

Frank Bergner

**Skaleninvarianz und deren Bedeutung
für die Modellierung der Ermüdungsrißausbreitung
in Aluminiumlegierungen**

Skaleninvarianz und deren Bedeutung für die Modellierung der Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen

An der Fakultät Maschinenwesen
der Technischen Universität Dresden
zur Erlangung des akademischen Grades
Doktoringenieur habitatus (Dr.-Ing. habil.)
angenommene

H a b i l i t a t i o n s s c h r i f t

von Dr. rer. nat. Frank Bergner
geb. am 6. Dezember 1959 in Sebnitz

Tag der Einreichung: 8. Oktober 2002

Tag der Verteidigung: 15. Juni 2004

Gutachter: Prof. Dr.-Ing. habil. G. Zouhar
Prof. Dr.-Ing. habil. H. Balke
Prof. Dr.-Ing. M. Vormwald

Gliederung

1. Einleitung
 - 1.1 Historischer Hintergrund und Begriffsklärung
 - 1.2 Zielstellung und methodischer Ansatz

2. Eigenschaften der Potenzfunktion
 - 2.1 Analytische Eigenschaften
 - 2.1.1 Potenzgesetze
 - 2.1.2 Konkurrenz mehrerer Potenzterme
 - 2.2 Potenzfunktion und Skaleninvarianz
 - 2.2.1 Skaleninvarianz, Selbstähnlichkeit und Homogenität
 - 2.2.2 Finite Skaleninvarianz
 - 2.2.3 Anwendung auf die Ermüdungsrißausbreitung
 - 2.3 Dimensionsanalyse
 - 2.3.1 Voraussetzungen der Dimensionsanalyse
 - 2.3.2 Ablauf der Dimensionsanalyse
 - 2.3.3 Skaleninvarianzanalyse (erweiterte Dimensionsanalyse)
 - 2.3.4 Anwendungsbeispiel
 - 2.4 Algebraische Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent
 - 2.4.1 Ursachen und Konsequenzen
 - 2.4.2 Verfahren zur Unterdrückung der algebraischen Korrelation
 - 2.4.3 Anwendung auf das Meyersche Potenzgesetz
 - 2.5 Darstellungsvarianten der Potenzfunktion

3. Erprobung der Analysemethoden am Beispiel der Verformungsmechanismen
 - 3.1 Kriechverformung
 - 3.1.1 Phänomen und Mechanismen
 - 3.1.2. Dimensionsanalyse
 - 3.1.3 Korrelation von Vorfaktor und Exponent
 - 3.2 Plastische Verformung
 - 3.2.1 Phänomen und Mechanismus
 - 3.2.2 Dimensionsanalyse
 - 3.2.3 Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent
 - 3.3 Übergreifende Aspekte der Verformung
 - 3.3.1 Grenzen der plastischen Verformung
 - 3.3.2 Verformungsmechanismen-Karten
 - 3.3.3 Zyklische Plastizität und Ermüdung
 - 3.3.4 Ursachen der Selbstähnlichkeit

4. Ermüdungsrißausbreitung im Paris-Bereich
 - 4.1 Motivation und Abgrenzung
 - 4.2 Mechanismen und phänomenologische Beschreibung
 - 4.2.1 Mikroskopische Mechanismen der Ermüdungsrißausbreitung
 - 4.2.2 Phänomenologische Beschreibung der Ermüdungsrißausbreitung
 - 4.2.3 Werkstoffseitige Einflußfaktoren

- 4.3 Dimensionsanalyse und Skaleninvarianz
 - 4.3.1 Infinite Skaleninvarianz
 - 4.3.2 Finite Skaleninvarianz
 - 4.3.3 Dimensionsanalyse bei bestimmter Selbstähnlichkeit
 - 4.3.4 Dimensionsanalyse bei unbestimmter Selbstähnlichkeit
 - 4.3.5 Dimensionsanalyse für umgebungsabhängige Rißausbreitung
 - 4.3.6 Fazit der Dimensionsanalyse
- 4.4 Modelle der Ermüdungsrißausbreitung
 - 4.4.1 Überblick
 - 4.4.2 COD-basierte Modelle
 - 4.4.3 Modelle auf der Basis einer kritischen akkumulierten Schädigung
 - 4.4.4 LCF-basierte Modelle
 - 4.4.5 Andere Modelle
 - 4.4.6 Fazit der Modellbewertung
- 4.5 Modelle für ausgewählte Einflußfaktoren
 - 4.5.1 Elastizitätsmodul
 - 4.5.2 Gleitcharakter
 - 4.5.3 Plastizitätsinduziertes Rißschließen
 - 4.5.4 Rauheitsinduziertes Rißschließen
 - 4.5.5 Umgebungseinfluß
- 4.6 Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent

5. Experimente

- 5.1 Plan und Abgrenzung
- 5.2 Werkstoffe und Proben
 - 5.2.1 Werkstoffauswahl
 - 5.2.2 Chemische Zusammensetzung
 - 5.2.3 Gefüge, Auslagerungszustände und Ausscheidungssequenzen
 - 5.2.4 Weitere Einflußfaktoren
 - 5.2.5 Andere Werkstoffe
 - 5.2.6 Proben
- 5.3 Versuchsdurchführung
 - 5.3.1 Zugversuche
 - 5.3.2 Ermüdungsrißausbreitung
 - 5.3.3 Rißschließmessungen
 - 5.3.4 Restfestigkeitsversuche
 - 5.3.5 Rauheitsmessungen
 - 5.3.6 Spannungsrißkorrosion
- 5.4 Versuchsauswertung
 - 5.4.1 Spannungs-Dehnungs-Kurven
 - 5.4.2 Ermüdungsrißausbreitungskurven
 - 5.4.3 Rißschließen
 - 5.4.4 Kritischer K-Wert
 - 5.4.5 Spannungsrißkorrosion
- 5.5 Datenanalyse
 - 5.5.1 Datensammlung und Zugriff
 - 5.5.2 Unterdrückung der algebraischen Korrelation
 - 5.5.3 Kombinierte Dimensions- und Korrelationsanalyse

6. Ergebnisse

6.1 Zugversuch

6.1.1 Kennwerte des Zugversuchs

6.1.2 Verfestigungsexponent und athermischer Verfestigungsparameter

6.2 Ermüdungsrißausbreitung

6.2.1 Vollständige Rißausbreitungskurven

6.2.2 Rißausbreitung im Paris-Bereich

6.2.3 Stähle und Magnesium-Legierung

6.2.4 Rißschließen und Rauheitskoeffizient

6.2.5 Umgebungseinfluß

6.3 Übergreifender Befund der Messungen in Laborluft

6.3.1 Gruppeneinteilung der Aluminiumlegierungen

6.3.2 Einfluß des Spannungsverhältnisses

6.3.3 Vergleich der Stähle, Al- und Mg-Legierungen

7. Diskussion

7.1 Legierungen der Gruppe 1 - Paris-Bereich

7.1.1 Zusammenfassung der Befunde

7.1.2 Vergleich mit experimentellen Ergebnissen aus der Literatur

7.1.3 Test der Rißausbreitungsmodelle aus der Literatur

7.1.4 Empirische Rißausbreitungsgleichungen

7.1.5 Interpretationsansätze

7.1.6 Modellansatz

7.2 Erweiterung über den Paris-Bereich hinaus

7.3 Legierungen der Gruppe 2 und Gruppeneinteilung

7.3.1 Zusammenfassung der Befunde

7.3.2 Interpretationsansätze

7.3.3 Interpretation der Gruppeneinteilung

7.4 Gefügebedingte Abweichungen von der Paris-Gleichung

7.5 Umgebungseinfluß

7.5.1 Zusammenfassung der Befunde

7.5.2 Umgebungsabhängiges Rißschließen

7.5.3 Umgebungseinfluß durch statische Spannungsrißkorrosion

7.5.4 Diskussion des dimensionsanalytischen Modells

8. Folgerungen

8.1 Rolle der Skaleninvarianzanalyse

8.2 Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen

8.3 Möglichkeiten und Grenzen der Voraussage

9. Zusammenfassung und Ausblick

Dank

Literatur

1. Einleitung

1.1 Historischer Hintergrund und Begriffsklärung

In der vorliegenden Arbeit spielen die Eigenschaften der Potenzfunktion eine zentrale Rolle. Während Potenzen mit ganzzahligen Exponenten 2 und 3 sowie deren Inverse, die zweiten und dritten Wurzeln, bereits den Sumerern (um 1900-1600 v. Chr.) bekannt waren (PICHOT 1995), reicht die Einsicht in Potenzen mit beliebigen gebrochenen Exponenten bis NICOLE ORESME (1323-1382) im ausgehenden Mittelalter zurück (O'CONNOR und ROBERTSON 2000). Erst HANKEL (1839-1872) ermöglichte die konzeptionelle Fundierung der Potenzfunktion mit nichtganzzahligen Exponenten auf der Basis des Permanenzprinzips. Dieses Prinzip fordert, daß die Erweiterung der Potenzfunktion so zu erfolgen hat, daß die von positiven ganzzahligen Exponenten her bekannten Potenzgesetze ihre Gültigkeit formal beibehalten (GELLERT u. a. 1979). Durch die Entwicklungen zur Renormierungsgruppentheorie in der Physik (WILSON 1971), zum Konzept der unbestimmten Selbstähnlichkeit (BARENBLATT 1979) sowie zur fraktalen Geometrie (MANDELBROT 1982) gewann die Potenzfunktion mit nicht ganzzahligen Exponenten in den letzten Jahrzehnten sprunghaft an Bedeutung für die angewandten Wissenschaften.

Das Auftreten der Potenzfunktion steht in engem Zusammenhang mit dem Vorliegen einer speziellen Invarianzeigenschaft, der Skaleninvarianz oder Selbstähnlichkeit. In der Tat ist die Potenzfunktion unter allen stetigen Funktionen einer Veränderlichen die einzige selbstähnliche Funktion. Das der Skaleninvarianz zugrundeliegende Ähnlichkeitsprinzip verlangt nach FOURIER (1768-1830), *“daß physikalische Experimente in relativen Maßstäben beschrieben werden können, und daß die absolute Größe eines Gegenstandes hinsichtlich seines Verhaltens gegenüber einem eigenen Maßstab unwesentlich sei”* (WIGNER 1951). Schon lange zuvor hatte GALILEO GALILEI (1564-1642) in den “Discorsi” systematisch vom Ähnlichkeitsprinzip Gebrauch gemacht (z. B.: *“Ähnlich gebaute Maschinen sind ungleich in Hinsicht auf ihre Festigkeit”*, OETTINGEN 2000). Nach Einschätzung von WIGNER fällt jedoch die Existenz der Atome, einer Elementarladung und einer Geschwindigkeitsgrenze über dieses Prinzip das Todesurteil. Andererseits bilden die praktisch orientierten Ingenieurdisziplinen nur einen engen Ausschnitt aus dieser physikalischen Welt ab und stoßen nur selten an die genannten Grenzen. BARENBLATT (1979) unterstreicht in dieser Hinsicht die herausgehobene Bedeutung von Selbstähnlichkeit bzw. Potenzfunktionen als intermediäre Asymptoten, wobei die Potenzfunktion einen Sachverhalt zwischen einer unteren und einer oberen Parametergrenze in hinreichendem Abstand von diesen Grenzen asymptotisch richtig beschreibt.

Die Anwendung der Potenzfunktion zur Beschreibung des mechanischen Werkstoffverhaltens läßt sich weit zurückverfolgen. GOTTFRIED WILHELM LEIBNIZ (1646-1716) schlug 1684 vor, die Beziehung zwischen Zugkraft und Verlängerung eines Zugstabes durch Experimente zu bestimmen und schloß aus experimentellen Daten von JAKOB BERNOULLI (1655-1705) auf eine Potenzfunktion (TRUESDELL 1960). JAKOB BERNOULLI erkannte auch, daß dieser Zusammenhang probenunabhängig als Relation zwischen Spannung und Dehnung zu formulieren ist (TRUESDELL 1960). Obwohl die Gültigkeit des HOOKESCHEN Gesetzes (ROBERT HOOKE, 1635-1703) im elastischen Bereich verletzend, fand diese Potenzgleichung in den folgenden Jahrzehnten und Jahrhunderten weite Verbreitung von BÜLFFINGER (1729) bis BACH

(1913). LUDWIK (1909) untersuchte die Spannungs-Dehnungs-Beziehung für größere Verformungen, führte die wahre Spannung und wahre (logarithmische) Dehnung ein und formulierte den Zusammenhang als Potenzgleichung (mit Absolutglied) zwischen wahrer Spannung und wahrer Dehnung. Schließlich wendete HOLLOMON (1945) in einer breit angelegten Studie diese Potenzgleichung (ohne Absolutglied) auf Stähle unterschiedlicher Kohlenstoffgehalte und Wärmebehandlungszustände an, deckte Zusammenhänge zwischen Kohlenstoffgehalt sowie Vorfaktor und Exponent der Potenzfunktion auf und begründete so die herausragende Bedeutung des Verfestigungsexponenten. MEYER (1908) formulierte die heute als MEYERSCHES Potenzgesetz bekannte Beziehung zwischen Prüfkraft und Eindruckdurchmesser für die Kugeleindruckhärte, die in engster Beziehung mit der Hollomon-Gleichung steht.

Die Hollomon-Gleichung (im deutschsprachigen Raum vorwiegend als Ludwik-Gleichung bezeichnet) verbindet die wahre Spannung σ_w mit der wahren Dehnung ε_w im einachsigen Zugversuch bei konstanter Dehngeschwindigkeit (oder Dehnratenunabhängigkeit des Werkstoffs) und konstanter Temperatur:

$$\sigma_w = k(\varepsilon_w)^n \quad (0 < n < 1) \quad (1.1)$$

Darin bedeuten der Faktor k und der Exponent n mechanische Werkstoffparameter, die im allgemeinen von der Temperatur und der Dehngeschwindigkeit abhängen. Der Exponent wird als Verfestigungsexponent bezeichnet. Seine technische Bedeutung geht über die unmittelbare Anwendung in der Umformtechnik hinaus und kommt unter anderem darin zum Ausdruck, daß Normen (ASTM E646, NN 1991a) und Richtlinien (VDEh-Stahl-Eisen-Prüfblatt 1125, NN 1984a) zu dessen experimenteller Ermittlung aufgestellt wurden und daß eine Reihe von beispielsweise bruchmechanischen Bewertungsverfahren (EFAM ETM 97, SCHWALBE u. a. 1998) seine Kenntnis ausnutzt.

Im 19. Jahrhundert wendeten sich zahlreiche Untersuchungen dem an Bedeutung gewinnenden Verhalten technischer Werkstoffe unter zyklischer Belastung zu, unter anderem in Frankreich durch J. V. PONCELET (1788-1867), der den Begriff Ermüdung prägte, in Schottland durch W. J. MACQUORN RANKINE (1820-1872) und in Deutschland durch AUGUST WÖHLER (1819-1914), die beiden letztgenannten in Verbindung mit dem aufblühenden Eisenbahnbetrieb (TIMOSHENKO 1953). Spätestens seit dieser Zeit war das Wachstum von Ermüdungsrissen ein zweifellos bekanntes Phänomen. BASQUIN (1910) gab die Beziehung zwischen der Spannungsamplitude bei zyklischer Belastung und der Bruchlastspielzahl in Gestalt einer Potenzgleichung an.

Die Formulierung eines praktisch nutzbaren Konzepts zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens rißbehafteter Bauteile gelang nach Vorarbeiten jedoch erst IRWIN 1957 durch die Einführung des Spannungsintensitätsfaktors. Unmittelbar darauffolgend wurde diese Herangehensweise durch PARIS im Rahmen der Erarbeitung von Auslegungskonzepten für Verkehrsflugzeuge erfolgreich auf das Phänomen der Ermüdungsrißausbreitung angewendet, was zur Formulierung der Rißausbreitungsgleichung in Gestalt einer Potenzfunktion führte (PARIS u. a. 1961, PARIS und ERDOGAN 1963, PARIS 1998). Die heute als Paris-Gleichung bezeichnete Beziehung verbindet den Betrag der auf ein Schwingspiel bezogenen Ermüdungsrißausbreitung da/dN bei zyklischer Belastung mit konstanter Amplitude mit der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK :

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (m \geq 2) \quad (1.2)$$

Darin stellen der Faktor C und der Exponent m Werkstoffparameter dar. Der Exponent m wird als Paris-Exponent bezeichnet. Obwohl die Paris-Gleichung anfangs wegen der Verwendung eines Parameters der linear-elastischen Bruchmechanik für duktile metallische Werkstoffe auf Ablehnung stieß (PARIS 1998), hat sie bis heute breite Bestätigung und Akzeptanz gefunden. Besonders im Rahmen des Schadens-toleranzkonzepts hat Gl. (1.2) weitreichende Bedeutung erlangt, da ihre Integration prinzipiell die Ermittlung der Bauteilrestlebensdauer als ertragbare Lastspielzahl von einer gegebenen (oder angenommenen) Anfangsrißlänge bis zum Erreichen einer kritischen Rißlänge gestattet.

Die außerordentliche Bedeutung sowohl der Hollomon-Gleichung als auch der Paris-Gleichung ist in gewisser Weise paradox, denn beide sind formal mit Mängeln behaftet. Es handelt sich um empirische Gleichungen. In Gl. (1.2) hängt die Dimension des Faktors C vom Zahlenwert des Exponenten m ab. Dies hat die Konsequenz, daß C-Werte für Werkstoffe mit verschiedenen Exponenten nicht verglichen werden dürfen. In Verbindung mit Gln. (1.1) und (1.2) tauchen Korrelationen zwischen Vorfaktoren und zugehörigen Exponenten auf, die sich gegen eine einfache Interpretation sperren. Die Existenz von charakteristischen Größen des Systems Werkstoff - Probe - Belastung, z. B. in Bezug auf die Hollomon-Gleichung das Auftreten einer von null verschiedenen Elastizitätsgrenze und einer endlichen Sättigungsspannung (VOCE 1948), in Bezug auf die Paris-Gleichung das Auftreten des Schwellenwertes von ΔK (PARIS u. a. 1972) und der instabilen Rißausbreitung (FORMAN u. a. 1967), wird nicht berücksichtigt. Nach REICHEL und DAHL (1988) kann den Konstanten der Hollomon-Gleichung keine physikalische Bedeutung beigemessen werden, da sie das Fließspannungsniveau beinhalten. Hinsichtlich der Paris-Gleichung steht einer unüberschaubaren Anzahl von Modellen zur Interpretation der Gleichungsparameter das Unverständnis ganz einfacher und lange bekannter Tatsachen wie der Skalierung von ΔK mit dem Elastizitätsmodul E gegenüber (PARIS 1998). Abgesicherte Methoden zur Voraussage der Exponenten liegen nicht vor.

Es wäre zu kurz gegriffen, diese Mängel mit dem Hinweis abzutun, es handele sich um Ingenieur-Gleichungen. Um die tieferen Ursachen der Mängel zu verstehen und diese letztendlich zu überwinden, wird zunächst eine Forderung von FELIX KLEIN (1849-1925) aus dem Erlanger Programm (KLEIN 1997) in Erinnerung gerufen: *“Die analytischen Ausdrücke, welche bei der Untersuchung einer Mannigfaltigkeit im Sinne einer Gruppe entstehen können, müssen, ihrer Bedeutung nach, von dem Koordinatensystem, insofern es zufällig gewählt ist, unabhängig sein, und es gilt nun, diese Unabhängigkeit auch formal in Evidenz zu setzen. Daß dies möglich ist und wie es zu geschehen hat, zeigt die moderne Algebra, in der der formale Invariantenbegriff, um den es sich hier handelt, am deutlichsten ausgeprägt ist. Sie besitzt ein allgemeines und erschöpfendes Bildungsgesetz für invariante Ausdrücke und operiert prinzipiell nur mit solchen. Die gleiche Forderung soll man an die formale Behandlung stellen, auch wenn andere Gruppen, als die projektivische, zugrunde gelegt sind.”* (Im vorliegenden Fall ist von der Gruppe der Skalentransformationen die Rede.) KLEIN warnt in einer Fußnote aus eigener negativer Erfahrung, sich selbst nicht an diese Forderung gehalten zu haben, vor der *“... Sprachverwirrung, als deren bedenkliches, wenn auch nicht gewolltes Endziel die Selbstsperrung alles mathematischen Fortschritts erscheint.”*

Verwendet also ein Beobachter der Ermüdungsrißausbreitung zufällig ein Koordinatensystem mit der verbreiteten Maßeinheit MPa m^{1/2} für ΔK und ein zweiter Beobachter zufällig eines mit der ebenfalls verbreiteten Maßeinheit N mm^{-3/2}, so werden beide aus gleichen Meßergebnissen unterschiedliche Zahlenwerte für den Vorfaktor C ableiten. Die Unterschiede werden vom Exponenten m abhängen. Sogar die Rangfolgen, die die beiden Beobachter für die C-Werte verschiedener Werkstoffe erhalten, werden sich unterscheiden. Dieses Dilemma ist eine Folge des Verstoßes der Paris-Gleichung in der üblichen Formulierung gegen die inhaltliche Aussage des Erlanger Programms. Um das Dilemma zu beheben, bedarf es der folgenden modifizierten Formulierung der Paris-Gleichung,

$$\frac{\frac{da}{dN}}{\left(\frac{da}{dN}\right)_{inv}} = \left(\frac{\Delta K}{\Delta K_{inv}}\right)^m, \quad (1.3)$$

wobei die Normierungsgrößen $(da/dN)_{inv}$ und ΔK_{inv} die Aussage der Gl. (1.3) invariant gegenüber einer Änderung des Koordinatensystems machen. Die konkrete Wahl dieser Normierungsgrößen kann vom Sachverhalt abhängen. Die Beachtung dieser Forderung mag für manche Anwendungen belanglos oder sogar hinderlich sein, z. B. wenn die Aussage der Paris-Gleichung einzig und allein als Dokumentation eines Meßergebnisses verstanden wird. Andere Sachverhalte, z. B., wie oben angedeutet, schon der Vergleich der Werte des Vorfaktors C aus verschiedenen Messungen, bedürfen der skaleninvarianten Darstellung in der dem jeweiligen Problem angemessenen Weise. Während dieser Voraussetzung für einfache Vergleiche durch Angabe der verwendeten Maßeinheiten im allgemeinen (wenn auch nicht immer) Genüge getan wird, scheint die von KLEIN prognostizierte Selbstsperrung in dem Zweig der Fachliteratur zur Ermüdungsrißausbreitung, der sich mit der Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent beschäftigt, bereits eingetreten zu sein, wie noch gezeigt werden wird.

Der einfachste, wenn auch nicht immer erschöpfende Weg, hinsichtlich des Beobachtungsmaßstabs der KLEINSchen Forderung Genüge zu leisten, ist durch die Dimensionsanalyse gegeben. Diese stellt durch das Pi-Theorem sicher, daß und wie jeder funktionale Zusammenhang als Abhängigkeit einer dimensionslosen Größe von ebenfalls dimensionslosen Potenzprodukten der Einflußfaktoren formuliert werden kann. Während Elemente der Dimensionsanalyse intuitiv bereits im 19. Jahrhundert genutzt wurden, z. B. durch HELMHOLTZ, REYNOLDS und RAYLEIGH, gehen die Formulierung, Begründung und Verbreitung des Pi-Theorems auf VASCHY (1890), FEDERMANN (1911) und BUCKINGHAM (1914, 1922) zurück (siehe GÖRTLER 1975).

Dem Problem des Auftretens von null und unendlich verschiedener charakteristischer Größen, wie beispielsweise der oben erwähnten Grenzen der Parameterbereiche der Spannung und des ΔK -Wertes, kann auf zweierlei Weise Rechnung getragen werden: BARENBLATT (1979) geht, wie erwähnt, davon aus, daß die Potenzfunktionen weniger als exakte Lösungen, sondern vielmehr als intermediäre Asymptoten bedeutsam sind, also z. B. die Paris-Gleichung als asymptotische Näherung in einem ΔK -Bereich, der zwischen Schwellenwert und kritischem Wert von ΔK liegt. Er untersuchte den Zusammenhang zwischen dem Auftreten der Potenzfunktion zur Beschreibung eines Phänomens und der Eigenschaft der Selbstähnlichkeit des Phänomens bezüglich eines Parameters und unterschied dabei bestimmte und unbestimmte Selbstähnlichkeit. Bei bestimmter Selbstähnlichkeit

treten als Lösung des Problems Potenzfunktionen in Erscheinung, deren Exponenten für eine Klasse von Problemen universell sind und mittels Dimensionsanalyse bestimmt werden können. Bei unbestimmter Selbstähnlichkeit treten Potenzfunktionen mit unbestimmten Exponenten auf. Ob und welche Art Selbstähnlichkeit vorliegt, ist mittels Dimensionsanalyse nicht entscheidbar.

DUBRULLE (2000) geht einen anderen Weg, indem er den Begriff der Skaleninvarianz auf das Vorliegen endlicher charakteristischer Größen, die als Parametergrenzen in Erscheinung treten, erweitert. Es zeigt sich, daß genau so, wie aus der Eigenschaft der Skaleninvarianz zwingend die Potenzfunktion resultiert, auch durch die verallgemeinerte Eigenschaft der finiten Skaleninvarianz die Gestalt der Funktion vollständig festgelegt ist. Dabei wird sich herausstellen, daß finite Skaleninvarianz schon an sich unbestimmte Selbstähnlichkeit, also im vorliegenden Fall werkstoffabhängige Exponenten, nach sich zieht.

Das Auftreten der Potenzfunktion, der Sachverhalt der Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent, das Vorliegen von Skaleninvarianzeigenschaften bzw. von bestimmter oder unbestimmter Selbstähnlichkeit sowie die Anwendung der Dimensionsanalyse sind eng miteinander verknüpft. Sie erscheinen im Titel der Arbeit zusammen mit der Verallgemeinerung zur finiten Skaleninvarianz unter dem Begriff Skaleninvarianzanalyse zu einem übergreifenden methodischen Instrumentarium zusammengefaßt.

1.2 Zielstellung und methodischer Ansatz

Das Ziel der vorliegenden Arbeit besteht gleichberechtigt

- a) in der Aufbereitung der Skaleninvarianzanalyse zu einem über den konkreten Anwendungsfall hinaus nutzbaren methodischen Instrumentarium und
- b) in einem eigenständigen Beitrag zur Aufklärung der Werkstoffabhängigkeit der Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen durch Anwendung dieses Instrumentariums.

In der folgenden Zusammenstellung werden die besonderen methodischen Aspekte der vorliegenden Arbeit herausgearbeitet:

- Die Untersuchung basiert weitgehend auf einem umfangreichen Satz eigener, unter einheitlichen, sorgfältig kontrollierten Bedingungen gewonnener Meßdaten zum mechanischen Werkstoffverhalten. Dadurch werden Übertragbarkeitsprobleme vermieden, die bei der Verwendung von Literaturdaten aus unerkannten bzw. nicht dokumentierten Einflußfaktoren resultieren können (SINCLAIR und PIERI 1990).
- Die aus dem Erlanger Programm resultierenden Forderungen werden durch die Anwendung der Dimensionsanalyse bei der Aufstellung einer Rißausbreitungsgleichung und durch die Unterdrückung der algebraischen Korrelation bei der Meßdatenauswertung bewußt und konsequent umgesetzt.
- Die Konzepte der unbestimmten Selbstähnlichkeit nach BARENBLATT und, erstmalig auf dem Gebiet der Ermüdungsrißausbreitung, der finiten Skaleninvarianz nach DUBRULLE finden Anwendung.
- Dieser mathematisch-physikalisch orientierten Herangehensweise wird im vorliegenden Fall gegenüber einem mechanismenorientierten Herangehen (Aufklärung der individuellen Details) in wohlüberlegter Absicht Priorität eingeräumt.

- Dennoch werden, guter werkstoffwissenschaftlicher Tradition folgend, metallographische, elektronenmikroskopische und fraktographische Belege, speziell für die schwerpunktmäßig untersuchte Aluminiumlegierung 6013 T6, geliefert.

Der für diese Arbeit gewählte Untersuchungsgegenstand, die Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen im Gültigkeitsbereich der linear-elastischen Bruchmechanik, zeichnet sich sehr wohl durch Relevanz und Aktualität aus:

- Es liegt ungeachtet anderslautender Behauptungen ein ausgeprägter Werkstoffeinfluß vor.
- Obwohl in Grundzügen verstanden, gibt es eine Reihe ungeklärter Details. Ein befriedigendes Modell zur Voraussage des Werkstoffeinflusses auf die Ermüdungsrißausbreitung existiert bis heute nicht.
- Der Untersuchungsgegenstand ist auch praktisch bedeutsam, wie beispielhaft der Einsatz von Aluminiumlegierungen als Rumpfwerkstoff für Verkehrsflugzeuge verdeutlicht.
- Es gibt einen Umgebungseinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen, der für sich praktische Bedeutung besitzt aber nicht in allen Details verstanden wird.

Umgekehrt ergibt sich aus dem genannten Anwendungsfall - den Rumpfwerkstoffen für Verkehrsflugzeuge - und insbesondere aus den Regelwerken zum Nachweis der Luftfahrttauglichkeit (NN 2000a, NN 2000b) eine schärfere Abgrenzung der Thematik, nämlich die weitgehende Beschränkung auf die Ermüdungsrißausbreitung langer Risse in dünnen Blechen aus Aluminiumknetlegierungen, in Laborluft und 3,5%iger NaCl-Lösung, im Gültigkeitsbereich der linear-elastischen Bruchmechanik unter konstanter Spannungsamplitude und konstantem Spannungsverhältnis. In der Tat

- sind kurze Risse in großflächigen Flugzeugkomponenten (mit Fügungen und Überlappungen) unter Routinebedingungen nicht sicher nachweisbar,
- ist speziell der Rumpf Belastungen mit näherungsweise konstanten Amplituden im niederfrequenten Bereich (Auf- und Abbau des Kabinendrucks) ausgesetzt, so daß der im oberen Paris-Bereich und sogar im instabilitätsnahen Bereich verbrachte Lebensdaueranteil Relevanz besitzt, und
- ist die Entwicklung und Auswahl neuer Aluminiumwerkstoffe unter den Aspekten der Reduzierung von Gewicht, Fertigungskosten und Wartungskosten bei voller Gewährleistung der Sicherheit eine aktuelle Herausforderung im Verkehrsflugzeugbau.

Die Arbeit ist grob in einen Grundlagenteil (Abschnitte 2 bis 4) und einen experimentellen Teil (Abschnitte 5 bis 7) gegliedert. Während die Ausführungen im Grundlagenteil Relevanz über die spezielle Anwendung zur Beschreibung der Ermüdungsrißausbreitung hinaus besitzen, konzentriert sich der experimentelle Teil ganz auf den geschilderten Anwendungsfall.

Der zweite Abschnitt der Arbeit enthält eine Zusammenstellung der relevanten methodischen Aspekte der Skaleninvarianzanalyse. Er führt u. a. zur Erkenntnis der wahren Natur der Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent der Paris-Gleichung sowie zur Ausarbeitung eines Verfahrens zur Unterdrückung der algebraisch bedingten Korrelation. Auch die Anwendung des Konzepts der finiten Skaleninvarianz auf das mechanische Werkstoffverhalten ist neu.

Der dritte Abschnitt dient einerseits der Erprobung des zuvor erarbeiteten methodischen Instrumentariums. Dazu wurden bewußt andere Phänomene des mechanischen Werkstoffverhaltens als die Ermüdungsrißausbreitung, nämlich das Kriechen und die plastische Verformung, herangezogen. In Bezug auf das Phänomen des Kriechens entfaltet die Dimensionsanalyse ihre volle Leistungsfähigkeit. Die Unterdrückung der algebraischen Korrelation liefert für das Potenzgesetzkriechen und die Potenzgesetzverfestigung lehrreiche Ergebnisse, die zum Teil zur Modifikation früherer Erkenntnisse führen. Das Grundprinzip der Aufstellung von Verformungsmechanismenarten wird dargestellt. In diesem Abschnitt werden andererseits Fakten bereitgestellt, die sich für die spätere Interpretation der Meßergebnisse zur Ermüdungsrißausbreitung als nützlich erweisen. Hiervon sind die Erkenntnisse zum Einfluß von Dehnungsgradienten auf das Rißspitzenfeld besonders hervorzuheben.

Im vierten Abschnitt wird in groben Zügen der Kenntnisstand auf dem Gebiet der Ermüdungsrißausbreitung langer Risse unter Mode-I-Belastung mit konstanter Spannungsamplitude dargestellt. Da auf dem Gebiet der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung kein über den jeweiligen individuellen Anwendungsfall hinausgehendes Ordnungsprinzip vorgefunden wurde, mußte ein entsprechender Formalismus selbst erarbeitet werden. Hierzu wurde das Konzept eines geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes mit der Dimensionsanalyse verknüpft.

Der fünfte Abschnitt enthält neben der üblichen Charakterisierung der untersuchten Werkstoffe sowie der eingesetzten Meß- und Auswerteverfahren auch eine überblicksartige Darstellung des Kenntnisstandes zum Gefüge aushärtbarer Aluminiumlegierungen und zu dessen Einfluß auf die mechanischen Werkstoffeigenschaften.

Im sechsten Abschnitt erfolgt die Zusammenstellung der Meßergebnisse. Hierbei sind Einzelbefunde und werkstoffübergreifende Befunde zu unterscheiden. Konkret wird auf der Basis von Korrelationsanalysen eine Einteilung der Aluminiumlegierungen in zwei Gruppen vorgenommen. Die gemeinsamen Merkmale der Legierungen jeder Gruppe werden herausgearbeitet. Hinsichtlich der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung erfolgt eine Anpassung der experimentell ermittelten Abhängigkeiten von Frequenz und ΔK -Wert an die im vierten Abschnitt erarbeitete Karte der geschwindigkeitsbestimmenden Schritte.

Der siebente Abschnitt beinhaltet die Diskussion des Rißausbreitungsverhaltens der Legierungen der Gruppe 1 bis hin zur Formulierung und Verallgemeinerung von Rißausbreitungsgleichungen und zur Erarbeitung von Erklärungsansätzen. Dazu wird ein naheliegendes Modell auf der Basis der Koexistenz zweier Rißausbreitungsmechanismen vorgeschlagen, das auf eine spezielle Form einer Mischungsregel führt. Der abweichende Befund für die Legierungen der Gruppe 2 läßt sich qualitativ auf der Basis des rauheitsinduzierten Rißschließens erklären. Die Abschätzung der charakteristischen Größen der geschwindigkeitsbestimmenden Schritte für die umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung ermöglicht einen Einstieg in die Diskussion der verantwortlichen Mechanismen.

Der achte Abschnitt ist der gedrängten Darstellung der wichtigsten Erkenntnisse der vorliegenden Arbeit gewidmet. Dabei wird speziell der Aspekt der Voraussage der Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen angesprochen, der aus den vorangegangenen Abschnitten bewußt herausgehalten worden ist.

2. Eigenschaften der Potenzfunktion

2.1 Analytische Eigenschaften

2.1.1 Potenzgesetze

Die Potenzfunktion $y = Ax^B$ ($A \in \mathbb{R}, B \in \mathbb{R}, x > 0$) ist in Bild 2.1 für unterschiedliche Werte des Exponenten graphisch dargestellt. Als Beispiele aus dem Bereich des mechanischen Werkstoffverhaltens wurden die Hollomon-Gleichung ($0 < B < 1$) und die Paris-Gleichung ($B > 1$) bereits genannt. Das Bild verdeutlicht, daß mit nur zwei Parametern ein breites Verhaltensspektrum beschreibbar ist. Für die Potenzfunktion gelten folgende als Potenzgesetze bekannte Beziehungen:

$$x^B x^C = x^{B+C}, \quad x^B y^B = (xy)^B, \quad (x^B)^C = x^{BC} \quad (2.1a-c)$$

Für die Ableitung und das unbestimmte Integral gelten:

$$\frac{dx^B}{dx} = Bx^{B-1} \quad (B \neq 0) \quad (2.2a)$$

$$\int x^B dx = \frac{1}{B+1} x^{B+1} \quad (B \neq -1) \quad (2.2b)$$

Das Bemerkenswerte an diesen Beziehungen ist die Tatsache, daß die rechten Seiten jeweils wieder Potenzfunktionen darstellen. Wenn beispielsweise die Größe y als Wirkung einer Ursache x und gleichzeitig die Größe z als Wirkung von y in Gestalt von Potenzfunktionen aufgefaßt werden können, so ergibt sich mit Gl. (2.1c) die Wirkung z auch als Potenzfunktion der Ursache x . Ein Beispiel ist durch die Basquin-Gleichung (BASQUIN 1910), die Coffin-Manson-Gleichung (COFFIN 1954, MANSON 1953) und die zyklische Hollomon-Gleichung (MORROW 1965) gegeben, von denen jede aus den beiden anderen folgt (BOLLER und SEEGER 1987). Auch bei der Herleitung des HRR-Rißspitzenfeldes (HUTCHINSON 1968, RICE and ROSENGREN 1968) wird mehrfach von den Potenzgesetzen Gebrauch gemacht. Allgemein führt ein Ansatz in der Mechanik, der allein auf Potenzansätzen beruht, immer wieder auf neue Zusammenhänge in Gestalt von Potenzfunktionen. McCLINTOCK (1997) spricht in diesem Zusammenhang von Potenzgesetzmechanik (power law mechanics). In

Abschnitt 2.2.2 wird auf Grenzen der Potenzfunktion und eine mögliche Alternative hingewiesen.

