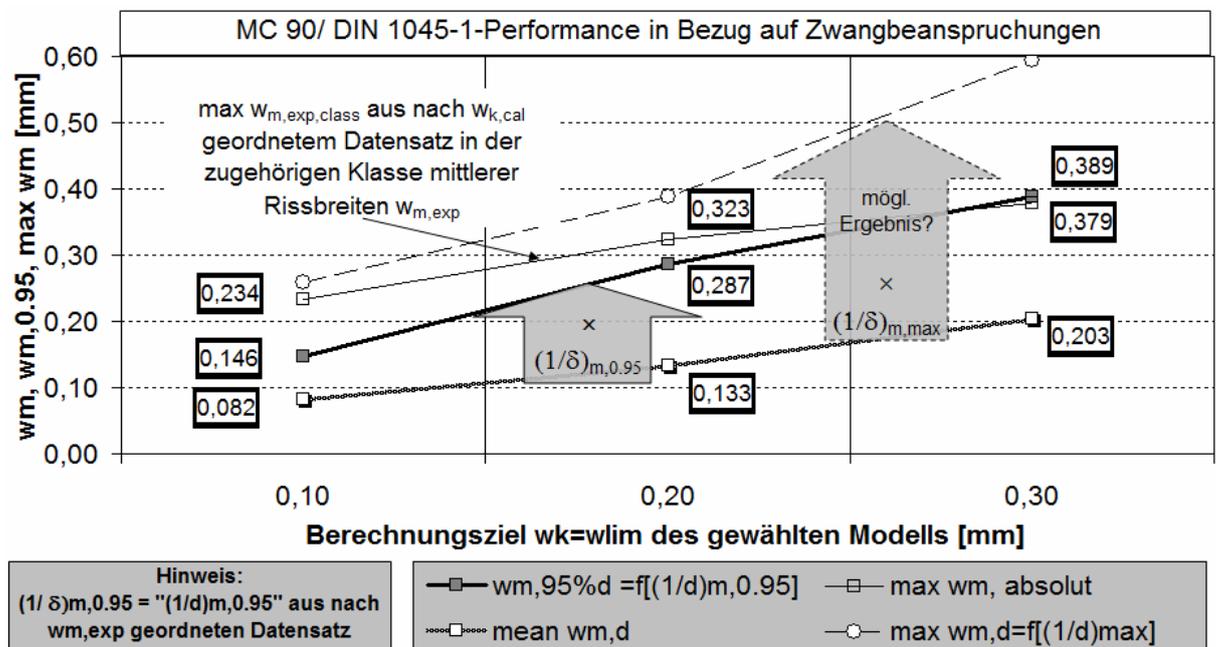


Bild 5. 45: Performance des DIN 1045-1/ MC 90 Modells ohne randomisierte Mittelwerte mit einem aus bezogenen Modellsicherheiten der Klasse erzeugten max w_m Wert nach (5. 67) – Beschreibung der Erwartung für Zwangbeanspruchungen oder charakteristische Dauerlasten

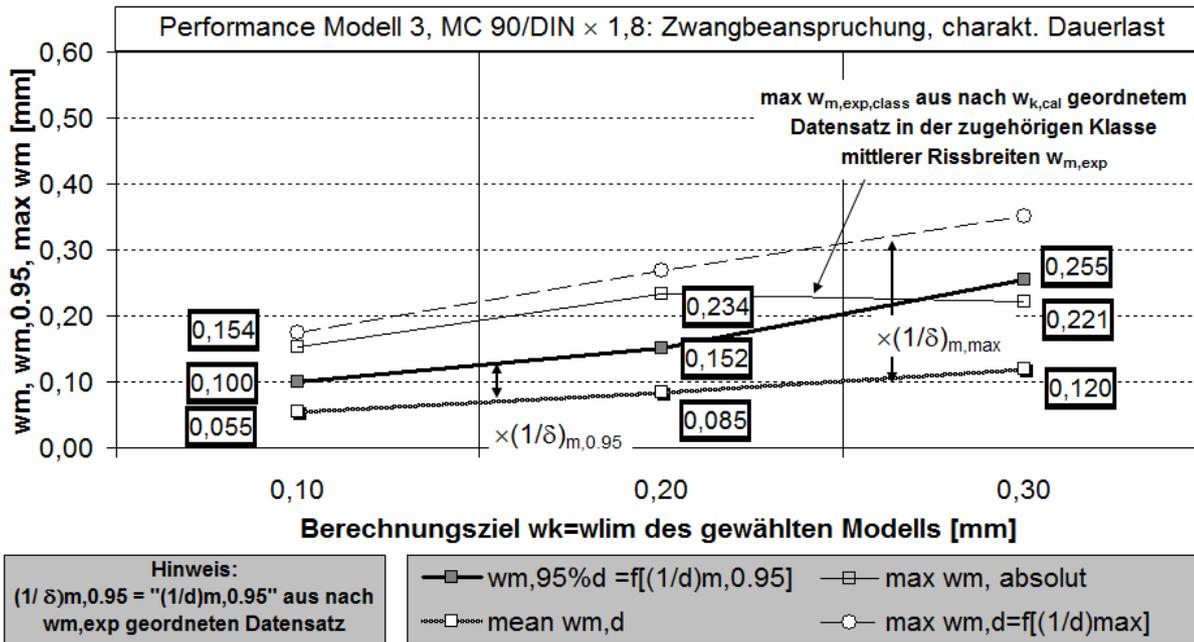


Bild 5. 46: Performance des Modells „DIN 1045-1 × 1,8“ ohne randomisierte Mittelwerte – Beschreibung der Erwartung für Zwangbeanspruchungen oder charakteristische Dauerlasten

Die Diagramme Bild 5. 45 und Bild 5. 46 enthalten (als $f(\delta)$ gekennzeichnet) eine Datenauswertung, die die charakteristischen Rissbreiten aus einer vorab ermittelten mittleren Rissbreite $mean w_{m,\delta}$ ermittelt. Der sog. Absolutwert einer maximalen mittleren Rissbreite in einer Zielrissbreitenklasse wird zum Vergleich aus denjenigen Mittelwerten $w_{m,exp}$ erzeugt, die zu einer nach $w_{k,cal,i} = w_{cal,model,i}$ geordneten Klasse $[(w_{lim} - 0,05) \leq w_{cal,model,i} \leq (w_{lim}^{[0,1;0,2;0,3]} + 0,05)]$ gehören.

Sieht man den Rechenwert der Rissbreite auch als charakteristischen Wert mittlerer Rissbreiten ähnlicher Versuchskörper, dann ergeben sich in dieser Untersuchung die charakteristischen Werte ($w_{m,0.95}(\delta)$) streng als Vielfache der bezogenen mittleren Rissbreite einer Zielrissbreitenklasse.. Dabei sieht man den Datensatz (hier: [Fehling]) als eine Menge von Daten [$w_{m,exp}; w_{m,cal}$] an, die sich zu Datenpaaren [$\delta; w_{lim,class,model}$] verdichten lassen. Innerhalb der gewählten Grenzen entsteht jede der eingetretenen mittleren Rissbreiten $w_{m,exp}$ also ausschließlich zufällig.

Die Verschiebung der Modell-Unsicherheiten $(1/\delta)_m$ auf die Klassenmitte bringt in den Berechnungsklassen 0,15...0,25 mm und 0,25...0,35 mm eine Absenkung der Erwartung für den Absolutwert max w_m in die Nähe bzw. sogar unter das $w_{m,0.95}(\delta)$ –Niveau, was das Verfahren hier bestätigt. Für die Zielrissbreitenklasse 0,1 mm ergeben sich mit dem bezogenen Fraktilewert weit zu optimistische Annahmen, so dass hier von großen, überwiegend zufälligen Einflüssen auf das Ergebnis ausgegangen werden muss. Deshalb zeigt bei Berechnungsziel 0,1 mm der stark zufallsgeprägte bezogene Maximalwert auch nahezu Übereinstimmung mit dem absoluten Maximum in allen Modellen. Der bezogene Maximalwert max $w_m(\delta)$ ist dagegen für die größeren Zielrissbreiten (0,2; 0,3 mm) wahrscheinlich eine überkonservative Annahme.

Eine andere Denkmethodik kann also für $w_{lim} = 0,1$ mm Situation keine günstigere Prognose liefern. Das unterstreicht, dass die Modell(un)sicherheit in dieser Klasse von Rissbreiten durch stark zufällige Einflüsse geprägt ist. Das Zufallsmoment wird in der Klasse von Zielrissbreiten um 0,1 mm also immer eine große Rolle spielen und ist dabei schwer vorherzusagen.

Eine Erhöhung der Modellsicherheit um den Faktor 1,8 (Modell 3 nach Tabelle 5. 6) ist für die Klasse 0,25...0,35 mm unnötig groß, sichert jedoch erfolgreich gegen 0,2 mm und senkt zumindest das Risiko bei Zielrissbreiten $w_{lim} = 0,1$ mm bis zur Verpressgrenze, so dass auch im ungünstigsten Fall zumindest zu erwarten ist, dass nicht die überwiegende Menge von Rissen verpresst werden muss. Die Wahrscheinlichkeit der Überschreitung kleiner Zielrissbreiten ist aber nach wie vor vorhanden und größere Überschreitungen sind trotz des hohen Faktors möglich.

5.6 Folgerungen für Rissbreitenberechnungen aus den statistischen Prüfungen

Die Modellperformance des Rissbreitenmodells nach DIN 1045-1 und MC 90 ist für die Berechnungsklassen 2 und 3, also $w_{lim} = 0,2$ bzw. 0,3 mm weitaus besser als ein 75 %-Fraktilwert. Die Ergebnisse liegen je nach Prüfungsmethode und zu erwartenden Einwirkungskombinationen zwischen 80 und 90%. Es scheint bei der Bemessung nach DIN vorteilhaft zu sein, zumindest bei der Bemessung von Zuggliedern aus Stahl- und Spannbeton auf ein $w_{lim} = 0,2$ mm eine Erhöhung des Rechenwertes der Rissbreite um den Faktor 1,2 zu berücksichtigen. Nachfolgendes Diagramm zeigt die Auswirkungen einer solchen Absicherung auf die Ausgangswerte in Bild 5. 43:

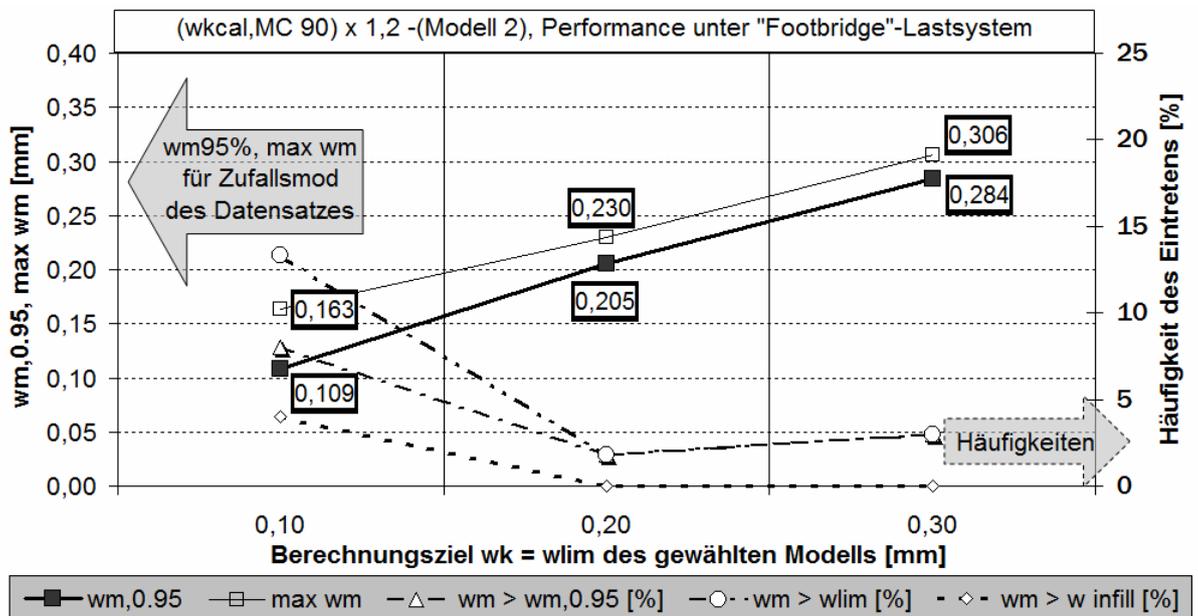


Bild 5. 47: Ein Faktor 1,2 auf das Modell zur Ermittlung von $w_k = w_{lim}$ nach MC 90/ DIN 1045-1 (Modell 2 nach Tabelle 5. 6)

Durch die Erhöhung mit dem Faktor 1,2 kann zumindest gesichert werden, dass unter externen Lasten der verbesserte Rechenwert w_k recht zutreffend den 95 %-Fraktilwert der

mittleren Rissbreiten abbildet und die mittlere Rissbreite im Regelfall auf den Zielwert sicher begrenzt ist. Eine solche Maßnahme ist immer angeraten, wenn Rissbreiten für Anforderungen an die Gebrauchstauglichkeit von $w_{lim} \leq 0,2$ mm für Spannbetonbauteile mit in Verbund liegenden Spanngliedern oder bei anderen Bauteile mit konstruktiv und rechnerisch abgesichert werden müssen. Einzelne Entartungen sind jedoch nicht auszuschließen. Bei Spanngliedern kann die Gefahr für das Bauteil/ Bauwerk auch von einzelnen Korrosionspunkten infolge Querschnittschwächung ausgehen. Daher kann es sinnvoll sein, hier auch eine Sicherung gegen höhere charakteristische Werte anzustreben, als diejenigen die ausschließlich an Mittelwerten der Rissbreiten w_m eines Bauteils ermittelt worden sind. In den meisten anderen Fällen sind weder unmittelbar eine massive Tragwerksgefährdung noch größere Verformungen zu erwarten, so dass ein Mehr an Bewehrung für oft nur imaginäre, in der Realität aber nie oder nicht dauerhaft eintretende Ausartungen der Rissbreite zumeist zu ineffektiven Lösungen führen wird. Zudem kann es günstiger sein, bei einer effektiven Lösung begrenzte, kalkulierbare Nacharbeiten zu riskieren, jedoch mit der Chance, aufgrund der gesparten Massen wirtschaftlich zu bleiben.

Für eine wirksame Verformungsbegrenzung ist immer darauf zu achten, dass die Stahlspannung und Spannstahlspannung auf einen Bereich elastischer Verformungen begrenzt bleibt.

Zum Vergleich mit den Ergebnissen von Kapitel 5.5 können auch die Ergebnisse mit den Daten des Datensatzes Anhang 5 herangezogen werden. Der Effekt, der durch die eventuelle Erhöhung der Modellsicherheit entsteht, ist in Anhang 6, Bild A-6. 3 und Bild A-6. 4 dargestellt.

Versuche einer Sicherung gegen noch höhere Fraktilwerte durch Erhöhung des Rechenwertes mit dem Faktor 1,8, sind sehr sicher, aber zumeist nicht nur ineffektiv, sondern führen schlicht zu nicht baubaren Lösungen. Würde man beispielsweise eine auf der Basis des DIN/MC 90-Modells berechnete Bewehrungslösung ϕ 12, $s = 150$ mm noch weiter verbessern wollen, wäre für einen Faktor $\gamma = 1,8$ das Ergebnis $\sim \phi_{eq}$ 7, $s = 50$ mm. *Übliche Lösungen im Brückenbau wären damit gefährdet!*

Dagegen sind für Stahlbetonkonstruktionen mit sehr hohen Anforderungen an die Rissbreitenbeschränkung ($w_{lim} \leq 0,15$ mm) möglicherweise Probleme wahrscheinlicher, wenn sie mit dem MC 90/ DIN-Modell berechnet werden, dass eigentlich für $w_k \geq 0,20$ mm vorgesehen ist. Die Überschreitungshäufigkeiten für kleine Zielrissbreiten sind einfach zu hoch. Es ist zudem meist nicht möglich, auf das Eintreffen von geringeren als rechnerisch angesetzten Einwirkungen zu vertrauen, da Risse in dieser Klasse zumeist aus nicht berücksichtigten Zwangsspannungen, insbesondere bei Zuggliedern, aufgebaut werden. In diesen Fällen ist eine Mindestbewehrung zu berücksichtigen.

5.7 Folgerungen für eine Mindestbewehrung zur Begrenzung der Rissbreite bei Erstrissbildung - Vorschläge für kleine Rissbreiten

Zur Begrenzung der Rissbreite bei Erstrissbildung wird in der Rechenpraxis, ganz unabhängig von der Belastungsgröße, durch eine sog. Mindestbewehrung gegen eine Risschnittgröße bewehrt, die sich aus Material- und Geometrieigenschaften herleiten lässt. Damit wird kaum Spielraum gelassen, um vom Zufallsmoment auf der Einwirkungsseite zu profitieren. Im

Gegenteil, diese Bewehrung ist dazu da, auch nicht weiter berücksichtigte Zwängungen und daraus entstehende, z. T. zufällige Effekte, abzudecken. Eine Mittelwertrandomisierung von Versuchswerten zur Darstellung streuender Einwirkungseffekte wäre hier nicht realistisch, eine Berücksichtigung wäre höchstens auf der Materialseite zulässig.

Es ist auch aus einer anderen Perspektive davon auszugehen, dass bestimmte Anteile der Menge von Rissen in der Klasse 0,1 mm immer Einzelrisse bleiben und damit durch das MC 90/ DIN-Modell für abgeschlossene Rissbildung nur schwer erfasst werden können. Der Berechnungsvorschlag für Einzelrisse nach Heft 525 [28] wird hier nur unter bestimmten Voraussetzungen weiterhelfen, da er möglicherweise zu optimistisch sein kann, wenn der Riss bei der angestrebten Zielrissbreite von 0,1 mm nicht bereits im frühen Betonalter erreicht wurde und auch eine Begrenzung einer effektiven Zugzone noch nicht eingetreten ist.

Die Betrachtungen zu einer Neuformulierung einer effektiv mitwirkenden Fläche $\rho_{c,eff,loc}$ und des dazugehörigen Rissabstandes haben bereits in Kapitel 5.4.6 gezeigt, dass die Mindestbewehrung – also eine Bewehrung im Zusammenhang mit $\rho_{ct} = \rho_{ct,min}$ – in bestimmten Fällen erst die Vorhersagezuverlässigkeit liefert, die eine Korrelation zwischen Berechnungswerten und charakteristischen Werten deutlich verbessert.

Zur Sicherung von kleinen Rissbreiten, $w_{lim} = 0,1$ mm, besteht natürlich auch hier die Chance, mit der Erhöhung der Modellsicherheit wie in Gleichung (5. 16) zu arbeiten. Der Mindestbewehrungsgrad wäre jedoch für eine sinnvolle Bewehrungsanordnung viel zu hoch. Hier kann für eine effektive Lösung nur, auf eine Rissbildung bei nicht voll ausgeprägter Zugspannung (z. B. früher Zwang), lokal reduzierter Zugspannung (z. B. infolge Dauerlast) oder einer lokalen Fehlstelle gehofft werden. Die Konstruktion kann auf dieses Ziel hin kaum optimiert werden. Allerdings können mit Hilfe einer sorgfältigen Modellierung des Bauteils und der Umgebungsbedingungen sowie einer zuverlässigen Betontechnologie der Risszeitpunkt und die zugehörige Betonzugfestigkeit $f_{ct}(t)$ präzise bestimmt werden. Nur dann, wenn beispielsweise bereits unter Frühzwang wirklich das Erreichen der Risschnittgröße gesichert ist, darf mit einem um 50% verminderten Wert für $f_{ct,eff} = f_{ct}(t)$ gerechnet werden!

Ein Dehnungsunterschied ist dann mit $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) = 0,4 \sigma_{s,cr}/E_s$ für kleine Rissbreiten möglicherweise sogar über einen Wirkungsbereich von $s_{r,cr} = s_{rk} + s_{rm}$ anzunehmen, da die Sekundärrissbildung fördernden Dauerlasteinflüsse noch fehlen. Die Kriecheigenschaften des jungen Betons und die noch vorhandene Risskohäsion bei den ersten Rissöffnungen führen jedoch dazu, dass die realen Rissbreiten klein bleiben und möglicherweise nur langsam wachsen, bis eine abgeschlossene Rissbildung erreicht ist.

Tritt der Riss früh ein, muss zumindest für die zu sichernde Rissbreite $w_{lim} = 0,1$ mm der Nachweis auch mit einer berechneten Dehnungsdifferenz $(\epsilon_{sm} - \epsilon_{cm}) \geq 0,6 \sigma_s/E_s$ für $s_r = s_{rk}$ zusätzlich geführt werden. Damit besteht eine Absicherung gegen große Rissbreiten infolge späterer Zwängungen und Eigenspannungen bei einer Teilung der Strecke $s_{rk} + s_{rm}$ durch einen neuen Riss bei $x = s_{rk}$. Diese Berechnung hat unter Annahme voller Zugfestigkeit $f_{ct,eff} \geq f_{ctm,28d}$ entlang des verbleibenden Rissabstandes s_{rk} zu erfolgen. Zusätzlich ist natürlich auch gegen eine nachfolgende abgeschlossene Rissbildung mit verminderter, mitwirkender Zugzone $A_{c,eff}$ abzusichern, wenn das spätere Belastungsniveau bekannt ist.

Dieser Nachweis kann maßgebend gegenüber dem vorhergehenden Ergebnis aus früher Rissbildung werden. Prinzipiell ist damit wieder der Berechnungsvorschlag von Heft 525 [28]

hergestellt. Er gilt jedoch nur, wenn gesichert wird, dass der Riss ohne Verlust der Betonqualität!! früh eintreten wird. Gelingt dies nicht, sind unerwünscht große Risse und damit Verpressarbeiten unweigerlich auf der Tagesordnung. Das nachfolgende Diagramm kann den Zusammenhang mit einer Rechenhilfe verdeutlichen.

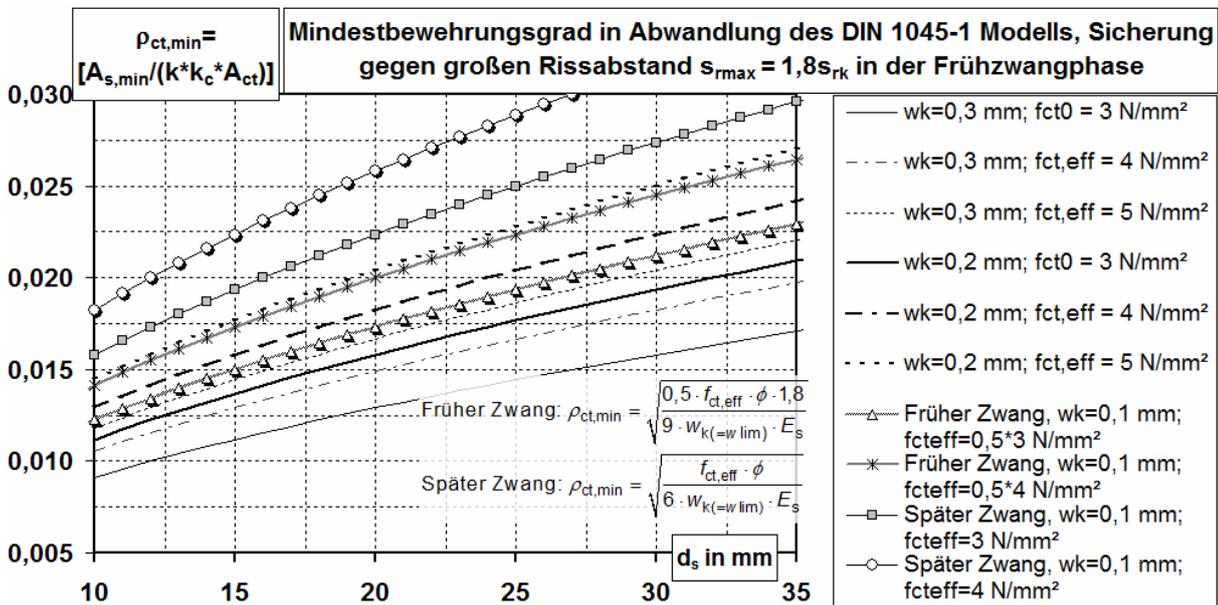


Bild 5. 48: Gegenüber der DIN 1045-1, 11.2.2 veränderter Ansatz für die Mindestbewehrung (min ρ_{eff})

In Bild 5. 48 integriert: Mögliche Nutzung des günstigen Einflusses einer frühen Rissentwicklung für den Nachweis kleinster Rissbreiten (für sehr kleine Grenzzrissbreiten $w_{lim} = 0,1$ mm) bei Berücksichtigung gleichzeitig größerer wirksamer Rissabstände.

Der Formelhintergrund des Diagramms Bild 5. 48 kann für die DIN 1045-1 wie folgt hergeleitet werden:

DIN 1045-1, Kapitel 11.2.2:

$$A_{s,min} \cdot \sigma_{s,cr} = k \cdot k_c \cdot A_{ct} \cdot f_{ct,eff} \quad (5.69)$$

Mit: k, k_c Beiwerte (Völligkeit der Zugspannungsverteilung, Veränderung des inneren Hebelarms, Verteilung der Eigenspannungen bei innerem Zwang, geometrieabhängig)

$$f_{ct,eff} \rightarrow f_{ct}(t)$$

$$\Rightarrow \rho_{ct,min} = \left(\frac{A_{s,min}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} \right) = \frac{f_{ct}(t)}{\sigma_{s,cr}} \quad (5.70)$$

In Modifizierung des Tue –Ansatzes aus [28] ist:

$$w_k = corfac \cdot \frac{\sigma_{s,cr} \cdot \phi}{2 \cdot 1,8 \cdot f_{ct}(t)} \cdot (1 - k_t) \cdot \frac{\sigma_{s,cr}}{E_s} \quad (5.71)$$

Mit: $k_t = 0,4$, Langzeitbelastung, später Zwang, längeres Schwinden etc.
 $= 0,6$, Kurzzeitbelastung, Frühzwang etc.

$corfac$ = Faktor γ zwischen 1 und 1,8 zur Steigerung der Modellsicherheit
 (Modell: DIN 1045-1, 11.2.2 $\rightarrow corfac = 1$)

(Für den bei Erstrissbildung sehr wahrscheinlichen Fall Einzelrissbildung.)

$$\frac{3,6 \cdot w_k \cdot f_{ct}(t) \cdot E_s}{corfac \cdot (1 - k_t) \cdot \phi} = \sigma_{s,cr}^2$$

$$\sigma_{s,cr} = \sqrt{\frac{\frac{3,6}{(1 - k_t)} \cdot w_k \cdot f_{ct}(t) \cdot E_s}{corfac \cdot \phi}} \quad (5.72)$$

Einsetzen in (5. 70):

$$\Rightarrow \left(\frac{A_{s,min}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} \right) = \frac{f_{ct}(t)}{\sqrt{\frac{\frac{3,6}{(1 - k_t)} \cdot w_k \cdot f_{ct}(t) \cdot E_s}{corfac \cdot \phi}}} = \sqrt{\frac{corfac \cdot \phi \cdot f_{ct}(t)}{\frac{3,6}{(1 - k_t)} \cdot w_k \cdot E_s}} \quad (5.73)$$

Die Stahlspannung $\sigma_{s,cr}$ ergibt sich aus den Materialbedingungen bei Erstrissbildung und dem Ziel der Sicherung der Grenzrissbreite automatisch und braucht nicht explizit hergeleitet zu werden. Der „erlaubte“ Bereich der bezogenen Bewehrungsmenge befindet sich o b e r h a l b der jeweils für die Bemessungsbedingungen relevanten Kurven in Bild 5. 48. Kommentare zur Behandlung und Evaluierung von Eigenspannungen in Beton im frühen Betonalter finden sich u.a in [14], [101], [94].

Einer der entscheidenden Effekte, der zu einer frühen Rissbildung führen kann, ist die vollständige oder teilweise Behinderung von Temperaturdehnungen, die im jungen Beton als Folge des Hydratationsprozesses entstehen kann. Da diese noch während der Abkühlung im frühen Betonalter auftreten, sind geringere Betonzugfestigkeiten als die viel höheren 28 Tage-Festigkeiten $f_{ctm,28d}$ zu erwarten. Die Normung empfiehlt dabei allerdings, nicht die halbe Zugfestigkeit eines C 30/37 zu unterschreiten ($f_{ct}(t) = f_{ct,eff} > 1,5 \text{ N/mm}^2$).

Eine ausführlichere Darstellung solcher aus Zwang resultierenden Bauteilbelastungen findet sich in Beiträgen von Schießl et. al, u.a. in [111] und in Falkner [51]. Das dem Beitrag Schießl entnommene Diagramm Bild 5. 49 zeigt die Festigkeitsentwicklung in den ersten 28 Tagen für einen Beton aus CEM I 32,5 R, der sich etwa zwischen einem C 30/37 und einem C 35/45 einordnet. Zu erkennen ist, dass ein Ansatz wie in (5. 73), abgesetzt auf eine wahrscheinliche Rissbildung nach 3 – 5 Tagen und einer nach DIN 1045-1, Anwendungsregel 11.2.2 (5) vereinfachten Betonzugfestigkeit mit $f_{ct,eff} = 0,5 \cdot f_{ctm,28d}$, (50% der 28-Tage-Zugfestigkeit), ein zu optimistisches Ergebnis liefern würde. Die im Nachweis zu

berücksichtigende Festigkeit ist offensichtlich bereits am Tag 3 nach dem Betonieren höher als die pauschale Berechnungsannahme nach DIN.

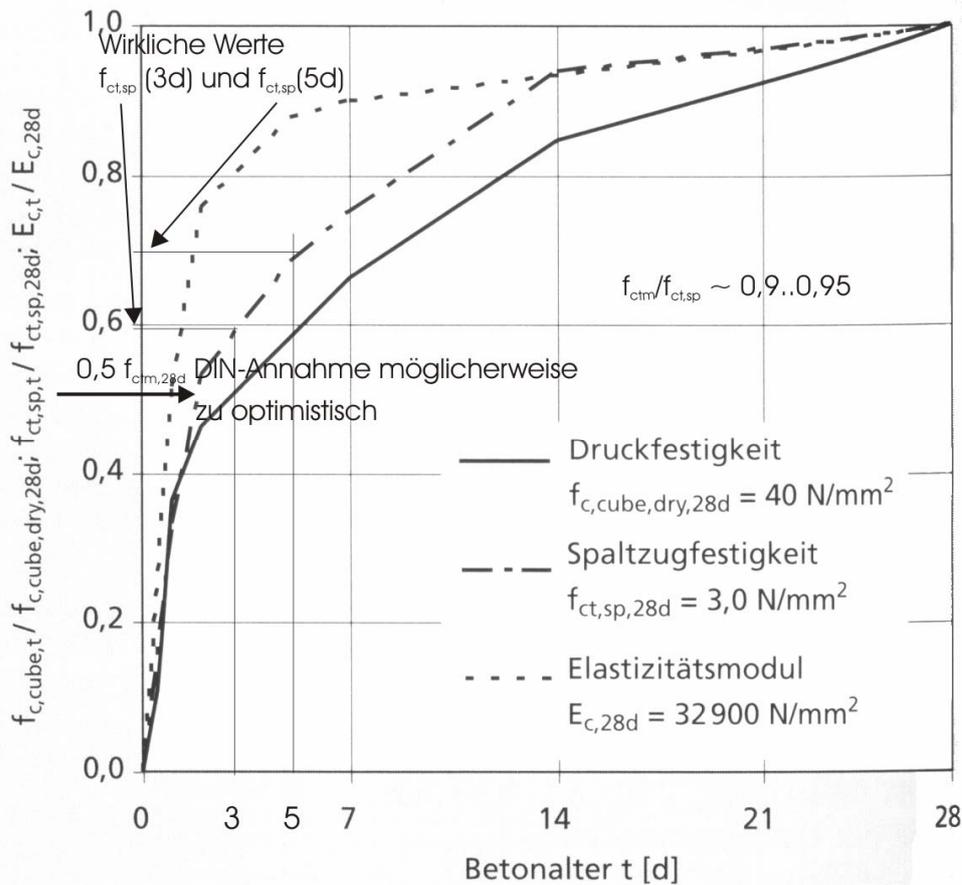


Bild 5. 49: Festigkeitsentwicklung für einen exemplarischen Beton B 35 (nach [111])

Die nachfolgende Abbildung zeigt auch, dass in Abhängigkeit vom wirklichen Grad der Dehnungsbehinderung der wirkliche Risszeitpunkt später eintreten kann als die Option in der Anwendungsregel DIN 1045-1, 11.2.2 (5) – frühe Rissbildung – glauben macht.

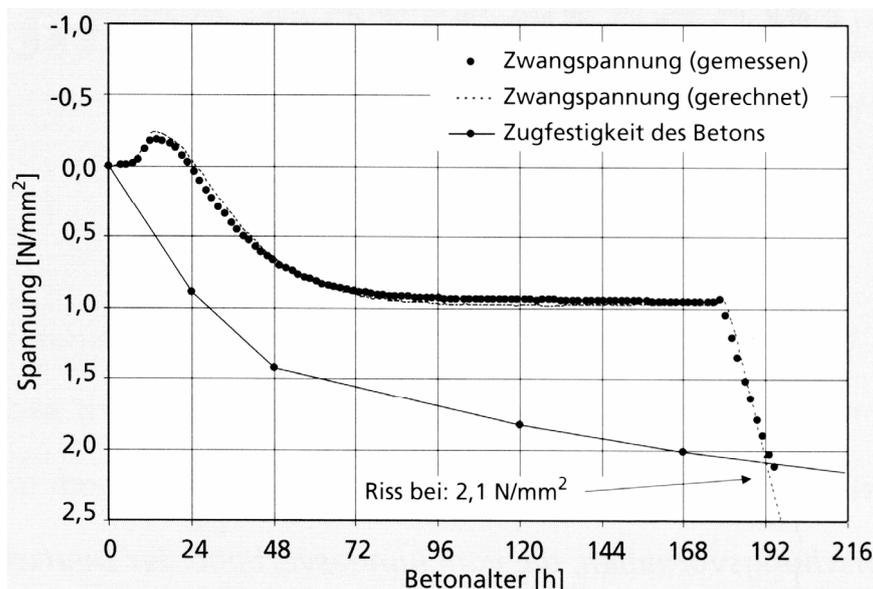


Bild 5. 50: Bei einer teilweisen Dehnungsbehinderung trat ein Riss erst nach 8 Tagen und einer Spannung von $\sigma_{ct} = f_{ct,8d} = 2,1 \text{ N/mm}^2 > 0,5 f_{ctm,28d}$ auf (ebenfalls [111] entnommen)

Es wird also sichtbar, dass die Anwendung von $f_{ct,eff} = f_{ct}(t, t < 28d)$ eine genaue Kenntnis der Zwängungssituation und der Rissspannung voraussetzt. Im Zweifel ist es vernünftiger, die Zugfestigkeit höher als wirklich vorhanden anzusetzen. Für den Fall, dass also genaue Kenntnis über den Risszeitpunkt und die zu erwartende Zugfestigkeit des Betons zu diesem Zeitpunkt besteht, kann das modifizierte Berechnungssystem (5. 73) erfolversprechend angewendet werden.

Die in das Ausgangsmodell einbaubaren Korrekturfaktoren *corfac* ermöglichen in (5. 71) und (5. 73) ein belastbares Ergebnis, ohne dass natürlich wirklich die Sicherheit $\gamma_M = \sqrt{corfac}$ auf Fehleinschätzungen bei der Zugfestigkeit besteht.

Dieser Faktor ist eigentlich für die Abdeckung von Unzulänglichkeiten bei kleinen Rissbreiten im Berechnungsmodell DIN 1045-1 und der Vorschläge im Heft 525 des DAfStb gedacht, wenn deren Anwendung unterhalb des Normungsbereichs von $w_{lim} \geq 0,20$ mm erfolgt. Im eigentlichen Sinne wird also gegen den stark zufälligen Charakter der Größe kleiner Risse, also Risse mit $w_k \leq 0,2$ mm, gesichert, bei denen mit der Abnahme der Größe eine zunehmende Modellunsicherheit besteht.

Wird der zeitliche Bezug des wahrscheinlichen Risseintritts geändert und allgemein als $f_{ct,eff} = f_{ct}(t)$ eingeführt, lässt sich für eine frühe Rissentwicklung unter der Annahme:

$$f_{ct}(t) < f_{ctm,28d} \text{ und } t \ll 28 d$$

folgende Überlegung entwickeln:

Früher Zwang (Dehnungsdifferenz mit $\Delta\varepsilon_m = 0,4 \cdot \frac{\sigma_{s,cr}}{E_s}$ angesetzt):

$$\text{Mindestbewehrung: } \rho_{ct,min} = \left(\frac{A_{s,min}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} \right) = \frac{f_{ct}(t)}{\sqrt{\frac{9 \cdot f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{\phi \cdot corfac_1}}} \quad (5. 74)$$

$$\text{Mit: } corfac_1 \rightarrow \left(\begin{array}{l} 1,0 \Rightarrow \text{allgemein: DIN 1045-1} \\ 1,2 \Rightarrow \text{empfohlen: Zugglieder mit } w_k = 0,2 \text{ mm} \\ \leq 1,8 \Rightarrow \text{empfohlen: } w_k \leq 0,15 \text{ mm} \end{array} \right)$$

Bei Rissbildung nach $t \geq 28 d$ ergibt sich abweichend:

Später Zwang (Dehnungsdifferenz mit $\Delta\varepsilon_m = 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,cr}}{E_s}$ angesetzt):

$$\rho_{ct,min} = \left(\frac{A_{s,min}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} \right) = \frac{f_{ct}(t)}{\sqrt{\frac{6 \cdot f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{\phi \cdot corfac_2}}} \quad (5. 75)$$

$$\text{Mit: } corfac_2 \rightarrow \left(\begin{array}{l} 1,0 \Rightarrow \text{streng nach DIN 1045-1} \\ 1,2 \Rightarrow \text{empfohlen: Zugglieder mit } w_k = 0,2 \text{ mm} \\ \leq 1,8 \Rightarrow \text{empfohlen: } w_k \leq 0,15 \text{ mm} \end{array} \right)$$

Schutz vor unerwarteten Ergebnissen

Es wird trotzdem mit Sicht auf die Erwartung von Rissspannungen, siehe auch [19], [14], [101], [51], dringend empfohlen, die Festigkeit beim Auftreten der ersten Risse konservativer, mit mindestens $f_{ct,eff} > 0,65 f_{ctm,28d}$ (Bruggeling [19]), besser noch mit $0,7 f_{ctm,28d}$ anzunehmen.

Der Multiplikator für die Gleichung „Früher Zwang“ in Diagramm Bild 5. 48 wäre dann: $\sqrt{0,7}/\sqrt{0,5} = 1,18$. Die Mindestbewehrung würde sich also um 20 % zu erhöhen.

Allerdings scheint der noch in Eckfeldt [42] beschriebene Korrekturfaktor gegenüber Frühzwang ($corfac = 1,8$) für sehr kleine Grenzzrissbreiten vielleicht etwas überzogen. Bei der Neuentwicklung eines Modells zur Berechnung des Rissabstandes wurde für die Rechenwerte (w_k/ε) festgestellt, dass für den gegebenen Datensatz (Anhang 5) der Ansatz

$$s_r = \frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{ct,min}} \quad (5.76)$$

ausreichte, um wirksam Überschreitungen auszuschließen.

Das Bemessungskonzept (5. 73) enthält jedoch sogar den Term:

$$s_r = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{ct,min}} \quad (5.77)$$

Nachrechnungen der umfangreich dokumentierten Versuche von Bergner [14] (Versuche III.16, III.17, III.18 an HPC) ergeben Übereinstimmung in Rissabstand s_r und Rissbreite w_{max} kurz nach dem Eintreten des Risses. Für die Nachrechnung der Versuche von Falkner [51] war das nicht ohne weitere Verifizierungen möglich, zumindest hätte der Rissabstand von (5. 77) zum Teil nur mit $corfac \sim 1,2$, entsprechend dem Hintergrund zu Gleichung (5. 74), zu einer realistischen Abbildung von w_k geführt. Eine genauere, exemplarische Modellanalyse und Nachrechnung eines Versuchs enthält Anhang 6 sowie Bild A-6. 5. Ein Korrekturfaktor $corfac$ ist trotzdem eher einer theoretischen Überlegung entsprungen, denn von realer Notwendigkeit, wenn solche Berechnungen immer mit einer größeren Dehnungsdifferenz $\Delta\varepsilon_m = 0,6 \cdot \sigma_{s,cr} / E_s$ mit $(1-k_t) = 0,6$ durchgeführt werden.

Für weitergehende und allgemeinere Betrachtungen reichen diese wenigen Vergleichsdaten jedoch noch nicht aus. Es wird jedoch vermutet, dass bereits das Grundkonzept nach DIN 1045-1 für die Berechnung der Mindestbewehrung eine hohe Sicherheit bietet, wenn die Eingangsdaten sorgfältig und realitätsnah bestimmt werden. Dieser Vorteil schlägt sich in den bereitgestellten Datensätzen [Corres], [Fehling] nicht nieder, weil sie auf Basis des effektiven Bewehrungsgrads ρ_{eff} und nicht unter Berücksichtigung von $\rho_{ct,min}$ erstellt worden sind. Ob die Faktoren $corfac > 1$ letztendlich notwendig sind, kann aufgrund des steigenden Einflusses des Zufalls bei kleiner werdenden Rissbreiten nur vermutet werden. Jedoch kann mit Ausnahme besonderer Anforderungen in der Regel festgestellt werden, dass vereinzelte Überschreitungen im Rahmen der aufgestellten Regeln die Gebrauchstauglichkeit des Bauteils nicht gefährden werden bzw. mit noch kalkulierbarem Aufwand zu beseitigen sind. Dieser möglicherweise zusätzlich erforderliche Aufwand sollte jedoch deutlich kleiner sein als die Ersparnis durch eine effektivere und die Verarbeitung erleichternde Bewehrungsführung. Ausnahmen mit einem besonderen (Be-)Achtungsgebot sind Konstruktionen, die bereits in den vorangegangenen Abschnitten definiert worden sind, (z. B.

Dichtbauwerke und Rückhaltekonstruktionen aus Stahlbeton sowie Spannbetonbauteile mit Spanngliedern im Verbund).

Da die Ansätze für das Diagramm- Bild 5. 48 wie auch für die Stabdurchmessertabelle in DIN 1045-1 ohne Berücksichtigung des Aufbaus der Dehnungsverträglichkeit am Ende der Verankerung der Stahlkraft bei Einzelrissbildung hergeleitet sind, existiert folgende theoretische Modellabweichung aus der vereinfachten Annahme der Rissspannungen:

$$\begin{aligned}
 \text{Vereinfacht: } \sigma_s &= \frac{f_{ct}(t) = f_{ct,eff}}{\rho_{ct,min,simple}} \sim \sigma_{s,cr} \\
 \text{Exakt: } \sigma_{s,cr} &= \frac{f_{ct}(t) = f_{ct,eff}}{\rho_{ct,min,exact}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{ct,min,exact}] \\
 \delta &= \left[\frac{\left(\frac{1}{\rho_{ct,min,simple(DIN\ 1045-1)}} + \frac{E_s}{E_{ct(t)}} - 1 \right)}{\left(\frac{1}{\rho_{ct,min,exact}} + \frac{E_s}{E_{ct(t)}} - 1 \right)} \right]^2 \quad (5.78)
 \end{aligned}$$

Bei jungem Beton vor dem Erreichen der 28-Tage Festigkeiten (z.B. bei Berechnungen zum frühen Zwang) wird aufgrund des noch geringen E-Moduls die Modellabweichung etwas höher sein.

5.8 Ein neues Modell für den Nachweis der Rissbreitenbeschränkung

In den vorangegangenen Kapiteln ist gezeigt worden, welchen Schwierigkeiten der Nutzer beim Nachweis der Rissbreite gegenübersteht. Trotz seiner Komplexität gelingt es mit den derzeitig verwendeten oder geplanten, normativen Modellen nicht immer, eine zufriedenstellende Lösung zu finden. In einem komplexen Flussplan ist deshalb ein Lösungsweg in Anhang 7 + 8 aufgestellt, der eine Nachweisführung nah an dem Hintergrund von MC 90/ DIN 1045-1 gewährleisten soll und andererseits helfen kann, einige Klippen zu umschiffen. Gerade hinsichtlich der durch den Normenrahmen begrenzten Möglichkeiten zur Verbesserung der Vorhersagequalität wird der Einsatz einer multiplikativen Erhöhung der „Sicherheit“ aber eine halbherzige Lösung bleiben.

Verbindet man den Ansatz für die Definition des Wirkungsbereiches $2 \cdot l_t$ (vereinfacht: wirksamer Rissabstand genannt) nach Kapitel 5.4.5 ff. oder Anhang 5 mit dem vom MC 90, DIN 1045-1 und EN 1992-1-1 verwendeten Ansatz für die Dehnungsdifferenz $\Delta \varepsilon_m$, kann es gelingen, ein zugleich zuverlässiges und Effizienz sicherndes Modell für die Vorhersage des Wertes w_k aufzubauen, der dem Nachweis gegen die Grenzzrissbreite w_{lim} auf charakteristischem Niveau dient.

Möglichkeit 1:

$$w_k = 1,57 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + k_{b,lim} \cdot c_r \right) \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct} = f_{ct}(t) = f_{ct,eff}}{\rho_{c,eff,loc}} [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff,loc}]}{E_s} \quad (5.79)$$

Mit der Kontrolle, wenn:

$$s_{rk,cal} = 1,57 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + k_{b,lim} \cdot c_r \right) < 220 \text{ mm liefert, ist}$$

$$w_k = \frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{ct,min}} \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{ct,min}} [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{ct,min}]}{E_s} \text{ die zutreffendere Lösung.} \quad (5.80)$$

Möglichkeit 2: (alternative und konsistente Variante)

$$w_k = 1,57 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + k_{b,lim} \cdot c_r \right) \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{c,eff,loc}} [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{c,eff,loc}]}{E_s} \quad (5.81)$$

Mit der Kontrolle, wenn:

$$s_{rk} = 1,57 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + k_{b,lim} \cdot c_r \right) < 220 \text{ mm liefert, ist}$$

$$w_k = \frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{ct,min}} \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{ct,min}} [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{ct,min}]}{E_s} \text{ die zutreffendere Lösung.} \quad (5.82)$$

Eine Beibehaltung von $\rho_{c,eff,loc}$ anstelle von $\rho_{ct,min}$ in:

$$\Delta \varepsilon = \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}}{\rho_{ct,min}} [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{ct,min}]}{E_s} \quad (5.83)$$

der Gleichungen (5.80) und (5.82) gefährdet die Qualität des Ergebnisses hier nicht. Für die Bestimmung des Verbundbeiwerts $k_{b,lim}$ wird ein Vorgehen nach Kapitel 5.4.6 vorgeschlagen.

Zusätzlich ist der Nachweis der Mindestbewehrung in Verbindung einer ausreichenden Rissbreitenbeschränkung für die Erstrissbildung zu führen,

entweder ähnlich der DIN 1045-1 oder MC 90:

$$w_k = \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{ct,min}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,cr}}{E_s} \quad (5.84)$$

oder:

$$w_k = \frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{ct,min}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,cr}}{E_s} \quad (\sigma_{s,cr} \text{ siehe unten stehende Anmerkung}) \quad (5.85)$$

Mit dem Nachweisziel $w_k \leq w_{lim}$ ergibt sich:

$$\rho_{ct,min} = 0,774 \sqrt{\frac{\phi \cdot f_{ct,eff}}{w_{lim} \cdot 2 \cdot k_{b,lim} \cdot E_s}} \quad (\sigma_{s,cr} \Rightarrow f_{ct,eff} / \rho_{ct,min} \text{ vereinfacht}) \quad (5.86)$$

Wird bei der Ermittlung der Mindestbewehrung $A_{s,min}$ aus (5.74) die Betonfläche ($k \cdot k_c \cdot A_{ct}$) benötigt, sollten an dieser Stelle die k -Faktoren zur Berücksichtigung von Eigenspannungszuständen aus EN 1992-1-1 verwendet werden, ($k = f(h)$: $1 > k > 0,65$), um das Zuverlässigkeitsziel zu erreichen. Dies schützt auch vor der Überbewertung und einer Reihe von Zweifeln, die in der Fachliteratur, z. B. [14], vermehrt den Faktor $k = k_E$ begleiten.

Beispielhaft zur Untermauerung des Nachweiskonzeptes für Mindestbewehrung wird ein Vergleich mit den Versuchen von Falkner [51] und Bergner [14] geführt, die aufgrund einer sehr detaillierten Dokumentation die Rückrechnung von Einzelrisszuständen für normalfeste und hochfeste Betone ermöglichen.

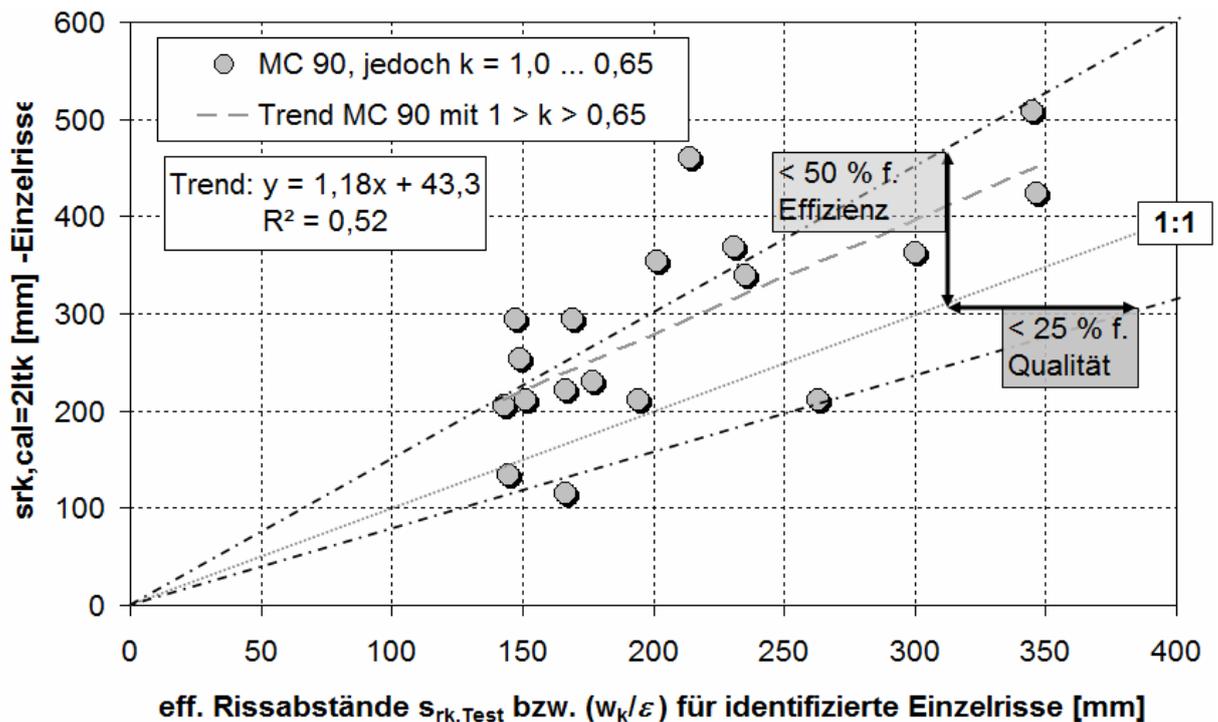


Bild 5. 51: Modell zur Beschreibung der Mindestbewehrung anhand der Ausprägung des wirksamen Rissabstands - ein Vergleich mit Versuchsergebnissen von Bergner und Falkner

Eine zusätzliche Sicherheit besteht, wenn die Berechnung von $A_{s,min}$ aus $\rho_{ct,min}$ nach (5.86) mit einer Zugfestigkeitsannahme von $f_{ctm} = f_{ct,eff}$ geführt wird, mit dem Hintergrund:

$$\sigma_{s,cr} = \frac{f_{ctm}}{\rho_{ct,min}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{ct,min}] \quad (5. 87)$$

und

$$\Delta\varepsilon = 0,6 \cdot \sigma_{s,cr} / E_s$$

Der Riss wird jedoch in Abhängigkeit von Randbedingungen oft bereits bei einer Größe der Stahlspannung von

$$\sigma_{s,cr} = \sigma_{cr-1} = \frac{0,7 \cdot f_{ctm}}{\rho_{ct,min}} \cdot [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{ct,min}] \quad (5. 88)$$

und mit

$$\Delta\varepsilon = 0,4 \dots 0,5 \cdot \sigma_{s,cr} / E_s \quad (\text{siehe Kapitel 4.3 ff.})$$

eintreten. Je nach Ausprägung der realen Rissentwicklung kann der Ansatz von (5. 87) diese Modellsicherheit bis zu einem Faktor 2,25 führen. Das erklärt auch die hohen Abweichungen und Modellsicherheiten in Bild 5. 51. Die gleiche Sicherheit ist auch für das befriedigende Ergebnis in der ausführlichen Nachweisdiskussion Kapitel 5.7 für die Mindestbewehrung nach MC 90/ DIN 1045-1 verantwortlich.

Die Fehlerbetrachtung zum MC 90/ DIN-konformen Ansatz für die Berechnung der Mindestbewehrung zur Beschränkung der Erstrissbreite aus Kapitel 5.7 ist auch für diese Anmerkungen formal korrekt.

6 Fazit

Als Zusammenfassung werden Thesen formuliert, die das Ergebnis der vorliegenden Arbeit darstellen.

Ausziehversuche an kurzen Verbundlängen sind ein grundlegendes Hilfsmittel in der Forschung über den Verbund zwischen Beton und Bewehrungsstahl. Bewehrung in realen Bauteilsituationen ist aber zumeist durch lange Verbundlängen gekennzeichnet. Damit ist zur Klärung von Problemen, die von der Bewehrungsanordnung und der Qualität des Verbundes abhängen, die Übertragung von Forschungsergebnissen auf lange Verbundlängen notwendig. Dies betrifft z. B. Probleme der Rissbreitenbeschränkung zur Sicherung der Gebrauchstauglichkeit.

Der Verbundwiderstand in würfelförmigen Ausziehkörpern mit kurzen Verbundlängen lässt sich aus einem 3D-Stabwerkmodell heraus begründen. Offensichtlich ist der am Verbund beteiligte und mitwirkende Betonzugring weitaus größer als in realen Bauteilsituationen, was zu einem steiferen Verbund bei gleichem Verhältnis Betondeckung/ Bewehrung führen kann. Aus Messwerten an der Versuchskörperoberfläche kann dazu eine Verformungshypothese begründet werden, die zeigt, dass bei derartigen Versuchen auch Bereiche außerhalb der Verbundzone wirksam am Auszieh-widerstand bei Belastung der Bewehrung teilnehmen. Winkelannahmen für das in der Nachrechnung von Ausziehversuchen notwendige stützende Druckfeld als Bindeglied zwischen Zugring und Verbundzone können aus der Verformung in der die Betondeckung querenden Bruchfläche hergeleitet werden. Die Modellbildung zur Nachrechnung von Ausziehversuchen an Ausziehkörpern mit kurzen Verbundlängen zeigt aber, dass gewonnene Verbundspannungs-Schlupf-Kurven nicht ohne Weiteres auf lange Verbundlängen in der Zugzone von Bauteilen übertragen werden können, da die geometrischen Randbedingungen abweichen.

Allerdings kann die Modellvorstellung eines Zugrings, erarbeitet an kurzen Verbundlängen, auf langen Verbundlängen übertragen werden, indem einzelne Ringe in einer Simulation zur Bildung der langen Verbundzone hintereinander gereiht werden. Sie produzieren dabei jeweils lokal fixiert einen Verbundwiderstand, der sich über die Transferlänge aufsummieren lässt. Die Verbundreaktion der diskreten Zugringe kann anhand eines räumlichen Stabwerkmodells in ähnlicher Weise für jeden Ring entlang der langen Verbundlänge auf der Grundlage der theoretischen Ansätze von Tefers und Reinhardt/ Van der Veen zu einem lokalen Verbundwiderstand überführt werden. Diese Modellvorstellung muss jedoch mit dem Goto-Modell einer Betondehnungsentwicklung in Längsrichtung unter Entstehung lokaler Risse längs des Bewehrungsstabes kombiniert werden. Dazu war die Entwicklung einer Vorstellung über die Größe der Goto-Risse in der unmittelbaren Verbundzone am Stahlumfang notwendig. Im Ergebnis lässt sich aus der Verformungsdifferenz in Längsrichtung zwischen der in der Risszone „verschmiert“ festgestellten Betondehnung und der Stahldehnung infolge Belastung des Zugstabes eine Rissbreite bei beliebiger Risstiefe in die Betondeckung hinein begründen. Der Zusammenhang zwischen der Rissbreite an der Stahloberfläche, der Rissbreite an der Betonaußenfläche und einem theoretischen Berechnungspunkt im Rissinneren ist in der Arbeit dargestellt.

Simulationen langer Verbundlängen mit Hilfe dieser Modellvorstellung können daher in Rissbildungssimulation an idealisierten, zylindrischen Ersatzdehnkörper-Modellen mit

radialem Bezug zum einbetonierten Betonstab überführt werden. Dies sichert die Kompatibilität zum theoretischen Ansatz von Tepfers, Goto/Otsuka u.a.

In das Simulations-Modell langer Verbundlängen sind zeitabhängige Effekte wie Zugkriechen unter Dauerlasteinfluss oder der Festigkeitsverlust nach wiederholter Belastung integrierbar. Dazu liegen Studien vor, ohne dass daraus aber z. Zt. abschließende Folgerungen abzuleiten sind.

Aus den klaren mechanischen Zusammenhängen, die in der Beschreibung der Verformung belasteter Ersatz-Dehnkörpermodelle genutzt werden, zeigt sich klar, dass ein Zusammenhang zwischen der doppelten Einleitungslänge, darstellbar durch (w/ε) oder s_r und dem effektiven Bewehrungsgrad ρ_{eff} existiert. Dieser Zusammenhang ist dagegen bei Anwendung der normativ vorgegebenen Berechnungsmodelle für s_r und ρ_{eff} bei der Beschreibung realistischer Bauteilsituationen schlecht korreliert, so dass eine neue Vorstellung über $A_{c,\text{eff}}$ als wesentliche variable Größe in ρ_{eff} erarbeitet wurde.

Für die Qualität der Lösung der Bemessungsaufgabe einer ausreichenden Rissbreitenbeschränkung zur Sicherung gebrauchstauglicher Bauteile ist die Zuverlässigkeit der Bemessungsergebnisse und damit die Korrelation von Versuchs- und Rechenwerten aus normativen Ingenieurmodellen von hoher Bedeutung. Da es eine absolute Sicherheit nicht geben kann, werden die Ziele einer gewünschten Modellperformance wahrscheinlichkeits-theoretisch definiert.

Hinsichtlich der Überschreitungshäufigkeit von Rechenwerten durch tatsächliche Versuchswerte zeigt sich, dass die z. Zt. diskutierten normativen Modelle aus DIN 1045-1 / MC 90 und EN 1992-1-1 (EC 2) unterschiedliche Eigenschaften aufweisen. Das MC 90/ DIN-Modell scheint in Bereichen sehr kleiner Rissbreiten zu optimistische Ergebnisse vorherzusagen, das Modell nach EC 2 erscheint dafür für eine große Menge von Szenarien übersicher. Um unwirtschaftliche oder sogar unrealisierbare Bewehrungslösungen generell zu vermeiden, sollten künftige Rechenmodelle daher auch anhand eines zusätzlichen Effektivitätskriteriums beurteilt werden. Ein solches wurde in der Arbeit vorgeschlagen.

Als Bemessungsziel für die Rissbreitenbeschränkung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird allgemein versucht zu sichern, dass bestimmte Rissbreitengrößen auf charakteristischem Niveau nicht überschritten werden. Der Normenvergleich mithilfe von drei unabhängigen Datensätzen bestätigt einen zunehmenden Einfluss des Zufalls auf Rissgrößen bei kleinen Zielrissbreiten $w_k < 0,2$ mm, dem jedoch mit den normativen Modellen kaum Rechnung getragen werden kann. Besonders groß ist die Unsicherheit bei der Anwendung gültiger Berechnungsmodelle für diese Rissgrößen bei Zwangsbeanspruchung. Für das Modell aus MC 90/ DIN 1045-1 war anhand eines Prüfdatensatzes auch zu erkennen, dass neben den stark zufälligen Einflüssen auch systematische Abweichungen bei Verwendung zur Berechnungen kleiner Rissbreiten so tiefgreifend sind, dass sie nur durch eine starke multiplikative Erhöhung der Modellsicherheit korrigiert werden können. Als Bemessungsziel für die Rissbreitenbeschränkung im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit wird allgemein versucht zu sichern, dass bestimmte Rissbreitengrößen auf charakteristischem Niveau nicht überschritten werden. Die Arbeit diskutiert jedoch, dass es unter Umständen für die Sicherung der Gebrauchstauglichkeit ausreichend und effektiver sein kann, gegen ein mittleres Verformungsniveau zu sichern. Einzelne, größer als geplant eintretende Risse werden die Verformung eines Stahlbetonbauteils nicht nachhaltig stören, solange

gewährleistet ist, dass die Spannung im Stahl im Bereich elastischer Verformungen verbleibt und die Korrosionsgefährdung der Bewehrung in Rissnähe nicht über ein gefährliches Maß steigt.

Für Lastbeanspruchung kann allerdings demonstriert werden, dass mithilfe der Randomisierung von gemessenen Rissgrößen die Möglichkeit besteht, durch die Berücksichtigung der Zufälligkeit der Belastung von realen Bauteilen, den Gewinn der Modellsicherheit hinsichtlich unerwünschter Überschreitungen einer errechneten Rissbreite realistisch abzubilden. Diese Auswertung stellt einen Vergleich der Mittelwerte der Rissbreitenmessung mit charakteristischen Rechenwerten auf verschiedenen Niveaus dar.

Im Gegensatz zum Nachweis der Rissbreitenbeschränkung scheint das MC 90/ DIN-Modell für die Mindestbewehrung zur Beschränkung der Rissbreiten bei Erstrissbildung ausreichend sicher zu sein, wenn es mit den Anpassungen angewendet wird, die in der Arbeit beschrieben worden sind. Dabei ist eine konservative Anwendung der Beiwerte zur Berücksichtigung von Eigenspannungen anzustreben. Allerdings ist die zur Auswertung geeignete Datenbasis, die Erst- und Einzelrisszustände ausweist, begrenzt und sollte in weiteren Arbeiten ergänzt werden.

Im Zuge der Modelldiskussion werden die Grundlagen für einen eigenen Modellvorschlag zur Berechnung mittlerer und charakteristischer Rissbreiten erarbeitet und dieser im Ergebnis vorgestellt. Die damit möglichen Vorhersagen sind mit den Messwerten aus Bauteilversuchen deutlich besser korreliert als die derzeit diskutierten Standard-Modelle. Im Modellvorschlag ist aufgrund der bestehenden Kritik an $A_{c,eff}$ in klassischer Definition eine Neudefinition mit Bezug zu Einzelstäben enthalten, die den Übergang zu den Rissbildungssimulationen an zylindrischen Ersatz-Dehnkörpern ermöglicht und damit deren mechanischen Hintergrund umsetzt. Dazu wird das neue Modell zur Berechnung des wirksamen Rissabstands bzw. der Rissbreite so aufgebaut, dass durch die Realisierung eines konstanten summarischen Vorhalts gegenüber der Ideallinie Messwert = Rechenwert der Faktor zur Erreichung des charakteristischen Niveaus eines 95 %-Fraktils gegenüber dem EC 2 reduziert wird. Zudem geht das Verbundverhalten nun abhängig von der Betondeckung in die Berechnung ein.

Das neue Modell begrenzt im Vergleich mit einem in der Arbeit ausgewiesenen Prüfdatensatz wirksam und dabei effizient Überschreitungen der vorhergesagten Rissgrößen. Mit dem Modell wird trotzdem die klassische Theorie gestützt, in der die Rissbreite vom wirksamen Rissabstand und der mittleren Dehnungsdifferenz direkt abhängt. Der Widerspruch zu den begründeten Bedenken von Beeby gegen die Verwendung von ϕ/ρ_{eff} in der alten Version wird damit aufgelöst. Das vorgegebene Effektivitätskriterium konnte mit dem vorgeschlagenen Modell weitgehend eingehalten werden. Weitere Tests der Modellqualität an anderen Datensätzen sind aber vor der Nutzung in der Praxis noch vorzunehmen. Die Parameter Verbundbeiwert, Modellsicherheit und summarisches Glied können im Zuge der Vergleichsuntersuchungen an einer größeren Datenbasis noch angepasst werden.

Dem Anwender kann mit den Untersuchungen der verschiedenen Datensätze und Modelle eine Vorstellung vermittelt werden, gegen welches Fraktile von Rissbreiten im Bauteil er mit seiner Berechnung sichert und mit welchen möglichen Überschreitungen er bei der Nutzung der verschiedenen Modelle zu rechnen hat. In der Arbeit ist auch ein Vorschlag für eine mögliche Definition einer mittleren Oberflächenrissbreite eines einzelnen, lokalen Risses bei der Auswertung von Rissbildern gemacht worden, so dass dessen Größe direkt mit einer Rechengröße w_{cal} verglichen werden kann.

7 Literatur

- [1] ACI-Committee 318 (1995): Building Code Requirements for Structural concrete (ACI 318-95) and Commentary (ACI 318R-95). American Concrete Institute, Farmington Hills, 1995
- [2] ACI Committee 408: Abstract of State-of-the-Art-Report: Bond under Cyclic Loads. ACI Journal No. 88 – M 68, November/December 1991
- [3] Albandor; Mills: The Prediction of Crack Widths of Reinforced Concrete Beams. Magazin of Concrete Research, Vol. 28 (1974), No. 88
- [4] Alvarez, M.; Marti, P.: Versuche zum Verbundverhalten von Bewehrungsstahl bei plastischen Verformungen. IBK-Bericht Nr. 222, Birkhäuser Verlag, Basel-Boston-Berlin 1996
- [5] Andreasen, B. S.: Anchorage of Ribbed Reinforcing Bars. CEB - International Conference: Bond in Concrete, Proceedings, Riga 1992, pp. 1-18 – 1-27
- [6] Azizinanimiti, A. et al.: Proposed Modification to ACI 318-95, Tension Development and High-strength Concrete. Paper submitted for publication in ACI Structural Journal, Final draft 31.7.1998
- [7] Balazs, G.: Fatigue of Bond. ACI Materials Journal V.88-M64 November-December 1991
- [8] Base, G.D.; Read, J. B.; Beeby, A. W.; Taylor, H. P.: An Investigation of the Crack Control Characteristics of Various Types of Bar in Reinforced Concrete Beams. Cement and Concrete Association Research Report 18, Part 1, 1966
- [9] Bazánt, Z. P.: Fracture Mechanics of Concrete Structures. Elsevier Applied Science London and New York, 1992
- [10] Beeby, A.W.: Crack Prediction Methods in Eurocode 2. Discussion paper and comment. University of Leeds, August 2000
- [11] Beeby, A.W.: The Influence of the Parameter σ/ρ_{eff} on Crack Widths. Discussion paper. University of Leeds, Juni 2003
- [12] Beeby, A.W.: Cracking – What Are crack width limits for? Concrete, Vol. 12, No. 7/1978, pp. 31 - 33
- [13] Beeby, A.W.: Cracking due to Restraint of Imposed Deformations. A preliminary note, University of Leeds, June 2003
- [14] Bergner, H.: Rissbreitenbeschränkung zwangsbeanspruchter Bauteile aus hochfestem Normalbeton. DAFStb Heft 482, Beuth Verlag 1997
- [15] Bigaj, A. J.; den Uijl, J. A.; Walraven, J. C.: Bond of Ribbed Bars Modelled through Concrete Confinement. ACI-International SP-180 "Bond and Development of Reinforcement - A Tribute to Dr. Peter Gergely", ed. by R. Leon, Farmington Hill, 1998
- [16] Braam, C. R.: Control of Crack Width in Deep Reinforced Concrete Beams. Heftreihe Heron, Volume 35 No.4, Delft 1990
- [17] Bruggeling, A.S.G.: Imposed Deformations and Crack Width. Department of Civil Technics (Concrete), TH Delft 1981

- [18] Bruggeling, A. S. G.: Structural Concrete. A. A. Balkema, Rotterdam, 1991
- [19] Bruggeling, A. S. G.; Huyghe, G. F.: Prefabrication with Concrete. A. A. Balkema, Rotterdam, 1991
- [20] Bruggeling, A.S.G.: Übertragen der Vorspannung mittels Verbund. In: Beton- und Stahlbetonbau 96 (2001), H. 3, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 2001
- [21] CEB: CEB-FIP Model Code 1990. CEB Bulletin d'information No. 213, Lausanne, 1993
- [22] CEB: RC Elements under Cyclic Loading, State-of-the-Art Report. CEB Bulletin d'Information No. 230, Thomas Telford Publications London, 1996
- [23] CEB: Ductility of Reinforced Concrete Structures. Synthesis Report and Individual Contributions, Task Group 2.2, CEB Bulletin d'Information No. 242, Lausanne 1998
- [24] Clark, A. P.: Cracking in Reinforced Concrete Flexural Members. Journal of the American Concrete Institute, 1956
- [25] Corres Peiretti, H.: Serviceability Limit State. Supporting Document for Section 7 (Crack control) of EN 1992-1, 2001, (Diskussionspapier für EC 2-1), not published yet
- [26] Corres Peiretti, H.; Perez Caldentey, A.; Petschke, T.: prEN Chapter 7 – Serviceability Limit States. Cracking. Supporting Document. Hrsg.: Grupo de Hormigon Estructural – ETSICCP – UPM, May 2003
- [27] Curbach, M.: Festigkeitssteigerung von Beton bei hohen Belastungsgeschwindigkeiten. Dissertation und Heft 1 der Schriftenreihe des Institutes für Massivbau und Baustofftechnologie der Universität Karlsruhe, Karlsruhe, 1987
- [28] Curbach, M.; Tue, N.; Eckfeldt, L.; Speck, K.: Beitrag: Zum Nachweis der Rissbreitenbeschränkung gemäß DIN 1045-1. In: Erläuterungen zu DIN 1045-1. Teil 2. Heft 525 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 2003, S. 190 ff.
- [29] Curbach, M.; Wiese, H.; Weiland, S.; Speck, K.; Hampel T.: Ermittlung des Rißverhaltens von Kreisquerschnitten. Abschlussbericht an die Deutsche Einheit Fernstraßenplanungs- und -bau GmbH (DEGES) und das Sächsische Staatsministerium für Wirtschaft und Arbeit (SMWA), Lehrstuhl für Massivbau, TU Dresden, 2003
- [30] Curbach, M.; Eckfeldt, L.; Scheerer, S.; Ortlepp, S.; Murray, D.; Tran, Y. L.: Kommentar zur Neuformulierung des Kapitel 7 in prEN 1992-2. Internes Diskussionspapier in Deutscher und Englischer Sprache für das Project Team EC 2-2-vorgelegt in Turin Mai 2003, aktualisierte Fassung Dresden Juli 2003
- [31] DAfStb: Richtlinie für hochfesten Beton. Ergänzung zu DIN 1045/07.88 für die Festigkeitsklassen B 65 bis B 115, Berlin: DAfStb August 1995
- [32] DBV-Merkblatt: Füllen von Rissen. Anwendung von Reaktionsharzen im Betonbau. Deutscher Betonverein, Berlin 1987
- [33] den Uijl, J.A.; Bigaj, A.J.: Bond model for ribbed bars. Heron, Vol. 41, No.3, 1996. Netherlands School for Advanced Studies in Construction and TNO, Delft 1996
- [34] DIN 488, Teil 1: Betonstahl. Sorten, Eigenschaften, Kennzeichen. Ausgabe April 1972, Beuth-Verlag Berlin, 1972
- [35] DIN: Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. DIN, Deutsches Institut für Normung e.V., Beuth-Verlag, Köln 1981

- [36] DIN 1045: Beton und Stahlbeton, Bemessung und Ausführung. Ausgabe Juli 1988, Beuth Bauverlag Berlin, 1989
- [37] DIN 1045-1: Tragwerke aus Beton, Stahlbeton und Spannbeton. Teil 1: Bemessung und Konstruktion. Ausgabe Juli 2001
- [38] DIN 1048, Teile 1-4: Prüfverfahren für Beton. Ausgaben Februar 1976 und Dezember 1978, Beuth-Verlag Berlin, 1976 und 1978
- [39] DIN: DIN-Fachbericht 102. Betonbrücken. Ausgabe März 2003, Beuth Verlag, Berlin 2003
- [40] Duda, H.: Bruchmechanisches Verhalten von Beton unter monotoner und zyklischer Zugbeanspruchung. Heft 419 des DAfStb, Beuth-Verlag Berlin, 1991
- [41] Eckfeldt, L.; Curbach, M.: Bond Behaviour of High Performance Concrete (HPC) and Reinforcing Steel under Fatigue Loading. Proceedings of the 3rd Int. PhD Symposium in Civil Engineering 2000 Vienna
- [42] Eckfeldt, L.: Der Fraktalwert von Rissbreitenberechnungsmodellen (und andere Mysterien). Tagungsbeitrag zum 1. Dresdner Probabilistik Symposium, Aktualisierter Beitrag, Dresden 2003/04
- [43] Edvardsen, K. C.: Wasserdurchlässigkeit und Selbstheilung von Trennrissen in Beton. Heft 455 des DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin, 1996
- [44] Elfgren, L.; Shah, S. P.: Analysis of Concrete Structures by Fracture Mechanics. RILEM, Chapman and Hall, London, 1991
- [45] Eligehausen, R.: Übergreifungsstöße zugbeanspruchter Rippenstäbe mit geraden Stabenden, Heft 301 des DAfStb, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn Berlin-München-Düsseldorf, 1979
- [46] Eligehausen, R., Popow, E. P. und Bertero, V. V.: Local Bond Stress-Slip Relationships of Deformed Bars under Generalized Excitations, Report No. UCB/EERC-83/23 Earthquake Engineering Research Center, University of California, Berkeley, Oktober 1983
- [47] Eligehausen, R.; Özbolt, J.; Mayer, U.: Mitwirkung des Betons zwischen den Rissen bei nichtelastischen Stahldehnungen – Optimierung des Verbundes. In Zeitschrift: Beton- und Stahlbetonbau **93** (1998), H. 2, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1998, S. 29 ff.
- [48] Eligehausen, R.; Mayer, U.: Untersuchungen zum Einfluss der bezogenen Rippenfläche von Bewehrungsstäben auf das Tragverhalten von Stahlbetonbauteilen im Gebrauchs- und Bruchzustand. Heft 503 des DAfStb, Beuth-Verlag Berlin, 2000
- [49] Empelmann, M.: Zum nichtlinearen Trag- und Verformungsverhalten von Stabtragwerken aus Konstruktionsbeton unter besonderer Berücksichtigung von Betriebsbeanspruchungen. IMB der RWTH Aachen, Heft 2. Aachen 1995
- [50] Engström, B.; Magnusson, J.; Huang, Z.: Pull-out Bond Behaviour of Ribbed Bars in Normal and High Strength Concrete with Various Confinements. Bond and Development of Reinforcement – A Tribute to Peter Gergely. ACI SP-180, 1998, pp. 215 – 242
- [51] Falkner, H.: Zur Frage der Rissbildung durch Eigen- und Zwängspannungen infolge Temperatur in Stahl- und Betonbauten. DAfStb Heft 208, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn 1969

- [52] Farra, B.; Jaccoud, J. P.: Influence du beton et de l'armature sur la fissuration des structures en beton – Rapport des essais de tirants sous deformation imposee de courte duree. Department de genie Civil, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Publication No. 140, November 1993
- [53] FIP-CEB: High Strength Concrete. State-of-the-Art Report, FIP SR 90/1, CEB Bulletin d'information No. 197, FIP London, 1990
- [54] fib, Bulletin 10: Bond of Reinforcement in Concrete, fib Lausanne, 2000
- [55] Gambarova, P. G.; Rosati, G. P.: Bond and Splitting in Bar Pull-out: Behavioural Laws and Concrete-Cover Role. Magazine of Concrete Research 49 (179), pp. 99 – 110
- [56] Gergely, P.; Lutz, L. A.: Maximum Crack Width in Reinforced Concrete Flexural Members. Vortrag beim ACI-Symposium on Cracking of Concrete, Philadelphia 1966
- [57] Gilbert, R.I.: Time-dependent Cracking in Reinforced Concrete Beams and Slabs. Proceedings fib- Symposium 2004, electronically published, Avignon 2004
- [58] Giuriani, E.; Plizzari, G. A: Confinement Role in Anchorage capacity. ACI-International SP-180 "Bond and Development of Reinforcement - A Tribute to Dr. Peter Gergely", ed. by R. Leon, Farmington Hill, 1998
- [59] Goto, Y.; Otsuka, K.: Experimental Studies on Cracks Formed in Concrete around Deformed Tension Bars. Japan, 1980, pp. 85-100
- [60] Günther, G.: Verbundverhalten zwischen Stahl und Beton unter monoton steigender, schwellender und lang andauernder Last. Dissertation, Kassel 1989
- [61] Haqqi, I.S.; Serviceability of Reinforced Concrete Subjected to Tension. PhD Thesis, Council of National Academic Awards, December 1983
- [62] Helmus, M.: Mindestbewehrung zwangsbeanspruchter dicker Stahlbetonbauteile. DAfStb Heft 412, Beuth-Verlag, Berlin 1990
- [63] Henning, W.; Rostasy, F.S.: Zwang und Rissbildung in Wänden und Fundamenten. DAfStb Heft 407. Beuth-Verlag, 1990
- [64] Hillerborg, A.: Analysis of One Single Crack. In: Fracture Mechanics of Concrete, ed. by F. H. Wittmann, Elsevier Science Publishers Amsterdam, 1983
- [65] Hognestad, P. E.: High Strength Bars as Concrete Reinforcement. Part 2: Control of Flexural Cracking. Journal of the Portland Cement Association Research and Development Laboratories, Vol. 4, No.1., January 1962
- [66] Hölzenbein, H.; Soretz, S.: Beitrag zur Profilgestaltung von Betonrippenstählen. Betonstahl in Entwicklung, Heft 63, TOR-ISTEG STEEL Corporation Luxembourg, Wien, Juni 1977, S. XX-XX
- [67] Huang, Z.; Engström, B.; Magnusson, J.: Experimental and Analytical Studies of the Bond Behaviour of Deformed Bars in High Strength Concrete. Fourth International Symposium at the Utilization of High Strength /High Performance Concrete, Vol. 3, Laboratoires des Ponts et Chaussées, Paris, 1996
- [68] Husain, S. I.; Ferguson, P. M.: Flexural Crack Widths at the Bars in Reinforced Concrete Beams. Center for Highway Research. Research Report No. 102-1F, The University of Texas in Austin, 1968
- [69] Jaccoud, J. P.; Francou, B.; Camara, J. M.: Armature minimale pour le contrôle de la fissuration. Rapport sur une première série d'essays de courte duree. Department de

genie Civil, Ecole Polytechnique Federale de Lausanne, Projet de recherche 82-13, May 1984

- [70] Janovic, K.: Verbundverhalten von Bewehrungsstählen unter Dauerbelastung in Normal- und Leichtbeton. In: Heft 367 des DAfStb, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn Berlin, 1986
- [71] Jungwirth, D.: Begrenzung der Rissbreite im Stahl- und Spannbetonbau. In Zeitschrift: Beton- und Stahlbetonbau 80 (1985), H.7, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1985, S. 178 ff.
- [72] Kenel, A.; Marti, P.: Faseroptische Dehnungsmessungen an einbetonierten Bewehrungsstäben. IBK Bericht Nr. 271, ETH Zürich 2002
- [73] Kenel, A.: Biegetragverhalten und Mindestbewehrung von Stahlbetonbauteilen. IBK Bericht Nr. 277, ETH Zürich 2002
- [74] König, G.; Fehling, E.: Zur Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau. In Zeitschrift: Beton- und Stahlbetonbau 83 (1988), H. 6 und 7. Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1988
- [75] König, G. et al.: Hochfester Beton, Sachstandsbericht. Teil 2: Bemessung und Konstruktion. Heft 438 des DAfStb, Beuth-Verlag Berlin, 1994
- [76] König, N; Tue, N.: Grundlagen und Bemessungshilfen für die Rissbreitenbeschränkung im Stahlbetonbau und Spannbetonbau. Heft 466 des DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin, 1996
- [77] König, G; Tue, N. G.; Zink, M.: Hochleistungsbeton. Bemessung, Herstellung und Anwendung. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn Berlin, 2001
- [78] Kordina, K.; Schubert, L.; Troitzsch, U.: Kriechen von Beton unter Zugbeanspruchung. Heft 498 des DAfStb, Beuth-Verlag, Berlin, 2000
- [79] Kurz, W.: Ein mechanisches Modell zur Beschreibung des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Dissertation, Darmstadt, 1996
- [80] Laurencet, P.; Jaccoud, J.-P.; Favre, R.: Residual Crack Widths of RC & PC Structures under Cyclic Actions. Proceedings of the 2nd Int. Ph.D. Symposium in Civil Engineering 1998, Budapest 1998
- [81] Leonhardt, F.: Crack Control in Concrete Structures. IABSE Surveys S-4/77. IABSE Periodica, Zürich August 1977
- [82] Leonhardt, F.; Rostasy, F.S.; MacGregor, J.; Patzak, M.: Schubversuche an Balken und Platten. DAfStb Heft 275, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn 1977
- [83] Liebau, P.: Einfluss des Abstandes der Bewehrungsstäbe auf das Tragverhalten – insbesondere die Rissbildung von Stahlbetonplatten. Dissertation, TU Dresden, 1973
- [84] Lubell, A.; Sherwood, T.; Evan, B.; Collins, M.P.: Safe Shear Design of Large, Wide Beams. In: Concrete International, January 2004
- [85] Maeda, M.; Otani, S.; Aoyama, H.: Effect of Confinement on Bond Splitting Behaviour in Reinforced Concrete Beams. IABSE Structural Engineering International, 5(3), pp. 166-173
- [86] Magnusson, J.: Bond and Anchorage of Deformed Bars in High Strength Concrete. Chalmers University of Technology, Division of Concrete Structures, Licentiate Thesis, Publication 97/1, Göteborg, 1997

- [87] Mainz, J.; Stöckl, S.: Einfluss der Probekörperform auf die Ergebnisse von Ausziehversuchen, Finite-Element-Berechnungen. Heft 426 des DAfStb, Beuth-Verlag Berlin, 1992
- [88] Martin, H.: Zusammenhang zwischen Oberflächenbeschaffenheit, Verbund und Sprengwirkung von Bewehrungsstäben unter Kurzzeitbelastung. Heft 228 des DAfStb, Verlag Ernst & Sohn, Berlin-München-Düsseldorf, 1973
- [89] Martin, H.; Schießl, P.; Schwarzkopf, M.: Berechnungsverfahren für Rissbreiten aus Lastbeanspruchung. Heftreihe Forschung, Straßenbau und Straßenverkehrstechnik. Heft 309. Bundesministerium für Verkehr, Bonn-Bad Godesberg, 1980
- [90] Moro, M.; Ogawa, J.: Bond Behaviour of Anchored Deformed Bar under High-Stressed Reversal Loading. CEB - International Conference: Bond in Concrete, Proceedings, Part II. Riga 1992, pp. 7-39 – 7-48
- [91] Noghabai, K.: Splitting of Concrete in the Anchoring Zone of Deformed Bars: A Fracture Mechanics Approach to Bond. Licentiate Thesis 1995:26L, Lulea Tekniska Universitet, 1995
- [92] Noghabai, K.: Effect of Tension Softening on the Performance of Concrete Structures. Doctoral Thesis. Dept. of Civil and Mining Engineering: Division of Structural Engineering. Lulea University of Technology, 1998
- [93] Noghabai, K.: Reinforced Concrete Elements under Combined Loading and Environmental Exposure: Survey on Degradation Processes and Experimental Study. Research Report, Lulea Tekniska Universitet, 2001
- [94] Paas, U.: Mindestbewehrung für verformungsbehinderte Betonbauteile im jungen Alter. Heft 489 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 1998
- [95] Pijaudier- Caudet, G.; Mazars, J.; Pulikowski, J.: Steel-Concrete Bond Analysis with Non-local Continuous Damage. ASCE Journal of Structural Engineering, pp. 862 – 882
- [96] Plizzari, G. A., Franchi, A.: Bond Testing According to Various European National Codes, Technical Report 5-4/96. Department of Civil Engineering, University of Brescia, 1996
- [97] prEN 1992-1-1 (final vote), Eurocode 2: Design of Concrete Structures – Part 1-1: General Rules and Rules for Buildings. CEN, Mai 2004
- [98] Randl, E.; Johnson; R. P.: Widths of Initial Cracks in Concrete Tension Flanges of Composite Beams. IABSE- Proceedings P-54/82. IABSE (IVBH), Zürich, November 1982
- [99] Rao, S.: Die Grundlagen zur Berechnung der bei statisch unbestimmten Stahlbetonkonstruktionen im plastischen Bereich auftretenden Schnittkräfte. Heft 177 des DAfStb. Verlag Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin 1966
- [100] Rostasy, F. S. und Scheuermann, J.: Verbundverhalten einbetonierten Betonrippenstahls bei extrem tiefer Temperatur, Heft 380 des DAfStb, Berlin: Ernst & Sohn 1987
- [101] Rostasy, F. S.; Krauß, M.: Frühe Risse in massigen Betonbauteilen – Ingenieurmodelle für die Planung von Gegenmaßnahmen. Heft 520 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 2001
- [102] Rots, J. G.: Simulation of Bond and Anchorage: Usefulness of Softening Fracture Mechanics. In: Applications of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete. Edited by A. Carpintieri, Elsevier Science Publishers, London – New York, 1992

- [103] Rehm, G.; Eligehausen, R.; Neubert, B.: Erläuterung der Bewehrungsrichtlinien. Heft 300 des DAfStb, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn Berlin-München-Düsseldorf, 1979
- [104] Rehm, G.: Über die Grundlagen des Verbundes zwischen Stahl und Beton. Heft 138 des DAfStb, Beuth-Verlag Berlin, 1961
- [105] Reinhardt, H. W.; van der Veen, C.: Splitting Failure of A Strain-Softening Material Due to Bond Stresses. In: Application of Fracture Mechanics to Reinforced Concrete. Edited by Alberto Carpinteri, London and New York: Elsevier Applied Science 1992
- [106] Remmel, G.: Zum Zug- und Schubtragverhalten von Bauteilen aus hochfestem Beton. Heft 444 des DAfStb, Beuth-Verlag Berlin, 1994
- [107] Sadrossadat-Zadeh, S. M.; Harrop, J.: Steel-Concrete Bond Analysis with Non-local Continuous Damage. CEB - International Conference: Bond in Concrete, Proceedings, Part I. Riga 1992, pp. 2-99 – 2-106
- [108] Schenkel, M.; Vogel, T.: Versuche zum Verhalten von Bewehrung bei mangelhafter Betondeckung. IBK Bericht Nr. 228, Birkhäuser Verlag, Basel-Boston-Berlin 1997
- [109] Scheuermann, J.: Untersuchung von Konstruktionswerkstoffen bei tiefen Temperaturen, Verbund und Rissbildung in Stahlbetonbauteilen. Beitrag zum Forschungskolloquium des DAfStb, Braunschweig 17, 1986, S. 115-120
- [110] Schießl, P.: Grundlagen der Neuregelung zur Beschränkung der Rissbreite. In: Heft 400 des DAfStb, Beuth Verlag, Berlin 1989
- [111] Schießl, P. et al.: Entwicklung der Temperaturspannungen in jungem Beton. Zeitschrift „Beton“, Heft 7+8/ 2003, Verlag Bau + Technik, Erkrath, 2003
- [112] Schießl, P. and Raupach, M.: Untersuchungen zum Mechanismus der Bewehrungskorrosion im Bereich von Rissen. In: Baustofftechnische Einflüsse auf Konstruktionen., Ernst & Sohn, Berlin, 1990.
- [113] Schlaich, G.; Schäfer, K.: Konstruieren im Stahlbetonbau. Aus Beton-Kalender 1989, Teil II, S.563-711. Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1989
- [114] Schmidt-Thrö, G.; Stöckl, S.; Kupfer, H.: Einfluß der Probekörperform und Messpunktanordnung auf die Ergebnisse von Ausziehversuchen. In: Heft 378 des DAfStb, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn Berlin, 1986
- [115] Schmidt-Thrö, G.; Stöckl, S.: Versuche über das Verbundverhalten von Rippenstäben bei Anwendung des Gleitbauverfahrens. Teilbericht 1: Ausziehversuche, Proben in Uting hergestellt. In: Heft 378 des DAfStb, Verlag Wilhelm Ernst & Sohn Berlin, 1986
- [116] Schrage, I.: Hochfester Beton, Sachstandsbericht. Teil 1: Betontechnologie und Betoneigenschaften. Heft 438 des DAfStb, Beuth-Verlag Berlin, 1994
- [117] Shima, H.; Chou, L. L.; Okamura, H.: Micro and Macro Models for Bond in Reinforced Concrete. Journal of the Faculty of Engineering, University of Tokyo, 39(2), Tokyo 1987
- [118] Soretz, S.; Hölzenbein, H.: Einfluß der Rippenabmessungen von Betonbewehrungsstäben auf den Verbund und die Biegefähigkeit. Reihe: Betonstahl in Entwicklung, Heft 69, TOR-ISTEG STEEL Corporation Luxembourg, Wien, 1980
- [119] Stevens, R.F.: Deflection of Reinforced Concrete Beams. Proceedings, Institution of Civil Engineers (London), Part 2, Research and Theory, Sept., S. 207-224

- [120] Tepfers, R.: A Theory of Bond Applied to Overlapped Tensile Reinforcement Splices for Deformed Bars. Publication 73:2, Division of Concrete Structures. Chalmers University of Technology, Göteborg, 1973
- [121] Tepfers, R.: Cracking of Concrete Cover along Anchored Deformed Reinforcing Bars. Magazine for Concrete Research, März 1979
- [122] Tepfers, R.; Olsson, P.-A.: Ring Test for Evaluation of Bond Properties of Reinforcing Bars. CEB - International Conference: Bond in Concrete, Proceedings, Part I. Riga 1992, pp. 1-89 – 1-99
- [123] Trost, H. et al.: Teilweise Vorspannung. Verbundfestigkeit von Spanngliedern und ihre Bedeutung für Rissbildung und Rissbreitenbeschränkung. Heft 310 des DAfStb. Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1980
- [124] Tue, N.V.: Zur Spannungsumlagerung im Spannbeton bei der Rissbildung unter statischer und wiederholter Belastung. Heft 435 des DAfStb. Beuth-Verlag, Berlin 1993
- [125] Van der Veen, C.: Cryogenic Bond Stress-Slip Relationship. Doctoral Thesis, Delft University of Technology, Delft, 1990
- [126] Vandewalle, L.: Theoretical Prediction of the Ultimate Bond Strength between a Reinforcement Bar and Concrete. CEB - International Conference: Bond in Concrete, Proceedings, Part I. Riga 1992, pp. 1-1 – 1-8
- [127] Vismann, U.; Zilch, K.: Non-linear Analysis and Safety Evaluation by Finite-Element-Reliability Method. In: CEB Bulletin d'information No. 229: New Developments in Non-linear Analysis Methods. CEB, Lausanne 1995
- [128] Wiese, H.; Curbach, M.; Speck, K.; Weiland, S.; Eckfeldt, L.; Hampel, T.: Rissbreitennachweis für Kreisquerschnitte. In: Beton- und Stahlbetonbau **99** (2004), H. 4, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 2004, S. 253-261
- [129] Wolinski, S.; Hordijk, D. A.; Reinhardt, H. W.: Influence of Aggregate Size on Fracture Mechanics Parameters of Concrete. International Journal of Cement Composites and Lightweight Concrete, 9 (1987), No. 2
- [130] Xu Youlin: Experimental Study of Bond-Anchorage Properties for Deformed Bars in Concrete. CEB - International Conference: Bond in Concrete, Proceedings, Part I. Riga 1992, pp. 1-9 – 1-17
- [131] Zhiming, T.; Zhiman, Y.: Bond Behaviour of Deformed Bars in High Strength Concrete. CEB - International Conference: Bond in Concrete, Proceedings, Part II. Riga 1992, pp. 4-11 – 4-18
- [132] Zilch, K.; Cyllok, M.: Rissbildung und Verbund – Versuche in Beton mit rezyklierten Zuschlägen. In: Befestigungstechnik, Bewehrungstechnik und Festschrift zum 60. Geburtstag von Rolf Eligehausen, *ibidem*-Verlag, Stuttgart 2002, S. 303 ff.
- [133] Zilch, M.; Cyllok, M.: Report: Notes on Crack Control. Report Nr. cy-2304420. TU München, IBK, März 2004

Weitere Quellen:

- [134] Eckfeldt, L.; Curbach, M.: The Mirrored Quantile of Calculated Crack Widths - Excerpt from the Presented Opinion in an Extensive Discussion. Summarised overheads of a closed discussion in Vienna, 2003. Veröffentlicht unter:
http://www.tu-dresden.de/biwitb/mbau/forschung/rissbreiten_stb.html

- [135] Beeby, A. W.: Personal communication at the CEN/TC 250 about measuring cracks—at the CEN/TC 250-Meeting in London, March 2003
- [136] Prof. Lewinski (Poland): Statement and argumentation to the audience of the CEN/TC 250-Meeting in Vienna, Nov. 2003 concerning the denied application of model uncertainties in SLS-calculations and a following personal communication with A.W. Beeby according to that topic.
- [137] RILEM: Technical Recommendations for the Testing and Use of Construction Materials. E & FN Spon (Chapman & Hall), London 1994
- [138] Giuriani, E.; Plizzari, G. A.; Schumm, C.: Role of stirrups and residual tensile strength of cracked concrete on bond. ASCE-Journal of Structural Engineering.117(1), 1991, S.1-18

ANHÄNGE

<u>Titel</u>	<u>Seite</u>
Anhang 1 – Allgemeine Versuchs- und Materialangaben zu den Ausziehversuchen an hochfestem Beton (HPC)	280
Anhang 2 – Ergebnisse der Ausziehversuche mit HPC	295
Anhang 3 – Ausgewählte Daten und Diagramme zu Nachrechnungen von Ausziehversuche	308
Anhang 4 – Ergebnisse verschiedener Verbundsimulationen für zylindrische Dehnkörper	360
Anhang 5 – Parameterstudien und Daten für die Untersuchung des wirksamen Rissabstandes s_r und der auf Zug mitwirkenden Fläche $A_{c,eff}$	370
Anhang 6 – Darstellungen, Datensätze und Diagramme zur Bestimmung der Überschreitungshäufigkeiten und -größen von w_k durch zu erwartende Rissbreiten bei der Verwendung aktueller normativer Ansätze	405
Anhang 7 – Flussdiagramm und Hilfstabelle zur Sicherstellung eines zutreffenden Rechenwertes w_k in Erweiterung des DIN Konzeptes	421
Anhang 8 – Flussdiagramm und Hilfsdiagramm zu einem Berechnungsvorschlag zur Beseitigung von Unsicherheiten bei der Mindestbewehrung gegen aufgehende Risse bei der Erstrissbildung	430

8 Anhang 1 – Allgemeine Versuchs- und Materialangaben zu den Ausziehversuchen an hochfestem Beton (HPC)

8.1 Geometriedaten der Versuchskörper (Ausziehkörper)

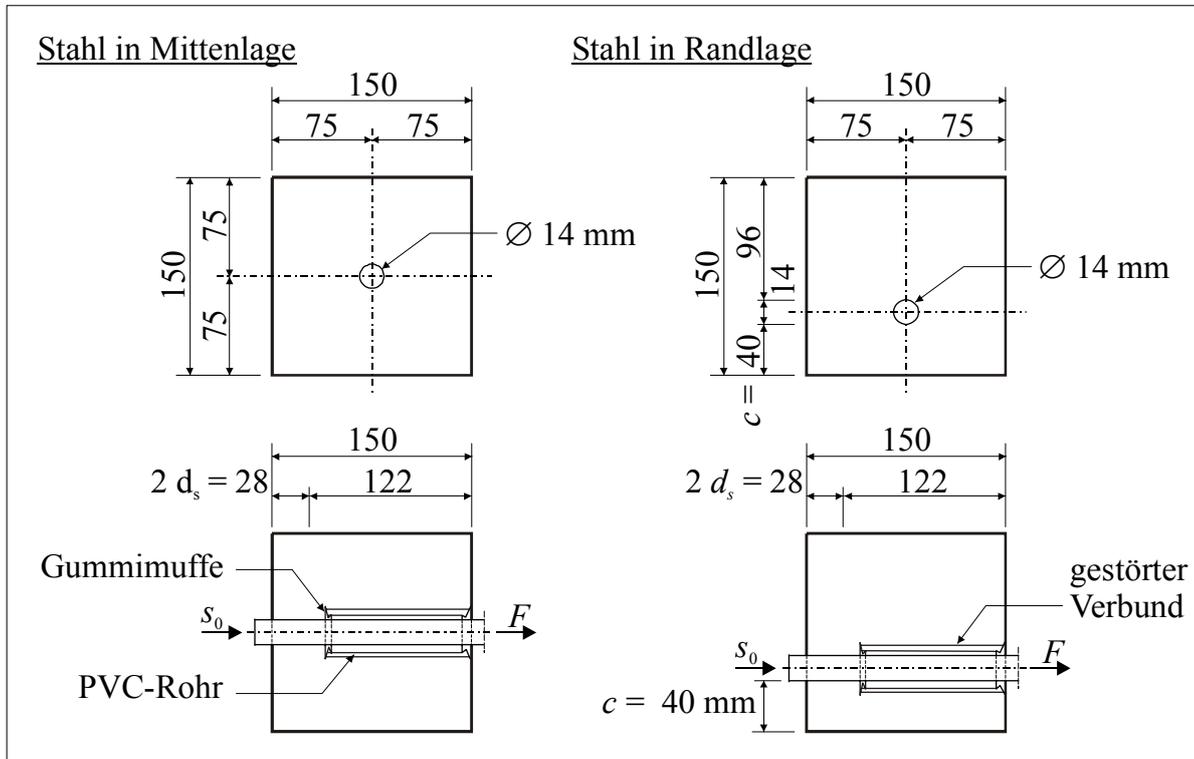


Bild A-1. 1: Ausziehkörpergeometrie (Versuche des Autors)

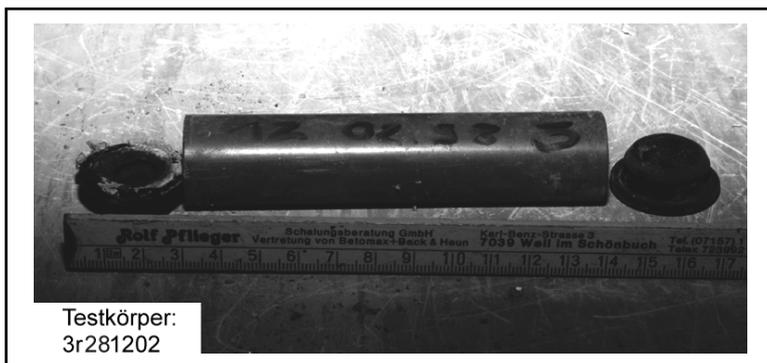


Bild A-1. 2:
Übliche Verbundstörung für
BSt 500 S und $\phi = 14$ mm

8.2 Versuchsaufbau auch für die Ausführung von Ermüdungsversuchen im Vergleich zum Versuchsaufbau von Balazs

8.2.1 Versuchsanordnung

Alle statischen und dynamischen Ausziehversuche wurden in einem Prüfrahmen der Hydropuls-Standard-Prüfmaschine SINUS 250 kN durchgeführt. Damit ist ein hohes Maß an Vergleichbarkeit gewährleistet. Mit dieser Versuchsmaschine lassen sich viele Formen dynamischer Beanspruchungskollektive in einen Versuchsaufbau eintragen. Die vorzunehmenden Anpassungen zum Einbau der Würfelhalterung sind gering.

Die Aufnahme und Speicherung der wesentlichen Versuchsdaten – die Ausziehkraft F_{pull} und der Schlupf s_0 an der lastabgewandten Seite – erfolgt getrennt. Parallel werden Lastwechselzahlen N , Schlupf s und Lastmaxima in regelmäßigen Zeitabständen von $t_M \leq 30$ s kontrolliert und protokolliert. Damit können später die Last-Schlupf-Beziehungen über die gesamte Versuchsdauer verfolgt werden. Abhängigkeiten bzgl. Amplitude und Lastwechselzahl können so in einem zeitlichen Kontext sichtbar gemacht werden.

Da in der Prüfmaschine auch statische Versuche durchgeführt werden können, war es möglich, ohne Umbauten auch die statische Resttragfähigkeit des Verbundes nach Beendigung der Ermüdungsbeanspruchung zu ermitteln. Somit wird der Verbund vor der abschließenden Prüfung nicht durch das Ein- und Ausbauen des Versuchskörpers geschädigt und verfälscht.

Die folgende Tabelle enthält einen Auszug aus dem Datenblatt der Prüfmaschine mit wichtigen Kenndaten.

Tabelle A-1. 1: Technische Daten der Hydropuls-Standard-Prüfmaschine SINUS 250 kN

Maschinentyp		SINUS 100	SINUS 250
Nennkräfte	dynamisch dynamisch, dauerhaft	+/- 100 kN +/- 80 kN	+/- 250 kN +/- 200 kN
Frequenzbereich		0 ... 100 Hz	
Maximale Belastungsgeschwindigkeit mit	PB25K PB40K PB80K	110 mm/s 180 mm/s 380 mm/s	45 mm/s 75 mm/s 180 mm/s
Nennhub des Prüfzylinders		160 mm	
Breite der Traverse	A	830 mm	900 mm
Tiefe des Prüfrahmens	B	490 mm	540 mm
Gesamthöhe	C	2 625 mm	
Lichte Weite	D	500 mm	
Säulendurchmesser	d	70 mm	
Breite der Tischplatte	G	670 mm	
Höhe Oberkante Tischplatte	H	900 mm	
Tiefe	J	410 mm	460 mm
Lichte Einspannhöhe	Y_{MAX} Y_{MIN}	1 300 mm 250 mm	
Steifigkeit		400 kN/mm	640 kN/mm
Gewicht		596 kg	1000 kg
Ausrichtgenauigkeit	Achsversatz Planparallelität	< 0,1 mm/m < 0,3 mm/m	

Die Versuchsmaschine mit einem Ausziehkörper in Einbaulage ist in Bild A-1. 3 maßstäblich dargestellt. Die Hauptmaße des Prüfrahmens sind ergänzt. Dieser kann mit dem Versuchsaufbau nach Balázs [7], Bild A-1. 4, verglichen werden.

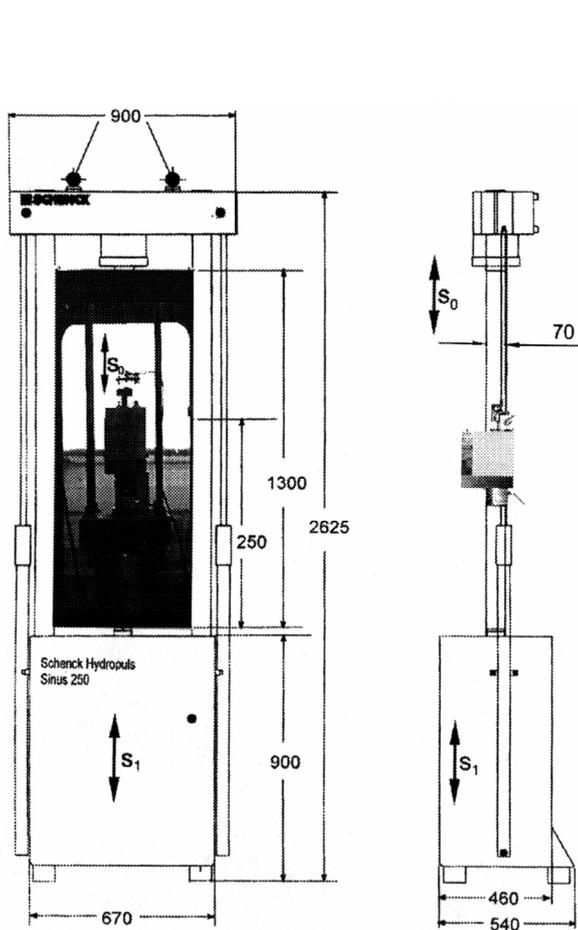


Bild A-1. 3: Ansicht und Schnitt des verwendeten Prüfrahmens für die Zugschwellversuche des Autors

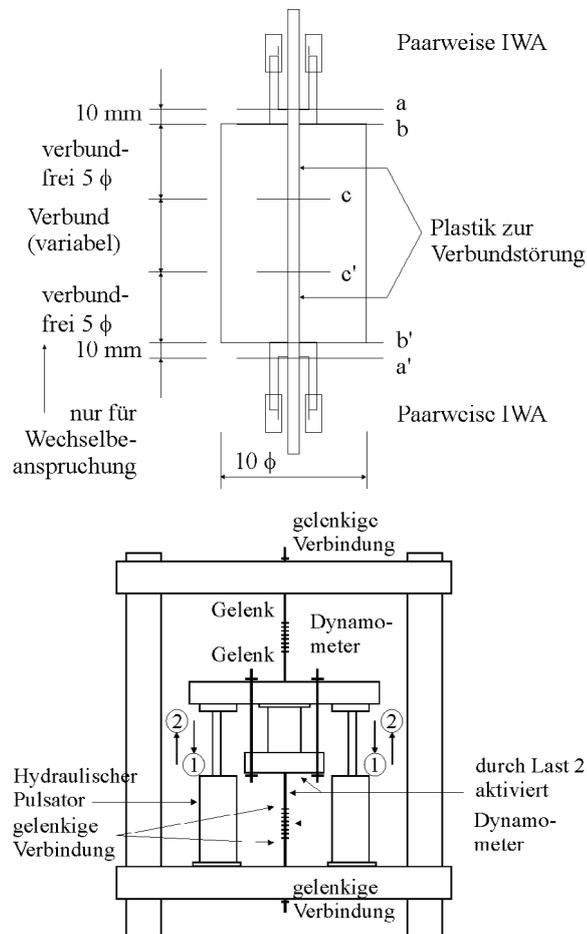


Bild A-1. 4: Versuchsaufbau und Versuchskörper nach Balázs [7] für sinusförmige Zugschwellbelastung

Der wesentliche Unterschied besteht darin, dass es bei Balázs aufgrund der gewünschten Wechselbeanspruchung zwei gegenüberliegende Aufhängepunkte für den Bewehrungsstahl geben muss. Beim Versuchsprogramm des Autors ist nur ein Prüfzylinder angesteuert worden. Dadurch konnte ausgeschlossen werden, dass bei ausschließlicher Zugschwellbelastung Zwangsspannungen, z. B. aus Achsabweichungen, zwischen den zwei Prüfzylindern entstehen konnten. Der Steuer- und Regelaufwand wurde durch die geringere Störanfälligkeit reduziert. Ein- und Ausbau der Versuchskörper waren leichter, schneller und mit geringerem physischem Aufwand möglich.

Die steife Widerlagerplatte wird durch 4 Gewindestäbe abgehängt. Diese Abhängungen verhalten sich im dynamischen System wie Federn. Die Federlängen wurden regelmäßig vermessen, um dort Zwängungen auszuschließen. Die Federsteifigkeit der Abhängung beträgt 375 kN/m. Dadurch wird die Differenz von $\Delta F \sim 1,5 \dots 2$ kN zwischen der Messung der Ausziehkraft am Versuchskörper und an der Maschine erklärbar. Hinzu kommen Verluste aus dem Einfluss der Stablänge des Ausziehkörpers von der Lasteinleitungsstelle bis zur Maschineneinspannung.

Eine leichte Ausführung des Prüfrahmens birgt die Gefahr der leichten Anregbarkeit durch Unwuchten im System. Wichtig ist, dass das Gesamtsystem "Prüfrahmen" gegenüber dem Teilsystem "Versuchskörper mit Abhängung (inklusive Messeinrichtungen)" fest gelagert und tief abgestimmt ist. Das war bei der gewählten Anordnung gewährleistet.

Ein Blockschaltbild der Versuchsanordnung ist in Bild A-1. 5 dargestellt.

Die Versuche wurden zumeist mit einer Frequenz von $f = 5$ Hz gefahren. Anfängliche Versuche mit $f = 6$ Hz ergaben bei hohen Amplituden zum Versuchsende hin starke Querschwingungen, wenn die Lagerung der Versuchskörper asymmetrisch war, d. h. wenn sich der Bewehrungsstahl in Randlage befand (Bild A-1. 1). In solchen Fällen wurde ein atypisches Versagen des Stahls schon nach ungewöhnlich wenigen Lastwechseln festgestellt. Aus diesem Grund wurde ab der Serie 2611 die Lagerplatte der Versuchskörper im Prüfrahmen durch ein Gegengewicht modifiziert, um den Versatz zwischen Gleichgewichtslage des Probekörpers und Stabachse gegen 0 zu reduzieren. Ein Aufschwingen im Bereich der Lastfrequenz konnte damit nachhaltig vermieden werden. Bild A-1. 6 und Bild A-1. 7 zeigen die Lagerplatte mit dem Gegengewicht sowie die Prüfmaschine mit einem Ausziehkörper.

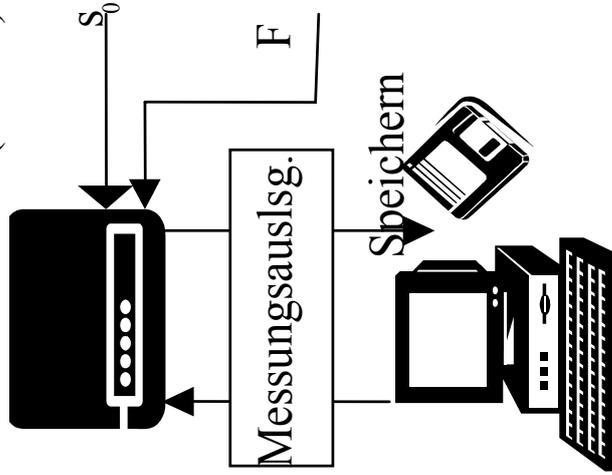
Es ist sinnvoll, die statischen Ausziehversuche ebenfalls mit dem gleichen Messaufbau zu verfolgen. Einerseits wird die Umbauzeit minimiert, andererseits kann man den Einfluss und Umfang von Mikroschädigungen indirekt verfolgen und darauf aufbauend, Vorstellungen über Vorgänge in der ungestörten Verbundzone und in dem Betonring um den Stab entwickeln.

Aufzeichnung

Meßverstärker MGC+

ermöglicht Messungen

1/100 s bis 5 min. (CTRL)



Versuchssteuerung

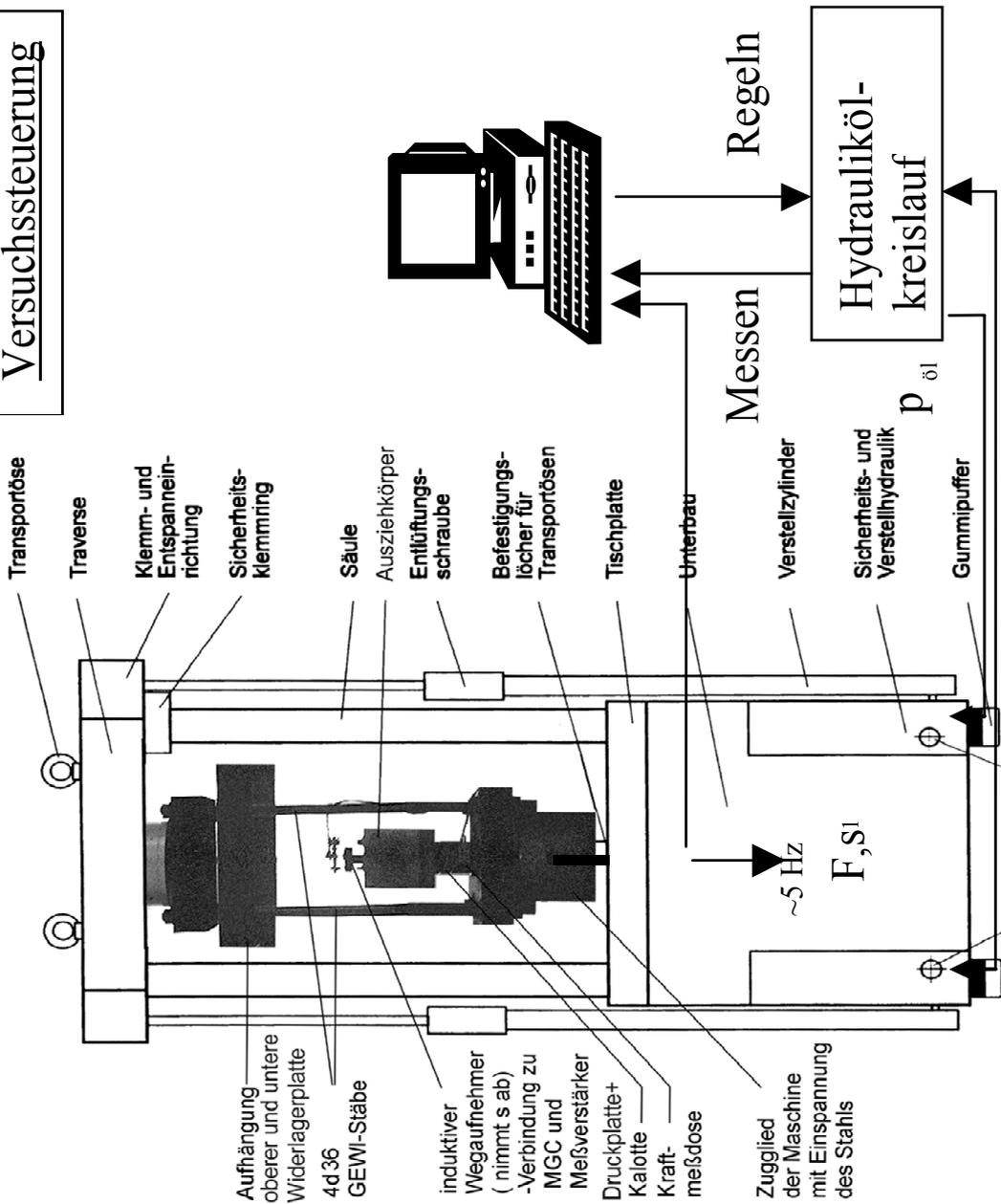


Bild A-1. 5: Blockschaltbild der Versuchsanordnung für die Verbunduntersuchungen

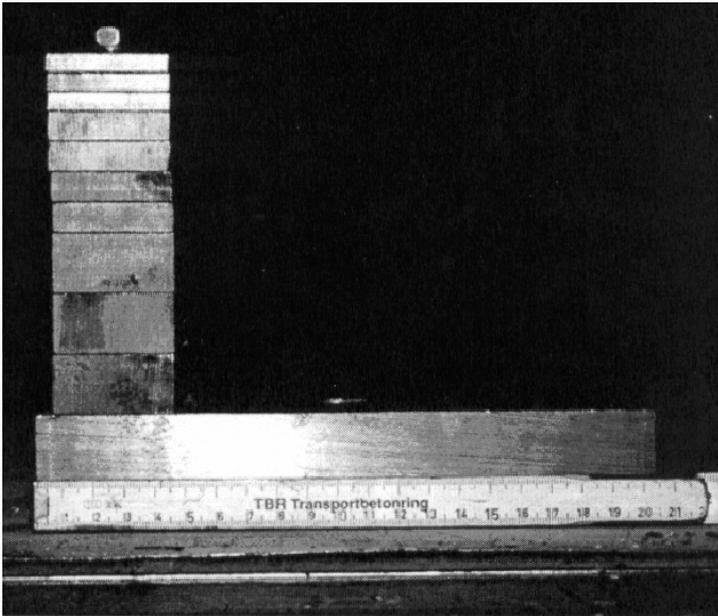


Bild A-1. 6:
Lagerplatte und Gegengewicht

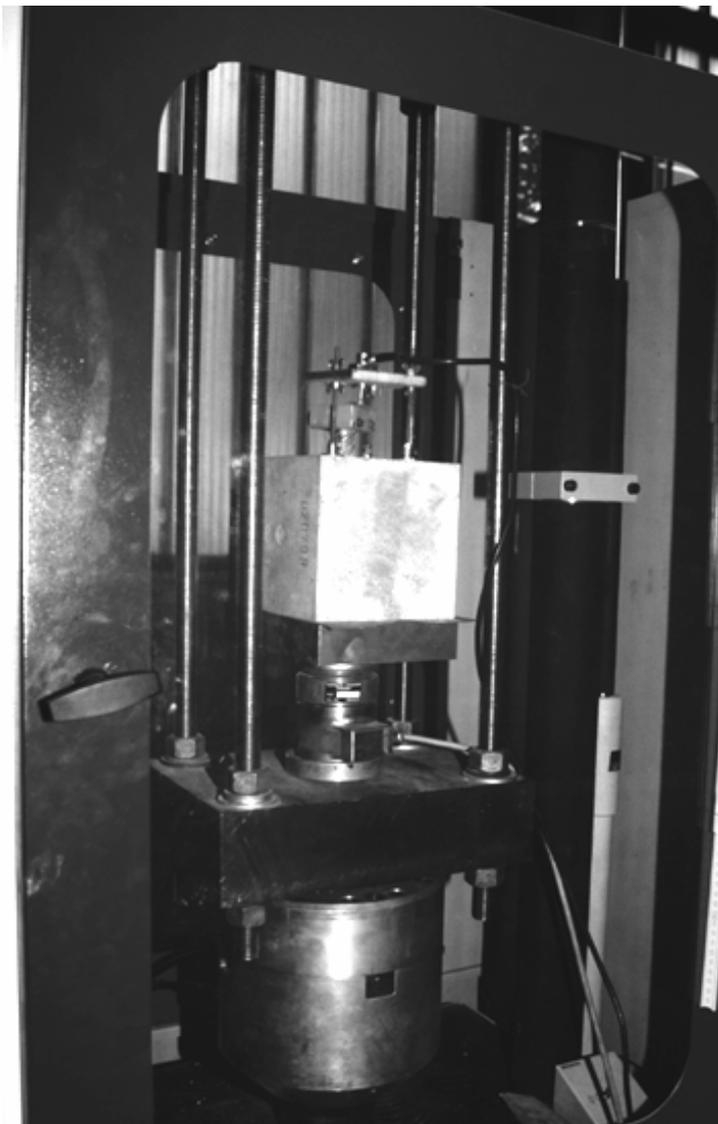
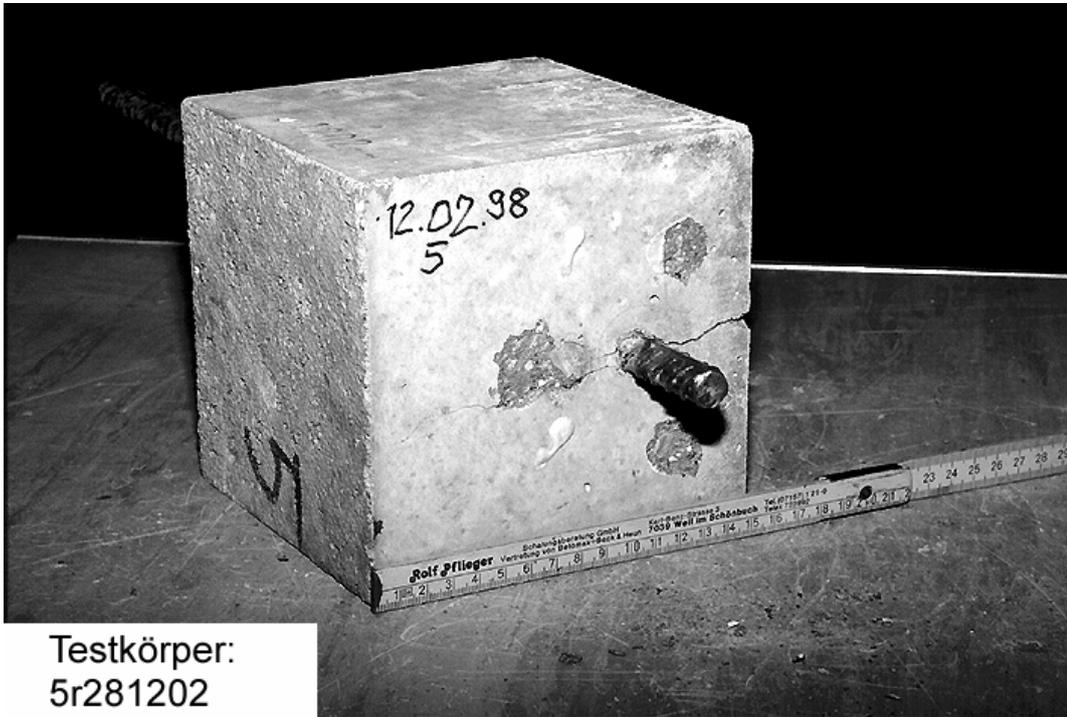


Bild A-1. 7:
Prüfmaschine und Ausziehkörper

8.3 Versuchsprogramm



Testkörper:
5r281202

Bild A-1. 8: Typischer Versuchskörper nach dynamischer Beanspruchung und anschließendem statischen Ausziehen

Das Versuchsprogramm des Projektes ist in Tabelle A-1. 2 übersichtlich dargestellt. Die Zeichen in der Tabelle bedeuten im Einzelnen:

- einzelner, im dynamischen Versuch geprüfter Ausziehkörper
- Serie mit einer konstant gefahrenen Amplitude $\tau_{b,a}$
Das Spannungsspiel $2 \cdot \tau_{b,a}$ (die Ausschlagsspannung) wechselt zwischen $\min \tau_b (f_{b,u})$ und $\max \tau_b (f_{b,o})$ bezüglich $f_{b,m} = f_{b,ult,1}$. τ_b ist die über die Verbundlänge gemittelte, statische Verbundfestigkeit aus mehreren Versuchen einer Charge).

Weiterhin gehören zu einer dynamischen Serie:

- 3 Ausziehkörper zur Bestimmung von $f_{b,m} = f_{b,ult,1}$, die im statischen Versuch geprüft werden (einmaliges weggesteuertes Ziehen bis zum Versagen).
- 3 Würfel mit der Seitenlänge $a = 100$ mm oder 150 mm zur Bestimmung der Betondruckfestigkeit $f_{cc,100} = \beta_{W,100}$ bzw. $f_{cc,150} = \beta_{W,150}$ der jeweiligen Charge.
- 2 Würfel mit $a = 150$ mm zur Bestimmung der Spaltzugfestigkeit zum Zeitpunkt des Hauptversuches.
- Prismen $100 \times 100 \times 400$ mm oder Zylinder $\varnothing 150/300$ mm zur Bestimmung der E-Moduli.

Die Versuche wurden zwischen September 1997 und Juli 1998 im Otto-Mohr-Labor (OML) der TU Dresden durchgeführt.

Die eindeutige Bezeichnung von Versuchsserien- und Versuchskörpern ermöglicht die Zuordnung der einzelnen Prüfkörper. Jeder Versuchskörper besitzt eine achtstellige Nummer, die an folgendem Beispiel erläutert werden soll, siehe Bild A-1. 9.

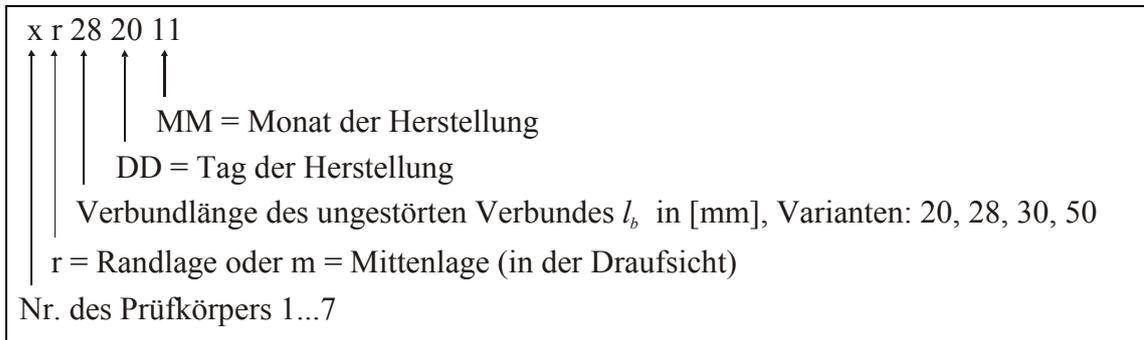


Bild A-1. 9: Bezeichnung der Prüfkörper

Tabelle A-1. 2: Realisiertes Versuchsprogramm

Stahl	Lage	Beton ^{*)}	min $\tau_b/f_{b,m}$	max $\tau_b/f_{b,m}$						Anzahl
				0,55		0,70		0,85		
Ø14	m	B 75	0,35					•••	xm281610	12
		B 85				•••	xm280110			
		B 95		•••	xm281809					
Ø14	r	B 85	0,15	•••	xr281112	•••	xr1711	•••	xr282611	12
Ø14	r	B 85	0,35					•••	xr281405	12
		B 95		•••	xr280705	•••	xr283001			
Ø14	r	B 85	0,55				•••	xr281501		8
		B 105					•••	xr281902		
Ø14	r	B 65	0,35			•••	xr281202			4
Ø10	r	B 105	0,35			•••	xr301203			8
		B 95				•••	xr200204			
Ø25	r	B 85	0,35			•••	xr500207			4
Gesamtanzahl der dynamischen Versuche:										<u>60</u>

^{*)} Zielbetonklassen nach [31]

Die Betonklasse und der Mittelwert der Betonfestigkeit f_{cm} werden mittels der Betondruckfestigkeitsprüfung zu Beginn der statischen Versuche bestimmt. Aufgrund der Dauer der dynamischen Versuche von bis zu 2,5 Tagen ist es allerdings möglich, dass zwischen der Ermittlung der Druckfestigkeit und dem letzten Versuch der Serie bis zu 10 Tage vergehen.

Die Druckfestigkeit wird an 10er oder 15er Würfeln bestimmt. Da sich die Nennfestigkeit $\beta_{WN} = \beta_{W,200} = f_{cc,200}$ auf einen 20er Würfel bezieht, werden die Werte unter Verwendung der in der DAfStb-Richtlinie für hochfesten Beton [31], Tabelle R 3 angegebenen Umrechnungsfaktoren modifiziert. Es gilt danach:

$$\beta_{W,200} = 0,92 \cdot \beta_{W,100}$$

$$(f_{cc,200} = 0,92 \cdot f_{cc,100}) \quad (A-1.1)$$

$$\beta_{W,200} = 0,95 \cdot \beta_{W,150}$$

$$(f_{cc,200} = 0,95 \cdot f_{ccm}) \quad (A-1.2)$$

Nach Versuchen im eigenen Haus führt die Verwendung der ersten Beziehung Gl. (A-1. 1) häufig zu Überschätzungen der Betondruckfestigkeit. Außerdem war die Verlegung der Druckprüfung an den Beginn der statischen Ausziehprüfungen erforderlich, um den Fehler in den Festigkeitsabhängigkeiten zu reduzieren. Insofern ist für die Bewertung der Versuche der Bezug zu ausgewiesenen Betonfestigkeiten f_{cm} zu suchen. Die Zuordnung zu einer Betonklasse entsprechend der Richtlinie dient als Orientierung, war jedoch für einige Chargen nicht exakt einzuhalten.

8.4 Herstellung der Versuchskörper, ausgewählte Mischungsrezepturen

Tabelle A-1. 3: Typische Betonrezepturen aus der Literatur, FIP-CEB State-of-the-Art Report [53]

Typische Betonrezepturen				Mix I		Mix II	
				B 85	B 100	B 125	
				Portland Cement 'P-30-4a		395	450
				Silica Fume		20	75
				Plasticizer		2	8
				Superplasticizer		6	20 - 25
				Sand 0/8		913	830
				Crushed stone 6/16		900	
				Crushed Stone 6/22		1000	
				w/(c + s)		0.37	0.22 - 0.24
				Slump in cm		2 - 3	10
				Mean Strength at 28 days (cubes) /6.18/		97 N/mm ²	135 N/mm ²
Zement PZ 45	455	450	450	kg/m ³			
Silicastaub	30	45	45	kg/m ³			
Zuschlag (0-2mm)	618	654	661	kg/m ³			
(2-8mm)	360	353	358	kg/m ³			
(8-16mm)	738	760	768	kg/m ³			
	Σ1716	Σ1767	Σ1787	kg/m ³			
Wasser	163	138	128	l/m ³			
Fließmittel	6,8	16,9	22,5	l/m ³			
Verzögerer	1,6	1,8	1,8	l/m ³			
W/B-Wert	0,34	0,28	0,26				
Ausbreitmaß a ₁₀ /a ₄₅	48/42	56/52	58/49	cm			
Frischbetontemperatur	25	24	23	C°			
Luftporen (Vol.%)	1,9	1,5	1,6	Vol.%			
	96	110	135	N/mm ²			

Tabelle A-1. 4: Mischungsentwurf für Serie xr281112

Forschungsthema		Dynamische und statische Ausziehversuche		DI L. Eckfeldt	
Betonierdatum:		11.12.1997 / B 85 - Regelkonsistenz			
Mischrezeptur	[kg/m ³]	Anteile [%]	Werk		
CEM I 42,5R	450		LAFARGE/ Karsdorf		
Microsilica MS	90	10	Woermann (~ 53 kg/m ³ Silicastaub)		
Zuschlagstoff gesamt	1698		Überdachte Boxen im Außenbereich/ Darrprobe		
Sand 0 / 2	747	44	Dresden-Ost		
Kies 2 / 8	340	20	Moholz		
Kies 8 / 16	611	36	Moholz		
		[l/m ³]	[Gew.-%] vom Zement		
Fließmittel FM	FM 30	11,3	9,22	Woermann	2,5
Verzögerer VZ	VZ 5	1,13	0,98	Woermann	0,25
Wasser		127,0			
Frischbetonrohddichte	2378	[kg/m ³]	rechn.		
$w/b =$		0,364		k -Zahl = 3,99	
Frischbetonparameter			Mischreihenfolge		
MS-Dichte	1,40	[kg/dm ³]	großer Mischer	Mischzeit	
Mischraumtemperatur	18	[°C]	[min]		
Frischbetontemperatur	20	[°C]	1. Zuschlagstoff	0,5	
Ausbreitmaß a_{10}	440	[mm]	2. 1/2 Wasser	1,0	
Verdichten: 10er Würfel	90	[s]	3. Silica	1,5	
15er Würfel	90	[s]	4. Zement	1,0	
Fliehkraft/Frequenz	100/50	[%]/[Hz]	5. FM + 1/2 Wasser + Verzögerer	6,0	

Tabelle A-1. 5: Vom Autor verwendete Mischungen für die Serien xr281203

Forschungsthema		Dynamische und statische Ausziehversuche		DI L. Eckfeldt	
Betonierdatum: 12.03.1998 / B 85 – Fließbeton – 8 mm Größtkorn					
Mischrezeptur	[kg/m ³]	Anteile [%]	Werk		
CEM I 42,5R	450		LAFARGE/ Karsdorf		
Microsilica MS	90	10	Woermann (~ 53 kg/m ³ Silicastaub)		
Zuschlagstoff gesamt	1724		Überdachte Boxen im Außenbereich/ Darrprobe		
Sand 0 / 2	655	38	Dresden-Ost / Mörtelsand		
Kies 2 / 8	1069	62	Moholz		
Kies 8 / 16	0	0			
		[l/m ³]	[Gew.-%] vom Zement		
Fließmittel FM FM 30	13,5	11,07	Woermann	3,0	
Verzögerer VZ VZ 5	1,35	1,17	Woermann	0,3	
Wasser	111,9				
Frischbetonrohddichte	2390	[kg/m ³]	rechn.		

$w/b =$	0,336
---------	-------

k -Zahl =	3,29
-------------	------

Frischbetonparameter		
Mischraumtemperatur	15	[°C]
Frischbetontemperatur	19	[°C]
Ausbreitmaß a_{10}	560	[mm]
Verdichten 10er Würfel	60	[s]
alles andere	90	[s]
Fliehkraft/Frequenz	100/50	[%]/[Hz]
LP-Gehalt	2,8	[Vol.-%]

Mischreihenfolge	Mischzeit
großer Mischer	[min]
1. Zuschlagstoffe + Zement	0,5
2. Wasser	1,0
3. Silica	3,0
4. FM + VZ	4,0

bessere Durchmischung als am 19.02.,
die Zugabe des gesamten Wassers zu
Beginn bewirkte nur geringe
Klumpenbildung.

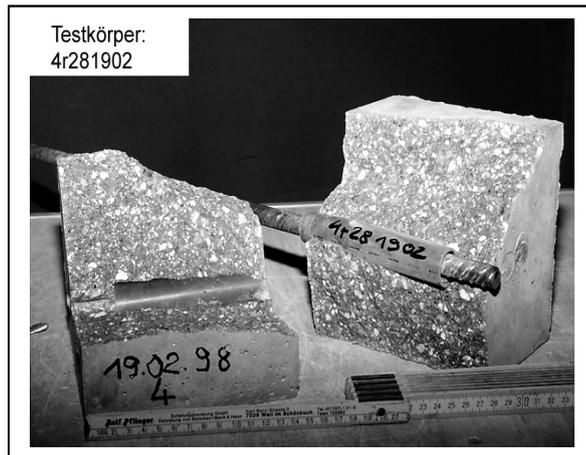
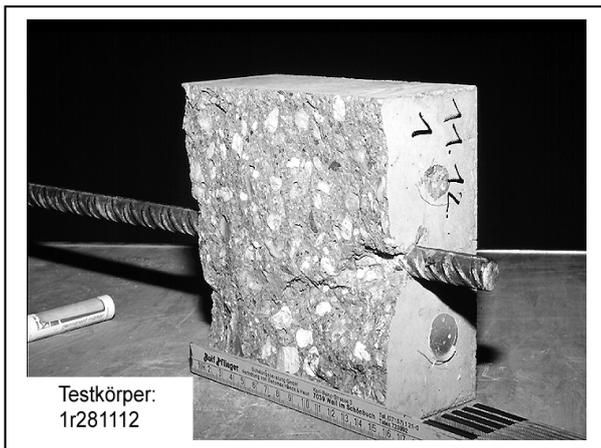


Bild A-1. 10: Mischung 1112 mit Kies 8/16

Bild A-1. 11: Mischung 1203 ohne Kies 8/16

8.5 Routinewerte

Tabelle A-1. 6: Routinewerte zum Versuchsprogramm nach Tabelle A-1. 2

Charge [dd/mm]	Würfeldruckfestigkeit fcc,200 [N/mm ²]			Spaltzugfestigkeit fct,sp [N/mm ²]			E-Modul (Prisma 100x100x400) Ec [N/mm ²]		
1809	101,5	111,1	102,5	5,4	5,7	5,6	39400	36900	39100
	Mittel: 105,0			Mittel: 5,6			Mittel: 38467		
0110	94,1	78,4	93,6	5,3	5,7	4,9	43600	40300	41800
	Mittel: 88,7			Mittel: 5,3			Mittel: 41900		
1610	84,6	80,8	91,3	4,7	4,6	4,5	38199	39132	38327
	Mittel: 85,6			Mittel: 4,6			Mittel: 38553		
1711	91,2	97,1	-	5,3	5,0	5,3	-	-	-
	Mittel: 94,5			Mittel: 5,2			Mittel: -		
2611	87,2	101,6	88,0	5,3	5,0	-	-	-	-
	Mittel: 92,2			Mittel: 5,2			Mittel: -		
1112	97,4	100,5	96,8	5,3	5,4	5,4	-	-	-
	Mittel: 98,2			Mittel: 5,4			Mittel: -		
1501	99,8	94,4	95,5	5,4	5,2	5,2	41396	43141	43793
	Mittel: 96,6			Mittel: 5,3			Mittel: 42777		
3001	111,8	106,3	105,1	5,0	5,0	5,2	44733	43654	42975
	Mittel: 107,7			Mittel: 5,1			Mittel: 43787		
1202	71,8	67,8	73,0	4,3	4,6	4,3	36026	36106	37049
	Mittel: 70,9			Mittel: 4,4			Mittel: 36394		
1902	114,8	98,2	116,9	6,4	6,3	-	45557	46217	45370
	Mittel: 110,0			Mittel: 6,3			Mittel: 45715		
1203	105,5	113,1	112,1	4,7	5,8	4,3	42416	44392	43521
	Mittel: 110,3			Mittel: 4,9			Mittel: 43443		
0204	106,7	107,5	95,6	-	-	-	-	-	-
	Mittel: 103,3			Mittel: -			Mittel: -		
0705	104,4	111,0	101,7	5,1	6,7	6,1	45523	46716	45970
	Mittel: 105,7			Mittel: 6,0			Mittel: 46070		
1405	105,1	87,3	105,4	5,3	-	-	-	-	-
	Mittel: 99,2			Mittel: 5,3			Mittel: -		
0207	84,7	92,1	90,3	-	-	-	44312	43283	40068
	Mittel: 89,1			Mittel: -			Mittel: 42554		

8.6 Exemplarische Materialparameter des verwendeten Betonstahls

Aufgrund von Einbauschwierigkeiten in den Versuchsrahmen wurde das Versuchsprogramm mit einem Stahl $\phi = 25$ mm als Größtdurchmesser anstelle eines $\phi 28$ durchgeführt. Entsprechend der üblichen Rippenmarkierung konnte der Stahl als aus der tschechischen Republik importiert identifiziert werden. Nachfolgend sind beispielhaft die Parameter für die verwendeten Stähle gezeigt. Es ist davon auszugehen, dass die Parameter des $\phi 25$ im Wesentlichen mit den gemessenen Festigkeiten für den $\phi 28$ aus gleicher Quelle überein

stimmen. Auch die bezogene Rippenfläche f_R ist nahezu identisch. Für $\phi 10$ und $\phi 14$ liegen Tests des Versuchsmaterials vom Lieferanten vor. In allen drei Durchmesserklassen hat es sich danach um warmgewalzten Stahl gehandelt.

Tabelle A-1. 7: Geometrie und Festigkeitskennwerte für den verwendeten BSt 500 S, $\phi 10$

**SBS Sächsische
Bewehrungsstahl
GmbH**

Testprüfung

**Coils
Rippenvermessung**

Nummer : 381		Datum : 08.07.97		Seite 1							
Güte : BST 500 S		Zu Händen Herrn Excelt / TU Dresden		Rippenvermessung Stabstahl aus Trinec / CZ							
Prb-Nr.	Entnahme	Soll- ϕ [mm]	Rippenhöhe			Rippenbr. b [mm]	Maß c [mm]	Σe [mm]	Rippen- winkel [<°]	bez. Fläche [mm ²]	Fläch- abw. [%]
			Mitte [mm]	1/4 [mm]	3/4 [mm]						
1		10,0	0,94	0,70	0,84	1,30	7,36	2,64	50,0	0,0833	60,22
- bez. Rippenfläche mit dem Mittelwert der Rippenreihen - Flächenabweichung vom Sollwert nach DIN 488, Teil 4 - Betonstahl											

**SBS Sächsische
Bewehrungsstahl
GmbH**

Testprüfung

**Coils
Zugversuche**

Nummer : 413		Datum : 10.07.97		Seite 1								
Prb-Nr.	Entnahme	BSt500	Durchmesser	Schmelze	Querschn. [mm ²]	ReH [N/mm ²]	Rm [N/mm ²]	Rm/ ReH	A10 [%]	A5 [%]	Ag [%]	
1		S	10,0		79,96	640	704	1,10	14,8	20,8	8,8	
Sollwerte nach DIN 488 - Betonstahl						500	550	1,05	10,0			
A5 = 2 * A10 - Ag												

Tabelle A-1. 8: Geometrie und Festigkeitskennwerte für den verwendeten BSt 500 S, ϕ 14

**SBS Sächsische
Bewehrungsstahl
GmbH**

Testprüfung

**Coils
Rippenvermessung**

Nummer : 388		Datum : 09.07.97				Seite 1					
Güte : BST 500 S											
Prb-Nr.	Entnahme	Soll- ϕ [mm]	Rippenhöhe			Rippenbr. b [mm]	Maß c [mm]	Σe [mm]	Rippen- winkel [$^{\circ}$]	bez. Fläche [mm 2]	Fläch- abw. [%]
			Mitte [mm]	1/4 [mm]	3/4 [mm]						
1		14,0	1,15	0,84	0,90	1,87	9,23	6,11	48,0	0,0737	31,62
- bez. Rippenfläche mit dem Mittelwert der Rippenreihen - Flächenabweichung vom Sollwert nach DIN 488, Teil 4 - Betonstahl											

**SBS Sächsische
Bewehrungsstahl
GmbH**

Testprüfung

**Coils
Zugversuche**

Nummer : 414		Datum : 10.07.97				Seite 1					
Prb-Nr.	Entnahme	BSt500	Durch- messer	Schmelze	Querschn. [mm 2]	ReH [N/mm 2]	Rm [N/mm 2]	Rm/ ReH	A10 [%]	A5 [%]	Ag [%]
1		S	14,0		149,19	586	656	1,12	16,1	24,4	7,8
Sollwerte nach DIN 488 - Betonstahl						500	550	1,05	10,0		
A5 = 2 * A10 - Ag											

Tabelle A-1. 9: Geometrie und Prüfbescheid über die Festigkeiten für BSt 500 S, $\phi 28$ – beispielhaft für die Veränderungen von Geometrieigenschaften bei größeren Stabdurchmessern gegenüber mittleren Durchmessern ($\phi 10$, $\phi 14$)

**SBS Sächsische
Bewehrungsstahl
GmbH**

Testprüfung

**Coils
Rippenvermessung**

Nummer: 377		Datum: 08.07.97				Seite 1					
Güte: BST 500 S		Nova Hut									
Prb-Nr.	Entnahme	Soll- ϕ [mm]	Rippenhöhe			Rippenbr. b [mm]	Maß c [mm]	Σe [mm]	Rippen- winkel [$^\circ$]	bez. Fläche [mm ²]	Fläch- abw. [%]
			Mitte [mm]	1/4 [mm]	3/4 [mm]						
1		28,0	1,66	1,88	1,69	3,55	18,80	7,36	46,0	0,0713	27,39
- bez. Rippenfläche mit dem Mittelwert der Rippenreihen - Flächenabweichung vom Sollwert nach DIN 488, Teil 4 - Betonstahl											

NOVÁ HUT, a.s.
707 02 OSTRAVA
CZECH REPUBLIC

WERKSZEUGNIS
EN 10204 - 2.2

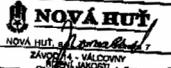
Bescheinigungsnr.: 5945 1/1

Werkauftragnr.: 1481/7164207

Kundenbestellnr.: 2402197/020
BS 484

Avizo Nr.: 954148

NDW DRAHT UND STAHL GMBH
FRIEDRICH STR.16
69412 EBERBACH
BRD

Stahlsorte DIN488H-84 IVS										Maße	
Erzeugnis GERIPPTER BETONSTAHL IN STAEBEN LAENGE 14 M +/-200										28MM mm	
										Gewicht	
98280 kg											
Chemische Zusammensetzung (%)											
Schmelznr.	Erzschmelzungsart	C	Mn	Si	P	S	N max				CEV %
22780	K	0,20			0,006	0,007	0,012				
22782	K	0,19			0,011	0,008	0,012				
Ergebnisse der Prüfungen											
Stücknr.	Re Streckgrenze MPa	Rm Zugfestigkeit MPa	A Dehnung %								
22780	554	647	18,2								
22782	538	628	15,7		BIEGEPROBE LAUT NORM:						
Es wird bestätigt, dass diese Erzeugnisse geprüft wurden und in der Bestellung vereinbarten Bedingungen entsprechen.											
 NOVÁ HUT ZÁVOD 4 - VÁLČOVNÝ OSTRAVA				Name: ZDENĚK VOJÁČEK KONTROLOR JAKOSTI ZÁVODU QDD 14K - ŘÍZENÍ JAKOSTI NH.A.S. OSTRAVA TEL:420 69 28 2805 FAX:420 69 28 2114							
Date: 1997-08-03											

E. Z. 23100/21/4P

Tel.: 420 69 28 2260
Fax: 420 69 28 6228

Erklärungen: CEV - Kohlenstoffäquivalent
Erzschmelzungsart: I - Sauerstoffverfahren (Ingot)
K - Sauerstoffverfahren (Stranggußblock)

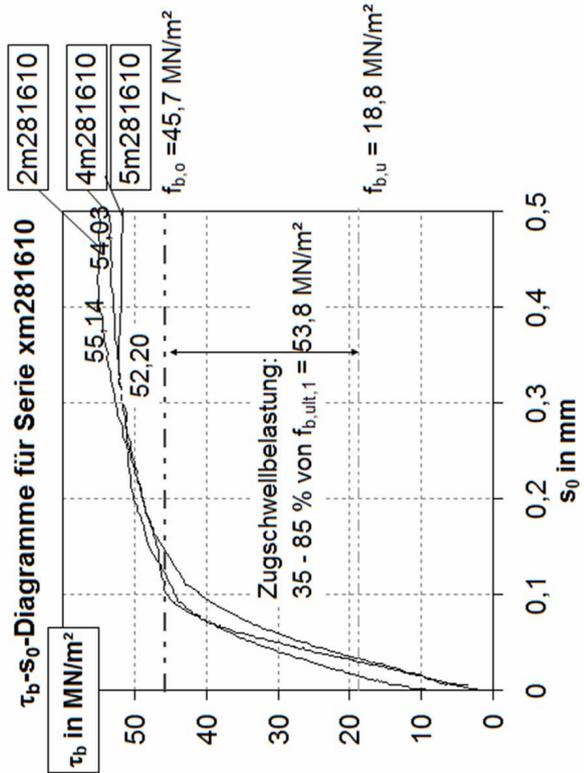
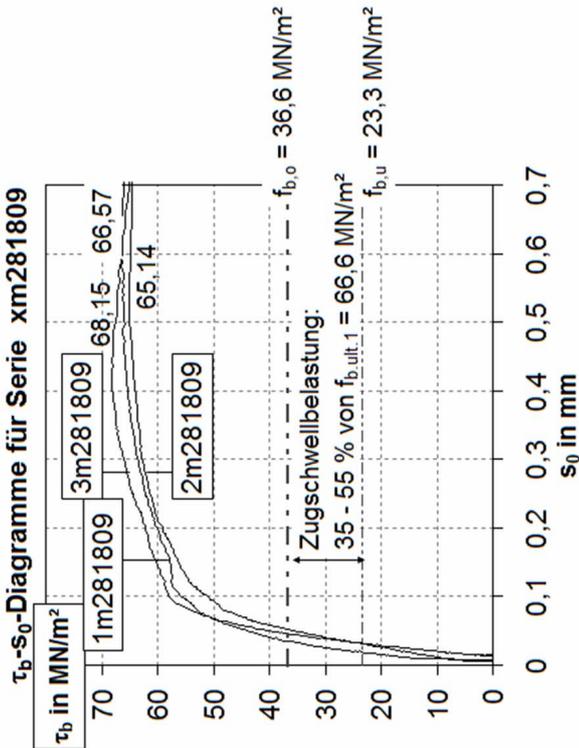
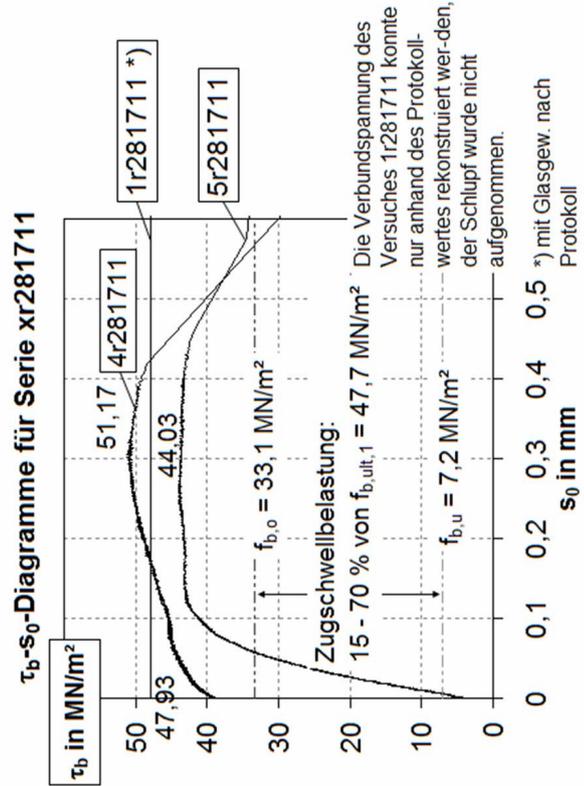
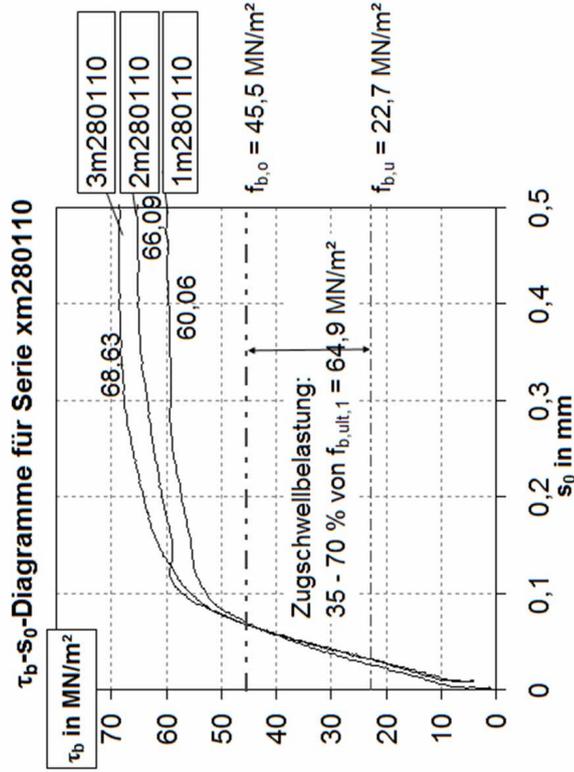
9 Anhang 2 – Ergebnisse der Ausziehversuche mit HPC

9.1 Tabellarische Zusammenstellung der Resultate

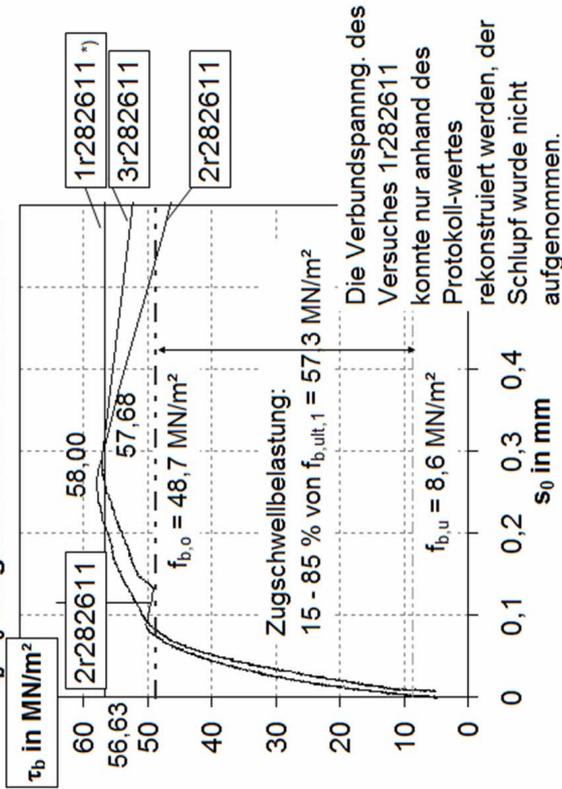
Tabelle A-2. 1: Ergebnisse der statischen Ausziehversuche in Mittelwerten über die Versuchsergebnisse des Versuchsprogramms aus Anhang 1

Ergebnis- tabelle	Unter- Mittel- Ausschlag- spanng. spanng. spanng. spanng.											
	d_s [mm]	c/d_s [-]	$f_{cc,200}$ [N/mm ²]	$f_{ct,sp}$ [N/mm ²]	$f_{b,ult,1}$ = $f_{b,m}$ statisch [N/mm ²]	$f_{b,ult,1,mill}$ (nach 10 ⁶ LW) [N/mm ²]	$f_{b,u}$ [N/mm ²]	$f_{b,o}$ [N/mm ²]	$\tau_{b,m}$ [N/mm ²]	$2 \tau_{b,a}$ [N/mm ²]	$\tau_{b,m}/f_{cc,200}$ [-]	$f_{b,ult,1,mill}/f_{b,ult,1}$ [-]
m1809	14	4,86	105,0	5,6	66,6	59,9	23,3	36,6	30,0	13,3	0,286	0,899
m0110	14	4,86	88,7	5,3	64,9	65,7	22,7	45,5	34,1	22,7	0,384	1,012
m1610	14	4,86	85,6	4,6	53,8	(-)	18,8	45,7	32,3	26,9	0,377	(-)
r1711	14	2,86	94,5	5,2	47,7	48,6	7,2	33,1	20,2	26,0	0,213	1,019
r2611	14	2,86	92,2	5,2	57,3	(-)	8,6	48,7	28,7	40,1	0,311	(-)
r1112	14	2,86	98,2	5,4	51,5	57,9	7,7	28,3	18,0	20,6	0,184	1,124
r1501	14	2,86	96,6	5,3	57,6	55,4	31,7	40,3	36,0	8,6	0,373	0,963
r3001	14	2,86	107,7	5,1	59,4	63,3	21,1	42,1	31,6	21,1	0,293	1,066
r1202	14	2,86	70,9	4,4	40,9	42,8	14,3	28,6	21,5	14,3	0,303	1,047
r1902	14	2,86	110,0	6,3	67,3	(-)	37,0	57,2	47,1	20,2	0,428	(-)
r1203	10	4,00	110,3	4,9	45,9	46,7	16,1	32,1	24,1	16,1	0,218	1,017
r0204	10	4,00	103,3	(ohne Ang.)	43,2	49,5	15,1	30,3	22,7	15,1	0,220	1,146
r0705	14	2,86	105,7	6,0	63,0	62,2	22,1	34,7	28,4	12,6	0,268	0,987
r1405	14	2,86	99,2	5,3	64,5	(-)	22,0	53,5	37,8	31,5	0,381	(-)
r0207	25	1,60	89,1	(ohne Ang.)	24,8	30,3	8,7	17,4	13,0	8,7	0,146	1,220

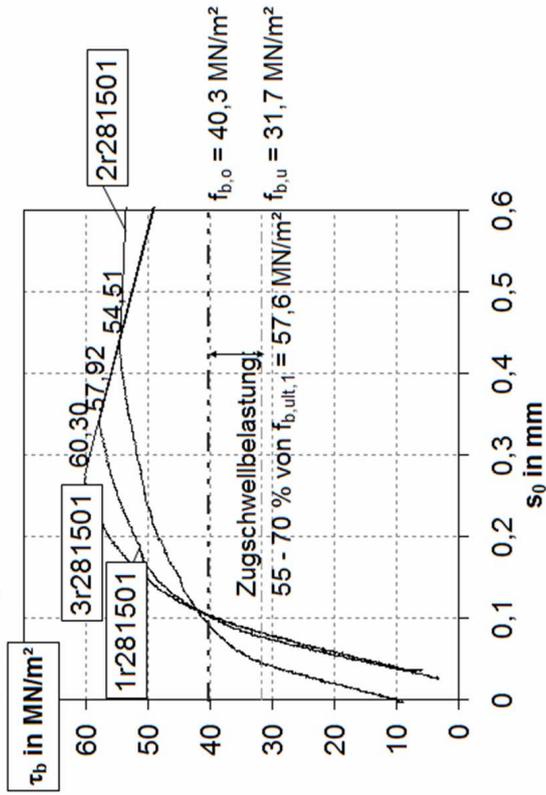
9.2 Ergebnisse der statischen Ausziehversuche in Diagrammen



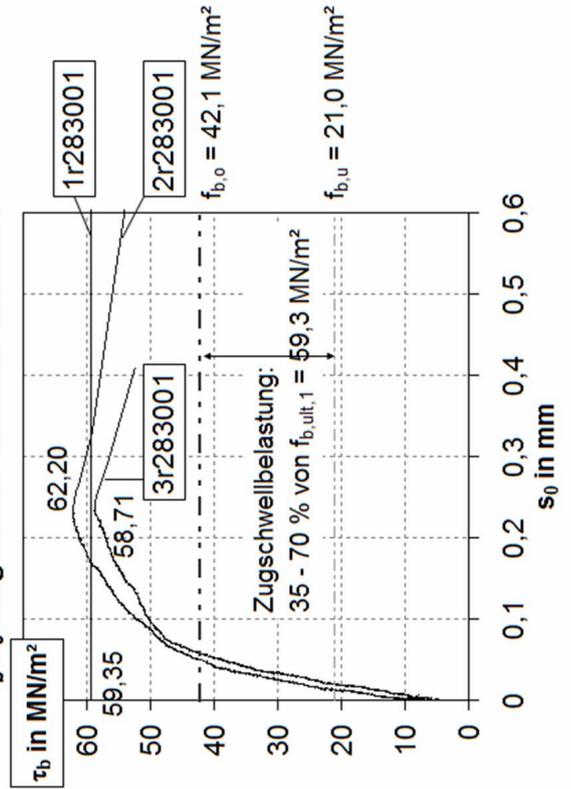
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr282611



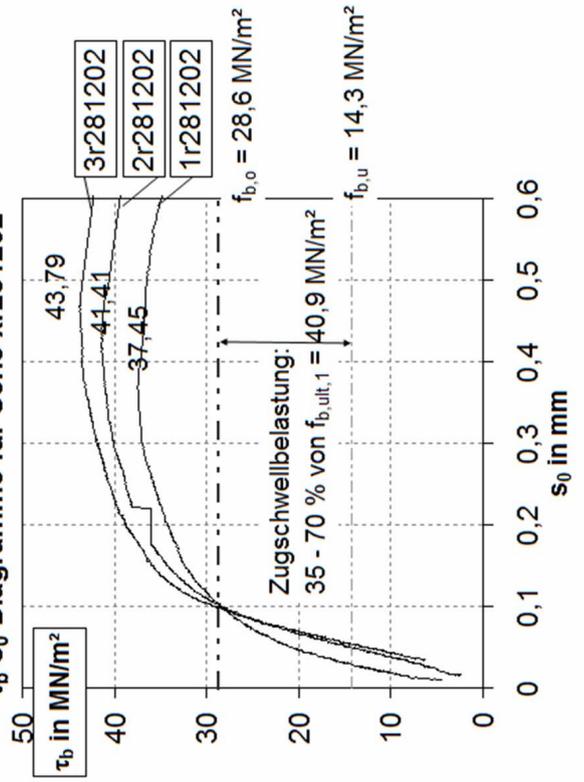
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr281501

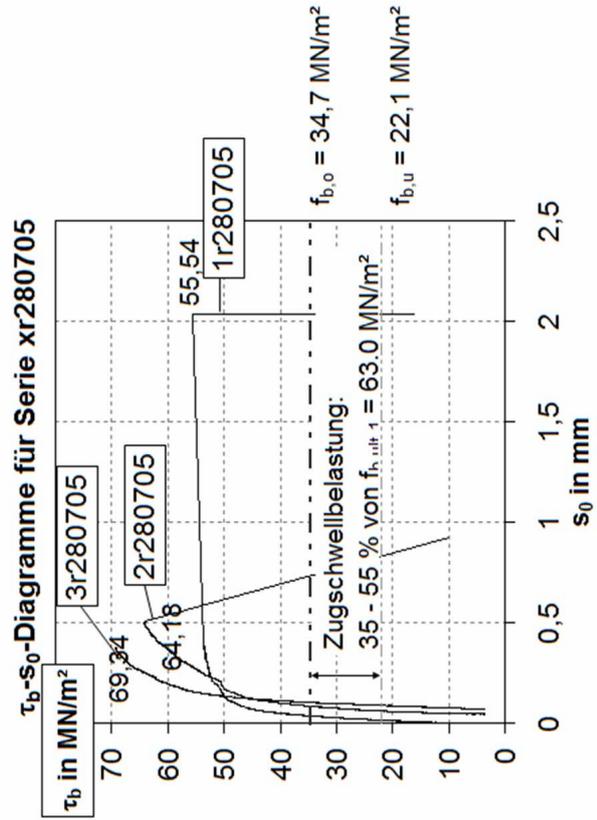
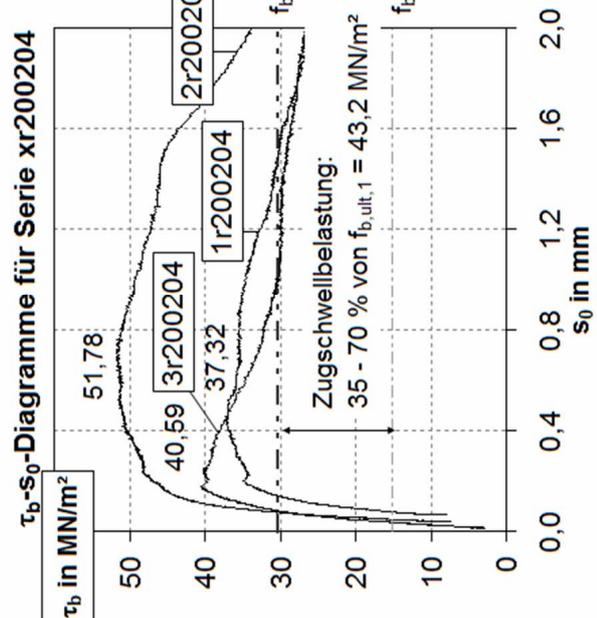
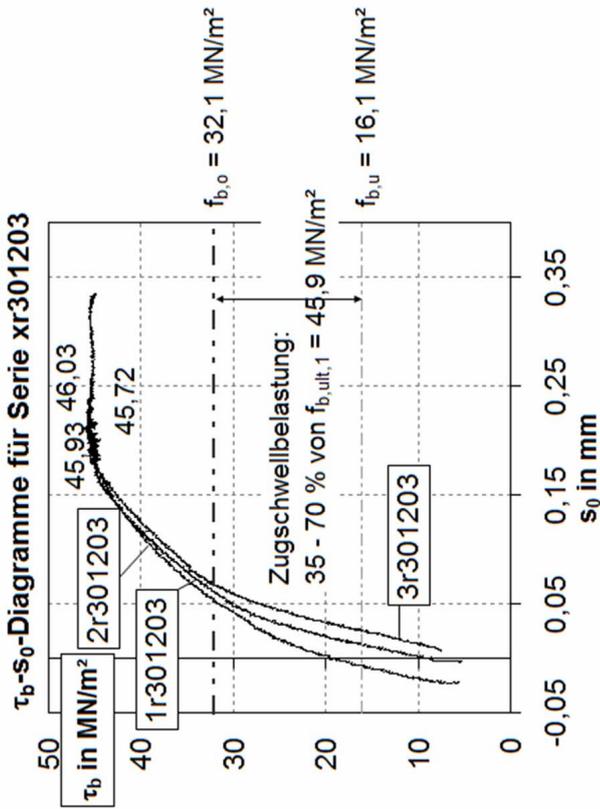
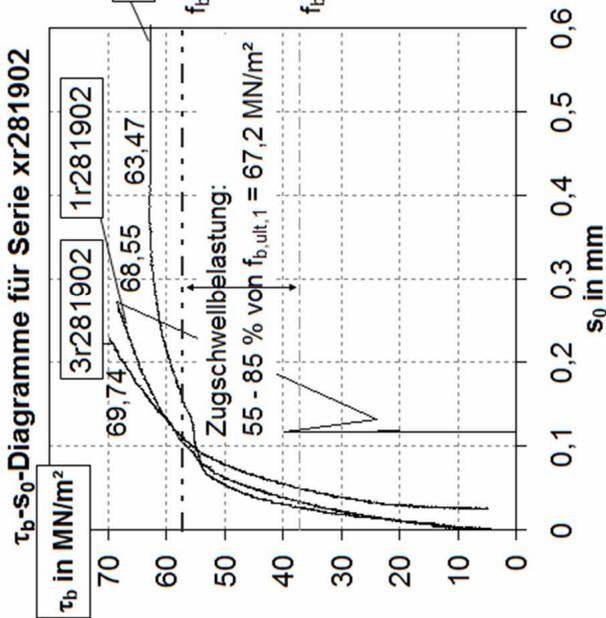


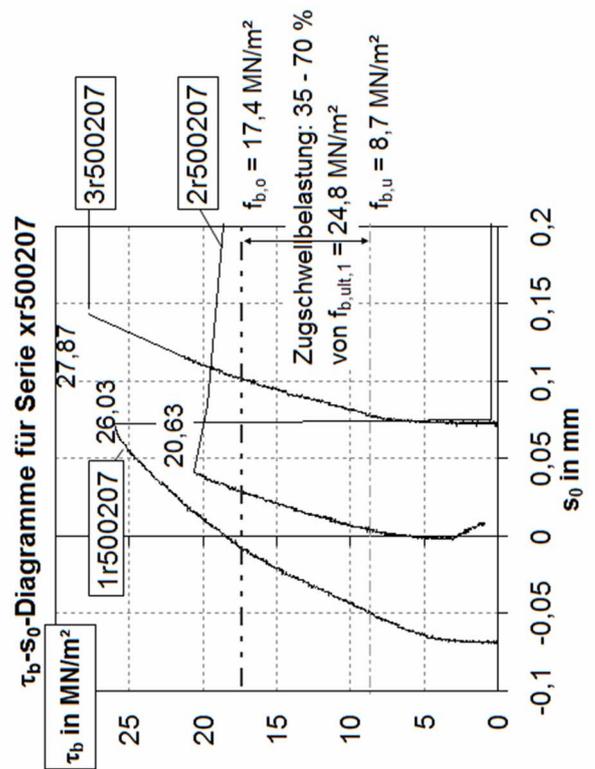
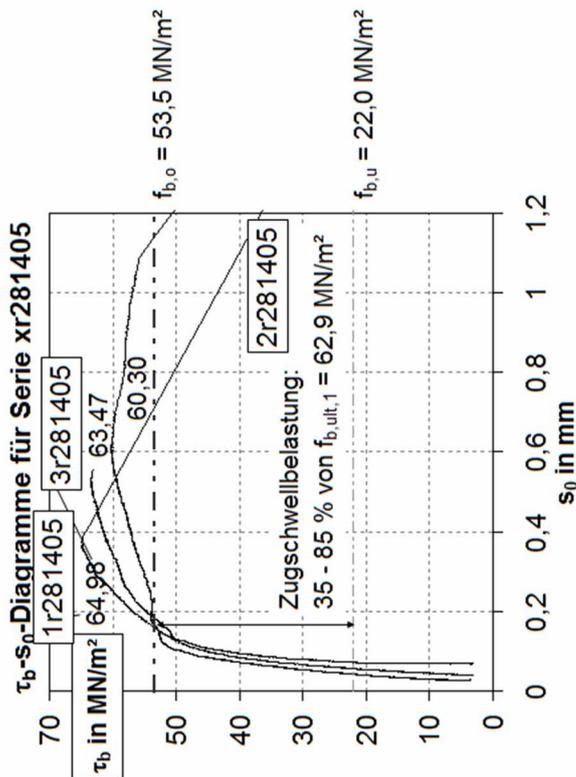
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr283001



τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr281202



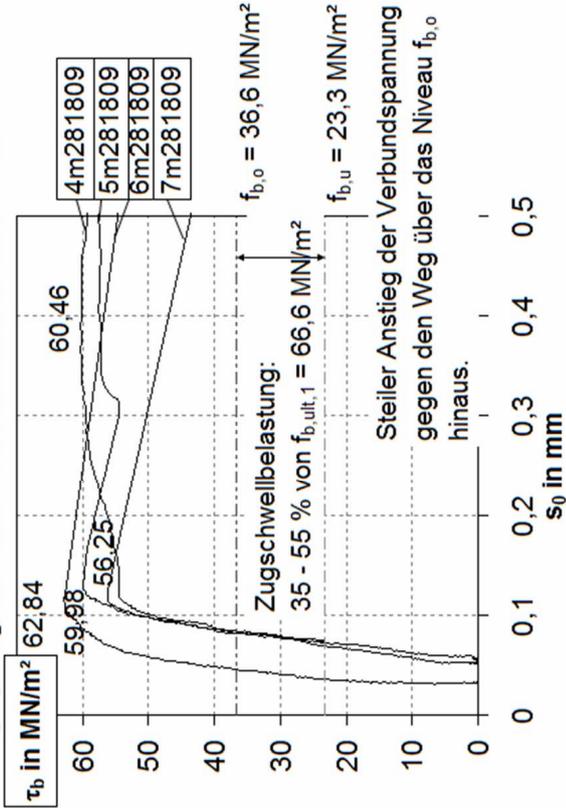




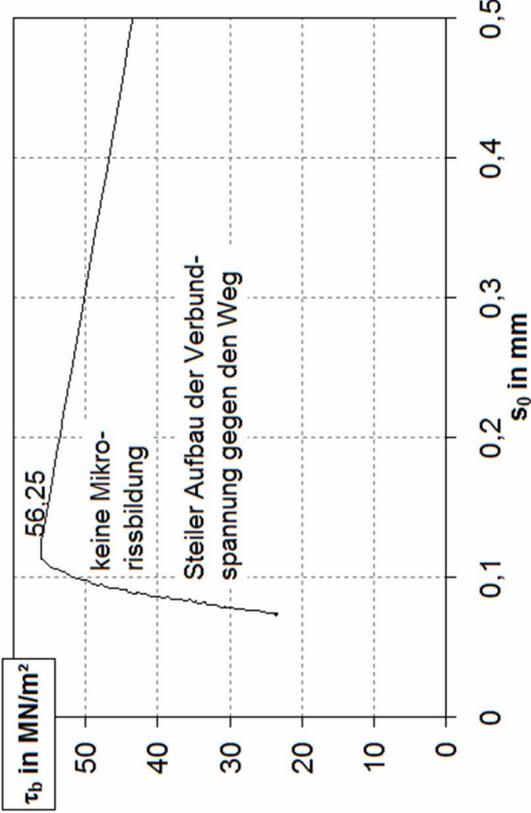
9.3 Ergebnisse der statischen Ausziehversuche nach dynamischen Versuchen

Die nachfolgend dargestellten Diagramme zeigen die Ergebnisse von Ausziehversuchen, nachdem die Versuchskörper 10^6 Lastwechsel einer definierten Zugschwellbeanspruchung überstanden haben, ohne dass der Grenzzustand der Verbundtragfähigkeit erreicht wurde. Der Begriff „langsame Messung“ bezieht sich auf das groß gewählte Zeitintervall bei der Erfassung der Messdaten.