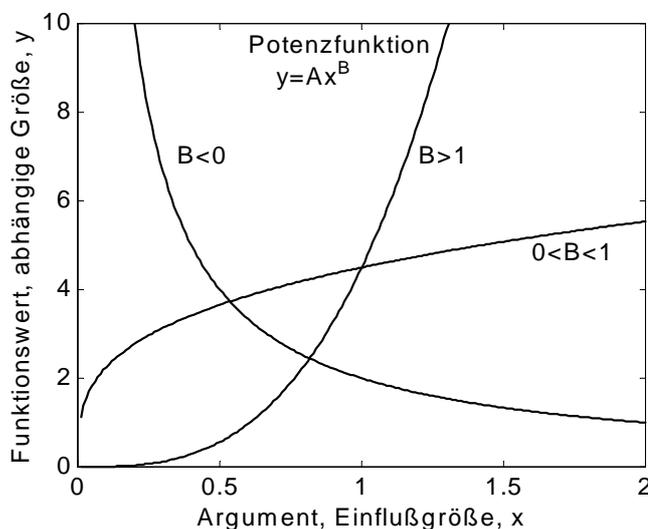


Bild 2.1

Graphische Darstellung der Potenzfunktion für unterschiedliche Werte des Exponenten.

Durch Logarithmieren werden Potenzfunktionen in lineare Funktionen (im Sinne von Polynomen ersten Grades) überführt:

$$\log(Ax^B) = \log(A) + B\log(x) \quad (2.3)$$

Hieraus ergibt sich die bekannte Tatsache, daß Potenzfunktionen in doppelt-logarithmischer Darstellung in Geraden übergehen, was eine Möglichkeit zur Prüfung der Gültigkeit eines Potenzansatzes bietet. Speziell können auf diese Weise Vorfaktor und Exponent einer Potenzfunktion durch lineare Regression bestimmt werden. Allgemein besitzt jede Gesetzmäßigkeit für Potenzfunktionen vermöge einer logarithmischen Transformation ihr Analogon im Bereich der linearen Funktionen, wovon im weiteren noch Gebrauch gemacht werden wird.

2.1.2 Konkurrenz mehrerer Potenzterme

Betrachtet wird ein Phänomen des mechanischen Werkstoffverhaltens, das mit einer Abhängigkeit der Wirkung y von einer Ursache oder treibenden Kraft x verbunden ist. Wir nehmen an, daß zwei Teilprozesse zur Wirkung y beitragen und daß das isolierte Auftreten jedes einzelnen Teilprozesses zu einer Abhängigkeit $y=f(x)$ in Gestalt einer Potenzfunktion führt:

$$\text{Teilprozeß 1:} \quad y = A_1x^{B_1} \quad (2.4a)$$

$$\text{Teilprozeß 2:} \quad y = A_2x^{B_2} \quad (2.4b)$$

Für die gemeinsame Wirkung beider Teilprozesse können folgende Fälle unterschieden werden:

- Beide Teilprozesse tragen unabhängig voneinander additiv zur Wirkung y bei (Superpositionsmodell, Analogie zum elektrischen Leitwert bei der Parallelschaltung von Widerständen):

$$y = A_1x^{B_1} + A_2x^{B_2} \quad (2.5a)$$

- Nur der schnellere der beiden Teilprozesse ist wirksam (Konkurrenzmodell):

$$y = \max(A_1x^{B_1}, A_2x^{B_2}) \quad (2.5b)$$

- Der langsamere bzw. trägere der beiden Teilprozesse bestimmt die Wirkung (Modell des geschwindigkeitsbestimmenden Teilschrittes):

$$y = \min(A_1x^{B_1}, A_2x^{B_2}) \quad (2.5c)$$

- Beide Teilprozesse tragen gleichberechtigt zu einer Begrenzung der Wirkung bei (Analogie zum elektrischen Leitwert bei der Reihenschaltung von Widerständen):

$$\frac{1}{y} = \frac{1}{A_1x^{B_1}} + \frac{1}{A_2x^{B_2}} \quad (2.5d)$$

Der Vergleich der den Teilprozessen 1 und 2 entsprechenden Terme zeigt, daß für $B_1 \neq B_2$ die Einzelbeiträge zur Gesamtwirkung an der Stelle

$$x_{12} = \left(\frac{A_1}{A_2} \right)^{\frac{1}{B_2 - B_1}} \quad (2.6)$$

gerade gleich sind. Mit anderen Worten: x_{12} trennt die Dominanzbereiche der Teilprozesse 1 und 2. Die paarweisen Schnittpunkte der Kurven in Bild 2.1 bei $x=0,5$, $x=0,8$ bzw. $x=1$ verdeutlichen den Sachverhalt graphisch. Bemerkenswerterweise hat die Abhängigkeit der Trennstelle x_{12} vom Parameter A_1/A_2 wieder die Gestalt einer Potenzfunktion. Diese Überlegung findet Anwendung bei der Aufstellung der Verformungsmechanismen-Karten nach ASHBY (1972). Als Ursache bzw. treibende Kraft wird die mechanische Spannung aufgefaßt, sie wird auf der Abszisse der Karte aufgetragen. Die Wirkung ist die Dehnrage. Als zweiter Parameter wird die Temperatur als Ordinate der Karte aufgetragen. Wenn man für zwei Kriechmechanismen die Abhängigkeiten der Parameter A_1 und A_2 von der Temperatur kennt, stellt Gl. (2.6) eine Bestimmungsgleichung für die Trennlinie der Dominanzbereiche dieser Mechanismen im Spannungs-Temperatur-Schaubild dar. Durch paarweise Betrachtung mehrerer Mechanismen läßt sich so die gesamte Karte der Verformungsmechanismen aufstellen.

In der vorliegenden Arbeit wird dieses Darstellungsprinzip im Rahmen des Modells eines geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes auf das Phänomen der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung übertragen. Zu diesem Zweck ist es vorteilhaft, die Abhängigkeit des Umgebungseinflusses von der Frequenz und der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors als Potenzfunktion darzustellen. Hierzu bietet die Dimensionsanalyse (Abschnitt 2.3) die geeigneten Werkzeuge.

2.2 Potenzfunktion und Skaleninvarianz

2.2.1 Skaleninvarianz, Selbstähnlichkeit und Homogenität

Unter einer Skalentransformation T_{q,p_1,\dots,p_n} (oder kurz T) einer Funktion $y=f(x_1,\dots,x_n)$ mit positiven reellen q, p_1,\dots,p_n versteht man eine Transformation der Gestalt:

$$T_{q,p_1,\dots,p_n} : f(x_1,\dots,x_n) \rightarrow qf(p_1x_1,\dots,p_nx_n) \quad (2.7)$$

Die Menge der Skalentransformationen bilden eine $(n+1)$ -parametrische kommutative Gruppe G . In der Tat ergibt die Nacheinanderausführung zweier Transformationen gemäß Gl. (2.7) wieder eine Transformation gemäß Gl. (2.7):

$$T_{q,p_1,\dots,p_n} T_{s,r_1,\dots,r_n} = T_{(qs),(p_1r_1),\dots,(p_nr_n)} \quad (2.8)$$

Das Einselement der Gruppe G ist $T_{1,1,\dots,1}$, das zu T_{q,p_1,\dots,p_n} inverse Element ist $T_{1/q,1/p_1,\dots,1/p_n}$, Assoziativität und Kommutativität ergeben sich aus dem Assoziativ- bzw. Kommutativgesetz der Multiplikation.

Eine Gleichung $y=f(x_1,\dots,x_n)$ heißt invariant bezüglich einer Transformation T , wenn sie bei der Transformation ihre Form beibehält, d. h., wenn:

$$f = Tf \quad (2.9a)$$

Sie heißt invariant bezüglich der speziellen Skalentransformation T_{q,p_1,\dots,p_n} (**skaleninvariant**), wenn:

$$f(x_1, \dots, x_n) = T_{q,p_1,\dots,p_n}[f(x_1, \dots, x_n)] = qf(p_1x_1, \dots, p_nx_n) \quad (2.9b)$$

Die Eigenschaft der Skaleninvarianz ist u. a. im Rahmen der Dimensionsanalyse von Bedeutung, da eine Änderung des Einheitensystems eine Skalentransformation nach sich zieht, bezüglich der eine physikalisch sinnvolle Gleichung invariant sein muß.

Eine Funktion $y=f(x_1,\dots,x_n)$ heißt **selbstähnlich** bezüglich des Parameters x_i , wenn:

$$\bigwedge_{p \in \mathbb{R}^+} \bigvee_{q \in \mathbb{R}^+} f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = qf(x_1, \dots, px_i, \dots, x_n) \quad (2.10)$$

(Sprich: Für alle positiven reellen p existiert ein positives reelles q , das die Gleichung erfüllt.) Diese Festlegung gilt speziell auch für Funktionen einer Veränderlichen: Eine Funktion einer Veränderlichen $y=f(x)$ heißt selbstähnlich, wenn gilt:

$$\bigwedge_{p \in \mathbb{R}^+} \bigvee_{q \in \mathbb{R}^+} f(x) = qf(px) \quad (2.11)$$

Die Potenzfunktion $y=Ax^B$ besitzt die Eigenschaft der Selbstähnlichkeit, wie man durch Einsetzen in Gl. (2.11) bestätigt. In der Tat ist die Gleichheit für $q=1/p^B$ erfüllt. Die besondere Bedeutung der Potenzfunktion resultiert daraus, daß sie die einzige stetige Funktion einer Veränderlichen ist, die die Eigenschaft der Selbstähnlichkeit besitzt (GÖRTLER 1975). Die Größe $-\log(q)/\log(p)$ heißt Selbstähnlichkeitsdimension D der Funktion f , sie ist identisch mit dem Exponenten B . In Analogie dazu hat eine Funktion mehrerer Veränderlicher, die selbstähnlich bezüglich der Veränderlichen x_i ist, zwingend die Gestalt:

$$f(x_1, \dots, x_i, \dots, x_n) = x_i^B g(x_1, \dots, x_{i-1}, x_{i+1}, \dots, x_n), \quad (2.12)$$

d. h., sie läßt sich darstellen als Produkt aus einer Potenzfunktion in x_i und einer Funktion g von $n-1$ Veränderlichen, die unabhängig von x_i ist. Die Eigenschaft der Selbstähnlichkeit bezüglich der Veränderlichen x_i mit der Selbstähnlichkeitsdimension D deckt sich mit der Eigenschaft der Skaleninvarianz bezüglich der speziellen Skalentransformation:

$$T_{q,p_1,\dots,p_i,\dots,p_n} = T_{q=1/p^D, p_1=1,\dots,p_i=p,\dots,p_n=1} \quad (2.13)$$

Das Einsetzen der Potenzfunktion in die Bedingung für Selbstähnlichkeit hatte nicht nur gezeigt, daß die Potenzfunktion diese Bedingung erfüllt, sondern auch, daß bei vorgegebenem Parameter p der Parameter q in Gln. (2.11) und (2.13) von der Selbstähnlichkeitsdimension D abhängt. Es wird sich später zeigen, daß diese Eigenart eine algebraische Korrelation zwischen Vorfaktoren und Exponenten eines Satzes von Potenzfunktionen nach sich zieht.

Schließlich heißt eine Funktion $y=f(x_1, \dots, x_n)$ **homogen** vom Grade v , wenn:

$$\bigwedge_{p \in \mathbb{R}^+} p^v f(x_1, \dots, x_n) = f(px_1, \dots, px_n) \quad (2.14)$$

Homogenität vom Grade v bedeutet demnach für eine Gleichung Skaleninvarianz bezüglich der speziellen Skalentransformation:

$$T_{q, p_1, \dots, p_n} = T_{q=1/p^v, p_1=p, \dots, p_n=p} \quad (2.15)$$

Die Eigenschaft der Homogenität ist im Rahmen der Dimensionsanalyse von Bedeutung. Jede physikalisch sinnvolle Gleichung muß dimensionshomogen sein, d. h., sowohl die linke Seite als auch die rechte Seite der Gleichung müssen dimensionshomogen sein und die Dimensionen (die Grade der Homogenität) müssen übereinstimmen (GÖRTLER 1975). Das Vorliegen der Homogenität erweist sich außerdem im Rahmen der erweiterten Dimensionsanalyse als nützlich, wo sie über die konventionelle Dimensionsanalyse hinaus eine weitere Spezifizierung der Form einer funktionalen Abhängigkeit zuläßt.

Selbstähnliche Funktionen bezüglich einer Veränderlichen x_i (also Potenzfunktionen in x_i) sind exakte Lösungen sogenannter entarteter Probleme, bei denen alle charakteristischen Parameter des betrachteten Systems mit der Dimension von x_i null oder unendlich sind. Die weitaus größere Bedeutung schreibt BARENBLATT (1996) selbstähnlichen Funktionen als intermediär asymptotische Näherungslösungen nicht entarteter Probleme zu. Sind x_a und x_b von null und unendlich verschiedene charakteristische Größen, so bezeichnet eine intermediäre Asymptote eine Lösung, die sich in einem Teilbereich zwischen x_a und x_b asymptotisch der unbekanntenen exakten Lösung annähert.

2.2.2 Finite Skaleninvarianz

Infinite Skaleninvarianz im strengen Sinne bedeutet, daß alle charakteristischen Größen des betrachteten Systems oder Prozesses null oder unendlich sind, also die völlige Abwesenheit endlicher charakteristischer Größen. Häufig ist jedoch der realisierbare Variablenbereich ein- oder beidseitig begrenzt. Hinsichtlich der Ermüdungsrißausbreitung sind solche Grenzen durch den Schwellenwert ΔK_s und den kritischen Wert ΔK_c des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors gegeben. Man kann sich nun einerseits damit begnügen, nach selbstähnlichen Näherungslösungen im mittleren Variablenbereich zu suchen. Im Falle der Ermüdungsrißausbreitung handelt es sich um den Paris-Bereich bzw. die Paris-Gleichung. Wiederholte Ausführung von Skalentransformationen in Bezug auf die Veränderliche ΔK würde aber zwangsläufig aus diesem Bereich hinausführen. Es erhebt sich also andererseits die Frage, ob es modifizierte Skalentransformationen gibt, bei denen

- die untere und/oder obere Grenze als Fixpunkte erhalten bleiben,
- der Bereich innerhalb der Grenzen in sich abgebildet wird und dabei
- die Gruppeneigenschaft vorliegt.

Die Antwort ist positiv (NOTTALE 1997, DUBRULLE 1997) und es zeigt sich, daß die neuen skaleninvarianten Funktionen bis auf einen freien Parameter festgelegt sind.

Wir betrachten im folgenden nur Funktionen einer Veränderlichen x . Ausgangspunkt der Verallgemeinerung ist die Skalentransformation $x \rightarrow px$ in logarithmischer Form:

$$\log(x) \rightarrow \log(x) + \log(p) \quad (2.16)$$

Nach Einführung der normierten logarithmischen Parameter $X = \log(x/x_0)$ und $P = \log(p)$ erhält man:

$$X \rightarrow X + P \quad (2.17)$$

Beim Vorliegen von Grenzen $X_- = \log(x_-/x_0)$ und $X_+ = \log(x_+/x_0)$ mit $x_- < x_0 < x_+$ wird die Skalentransformation folgendermaßen modifiziert (DUBRULLE 1997):

$$X \rightarrow X \otimes P = \frac{X+P-XP(1/X_-+1/X_+)}{1-XP(X-X_+)} \quad (2.18)$$

Diese modifizierte Skalentransformation besitzt folgende Eigenschaften:

- Sie geht für $X_- \rightarrow -\infty$ und $X_+ \rightarrow \infty$ in die einfache Addition Gl. (2.17) über.
- Die im Intervall $X_- \leq X \leq X_+$ definierten Operationen Gl. (2.18) bilden eine Gruppe.
- X_- und X_+ sind Fixpunkte der Transformation, d. h., für alle X mit $X_- \leq X \leq X_+$ gelten: $X \otimes X_- = X_-$ und $X \otimes X_+ = X_+$.

Um den Begriff der finiten Skaleninvarianz anschaulich zu machen, formulieren wir die Bedingung für (infinite) Skaleninvarianz (Gl. (2.11)) in logarithmischer Notation:

$$\bigwedge_P \bigvee_{Q(P)} F(X) = Q(P) + F(X + P) \quad (2.19)$$

wobei $F(X) = \log\{f[\log(x/x_0)]/f_0\}$. In Analogie dazu bedeutet finite Skaleninvarianz:

$$\bigwedge_P \bigvee_{Q(P)} F(X) = Q(P) \boxtimes F(X \otimes P) \quad (2.20)$$

Dabei ist die Operation \boxtimes analog zu \otimes aber mit anderen Grenzen F_- und F_+ definiert:

$$F \boxtimes Q = \frac{F+Q-FQ(1/F_-+1/F_+)}{1-FQ(F-F_+)} \quad (2.21)$$

Es war bereits festgestellt worden, daß die Forderung der infiniten Skaleninvarianz durch einen einzigen Funktionstyp, die Potenzfunktion $f(x) = Ax^B$, erfüllt wird. Genauso führt die Forderung der finiten Skaleninvarianz auf eine strenge Festlegung der Funktionen $F(X)$ bzw. $f(x)$. DUBRULLE (2000) hat die Gestalt der Funktion $F(X)$ in Abhängigkeit davon berechnet, ob beide Grenzen, eine oder keine der Grenzen von F bzw. X null bzw. unendlich sind. Wenn sowohl beide Grenzen von F als auch beide Grenzen von X null bzw. unendlich sind, hat man es gerade mit infiniter Skaleninvarianz zu tun und erhält erwartungsgemäß die Potenzfunktion. Für alle anderen Fälle beschreibt die Potenzfunktion wie erwähnt das Verhalten nur näherungsweise als einseitige oder intermediäre Asymptote in einem Teilbereich der Variablen x .

Es sei an dieser Stelle erlaubt, auf die formale Analogie der Gl. (2.18) mit dem Einsteinschen Additionstheorem für Geschwindigkeiten hinzuweisen. In der Tat geht Gl. (2.18) in dieses über, wenn X und P formal als Geschwindigkeiten v_1 und v_2

sowie X und X_+ als $-c$ bzw. $+c$ (c ... Lichtgeschwindigkeit) interpretiert werden. Während hinter Gl. (2.18) die Forderung steht, daß die finiten Skalentransformationen eine Gruppe bilden, resultierte das Einsteinsche Additionstheorem aus der Gruppenforderung für die Lorentz-Transformationen (NAAS und TUTSCHKE 1997).

2.2.3 Anwendung auf die Ermüdungsrißausbreitung

Die Annahme (infiniter) Skaleninvarianz, also der Selbstähnlichkeit der Ermüdungsrißausbreitung bezüglich ΔK führt zwingend auf eine Abhängigkeit der Rißausbreitungsrate da/dN von ΔK in Gestalt einer Potenzfunktion, der Paris-Gleichung, Gl. (1.2). Schon wegen der bloßen Existenz des Schwellenwertes ΔK_S und des kritischen Wertes ΔK_c kann die Paris-Gleichung nur als asymptotische Näherungslösung in einem Teilbereich, dem Paris-Bereich, gelten.

Formale Anwendung der finiten Skaleninvarianz auf die Ermüdungsrißausbreitungskurve unter Berücksichtigung einer unteren (ΔK_S) und einer oberen (ΔK_c) Grenze des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ergibt nach Umformung der Lösung von DUBRULLE (2000) folgenden funktionalen Zusammenhang:

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{da}{dN} \right)_{ref} \left[\frac{1 - \frac{\ln(\Delta K / \Delta K_{ref})}{\ln(\Delta K_S / \Delta K_{ref})}}{1 - \frac{\ln(\Delta K / \Delta K_{ref})}{\ln(\Delta K_c / \Delta K_{ref})}} \right]^\delta \quad (2.22a)$$

Bei $(\Delta K_{ref}, da/dN_{ref})$ handelt es sich um einen Bezugspunkt der Rißausbreitungskurve, der zweckmäßigerweise im Paris-Bereich liegen sollte. Bild 2.2 zeigt eine normierte graphische Darstellung des Funktionsgraphen gemäß Gl. (2.22a) für $\Delta K_S / \Delta K_{ref} = 0,2$ und $\Delta K_c / \Delta K_{ref} = 5$ sowie unterschiedliche Werte des Parameters δ .

Bild 2.2 zeigt, daß Gl. (2.22a) die gestellten Anforderungen tatsächlich erfüllt:

- Die Rißausbreitungsrate strebt gegen 0, wenn sich ΔK an den Schwellenwert ΔK_S annähert (schwellenwertnaher Bereich).
- Die Rißausbreitungsgleichung verläuft im mittleren ΔK -Bereich in doppelt-logarithmischer Darstellung näherungsweise linear (Paris-Bereich).
- Die Rißausbreitungsrate strebt gegen unendlich (bzw. einen großen Wert), wenn sich ΔK an den kritischen Wert ΔK_c annähert (instabilitätsnaher Bereich).

Wählt man für den Bezugswert von ΔK den geometrischen Mittelwert von ΔK_S und ΔK_c , also $\Delta K_{ref} = (\Delta K_S \Delta K_c)^{1/2}$, so vereinfacht sich Gl. (2.22a) und man erhält:

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{da}{dN} \right)_{ref} \left[\frac{\ln\left(\frac{\Delta K}{\Delta K_S}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta K_c}{\Delta K}\right)} \right]^\delta \quad (2.22b)$$

Diese Wahl war in Bild 2.2 bereits getroffen worden. Für den Kurvenanstieg im Paris-Bereich, d. h. für den Paris-Exponenten m , erhält man durch Bildung der logarithmischen Ableitung folgende Näherungsbeziehung, die den Paris-Exponenten m mit dem Funktionsparameter δ verknüpft:

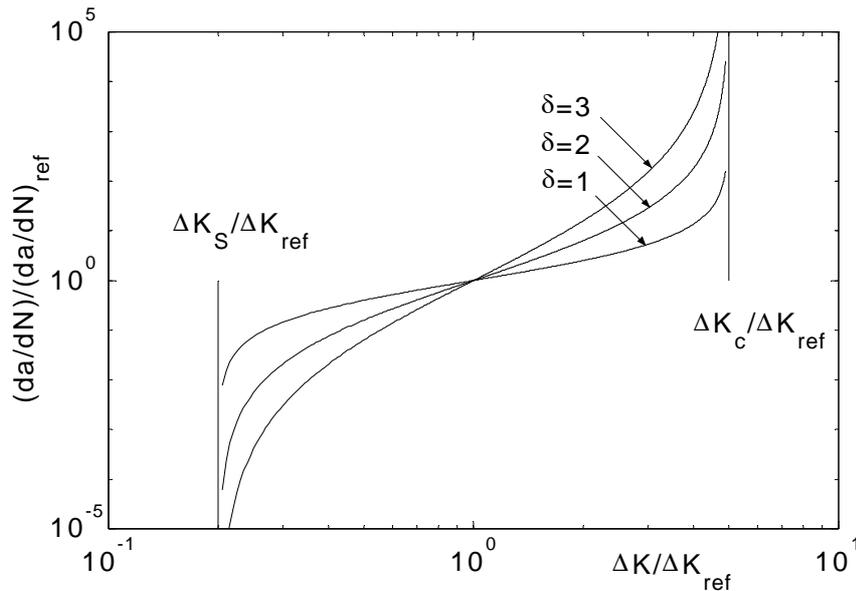


Bild 2.2 Normierte Darstellung der Abhängigkeit der Rißausbreitungsrate da/dN von der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK gemäß Gl. (2.22a)

$$m = \left[\frac{d(\ln \frac{da}{dN})}{d(\ln \Delta K)} \right]_{\Delta K = \sqrt{\Delta K_S \Delta K_C}} = \frac{4\delta}{\ln \frac{\Delta K_C}{\Delta K_S}} \quad (2.23)$$

Die Frage, ob Ermüdungsrißausbreitung die Eigenschaft der finiten Skaleninvarianz besitzt, kann nicht absolut beantwortet werden. Finite Skaleninvarianz der Ermüdungsrißausbreitung stellt eine durch die Strukturiertheit eines realen Festkörpers bzw. einer realen Probe begrenzte Idealisierung dar. Genau so (allerdings auf höherem Genauigkeitsniveau) verkörpert die spezielle Relativitätstheorie eine durch die Strukturiertheit des Raumes (z. B. große Massen) begrenzte Idealisierung.

2.3 Dimensionsanalyse

2.3.1 Voraussetzungen der Dimensionsanalyse

Die Dimensionsanalyse wurde bereits vor ihrer theoretischen Fundierung intuitiv angewendet (siehe GÖRTLER 1975). Um fehlerhafte Schlußfolgerungen zu vermeiden, erscheint es ratsam, von einer Formulierung der Voraussetzungen der Dimensionsanalyse auszugehen. Es wird sich zeigen, daß Selbstähnlichkeit und Potenzfunktionen im Rahmen der Dimensionsanalyse eine zentrale Rolle spielen.

Einfache physikalische Größen werden durch Vergleich mit Eichmaßen gemessen. Die Maßzahl gibt das Verhältnis des aktuellen Wertes einer physikalischen Größe zum Eichmaß an, die Maßeinheit ist durch das Eichmaß selbst gegeben. Unter einem Einheitensystem versteht man einen Satz fundamentaler Maßeinheiten, die zur Messung aller Eigenschaften der betrachteten Klasse von Phänomenen

ausreichen. Das SI-System benutzt für die Masse die Einheit kg, für die Länge die Einheit m und für die Zeit die Einheit s. Unter der Dimension einer physikalischen Größe versteht man die Funktion, die bestimmt, wie sich die Maßzahl des aktuellen Wertes der physikalischen Größe beim Übergang von einem Einheitensystem zu einem anderen ändert. Zum Beispiel sind Reißlänge und Probendurchbiegung in einem bruchmechanischen Dreipunktbiegeversuch unterschiedliche physikalische Größen, beide besitzen aber unabhängig von der jeweils verwendeten Maßeinheit dieselbe Dimension, die einer Länge. Physikalische Größen heißen dimensionslos, wenn sie in allen Einheitensystemen denselben numerischen Wert annehmen.

Das allgemeine Kovarianzprinzip der Physik besagt, daß der Wahrheitswert (und somit auch die Lösung) einer physikalischen Gleichung nicht von der willkürlichen Wahl des Koordinatensystems, das ein Beobachter zur Beschreibung des physikalischen Sachverhalts benutzt, abhängen darf (BARENBLATT 1979). Eine Konsequenz dieses Prinzips ist speziell die Unabhängigkeit von der Wahl des Einheitensystems. Zwei Beobachter, die unterschiedliche Maßeinheiten benutzen, müssen trotzdem zu den gleichen Schlußfolgerungen gelangen. Hieraus folgt, daß der Wahrheitswert der Gleichung invariant gegen die einer Änderung des Einheitensystems entsprechende Skalentransformation sein muß. Auf der Grundlage dieses Prinzips läßt sich zeigen, daß die Dimension einer abgeleiteten physikalischen Größe stets ein Potenzprodukt der Dimensionen der einfachen physikalischen Größen ist (GÖRTLER 1975).

Es sei f eine im allgemeinen dimensionsbehaftete Funktion mehrerer dimensionsbehafteter physikalischer Größen x_i

$$y = f(x_1, \dots, x_n) \quad (2.24)$$

Die Dimensionsmatrix M der Einflußgrößen x_1, \dots, x_n im Einheitensystem L_1, \dots, L_m von f hat die Form:

$$M = \begin{pmatrix} [x_1] & \dots & [x_n] \\ L_1 & m_{11} & m_{1n} \\ \dots & & \\ L_k & m_{k1} & m_{kn} \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

Die erste Zeile und die erste Spalte gehören nicht zur Matrix, sie dienen der besseren Orientierung. $[x]$ bezeichnet die Dimension von x . L_i sind die Dimensionen der Grundgrößen des Einheitensystems, also z. B. die der Länge, der Masse, der Zeit usw. Die Matrixelemente m_{ij} bezeichnen die Exponenten, mit denen die Dimension L_i in der Größe x_j auftritt. Gl. (2.25) ist also wie $[x_1] = L_1^{m_{11}} \cdot \dots \cdot L_k^{m_{k1}}$ und entsprechend zu lesen. Als Beispiel dient:

$$[\Delta K] = (\text{Masse})^1 (\text{Länge})^{-1/2} (\text{Zeit})^{-2}.$$

Das folgende Pi-Theorem (zur Urhebererschaft siehe GÖRTLER 1975) ist die zentrale Aussage der Dimensionsanalyse: Eine im allgemeinen dimensionsbehaftete Funktion mehrerer dimensionsbehafteter physikalischer Größen x_i

$$y = f(x_1, \dots, x_n) \quad (2.26)$$

läßt sich als Funktion Φ von $n-r$ Veränderlichen

$$\Pi = \Phi(\Pi_1, \dots, \Pi_{n-r}) \quad (2.27)$$

mit dem dimensionslosen Funktionswert Π und den dimensionslosen Einflußgrößen Π_i ausdrücken:

$$\Pi = \frac{y}{x_1^{w_1} \cdot \dots \cdot x_r^{w_r}} \quad \Pi_i = \frac{x_{r+i}}{x_1^{w_{1,r+i}} \cdot \dots \cdot x_r^{w_{r,r+i}}} \quad (i=1, \dots, n-r) \quad (2.28)$$

Darin bezeichnen w_i bzw. $w_{i,j}$ (nicht notwendigerweise ganzzahlige) Exponenten. r ist der Rang der Dimensionsmatrix M , wobei gilt: $0 \leq r \leq \min(k, n)$. Der Rang r entspricht der Anzahl der Einflußgrößen x_i von f mit unabhängigen Dimensionen.

Die Dimensionsmatrix M hat bei geeigneter Wahl der Reihenfolge der Einflußgrößen (zuerst die r Einflußgrößen mit unabhängigen Dimensionen) die Form:

$$M = \begin{pmatrix} [x_1] & \dots & [x_r] & [x_{r+1}] & \dots & [x_n] \\ L_1 & m_{11} & \dots & m_{1r} (v_{1,r+1,1}m_{11} + \dots + v_{1,r+1,r}m_{1r}) & \dots & (v_{1,n,1}m_{11} + \dots + v_{1,n,r}m_{1r}) \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ L_k & m_{k1} & \dots & m_{kr} (v_{k,r+1,1}m_{k1} + \dots + v_{k,r+1,r}m_{kr}) & \dots & (v_{k,n,1}m_{k1} + \dots + v_{k,n,r}m_{kr}) \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

Sobald der Rang r sowie ein Satz von r Einflußgrößen mit unabhängigen Dimensionen ermittelt sind, können die Dimensionen des Funktionswertes y sowie der anderen Einflußgrößen durch die r unabhängigen Dimensionen ausgedrückt werden. Dies wird durch die Dimensionsmatrix M' der Größen y, x_{r+1}, \dots, x_n im Einheitensystem mit den Dimensionen $[x_1], \dots, [x_r]$ zum Ausdruck gebracht:

$$M' = \begin{pmatrix} [y] & [x_{r+1}] & \dots & [x_n] \\ [x_1] & w_1 & w_{1,r+1} & w_{1,n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ [x_r] & w_r & w_{r,r+1} & w_{r,n} \end{pmatrix} \quad (2.30)$$

Die Matrixelemente w_i und $w_{i,j}$ entsprechen genau den Exponenten in Gl. (2.28).

Der aus der Dimensionsanalyse resultierende Nutzen ist immens. Geht man davon aus, daß für die explizite Aufstellung eines funktionalen Zusammenhangs z. B. zehn unterschiedliche Werte jeder Einflußgröße eingestellt werden müssen, dann verringert sich der dafür erforderliche experimentelle Aufwand im Ergebnis der Dimensionsanalyse um den Faktor 10^r (BARENBLATT 1979). Diese Aufwandsverringering ist ohne A-priori-Kennntnis der Gestalt des gesuchten funktionalen Zusammenhangs möglich. Im Falle $r=n$ ist die funktionale Gestalt der Abhängigkeit bis auf einen konstanten Faktor sogar vollständig aus der Dimensionsanalyse bestimmt.

2.3.2 Ablauf der Dimensionsanalyse

Bei der Anwendung der Dimensionsanalyse zur Spezifizierung des funktionalen Zusammenhangs für einen vorgegebenen Sachverhalt empfiehlt sich folgendes Vorgehen:

- Aufstellen eines Satzes aller potentiellen Einflußgrößen.
- Aufstellen der Dimensionsmatrix M und Bestimmung des Ranges r von M , d. h. Bestimmung der maximalen Anzahl von Einflußgrößen mit unabhängigen Dimensionen.
- Auswahl eines Satzes von Einflußgrößen mit unabhängigen Dimensionen. Diese Auswahl ist nicht eindeutig. Es empfiehlt sich, diejenigen Einflußgrößen zuerst zu berücksichtigen, die als die wichtigsten angesehen werden.
- Reduzieren der Zielgröße (Funktionswert) und aller übrigen Einflußgrößen auf dimensionslose Größen durch Normierung mit Produkten von Potenzen der ausgewählten unabhängigen Einflußgrößen.
- Vergleich der dimensionslosen Einflußgrößen gegen 1. Alle dimensionslosen Einflußgrößen mit der Größenordnung 1 sind bedeutsam.

An dieser Stelle unterscheidet BARENBLATT (1979) die drei Fälle vollständiger, unvollständiger bzw. fehlender Selbstähnlichkeit bezüglich einer Einflußgröße. Anstelle der Begriffe vollständig und unvollständig werden hier die Begriffe bestimmt und unbestimmt gewählt, da auch im zweiten Fall Selbstähnlichkeit gemäß der Definition Gl. (2.11) uneingeschränkt vorliegt.

a) Bestimmte Selbstähnlichkeit bezüglich x :

Der Grenzwert der Funktion $y=f(x)$ für $x \rightarrow 0$ oder $x \rightarrow \infty$ ist endlich (und von 0 verschieden). Dann können alle dimensionslosen Einflußgrößen x , die viel kleiner oder viel größer als 1 sind, verworfen werden, denn das näherungsweise Gleichsetzen des Funktionswertes an der Stelle x mit dem Grenzwert stellt eine Abhängigkeit zwischen x und den anderen Einflußgrößen dar, die zur Eliminierung von x benutzt werden kann.

b) Unbestimmte Selbstähnlichkeit bezüglich x :

Der Grenzwert der Funktion $y=f(x)$ für $x \rightarrow 0$ oder $x \rightarrow \infty$ ist 0 oder unendlich. Es gilt $f(\dots, x, \dots) = x^\nu g(\dots)$. Auch in diesem Fall wird die Anzahl der Argumente der gesuchten Funktion g um eins reduziert und ist das Ergebnis selbstähnlich. Allerdings verschwindet x nicht ganz aus der Aufgabenstellung, sondern bleibt im Nenner des dimensionslosen Funktionswertes als Variable erhalten. Außerdem ist der Wert des Exponenten ν nicht durch die Dimensionsanalyse festgelegt, also universell, sondern er hängt von allen anderen Einflußgrößen (außer x selbst) ab.

c) Keine Selbstähnlichkeit bezüglich x :

Der Grenzwert der Funktion $y=f(x)$ für $x \rightarrow 0$ oder $x \rightarrow \infty$ ist 0 oder unendlich und $f(\dots, x, \dots) = x^\nu g(\dots)$ gilt nicht. Eine Spezifizierung der Funktion $f(\dots, x, \dots)$ ist mit Hilfe der Dimensionsanalyse nicht möglich.