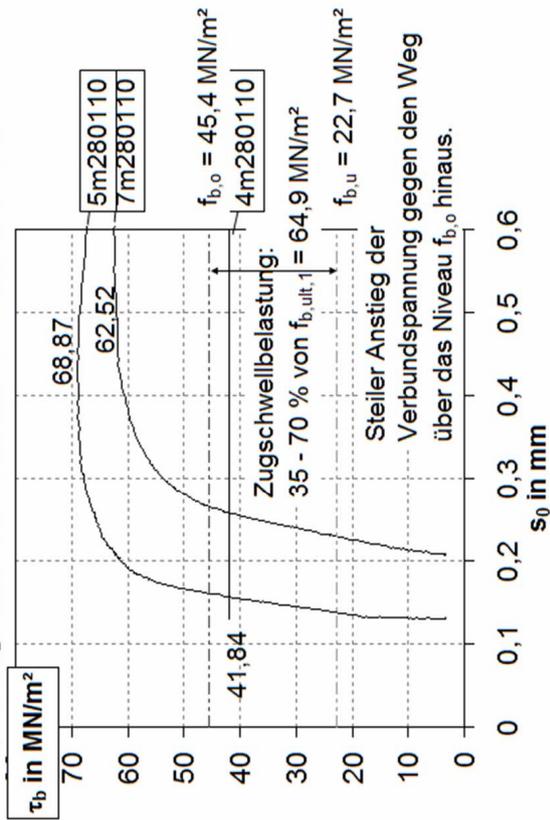
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xm281809 nach 10^6 LW



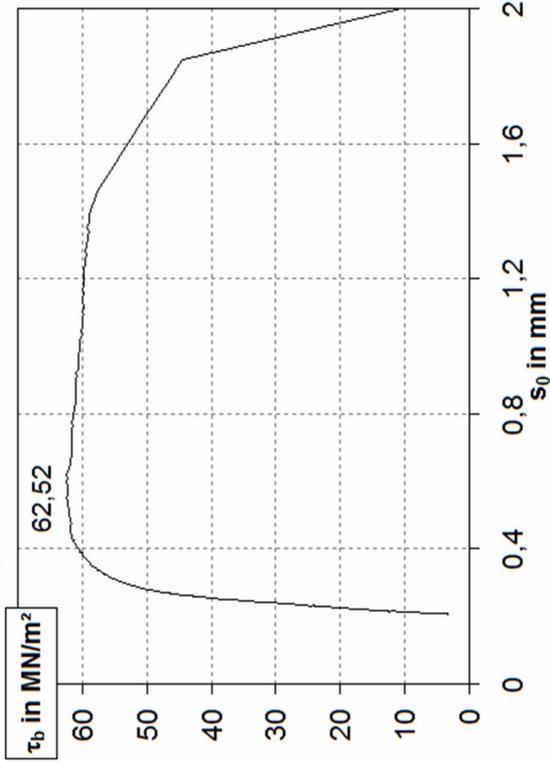
τ_b - s_0 -Diagramm für Versuch 7m281809



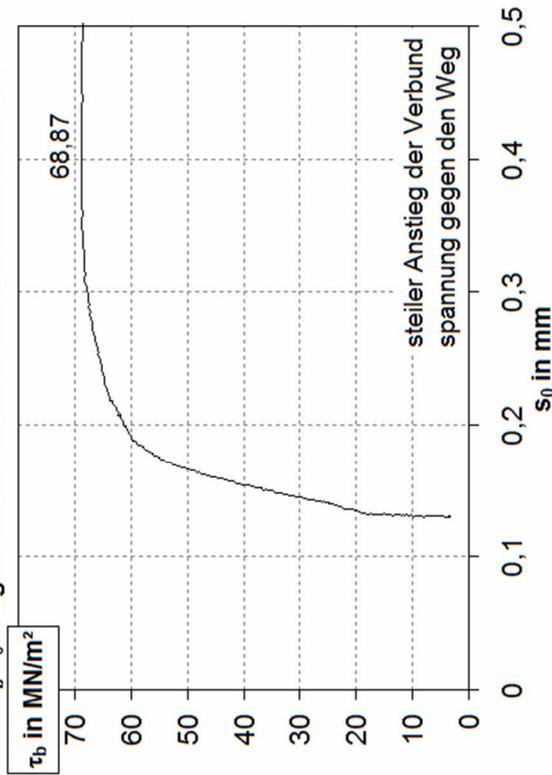
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xm280110 nach 10^6 LW



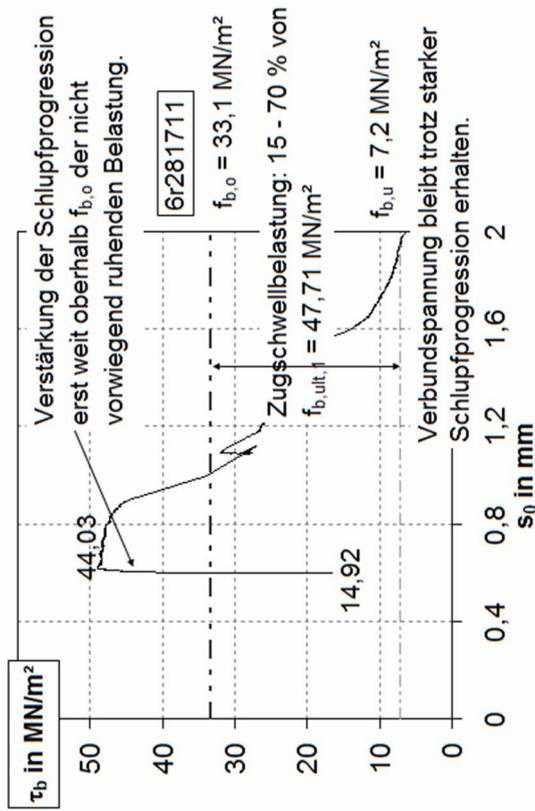
τ_b - s_0 -Diagramm für Versuch 7m280110 nach 10^6 LW



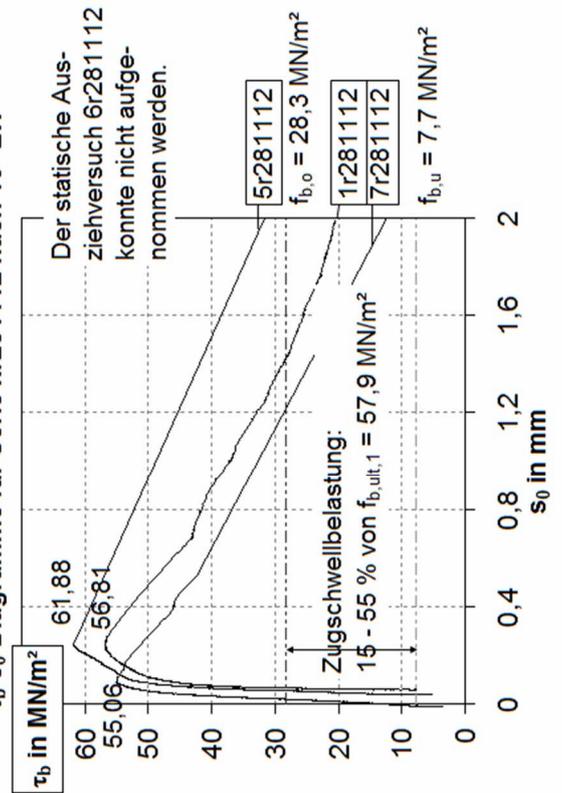
τ_b - s_0 -Diagramm für Versuch 5m280110 nach 10^6 LW



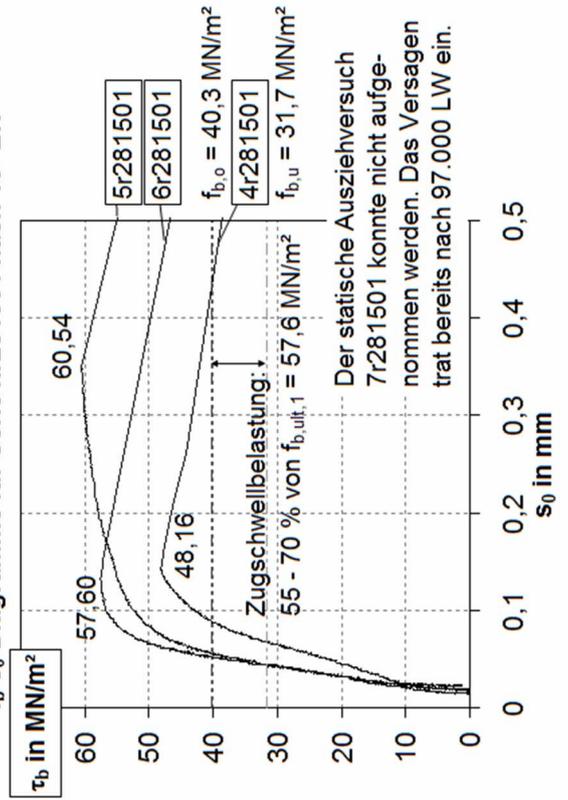
τ_b - s_0 -Diagramm für Versuch 6r281711 nach 10^6 LW



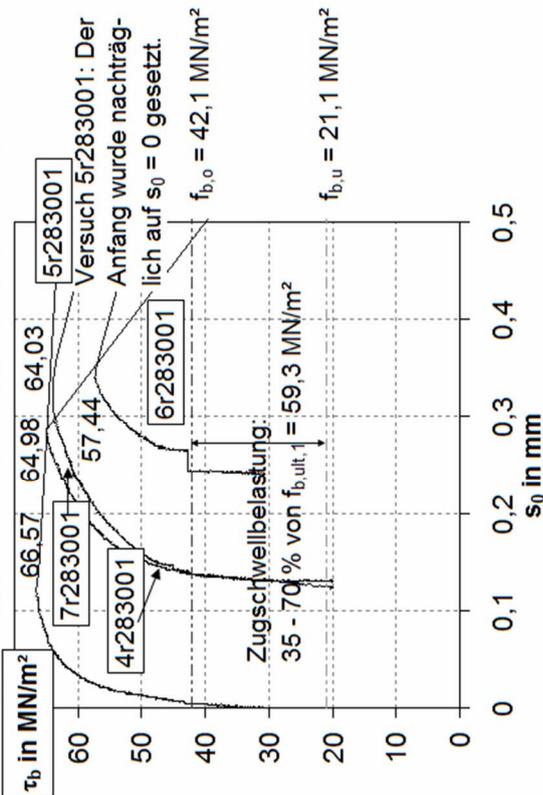
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr281112 nach 10^6 LW



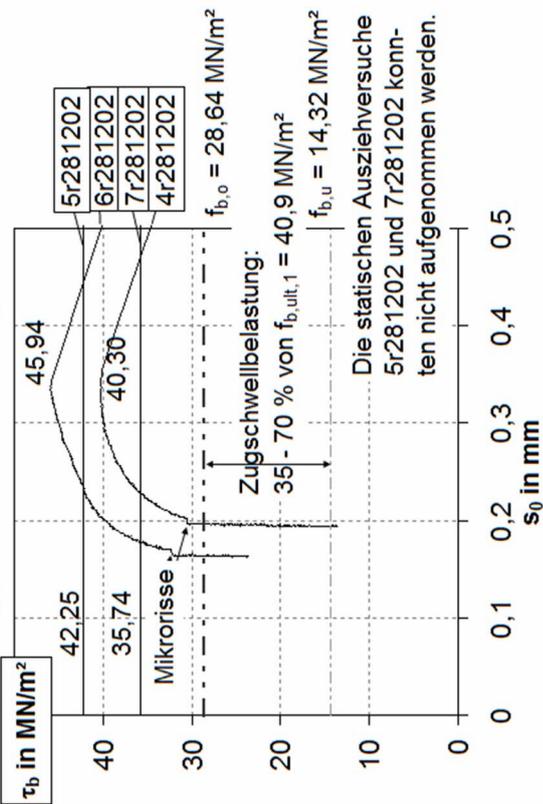
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr281501 nach 10^6 LW



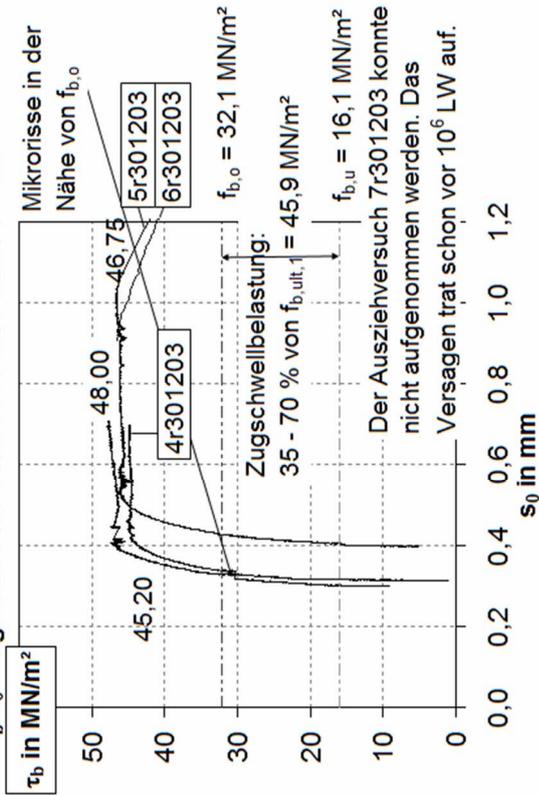
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr283001 nach 10^6 LW



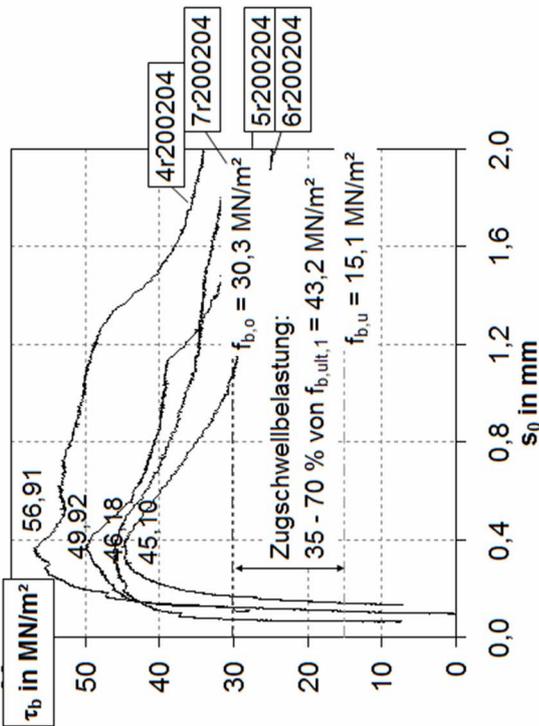
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr281202 nach 10^6 LW

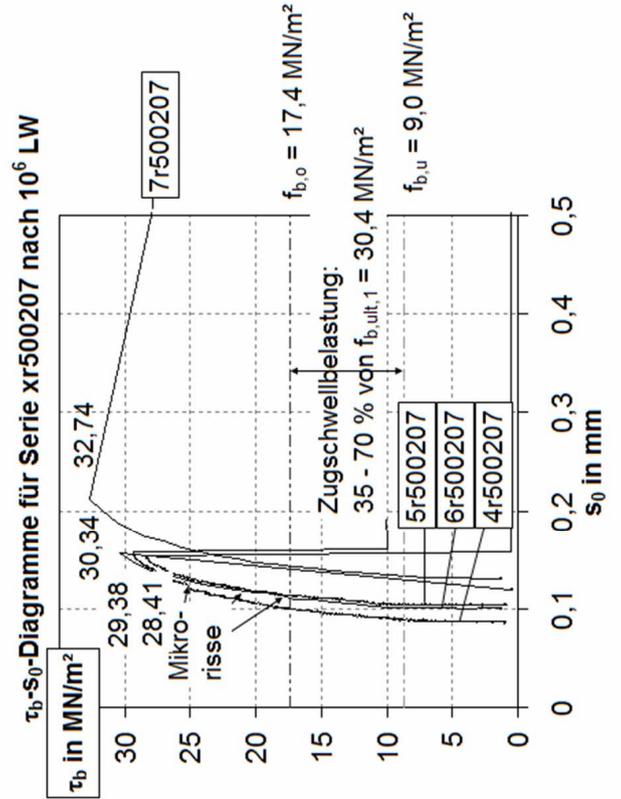
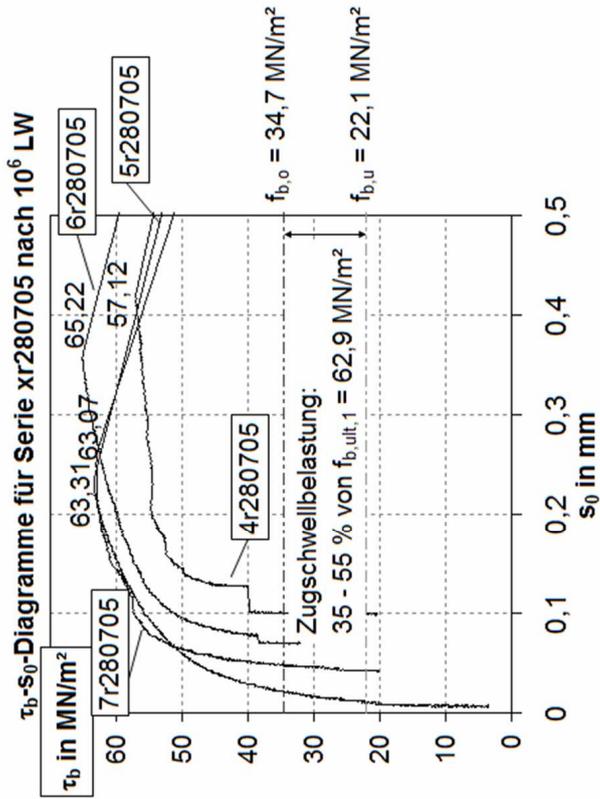


τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr301203 nach 10^6 LW

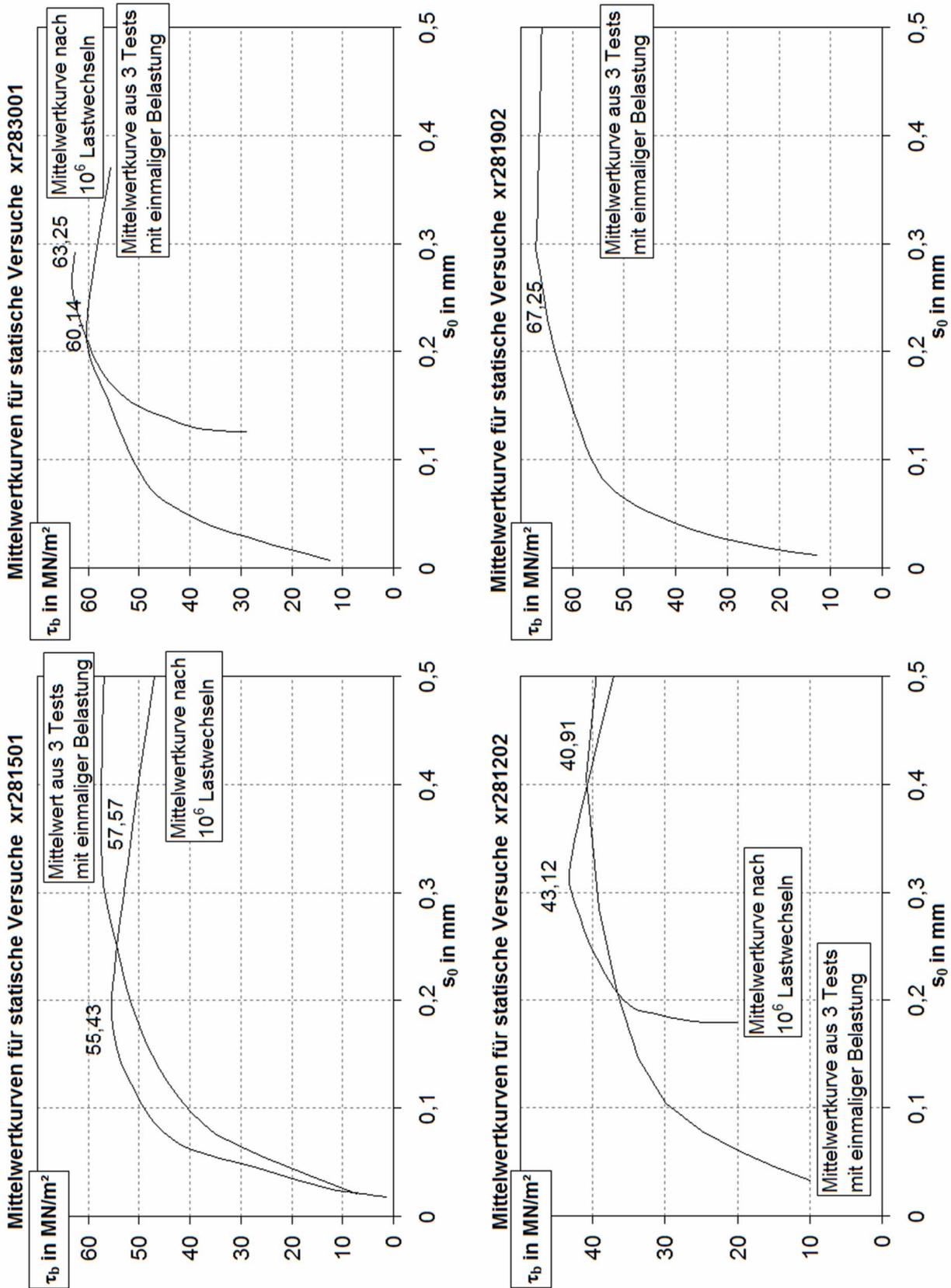


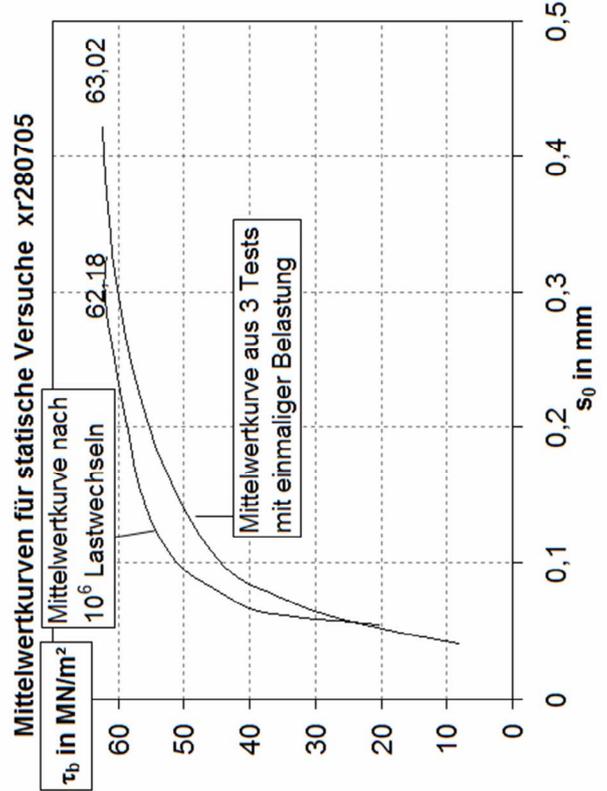
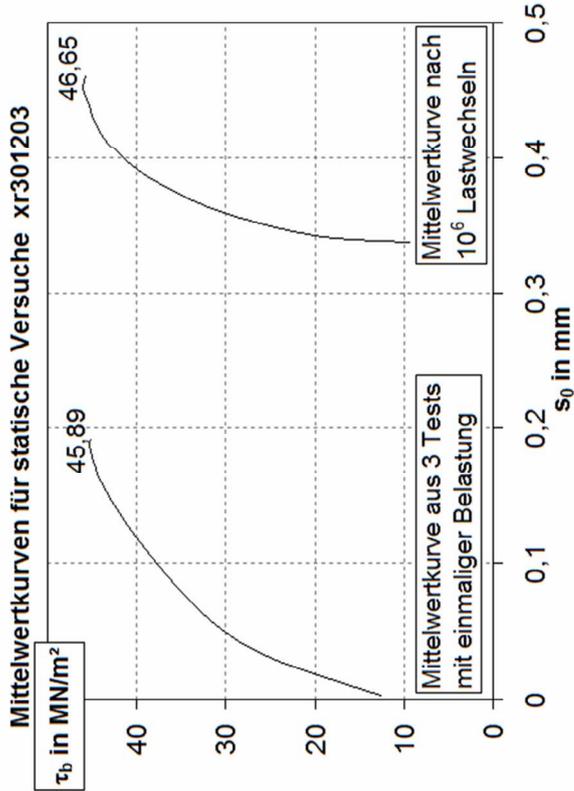
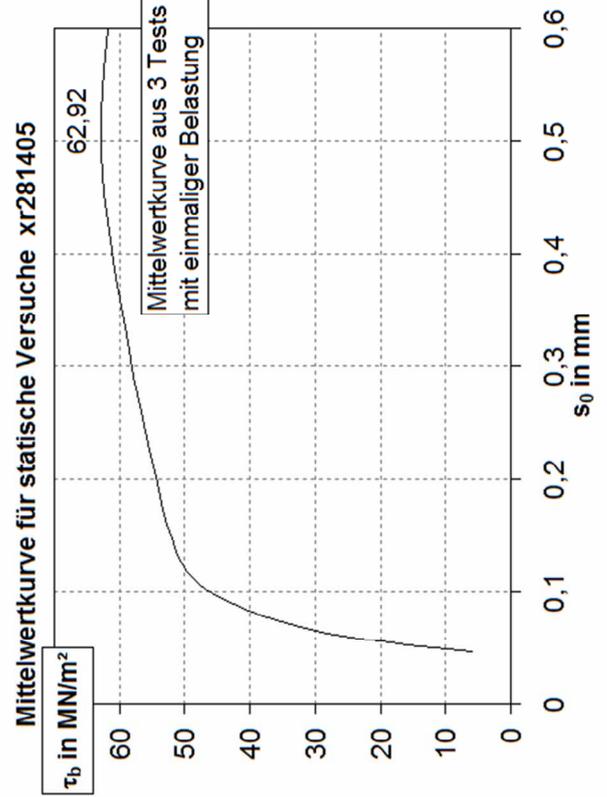
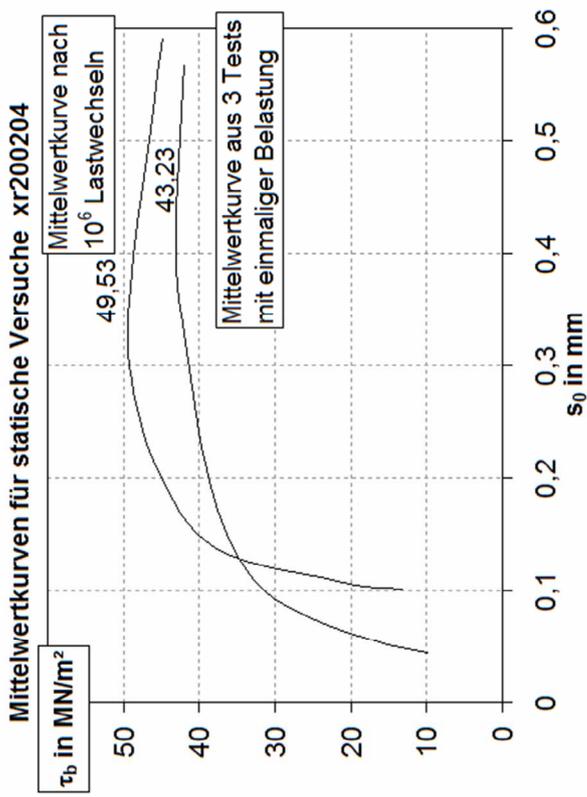
τ_b - s_0 -Diagramme für Serie xr200204 nach 10^6 LW

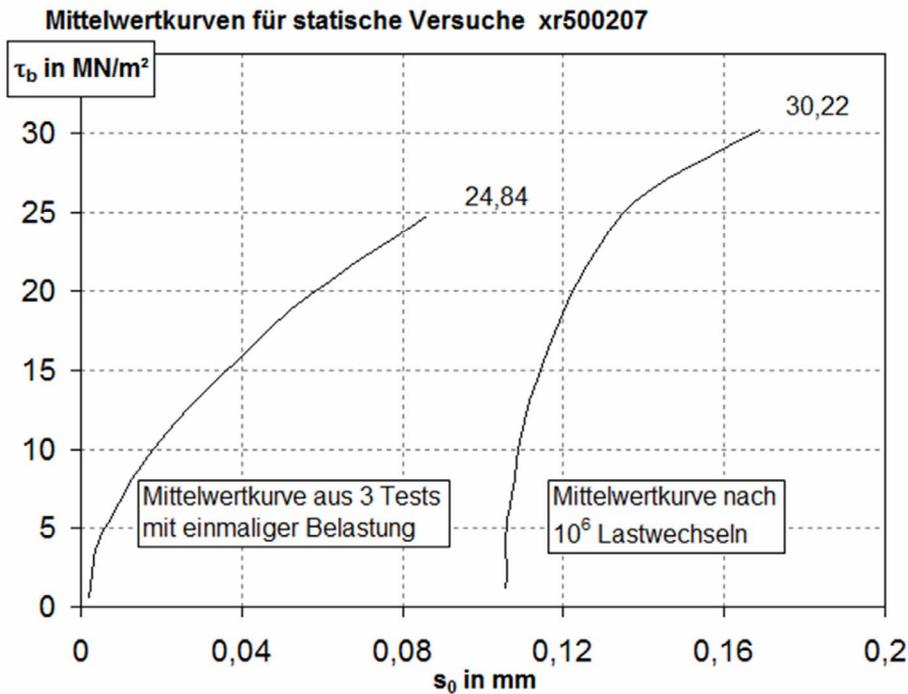




9.4 Ergebnisse der Ausziehversuche, zusammengefasst in sog. Mittelwertkurven

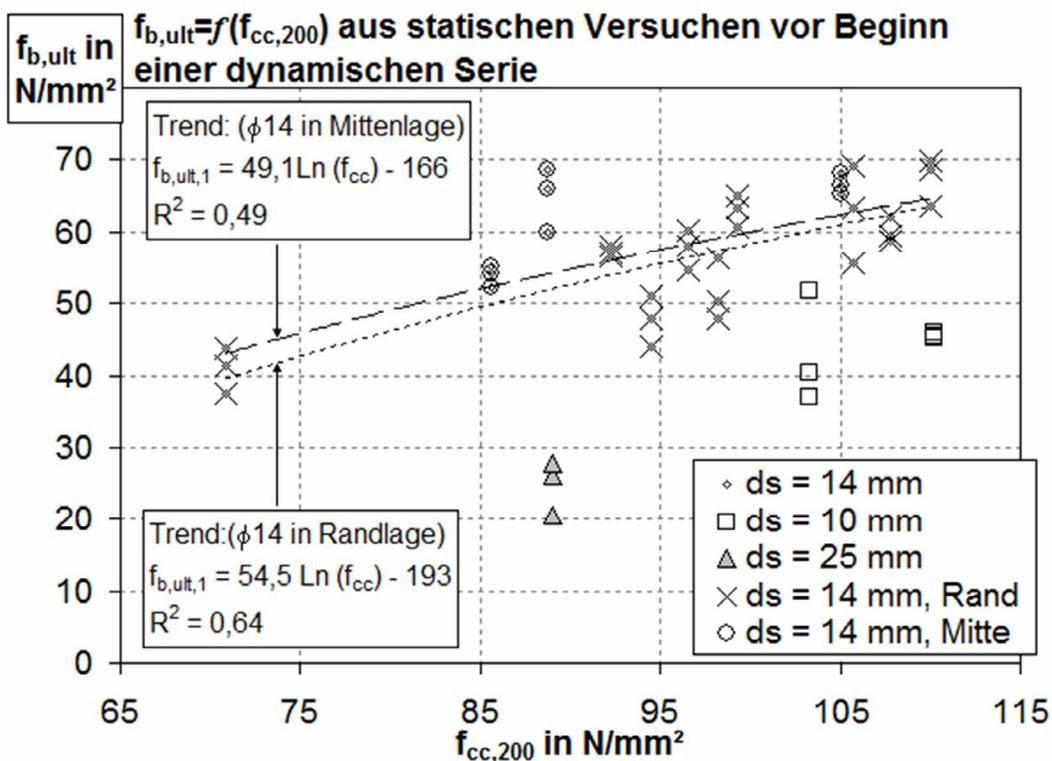


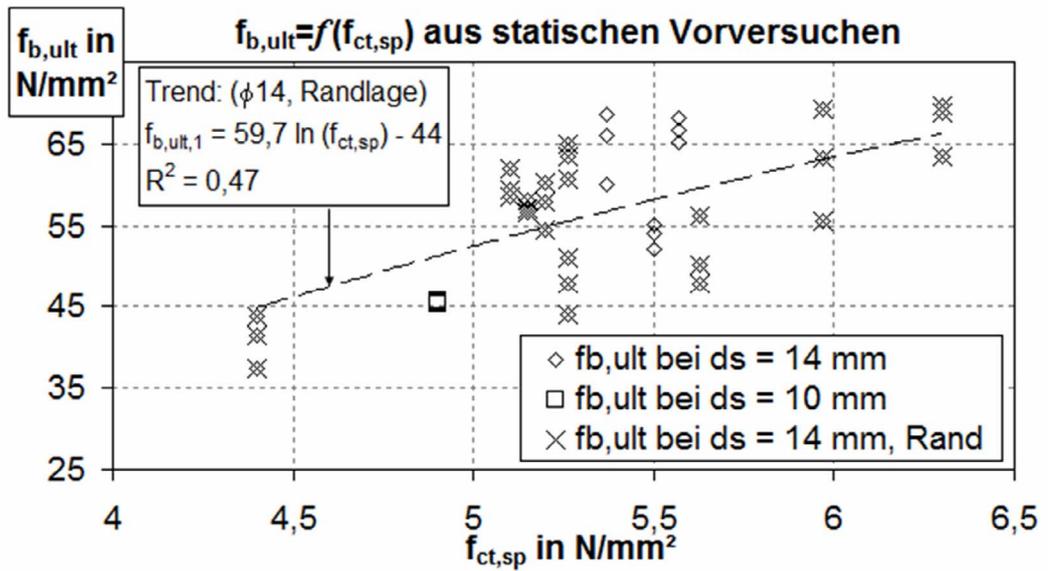
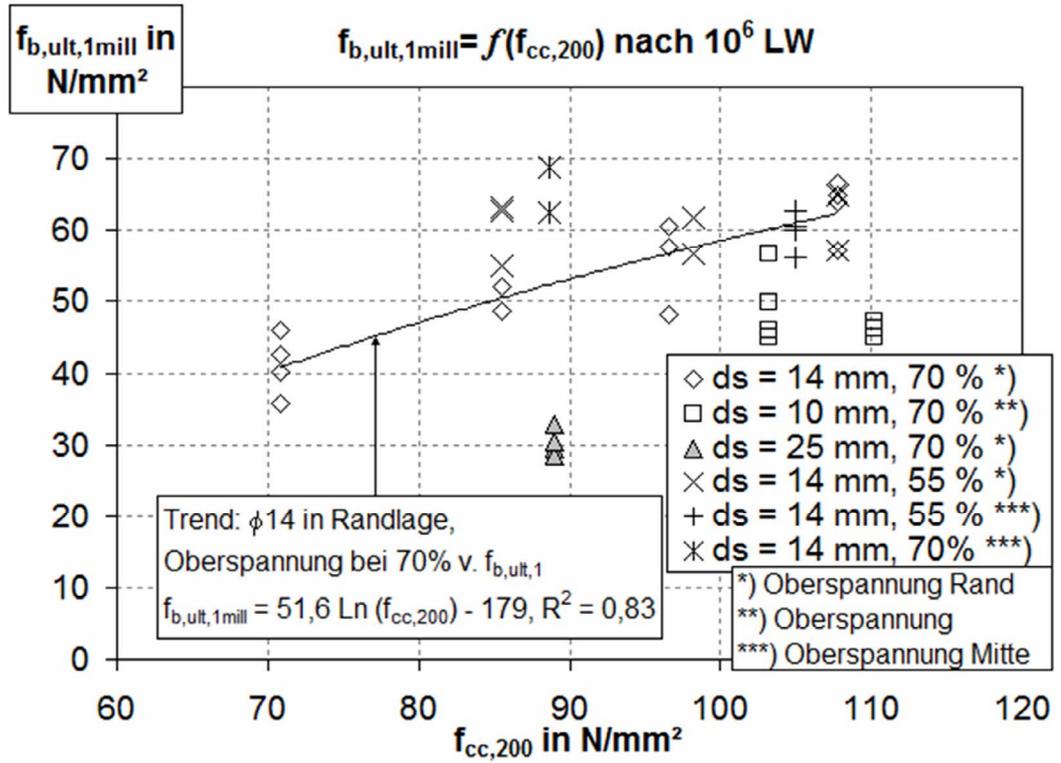




9.5 Der Zusammenhang zwischen den Betonfestigkeiten $f_{ct,sp}$; $f_{cc,200}$ und der Verbundfestigkeit $f_{b,ult}$ für hochfesten Beton bei Ausziehversuchen an kurzen Verbundlängen

Die Bezeichnungen Mitte und Rand beziehen sich auf die Unterschiede der Ausziehkörper mit Stahl in Rand- oder Mittenlage nach Bild A-1. 1 (linke und rechte Bildseite).





10 Anhang 3 – Ausgewählte Daten und Diagramme zu Nachrechnungen von Ausziehversuchen anhand von Ringdehnungen

10.1 Die Nachrechnungen des Ringtests von Tepfers / Olsson

Einige von Tepfers/ Olsson in [122] veröffentlichte Versuchsergebnisse sog. Ringtests sind im Rahmen dieser Arbeit nachgerechnet worden. Das sind im Einzelnen:

Tabelle A-3. 1: Aufstellung der nachgerechneten Ergebnisse des Versuchsprogramms von Tepfers/ Olsson [122]

Serie	Durchmesser [mm]	Stabtyp	Bezogene Rippenfläche f_R
2 No.4 (Tabelle A-3. 2)	16,5	Stab, abgedreht, 90°-Rippen, $c_r = 12$ mm	0,021
2 No.5 (Tabelle A-3. 3)	17,5	Stab, abgedreht, 90°-Rippen, $c_r = 12$ mm	0,065
3 No.8 (Tabelle A-3. 4)	18,5	Stab, abgedreht, 90° Rippen, $c_r = 16$ mm	0,084
1 No.1 (Tabelle A-3. 5)	18,5	Ks 400 T, 90°-Rippen, $c_r = 12$ mm	0,064
1 No.2 (Tabelle A-3. 6)	18,5	Ks 400 I, 45°-Rippen, $c_r = 12$ mm	0,064

Tabelle A-3. 3

Geometrie:		Stahlring		Vorgabe Anzahl radialer Risse												
Serie 2, ds 17,5		Ringbreite t=	0,65 mm	Anzahl n=	5 (nach Tepfers / Olsson - Fig. 2)											
Allgemein: mm		Ringhöhe h=	48 mm	Kontrolle												
c+d _f /2=	56,35 mm	E-Modul=	200000 N/mm ²	deltot	0,031 mm (max. Verformung vor Durchriss)											
d _f =	17,50 mm	Beton: k=	0,248	delt-maximgl.	0,740 mm (maximale Verformung bei der noch σ_{ct} mit $\sigma_{ct} < f_{ct}$ übertragen werden)											
d _f /2=	8,75 mm	Rissdehnung: ecr=	8,72E-05													
r _a =	57,00 mm	Rissreißungs-grenze: wc=	0,142 mm													
u _a =	357,96 mm	Bruchenergie: Gf=	0,075 N/mm													
e=	57,00 mm	Betoneigenschaften														
		f _c [N/mm ²]	f _{cm} [N/mm ²]													
		28,3	2,7													
		E _{cm} =	30962 N/mm ²													
		f _{cm,theor} =	2,693 N/mm ² (check)													
Aus [Tepfers/Olsson] (s. 7. Literatur		Rück-rechnung	Dehng. $\epsilon_{r,s}$	Ring-dehng. Δ_{ra} [mm]	Ring-spg. $\sigma_{s,ring}$ [N/mm ²]	Ring-kraft $F_{s,ring}$ [N]	Ring-druck $F_{s,spit}(p')$ [N/mm]	w (d _f /2) [mm]	$\sigma_{ct}(d_f/2)$ [N/mm ²]	W _{ring} [mm]	$\sigma_{ct,ring}$ [N/mm ²]	mittel $\sigma_{ct,cr,m}$ [N/mm ²]	F _{tot} [N]	F _{1,rum} [N]	F(p') (f ₀ *f _b) [N/mm]	Er-ggebnis α [°]
Schlupf s ₀ [mm]	Fpull kN	Fpull N	α [°]													
0,00	8,30	8300	0,0	0,000000	0,00000	0	0,00	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.
0,17	13,18	13180	0,0	0,000000	0,00000	0	0,00	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.
0,30	13,18	13180	0,0	0,000000	0,00000	0	0,00	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.	n.r.
0,50	17,60	17600	26,0	0,000219	0,0784	1366	23,97	0,015	1,16	0,009	1,32	1,24	2874	4241	484,6	320,3
0,65	20,00	20000	32,5	0,000325	0,1163	2028	35,58	0,022	0,99	0,017	1,10	1,05	2429	4457	509,4	364,0
1,00	25,00	25000	41,5	0,000564	0,2020	3521	61,77	0,039	0,73	0,034	0,80	0,77	1781	5301	605,9	455,0
1,50	25,80	25800	54,5	0,000923	0,3303	5758	101,01	0,065	0,47	0,060	0,52	0,50	1152	6909	789,7	469,5
1,73	26,30	26300	57,5	0,001053	0,3770	6572	115,29	0,074	0,40	0,069	0,44	0,42	972	7544	862,1	478,6
2,00	26,00	26000	59,8	0,001140	0,4079	7111	124,76	0,081	0,35	0,075	0,39	0,37	863	7974	911,3	473,2
2,50	24,00	24000	60,5	0,001082	0,3874	6753	118,47	0,077	0,38	0,071	0,42	0,40	935	7687	878,5	436,8
3,00	22,10	22100	63,0	0,001106	0,3961	6904	121,13	0,078	0,37	0,073	0,41	0,39	904	7808	892,4	402,2
3,50	20,00	20000	65,0	0,001094	0,3917	6827	119,78	0,077	0,38	0,072	0,42	0,40	919	7747	885,3	364,0
4,00	18,00	18000	68,0	0,001137	0,4068	7092	124,42	0,080	0,35	0,075	0,39	0,37	866	7958	909,5	327,6
4,50	15,80	15800	70,0	0,001107	0,3964	6910	121,23	0,078	0,37	0,073	0,41	0,39	903	7813	892,9	287,5
5,00	13,70	13700	72,0	0,001076	0,3850	6712	117,75	0,076	0,39	0,071	0,43	0,41	943	7655	874,8	249,3

reißt nicht bis zum Ring auf, genauere Berechnung aufgrund fehlender Winkelangaben (Messwerte jedoch nicht möglich)

10.2 Auswertung der Versuche an Ausziehkörpern mit Dehnungsmessungen an der Versuchskörperoberfläche

10.2.1 Auswertung der Ergebnisse des Versuchskörpers AZK 24012002

Tabelle A-3. 7: Geometrie- und Festigkeitseigenschaften des Versuchskörpers

Festigkeitsparameter	Definierte Nebenbedingungen	Geometriedaten der Bruchfläche
$E_c = 48000$ N/mm ²	$k = 0,248$	$c = 40$ mm
$f_{ct,sp} = 6,60$ N/mm ²	$w_c = 0,135$ mm	$d_s = 14$ mm
$G_f = 0,173$ N/mm	$n = 2$	$(c+d_s/2) = 47$ mm
$\varepsilon_{cr} = 0,000136$	(Anzahl Risse)	$l_b = 28$ mm
		$h = 150$ mm

Tabelle A-3. 8: Messwerte an der am stärksten belasteten Seitenfläche

ypos [mm]	145	135	122	102	82	57	32	5
Messwerte der Oberflächendehnungen in tangentialer Richtung								
τ_b [N/mm ²]	DMS4 [‰]	DMS5 [‰]	DMS6 [‰]	DMS7 [‰]	DMS8 [‰]	DMS9 [‰]	DMS10 [‰]	DMS11 [‰]
2,50	-0,0059	-0,0017	0,0008	0,0042	0,0049	0,0032	0,0018	0,0009
5,02	-0,0083	-0,0026	0,0031	0,0070	0,0073	0,0064	0,0036	0,0015
7,51	-0,0114	-0,0026	0,0055	0,0108	0,0112	0,0093	0,0067	0,0024
10,02	-0,0144	-0,0021	0,0082	0,0148	0,0135	0,0125	0,0083	0,0024
15,03	-0,0161	0,0007	0,0151	0,0237	0,0240	0,0191	0,0122	0,0030
20,05	-0,0169	0,0052	0,0244	0,0345	0,0297	0,0261	0,0168	0,0036
25,01	-0,0160	0,0109	0,0347	0,0454	0,0382	0,0334	0,0205	0,0043
30,13	-0,0133	0,0186	0,0461	0,0582	0,0470	0,0405	0,0250	0,0047
35,01	-0,0078	0,0292	0,0604	0,0706	0,0570	0,0480	0,0289	0,0051
40,00	0,0119	0,0509	0,0823	0,0866	0,0681	0,0555	0,0332	0,0047
42,53	0,0353	0,0749	0,1040	0,1007	0,0768	0,0600	0,0356	0,0044
45,01	0,0852	0,1222	0,1447	0,1242	0,0867	0,0661	0,0373	0,0044
45,70	0,1306	0,1632	0,1784	0,1408	0,0964	0,0691	0,0393	0,0044
40,04	EoM	1,0456	0,9829	0,7319	0,4874	0,2441	0,0869	0,0052
30,00	EoM	EoM	EoM	EoM	EoM	1,0802	0,6601	0,3137
20,10	EoM	EoM	EoM	EoM	EoM	EoM	1,2704	0,7776

Tabelle A-3. 9: Messwerte der Ringdehnungen auf der Versuchskörperoberseite mit tangentialer Ausrichtung

xpos [mm]	47	35	22	12	7
Messwerte der Oberflächendehnungen					
τ_b [N/mm ²]	~ DMS4 [‰]	DMS3 [‰]	DMS2 [‰]	DMS1 [‰]	Ver- mutung [‰]
2,50	-0,0080	-0,0075	-0,0097	-0,0129	-0,01
5,02	-0,0105	-0,0119	-0,0170	-0,0217	-0,03
7,51	-0,0149	-0,0168	-0,0227	-0,0306	-0,04
10,02	-0,0194	-0,0208	-0,0291	-0,0386	-0,05
15,03	-0,0228	-0,0273	-0,0389	-0,0521	-0,06
20,05	-0,0261	-0,0325	-0,0478	-0,0657	-0,08
25,01	-0,0278	-0,0371	-0,0551	-0,0757	-0,09
30,13	-0,0284	-0,0388	-0,0621	-0,0854	-0,10
35,01	-0,0263	-0,0393	-0,0649	-0,0930	-0,11
40,00	-0,0096	-0,0277	-0,0559	-0,0852	-0,10
42,53	0,0116	-0,0134	-0,0453	-0,0734	-0,09
45,01	0,0612	0,0191	-0,0223	-0,0555	-0,07
45,70	0,1094	0,0526	0,0021	-0,0388	-0,06
40,04	EoM	1,5252	0,7048	0,4879	

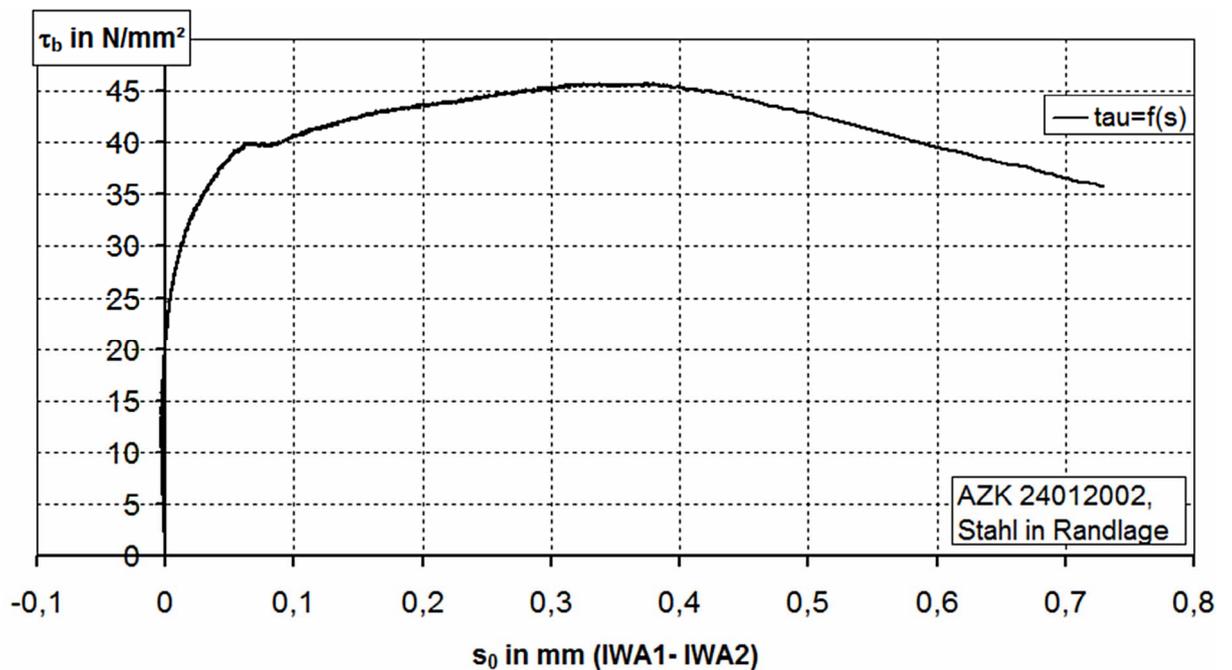


Bild A-3. 1: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung, $\tau_b = f(s_0)$

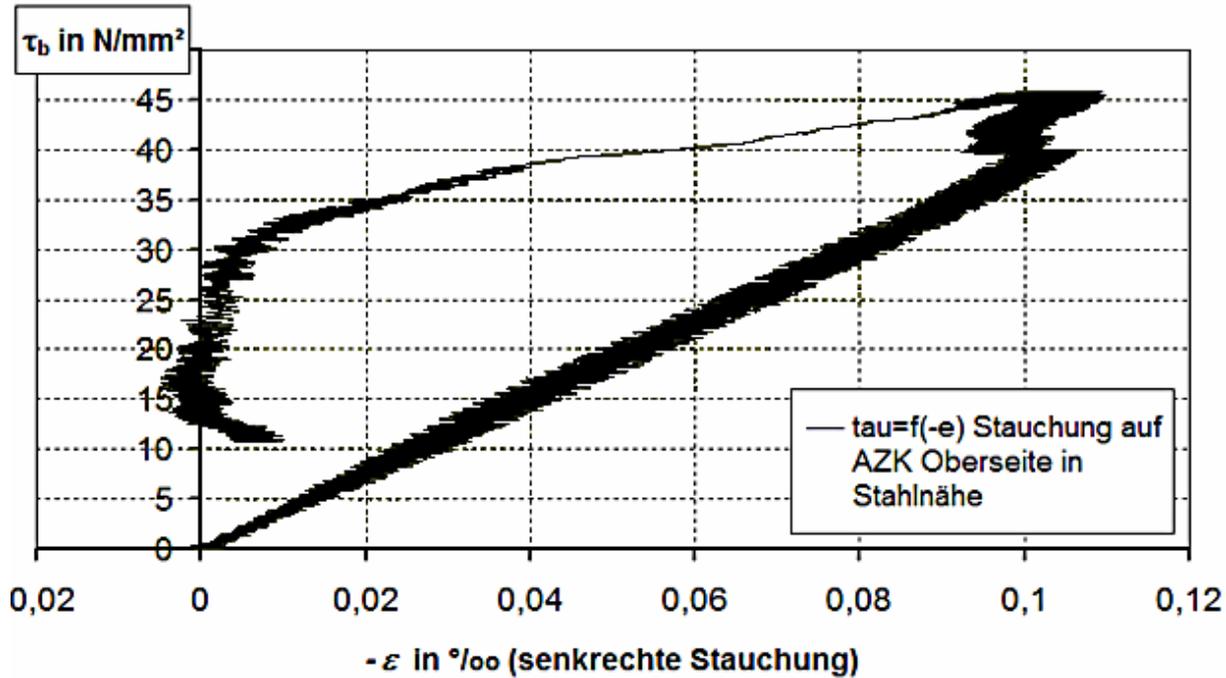
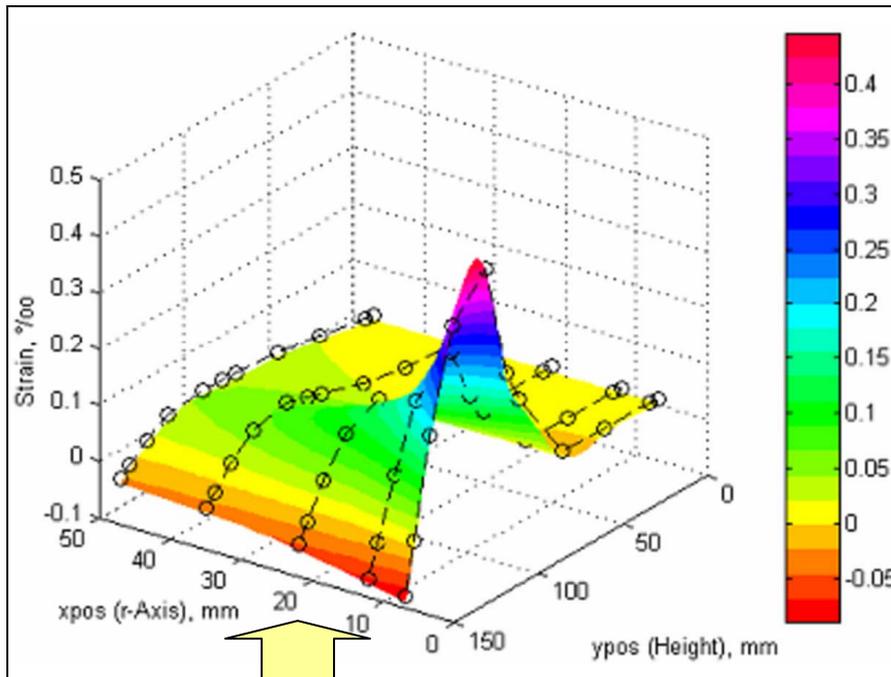


Bild A-3. 2: Stauchungen des Betons in der Betonstahlnähe erzeugen eine trichterförmige Verformung um den Betonstahl (Messung durch IWA parallel zum Stab)

Tabelle A-3. 10: Lineare Extrapolation der Dehnung im Fußpunkt des Ausziehkörpers-Grundlage des Diagramms Bild 3. 47

Dehnungsentwicklung im Fusspunkt:			
Ermittelt durch lineare Extrapolation			
	Nullstelle		
τ_b	$\epsilon_{ct}[y_{pos}=32]$	$\epsilon_{ct}[y_{pos}=5]$	$\epsilon_{ct}[y_{pos}=0]$
[N/mm ²]	[‰]	[‰]	[‰]
2,50	0,0018	0,0009	0,0007115
5,02	0,0036	0,0015	0,0010856
7,51	0,0067	0,0024	0,0015874
10,02	0,0083	0,0024	0,0013137
15,03	0,0122	0,0030	0,0012415
20,05	0,0168	0,0036	0,0011119
25,01	0,0205	0,0043	0,0012844
30,13	0,0250	0,0047	0,0009252
35,01	0,0289	0,0051	0,0006633
40,00	0,0332	0,0047	-0,0005852
42,53	0,0356	0,0044	-0,0013778
45,01	0,0373	0,0044	-0,0016907
45,70	0,0393	0,0044	-0,0020985
40,04	0,0869	0,0052	-0,0098985
30,00	0,6601	0,3137	0,2495381
20,10	1,2704	0,7776	0,686317

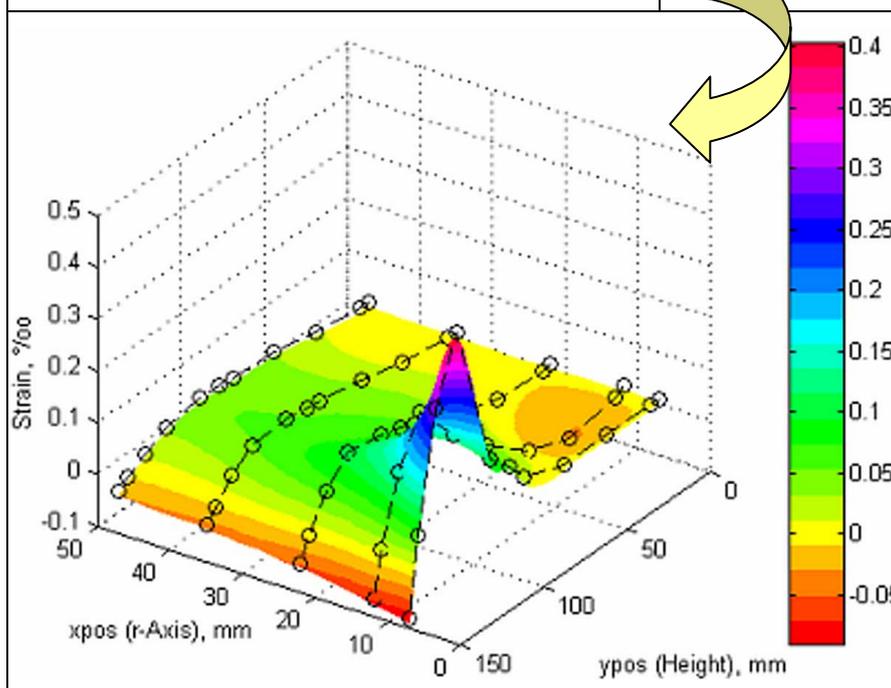
Auswertung für die Laststufe $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2 \approx 0,55 \cdot f_{b,ult}$



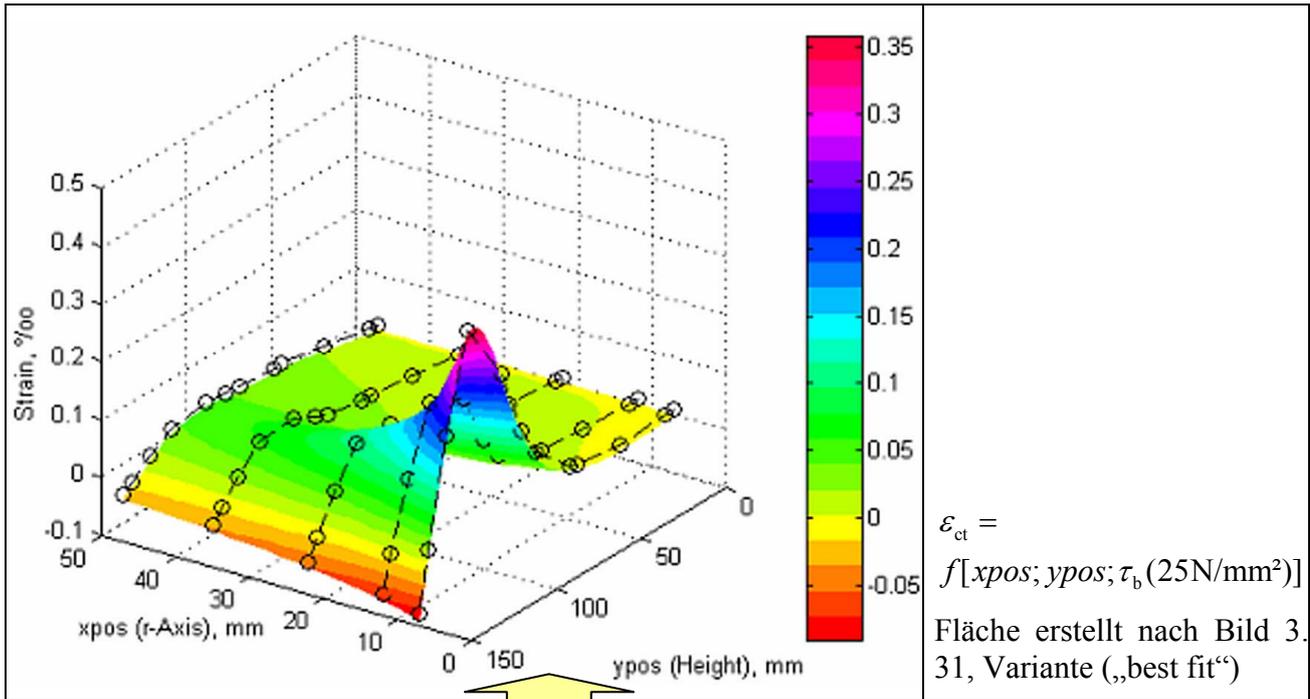
$\varepsilon_{ct} =$
 $f[xpos; ypos; \tau_b (25\text{N/mm}^2)]$
 Fläche erstellt nach Bild 3. 31,
 Variante 1

	ypos	xpos	DMS 3	DMS 2	DMS 1	Guess
		47	35	22	12	7
upside	150	-0,0295	-0,0373	-0,0530	-0,0770	-0,09
DMS 4	145	-0,0148	-0,0177	-0,0221	-0,0220	0,0001
DMS 5	135	0,0108	0,0174	0,0345	0,0805	0,1678
DMS 6	122	0,0343	0,0516	0,0925	0,1883	0,3432
DMS 7	102	0,0441	0,0678	0,1221	0,2401	0,4083
Center	90	0,0419	0,0558	0,0860	0,1439	0,2000
DMS 8	82	0,0398	0,0469	0,0659	0,1017	0,1407
DMS 9	57	0,0334	0,0230	0,0127	0,0071	0,0061
DMS 10	32	0,0209	0,0062	0,0030	0,0018	0,0015
DMS 11	5	0,0047	0,0001	0,0020	0,0010	0,0008
Bearing	0	0,0019	0,0014	0,0009	0,0005	0,0003
code	Measured	cracked high prob cr.-Tepfersring	"Tepfersring" high probab.	in addition "hypothetic" regressivly found		

	ypos	xpos	DMS 3	DMS 2	DMS 1	Guess
		47	35	22	12	7
upside	150	-0,0294	-0,0378	-0,0538	-0,0760	-0,09
DMS 4	145	-0,0138	-0,0142	-0,0116	0,0077	0,0577
DMS 5	135	0,0109	0,0227	0,0532	0,1348	0,2815
DMS 6	122	0,0318	0,0514	0,0999	0,2213	0,4000
DMS 7	102	0,0436	0,0578	0,0882	0,1338	0,1100
Center	90	0,0420	0,0522	0,0751	0,0935	0,0700
DMS 8	82	0,0383	0,0501	0,0648	0,0683	0,0300
DMS 9	57	0,0338	0,0333	0,0297	0,0038	0,0000
DMS 10	32	0,0163	0,0119	0,0016	-0,0281	0,0000
DMS 11	5	0,0030	-0,0001	-0,0049	-0,0096	0,0000
Bearing	0	0,0025	0,0003	-0,0019	0,0012	-0,0005
code	Measured	cracked/known cr.-Tepfersring	"Tepfersring" high probab.	in addition "hypothetic" regressivly found		



$\varepsilon_{ct} =$
 $f[xpos; ypos; \tau_b (25\text{N/mm}^2)]$
 Fläche erstellt nach Bild 3. 31,
 Variante 2 („Tepfersring“
 schräg angeordnet)



	ypos	xpos	DMS 3	DMS 2	DMS 1	Guess
		47	35	22	12	7
upside(extrapol)	150	-0,0278	-0,0376	-0,0548	-0,0752	-0,09
DMS 4	145	-0,0160	-0,0171	-0,0206	-0,0127	0,0106
DMS 5	135	0,0109	0,0200	0,0413	0,1003	0,1911
DMS 6	122	0,0347	0,0558	0,1009	0,2064	0,3503
DMS 7	102	0,0454	0,0609	0,1002	0,1782	0,2387
Center weight	90	0,0415	0,0428	0,0540	0,0864	0,1214
DMS 8	82	0,0382	0,0337	0,0321	0,0448	0,0704
Area II	62	0,0345	0,0237	0,0162	0,0126	0,0113
DMS 9	57	0,0334	0,0221	0,0160	0,0104	0,0052
DMS 10	32	0,0205	0,0133	0,0118	0,0035	-0,0049
DMS 11	5	0,0043	0,0031	0,0026	0,0007	-0,0010
Bearing(extrapol)	0	0,0015	0,0012	0,0007	0,0004	0,0002
	code	Measured	cracked/known	"Tepfersring"	in addition "hypothetic"	
			cr.-Tepfersring	high probab.	regressivly found	

Tabelle A-3. 11: Bilder der interpolierten Dehnflächen + Punktraster als Ergebnis der sukzessive gefundenen Dehnungen in der potentiellen Sprengbruchfläche

Tabelle A-3. 12: Radiale Risslängen r_e in den teilweise gerissenen Bereichen.

ypos [mm]	r_e (für die Variante 1)	r_e (für die Variante 2)	r_e (für die Variante 3)
Laststufe: $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$			
150	0	0	0
145	0	0	0
135	11	11,5	10,03
122	18,6	19	18,99
102	21,02	11,7	17,4
90	13	0	0
82	7,5	0	0
[mm]			

Die radiale Ausprägung der Risse r_e in den Bereichen, die ein Verhalten wie von Tepfers beschrieben zeigen, also in den sog. „Tepfersringen“, wird nach (3. 51) berechnet. In den anderen Bereichen wird die Stelle $xpos$ an der $\varepsilon_c > \varepsilon_{cr}$ gilt, durch Interpolation im Dehnungsraster gefunden. Die Radien sind den Varianten Tabelle A-3. 11 zugeordnet.

Tabelle A-3. 13: Bilder des wahrscheinlichen Spannungsfeldes in der späteren Bruchfläche

	$\sigma_{ct}(xpos; ypos)$ $= f[\varepsilon_c^{el}(xpos; ypos) \cup w(r)]$ <p>Fläche erstellt nach Gl. (2. 32), (3. 59), (3. 57), auf Basis der Fläche ε_{ct} (Var. 1) für $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$ (kubisch interpoliert)</p>
	$\sigma_{ct}(xpos; ypos)$ $= f[\varepsilon_c^{el}(xpos; ypos) \cup w(r)]$ <p>Fläche erstellt nach Gl. (2. 32), (3. 59), (3. 57), auf Basis der Fläche ε_{ct} (Var. 2) für $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$ (bilinear interpoliert)</p>
	$\sigma_{ct}(xpos; ypos)$ $= f[\varepsilon_c^{el}(xpos; ypos) \cup w(r)]$ <p>Fläche erstellt nach Gl. (2. 32), (3. 59), (3. 57), auf Basis der Fläche ε_{ct} (Var. 3-„best fit“), $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$ (kubisch interpoliert)</p>

Wird die Vereinfachung von Gleichung (3. 59) zu einer Berechnung nicht genutzt, sondern der vorgeschlagenen Dehnungshypothese ε_{ct} großes Vertrauen geschenkt, kann über den Ansatz (3. 54) ebenfalls eine recht exakte Berechnung der noch übertragenen Restspannung im bereits gerissenen Bereich der Tepfersringe erfolgen. Bild A-3. 3 zeigt im Vergleich zum unteren Bild in Tabelle A-3. 13, dass sich die Dehnungshypothese dabei kaum verändert. Ein Vergleich der Zugringkräfte im oberen Bereich (Tabelle A-3. 14, Tabelle A-3. 15) zeigt, dass die Unterschiede durch die Wahl des Interpolationsverfahrens und des Ansatzes für die Beschreibung der verbleibenden Zugspannungen in der entfestigenden Zone nur geringfügige Auswirkungen hat.

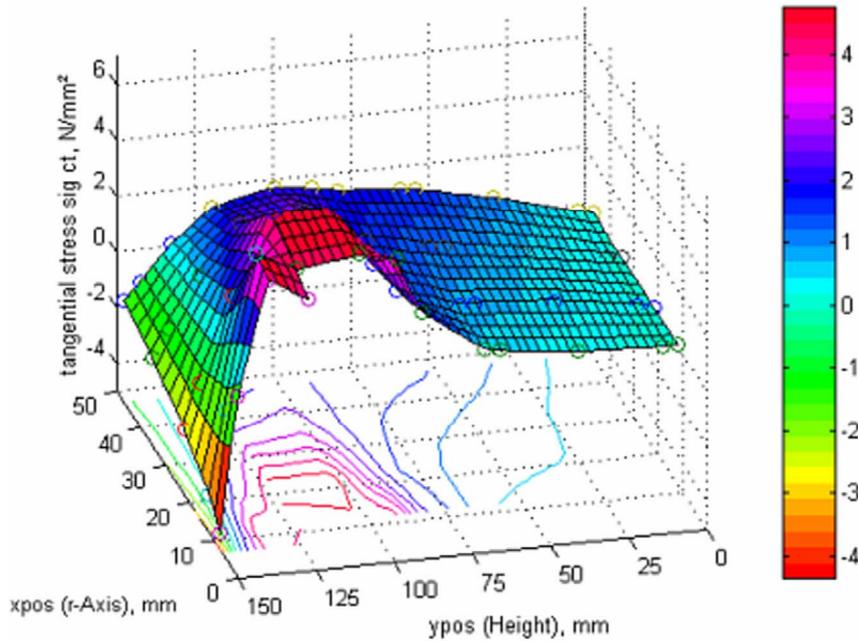


Bild A-3. 3: Direkte Umsetzung der Dehnhypothese Tabelle A-3. 11 (unten) in ein Spannungsfeld unter Nutzung von Ansatz (3. 54), ebenfalls Variante „best fit“

Oben dargestelltes Spannungsfeld ist auf Basis eines durch bilinerare Interpolation verbesserten Dehnungsfeldes in der späteren Bruchebene erstellt. Die Spannungen können in Teilflächen entsprechend dem bestehenden Raster zu Teilkräften diskretisiert werden. (siehe Bild A-3. 4)

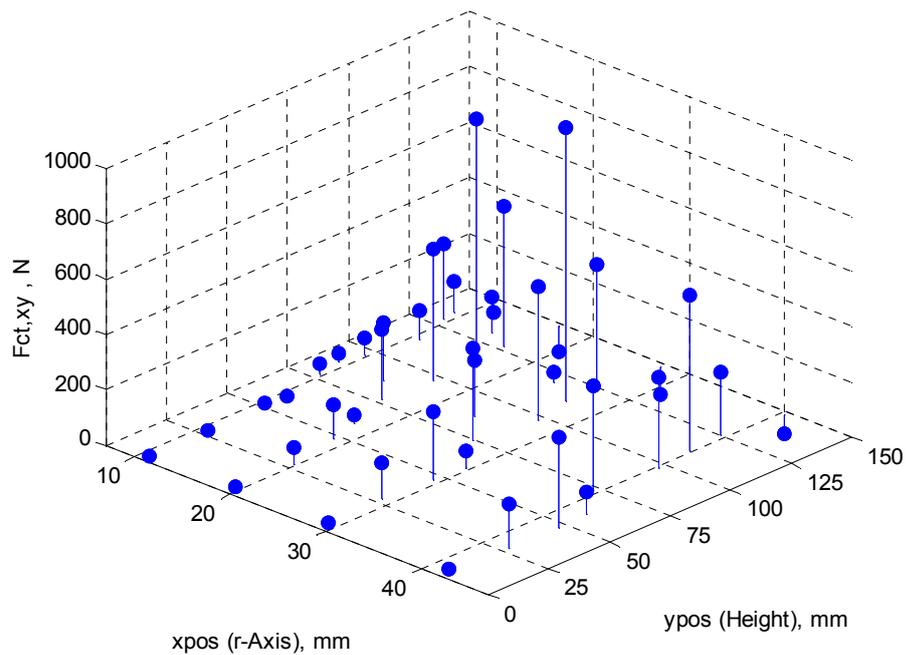


Bild A-3. 4: Größe und Position diskretisierter Kräfte aus dem Spannungsfeld „best fit“, Bild A-3. 3, ($\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$)

Tabelle A-3. 14: Ergebnistabelle zur Auswertung der Laststufe $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$ nach Diskretisierung der Reaktion des Versuchskörpers

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_{gl} [°]
Bereich oben	150-102	48	23,4	115,6	3995,93	
Bereich unten	102-0	102	37,9	74,2	4224,10	
Global	150-0	150	30,9	94,3	8220,03	28,2
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7	139		
Plausibilität $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$ $\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_{gl} \cdot h_{gl})] =$			"---->	F_{pull,vorh}=	30784 N	
				F_{pull,cal}=	17971 N	

Die Nachweiswirkung in Tabelle A-3. 14 erfolgt mit einem globalen Stützwinkel nach Gl. (3. 67) einschließlich Plausibilitätskontrolle für die ausgewählte Variante („best fit“). Die Tabelle setzt die Spannungshypothese in Bild A-3. 3 um. Wie in der Tabelle zu erkennen ist, reicht ein einfacher Nachweis mit einem globalen Stützwinkel α_{gl} nicht mehr aus, um den Aufbau des Verbundwiderstands zu erklären. Das Ergebnis verbessert sich auch nicht durch eine sehr detaillierte Aufstellung der Kraftwirkung in der nachfolgenden Variante. Bild A-3. 5 enthält die zugehörige grafische Darstellung des Nachrechnungsversuchs.

Tabelle A-3. 15: Ergebnistabelle Laststufe $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$ nach weiterer Diskretisierung der Reaktion des Versuchskörpers

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_{gl} [°]
Bereich oben	150-102	48	23,5	115,7	3967,83	57,9
Bereich Mitte	102-62	40	40,0	87,3	2962,35	34,7
Bereich unten	62-0	62	33,1	42,9	1252,84	14,4
Global	150-0	150	30,9	94,3	8183,02	28,2
Ansatzpunkt des Vektors in lb	Gl		7,0	139		
	1		7,0	126		
	2		7,0	135		
	3		7,0	144		
Plausibilität	$\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$		"---->	Fpull,vor	30784 N	
$\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_i \cdot h_i)] =$				Fpull,cal	41703 N	
$2 \cdot F_{ct,sum} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_{gl} \cdot h_{gl}) =$				Fpull,cal	17925 N	

Die Nachweisführung wurde variiert, einmal mit 3 einzelnen Stützbereichen nach Gl. (3. 68) und einmal mithilfe eines globalen Stützwinkels und einer Gesamtkraft nach Gl. (3. 67). Die Tabelle setzt die Spannungshypothese in Tabelle A-3. 13, unten, um. Die roten Kraftvektoren in Bild A-3. 5 markieren die Größe der tangentialen Ringzugkräfte in den vertikal gegliederten Teilen der späteren Bruchebene (Bereiche „oben“, „Mitte“, „unten“ in Tabelle A-3.15).

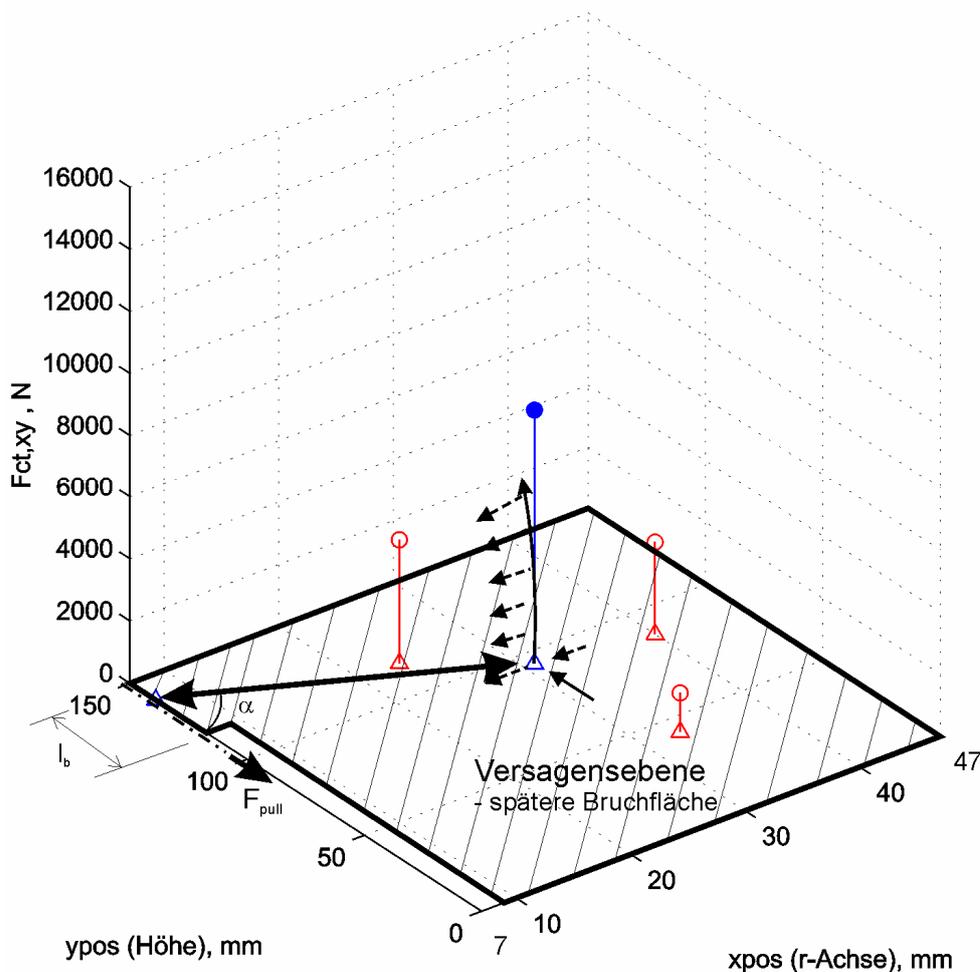


Bild A-3. 5: Visualisierung der Tabelle A-3. 15. Geometrische Interpretation des gefundenen Stützwinkels α_{gl} , ($\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$).

Die strenge Diskretisierung in einzelne Teilbereiche ist zudem nicht widerspruchsfrei. Zum untersten Kraftangriffspunkt kann eine gerade Druckstrebe nicht wirklich realisiert werden. Der theoretisch errechenbare Winkel für die Verbindung zum unteren Bereich wäre für ein realistisches Modell zu steil. Außerdem ließ sich nur in zwei Punkten eine größere Kraftwirkung im unmittelbaren Verbundbereich an den Rippen bei der In-augenscheinnahme nach dem Versuch nachweisen. Mit dem oben aufgebauten Widerstandssystem wird also offenbar der wahre Verbundwiderstand überschätzt. Daher wird eine Beschränkung auf zwei Druckspannungszonen (bzw. Druckspannungskegel) angestrebt, die die wirksamen Bereiche der Verbundzone mit den aktivierten Zugring-Teilbereichen verbinden. In der nachfolgenden Tabelle wird ein solches System geprüft.

Tabelle A-3. 16: Ergebnistabelle zur Auswertung der Laststufe $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$.

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-90	60	29,9	110,9	5351,62	48,7
Bereich unten	90-0	90	32,8	63,4	2868,41	18,6
Global	150-0		30,9	94,3	8220,03	
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7	131		
			7	140		
Plausibilität $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$ $\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_i \cdot h_{c,i})] =$			"---->	F_{pull,vorh}=	30784 N	
				F_{pull,cal}=	30415 N	

Die Nachweisführung mit erfolgt mit einem in zwei Teilbereiche unterteilten Zugring, deren Ringkräfte mit zwei Druckstreben, die jeweils Stützwinkeln α_i zugeordnet sind, nach (3. 68) einen Verbundwiderstand des Versuchskörpers aufbauen. Das Ergebnis stimmt mit der Erwartung überein. In Bild A-3. 6 wird das Widerstandssystem grafisch dargestellt.

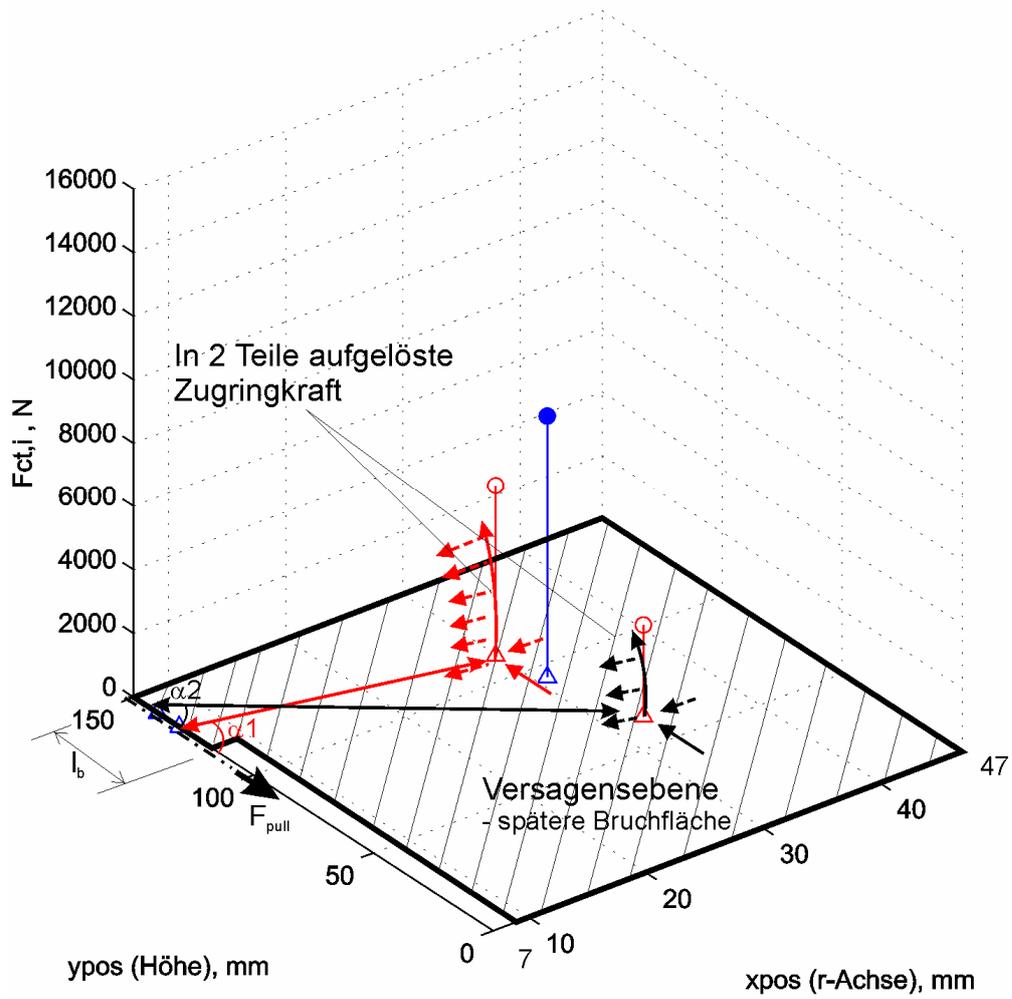
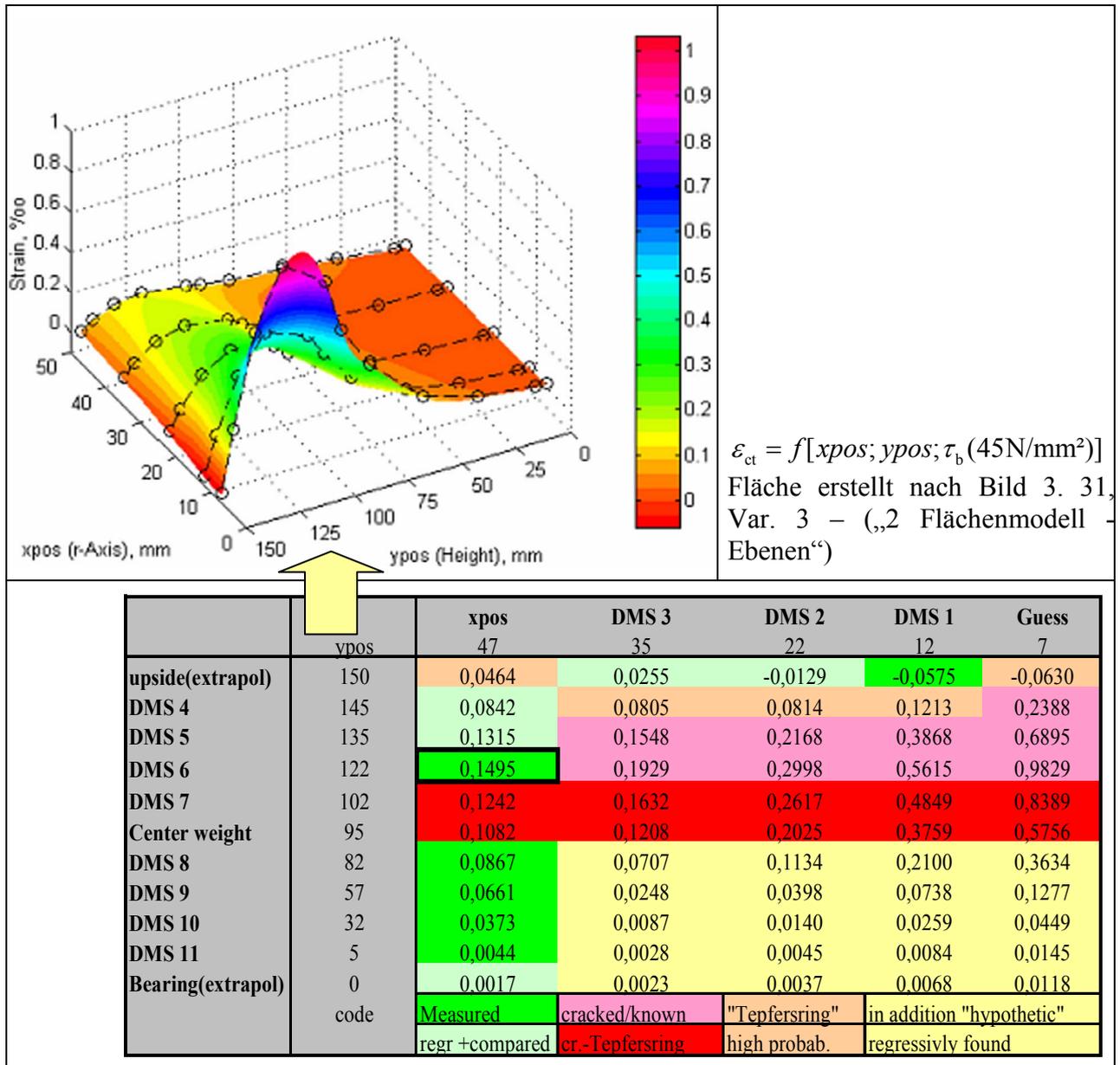


Bild A-3. 6: Visualisierung der Tabelle A-3. 16. Möglicher Aufbau des Verbundwiderstandmodells bei $\tau_b = 25,01 \text{ N/mm}^2$.