Welcher der Fälle b) oder c) vorliegt, ist a priori nicht bekannt. Demzufolge handelt es sich bei $f(\dots, x, \dots) = x^\nu g(\dots)$ um einen Ansatz, dessen Gültigkeit an Hand der experimentellen Daten geprüft werden muß. Häufig ist auch bei bekannter

Selbstähnlichkeit schwer zu entscheiden, ob der Grenzwert von f für $x \rightarrow 0$ endlich ist oder nicht, ob also bestimmte oder unbestimmte Selbstähnlichkeit vorliegt. Ein werkstoffabhängiger Exponent (im Gegensatz zu einem universellen Exponenten) liefert dann einen (nachträglichen) Hinweis auf unbestimmte Selbstähnlichkeit.

2.3.3 Skaleninvarianzanalyse (erweiterte Dimensionsanalyse)

Eine Änderung des Einheitensystems (z. B. SI nach cgs) wirkt sich auf die Maßzahlen der Einflußgrößen und des Funktionswertes der Funktion f wie eine spezielle Skalentransformation aus. Eine aus einer solchen Änderung des Einheitensystems resultierende Skalentransformation hat die spezielle Gestalt:

$$T_{q,p_1,\dots,p_r,q_1,\dots,q_{n-r}} : f(x_1, \dots, x_r, x_{r+1}, \dots, x_n) \rightarrow qf(p_1x_1, \dots, p_rx_r, q_1x_{r+1}, \dots, q_{n-r}x_n) \quad (2.31)$$

wobei die p_i unabhängige positive reelle Zahlen sind, während $q = p_1^{w_1} \cdot \dots \cdot p_r^{w_r}$ und $q_i = p_1^{w_{r+i,1}} \cdot \dots \cdot p_r^{w_{r+i,r}}$ entsprechend Gl. (2.28) von den p_i abhängen. Die Menge dieser speziellen Skalentransformationen bilden eine Gruppe G_D , und zwar eine Untergruppe der Gruppe G aller $(n+1)$ -parametrischen Skalentransformationen. Aus der Forderung der Invarianz einer Gleichung bezüglich der zu G_D gehörigen Skalentransformationen resultiert gerade der immense Nutzen der Dimensionsanalyse. Im allgemeinen gibt es jedoch außerhalb von G_D noch mehr Skalentransformationen, bezüglich derer eine gesuchte physikalische Gleichung invariant ist.

Ziel der Skaleninvarianzanalyse ist es, solche Skalentransformationen zu finden und zur Vereinfachung der funktionalen Abhängigkeiten auszunutzen. Dies kann auf folgenden Wegen geschehen:

- Durch die formale (aber konsequente) Vergabe künstlicher Dimensionen steigt bei gleichbleibender Zahl n der Veränderlichen der Rang r der Dimensionsmatrix an und nimmt folglich die Anzahl der dimensionslosen Veränderlichen Π_i ab. Nach KIENLE (1994) läßt sich formal jede Skaleninvarianz durch geeignete Vergabe von künstlichen Dimensionen beschreiben. Daraus resultiert die Bezeichnung „erweiterte Dimensionsanalyse“.
- In vielen Fällen erfordern Symmetrieeigenschaften der Problemstellung, z. B. eines Systems von Differentialgleichungen, von vornherein Skaleninvarianzeigenschaften der Lösung. Hierzu gehört auch die Eigenschaft der Homogenität gemäß Gln. (2.14) und (2.15).
- Bei bekanntem Modell ist es naheliegend, die Lösung bzw. die Skaleninvarianzeigenschaften der Lösung aus dem Modell und nicht allein aus der Dimensionsanalyse zu beziehen. Häufig sind aber nur bestimmte Modelldetails gesichert. Trotzdem können in günstigen Fällen aus wenigen gesicherten Modelldetails bereits Invarianzeigenschaften abgeleitet werden, die die Lösungsmannigfaltigkeit bezüglich unbekannter Modelldetails einschränken.

Bei bekannter Lösung des Problems können die Skalentransformationen, bezüglich derer die Lösung invariant ist, leicht analysiert werden. Dies ist wenig hilfreich, wenn es um das Auffinden bzw. die Vereinfachung der noch unbekanntem Lösung geht. Die nachträgliche Analyse ist jedoch sehr wohl nützlich, wenn untersucht werden soll, zu welchem Anteil die Lösung eines Problems modellspezifisch und zu welchem Anteil sie durch übergeordnete Invarianzprinzipien bedingt ist. Die Übereinstimmung

einer aus einem Modell bezogenen Lösung mit Meßergebnissen besitzt keine Beweiskraft für die Gültigkeit des Modells, wenn die Form der Lösung aus solchen übergeordneten Prinzipien vorbestimmt ist.

2.3.4 Anwendungsbeispiel

Als Demonstrationsbeispiel diene die Brinell-Härteprüfung, speziell die Abhängigkeit der Kraft F , die erforderlich ist, um in einem potenzgesetzverfestigenden Werkstoff mit einer Kugel (Durchmesser D) einen bleibenden Eindruck mit dem Radius $R < D/2$ zu erzeugen. Die Einflußgrößen sind neben R und D voraussetzungsgemäß die Werkstoffparameter k und n der Hollomon-Gleichung, Gl. (1.1). Dagegen sollen wie schon bei der Hollomon-Gleichung die Temperatur als konstant und der Werkstoff als dehnratenunabhängig angenommen werden.

$$F = f(R, D, k, n) \quad (2.32)$$

Die Dimensionsmatrix M der Einflußgrößen hat die Gestalt

$$M = \begin{pmatrix} & [R] & [D] & [k] & [n] \\ \text{Masse} & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \text{Länge} & 1 & 1 & -1 & 0 \\ \text{Zeit} & 0 & 0 & -2 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.33)$$

Der Rang r der Matrix M ist 2. Wir wählen R und k als unabhängige Einflußgrößen. Man erhält die dimensionslose abhängige Variable $\Pi = \frac{F}{kR^2}$ als Funktion $\Pi = \Phi(\Pi_1, \Pi_2)$ der dimensionslosen Parameter $\Pi_1 = \frac{R}{D}$ und $\Pi_2 = n$. Im Ergebnis der Dimensionsanalyse erhält man die funktionale Abhängigkeit in der Form:

$$\frac{F}{\pi R^2} = \frac{k}{\pi} \Phi\left(\frac{R}{D}, n\right) \quad (2.34)$$

Die Gestalt der Funktion Φ kann ohne weitere Informationen oder Annahmen nicht weiter spezifiziert werden. Immerhin wurde die Anzahl der Funktionsargumente von 4 auf 2 verringert. Die Abhängigkeit vom Parameter k ist bereits vollständig spezifiziert. Die zusätzliche Annahme der unbestimmten Selbstähnlichkeit der Funktion Φ bezüglich des Parameters R/D in einem Bereich $0 < (R/D)_{\min} < R/D < (R/D)_{\max} < 0,5$ liefert folgende weitere Spezifizierung:

$$\frac{F}{\pi R^2} = \frac{k}{\pi} \Psi(n) \left(\frac{R}{D}\right)^\eta \quad \text{mit} \quad \eta = g(n) \quad (2.35)$$

Dies ist die Gestalt des Meyerschen Potenzgesetzes (MEYER 1908)

$$\frac{F}{\pi R^2} = c_M \left(\frac{R}{D}\right)^{n_M} \quad \text{mit} \quad c_M = \frac{k}{\pi} \Psi(n) \quad \text{und} \quad n_M = \eta, \quad (2.36)$$

wobei sich über den Ansatz von MEYER hinaus der Vorfaktor proportional zum Vorfaktor der Hollomon-Gleichung und abhängig vom Verfestigungsexponenten n sowie der Meyer-Exponent abhängig vom Verfestigungsexponenten n ergeben. HILL u. a. (1989) haben das Problem durch Auffinden einer zusätzlichen Invarianzeigenschaft

weiter vereinfacht, die aus der Invarianz des zu Grunde liegenden Systems von Differentialgleichungen und Randbedingungen bezüglich geeigneter Skalentransformationen resultiert. Diese lautet ausgehend von Gl. (2.34) im vorliegenden Kontext:

$$\bigwedge_{p \in \mathbb{R}^+} \frac{F}{\pi R^2} = \frac{1}{p^n} \frac{k}{\pi} \Phi\left(p \frac{R}{D}, n\right) \quad (2.37)$$

Hieraus folgt gemäß Abschnitt 2.2.1 zwingend, daß die Abhängigkeit von R/D die Form einer Potenzfunktion mit dem Verfestigungsexponenten n haben muß, also:

$$\frac{F}{\pi R^2} = \frac{k}{\pi} \Psi(n) \left(\frac{R}{D}\right)^n \quad (2.38)$$

mit einer noch unbestimmten Funktion Ψ des Verfestigungsexponenten im Vorfaktor. Im Vergleich zu Gl. (2.35) stellt dies einen doppelten Gewinn dar: Erstens ist der Exponent in Gl. (2.38) nunmehr vollständig spezifiziert. Zweitens hatte Gl. (2.35) nur den Status eines Näherungsansatzes, während Gl. (2.37) unter sehr allgemeinen Voraussetzungen streng gilt. Damit hatten HILL u. a. (1989) ein Ergebnis bestätigt und begründet, das bereits lange vorher durch O'NEILL (1944) auf empirischem Wege durch Auswertung umfangreicher experimenteller Daten (im Rahmen der Meßgenauigkeit) gefunden worden war, nämlich die Übereinstimmung von Meyer-Exponent gemäß Gl. (2.36) und Verfestigungsexponent gemäß Gl. (1.1). TABOR (1951) hat außerdem einen empirischen Näherungsausdruck für die Funktion Ψ ermittelt, mit dem Gl. (2.38) letztendlich übergeht in:

$$\frac{F}{\pi R^2} = 2,8k \left(0,4 \frac{R}{D}\right)^n \quad (2.39)$$

Durch numerische Lösung des zuvor wie oben beschrieben vereinfachten Problems konnten HILL u. a. (1989) die spezielle Form der Gl. (2.39) und die von TABOR ermittelten Werte der Konstanten bestätigen.

2.4 Algebraische Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent

2.4.1 Ursachen und Konsequenzen

In Gestalt von Gln. (2.1), (2.2), (2.3) und (2.11) wurden eine Reihe nützlicher Eigenschaften der Potenzfunktion diskutiert. Diese Eigenschaften erklären, warum die Potenzfunktion zur Beschreibung des mechanischen Verhaltens von Werkstoffen überhaupt auftritt, in welchen Grenzen sie zur Beschreibung des Werkstoffverhaltens geeignet ist und welche immensen Vorteile aus der Potenzfunktion resultieren können, falls deren Anwendung gerechtfertigt ist. Wir wollen nun annehmen, wie es dem Ausgangspunkt der vorliegenden Arbeit entspricht, daß für eine hinreichend große Anzahl von Werkstoffen ($i=1, \dots, n$) eine Zielgröße in Abhängigkeit von einer Einflußgröße gemessen wurde und die Abhängigkeit in Gestalt einer Potenzfunktion $y=Ax^B$ dargestellt werden kann. Dabei wird angenommen, daß

- die Beschreibung durch eine Potenzfunktion gerechtfertigt ist,
- der Exponent vom Werkstoff abhängt und
- jeder Wert innerhalb eines bestimmten Größenbereichs durch den Exponenten angenommen werden kann.

Während die erste Annahme sowohl für bestimmte als auch für unbestimmte Selbstähnlichkeit zutrifft, entsprechen die zweite und dritte Annahme dem Vorliegen unbestimmter Selbstähnlichkeit bezüglich des Parameters x . Im Ergebnis liegen für jeden dieser Werkstoffe als Werkstoffparameter ein Vorfaktor A_i und ein Exponent B_i vor. Der Potenzgleichung in logarithmierter Form entsprechen nach Gl. (2.3) Geraden mit den Absolutgliedern $\log(A_i)$ und den Anstiegen B_i . Wir haben es also mit einer Geradenschar zu tun.

Bild 2.3a zeigt eine simulierte Geradenschar, bei der die Funktionswerte an der Stelle $\log(x)=1,5$ und die Anstiege unabhängig voneinander mittels Zufallsgenerators bestimmt worden sind. Trägt man statt dessen in einem zweiten Diagramm die Absolutglieder $\log(A_i)$ über den Anstiegen B_i dieser Geraden auf (Bild 2.3b), so macht man typischerweise eine überraschende Beobachtung: Es liegt eine ausgesprochen starke Korrelation vor. Solche Korrelationen wurden in der Literatur häufig beobachtet (siehe Abschnitte 3 und 4). Über Ursachen und Möglichkeiten der Ausnutzung wurde teilweise kontrovers diskutiert. Es gehört zum Anliegen der vorliegenden Arbeit, die Natur der Korrelation zweifelsfrei aufzuklären, auf Konsequenzen hinzuweisen und ein Verfahren zu ihrer Unterdrückung anzugeben.

Es mag zunächst den Anschein haben, die Korrelation wäre eine (physikalische) Eigenschaft der betrachteten Gesamtheit, und diese Behauptung ist in der Tat aufgestellt worden (TOTH und KRASOVSKY, 1995). Um zu sehen, daß diese Folgerung fehlerhaft ist, denke man sich die Maßeinheit von x beliebig geändert oder, gleichberechtigt, x auf eine beliebige Bezugsgröße x^* normiert. Bei dieser Operation handelt es sich um eine Skalentransformation gemäß Abschnitt 2.2.1. Sie ist einer Verschiebung des doppelt-logarithmischen Koordinatensystems um $\log(x^*)$ in Richtung der $\log(x)$ -Achse äquivalent. Während dabei die Exponenten B_i unverändert bleiben, nehmen die Absolutglieder $\log(A_i)$ infolge der Achsenverschiebung neue Werte an. Für den vorliegenden Datensatz wurde der Korrelationskoeffizient r in Abhängigkeit von $\log(x^*)$ berechnet (Bild 2.3c). Es ist zu erkennen, daß r von negativen Werten nahe -1 bis zu positiven Werten nahe $+1$ monoton anwächst. Die beobachtete Korrelation an sich kann also keine Eigenschaft der Gesamtheit der betrachteten Werkstoffe sein, denn als solche dürfte der Wert des Korrelationskoeffizienten nicht von der Wahl der Maßeinheiten bzw. von der Lage des Koordinatensystems abhängen. Wir sprechen von einer algebraischen Korrelation.

Für einen beliebigen Satz von Geraden, die nicht alle parallel sind und die sich nicht alle in einem Punkt schneiden, läßt sich zeigen, daß der Korrelationskoeffizient der Anstiege mit den Absolutgliedern in Abhängigkeit von der Lage des Abszissennullpunktes (dem Wert von x^*) jeden Wert zwischen -1 und 1 annimmt, monoton wächst und damit speziell auch die 0 durchläuft. Der oben an Hand eines konkreten Beispiels veranschaulichte Sachverhalt ist also allgemeingültig.

Aus dieser algebraischen Korrelation erwachsen für bestimmte Aufgabenstellungen schwerwiegende Probleme, die bei Nichtbeachtung zu Fehlinterpretationen führen können. Beispiele für solche Aufgabenstellungen sind:

- Die Bestimmung der physikalisch (und nicht durch die willkürliche Wahl der Maßeinheiten) bedingten Streubreite des Vorfaktors in der Potenzgleichung.
- Die Identifizierung der Einflußgrößen (z. B. Gefügeparameter), die die Größe des Vorfaktors bestimmen.

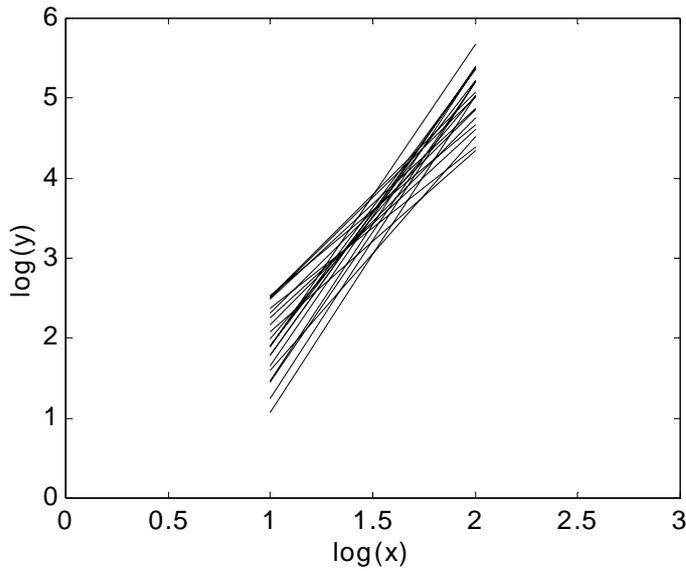


Bild 2.3a

Mittels Zufallsgenerators erzeugte Geradenschar als Ausgangspunkt für die beispielhafte Durchführung einer Korrelationsanalyse

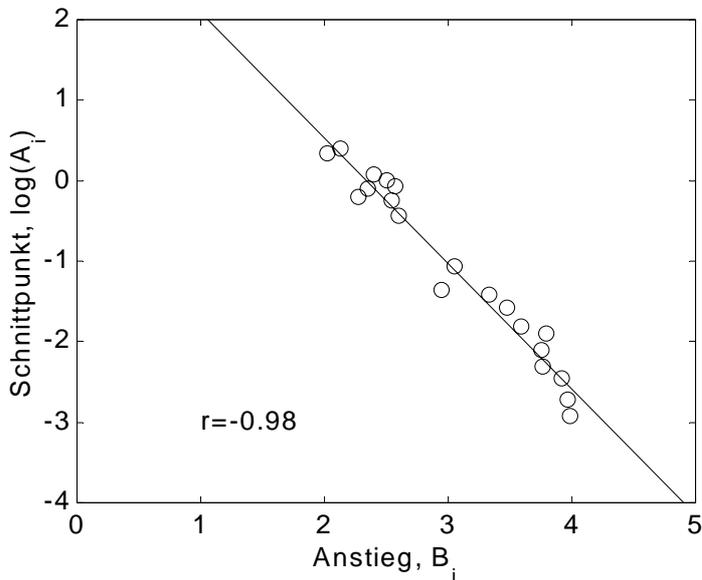


Bild 2.3b

Abhängigkeit der Logarithmen der Schnittpunkte als Funktion der Anstiege der Geraden aus Bild 2.3a

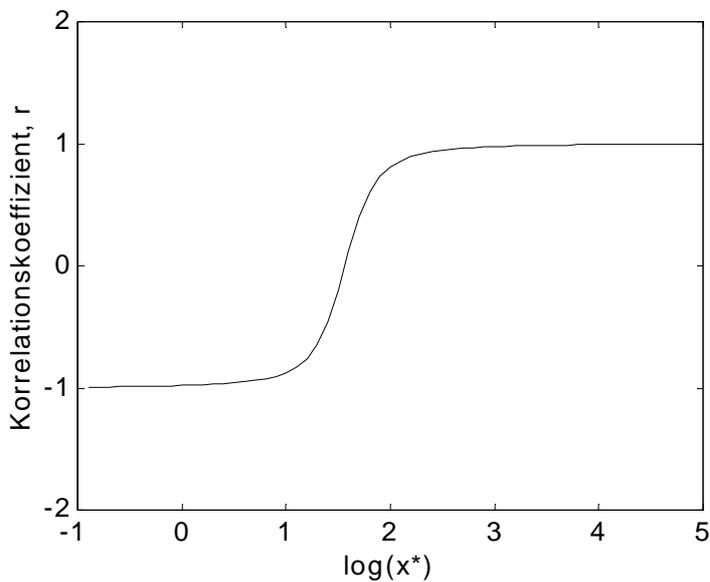


Bild 2.3c

Abhängigkeit des Korrelationskoeffizienten zwischen den Logarithmen der Schnittpunkte und den Anstiegen von der Wahl der Normierungsgröße x^* (gleicher Datensatz wie in Bildern 2.3a und 2.3b)

- Die Erfassung der Einflußnahme des Vorfaktors auf andere Größen (z. B. Bauteileigenschaften).

Wie Bild 2.3c beispielhaft verdeutlicht, kann die algebraische Korrelation durch geeignete Wahl des Normierungsfaktors x^* unterdrückt werden. Dieser Normierungsfaktor wird im folgenden Abschnitt bestimmt.

2.4.2 Verfahren zur Unterdrückung der algebraischen Korrelation

Ausgangspunkt ist ein Satz von Vorfaktoren A_i und Exponenten B_i einer Potenzgleichung $y=Ax^B$ oder von Absolutgliedern $\log(A_i)$ und Anstiegen B_i einer linearen Funktion $\log(y)=\log(A)+B\log(x)$. Wenn zu Beginn der Untersuchungen auf Grund der Komplexität des Problems kein abgesichertes Modell vorliegt, kann man sich (nach einer Dimensionsanalyse) der multiplen Korrelationsanalyse bedienen. Hierbei ist das bekannte Problem der Multikollinearität zu berücksichtigen, das in Korrelationen bzw. linearen Abhängigkeiten (Kollinearitäten) auf einer der beiden Seiten des Korrelationsmodells besteht. Eine etablierte Methode der multiplen Korrelationsanalyse ist die Hauptkomponentenanalyse, bei der die Datensätze so transformiert werden, daß die Kollinearitäten verschwinden. Dieses statistische Verfahren setzt formal keinerlei Kenntnis über die Herkunft der Daten oder eventuelle funktionale Abhängigkeiten voraus. Demzufolge arbeitet es abstrakt und gibt aus sich selbst heraus keinen Aufschluß über die Interpretation der gefundenen Zusammenhänge.

Die hier vorliegende Situation ist in dieser Hinsicht wesentlich günstiger, denn die Herkunft der Kollinearität ist bekannt: Sie resultiert gerade aus der algebraischen Korrelation. Demzufolge ist es weitaus vorteilhafter, die Kollinearität, also im konkreten Fall die algebraische Korrelation, von vornherein zu unterdrücken. Es hat sich erwiesen, daß es hierzu zwei unterschiedliche Ansätze gibt: Der erste (TANAKA 1979) besteht darin, daß in einem B - $\log(A)$ -Diagramm die Regressionsgerade durch die Punkte $(B_i, \log(A_i))$ bestimmt wird. Wenn jeder der betrachteten Punkte auf dieser Geraden liegen würde, dann würden sich alle ursprünglichen Geraden im $\log(x)$ - $\log(y)$ -Koordinatensystem in einem Punkt schneiden, dessen Koordinaten durch Anstieg und Schnittpunkt der Regressionsgeraden bestimmt sind. Die Abszisse dieses Punktes liefert den gesuchten Bezugswert (Normierungsfaktor x^*). Bei diesem Ansatz bleibt der Einfluß der Tatsache, daß die einzelnen Punkte $(B_i, \log(A_i))$ eben nicht auf der Geraden liegen, zunächst unklar. Der zweite Ansatz (BERGNER und ZOUHAR 2000) besteht darin, den Normierungsfaktor x^* direkt aus der Bedingung eines verschwindenden Korrelationskoeffizienten, $r(B_i, \log(A_i))=0$, abzuleiten. Es zeigt sich (BERGNER und ZOUHAR 2000), daß beide Ansätze äquivalent sind, und daß dieser Äquivalenz das Prinzip der geometrischen Dualität von Punkt und Gerade zu Grunde liegt (BERGNER 2000). Es sei erwähnt, daß das Dualitätsprinzip der projektiven Geometrie, das auf GERGONNE (1771-1859) und PONCELET (1788-1867) zurückgeht, speziell die projektive Äquivalenz von Punkt und Gerade, in starkem Maße der Anschauung widerstrebt, was den Mathematiker PASCH (1843-1930) zu der Forderung veranlaßte, sich nicht auf die Intuition zu verlassen (O'CONNOR und ROBERTSON 2000).

Das Prinzip wird im folgenden auf die lineare Regression angewendet. Eine frühere explizite Anwendung des Dualitätsprinzips im Rahmen der linearen Regression ist dem Autor nicht bekannt. In der Tat wird gelegentlich sogar behauptet, das

Dualitätsprinzip sei auf nicht-metrische Fragestellungen der Geometrie beschränkt (Beispiel: Die Aussage „Zwei Punkte liegen auf einer Geraden.“ ist dual zur Aussage „Zwei Geraden schneiden sich in einem Punkt.“) Die vorliegende Anwendung beweist, daß diese Beschränkung so nicht gerechtfertigt ist. Die Kernaussage besteht im vorliegenden Kontext darin, daß die Aufgabe, für n Geraden (Anstiege a_i , Ordinaten Schnittpunkte b_i) denjenigen Punkt (x, y) zu finden, der die Summe der Quadrate der Abstände (gemessen in y -Richtung) von den Geraden minimiert, äquivalent der Aufgabe ist, im Anstiegs-Ordinaten Schnittpunkt-Diagramm für n Punkte (x_i, y_i) die Ausgleichsgerade (Anstieg a , Schnittpunkt b) zu bestimmen. Die Minimierungsbedingung lautet im ersten Fall:

$$\sum_{i=1}^n (y - a_i x - b_i)^2 \rightarrow \text{Min} \quad (2.40a)$$

und im zweiten Fall:

$$\sum_{i=1}^n (y_i - a x_i - b)^2 \rightarrow \text{Min} \quad (2.40b)$$

Die Äquivalenz wird sofort daran sichtbar, daß man die zweite Minimierungsbedingung erhält, wenn man in der ersten Minimierungsbedingung die folgenden Vertauschungen der Bezeichnungen durchführt: $(a_i, b_i) \leftrightarrow (x_i, y_i)$ und $(x, y) \leftrightarrow (-a, b)$. Damit stellt die Lösung des ersten Problems nach Umbenennung und Vorzeichenwechsel gleichzeitig die Lösung des zweiten Problems dar. Eine ausführliche Darstellung dieser Lösungen ist Gegenstand einer mathematisch orientierten Veröffentlichung (Bergner 2000).

Das Ergebnis der Regressionsrechnung sind die Koordinaten (\hat{x}, \hat{y}) eines Punktes, der in Analogie zur Regressions- oder Ausgleichsgeraden für n Punkte als Regressions- oder Ausgleichspunkt für n Geraden bezeichnet werden kann:

$$\hat{x} = - \frac{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})(b_i - \bar{b})}{\sum_{i=1}^n (a_i - \bar{a})^2} \quad \text{und} \quad \hat{y} = \bar{b} + \bar{a} \hat{x} \quad (2.41a,b)$$

Der Strich über einer Größe stellt den arithmetischen Mittelwert dar. Als Konsequenz der Dualität von Punkt und Gerade besitzt dieser Ausgleichspunkt die folgenden Eigenschaften:

- Die Abszisse des Ausgleichspunktes entspricht dem Negativen des Anstiegs der Ausgleichsgeraden im Anstiegs-Ordinaten Schnittpunkt-Diagramm.
- Die Ordinate des Ausgleichspunktes entspricht dem Ordinaten Schnittpunkt der Ausgleichsgeraden im Anstiegs-Ordinaten Schnittpunkt-Diagramm.
- Die Abszisse des Ausgleichspunktes minimiert die Summe der Quadrate der Abstände (gemessen in y -Richtung) der Geraden vom Punkt, d. h., sie minimiert die Standardabweichung der Ordinatenwerte der Geraden, d. h., sie markiert den Ort maximaler Annäherung der Geraden (BERGNER und ZOUHAR 2000). Dieser Ort existiert für n nicht ausschließlich parallele Geraden immer, unabhängig davon, wie nahe sich die Geraden tatsächlich kommen.
- Der Ausgleichspunkt markiert gleichzeitig den Abszissenwert, bei dem der Korrelationskoeffizient der Ordinatenwerte der Geraden und ihrer Anstiege

verschwindet (BERGNER und ZOUHAR 2000). Daraus resultiert auch, daß der Korrelationskoeffizient irgendeiner Größe mit diesen Ordinatenwerten nicht von einer eventuellen Korrelation dieser Größe mit den Anstiegen abhängig ist.

Der Regressions- bzw. Ausgleichspunkt gemäß Gl. (2.41) wird auch als Schwerpunkt, Schnittpunkt oder Drehpunkt bezeichnet, was mißverständlich ist, denn er ist i. allg. keiner von diesen. Ob er näherungsweise als Schnitt- bzw. Drehpunkt gelten kann, wird nicht durch die Größe des Korrelationskoeffizienten sondern durch die Größe der Residuen an der Stelle des Ausgleichspunktes entschieden. Dagegen ist die Bezeichnung als Fokussierungspunkt der Geraden sowohl sachlich richtig als auch anschaulich.

Alle diese Folgerungen sind auf die Potenzfunktion übertragbar, wenn man den Geradenanstieg a mit dem Exponenten B bzw. den Ordinatenwert b mit dem Logarithmus des Vorfaktors $\log(A)$ identifiziert. Die Unterdrückung der algebraischen Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent der Potenzfunktion wird also dadurch erreicht, daß man die Argumente der Potenzfunktion auf denjenigen Bezugswert x^* normiert, dessen Logarithmus der Abszisse des Ausgleichspunktes in doppelt-logarithmischer Darstellung entspricht.

$$\log(x^*) = - \frac{\sum_{i=1}^n (B_i - \bar{B})(\log(A_i) - \overline{\log(A)})}{\sum_{i=1}^n (B_i - \bar{B})^2} \quad (2.42)$$

Die Potenzgleichung geht dann über von $y = A_i x^{B_i}$ in $y = A_i^* \left(\frac{x}{x^*}\right)^{B_i}$ mit $A_i^* = \frac{A_i}{(x^*)^{B_i}}$. Der Korrelationskoeffizient r der Werte von $\log(A_i^*)$ und von B_i ist 0. Die Standardabweichung der Werte von $\log(A_i^*)$ nimmt unter allen anderen möglichen Bezugswerten für x^* ein Minimum an.

Um sich abschließend die Ursache des Auftretens der algebraischen Korrelation zu vergegenwärtigen, sei noch einmal auf die Ergebnisse des Abschnitts 2.2.1 verwiesen. Dort war notiert worden, daß die Potenzfunktion die einzige bezüglich ihrer Veränderlichen selbstähnliche Funktion ist und daß der Exponent der Potenzfunktion mit der Selbstähnlichkeitsdimension D übereinstimmt. Eine Skalentransformation des Argumentes x zieht wegen der Selbstähnlichkeitsbedingung eine von D abhängige Skalentransformation des Funktionswertes y nach sich. Somit kann die algebraische Korrelation als zwingende Konsequenz der Selbstähnlichkeit der Potenzfunktion aufgefaßt werden.

2.4.3 Anwendung auf das Meyersche Potenzgesetz

MEYER (1908) hat Meßergebnisse von Kugeleindruckversuchen an verschiedenen Werkstoffen (insgesamt 28 Werkstoffzustände) in der folgenden Form angegeben, die der Gl. (2.36) äquivalent ist:

$$F = a'(d')^{n'} \quad (2.43)$$

F bezeichnet die Prüfkraft, d' den Eindruckdurchmesser, a' den Vorfaktor und n' den Exponenten ($n' = 2 + n_M$). Durch Variation der Prüfkraft (Kugeldurchmesser 10 mm),

doppelt-logarithmische Darstellung der F-d'-Wertepaare und Anpassung von Geraden wurden a' und n' ermittelt (Tab. 2.1).

Tabelle 2.1 Zusammenstellung der MEYERSchen Versuchsergebnisse und davon abgeleiteter Zahlenwerte

n'	$\log_{10}(a')$ (d' in mm)	$\log_{10}(a')$ (d' in cm)	$\log_{10}(a')$ (d' in m)	$\log_{10}(a')$ (d' in 45stel mm)
1.91	2.299	4.209	8.029	-0.858
2.07	2.447	4.517	8.657	-0.976
2.26	2.583	4.843	9.363	-1.154
2.26	2.604	4.864	9.384	-1.132
2.17	2.686	4.856	9.196	-0.901
2.09	2.645	4.730	8.900	-0.802
2.05	2.872	4.922	9.022	-0.517
2.13	2.992	5.122	9.382	-0.530
2.31	3.056	5.366	9.986	-0.763
2.38	2.900	5.280	10.040	-1.034
2.21	2.958	5.168	9.588	-0.696
2.18	2.887	5.067	9.427	-0.717
2.22	2.895	5.115	9.555	-0.775
2.14	3.147	5.287	9.567	-0.391
2.22	2.858	5.078	9.518	-0.812
2.20	3.232	5.432	9.832	-0.405
2.22	2.818	5.038	9.478	-0.852
2.22	2.872	5.092	9.532	-0.798
2.28	2.920	5.200	9.760	-0.849
2.20	2.929	5.129	9.529	-0.708
2.22	3.232	5.452	9.892	-0.438
2.32	3.214	5.534	10.174	-0.621
2.35	2.969	5.319	10.019	-0.916
2.29	3.222	5.512	10.092	-0.564
2.30	3.261	5.561	10.161	-0.541
2.32	3.353	5.673	10.313	-0.482
2.32	3.403	5.723	10.363	-0.432
2.26	3.423	5.683	10.203	-0.313
$r(n', \log a')$	0.597	0.767	0.902	-0.000

MEYER selbst hat mit Prüfkräften in kp und Eindruckdurchmessern in mm gearbeitet. Während die Maßeinheit der Kraft für die Korrelationsanalyse irrelevant ist (für die Zahlenwerte in Tabelle 2.1 wurde die Einheit N verwendet), ist die Maßeinheit von d' formal bedeutsam. Bei Verwendung der Einheit mm ergibt sich Spalte 2. Die dimensionsanalytisch sinnvolle Normierung der Eindruckdurchmesser auf den Kugeldurchmesser $D=10$ mm (entspricht Verwendung der Einheit cm) hätte zu den Ergebnissen in Spalte 3 geführt. Verwendung der Grundeinheit m hätte Spalte 4 ergeben. Die Unterdrückung der Korrelation führt zu den Zahlenwerten in Spalte 5.

Auf der Grundlage der Ergebnisse (Spalten 1 und 2) hat MEYER zutreffend erkannt,

- daß die n' -Werte nicht gleich sind, sondern „recht beträchtlich“ schwanken,
- daß n' nicht umso größer ist, je härter der Werkstoff, d. h. je größer $\log(a')$ und
- daß die Härteeigenschaften eines Stoffes bezüglich der Kugeldruckprobe daher nicht durch eine einzige Zahl angegeben werden können.

Die Situation würde sich jedoch bei Normierung des Eindruckdurchmessers auf den Kugeldurchmesser (entspricht der Verwendung der Einheit cm) oder noch deutlicher bei Verwendung der Grundeinheit m scheinbar anders darstellen. In diesen Fällen ergäben sich hohe Korrelationskoeffizienten zwischen den Werten für n' und $\log(a')$ (Tab. 2.1). Dies hätte derart mißinterpretiert werden können, daß auf Grund des damit nachgewiesenen linearen Zusammenhangs zwischen n' und $\log(a')$ eine Reduktion der Härteeigenschaften auf eine einzige Zahl möglich wäre, und solcherart Folgerungen sind später in Bezug auf andere Stoffeigenschaften in der Tat gezogen worden (Paris-Gleichung: NICCOLLS 1976, Norton-Bailey-Gleichung: SPRUNG und ZILBERSTEIN 1988).

Aufgrund des allgemeinen Kovarianzprinzips der Physik beweist vielmehr schon allein die Abhängigkeit des Korrelationskoeffizienten r von der Wahl der Maßeinheit bzw. des Normierungsfaktors, daß es sich bei dieser Korrelation nicht um einen physikalischen Zusammenhang handeln kann. In der Tat führt die Berechnung des Normierungsfaktors ($d^*=0,022$ mm) gemäß Gl. (2.42) und die anschließende Ausführung der Normierung zur vollständigen Unterdrückung der Korrelation (Tab. 2.1). Die daraus resultierenden Zahlenwerte für $\log(a')$ schwanken um $\sim 0,8$, d. h., die entsprechenden a' -Werte schwanken um einen Faktor von rund $10^{0,8}=6,3$. Diese Materialabhängigkeit wäre unberechtigterweise vernachlässigt worden, wenn man die $\log(a')$ -Werte aus der algebraischen Korrelation zwischen n' und $\log(a')$ für die gesamte Materialgruppe bezogen hätte.

2.5 Darstellungsvarianten der Potenzfunktion

Folgende Darstellungsvarianten der Abhängigkeit zwischen dimensionsbehafteten Größen x und y in Gestalt einer Potenzfunktion sind eindeutig ineinander überführbar und damit äquivalent:

$$a) \quad y = A_i x^{B_i} \quad (i \dots \text{Zählindex}) \quad (2.44)$$

wobei die Maßeinheiten von x und y zwingend angegeben werden müssen. Die Maßeinheit der Größen A_i hängt sowohl von den Maßeinheiten von x und y als auch vom Zahlenwert des Exponenten B_i ab. Diese Darstellung ist geeignet:

- zur vorläufigen Dokumentation von Meßergebnissen,
- zur Interpolation zwischen bzw. zur Ausgleichung von diskreten Werten.