Auswertung für die Laststufe $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2 \approx 0,98 \cdot f_{b,ult}$

Tabelle A-3. 17: Dehnflächen ε_{ct} für die Laststufe $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$ unter der Nutzung der Messwerte von Tabelle A-3. 8 ff.



Die Dehnfläche für die Laststufe $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$ wird über multi-variate Regression in verschiedenen Abschnitten („Ebenen“) ermittelt. Besonders nach der einfacheren Variante 1 (Bild 3. 31) ergeben sich auch für die eigentlich feststehenden Randwerte, also die um zuverlässige Interpolationsergebnisse ergänzten Messwerte, im oberen Bereich für $y_{pos} > 122 \text{ mm}$ leicht abweichende Lösungen. Das gilt u.a. auch für die Oberseite bei DMS 3.

Die Radien r_e , die die radiale Risslänge widerspiegeln, werden in den als sog. „Tepfersringe“ identifizierten Bereichen mithilfe von Gleichung (3.51) berechnet. Die Annahmen für die Nachbarbereiche werden nach Interpolation zur Findung der zur Rissdehnung ε_{cr} zugehörigen x_{pos} -Stelle gefunden.

Tabelle A-3. 18: Radiale Risslängen in den teilweise gerissenen Bereichen.

ypos [mm]	re [mm] (für die Variante Ebenen) Laststufe: $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$
150	0,0
145	11,4
135	45,5
122	durchgerissen
102	43,4
95	32,6
82	19,7

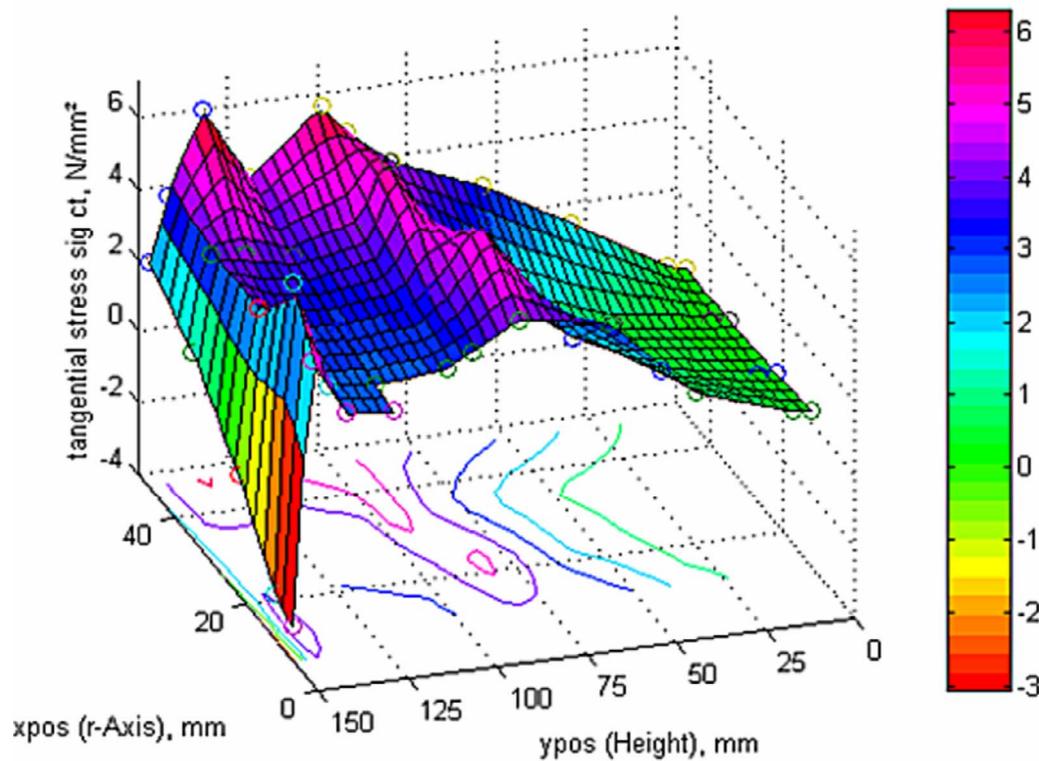


Bild A-3. 7: $\sigma_{ct}(xpos; ypos) = f[\varepsilon_c^{el}(xpos; ypos) \cup w(r)]$, Spannungsfeld von Spannungen normal zur Bruchfläche.

Das Spannungsfeld in Bild A-3. 7 wird auf der Basis des (bilinear interpolierten) Dehnfeldes ε_{ct} aus Var. 3 für $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$ unter Nutzung der Formulierungen (2. 32), (3. 59), (3. 57) erzeugt. Die Spannungen werden wiederum in den durch das Punktraster vorgegebenen Teilflächen in deren Teilschwerpunkten diskretisiert. Bild A-3. 8 illustriert diesen Prozess.

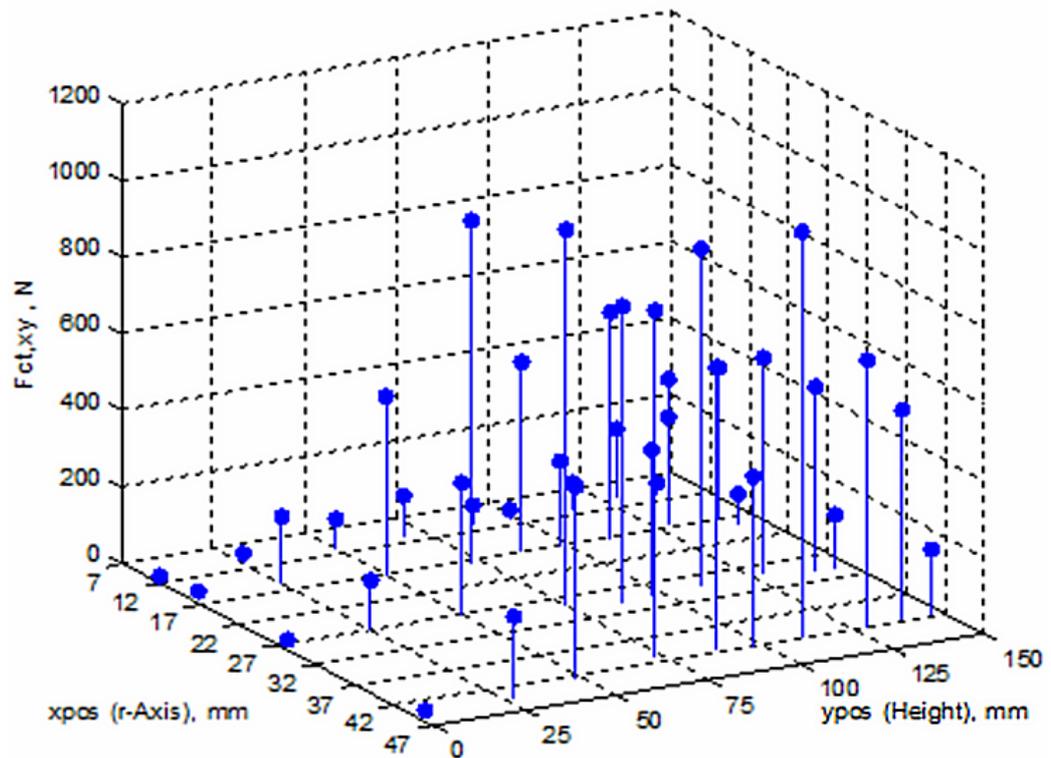


Bild A-3. 8: Größe und Position diskretisierter Kräfte aus dem Spannungsfeld Bild A-3. 7 (Laststufe: $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$)

Eine direkte Umsetzung der Dehnungshypothese ε_{ct} aus Tabelle A-3. 17 nach Ansatz (3. 54) ergibt ein gegenüber Bild A-3. 7 verbessertes Spannungsfeld.

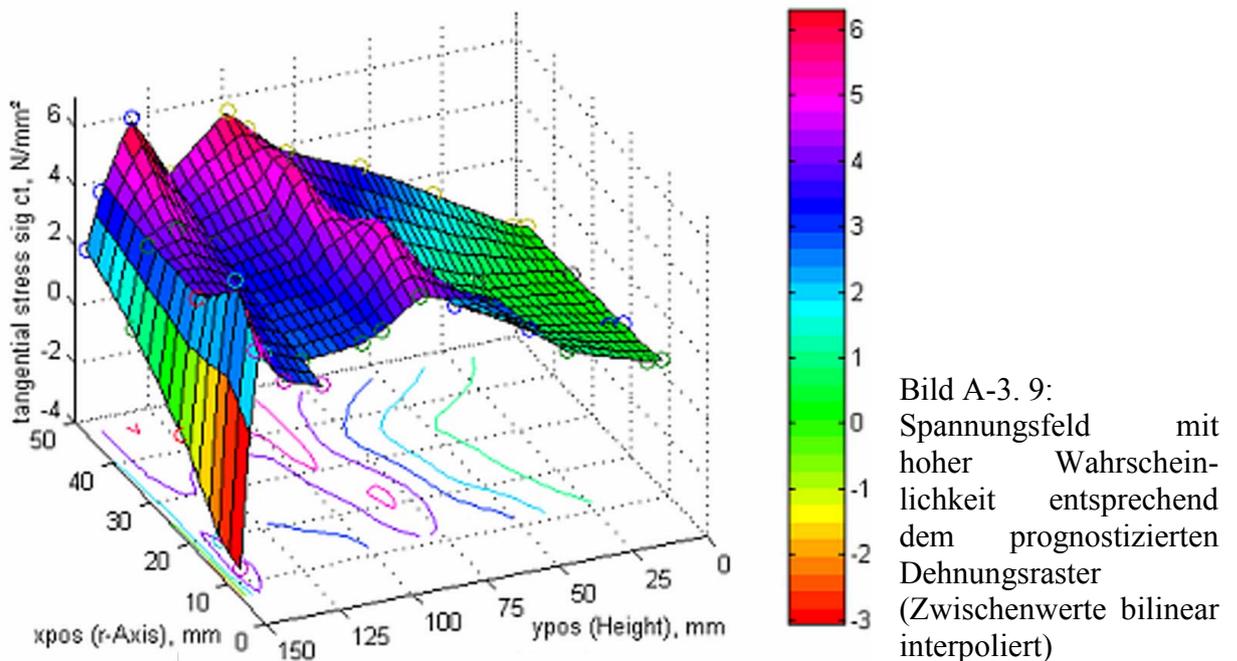


Bild A-3. 9: Spannungsfeld mit hoher Wahrscheinlichkeit entsprechend dem prognostizierten Dehnungsraster (Zwischenwerte bilinear interpoliert)

Die Auswertung des in die Teilkräfte $F_{ct,xy}$ diskretisierten Spannungsfeldes Bild A-3. 9 (siehe auch Beispiel Bild A-3. 8) ergibt folgendes Ergebnis.

Tabelle A-3. 19: Ergebnistabelle für Laststufe $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$ auf Basis des optimierten Spannungsfeldes.

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-95	55	30,0	121,9	7747,35	64,3
Bereich unten	95-0	95	28,6	69,4	7013,58	16,5
Global	150-0	150				
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7,0	133	<----->	64,3
			7,0	142	<----->	16,5
Plausibilität $\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$ $\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot \pi \cdot l_b / (\tan \alpha_i \cdot hc_i)] =$			"----->	F_{pull,vorh} =	55402 N	
				F_{pull,cal} =	55670 N	

Die Nachweisführung folgt dem Konzept mit zwei Schwerpunkten und zwei Stützwinkeln nach (3. 68) und Bild 3. 31 (Var. 3) einschließlich einer Plausibilitätskontrolle für die ausgewählte Lösung.

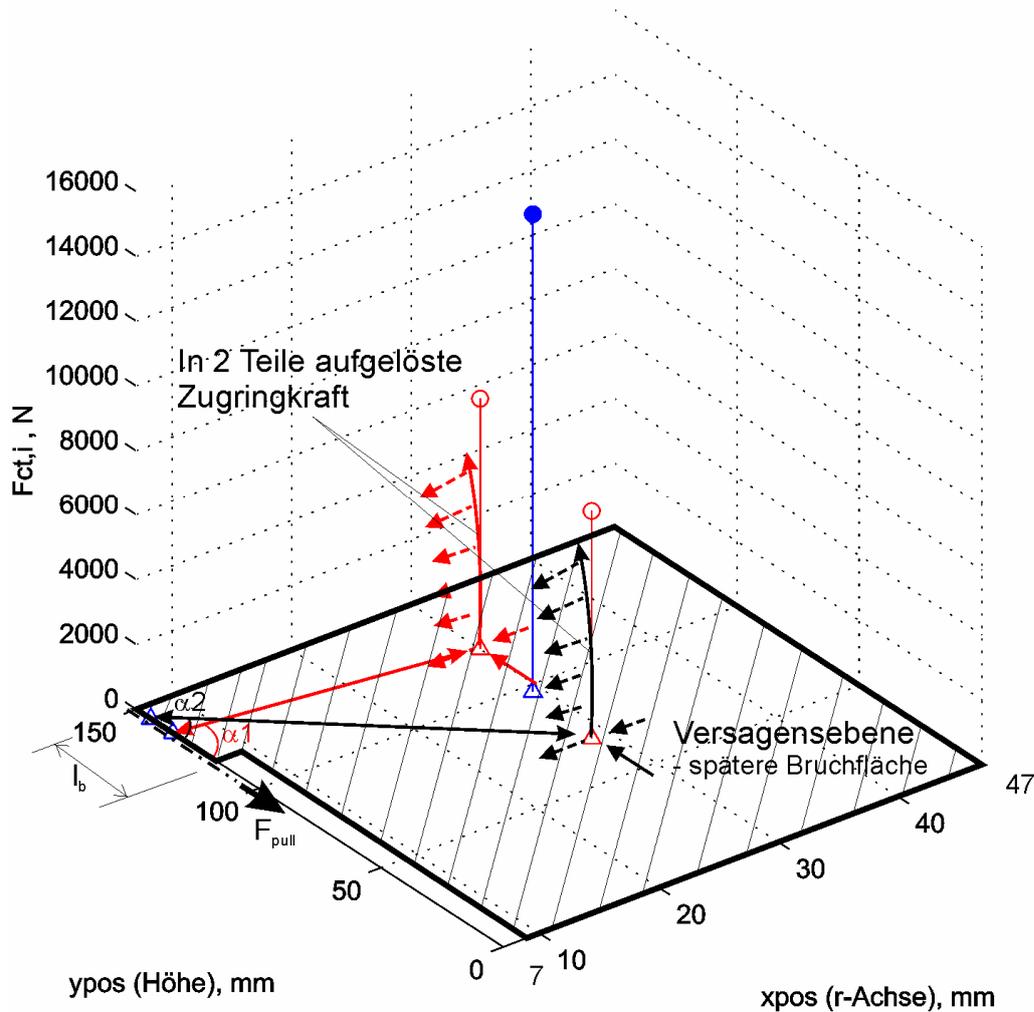


Bild A-3. 10: Visualisierung der Ergebnis-Tabelle A-3. 19.

Das Bild A-3. 10 zeigt die geometrische Interpretation des Lastabtragmodells mit zwei Winkeln α_1, α_2 , ($\tau_b = 45,01 \text{ N/mm}^2$). Diese Kombination bildet bereits Umlagerungen infolge stärkerer Belastung ab. Die roten Kraftvektoren markieren die Größe der tangentialen

Ringzugkräfte der vertikal gegliederten Teilbereiche des Ausziehkörpers. (Bereich „oben“, „unten“). Die Zusammenfassung der Kraftwirkung liefert die globale Antwort (blau).

Auswertung für die Laststufe $\tau_b = 45,70 \text{ N/mm}^2 = f_{b,ult}$ – Grenze der Verbundtragfähigkeit

Tabelle A-3. 20: Dehnflächenhypothese ε_{ct} für die Laststufe $f_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$, aufgebaut auf das System der Messwerte von Tabelle A-3. 8 ff.

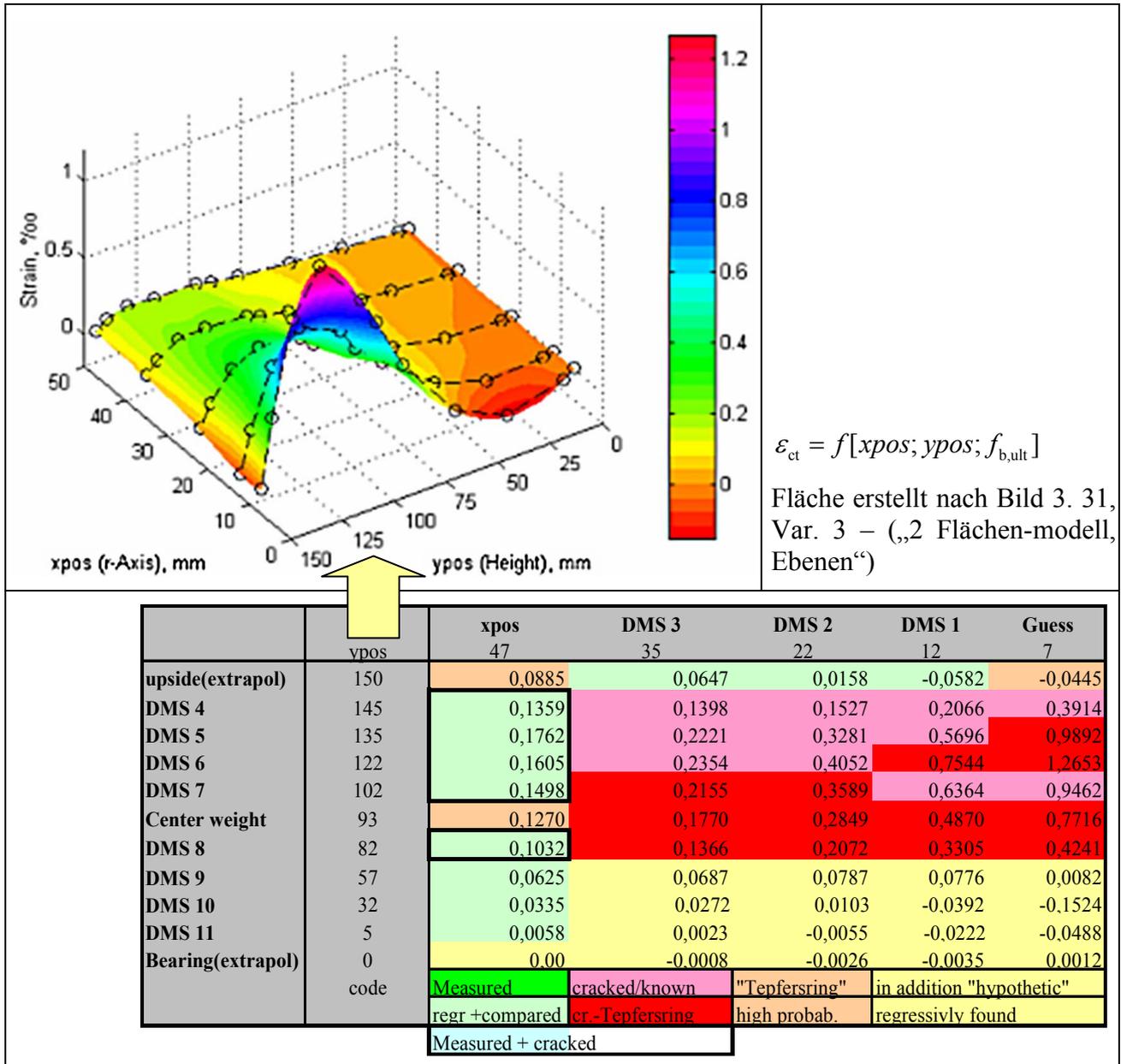


Tabelle A-3. 21: Radiale Risslängen in den teilweise gerissenen Bereichen

ypos [mm]	re [mm] (für die Variante Ebenen) Laststufe: $f_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$
150	0,0
145	47,0
135	durchgerissen
122	durchgerissen
102	durchgerissen
97	44,8
82	35,2

Die Ergebnisse für Tabelle A-3. 21 wird für die sog. „Tepfersringe“ nach (3. 51) berechnet, sonst durch Interpolation zwischen den Nachbarwerten der Dehnungen im Raster der Bruchfläche und Rissdehnungsvergleich ε_{cr} gewonnen, um die zugehörige $xpos$ -Stelle zu finden.

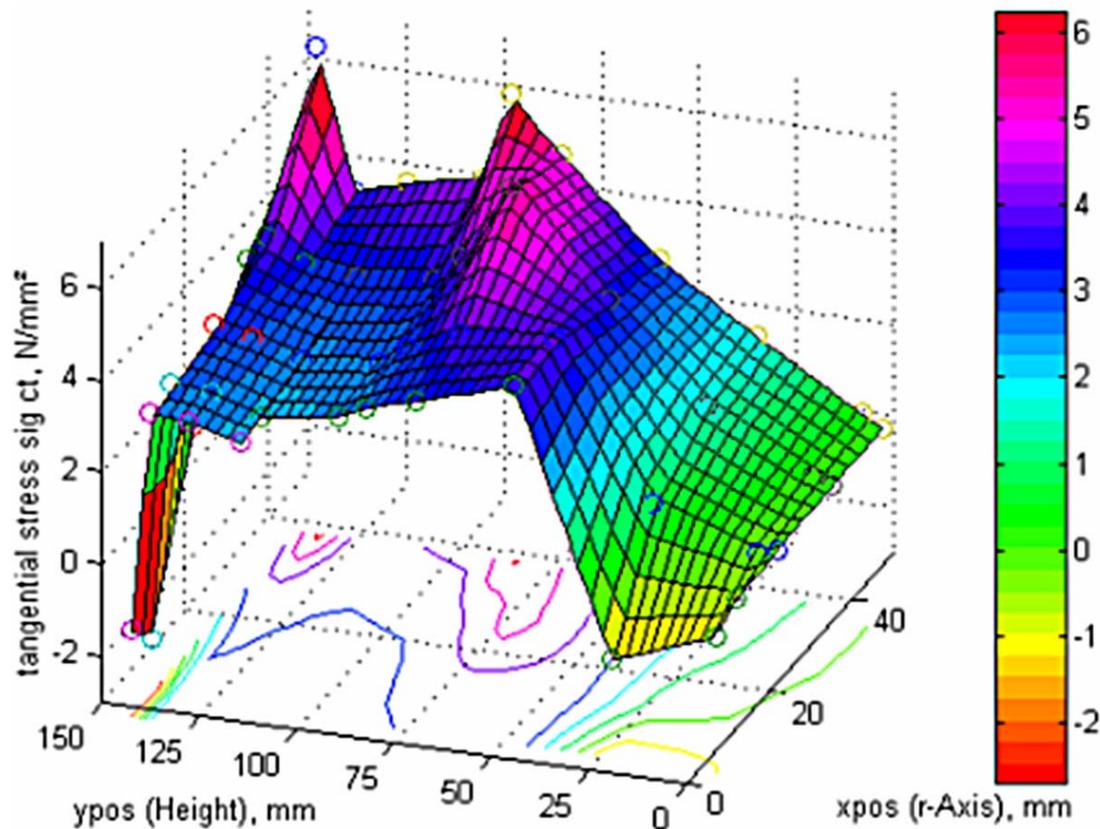


Bild A-3. 11: $\sigma_{ct}(xpos; ypos) = f[\varepsilon_c^{el}(xpos; ypos) \cup w(r)]$, Spannungsfeld von Spannungen normal zur Bruchfläche.

Das Spannungsfeld in Bild A-3. 7 wird auf der Basis des (bilinear interpolierten) Dehnfeldes ε_{ct} aus Var. 3 für $f_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$ unter Nutzung der Formulierungen (2. 32), (3. 59), (3. 57) erzeugt. Die Anzahl radialer Risse n wurde erst einmal mit $n = 2$ wie in den vorangegangenen Beispielen angenommen. Das Gleichgewicht kann so allerdings nicht mehr aufgebaut werden, wie nachfolgende Tabelle zeigt. Auch dies demonstriert, dass der Bereich des Grenzzustandes der Tragfähigkeit erreicht ist.

Tabelle A-3. 22: Ergebnistabelle zur Auswertung der Laststufe $f_{b,ult} = 45,70 \text{ N/mm}^2$

ypos-Bereich		hc,i	xs	ys	Fct,i	α,i
[mm]		[mm]	[mm]	[mm]	[N]	[°]
Bereich oben	150-95	55	30,5	122,5	6444,28	62,1
Bereich unten	95-0	95	31,6	70,7	7530,15	18,6
Global	150-0	150				
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7,0	135	<----->	62,1
			7,0	144	<----->	18,6
Plausibilität	$f_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$		"----->	Fpull,vorh=	56251 N	
$\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot \pi \cdot l_b / (\tan \alpha_{i} \cdot h_{c,i})] =$				Fpull,cal=	52459 N	

Die Nachweisführung erfolgt mit zwei Schwerpunkten und zwei Stützwinkeln nach (3. 68) und Bild 3. 31 (Variante 3) einschließlich einer Plausibilitätskontrolle, die hier nur Abweichungen vom Messergebnis anzeigt.

Man könnte vermuten, dass der vernachlässigte Querdruck aus der Auflagerplatte für den Fehlbetrag verantwortlich ist. Allerdings befindet sich die Hauptwiderstandszone oberhalb einer wirksamen Einflusszone einer möglichen Querdrucks aus der Dehnungsbehinderung durch die Lagerplatte aus Stahl. Zudem reduziert sich die Querdehnungsbehinderung durch eine weichplastische Trennschicht. Lässt man das Gedankenmodell Querdehnungsbehinderung jedoch trotzdem zu, würde man feststellen, dass bei dieser Laststufe, bei der auch die unteren Bereiche des Versuchskörpers maßgeblich und nachweislich am Verbundwiderstand beteiligt werden, die Haftreibung durch den hohen Querzug aus dem Verbundwiderstand wahrscheinlich bereits überwunden ist. Ein Ansatz von zusätzlichem Querdruck aus einer eventuellen Mitwirkung der Auflagerplatte wird also den Messwerten nicht mehr entsprechen.

Bei niedrigeren Laststufen dagegen kann man die Mitwirkung der Querdehnungsbehinderung aus der Auflagerplatte schon deshalb ausschließen, weil untere Bereiche des Versuchskörpers für einen hinreichenden Verbundwiderstand gar nicht aktiviert werden.

Modellmodifizierungen:

Unbekannt ist auch die Anzahl der radialen Risse n im Verbundbereich. Um in den Berechnungen nicht von zu günstigen Bedingungen auszugehen, ist bisher $n = 2$ angenommen worden (Tabelle A-3. 8). Das bedeutet für die Analyse, dass infolge der folgerichtig größeren radialen Risse die Restspannungen im gerissenen Bereich des Spannungsfeldes geringer sind. Im Grenzzustand der Tragfähigkeit ist das Verbleiben bei $n = 2$ jedoch unwahrscheinlich, da im Zuge von Umlagerungen im Grenzbereich zum Versagen weitere Risse entstehen können und werden. Auch das plateau-ähnliche Verharren um $\tau_b \approx 45 \text{ N/mm}^2$ (Bild A-3. 1) bei steigendem Schlupf zeugt von Umlagerungen mit Bildung weiterer Risse, die die Weiterbewegung der Rippen, also steigenden Stahlschlupf ermöglichen. Die Bildung weiterer feiner radialer Risse, deren Anzahl zwischen 1 und 3 liegen wird, ist also sehr wahrscheinlich. Zur Vereinfachung wird für alle, alte wie neue Risse, jedoch ein und dieselbe (mittlere) Rissentwicklung angenommen, die damit einen Mittelwert darstellt. Eine Modellveränderung durch die Einführung von $n = 4$ führt gegenüber Bild A-3. 11 zur Veränderung des Spannungsfeldes in Bild A-3. 12. In vielen ähnlichen Versuchen war $n = 3 \dots 4$ auch visuell gut sichtbar. (Siehe auch Anmerkungen zu n im Abschnitt „Ringtest“.) Gambarova und Rosati [55] haben für die Nachrechnung von Versuchen ebenfalls $n = 4$ verwendet.

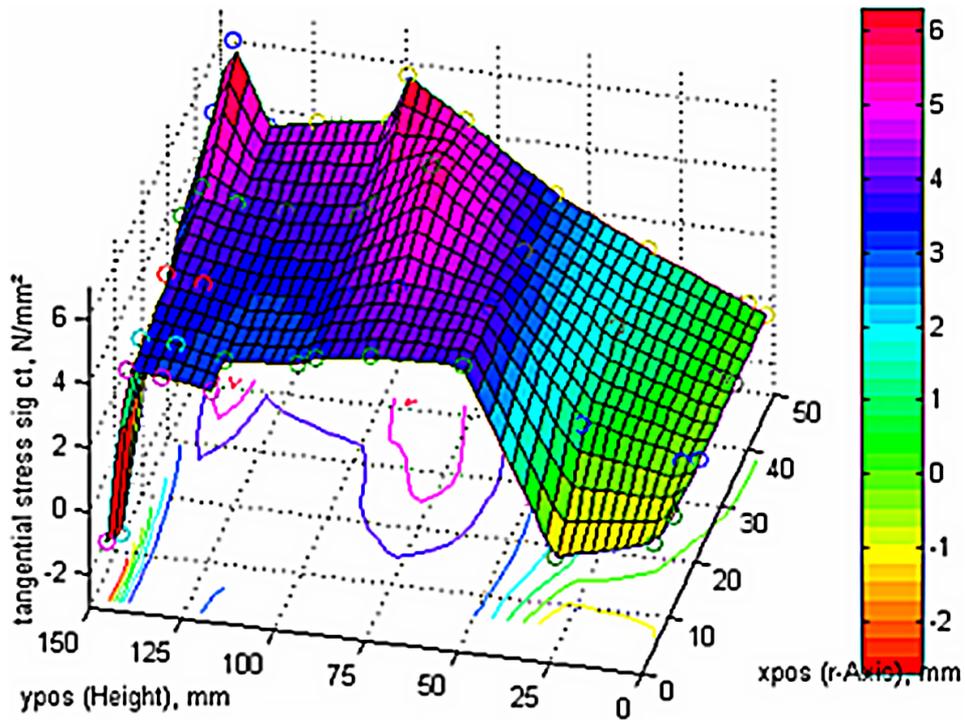


Bild A-3. 12: $\sigma_{ct}(xpos; ypos) = f[\varepsilon_c^{el}(xpos; ypos) \cup w(r)]$ Spannungsfeld von Spannungen normal zur Bruchfläche für $n = 4$.

Das Spannungsfeld wurde wiederum nach Gleichung (2. 32), (3. 59), (3. 57), auf der Basis des Dehnfeldes ε_{ct} aus Variante 3 für $f_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$ erzeugt.

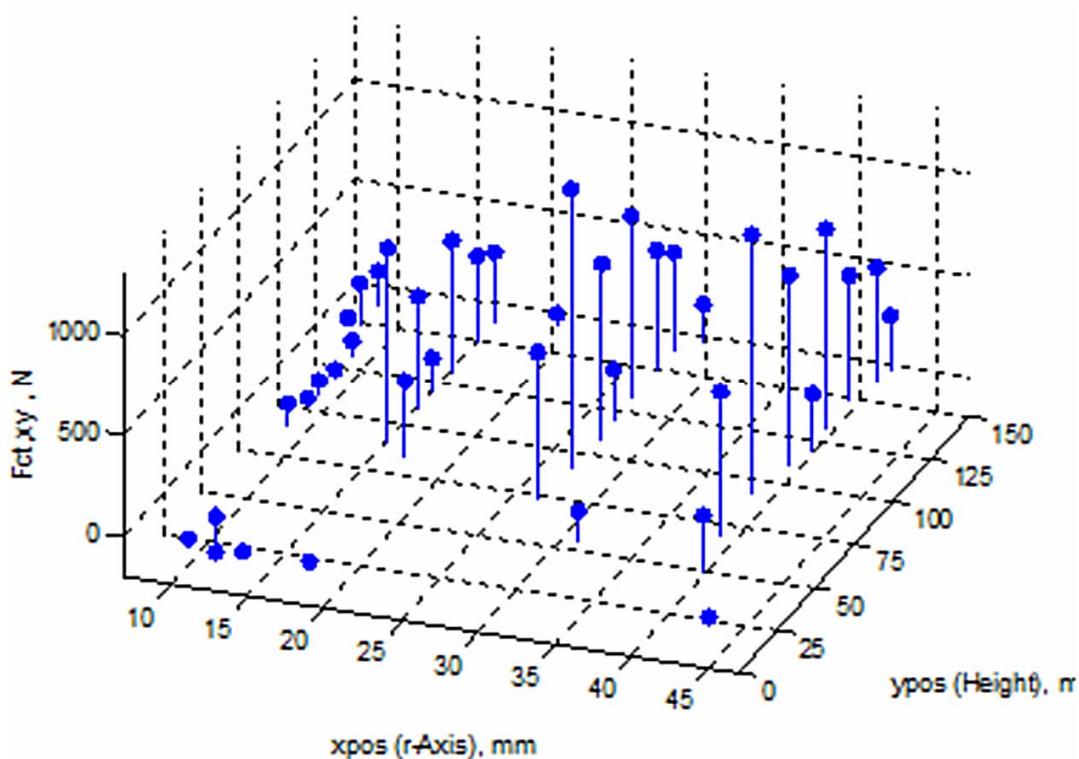


Bild A-3. 13: Größe und Position diskretisierter Kräfte aus dem Spannungsfeld Bild A-3. 12 ($f_{b,ult} = 45,70 \text{ N/mm}^2$, $n = 4$)

Tabelle A-3. 23: Veränderungen der Ergebnistabelle Tabelle A-3. 22 infolge der Erhöhung der Anzahl radialer Risse von $n = 2$ zu $n = 4$.

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-95	55	29,8	123,4	7249,50	63,1
Bereich unten	95-0	95	31,2	72,3	8165,07	18,7
Global	150-0	150				
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7,0	135	<----->	63,1
			7,0	144	<----->	18,7
Plausibilität $\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_i \cdot h_{c,i})] =$	$f_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$		"----->	F_{pull,vorh}=	56251 N	
				F_{pull,cal}=	56557 N	

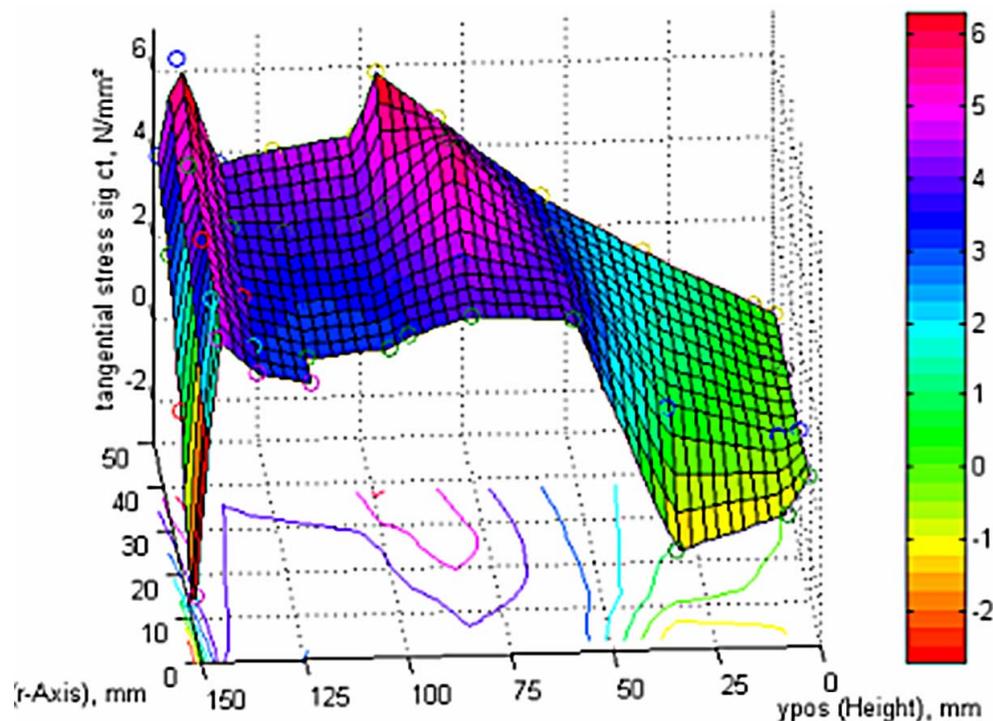


Bild A-3. 14: Spannungsfeld wie Bild A-3. 12, jedoch unter Anwendung des Ansatzes (3. 54) erzeugt (Zwischenwerte bilinear interpoliert)

Tabelle A-3. 24: Ergebnistabelle für die Modellierung und Nachrechnung des Versagenszustandes unter Berücksichtigung des veränderten Spannungsfeldes (siehe Bild A-3. 14).

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-97	53	29,6	124,3	7531,84	64,7
Bereich unten	97-0	97	31,1	72,3	8232,11	18,6
Global	150-0	150	30,4	97,2	15763,95	
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7,0	135	<----->	64,7
			7,0	144	<----->	18,6
Plausibilität $\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_i \cdot h_{c,i})] =$	$f_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$		"----->	F_{pull,vorh}=	56251 N	
				F_{pull,cal}=	56118 N	

Infolge des modifizierten Spannungsfeldes verändert sich auch die Daten von Tabelle A-3. 23, es entstehen die Ergebnisse von Tabelle A-3. 24. Dieses Widerstandsmodell gegen die

Verbundbelastung, dass die größte Übereinstimmung mit den Messwerten und Plausibilität liefert, ist nachfolgend dargestellt.

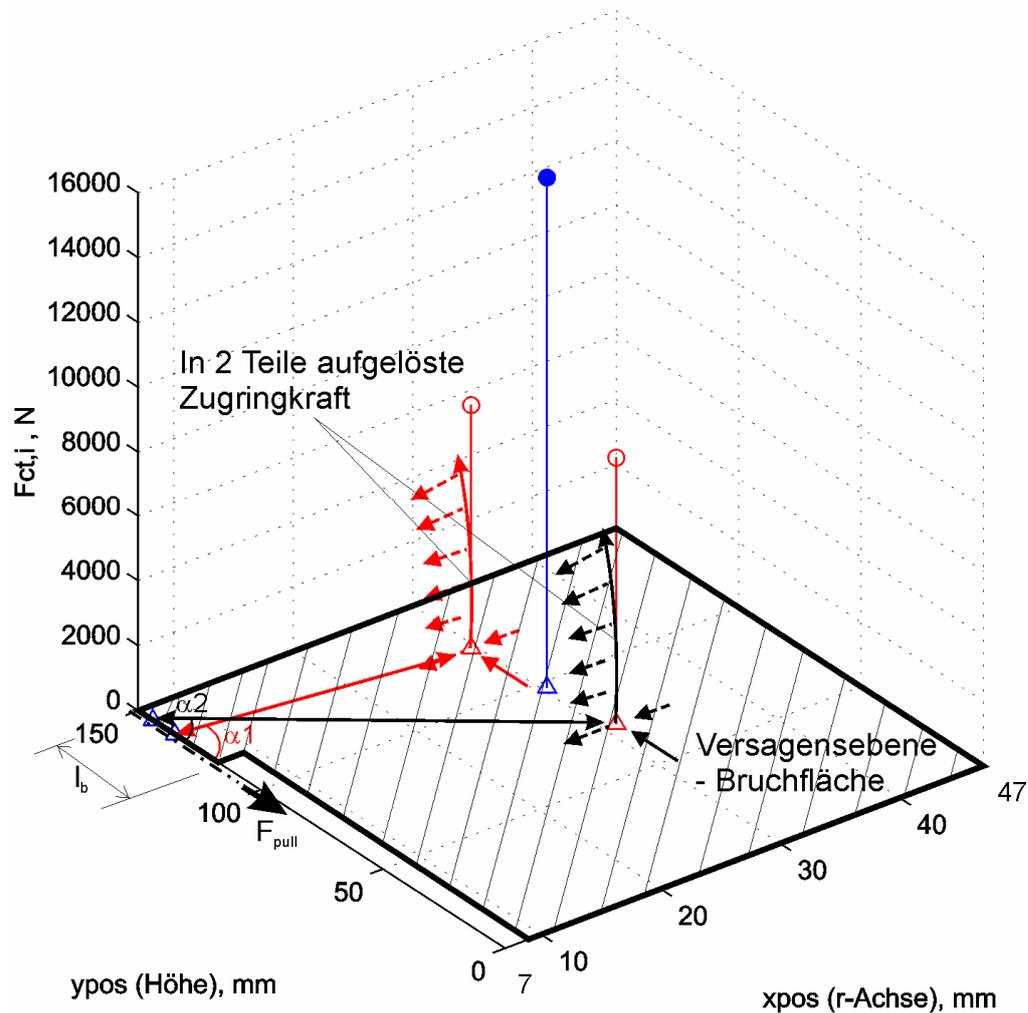


Bild A-3. 15: Modelldarstellung der Reaktion des Versuchskörpers Tabelle A-3. 24.

Das Bild A-3. 15 zeigt die geometrische Interpretation mit zwei Stützkomponenten und -winkeln α_1 und α_2 , ($f_b = 45,70 \text{ N/mm}^2$). Im Vergleich zum Bild A-3. 6 wird die Aktivierung tiefer liegender Bereiche der Bruchfläche und die Verlagerung des Lastetrags am Stab deutlich.

10.2.2 Auswertung der Ergebnisse des Versuchskörpers AZK 21, Prüfung der Übertragbarkeit des Rechenprinzips auf HPLC (hochfester Leichtbeton)

Die Geometrie der Versuchskörper ist auch in den Versuchen mit hochfestem Leichtbeton unverändert.

Tabelle A-3. 25: Geometrie- und Festigkeitseigenschaften des Versuchskörpers.

Festigkeitsparameter (HPLC)		Definierte Nebenbedingungen		Geometriedaten der Bruchfläche	
$E_c =$	29000 N/mm ²	$k =$	0,248	$c =$	40 mm
$f_{ct,sp} =$	3,50 N/mm ²	$w_c =$	0,103 mm	$d_s =$	14 mm
$G_f =$	0,070 N/mm	$n =$	2	$(c+d_s/2) =$	47 mm
$\varepsilon_{cr} =$	0,000121	(Anzahl radialer Risse)		$l_b =$	28 mm
$(l_{ch} =$	165,7 mm)			$h =$	150 mm

Tabelle A-3. 26: Messwerte an der am stärksten belasteten Seitenfläche

ypos [mm]	145	135	122	102	82	57	32	5	0
	Messwerte der Oberflächendehnungen in tangentialer Richtung								
τ_b	DMS4	DMS5	DMS6	DMS7	DMS8	DMS9	DMS10	DMS11	fiktiv
[N/mm ²]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]
5,04	-0,0054	0,0000	0,0055	0,0098	0,0099	0,0083	0,0069	0,0001	-0,0011
10,00	-0,0106	0,0026	0,0164	0,0252	0,0241	0,0198	0,0159	-0,0007	-0,0037
15,05	-0,0122	0,0089	0,0299	0,0430	0,0400	0,0323	0,0251	-0,0014	-0,0063
20,00	-0,0104	0,0180	0,0473	0,0620	0,0559	0,0449	0,0339	-0,0015	-0,0081
25,02	-0,0025	0,0342	0,0698	0,0857	0,0739	0,0585	0,0439	-0,0018	-0,0102
30,00	0,0161	0,0609	0,1013	0,1140	0,0935	0,0713	0,0519	-0,0019	-0,0119
32,99	0,0624	0,1075	0,1417	0,1403	0,1073	0,0795	0,0573	-0,0033	-0,0145
34,00	0,0851	0,1301	0,1638	0,1561	0,1142	0,0824	0,0590	-0,0036	-0,0151
34,33	0,1496	0,1867	0,2101	0,1827	0,1256	0,0858	0,0598	-0,0043	-0,0162
34,23	0,3251	0,3478	0,3477	0,2711	0,1654	0,0970	0,0620	-0,0058	-0,0183

xpos [mm]	47	35	22	12	7
	Messwerte der Oberflächendehnungen				
τ_b	Guess	DMS3	DMS2	DMS1	Ver-
[N/mm ²]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	mutung
5,04	-0,0080	-0,0088	-0,0128	-0,0190	-0,0230
10,00	-0,0150	-0,0188	-0,0299	-0,0429	-0,0550
15,05	-0,0200	-0,0263	-0,0437	-0,0631	-0,0750
20,00	-0,0250	-0,0304	-0,0543	-0,0786	-0,0930
25,02	-0,0190	-0,0304	-0,0598	-0,0880	-0,1030
30,00	-0,0050	-0,0199	-0,0543	-0,0838	-0,0990
32,99	0,0350	0,0115	-0,0214	-0,0412	-0,0490
34,00	0,0650	0,0274	-0,0086	-0,0267	-0,0320
34,33	0,1300	0,0785	0,0246	0,0000	-0,0080
34,23		0,2299	0,1370	0,0812	

Tabelle A-3. 27: Messwerte der Ringdehnungen auf der Versuchskörperoberseite mit tangentialer Ausrichtung

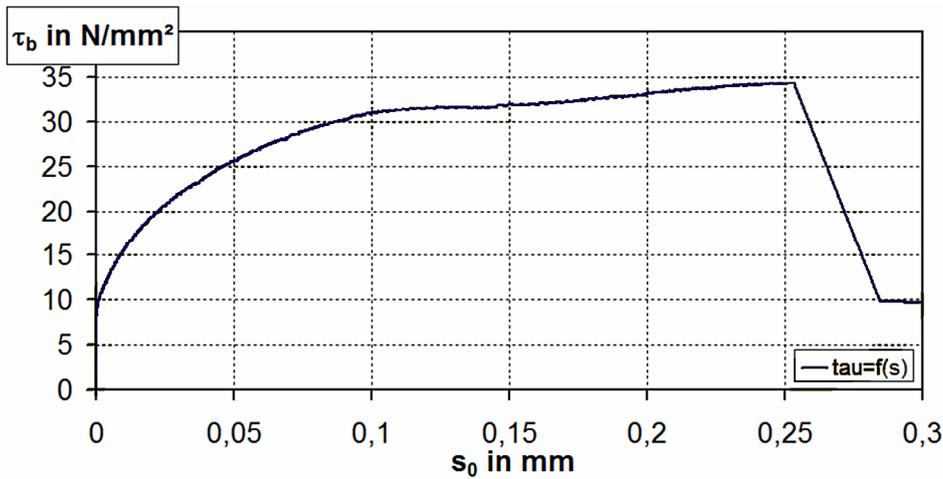


Bild A-3. 16:
Aufgenommene
Verbundspannungs-
Schlupf-Beziehung,
 $\tau_b = f(s_0)$

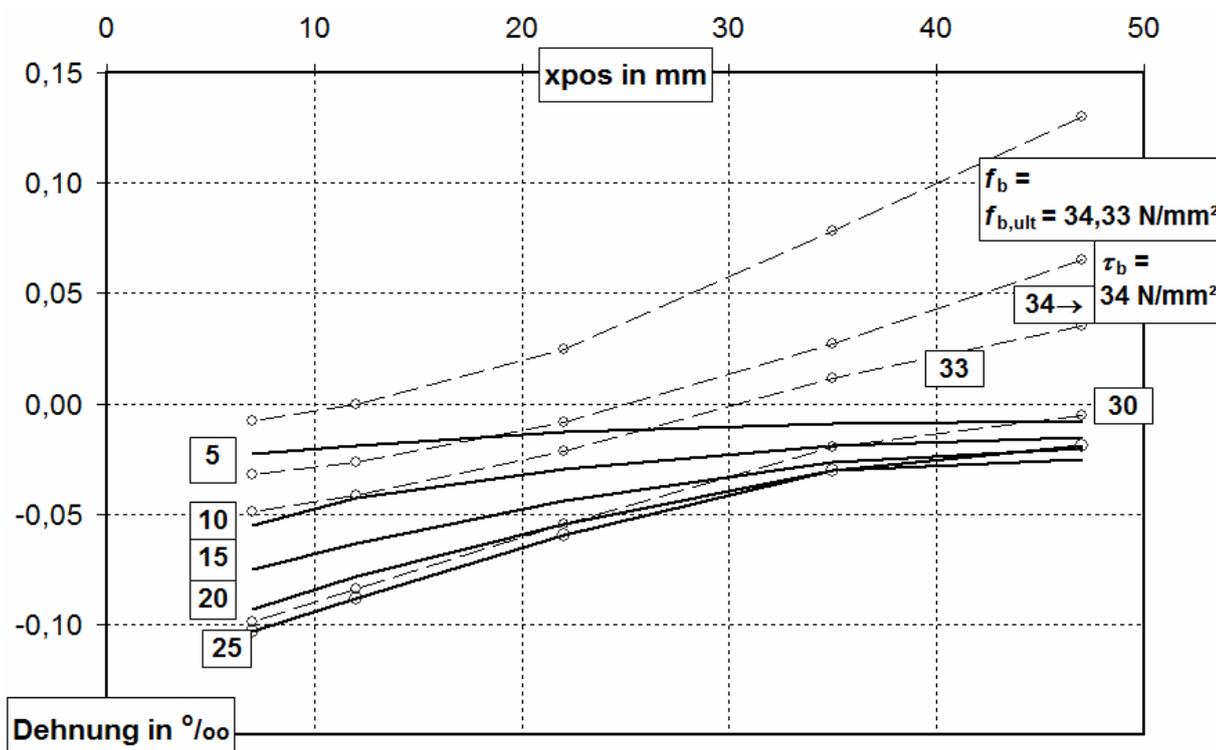


Bild A-3. 17: Messwerte der Ringdehnungen für verschiedene Laststufen auf der Oberseite des Versuchskörpers.

Die Messwerte für $x_{pos} = 12; 22; 35$ mm beziehen sich auf DMS 1, 2, 3; die Werte für $x_{pos} = 7$ mm (Stahloberfläche) und $x_{pos} = 47$ mm (Betondeckung) sind extrapoliert.

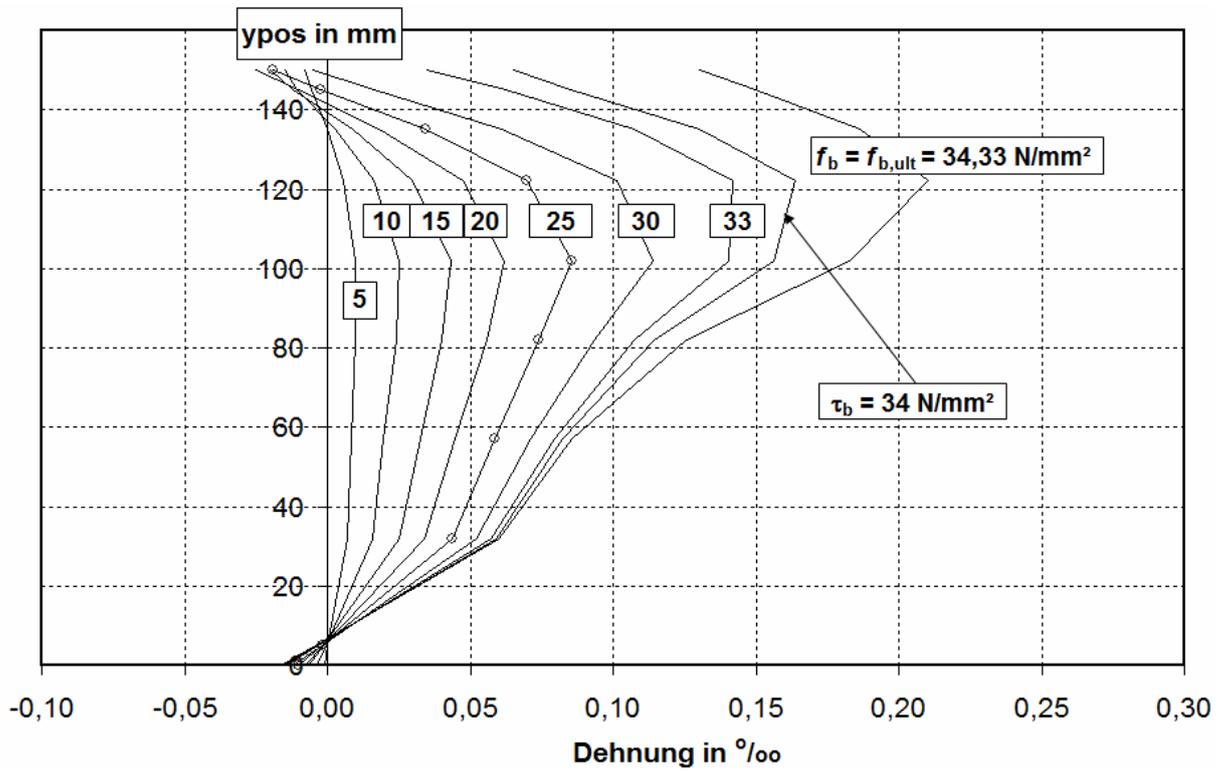
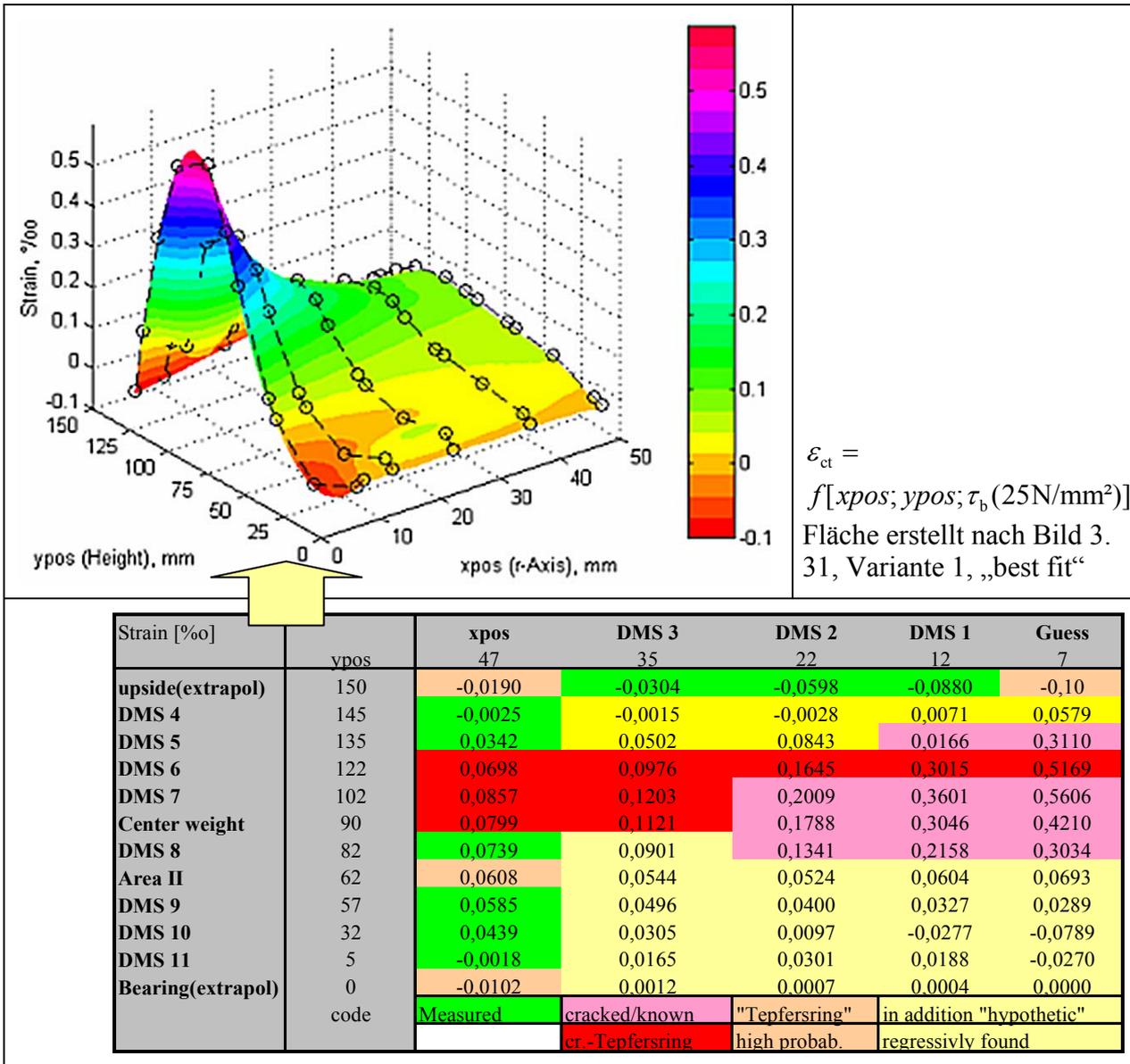


Bild A-3. 18: Messwerte der Dehnungen für verschiedene Laststufen auf der Seitenfläche des Versuchskörpers senkrecht zur späteren Bruchfläche bei $c = 40 \text{ mm}$.

(DMS 4 – 11 \rightarrow $y_{pos} = 145 \dots 5 \text{ mm}$. Die Werte für $y_{pos} = 0$ und $y_{pos} = 150 \text{ mm}$ sind extrapoliert.)

Auswertung für die Laststufe $\tau_b = 25,02 \text{ N/mm}^2 \approx 0,73 \cdot f_{b,ult}$

Tabelle A-3. 28: Dehnfläche ε_{ct} , ermittelt für die Laststufe $f_b = 25,02 \text{ N/mm}^2$



Das Dehnfeld aus Tabelle A-3. 28 zeigt die auf Messwerte aufbauende hypothetische Annahmen, die den Dehnungszustand in der Bruchfläche bzw. Zugring beschreiben soll. Einige Bereiche sind teilweise gerissenen „Tepfersringen“ zuzuordnen. Die Teilflächen $\varepsilon_{ct,i}$ werden in multi-variaten Regressionen gefunden.

Die Verformungen sind sichtbar größer als bei der nominell gleichen Laststufe für Versuche mit HPC (siehe zum Vergleich Tabelle A-3. 11).

ypos [mm]	re [mm] (für die Variante Ebenen) Laststufe: $\tau_b = 25,02 \text{ N/mm}^2$
150	0,0
145	0,0
135	10,0
122	30,0
102	34,9
90	33,1
82	26,0

Tabelle A-3. 29: Radiale Risslängen des gerissenen Bereiches in der entsprechenden Schicht (in den „Tepfersringen“ nach (3. 51) berechnet)

In den Bereichen, in denen ein Zustand nach Tepfers offenbar nicht eingetreten ist, andererseits jedoch aufgrund der Verträglichkeitsbeziehungen zu den sog. „Tepfersbereichen“ von einer begrenzten radialen Rissentwicklung ausgegangen werden muss, wird die Stelle an der die Rissdehnung ε_{cr} gefunden wird, durch Interpolation zwischen den Dehnungen in sicheren Punkten des Rasters gefunden.

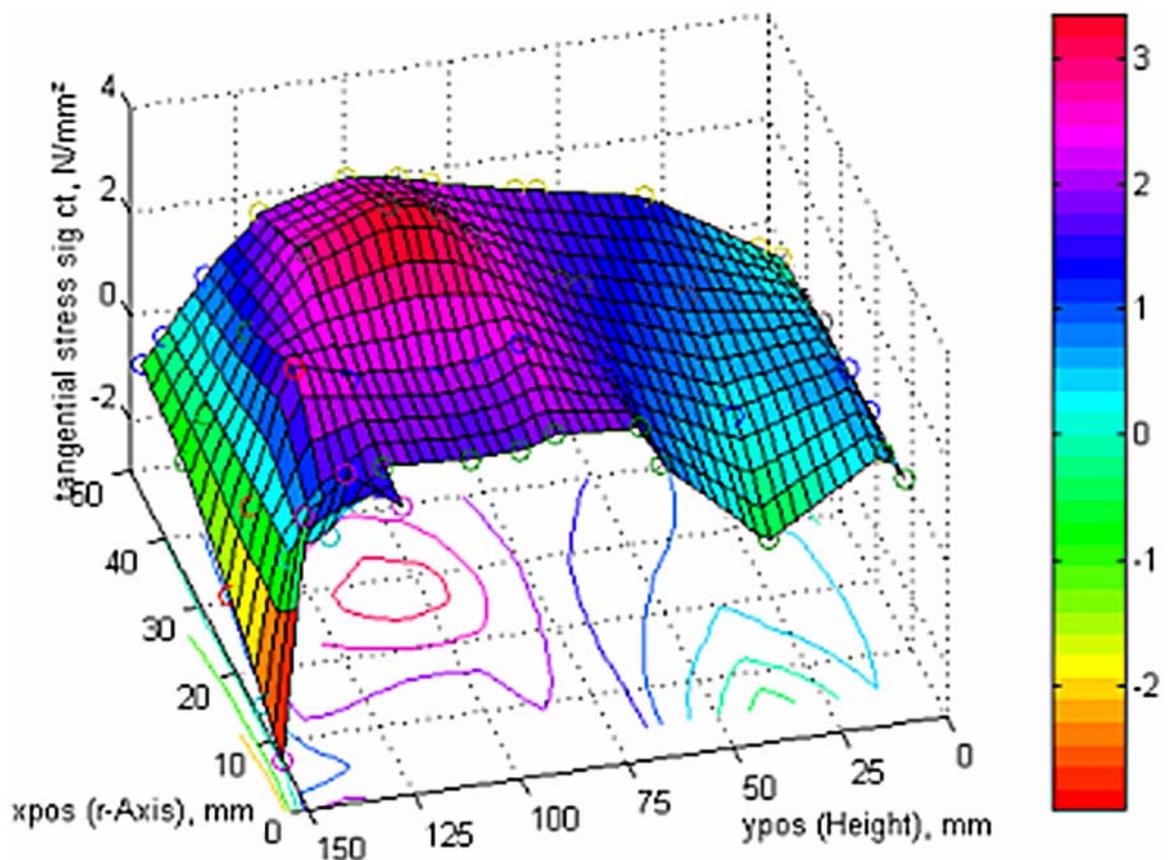


Bild A-3. 19: $\sigma_{ct}(xpos; ypos) = f[\varepsilon_c^{el}(xpos; ypos) \cup w(r)]$, Spannungsfeld von Spannungen normal zur Bruchfläche.

Die Fläche wurde mit Hilfe von Gleichung (2. 32), (3. 59), (3. 57), auf Basis der Fläche ε_{ct} aus Variante 1 für $\tau_b = 25,02 \text{ N/mm}^2$ erstellt (bilinear interpoliert).

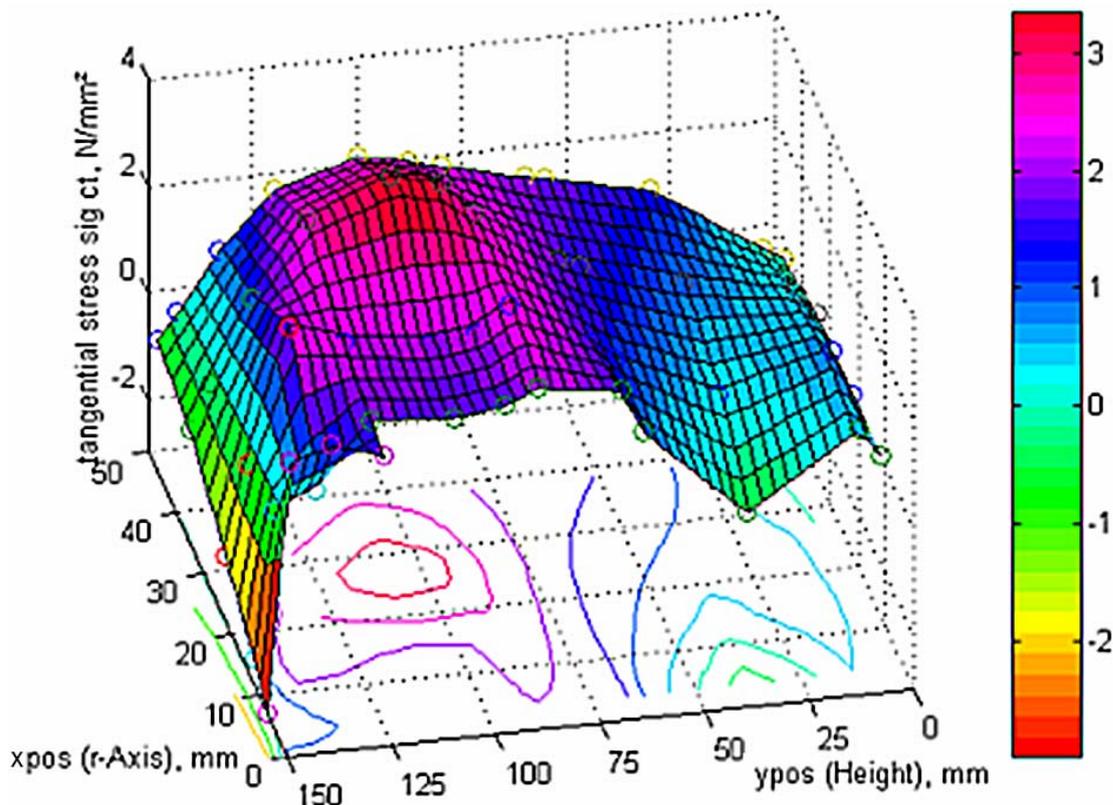


Bild A-3. 20: Modifiziertes Spannungsbild unter Nutzung der mit (3. 54) genauer berechneten Restspannung im Vertrauen auf die in Tabelle A-3. 28 dargestellte Dehnungshypothese zeigt nur kleine Abweichungen

Das ermittelte Spannungsfeld ist weitaus völliger als für diese Verbundbelastung und vergleichbare geometrischen Bedingungen unter Verwendung von HPC in Tabelle A-3. 13 festgestellt werden konnte. In den aus dem Punktraster entstehenden Teilflächen können die aus dem Spannungsfeld entstehenden Kräfte in den jeweiligen Schwerpunkten zusammengefasst werden.

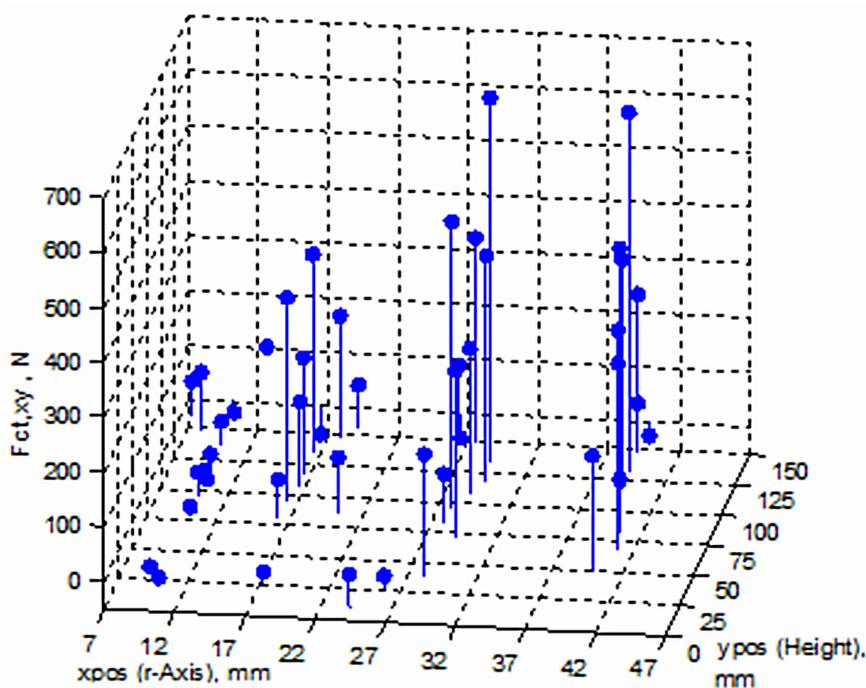


Bild A-3. 21: Größe und Position diskretisierter Kräfte aus dem Spannungsfeld Bild A-3. 19

$$(\tau_b = 25,02 \text{ N/mm}^2; n = 2)$$

Tabelle A-3. 30: Ergebnistabelle zur Auswertung der Laststufe $\tau_b = 25,02 \text{ N/mm}^2$ für einen Versuch mit HPLC

ypos-Bereich [mm]		hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α,i [°]
Bereich oben	150-90	60	34,9	111,9	3934,40	60,0
Bereich unten	90-0	90	28,8	61,7	3698,47	16,1
Global	150-0	150	31,9	87,6	7632,87	25,9
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7,0	128	<----->	60,0
			7,0	137	<----->	16,1
Plausibilität $\tau_b = 25,02 \text{ N/mm}^2$ $\Sigma[2 * Fct,i * \Pi * lb / (\tan \alpha,i * hc,i)] =$			"----->	Fpull,vorh=	30784 N	
				Fpull,cal=	31650 N	

In Anpassung an das modifizierte Spannungsfeld (Bild A-3. 20) veränderte sich diese Ergebnistabelle zu:

Tabelle A-3. 31 Modifizierung des Modells in Tabelle A-3. 30 infolge der wie in Bild A-3. 20 angenommenen Spannungen

ypos-Bereich [mm]		hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α,i [°]
Bereich oben	150-90	60	34,9	111,8	3913,85	63,1
Bereich unten	90-0	90	28,5	61,9	3736,63	16,2
Global	150-0	150	31,8	87,5	7650,48	25,7
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7,0	126	<----->	63,1
			7,0	136	<----->	16,2
Plausibilität $\tau_b = 25,02 \text{ N/mm}^2$ $\Sigma[2 * Fct,i * \Pi * lb / (\tan \alpha,i * hc,i)] =$			"----->	Fpull,vorh=	30784 N	
				Fpull,cal=	30953 N	

Tabelle A-3. 32: Modifizierung des Modells zu Tabelle A-3. 30 infolge der wie in Bild A-3. 20 angenommenen Spannungen

Die Unterschiede in Tabelle A-3. 30 und Tabelle A-3. 31 entstehen aus den leicht abweichenden Vorhersagen für das Spannungsfeld aus demselben Dehnfeld Tabelle A-3. 20.

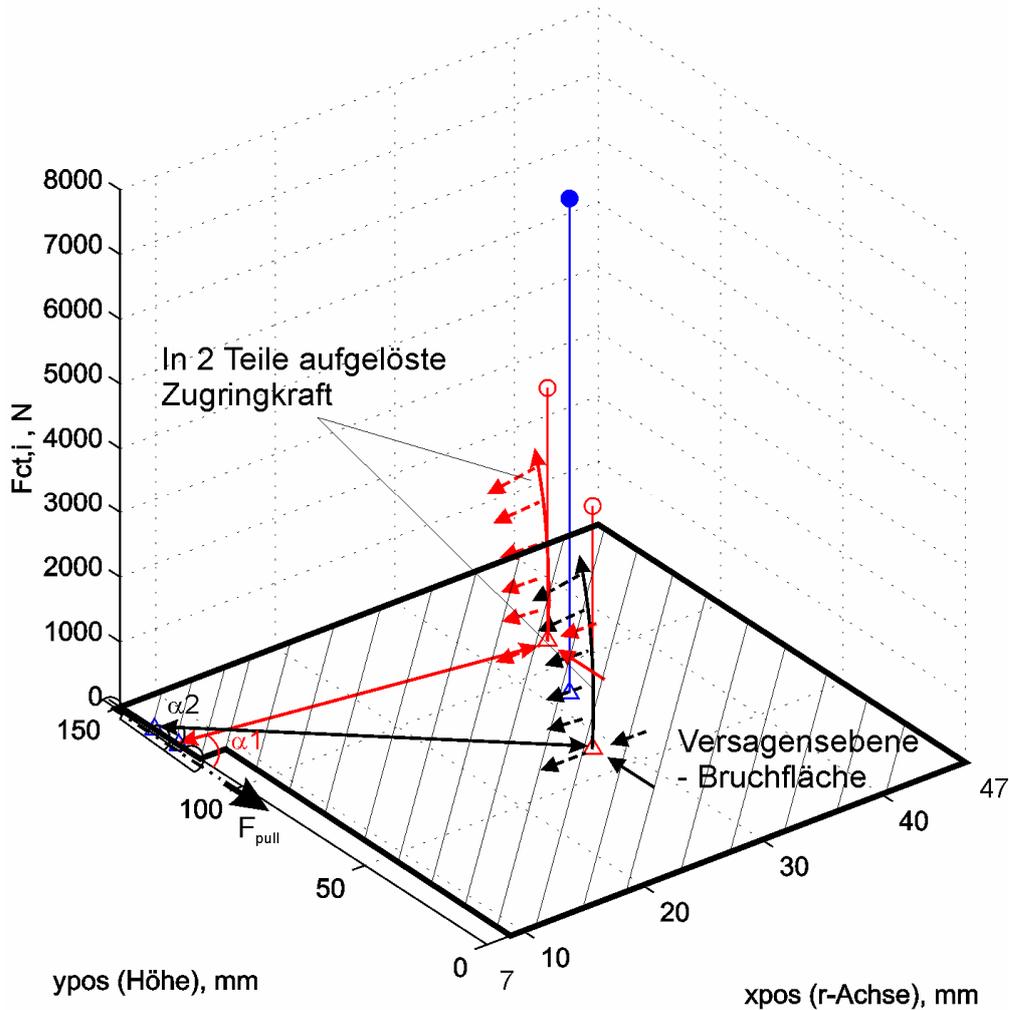


Bild A-3. 22: Visualisierung der Tabelle A-3. 32, geometrische Interpretation des gefundenen Stützwinkels, ($\tau_b = 25,02 \text{ N/mm}^2$)

Auch unter den materialtechnisch anderen Eigenschaften von HPLC wird bei gleicher Laststufe der Verbundwiderstand ähnlich aufgebaut wie bei HPC. Allerdings haben hier die Umlagerungen bereits begonnen. Der Winkel α_1 ist größer und tiefer liegende Bereiche sind bereits stärker aktiviert. Die Ringverformungen und Völligkeit der Verformungen sind also größer als in der gleichen Laststufe bei HPC (siehe Bild A-3. 6 zum Vergleich).

10.2.3 Auswertung des Versuchskörpers AZK 11 (Stahl in Mittenlage)

An AZK 11 + AZK 12 wurde das Versuchskonzept mit Dehnungsmessungen an den Seiten und auf der Oberseite getestet. Diese Versuchskörper gehörten zu einer Charge des im Anhang 1 beschriebenen Versuchsprogramms, in denen fehlerhafter Weise die Verbundlänge von $l_b = 3 \phi$, $\phi = 14 \text{ mm}$ eingebaut wurde. Die Versuche ließen erwarten, dass ein Betonstahlversagen oder hohe Fließdehnungen eintreten, da der Beton eine Festigkeit von $f_{cm} > 100 \text{ N/mm}^2$ erreichte. Das Herstellungsdatum lag in 1998. Der vorgestellte Versuch wurde 3 Jahre später am 27.11.2001 gefahren. Weitere Versuchskörper für eine versuchsbegleitende Feststellung der Versuchsdaten waren nicht verfügbar, so dass die Betoneigenschaften aufgrund der alten Daten und der zeitlichen Entwicklung abgeschätzt werden mussten. Ein Teil der angenommenen Daten wie die Spaltzugfestigkeit konnten aus

den Bruchstücken des Würfels nach dem Versuch durch Tests recht zutreffend bestätigt werden. Die beiden Versuchskörper wurden benutzt, um den Versuchsaufbau zu testen. Nur mit dem AZK 11 wurde jedoch ein vollständiger Messdurchlauf erreicht, der auch weiter gehende Auswertungen gestattet.

Tabelle A-3. 33 Eigenschaften des AZK 11

Festigkeitsparameter		Definierte Nebenbedingungen	Geometriedaten der Bruchfläche		
$E_c =$	46000 N/mm ²	$k =$	0,248	$c =$	68 mm
$f_{ct,sp} =$	7,00 N/mm ²	$w_c =$	0,135 mm	$d_s =$	14 mm
$G_f =$	0,184 N/mm	$n =$	3	$(c+d_s/2) =$	75 mm
$\varepsilon_{cr} =$	0,000152	(Anzahl radialer Risse)		$l_b =$	42 mm
$f_{ck} >$	110 N/mm ²			$h =$	150 mm

Da es sich jedoch um den einzigen Versuch mit dem Betonstahl in Mittenlage handelt (siehe Bild A-1. 1, links, jedoch mit $l_b = 42$ mm), wurde mit den abgeschätzten Betoneigenschaften der Nachrechnungsversuch unternommen. Aufgrund der Stützwinkelverhältnisse ist die direkte Mitwirkung einer aktivierten Auflagerplatte dabei nicht ohne weiteres auszuschließen. Dieser Einfluss ist daher hier nicht nur qualitativ zu bewerten, sondern muss auch quantitativ abgeschätzt werden, da dieser Einfluss die verbleibende Unbekannte darstellt. Dabei geht man von der Gültigkeit einer sinnvollen Dehnungshypothese für die inneren Verformungen infolge der Belastungssteigerung aus, die wiederum aus den Messungen an der Außenfläche des Versuchskörpers aufgebaut wird. Da aber die Betoneigenschaften nicht völlig klar sind und das Messraster die unteren Bereiche in Stab- und Auflagernähe kaum erfasst, kann die Interpretation der Ergebnisse an dieser Stelle nur eine Annäherung an die Realität sein. Die Ergebnisse der Auswertung können zwar eine These stützen. Ihnen fehlt aber aufgrund der beschriebenen Mängel die letztendliche Beweiskraft.

Tabelle A-3. 34: Messwerte der DMS an der Außenseite des Versuchskörpers (Ringdehnungen) senkrecht zur Bruchfläche

ypos [mm]	145	135	122	102	82	57	32	5	0	
	Messwerte der Oberflächendehnungen in tangentialer Richtung									fiktiv
F_b	DMS4	DMS5	DMS6	DMS7	DMS8	DMS9	DMS10	DMS11		τ_b
[kN]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[‰]	[N/mm ²]
2,5	-0,0017	-0,0006	0,0006	0,0007	0,0017	0,0017	0,0004	0,0009	0,0010	1,4
5,0	-0,0031	-0,0010	0,0003	0,0019	0,0027	0,0027	0,0015	0,0007	0,0006	2,7
10,1	-0,0060	-0,0025	0,0002	0,0040	0,0059	0,0044	0,0022	0,0010	0,0007	5,5
20,0	-0,0103	-0,0045	0,0016	0,0084	0,0103	0,0088	0,0050	0,0016	0,0010	10,9
30,2	-0,0141	-0,0062	0,0034	0,0130	0,0158	0,0144	0,0084	0,0017	0,0005	16,4
40,4	-0,0174	-0,0070	0,0053	0,0184	0,0224	0,0187	0,0115	0,0020	0,0003	21,9
50,2	-0,0203	-0,0079	0,0082	0,0237	0,0285	0,0237	0,0144	0,0022	0,0000	27,2
60,5	-0,0230	-0,0081	0,0110	0,0300	0,0355	0,0292	0,0176	0,0019	-0,0010	32,8
70,4	-0,0251	-0,0078	0,0146	0,0360	0,0417	0,0352	0,0206	0,0021	-0,0014	38,1
80,0	-0,0270	-0,0068	0,0187	0,0438	0,0496	0,0399	0,0240	0,0025	-0,0015	43,3
90,3	-0,0262	-0,0038	0,0244	0,0510	0,0558	0,0442	0,0258	0,0008	-0,0038	48,9
100,6	-0,0237	-0,0015	0,0257	0,0511	0,0544	0,0418	0,0234	0,0001	-0,0042	54,5

Tabelle A-3. 35: Messwerte der Ringdehnungen an der Oberseite des Versuchskörpers

xpos [mm]	75	62	42	29	19	7	
Messwerte der Oberflächendehnungen							
F _b [kN]	Vermutung [‰]	DMS4 [‰]	DMS3 [‰]	DMS2 [‰]	DMS1 [‰]	Vermutung [‰]	τ _b [N/mm ²]
2,5		-0,0017	-0,0029	-0,0046	-0,0046		1,36
5,0		-0,0039	-0,0056	-0,0090	-0,0127		2,73
10,1		-0,0072	-0,0126	-0,0247	-0,0233		5,46
20,0		-0,0133	-0,0237	-0,0380	-0,0477		10,86
30,2		-0,0192	-0,0343	-0,0536	-0,0718		16,36
40,4		-0,0241	-0,0441	-0,0683	-0,0941		21,88
50,2		-0,0286	-0,0527	-0,0798	-0,1131		27,17
60,5	-0,0300	-0,0338	-0,0628	-0,0959	-0,1348	-0,1900	32,76
70,4		-0,0367	-0,0702	-0,1086	-0,1524		38,10
80,0	-0,0350	-0,0415	-0,0779	-0,1243	-0,1717	-0,2200	43,33
90,3		-0,0421	-0,0835	-0,1276	-0,1879		48,93
100,6		-0,0397	-0,0796	-0,1260	-0,1813		54,48

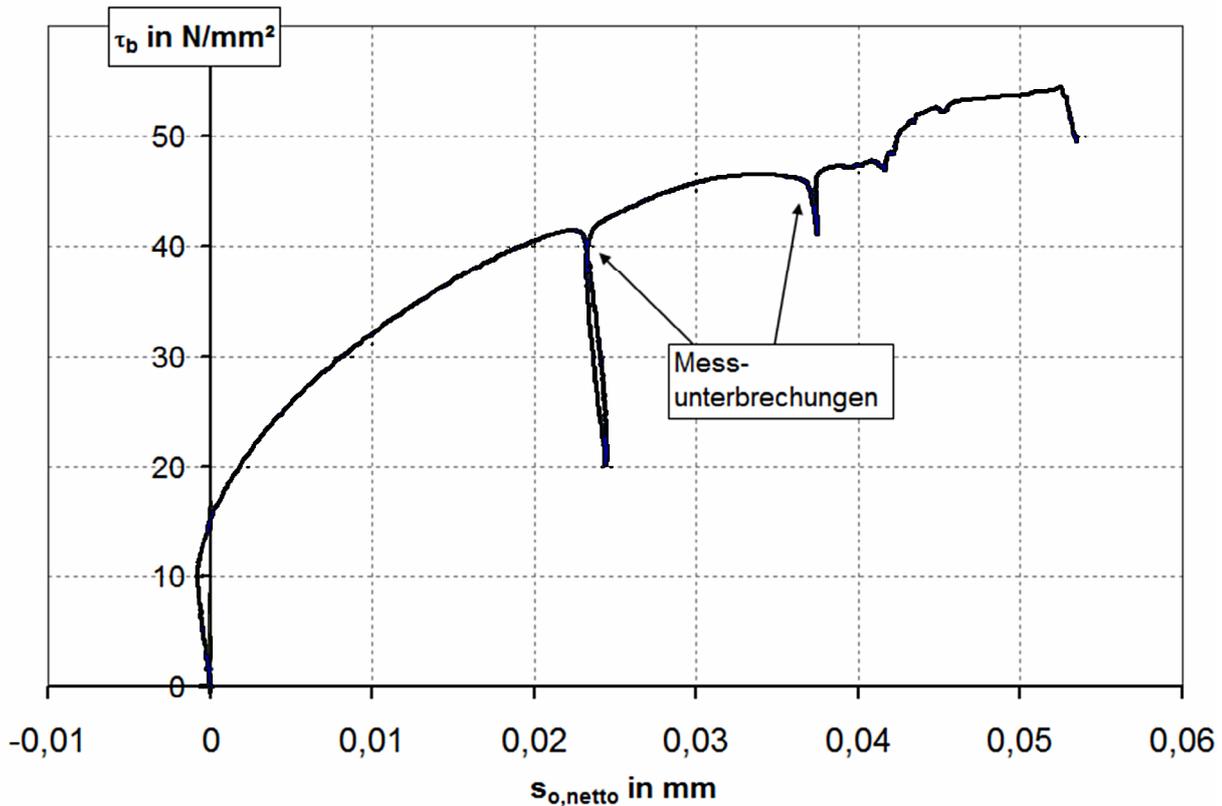


Bild A-3. 23: Verbundspannungs-Schlupf-Beziehung, $\tau_b = f(s_0)$

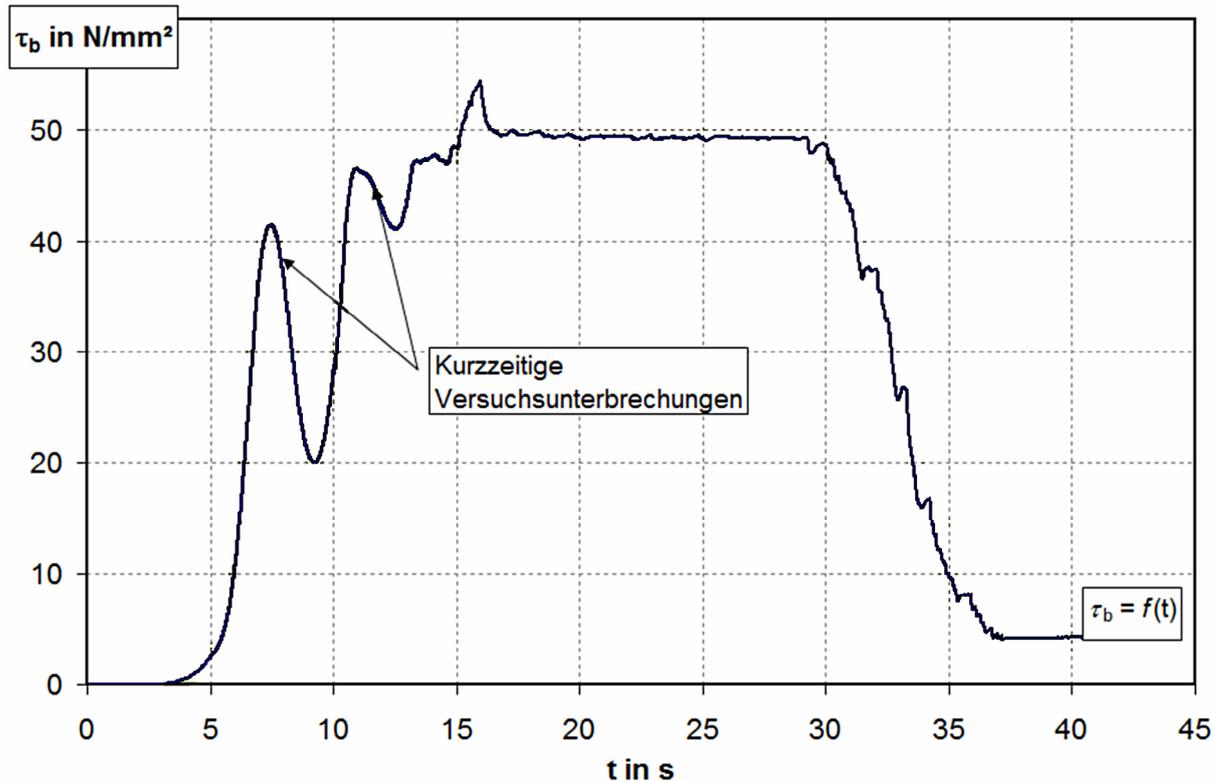


Bild A-3. 24: Belastungs-Zeit-Diagramm

Da es sich um einen Erstversuch handelte, waren während des Versuchsaufbaus einige Korrekturen am laufenden Versuchsprogramm und am Messprogramm notwendig, um ein Fortsetzen von Versuch und Messung zu gewährleisten. Daher wurde der Versuch während der Laststeigerung zweimal unterbrochen.