Sie ist aber sonst im allgemeinen ungeeignet und bedarf für fallübergreifende Analysen der Übertragung in eine der Darstellungsweisen b) oder c).

$$b) \quad \frac{y}{y_D} = A'_i \left(\frac{x}{x_D} \right)^{B_i} \quad (A'_i = A_i \frac{x_D^{B_i}}{y_D}) \quad (2.45)$$

wobei x_D und y_D durch den Sachverhalt definierte Größen (Potenzprodukte aus Größen) der Dimensionen von x bzw. y sind. Jeder Zusammenhang in Gestalt einer

Potenzfunktion zwischen dimensionsbehafteten Größen läßt sich infolge des Pi-Theorems zwingend in diese Form überführen. Diese Darstellung setzt idealerweise die Kenntnis des vollständigen Satzes von wesentlichen Einflußgrößen voraus. Die A'_i sind dimensionslos und bei vollständigem Modell und festem B von der Größenordnung 1. Bei variablen Exponenten B_i hängt der Zahlenwert von A'_i von B_i ab. Diese mittels Dimensionsanalyse ableitbare Darstellung ist geeignet:

- grundsätzlich bei konstantem Exponenten (bei bestimmter Selbstähnlichkeit),
- auch bei unbestimmter Selbstähnlichkeit, solange nur einzelne Exponenten (z. B. einzelne Werkstoffe) separat betrachtet werden,
- als Übergangsform zu c).

$$c) \quad \frac{y}{y^*} = A''_i \left(\frac{x}{x^*}\right)^{B_i} \quad (A''_i = A_i \frac{(x^*)^{B_i}}{y^*}) \quad (2.46)$$

wobei $\log(x^*)$ und $\log(y^*)$ Abszisse und Ordinate des Fokuspunktes eines Satzes von Potenzfunktionen in doppelt-logarithmischen Koordinaten sind. Diese Darstellung setzt die explizite Kenntnis aller wesentlichen Einflußgrößen nicht voraus. Die A''_i sind dimensionslos, die Zahlenwerte von A''_i sind nicht mit den Zahlenwerten des Exponenten B_i korreliert, ihr Mittelwert ist 1. x^* und y^* ändern sich allerdings, wenn die Auswahl des Satzes von Potenzfunktionen geändert wird. Diese mittels Korrelationsanalyse ableitbare Darstellung ist geeignet:

- grundsätzlich bei unbestimmter Selbstähnlichkeit,
- wenn kein Modell vorliegt oder eine Anzahl möglicher Modelle statistisch getestet werden soll.

In Einzelfällen kann es sich erweisen, daß es sich bei den statistisch (z. B. durch lineare Regression) bestimmten Größen x^* und y^* um eine gemeinsame (bis dahin möglicherweise noch unbekannt oder unverstandene) Eigenschaft einer Werkstoffgruppe handelt. Ein hoher Korrelationskoeffizient zwischen Exponenten und Vorfaktoren ist hierfür allerdings kein ausreichender Nachweis, sondern erst die Kleinheit der Streuung der y -Werte an der Stelle $x=x^*$. In diesen Fällen gilt für die Werkstoffgruppe die Beziehung

$$\frac{y}{y^*} = \left(\frac{x}{x^*}\right)^{B_i} \quad (A''_i \equiv 1) \quad (2.47)$$

mit einer im Vergleich zu Gl. (2.46) um 1 reduzierten Anzahl von Freiheitsgraden. Diese auf statistischem Wege erzielte Vereinfachung deutet auf die Existenz eines verbesserten Modells und eröffnet einen Zugang dahin. Auf einen solchen Fall wurde durch BROWN und ASHBY (1980) im Zusammenhang mit dem Potenzgesetz-Kriechen aufmerksam gemacht. Hätte man von der Bedeutung des Parameters x^* von vornherein gewußt, so hätte man diesen in die Dimensionsanalyse einbezogen und wäre bereits in deren Ergebnis zu Gl. (2.47) gelangt.

In der vorliegenden Arbeit wird aus satztechnischen Gründen anstelle der Darstellungsvariante Gl. (2.46) auch dann die Schreibweise gemäß Gl. (2.47) verwendet, wenn die Streuung der y -Werte an der Stelle $x=x^*$ nicht vernachlässigt werden kann. y^* bezeichnet dann gleichberechtigt entweder unter Weglassung des Zählindex die Funktionswerte y_i^* ($y_i^* = A''_i y^*$) der einzelnen Potenzfunktionen an der Stelle x^* oder die Ordinate des Fokuspunktes ($y^* = \langle y_i^* \rangle$, wobei $\langle . \rangle$ den arithmetischen Mittelwert bezeichnet). Welche Situation vorliegt, wird aus dem Kontext klar.

3. Erprobung der Analysemethoden am Beispiel der Verformungsmechanismen

3.1 Kriechverformung

3.1.1 Phänomen und Mechanismen

Gegenstand des dritten Abschnitts ist die Erprobung des erarbeiteten methodischen Instrumentariums anhand der Phänomene des Kriechens und der plastischen Verformung bei Beschränkung auf die einfachsten und am besten abgesicherten Mechanismen für reine Metalle. Die Bedingungen, unter denen die jeweiligen Einzelmechanismen den dominanten Verformungsmechanismus repräsentieren, lassen sich vorteilhaft in Verformungsmechanismen-Karten veranschaulichen. Gleichzeitig werden Fakten bereitgestellt, die bei der späteren Interpretation der Meßergebnisse zur Ermüdungsrißausbreitung hilfreich sind.

Bezogen auf die Verformung bei Raumtemperatur werden bei erhöhten Temperaturen die thermisch aktivierten entfestigenden Relaxationsprozesse immer bedeutsamer. Bei Temperaturen oberhalb des $\sim 0,4$ fachen der Schmelztemperatur tritt das Phänomen des Kriechens in technisch relevantem Ausmaß in Erscheinung. Dabei handelt es sich um die zeitabhängige Dehnung eines Werkstoffs unter konstanter mechanischer Spannung. Für die beobachteten Bereiche des Kriechens (primäres, sekundäres, tertiäres Kriechen) und die verantwortlichen mikroskopischen Mechanismen (Versetzung- und Diffusionskriechen, Korngrenzen-, Versetzungs- und Volumendiffusion) sei auf die Literatur verwiesen (FROST und ASHBY 1982, BLUM 1993, ARGON 1996, SCHATT und WORCH 1996, WEERTMAN 1999, KASSNER und PEREZ-PRADO 2000). Im Bereich des sekundären Kriechens wird häufig über einen ausgedehnten Zeitbereich eine zeitlich konstante Kriechrate beobachtet (stationäres Kriechen). Während dieser Zeitbereich mit konstanter Kriechrate für einige Werkstoffe verschwindend klein sein mag, existiert für viele Werkstoffe ein ausgedehnter sekundärer Kriechbereich (BETTEN 1993). Eine übersichtliche Darstellung der Temperatur- und Spannungsbereiche, in denen die einzelnen Kriechmechanismen dominieren, wird durch die Verformungsmechanismen-Karten nach ASHBY (ASHBY 1972, FROST und ASHBY 1982) erreicht. Die Norton-Bailey-Gleichung beschreibt ohne Bezug auf einen konkreten Kriechmechanismus die Kriechrate im Sekundärbereich in Abhängigkeit von der Spannung bei konstanter Temperatur (NORTON 1929, BAILEY 1929):

$$\dot{\varepsilon} = A\sigma^{\nu} \quad (1 \lesssim \nu \lesssim 15) \quad (3.1)$$

Darin bedeuten der Faktor A und der Exponent ν mechanische Werkstoffparameter, die im allgemeinen von der Temperatur und vom Kriechmechanismus abhängen. Die Zahlenangaben für den Exponenten gehen auf MACHERAUCH 1990 ($1 \lesssim \nu \lesssim 8$, Schwerpunkt reine Metalle) und SAXENA 1998 ($5 \lesssim \nu \lesssim 15$, Schwerpunkt technische Werkstoffe) zurück. Da es sich beim Kriechen um einen thermisch aktivierten Prozeß handelt, kann der Faktor A durch eine Arrhenius-Funktion ausgedrückt werden:

$$A = A_0 \exp\left[-\frac{Q}{k_B T}\right] \quad (3.2)$$

T bezeichnet die absolute Temperatur, Q die Aktivierungsenergie und k_B die Boltzmann-Konstante. Zum Zwecke einer fundierten Dimensions- und Korrelationsanalyse werden die wichtigsten Kriechmechanismen und die jeweiligen charakteristischen Werkstoffparameter nachfolgend kurz dargestellt:

a) Versetzungskriechen mit Volumendiffusion

Versetzungskriechen wird häufig auch als Peach-Koehler-Kriechen, Potenzgesetz-Kriechen (Potenzgesetz ist aber auch für andere Mechanismen erfüllt) oder Fünfte-Potenz-Kriechen (Exponent 5 trifft aber nicht immer zu) bezeichnet. Es handelt sich um den für die Praxis wichtigsten und am besten untersuchten Kriechmechanismus (KASSNER und PEREZ-PRADO 2000). Während die Kriechdehnung im wesentlichen durch Versetzungsgleiten zwischen Hindernissen hervorgerufen wird, ist der geschwindigkeitsbestimmende Schritt das nichtkonservative Umgehen der Hindernisse (Klettern von Stufenversetzungen) in Verbindung mit Volumendiffusion von Leerstellen. Die bedeutsamen Parameter sind G und b für die Versetzung, die Temperatur ($k_B T$) sowie der Selbstdiffusionskoeffizient $D_s = D_0 \exp(-Q_s/k_B T)$. Das Verhältnis $D_s/(k_B T)$ entspricht der Atombeweglichkeit μ_s (SCHULZE 1967). Der Nachweis, daß die Aktivierungsenergien für Versetzungskriechen und für Selbstdiffusion übereinstimmen, stellt eine Bestätigung für den Mechanismus dar. Der Mechanismus ist jedoch noch nicht in allen Details aufgeklärt. Beispielsweise ist zwar bekannt, daß die Kriechrate von der Stapelfehlerenergie abhängt, nicht aber welcher konkrete Mechanismus dieser Abhängigkeit zu Grunde liegt (KASSNER und PEREZ-PRADO 2000).

b) Versetzungskriechen mit Diffusion im Versetzungskern

Dieser Mechanismus gilt nicht als zweifelsfrei abgesichert (KASSNER und PEREZ-PRADO 2000), er stellt eine mögliche Interpretation vorhandener Befunde dar, insbesondere der Tatsache, daß bei Temperaturabsenkung eine Abnahme der Aktivierungsenergie von Q_s auf ungefähr $0,5Q_s$ beobachtet wird, was der Aktivierungsenergie für Leerstellendiffusion im Versetzungskern (Diffusionskoeffizient D_v , Beweglichkeit $\mu_v = D_v/(k_B T)$) entspricht. Die bedeutsamen Parameter sind μ_v , G und b.

c) Nabarro-Herring-Kriechen

Der grundlegende Transportmechanismus beim Nabarro-Herring-Kriechen ist Leerstellendiffusion von normal zu parallel zur Belastungsrichtung orientierten Korngrenzen (NABARRO 1948, HERRING 1950). Mit jeder Leerstelle wird ein Materialvolumen der Größenordnung b^3 in die entgegengesetzte Richtung transportiert. Die Verwendung von b^3 (b - Burgersvektor) anstelle des Atomvolumens erleichtert später die Vergleichbarkeit mit dem Versetzungskriechen. Der mittlere Transportweg einer Leerstelle ist der Korngröße d_K proportional. Die bedeutsamen Parameter sind also μ_s , b und d_K .

d) Coble-Kriechen

Das Coble-Kriechen ähnelt dem Nabarro-Herring-Kriechen, allerdings erfolgt die Leerstellendiffusion in diesem Fall entlang der Korngrenzen (COBLE 1963). Da für die Korngrenzendiffusion eine geringere Aktivierungsenergie Q_K (Diffusionskoeffizient $D_K = D_0 \exp(-Q_K/k_B T)$, Atombeweglichkeit $\mu_K = D_K/(k_B T)$) aufgebracht werden muß, dominiert dieser Transportpfad bei niedrigeren Temperaturen. Die Querabmessung der Korngrenzen kann als einige Burgers-Längen, also proportional zu b, angenommen werden. Die bedeutsamen Parameter entsprechen denen für das Nabarro-Herring-Kriechen, allerdings mit D_K anstelle von D_s bzw. μ_K anstelle von μ_s .

e) andere Kriechmechanismen

Weitere Kriechmechanismen sind das Harper-Dorn-Kriechen, das PLB-Kriechen (Power-Law-Breakdown) sowie das viskose Versetzungskriechen in Mischkristallen. Sie werden am Ende des folgenden Abschnittes kurz besprochen.

3.1.2. Dimensionsanalyse

Dieser Abschnitt enthält neben der dimensionsanalytischen Begründung der Norton-Bailey-Gleichung detailliertere mechanismenorientierte Dimensionsanalysen. Strenggenommen ist eine Herleitung der Norton-Bailey-Gleichung nicht erforderlich, da nach Abschnitt 2.2.2 die Abhängigkeit der Dehnrates von der Spannung bei Abwesenheit jeglicher charakteristischer Materialparameter von vornherein nur die Gestalt einer Potenzfunktion annehmen kann. Die Argumente für diese Folgerung waren jedoch abstrakt. Deshalb erscheint es sinnvoll, die Argumentationskette am konkreten Beispiel schrittweise zu vollziehen. Die folgende Herleitung der Norton-Bailey-Gleichung mit den Mitteln der Dimensionsanalyse geht auf BARENBLATT (1996) zurück. Die entscheidende Annahme besteht neben der Abwesenheit charakteristischer Spannungen und Längen in der Abwesenheit einer charakteristischen Zeitskala, was für stationäres Kriechen voraussetzungsgemäß erfüllt ist. Wir betrachten den Übergang von einem stationären Zustand 1, der durch die Spannung σ_1 und die Dehnrates $\dot{\epsilon}_1$ charakterisiert ist, zu einem willkürlichen neuen stationären Zustand 2 mit der Spannung σ_2 und der Dehnrates $\dot{\epsilon}_2$. Die Dehnrates $\dot{\epsilon}_2$ wird als abhängige Größe betrachtet, sie kann neben der Spannung σ_2 nur von den Größen abhängen, die den vorangegangenen Zustand 1 beschreiben:

$$\dot{\epsilon}_2 = f(\sigma_2, \dot{\epsilon}_1, \sigma_1) \quad (3.3)$$

Dimensionsanalyse führt zwingend auf eine Abhängigkeit des dimensionslosen Parameters $\Pi = \frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1}$ von einem einzigen dimensionslosen Argument $\Pi_1 = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$.

$$\frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1} = \Phi\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right) \quad (3.4a)$$

Bezogen auf den Übergang von Zustand 1 auf den Zustand 2 stellt Gl. (3.4a) das Endergebnis der Dimensionsanalyse dar. Wegen der Willkür bei der Wahl der stationären Zustände 1 und 2 gilt Gl. (3.4a) aber auch beim Übergang von Zustand 1 zu einem anderen stationären Zustand 3 sowie auch beim Übergang von Zustand 2 zu Zustand 3:

$$\frac{\dot{\epsilon}_3}{\dot{\epsilon}_1} = \Phi\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right) \quad (3.4b)$$

$$\frac{\dot{\epsilon}_3}{\dot{\epsilon}_2} = \Phi\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_2}\right) \quad (3.4c)$$

Aus Gln. (3.4a bis c) folgt:

$$\Phi\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right) = \Phi\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_2}\right) = \frac{\dot{\epsilon}_3}{\dot{\epsilon}_2} = \frac{\frac{\dot{\epsilon}_3}{\dot{\epsilon}_1}}{\frac{\dot{\epsilon}_2}{\dot{\epsilon}_1}} = \frac{\Phi\left(\frac{\sigma_3}{\sigma_1}\right)}{\Phi\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_1}\right)} \quad (3.5)$$

Führt man noch die Substitutionen $\frac{\sigma_3}{\sigma_1} = x$, $\frac{\sigma_2}{\sigma_1} = p$ ein, so erhält man schließlich für beliebiges p :

$$\Phi(x) = \Phi(p)\Phi\left(\frac{x}{p}\right) \quad (3.6)$$

Gl. (3.6) ist identisch mit der Bedingung für Selbstähnlichkeit gemäß Gl. (2.11). In Abschnitt 2.2.1 war festgestellt worden, daß die Potenzfunktion unter sehr allgemeinen Voraussetzungen die einzige selbstähnliche Funktion einer Veränderlichen ist. Einsetzen der Funktion $\Phi(x) = x^B$ (ohne Vorfaktor!) und Anwendung der Potenzgesetze bestätigt das Ergebnis. Es lautet:

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\dot{\epsilon}_{ref}} = \left(\frac{\sigma}{\sigma_{ref}}\right)^B \quad (3.7)$$

Gl. (3.7) ist die dimensionsrichtige Form der Norton-Bailey-Gleichung, Gl. (3.1), und geht in diese über, wenn man den Kriechexponenten v mit B und den Vorfaktor A mit $\dot{\epsilon}_{ref} / \sigma_{ref}^B$ identifiziert. In Gl. (3.7) bezeichnen die Referenzgrößen einen willkürlichen Punkt der Kriechkurve. Die unbefriedigende Willkür bei der Auswahl der Referenzgrößen kann erst durch Bezugnahme auf konkrete Kriechmechanismen überwunden werden. Nach der Aufzählung der wichtigsten Kriechmechanismen in Abschnitt 3.1.1 und der Begründung der wesentlichen Einflußgrößen können nunmehr für jeden Mechanismus detaillierte Dimensionsanalysen durchgeführt werden.

a) Versetzungskriechen mit Volumendiffusion

$$\dot{\epsilon} = f_a(\sigma, \mu_s, G, b) \quad (3.8)$$

Das Ergebnis der Dimensionsanalyse für bestimmte Selbstähnlichkeit besteht in einer Abhängigkeit der dimensionslosen Kriechrate $\Pi = \frac{\dot{\epsilon}}{\mu_s G b}$ von dem dimensionslosen Parameter $\Pi_1 = \sigma/G$, weitere dimensionslose Parameterkombinationen lassen sich nicht bilden.

$$\frac{\dot{\epsilon}}{\mu_s G b} = \Phi_a\left(\frac{\sigma}{G}\right) \quad (3.9)$$

Um die Gestalt der Abhängigkeit weiter zu spezifizieren, sind über die Dimensionsgesetzmäßigkeiten hinaus zusätzliche Informationen erforderlich. Die zusätzliche Annahme, daß Gl. (3.9) mit Gl. (3.1) kompatibel sein soll, bzw. die Annahme von Selbstähnlichkeit bezüglich des Parameters σ/G führt nach Ersetzen von μ_s auf den Ausdruck:

$$\dot{\epsilon} = A_a \frac{D_s G b}{k_B T} \left(\frac{\sigma}{G}\right)^{v_a} \quad (3.10)$$

Das ist die nach KASSNER und PEREZ-PRADO (2000) heute weitgehend akzeptierte Dorn-Gleichung (MUKHERJEE, BIRD und DORN 1969). Sie ist dimensionsrichtig, läßt sich aber, wie oben gezeigt, nicht durch Dimensionsanalyse ohne weitere Annahmen

gewinnen. Diese Annahmen wurden von MUKHERJEE u. a. (1969) nicht explizit zum Ausdruck gebracht. Die entscheidende Annahme kann nach Abschnitt 2.2.1 als Selbstähnlichkeit bezüglich des dimensionslosen Parameters σ/G spezifiziert werden. Da für den Kriechexponenten unterschiedliche Werte beobachtet werden, handelt es sich um einen Fall der unbestimmten Selbstähnlichkeit. Demzufolge muß in der Parameterliste der Gl. (3.8) mindestens ein Parameter fehlen, mit Hilfe dessen sich eine zusätzliche dimensionslose Größe ableiten läßt, die den Exponenten bestimmt. Das Auffinden einer solchen Größe stellt eine Herausforderung dar, geht aber über den Rahmen dieser Arbeit hinaus. Ein Vergleich von Gl. (3.10) mit experimentellen Daten für reine Metalle (KASSNER und PEREZ-PRADO 2000) zeigt, daß A_a nur für $v_a=3$ von der Größenordnung 1 ist. Gl. (3.10) mit $v_a=3$ wird als „natürliches“ Kriechgesetz bezeichnet. Ein Zahlenfaktor weitab von 1 würde dagegen Unvollständigkeit des Modells signalisieren. Andererseits wird der Exponent 3 nur selten beobachtet, häufig erhält man einen Exponenten von etwa 5 („Fünfte-Potenz-Kriechen“). Diese Diskrepanz konnte noch nicht restlos geklärt werden (WEERTMAN 1999).

b) Versetzungskriechen mit Diffusion im Versetzungskern

Aus dimensionsanalytischer Sicht gilt ein Gl. (3.10) entsprechender Zusammenhang mit D_V anstelle von D_s . WEERTMAN (1999) liefert ein Argument, wonach das Verhältnis der Kriechraten für Volumendiffusion und Versetzungskerndiffusion $(2D_V/D_s)(\sigma/G)^2$ beträgt. Aus dieser Skaleninvarianzeigenschaft, die sich nicht aus der Dimensionsanalyse sondern erst aus einem Modell ableiten läßt, resultiert für den Exponenten $v_b=v_a+2$.

$$\dot{\varepsilon} = A_b \frac{D_V G b}{k_B T} \left(\frac{\sigma}{G} \right)^{v_a+2} \quad (3.11)$$

Aus ähnlichen Überlegungen wie unter a) würde man einen um 2 größeren Exponenten als dort (also 5) erwarten, beobachtet aber eher Exponenten von etwa 7 (WEERTMAN 1999).

c) Diffusionskriechen mit Volumendiffusion (Nabarro-Herring-Kriechen)

$$\dot{\varepsilon} = f_c(\sigma, \mu_s, b, d_K) \quad (3.12)$$

Da im Unterschied zum Versetzungskriechen (Gln. (3.8)-(3.10)) der Schubmodul nicht als Einflußgröße in Erscheinung tritt, ist die Dehnrates zwangsweise auf $\mu_s \sigma b$ zu normieren. Man erhält den dimensionslosen Parameter $\Pi = \frac{\dot{\varepsilon}}{\mu_s \sigma b}$ als Funktion des einzigen dimensionslosen Parameters $\Pi_1 = b/d_K$.

$$\frac{\dot{\varepsilon}}{\mu_s \sigma b} = \Phi_c \left(\frac{b}{d_K} \right) \quad (3.13a)$$

Dies erzwingt unmittelbar eine Proportionalität zwischen Dehnrates und Spannung (Kriechexponent 1), wobei die Funktion Φ_c allein auf dimensionsanalytischem Wege nicht spezifiziert werden kann.

$$\dot{\varepsilon} = \frac{D_s b}{k_B T} \Phi_c \left(\frac{b}{d_K} \right) \sigma \quad (3.13b)$$

Eine zusätzliche Skaleninvarianz läßt sich ableiten, wenn man sich die Korngröße bei Konstanthaltung aller anderen Parameter um einen Faktor p vergrößert denkt. Dies entspricht einer Verkleinerung des dimensionslosen Parameters b/d_K um den Faktor p . Dann verringert sich die Kriechrate um einen Faktor p infolge der Verlängerung des Diffusionsweges. Sie verringert sich ein zweites mal um den Faktor p infolge der Verringerung des Konzentrationsgradienten der Leerstellen (gleiche Konzentrationsdifferenz bei vergrößerter Bezugslänge). Insgesamt ist also eine Abnahme der Kriechrate um den Faktor p^2 zu verzeichnen.

$$\Phi_c\left(\frac{1}{p} \frac{b}{d_K}\right) = \frac{1}{p^2} \Phi_c\left(\frac{b}{d_K}\right) \quad (3.14)$$

Daraus ergibt sich nach Abschnitt 2.2.1 zwingend die folgende Spezifizierung der Funktion Φ_c :

$$\Phi_c\left(\frac{b}{d_K}\right) = A_c \left(\frac{b}{d_K}\right)^2 \quad (3.15)$$

Nach Einsetzen in Gl. (3.13b) erhält man:

$$\dot{\varepsilon} = A_c \frac{D_s b}{k_B T} \left(\frac{b}{d_K}\right)^2 \sigma \quad (3.16)$$

Bemerkenswert ist der Fakt, daß im Falle des Diffusionskriechens der Kriechexponent $v_c=1$ allein aus dimensionsanalytischen Gründen festgelegt ist. Zur besseren Vergleichbarkeit mit Gl. (3.10) kann man noch mit dem Schubmodul G erweitern:

$$\dot{\varepsilon} = A_c \frac{D_s G b}{k_B T} \left(\frac{b}{d_K}\right)^2 \left(\frac{\sigma}{G}\right) \quad (3.17)$$

Man sieht nunmehr deutlich, daß sich die Form der Gln. (3.10) und (3.17) nur im Auftreten des Faktors $(b/d_K)^2$ und im Kriechexponenten unterscheiden.

d) Diffusionskriechen mit Korngrenzendiffusion (Coble-Kriechen)

Für das Coble-Kriechen ist in Gl. (3.17) D_s durch D_K zu ersetzen. Außerdem verringert sich in jedem Korn der Querschnitt, durch den sich die Diffusion vollziehen kann, vom Kornquerschnitt ($\sim d_K^2$) auf den Korngrenzenquerschnitt ($\sim d_K b$). Dies entspricht einer Abnahme um den Faktor b/d_K . Es ergibt sich:

$$\dot{\varepsilon} = A_d \frac{D_K G b}{k_B T} \left(\frac{b}{d_K}\right)^3 \left(\frac{\sigma}{G}\right) \quad (3.18)$$

Damit liegen für die vier berücksichtigten Kriechmechanismen Gleichungen für die Kriechrate von der allgemeinen Form der Norton-Bailey-Gleichung vor. Anders als bei dieser sind die Exponenten und Vorfaktoren hier weitgehend spezifiziert.

e) andere Kriechmechanismen

Bei Absenken der Spannung auf extrem niedrige Werte wurde wiederholt eine Abnahme des Exponenten v_a von 3 bzw. ~ 5 auf 1 beobachtet, aber im Unterschied zu Gln. (3.17) und (3.18) ohne Korngrößeneinfluß. Es handelt sich um das Harper-Dorn-Kriechen, dessen Mechanismus noch nicht zufriedenstellend aufgeklärt

ist (es wird von Versetzungsklettern ausgegangen) und dessen Existenz sogar in Frage gestellt wird (BLUM 1993). Dagegen geht bei Spannungserhöhung die Potenzgleichung (Gl. (3.10)) asymptotisch in eine exponentielle Abhängigkeit über, man spricht von Power-Law-Breakdown (PLB). Dieses Verhalten kann empirisch durch eine sinh-Funktion (FROST und ASHBY 1982) beschrieben werden, aus der für kleine Argumente eine Potenzfunktion und für große Argumente eine Exponentialfunktion resultieren. Die exponentielle Abhängigkeit deutet auf das Auftreten thermisch aktivierter Gleitprozesse hin (BLUM 1993). In Mischkristallen tritt weiterhin Kriechen durch "viskoses Gleiten" (KASSNER und PEREZ-PRADO 2000) von Versetzungen unter dem Einfluß der Fremdatome auf. Aus der Orowan-Gleichung ($d\varepsilon/dt=0,5v_b\rho_m$) mit der mittleren Versetzungsgeschwindigkeit $v\sim\sigma$ und der Dichte der beweglichen Versetzungen $\rho_m\sim\sigma^2$ resultiert für die Kriechrate als Funktion der Spannung eine Potenzfunktion mit Exponenten 3 (KASSNER und PEREZ-PRADO 2000).

3.1.3 Korrelation von Vorfaktor und Exponent

Eine Korrelation zwischen Vorfaktor A und Exponent v der Norton-Bailey-Gleichung wurde mehrfach beobachtet (SPRUNG und ZILBERSTEIN 1988, TOTH und KRASOVSKY 1995). TOTH und KRASOVSKY (1995) schreiben dieser Korrelation irrtümlich eine ausschließlich physikalische Relevanz zu. SPRUNG und ZILBERSTEIN (1988) vermuten, daß die Korrelation keine physikalische Relevanz hat, daß aber durch Ausnutzen der Korrelation eine Erhöhung der Voraussagegenauigkeit und eine Verringerung des für Lebensdauervoraussagen erforderlichen Meßaufwandes möglich ist. Die Beantwortung dieser Frage würde der Unterdrückung der algebraischen Korrelation bedürfen, was in den zitierten Arbeiten nicht geschehen ist. Eine zutreffende, wenn auch nicht ausschöpfende Charakterisierung der Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent wurde durch STOCKER und ASHBY (1973) in Verbindung mit der Dorn-Gleichung gegeben.

SPRUNG und ZILBERSTEIN (1988) analysierten an Hand von Literaturdaten den Zusammenhang zwischen A und v für verschiedene Werkstoffzustände des warmfesten Stahles 2,25Cr-1Mo in einem engen Temperaturbereich (538-566°C). Sie finden Exponenten zwischen 3 und 11 sowie Vorfaktoren zwischen 10^{-10} und 10^{-28} (Angabe der Maßeinheiten erforderlich: Spannung in MPa, Kriechrate in 1/h). Zwischen den $\log(A)$ -Werten und den Exponenten v besteht eine starke Korrelation, die wieder teils auf Grund der rein algebraisch bedingten Korrelation, teils auf Grund einer tatsächlichen Tendenz zur Fokussierung der Kriechgeraden zustandekommt. Eine Neubewertung des abgedruckten Diagramms $\log(A)$ über v zeigt jedoch deutlich, daß die Streuung der $\log(A)$ -Werte im Fokuspunkt mindestens eine Größenordnung beträgt. Die Anwendung der Korrelation zur Verringerung des Meßaufwandes würde also genau zu dieser Größenordnung an Genauigkeitsverlust führen. Es ist im Widerspruch zur Vermutung von SPRUNG und ZILBERSTEIN (1988) kaum vorstellbar, daß hieraus noch irgendein Nutzen zu ziehen sein soll. Dies schließt nicht aus, daß es Gruppen von Gefügeständen geben kann, für die eine physikalisch bedingte Tendenz zur Fokussierung tatsächlich auftritt. Dies ist jedoch experimentell zu beweisen und/oder an Hand eines Modells zu begründen.

In der Tat haben BROWN und ASHBY (1980) für Gl. (3.10) empirisch gezeigt, daß innerhalb bestimmter Materialklassen (isomechanischer Gruppen) eine offenbar

kristallphysikalisch bedingte Fokussierung der Geraden vorliegt. Normiert man demzufolge die Spannung (anstatt auf den Schubmodul G) auf die Abszisse des Fokuspunkts σ_k^* , dann erhält man anstelle des um viele Größenordnungen variierenden Vorfaktors A_a gemäß Gl. (3.10) einen universellen (exponentenunabhängigen) Vorfaktor $\sim 1,6 \cdot 10^{-6}$. Dies entspricht der Darstellungsform der Potenzgleichung gemäß Gl. (2.47). Die Entdeckung von BROWN und ASHBY (1980) legt die Vermutung nahe, daß es sich bei σ_k^* um einen charakteristischen Parameter mit werkstoffmechanischer Interpretation handelt. Tatsächlich konnte diese Größe überraschenderweise mit dem Werkstoffwiderstand gegen plastische Verformung bei Raumtemperatur identifiziert werden und bekommt dadurch auch eine Bedeutung für das primäre Kriechen (ARGON und BHATTACHARYA 1987).

3.2 Plastische Verformung

3.2.1 Phänomen und Mechanismus

Für umfassende Darstellungen der Phänomene und mikroskopischen Mechanismen der Verformungsverfestigung metallischer Werkstoffe wird auf die Literatur verwiesen (GIL SEVILLANO 1993, KUBIN 1993, SCHATT und WORCH 1996, VEYSSIERE 1999, KUHLMANN-WILSDORF 1999). Es gilt heute für reine Metalle als gesichert, daß phänomenologisch vier Stadien der mikroskopischen Verformungsverfestigung zu unterscheiden sind (GIL SEVILLANO 1993). Stadium I (easy glide stage) tritt nur unter den Bedingungen der Einfachgleitung und hochreiner Kristalle auf und ist durch eine niedrige, nahezu konstante Verfestigungsrate gekennzeichnet. Für Stadium II (linear stage) ist eine wesentlich höhere Verfestigungsrate charakteristisch, während sich die Schubspannung in Stadium III (parabolic hardening stage) näherungsweise proportional zur Wurzel aus der Abscherung verhält. In Stadium IV ist die Verfestigungsrate wieder gering und nimmt schwach ab. Stadien III und IV werden häufig gut durch eine Gleichung vom Voce-Typ wiedergegeben, so daß es nicht verwundert, daß die Voce-Gleichung auch häufig für die Beschreibung der makroskopischen Spannungs-Dehnungs-Kurve geeignet ist.

In kristallinen Werkstoffen sind Versetzungen die Träger der plastischen Verformung. Die Mikromechanismen der Verformungsverfestigung sind demzufolge insbesondere in der Versetzungsvervielfachung und in Wechselwirkungen der Versetzungen untereinander zu finden. Für jedes Bogensegment jeder Versetzung einer Versetzungsanordnung resultiert aus dem Kräftegleichgewicht eine umgekehrte Proportionalität zwischen ausbauchender Spannung und Krümmungsradius (VEYSSIERE 1999). Im Rahmen der LEDS-Theorie (low energy dislocation structure) wählt die Natur unter den realisierbaren Versetzungsanordnungen die energetisch günstigsten aus (KUHLMANN-WILSDORF 1999). Dabei wird der Typ einer einmal ausgewählten Versetzungsanordnung (Netzwerk, Zellstruktur usw.) innerhalb jedes Verfestigungsstadiums beibehalten und das Ähnlichkeitsprinzip ist erfüllt, das sich aus der Skaleninvarianz der Gleichgewichtsbedingung einer Versetzungsanordnung ergibt. Andere Theorien berufen sich auf weitreichende (über ein Vielfaches der Maschenweite oder des Zelldurchmessers hinaus) Spannungsfelder der Versetzungen oder auf Mechanismen der Selbstorganisation fernab vom thermodynamischen Gleichgewicht. Sie können aber nach KUHLMANN-WILSDORF (1999) im Gegensatz zur

LEDS-Theorie nur isolierte Teilaspekte des beobachteten Versetzungsverhaltens erklären.

Bei homogener Verformung bilden die Versetzungen zunächst ein Netzwerk von zufällig verteilten Versetzungen. Wenn die Maschenweite des Netzwerks kleiner ist als der mittlere Abstand anderer Verankerungspunkte (Fremdatome, Ausscheidungen), also mit Ausnahme des Anfangsstadiums, ist das Verhalten einer Versetzung in diesem Versetzungsnetzwerk unter einer äußeren Spannung durch den Betrag des Burgers-Vektors b , den Schubmodul G und die Versetzungsdichte ρ vollständig charakterisiert. Bei inhomogener Verformung, z. B. Biegung, werden dagegen Verformungsgradienten erzwungen, die eine Störung der statistischen Versetzungsverteilung bedingen. Diese Sichtweise führte ASHBY (1970) auf die Unterscheidung statistisch verteilter und geometrisch notwendiger Versetzungen. Die Gesamtversetzungsdichte ρ ergibt sich dann als Summe aus der Dichte ρ_s der statistisch verteilten Versetzungen und der Dichte ρ_G der geometrisch notwendigen Versetzungen.

$$\rho = \rho_s + \rho_G \quad (3.19)$$

Die Dichte der geometrisch notwendigen Versetzungen ist durch die Beziehung

$$\rho_G = \eta/b \quad (3.20)$$

mit dem effektiven Verformungsgradienten η verknüpft.

Bei höheren Versetzungsdichten bilden sich als energetisch günstigste Versetzungsanordnung Zellstrukturen, so daß bei homogener Verformung das Verhalten einer Versetzung durch b , G und den Zelldurchmesser d vollständig charakterisiert ist. Bei extrem großen Verformungen ist die Zellstruktur schließlich nicht mehr aufnahmefähig für neue Versetzungen und es kommt verstärkt zur Annihilation von Versetzungssegmenten, so daß eine Sättigungsspannung als weitere charakteristische Spannung plausibel ist.

Die angesprochenen Verfestigungsmechanismen lassen sich nicht eindeutig bestimmten Verfestigungsstadien zuordnen. Beim Übergang von der mikroskopischen zur makroskopischen Betrachtungsweise kommen ein Geometriefaktor (Skaleninvarianz durch Probenabmessung gestört) und für polykristalline metallische Werkstoffe (charakteristische Länge: Korngröße) ein Orientierungsfaktor, eine Mittelungsprozedur sowie die Modifizierung des Spannungs- und Deformationsfeldes zur Wahrung der Kompatibilität des Kornaufwerks hinzu. Außerdem werden Gleitcharakter und Verfestigung in Realkristallen durch Wechselwirkungen mit Punktdefekten, kohärenten, semikohärenten oder inkohärenten Ausscheidungen und Einschlüssen modifiziert. Im Ergebnis kommt es zu einer starken gegenseitigen Verschmierung der einzelnen Stadien und Mechanismen, so daß diese im konventionellen Spannungs-Dehnungs-Diagramm nicht erkennbar sind.

LUDWIK (1909) führte zur Beschreibung des makroskopischen Verformungsverhaltens die wahre Spannungs-Dehnungs-Beziehung ein und schlug die empirische Gleichung (Ludwik-Gleichung zur Unterscheidung von Gl. (1.1))

$$\sigma_w = k_0 + k_1(\varepsilon_w)^{n_1} \quad (0 < n_1 < 1) \quad (3.21)$$

vor, aus der sich für den Spezialfall $k_0=0$ die Hollomon-Gleichung, Gl. (1.1), ableitet.

$$\sigma_w = k(\varepsilon_w)^n \quad (0 < n < 1) \quad (1.1)$$

Gl. (1.1) steht mit keinem der drei grundlegenden Merkmale des plastischen Fließens in Übereinstimmung (KOCKS 1976, ZOUHAR 1982):

- 1. endliche Spannung für $\varepsilon_w=0$,
- 2. endliche Verfestigungsrate für $\varepsilon_w=0$ und
- 3. endliche Spannung für unendlich große plastische Dehnung.

Die Ludwik-Gleichung, Gl. (3.21), genügt nur der ersten Bedingung. Als einfachste Gleichung, die alle drei Merkmale aufweist, hat sich die von VOCE (1948) auf empirischem Wege eingeführte Gleichung erwiesen:

$$\sigma_w = \sigma_S - (\sigma_S - \sigma_0) \exp(-\beta \varepsilon_w) \quad (3.22)$$

KUHLMANN-WILSDORF (1999) diskutiert eine Reihe von Argumenten für die Voce-Gleichung. ZOUHAR (1982) hat gezeigt, daß sich Gl. (3.22) für konstante Temperatur und Dehnrate aus einer Differentialgleichung herleiten läßt, die die Bilanz aus einem athermischen Verfestigungsterm und einem temperaturabhängigen Relaxationsterm beschreibt (Index w wird nachfolgend weggelassen):

$$\dot{\sigma} = \theta \dot{\varepsilon}^p - \lambda \sigma \quad (3.23)$$

In Gl. (3.23) bezeichnen θ den athermischen Verfestigungsparameter, λ eine Entfestigungsrate, die einer Arrhenius-Beziehung genügt, und p einen werkstoffabhängigen Exponenten. Lösung von Gl. (3.23) unter Berücksichtigung der Randbedingungen, Substitution von t durch $\varepsilon/\dot{\varepsilon}$, und Umbenennung von $\lambda/\dot{\varepsilon}^p$ in β liefert die Voce-Gleichung, Gl. (3.22). Das Verhältnis θ/β wird als Sättigungsspannung σ_s identifiziert. Die differentielle Form der Voce-Gleichung lautet nach Kocks (1976):

$$\frac{d\sigma}{d\varepsilon} = \theta \left(1 - \frac{\sigma}{\sigma_s}\right), \quad (3.24)$$

wie sich durch direktes Einsetzen der Voce-Gleichung in Gl. (3.24) leicht überprüfen läßt.

Die Annahme finiter Skaleninvarianz bezüglich σ mit der unteren Grenze σ_0 und der oberen Grenze σ_s (Abschnitt 2.2.2) führt auf eine Spannungs-Dehnungs-Beziehung, die in der folgenden, zu Gl. (2.22b) inversen Form dargestellt werden kann:

$$\frac{\sigma}{\sqrt{\sigma_0 \sigma_s}} = \left(\frac{\sigma_0}{\sigma_s}\right)^{\frac{1}{2}} \left[\frac{1 - (\varepsilon/\varepsilon_{ref})^\gamma}{1 + (\varepsilon/\varepsilon_{ref})^\gamma} \right] \quad (3.25)$$

Bei ε_{ref} handelt es sich um den Dehnungswert an der Stelle $\sigma_{ref} = (\sigma_0 \sigma_s)^{1/2}$, γ ist ein Werkstoffparameter. Diese Beziehung steht mit dem ersten und dritten der oben aufgeführten Merkmale in Übereinstimmung, führt aber im Unterschied zur Voce-Gleichung auf eine verschwindende Anfangsverfestigungsrate. Dies ist nicht gänzlich

unrealistisch, wenn man das Stadium I der plastischen Verformung als Grenzfall berücksichtigt.

Die breite Anwendbarkeit der Voce-Gleichung ist für unterschiedliche Werkstoffe auch experimentell bestätigt worden. Für die Al-Li-Legierungen 8090 und 2090 hat sich die Voce-Gleichung im Vergleich zur Ludwik-, Hollomon- und Swift-Gleichung als am besten geeignet erwiesen (ZENG u. a. 1992). Im experimentellen Teil der vorliegenden Arbeit wird vorzugsweise von der Voce-Gleichung Gebrauch gemacht. Dagegen können für grundsätzliche Überlegungen aufgrund ihrer Skaleninvarianzeigenschaften auch die Hollomon-Gleichung sowie Gl. (3.25) geeignet sein.

3.2.2 Dimensionsanalyse

Die dimensionsanalytische Herleitung der Hollomon-Gleichung ist an die der Norton-Bailey-Gleichung angelehnt, weist aber einige Besonderheiten auf. Zu ihrer Herleitung ist anzunehmen, daß es keine charakteristischen Spannungen und Längen gibt und daß die Spannungs-Dehnungs-Beziehung von der Dehnratese unabhängig ist. Die Betrachtung der willkürlichen Zustände 1 und 2 führt auf eine Abhängigkeit der Spannung σ_2 von der Dehnung ε_2 und den Größen, die den Zustand 1 beschreiben:

$$\sigma_2 = f(\varepsilon_2, \sigma_1, \varepsilon_1) \quad (3.26)$$

Im Ergebnis der konventionellen Dimensionsanalyse erhält man diesmal jedoch das dimensionslose Spannungsverhältnis $\Pi = \frac{\sigma_2}{\sigma_1}$ als Funktion zweier dimensionsloser Parameter ε_1 und ε_2 ohne weitere Spezifizierungsmöglichkeit. Einen Ausweg bietet die erweiterte Dimensionsanalyse, indem man etwa annimmt, die Dehnungen würden mit ein und demselben Dehnmeßstreifen gemessen, so daß ihnen die künstliche Dimension einer elektrischen Spannung zugeordnet werden kann. Erst dadurch reduziert sich die Argumentenliste auf den einen dimensionslosen Parameter $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ und der weitere Rechengang folgt dem in Abschnitt 3.1.2. Alternativ hätte man anstelle von Gl. (3.26) auch gleich das Dehnungsverhältnis $\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}$ als Funktion der Spannungen σ_1 und σ_2 auffassen und die resultierende Funktion einer Veränderlichen invertieren können, was Monotonie der Fließkurve voraussetzt. In jedem Falle erhält man als Ergebnis die Hollomon-Gleichung in dimensionsrichtiger Form aber mit willkürlichen Referenzgrößen:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{ref}} = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}} \right)^n \quad (3.27)$$

Hätte man in der Argumentenliste von Gl. (3.26) beispielsweise eine Sättigungsspannung berücksichtigt, dann ließe sich die funktionale Gestalt der Spannungs-Dehnungs-Kurve nicht entsprechend spezifizieren. Die Voce-Gleichung läßt sich also nicht allein dimensionsanalytisch begründen. In der Tat ist sie auch nicht die einzige Gleichung, die eine Sättigungsspannung beinhaltet bzw. die grundlegenden Merkmale des plastischen Fließens aufweist.

Würde man dagegen von homogener zu inhomogener Verformung mit ausgeprägten Verformungsgradienten der Größen η gemäß Gl. (3.20) übergehen, dann müßte

zusätzlich zum Parameter η noch eine charakteristische Länge L eingeführt werden. Denn in der Tat läßt sich allein aus Spannungen, Dehnungen und der Größe η (Dimension einer Länge⁻¹) kein dimensionsloses Potenzprodukt bilden, das η enthält. Dimensionsanalyse führt dann auf eine Abhängigkeit von zwei dimensionslosen Argumenten:

$$\frac{\sigma}{\sigma_{ref}} = \Phi\left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_{ref}}, \eta L\right) \quad (3.28)$$

Wegen der erwähnten Verschmierung der einzelnen Stadien der plastischen Verformung in polykristallinen Werkstoffen ist eine mechanismen- bzw. stadienbezogene Dimensionsanalyse der Spannungs-Dehnungs-Beziehung im vorliegenden Kontext nicht sinnvoll. Dagegen erscheint es nützlich, das Skalierungsverhalten der Spannung für verschiedene Versetzungskonfigurationen näher zu betrachten.

a) Netzwerk zufällig verteilter Versetzungen

Für ein Netzwerk zufällig verteilter Versetzungen (Parameter σ , G , b und ρ gemäß Abschnitt 3.2.1) und bei Vernachlässigung charakteristischer Spannungen (Peierls- bzw. Gitterreibspannung) liefert die Dimensionsanalyse die Abhängigkeit:

$$\frac{\sigma}{G} = \Phi(b\rho^{1/2}) \quad (3.29)$$

Eine weitere Spezifizierung der Funktion Φ allein auf dimensionsanalytischem Wege ist nicht möglich. Den Term $1/\rho^{1/2}$ kann man sich je nach Sichtweise als mittlere Maschenweite oder als mittlere freie Weglänge im Versetzungsnetzwerk oder als mittleren Krümmungsradius vorstellen. Uns interessiert die Interpretation als mittlerer Krümmungsradius, der für eine Einzelversetzung im Gleichgewicht umgekehrt proportional der ausbauchenden Spannung ist. Das Ähnlichkeitsprinzip nach KUHLMANN-WILSDORF (1999) fordert, daß sich diese spezielle Form der Skaleninvarianz auch auf das Versetzungsnetzwerk überträgt, solange der Typ der Versetzungsanordnung nicht umschlägt. Für einen beliebigen Skalierungsfaktor p , der nicht zu einem Umschlagen der Versetzungsanordnung führt, gilt demnach:

$$\frac{\sigma}{G} = p^{-1} \Phi(p b \rho^{1/2}) \quad (3.30)$$

Diese Invarianzbedingung wird nach Abschnitt 2.2.1 nur durch eine Potenzfunktion mit dem Exponenten 1 erfüllt:

$$\frac{\sigma}{G} = \alpha_1 b \rho^{1/2} \quad (3.31)$$

Der Vorfaktor liegt im Bereich $\alpha_1 \sim 0,3$ (KUBIN 1993). Diese Beziehung geht bereits auf TAYLOR (1934) zurück. Der wichtigste Mechanismus, durch den die Skalierungsbeziehung Gl. (3.31) verwirklicht wird, ist die Versetzungsmultiplikation durch eine Frank-Read-Quelle infolge der kritischen Ausbauchung einer Versetzung zwischen zwei Verankerungspunkten.

b) Zellstrukturen

Für Zellstrukturen (Zelldurchmesser d) führt Dimensionsanalyse unter Berücksichtigung des Ähnlichkeitsprinzips nach KUHLMANN-WILSDORF zu einem anderen Skalierungsgesetz:

$$\frac{\sigma}{G} = \alpha_2 \frac{b}{d} \quad (3.32)$$

Hier liegt der Vorfaktor im Bereich $\alpha_2 \sim 30$ (KUBIN 1993).

c) Netzwerk zufällig verteilter und geometrisch notwendiger Versetzungen

Dimensionsanalyse würde wie in Gl. (3.28) zu einer Abhängigkeit von zwei dimensionslosen Parametern führen, die auf dimensionsanalytischem Wege nicht weiter spezifiziert werden kann. Dagegen ermöglicht die Aufspaltung der Versetzungsdichte in Gl. (3.31) in ihre Bestandteile gemäß Gl. (3.19) eine über Gl. (3.28) hinausgehende Spezifizierung der funktionalen Abhängigkeit:

$$\frac{\sigma}{G} = \alpha_1 b \sqrt{\rho_S + \rho_G} \quad (3.33)$$

Der erste Term unter der Wurzel kann nach NIX und GAO (1998) durch die Spannungs-Dehnungs-Beziehung aus dem einachsigen Zugversuch ausgedrückt werden, also im Falle der Potenzgesetzverfestigung durch Gl. (3.27). Der zweite Term ist gemäß Gl. (3.20) mit dem Verformungsgradienten η verknüpft. Man erhält folgende Beziehung zur Beschreibung inhomogener Plastizität (GAO u. a. 1999):

$$\frac{\sigma}{\sigma_{ref}} = \sqrt{\varepsilon^{2n} + \eta L} \quad (3.34)$$

Die Referenzdehnung in Gl. (3.27) wurde gleich 1 gesetzt, σ_{ref} bezeichnet die dieser Wahl entsprechende Referenzspannung. Gl. (3.34) geht voraussetzungsgemäß in Gl. (3.27) über, wenn der Verformungsgradient gegen 0 geht. Durch Anpassung an Ergebnisse von Mikrohärteeindruckversuchen fanden BEGLEY und HUTCHINSON (1998) Abschätzungen für die charakteristische Länge L , nämlich $L \sim 0,2 \dots 0,5 \mu\text{m}$ für Dehnungsgradienten sowie $L \sim 4 \mu\text{m}$ für Torsionsgradienten.

Die Plastizitätstheorie unter Berücksichtigung von Verformungsgradienten ist im Begriff, weitreichende Bedeutung für die Bruchmechanik und die Ermüdungsrißausbreitung in metallischen Werkstoffen zu erlangen. In der Tat haben JIANG u. a. (2001) im Rahmen der mechanismenbasierten Theorie der Plastizität mit Verformungsgradienten (MSG plasticity) sowie GUO u. a. (2001) im Rahmen der nichtlokalen Taylor-Theorie der Plastizität (TNT plasticity) gezeigt, daß das HRR-Rißspitzenfeld infolge hoher Dehnungsgradienten in Rißspitzennähe zu modifizieren ist. Demnach geht das linear-elastische Spannungsfeld ($\sigma \sim r^{-1/2}$) bei Annäherung an die Rißspitze zunächst in das HRR-Feld ($\sigma \sim r^{-n/(n+1)}$) über und dann in eine verformungsgradientenbestimmte Domäne mit einer Singularität, die der des linear-elastischen Spannungsfeldes ähnelt. Während in der klassischen Plastizitätstheorie die maximalen Zugspannungen das dreifache der Streckgrenze nicht überschreiten, ist bei Berücksichtigung der Verformungsgradienten eine 20fache (!) Überschreitung der Streckgrenze möglich (JIANG u. a. 2001, GUO u. a. 2001).

3.2.3 Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent

Für die Korrelationsanalyse ist grundsätzlich ein Datensatz erforderlich, für den die Hollomon-Gleichung hinreichend genau erfüllt ist. Wir greifen zweckmäßigerweise

auf den Originaldatensatz von HOLLOWOMON (1945) zurück. HOLLOWOMON zeigte für eine Anzahl unterschiedlicher Stähle die Anwendbarkeit der Gl. (1.1), erkannte eine Reihe nützlicher Eigenschaften dieser Gleichung und untersuchte den Einfluß des Kohlenstoffgehalts unlegierter Stähle auf die Parameter k und n . Er stellte fest, daß für Kohlenstoffgehalte von 0,2 bis 0,78 Masse-% und für ein weites Spektrum von Wärmebehandlungszuständen (siehe HOLLOWOMON 1945), die zu Streckgrenzen von unter 200 bis über 1500 MPa führten, die Gl. (1.1) im Bereich wahrer Dehnungen von 0,01...0,03 (je nach Lüdersdehnung) bis 0,4 gut erfüllt ist. Dies stellt ein Beispiel für (intermediär asymptotische) Skaleninvarianz über eine Größenordnung der wahren Dehnung dar.

Bei der Datenanalyse stieß HOLLOWOMON (1945) auf die nach Abschnitt 2.4 zu erwartende Korrelation zwischen k und n , stellte sie aber als Beziehung $\log(k)$ - $\log(n)$ anstatt der besser angemessenen Beziehung $\log(k)$ - n dar. Eine Interpretation der Korrelation wurde nicht angegeben. Zum Zweck der Neubewertung wurden die Daten für unterschiedliche Wärmebehandlungszustände unlegierter Stähle aus den Abbildungen 3 bis 6 der Originalarbeit von HOLLOWOMON (1945) entnommen. Bild 3.1 zeigt für die angegebenen Kohlenstoffgehalte in Masseprozent die resultierenden, über den Meßbereich ($0,01 \dots 0,03 < \varepsilon_w < 0,4 \dots 0,8$) hinaus verlängerten Geraden in doppelt-logarithmischen wahren Spannungs-Dehnungs-Diagrammen.

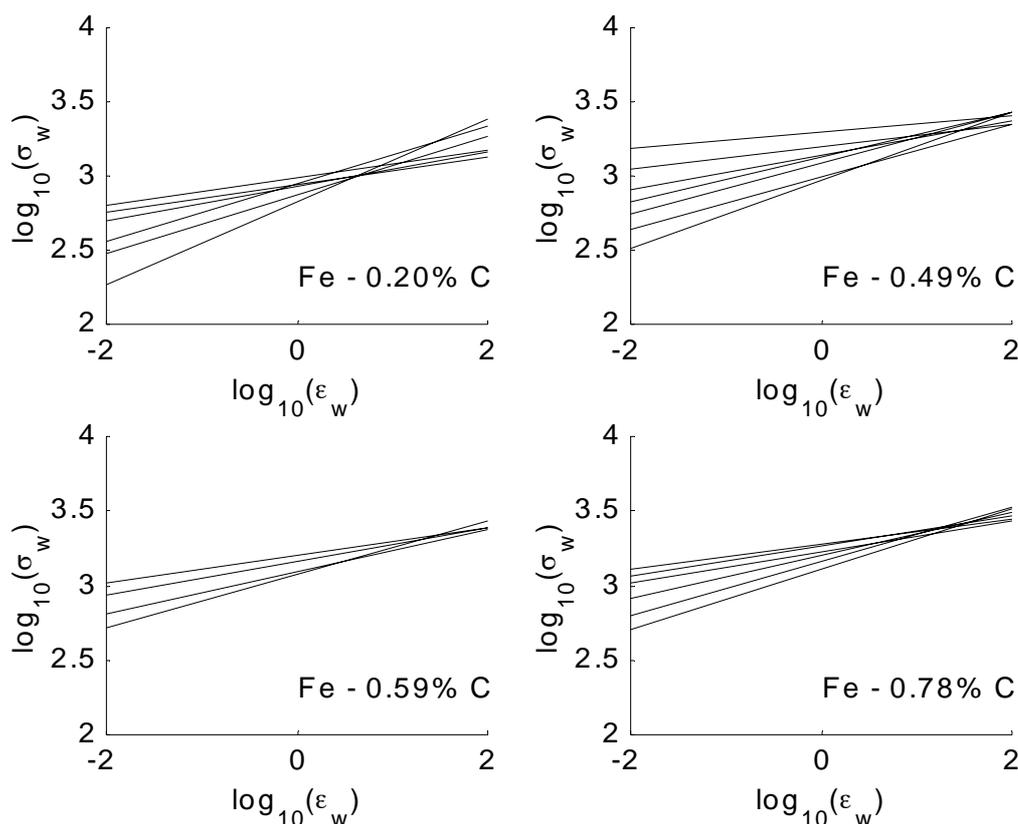


Bild 3.1 Wahre Spannungs-Dehnungs-Kurven in doppelt-logarithmischer Darstellung für jeweils mehrere Wärmebehandlungszustände von vier unlegierten Stählen (HOLLOWOMON 1945)

Aus Bild 3.1 geht hervor, daß sich die Verfestigungsgeraden mit zunehmender Dehnung einander annähern und bei $\varepsilon_w \sim 10$ stark fokussieren (besonders für den Stahl mit 0,78 Masse-% C). Bild 3.2 zeigt für jeden der untersuchten Kohlenstoffgehalte die Werte von $\log_{10}(k)$ (k entspricht σ_w an der Stelle $\varepsilon_w=1$) als Funktion der Geradenanstiege n . Die gleichen Kohlenstoffgehalten entsprechenden Punkte liegen als Ausdruck der Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent annähernd auf Geraden, und zwar genauer als in der Darstellung über $\log(n)$ bei HOLLOMON. Diese Geraden sind Repräsentanten einer Potenzfunktion:

$$\log_{10}(k) = \log_{10}(\sigma^*) - \log_{10}(\varepsilon^*) \cdot n \quad (3.35a)$$

bzw.

$$k = \sigma^*(\varepsilon^*)^{-n} \quad (3.35b)$$

Die Abszissen $\log_{10}(\varepsilon^*)$ der Fokussierungspunkte in Bild 3.1 sind durch den Anstieg, ihre Ordinaten $\log_{10}(\sigma^*)$ durch den Ordinatenschnittpunkt dieser Ausgleichsgeraden bestimmt. Die Ergebnisse sind in Bild 3.2 zusammen mit den entsprechenden Korrelationskoeffizienten r angegeben. Wie in Abschnitt 2.4 ausgeführt, gibt ein hoher Korrelationskoeffizient nicht unmittelbar Auskunft über die Stärke der Fokussierung. Vielmehr ist hierzu die Streuung der $\log_{10}(\sigma_w)$ -Werte im Fokuspunkt (Bild 3.1) heranzuziehen. Diese Streuung entspricht der Streuung der Einzelabweichungen (Residuen) von der jeweiligen Geraden in Bild 3.2. Sie kann für den vorliegenden Zweck (Auffinden von Tendenzen) näherungsweise vernachlässigt werden, wie es auch HOLLOMON (1945) für die $\log(k)$ - $\log(n)$ -Darstellung intuitiv getan hat.

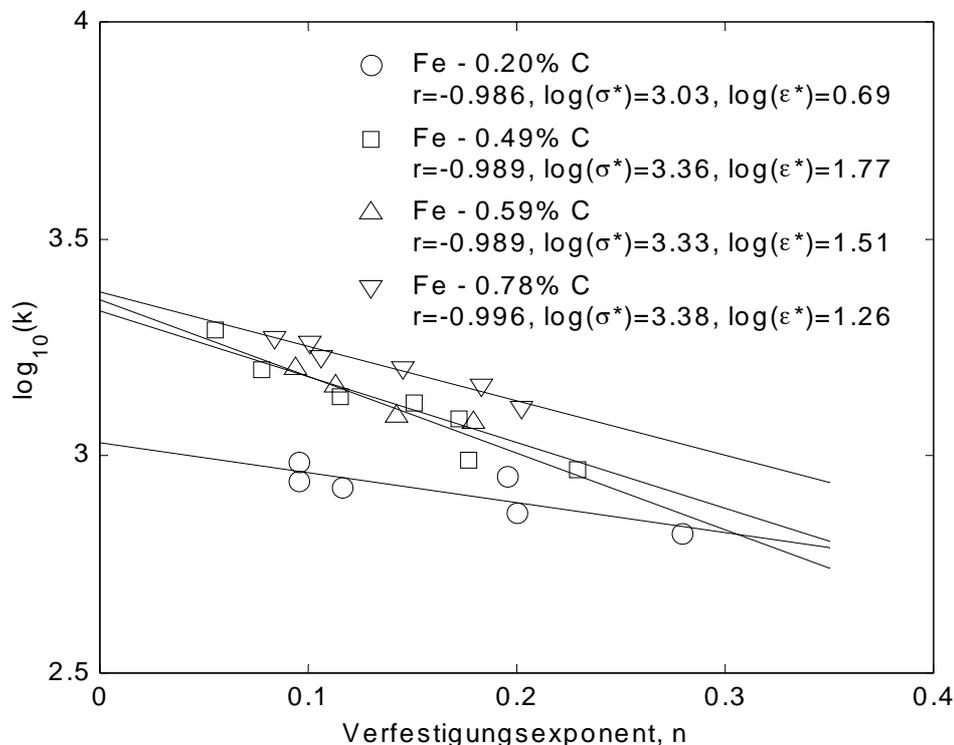


Bild 3.2 Logarithmen der Ordinatenschnittpunkte (bei $\log_{10}(\varepsilon_w)=0$) aus Bild 3.1 als Funktion der Anstiege n

Während jedem Wärmebehandlungszustand der unlegierten Stähle in Bild 3.1 eine individuelle Gerade bzw. individuelle Parameter k und n in der Hollomon-Gleichung entsprachen, kann das Verfestigungsverhalten nunmehr mit nur einem individuellen Parameter (n) und zwei Gruppenparametern (ε^* und σ^* , Angaben in Bild 3.2) beschrieben werden, wie man durch Einsetzen von Gl. (3.35b) in Gl. (1.1) bestätigt:

$$\frac{\sigma_w}{\sigma^*} = \left(\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon^*} \right)^n \quad (3.36)$$

Dies entspricht der allgemeinen Darstellungsform Gl. (2.47) der Potenzfunktion für eine Gruppe von Werkstoffen. Die Gruppenparameter σ^* und ε^* hängen nur vom Kohlenstoffgehalt ab und sind vom Wärmebehandlungszustand nahezu unabhängig. Im Sprachgebrauch von BROWN und ASHBY (1980) bilden alle unlegierten Stähle mit gleichem C-Gehalt eine isomechanische Gruppe.

Es verbleibt die Aufgabe, die Gruppenparameter σ^* und ε^* zu interpretieren. Bild 3.2 zeigt, daß sich die Anstiege der Ausgleichsgeraden nur wenig unterscheiden und in Abhängigkeit vom C-Gehalt keiner sichtbaren Tendenz folgen. Deshalb wurde die Auswertung aus Bild 3.2 mit der Vorgabe gleicher Anstiege, die dem Mittelwert $-\log_{10}(\varepsilon^{**}) = -1,3$ der tatsächlichen Anstiege entsprechen, in Bild 3.3 wiederholt. Die durch die Symbole repräsentierten Meßdaten werden nach wie vor annähernd richtig beschrieben. Die modifizierten Ordinatenschnittpunkte $\log_{10}(\sigma^{**})$ sind im Bild angegeben. Es zeigt sich, daß ihre Beträge mit zunehmendem Kohlenstoffgehalt m_c in guter Näherung linear anwachsen (Bild 3.4).

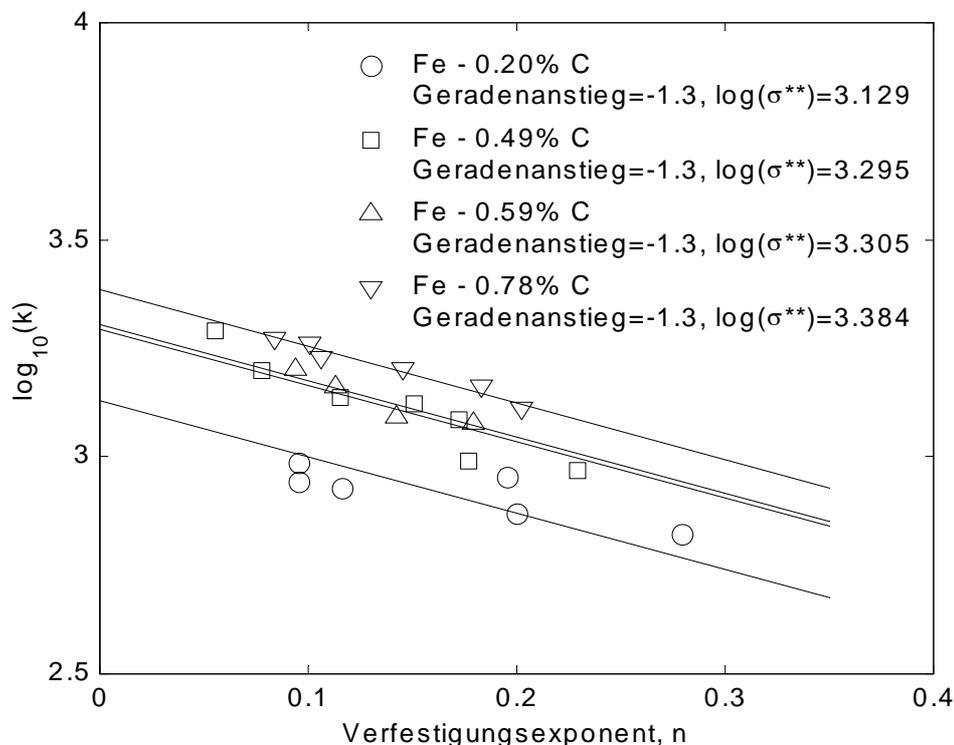


Bild 3.3 Wiederholung der Auswertung gemäß Bild 3.2 mit vorgegebenen gleichen Anstiegen der Ausgleichsgeraden

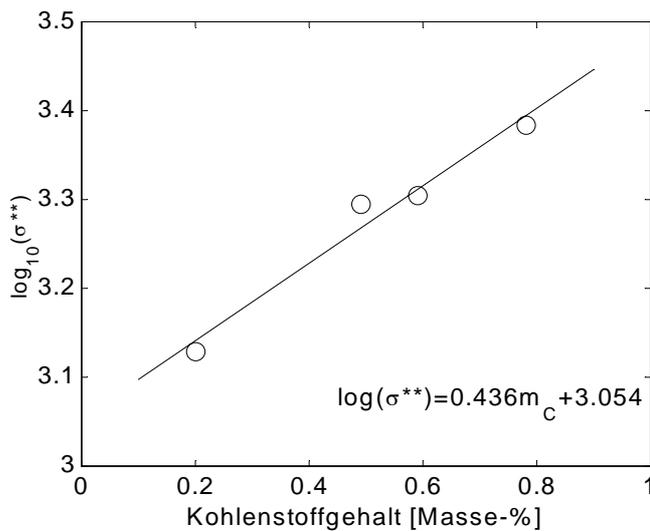


Bild 3.4

Abhängigkeit des Ordinaten-schnittpunktes in Bild 3.3 vom Kohlenstoffgehalt

Mit der in Bild 3.4 angegebenen Regressionsgleichung erhält man schließlich die folgende empirische Interpretation der Parameter der Hollomon-Gleichung:

$$\frac{\sigma_w}{\sigma^{**}} = \left(\frac{\varepsilon_w}{\varepsilon^{**}} \right)^n \quad (3.37)$$

mit

$$\begin{aligned} \sigma^{**} &= 1132 \text{ MPa} \cdot 2,729^{m_c} \\ \varepsilon^{**} &= 19,95 \\ 0,2 \text{ Masse-\%} &< m_c < 0,78 \text{ Masse-\%} \\ 0,05 &< n < 0,28 \\ 183 \text{ MPa} &< \sigma_{w0.01} < 1520 \text{ MPa} \end{aligned}$$

Im Unterschied zu Gl. (3.36) ist der Gruppenparameter ε^{**} unabhängig vom Kohlenstoffgehalt. Der aus dieser Näherung resultierende Gruppenparameter σ^{**} hängt in einfacher Weise vom Kohlenstoffgehalt ab. Die Abweichung der Meßwerte von Gl. (3.37) liegt ausnahmslos unter 20%, in den meisten Fällen deutlich darunter.

Setzt man in Gl. (3.37) $\varepsilon=0,01$; $\varepsilon_w=\ln(1+\varepsilon)=\ln(1,01)=0,00995$ und $R_{p1}=\sigma_{w0.01}/1,01$, so erhält man einen Zusammenhang zwischen 1%-Dehngrenze R_{p1} (wegen des Streckgrenzeneffekts nicht 0,2%), Kohlenstoffgehalt m_c und Verfestigungsexponent n :

$$n = 0,132 \cdot m_c - 0,303 \cdot \log_{10} \left(\frac{R_{p1}}{1121 \text{ MPa}} \right) \quad (3.38)$$

Diese Beziehung verdeutlicht eine mögliche Anwendung von Gl. (3.37) zur Abschätzung des Verfestigungsexponenten n bei gegebenem Kohlenstoffgehalt m_c und gegebener Dehngrenze (hier beispielhaft 1%-Dehngrenze). Die Anwendbarkeit der konkreten Zahlenfaktoren in Gln. (3.37) und (3.38) unter heutigen Bedingungen ist wegen der grundlegenden Veränderungen in der Stahltechnologie zu hinterfragen.

Ohne Vertiefung wird folgender Erklärungsansatz für das beobachtete Materialverhalten vorgeschlagen: Es ist davon auszugehen, daß eine Sättigungsspannung existiert, die gemäß einer Mischungsregel mit steigendem Volumenanteil an Hindernissen, also mit steigendem Kohlenstoffgehalt zunimmt. Es erscheint auch plausibel,

daß diese Sättigungsspannung anders als die Dehngrenze nicht oder nur schwach vom Wärmebehandlungszustand abhängt. Das Phänomen der Sättigung ist im Rahmen der infiniten Skaleninvarianz (Hollomon-Gleichung) nicht beschreibbar, wohl aber im Rahmen der finiten Skaleninvarianz (Gl. (3.25)). Die logarithmische Ableitung von Gl. (3.25) im Referenzpunkt (also im asymptotisch linearen Teilstück) stellt jedoch einen Zusammenhang mit dem Verfestigungsexponenten her:

$$n = \left[\frac{d \ln \sigma}{d \ln \varepsilon} \right]_{\sigma = \sqrt{\sigma_0 \sigma_S}} = \frac{\gamma}{4} \ln \frac{\sigma_S}{\sigma_0} \quad (3.39)$$

Legt man gleiche Kohlenstoffgehalte zugrunde, dann repräsentiert Gl. (3.39) eine Korrelation zwischen n und $\log(\sigma_0)$. Dies entspricht einer Schar von Geraden, die sich am Ordinatenwert σ_S schneiden. Damit würden die empirisch ermittelten Parameter σ^* bzw. σ^{**} (je nach Näherung) nachträglich die Interpretation als Maß für die Sättigungsspannung erfahren. Eine direkte Überprüfung dieser Folgerung ist hier nicht möglich, da die Zugversuche naturgemäß weit vor Erreichen der Sättigungsspannung abbrechen. Die Analyse zeigt aber, daß die erweiterte Sicht vom Standpunkt der finiten Skaleninvarianz dennoch eine mögliche Erklärung für die ausgeprägte Fokussierung der Verfestigungsgeraden weit außerhalb des Meßbereichs zu liefern vermag. Eine entsprechende Analyse auf der Grundlage der Voce-Gleichung führt anstelle von Gl. (3.39) auf einen Ausdruck der Form $n=1-x$, wobei x Lösung der impliziten Gleichung $e^{-x}=q(1-x)$ mit $q=\sigma_S/(\sigma_S-\sigma_0)$ ist. Sie bedarf der numerischen Lösung mit realistischen Annahmen für die Parameterwerte. Die Ausführung dieser Rechnungen geht über den Rahmen der vorliegenden Arbeit hinaus.

Die Analyse zeigt deutlicher als bisher, daß im vorliegenden Anwendungsfall eine einparametrische Beschreibungsweise des Verfestigungsverhaltens auf der Basis des Verfestigungsexponenten n ausreichend ist, obwohl die Hollomon-Gleichung zwei Parameter enthält (k und n), und daß eine inverse Korrelation zwischen Verfestigungsexponent und Dehngrenze vorliegen muß, wie sie in der Tat von GENSAMER (1945) dokumentiert wurde. Hierfür wurde ein Erklärungsansatz aufgezeigt.

3.3 Übergreifende Aspekte der Verformung

3.3.1 Grenzen der plastischen Verformung

Unterhalb der Schwellenspannung für plastische Verformung, die näherungsweise durch die (z. B. 0,01%-) Dehngrenze gegeben ist, tritt bei monotoner Belastung keine plastische Verformung auf. Bei erhöhten Temperaturen ist Kriechverformung möglich. Da sich das Kriechen auf thermisch aktivierte Prozesse gründet, wird die Dehnrage mit abnehmender Temperatur gemäß einer Arrhenius-Funktion schnell unmeßbar klein. Bei niedrigen Spannungen und tiefen Temperaturen ist nur elastische Verformung möglich.