Die beiden vorangegangenen Dateien zeigen, dass der Stahl spätestens bei einer mit $\tau_b = 46 \text{ N/mm}^2$ korrespondierenden Stahlspannung $\sigma_s = 552 \text{ N/mm}^2$ Fließen erreicht haben muss. Etwas später war noch einmal ein Kraftanstieg möglich, nachdem der Verfestigungsbereich des Betonstahls oberhalb der Fließgrenze angesprochen wurde. Offenbar waren trotz der großen Dehnungen an der Last zugewandten Verbundseite Umlagerungen im inneren Verbundbereich noch möglich waren, die einen weiteren Aufbau des Verbundwiderstandes ermöglichten. In den nachfolgenden Berechnungen ist die Laststufe $\tau_b = 43,3 \text{ N/mm}^2 \approx 0,80 \cdot f_{b,ult}$ diskutiert, um den Nachrechnungsvorschlag nicht durch die Unwägbarkeiten der Umlagerung zu belasten.

Die Dehnungsmessstreifen waren auf der Oberseite noch nicht so positioniert, wie für Ausziehkörper mit Stahl in Mittenlage vorgeschlagen (siehe Bild 3. 28, links). Die Position der Messstellen ist Tabelle A-3. 35 und den nach folgenden Diagrammen zur Darstellung der gemessenen Dehnungen auf der Oberfläche des Ausziehkörpers zu entnehmen.

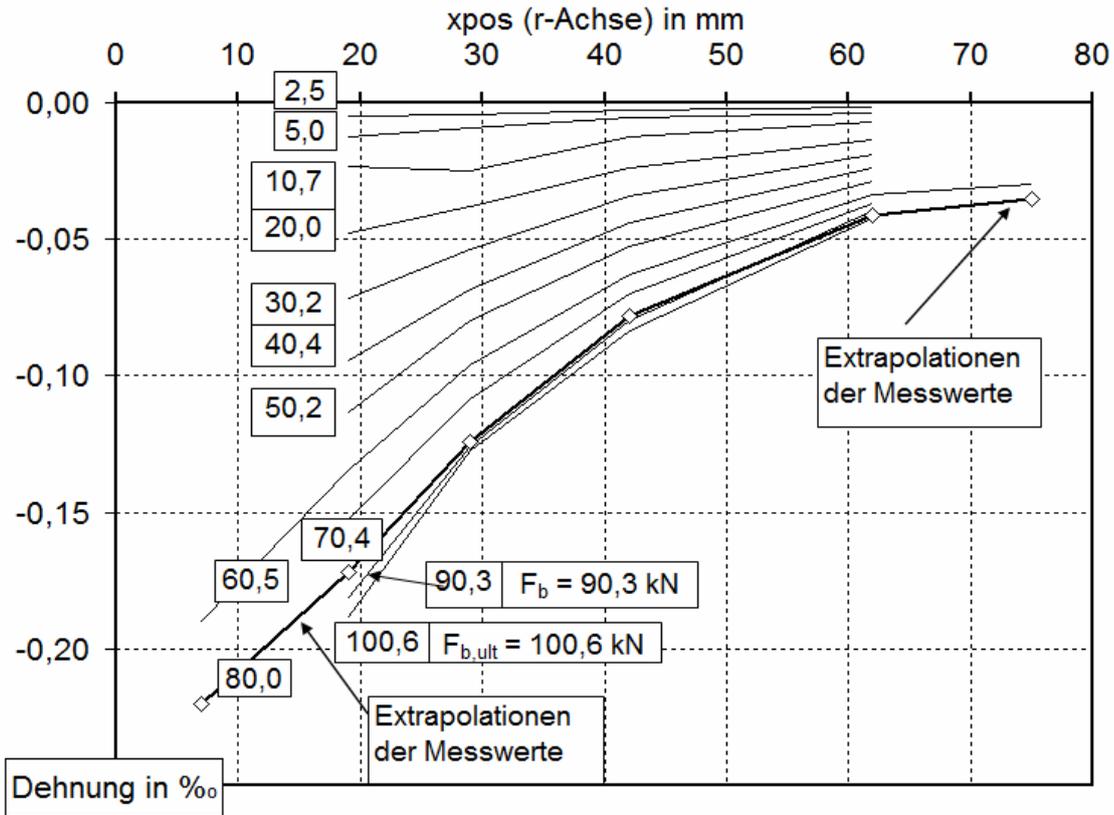


Bild A-3. 25: Dehnmesswerte in radialer Richtung auf der lastabgewandten Seite des Versuchskörpers

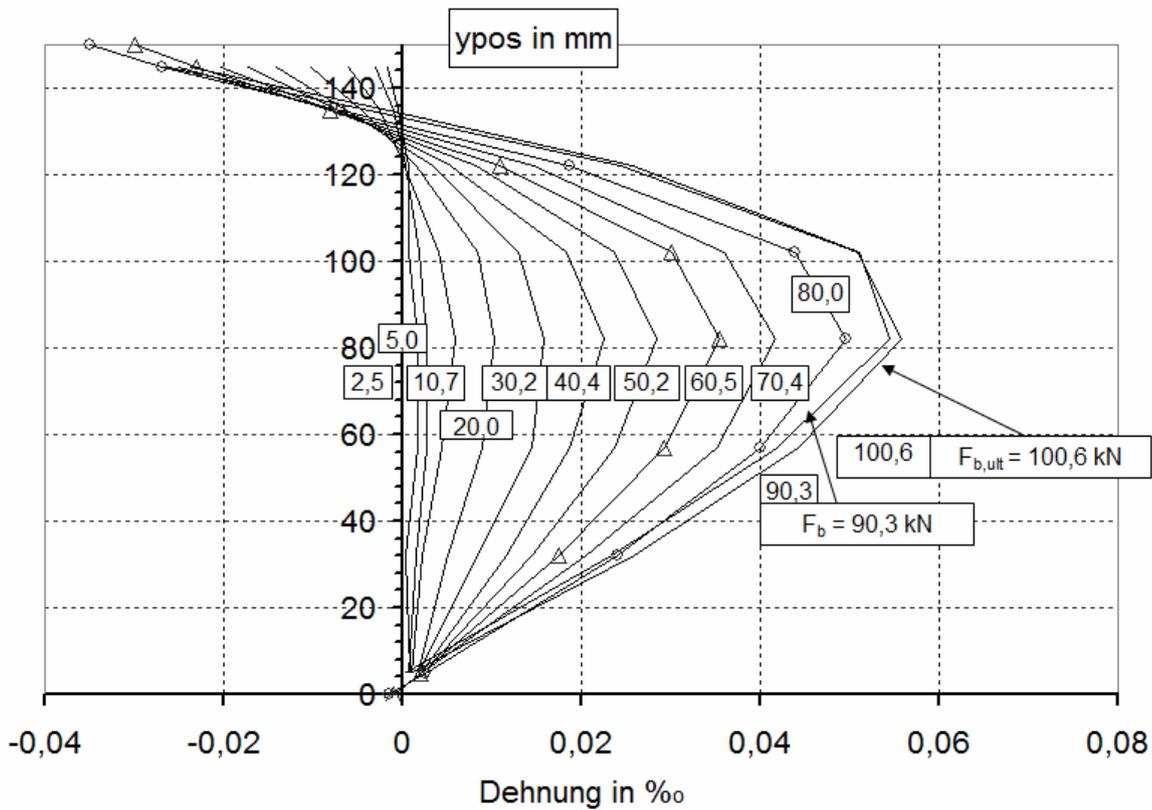
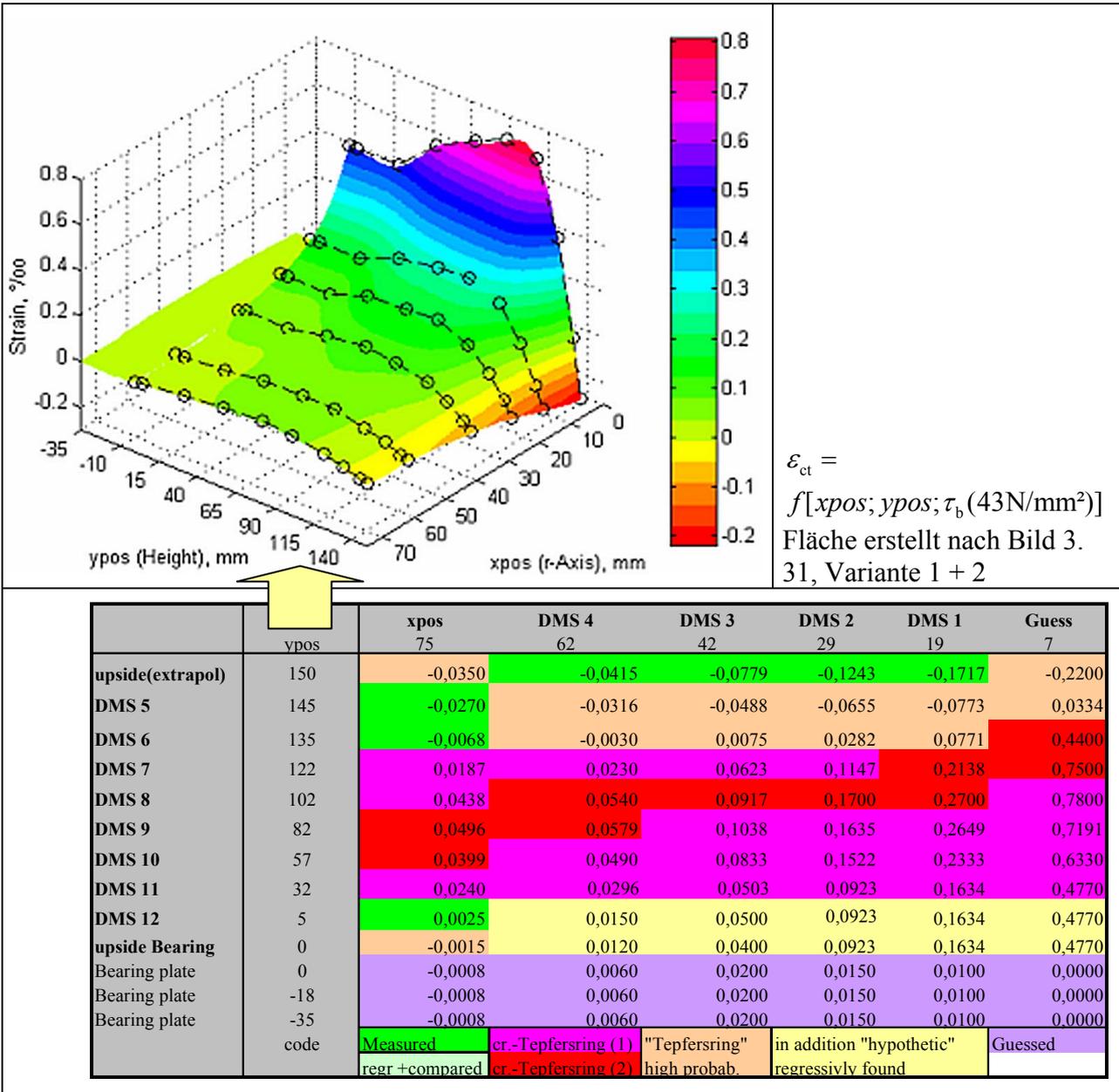


Bild A-3. 26: Dehnmesswerte auf einer Außenseite des Versuchskörpers

Da die Verbundzone hier von $y_{pos} = 150$ mm bis $y_{pos} = 108$ mm reicht, ist zu erwarten, dass die durch den Verbundbereich ausgelösten großen Ringdehnungen, die den „Tepfersbereich“ markieren, in tieferen Zonen des Versuchskörpers zu finden sind als bei den Versuchskörpern vorher. Das aufgenommene Dehnungsraster ist dabei kaum in der Lage, den interessanten Bereich in der Bruchfläche ausreichend dicht zu erfassen. Deshalb werden die Bereiche $y_{pos} < 122$ mm mit Ausnahme des untersten, gemessenen Bereiches bei $y_{pos} = 5$ mm in einem ersten Schritt als „Tepfersringe“ interpretiert. Zudem wird davon ausgegangen, dass in Abhängigkeit von der inneren Verformung des Versuchskörpers eine Dehnung in der 35 mm dicken Auflagerplatte aktiviert wird. Durch die Trennschicht zwischen Versuchskörper und Stahlplatte wird jedoch die Verträglichkeit zwischen Beton- und Stahlverformung gestört. Im Inneren der Platte sind also weitaus geringere Zugdehnungen bzw. Querdehnungsbehinderung zu erwarten, als aus den Messungen $y_{pos} = [5;32;57$ mm] für den Bereich $0 \geq y_{pos} \geq -35$ mm extrapoliert werden könnte.

Nachfolgend wird gezeigt, dass mit der Erweiterung für die Stahlplatte und einer aus dem Konzept Variante 1 und 2, Bild 3. 31 abgeleiteten Dehnfläche eine plausible Erklärung für den hohen Verbundwiderstand während des Versuchs gegeben werden kann. Wie für den Beton wird auch von der Platte angenommen, dass im Zentrum nahe der Stahlachse die Mitwirkung der Platte wieder auf 0 geht. Grundlage der Hypothese über das innere Zugspannungsfeld senkrecht zur Bruchfläche bilden die Randspannungen aus den gemessenen Randdehnungen und die Dehnungshypothese. Daraus lassen sich Annahmen für die Risslänge der vom Stahl ausgehenden radialen Risse r_e begründen und weitere Dehnungen des x_{pos} - y_{pos} -Rasters mit dem Gleichungsapparat (3. 51) ff. ermitteln.

Tabelle A-3. 36: Bild und zugehörige Tabelle einer Hypothese für das Dehnfeld senkrecht zu Bruchfläche und zugehörige Tabelle, die das Punktraster in der Bruchfläche vorgibt.



Es wird davon ausgegangen, dass die Trennschicht zwischen Stahlplatte und Versuchskörper ausreicht, eine voll mit den Dehnungen am Ausziehkörper verträgliche Aktivierung der Auflagerplatte zu verhindern. Der Haftreibungswiderstand ist bei dem untersuchten Lastniveau bereits fast völlig überwunden. Nur eine qualitativ ähnliche, jedoch deutliche kleinere Ringverformung als in der untersten Ausziehkörperschicht wird in der Platte möglich sein. Dementsprechend ist auch die Dehnung im unteren Bereich des Versuchskörpers in dieser Annahme von außen nach innen abnehmend wenig durch Querdruck behindert. Realistischer erscheint die Möglichkeit, die Dehnfläche hypothetisch nach Kapitel 3 als Variante 2 zu beschreiben. Dabei wird zuerst der sog. „Tepfersring“ mit einer Verformung entsprechend der Zugringtheorie vorgegeben. Die anderen Flächen werden dann verträglich entwickelt, mit der Bedingung, auch die anderen festgestellten Messwerte zu bestätigen.

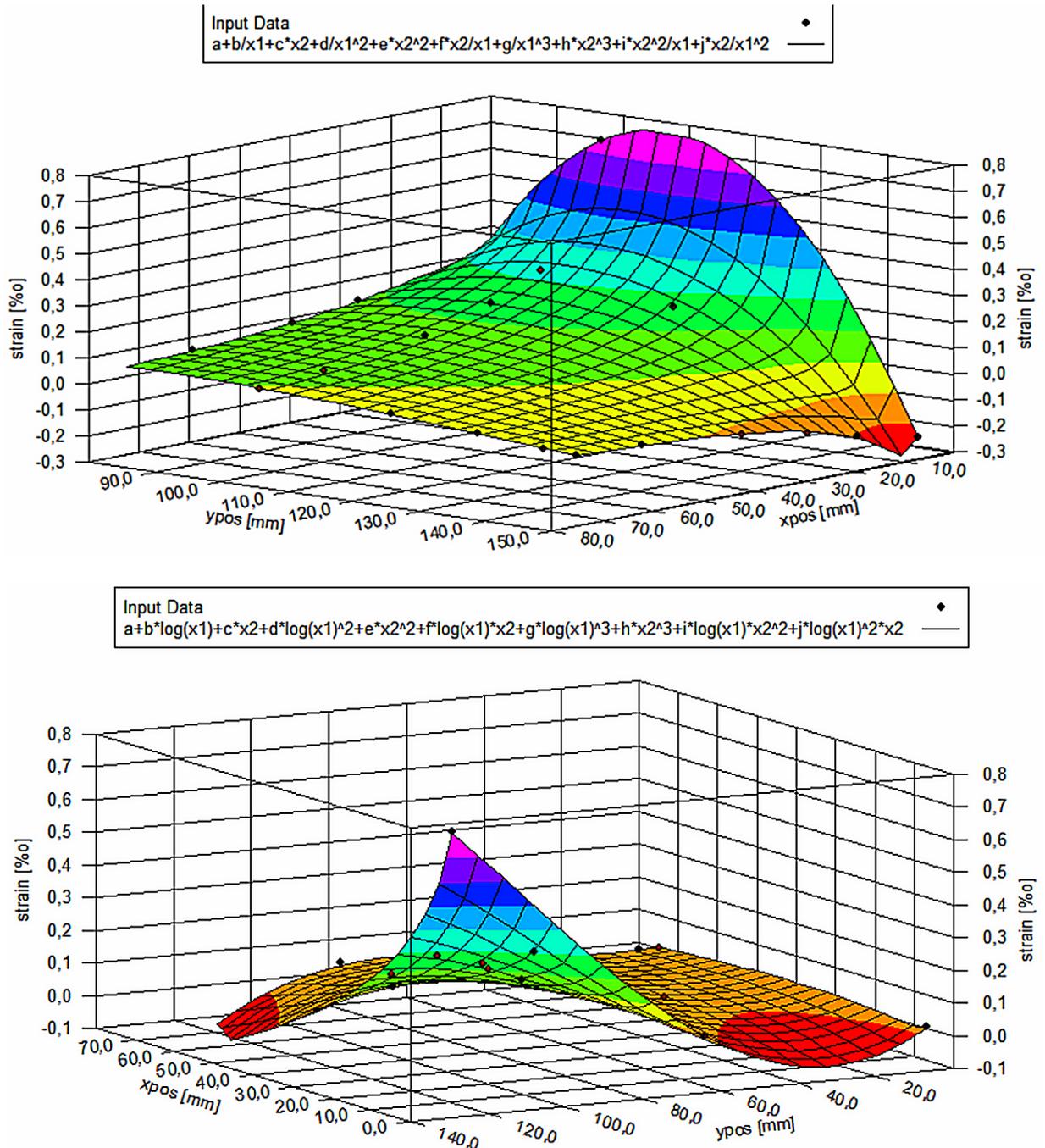
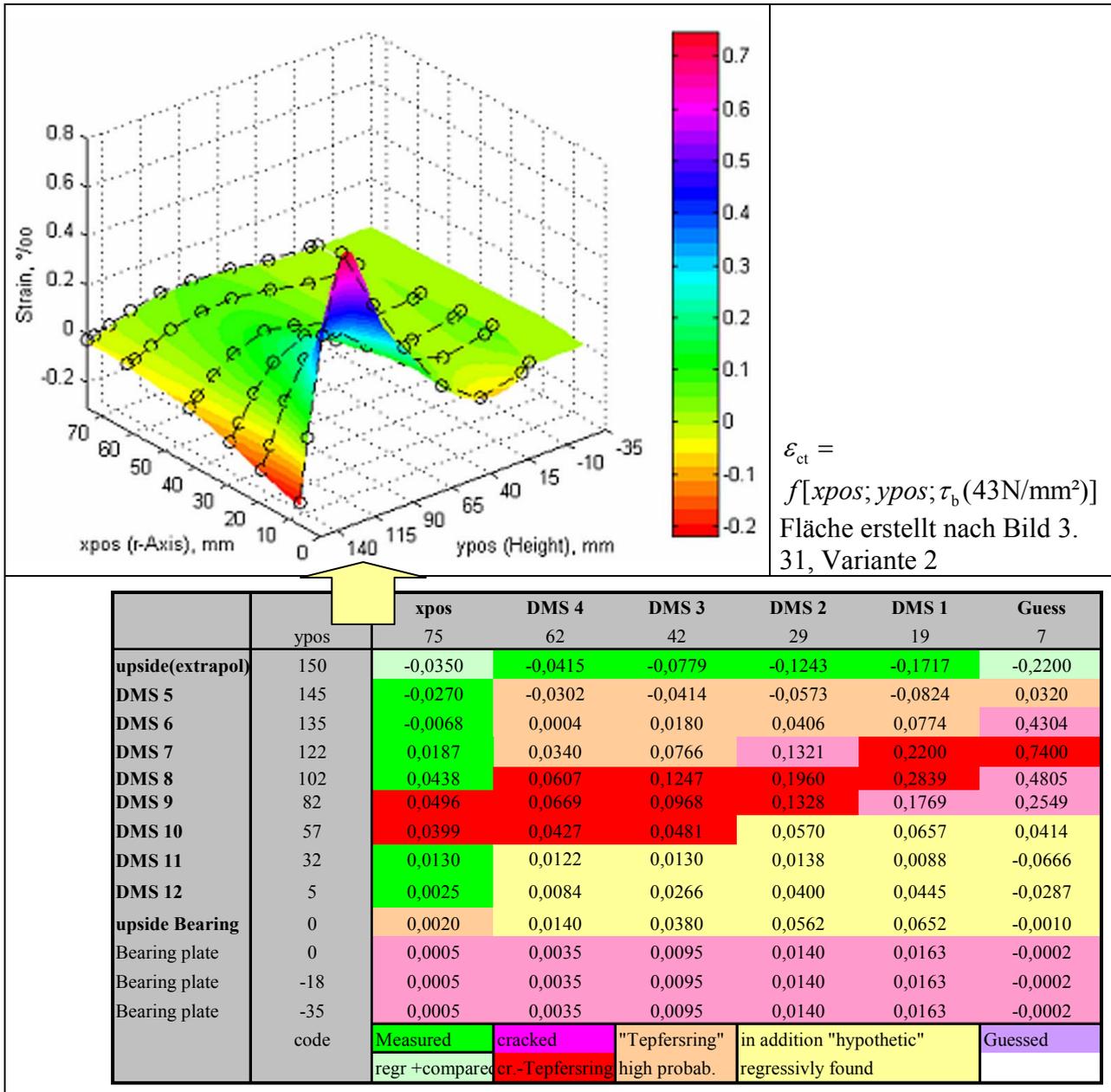


Bild A-3. 27 Zwei Regressionsflächen $\varepsilon_{ct,i}$ für die Dehnung normal zur Bruchfläche bzw. tangential zum Betonzugring aus bekannten oder sehr wahrscheinlichen Punkten, oben für den oberen Bereich des Versuchskörpers, unten für den unteren Bereich.

Zur Bildung der Dehnungsfläche aus dem Raster sicherer Punkte (aus Messungen und dem Tepfersbereich, für den Algorithmen zur Verfügung stehen) kann man Interpolationsformeln nutzen. Alternativ sind auch multivariate Regressionen über diese sicheren Punkte möglich. In Bild A-3. 27 bildet der Bereich zwischen $y_{pos} = 90 \dots 120$ mm den Übergangsbereich zwischen beiden Regressionsflächen $\varepsilon_{ct,i}$ und liefert für beide Bildungsgesetze die notwendigen Eingangswerte. Aus beiden Flächen entsteht eine zusammengesetzte Dehnfläche, die die Hypothese widerspiegelt. Mangels Messungen an der Stahlplatte werden für sie Dehnwerte von rd. $\frac{1}{4}$ der Dehnwerte der untersten Betonschicht angenommen. Der

große Unterschied ist durch die Verformungseigenschaften der Trennschicht und die bereits erreichte Laststufe, d.h die Reibung ist verringert, erklärbar.

Tabelle A-3. 37: Bild und zugehörige Tabelle einer regressiv gefundenen Dehnfläche ϵ_{ct} der Ringdehnungen in der potentiellen Bruchfläche nach Kapitel 3, Variante 2. Unten die zugehörige Tabelle als Grundlage des Dehnungsrasters.



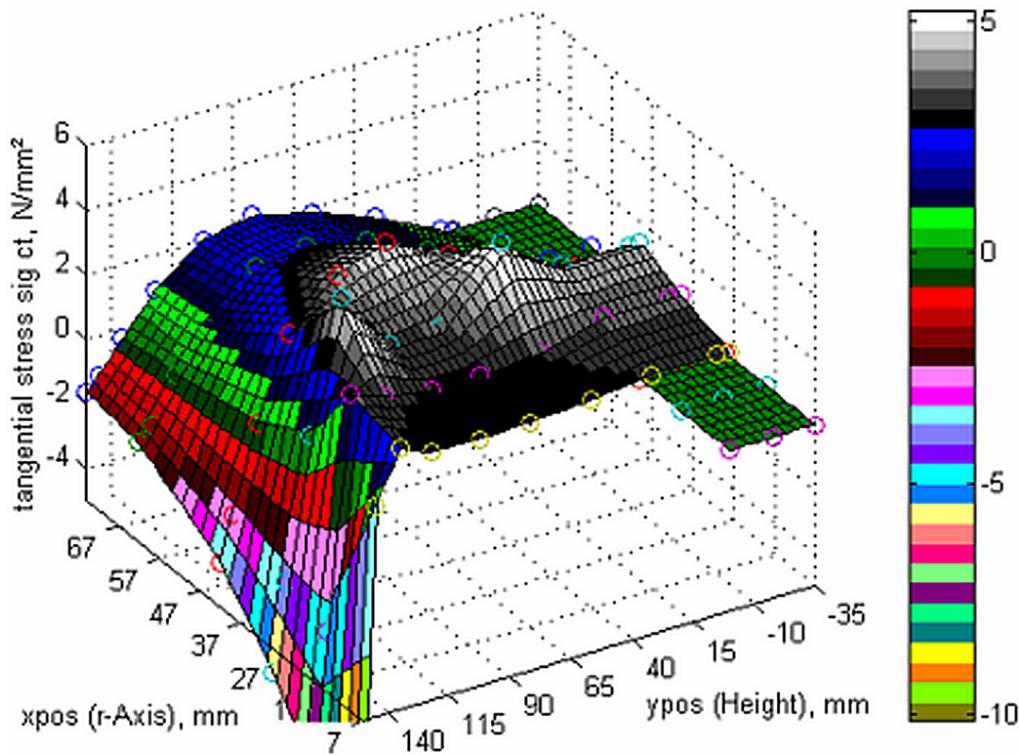


Bild A-3. 28: $\sigma_t(xpos; ypos) = f[\varepsilon_c^{el}(xpos; ypos) \cup w(r) \cup \varepsilon_s^{el}(xpos; ypos)]$, Spannungsfeld von Zugspannungen normal zur potentiellen Bruchfläche entsprechend der Dehnungshypothese Tabelle A-3. 36.

Das Spannungsfeld wurde erstellt unter Nutzung von Gleichung (2. 32), (3. 59), (3. 57), aus Variante 1 + 2 für $\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$ (kubisch interpoliert). Das Spannungsfeld σ_t nach der Dehnungshypothese Tabelle A-3. 37 folgt dabei dem Konzept Bild 3. 31. Die höheren Spannungen in der Platte resultieren aus der Modifizierung der Größenordnung der gegenseitigen Beeinflussung an der Grenze von Beton und Lagerplatte.

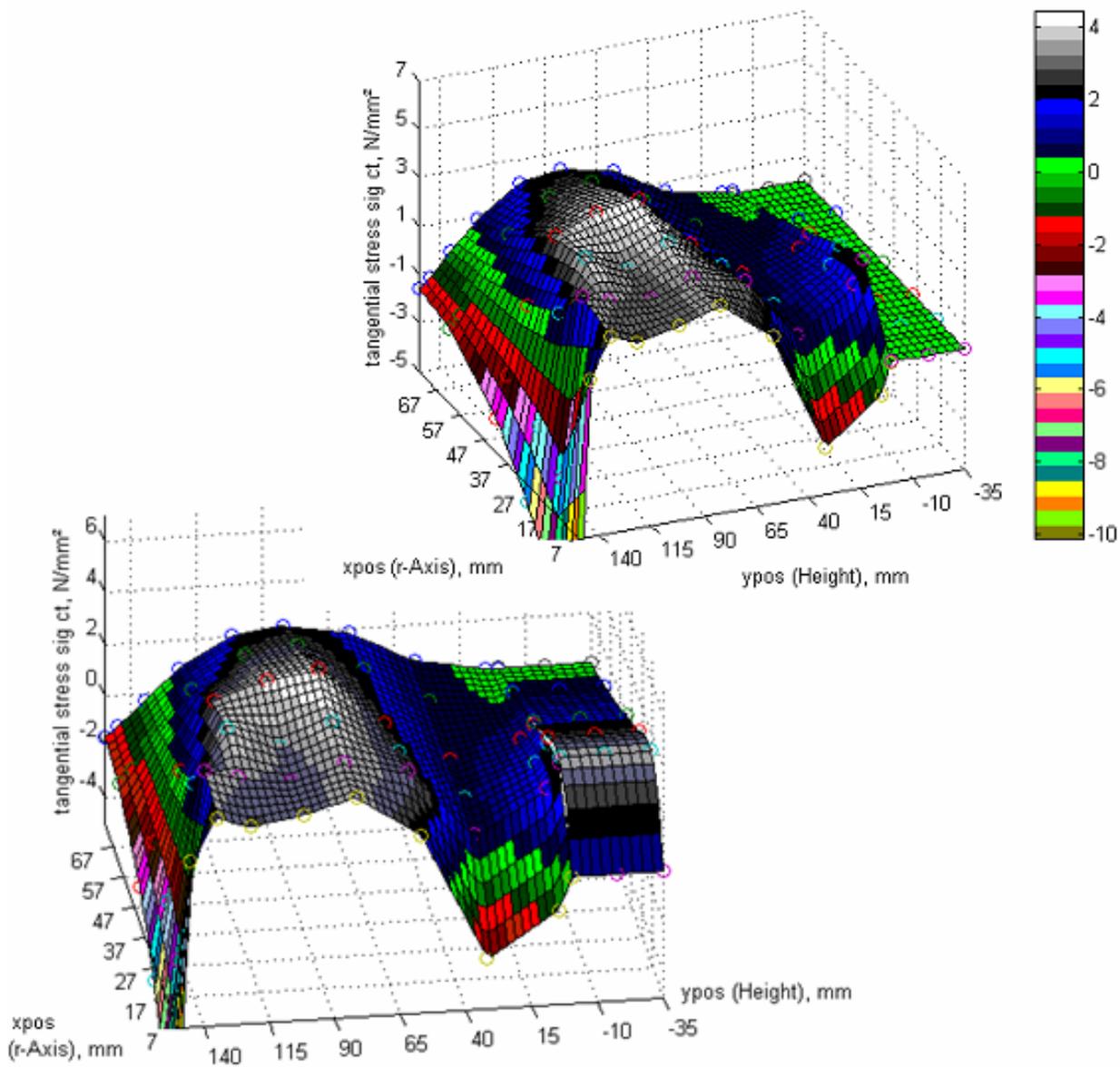


Bild A-3. 29: Spannungsfeld σ_t nach Variante 2, Bild 3. 31 ohne und mit Annahme einer Querdruck produzierenden Platte

Auch bei diesem Versuchskörper ist die Diskretisierung des Spannungsfeldes in Zugring-Teilkräfte $F_{ct,xy}$ in den durch das Punktraster vorgegebenen Teilflächen möglich. Deutlich sichtbar sind die Veränderungen in radialer Richtung gegenüber den Versuchen mit Betonstahl in Randlage bei ähnlich hohem Belastungsniveau $\tau_b/f_{b,ult}$ (z. B. Bild A-3. 21). Die Teilkräfte aus der Lagerplatte sind als rote Kraftvektoren eingezeichnet, die in Beton sind blau in den jeweiligen Teilschwerpunkten markiert.

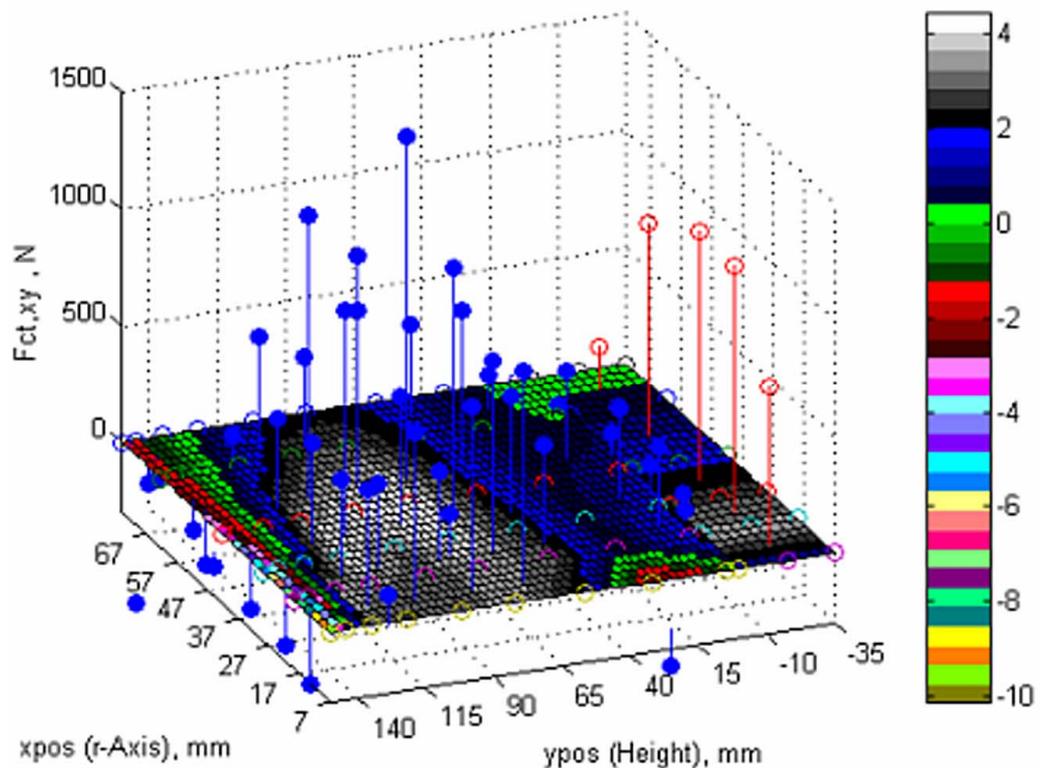


Bild A-3. 30: Größe und Position diskretisierter Kräfte $F_{t,xy}$ aus dem Spannungsfeld Bild A-3. 29 (unten), ($\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$, $n = 3$)

Die Auswertung des Spannungsfelds Bild A-3. 28 ohne Berücksichtigung der Stahlplatte ergibt folgendes Ergebnis:

Tabelle A-3. 38: Ergebnistabelle zur Dehnhypothese aus Tabelle A-3. 36

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-57	93	36,2	84,9	12127,96	45,2
Bereich unten	57-0	57	33,4	31,2	10260,12	16,0
Global	150-0	150	34,9	60,3	22388,08	26,2
	global		7,0	117,0	<----->	25,4
Ansatzpunkt des Vektors in lb			7,0	114	<----->	45,2
			7,0	123	<----->	16,0
Plausibilität $\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$ $\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_i \cdot hc_i)] =$			"----->	Fpull,vorh=	80001 N	
				Fpull,cal=	199575 N	

Offenbar sind die inneren Dehnzustände zu überschätzt worden. Die Resultierende des Teilbereiches 1 $F_{t,i}$ liegt dabei im Schwerpunkt S_1 [36,2; 84,9]. Damit stimmt ein wesentlicher Kraftangriffspunkt mit den Beobachtungen (Bild A-3. 26) überein. Die an der Außenseite gemessenen Verformungen waren nur geringfügig größer (Bild A-3. 26). Die Wirkungsbereiche für die zwei Druckkegel sind auf Höhe des globalen Schwerpunkts horizontal getrennt. Insofern liegen keine handwerklichen Fehler bei der Aufstellung der Spannungshypothese vor. Die Überschätzung legt also nahe, dass die Dehnungshypothese zu grob ist oder aufgrund des Fehlens eines zweiten lokalen Dehnungsextremums eine globale Ableitung des Verbundwiderstands nach (3. 67) der sinnvollere Ansatz ist.

Tabelle A-3. 39: Ergebnistabelle wie Tabelle A-3. 38 jedoch mit globalem Widerstandsmodell

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α,i [°]
Bereich oben	150-57	93	36,2	84,9	12127,96	
Bereich unten	57-0	57	33,4	31,2	10260,12	
Global	150-0	150	34,9	60,3	22388,08	26,2
Ansatzpunkt des Vektors in lb	global		7,0	117,0	<----->	26,2
Plausibilität $\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$ $2 * F_{ct} * \Pi * l_b / (\tan \alpha_{,gl} * h_{gl}) =$			"----->	Fpull,vorh= Fpull,cal=	80001 N 79956 N	

Bei Verwendung eines globalen Widerstandsmodells, dass aus der Dehnhypothese nach Tabelle A-3. 36 aufgebaut wird, kann man die ursprünglich vorhandene Ausgangslast rekonstruieren. Die Mitwirkung der Lagerplatte ist vernachlässigt.

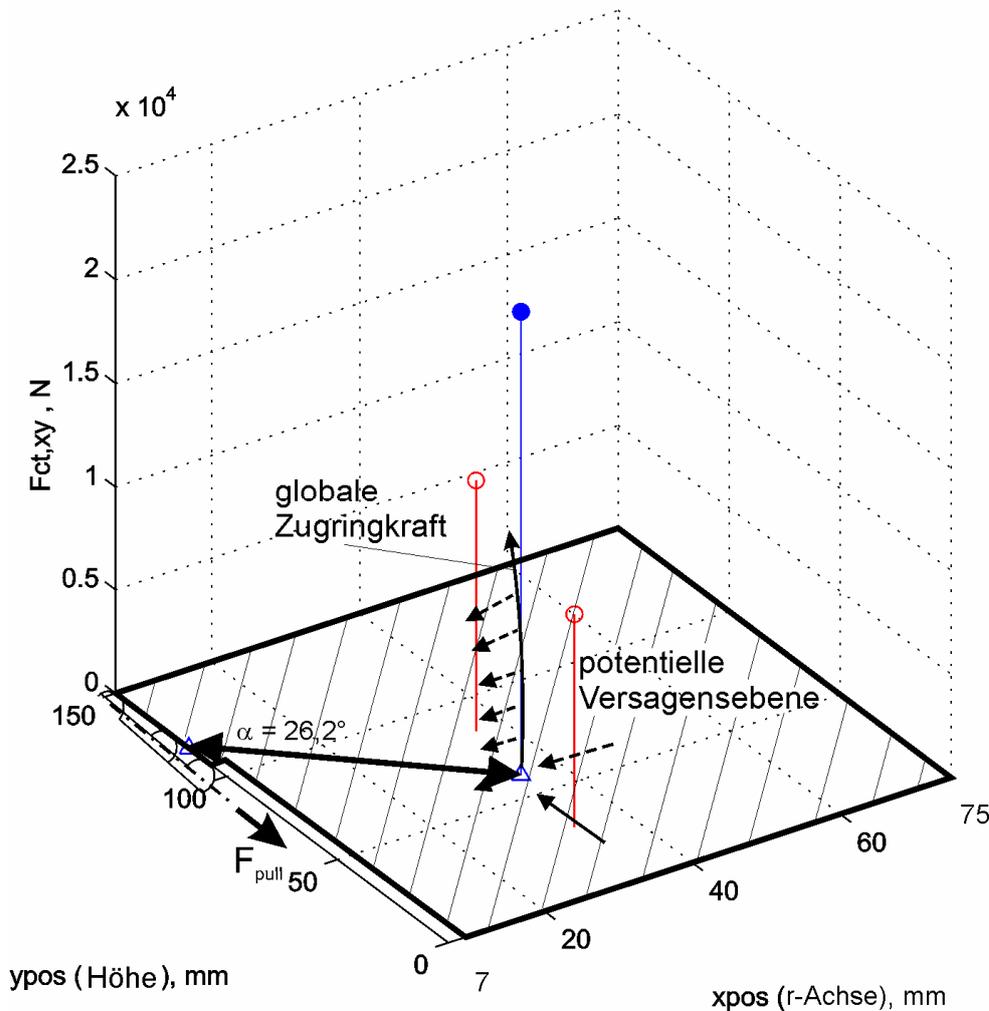


Bild A-3. 31: Vereinfachtes Stabwerkmodell nach Tabelle A-3. 39 zur Darstellung des globalen Widerstandsmodells für $F_{pull} = 80 \text{ kN}$ ($\tau_b = 43,3 \text{ N/mm}^2$).

Allerdings liegt das gemessene Verformungsmaximum in der Ordinate des Schwerpunkts höher (y_s) als der globale Schwerpunkt, so dass die Lösung dieses Verformungsmaximum

nicht erklären kann. Typisch für den Grenzzustand der Tragfähigkeit, der nach weiterer Belastungssteigerung eintritt, ist u.a. auch die Überwindung der Querdehnungsbehinderung an der Unterseite des Versuchskörpers und die weitgehend durch die Platte nicht mehr behinderte Verformung des Fußpunktes, wie sie auch in der Dehnungshypothese zu diesem Ansatz angenommen worden ist.

Auf der Grundlage der gegenüber Tabelle A-3. 36 modifizierten Dehnfläche ε_{ct} (siehe Bild in Tabelle A-3. 37) kann zwar ein Verformungsschwerpunkt in der gemessenen Randverformung nicht jedoch ein ausreichender Verbundwiderstand nachgewiesen werden. Das auf einem ähnlichen, globalen Widerstandsmodell aufgebaute Ergebnis ohne Mitwirkung der Lagerplatte ist kleiner als erwartet. Dies unterstreicht die Unsicherheit, die die Dehnungshypothese dieser gegenüber den asymmetrisch gezogenen Ausziehkörpern, größeren potentiellen Bruchfläche bzw. Rissprozesszone begleitet.

Tabelle A-3. 40: Ergebnistabelle für den abgeleiteten Verbundwiderstand aus der modifizierten Dehnhypothese aus Tabelle A-3. 37, globaler Ansatz nach (3. 67)

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-82	68	35,3	99,8	7033,89	
Bereich unten	82-0	82	40,8	56,9	8636,97	
Global	150-0	150	38,3	76,1	15670,85	32,7
Ansatzpunkt des Vektors in lb	global		7,0	125,0		
Plausibilität $\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$ $2 \cdot F_{ct,i} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_{i,gl} \cdot h_{gl}) =$			"---->	F_{pull,vorh} = F_{pull,cal} =	80001 N 42987 N	
				Differenz =	37014 N	

Allerdings ist hier das detailliertere Modell zielführend, also die Aufgliederung in zwei Widerstandsbereiche, die simultan mit dem Verbundbereich interagieren:

Tabelle A-3. 41: Ergebnistabelle für den abgeleiteten Verbundwiderstand aus der modifizierten Dehnhypothese Tabelle A-3. 37

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-82	68	35,3	99,8	7033,89	53,2
Bereich unten	82-0	82	40,8	56,9	8636,97	25,1
Global	150-0	150	38,3	76,1	15670,85	
Ansatzpunkt des Vektors in lb	unten oben		7,0 7,0	121 129		53,2 25,1
Plausibilität $\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$ $\Sigma [2 \cdot F_{ct,i} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_{i,hi})] =$			"---->	F_{pull,vorh} = F_{pull,cal} =	80001 N 79728 N	

Der Aufbau des Widerstandsmodells in Tabelle A-3. 41 folgt dem in (3. 68) dargestellten Ansatz.

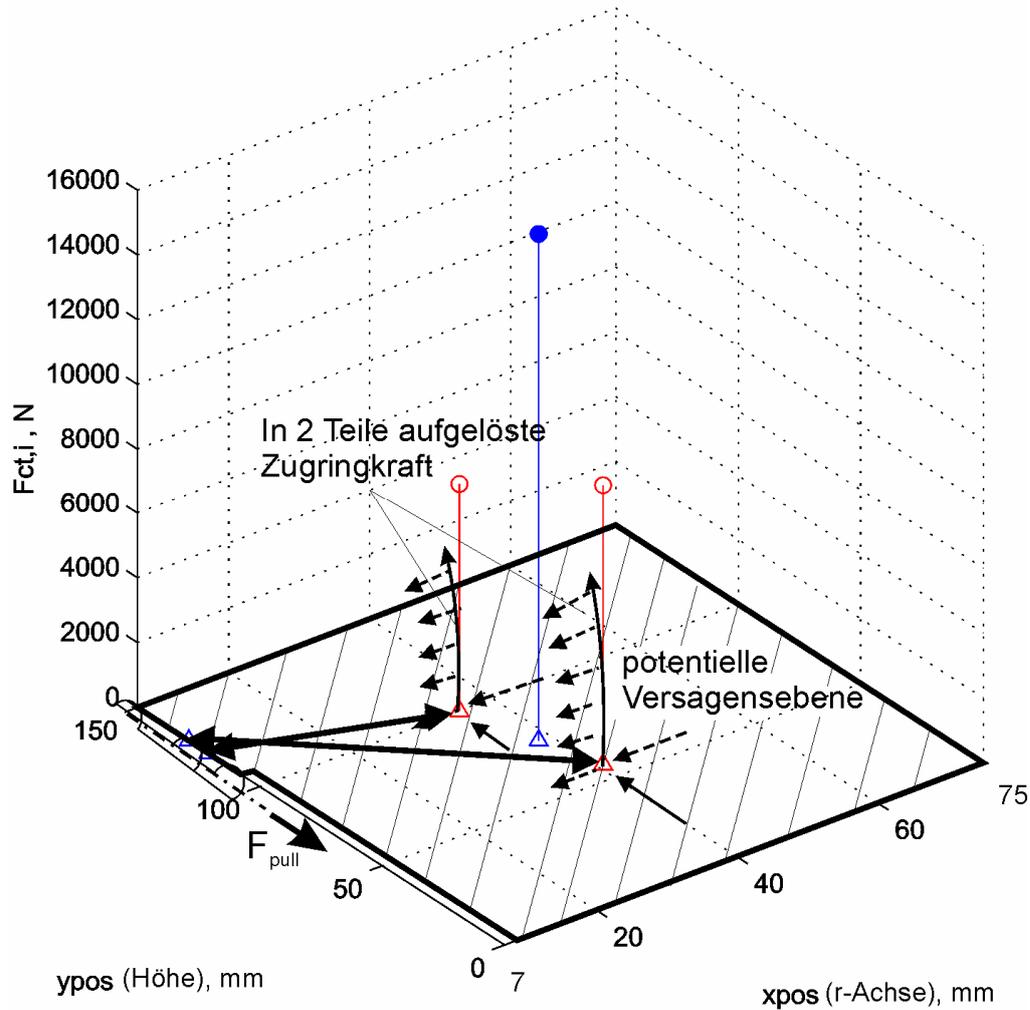


Bild A-3. 32: Vereinfachtes Stabwerkmodell ohne Mitwirkung der Platte, s. Tabelle A-3. 41

Die Kontrollbedingung geht offenbar auf. Die Ausziehkörper mit Stahl in Randlage zeigten diese Widersprüchlichkeit und Unterschiede in Abhängigkeit von einer variierten Dehnungshypothese nicht, was auch mit der größeren Zuverlässigkeit der Vorhersage durch die größere Dichte von Messwerten und sicher beschreibbaren Bereichen zusammenhängt. Die neue Hypothese geht von stärkerem Querdruck im unteren Bereich aus. Es ist bei der vorliegenden Laststufe allerdings unrealistisch, die wahrscheinliche Mitwirkung der Stahlplatte zu vernachlässigen. Dabei sollte jedoch auch berücksichtigt werden, dass die Trennschicht einen Teil der Verformung kompensiert. Die Höhe der Kompensation bleibt mangels Messwerten nur schätzbar.

Tabelle A-3. 42: Ergebnistabelle unter Annahme der Dehnhypothese Tabelle A-3. 37 und des detaillierten Modells mit Einfluss der Lagerplatte

ypos-Bereich [mm]		hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-57	93	36,8	88,4	12035,14	51,6
Bereich unten	57-(-35)	92	38,5	8,1	7536,88	15,6
Global	150-(-35)	185	37,4	57,5	19572,01	
Ansatzpunkt des Vektors in lb	unten oben		7,0 7,0	112 121		51,6 15,6
Plausibilität $\Sigma[2 \cdot F_{ct,i} \cdot l_b / (\tan \alpha_{i,hi})] =$	$\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$		"---->	Fpull,vorh= Fpull,cal=	80001 N 104552 N	

Die Werte in der Tabelle A-3. 42 sind aus den Spannungsfeldern hergeleitet, deren Grundlage die Dehnungsannahmen nach Tabelle A-3. 37 sind. Dabei sind die Stahldehnungen zu $\frac{1}{4}$ der Fußpunktdehnungen des Ausziehkörpers abgeschätzt worden. Man muss davon ausgehen, dass der Reibwiderstand der Trennschicht bei dieser Laststufe noch nicht völlig überwunden ist. Von einem (wenn auch im geringen Maße) Mitwirken der Stahlplatte wird deshalb ausgegangen. Offenbar war diese Annahme jedoch zu hoch gewählt.

Dabei wurde der Querdruck aus dem Verformungswiderstand der Platte auf der Grundlage des Ansatzes (3. 75) in das Berechnungssystem eingebaut. Es bestätigt sich die Annahme nicht, dass der Querdruck auf den Zugring aus der Dehnungsbehinderung über die gesamte Querschnittshöhe Wirkung zeigt. Die Grenze zwischen dem Bereich des Mitwirkens und nicht Mitwirkens liegt etwa bei $y_{pos} = 57 \text{ mm}$, kompatibel mit der festgestellten globalen Schwerpunktlage S [37,4; 57,5] für $F_{t,sum}$. Auch hier ist die Plausibilität durch den Vergleich der Lage von S_1 [36,8; 88,4] als Kraftzentrum $F_{t,1}$ mit dem durch Messungen festgestellten am größten verformten Bereich im Diagramm, Bild A-3. 26 gegeben.

Um die größere Überschätzung aus Tabelle A-3. 42 zu vermeiden wird eine Gegenprobe mit dem globalen Verbundwiderstandsmodell durchgeführt. Die Tabelle ändert sich wie folgt:

Tabelle A-3. 43: Ergebnistabelle unter Annahme der Dehnhypothese Tabelle A-3. 37 und eines globalen Widerstandsmodells mit mitwirkender Lagerplatte, Winkel $\sim 25^\circ$

ypos-Bereich [mm]		hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α_i [°]
Bereich oben	150-57	93	36,8	88,4	12035,14	
Bereich unten	57-(-35)	92	38,5	8,1	7536,88	
Global	150-(-35)	185	37,4	57,5	19572,01	24,9
Ansatzpunkt des Vektors in lb	global		7,0	123,0		
Plausibilität $2 \cdot F_{ct,i} \cdot l_b / (\tan \alpha_{gl,hgl}) =$	$\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$		"---->	Fpull,vorh= Fpull,cal=	80001 N 60078 N	

Differenz: 19923 N

Werden die Stahldehnungen mit $(1/2,4)$ der Ringdehnung im Fußpunkt des Ausziehkörpers errechnet gelingt es mit einem globalen Widerstandsmodell nahezu ein Gleichgewicht zu erzeugen.

Tabelle A-3. 44: Ergebnistabelle für ein Spannungsfeld nach Dehnhypothese Tabelle A-3. 37, jedoch mit erhöhten Dehnungen im Bereich der Lagerplatte (globales Widerstandsmodell)

	ypos-Bereich [mm]	hc,i [mm]	xs [mm]	ys [mm]	Fct,i [N]	α,i [°]
Bereich oben	150-57	93	36,8	88,4	12035,14	
Bereich unten	57-(-35)	92	37,3	1,6	10137,65	
Global	150-(-35)	185	37,0	48,7	22172,79	22,0
Ansatzpunkt des Vektors in lb	global		7,0	123,0		
Plausibilität $\tau_b = 43,33 \text{ N/mm}^2$ $2 \cdot F_{ct} \cdot \Pi \cdot l_b / (\tan \alpha_{gl} \cdot h_{gl}) =$			"---->	Fpull,vorh= Fpull,cal=	80001 N 78270 N	

Die Mitwirkung der Stahlplatte ist im nachfolgend dargestellten Modell des Gleichgewichts an der tiefen Position der unteren Zugkraft $F_{t,2}$ gut zu erkennen. Das bedeutet, dass auch der obere Bereich über dem globalen Schwerpunkt noch einen hohen Beitrag zum Verbundwiderstand liefert. Dieser ist weitaus größer, als bei den Ergebnissen aus Versuchen mit dem Stahl in Randlage, bei denen auch die Querdehnungswiderstand durch den Beton unterhalb des Verbundbereiches selbst und weniger durch die Stahlplatte eintritt.

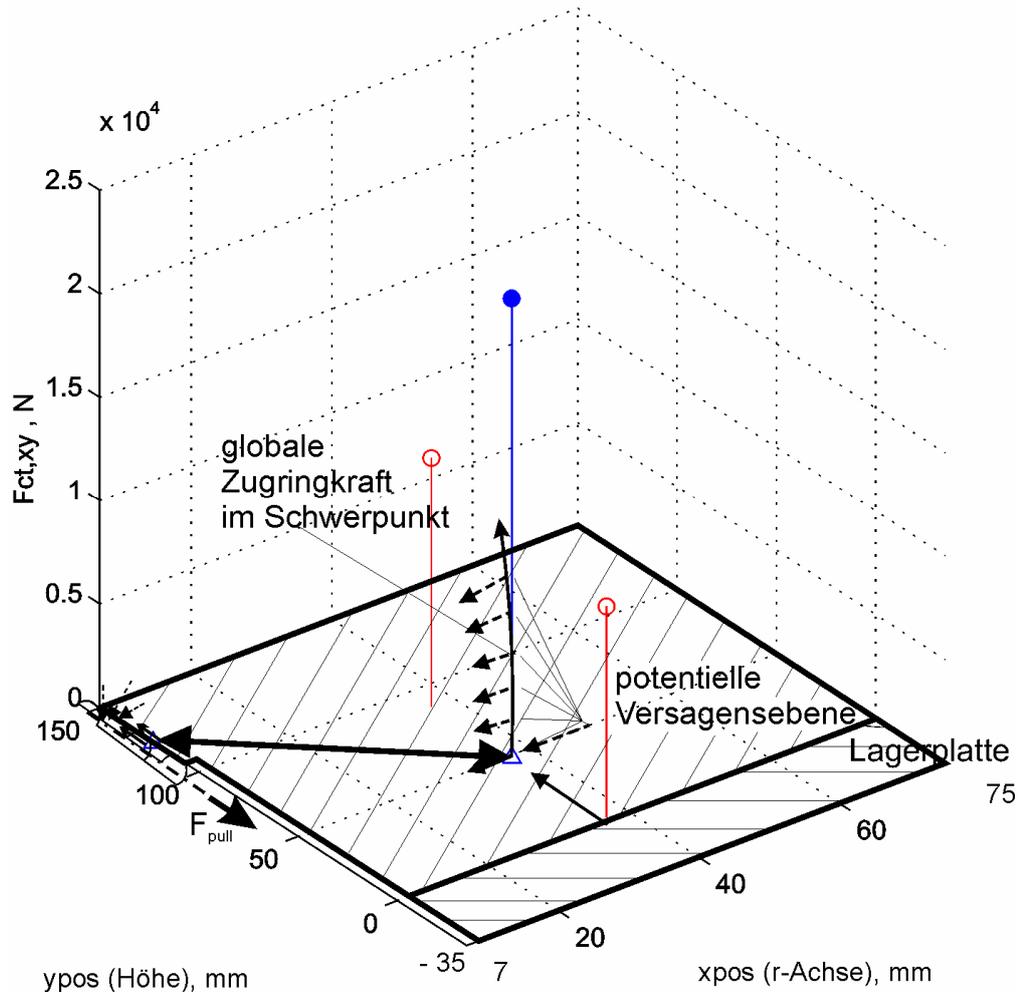


Bild A-3. 33: Vereinfachtes Stabwerkmodell (3. 75) zur Begründung des Verbundwiderstands aus der Dehnungsbehinderung des umgebenden Betons und der Stahlplatte bei einer Verbundlast $F_{\text{pull}} = 80 \text{ kN}$ ($\tau_b = 43,3 \text{ N/mm}^2$).

Das Nachrechnungsbeispiel zeigt, dass keine globale Aussage über das Dehnungsverhalten der Platte aus der gemessenen, äußeren Verformung am Fußpunkt (Bild 3. 47) des Ausziehkörpers möglich ist, insbesondere bei hohen Belastungen. Ein Anhaltspunkt ist aber möglicherweise gegeben, insbesondere in den niedrigeren Laststufen. Beim zentrisch belasteten Ausziehkörper ist die Bruchfläche eher eine potentielle, in der bei gleichartigen Versuchen nicht zwingend ein Durchriss bzw. Sprengbruch erfolgen muss. Diese Versuchskörperarchitektur kann genauso mit einem Gleitbruch in der Kontaktzone zwischen Stahl und Beton enden (siehe Beispiele in Tabelle 3. 5). In vielen gleichartigen Versuchskörpern ist der Verbundwiderstand gegen Sprengbruch so groß, dass das Versagen durch das starke Anstellen des Stützwinkels bei zunehmender Belastung bei Werten über $\alpha_1 > 70^\circ$ noch vor dem Sprengbruchversagen in Gleitbruchversagen übergeht.

Damit bestätigt sich für diese Versuche wider Erwarten, dass bei dieser Versuchsform ein größerer Querdruckeinfluss aus der Lagerung nicht zu vernachlässigen ist, trotz relativ hoch angesetzter Festigkeitsparameter. Die Ergebnisse von solchen Ausziehversuchen wären also kaum auf reale Bauteilsituationen zu übertragen. Tepfers/ Olsson sind diesem Problem in vergleichbaren Versuchen dadurch entgangen, in dem sie die Ring förmigen Versuchskörper auf Teflon beschichtete, sehr kleine Auflager lagerten (Kapitel 3.5.4, Bild 3. 21).

11 Anhang 4 – Ergebnisse verschiedener Verbundsimulationen für zylindrische Dehnkörper

11.1 Begründung einer Annahme für die verbleibende Zugfestigkeit unter Dauerlastbeanspruchung

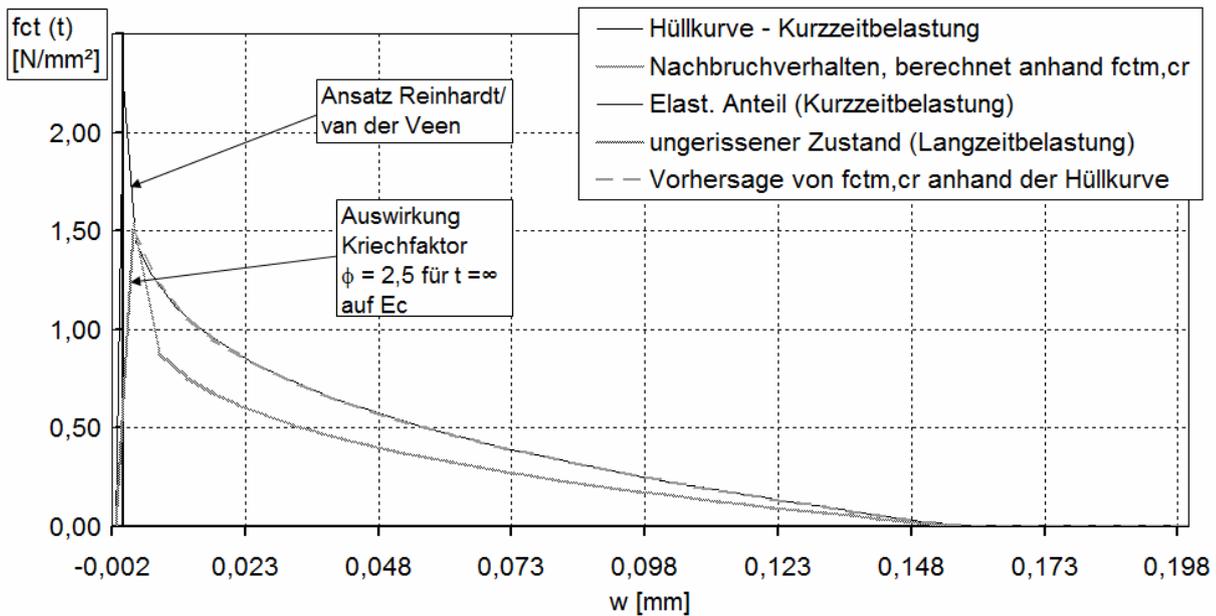


Bild A-4. 1: Modell→Hüllkurve der Zugspannungs-Rissöffnungsbeziehung als Grenzkurve für die Festigkeit unter Dauerbelastung

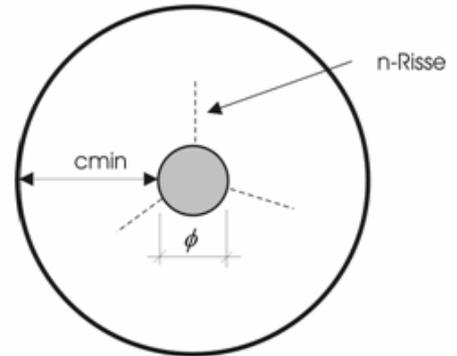
11.2 Daten: Versuch $c_{\min} = 5 \phi$; $\phi = 22 \text{ mm}$ ($\rightarrow \phi 22$)

11.2.1 Vergleich von Modellen ohne risskohäsive Eigenschaften („elastisch-gerissenes“ Modell nach Tepfers) und mit Berücksichtigung risskohäsiver Eigenschaften

Es besteht die Aufgabe, die Risskraft F_{cr} im Grenzfall Einzelrissbildung in den zylindrischen Dehnkörper aus Beton einzuleiten.

Tabelle A-4. 1: Eingangsdaten

Kurzzeitversuch:	$f_{cm} =$	27	Rippenabstand $c_r =$	13,8 mm
	$E_s =$	210000 N/mm ²	$d_s =$	22 mm
	$E_{cm} =$	29672 N/mm ²	$c_{min} =$	110 mm
	$f_{ctm} =$	2,25 N/mm ²	$A_{eff} =$	72825 mm ²
	$\epsilon_{cr} =$	7,583E-05	$F_{cr} =$	108634 N
	$\alpha_e =$	7,1	$\sigma_{s\sigma} =$	285 N/mm ²
	$\alpha =$	50 °		
	$A_s =$	380 mm ²		
	$n_{riss} =$	6 (Rissanz.)		
	$G_f =$	0,069075 N/mm		
	$w_{cr} =$	0,157798 mm		



Für die Simulation des ausschließlich linearen Verhaltens wurde abweichend auf die Ausnutzung von risskohäsiven Materialeigenschaften im gerissenen Teil des Zugrings verzichtet.

Ergebnismaske für die elastische Lösung mit gerissenem, inaktivem Ringbereich in Stahlnähe:

Tabelle A-4. 2: Ergebnisdaten der Simulation des Ausgangssystems in Tabelle A-4. 1 ohne Berücksichtigung risskohäsiver Eigenschaften des radial gerissenen, inneren Bereiches

Einseitige Ergebnisse (halber Riss)	Auf volle Rissgröße extrapolierte Ergebnisse:	
Bruttozuwachs-Stahl	0,336 mm	Netto
Nettolängenzuwachs	0,315 mm-->	Rissbreite: 0,629 mm=(wm,cal)
	Netto bei	Position: = 32,50 mm von der Oberfläche weg
Längenzuwachs-Beton in der Stahlugebung:	0,094 mm	
	errechnet wm:	0,508 mm (MC 90)
	errechnet lt:	311 mm vorhanden: 502 mm
	re,max (vertik.)=	32 mm Max. Ausdehnung ungerissener Bereich - Zylinderachse

Kontrolle:	errechnet wk=	0,423 mm	Kurzzeit
(nach Tue +	charakteristische Größen		
MC 90)	errechnet wk=	0,634 mm	(mit Dauerlasteinfluss)

Weitere Ergebnisse:

Mittlere Rissbreite an der Oberfläche:	0,643 mm	(wm,surface)
Rissbreite an der Stahloberfläche:wm,s	0,483 mm	

Mittlere Verbundspannung $f_{b,mean} =$ 2,90 N/mm²
 Verbundfaktor: $f_b = k_b \cdot f_{ct}$ "--> Faktor $k_b =$ 1,29
 (in MC 90; 2,25--> 1,8)

Ergebnisse der Lösung mit Berücksichtigung der Entfestigung und Risskohäsion im gerissenen, inaktiven Innenbereich:

Tabelle A-4. 3: Ergebnisse der Simulation des Ausgangssystems in Tabelle A-4. 1 mit Berücksichtigung risskohäsiver Eigenschaften des radial gerissenen, inneren Bereiches

Einseitige Ergebnisse		Auf volle Rissgröße extrapolierte Ergebnisse:	
Bruttozuwachs-Stahl	0,199 mm	Netto	
Nettolängenzuwachs	0,187 mm	Rissbreite:	0,374 mm=(wm,cal)
	Netto bei	Position:=	42,50 mm von der Oberfläche weg
Längenzuwachs-Beton in der Stahlung:	0,083 mm		
	errechnet wm:	0,302 mm	(MC 90)
	errechnet lt:	293 mm	vorhanden: 289 mm
	re,max senkrecht=	36 mm	(Simulation)

Kontrolle:	errechnet wk=	0,377 mm	
(nach Tue +	charakteristische Größen		
MC 90)	errechnet wk=	0,566 mm	(mit Kriechen)

Weitere Ergebnisse:			
Mittlere Rissbreite an der Oberfläche:		0,399 mm	
Rissbreite an der Stahloberfläche:wm,s		0,233 mm	

Mittlere Verbundspannung fb,mean= **5,10 N/mm²**
 Verbundfaktor: fb=kb *fct "->Faktor kb= **2,27**

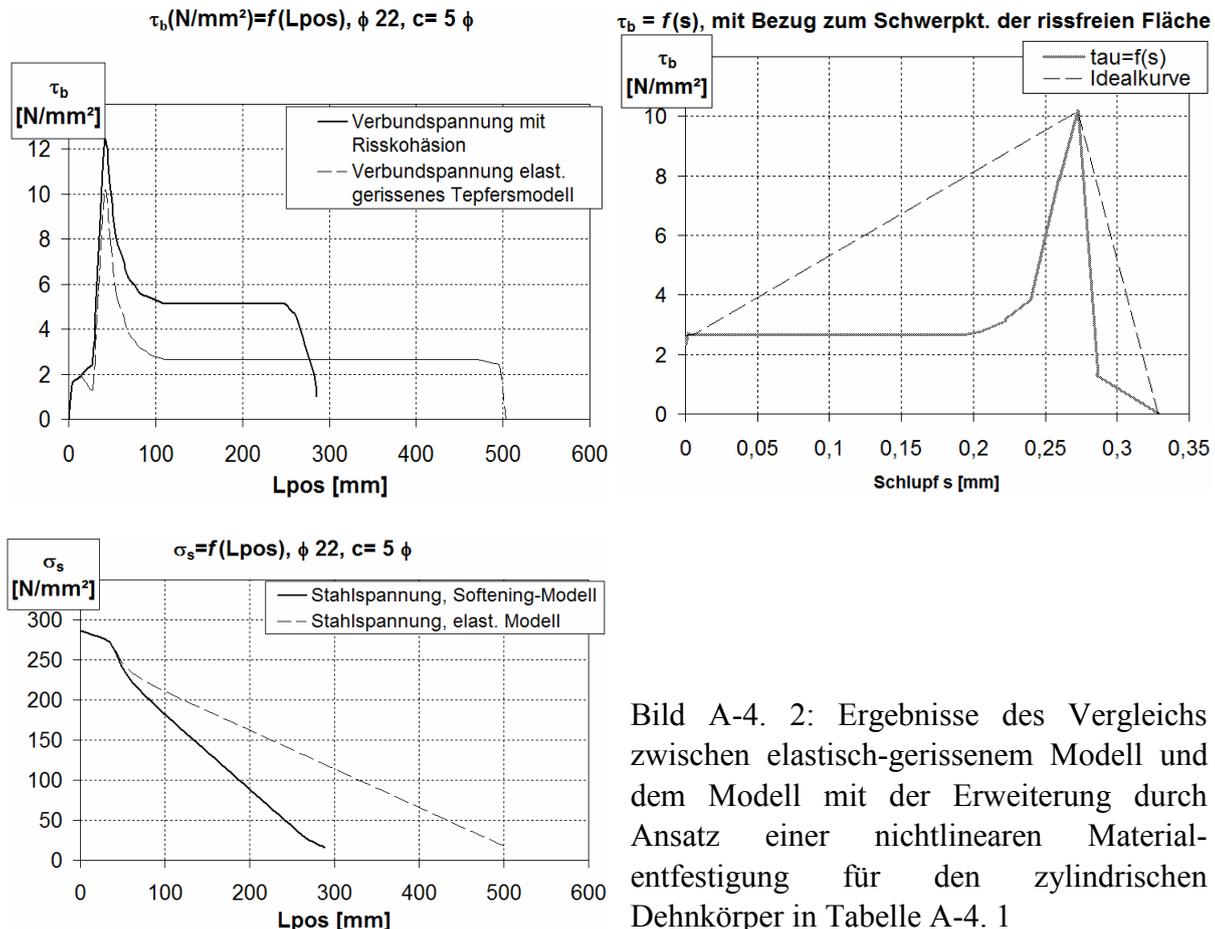


Bild A-4. 2: Ergebnisse des Vergleichs zwischen elastisch-gerissenem Modell und dem Modell mit der Erweiterung durch Ansatz einer nichtlinearen Materialentfestigung für den zylindrischen Dehnkörper in Tabelle A-4. 1

11.2.2 Vergleich der Modelle unter Berücksichtigung risskohäsiver Eigenschaften für t_0 mit einer Modellierung der Dauerlastbeanspruchung (Zugkriechen)

Für das Ausgangssystem (Tabelle A-4. 1) mit Berücksichtigung risskohäsiver Eigenschaften der Risse im Tepfersring und in den Goto-Rissen im Kurzzeitversuch fielen die gleichen Geometriedaten an wie in Tabelle A-4. 1. Die zugehörige Ergebnistabelle ist Tabelle A-4. 3.

Zur Erfassung der Kriecheigenschaften benötigte man zusätzliche Daten. Es wurde ein Kriechfaktor $\phi(t_0; t) = 2,5$ und eine Reduktion der Zugfestigkeit auf 75% des Ausgangswertes angenommen. Tabelle A-4. 4 enthält die erweiterten Eingangsdaten gegenüber Tabelle A-4. 1 zur Berücksichtigung der Veränderung einer Zugdauerlast:

Tabelle A-4. 4: Eingangsdaten zur Verifizierung des Kriecheinflusses auf die Rissentwicklung im zylindrischen Dehnkörper

Ecm1=	8478 N/mm ²	Fcr,cr1=	93507 N
fctm1=	1,7 N/mm ²	σ_{scr} [N/mm ²]	246,11 N/mm ²
Phi=	2,5	Gf=	0,0522 N/mm
		wcr=	0,158 mm
		$\epsilon_{cr,cr1}$ =	0,000201
		fcm1=	27 N/mm ²

Tabelle A-4. 5: Eingangsdaten zur Verifizierung des Kriecheinflusses auf die Rissentwicklung im zylindrischen Dehnkörper (ohne Risskohäsion)

Einseitige Ergebnisse (halber Riss)	Auf volle Rissgröße extrapolierte Ergebnisse:		
Bruttozuwachs-Stahl	0,316 mm		
Nettolängenzuwachs	0,258 mm	Rissbreite:	0,517 mm=(wm,cal)
	Netto bei	Position:=	32,50 mm von der Oberfläche weg
Längenzuwachs-Beton in der Stahlunggebung:			0,175 mm
	errechnet wm:	0,501 mm	(MC 90)
	errechnet lb:	357 mm	vorhanden: 503 mm
	re,max senkrecht=	32 mm	Max. Ausdehnung ungerissener Bereich - Zylinderachse
Kontrolle:	errechnet wk=	0,423 mm	Kurzzeit
(nach Tue +	charakteristische Größen		
MC 90)	errechnet wk=	0,634 mm	(mit Dauerlasteinfluss)
Weitere Ergebnisse:			
Mittlere Rissbreite an der Oberfläche:	0,539 mm	(wm,surface)	
Rissbreite an der Stahloberfläche:wm,s	0,283 mm		
Mittlere Verbundspannung fb,mean=	2,23 N/mm²		
Verbundfaktor: fb=kb *fct "->Faktor kb=	1,32		
	(in MC 90; 2,25--> 1,8)		

Hier wird zusätzlich davon ausgegangen, dass die Risskohäsion nahezu abgebaut ist.

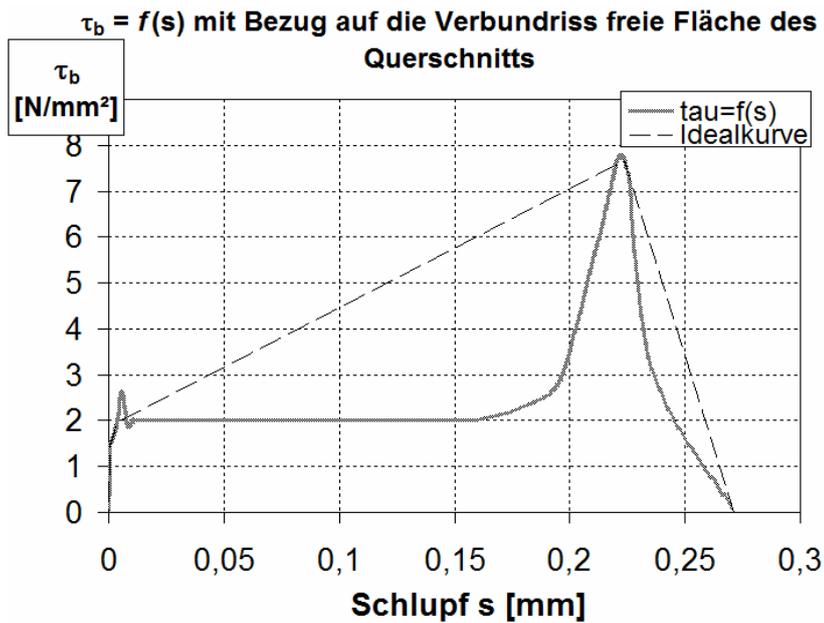


Bild A-4. 3: Ergänzende Ergebnisse zu Tabelle A-4. 4

11.3 Versuch einer Simulation der Erstrissbildung des Versuches 2c von Falkner aus [51]

Ergebnistabelle: Kurzzeitversuch unter Ansatz eines Strain-Softening-Modells. Die Eingangsdaten sind Anhang 6 zu entnehmen. Es wurde die Entwicklung von $n = 6$ Tepferrissen angenommen:

Tabelle A-4. 6: Ergebnis der Simulation einer Kurzzeitbelastung

Halber Riss		Auf volle Rissgröße extrapolierte Ergebnisse:	
Bruttozuwachs-Stahl	0,06 mm	Gesamtergebnis:	
Nettolängenzuwachs	0,05 mm	Rissbreite:	0,100 mm=(wm,cal)
	Netto bei	Position:=	19,5 mm von der Oberfläche
Längenzuwachs-Beton in der		Stahlumgebung:	0,028 mm
		errechnet wm:	0,095 mm (MC 90)
		errechnet lb:	126 mm aus Simulation: 116 mm
		re,max senkrecht=	17 mm

Kontrolle	errechnet wk=	0,119 mm
(nach Tue +		charakteristische Größen
MC 90)	errechnet wk=	0,179 mm (mit Kriechen)

Mittlere Rissbreite an der Oberfläche:	0,108 mm
Rissbreite an der Stahloberfläche:wm,s	0,055 mm
fb,mean=	4,54 N/mm ²
Faktor in kb*fct,eff=	2,15

Tabelle A-4. 7: Ergebnis der Simulation mit Dehnungszuwachs infolge Zug-Dauerlast

Halber Riss		Auf volle Rissgröße extrapolierte Ergebnisse:	
Bruttozuwachs-Stahl	0,086 mm		
Nettolängenzuwachs	0,082 mm	Rissbreite:	0,164 mm=(wm,cal)
	Netto bei	Position:=	13,19 von der Oberfläche
Längenzuwachs-Beton in der		Stahlumgebung:	0,079 mm
		errechnet wm:	0,119 mm (MC 90)
		errechnet lb:	153 mm vorhanden: 163 mm
		re,max senkrecht=	23 mm Max. Ausdehnung ungerissener Bereich - Zylinderachse

Kontrolle	errechnet wk=	0,119 mm	Kurzzeit
(nach Tue +		charakteristische Größen	
MC 90)	errechnet wk=	0,179 mm	(mit Dauerlasteinfluss)

Mittlere Rissbreite an der Oberfläche:	0,175 mm
Rissbreite an der Stahloberfläche:wm,s	0,015 mm (wm,surface)

fb,mean=	2,52 N/mm ²
Faktor in kb*fct,eff=	1,60
	(in MC 90; 2,25--> 1,8)

Im Anhang 6 ist der Versuch 2c von Falkner [51] (Einzelrissbildung) ausführlich mit konventionellen Methoden nachgerechnet worden. Jedoch führt die Nachrechnung mit der gegebenen Betondeckung $c_{\min} = 20 \text{ mm}$ nicht zum Ziel. Es wird jedoch gezeigt, dass für die Beschreibung der Einzelrissbildung dieses Versuchskörpers das Berechnungssystem der Mindestbewehrung für Nachrechnungen geeigneter ist. Übersetzt auf den flächengleich zu wählenden zylindrischen Dehnkörper bedeutet das, dass je nach gewählten Faktor $k = 0,76 \dots 1,0$ in $A_{ct,\min} = k \cdot k_c \cdot A_{ct}$ ein $c_{\min} = 50 \text{ mm}$ bis 62 mm die richtige Wahl für ein Substitut des Rechtecks ist. Die nachfolgend vorgestellten Ergebnisse wurden mit $c_{\min,\text{sub}} = 50 \text{ mm}$ ermittelt ($_{\text{sub}} = \text{„to substitute“}$).

Wie sich zeigt, wäre ein etwas höheres $c_{\min,\text{sub}}$ noch treffender gewesen, offenbar ist $k = 1$ die bessere Wahl zu sein. Weitere diesbezügliche Geometriedaten des Versuchs und Auswertetabellen zum Vergleich können Anhang 6 entnommen werden. Die Nachrechnung selbst erfolgt unter Berücksichtigung des nichtlinearen Entfestigungsmodells und einer um 25% reduzierten Zugfestigkeit $f_{ct}(t)$ unter der kriecherzeugenden Dauerlast. Allerdings ist das Kriechen mit dem Kriechfaktor $\phi(t) = 2,5$ hier überbewertet. Diese Annahme trägt einer langsamen Rissentwicklung Rechnung, die durch Temperaturdifferenzen hervorgerufen wird und möglicherweise nichtlinear verläuft. Falkner selbst schreibt in [51], dass Zugkriechen in Wirklichkeit nicht festzustellen war. Die Aussage wird jedoch wahrscheinlich auf Beobachtungen bei abgeschlossener Rissbildung abgestellt, bei der der mitwirkende Beton in der Regel nicht einmal zu 60% der Ausgangszugfestigkeit bei der Erstrissbildung belastet wird.

Dehnungsentwicklung aus geometrisch-mechanischer Simulation über eine Einleitungslänge l_t für das Beispiel Versuch 2c von Falkner [51]

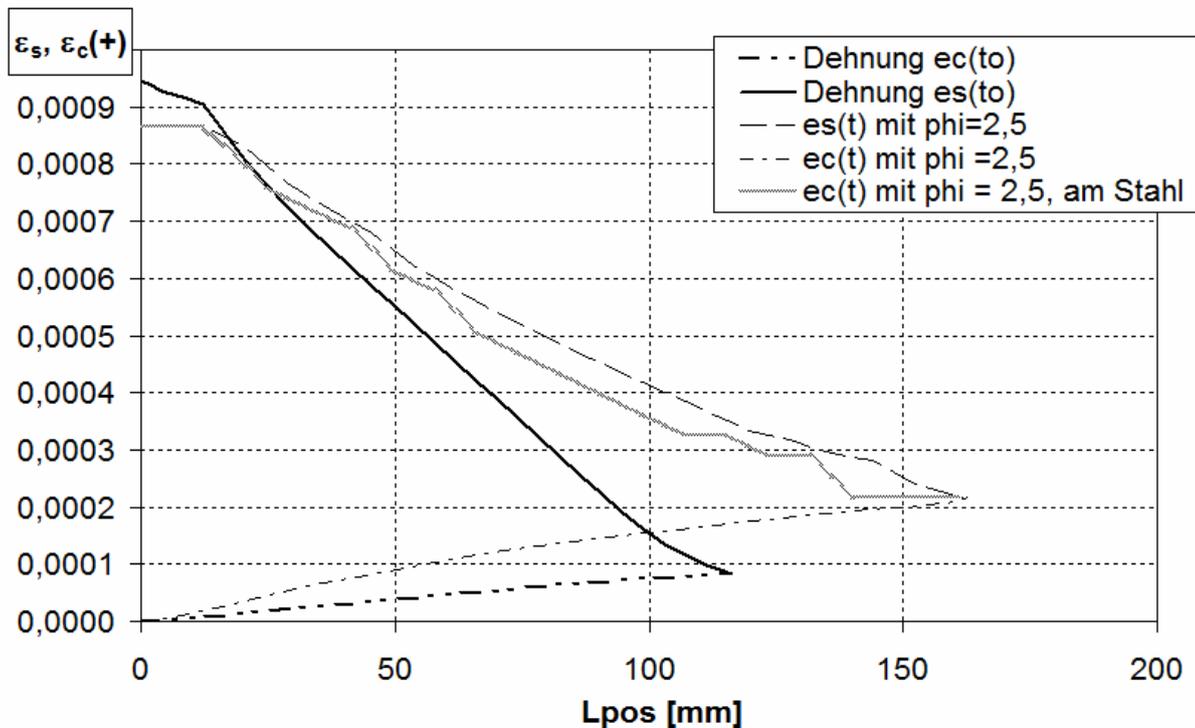


Bild A-4. 4: Dehnungsdiagramm über eine simulierte Einleitungslänge $l_{t,i}$ für die Nachrechnung des Versuchs 2c von Falkner

Der geringe Schlupf l_t Diagramm am Stahl führt zu einer sehr geringen Rissbreite an der Stahloberfläche im Inneren des Versuchskörpers. Allerdings hängt dieser Wert stark von der

realen Geometrie des Versuchskörpers ab. Verwendbar für einen direkten Vergleich ist hier nur die direkt hergeleitete Rissbreite aus den Dehnungsunterschieden im Bezugspunkt des nicht durch Verbundrisse beeinflussten Teils des idealisierten Kreisquerschnitts des Zugrings (in den Ergebnistabellen, Anhang 4 fett).

Die (sehr hypothetische) Kriechentwicklung unter Temperaturlast lässt zumindest in der Simulation theoretisch Rissabstände entstehen, die fast den Größenordnungen entsprechen, die im realen Versuch auftraten und in [51] abgebildet sind. Es wäre $s_r = 2 \cdot l_t$ hier mit $\sim 240 - 270$ mm (ohne Kriechen) und $\sim 330 - 370$ mm (mit Kriechen) zu finden, (siehe auch Bild A-6. 5). Mit einer etwas höher als 50 mm vorgewählten Ersatzbetondeckung $c_{\min, \text{sub}}$ wäre auch die Versuchsrisssbreite $w_m = 0,23$ mm in der Simulation zu erreichen gewesen.

11.4 Simulation kleiner Betondeckungen, $c_{\min} = 44 \text{ mm}$; $\phi 22 \rightarrow c/\phi = 2$

11.4.1 Simulation der Einzelrissbildung

Tabelle A-4. 8: Ergebnistabelle für die Einzelrissbildung in der Simulation eines Kurzzeitversuchs mit kurzen Einleitungslängen

Halber Riss		Auf volle Rissgröße extrapolierte Ergebnisse:		
Bruttozuwachs-Stahl	0,016 mm			
Nettolängenzuwachs	0,012 mm	Rissbreite:	0,024 mm=(wm,cal)	
	Netto bei	Position:=	15,5 mm von der Oberfläche	
Längenzuwachs-Beton in der Stahlumgebung:			0,012 mm	
		errechnet wm:	0,020 mm (MC 90)	
		errechnet lt:	76 mm	aus Simulation 81 mm
		re,max senkrecht=		24 mm
Kontrolle (nach Tue + MC 90)		errechnet wk=	0,025 mm	
		charakteristische Größen		
		errechnet wk=	0,038 mm	(mit Kriechen)
Mittlere Rissbreite an der Oberfläche:			0,026 mm	
Rissbreite an der Stahloberfläche:wm,s			0,007 mm	
		fb,mean=	3,69 N/mm ²	
		Faktor in kb*fct,eff=	1,64	

Tabelle A-4. 9: Ergebnistabelle für die Simulation der Einzelrissbildung bei kleinen bezogenen Betondeckungen unter Dauerlast

Halber Riss		Auf volle Rissgröße extrapolierte Ergebnisse:		
Bruttozuwachs-Stahl	0,043 mm			
Nettolängenzuwachs	0,027 mm	Rissbreite:	0,054 mm=(wm,cal)	
	Netto bei	Position:=	13,9 von der Oberfläche	
Längenzuwachs-Beton in der Stahlumgebung:			0,041 mm	
		errechnet wm	0,01810286 mm (MC 90)	
		errechnet lt:	120 mm	aus Simulation: 145 mm
		re,max senkrecht=		19 mm
Kontrolle (nach Tue + MC 90)		errechnet wk=	0,025 mm	Kurzzeit
		charakteristische Größen		
		errechnet wk=	0,038 mm	(mit Kriechen)
Mittlere Rissbreite an der Oberfläche:			0,059 mm	(Betondeckung)
Rissbreite an der Stahloberfläche:wm,s			0,005 mm	
		fb,mean=	1,95 N/mm ²	
		Faktor in kb*fct,eff=	1,16	

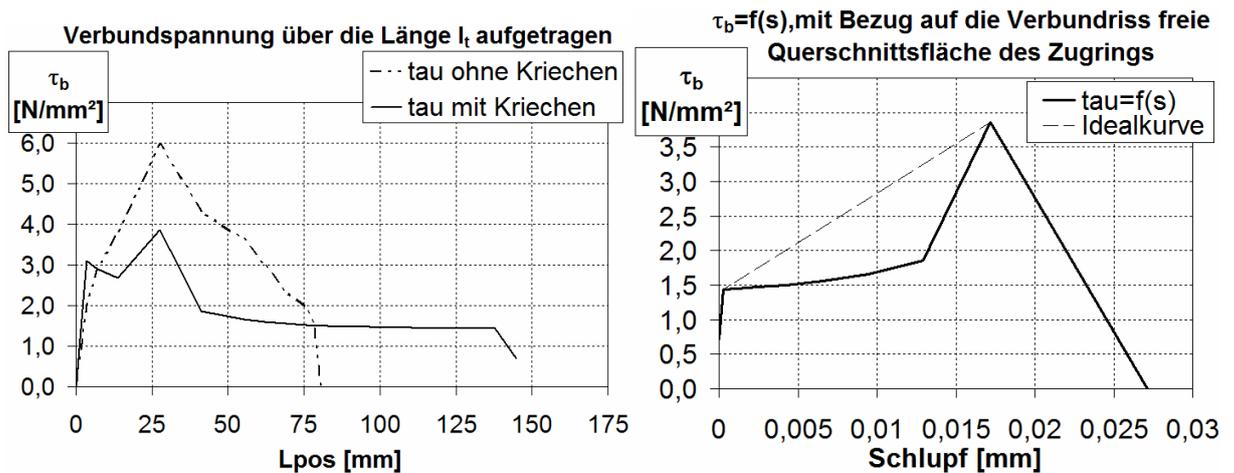


Bild A-4. 5: Verbundspannungsentwicklungen bei kurzen Verbundlängen (im Kurzzeitversuch $l_t = l_b = 4 \phi$)

11.4.2 Simulation einer abgeschlossenen Rissbildung

Ergebnistabelle für die Simulation eines Einleitungsbereiches in einem abgeschlossenen Rissbild durch eine Lasterhöhung gegenüber der Einzelrissspannung im Stahl von 200 N/mm².

Tabelle A-4. 10: Ergebnistabelle für eine abgeschlossene Rissbildung

Halber Riss:		Auf volle Rissgröße extrapolierte Ergebnisse:	
Bruttozuwachs-Stahl	0,055 mm	Rissbreite:	0,105 mm=(wm,cal)
Nettolängenzuwachs	0,053 mm	Netto bei Position:=	15 von der Oberfläche
Längenzuwachs-Beton in der Stahlunggebung:			0,015 mm
aus Simulation l_t =			55 mm
re,max senkrecht=			19 mm
Mittlere Rissbreite an der Oberfläche:			0,109 mm
Rissbreite an der Stahloberfläche:wm,s			0,080 mm
fb,mean=			4,19 N/mm ²
Faktor in $k_b \cdot f_{ct,eff}$ =			1,86
Kontrolle: Formeln für abgeschlossenes Rissbild			
A_{ceff} =	9498,5 mm ²	Belastung:	
A_s =	379,94 mm ²	σ_s =	233,9 N/mm ²
$eff\rho$ =	0,04 mm ²	$s_{rmaxlim}$ =	635,3 mm
s_{rmax} =	152,8 mm	$\sigma_{s1}=\sigma_{scr}$ =	33,9 N/mm ²
$esm-ecm1$ =	0,00102	α_e =	7,08
$esm-ecm2$ =	0,00045		
$esm-ecmmax$ =			
	0,00102		
$s_{rmax,choose}$ =			
	152,8 mm		
w_{max} =	0,155 mm		
w_{mean} =	0,124 mm		

Das Ergebnis ist u.a. vergleichbar mit Rissbildung im Bereich von Balkenbewehrung.

12 Anhang 5 – Parameterstudien und Daten für die Untersuchung des wirksamen Rissabstandes s_r und der auf Zug mitwirkenden Fläche $A_{c,eff}$

12.1 Argumente gegen die Abhängigkeit von ϕ/ρ_{eff}

Die folgenden Diagramme enthalten von Beeby in [11] zusammengestellte Daten zur Stützung einer Argumentation gegen eine Überbewertung des Einflusses von ϕ/ρ_{eff} für Rissabstand, charakteristische Rissbreite und die Eintragungslänge l_t . Anstelle des (wirksamen) Rissabstandes s_r bzw. $2l_t$ wird z. T. jedoch die abhängige Rissgröße w oder der Quotient w/ε eingeführt, der ebenfalls aus Messdaten gebildet werden kann. Dabei ist mit ε die „verschmierte“ Dehnung in Rissnähe gemeint, die in der Regel – je nach Versuchsaufbau – über Messlängen von 50 ... 200 mm aufgenommen wird. Diese Messlängen sind aufgrund des semi-probabilistischen Charakters der Rissbildung selten völlig identisch mit der Länge von $2l_{t,i}$ bzw. s_r .

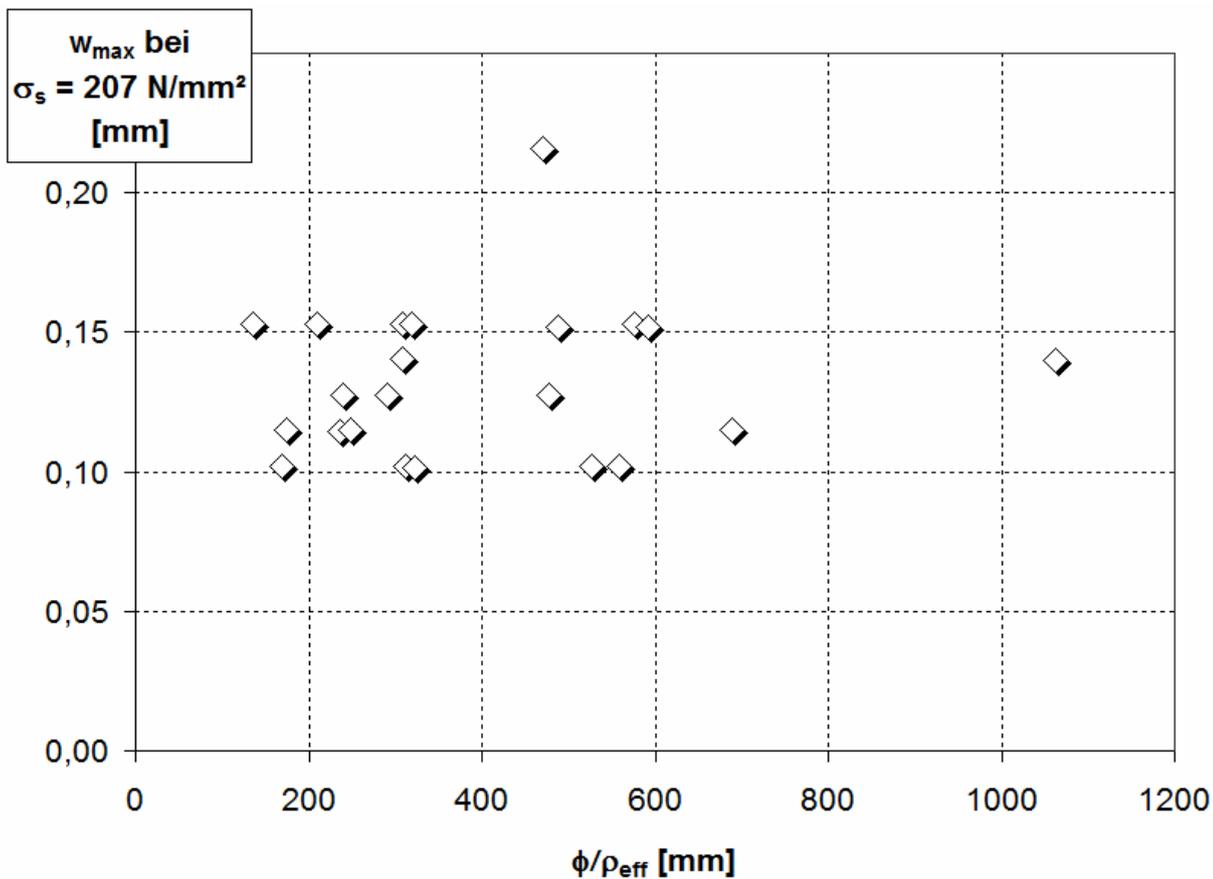


Bild A-5. 1: Ergebnisse von Hognestad, nach [11] aus [65] (Biegung ?)

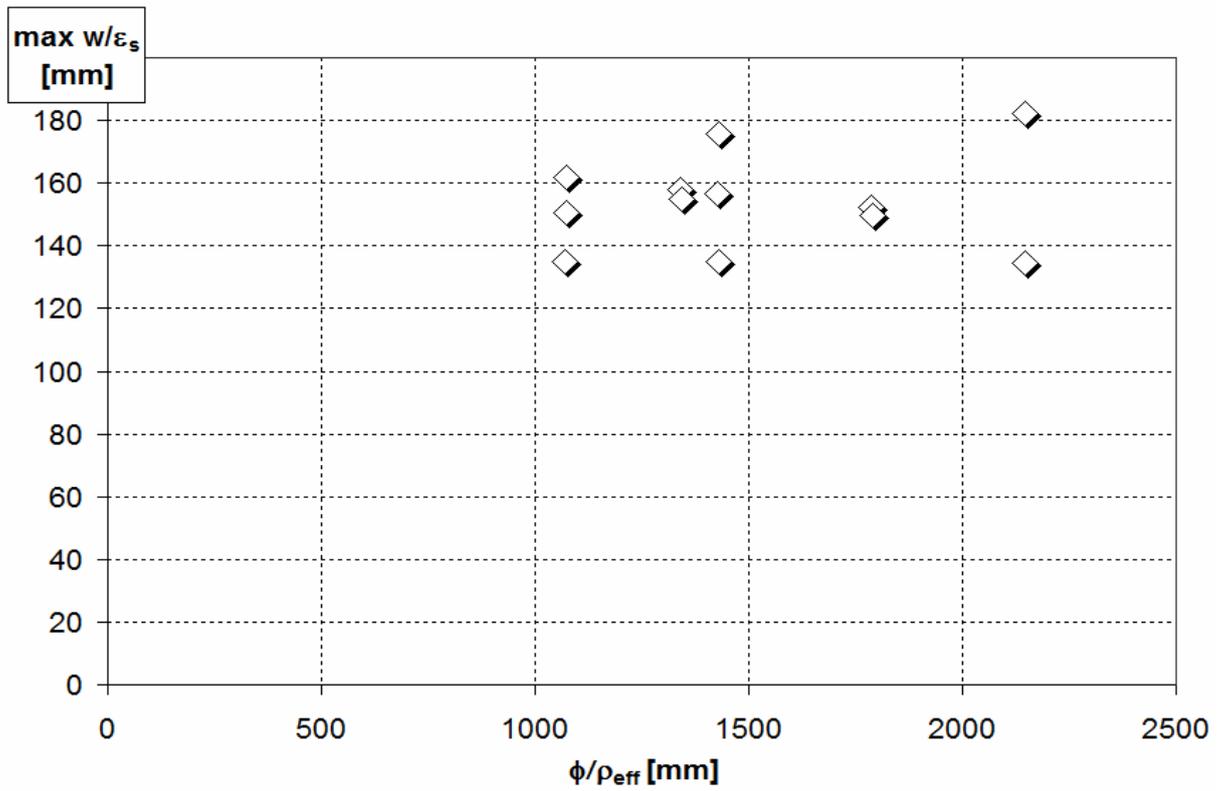


Bild A-5. 2: Ergebnisse von Jaccoud/ Francou/ Camara [69] (Zugkörper), nach [11]

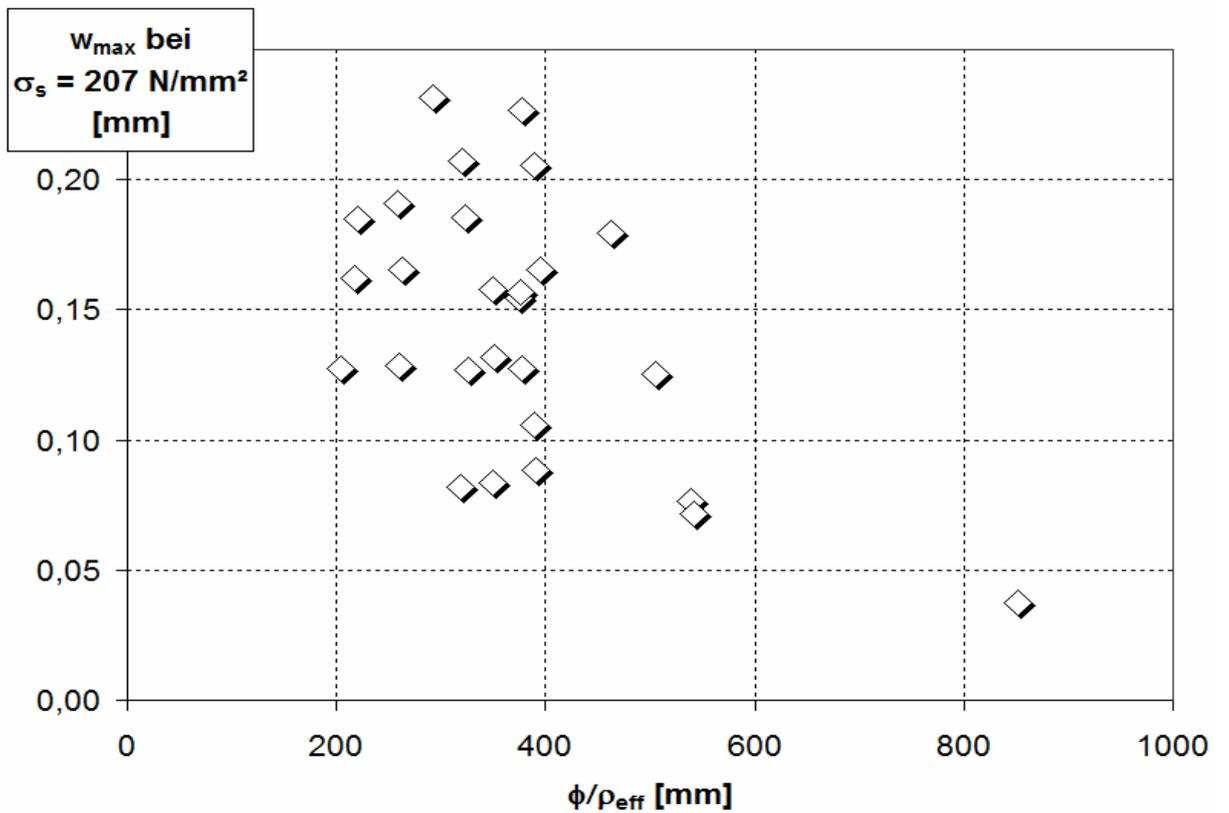


Bild A-5. 3: Ergebnisse von Clark [24], , nach [11]

12.2 Neuer Datensatz zur Überprüfung der Zweifel am Zusammenhang zwischen s_r und ϕ/ρ_{eff} und des Bildungsgesetzes für s_r nach MC 90/DIN 1045-1

In den nachfolgenden Tabellen werden die Quellen für die Daten genannt, die nachfolgend genauer bezeichnet werden und Einträgen im Literaturverzeichnis zuzuordnen sind.

- [Braam] ▶ Daten von Braam aus [16], Versuche mit gleicher Geometrie sind zusammengefasst und die jeweiligen Klassenmittel werden verwendet.
- [Beeby] ▶ Daten für Balken sind [10] entnommen, die Nummern entsprechen der lfd. Nr. in der Publikation [10], nicht jedoch der offiziellen Versuchsbezeichnung. Gleichartige Versuche sind dann zusammengefasst, wenn es aufgrund der Geometrieangaben opportun erschien. In diesen Fällen ist s_{rk} ein 95 % -Fraktile.
- [Wiese] ▶ Daten einer eigenen Nachrechnung im Rahmen des Versuchsprogramms [128] zur Verifizierung der Rissbreitenbeschränkung an Kreisquerschnitten. Die Daten zu ρ_{eff} sind abweichend mit $h_{c,\text{eff}} = (h - x^{\text{II}})/3$ berechnet worden.
- [Lubell/Collins] ▶ Daten aus [84]
- [Gilbert] ▶ Daten aus [57], hier die Daten aus Langzeitversuchen (Kriechen)
- [Alvarez/Marti] ▶ Daten aus [4]
- [Vogel/Schenkel] ▶ Daten aus [108]
- [Leonhardt/Rostasy] ▶ Daten aus [82]
- [Falkner] ▶ Daten aus [51]
- [Henning/Rostasy] ▶ Daten aus [63]
- [Haqqi] ▶ Daten aus [61], veröffentlicht in [11].
- [Bergner] ▶ Daten aus [14], Versuchskörper aus HPC
- [Jaccoud] ▶ Daten aus [69], veröffentlicht in [11]
- [Liebau] ▶ Daten aus [83]
- [Weiland] ▶ Daten aus einem Versuch an einer einfach bewehrten unverstärkten Vergleichsplatte C 20/25 aus einem bisher unveröffentlichten Versuchsprogramm im Rahmen des SFB 528 an der TU Dresden, Auswertung Silvio Weiland und Lars Eckfeldt

Tabelle A-5. 1: Datensatz (Teil 1) zur Verifizierung der Bedenken hinsichtlich des Zusammenhanges zwischen dem Rissabstand s_r und dem Quotienten ϕ/ρ_{eff}

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung Biegebauteile- Balken	Bau- teil- höhe h	Stat. Höhe d	Breite b	Beton cu (unt.)	deckg. cs (Seite)	Durch- messer ϕ	Stab- anz. n	d1	eff. Höhe $h_c, \text{eff} = 2,5d1$	lim $(h-xD)/2$	effekt. Zugzone Ac,eff	Bewehrung. As in Ac,eff	$\rho_{\text{eff}} = \frac{A_s}{A_c, \text{eff}}$	sr bzw. (w/ε) Mittel- wert	srf bzw. $(w/\varepsilon)_k$ (charakt. \leftrightarrow "max")	cal-Werte MC90 srm= $\phi/(4,5 \cdot \rho_{\text{eff}})$	cal-Werte DIN;MC90 srf= $\phi/(3,6 \cdot \rho_{\text{eff}})$
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]		[mm]	[mm]	[mm]	[mm ²]	[mm ²]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
1	[Beeby] Balken 51	400	333	89	35	13	22	4	67	167,5	100,0	8900	1520	0,1708	38	71	29	36
2	[Beeby] Balken 100	400	356	89	35	13	22	4	44	110,0	100,0	8900	1520	0,1708	57	101	29	36
3	[Beeby] Balken 54	406	333	159	35	13	13	12	73	182,5	101,5	16139	1061 h	0,0658	50	94	44	55
4	[Beeby] Balken 103	406	365	159	35	13	13	6	41	102,5	101,5	16139	796	0,0493	50	99	59	73
5	[Beeby] Balken 61, 62	378	333	203	13	35	22	4	45	112,5	94,5	19184	1520	0,0792	69	118	62	77
6	[Beeby] Balken 66	400	333	203	13	17	22	4	67	167,5	100,0	20300	1520	0,0749	43	75	65	82
7	[Leonhardt/Rostasy] Steg TA10	440	375	160	26	20	24	6	65	162,5	110,0	17600	2713	0,1541	74	155	35	43
8	[Leonhardt/Rostasy] Steg M4	440	375	160	26	20	24	6	65	162,5	110,0	17600	2713	0,1541	75	144	35	43
9	[Leonhardt/Rostasy] Steg M1	440	375	160	26	20	24	6	65	162,5	110,0	17600	2713	0,1541	77	117	35	43
10	[Leonhardt/Rostasy] Steg M3	440	375	160	26	20	24	6	65	162,5	110,0	17600	2713	0,1541	80	115	35	43
11	[Leonhardt/Rostasy] Steg M2	440	375	160	26	20	24	6	65	162,5	110,0	17600	2713	0,1541	90	132	35	43
12	[Beeby] Balken 41, 42	384	333	203	19	19	22	4	51	127,5	96,0	19488	1520	0,0780	53	98	63	78
13	[Beeby] Balken 134, 135, 136, 137, 138	760	724	127	25	25	22	2	36	90,0	190,0	11430	760	0,0665	52	98	74	92
14	[Braam] Balken 7, 8, 9, 10, 11, 12	800	766	150	26	26	16	3	34	85,0	200,0	12750	603	0,0473	69		75	94
15	[Beeby] Balken 52, 101	400	356	140	35	38	22	4	44	110,0	100,0	14000	1520	0,1086	78	137	45	56
16	[Beeby] Balken 82, 88	406	333	203	35	35	13	9	73	182,5	101,5	20605	796 h	0,0386	65	120	75	93
17	[Beeby] Balken 27, 28, 29, 30, 33, 35, 36, 55, 87	406	333	203	35	35	13	12	73	182,5	101,5	20605	1061 h	0,0515	61	108	56	70
18	[Beeby] Balken 53	400	333	197	35	67	22	4	67	167,5	100,0	19700	1520	0,0771	123	214	63	79
19	[Beeby] Balken 102	400	356	197	35	70	22	4	46 d)	115,0	100,0	19700	1520	0,0771	116	208	63	79

Tabelle A-5. 2: Datensatz (Teil 2) zur Verifizierung der Bedenken hinsichtlich des Zusammenhanges zwischen dem Rissabstand s_r und dem Quotienten ϕ/ρ_{eff}

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung Balken	Biegebauteile- höhe h	Stat. Höhe d	Breite b	Beton cu (unt.) (Seite)	deckg. cs (Seite)	Durch- messer ϕ	Stab- anz. n	d1	eff. Höhe $h_{c, \text{eff}} = 2,5d1$	lim $h_{c, \text{eff}}$ (h-xD)/2	effekt. Zugzone Ac, eff	Bewehrung. As in Ac, eff	$\rho_{\text{eff}} = \frac{A_s}{A_c, \text{eff}}$	sr bzw. (w/ε) Mittelwert	srk bzw. (w/ε)k (charakt. ↔ "max")	cal-Werte MC90 sr = $\phi/(4,5, \rho_{\text{eff}})$	cal-Werte DIN; MC90 sr = $\phi/(3,6, \rho_{\text{eff}})$
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]		[mm]	[mm]	[mm]	[mm ²]	[mm ²]		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
20	[Beeby] Balken 15, 16, 17, 18, 22, 43, 44, 70, 71, 72, 73, 74, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99	400	333	203	35	35	22	4	67	167,5	100,0	20300	1520	0,0749	73	126	65	82
21	[Beeby] Balken 67	400	333	203	35	40	22	4	67	167,5	100,0	20300	1520	0,0749	80	144	65	82
22	[Beeby] Balken 59, 60	410	333	203	44	35	22	4	77	192,5	102,5	20808	1520	0,0730	76	128	67	84
23	[Beeby] Balken 56	406	333	248	35	57	13	12	73	182,5	101,5	25172	1061 h)	0,0422	123	194	69	86
24	[Braam] Balken 1, 2, 3, 4, 5, 6	800	730	150	30	30	20	4	70	175,0	200,0	26250	1256	0,0478	78		93	116
25	[Beeby] Balken 57, 58	435	333	203	70	35	22	4	102	255,0	108,8	22076	1520	0,0688	75	134	71	89
26	[Beeby] Balken 83, 89	406	333	203	35	35	13	6	73	182,5	101,5	20605	796	0,0386	73	145	75	93
27	[Beeby] Balken 104	406	365	203	35	35	13	6	41	102,5	101,5	20605	796	0,0386	117		75	93
28	[Beeby] Balken 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12	384	333	203	35	35	32	2	51	127,5	96,0	19488	1608	0,0825	73	122	86	108
29	[Beeby] Balken 86	406	333	203	35	35	16	4	73	182,5	101,5	20605	804	0,0390	81	141	91	114
30	[Beeby] Balken 105	406	365	248	35	57	13	6	41	102,5	101,5	25172	796	0,0316	110	192	91	114
31	[Beeby] Balken 68	400	333	203	41	83	22	4	67	167,5	100,0	20300	1520	0,0749	155	251	65	82
32	[Beeby] Balken 85, 106, 107, 110, 111, 114, 115, 118, 119, 122, 123, 126, 127, 130, 131, 132, 133	391	346	178	35	35	19	2	45	112,5	97,8	17400	567	0,0326	88	151	130	162
33	[Braam] Balken 13	800	750	300	40	40	20	4	50	125,0	200,0	37500	1256	0,0335	98		133	166
34	[Braam] Balken 14, 15	800	756	300	36	36	16	3	44	110,0	200,0	33000	603	0,0183	126		195	243
35	[Wiese] Betonpfahl P3	600		600	69	43	20		79 f)					0,0236 s)	187	320	188	235
36	[Wiese] Betonpfahl P2	600		600	69	57	20		79 f)					0,0220 s)	204	320	202	252
37	[Wiese] Betonpfahl P1	600		600	69	86	20		79 f)					0,0160 s)	256	440	277	347

Tabelle A-5. 3: Datensatz (Teil 3) zur Verifizierung der Bedenken hinsichtlich des Zusammenhanges zwischen dem Rissabstand s_r und dem Quotienten ϕ/ρ_{eff}

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung Biegebauteile-langsame Rissentwicklung, Platten	Bauteil- höhe h [mm]	Stat. Höhe d [mm]	Breite b [mm]	Beton cu (unt.) [mm]	deckg. cs (Seite) [mm]	Durch- messer ϕ [mm]	Stab- anz. n	d1 [mm]	eff. Höhe $h_{c, \text{eff}} = 2,5d1$ [mm]	lim $h_{c, \text{eff}}$ (h-xl)/2 [mm]	effekt. Zugzone Ac, eff [mm ²]	Bewehr- As in Ac, eff [mm ²]	$\rho_{\text{eff}} =$ As/Ac, eff	sr bzw. (w/ε) Mittel- wert [mm]	srk bzw. (w/ε)k (charakt. ↔ "max") [mm]	cal-Werte MC90 srm= $\phi/(4,5 \cdot \rho_{\text{eff}})$ [mm]	cal-Werte DIN, MC90 srk= $\phi/(3,6 \cdot \rho_{\text{eff}})$ [mm]
38	[Weiland] Platte 1, unverstärkt	100	81	600	15	71	8	4	19,0	47,5	25,0	15000	201	0,0134	116		133	166
39	[Gilbert] Platte S3-a	161	130	400	25	40	12	4	31,0	77,5	40,3	16100	452	0,0281	111		95	119
40	[Gilbert] Platte S3-b	161	130	400	25	40	12	4	31,0	77,5	40,3	16100	452	0,0281	128		95	119
41	[Liebau] Platte IIIa11, IIIa12	150	134	1200	10	94	12	6	16,0	40,0	37,5	45000	678	0,0151	135	235	177	221
42	[Leonhardt/Rostasy] Platte M6 u	275	250	760	20	44	12	16	25,0	62,5	68,8	47500	904	0,0190	117	152	140	175
43	[Leonhardt/Rostasy] Platte M6 o	275	250	760	20	44	12	16	25,0	62,5	68,8	47500	904	0,0190	127	190	140	175
44	[Avarez/Martí] Platte ZP2 unten	240	208	1000	25	43	14	10	32,0	80,0	60,0	60000	1539	0,0256	111	190	121	152
45	[Gilbert] Balken B3-a	333	300	250	25	25	16	3	33,0	82,5	83,3	20625	603	0,0292	130		122	152
46	[Gilbert] Balken B3-c	333	300	250	25	25	16	3	33,0	82,5	83,3	20625	603	0,0292	133		122	152
47	[Gilbert] Platte S2-b	161	130	400	25	40	12	3	31,0	77,5	40,3	16100	339	0,0211	95		127	158
48	[Gilbert] Platte S2-a	161	130	400	25	40	12	3	31,0	77,5	40,3	16100	339	0,0211	97		127	158
49	[Leonhardt/Rostasy] Platte M5 o	275	250	760	20	44	10,5	16	25,0	62,5	68,8	47500	692	0,0146	104	190	160	200
50	[Leonhardt/Rostasy] Platte M5 u	275	250	760	20	44	10,5	16	25,0	62,5	68,8	47500	692	0,0146	122	190	160	200
51	[Avarez/Martí] Platte ZP2 oben	240	211	1000	25	44	12	10	29,0	72,5	60,0	60000	1130	0,0188	111	214	142	177
52	[Avarez/Martí] Platte ZP1 oben	240	207	1000	25	44	12	10	33,0	82,5	60,0	60000	1130	0,0188	130	215	142	177
53	[Avarez/Martí] Platte ZP1 unten	240	210	1000	25	45	10	10	30,0	75,0	60,0	60000	785	0,0131	128	240	170	212
54	[Avarez/Martí] Platte ZP3 unten	240	210	1000	25	45	10	10	30,0	75,0	60,0	60000	785	0,0131	144	200	170	212
55	[Gilbert] Balken B2-a	333	300	250	25	25	16	2	33,0	82,5	83,3	20625	402	0,0195	129		182	228

Tabelle A-5. 4: Datensatz (Teil 4) - zusätzlich Fußnoten für die Tabelle A-5. 1 bis Tabelle A-5. 6

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung Biegebauteile- langsame Rissentwicklung, Platten	Bau- teil- höhe h [mm]	Stat. Höhe d [mm]	Breite b [mm]	Beton cu (unt.) (Seite) [mm]	Durch- messer ϕ [mm]	Stab- anz. n	d1 [mm]	eff. Höhe $h_{c,eff} = 2,5d1$ [mm]	lim $h_{c,eff} (h-x)/2$ [mm]	effekt. Zugzone $A_{c,eff}$ [mm ²]	Bewehrung. A_s in $A_{c,eff}$ [mm ²]	$\rho_{eff} = \frac{A_s}{A_{c,eff}}$	sr bzw. (w/ε) Mittelwert [mm]	srk bzw. (w/ε)k (charakt. \leftrightarrow "max") [mm]	cal-Werte MC90 srm= $\phi(4,5,\rho_{eff})$ [mm]	cal-Werte DIN;MC90 srk= $\phi(3,6,\rho_{eff})$ [mm]
56	[Gilbert] Balken B2-b	333	300	250	25	25	16	33	82,5	83,3	20625	402	0,0195	181	318	182	228
57	[Kuchma (Lubell/ Collins)] Balken SE 100 A,B-45	1000	920	295	35	35	30	80	200,0	250,0	59000	2826	0,0479	146	318	139	174
58	[Gilbert] Platte S1-b	161	130	400	25	40	12	31	77,5	40,3	16100	226	0,0140	115		190	237
59	[Gilbert] Platte S1-a	161	130	400	25	40	12	31	77,5	40,3	16100	226	0,0140	121		190	237
60	[Alvarez/Martí] Platte ZP3 oben	240	210	1000	25	46	8	10	30	60,0	60000	502	0,0084	133	285	212	265
61	[Gilbert] Balken B1-a	348	300	250	40	40	16	2	48	120,0	21750	402	0,0185	165		192	241
62	[Gilbert] Balken B1-b	348	300	250	40	40	16	2	48	120,0	21750	402	0,0185	194		192	241
63	[Vogel/Schenkel] Platte C30	400	362	600	30	67	16	4	38	95,0	57000	804	0,0141	131		252	315
64	[Lubell/Collins] Balken AT-1	1006	914	2009	70	70	30	20	91	228,6	459257	14130	0,0308	262	438	217	271
65	[Leonhardt/Rostasy] Pb M3 oben	80	80	960	35	35	10	8	40	80 g)	76800	628	0,0082	149	270	272	340
66	[Leonhardt/Rostasy] Pb M4 oben	80	80	960	35	35	10	8	40	80 g)	76800	628	0,0082	166	270	272	340
67	[Leonhardt/Rostasy] Pb M1 oben	80	80	960	35	115	10	4	40	80 g)	76800	314	0,0041	294	426	544	679
68	[Leonhardt/Rostasy] Pb M2 oben	80	80	960	35	115	10	4	40	80 g)	76800	314	0,0041	349	466	544	679

Zuordnung zu Platten aus formalen Gründen - aus mechanischer Sicht handelt es sich um zugbeanspruchte Bauteilabschnitte ----> die Nachrechnung mit EC 2 erfolgt als auf Zug beansprucht

- a) Zusammengesetzter Durchmesser aus 14 + 12 ----> 13,4; 10+12 ----> 11,2; 14+16 ----> 15,4 mm
- b) $\phi = 10,5$ mm ist die originale Durchmesserangabe.
- c) Bei 4 Stäben im Zugglied bei $h/d \neq 1$; hct ist die Hälfte der größeren der verfügbaren beiden Längen, dies führt zu Veränderungen beim Grenzwert $hct/2$ und bei $A_{c,eff}$ - die ehemalige Höhe wird jetzt beff. An Act ändert sich nichts.
- d) d1 hier nicht (h-d), sondern $cu + \phi/2$
- e) Lt. Dokumentation - [Bergner] Heft 482 des DAfStb
- f) Aus 55 mm Betondeckung + 14 mm Bügel + 20/2 mm ($\phi/2$)
- g) Die ganze Platte wird durch die Bewehrung angesprochen $h_{gesamt} = 2*d1$; Es gibt keine separate Bewehrungslage für bestimmte Seiten. Das beeinflusst auch den maximal möglichen Grenzwert.
- h) Die oberste der drei Bewehrungslagen ist ineffektiv und hat nicht die gleiche Wirksamkeit wie die unteren zwei.
- i) Anzahl durch 2, da die Stabanzahl beide Bauteilseiten einbezieht
- s) Der effektive Bewehrungsgrad beruht auf der Grenze (h-XII) 3 und wurde in eigenen Untersuchungen zu dem Forschungsthema "Rissverhalten von Kreisquerschnitten" Aceff wird durch diese Grenze $h_{c,eff,lim}$ abgegrenzt.

Tabelle A-5. 5: Datensatz (Teil 5) zur Verifizierung der Bedenken hinsichtlich des Zusammenhanges zwischen dem Rissabstand s_r und dem Quotienten ϕ/ρ_{eff}

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung zugbeanspruchte Bauteile	Bau- teil- höhe h	Stat. Höhe d	Breite b	Beton cu (unt.)	deckg. cs (Seite)	Durch- messer ϕ	Stab- anz. n	d1	eff. Höhe hc, eff= 2,5d1	lim hct/2	effekt. Zugzone Ac, eff	Bewehrung. As in Ac, eff	$\rho_{\text{eff}} =$ $\frac{A_s}{A_c, \text{eff}}$	sr bzw. (w/ε) Mittel- wert	srf bzw. (w/ε)k (charakt. ↔ "max")	cal-Werte MC90 srm= $\phi/(4,5 \cdot \rho_{\text{eff}})$	cal-Werte DIN; MC90 srf= $\phi/(3,6 \cdot \rho_{\text{eff}})$
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]		[mm]	[mm]	[mm]	[mm ²]	[mm ²]		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
69	[Falkner] 1a	170		350	20	20	4	24	22	55,0	85,0	19250	151	0,0078	144	263	114	142
70	[Falkner] 2a	170		350	20	20	6	16	23	57,5	85,0	20125	226	0,0112	109	194	119	148
71	[Falkner] 3a	170		350	20	20	8	12	24	60,0	85,0	21000	301	0,0144	110	151	124	155
72	[Bergner] III.10	200		200	36	36	15,4 a)	8	60 e)	150,0	100,0	20000	745	0,0372	142	167	92	115
73	[Henning/Rostasy]	1000		160	30	30	12	6	36	90,0	500,0	14400	339	0,0236	109	283	113	142
74	[Bergner] III.12	200		200	38	38	13,2 a)	8	60 e)	150,0	100,0	20000	547	0,0274	117	144	107	134
75	[Falkner] 1b	170		350	20	20	6	10	23	57,5	85,0	20125	141	0,0070	166	235	190	237
76	[Haqqi] D3	200		400	30	30	16	8	38	95,0	100,0	38000	804	0,0212	88		168	210
77	[Bergner] III.4, III.6	200		200	32	32	16	4	40 e)	100,0	100,0	20000	402	0,0201	139	167	177	221
78	[Bergner] III.15	200		400	34	34	16	8	60 e)	150,0	100,0	40000	804	0,0201	115	143	177	221
79	[Haqqi] C5	200		400	30	30	20	6	40	100,0	100,0	40000	942	0,0236	100		189	236
80	[Bergner] III.3, III.8	200		200	33	33	14	4	40	100,0	100,0	20000	308	0,0154	115	149	202	253
81	[Haqqi] D2	200		400	30	30	12	8	36	90,0	100,0	36000	452	0,0126	109		212	265
82	[Falkner] 3c	170		350	20	20	14	4 c)	27	67,5	175 c)	11475	308	0,0268	186	300	116	145
83	[Haqqi] C4	200		400	30	30	16	6	38	95,0	100,0	38000	603	0,0159	134		224	280
84	[Jaccoud] B14, B24, B27	150		450	26	26	10	8	31	77,5	75,0	33750	314	0,0093	149		239	299
85	[Bergner] III.1, III.5	200		200	34	34	12	4	40	100,0	100,0	20000	226	0,0113	138	169	236	295
86	[Falkner] 2c	170		350	20	20	12	4 c)	26	65,0	175 c)	11050	226	0,0205	248	346	130	163
87	[Haqqi] D1	200		400	30	30	10	8	35	87,5	100,0	35000	314	0,0090	94		248	310
88	[Bergner] III.14	200		400	38	38	12	8	60 e)	150,0	100,0	40000	452	0,0113	136	194	236	295
89	[Bergner] III.13	200		400	40	40	11,2 a)	8	60 e)	150,0	100,0	40000	394	0,0098	120	147	253	316

Tabelle A-5. 6: Datensatz (Teil 6) zur Verifizierung der Bedenken hinsichtlich des Zusammenhanges zwischen dem Rissabstand s_r und dem Quotienten ϕ/ρ_{eff}

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung zugbeanspruchte Bauteile	Bau- teil- höhe h	Stat. Höhe d	Breite b	Beton cu (unt.) (Seite)	Deckg. cs (Seite)	Durch- messer ϕ	Stab- anz. n	d1	eff. Höhe hc,eff =2,5d1	lim hc,eff hct/2	effekt. Zugzone Ac,eff	Bewehrung. As in Ac,eff	$\rho_{\text{eff}} =$ As Ac,eff	sr bzw. (w/ε) Mittel- wert	srk bzw. (w/ε)k (charakt. ↔ "max")	cal-Werte MC90 srk= $\phi/(4,5\rho_{\text{eff}})$	cal-Werte DIN;MC90 srk= $\phi/(3,6\rho_{\text{eff}})$
		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm ²]	[mm ²]		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]
90	[Haqqi] A4	200		400	30	30	20	4 c)	40	100,0	200 c)	20000	628	0,0314	123		142	177
91	[Haqqi] C3	200		400	30	30	12	6	36	90,0	100,0	36000	339	0,0094	127		283	354
92	[Falkner] 1c	170		350	20	20	10	4 c)	25	62,5	175 c)	10625	157	0,0148	297	345	150	188
93	[Jaccoud] B12, B22	150		450	26	26	8	8	30	75,0	75,0	33750	201	0,0060	156		299	373
94	[Bergner] III.11	200		200	35	35	10	4	40	100,0	100,0	20000	157	0,0079	178	202	283	354
95	[Bergner] III.17	200		800	40	40	20	8	75 e)	187,5	100,0	80000	1256	0,0157	127	177	283	354
96	[Jaccoud] B13	150		450	26	26	10	6	31	77,5	75,0	33750	236	0,0070	135		318	398
97	[Alvarez/Martí] Z3	220		1000	38	30	14	14	45	112,5	110,0	110000	1077	0,0098	136	159	318	397
98	[Alvarez/Martí] Z2	220		1000	38	30	14	14	45	112,5	110,0	110000	1077	0,0098	152	187	318	397
99	[Alvarez/Martí] Z5	220		1000	38	30	14	14	45	112,5	110,0	110000	1077	0,0098	154	256	318	397
100	[Alvarez/Martí] Z1	220		1000	38	30	14	14	45	112,5	110,0	110000	1077	0,0098	186	207	318	397
101	[Alvarez/Martí] Z4	220		1000	38	30	14	14	45	112,5	110,0	110000	1077	0,0098	199	254	318	397
102	[Haqqi] C2	200		400	30	30	10	6	35	87,5	100,0	35000	236	0,0067	91		330	413
103	[Haqqi] A3, B2	250		400	30	30	16	4 c)	38	95,0	200 c)	23750	402	0,0169	119		210	263
104	[Jaccoud] B11	150		450	26	26	8	6	30	75,0	75,0	33750	151	0,0045	152		398	498
105	[Haqqi] C1	200		400	30	30	8	6	34	85,0	100,0	34000	151	0,0044	99		401	501
106	[Haqqi] A2	200		400	30	30	12	4 c)	36	90,0	200 c)	18000	226	0,0126	137		212	265
107	[Haqqi] B3	300		400	40	40	16	4 c)	48	120,0	200 c)	36000	402	0,0112	144		318	398
108	[Alvarez/Martí] Z8	220		1000	38	43	14	10	45	112,5	110,0	110000	769	0,0070	171	205	445	556
109	[Jaccoud] B17, B25	150		450	26	26	10	4 c)	31	77,5	225 c)	11625	157	0,0135	158		165	206
110	[Bergner] III.18	200		800	40	40	25	4 c)	53	131,3	400 c)	26250	981	0,0374	173	231	149	186
111	[Haqqi] A1	200		400	30	30	10	4 c)	35	87,5	200 c)	17500	157	0,0090	140		248	310
112	[Bergner] III.16	200		800	40	40	20	4 c)	50	125,0	400 c)	25000	628	0,0251	148	214	177	221

Die vorgenannten Daten wurden den angegebenen Dokumentationen entnommen. In einigen Fällen war eine Erzeugung und Auswertung von digitalisierten Fotos und digitalisierten, maßstäblichen Abbildungen von Messdaten notwendig. Dies war deshalb möglich, weil das Hauptaugenmerk auf der Feststellung von Rissabständen und Einleitungslängen s_{rm} , $s_{r,eff}$, $l_{t,i}$ und s_{rk} anstelle von w/ε lag. Hierfür liegt in den Dokumentationen in Abhängigkeit der Größe der Abbildungen eine ausreichend große Messbasis vor. Die Daten für die Kalibrierung der Digitalisierungen ergeben sich aus den in den Dokumentationen angegebenen Versuchskörperabmessungen. Konzentriert man den Modellvergleich auf den diskutierten Rissabstand, erschließen sich durch die gewonnenen Daten neue Vergleichsmöglichkeiten, die auf die Beurteilung der Modellqualität zur Berechnung von Rissbreiten übertragbar sind.

Die Werte k der Vorfaktoren nach Gleichung (A-5.1) für s_{rm} , eignen sich gut, zu zeigen, dass der Datensatz ähnlich einer annähernd normal verteilten Stichprobe verwendet und untersucht werden kann. Zu diesem Zweck sind die Originaldaten der Reziproken k der Vorfaktoren von ρ_{eff} (wie 4,5 in Gleichung (5. 28)) mit normal verteilten Zufallswerten zwischen 0 und dem Höchstwert überlagert worden. Leichte Widersprüche sind auf den Bereich kleiner Werte beschränkt. Ebenso sind eine Menge kleinere Werte vorhanden als erwartet (Bereich großer Faktoren). Für einen ersten Vergleich

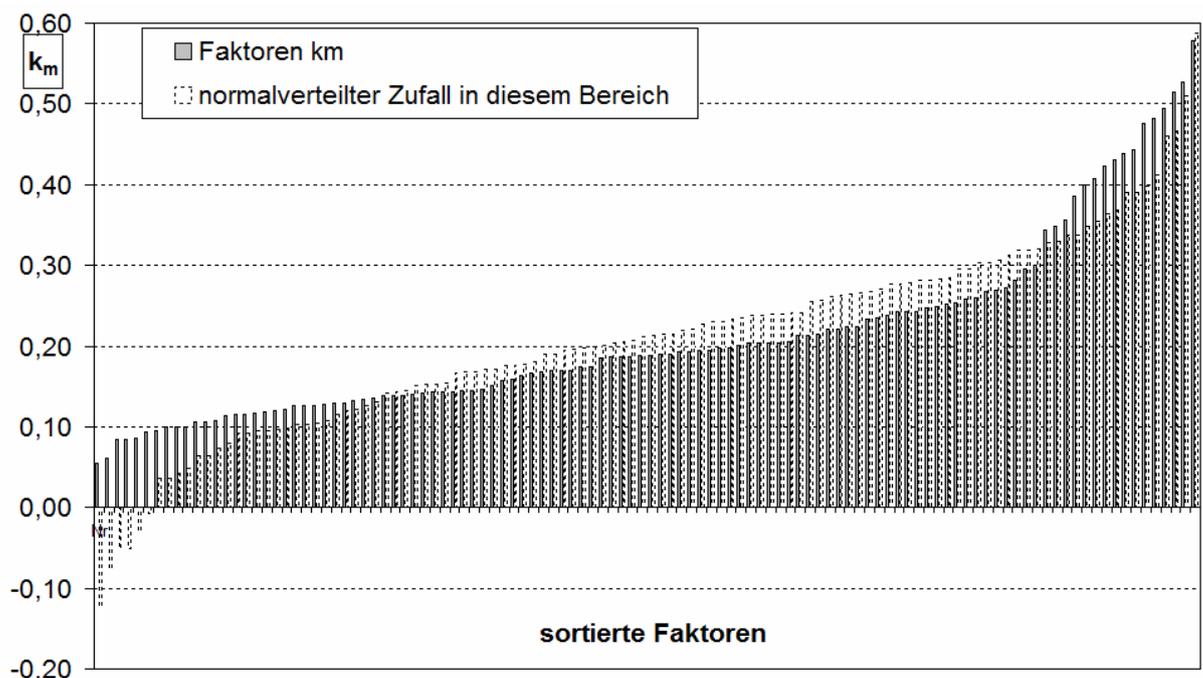


Bild A-5. 4: Der Größe nach sortierte Faktoren $k_m = \frac{s_{rm} \cdot \rho_{eff}}{\phi}$ (A-5. 1)

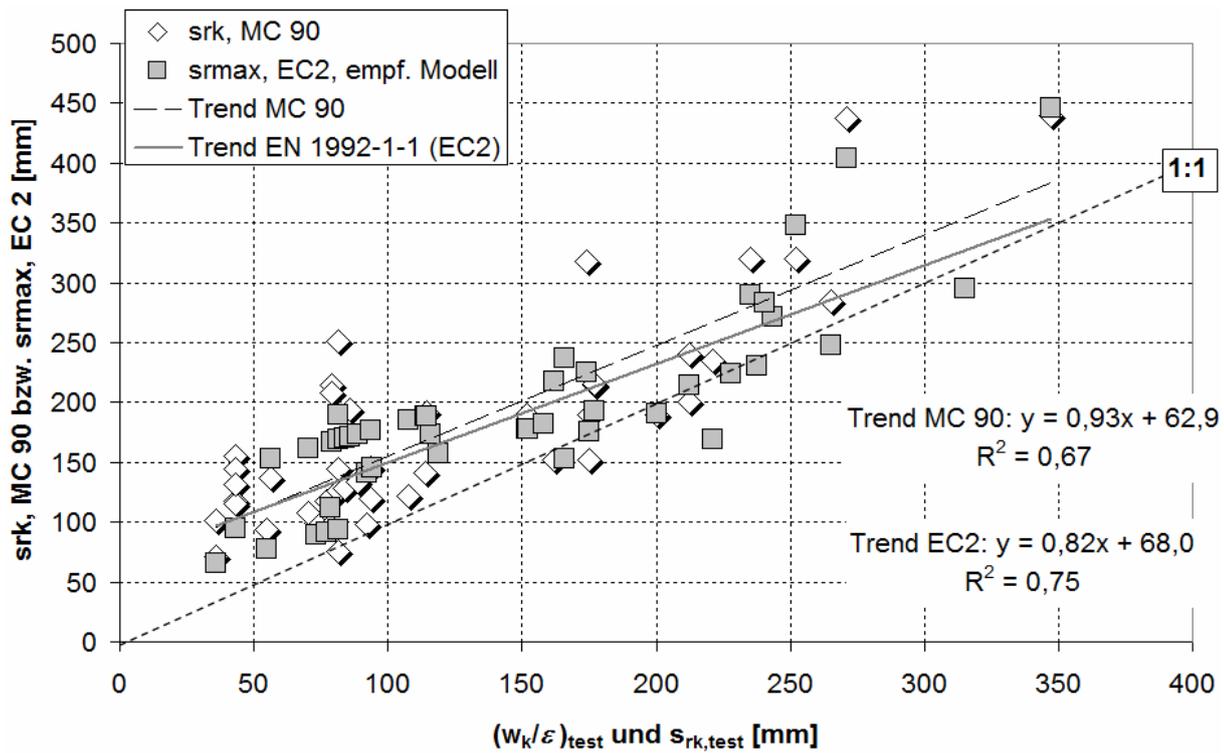


Bild A-5. 5: Vergleich zwischen $s_{rk(DIN)}$ und $s_{rmax(EN)}$ für Biegung

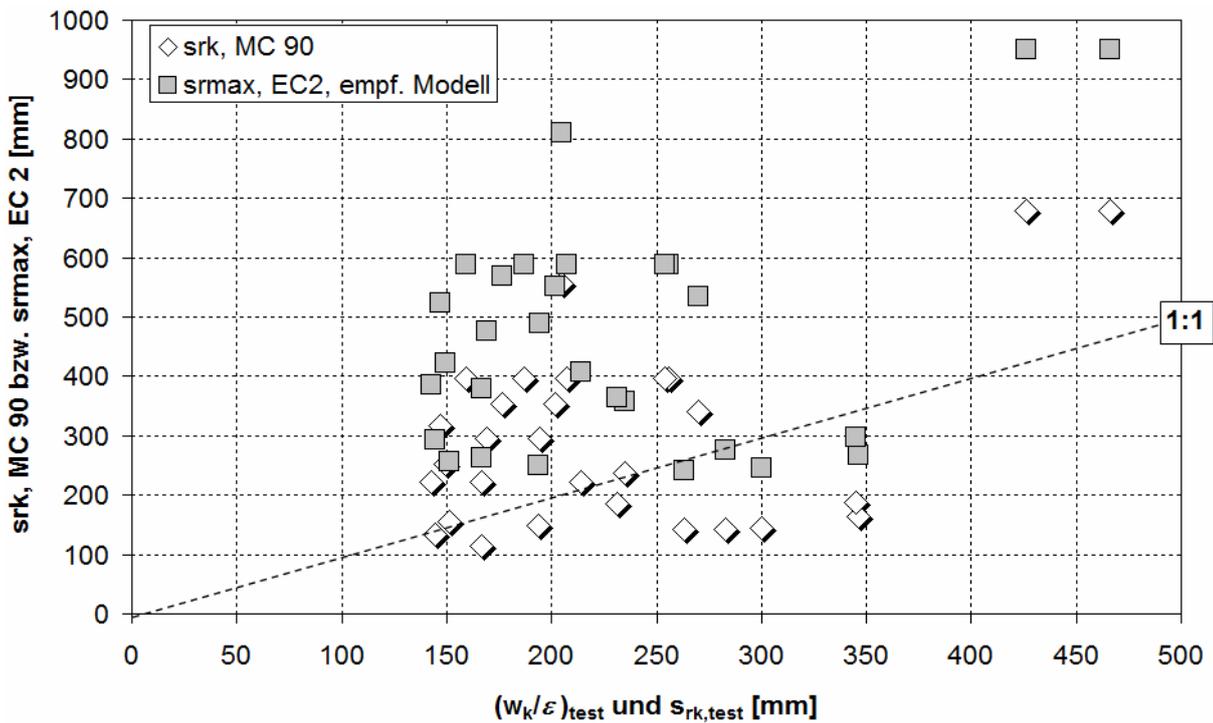


Bild A-5. 6: Vergleich zwischen $s_{rk(DIN)}$ und $s_{rmax(EN)}$ für reine Zugbeanspruchung

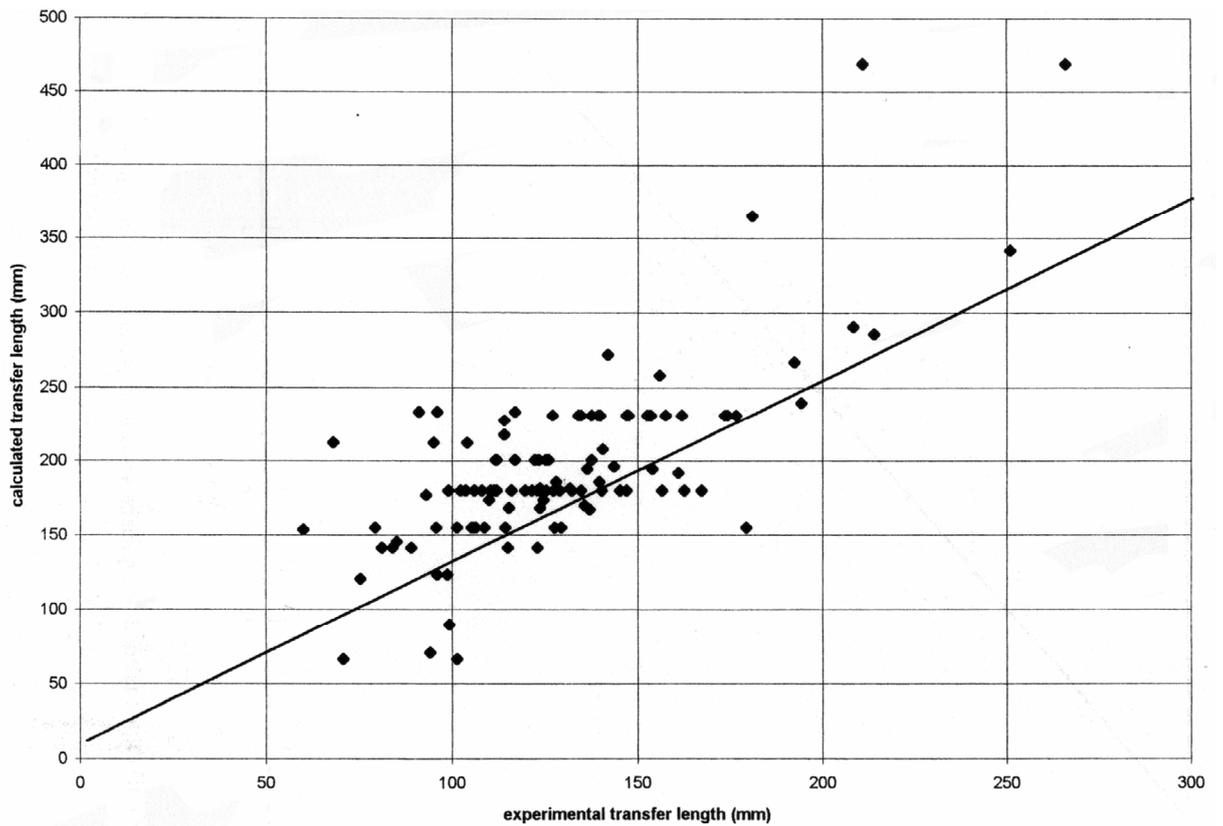


Bild A-5. 7: Die Ergebnisse von Beeby zum Vergleich. (entnommen [10])

Hier dargestellt mit l_t anstelle $s_r = 2 \cdot l_t$, daher sind die Ablesungen aus diesem Diagramm für den Vergleich mit Versuchs- oder Rechenwerten des Rissabstands zu verdoppeln.

12.3 Parameterstudien zur Ermittlung des Rissabstandes s_r nach Gleichung (5. 49 ff.) mit $\phi / \rho_{c,eff,loc}$

12.3.1 Das additive Glied k_{lt} als Funktion des Rippenabstands, $k_{lt} = f(c_r)$ in (5. 49)

Die Ergebnisse der Prüfung mit $k_{lt} > 0$

Werden die Bereiche der Rissufer für den Verbund als deaktiviert angesehen, ist bei Rippenstahl eine Erklärungsmöglichkeit des Wertes k_{lt} mithilfe des Rissabstands c_r möglich, da sich von den Rippen kegelförmige Ausbrüche zum Haupttriss hin entwickeln. In der Regel verstärkt sich die Korrelation zwischen Rechen- und Messwerten durch Einführung von $k_{lt} / c_r = const.$

Das Prüfungskonzept ist:

$$s_{rm} = \frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + k_{lt} \quad (5. 49)$$

Mit k_{lt} a) = $2 \cdot c_r$ (zur Ermittlung von s_{rm})

b) = $4 \cdot c_r$ (zur Ermittlung von s_{rk})

c_r Für BSt 500 S entwickelt. Mangels exakter Daten über die meisten der in den Versuchen verwendeten Stähle wird folgendes Bildungsgesetz angenommen:

$$c_r = 4,4359 \cdot 1,0529^\phi .$$

$$k_{b,lim} = k_b < k_{b,max} = \begin{pmatrix} 2,45 \rightarrow \text{Zug, Langzeit, Platten} \\ 4,90 \rightarrow \text{Biegung (Balken)} \end{pmatrix}$$

Mit: k_b Verbundkonstante nach (5. 50)- (5. 52)

Es ist kein Widerspruch, anzunehmen, dass bei dem charakteristischen Rissabstand ein größerer Bereich an der Rissfront deaktiviert ist. Wenn sich einer bestimmten Belastungsphase lokale Beanspruchungen konzentrieren, ist eine tiefergehende Verbundstörung in Rissufernähe denkbar.

Tabelle A-5. 7: Ermittelte Eingangsdaten für die Prüfung des neuen Modellansatzes anhand des Datensatzes (Tabelle A-5. 1ff.)

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Rippen- abstand cr	$\rho_{c,eff,loc}$	kblim (cs)	Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Rippen- abstand cr	$\rho_{c,eff,loc}$	kblim (cs)
		[mm]					[mm]		
1	[Beeby] Balken 51	13,79	0,1096	2,09	23	[Beeby] Balken 56	8,67	0,0160	4,42
2	[Beeby] Balken 100	13,79	0,1096	2,09	24	[Braam] Balken 1, 2, 3, 4, 5, 6	12,4	0,0625	2,83
3	[Beeby] Balken 54	8,67	0,0522	2,45	25	[Beeby] Balken 57, 58	13,79	0,0325	2,89
4	[Beeby] Balken 103	8,67	0,0522	2,45	26	[Beeby] Balken 83, 89	8,67	0,0245	3,57
5	[Beeby] Balken 61, 62	13,79	0,1096	2,89	27	[Beeby] Balken 104	8,67	0,0245	3,57
6	[Beeby] Balken 66	13,79	0,1801	2,26	28	[Beeby] Balken 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12	23,09	0,0984	2,52
7	[Leonhardt/Rostasy] Steg TA10	15,29	0,1184	2,31	29	[Beeby] Balken 86	10,12	0,0346	3,28
8	[Leonhardt/Rostasy] Steg M4	15,29	0,1184	2,31	30	[Beeby] Balken 105	8,67	0,0160	4,42
9	[Leonhardt/Rostasy] Steg M1	15,29	0,1184	2,31	31	[Beeby] Balken 68	13,79	0,0248	4,13
10	[Leonhardt/Rostasy] Steg M3	15,29	0,1184	2,31	32	[Beeby] Balken 85, 106, 107, 110, 111, 114, 115, 118, 119, 122, 123, 126, 127, 130, 131, 132, 133	11,81	0,0456	3,06
11	[Leonhardt/Rostasy] Steg M2	15,29	0,1184	2,31	33	[Braam] Balken 13	12,44	0,0400	3,16
12	[Beeby] Balken 41, 42	13,79	0,1344	2,34	34	[Braam] Balken 14, 15	10,12	0,0331	3,32
13	[Beeby] Balken 134, 135, 136, 137, 138	13,79	0,0934	2,56	35	[Wiese] Betonpfahl P3	12,44	0,0239	3,26
14	[Braam] Balken 7, 8, 9, 10, 11, 12	10,12	0,0554	2,92	36	[Wiese] Betonpfahl P2	12,44	0,0189	3,66
15	[Beeby] Balken 52, 101	13,79	0,0537	2,98	37	[Wiese] Betonpfahl P1	12,44	0,0132	4,38
16	[Beeby] Balken 82, 88	8,67	0,0245	3,57	38	[Weitand] Platte 1, unverstärkt	6,70	0,0112	2,45
17	[Beeby] Balken 27, 28, 29, 30, 33, 35, 36, 55, 87	8,67	0,0245	3,57	39	[Gilbert] Platte S3-a	8,23	0,0252	1,96
18	[Beeby] Balken 53	13,79	0,0337	3,77	40	[Gilbert] Platte S3-b	8,23	0,0252	1,96
19	[Beeby] Balken 102	13,79	0,0325	3,84	41	[Liebau] Platte IIIa11, IIIa12	8,23	0,0225	2,45
20	[Beeby] Balken 15, 16, 17, 18, 22, 43, 44, 70, 71, 72, 73, 74, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99	13,79	0,0572	2,89	42	[Leonhardt/Rostasy] Platte M6 u	8,23	0,0277	2,04
21	[Beeby] Balken 67	13,79	0,0516	3,05	43	[Leonhardt/Rostasy] Platte M6 o	8,23	0,0277	2,04
22	[Beeby] Balken 59, 60	13,79	0,0478	2,89	44	[Abvarez/Martí] Platte ZP2 unten	9,13	0,0306	1,89

Tabelle A-5. 8: Ermittelte Eingangsdaten für die Prüfung des neuen Modellansatzes anhand des Datensatzes (Tabelle A-5. 1ff.)

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Rippen- abstand cr	$\rho_{c,eff,loc}$	kblim (cs)	Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Rippen- abstand cr	$\rho_{c,eff,loc}$	kblim (cs)
		[mm]					[mm]		
45	[Gilbert] Balken B3-a	10,12	0,0588	1,44 o)	72	[Bergner] III.10	9,81	0,0452 j)	1,68
46	[Gilbert] Balken B3-c	10,12	0,0588	1,44 o)	73	[Henning/Rostasy]	8,23	0,0278	1,73
47	[Gilbert] Platte S2-b	8,23	0,0252	1,96 74	74	[Bergner] III.12	8,76	0,0326 i)	1,84
48	[Gilbert] Platte S2-a	8,23	0,0252	1,96 75	75	[Falkner] 1b	6,04	0,0170	1,96
49	[Leonhardt/Rostasy] Platte M5 o	7,62	0,0222	2,17 76	76	[Haqqi] D3	10,12	0,0443	1,54
50	[Leonhardt/Rostasy] Platte M5 u	7,62	0,0222	2,17 77	77	[Bergner] III.4, III.6	10,12	0,0400	1,58
51	[Alvarez/Marti] Platte ZP2 oben	8,23	0,0232	2,04 78	78	[Bergner] III.15	10,12	0,0508 j)	1,62
52	[Alvarez/Marti] Platte ZP1 oben	8,23	0,0232	2,04 79	79	[Haqqi] C5	12,44	0,0625	1,41
53	[Alvarez/Marti] Platte ZP1 unten	7,43	0,0167	2,24 80	80	[Bergner] III.3, III.8	9,13	0,0306	1,69
54	[Alvarez/Marti] Platte ZP3 unten	7,43	0,0167	2,24 81	81	[Haqqi] D2	8,23	0,0278	1,73
55	[Gilbert] Balken B2-a	10,12	0,0588	1,44 o)	82	[Falkner] 3c	9,13	0,0259 k)	1,39
56	[Gilbert] Balken B2-b	10,12	0,0588	1,44 o)	83	[Haqqi] C4	10,12	0,0443	1,54
	[Kuchma (Lubell/ Collins)] Balken								
57	SE 100 A, B-45	20,83	0,0900	1,29 p)	84	[Jaccoud] B14, B24, B27	7,43	0,0260	1,76
58	[Gilbert] Platte S1-b	8,23	0,0252	1,96 85	85	[Bergner] III.1, III.5	8,23	0,0225	1,83
59	[Gilbert] Platte S1-a	8,23	0,0252	1,96 86	86	[Falkner] 2c	8,23	0,0190 k)	1,47
60	[Alvarez/Marti] Platte ZP3 oben	6,70	0,0110	2,45 87	87	[Haqqi] D1	7,43	0,0204	1,87
61	[Gilbert] Balken B1-a	10,12	0,0278	1,73 o)	88	[Bergner] III.14	8,23	0,0273 l)	1,91
62	[Gilbert] Balken B1-b	10,12	0,0278	1,73 o)	89	[Bergner] III.13	7,90	0,0229 l)	2,02
63	[Vogel/Schenkel] Platte C30	10,12	0,0225	2,17 90	90	[Haqqi] A4	12,44	0,0625	1,41
64	[Lubell/Collins] Balken AT-1	20,83	0,0311	1,68 p)	91	[Haqqi] C3	8,23	0,0278	1,73
65	[Leonhardt/Rostasy] Pb M3 oben	7,43	0,0104	2,00 q)	92	[Falkner] 1c	7,43	0,0132 k)	1,58
66	[Leonhardt/Rostasy] Pb M4 oben	7,43	0,0104	2,00 q)	93	[Jaccoud] B12, B22	6,70	0,0178	1,94
67	[Leonhardt/Rostasy] Pb M1 oben	7,43	0,0081 n)	1,54 r)	94	[Bergner] III.11	7,43	0,0156	2,00
68	[Leonhardt/Rostasy] Pb M2 oben	7,43	0,0081 n)	1,54 r)	95	[Bergner] III.17	12,44	0,0533 l)	1,58
69	[Falkner] 1a	5,45	0,0083	2,35 96	96	[Jaccoud] B13	7,43	0,0260	1,76
70	[Falkner] 2a	6,04	0,0170	1,96 97	97	[Alvarez/Marti] Z3	9,13	0,0294	1,63
71	[Falkner] 3a	6,70	0,0278	1,73 98	98	[Alvarez/Marti] Z2	9,13	0,0294	1,63

Tabelle A-5. 9: Ermittelte Eingangsdaten für die Prüfung des neuen Modellansatzes anhand des Datensatzes (Tabelle A-5. 1ff.)

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Rippenabstand c_r [mm]	$\rho_{c, eff, loc}$	k_{blim} (cs)	Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Rippenabstand c_r [mm]	$\rho_{c, eff, loc}$	k_{blim} (cs)
99	[Alvarez/Martí] Z5	9,13	0,0294	1,63	106	[Haqqi] A2	8,23	0,0278	1,73
100	[Alvarez/Martí] Z1	9,13	0,0294	1,63	107	[Haqqi] B3	10,12	0,0278	1,73
101	[Alvarez/Martí] Z4	9,13	0,0294	1,63	108	[Alvarez/Martí] Z8	9,13	0,0218	1,79
102	[Haqqi] C2	7,43	0,0204	1,87	109	[Jaccoud] B17, B25	7,43	0,0178 m)	1,76
103	[Haqqi] A3, B2	10,12	0,0443	1,54	110	[Bergner] III.18	16,09	0,0567	1,45
104	[Jaccoud] B11	6,70	0,0178	1,94	111	[Haqqi] A1	7,43	0,0204	1,87
105	[Haqqi] C1	6,70	0,0138	2,06	112	[Bergner] III.16	12,44	0,0400	1,58

- j) Je 2 Stäbe an den Ecken bilden $A_{s, loc}$ (hier durch die Berechnung der Fläche eines Stabes mit Vergleichsdurchmesser $x \cdot 2$). (Bild A-5.8 b))
 Die Betonfläche bildet sich nach $\pi \cdot a \cdot b = \pi \cdot (c_s + \phi_v / 2) \cdot d_l$
 k) Das Problem besteht an sogenannten Tie-elementen mit 4 Stäben, je 1 Stab an einer Ecke.
 $A_{c, eff}$ setzt sich hier aus vier 1/4-Ellipsen bzw. 1/4-Ellipsen zusammen. Dabei ist eine Seite auf $2,5 \cdot \rightarrow 3 \cdot (c_{min} + \phi / 2)$ begrenzt. Der Grenzwert h_{ct} besteht natürlich auch.
 Die Werte 60, 61 oder 62 mm für eine Halbachse entsteht durch $h_{ct, min} = 175/2 = 87,5$ mm.
 Aus $87 \cdot c_{min} - \phi / 2$ wird also $87 - 20 - 14/2 = 60$ mm (siehe Bild A-5.8 a))
 Bei $d_s = 14$ mm entstehen die 60 mm für die 2. Halbachse
 l) $A_{s, loc}$ entsteht aus zwei Stäben, diese befinden sich in $A_{c, eff, loc} = \pi \cdot d_l \cdot (c_s + d_s / 2)$, also keine separate Wirkung eines Stabes. (Bild A-5.8 b))
 m) Wie k) jedoch mit min $h_{ct} = 75 - 26 - 5 = 44$ mm. (siehe Bild A-5.8 a))
 n) Fotos und Bilder zeigen, dass im Falle der beschriebenen Plattenbalken die Rissbildung nicht von der Seite, sondern vom Balkensteg her initiiert wird.
 Die Berechnung ist ein Versuch $A_{c, eff}$ korrekt abzubilden (siehe Bild A-5.8 c)). Allerdings ist die Lage der äußeren Stäbe nicht beschrieben, so dass die 100 mm nach außen eine Abschätzung sind, dazu kommt, dass eine Begrenzung auf $2,5 \cdot c_{min} + d_s / 2 = 92,5$ mm eingehalten werden sollte.
 In die Platten der Balken M1 und M2 sind 4 anstatt 8 Stäbe eingebaut worden, die obere Betondeckung (35 mm) ist nur aus der Bügelform abzuleiten. (siehe Bild A-5.8 c))
 Die Versuche von Gilbert zur Verifizierung des Dauerstandverhaltens führen durch das Knechen wahrscheinlich zu vergrößerten Einleitungslängen.
 o) Damit ändert sich auch die Situation für die abgeschlossene Rissbildung.
 p) Die Versuche von Lubell/Collins und Kuchma (aus Sekundärliteratur) sind Versuche, die Schubuntersuchungen dienen. Das bedeutet hohe Balken. Die Verformung vor dem Schubversagen ist so gering, dass die Zugbewehrung einen unverfälschten Zuggurt bildet - daher kann hier auch die Zufornel für k_{blim} angewendet werden.
 q) Die Platten der beiden Leonhardt-Plattenbalken M3 und M4 aus DAStb -H. 275 sind auf der Plattenseite und durch die Lastentragung und die bessere Lastverteilung infolge der verdoppelten Stabanzahl in der Platte klare Zugglieder mit vernachlässigbarem Biegeeinfluss.
 r) Bei den Plattenbalken M1+M2 ist dagegen aufgrund der unzureichenden Bewehrungsverteilung in der Platte davon auszugehen, dass zuerst die Säbe im Steg aktiviert werden und die Verteilung auf die äußeren Stäbe mit deutlichem Versatz läuft, so dass die Risse von der oberen Bewehrung im Steg beeinflusst werden. Dort sind die Stäbe aber im Verbundbereich 2 (mäßiger Verbund), so dass k_{blim} ein Korrekturfaktor von 1,3 (der sonst nur in Verankerungsnachweisen zu finden ist) hinzugefügt wird.

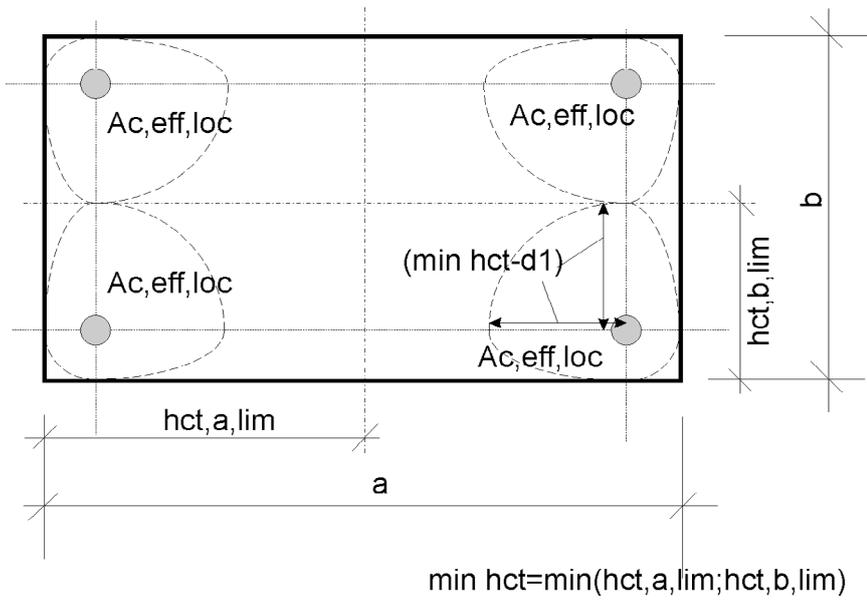


Bild A-5. 8 a)

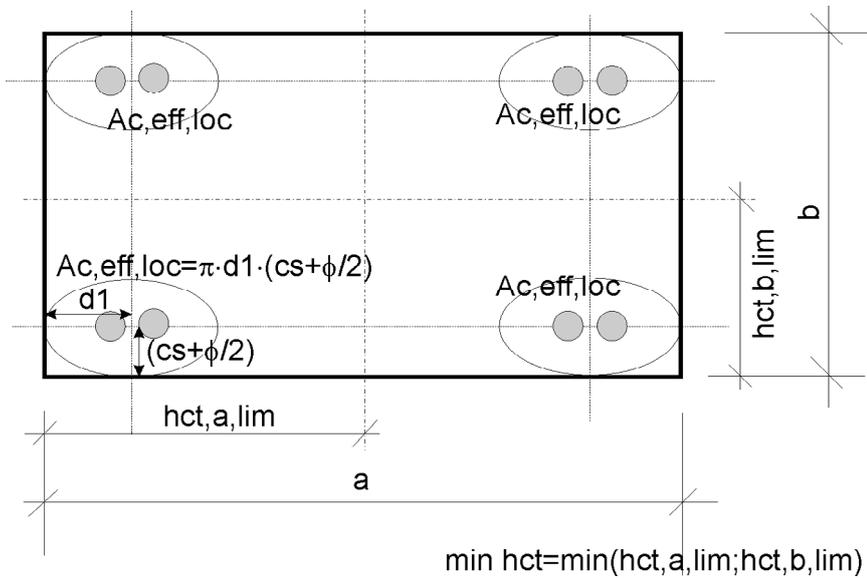


Bild A-5. 8 b)

Lage der äußeren Stäbe aus der Dokumentation, Heft 275, nicht exakt bekannt ($s > 250$ mm)

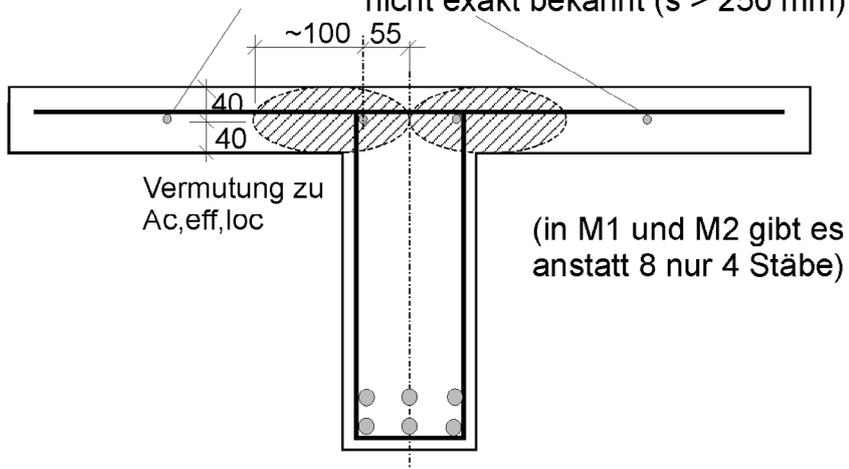


Bild A-5. 8 c)

Versuche mit $k_{lt} = 2 \cdot c_r$ zur Bestimmung eines mittleren Rissabstandes s_{rm} für die Ermittlung mittlerer Rissbreiten w_m

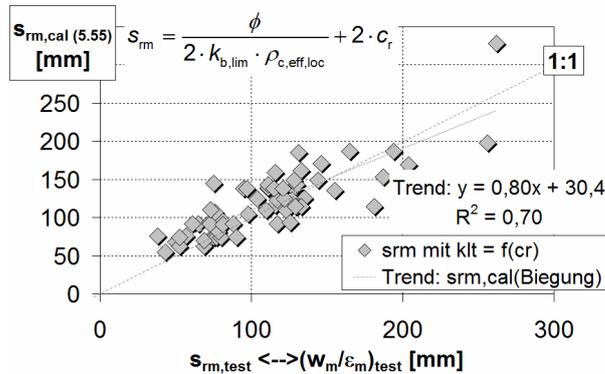


Bild A-5. 9: a)

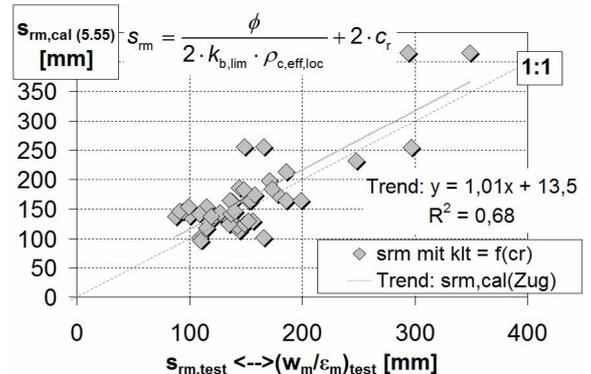


Bild A-5. 9: b)

Zusammengeführt ergibt sich:

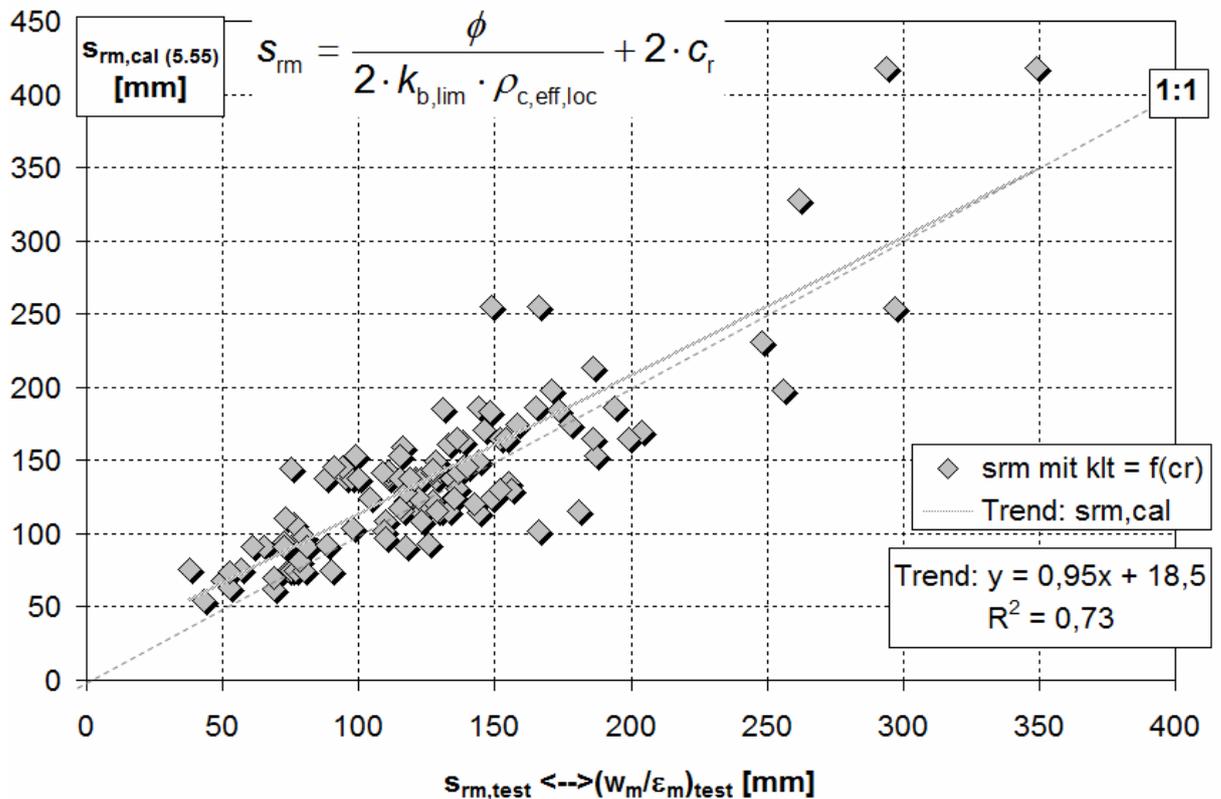


Bild A-5. 10: Ergebnis der Prognose von s_{rm} nach Zusammenführung von Bild A-5. 9: a), b)

Das Verhältnis zwischen s_{rm} und $s_{rm,cal}$ ausgeglichen unter Verwendung von (5. 49) mit k_{lt} in Abhängigkeit von c_r . Die Standardabweichung des relativen Fehlers $\left| \frac{(s_{rm,cal} - (w_m / \epsilon))}{(w_m / \epsilon)} \right|$ beträgt 18,4 %.