Es gibt keine untere Schwelle für elastische Verformung. Es tritt jedoch eine von der plastischen Verformung unabhängige obere Grenze für elastische Verformung, die theoretische Festigkeit, in Erscheinung. POLANYI und SCHMID (1929) haben die theoretische Schubfestigkeit aus der Annahme einer Verschiebung zweier benachbarter Gitterebenen um eine halbe Identitätsperiode zu $\tau_{th} \sim 0,2G$ (G ... Schubmodul)

abgeschätzt. Neueste Berechnungen haben für Aluminium den etwa halb so großen Wert $\tau_{th} \sim 0,084G$ ergeben (KRENN u. a. 2001). Für die theoretische Zugfestigkeit liefert eine ähnliche Abschätzung $\sigma_{th} \sim (E\gamma_0/a_0)^{1/2}$ (E ... Elastizitätsmodul, γ_0 ... spezifische Oberflächenenergie, a_0 ... Gitterkonstante, siehe MACMILLAN 1983). Typische Werte für σ_{th} liegen im Bereich von $E/15$ bis $E/5$ (BLUMENAUER und PUSCH 1993). Für duktile metallische Werkstoffe ist die Dehngrenze typischerweise mindestens eine Größenordnung kleiner als σ_{th} . Deshalb schließt sich bei Erhöhung der angelegten Spannung an die elastische Verformung auch bei mehrachsiger Beanspruchung grundsätzlich plastische Verformung und nie unmittelbar Spalten an.

Die Sättigungsspannung stellt hinsichtlich der Spannung eine obere Grenze für die plastische Verformung dar. Wenn die Sättigungsspannung unterhalb der theoretischen Festigkeit liegt, dürfte demnach niemals Bruch im eigentlichen Sinne (Spaltbruch) zu beobachten sein, sondern höchstens Materialtrennung durch plastische Instabilität (Kollaps). Der häufig beobachtete Wabenbruch stellt einen lokalen Modus plastischer Instabilität durch Hohlraumvereinigung dar. Wenn dennoch Spaltbruch beobachtet wird, so kann die Ursache dafür nach GRIFFITH (1921) in der herstellungs- oder betriebsbedingten Existenz rißartiger Materialfehler (a ... Rißlänge) liegen, was auf kritische Spannungen $\sigma_c \sim (2E\gamma_0/\pi a)^{1/2}$ führt, die kleiner als die theoretische Zugfestigkeit sind und z. B. für Glas die beobachteten Diskrepanzen zufriedenstellend erklären.

Die Bruchmechanik, die aus der zitierten Arbeit von GRIFFITH wesentliche Impulse bezog, ermöglicht den Umgang mit dem Auftreten von instabiler Rißausbreitung bzw. von Spaltbruch auch unter Bedingungen, unter denen plastische Verformung möglich ist und auch abläuft. Sie liefert jedoch keine Erklärung für das zuerst von ELSSNER u. a. (1994) zweifelsfrei dokumentierte Auftreten von Spaltbruch unter solchen Bedingungen. Eine Erklärung hierfür leistet erst die Analyse des Spannungsfeldes vor der Rißspitze unter Berücksichtigung von Dehnungsgradienten (JIANG u. a. 2001, GUO u. a. 2001). Die folgende Abschätzung zeigt, daß die Spannungen, die unter Berücksichtigung der Dehnungsgradienten vor der Rißspitze auftreten können, in der Größenordnung der theoretischen Festigkeit liegen. Ähnliche Verhältnisse dürften sich ergeben, wenn die maximalen Schubspannungen vor der Rißspitze der theoretischen Schubfestigkeit gegenübergestellt werden.

Tabelle 3.1 Vergleich typischer Werte der maximalen Spannungen vor der Rißspitze und der theoretischen Festigkeit für Aluminium

Dehngrenze	Elastizitätsmodul	maximale Spannung vor der Rißspitze	theoretische Festigkeit
$R_{p0.2}$ [MPa] (diese Arbeit)	E [GPa] (diese Arbeit)	$\sigma_{max} \sim 20R_{p0.2}$ [GPa] (JIANG u. a. 2001, GUO u. a. 2001)	$\sigma_{th} \sim E/10$ [GPa] (BLUMENAUER und PUSCH 1993)
~350	~70	~7	~7

3.3.2 Verformungsmechanismen-Karten

Mit Gln. (3.10), (3.11), (3.17) und (3.18) liegen quantitative Beschreibungen der für reine Metalle bedeutendsten Kriechmechanismen vor. Durch paarweises Gleichsetzen der Kriechraten für die Einzelmechanismen erhält man nach Abschnitt 2.1.2 in einem Spannungs-Temperatur-Schaubild Kurven, die die Dominanzbereiche der Einzelmechanismen gegeneinander abgrenzen. Das ist der Grundgedanke der Verformungsmechanismen-Karten nach ASHBY (1972), die bereits seit langem weite Verbreitung gefunden haben.

Vergleich der Dehnraten für die Fälle a) und b) aus Abschnitt 3.1.2:

Die Dominanzbereiche von Versetzungskriechen mit Volumendiffusion und dem mit Kerndiffusion sind durch die Bedingung

$$\frac{2D_V}{D_s} \left(\frac{\sigma}{G} \right)^2 = 1 \quad (3.40)$$

voneinander separiert. Bei bekannter Temperaturabhängigkeit von D_V , D_s und G definiert diese Gleichung eine Kurve in der Verformungsmechanismen-Karte nach ASHBY:

$$\sigma = G \sqrt{\frac{D_s}{2D_V}} \quad (3.41)$$

Vergleich von a) mit c):

Gleichsetzen der rechten Seiten der Gln. (3.10) für Versetzungskriechen mit Volumendiffusion und (3.17) für Nabarro-Herring-Kriechen ergibt eine Bedingung der Form

$$\frac{A_c}{A_a} \left(\frac{b}{d_K} \right)^2 = \left(\frac{\sigma}{G} \right)^{v_a-1}, \quad (3.42)$$

die bei bekannter Temperaturabhängigkeit des Schubmoduls die Grenze zwischen den Dominanzbereichen der Mechanismen a) und c) in der Verformungsmechanismen-Karte beschreibt:

$$\sigma = G \left(\frac{A_e b}{d_K} \right)^{\frac{2}{v_a-1}} \quad \text{mit} \quad A_e = \sqrt{\frac{A_c}{A_a}} \quad (3.43)$$

Vergleich von a) mit d)

Gleichsetzen der rechten Seiten von Gln. (3.10) und (3.18) ergibt:

$$\frac{A_a}{A_d} \frac{D_s}{D_K} \left(\frac{b}{d_K} \right)^{-3} \left(\frac{\sigma}{G} \right)^{v_a-1} = 1 \quad (3.44)$$

Nach der Spannung aufgelöst, erhält man:

$$\sigma = G \left(\frac{b}{d_K} \right)^{\frac{3}{v_a-1}} \left(\frac{A_f D_s}{D_K} \right)^{-\frac{1}{v_a-1}} \quad \text{mit} \quad A_f = \frac{A_a}{A_d} \quad (3.45)$$

Vergleich von c) mit d):

Die Dominanzbereiche des Nabarro-Herring- und des Coble-Kriechens sind durch die Bedingung

$$\frac{D_K}{D_s} \cdot \frac{b}{d_K} = 1 \quad (3.46)$$

voneinander getrennt. In dieser Gleichung taucht infolge gleicher Kriechexponenten die Spannung nicht auf.

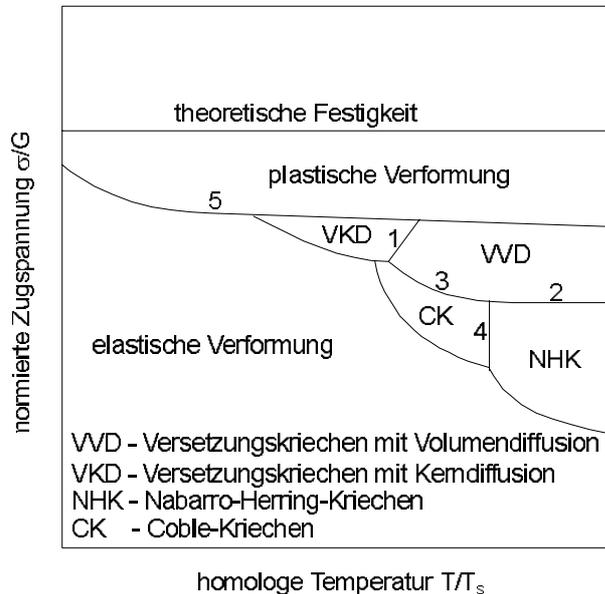


Bild 3.5 zeigt zur Verdeutlichung der relativen Lagebeziehungen der Dominanzbereiche für die einzelnen Verformungsmechanismen eine schematische Verformungsmechanismen-Karte.

Bild 3.5

Verformungsmechanismen-Karte nach Ashby (1972) in schematisierter Darstellung

Der Verlauf der Trennlinie 1 ist durch Gl. (3.41) gegeben. Vernachlässigt man die vergleichsweise schwache Temperaturabhängigkeit des Schubmoduls und berücksichtigt für die Diffusionskonstanten eine Arrheniusbeziehung gemäß Gl. (3.2) mit $D_V \sim 0,5D_s$, so erhält man einen mit zunehmender Temperatur ansteigenden Verlauf, wobei das Versetzungskriechen mit Kerndiffusion auf der Tieftemperaturseite der Trennlinie liegt. Die Trennlinie 1 wird in den Mechanismen-Karten häufig nicht angegeben, vermutlich da der Mechanismus nicht gesichert oder experimentell nur schwer zugänglich ist. Der Verlauf der Trennlinie 2 berechnet sich aus Gl. (3.43). Wegen der schwachen Temperaturabhängigkeit des Schubmoduls verläuft diese Linie nahezu parallel zur Temperaturachse, der Dominanzbereich des Versetzungskriechens liegt wegen des höheren Kriechexponenten auf der Seite höherer Spannungen. Für Trennlinie 3 ergibt sich aus Gl. (3.45) ein mit steigender Temperatur abfallender Verlauf. Da in der Bedingung für die Trennlinie 4 gemäß Gl. (3.46) die temperaturabhängigen Größen D_K und D_s , aber keine spannungsabhängigen Größen enthalten sind, stellt die entsprechende Grenze in der Verformungsmechanismen-Karte eine Parallele zur Spannungsachse dar. Wegen der höheren Aktivierungsenergie liegt der Dominanzbereich des Nabarro-Herring-Kriechens auf der Hochtemperaturseite. Der Verlauf der Trennlinien 2, 3 und 4 hängt von der Korngröße ab.

Die Trennlinien zum Dominanzbereich der elastischen Verformung erhält man, indem die Kriechraten gemäß Gln. (3.10), (3.11), (3.17) und (3.18) gleich einem festen, sehr kleinen Wert gesetzt werden. Die aus Gln. (3.17) und (3.18) resultierenden Bedingungen enthalten wieder die Korngröße. Schließlich ist die Trennlinie zum Dominanzbereich der plastischen Verformung durch die Temperaturabhängigkeit der Streckgrenze gegeben. Damit liegt die Verformungsmechanismen-Karte im wesentlichen vollständig vor. Wie in Abschnitt 2.1.2 angedeutet, ist das Prinzip einer solchen

Karte nicht auf den Anwendungsfall der Verformung beschränkt. Die vorliegende Arbeit enthält die Ausarbeitung einer alternativen Anwendung.

3.3.3 Zyklische Plastizität und Ermüdung

Zyklische Plastizität tritt unter Bedingungen auf, unter denen bei quasistatischer monotoner Belastung laut Verformungsmechanismen-Karte (Bild 3.5) keine plastische sondern nur elastische Verformung möglich ist. Ursache dafür sind auch im elastischen Bereich ablaufende und als Anelastizität bezeichnete irreversible Vorgänge (CHRIST 1991). Zyklische Plastizität und ihre Folgeerscheinung, die Ermüdung, sind im Rahmen der vorliegenden Arbeit u. a. deshalb von Bedeutung, weil sie die Grundlage für die LCF-Modelle (low-cycle fatigue, niederzyklische Ermüdung) der Ermüdungsrißausbreitung bilden. Auf die eigenständige Darstellung der Ergebnisse von Dimensions- und Korrelationsanalysen wird jedoch verzichtet.

Für die zyklische Belastung glatter (nichtangerissener) Proben sind drei Gesetzmäßigkeiten von Bedeutung, die in Form von Potenzgleichungen formuliert worden sind (MORROW 1965, BOLLER und SEEGER 1987, CHRIST 1991, SCHAPER 1997, ELLYIN 1997). Die zyklische Spannungs-Dehnungs-Beziehung beschreibt den Zusammenhang zwischen Dehnungsamplitude ε_a und Spannungsamplitude σ_a bei symmetrischer Zug-Druck-Belastung im zyklischen Sättigungszustand. Nach MORROW (1965) kann häufig näherungsweise eine der Hollomon-Gleichung entsprechende Potenzgleichung angesetzt werden:

$$\sigma_a = k' (\varepsilon_{a,pl})^{n'} \quad (0,05 \lesssim n' \lesssim 0,25, \text{ ELLYIN 1997}) \quad (3.47)$$

mit den Werkstoffparametern k' und n' , die unter Einbeziehung des elastischen Anteils der Dehnungsamplitude in der Form der Ramberg-Osgood-Gleichung geschrieben werden kann. Wie Gl. (3.47) verdeutlicht, zieht eine Anhebung der Amplitude der plastischen Dehnung eine Zunahme der Spannungsamplitude in der Sättigung nach sich, die mit der Ausbildung einer neuen stationären Versetzungsanordnung verbunden ist. Je nach Gleicharakter (planar oder wellig) und plastischer Dehnungsamplitude bilden sich planare Versetzungsanordnungen, Dipolbündel, Aderstrukturen und persistente Gleitbänder oder Zellstrukturen aus (CHRIST 1991). Nach KUHLMANN-WILSDORF (1999) sind die beobachteten Versetzungsanordnungen und deren Transformationen mit der LEDS-Hypothese vereinbar. Die persistenten Gleitbänder sind Ausdruck einer starken Verformungslokalisierung, die zu um Größenordnungen höheren Scheramplituden als in der Matrix führt und die als Ausgangspunkt für die Ermüdungsrißbildung anzusehen ist (CHRIST 1991).

Gleichung (3.47) wird durch zwei Gleichungen auf der Grundlage von Lebensdauer-versuchen ergänzt. Die Basquin-Gleichung (BASQUIN 1910) beschreibt den Zusammenhang zwischen Spannungsamplitude σ_a und Bruchlastspielzahl N_B . Es ist heute üblich, als Argument die Bruchlastwechselzahl $2N_B$ zu benutzen:

$$\sigma_a = \sigma'_B (2N_B)^b \quad (-0,15 \lesssim b \lesssim -0,05, \text{ ELLYIN 1997}) \quad (3.48)$$

Der Faktor σ'_B heißt Ermüdungsfestigkeitskoeffizient, b wird entsprechend als Ermüdungsfestigkeitsexponent bezeichnet. Die Coffin-Manson-Gleichung (COFFIN 1954,

MANSON 1953) beschreibt den Zusammenhang zwischen plastischer Dehnungsamplitude und Bruchlastwechselzahl:

$$\varepsilon_{a,pl} = \varepsilon'_B (2N_B)^c \quad \begin{array}{l} (-0,7 \lesssim c \lesssim -0,5, \text{ MURAKAMI 1988;} \\ -0,8 \lesssim c \lesssim -0,4, \text{ ELLYIN 1997)} \end{array} \quad (3.49)$$

Der Faktor ε'_B heißt Ermüdungsduktilitätskoeffizient, c entsprechend Ermüdungsduktilitätsexponent.

Experimentelle Ergebnisse für die Werkstoffparameter σ'_B , b , ε'_B und c wurden von BOLLER und SEEGER (1987) und BÄUMEL und SEEGER (1990) für eine Vielzahl von Werkstoffen tabelliert. Die schwache Variabilität des Ermüdungsduktilitätsexponenten c veranlaßte Coffin bereits 1963 zu der Vermutung, daß dem Materialverhalten ein universeller Mechanismus zugrundeliegt (siehe MURAKAMI 1988). MURAKAMI (1988) liefert hierfür eine physikalische Begründung auf der Basis der Singularität des Dehnungsfeldes kurzer Risse unter vollplastischer Verformung außerhalb der Gültigkeitsgrenzen des HRR-Feldes und unter der Annahme der Dominanz der Kurzrißphase in der Bruchlastwechselzahl. Schon zuvor hatte TOMKINS (1968) ein Rißausbreitungsmodell auf der Basis der Scherbanddekoheäsion formuliert, das einen Zusammenhang zwischen Coffin-Manson-Gleichung und Ermüdungsrißausbreitung herstellt.

Gln. (3.47) bis (3.49) bilden ein Gleichungssystem aus drei Potenzgleichungen zwischen den Größen σ_a , $\varepsilon_{a,pl}$ und $2N_B$. Daraus ergibt sich (MORROW 1965), daß das Werkstoffverhalten bereits durch beliebige zwei der drei Gleichungen bzw. durch vier der sechs Werkstoffparameter vollständig bestimmt ist. Nutzt man diese Überbestimmtheit aus, so gelangt man über Gln. (3.47) und (3.48) ohne Zusatzinformation sofort zu Gl. (3.49) mit

$$c = \frac{b}{n'} \quad \text{und} \quad \varepsilon'_B = \left(\frac{\sigma'_B}{k'} \right)^{1/n'}. \quad (3.50)$$

BOLLER und SEEGER (1987) finden bei unabhängiger Behandlung der Gln. (3.47) bis (3.49) die Gültigkeit dieser Beziehungen zwar nicht für jeden einzelnen Werkstoff erfüllt, aber doch statistisch gesehen für größere Werkstoffgruppen. Aus Betrachtungen der Hystereseenergie findet MORROW (1965) die Beziehungen

$$b = -\frac{n'}{1+5n'} \quad \text{und} \quad c = -\frac{1}{1+5n'}. \quad (3.51)$$

Betrachtet man diese als streng gültig, so läßt sich die Anzahl der Freiheitsgrade (der zur Beschreibung des Gesamtphänomens erforderlichen Werkstoffparameter) um 1 auf 3 reduzieren.

3.3.4 Ursachen der Selbstähnlichkeit

Für die untersuchten Verformungsmechanismen lassen sich nunmehr die Ursachen der Selbstähnlichkeit, also des Auftretens von Potenzfunktionen, klar ausmachen. Beim Diffusionskriechen ist die Selbstähnlichkeit (Kriechexponent 1) dimensions-

analytisch bedingt. Der Mechanismus spielt insofern eine Rolle, als sich aus ihm die einzubeziehenden Einflußgrößen, speziell die Abwesenheit charakteristischer Spannungen und einer charakteristischen Zeitskala, ableiten. Gefüge (Korngrenzen, Versetzungsanordnung) und Diffusionspfad sind für den Kriechexponenten bedeutungslos. Bei Veränderung von Temperatur oder Spannung wird das Diffusionskriechen durch andere Verformungsmechanismen überdeckt, verliert aber außer bei Annäherung an die Schmelztemperatur nicht seine prinzipielle Gültigkeit.

Beim Versetzungskriechen hängt der Kriechexponent von einem noch unbekanntem Materialparameter ab. Er ist dimensionsanalytisch nicht bestimmt, sondern es liegt unbestimmte Selbstähnlichkeit vor. Hierfür ist neben der Abwesenheit charakteristischer Spannungen (außer dem Schubmodul G bzw. der von BROWN und ASHBY 1980 identifizierten charakteristischen Spannung σ_k^*) und einer charakteristischen Zeitskala auch die Selbstähnlichkeit der Versetzungsanordnung bedeutsam. KUHLMANN-WILSDORF (1999) geht davon aus, daß die LEDS-Theorie der Plastizität und damit das Ähnlichkeitskonzept prinzipiell auf die Kriechverformung übertragbar sind. Im Verlaufe der Kriechverformung bilden sich Versetzungsstrukturen heraus, die den bei Raumtemperatur auftretenden Zellstrukturen ähneln und das gleiche Skalierungsverhalten gemäß Gl. (3.32) aufweisen (ARGON 1996). WEERTMAN (1999) widmet sich der Frage, warum $v=3$ dimensionsanalytisch vorausgesagt und $v>3$ ($v\sim 5$) beobachtet wird. Für weniger hohe Temperaturen wird Volumendiffusion von Leerstellen durch Kerndiffusion verdrängt, und es resultiert ein um 2 größerer Exponent von $v=5$ erneut im Widerspruch zu Beobachtungen von $v>5$ ($v\sim 7$). Er bemerkt weiter, daß eine Erklärung für diese Diskrepanzen in einer Störung der Selbstähnlichkeit von Versetzungsanordnungen liegen könnte und verweist auf das Ähnlichkeitskonzept von KUHLMANN-WILSDORF. Hierzu ist anzumerken, daß auf der Basis unbestimmter Selbstähnlichkeit nach BARENBLATT höhere (und zwar werkstoffabhängig) Exponenten als in der klassischen Theorie prinzipiell auch ohne Störung der Selbstähnlichkeit an sich erklärbar sind. Mehr noch, eine Störung der Selbstähnlichkeit ist eher auszuschließen, da sie eine Abweichung von jeglicher Abhängigkeit in Gestalt einer Potenzfunktion, wie etwa im Übergangsbereich zum Power-Law-Breakdown, nach sich ziehen würde.

Während sich die Kriechverformung wegen der Vielfalt der auftretenden Mechanismen und Dimensionen sowie wegen der Abwesenheit charakteristischer Spannungen und Zeiten als der Dimensionsanalyse besonders gut zugänglich erwiesen hat, stellt sich die Situation für die Behandlung der plastischen Verformung anders dar. Ursache ist neben der Existenz zweier charakteristischer Spannungen (Streckgrenze und Sättigungsspannung) speziell die erwähnte "Verschmierung" der Stadien der plastischen Verformung. Somit spielen Potenzfunktionen und Selbstähnlichkeit nur als Näherungen für bestimmte Werkstoffgruppen und innerhalb bestimmter Grenzen eine Rolle. Ein günstiger Anwendungsfall liegt für die von HOLLOMON (1945) untersuchten unlegierten Stähle vor. Die Neigung zu einem gemeinsamen Schnittpunkt (Fokuspunkt) der doppelt-logarithmisch dargestellten wahren Spannungs-Dehnungskurven weit außerhalb des Meßbereichs ist bei Beschränkung auf die Hollomon-Gleichung (d. h. im Rahmen infiniten Skaleninvarianz) nicht erklärbar, sondern erst im Rahmen eines erweiterten Formalismus, der eine Sättigungsspannung berücksichtigt. Ein solcher Formalismus gründet sich auf den Ansatz finiter Skaleninvarianz.

4. Ermüdungsrißausbreitung im Paris-Bereich

4.1 Motivation und Abgrenzung

Gegenstand der Ermüdungsrißausbreitung (SCHWALBE 1980, KANNINEN und POPELAR 1985, SURESH 1991, RADAJ 1995, ELLYIN 1997, SCHAPER 1997) sind die Mechanismen, die zur Verlängerung eines vorhandenen Ermüdungsrisse führen, sowie die Faktoren, die den Betrag dieser Rißverlängerung bestimmen. Hinsichtlich der Ermüdungsrißausbreitung in metallischen Werkstoffen sind zwei Stadien, das kristallographische Stadium I und das kontinuumsmechanische Stadium II (FORSYTH 1962), zu unterscheiden. In der Tendenz sind lange Risse eher dem Stadium II zuzuordnen, eine eindeutige Abgrenzung ist jedoch nicht möglich. Zur Beschreibung der Ausbreitung langer Ermüdungsrisse in duktilen Werkstoffen hat sich die Schwingbreite ΔK des Spannungsintensitätsfaktors als weitgehend geeignet erwiesen (PARIS u. a. 1961). In einer doppelt-logarithmischen Darstellung der Rißausbreitungsrate da/dN über ΔK heben sich drei Bereiche voneinander ab, der schwellenwertnahe Bereich A (PARIS u. a. 1972), der Bereich B (kontinuumsmechanischer oder Paris-Bereich, PARIS u. a. 1961), und der instabilitätsnahe Bereich C (FORMAN u. a. 1967).

Im vorliegenden Abschnitt wird die Ausbreitung langer Risse bei konstanter Spannungsamplitude im Gültigkeitsbereich der LEBM, hiervon vornehmlich aber nicht ausschließlich im Paris-Bereich, untersucht. Es ist von vornherein klarzustellen, daß damit die außerordentliche Bedeutung des Ausbreitungsverhaltens kurzer Risse, des schwellenwertnahen Bereichs A sowie der Rißausbreitung bei veränderlichen Amplituden in keiner Weise in Abrede gestellt werden soll. Vielmehr trägt die Themenwahl der Tatsache Rechnung, daß speziell die Werkstoffabhängigkeit der Ermüdungsrißausbreitung im Paris-Bereich noch nicht tiefgründig verstanden und bisweilen sogar in Abrede gestellt wird. Das Interesse der Luftfahrtindustrie an solchen Untersuchungen ist aus folgenden Gründen besonders ausgeprägt:

- Das Schädigungstoleranz-Konzept lenkt als Bestandteil der Auslegungsvorschriften das Augenmerk auf solche Risse, die unter Routinebedingungen am Flugzeug zerstörungsfrei nachweisbar sind, also weitgehend auf lange Risse.
- Die Rumpfwerkstoffe sind Belastungen bei niedrigen Frequenzen mit annähernd konstanten Amplituden ausgesetzt. Dabei ist die Schwingspielzahl mit der Anzahl der Flüge korreliert. Die für einen angenommenen Riß im oberen Paris-Bereich und im instabilitätsnahen Bereich verbrachten Schwingspielzahlen sind relevant.
- Im Flugzeugbau zwingt ein besonderer Kostendruck zur Gewichtsreduzierung (Treibstoffverbrauch, Reichweite), zur Einführung neuer Fertigungstechnologien (integrale Bauweise) sowie zur Verlängerung der Inspektionsintervalle bei Aufrechterhaltung der Sicherheit und erfordert die Einführung neuer Werkstoffe.

In begrenztem Maße finden über den Paris-Bereich hinaus der instabilitätsnahe und der schwellenwertnahe Bereich Berücksichtigung, ohne dabei die Gültigkeitsgrenze der LEBM konzeptionell zu überschreiten. Beide Bereiche sind für bestimmte Aspekte der Auslegung des Flugzeugrumpfes von Bedeutung. Der Hauptgrund besteht jedoch darin, daß auch die Rißausbreitung im Paris-Bereich ohne Einbeziehung der angrenzenden Bereiche nicht vollständig zu verstehen ist. Während die Untersuchungen grundsätzlich auf die Rißausbreitung in Laborluft gerichtet sind, widmet sich ein separater Teil dem Einfluß einer 3,5%igen wäßrigen NaCl-Lösung auf die Rißausbreitung speziell in der Aluminiumlegierung 6013.

4.2 Mechanismen und phänomenologische Beschreibung

4.2.1 Mikroskopische Mechanismen der Ermüdungsrißausbreitung

Der Mechanismus der Ermüdungsrißausbreitung hängt vom Werkstoff, der Belastung und den Umgebungsbedingungen ab. Nach LAIRD (1966) resultiert die Rißverlängerung im Stadium II in duktilen Werkstoffen in Laborluft aus einer alternierenden Abfolge von plastischer Abstumpfung und Schärfung der Rißspitze. Dieser Vorgang ist ursächlich mit der Bildung von Schwingungstreifen auf den Bruchflächen verbunden. Für eine in Laborluft gebildete Ermüdungsbruchfläche sind typische Schwingungstreifen in Bild 4.1 dokumentiert. Wie McCLINTOCK (1997) detailliert darstellt, besteht der Elementarprozeß dabei trotz Rißausbreitung normal zur Belastungsrichtung in Abscherung unter 45° und nicht in trennflächigem Aufreißen. Die Schwingungstreifenbreite nimmt bei Absenkung des ΔK -Wertes zunächst ab, bevor sich nach GRINBERG (1984) unabhängig vom Werkstoff eine minimale Breite der Größenordnung $0,1 \mu\text{m}$ einstellt.

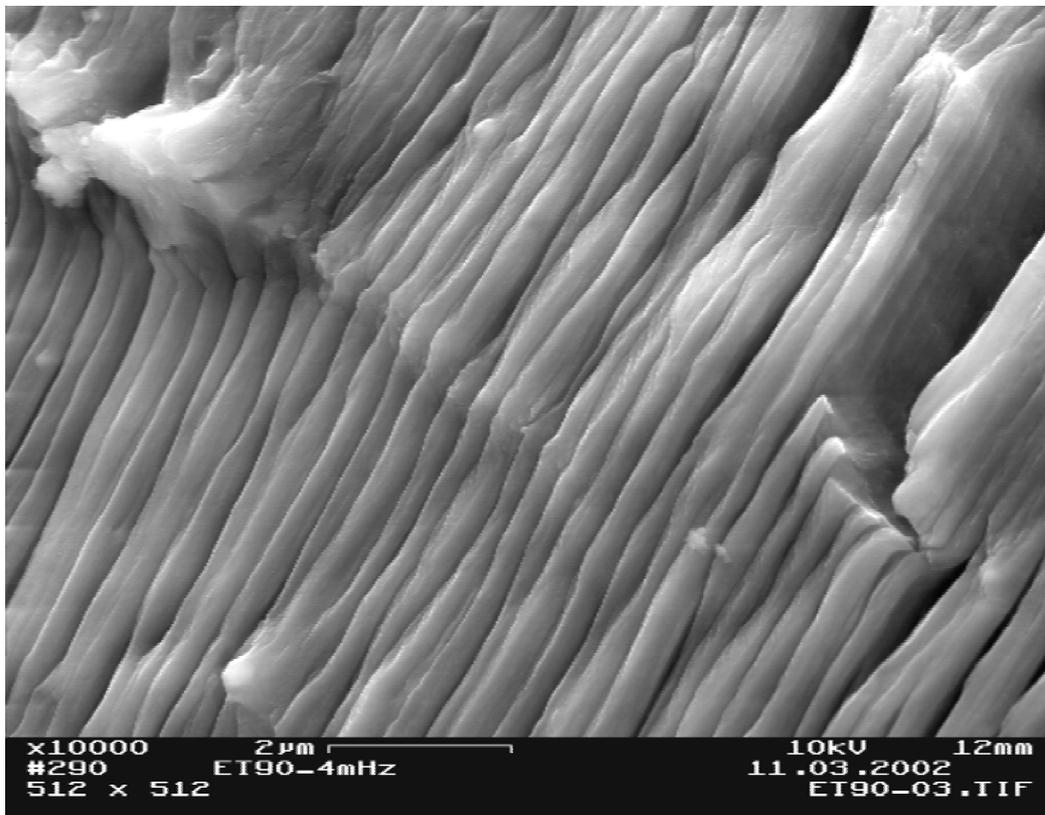


Bild 4.1 Schwingungstreifen auf einer Ermüdungsrißfläche in der Aluminiumlegierung 6013 T6

Während Schwingungstreifen auch in polymeren (SURESH 1991) und amorphen Werkstoffen (SCHROEDER u. a. 2001) beobachtet werden, läßt sich der Elementarvorgang der Rißverlängerung im Stadium II für duktile kristalline Werkstoffe und insbesondere für Einkristalle genauer spezifizieren. Er wurde durch NEUMANN (1969) als irreversible Doppelgleitung in zwei symmetrischen kristallographischen Gleitebenen unter 45° zur Belastungsrichtung beschrieben. Die zunehmende Verfestigung in der primären Gleitebene führt jeweils zur Favorisierung einer zweiten

Gleitebene, so daß es zur alternierenden Betätigung beider Gleitebenen kommt. Das Inkrement der Rißverlängerung ergibt sich aus den an der Rißspitze hinterlassenen Gleitstufen, die Folge ist ein mikroskopisch zickzackförmiger Rißverlauf.

TOMKINS (1968) spezifizierte den Elementarvorgang der Rißverlängerung als (alternierende oder simultane) Dekohäsion an den inneren Kanten zweier unter $\sim 45^\circ$ zur Rißebebene geneigter Scherbänder. Die Breite der Schwingungstreifen ist durch den Scherbandabstand gegeben. Da es möglich ist, daß in einem Schwingenspiel statt eines auch kein oder mehrere Paare diskreter Scherbänder entstehen, ist anders als im Abstumpfungsmodell von LAIRD eine 1:1-Zuordnung zwischen Schwingenspielen und Schwingungstreifen hier nicht zwingend (TOMKINS 1996).

NIX und FLOWER (1982) beobachteten auf Ermüdungsbruchflächen in der Aluminiumlegierung 7010 T76 Spaltbruchfacetten zwischen benachbarten Schwingungstreifen und erklärten den Mechanismus der Rißverlängerung als alternierende Abfolge aus plastischem Abstumpfen und kristallographischem Spalten. Simulationen der Entwicklung der Versetzungsverteilung vor der Rißspitze (DESHPANDE u. a. 2002) stützen diesen Mechanismus. Sie zeigen die spontane Bildung von Gleitbändern mit einem Abstand von $\sim 0,15 \mu\text{m}$ und stellen damit gleichzeitig eine Erklärung für die beobachtete minimale Schwingungstreifenbreite dar.

Eine makroskopische Rißausbreitungsrate pro Schwingenspiel, die kleiner als die Breite der Schwingungstreifen ist, läßt sich mit dem Auftreten der Schwingungstreifen durch die Annahme einer schwingenspielweise unterbrochenen Rißausbreitung in Einklang bringen. Solche sprunghaften Rißausbreitungsereignisse wurden von DAVIDSON und LANKFORD (1992) im Rasterelektronenmikroskop mit Zusatz für zyklische Belastung beobachtet. Dieser Befund führt zwanglos auf das Erfordernis einer Schädigungsakkumulation bis zum Erreichen einer kritischen Schädigung. Dem Mechanismus nach kann der Prozeß als wiederholende Rißkeimbildung und Vereinigung mit dem Hauptriß interpretiert werden (McCLINTOCK 1967). Die Natur der Schädigung und die kritische Bedingung sind Gegenstand der Modellierung.

Neben den genannten Elementarvorgängen der zyklischen Rißverlängerung treten insbesondere bei höheren ΔK -Werten auch typische statische Bruchmoden auf, z.B. gebrochene spröde Zweitphasenteilchen, Anteile von interkristalliner Rißausbreitung und Porenkoaleszenz (SURESH 1991). Außerdem werden werkstoffabhängig in unterschiedlichem Maße Rißverzweigungen und der Spitze des Haupttrisses vorgelagerte Mikrorisse beobachtet (HAASE u. a. 2001a). Wie Bild 4.1 zeigt, können auch auf Nebenrißflächen Schwingungstreifen auftreten.

Es besteht Konsens, daß Ermüdungsrißfortschritt im oberen Paris-Bereich in jedem Zyklus stattfindet. Die Übereinstimmung gemessener Schwingungstreifenbreiten und makroskopischer Rißausbreitungsraten stützt diese Auffassung. Dagegen bestehen unterschiedliche Ansichten darüber, ob sich bei niedrigeren ΔK -Werten ein Bereich mit unterbrochener, sprunghafter Rißausbreitung anschließt (DAVIDSON und LANKFORD 1992, CHAN 1993), oder ob sich der Riß auch hier in jedem Zyklus verlängert. RIESELMOSER u. a. (1998) liefern Argumente, die auch bei einer zyklusweisen Rißausbreitung das Zustandekommen von Schwingungstreifen erklären, deren Breite größer als der Rißzuwachs pro Schwingenspiel ist.

4.2.2 Phänomenologische Beschreibung der Ermüdungsrißausbreitung

Bei zyklischer Belastung mit konstanter Spannungsamplitude kann die Rißverlängerung pro Schwingspiel da/dN im Bereich B mit der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK in Form einer Potenzgleichung korreliert werden (PARIS u. a. 1961):

$$\frac{da}{dN} = C(\Delta K)^m \quad (\text{meist } m \geq 2, \text{ duktile Werkstoffe: } 2 \lesssim m \lesssim 4) \quad (1.2)$$

Diese Darstellung hat weite Bestätigung und Verbreitung gefunden und kann als Standard betrachtet werden. SCHWALBE (1980) gibt für Aluminiumlegierungen im Mittel $m=3$ an. Alternativ läßt sich da/dN auch mit dem effektiven ΔK nach ELBER (1970), Gln. (4.1) und (4.2), mit dem effektiven Z-Integral (DOWLING und BEGLEY 1976, WÜTHRICH 1981) oder mit der zyklischen Rißspitzenöffnung $\Delta CTOD$ (McClintock 1997) verknüpfen. Diese Konzepte bringen Verbesserungen innerhalb der LEBM oder über die Grenzen der LEBM hinaus mit sich, haben sich aber in der routinemäßigen Anwendung, teils auf Grund von deutlich erhöhtem Aufwand oder von konzeptionellen Problemen, noch nicht breit durchgesetzt.