Versuche mit $k_{lt} = 4 \cdot c_r$ zur Bestimmung eines Rissabstandes s_{rk} für den Nachweis charakteristischer Rissbreiten w_k

Mit einem veränderten Vorfaktor ergibt sich aus (5. 49) nachfolgendes Diagramm:

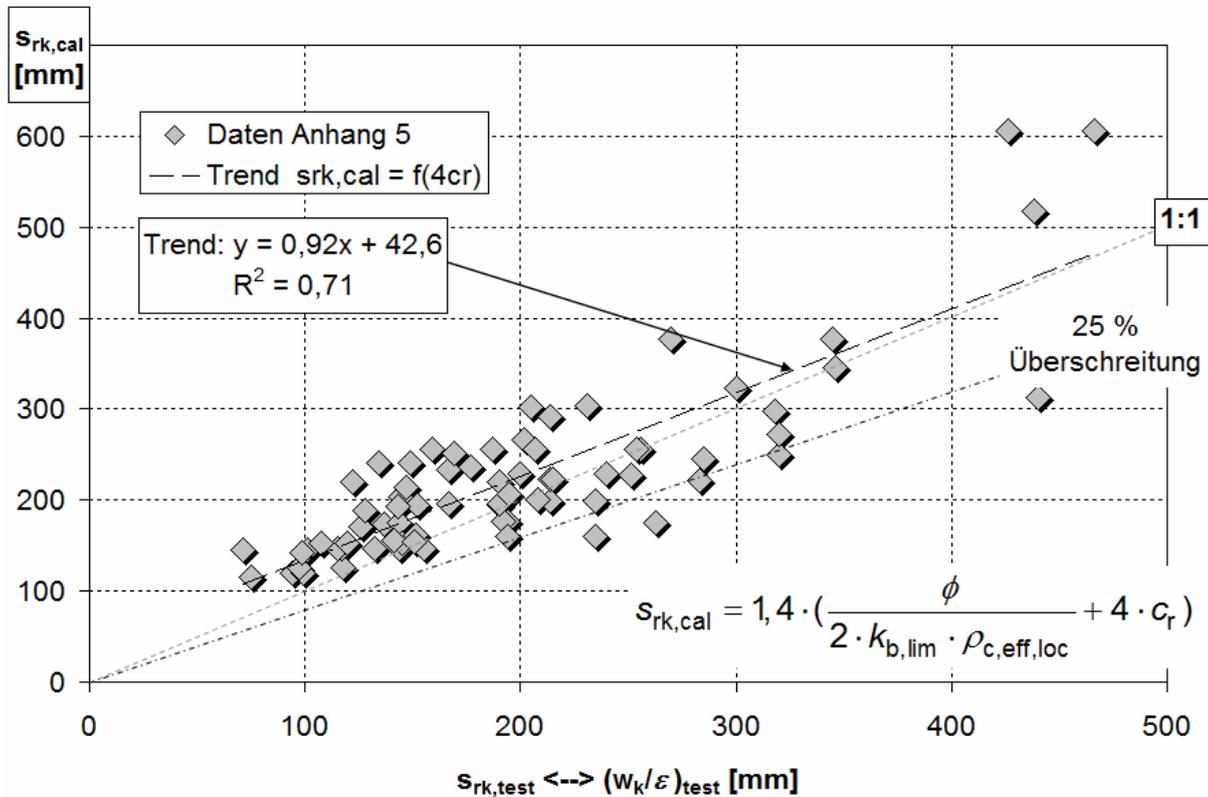


Bild A-5. 11: Vergleich der Messgrößen aus Versuchen $w_k/\varepsilon \sim s_{rmax,test}$ mit den Rechenwerten $s_{rk,cal}$ auf Basis von $k_{lt} = 4 \cdot c_r$.

Das Verhältnis von Rechenwert zu Messergebnis zueinander ist ausgeglichen. Die Überschreitungsgrenze des Rechenwertes durch vereinzelte Messwerte von 25 % nach Schießl kann im Wesentlichen gehalten werden.

12.3.2 Das additive Glied k_{lt} als Funktion der Betondeckung, $k_{lt} = f(c)$ in (5. 49)

Die Korrelation kann möglicherweise verbessert werden, wenn als konstantes Glied noch einmal die von Beeby und Corres-Peiretti empfohlene Integration der kleinsten Betondeckung verwendet wird.

Hier wird folgende Variante geprüft:

$$s_{rm} = k_{m1} \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + c_{min} \cdot k_{fac} \right) \quad (A-5. 2)$$

Mit: $k_{m1} = 0,85$

$k_{fac} = 0,75$

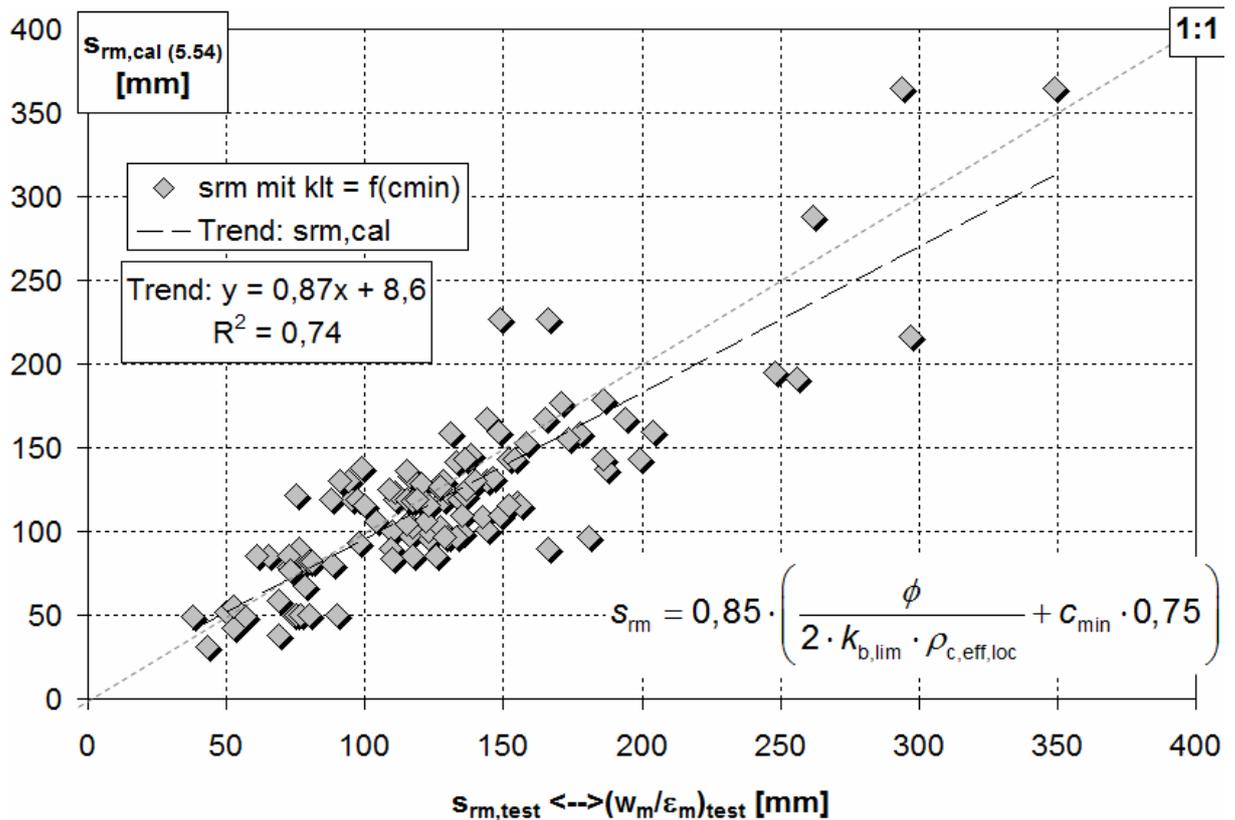


Bild A-5. 12: Vorschlag zur rechnerischen Vorhersage von s_{rm} nach Gleichung (A-5. 2)

Die Standardabweichung des relativen Fehlers $\left| \frac{(s_{rm,cal} - (w_m / \varepsilon))}{(w_m / \varepsilon)} \right|$ beträgt nur noch 13,3 %.

Gleichung (5. 54) integriert ein additives Vorhaltemaß, das eine effektive Korrelation des Rechenvorschlags mit den Messergebnissen bewirkt. Die Streuung beim Übergang auf die Vorhersage charakteristischer Rissbreiten/-abstände kann bei bestimmten, wie hier vorliegenden Datenstrukturen verringert werden, wenn zur Abbildung einer charakteristischen Größe kein zu großer Faktor eingesetzt werden muss. Würde dies gelingen, bestände hier ein deutlicher Unterschied und Fortschritt gegenüber bestehenden Lösungen, die durch den vereinfachten Einsatz von Faktoren, das Datenfeld in den Diagrammen massiv auseinander ziehen. Zudem ist ein Vorgehen mit einem geringen Faktor zukunftsicher, da der Begriff Sicherheitsfaktor in der derzeitigen Diskussion im Rahmen der Grenzzustände umstritten, ja aus theoretischem Gesichtspunkt teilweise sogar unzulässig ist.

Folgender Vorschlag wird unterbreitet, in dem durch eine Modifizierung der Beiwerte in Gleichung (A-5. 2) eine Abbildung von (w_k/ε) angenähert wird. Im Prinzip wird wie beim MC 90 auch s_{rm} mit einem Sicherheitsfaktor, hier jedoch von 1,4 belegt. Abweichend wird jedoch davon ausgegangen, dass gegenüber s_{rm} die deaktivierte Zone an den Rissufern größer wird (Erhöhung: $k_{fac} = 0,75 \rightarrow 3$).

$$s_{rk,cal} = 1,4 \cdot 0,85 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + 3 \cdot c_{min} \right) \quad (A-5. 3)$$

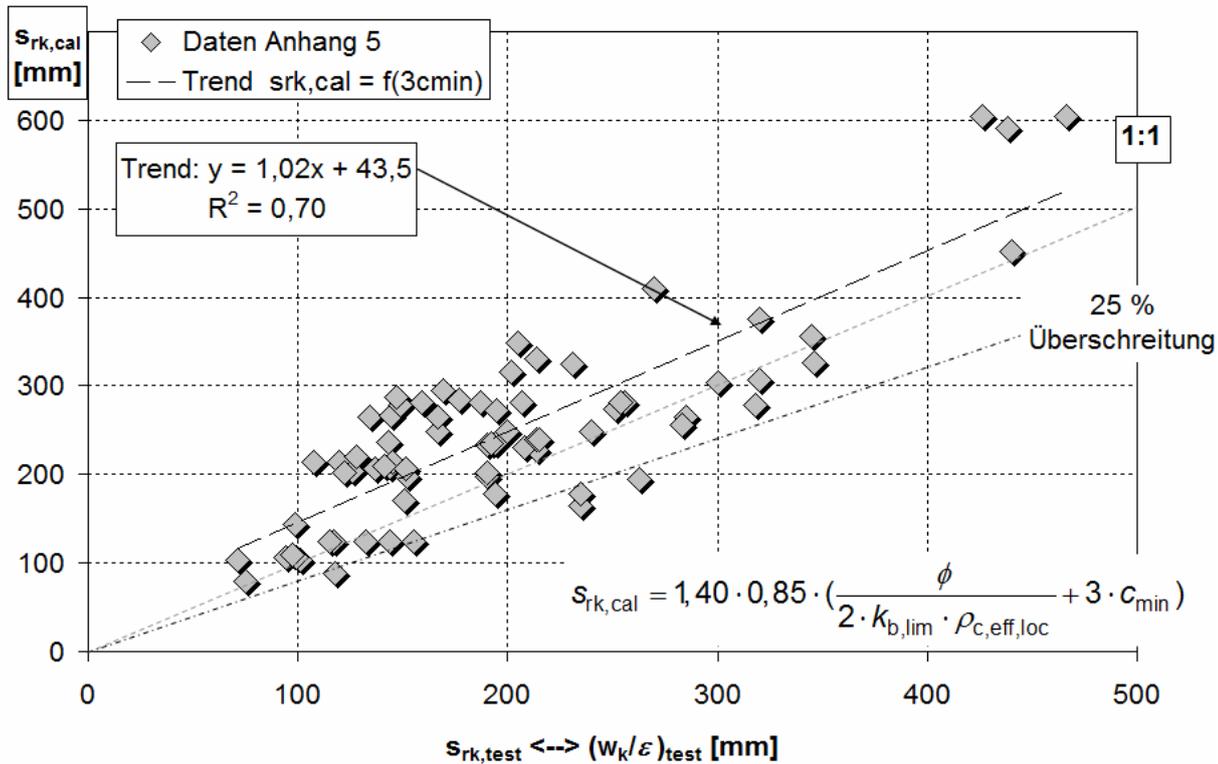


Bild A-5. 13: Charakteristischer Rissabstand s_{rk} nach (A-5. 3) in einer Modifikation von s_{rm} nach (A-5. 2)

Die Korrelation zwischen Rechen- und Versuchswerten ist recht gut, allerdings gibt es im unteren Bereich einige recht große Überschreitungen des Rechenwertes durch Versuchsergebnisse. Mit Gleichung (A-5. 3) liegt eine Variante vor, die möglicherweise eine Brücke zwischen dem EN 1992-1-1-Ansatz und dem MC 90-Ansatz schlagen kann.

Ausschlüsse für Ausreißer aufgrund (aus heutiger Sicht) praxisfremder Betondeckungen sind nicht gemacht worden, um mit Situationen $c/\phi < 1$ umgehen zu können. Theoretisch müsste k_b in (A-5. 3) in solchen Fällen um ca 25 – 30 % verringert werden. Alle Hypothesen müssen trotzdem immer von einem funktionierenden Zugring ausgehen.

Die Wahl eines Vorhaltemaßes des Rechenwertes (hier $> 43,5$ mm) gegenüber der Ideallinie muss erfolgen, um im Bereich kleiner Rissbreiten einer zu geringen Erwartung eines großen Risses zu entgehen. Insbesondere dort sind Überschreitungen der Rechenwerte durch realistische Messwerte zu erwarten. Die Modelle (A-5. 2) und (5. 55) eignen sich ohne Limitierungen offenbar gut zur Beschreibung mittlerer Rissabstände in der Formulierung eines Ausdrucks für mittlere Rissbreiten $w_m = s_{rm} \cdot \Delta \varepsilon_m$.

Anmerkung:

Kurioserweise stimmt das für das erwähnte Vorhaltemaß im Wesentlichen verantwortliche Additiv ($1,4 \cdot 0,85 \cdot 3c_{min} = 3,57 c_{min}$) in (A-5. 3) nahezu mit dem Summanden ($3,4 \cdot c_{min}$) in den Gleichungen für s_{rk} bzw. s_{rmax} in prEN 1992-1-1, 7.3.4 überein, der Rest der Gleichung weicht jedoch ab (siehe z. B. (5. 17)).

12.3.3 Das additive Glied k_{lt} als Funktion des Rippenabstands, $k_{lt} = f(c_r; c_{min})$ in (5. 49)

Ein noch feineres Anpassen des wirksamen Rissabstandes an die realen Geometriebedingungen ist möglich. Zur Erzeugung eines Ansatzes wird noch einmal eine Abhängigkeit des summarischen Gliedes zu den Verbundbedingungen hergestellt.

$$s_{rm} = \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + k_{b,lim} \cdot c_r \right) \quad (\text{A-5. 4})$$

Mit: $c_r = 4,4359 \cdot 1,0529^\phi$

Die Ergebnisse zwischen den Berechnungsergebnissen $s_{rm,cal}$ und (w_m/ε) bzw. $s_{rk,cal}$ und (w_k/ε) sind den folgenden Diagrammen zu entnehmen.

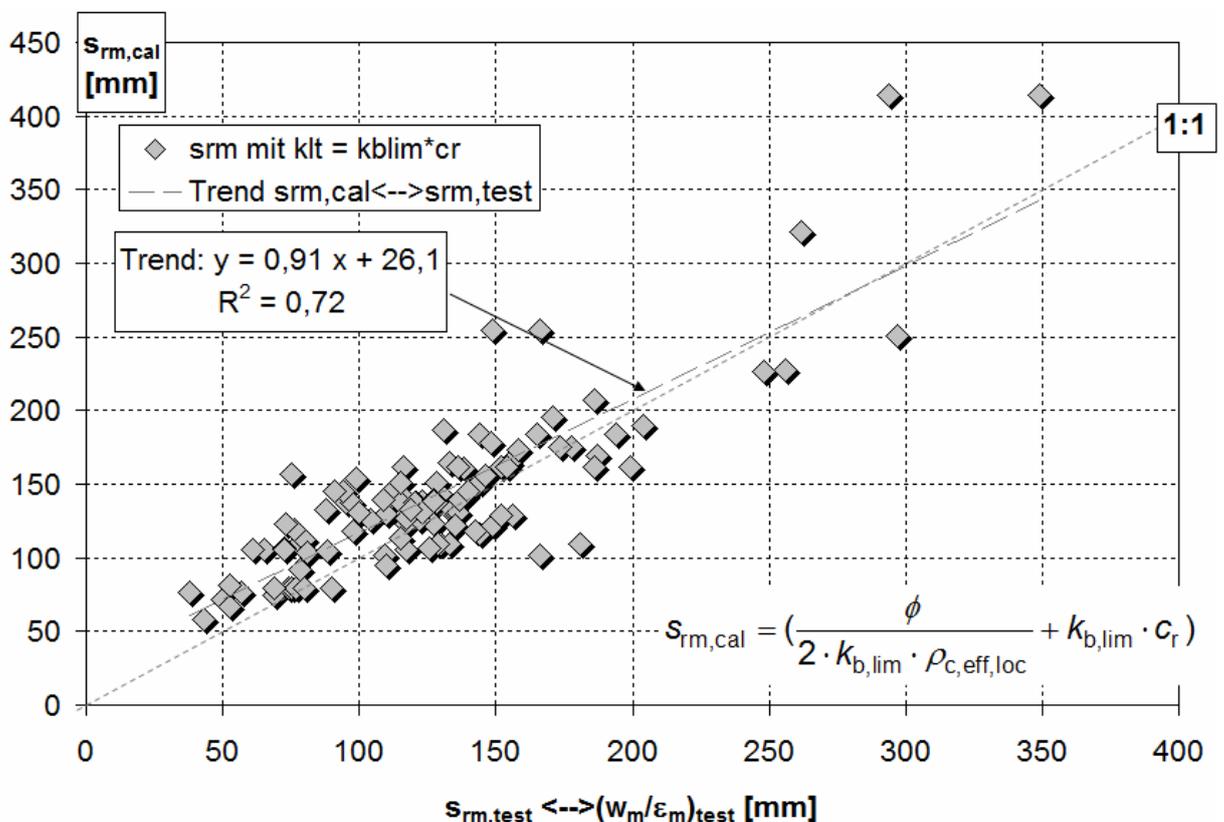


Bild A-5. 14: Performance der Gleichung (A-5. 4) im Vergleich mit Versuchsergebnissen ($s_{rm,cal}$ vs. $(w_m/\varepsilon)_{test}$)

Die Korrelation ist gegenüber den vorangegangenen Studien nicht verschlechtert. Ein Faktor von 1,7 (wie im Eurocode 2 verwendet) bei der Bestimmung hat folgende Auswirkungen auf die Vorhersage.

$$s_{rk} = 1,7 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + c_r \cdot k_{b,lim} \right) \quad (\text{A-5. 5})$$

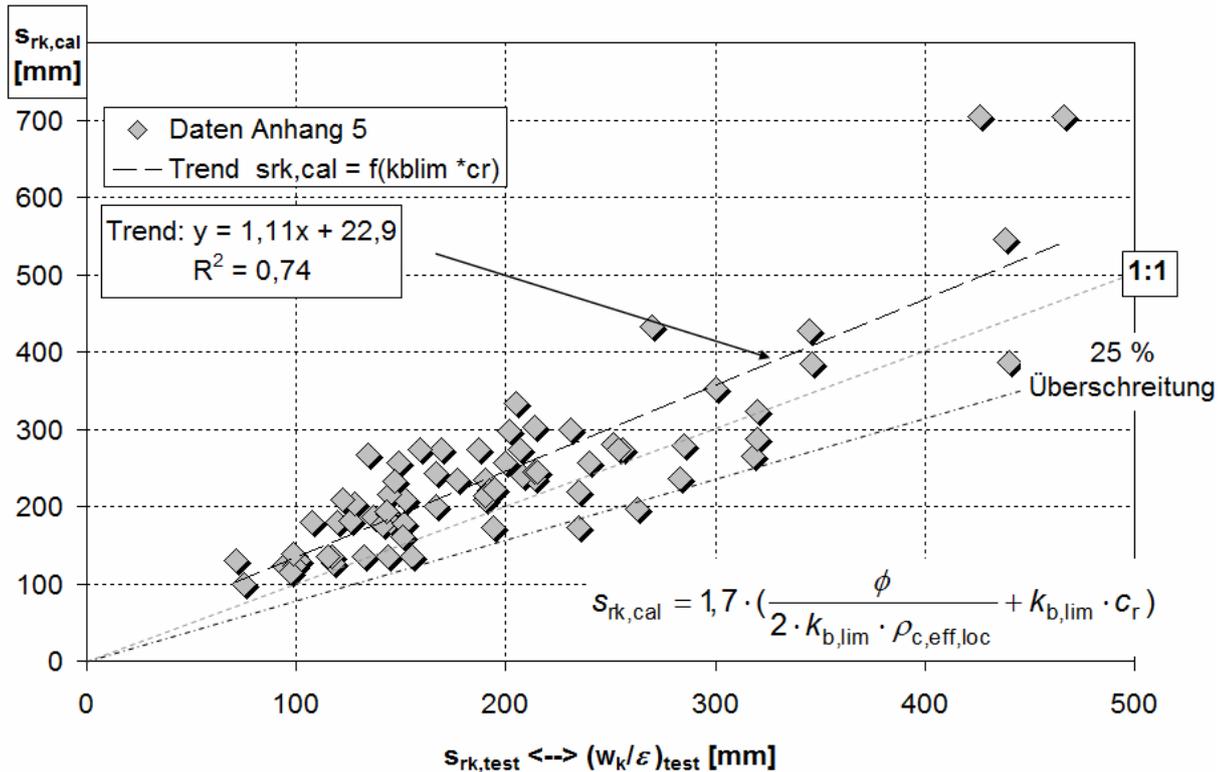


Bild A-5. 15: Performance der Gleichung (A-5. 5) im Vergleich mit Versuchsergebnissen ($s_{rk,cal}$ vs. $(w_k/\epsilon)_{test}$).

Das Ergebnis ist recht konservativ aufgrund des großen Vorhalts auf der Rechenseite im Bereich kleinerer Rissabstände. Größere Überraschungen können bereits weitgehend vermieden werden. Durch den Anstiegswert ist diese Lösung aber immer noch recht ineffektiv.

Da die Berechnungen aber offenbar nur bis zu einer gewissen Größe der Rechenwerte $s_{rk,cal}$ eine höhere Wahrscheinlichkeit zu optimistischen Ergebnissen haben, kann man die Zuverlässigkeit dort gezielt verbessern. Die Verbesserung tritt ein, wenn man bis zu einem $s_{rk,lim} = 220$ mm den großen Rissabstand aus einer Berechnung der Mindestbewehrung einfließen lässt. Wenn dabei das Ergebnis aus diesen Berechnungen zu größeren Ergebnissen für s_r führt, sollten diese auch berücksichtigt werden, da in diesen Fällen offenbar größere Einzelrisse noch vorhanden sind, die den Übergang zur abgeschlossenen Rissbildung noch überlagern. In dem Algorithmus einer Mindestbewehrung gegen große Einzelrisse bei der Erstrissbildung kann die verringerte Volligkeit der Betonzugspannungen bei Biegung und die Verteilung der Zugspannungen bei dicken auf Zug belasteten Bauteilen mit berücksichtigt werden.

Die Nebenbedingung (A-5. 6) wird beibehalten:

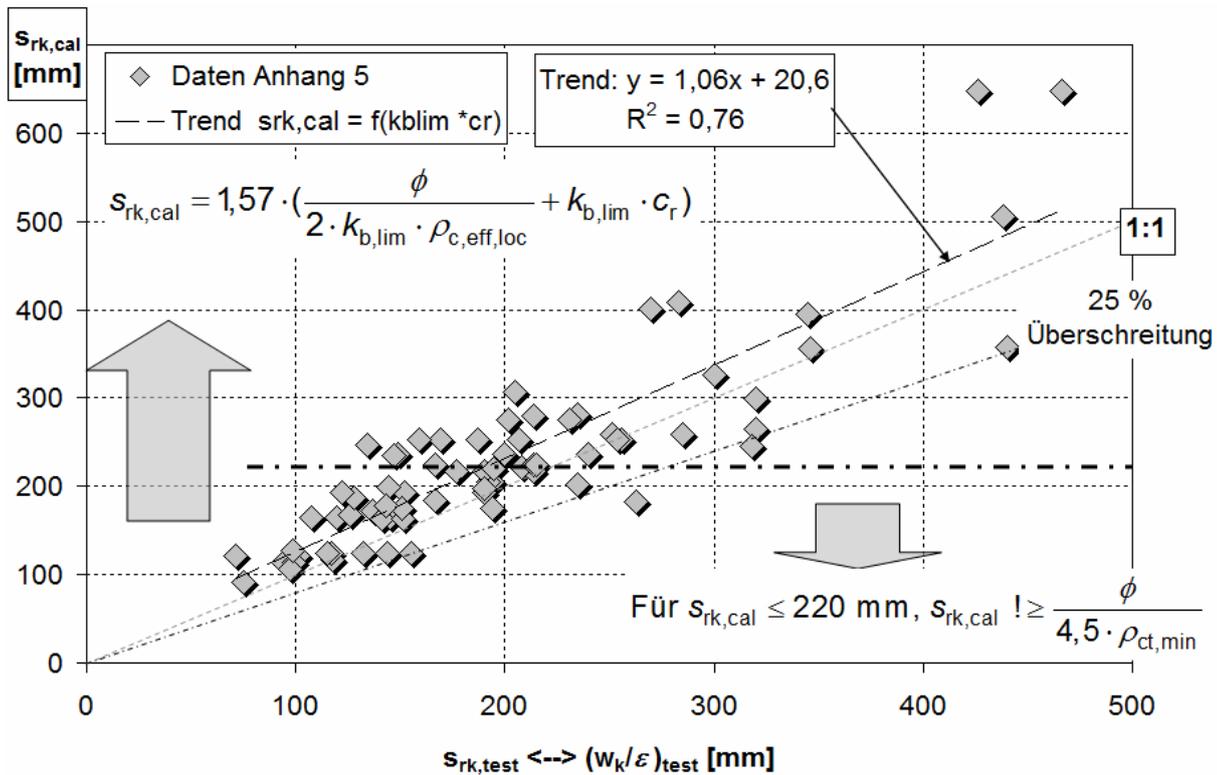


Bild A-5. 17: Vergleich Messergebnisse mit Rechenwerten der charakteristischen Werte nach (A-5. 7). Bessere Korrelation gegenüber dem Diagramm: Bild A-5. 16.

Damit gibt es eine effektive Lösung, die leicht programmierbar ist und in der auf vorher gehende Bewertung des Bauteils hinsichtlich des zu wählenden Rechenansatzes verzichtet werden kann. Durch gemessene Mittelwerte gibt es praktisch keine Überschreitungen mehr.

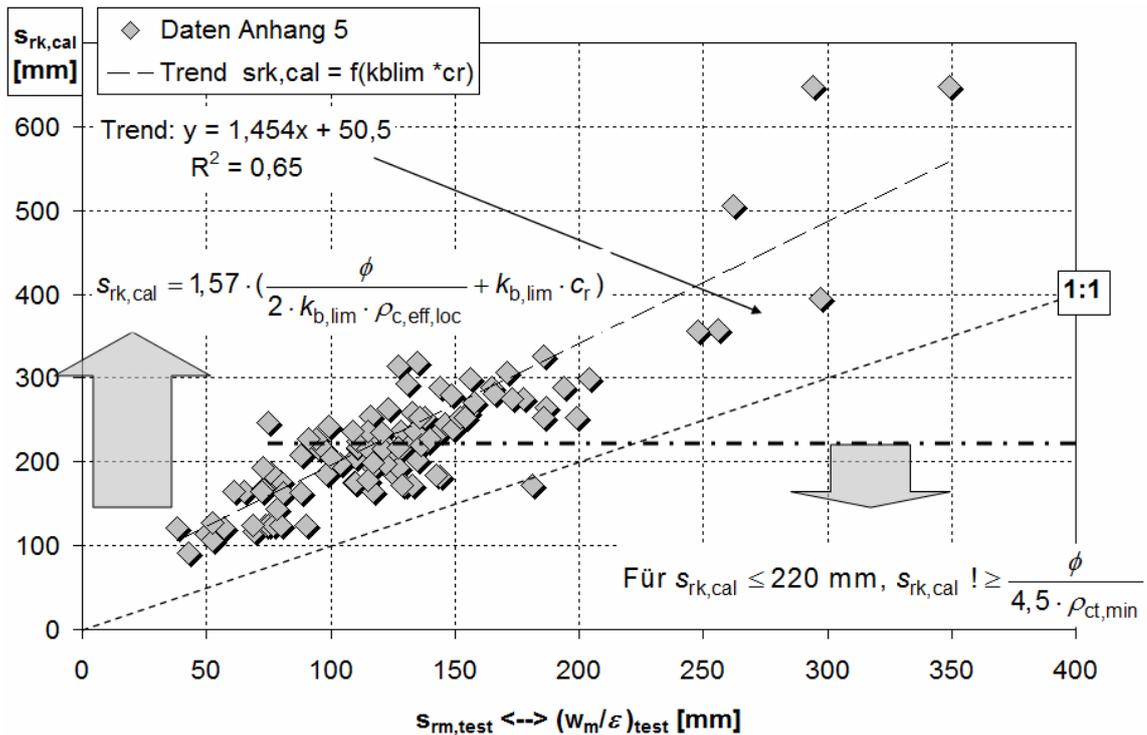


Bild A-5. 18: $s_{rk,cal}$ gegen $s_{rm,test}$, nur eine (knappe) Überschreitung.

Die Zielvorstellung nach Schießl, Überschreitungen der charakteristischen Rechenwerte durch Mittelwerte nicht zuzulassen, ist erfüllt. Ebenfalls bestätigt ist die idealisierte Annahme von Martin/ Schießl/ Schwartzkopf [89], dass zwischen s_{rm} und s_{rk} bei einer Aussagewahrscheinlichkeit von 50 % ein Faktor von 1,4 ... 1,7 für einen gemischten Datensatz (Biegung + Zug) zu erwarten ist. Hier ist dieser Faktor 1,45.

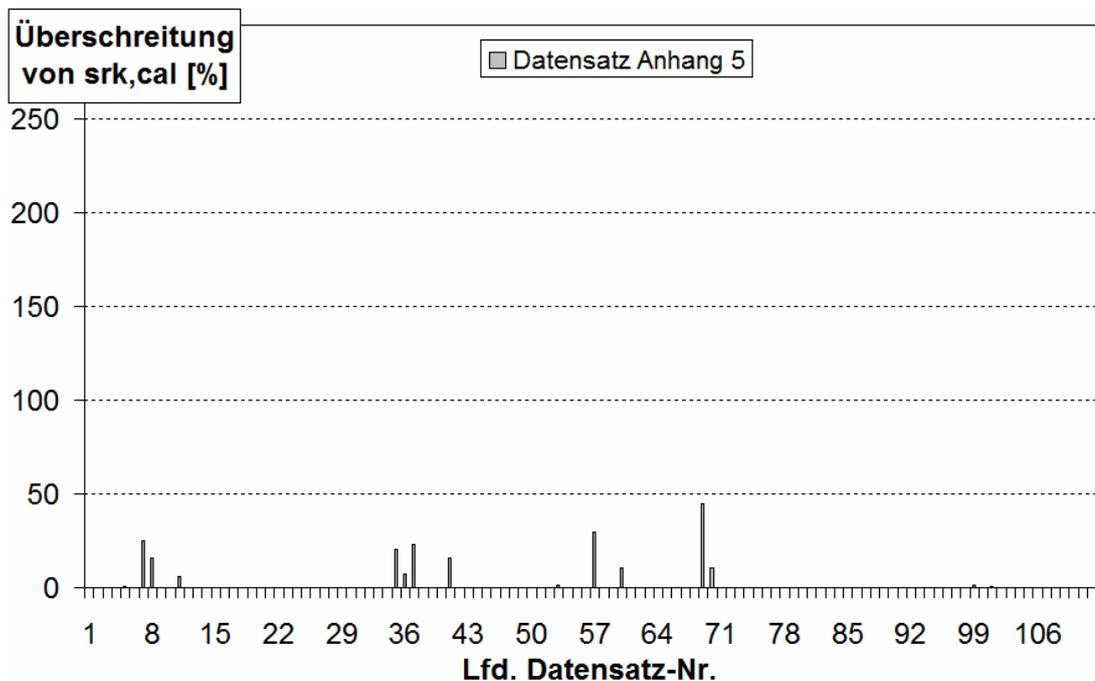


Bild A-5. 19: Überschreitungen von $s_{rk,cal}$ nach dem Modell in Bild A-5. 17 durch maximale Messwerte im Unterschied zu Bild 5. 18

Zusätzlich ist für kleinere, in der Wirklichkeit so kaum vorkommende Dehnversuchskörper mit symmetrischer Bewehrung aus 4 Betonstählen oder weniger und für zugbeanspruchte Bauteile (z. B. die untypisch bewehrten Platten der Plattenbalken von [Leonhardt/Rostasy] bei einer vergleichsweise großen Betondeckung ein oberer Grenzwert $s_{rlim,max}$ nach Gleichung (A-5. 8) zu beachten. Der aus dem neuen Rechenmodell (A-5. 7) abgeleitete charakteristische Rissabstand sollte diesen Wert, der praktisch das Potential der Querschnittsgeometrie ohne Abminderungen markiert, nicht überschreiten. Tut er das bei den genannten Bauteilen, hat eine Begrenzung auf $s_{rlim,max}$ zu erfolgen.

Daher ist obenstehendes Ergebnis noch durch die Nebenbedingung (A-5. 8) zu verbessern:

2. Nebenbedingung: $s_{rk,cal} \leq! s_{rlim,max} = \frac{\phi}{4,0 \cdot \rho_{ct,abs}}$ (A-5. 8)

für gering bewehrte zugbeanspruchte Bauteile mit großer Betondeckung und Dehnkörper mit 4 oder weniger Betonstäben

Mit: $\rho_{ct,abs} = \frac{A_s}{A_{ct}}$

Bei gleichem Vorfaktor ergibt sich:

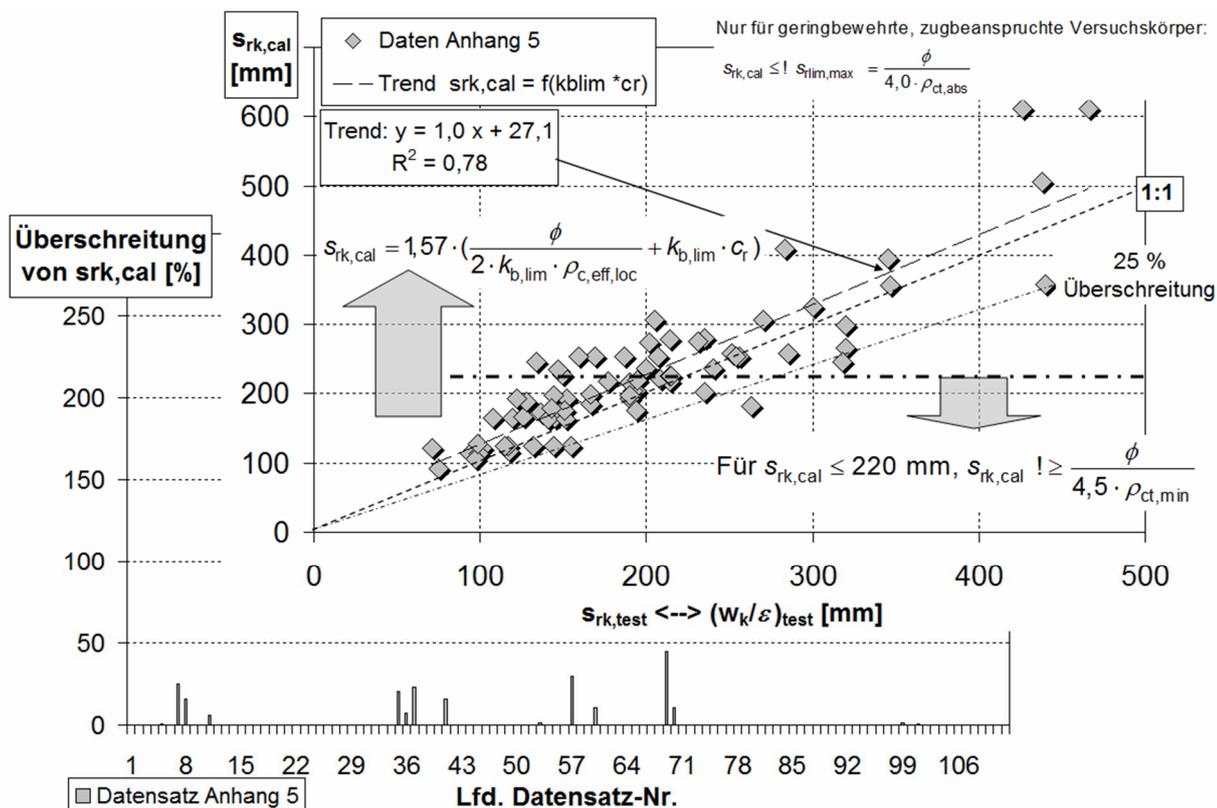


Bild A-5. 20: Verbesserung des Ergebnisses bei Beachtung der Obergrenze $s_{rlim,max}$ nach (A-5. 8)

Die Diagramme in Bild A-5. 17 lassen vermuten, dass der Vorfaktor 1,57 in Gl. (A-5. 7) noch gesenkt werden kann.

$$s_{rk} = 1,4 \cdot \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,lim} \cdot \rho_{c,eff,loc}} + c_r \cdot k_{b,lim} \right) \quad (A-5.9)$$

Für (A-5. 9) wird auch versucht, die Anwendungsgrenze für die Nebenbedingung 1, Gleichung (A-5. 6), auf $s_{rk,cal} = 190$ mm zu verringern.

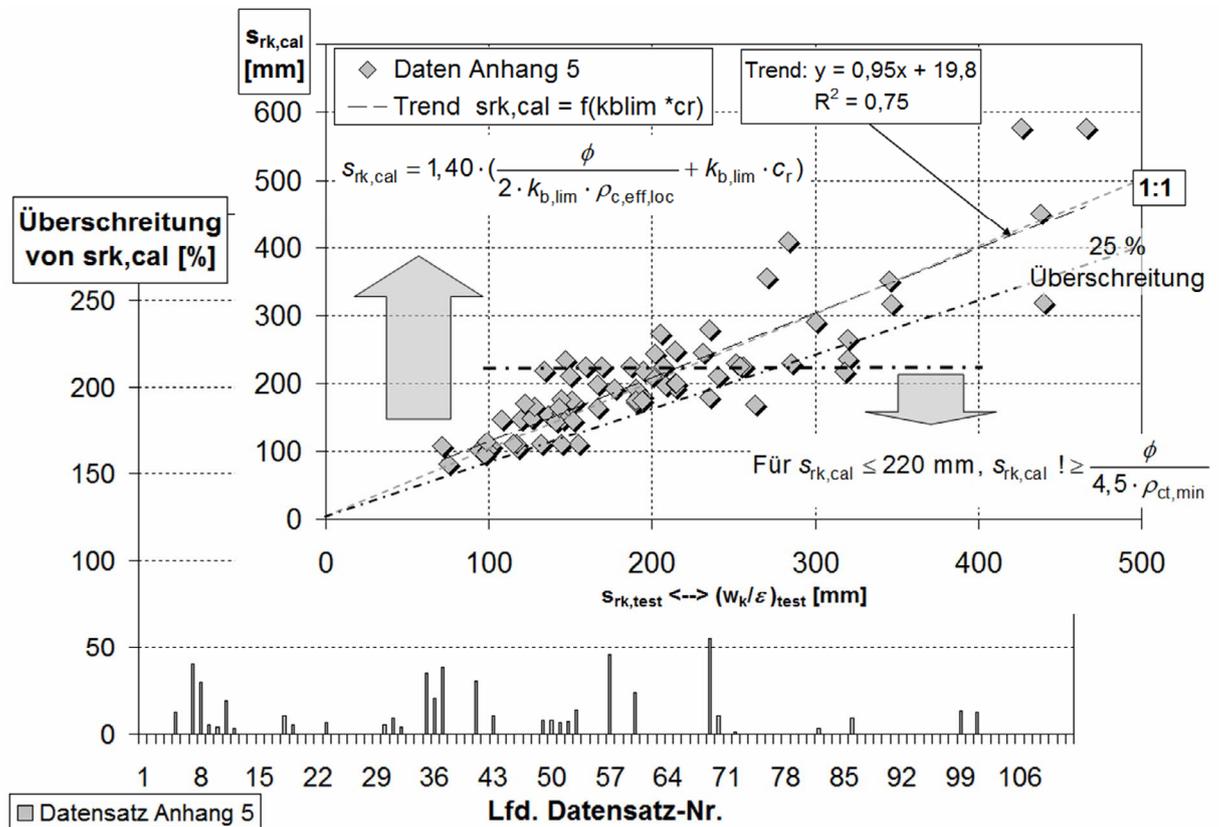


Bild A-5. 21: Auswirkung der Veränderung von (A-5. 7) zu (A-5. 9) und der Veränderung der Anwendungsgrenze von $s_{r,lim}$ nach (A-5. 6) für $s_{rk,cal} \leq 190$ mm

Sichtbare Veränderung in Bild A-5. 21 ist, dass das konstante Vorhaltemaß im Trend gegenüber den Messwerten abgesenkt wird. Allerdings werden auch die Überschreitungen einiger Messwerte unerwünscht erhöht. Durch die Absenkung des Vorfaktors wird wieder die Grenze zulässiger Überschreitungen mehrmals getroffen. Insofern ist mit Gleichung (A-5. 9) wohl die Grenze der Reduktion der Vorfaktoren für das charakteristische Niveau erreicht. Es deutet sich an, dass eine Absenkung des konstanten Vorhalts gegenüber der Linie $cal = test$ auf 0 theoretisch möglich ist. In der Tendenz würde das bei vorhandener Streuung jedoch nur bewirken, dass zunehmend ein 50 % - Fraktile der charakteristischen Rissabstände abgebildet wird. Dies ist bei realistischen Streubreiten problematisch und führt zu größeren als zulässig definierten Überschreitungen.

Konsistent wäre es natürlich, die Erfahrungsgrenze (A-5. 6) für eine Grenzwertbetrachtung in (A-5. 7) und (A-5. 9) durch folgende Abwandlung zu ersetzen.

$$s_{r\lim} = \left(\frac{\phi}{2 \cdot k_{b,\lim} \cdot \rho_{ct,\min}} \right) \quad (\text{A-5. 10})$$

Die Korrelation verschlechtert sich jedoch geringfügig. Die Streuung wird wieder größer. Insofern ist die beste Lösung der vorliegenden Aufgabe auf Basis des Datenmaterials in Anhang 5 die Beschreibung durch (A-5. 7) mit der Grenzwertbetrachtung (A-5. 8) gegeben.

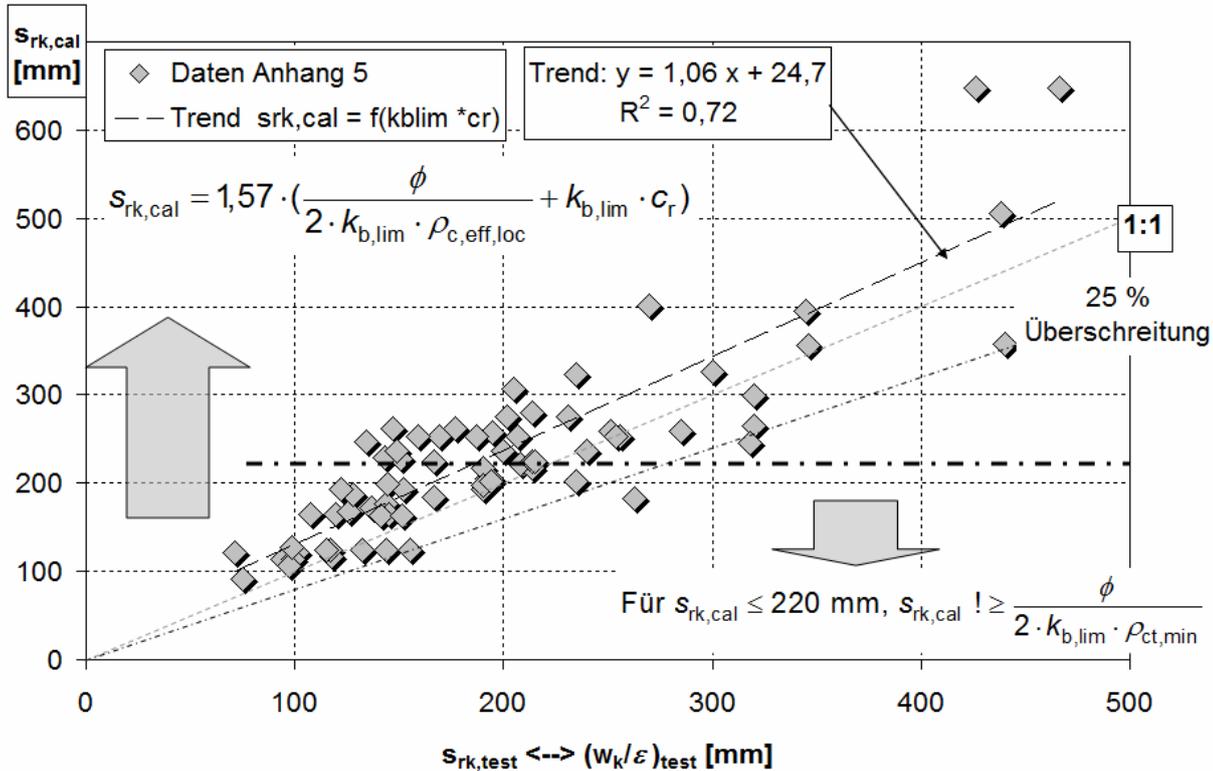


Bild A-5. 22: Die Rechenwerte s_{rk} des Neuvorschlags auf Basis von $\rho_{c,eff,loc}$ nach (A-5. 7) mit der $s_{r\lim}$ nach (A-5. 10) im Vergleich zu den charakteristischen Messwerten $(w_k/\varepsilon)_{test}$, $s_{rk,test}$

Mit einer erweiterten Datenbasis könnte sich möglicherweise die Qualität der Aussage von (A-5. 10) verbessern, ohne dass es darüber schon weitergehende Erfahrungen gibt. Um eine gewünschte Modellperformance kontrollieren zu können, sollten bei der Anwendung des Modells (A-5. 9) jedoch das auf konstanten Toleranzen basierende Effektivitätskriterium (5. 61) gewählt werden anstelle, der in Bild A-5. 21 vorgestellten Variante mit relativen Toleranzen.

12.3.4 Ergebnistabellen aller Vergleiche

(siehe nächste Seiten)

Tabelle A-5. 10: Ergebnistabelle der Untersuchungen zu einem verbesserten Ansatz zur Beschreibung $s_r \sim 2l$

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Test (v.m.sm) (w.k.s)	Test (v.m.sm) (w.k.s) srk, srmax	$\rho_{ct,min} = \frac{As}{(kkAct)}$ srk, cal < 220	srfm, min	$\rho_{ct,abs}$	srfm, max *)	srn, cal mit klt = f(cmin)	srn, cal mit klt = f(cr)	srk, cal Faktor 1,7	srk, cal Faktor (1,57) mit srfm, min	srk, cal Faktor (1,57) mit srfm, min; srfm, max	srfm, min; srfm, max	EC 2 srmax	DIN vs. srk, test	EC 2 vs. srk, test	Neues Modell vs. srk, test
Einheit		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]			
Gl.				(A-5.6)	(A-5.8)	(A-5.5)	(A-5.7)	(A-5.5)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.9)	(A-5.6)	(5.15) B (5.17) Z			
				*) für gering bewehrte Dehnkörperversuche (≤ 4 Stäbe) und zugbeanspruchte Bauteile													
1	[Beeby] Balken 51	38	71	0,2295	21	49	76	131	121	121	121	121	108	66	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	ineff.
2	[Beeby] Balken 100	57	101	0,2295	21	49	76	131	121	121	121	121	108	66	$\bar{U} > 25\%$	$\bar{U} > 25\%$	effizient
3	[Beeby] Balken 54	50	94	0,1332	22	51	68	123	113	113	113	113	101	78	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	effizient
4	[Beeby] Balken 103	50	99	0,0666	43	51	68	123	113	113	113	113	101	73	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	effizient
5	[Beeby] Balken 61, 62	69	118	0,1047	47	38	62	127	117	117	117	117	104	77	$\bar{U} > 25\%$	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.
6	[Beeby] Balken 66	43	75	0,1006	49	31	55	99	91	91	91	91	81	94	effizient	effizient	effizient
7	[L-conhardt/Rostasy] Steg TA10	74	155	0,2136	25	50	74	135	124	124	124	124	111	43	$\bar{U} > 25\%$	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.
8	[L-conhardt/Rostasy] Steg M4	75	144	0,2136	25	50	74	135	124	124	124	124	111	43	$\bar{U} > 25\%$	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.
9	[L-conhardt/Rostasy] Steg M1	77	117	0,2136	25	50	74	135	124	124	124	124	111	43	$\bar{U} > 25\%$	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.
10	[L-conhardt/Rostasy] Steg M3	80	115	0,2136	25	50	74	135	124	124	124	124	111	43	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	effizient
11	[L-conhardt/Rostasy] Steg M2	90	132	0,2136	25	50	74	135	124	124	124	124	111	43	$\bar{U} > 25\%$	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.
12	[Beeby] Balken 41, 42	53	98	0,1036	47	42	63	114	106	106	106	106	94	78	zuverl.	effizient	effizient
13	[Beeby] Balken 134, 135, 136, 137, 138	52	98	0,0581	84	55	74	138	128	128	128	128	114	92	zuverl.	effizient	effizient
14	[Braam] Balken 7, 8, 9, 10, 11, 12	69		0,0386	92	59	70	134	124	124	124	124	111	94	k.A.	k.A.	k.A.
15	[Beeby] Balken 52, 101	78	137	0,1459	34	81	96	187	172	172	172	172	154	56	$\bar{U} > 25\%$	effizient	effizient
16	[Beeby] Balken 82, 88	65	120	0,0782	37	85	91	179	165	165	165	165	147	93	$\bar{U} > 25\%$	effizient	effizient
17	[Beeby] Balken 27, 28, 29, 30, 33, 35, 36, 55, 87	61	108	0,1043	28	85	91	179	165	165	165	165	147	70	$\bar{U} > 25\%$	ineff.	ineff.
18	[Beeby] Balken 53	123	214	0,1037	47	96	114	236	218	218	218	218	194	79	$\bar{U} > 25\%$	$\bar{U} > 25\%$	effizient
19	[Beeby] Balken 102	116	208	0,1037	47	97	116	240	222	222	222	222	198	79	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	effizient
20	[Beeby] Balken 15, 16, 17, 18, 22, 43, 44, 70, 71, 72, 73, 74, 90, 91, 92, 93, 94, 95, 96, 97, 98, 99	73	126	0,1006	49	79	94	181	167	167	167	167	149	82	$\bar{U} > 25\%$	effizient	effizient
21	[Beeby] Balken 67	80	144	0,1006	49	82	98	190	176	176	176	176	157	82	$\bar{U} > 25\%$	effizient	effizient
22	[Beeby] Balken 59, 60	76	128	0,0989	49	90	107	203	187	187	187	187	167	84	$\bar{U} > 25\%$	effizient	effizient
23	[Beeby] Balken 56	123	194	0,0854	34	100	109	221	204	204	204	204	182	86	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	effizient
24	[Braam] Balken 1, 2, 3, 4, 5, 6	78		0,0805	55	67	81	156	144	144	144	144	128	116	k.A.	k.A.	k.A.

Tabelle A-5. 11: Ergebnistabelle der Untersuchungen zu einem verbesserten Ansatz zur Beschreibung $s_T \sim 2l_4$

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Test (w m / sm) (w k / ϕ) srk, test srk, smax	Test (w k / ϕ) srk, cal < 220	$\rho_{ct, min} = s_{f1m, min}$ As (kk-Act)	$\rho_{ct, abs}$ srk, min, max)*	srk, cal mit klt = f(cmin)	srk, cal mit klt = f(ct)	srk, cal Faktor 1,7	srk, cal Faktor 1,57	srk, cal (1,57) mit srk, min	srk, cal (1,57) mit srk, min, max	srk, cal Faktor 1,40 mit srk, min	DIN/ MC 90 smax	EC 2 smax	DIN vs. srk, test	EC 2 vs. srk, test	Neues Modell vs. srk, test	
																		[mm]
Gl.																		
25	[Beeby] Balken 57, 58	75 134	0,0950	51		122	145	267	246	246	246	220	89	173	$\bar{U} > 25\%$	effizient	ineff.	
26	[Beeby] Balken 83, 89	73 145	0,0522	55		85	91	179	165	165	165	147	93	176	$\bar{U} > 25\%$	effizient	effizient	
27	[Beeby] Balken 104	117	0,0522	55		85	91	179	165	165	165	147	93	176	k.A.	k.A.	k.A.	
28	[Beeby] Balken 3, 4, 5, 6, 9, 10, 11, 12	73 122	0,1096	65		77	111	209	193	193	193	172	108	185	zuverl.	ineff.	ineff.	
29	[Beeby] Balken 86	81 143	0,0527	68		82	91	176	163	163	163	145	114	189	zuverl.	effizient	effizient	
30	[Beeby] Balken 105	110 192	0,0427	68		100	109	221	204	204	204	182	114	189	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	effizient	
31	[Beeby] Balken 68	155 251	0,1006	49		118	135	280	258	258	258	230	82	189	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	effizient	
32	[Beeby] Balken 85, 106, 107, 110, 111, 114, 115, 118, 119, 122, 123, 126, 127, 130, 131, 132, 133	88 151	0,0435	97		80	92	177	164	164	164	146	162	218	effizient	effizient	effizient	
33	[Braam] Balken 13	98	0,0403	110		93	104	201	186	186	186	166	166	238	k.A.	k.A.	k.A.	
34	[Braam] Balken 14, 15	126	0,0193	184		85	93	181	167	184	184	184	243	271	k.A.	k.A.	k.A.	
35	[Wiese] Betonpfahl P3	187 320	0,0682	65		137	153	287	265	265	265	265	235	290	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	zuverl.	
36	[Wiese] Betonpfahl P2	204 320	0,0511	87		159	169	323	298	298	298	266	252	348	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	zuverl.	
37	[Wiese] Betonpfahl P1	236 440	0,0341	130		191	198	387	357	357	357	319	347	447	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	zuverl.	
38	[Weiland] Platte 1, unverstärkt	116	0,0167	106		133	159	275	254	254	254	227	166	153	k.A.	k.A.	k.A.	
39	[Gilbert] Platte S3-a	111	0,0351	76		119	138	234	216	216	216	193	119	158	k.A.	k.A.	k.A.	
40	[Gilbert] Platte S3-b	128	0,0351	76		119	138	234	216	216	216	193	119	158	k.A.	k.A.	k.A.	
41	[Liebau] Platte IIIa1, IIIa12	135 235	0,0188	142		99	125	219	203	203	203	181	221	169	zuverl.	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	
42	[Leonhardt/Rostasy] Platte M6 u	117 152	0,0433	62		103	123	209	193	193	193	172	175	175	effizient	effizient	effizient	
43	[Leonhardt/Rostasy] Platte M6 o	127 190	0,0433	62		103	123	209	193	193	193	172	175	175	zuverl.	zuverl.	effizient	
44	[Alvarez/Marr] Platte ZP2 unten	111 190	0,0321	97		119	139	235	217	217	217	193	152	178	$\bar{U} > 25\%$	zuverl.	effizient	
45	[Gilbert] Balken B3-a	130	0,0371	96		96	115	185	171	171	171	153	152	178	k.A.	k.A.	k.A.	
46	[Gilbert] Balken B3-c	133	0,0371	96		96	115	185	171	171	171	153	152	178	k.A.	k.A.	k.A.	

Tabelle A-5. 12: Ergebnistabelle der Untersuchungen zu einem verbesserten Ansatz zur Beschreibung $s_r \sim 2h$

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	Test (w, m, sm) (v, k, s) sm, test	$\rho_{ct, min} = \frac{A_s}{(k+k_{Act})}$ für $s_{r, cal} < 220$	$\rho_{ct, abs}$	s _{rim, max} *)	s _{rim, cal} mit klt = f(c _{rim})	s _{rim, cal} mit klt = f(c _{cr})	s _{rim, cal} Faktor 1,7	s _{rim, cal} Faktor (1,57)	s _{rim, cal} mit s _{rim, min}	DIN/ MC 90 s _{rmax}	EC 2 s _{rmax}	DIN vs. s _{r, test}	EC 2 vs. s _{r, test}	Neues Modell vs. s _{r, test}				
																			[mm]
Einheit																			
Gl.			*) für gering bewehrte Dehnkörperversuche (≤ 4 Stäbe) und zugbeanspruchte Bauteile																
			(A-5.6)	(A-5.6)	(A-5.8)	(5.54)	(5.55)	(A-5.5)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.6)	(A-5.8)	(A-5.9)	(5.29)	(5.15) B				
47	[Gilbert] Platte S3-b	95	0,0263	101		119	138	234	216	216	216	216	193	158	182	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
48	[Gilbert] Platte S2-a	97	0,0263	101		119	138	234	216	216	216	216	193	158	182	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
49	[Leonhardt/Rostasy] Platte M5 o	104	0,0331	70		106	125	214	198	198	198	198	176	200	190	effizient	effizient	effizient	effizient
50	[Leonhardt/Rostasy] Platte M5 u	122	0,0331	70		106	125	214	198	198	198	198	176	200	190	effizient	effizient	effizient	effizient
51	[Alvarez/Martí] Platte ZP2 oben	111	0,0236	113		124	143	244	225	225	225	225	201	177	193	zuverl.	zuverl.	zuverl.	zuverl.
52	[Alvarez/Martí] Platte ZP1 oben	130	0,0236	113		124	143	244	225	225	225	225	201	177	193	zuverl.	zuverl.	zuverl.	zuverl.
53	[Alvarez/Martí] Platte ZP1 unten	128	0,0164	136		130	149	256	237	237	237	237	211	212	215	zuverl.	zuverl.	zuverl.	zuverl.
54	[Alvarez/Martí] Platte ZP3 unten	144	0,0164	136		130	149	256	237	237	237	237	211	212	215	effizient	effizient	effizient	effizient
55	[Gilbert] Balken B2-a	129	0,0247	144		96	115	185	171	171	171	171	171	228	225	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
56	[Gilbert] Balken B2-b	181	0,0247	144		96	115	185	171	171	171	171	171	228	225	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
57	[Kuchma (Lubell/ Collins)] Balken SE 100 A,B-45	146	0,0737	90		132	171	265	245	245	245	245	245	174	225	Ü > 25%	Ü > 25%	Ü > 25%	Ü > 25%
58	[Gilbert] Platte S1-b	115	0,0176	152		119	138	234	216	216	216	216	193	237	230	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
59	[Gilbert] Platte S1-a	121	0,0176	152		119	138	234	216	216	216	216	193	237	230	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
60	[Alvarez/Martí] Platte ZP3 oben	133	0,0105	170		142	161	279	258	258	258	258	230	265	247	zuverl.	zuverl.	zuverl.	zuverl.
61	[Gilbert] Balken B1-a	165	0,0239	149		167	187	313	289	289	289	289	258	241	283	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
62	[Gilbert] Balken B1-b	194	0,0239	149		167	187	313	289	289	289	289	258	241	283	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
63	[Vogel/Schenkel] Platte C30	131	0,0180	197		159	185	317	293	293	293	293	261	315	295	k.A.	k.A.	k.A.	k.A.
64	[Lubell/Collins] Balken AT-1	262	0,0538	124		288	328	547	505	505	505	505	450	271	404	Ü > 25%	Ü > 25%	Ü > 25%	Ü > 25%
65	[Leonhardt/Rostasy] Pk M3 oben	149	0,0082	272		226	255	433	400	400	400	400	306	340	535	effizient	ineff.	effizient	effizient
66	[Leonhardt/Rostasy] Pk M4 oben	166	0,0082	272		226	255	433	400	400	400	400	306	340	535	effizient	ineff.	effizient	effizient
67	[Leonhardt/Rostasy] Pk M3 oben	294	0,0041	544		363	416	701	647	647	647	647	611	679	951	ineff.	ineff.	ineff.	ineff.
68	[Leonhardt/Rostasy] Pk M2 oben	349	0,0041	544		363	416	701	647	647	647	647	611	679	951	effizient	effizient	effizient	effizient

Tabelle A-5. 14: Ergebnistabelle der Untersuchungen zu einem verbesserten Ansatz zur Beschreibung $s_r \sim 2l_t$

Lfd. Nr.	Versuchsbezeichnung	T _{fest} (w _r in μm) s _{rmin} , test	T _{fest} (w _r in μm) s _r , test	$\rho_{ct, min} = \frac{A_s}{(kkAct)}$ s _r , cal < 220	s _r , min für s _r , cal < 220	$\rho_{ct, abs}$	s _r , min, max)*	s _r , cal mit klt = f(cmin)	s _r , cal mit klt = f(ct)	s _r , cal Faktor 1,7	s _r , cal Faktor 1,57	s _r , cal (1,57) mit s _r , min, min	s _r , cal (1,57) mit s _r , min, max	s _r , cal Faktor 1,40 mit s _r , min, min	DIN/ MC 90 s _r , max	EC 2 s _r , max	DIN vs. s _r , test	EC 2 vs. s _r , test	Neues Modell vs. s _r , test	
Einheit		[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]	[mm]				
Gl.		(A-5.6)	(A-5.6)	(A-5.8)	(A-5.8)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.7)	(A-5.9)	(5.15) B (5.17) Z				
98	[Alvarez/Martí] Z2	152	187	0,0098	318		143	165	274	253	253	253	253	226	397	588	ineff.	ineff.	effizient	
99	[Alvarez/Martí] Z5	154	216	0,0098	318		143	165	274	253	253	253	253	226	397	588	ineff.	ineff.	zuverl.	
100	[Alvarez/Martí] Z1	186	207	0,0098	318		143	165	274	253	253	253	253	226	397	588	ineff.	ineff.	effizient	
101	[Alvarez/Martí] Z4	199	254	0,0098	318		143	165	274	253	253	253	253	226	397	588	ineff.	ineff.	zuverl.	
102	[Haqqí] C2	91		0,0059	377		130	146	246	227	227	227	227	377	413	607	k.A.	k.A.	k.A.	
103	[Haqqí] A3, B2	119		0,0086	411	0,0080	498	119	137	226	208	411	411	411	263	423	k.A.	k.A.	k.A.	
104	[Jaccoud] B11	152		0,0045	398		115	130	220	203	398	398	398	398	498	697	k.A.	k.A.	k.A.	
105	[Haqqí] C1	99		0,0038	472		138	154	262	242	242	242	242	472	501	716	k.A.	k.A.	k.A.	
106	[Haqqí] A2	137		0,0061	439	0,0057	531	125	141	236	218	439	439	439	265	427	k.A.	k.A.	k.A.	
107	[Haqqí] B3	144		0,0072	494	0,0067	597	167	187	312	289	289	289	257	398	623	k.A.	k.A.	k.A.	
108	[Alvarez/Martí] Z8	171	205	0,0070	445		177	198	333	307	307	307	307	274	556	810	ineff.	ineff.	effizient	
109	[Jaccoud] B17, B25	158		0,0052	428	0,0047	537	152	174	293	271	271	271	242	206	340	k.A.	k.A.	k.A.	
110	[Bergner] III.18	173	231	0,0189	294	0,0123	510	155	184	298	276	276	276	246	186	363	zuverl.	ineff.	effizient	
111	[Haqqí] A1	140		0,0042	527	0,0039	637	130	146	246	227	227	227	527	310	481	k.A.	k.A.	k.A.	
112	[Bergner] III.16	148	214	0,0121	368	0,0079	637	160	183	302	279	279	279	249	221	407	effizient	ineff.	effizient	
Performance-Gewinn bei 112 Datengruppen																				
>25% Überschreitung																				
zuverlässig + effizient																				
ineffizient																				
keine Angabe für s _r , test																				
																	36	10	2	
																	25	39	66	
																	14	26	7	
																	37	37	37	

12.4 Kreisquerschnitte

Bestimmung der Rissbreitenabstände für ein Versuchsprogramm zur Klärung der Rissbreitenbeschränkung an Kreisquerschnitten [128].

Tabelle A-5. 15: Ausgangsdaten und Auflistung der aufgenommenen Rissabstände einer abgeschlossenen Rissbildung (Zugseite, Biegung ohne Normalkraft)

Bohrpfähle: D = 60 cm	fct = 3,34 ...3,44 N/mm ²
ds,w= 14 mm	Ecm = 27000 N/mm ²
c = 55 mm --> cl = 69 mm	

Rissabstand Nr.	P1 (8 ds 20)	P2 (12 ds 20)	P3 (16 ds 20)	
1	400	180	280	(Abstände in mm)
2	170	270	140	
3	220	190	210	
4	200	170	190	
5	410	150	170	
6	210	110	260	
7	220	220	210	
8	180	110	110	
9	180	220	90	
10	240	220	210	
11	180	180	80	
12	280	210	140	
13	370	240	220	
14	210	180	200	
15	200	190	200	
16	440	210	130	
17		210	210	
18		250	200	
19		150	230	
20		230	180	
21		320	180	
22		280	190	
23			190	
24			130	
25			210	
26			320	
				Auswertung
	257	204	188	srm
	440	320	320	sr,max
	93	51	55	Standardabweichung
	418	280	275	sr,95
	347	253	235	sr,cal(MC 90)
	0,83	0,83	0,81	Fraktil MC 90

13 Anhang 6 – Darstellungen, Datensätze und Diagramme zur Bestimmung der Überschreitungshäufigkeiten und -größen von w_k durch zu erwartende Rissbreiten bei der Verwendung aktueller normativer Ansätze

13.1 Grundlagen der Datensätze [Corres] und [Fehling]

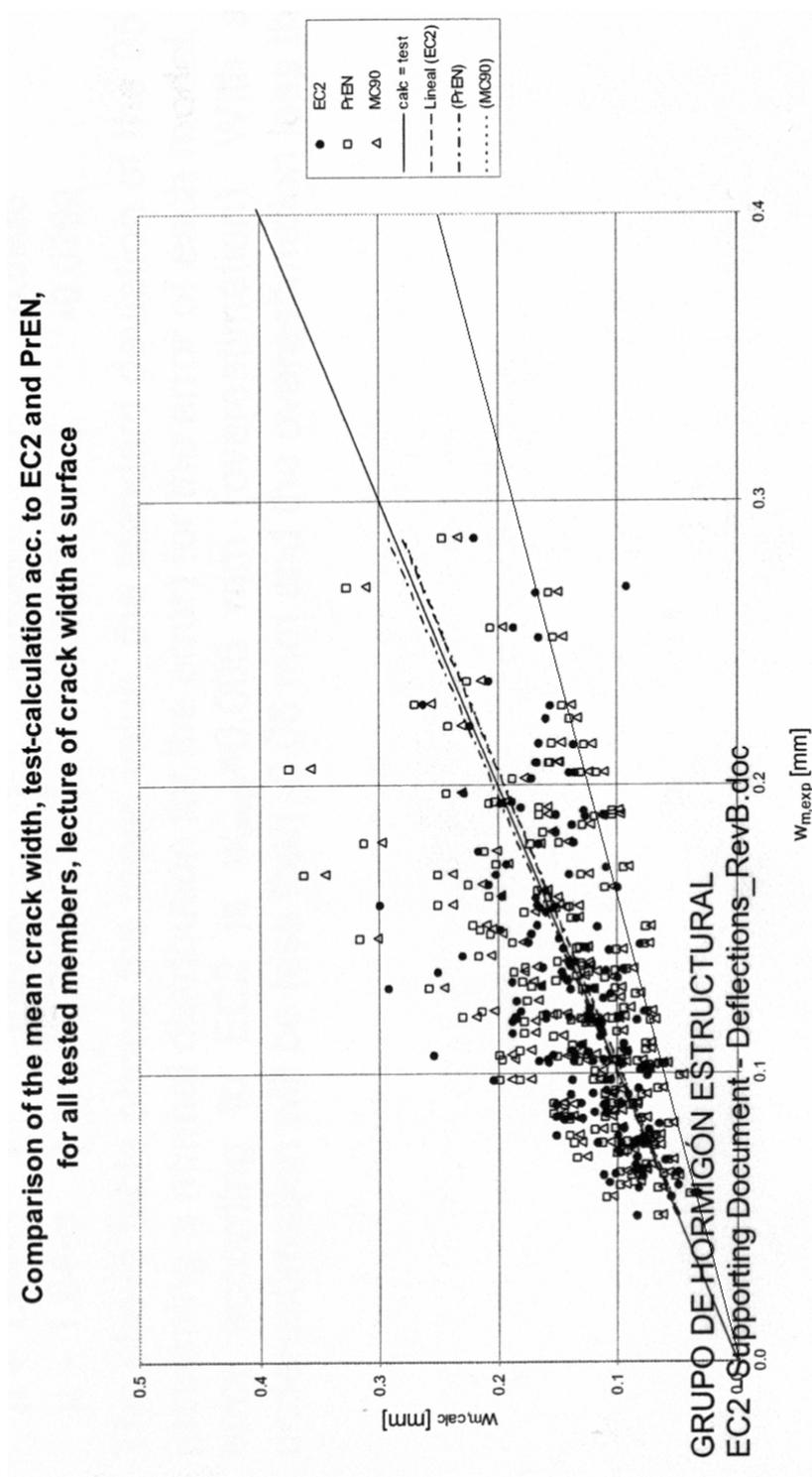


Bild A-6. 1: Grundlage der Aufstellung des Datensatzes [Corres], veröffentlicht in [25] als Kommentar zum Kapitel 7, prEN 1992-1-1

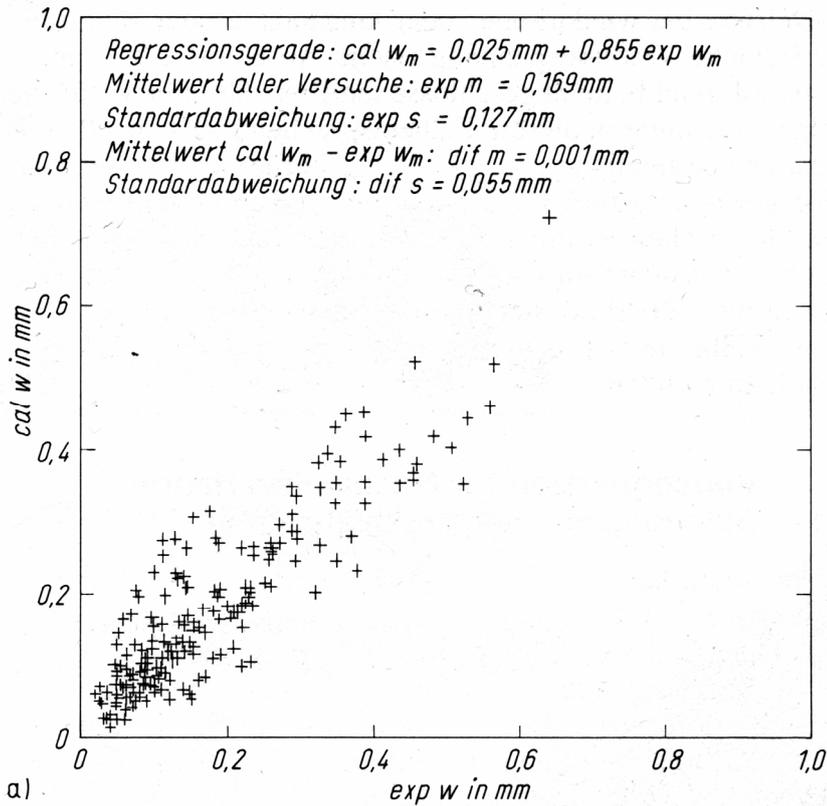


Bild A-6. 2: Grundlage des Fehling-Datensatzes, veröffentlicht in [74] als Bild 21, Variante a)

Begründung des mittleren Faktors zur Konvertierung der Fehling-Daten in einen zu MC 90/ DIN 1045-1 kompatiblen Datensatz

Grundlage der Berechnung ist Gleichung (5. 65):

$$\frac{s_{\text{rm}}\text{-Fehling}}{s_{\text{rm}}\text{-MC 90 (DIN 1045-1)}} = \frac{30 + \frac{\phi}{5 \cdot \rho_{\text{eff}}}}{\frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{\text{eff}}}}$$

Tabelle A-6. 1: Begründung eines Umrechnungsfaktors für den Datensatz [Fehling] mithilfe eines Rasters möglicher Bauteilgeometrien

Fehling MC90	ϕ											
	ρ_{eff}	10	12	14	16	18	20	22	24	26	28	30
0,005		0,97	0,96	0,95	0,94	0,94	0,93	0,93	0,93	0,93	0,92	0,92
0,0075		1,00	0,98	0,97	0,96	0,96	0,95	0,95	0,94	0,94	0,94	0,93
0,01		1,04	1,01	1,00	0,98	0,98	0,97	0,96	0,96	0,95	0,95	0,95
0,0125		1,07	1,04	1,02	1,01	0,99	0,98	0,98	0,97	0,96	0,96	0,96
0,015		1,10	1,07	1,04	1,03	1,01	1,00	0,99	0,98	0,98	0,97	0,97
0,0175		1,14	1,10	1,07	1,05	1,03	1,02	1,01	1,00	0,99	0,98	0,98
0,02		1,17	1,13	1,09	1,07	1,05	1,04	1,02	1,01	1,00	1,00	0,99
0,0225		1,20	1,15	1,12	1,09	1,07	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01	1,00
0,025		1,24	1,18	1,14	1,11	1,09	1,07	1,05	1,04	1,03	1,02	1,01
0,0275		1,27	1,21	1,17	1,13	1,11	1,09	1,07	1,05	1,04	1,03	1,02
0,03		1,31	1,24	1,19	1,15	1,13	1,10	1,08	1,07	1,06	1,04	1,04
Mean:= 1,03												

13.2 Algorithmus zur Randomisierung der experimentell ermittelten mittleren Rissbreiten (Ausnutzung der Zufälligkeit der Lastgröße)

Algorithmus

Schritt 1: Berechnungsvorgaben

a) -Vorgabe der relativen Lastanteile mit dem Bildungsgesetz

$r_{G_k} + r_{\Sigma Q_k} = 1$, unter der Annahme:

G_k – Mittelwert (50%-Fraktile)

$\Sigma Q_{k,i}$ – 98% – Fraktile

$$\begin{pmatrix} \text{"System"-LS} \\ r_{G_k} \\ r_{\Sigma Q_k} \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{pmatrix} \text{"Footbridge"} \\ 0,5 \\ 0,5 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \text{"Railwaybridge"} \\ 0,6 \\ 0,4 \end{pmatrix}; \begin{pmatrix} \text{"Roadbridge"} \\ 0,7 \\ 0,3 \end{pmatrix} \quad (\text{A-6. 1})$$

Mit: $(r_{G_k}; r_{\Sigma Q_k})$ - relative Anteile an der Gesamtlast 1

b)- Vorgabe der relativen Streumaße $\sigma_{g,r}/\mu$ und $\sigma_{q,r}/\mu$

$$\sigma_{g,r}/\mu \rightarrow 0,05 \dots 0,10 \quad (0,15)$$

$$\sigma_{q,r}/\mu \rightarrow 0,20 \dots 0,50$$

c)- Vorgabe des Kombinationsfaktors der veränderlichen Last ψ

für die relevante Kombination im Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit

Schritt 2: Erzeugung der Streuung

$$x_{\sigma_g} = 1 - 2 \cdot \sigma_{g,r} / \mu + \text{normalverteilte Zufallszahl}_1 \cdot 4 \cdot \sigma_{g,r} / \mu \quad (\text{A-6. 2})$$

$$x_{\sigma_q} = 1 - 2 \cdot \sigma_{q,r} / \mu + \text{normalverteilte Zufallszahl}_2 \cdot 4 \cdot \sigma_{q,r} / \mu$$

Die annähernd normalverteilten Zufallszahlen werden so generiert, dass gilt:

2%-Fraktile \leq normalverteilte Zufallszahl $i \leq$ 98%-Fraktile

[z.B. durch folgende Vorwahl: Mittelwert: 0,5; Standardabweichung 0,18...0,25])

Schritt 3: Erzeugung der randomisierten relativen Gesamtlast

$$\text{Zufällige relative Last} = r_{Gk} \cdot x_{\sigma_g} + \frac{\psi}{(1 + 2,05 \cdot \sigma_q)} \cdot r_{Qk} \cdot x_{\sigma_q} \quad (\text{A-6. 3})$$

Schritt 4: Korrekturfaktor X_{cal} für die Modifikation von $w_{m,exp}$ bei vorausgesetzter Proportionalität zur angenommenen zufälligen Belastung gegenüber dem auf $w_{m,exp=test}$ bezogenen relativen Belastungsniveau $r_{Gk} + r_{Qk} \cdot \psi$

$$X_{cal} = \frac{r_{Gk} \cdot x_{\sigma_g} + \frac{\psi}{(1 + 2,05 \cdot \sigma_{q,r} / \mu)} \cdot r_{Qk} \cdot x_{\sigma_q}}{r_{Gk} + r_{Qk} \cdot \psi} \quad (\text{A-6. 4})$$

Schritt 5: Erzeugung von $w_{m,test,random}$

$$w_{m,test,random} = X_{cal} \cdot w_{m,test} \quad (\text{A-6. 5})$$

Die Plausibilität der Ergebnisse kann über die Kontrolle der Mittelwerte der bezogenen Werte und der zugehörigen Standardabweichung erfolgen.

13.3 Interpretation der auf dieser Grundlage erstellten Diagramme Bild 5. 43, Bild 5. 44

Beispiel für die Interpretation typischer Diagramme in Kapitel 5.5.5:

Bemessungsziel:

Aus den Anforderungsklassen ergibt sich die Forderung nach $w_{lim} = 0,2$ mm, d.h. es wird für den Rechenwert der Rissbreite $w_k = 0,2$ mm bemessen und die Bewehrung konzipiert. Die Berechnung bezieht sich auf einen Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, der eine Lastkombination enthält, die dem als Diagramm-Grundlage genannten Lastsystem (LS) „Footbridge“ oder „Railway“ nach 13.2 genügt. Der Ausgangspunkt der Überlegung ist der

Vergleich des Ergebnisses einer halb-zufälligen Belastung gegenüber dem Bemessungsziel einer quasi-ständigen Kombination mit einer Haupteinwirkung aus einem Nachweis.

Mögliche, realistische Ergebnisszenarien für während der Nutzung des Bauteils aufgenommene mittlere Rissbreiten am fertigen Bauwerk unter realer Belastung, wenn entweder Modell 1 oder Modell 3 aus Tabelle 5. 6 für den Nachweis genutzt worden sind:

Der Erwartungswert des 95 % -Fraktilwertes der zur Datenklasse $w_{k,cal} = 0,15...0,25$ mm zugehörigen Mittelwerte $w_{m,test,random}$ wird in Bild 5. 43 (Darstellung für Modell 1- ohne zusätzlich multiplikativ implementierte Sicherheit) hier für die Klasse $w_{lim} = 0,2$ mm abgelesen und beträgt $w_{m,95\%} = 0,241$ mm. Die Auswertung ergab, dass das Modell MC 90/ DIN 1045-1, 11.2.4 sichert, dass unter wirklicher Belastung während der Nutzung der Bauteile tatsächlich wahrscheinlich keine der während der Nutzung aufgenommenen mittleren Rissbreiten diesen Wert überschreiten werden. Entsprechend den Daten ist aber in der genannten Klasse $w_{lim} = 0,2$ mm mit einem höchsten Erwartungswert für eine mittlere Rissbreite im Bauteil von $\max w_m = 0,230$ mm zu rechnen. Kein Riss aller aufgenommenen mittleren Rissbreiten erreicht die Verpressgrenze $w_{infill} = 0,25$ mm. Verpressarbeiten bleiben also auf einzelne lokale Entartungen im Rissbild beschränkt. Die Verformungen werden im Wesentlichen im geplanten Rahmen bleiben. Der Zielwert w_{lim} (Rechenwert der Rissbreite w_k) wird mit einer Wahrscheinlichkeit von $\sim 3,6$ % durch mittlere Rissbreiten überschritten.

Ist man mit der Performance noch nicht zufrieden, kann man eine Sicherung gegen einen Wert der Rissbreite $w_{lim} = w_{k,MC 90} \cdot 1,8 = 0,2$ mm anstreben (Bild 5. 44, Modell 3). Im Ergebnis ist der 95%-Fraktil der randomisierten Rissbreiten bei $w_{m,0,95} = 0,130$ mm zu erwarten. Der Maximalwert der aufgenommenen mittleren Rissbreiten wird diesen Wert mit $\max w_m = 0,196$ mm übertreffen und damit gerade w_{lim} erreichen. Die charakteristische Rissbreite $w_{m,0,95}$ wird mehrfach überschritten, was aber aufgrund des kleineren $\max w_m$ - Wertes hier unerheblich erscheint. Nachträglich notwendige Verpressarbeiten im größeren Umfang zur Gewährleistung der Gebrauchstauglichkeit unter realen Nutzungsbedingungen bleiben unwahrscheinlich, da zwischen $\max w_m$ und der Verpressgrenze $w_{infill} = 0,25$ mm noch ein Abstand besteht (Tabelle 5. 9). Das Berechnungssystem mit einem um den Faktor 1,8 erhöhten Teilsicherheitsbeiwert schießt für $w_{lim} = 0,2$ mm also weit über das Ziel hinaus, da die mittleren Rissbreiten in der Masse bei diesem Modell zwischen 0,05 und 0,10 mm liegen werden. Das Ergebnis ist natürlich in dieser Variante mit maximalem Teilsicherheitsbeiwert deutlich verbessert, erfordert aber wegen des Zusammenhangs:

$$w \cdot A_{s,1} \cdot \sqrt{\phi_1} \approx const. \approx \frac{w}{1,8} \cdot A_{s,2} \cdot \sqrt{\phi_2} \quad ; \text{ bei } A_{c,eff} \text{ und } F_s = const. \quad (\text{A-6. 6})$$

einen größeren Stahldurchmesser ϕ oder einen deutlich zu verringernden Stababstand s bei etwa 50%-igem Mehraufwand für die Stahlmenge, so dass eine praktische Umsetzbarkeit in Frage steht. Selbst bei einer angenommenen Realisierbarkeit ist jedoch bei einem hohen Einfluss des Zufalls noch nicht gesichert, dass einige charakteristische Rissbreiten doch den Zielwert $w_{lim} = 0,2$ mm überschreiten, da die Betrachtungen für mittlere Rissbreiten geführt worden sind!