Speziell nach ELBER (1970) ist nicht ΔK selbst sondern nur eine verminderte Schwingbreite ΔK_{eff} des Spannungsintensitätsfaktors als rißtreibende „Kraft“ wirksam. Danach ergibt sich:

$$\frac{da}{dN} = C'(\Delta K_{\text{eff}})^{m'} \quad (4.1)$$

ELBER (1970) interpretierte die Verminderung der „rißtreibenden Kraft“ als eine Konsequenz des Rißschließeffects. Dieser Interpretation des effektiven ΔK -Wertes entspricht folgende analytische Darstellungsweise:

$$\Delta K_{\text{eff}} = U \Delta K \quad (4.2a)$$

mit

$$U = \begin{cases} \frac{K_{\text{max}} - K_{\text{op}}}{K_{\text{max}} - K_{\text{min}}} & \text{für } K_{\text{op}} \geq K_{\text{min}} \\ 1 & \text{für } K_{\text{op}} < K_{\text{min}} \end{cases} \quad (4.2b)$$

K_{op} ist derjenige K-Wert, bei dem sich die Rißufer gerade schließen bzw. öffnen. Schließlich schlug ELBER eine Methode zur Messung von K_{op} vor. Für die Aluminiumlegierung 2024 T3 (M(T)-Proben, Dicke 5 mm) fand ELBER (1971) die lineare Approximation:

$$U = 0,5 + 0,4R \quad (-0,1 < R < 0,7) \quad (4.2c)$$

Bei R handelt es sich um das Spannungsverhältnis $\frac{\sigma_{\text{min}}}{\sigma_{\text{max}}}$. Neben der Paris-Gleichung haben andere empirische Rißausbreitungsgleichungen auf ΔK -Basis Bedeutung erlangt, indem sie die Ausweitung des Gültigkeitsbereichs oder die Berücksichtigung zusätzlicher Einflußfaktoren gestatten. Die Forman-Gleichung (FORMAN u. a. 1967) beschreibt die Divergenz der Rißausbreitungsrate bei Annäherung an den kritischen Wert $\Delta K_c = (1-R)K_c$.

$$\frac{da}{dN} = \frac{C_F(\Delta K)^{m_F}}{\Delta K_c - \Delta K} \quad (4.3)$$

Diese Gleichung findet bei der Auslegung von Flugzeugkomponenten Verwendung. Sie enthält in Gestalt von ΔK_c eine Abhängigkeit vom Spannungsverhältnis R. Eine von PRIDDLE (1976) angegebene Gleichung berücksichtigt daneben auch die Existenz des Schwellenwertes ΔK_s :

$$\frac{da}{dN} = C_P \left(\frac{\Delta K - \Delta K_s}{\Delta K_c - \Delta K} \right)^{m_P} \quad (4.4)$$

Eine Gleichung mit expliziter Berücksichtigung der R-Abhängigkeit geht auf WALKER (1970) zurück. Auch Beschreibungsweisen mit ΔK und K_{max} als Belastungsparameter wurden vorgeschlagen (PARIS und ERDOGAN 1963, DONALD u. a. 1997). KUJAWSKI (2001) beobachtete für sechs Aluminiumlegierungen eine Korrelation der Rißausbreitungsraten bei Auftragung über dem Parameter $(\Delta K^+ K_{max})^{1/2}$, wobei ΔK^+ den Teil von ΔK mit $K > 0$ bezeichnet. Für $R > 0$ entspricht dieser Befund wegen $(\Delta K^+ K_{max})^{1/2} = (1-R)^{-1/2} \Delta K$ einer speziellen Form der R-Abhängigkeit. Die bisher aufgeführten Gleichungstypen sind Spezialfälle einer für Modellierungszwecke aufgestellten allgemeinen Rißausbreitungsgleichung (Programm ESACRACK, HÜBNER und PUSCH 2002).

COLLIPRIEST (1972) benutzte zur gleichzeitigen Erfassung der Bereiche A, B und C einen arctanh-Ansatz, der sich in folgende Form überführen läßt.

$$\ln \frac{da}{dN} = \ln \left(\frac{da}{dN} \right)_r + \ln \left[\left(\frac{K_c}{\Delta K_s} \right)^{m/2} \right] \cdot \operatorname{arctanh} \left[\frac{\ln \Delta K - \ln \Delta K_r}{\ln \sqrt{\Delta K_c / \Delta K_r}} \right] \quad (4.5)$$

Hierin bezeichnen $\Delta K_r = \sqrt{\Delta K_s \Delta K_c}$ und $(da/dN)_r = C \Delta K_r^m$. Bei C und m handelt es sich um Vorfaktor und Exponent der Paris-Gleichung, so daß Gl. (4.5) außer diesen als Parameter nur den Schwellenwert und den Instabilitätswert von ΔK enthält. COLLIPRIEST (1972) fand Gl. (4.5) über 7 Zehnerpotenzen der Rißausbreitungsrate bestätigt. Weitere Verallgemeinerungsmöglichkeiten wurden von JAREMA (1981) und kürzlich von NEWMAN (1998) und KOHOUT (1999) diskutiert. Der Schwellenwert ΔK_s in Gln. (4.4) und (4.5) kann weitgehend, aber nicht ganz mit dem Rißschließeffect erklärt werden. Deshalb verbleibt auch nach Darstellung der Rißausbreitung als Funktion von ΔK_{eff} noch ein verringerter Schwellenwert $\Delta K_{eff,S}$, woraus sich z. B. die Gleichung

$$\frac{da}{dN} = C'' (\Delta K_{eff} - \Delta K_{eff,S})^{m''} \quad (4.6)$$

ergibt (BEEVERS und CARLSSON 1986). Der Exponent m'' geht im Paris-Bereich unter rißschließeffectfreien Bedingungen in den Paris-Exponenten m über.

4.2.3 Werkstoffseitige Einflußfaktoren

Die Rißspitze eines Ermüdungsrißes ist in der plastischen Zone eingebettet und von stark verformtem Material umgeben. Es wäre deshalb auf den ersten Blick einleuchtend, wenn das Rißausbreitungsverhalten unterschiedlicher Werkstoffe in direktem Zusammenhang mit der Dehngrenze oder der Zugfestigkeit stünde. Im Gegensatz dazu erweist sich die Ermüdungsrißausbreitung als eher schwach festigkeitsabhängig (McClintock 1997). Vielmehr wurden die elastischen Eigenschaften und der Gleitcharakter als wichtige werkstoffseitige Einflußfaktoren identifiziert (siehe unten).

Von Fall zu Fall sind auch die Korngröße bzw. -form, die Textur sowie Art, Größe und Form von groben Zweitphasenteilchen bedeutsam. Bei den genannten Faktoren handelt es sich um intrinsische Einflüsse. Dagegen kann das Rißschließen, also die durch vorzeitigen Rißuferkontakt verursachte Absenkung der rißtreibenden "Kraft", als extrinsischer Einflußfaktor aufgefaßt werden. Zusätzlich können werkstoffseitige Faktoren auch in Kombination mit anderen Einflüssen wirksam werden. Hierzu zählen die Dehnungsbehinderung als gekoppelter Geometrie- (Dicken-) und Werkstoffeffekt sowie der werkstoffabhängige Umgebungseinfluß.

Es wurde frühzeitig erkannt, daß sich die Streuung der Rißausbreitungskurven verschiedener Werkstoffe im Paris-Bereich stark verringert, wenn da/dN über $\Delta K/E$ aufgetragen wird (PEARSON 1966, BATES und CLARK 1969, SPEIDEL 1981, siehe auch PARIS 1998). Dies ist offensichtlich die Folge einer ausgeprägten Abhängigkeit vom Elastizitätsmodul. Es ist zu vermuten, daß die Paris-Gleichung eigentlich die Gestalt

$$\frac{da}{dN} = C_E \left(\frac{\Delta K}{E} \right)^m \quad (4.7)$$

mit einem modifizierten Vorfaktor C_E hat. Gl. (4.7) deutet formal darauf hin, daß die Ermüdungsrißausbreitung durch das linear-elastische Verschiebungs- bzw. Dehnungsfeld der Rißspitze (Proportionalitätsfaktor $\Delta K/E$) bestimmt wird (PEARSON 1966, OHTA u. a. 1992). PETIT und MENDEZ (1996) belegen anhand umfangreicher Meßergebnisse, unter anderem für eine Anzahl von Aluminiumlegierungen, daß für die intrinsische Rißausbreitung im Stadium II in Vakuum $m=4$ gilt, d. h.:

$$\left(\frac{da}{dN} \right)_{inert} = C_i \left(\frac{\Delta K_{eff}}{E} \right)^4 \quad (4.8)$$

Bei einer Verallgemeinerung ist dennoch Vorsicht geboten, da andere Autoren (z. B. KIKUKAWA u. a. 1976, siehe TANAKA und MATSUOKA 1977) für mehrere Stähle und eine Aluminiumlegierung dennoch eine da/dN - ΔK_{eff} -Beziehung mit $m=2$ finden.

Grundsätzlich sind Legierungen mit planarer und solche mit welliger Gleitung zu unterscheiden. Wellige Gleitung zieht in der Tendenz eine homogene Gleitverteilung nach sich. Planare Gleitung führt in Verbindung mit Gleitebenenentfestigung zur Bevorzugung einer einmal gewählten Gleitebene und damit zu einer inhomogenen Gleitverteilung (WILLIAMS u. a. 1974, STARKE und WILLIAMS 1989). Legierungen mit planarer Gleitung und inhomogener Gleitverteilung können einerseits zu verstärkter Gleitversibilität (HORNBOGEN und ZUM GAHR 1976) sowie andererseits in Verbindung mit Gleitbanddekoäsion zu weiten Auslenkungen eines Ermüdungsrißes aus der kontinuumsmechanisch bestimmten Rißebe und zu ausgeprägtem rauheitsinduzierten Rißschließen (SURESH 1983, 1985) Anlaß geben. Beide Effekte resultieren tendenziell in niedrigeren Rißausbreitungsraten als bei homogener Gleitverteilung, wobei der Übergang fließend ist. Bei planarer Gleitung ist die Gleitlänge bedeutsam, die durch inkohärente Teilchen und die Korngröße begrenzt wird. Für die Gleitebenenentfestigung ist der Kohärenzgrad der Ausscheidungen maßgeblich.

Das bereits erwähnte ELBERSche Rißschließen wurde dem Mechanismus nach als plastizitätsinduziertes Rißschließen interpretiert (BUDIANSKY und HUTCHINSON 1978, NEWMAN 1984). Ursache ist die plastische Dehnung des Materials vor der Rißspitze, wodurch nach jedem Inkrement der Rißausbreitung gedehntes Material hinter der

vorgeschobenen Rißspitze zurückbleibt und so zu vorzeitigem Rißuferkontakt führt. Neben dem plastizitätsinduzierten Rißschließen sind auch rauheitsinduziertes (RITCHIE und SURESH 1981) und oxid- bzw. debrisinduziertes Rißschließen (SURESH u. a. 1981) identifiziert worden. Eine Ursachenkette, die zu exzessivem rauheitsinduzierten Rißschließen führen kann, wurde bereits genannt. Durch die Berücksichtigung des Rißschließeffects konnten eine Reihe von experimentellen Befunden zumindest qualitativ erklärt werden. Dazu gehören die R-Abhängigkeit der Ermüdungsrißausbreitung sowie Lastfolgeeffekte. Andererseits handelt es sich beim Rißschließen um einen graduellen, vorgeschichteabhängigen Prozeß, dessen eindeutige meßtechnische Erfassung problematisch ist. Die Berücksichtigung des Rißschließens bei der Auslegung von Flugzeugkomponenten ist nicht Stand der Technik und folgerichtig nicht Inhalt des Flugtauglichkeitsnachweises.

In dünnen Blechen (Dicke B) dreht sich mit zunehmender Rißlänge a der Riß aus der Ebene normal zur Belastungsrichtung heraus und verläuft für $a \gg B$ um 45° zur Seitenfläche geneigt (slant fracture). Dieser Übergang (flat-to-slant transition) ist mit einem Übergang der Beanspruchung von Mode I zu einem Mix aus Moden I und III verbunden. Ursache ist nach NEWMAN (1998) der Verlust der Dehnungsbehinderung in dünnen Blechen, wenn die Größe der zyklischen plastischen Zone mit zunehmender Rißlänge die Größenordnung der Blechdicke erreicht bzw. überschreitet. Der Werkstoffeinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung resultiert bei diesem Effekt aus der Rolle der zyklischen plastischen Zone, deren Größe von der zyklischen Dehngrenze des Werkstoffs abhängt.

Die Rißausbreitungsraten einiger Aluminiumlegierungen sind in 3,5%iger wäßriger NaCl-Lösung höher als in Laborluft (BOWEN 1977, WANHILL 1977, BATHIAS 1977, FORD 1979, MAGNIN 1996, TROCKELS u. a. 1996), wobei das Verhältnis der Rißausbreitungsraten in beiden Umgebungen von der Belastungsfrequenz und vom ΔK -Wert abhängt. Diese Art von Umgebungseinfluß ist in Aluminiumlegierung der 7000er Serie (Al-Zn-Mg) besonders stark, in 2000er Legierungen (Al-Cu) besonders schwach ausgeprägt. Die 6000er Aluminiumlegierungen (Al-Mg-Si) ähneln den 7000ern im Erscheinungsbild, weisen aber auch charakteristische Unterschiede auf, z. B. hinsichtlich der Anfälligkeit für Spannungsrißkorrosion oder der Ermüdungsrißausbreitung in destilliertem Wasser (ZOUHAR u. a. 2000, NOCKE u. a. 2000)

Die hier nur kurz aus phänomenologischer Sicht aufgezählten werkstoffseitigen Einflußfaktoren werden im Abschnitt 4.5 in Verbindung mit Modellierungsansätzen detaillierter besprochen.

4.3 Dimensionsanalyse und Skaleninvarianz

4.3.1 Infinite Skaleninvarianz

Ausgangspunkt ist eine angerissene Probe eines vorgegebenen Werkstoffs, die mit konstanter Spannungsamplitude belastet wird. Es wird angenommen, daß die Voraussetzungen des bruchmechanischen Ähnlichkeitsprinzips erfüllt sind. Zum Zeitpunkt "1" befindet sich die Probe im Zustand "1", der durch den zyklischen Spannungsintensitätsfaktor ΔK_1 und die mittlere Rißausbreitungsrate $(da/dN)_1$ charakterisiert ist. Zum willkürlichen (späteren) Zeitpunkt "2" befindet sich die Probe

im Zustand "2" ($\Delta K_2, (da/dN)_2$). Der "Abstand" des Zustandes "2" vom Zustand "1" ist werkstoffabhängig. Die Rißausbreitungsrate im Zustand "2" soll analytisch dargestellt werden. Dazu können zwei Strategien verfolgt werden. Im ersten Fall wird $(da/dN)_2$ als Funktion von ΔK_2 und eines nicht a priori bekannten Satzes von Werkstoffparametern (W_a, W_b, \dots) angesetzt. Diese Herangehensweise wird in den folgenden Abschnitten betrachtet.

Im zweiten Fall wird angenommen, daß $(da/dN)_2$ in der gleichen Weise von ΔK_2 abhängt wie $(da/dN)_1$ von ΔK_1 . Dies setzt voraus, daß zwischen den Zuständen "1" und "2" kein Mechanismenwechsel stattfindet, oder allgemeiner, daß es keine wesentliche charakteristische Größe der Dimension eines Spannungsintensitätsfaktors gibt. Sowohl ΔK_1 als auch ΔK_2 werden hierfür als hinreichend weit von ΔK_S und ΔK_C entfernt betrachtet. Die Werkstoffabhängigkeit wird dann durch den Ansatz

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_2 = f[\Delta K_2, \left(\frac{da}{dN}\right)_1, \Delta K_1]. \quad (4.9)$$

implizit erfaßt. Dimensionsanalyse führt auf die Darstellung

$$\frac{\left(\frac{da}{dN}\right)_2}{\left(\frac{da}{dN}\right)_1} = \Phi\left(\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1}\right) \quad (4.10)$$

Wie im dritten Abschnitt bei der Herleitung der Norton-Bailey- und der Hollomon-Gleichung gezeigt worden war, resultiert aus den bisherigen Annahmen bereits zwingend eine Abhängigkeit in Gestalt einer Potenzfunktion:

$$\frac{\frac{da}{dN}}{\left(\frac{da}{dN}\right)_{ref}} = \left(\frac{\Delta K}{\Delta K_{ref}}\right)^m \quad (4.11)$$

Dieses Ergebnis stellt keine neue Erkenntnis an sich dar, schärft aber den Blick für die Gültigkeitsvoraussetzung der Paris-Gleichung, die speziell in der Nichtexistenz wesentlicher charakteristischer Parameter der Dimension [K] besteht. Charakteristische Parameter K^* existieren sehr wohl, z. B. Größen der Form $EL^{1/2}$, $GL^{1/2}$ oder $R_e L^{1/2}$, wobei L eine charakteristische Länge bezeichnet. Der Kern der Aussage besteht darin, daß solche Größen unwesentlich sind,

- entweder weil sie außerhalb des physikalisch sinnvollen Bereichs liegen ($K^* < \Delta K_S$ oder $K^* > \Delta K_C$), wie z. B. $EB^{1/2} \sim 2800 \text{ MPa m}^{1/2}$ für Aluminiumlegierungen der Blechdicke $B=1,6 \text{ mm}$,
- oder weil für $\Delta K < K^*$ und $\Delta K > K^*$ in allen Details der gleiche Rißfortschrittsmechanismus abläuft,
- oder weil zwar im Detail unterschiedliche Mechanismen ablaufen, aber die Rißausbreitungsrate unabhängig vom Mechanismus durch äußere Zwänge bestimmt wird.

Der dritte Fall wird zunehmend wahrscheinlich, wenn die Vielfalt der zur Verfügung stehenden unterschiedlichen Mechanismen anwächst. Die Details verlieren dann gegenüber den Prinzipien der Auswahl konkreter Mechanismen an Bedeutung.

Für einen einzelnen Werkstoff kann ΔK_{ref} willkürlich gewählt werden. $(da/dN)_{ref}$ und m sind dann als Werkstoffparameter aufzufassen. Für eine Gruppe von Werkstoffen muß nach Abschnitt 2 zweckmäßigerweise derjenige Wert von ΔK als Referenzwert

gewählt werden, bei dem die Streuung der Rißausbreitungsraten minimal ist. Es wird dann zu überprüfen sein, ob diese Rißausbreitungsraten als übereinstimmend betrachtet werden können (also eine gemeinsame Gruppeneigenschaft darstellen), oder signifikant differieren. Auch bei der Ausarbeitung von Modellen zur Interpretation der Parameter der Paris-Gleichung ist zu unterscheiden zwischen Modellen, (a) die einen universellen Paris-Exponenten aber werkstoffabhängige Referenzwerte der Rißausbreitungsrate voraussagen, (b) die auf werkstoffabhängige Exponenten aber einen universellen Referenzwert der Rißausbreitungsrate führen (für die sich die Rißausbreitungsgeraden also in einem Punkt schneiden), (c) bei denen beide Werkstoffparameter variieren.

4.3.2 Finite Skaleninvarianz

Die Paris-Gleichung entspringt wie gezeigt formal dem Ansatz infiniter Skaleninvarianz hinsichtlich des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors, also u. a. je nach Sichtweise entweder der Mißachtung der Existenz von Schwellen- und Instabilitätswert oder der Beschränkung auf einen engen Bereich innerhalb dieser Grenzen, eben den Paris-Bereich. Das Konzept der finiten Skaleninvarianz (DUBRULLE 2000), das in Verbindung mit den Untersuchungen der vorliegenden Arbeit erstmalig auf das Phänomen der Ermüdungsrißausbreitung angewendet worden zu sein scheint (BERGNER 2002a), überwindet diese Einschränkung. Formale Anwendung der finiten Skaleninvarianz auf die Ermüdungsrißausbreitungskurve unter Berücksichtigung einer unteren (ΔK_S) und einer oberen (ΔK_C) Grenze des zyklischen Spannungsintensitätsfaktors ergibt nach Umformung der Lösung von DUBRULLE (2000) einen funktionalen Zusammenhang in Gestalt von Gl. (2.22a), der sich durch die spezielle Wahl des Bezugswertes von ΔK als geometrischer Mittelwert aus ΔK_S und ΔK_C in die Form von Gl. (2.22b) bringen läßt (siehe Abschnitt 2.2.3).

Der gewählte Bezugspunkt liegt für jeden Werkstoff mit Sicherheit im Paris-Bereich. Bestimmt man die logarithmische Ableitung von Gl. (2.22b) in diesem Punkt, erhält man einen Ausdruck für den Paris-Exponenten in Gestalt von Gl. (2.23).

$$m = \frac{4\delta}{\ln \frac{\Delta K_C}{\Delta K_S}} \quad (2.23)$$

Wenn man den Funktionsparameter δ als Konstante betrachtet, dann beschreibt Gl. (2.23) einen durch den Ansatz der finiten Skaleninvarianz bedingten, über ΔK_S und ΔK_C werkstoffabhängigen Paris-Exponenten.

4.3.3 Dimensionsanalyse bei bestimmter Selbstähnlichkeit

Eine umfassende Dimensionsanalyse einschließlich der Diskussion früherer dimensionsanalytischer Ansätze geht auf RICE (1967) zurück. Die Analyse ist auf den Fall bestimmter Selbstähnlichkeit beschränkt, woraus zwingend ein universeller Paris-Exponent resultiert. Von RICE (1967) werden insbesondere die Folgen der Relevanz (Folge: $m=4$) oder Irrelevanz (Folge: $m=2$) einer charakteristischen Länge diskutiert.

Eine Dimensionsanalyse für den Fall unbestimmter Selbstähnlichkeit bezüglich des Parameters ΔK wurde von BARENBLATT und BOTVINA (1981) durchgeführt.

Ausgangspunkt für die folgende Dimensionsanalyse ist die im Gültigkeitsbereich der LEBM auch für duktile Metalle gesicherte Tatsache, daß die Rißausbreitung durch ΔK gesteuert wird. Dabei ist es aus dimensionsanalytischer Sicht irrelevant, ob das nominelle, das effektive oder das in geeigneter Weise um einen Schwellenwert verminderte ΔK zu Grunde gelegt wird. Um die Folgen der sukzessiven Einbeziehung zusätzlicher Einflußgrößen deutlich zu machen, wird zunächst von bestimmter Selbstähnlichkeit und einem minimalen Satz von Einflußparametern ausgegangen, der dann sukzessive zu vergrößern ist.

Eine Abhängigkeit der Rißausbreitungsrate nur von ΔK ist schon allein aus Dimensionsgründen unmöglich. Es ist mindestens erforderlich, eine Einflußgröße der Dimension einer Spannung einzubeziehen. Wir berücksichtigen als solche zunächst den Elastizitätsmodul E , wobei man sich aus dimensionsanalytischer Sicht diesen gleichberechtigt durch den Schubmodul G ersetzt denken kann. Die Einbeziehung des Elastizitätsmoduls ist eine konsequente Umsetzung der dargestellten experimentellen Befunde und Erklärungsansätze, wonach sich die LEBM zur Beschreibung der Ermüdungsrißausbreitung als geeignet erwiesen hat und die Rißausbreitungskurven verschiedener duktiler metallischer Werkstoffe nahezu zusammenfallen, wenn sie über $\Delta K/E$ aufgetragen werden. Dies entspricht einer starken Abhängigkeit der Rißausbreitung vom Elastizitätsmodul, während ihre Abhängigkeit von der Dehngrenze wesentlich schwächer ist (McCLINTOCK 1997).

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, E) \quad (4.12)$$

Unter dieser einschränkenden Annahme erhält man $\Pi = (da/dN)/(\Delta K/E)^2 = \text{const}$, also:

$$\frac{da}{dN} = C_1 \left(\frac{\Delta K}{E}\right)^2 \quad \text{bzw.} \quad \frac{da}{dN} = C_1' \left(\frac{\Delta K}{G}\right)^2 \quad (4.13)$$

Berücksichtigt man in der Dimensionsanalyse neben E bzw. G dennoch auch die Dehngrenze R_p , so ergeben sich als dimensionsrichtige Varianten von Gl. (4.13):

$$\frac{da}{dN} = C_2 \left(\frac{\Delta K}{R_p}\right)^2 \quad (4.14)$$

sowie

$$\frac{da}{dN} = C_3 \frac{\Delta K^2}{ER_p} \quad (4.15)$$

Die durch den Klammerausdruck auf der rechten Seite von Gl. (4.13) definierten Größen von der Dimension einer Länge können als Krümmungsradius eines Griffith-Risses (FROST und DIXON 1967) bzw. als derjenige kritische Radius eines abgestumpften Risses, bei dem die Versetzungsemission abbricht (WEERTMAN 1997), interpretiert werden. In Gl. (4.14) besteht Proportionalität der rechten Seite mit der Abmessung der monotonen plastischen Zone. In Gl. (4.15) erfährt die rechte Seite die Interpretation einer Rißöffnungsverschiebung (DUGDALE 1960).

In Gln. (4.12) bis (4.15) war angenommen worden, daß es keine wesentliche charakteristische Größe der Dimension einer Länge gibt, die für die Rißausbreitung

relevant ist. Wenn man die Existenz einer solchen Größe L postuliert, dann ergibt die Dimensionsanalyse bei Berücksichtigung des Elastizitätsmoduls die dimensionslose Größe $\Pi = \frac{da/dN}{(\Delta K/E)^2}$ als Funktion des dimensionslosen Parameters $\Pi_1 = \frac{\Delta K}{E\sqrt{L}}$, also:

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{\Delta K}{E}\right)^2 \Phi_2\left(\frac{\Delta K}{E\sqrt{L}}\right) \quad (4.16)$$

Die Funktion Φ_2 kann allein aus Dimensionsgründen nicht weiter spezifiziert werden, so daß u. a. ein von 2 oder 4 abweichender Paris-Exponent möglich ist. Ersetzt man E durch die zyklische Dehngrenze, identifiziert L mit der Ersatzstrukturlänge d^* nach NEUBER (1985) und wählt Φ_2 als Potenzfunktion mit dem Exponenten 0,5, dann erhält man speziell die Rißausbreitungsgleichung von SÄHN (1997) mit $m=2,5$.

HERTZBERG (1993) und McCLINTOCK (1997) normieren aus Dimensionsgründen sowohl die Rißausbreitungsrate als auch $(\Delta K/E)^2$ auf die für kristalline Werkstoffe einzige zwanglos und allgemein verfügbare charakteristische Länge, den Burgers-Vektor b (die Gitterkonstante wird als äquivalent angesehen). Nach McCLINTOCK geben der folgende Referenzschwellenwert und die folgende Rißausbreitungsgleichung den breiten Trend für eine Vielzahl verschiedener Werkstoffe im Mittel am besten wieder:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{S,ref} = b \quad \Delta K_{S,ref} = E\sqrt{2b} \quad (4.17a)$$

$$\left(\frac{da}{bdN}\right)_{ref} = \left(\frac{\Delta K}{E\sqrt{2b}}\right)^{m \approx 3,5} \quad (4.17b)$$

Gl. (4.17b) ergibt sich ebenfalls als Spezialfall von Gl. (4.16). Der Nutzen dieser Gleichungen besteht nach McCLINTOCK (1997) vor allem in ihrer Eignung als Referenzgleichungen: Meßergebnisse, die diesen Gleichungen genügen, werden als normal (nicht weiter erklärungsbedürftig) angesehen, signifikante Abweichungen bedürfen der geschärften Aufmerksamkeit.

Nimmt man an, daß sich der Riß erst nach Akkumulation einer Schädigung zu einer kritischen Größe ausbreitet, dann sind zwei Größen dimensionsanalytisch zu charakterisieren: das Inkrement der Rißausbreitung Δa sowie die sich pro Schwingspiel akkumulierende mittlere Schädigung. Wir betrachten zunächst den Fall eines kritischen Schädigungsparameters der Dimension einer Länge, z. B. eine kritische akkumulierte plastische Verschiebung u^* (WEERTMAN 1978). Für Δa gilt bei Berücksichtigung von ΔK und E als Parameter eine der Gl. (4.13) analoge Beziehung:

$$\Delta a = C_4 \left(\frac{\Delta K}{E}\right)^2 \quad (4.18)$$

Für das i -te Inkrement Δu_i der sich pro Schwingspiel akkumulierenden plastischen Verschiebung wird analog angenommen, daß es über eine Funktion g_i durch das linear-elastische Verschiebungsfeld bestimmt wird:

$$\Delta u_i = g_i(\Delta K, E) = C_i \left(\frac{\Delta K}{E}\right)^2 \quad (4.19)$$

Rißausbreitung um Δa findet bei linearer Schadensakkumulation statt, wenn:

$$\sum_{i=1}^{\Delta N} \Delta u_i \approx \left(\frac{\Delta K}{E}\right)^2 \Delta N \bar{C} = u^*, \quad (4.20)$$

wobei der Strich über dem C den (evtl. gewichteten) Mittelwert der C_i -Werte über die ΔN Schwingspiele bezeichnet. Für die Rißausbreitungsrate ergibt sich folglich:

$$\frac{da}{dN} \approx \frac{\Delta a}{\Delta N} = C_6 \frac{\Delta K^4}{u^* E^4} \quad \text{bzw.} \quad \frac{da}{dN} = C'_6 \frac{\Delta K^4}{u^* G^4} \quad (4.21)$$

Das ist die von PETIT und HENAFF (1991) mit anderer Begründung vorgeschlagene und von PETIT und MENDEZ (1996) experimentell gestützte Interpretation der Paris-Gleichung, Gl. (4.8). Wenn man die Hypothese einer kritischen akkumulierten plastischen Verschiebung durch die Hypothese einer kritischen plastischen Dehnung ohne Berücksichtigung einer Größe der Dimension einer Länge ersetzt, dann ergibt sich auf oben ausgeführtem Wege zwingend ein Paris-Exponent von $m=2$.

Schließlich soll noch die Hypothese dimensionsanalytisch betrachtet werden, daß die zur Ermüdungsrißausbreitung führende Materialschädigung vor der Rißspitze durch den LCF-Vorgang beschrieben werden kann. Neben ΔK und E sind dann der Ermüdungsfestigkeitskoeffizient σ'_B , der Ermüdungsfestigkeitsexponent b , der Ermüdungsduktilitätskoeffizient ε'_B sowie der Ermüdungsduktilitätsexponent c gemäß Gln. (3.48) und (3.49) zu berücksichtigen. Dagegen sind die Konstanten k' und n' der Gl. (3.47) nicht erforderlich, da sie gemäß Gl. (3.50) durch die vorgenannten Größen ausgedrückt werden können.

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K, E, \sigma'_B, b, \varepsilon'_B, c) \quad (4.22)$$

Dimensionsanalyse ergibt:

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{\Delta K}{E}\right)^2 \Phi_3\left(\frac{\sigma'_B}{E}, \varepsilon'_B, b, c\right) \quad (4.23)$$

Die Auswahl der Einflußgrößen führt zwingend auf den Paris-Exponenten 2. Bei zusätzlicher Relevanz einer charakteristischen Größe der Dimension einer Länge (z. B. Abmessung der Bruchprozeßzone) sind dagegen von 2 abweichende Exponenten möglich, die über b und c auch vom Werkstoff abhängen können.

4.3.4 Dimensionsanalyse bei unbestimmter Selbstähnlichkeit

Nachfolgend soll in Anlehnung an BARENBLATT und BOTVINA (1981) die Dimensionsanalyse für die Ermüdungsrißausbreitung in Laborluft im Paris-Bereich ohne gravierende Einschränkungen durchgeführt werden. Als Ansatz dient:

$$\frac{da}{dN} = F(\Delta K, \Delta K_S, K_c, E, R_e, \theta, B, R) \quad (4.24)$$

Darin bezeichnen da/dN die Ermüdungsrißausbreitungsrate, ΔK die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors, ΔK_S den Schwellenwert von ΔK , K_c den kritischen Wert von K , E den Elastizitätsmodul (an dessen Stelle aus dimensionsanalytischer Sicht gleichberechtigt der Schubmodul G benutzt werden könnte), R_e die

Streckgrenze, θ einen Verfestigungsparameter der Einheit MPa, B die Probenbreite und R das Spannungsverhältnis. Es wird angenommen, daß die Rißausbreitungsrate nur indirekt über die Eigenschaften des Werkstoffs vom Werkstoffgefüge abhängt. Frequenz- und Zeitabhängigkeit werden ausgeschlossen (Laborluft). Im Unterschied zum Vorgehen von BARENBLATT und BOTVINA (1981) werden hier zusätzlich der Elastizitätsmodul E und der Verfestigungsparameter θ (siehe Abschnitt 3.2.1) berücksichtigt. Hinsichtlich der Werkstoffparameter K_c , R_e und θ wird im Rahmen der Dimensionsanalyse nicht zwischen zyklischen und monotonen Größen unterschieden.

Die primäre Einflußgröße ist ΔK . Um die Rißausbreitungsrate in eine dimensionslose Größe umzuformen, ist diese mit einer Länge zu normieren. In Übereinstimmung mit Gl. (4.12) wird dazu $(\Delta K/E)^2$ benutzt.

$$\frac{da}{dN} \left(\frac{\Delta K}{E} \right)^2 = \Phi \left(\frac{\Delta K}{K_c}, \frac{\Delta K_S}{K_c}, \frac{R_e \sqrt{B}}{K_c}, \frac{R_e}{E}, \frac{\theta}{R_e}, R \right) \quad (4.25)$$

Das zweite ($\sim 0,03$) und vierte ($\sim 0,005$) Argument der Funktion Φ sind immer klein, sie können verworfen werden. Auch das erste Argument ist im Paris-Bereich kleiner als 1. Würde man es verwerfen, erhielte man die Paris-Gleichung mit $m=2$:

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{\Delta K}{E} \right)^2 \Phi^* \left(\frac{R_e \sqrt{B}}{K_c}, \frac{\theta}{R_e}, R \right) \quad (4.26)$$

Im Gegensatz dazu werden für verschiedene Werkstoffe unterschiedliche Paris-Exponenten beobachtet (für Al-Legierungen $2 \lesssim m \lesssim 4$). Der nächste logische Schritt besteht somit in der Annahme (Ansatz) unbestimmter Selbstähnlichkeit bezüglich des Parameters $\Delta K/K_c$ (BARENBLATT und BOTVINA 1981):

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{\Delta K}{E} \right)^2 \left(\frac{\Delta K}{K_c} \right)^\zeta \Phi^{**} \left(\frac{R_e \sqrt{B}}{K_c}, \frac{\theta}{R_e}, R \right) \quad (4.27a)$$

wobei

$$\zeta = \Psi \left(\frac{R_e \sqrt{B}}{K_c}, \frac{\theta}{R_e}, R \right) \quad (4.27b)$$

Im Ergebnis beträgt der Paris-Exponent $m=2+\zeta$, wobei ζ von den gleichen Argumenten abhängt wie Φ^{**} , also vom Werkstoff (R_e , K_c , θ), von den Belastungsbedingungen (R) und von der Probengeometrie (B), aber voraussetzungsgemäß nicht von $\Delta K/K_c$. Die Abhängigkeit von der Probengeometrie (erster Parameter in der Argumentenliste von Ψ) wurde von BARENBLATT und BOTVINA (1981) durch Vergleich mit experimentellen Daten überprüft und bestätigt. Dieses Ergebnis berechtigt zu der Hoffnung, ausgehend von Gln. (4.27) auch den Werkstoffeinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung in Laborluft in Abhängigkeit vom nominellen ΔK , insbesondere auf den Paris-Exponenten m , besser beschreiben und verstehen zu können.