13.4 Ergebnisse der Modellabweichungen in den Berechnungsklassen der Zielrissbreiten

Datensatz [Fehling]	Alle/Gesamt	$\delta =$ $\frac{w_{\text{mcal}}}{w_{\text{mexp}}}$		DIN MC 90 $\delta(\text{MC90})$	Modell ergibt Fraktil [%] σ für Werte δ		$\delta =$ $\frac{w_{\text{k,cal(DIN)x1,2}}}{w_{\text{mexp}}}$		Modell ergibt Fraktil [%] σ für Werte δ		$\delta =$ $\frac{w_{\text{k,cal(DIN)x1,8}}}{w_{\text{mexp}}}$		Modell ergibt Fraktil [%] σ für Werte δ	
		Klasse wlim [mm]		1,06	1,00	1,32 1,23 1,50 1,48	75,15 69,59 81,07 84,47	0,47 0,44 0,57 0,47	1,58 1,48 1,70 1,73	89,26 84,48 92,20 90,71	0,47 0,47 0,49 0,56	2,38 1,82 2,36 2,50	99,83 95,36 99,96 99,96	0,47 0,49 0,40 0,45
Datensatz [Corres]	Alle/Gesamt	$\delta =$ $\frac{w_{\text{mcal}}}{w_{\text{mexp}}}$		DIN MC 90 $\delta(\text{MC90})$	Modell ergibt Fraktil [%] σ für Werte δ		$\delta =$ $\frac{w_{\text{k,cal(DIN)x1,2}}}{w_{\text{mexp}}}$		Modell ergibt Fraktil [%] σ für Werte δ		$\delta =$ $\frac{w_{\text{k,cal(DIN)x1,8}}}{w_{\text{mexp}}}$		Modell ergibt Fraktil [%] σ für Werte δ	
		Klasse wlim [mm]		1,05 0,95 1,26 1,71	1,31 1,11 1,39 1,65	79,62 65,17 85,72 98,18	0,37 0,29 0,36 0,31	1,57 1,22 1,57 1,96	93,68 80,60 95,69 99,90	0,37 0,26 0,33 0,31	2,36 1,61 2,07 2,32	99,99 99,87 99,98 99,99	0,37 0,20 0,30 0,34	

Modell DIN entspricht hier MC 90, DIN x 1,2 ist wk,cal(MC 90) x1,2 und etwa wmax,EN 1992-1-1 (Biegung),
DIN x 1,8 ist wk,cal(MC 90) x1,2 und etwa wmax,EN 1992-1-1 (Zug)

Tabelle A-6. 2: Beurteilung von Modellen aufgrund der als systematisch eintretend angesehenen Modellabweichungen

13.5 Vergleich von $s_{rk,cal}/(w_m/\varepsilon)_{test}$ anhand des Datensatzes aus Anhang 5 zur Stützung der Ergebnisse in Kapitel 5.5, 5.6

Die Auswirkung der Erhöhung der Modellsicherheit auf $s_{rk,cal}$ nach DIN 1045-1 im Vergleich zum nicht veränderten sog. maximalen Rissabstand $s_{r,max}$ nach EN 1992-1-1, 7.3.4 unter Berücksichtigung der empfohlenen Parameter (prEN 1992-1-1). Alle Rechenwerte werden auf die jeweiligen Mittelwerte der Versuche $s_{rm,test}$ bzw. $(w_m/\varepsilon)_{test}$ bezogen.

Tabelle A-5. 16: Anordnungsschema für Diagramme in Bild A-6. 3

	Linke Blattseite	Rechte Blattseite
Oben:	$[s_{rk}(MC90/DIN) \times 1,00; s_{rmax}(EN)]$	$[s_{rk}(MC90/DIN) \times 1,20; s_{rmax}(EN)]$
Unten:	$[s_{rk}(MC90/DIN) \times 1,44; s_{rmax}(EN)]$	$[s_{rk}(MC90/DIN) \times 1,80; s_{rmax}(EN)]$

(Jeweils gegen $s_{rm,test} \leftrightarrow (w_m/\varepsilon_m)_{test}$ auf der x -Achse)

Tabelle A-5. 17: Anordnungsschema für Diagramme in Bild A-6. 4, das auf der übernächsten Seite beginnend, nach Biegung und Zug getrennte Vergleiche enthält

	Linke Blattseite	Rechte Blattseite
Oben: Biegebauteile	$[s_{rk}(MC90/DIN) \times 1,20; s_{rmax}(EN)]$	$[s_{rk}(MC90/DIN) \times 1,80; s_{rmax}(EN)]$
Unten: Zentrischer Zug	$[s_{rk}(MC90/DIN) \times 1,44; s_{rmax}(EN)]$	$[s_{rk}(MC90/DIN) \times 1,80; s_{rmax}(EN)]$

(Jeweils gegen $s_{rm,test} \leftrightarrow (w_m/\varepsilon_m)_{test}$ auf der x -Achse)

Der in den nachfolgenden Diagrammen vorkommende Begriff „große Unsicherheit“ betrifft jeweils den Bereich unterhalb der Linie „cal = test (1:1)“ → Rechenwert = Testergebnis. Kann der Rechenwert der Rissabstandes nicht einmal den mittleren Rissabstand abbilden, ist mit einiger Wahrscheinlichkeit zu erwarten, dass mehr als die Hälfte aller Risse weitaus größer als vorausgesagt eintreten. Dies kann umfangreiche Nacharbeiten noch während der Bauphase zur Folge haben.

Bild A-6. 3:

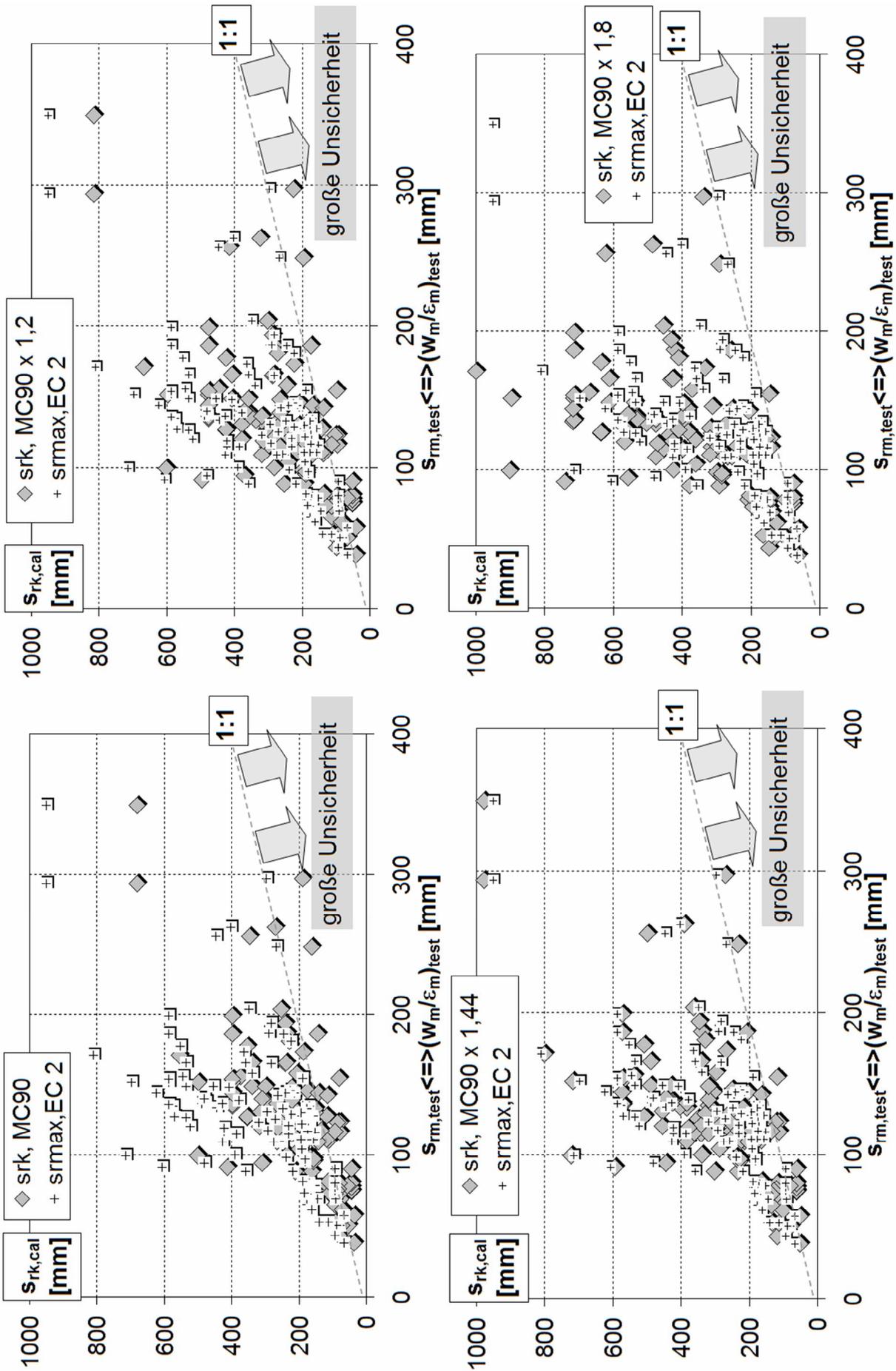
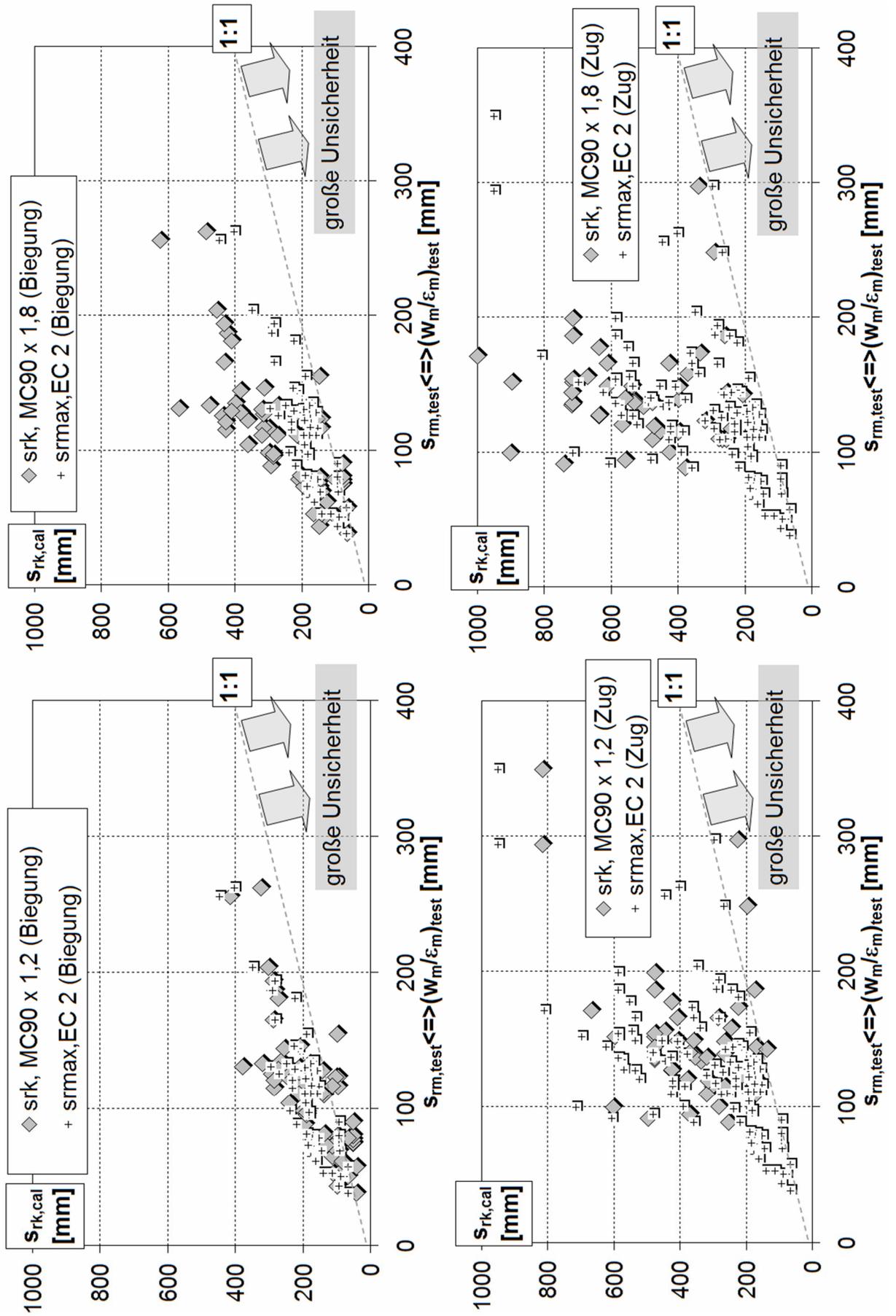


Bild A-6. 4:



13.6 Nachrechnung der Einzelrissbildung, Versuch Nr. 2c Falkner [51]

Eingangswerte:

1. Geometrie

$$A_{ct} = 170 \cdot 350 = 59500 \text{ mm}^2$$

$$A_s = 4 \cdot 113 \text{ mm}^2 = 452 \text{ mm}^2 \quad (4\phi 12, \text{ BSt IIIb})$$

$$\rho_{ct,min} = \frac{A_s}{A_{ct}} = \frac{452}{59500} = 0,00759$$

2. Rissspannungen:

$$\sigma_{s,cr1} \sim 190 \text{ N/mm}^2$$

$$\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2} \sim 270 \text{ N/mm}^2 \text{ (Übergang zur völlig abgeschlossenen Rissbildung)}$$

$$f_{ctm} = 2,06 \text{ N/mm}^2 \text{ (nach Tabelle 11, [Falkner])}$$

3. Tabelle A-6. 3: Berechnungstabelle mit Modellen für Einzelrissbildung und Mindestbewehrungsgrad. Die Werte w_k in dieser Berechnung weichen von Ergebnissen für die abgeschlossene Rissbildung ab.

Lfd. Nr.	Modell $2l_t \sim s_r$	s_r [mm]	$\Delta \varepsilon_1 =$ $0,4 \frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}}{E_s}$	$\Delta \varepsilon_2 =$ $0,6 \frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}}{E_s}$	$w_1 = s_r \cdot \Delta \varepsilon_1$ [mm]	$w_2 = s_r \cdot \Delta \varepsilon_2$ [mm]
1	$\frac{\phi}{4,5 \cdot \rho_{ct,min}}$	351	0,00054	0,00081	0,189	0,284 $\approx w_{90\%,single}$
2	$\frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{ct,min}}$	439	0,00054	0,00081	0,237 $\approx w_{m,single}$	0,356
3	$1,2 \cdot \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{ct,min}}$	527	0,00054	0,00081	0,284 $\approx w_{90\%,single}$	(nicht sinnvoll)
4	$1,44 \cdot \frac{\phi}{3,6 \cdot \rho_{ct,min}}$	632	0,00054	0,00081	0,341 $\approx w_{99\%,single}$	(nicht sinnvoll)

(w_m war auf dem Spannungsniveau $\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}$ mit 0,23 mm von Falkner kurz vor dem Übertritt zur völlig abgeschlossenen Rissbildung gemessen worden. Falkner selbst beschreibt die maximale Abweichung vom Mittelwert mit $\pm 20 \%$). Die eigene Nachrechnung mit den direkt photogrammetrisch abgetragenen Werten für $s_{r,i}$ aus dem veröffentlichten Versuchsfoto in [51], (siehe Bild A-6. 5), ergibt ein ähnliches Streumaß.

Der Erstriss trat entsprechend des Kraft – Zeit – Diagramms (Bild 72 in [51]) bei $0,7 f_{ctm}$ ein, die abgeschlossene Rissbildung bei $1,05 f_{ctm}$.

4. Versuch der Darstellung der realen Situation im Stadium Einzelrissbild aus den durch die Dokumentation gegebenen Informationen anhand der vorhandenen Rechenhilfsmittel:

Einige Risse auf dem Foto (Bild 80 in [51]) zur Einzelrissbildung befanden sich bereits sichtbar im Übergang zur abgeschlossenen Rissbildung. Das ist durch den Vergleich mit dem

2. Foto zur abgeschlossenen Rissbildung leicht feststellbar. Dieser Übergang zur abgeschlossenen Rissbildung ist in der folgenden Nachrechnung für die Ermittlung von $\Delta\varepsilon$ berücksichtigt, nicht jedoch in Tabelle A-6.3 zur Verifizierung der Modellqualität. Das von Falkner verwendete Nummerierungssystem (Römische Ziffern→Einzelrisse, arabische Ziffern→weitere sukzessive Risse im Zuge der abgeschlossenen Rissbildung) lässt eine Zuordnung jedes Risses zu einer Rissbildungsart zu.

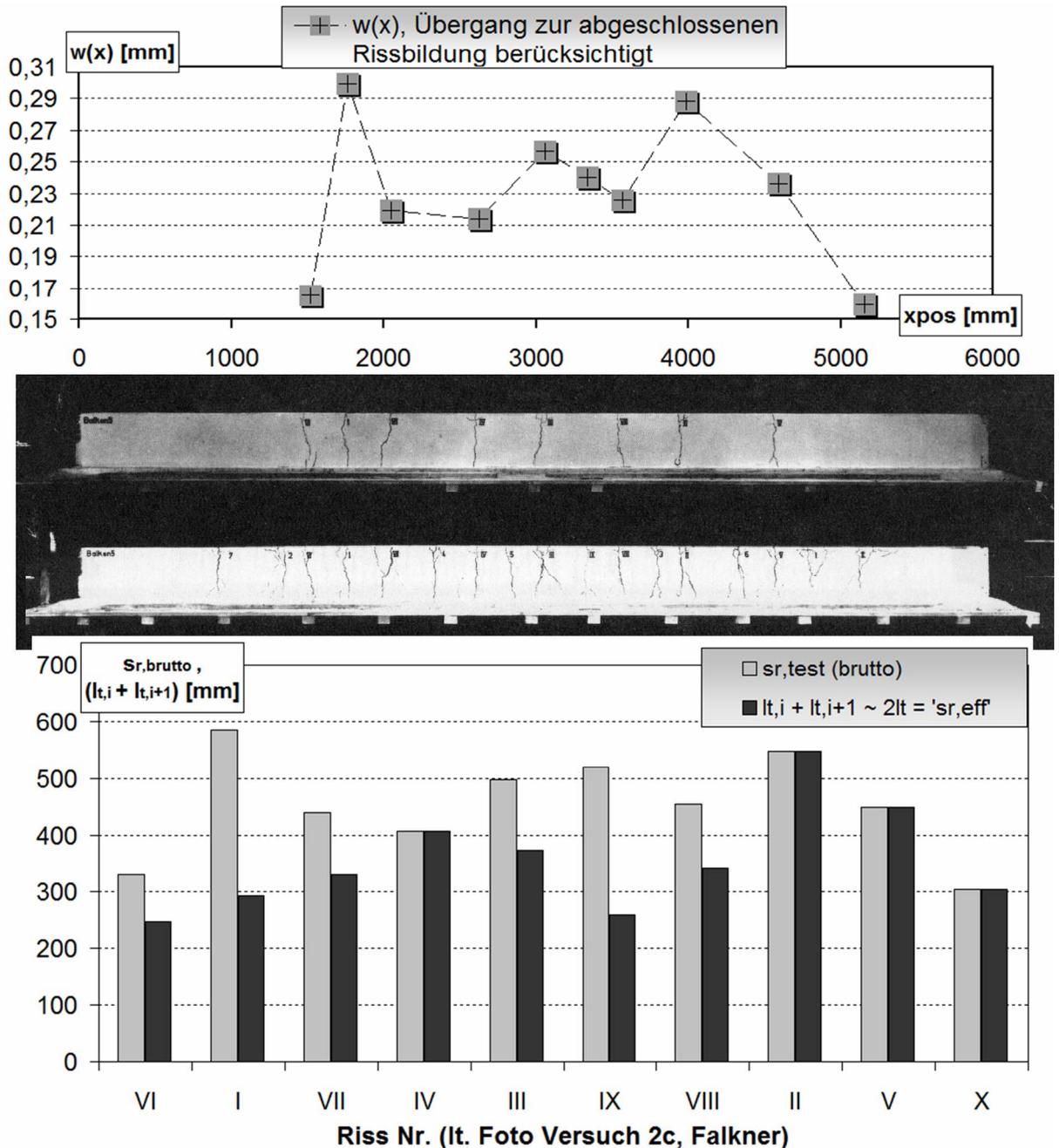


Bild A-6. 5: Nachrechnung des Versuches 2c von Falkner. Die auswertbaren Fotos als Grundlage der Auswertung und Nachrechnung sind [51] entnommen.

Die Rissabstände und Ersatzgrößen $2l_t \approx (w/\varepsilon)$ sind den Rissen im oberen Versuchsfoto zugeordnet und weichen hier von den Angaben im Datensatz Anhang 5 ab. Dort sind nur die Rissabstände für die vollständig abgeschlossene Rissbildung erfasst. (Foto in Bild A-6. 5 –

unten). Die der Einzelrissbildung nachfolgende, sukzessive Rissbildung ließ jedoch Rückschlüsse auf kleinere, wirksame Rissabstände im Einzelrissbild zu, als aus dem oberen Foto direkt auszumessen war (siehe auch explizite Darstellung der Unterschiede im unteren Diagramm in Bild A-6. 5).

Die Berechnungsmodelle 1 und 3 in Tabelle A-6.3 führen mit unterschiedlichen Ansätzen für die Dehnungsdifferenz zu den gleichen Ergebnissen wie die explizite Nachrechnung und Auswertung, die zu den Ergebnissen im Diagramm Bild A-6. 5 mit detaillierteren Modellen führte. Beruhigend ist, dass es bereits mit dem Modell 1 in Tabelle A-6.3 gelingen würde, einen im Ergebnis zuverlässigen Nachweis zu führen!

Als entscheidendes Sicherheitselement gegen Probleme bei der Vorhersage des wirksamen Rissabstands erweist sich also die Annahme von:

$$\Delta \varepsilon_2 = (1 - k_t) \cdot \frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}}{E_s} = 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}}{E_s} . \quad (\text{A-6. 7})$$

Diese große Differenz gleicht hier hinreichend zu optimistische, also zu klein berechnete Rissabstände in der Rissbreitenberechnung aus. Im vorliegenden Fall war $(1 - k_t)$ für klar abgrenzbare Einzelrisse wahrscheinlich nicht größer als 0,4.

Ein Blick auf den Unterschied zwischen der hier kalkulierten Länge für s_r und der wahrscheinlich wirksamen (Bild A-6. 5, Diagramm unten) zeigt jedoch, dass die Modellqualität für präzise Nachrechnungen lokaler Risse einer langsamen Übergangssituation zur abgeschlossenen Rissbildung noch nicht ausreichend ist. Andererseits hätte es mit den realen, wirksamen Einleitungsbereichen in einer vereinfachten Rückrechnung auf Basis einfacher Modelle für die Dehnungsdifferenz $\Delta \varepsilon_2$ – wie in Tabelle A-6.3 – zu große Streuungen der berechneten Rissbreite gegeben. Falkner stellte neben einer mittleren Rissbreite aber fest, dass es nur eine geringe Streuung um eine mittlere Rissbreite gegeben hat. Für den hier untersuchten Versuch 2c wurde von Falkner $w_m = 0,23$ mm bei einer Streuung der Rissbreiten von ± 20 % festgestellt. Um dies rechnerisch nachvollziehen zu können, muss man verstehen, dass es die theoretisch klar abgegrenzte Einzelrissbildung – wie in Bild 4. 16 schematisch gezeigt – eigentlich nie stabil vorliegt. Gerade unter noch nicht abgebauten Zwangbeanspruchungen ist das Einzelrissbild nicht stabil, sondern in Teilbereichen bereits durch sukzessive Risse geprägt. In der mit Bild A-6. 5 zusammengefassten Analyse ist dies bereits berücksichtigt.

Mit der Anzahl der sich bildenden Risse steigt die Wahrscheinlichkeit, dass links oder rechts der Erstrisse bereits sukzessive Risse eines abgeschlossenen Rissbildes entstehen. An anderer Stelle entstehen jedoch noch unbeeinflusste Einzelrisse. Für Einzelrisse gibt es damit für den Übergang bis zu einem vollständig abgeschlossenen Rissbild drei mögliche Lagebezüge, die für eine analytische Betrachtung von Bedeutung sind.

Tabelle A-6. 4: Mögliche Relationen eines zu berechnenden Risses zu den Nachbarrissen entsprechend der Art der Rissbildung

Situation	benachbarter Riss, Orte x_{i-2}	zu berechnender Riss, Ort x_i (Wirkungsbereich zwischen x_{i-1} und x_{i+1})	benachbarter Riss, Orte x_{i+2}
1	noch Einzelriss	\leftrightarrow	noch Einzelriss
2	noch Einzelriss	\leftrightarrow	Rissbildung bereits abgeschlossen
3	Rissbildung bereits abgeschlossen	\leftrightarrow	Rissbildung bereits abgeschlossen

Daher sind für präzise Nachrechnungen des Einzelrisszustandes detailliertere Auswertungen notwendig als für ein abgeschlossenes Rissbild. Zudem sollten die direkt gemessenen, zum jeweiligen lokalen Riss zugehörigen Rissspannungen, und nur der tatsächlich wirksame, also effektive, Rissabstand $s_{r,eff} = l_{t,i} + l_{t,i+1}$ in der Nachrechnung verwendet werden.

Für den Versuch 2c (Bild A-6. 5, Foto oben) sind folgende in Tabelle A-6. 4 schematisierte Lagebeziehungen für das Einzelrissbild kurz vor dem Eintreten des vollständig abgeschlossenen Rissbildes festgestellt worden:

Tabelle A-6. 5: Risszuordnung zu Berechnungssituationen aus Tabelle A-6. 4 im Übergang zwischen Einzel- und abgeschlossener Rissbildung

Lfd. Rissnr.	Situation nach Tabelle A-6. 4	Vermutete Völligkeit der Mitwirkung des Betons	
		Einleitungsbereich $l_{t,i}$	Einleitungsbereich $l_{t,i+1}$
II, IV, V, X	1	$(1-k_t) = 0,4$	$(1-k_t) = 0,4$
III, VI, VII, VIII	2	$(1-k_t) = 0,4$	$k_t = 0,4$
I, IX	3	$k_t = 0,4$	$k_t = 0,4$

Mit der eintretenden Teilung von Einzelrissabständen nimmt aufgrund der zurückgehenden Verankerung von Stahlzugkräften in Beton dessen Mitwirkung auf Zug ab. Deshalb ist k_t in Tabelle A-6. 5, Situation 2 + 3, auf den Seiten mit abgeschlossener Rissbildung abweichend mit $k_t = 0,4$ bewertet.

Ausgangspunkt für eine analytische Ermittlung der Rissbreite ist immer die Gleichung (4. 15). Allerdings sind die Grenzen des wirksamen Verformungsbereichs x_{i-1} und x_{i+1} nicht klar aus den Fotos zu erkennen. Daher muss anstelle des Rissabstandes aus den beiden an einen Riss anschließenden Einleitungsbereichen l_t ein summarischer Wirkungsbereich gebildet werden, der experimentelle Werte (w/ε) abbilden kann:

$$(l_{t,i} + l_{t,i+1}) = x_{i+1} - x_{i-1} \sim f(s_r) \quad (\text{A-6. 8})$$

Mit: x_i zu untersuchender Rissort
 x_{i-1}, x_{i+1} Punkte der Stahldehnungsminima zwischen
nächstliegenden Rissorten x_{i-2}, x_{i+2} .

Weiter kann man zur Auswertung ausnutzen:

x_{i-1}, x_{i+1} fallen mit den Rissorten nach abgeschlossener
Rissbildung zusammen.

Ein Rissabstand s_r ist durch $l_{t,i}$ erst in der abgeschlossenen Rissbildung, nach einer gewissen Umlagerungsphase, nahezu symmetrisch geteilt.

Liegt ein Riss i als Einzelriss zwischen anderen Einzelrissen, sind die Rissabstände zumeist größer als die wirksame Summe ($l_{t,i} + l_{t,i+1}$) an einem Riss. Zur Begründung einer realistischen Annahme kann das vollständig abgeschlossene Rissbild hinzugezogen werden. (Das Foto in Bild A-6. 5 unten ermöglicht beispielsweise solche Differenzierungen.)

Zusätzlich bedingen die Lagebeziehungen möglicherweise einen separierten Aufbau einer Dehnungsdifferenz für den jeweiligen Einleitungsabschnitt $l_{t,i}$ bzw. $l_{t,i+1}$, wenn ein vereinfachtes Berechnungssystem genutzt wird.

$$w = l_{t,i} \cdot \Delta \varepsilon_i + l_{t,i+1} \cdot \Delta \varepsilon_{i+1} \quad (\text{A-6. 9})$$

Da aufgrund der kurzen Belastungszeit jedoch ein Ausgleich zur Mitte zwischen Erstriss und sukzessivem Riss noch nicht zwingend stattgefunden haben muss, kann $s_{r,eff}$ asymmetrisch zugunsten der Einzelrisseite (für Situation 2) für die Nachrechnung aufgeteilt werden. Dies ist hilfreich, um die unterschiedliche Mitwirkung des Betons ($\Delta \varepsilon_i = f[1 - k_r] < \Delta \varepsilon_{i+1} = f[k_r]$) auf beiden Seiten des Risses auch differenziert würdigen zu können.

Die Dokumentation von Falkner lässt eine Zuordnung von Rissspannungen zu bestimmten Orten zu (Bild 5. 2). Es ist zu erkennen, dass nicht primär die zeitliche Reihenfolge des Risseintritts entscheidend dafür ist, wie schnell sich im Umgebungsbereich von Erstrissen sukzessive Risse bilden. Die fehlende geometrische Reihenfolge trotz zeitlicher Aufeinanderfolge der Risse (Tabelle A-6. 5, Bild A-6. 5) lässt vermuten, dass der zufällige Charakter in der Verteilung der Zugfestigkeiten entlang des Versuchskörpers ausschlaggebend für den Aufbau einer lokalen Rissspannung $\sigma_{s,cr,i} = f[f_{ct}(x)]$ und damit für den Eintritt eines Risses ist.

Mit bestimmten Rissorten und –phasen zuzuordnenden Rissspannungen sind die Dehnungsdifferenzen präziser aufzubauen:

Tabelle A-6. 6: Ansätze für die Dehnungsdifferenz $\Delta\varepsilon$ in (A-6. 9). (Die Indizes i spiegeln die Risspositionen wieder.)

Situation nach Tabelle A-6. 4	$\Delta\varepsilon_i$	$\Delta\varepsilon_{i+1}$
1	$(1 - k_{t,i}) \cdot \frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}}{E_s}$	$(1 - k_{t,i+1}) \cdot \frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}}{E_s}$
2	$(1 - k_{t,i}) \cdot \frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}}{E_s}$	$\frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2} - k_{t,i+1} \cdot \sigma_{s,cr,i-1}}{E_s}, !(\sigma_{s,cr,i-1} < \sigma_{s,cr1 \rightarrow 2})$
3	$\frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2} - k_{t,i} \cdot \sigma_{s,cr,i-1}}{E_s}, !(\sigma_{s,cr,i-1} < \sigma_{s,cr1 \rightarrow 2})$	$\frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2} - k_{t,i+1} \cdot \sigma_{s,cr,i+1}}{E_s}$

Für rückwärts gerichtete Analysen kann der Parameter $k_{t,i}$ gegenüber (5. 10) noch weiter eingegrenzt werden. Je völliger die Verbundkraftübertragung, desto größer $k_{t,i}$ (siehe Tabelle A-6. 5). Es ist erkennbar, dass unter Präzisierung des Parameters k_t für den Versuch 2c die größte Einzelrissbreite durch das Modell 3 in Tabelle A-6.3 mit $\Delta\varepsilon_1 = 0,4 \cdot \frac{\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}}{E_s}$ abgebildet

werden könnte. Nun stimmt auch der berechnete wirksame Rissabstand mit $s_{rk} = 527$ mm mit den Messdaten aus den Fotos in Bild A-6. 5 für den großen Riss II überein.

Unter Berücksichtigung detaillierterer Betrachtungen sind neben dem Versuch 2c aus [51] auch die Versuche 1a, 1b, 1c sowie 3c nachvollzogen worden. Dabei entstanden folgende in einem Diagramm zusammengefasste Berechnungen der Einzelrisszustände, die auch die Streuung der lokalen Rissspannungen und der Völligkeit der Verbundspannungsentwicklung entlang der Einleitungslänge berücksichtigt.

Tabelle A-6. 7: Zu Bild A-6. 6 zugehörige Belastung in Form von Stahlspannungen am Übergang zur abgeschlossenen Rissbildung

Versuchs-Nr. in [51]	Spannungsniveau für die Rissbreitenberechnung $\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}$ [N/mm ²]
1 a	415
1 b	371
1 c	359
2 c	270
3 c	235

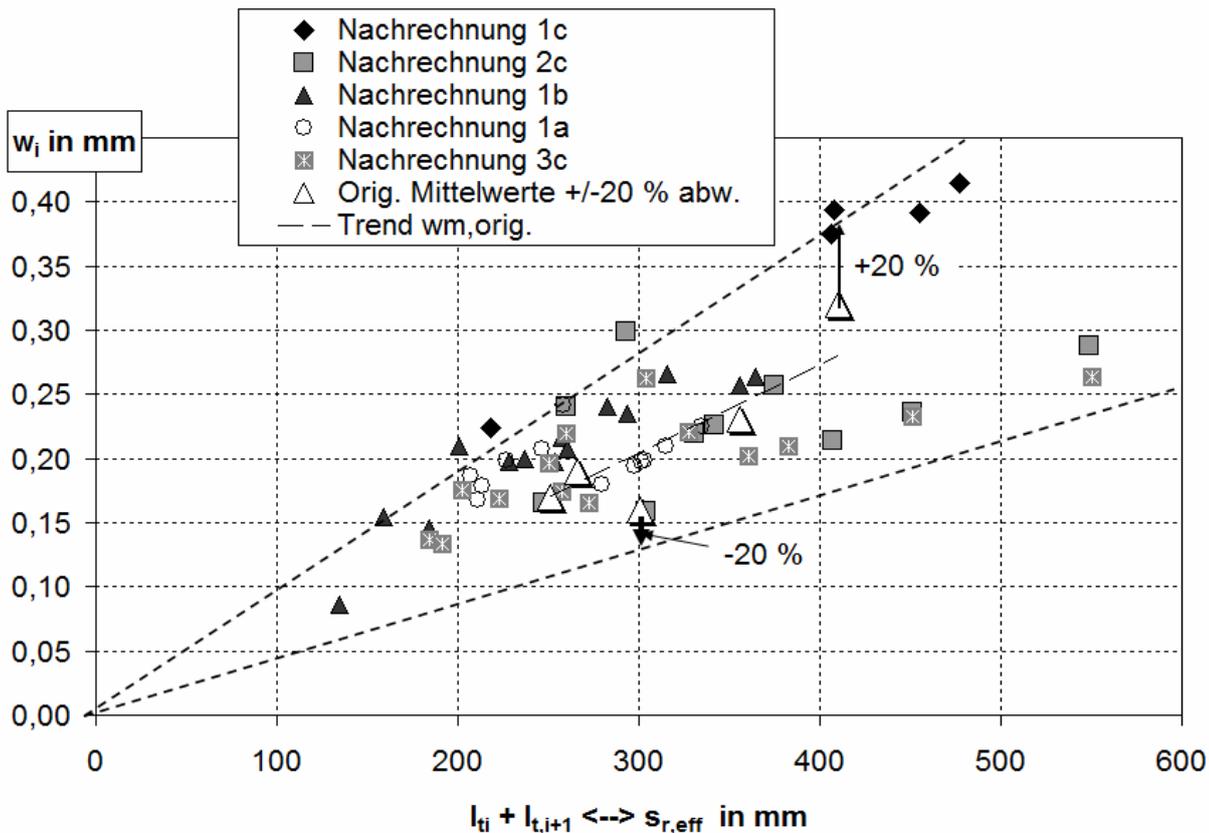


Bild A-6. 6: Rissbreiten für das jeweilige Lastniveau $\sigma_{s,cr1 \rightarrow 2}$ (kurz vor dem Abschluss der sukzessiven Rissbildung)

Die vorgezeigte Rechnung eines sehr gut dokumentierten Beispiels für Einzelrissbildung dient der exemplarischen Darstellung der Rechenmethodik und des Hintergrundes zu Kapitel 5.7. Anhand der mit DAfStb-Heft 208 [51] vorliegenden Dokumentation des Versuchsprogramms war nicht im Einzelnen nachträglich tatsächlich ermittelbar, ob die Risse wirklich an der gegebenen Position in der Größenordnung eintraten, wie aufgrund der Abhängigkeiten zu Kraft (nach Kraft-Zeit-Diagramm) und real vorhandenem, wirksamen Rissabstand errechnet wurde (siehe Bild A-6. 5, Bild A-6. 6). Im Mittelwert und Streuung für w konnten die Messergebnisse von Falkner jedoch weitgehend bestätigt werden. Für die Nachrechnung des Versuches 2c war die maximale Abweichung 28 %. Baut man k_t bzw $(1-k_t)$ als variablen Wert zwischen 0,4 und 0,6 in Abhängigkeit von $s_{r,eff,i}$ auf, lässt sich die maximale Abweichung von der mittleren Rissbreite bis auf 20 % begrenzen.

Die Nachrechnung der Versuche von Falkner ist auf bekannte Rissspannungen an jeder Rissstelle (d.h. bekannte Festigkeiten), sehr gut bekannte effektive Einleitungslängen und das Wissen um lokal beginnendes abgeschlossenes Rissbild abgesetzt. In Prognosen für ähnliche Situationen in der Praxis sind all diese wichtigen Parameter in weitaus größeren Grenzen streuend oder nur abgeschätzt. Damit wird offenbar, wie groß die Abweichungen zwischen Resultat und Vorhersage von Rissbreiten w_{single} für Einzelrisse mit einem immer stark vereinfachenden, normativen Modell unter Umständen sein können (siehe Bild 5. 51).

14 Anhang 7 – Flussdiagramm und Hilfstabelle zur Sicherstellung eines zutreffenden Rechenwertes w_k in Erweiterung des DIN Konzeptes

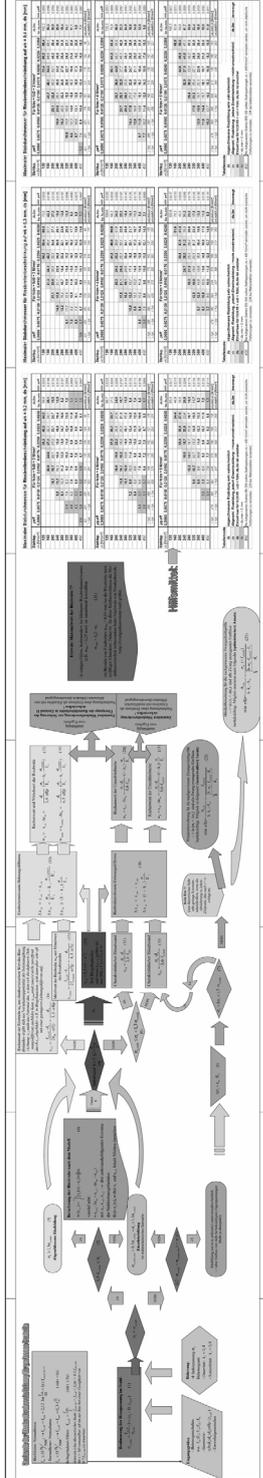
	Seite 422	Seite 423	Seite 424	Seite 425	Seite 426	Seite 427	Seite 428	Seite 429
------------------------------------------------------------------------------------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------	-----------

Bild A-7. 1: Zuordnung der nachfolgenden Seiten zum Gesamtflussplan „Nachweis der Rissbreitenbeschränkung“ in Erweiterung des normativen Ansatzes von DIN 1045-1/ MC 90

Nachweis der Rissbreitenbeschränkung für gerissene Bauteile

- Hochfester- Normalbeton
 $f_{ck} \geq 55 \text{ N/mm}^2 \rightarrow f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln\left(\frac{f_{cm}}{10} + 1\right) \geq f_{ctm,C30/37}$

- Normalfester- Normalbeton
 $f_{ck} < 55 \text{ N/mm}^2 \rightarrow f_{ct,eff} = f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3}$ (mit $t > 5d$)

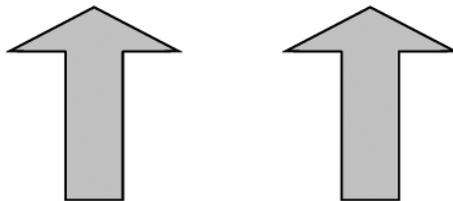
In begründeten Fällen: $f_{ct,eff} = \frac{f_{ctm}}{2}$ (mit $t \leq 5d$)

Hinweis: (Aus theoretischer Sicht: $f_{ctm,28d} > f_{ct,eff} = f_{ct}(t) > 0,5 \cdot f_{ctm,28d}$ für $t > 5d$ verwendbar, oft ist der Riss bei einer Festigkeit von $0,7 \cdot f_{ctm,28d}$ zu erwarten)

Bestimmung der Rissspannung im Stahl:

$$\sigma_{s,crack} = \frac{f_{ct,eff}}{\rho_{p,eff}} (1 + (\alpha_e - 1) \cdot \rho_{p,eff}) \quad (1)$$

$\sigma_s > \sigma_{s,crack}$

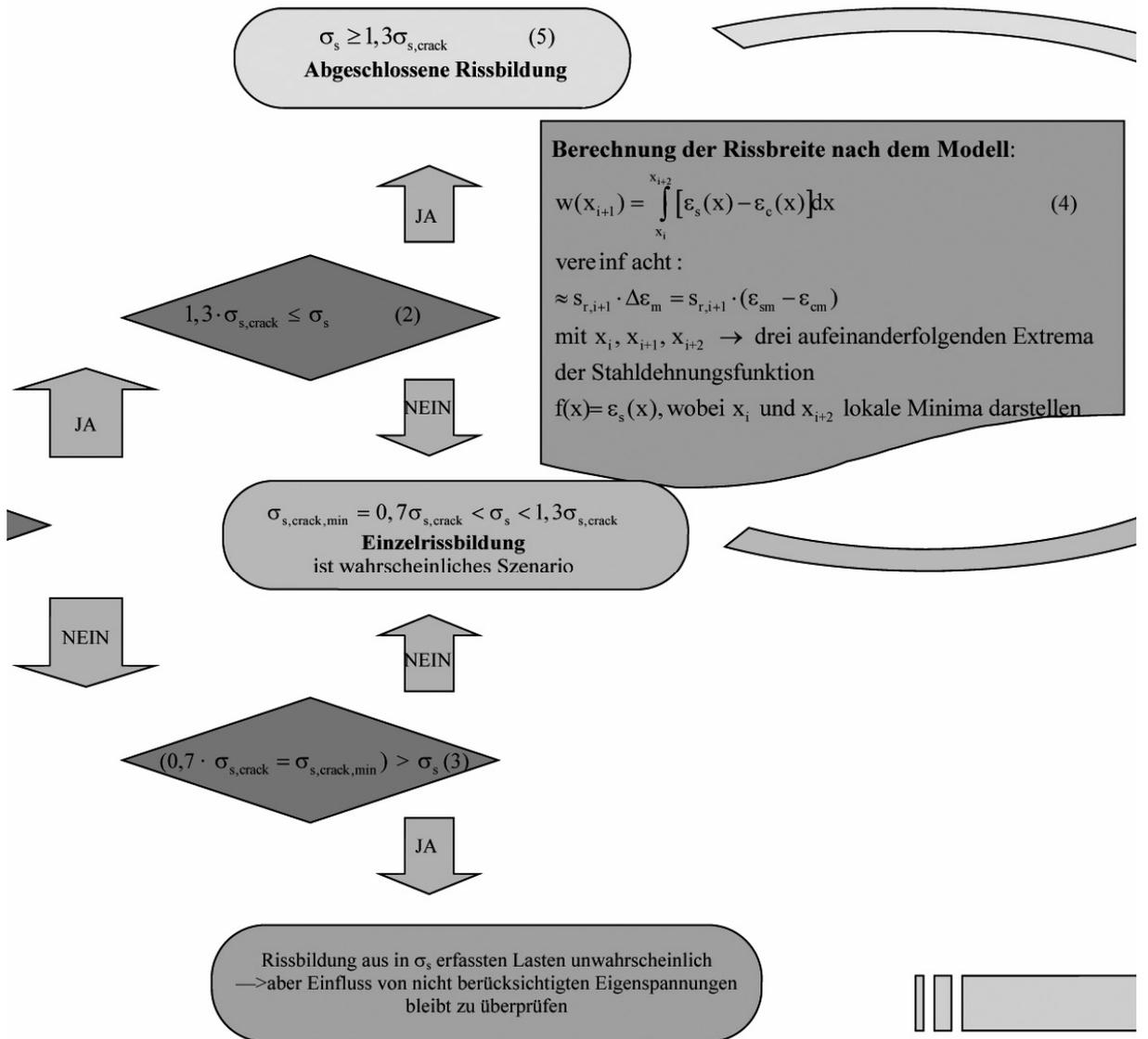


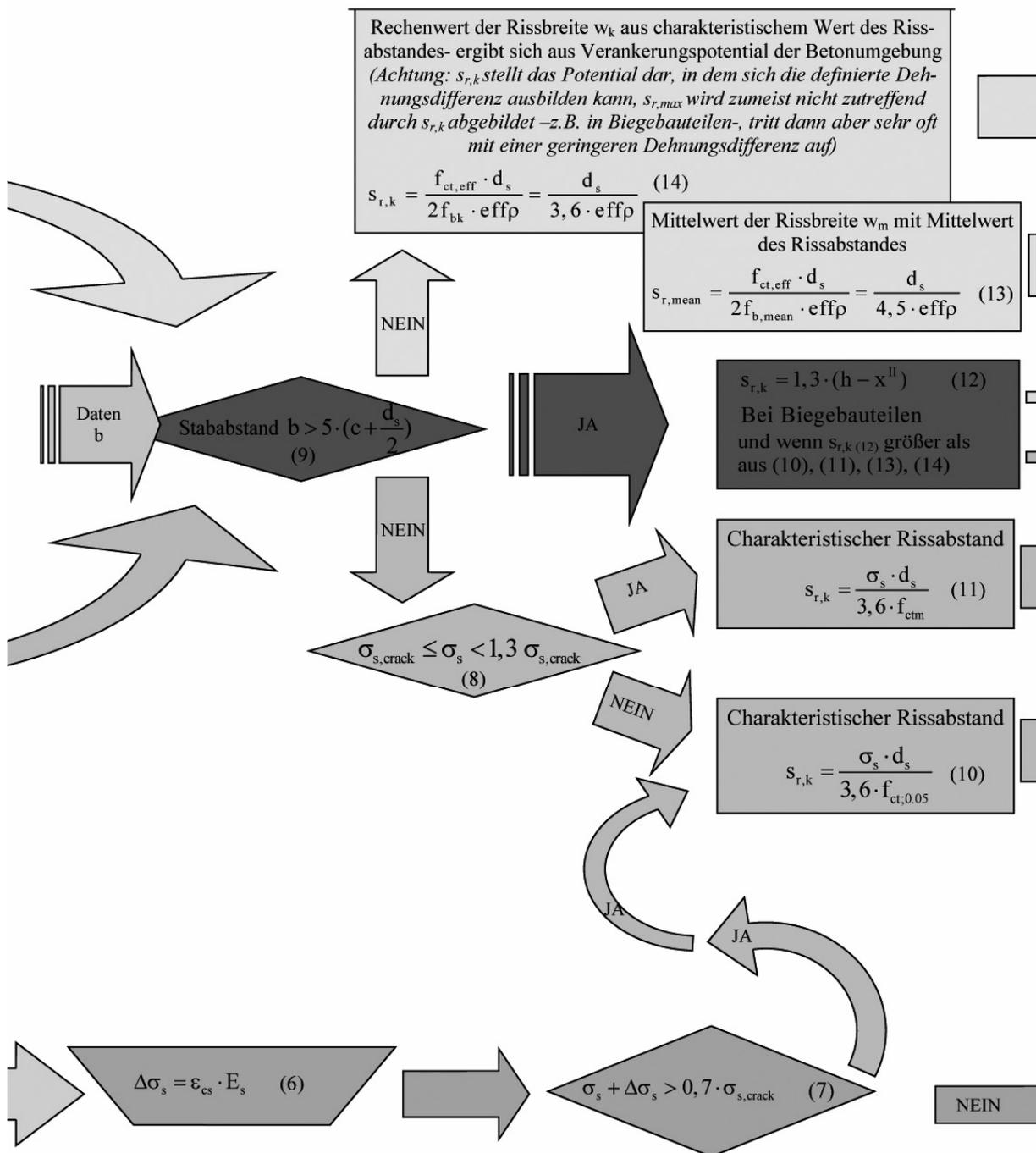
Eingangsgrößen

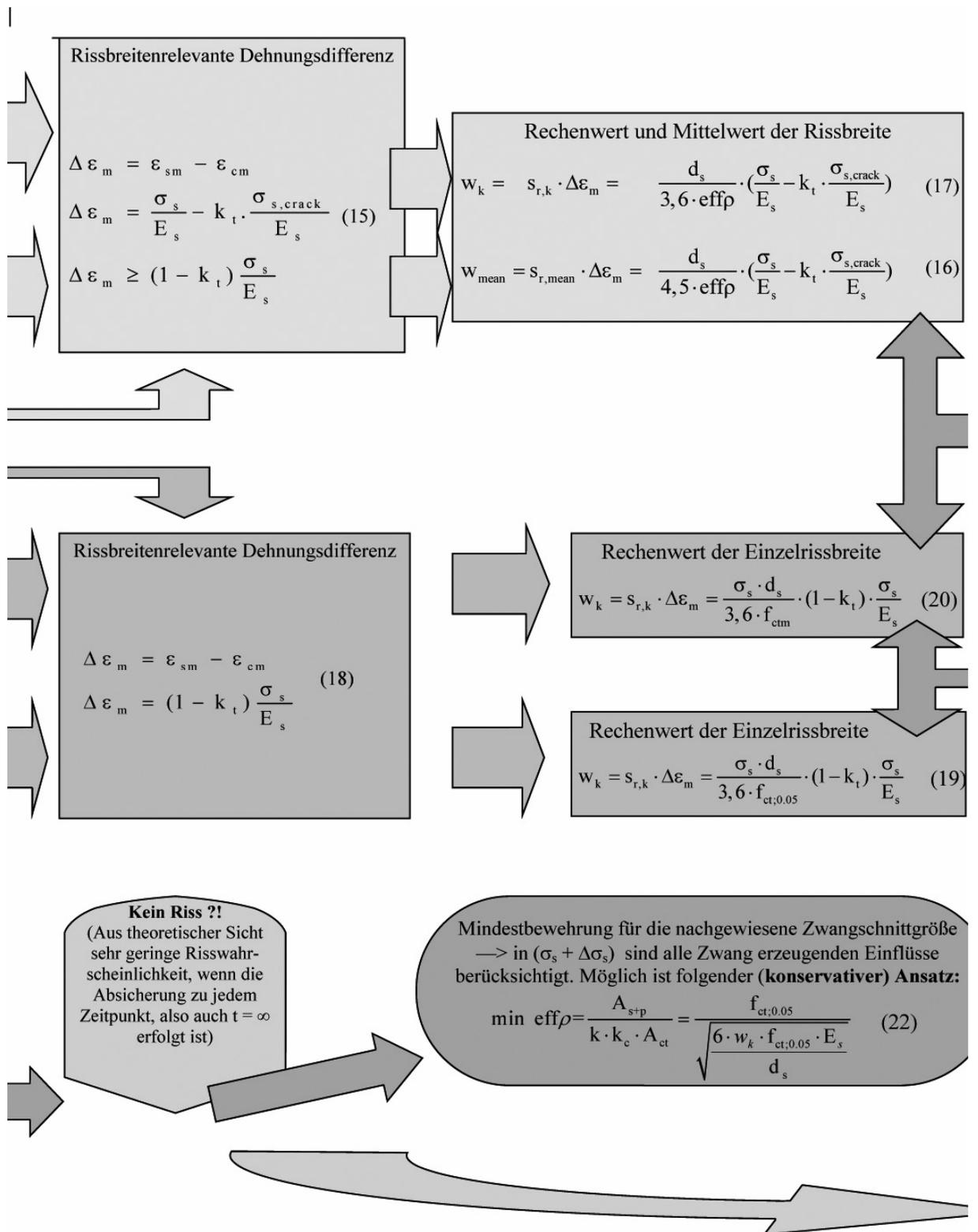
- Betoneigenschaften
u.a.: $f_{ck}; E_s; E_p; f_{yk}; f_{tk}$
- Geometrie:
 $c; b; d_s; d_p; d_1; effp (\rho_{p,eff})$
- Umwelteigenschaften

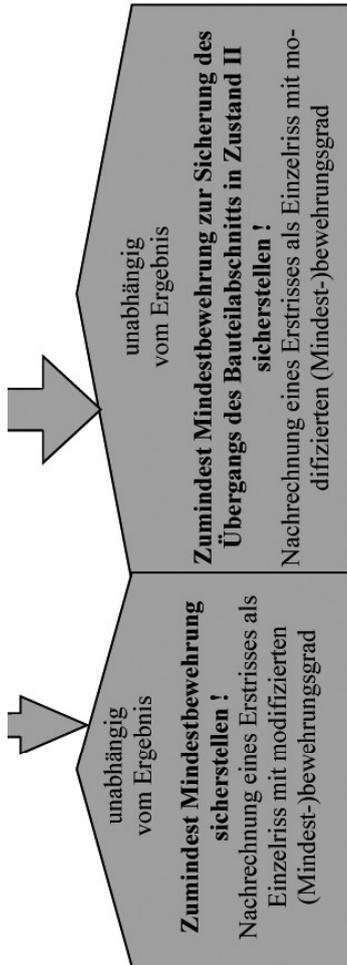
Belastung:

- Stahlspannung σ_s
- Belastungsart:
- Dauerlast : $k_t = 0,4$
- Kurzzeitlast : $k_t = 0,6$









Hinweis: Maximalwert der Rissbreite ??

In einigen Fällen, insbesondere bei kleineren Rissbreitenzielwerten (z.B. $w_{lim} < 0,25$ mm) ist manchmal feststellbar

$$w_{max} > 1,2 \cdot w_k \quad (21)$$

Im Bereich von Rissbreiten $w_{lim} < 0,15$ mm hat die Rissbreite stark zufälligen Charakter. Daher ist für diese Rissbreitenklasse die Modellunsicherheit insbesondere beim Nachweis von Mindestbewehrung (Zwangssituationen) noch größer.

Hilfsmittel:



Mindestbewehrung für die nachgewiesene Zwangsschnittgröße
 → in $(\sigma_s + \Delta\sigma_s)$ sind alle Zwang erzeugenden Einflüsse berücksichtigt. Möglich erscheint auch folgender (optimistischer) Ansatz:

$$\min \text{ eff} \rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{\sigma_{ct} (< f_{ct;0.05})}{\sqrt{\frac{6 \cdot w_k \cdot f_{ct;0.05} \cdot E_s}{d_s}}} \quad (23)$$

Maximaler Stabdurchmesser für Rissbreitenbeschränkung auf $w_k = 0,2 \text{ mm}$, d_s [mm]

Stahlspl. σ_s [N/mm ²]	Für $f_{ctm} = f_{ct0} = 3 \text{ N/mm}^2$									ds,lim für As,min	min ρ_{eff}
	ρ_{eff}										
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250		
120							36,2	40,2	44,2	50,0	0,0250
160					20,9	24,0	27,1	32,3	34,1	28,1	0,0188
200				14,1	16,7	20,1	21,5	23,1	24,7	18,0	0,0150
240			9,5	11,7	14,1	15,3	16,6	18,0	19,4	12,5	0,0125
280			8,1	10,1	11,2	12,3	13,5	14,7	16,0	9,2	0,0107
320		6,4	7,4	8,3	9,2	10,3	11,4	12,4	13,5	7,0	0,0094
360		4,8	6,2	7,0	7,9	8,8	9,8	10,8	11,8	6,0	0,0083
400		4,3	5,3	6,0	6,9	7,8	8,6	9,5	10,4	4,5	0,0075
450	2,8	3,8	4,4	5,2	5,9	6,7	7,5	8,3	9,1	3,5	0,0067
	431	291	221	179	151	131	116	104	95	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> fyk	> fyk	411	333	281	243	216	194	177	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Stahlspl. σ_s [N/mm ²]	Für $f_{ctm} = 4 \text{ N/mm}^2$									ds,lim für As,min	min ρ_{eff}
	ρ_{eff}										
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250		
120										66,7	0,0333
160							27,5	30,7	33,7	37,5	0,0250
200					18,9	19,5	22,0	26,6	27,9	24,0	0,0200
240				11,8	14,1	16,2	18,8	20,0	21,3	16,7	0,0167
280				10,1	12,0	13,9	14,9	16,1	17,2	12,2	0,0143
320			7,2	8,9	10,5	11,4	12,4	13,4	14,5	9,4	0,0125
360			6,4	8,0	8,8	9,6	10,6	11,5	12,5	7,4	0,0111
400		4,4	6,7	6,8	7,5	8,4	9,2	10,1	10,9	6,0	0,0100
450		3,9	5,1	5,7	6,4	7,2	7,9	8,7	9,5	4,7	0,0089
	> fyk	386	293	237	199	173	153	137	125	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> fyk	> fyk	> fyk	439	370	320	283	254	231	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Stahlspl. σ_s [N/mm ²]	Für $f_{ctm} = 5 \text{ N/mm}^2$									ds,lim für As,min	min ρ_{eff}
	ρ_{eff}										
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250		
120										83,3	0,0417
160									34,4	46,9	0,0313
200							22,4	25,0	27,5	30,0	0,0250
240						16,5	18,7	20,8	23,6	20,8	0,0208
280					12,2	14,1	16,7	17,6	18,7	15,3	0,0179
320				9,0	10,7	12,7	13,5	14,5	15,5	11,7	0,0156
360				8,0	9,8	10,6	11,4	12,3	13,2	9,3	0,0139
400			5,8	7,2	8,3	9,0	9,8	10,7	11,5	7,5	0,0125
450			5,1	6,4	7,0	7,7	8,4	9,2	9,9	5,9	0,0111
	> fyk	479	363	293	246	213	188	168	153	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> fyk	> fyk	> fyk	> fyk	457	395	348	312	283	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Tabellencode:

ds	Abgeschlossene Rissbildung sehr wahrscheinlich		
ds	Abgeschl. Rissbildung, jedoch Einzelrissbildung --> nicht unwahrscheinli.	ds,lim	bevorzugt
ds	Einzelrisse für $f_{ct}; 0,05 < \sigma_{ct} < f_{ctm}$; ds,lim ist unsicher		
ds	< ds,min = 6 mm		
450	Bei kaltgewalzten Stählen BSt 500 sollten Stahlspannungen $\sigma_s > 400 \text{ N/mm}^2$ vermieden werden, um nicht elastische Verformungen zu vermeiden. (Oft bei Mattenstählen verwendet)		

Maximaler Stabdurchmesser für Rissbreitenbeschränkung auf $w_k = 0,3$ mm, d_s [mm]

Stahlspl. σ_s [N/mm ²]	peff		Für $f_{ctm} = f_{ct0} = 3$ N/mm ²							ds,lim	
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250	für $A_{s,min}$	min peff
120							54,3	60,4	66,3	75,0	0,0250
160					31,3	36,1	40,7	46,4	51,1	42,2	0,0188
200				21,1	25,0	30,2	32,3	34,6	37,1	27,0	0,0150
240			14,3	17,6	21,1	22,9	24,9	26,9	29,1	18,8	0,0125
280			12,2	15,2	16,7	18,4	20,2	22,1	23,9	13,8	0,0107
320		8,1	11,2	12,4	13,9	15,4	17,0	18,7	20,3	10,5	0,0094
360		7,2	9,2	10,5	11,8	13,3	14,7	16,2	17,7	8,3	0,0083
400		6,5	7,9	9,1	10,3	11,6	12,9	14,3	15,6	6,8	0,0075
450	3,9	5,7	6,7	7,8	8,9	10,1	11,3	12,5	13,6	5,3	0,0067
	431	291	221	179	151	131	116	104	95	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> f_{yk}	> f_{yk}	411	333	281	243	216	194	177	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Stahlspl. σ_s [N/mm ²]	peff		Für $f_{ctm} = 4$ N/mm ²							ds,lim	
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250	für $A_{s,min}$	min peff
120							41,3	46,0	50,6	100,0	0,0333
160							33,0	39,9	41,9	56,3	0,0250
200					25,3	29,2	33,0	39,9	41,9	36,0	0,0200
240				17,8	21,1	24,3	28,3	30,1	32,0	25,0	0,0167
280				15,2	18,1	20,8	22,4	24,1	25,9	18,4	0,0143
320			10,8	13,3	15,7	17,1	18,6	20,1	21,7	14,1	0,0125
360			9,6	12,0	13,2	14,5	15,8	17,3	18,7	11,1	0,0111
400		6,5	8,6	10,2	11,3	12,5	13,8	15,1	16,4	9,0	0,0100
450		5,8	7,6	8,6	9,6	10,8	11,9	13,1	14,3	7,1	0,0089
	> f_{yk}	386	293	237	199	173	153	137	125	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> f_{yk}	> f_{yk}	> f_{yk}	439	370	320	283	254	231	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Stahlspl. σ_s [N/mm ²]	peff		Für $f_{ctm} = 5$ N/mm ²							ds,lim	
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250	für $A_{s,min}$	min peff
120										125,0	0,0417
160									51,6	70,3	0,0313
200							33,6	37,5	41,3	45,0	0,0250
240						24,7	28,0	31,2	35,3	31,3	0,0208
280					18,3	21,2	25,0	26,4	28,0	23,0	0,0179
320				13,5	16,0	19,0	20,3	21,7	23,2	17,6	0,0156
360			9,7	12,0	14,8	15,8	17,1	18,4	19,8	13,9	0,0139
400			8,7	10,8	12,5	13,6	14,8	16,0	17,3	11,3	0,0125
450			7,7	9,5	10,5	11,5	12,6	13,7	14,9	8,9	0,0111
	> f_{yk}	479	363	293	246	213	188	168	153	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> f_{yk}	> f_{yk}	> f_{yk}	> f_{yk}	457	395	348	312	283	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Tabellencode:

ds	Abgeschlossene Rissbildung sehr wahrscheinlich		
ds	Abgeschl. Rissbildung, jedoch Einzelrissbildung --> nicht unwahrscheinli.	ds,lim	bevorzugt
ds	Einzelrisse für $f_{ct,0.05} < \sigma_{ct} < f_{ctm}$; ds,lim ist unsicher		
ds	< ds,min = 6 mm		
450	Bei kaltgewalzten Stählen BSt 500 sollten Stahlspannungen $\sigma_s > 400$ N/mm ² vermieden werden, um nicht elastische Verformungen zu vermeiden. (Oft bei Mattenstählen verwendet)		

Maximaler Stabdurchmesser für Rissbreitenbeschränkung auf $w_k = 0,4 \text{ mm}$, d_s [mm]

Stahlsp. σ_s [N/mm ²]	peff		Für $f_{ctm} = f_{ct0} = 3 \text{ N/mm}^2$							ds,lim	
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250	für As,min	min peff
120							72,4	80,5	88,4	100,0	0,0250
160					41,7	48,1	54,3	64,6	68,1	56,3	0,0188
200				28,1	33,4	40,3	43,1	46,2	49,4	36,0	0,0150
240			19,0	23,5	28,1	30,5	33,2	35,9	38,8	26,0	0,0125
280			16,3	20,3	22,3	24,6	27,0	29,4	31,9	18,4	0,0107
320		10,8	14,9	16,5	18,5	20,6	22,7	24,9	27,1	14,1	0,0094
360		9,6	12,3	14,0	15,8	17,7	19,6	21,6	23,6	11,1	0,0083
400		8,7	10,5	12,1	13,8	15,5	17,3	19,0	20,8	9,0	0,0075
450	7,2	7,6	8,9	10,4	11,9	13,4	15,0	16,6	18,2	7,1	0,0067
	431	291	221	179	151	131	116	104	95	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> fyk	> fyk	411	333	281	243	216	194	177	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Stahlsp. σ_s [N/mm ²]	peff		Für $f_{ctm} = 4 \text{ N/mm}^2$							ds,lim	
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250	für As,min	min peff
120										133,3	0,0333
160							55,1	61,3	67,4	75,0	0,0250
200					33,7	38,9	44,0	53,2	55,9	48,0	0,0200
240				23,7	28,1	32,5	37,7	40,1	42,6	33,3	0,0167
280				20,3	24,1	27,8	29,9	32,1	34,5	24,5	0,0143
320			14,4	17,8	21,0	22,8	24,7	26,8	28,9	18,8	0,0125
360			12,8	16,0	17,6	19,3	21,1	23,0	24,9	14,8	0,0111
400		8,7	11,5	13,6	15,1	16,7	18,4	20,1	21,9	12,0	0,0100
450		7,7	10,2	11,4	12,9	14,3	15,9	17,4	19,0	9,6	0,0089
	> fyk	386	293	237	199	173	153	137	125	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> fyk	> fyk	> fyk	439	370	320	283	254	231	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Stahlsp. σ_s [N/mm ²]	peff		Für $f_{ctm} = 5 \text{ N/mm}^2$							ds,lim	
	0,0050	0,0075	0,0100	0,0125	0,0150	0,0175	0,0200	0,0225	0,0250	für As,min	min peff
120										166,7	0,0417
160									68,8	93,8	0,0313
200							44,8	49,9	55,0	60,0	0,0250
240						32,9	37,3	41,6	47,1	41,7	0,0208
280					24,4	28,2	33,3	35,2	37,3	30,6	0,0179
320				17,9	21,3	25,4	27,1	28,9	30,9	23,4	0,0156
360			12,9	15,9	19,7	21,1	22,8	24,6	26,4	18,5	0,0139
400			11,6	14,4	16,7	18,1	19,7	21,3	23,0	15,0	0,0125
450			10,3	12,7	14,0	15,3	16,8	18,3	19,8	11,9	0,0111
	> fyk	479	363	293	246	213	188	168	153	$\sigma_{s,min,cr}$ [N/mm ²]	
	> fyk	> fyk	> fyk	> fyk	457	395	348	312	283	$\sigma_{s,stabil,cr}$ [N/mm ²]	

Tabellencode:

ds	Abgeschlossene Rissbildung sehr wahrscheinlich		
ds	Abgeschl. Rissbildung, jedoch Einzelrissbildung -->nicht unwahrscheinli.	ds,lim	bevorzugt
ds	Einzelrisse für $f_{ct}0,05 < \sigma_{ct} < f_{ctm}$; ds,lim ist unsicher		
ds	< ds,min = 6 mm		
450	Bei kaltgewalzten Stählen BSt 500 sollten Stahlspannungen $\sigma_s > 400 \text{ N/mm}^2$ vermieden werden, um nicht elastische Verformungen zu vermeiden. (Oft bei Mattenstählen verwendet)		

Mindestbewehrung nach Kap. 11.2.2

- Hochfester- Normalbeton

$$f_{ck} \geq 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow f_{ct,eff} = f_{ctm} = 2,12 \cdot \ln\left(\frac{f_{ctm}}{10} + 1\right) \geq f_{ctm,C30/37}$$

- Normalfester- Normalbeton

$$f_{ck} < 55 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \rightarrow f_{ct,eff} = f_{ctm} = 0,3 \cdot f_{ck}^{2/3} \quad (\text{mit } t > 5d)$$

In begründeten Fällen: $f_{ct,eff} = \frac{f_{ctm}}{2} \quad (\text{mit } t \leq 5d)$

Hinweis: (Aus theoretischer Sicht $f_{ct,eff} = f_{ct}(t) \geq$ für $t > 5d$ verwendbar, oft ist der Riss bei einer Festigkeit von $0,7 f_{ctm,28d}$ zu erwarten)

Mindestbewehrung zur Sicherung des duktilen Bauteilverhaltens nach DIN 1045-1, 13.1.1 und 5.3.2

- ist separat nachzuweisen → der größere Wert ist maßgebend und zu realisieren

!! !!

Mindestbewehrung für die Begrenzung der Rissbreite

Das Zustandekommen eines einzelnen Erstrisses wird grundsätzlich angenommen., z.B. durch nicht berücksichtigte Zwangsbeanspruchungen.

Die (wie auch immer zustande gekommene) Risschnittgröße muss so von der Bewehrung aufgenommen werden können, dass:

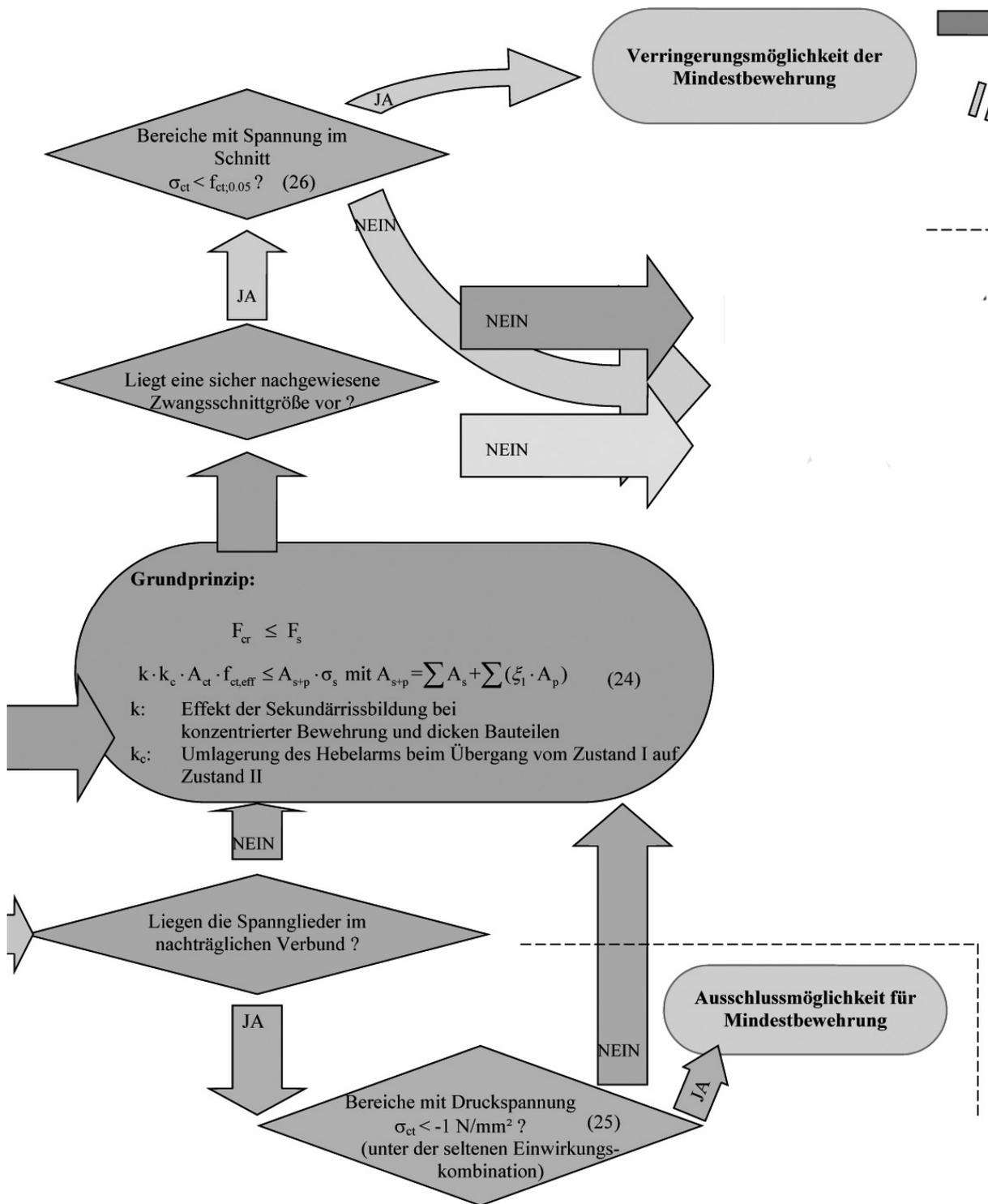
- inelastische Verformungen des Stahls bei der Umlagerung des Betonzugkeils auf die Bewehrung vermieden werden
- unter der Annahme, dass der Riss ein Einzelriss bleibt, eine bestimmte Rissbreite w_{lim} dauerhaft nicht überschritten wird.

Eingangsgrößen

- Betoneigenschaften u.a.:
 $f_{ck}; E_s; E_p; f_{yk}; f_{tk}; (f_{ct}(t)$ aus weiterführenden Betrachtungen)
- Geometrie:
 $c; b; d_s; d_p; d_i; A_{ct}$ aus Zustand I
- Umweltbedingungen

Belastungseinflüsse:

- Belastungsart:
- Dauerlast : $k_t = 0,4$
(auch starker oder längerer Schwindeinfluss)
 - Kurzzeitlast : $k_t = 0,6$



Mindestbewehrung für die nachgewiesene Zwangsschnittgröße
 → in $(\sigma_s + \Delta\sigma_s)$ sind alle Zwang erzeugenden Einflüsse berücksichtigt. Möglich ist folgender (**konservativer**) Ansatz:

$$\min \text{eff}\rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,0.05}}{\sqrt{\frac{6 \cdot w_k \cdot f_{ct,0.05} \cdot E_s}{d_s}}} \quad (22)$$

Mindestbewehrung für die nachgewiesene Zwangsschnittgröße
 → in $(\sigma_s + \Delta\sigma_s)$ sind alle Zwang erzeugenden Einflüsse berücksichtigt. Möglich erscheint auch folgender (**optimistischer**) Ansatz:

$$\min \text{eff}\rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{\sigma_{ct} (< f_{ct,0.05})}{\sqrt{\frac{6 \cdot w_k \cdot f_{ct,0.05} \cdot E_s}{d_s}}} \quad (23)$$

Sicherstellung von Funktion b)
 - Rissbreitenbeschränkung auf ein w_{lim} unter der konservativen Annahme, dass weitere Risse nicht entstehen und Riss 1 entlasten -
 → Begrenzung von Einzelrissen auf w_k durch weitere Beschränkung der Stahlspannung und Erhöhung der Stahlfläche
 → $\sigma_s = \sigma_{s,crack}$ per Definition

Sicherstellung von Funktion a)
 - Kontrolliertes Risswachstum -

$$\sigma_s \leq \begin{pmatrix} 0,80 \rightarrow \text{kaltverformter Stahl} \\ 0,95 \rightarrow \text{Empfehlung bei warmverformten Stahl} \\ 1,0 \rightarrow \text{theoret., der bilinearen Arbeitslinie folgend} \end{pmatrix} \cdot \varepsilon_{sy} \cdot E_s \quad (51)$$

Bestimmungsgleichungen:

Allgemein: $\sigma_{s,crack} = \frac{f_{ct,eff}}{\text{eff}\rho} [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \text{eff}\rho]$ (1)

Mindestbewehrung:

Aus Gleichung (127) DIN 1045-1 wird:

$$\min \text{eff}\rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,eff}}{\sigma_s} \rightarrow \begin{pmatrix} = \sigma_{s,crack} \\ < (n \leq 1) \cdot f_s \end{pmatrix} \quad (29)$$

$$\Rightarrow \text{mit } \sigma_{s,crack} = \frac{f_{ct,eff}}{\min \text{eff}\rho} [1 + (\alpha_e - 1) \cdot \min \text{eff}\rho] \approx \frac{f_{ct,eff}}{\min \text{eff}\rho} \quad (30)$$

Weitere Bedingung:

-Einhaltung der Rissbreite unter Langzeitbeanspruchung-

(≥ 28 Tagen nach Betonieren und andauernder Belastung
 → oder wenn größerer Schwindeinfluss nicht ausgeschlossen ist)

$$(27)$$

(t < 28- Tage nach Betonieren und Kurzzeitbelastung

→ und ohne größerer Schwindeinfluss)

$$(28)$$

Aus:

$$w_k = \frac{\sigma_{s,crack} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ctm}} \cdot (1 - k_1) \cdot \frac{\sigma_{s,crack}}{E_s} = \frac{\sigma_{s,crack} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ctm}} \cdot 0,6 \cdot \frac{\sigma_{s,crack}}{E_s}$$

$$\Rightarrow \sigma_{s,crack} = \sqrt{\frac{f_{ctm} \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}$$

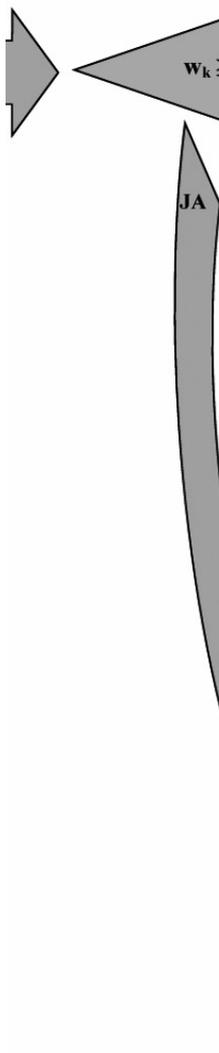
Oder:

$$w_k = \frac{\sigma_{s,crack} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct}(t)} \cdot (1 - k_1) \cdot \frac{\sigma_{s,crack}}{E_s} = \frac{\sigma_{s,crack} \cdot d_s}{3,6 \cdot f_{ct}(t)} \cdot 0,4 \cdot \frac{\sigma_{s,crack}}{E_s}$$

$$\Rightarrow \sigma_{s,crack} = \sqrt{9 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}$$

Die Begrenzung auf kleine Rissbreiten ist schwerer abzusichern, da die Modellgenauigkeit abnimmt. Der stark zufällige Charakter des Eintretens des Rissortes und der Einstellung einer Dehnungsverträglichkeit im Verbund in Rissnähe wirkt sich hier weitaus stärker aus. Zudem stellen sich aufgrund der meist geringen Stahlspannung entlastende Rissverzweigungen (sekundäre Risse) in Nähe von Hauptrissen nicht ein.

Beobachtbar sind größere relative Standardabweichungen als bei höheren Rissklassen.
Man kann diesen Umstand durch einen Korrekturfaktor $corfac > 1$ berücksichtigen:



$$w_k \geq 0,2 \quad (31)$$

NEIN

NEIN

JA

JA

Alternativ kann bei dicken Bauteilen k vergrößert werden (z.B. $k \rightarrow k_{cor} \sim 1$ bei $w_{lim} = 0,1$ mm), was dem Fehlen entlastender Sekundärrisse bei den geringen Spannungen Rechnung trägt:

$$A_{s+p} \geq \frac{f_{ct,eff} (= f_{ctm})}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \cdot k_{cor} \cdot k_c \cdot A_{ct} \quad (35)$$

→ Der „korrigierte“ Weg
(Annahme Fall „Später Zwang“)

$$\min \text{eff} \rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,eff} (= f_{ctm})}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot corfac}}} \quad (34)$$

→ für einen gewählten Durchmesser d_s

$$A_{s+p} \geq \frac{f_{ct,eff} (= f_{ctm})}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot corfac}}} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \quad (33)$$

→ Der „standardisierte“ Weg

$$\min \text{eff} \rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,eff} (= f_{ctm})}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \quad (45)$$

→ für einen gewählten Durchmesser d_s

$$A_{s+p} \geq \frac{f_{ct,eff} (= f_{ctm})}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \quad (46)$$

Warnung: Die aus der Korrektur zu erwartenden Bewehrungsquerschnitte werden möglicherweise unrealisierbar groß werden. Es ist ein Ergebnis praktischer Erfahrung, dass mit üblichen Baumethoden und geringerer als unten ausgewiesener Bewehrung eine größere Überschreitung des Zielwertes kaum verhindert werden kann. Eine frühere Rissbildung als 28—Tage lässt die Möglichkeit zu, von den an den geringeren Zugfestigkeiten orientierten Risschnittgrößen zu profitieren. Je nach Bewertung des Schwindeinflusses liegt der die Mindestbewehrung reduzierende Faktor gegenüber dem standardisierten bzw. korrigiert standardisierten Weg bei:

$$\sqrt{(f_{ct}(t)/f_{ctm,28d})} > 0,71 \text{ oder } \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{9}} \cdot \sqrt{(f_{ct}(t)/f_{ctm,28d})} > 0,58 \quad (36)$$

Jedoch ist durch eine geeignete Betontechnologie abzusichern, dass der Riss vor dem definierten Zeitpunkt t bzw. bei gleicher oder geringer entwickelter Zugfestigkeit $f_{ct}(t)$ auch eintritt. Geschieht das nicht, werden größere Rissbreiten als gewollt infolge späteren Zwangs eintreten.

In die Überlegungen zur Betontechnologie ist auch einzubeziehen, dass andere für die Bauteilfunktion notwendige Betoneigenschaften (z.B. WU-Eigenschaften) dabei trotzdem erhalten bzw. sicherbar bleiben müssen.

Zur Erreichung der Normkonformität und zur Sicherung gegen weitere Risse für mindestens $f_{ctm} = f_{ctm,28d}$ zumindest als minimale Bewehrung sicherstellen:

$$\min \text{eff}\rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,eff} (= f_{ctm})}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \quad (41)$$

→ für einen gewählten Durchmesser d_s

$$A_{s+p} \geq \frac{f_{ct,eff} (= f_{ctm})}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ctm} \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \quad (42)$$

Alternativen

Dann aber auch sicherstellen!:

→ Verwendung bekannter Zugfestigkeiten zum Zeitpunkt des Risseintritts

$$\min \text{eff}\rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,eff} (= f_{ct}(t))}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot \text{corfac}}}} \quad (39) \quad A_{s+p} \geq \frac{f_{ct,eff} (= f_{ct}(t))}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot \text{corfac}}}} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \quad (40)$$

Für frühen Zwang $t < 28$ d ohne wesentlich vergrößerte Stahlspannung und Kriecheffekte infolge Schwinden

$$\min \text{eff}\rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,eff} (= f_{ct}(t))}{\sqrt{9 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot \text{corfac}}}} \quad (37) \quad A_{s+p} \geq \frac{f_{ct,eff} (= f_{ct}(t))}{\sqrt{9 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot \text{corfac}}}} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \quad (38)$$

(Hinweis: corfac = 1,2..1,8 → mit sich verkleinernder Grenzzrissbreite zunehmend)

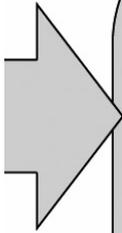
→ Verwendung bekannter Zugfestigkeiten zum Zeitpunkt des Risseintritts

$$\min \text{eff}\rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,eff} (= f_{ct}(t))}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \quad (49) \quad A_{s+p} \geq \frac{f_{ct,eff} (= f_{ct}(t))}{\sqrt{6 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \quad (50)$$

Für frühen Zwang $t < 28$ d ohne wesentlich vergrößerte Stahlspannung und Kriecheffekte infolge Schwinden

$$\min \text{eff}\rho = \frac{A_{s+p}}{k \cdot k_c \cdot A_{ct}} = \frac{f_{ct,eff} (= f_{ct}(t))}{\sqrt{9 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \quad (47) \quad A_{s+p} \geq \frac{f_{ct,eff} (= f_{ct}(t))}{\sqrt{9 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s}}} \cdot k \cdot k_c \cdot A_{ct} \quad (48)$$

(Hinweis: Bei Rissbreiten $w_k = 0,2$ scheint es sinnvoll, anstelle von d_s → $1,2 \cdot d_s$ zu verwenden)



Alternativ:

Auch bei Zwang spätere Risse als Teil einer abgeschlossenen Rissbildung verstehen

Schritt 1:

$A_{ct,eff}$ entsprechend Bild 53 produzieren

mit $A_{ct,eff} = m \cdot d_1 \cdot b$

m nach DIN 1045-1, nach DAfStb Heft 466 oder 482 kontrollieren

($m > 2,5$ ist nicht auszuschließen)

Schritt 2: σ_s ?

Für Zwangssituationen ohne externe Belastung gilt:

$$\sigma_s \geq 1,3 \cdot \sigma_{s,crack}(t) = 1,3 \cdot \left(\begin{array}{l} \sqrt{6 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot corfac}} \\ \text{oder} \\ \sqrt{9 \cdot \frac{f_{ct}(t) \cdot w_k \cdot E_s}{d_s \cdot corfac}} \end{array} \right)$$

Schritt 3:

Aus:

$$w_k \approx \frac{d_s}{3,6 \cdot eff \rho} \cdot \frac{\sigma_s - 0,4 \cdot \frac{f_{ct}(t)}{eff \rho}}{E_s}$$

\Rightarrow

$$eff \rho = \frac{\sigma_s \cdot d_s}{7,2 \cdot w_k \cdot E_s} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_s \cdot d_s}{7,2 \cdot w_k \cdot E_s} \right)^2 - \frac{0,4 \cdot f_{ct}(t) \cdot d_s}{3,6 \cdot w_k \cdot E_s}} \geq \frac{\sigma_s \cdot d_s}{6 \cdot w_k \cdot E_s} \quad (43)$$

$$A_{s+tp} = eff \rho \cdot A_{ct,eff} \quad (44)$$

Hilfsmittel:



Minimaler Bewehrungsgrad in Abhängigkeit von d_s