Eine mögliche Erklärung für das Auftreten von ΔK_c in der Parameterliste der Funktion Ψ in Gl. (4.27b) ist durch den Ansatz der finiten Skaleninvarianz gegeben. In der Tat beschreibt Gl. (2.23) einen inversen Zusammenhang zwischen m und ΔK_c . Gl. (2.23) beinhaltet gleichzeitig auch eine Beziehung zwischen m und ΔK_S . Die Möglichkeit eines solchen Zusammenhangs wäre aus Symmetriegründen auch in Gl. (4.27b) zu erwarten, wurde aber durch das Verwerfen des Parameters $\Delta K_S/K_c$ bei der Ableitung

von Gl. (4.26) aus Gl. (4.25) verschenkt. Die Rechtfertigung für diese Einschränkung beruht auf folgenden Befunden und experimentellen Gegebenheiten:

- Die Werkstoffabhängigkeit von ΔK_S (und insbesondere von $\Delta K_{S,eff}$) ist schwach (Gil Sevilliano 2001).
- Die vorliegende Arbeit konzentriert sich auf den oberen Paris-Bereich, was einer größeren Nähe zu ΔK_C als zu ΔK_S entspricht.
- Während ein vollständiger Satz gemessener K_{c0} -Werte vorliegt, wurde der Schwellenwert aus Gründen der Versuchszeit nur für ausgewählte Legierungen ermittelt, so daß sich hinsichtlich der Korrelation von m mit ΔK_S hier keine adäquate Überprüfungsmöglichkeit ergibt.

4.3.5 Dimensionsanalyse für umgebungsabhängige Rißausbreitung

Voraussetzung der Analyse sind folgende Annahmen:

- Die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK und die Schwingfrequenz f sind die einzigen variablen äußeren Einflußgrößen, d. h., Umgebungsbedingungen, Temperatur und Spannungsverhältnis sind konstant.
- Als werkstoffspezifische Einflußgröße geht der Elastizitätsmodul E ein.
- Der Umgebungseinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung wird durch genau einen Teilschritt einer Folge sich bedingender Schritte bestimmt („geschwindigkeitsbestimmender Schritt“ nach GANGLOFF und WEI 1977).

Für die folgende Analyse (BERGNER u. a. 2002a, BERGNER 2002b) erfolgt eine Beschränkung auf insgesamt drei potentielle geschwindigkeitsbestimmende Schritte, die durch je eine Größe charakterisiert werden, die a) die Dimension T^{-1} , b) die Dimension LT^{-1} und c) die Dimension L^2T^{-1} haben, wobei L die Dimension der Länge und T die Dimension der Zeit bezeichnen. In diesem Stadium können diese Größen optional zum Zwecke der besseren Anschaulichkeit mit der Bildungsrate q einer schädigenden Spezies (z. B. H-Atome), der mittleren Geschwindigkeit v der Dickenzunahme der Deckschicht und dem Diffusionskoeffizienten D der schädigenden Spezies im Metall identifiziert werden. Welcher der jeweils geschwindigkeitsbestimmende Schritt ist, hängt von ΔK und f ab und kann erst nachträglich durch Vergleich der jeweils resultierenden Rißausbreitungsraten entschieden werden.

a) Größe q der Dimension T^{-1} als charakteristische Größe des geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes:

Die funktionale Abhängigkeit der Rißausbreitungsrate im Umgebungsmedium $(da/dN)_u$ von der Rißausbreitungsrate unter Referenzbedingungen $(da/dN)_r$ und von den als wesentlich angenommenen Einflußgrößen lautet:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_u = f_a \left[\left(\frac{da}{dN}\right)_r, \Delta K, E, f, q \right] \quad (4.28)$$

Die Dimensionen der Einflußgrößen sind für ΔK : $ML^{-1/2}T^{-2}$, für E : $ML^{-1}T^{-2}$, für f : T^{-1} , für q ebenfalls T^{-1} (M...Dimension der Masse). Wir schreiben den Rißausbreitungsraten die Dimension LA^{-1} zu, wobei A im Sinne der erweiterten Dimensionsanalyse der künstlichen Dimension „Anzahl“ entspricht (KIENLE 1994). Dimensionsanalyse erfordert, daß der einzige realisierbare dimensionslose Funktionswert $\eta = \frac{(da/dN)_u}{(da/dN)_r}$ als Funktion dimensionsloser Potenzprodukte der Argumente darstellbar sein muß. Das einzige solche Produkt ist q/f :

$$\eta = \frac{\left(\frac{da}{dN}\right)_u}{\left(\frac{da}{dN}\right)_r} = \Phi_a\left(\frac{q}{f}\right) \quad (4.29)$$

Die weitreichende Konsequenz der vorliegenden Situation besteht darin, daß der Beschleunigungsfaktor η hier nur von dem Parameter q/f und insbesondere weder von ΔK noch von E (oder der Streckgrenze R_e) abhängen kann. Das bedeutet offensichtlich eine Parallelverschiebung der Ermüdungsrißausbreitungskurve für ein korrosives Medium im Vergleich zu der für das Referenzmedium. Unter den vorliegenden Annahmen („schädigend“) ist klar, daß der Wert von η mit steigender Bildungsrate q zunimmt. Nimmt man zusätzlich vereinfachend eine lineare Zunahme $\eta \sim q$ an, dann folgt wegen Gl. (4.29) zwingend eine Proportionalität von η mit f^{-1} :

$$\eta = C_a \frac{q}{f} \quad (4.30)$$

C_a ist ein dimensionsloser Zahlenfaktor. Gl. (4.30) beschreibt die Frequenz- und (nicht vorhandene) ΔK -Abhängigkeit des Beschleunigungsfaktors im Fall a).

b) Größe v der Dimension LT^{-1} als charakteristische Größe des geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes:

Als konkrete Realisierung einer solchen Größe stelle man sich die Geschwindigkeit v der Dickenzunahme der Deckschicht vor, wobei die sich aufbauende Deckschicht den Eintritt der schädigenden Spezies in das Metallgitter behindert.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_u = f_b \left[\left(\frac{da}{dN}\right)_r, \Delta K, E, f, v \right] \quad (4.31)$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{da}{dN}\right)_u}{\left(\frac{da}{dN}\right)_r} = \Phi_b(\Delta K^2 E^{-2} f v^{-1}) \quad (4.32)$$

Im Ergebnis der Dimensionsanalyse wurde die Abhängigkeit von vier Einflußgrößen auf eine Abhängigkeit von einer einzigen (!) Parameterkombination dieser vier Größen reduziert. Die zusätzliche, dimensionsanalytisch nicht erzwungene, aber plausible Annahme, daß sich der Beschleunigungsfaktor η umgekehrt proportional zu v verhält, führt auf folgende Frequenz- und ΔK -Abhängigkeit:

$$\eta = C_b \Delta K^2 E^{-2} f v^{-1} \quad (4.33)$$

c) Größe D der Dimension $L^2 T^{-1}$ als charakteristische Größe des geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes:

Eine konkrete Realisierung dieses Schrittes ist durch die Diffusion der schädigenden Spezies im Metallgitter mit dem Diffusionskoeffizienten D als charakteristische Größe gegeben (HOLROYD und HARDIE 1983).

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_u = f_c \left[\left(\frac{da}{dN}\right)_r, \Delta K, E, f, D \right] \quad (4.34)$$

$$\eta = \frac{\left(\frac{da}{dN}\right)_u}{\left(\frac{da}{dN}\right)_r} = \Phi_c(\Delta K^2 E^{-2} f^{1/2} D^{-1/2}) \quad (4.35)$$

Es wird erwartet, daß η mit wachsendem D ansteigt. Nimmt man Proportionalität von η mit dem mittleren Diffusionsweg $x \sim (D/f)^{1/2}$ pro Schwingenspiel an, so erhält man:

$$\eta = C_c \Delta K^{-2} E^2 f^{-1/2} D^{1/2} \quad (4.36)$$

Damit sind auch für diesen Fall die Abhängigkeiten von f und ΔK spezifiziert. Durch paarweisen Vergleich der Beschleunigungsfaktoren η gemäß Gln. (4.30), (4.33) und (4.36) kann der geschwindigkeitsbestimmende (d. h. der zum kleinsten Wert von η führende) Schritt für eine gegebene Parameterkombination von ΔK und f ermittelt werden. Diese Aufgabe wird im Abschnitt 4.5.5 gelöst.

4.3.6 Fazit der Dimensionsanalyse

Die Anwendung der Dimensionsanalyse auf die Ermüdungsrißausbreitung hat gezeigt, daß die Form der funktionalen Abhängigkeit der Rißausbreitungsrate von der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors aus Dimensionsgründen zwar eingeschränkt, aber nicht vollständig bestimmt ist. Unterschiedliche Annahmen in Verbindung mit der Dimensionsanalyse können zu unterschiedlichen Paris-Exponenten führen. Die entscheidenden Annahmen betreffen dabei die Fragen,

- ob die Rißausbreitung durch die momentane Belastung bestimmt wird oder auf Schädigungsakkumulation angewiesen ist,
- ob es eine wesentliche charakteristische Länge gibt oder nicht und
- ob bestimmte oder unbestimmte Selbstähnlichkeit hinsichtlich ΔK vorliegt.

Andererseits treten Konstellationen auf, bei denen unterschiedliche Annahmen zu gleichen Exponenten führen. In diesen Fällen läßt ein experimenteller Befund keine eindeutige Aussage über die Richtigkeit der einen oder der anderen Annahme zu.

Für die vorliegende Arbeit sind insbesondere die Umstände bedeutsam, die einen werkstoffabhängigen Paris-Exponenten nach sich ziehen:

- Der Ansatz der finiten Skaleninvarianz führt auf einen Paris-Exponenten, der über K_c (und ΔK_S) vom Werkstoff abhängt.
- Unabhängig von anderen Details ergibt sich die Möglichkeit (aber nicht die Notwendigkeit) eines werkstoffabhängigen Paris-Exponenten, wenn eine charakteristische Länge wesentlich ist.
- Für die intrinsische Rißausbreitung kann ein universeller Paris-Exponent gelten, während ein Werkstoffeinfluß allein von extrinsischen Effekten (Umgebungseinfluß, Rißschließen) herrührt.
- Der Befund werkstoffabhängiger Paris-Exponenten zwischen 2 und 4 könnte auch auf eine Form der Koexistenz zweier Mechanismen mit $m=2$ bzw. $m=4$ deuten.

Modelle, die von vornherein einen werkstoffabhängigen Paris-Exponenten implizieren, werden favourisiert. Der dritte und vierte Anstrich zeigen aber, daß Modelle, die einen universellen Paris-Exponenten nach sich ziehen, nicht von vornherein außer acht gelassen werden dürfen.

4.4 Modelle der Ermüdungsrißausbreitung

4.4.1 Überblick

Seit der Aufstellung der Paris-Gleichung hat es unzählige Versuche der physikalischen Interpretation von Vorfaktor und Exponent gegeben, die insgesamt viel zum Verständnis der Ermüdungsrißausbreitung beigetragen haben. Für Überblicke aus verschiedenen Dekaden sei beispielhaft auf RICE (1967), WEERTMAN (1978), SCHWALBE (1980), BAILON und ANTOLOVICH (1983), TIEN und SCHWARZKOPF (1987), DAVIDSON und LANKFORD (1992), SCHAPER (1997), ELLYIN (1997) sowie DESHPANDE u. a. (2002) verwiesen. Eine Klassifizierung bestehender Modelle ist problematisch, da nach verschiedenen Kriterien eingeteilt werden kann, u. a.:

- nach der Modellierungsebene in: atomistische, versetzungstheoretische, mikro-mechanische oder kontinuumsmechanische Modelle (Bild 4.2);
- nach dem Objekt der Modellierung in: Geometrie des Rißöffnungsprofils, Versetzungskonfiguration vor der Rißspitze, Betrachtung eines monoton gedehnten oder LCF-geschädigten Volumenelements vor der Rißspitze (Bilder 4.2 und 4.3);
- nach dem Mechanismus der Rißverlängerung in plastische Abstumpfung, irreversible Doppelgleitung, Scherbanddekohäsion, kristallographisches Spalten in Kombination mit plastischer Abstumpfung und wiederholte Rißkeimbildung;
- nach dem zur Rißverlängerung führenden Versagenskriterium in Überschreitung einer kritischen Spannung, Dehnung, akkumulierten Verschiebung oder plastischen Dehnungsenergie (Bild 4.3).

Im folgenden Überblick werden ohne Anspruch auf Vollständigkeit wesentliche Modellgruppen herausgearbeitet und einer vergleichenden Bewertung unterzogen.

4.4.2 COD-basierte Modelle

Die Modelle dieser Gruppe setzen für die Rißverlängerung den Mechanismus der alternierenden plastischen Abstumpfung bzw. Schärfung der Rißspitze voraus. Der Befund der Schwingungstreifen durch ZAPPE und WORDEN (1951), der Nachweis der Korrelation ihrer Breite mit der Rißausbreitungsrate durch FORSYTH und RYDER (1960) sowie der Prozeß der plastischen Abstumpfung nach LAIRD (1967), der auf Analysen des Rißprofils an Querschliffen (LAIRD und SMITH 1962) beruht, können als Ausgangspunkt der COD-basierten Modelle der Ermüdungsrißausbreitung angesehen werden. Das bloße Auftreten von Schwingungstreifen scheint die Gültigkeit der COD-basierten Modelle zu beweisen, wobei von einer 1:1-Zuordnung zwischen Schwingungstreifen und Schwingspielen ausgegangen wird. PELLOUX (1970) gelangt durch Bruchflächenanalysen zu dem Ergebnis, daß die Schwingungstreifenbreite Δa mit der halben Rißspitzenöffnung übereinstimmt.

$$\Delta a = 0,5(\text{CTOD}) \quad (4.37)$$

Diese Korrelation steht in Übereinstimmung mit dem Abstumpfungsmodell nach LAIRD (1967), wenn man selbstähnliche Rißprofile zu Grunde legt. Mit

$$\text{CTOD} = \lambda \frac{K^2}{ER_p} \quad (\lambda \sim 1) \quad (4.38)$$

(DUGDALE 1960) und $R=0$ erhält man die Beziehung:

$$\Delta a = \lambda \frac{(\Delta K)^2}{2ER_p} \quad (4.39)$$

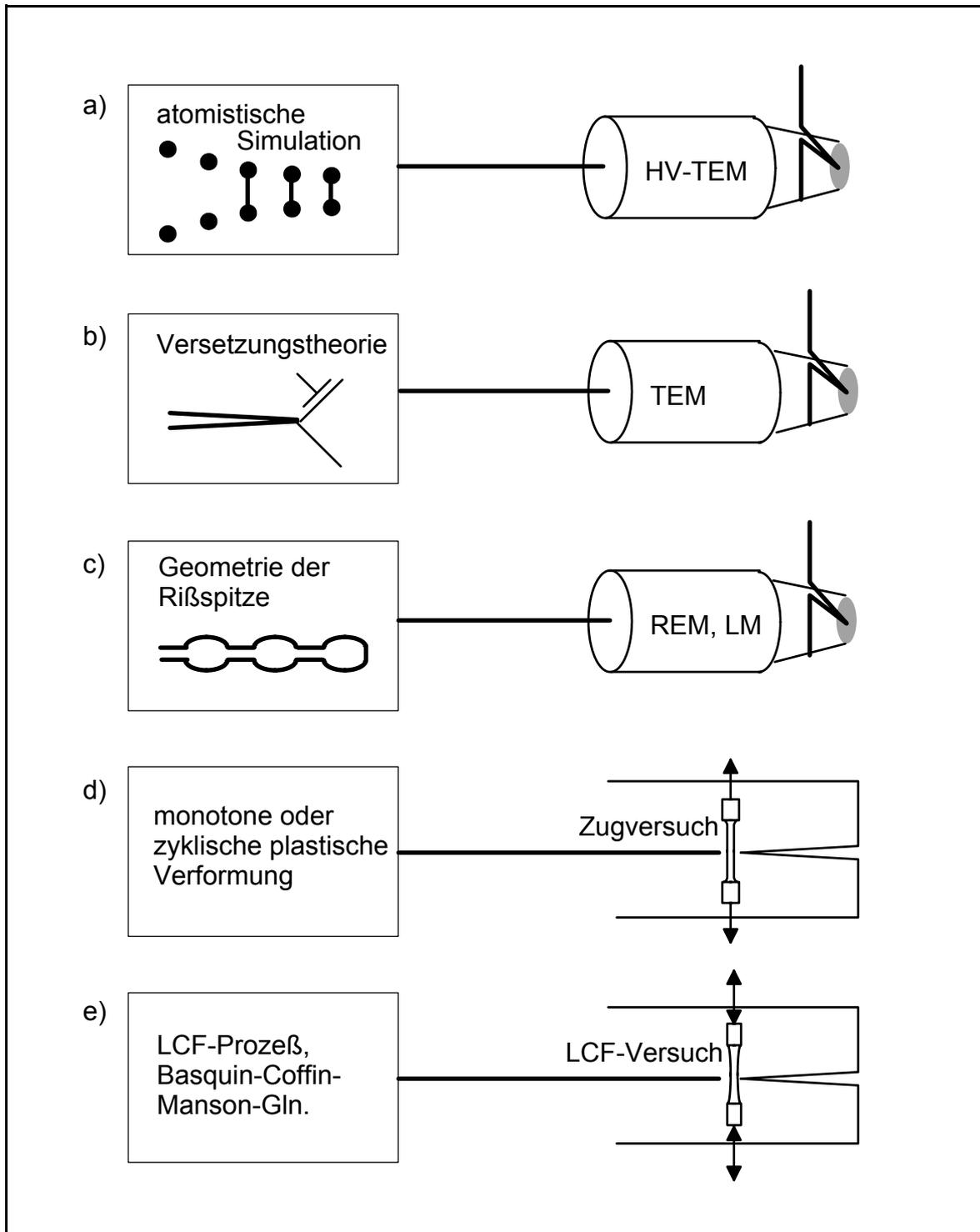


Bild 4.2 Modelle der Ermüdungsrißausbreitung in duktilen metallischen Werkstoffen auf unterschiedlichen Modellierungsebenen: a) atomistische Ebene, b) diskrete Versetzungen, c) Geometrie der Rißspitze, d) und e) kontinuumsmechanische Ebene.

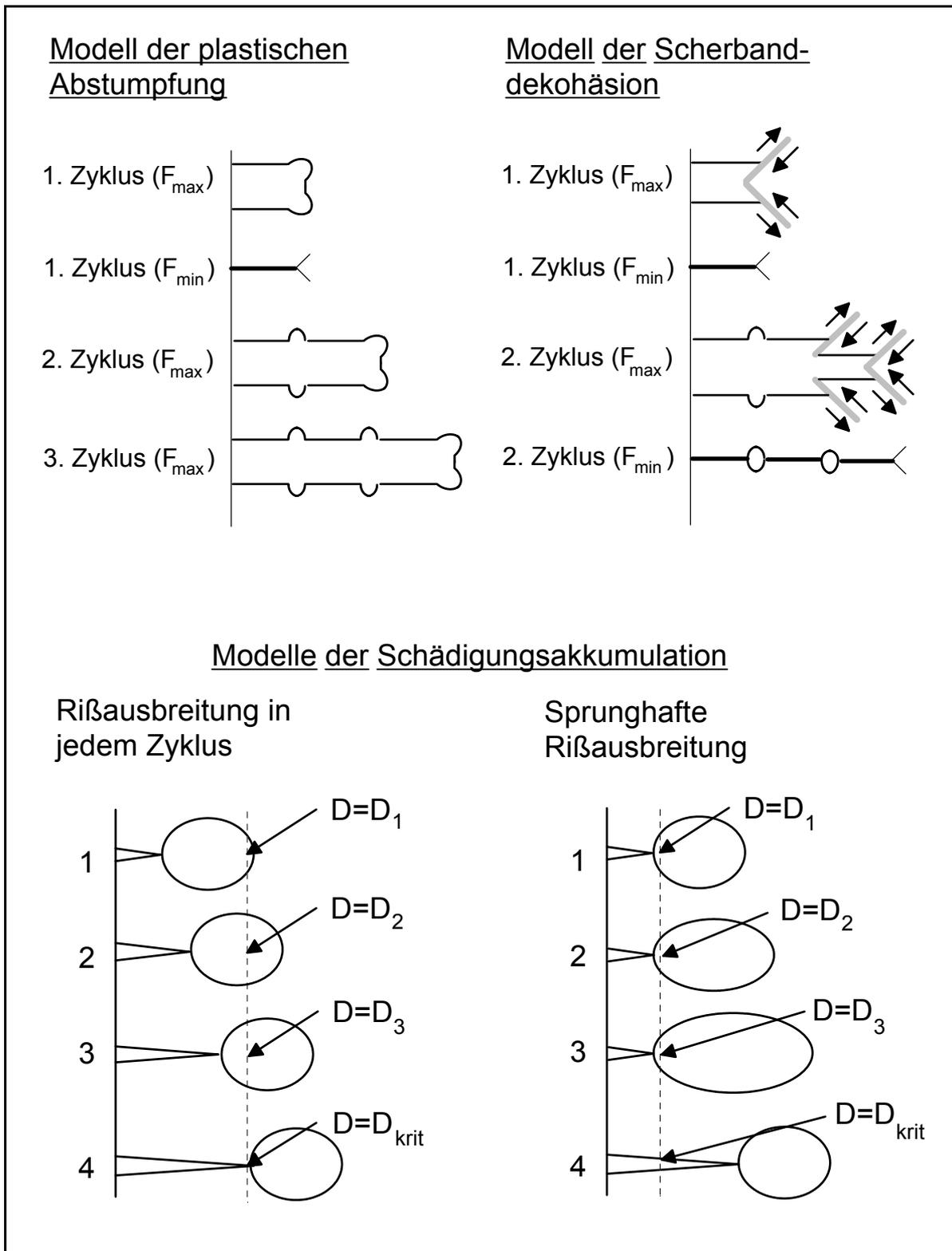


Bild 4.3 Modelle der Ermüdungsrißausbreitung in duktilen metallischen Werkstoffen nach dem Mechanismus der Rißverlängerung. Die Zahlen 1 bis 4 bezeichnen aufeinanderfolgende Zyklen, D ist ein Schädigungsparameter

Der Paris-Exponent 2 entspricht der Erwartung aufgrund der Dimensionsanalyse (Abschnitt 4.3.3). Zusätzlich liefert Gl. (4.39) eine grobe Abschätzung des Vorfaktors. Die Übertragung von Gl. (4.39) auf die makroskopische Rißausbreitungsrate unter der Annahme einer Rißausbreitung in jedem Schwingspiel steht aber im Widerspruch zu experimentellen Befunden:

- m ist meist größer als 2, häufig 4. Dies spricht entweder gegen das Modell an sich oder gegen die Detailannahme selbstähnlicher Rißprofile.
- In Verbindung damit kommt es über breitere ΔK -Bereiche notwendigerweise zu Abweichungen von bis zu mehreren Größenordnungen zwischen Rißausbreitungsraten gemäß Gl. (4.39) und Meßergebnissen.
- Es gibt Versuchsbedingungen, unter denen keine Schwingungstreifen auftreten, sowie lokale schwingungstreifenfreie Gebiete auf Bruchflächen.
- ΔK sollte mit E skalieren im Gegensatz zu Gl. (4.39). Auch die umgekehrte Proportionalität mit R_e wird experimentell nicht bestätigt.

RICE (1967) weist in diesem Zusammenhang darauf hin, daß die Schwingungstreifen nicht ursächlich mit der Ermüdungsrißausbreitung in Zusammenhang stehen müssen, sondern daß es sich dabei auch um eine Begleiterscheinung handeln kann.

4.4.3 Modelle auf der Basis einer kritischen akkumulierten Schädigung

Dem Mechanismus nach sind diese Modelle der wiederholten Rißkeimbildung zuzuordnen. Rißausbreitung kann, muß aber nicht in jedem Schwingspiel stattfinden (Bild 4.3). Varianten dieser Modellgruppe sind das Modell einer kritischen akkumulierten Verschiebung (WEERTMAN 1965), einer kritischen akkumulierten Hystereseenergie pro Einheit der Rißfläche (RICE 1967), einer kritischen akkumulierten Dehnung (TIEN und PURUSHOTHAMAN 1978, SÄHN 1997) sowie einer über eine charakteristische Länge (Bruchprozeßzone) akkumulierten kritischen Dehnung (McCLINTOCK 1963).

Als typischer Vertreter dieser Modellgruppe sei das Modell von RICE (1967) kurz umrissen: Die Schädigung eines Materialelements vor der Rißspitze setzt ein, wenn es erstmals in die plastische Zone (Ausdehnung r_{pl}) des sich ausbreitenden Risses eintritt, und führt zum Versagen des Materialelements (d. h. Rißausbreitung), wenn die akkumulierte Hystereseenergie pro Fläche einen kritischen Wert U^* erreicht. Die Schädigungsakkumulation wird durch eine Integration der Hystereseenergie pro Zyklus (\sim Produkt aus Dehngrenze und CTOD, siehe Gl. (4.38)) von 0 bis r_{pl} beschrieben. Die zuvor von RICE (1967) abgeschätzte Ausdehnung der plastischen Zone beträgt:

$$r_{pl} = \frac{\pi}{32} \left(\frac{\Delta K}{R_p} \right)^2 \quad (4.40)$$

Gleichsetzen dieses Integrals mit U^* führt auf eine Rißverlängerung, die der mittleren Ermüdungsrißausbreitung pro Zyklus entspricht:

$$\frac{da}{dN} = \frac{5\pi(1-\nu^2)}{96} \cdot \frac{\Delta K^4}{U^* E R_p^2} \quad (4.41)$$

ν bezeichnet die Poissonsche Konstante. Aus Dimensionsgründen (siehe Abschnitt 4.3.3) führen diese Modelle stets auf eine Potenzgleichung in ΔK , und zwar mit $m=4$,

wenn die kritische Schädigung eine Länge ist, bzw. $m=2$, wenn die kritische Größe dimensionslos ist und keine andere charakteristische Länge eingeht. Im Falle des Modells nach RICE (1967) ist die $m=4$ verursachende kritische Größe der Dimension einer Länge durch das Verhältnis U^*/R_p gegeben. Die Modellgruppe mit kritischer akkumulierter Schädigung der Dimension einer Länge wird von PETIT und HENAFF (1991) favourisiert und von PETIT und MENDEZ (1996) durch entsprechende experimentelle Ergebnisse für Stähle, Aluminium- und Titanlegierungen gestützt, wenn man im Gegensatz zu Gl. (4.41) ΔK wie in Gl. (4.21) auf E oder G normiert. Trotz dieser partiellen Bestätigung sind folgende Einwände gegen die Modelle mit kritischer akkumulierter Schädigung vorzubringen:

- Ein werkstoffabhängiger Paris-Exponent, wie in Laborluft über dem nominellen ΔK beobachtet, wird nicht vorausgesagt. Dies könnte mit den Ergebnissen von PETIT und MENDEZ (1996) durch die Hypothese in Einklang gebracht werden, daß die Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten allein auf Umgebungseinfluß und plastizitätsinduziertes Rißschließen zurückzuführen ist.
- ΔK sollte mit E skalieren im Gegensatz zu Gl. (4.41) und zu anderen Modellvarianten. Außerdem ist die Rißausbreitungsrate höchstens schwach von der Dehngrenze abhängig und nicht wie $1/R_p$ oder $1/R_p^2$. Die Argumente von PETIT und HENAFF (1991) und PETIT und MENDEZ (1996) für die Normierung auf E bzw. G sind empirischer Natur und stellen keine erschöpfende Erklärung des Befundes dar.
- Die kritischen Werte der akkumulierten Schädigung, z. B. u^* in Gl. (4.21) oder U^* in Gl. (4.41), lassen sich nur schwer messen oder mit Gefügeparametern in Verbindung bringen. FINE und DAVIDSON (1983) geben für Aluminiumlegierungen den weiten Bereich von $17 \text{ kJ/m}^2 < U^* < 5300 \text{ kJ/m}^2$ an, der "alles und nichts" erklärt.
- Durch sorgfältige Ausheilung der Ermüdungsschädigung vor der Rißspitze und nachfolgende Fortsetzung der unterbrochenen Rißausbreitungsversuche konnten GARRETT und KNOTT (1976) nachweisen, daß die Ermüdungsrißausbreitung durch den Momentanwert der Rißöffnung gesteuert wird und nicht auf die allmähliche Entwicklung einer Schädigung angewiesen ist.
- DAVIDSON und LANKFORD (1992) kommen zu dem Schluß, daß der Prozeß der Schädigungsakkumulation nicht auf die ganze (zyklische) plastische Zone ausgedehnt ist, wie in Gl. (4.41) vorausgesetzt, sondern nur auf einen Teilbereich, die schwer faßbare Bruchprozeßzone.

4.4.4 LCF-basierte Modelle

Die Verknüpfung der zyklischen plastischen Verformung vor der Rißspitze mit den LCF-Vorgängen in einer glatten Probe geht in Verbindung mit der Rißkeimbildung bereits auf McClintock (1963) und in Verbindung mit der Scherbanddekoheäsion auf TOMKINS (1968) zurück. Daraus ergibt sich, daß die Parameter der Coffin-Manson- und Basquin-Gleichung (siehe Abschnitt 3.3.3) als Einflußgrößen in der Rißausbreitungsgleichung auftreten, wie es in Gl. (4.22) bereits vorausgesetzt worden war. Nach Einschätzung von BAILON und ANTOLOVICH (1983) sind LCF-Modelle am besten geeignet, da sie im Vergleich zu anderen Modellen den Schädigungszustand vor der Rißspitze zutreffend beschreiben.

Ein typischer Vertreter dieser Modellgruppe ist das über einen längeren Zeitraum verfolgte und verfeinerte Modell von KUJAWSKI und ELLYIN (1984) (siehe auch ELLYIN 1986, ELLYIN 1997, LI u. a. 1998). In Anbetracht des letzten Kritikpunktes im vorigen

Abschnitt betrachten die Autoren die Materialschädigung in der Bruchprozeßzone (Abmessung δ^*). Es wird angenommen, daß Versagen eines Materialelements der Abmessung δ^* stattfindet, wenn die Hystereseenergie pro Zyklus und pro Volumeneinheit einen kritischen Wert überschreitet. Die hierzu erforderliche Schwingungszahl ΔN wird über die Coffin-Manson- und Basquin-Gleichung mit den Spannungs- und plastischen Dehnungsamplituden vor der Rißspitze in Verbindung gebracht. Diese Amplituden wiederum können vermöge des zyklischen HRR-Feldes durch ΔK ausgedrückt werden. Man erhält:

$$\frac{da}{dN} \approx \frac{\delta^*}{\Delta N} = 2\delta^* \left[\frac{\Delta K^2 - \Delta K_s^2}{4E\sigma'_B \varepsilon'_B \delta^* \psi(n')} \right]^{-\frac{1}{b+c}} \quad (4.42)$$

Hierin bezeichnet $\psi(n')$ eine Funktion des zyklischen Verfestigungsexponenten. Die kritische Hystereseenergie pro Zyklus und pro Volumeneinheit wird identifiziert mit

$$U_V^* = \frac{4(1-n')}{1+n'} \sigma'_B \varepsilon'_B, \quad (4.43)$$

sie taucht daher in Gl. (4.42) nicht explizit auf. Im Paris-Bereich, d. h. für $\Delta K \gg \Delta K_s$ folgt:

$$\frac{da}{dN} = 2\delta^* \left[\frac{\Delta K^2}{4E\sigma'_B \varepsilon'_B \delta^* \psi(n')} \right]^{-\frac{1}{b+c}} \quad (4.44)$$

Hieraus ergibt sich speziell für den Paris-Exponenten m:

$$m = -\frac{2}{b+c} \quad (4.45)$$

Wie die Dimensionsanalyse gezeigt hatte, resultiert die Möglichkeit eines über b und c werkstoffabhängigen Paris-Exponenten hier einzig aus der Postulierung der Ausdehnung der Bruchprozeßzone als materialcharakteristische Länge. ELLYIN (1997) konstatiert gute Übereinstimmung der Modellvoraussagen mit experimentellen Daten für drei Werkstoffe. Aus Gl. (4.45) folgt wegen Gln. (3.48) und (3.49) $2,1 \lesssim m \lesssim 4,5$, was in grober Übereinstimmung mit dem experimentell beobachteten Streubereich des Paris-Exponenten m steht.

Für eine kritische Bewertung des Modells sind folgende Gesichtspunkte in Betracht zu ziehen:

- Im Ausdruck für da/dN sollte ΔK mit E skalieren im Gegensatz zu Gl. (4.44).
- Die bereits erwähnten Experimente von GARRETT und KNOTT (1976) sprechen gegen das Modell.
- Die erforderlichen LCF-Parameter sind nur in begrenztem Maße verfügbar (BOLLER und SEEGER 1987, BÄUMEL und SEEGER 1990). Mehrfachangaben für nominell gleiche Werkstoffe widersprechen sich zum Teil ohne ersichtlichen Grund.
- Die Prozeßzonenabmessung δ^* ist nicht leicht zugänglich. ELLYIN (1997) diskutiert Korrelationen dieser Größe mit Gefügeparametern, wobei sich allerdings kein einheitliches Bild ergibt.
- Die in Abschnitt 3.3.3 aufgeführten analytischen Beziehungen und algebraischen sowie physikalischen Korrelationen zwischen den einzelnen LCF-Parametern behindern das Erkennen klarer Tendenzen. Gl. (4.44) enthält allein fünf LCF-Parameter. Eine etwa zur Diskussion stehende gezielte Werkstoffbehandlung zur

Variation eines Gefügeparameters wird sich nicht nur auf diesen isoliert auswirken, sondern auf alle Parameter in kompliziert zusammenhängender Weise. Die Gesamtwirkung auf den Vorfaktor C ist dann kaum noch sinnvoll vorauszusehen.

- Dies spiegelt sich auch in der Argumentation von CHAN (1993) und LI u. a. (1998) wieder, wonach die Gegenläufigkeit der Ermüdungsduktilitätsparameter und der Ermüdungsfestigkeitsparameter zu einer Aufhebung der Einflüsse in Gl. (4.44) führt und damit die zum Teil unerwartet schwache Abhängigkeit der Rißausbreitungsrate vom Werkstoffgefüge erklärt.
- Die Volumina der zyklischen plastischen Zone bzw. Bruchprozeßzone und einer Laborprobe zur Bestimmung der LCF-Parameter unterscheiden sich um viele Größenordnungen. Daraus resultieren Übertragbarkeitsprobleme.
- Einige Autoren (TIEN und PURUSHOTHAMAN 1978, LAIRD 1979) empfinden LCF-Modelle in dem Sinne als unbefriedigend, als sich damit ein Zirkelschluß verbindet. In der Tat können das LCF-Verhalten auf die Kurzrißausbreitung und die Langrißausbreitung auf das LCF-Verhalten zurückgeführt werden, so daß eine (noch nicht vollständig vorliegende) vereinheitlichte Theorie der Ermüdungsrißausbreitung langer und kurzer Risse den Schritt über das LCF-Verhalten ersparen würde.

4.4.5 Andere Modelle

TOMKINS (1968) geht auf Grund experimenteller Beobachtungen vom Mechanismus der Scherbanddekohäsion aus. Die Rißverlängerung in jedem Schwingspiel ergibt sich als Produkt aus plastischer Dehnung und Scherbandlänge, wobei sich die Scherbandlänge nach dem Strip-Yield-Modell von LEONOV und PANASYUK (1959) bzw. DUGDALE (1960) berechnen läßt. Dieser Ansatz führt nur unter bestimmten Bedingungen näherungsweise auf die Form der Paris-Gleichung.

SCHWALBE (1974) führt die Konstanten der Rißausbreitungsgleichung auf die Kennwerte des Zugversuchs zurück (vgl. Bild 4.2d), indem er Rißausbreitung über diejenige Länge ansetzt, über die das elastisch-plastische Dehnungsfeld vor der Rißspitze die wahre Bruchdehnung ε_{wb} überschreitet. Dieser Ansatz führt auf folgende Abschätzung der Rißausbreitungsrate:

$$\frac{da}{dN} = \frac{(1-2\nu)^2}{4\pi(1+n)R_p^2} \left(\frac{2R_p}{E\varepsilon_{wb}} \right)^{1+n} \Delta K^2 \quad (4.46)$$

Substitution von ΔK in Gl. (4.46) durch $(\Delta K - \Delta K_S)/(1 - K_{max}/K_c)$ führt formal zur Realisierung des Divergenzverhaltens in den Bereichen A und C (SCHWALBE 1974). ν bezeichnet die Poisson-Konstante. Einsetzen von $\nu=0,35$ (für Al-Legierungen) in Gl. (4.46) und Vernachlässigen des Verfestigungsexponenten (wegen $n < 1$) ergibt:

$$\frac{da}{dN} = 0,014 \frac{\Delta K^2}{R_p E \varepsilon_{wb}} \quad (4.47)$$

SCHWALBE (1974) beobachtet gute Übereinstimmung mit Meßergebnissen für eine Al-Zn-Mg-Cu-Legierung. Auch für eine Vielzahl von Zuständen von Al-Mg-Si-Legierungen wurde kürzlich tendenziell gute Übereinstimmung mit dem Vorfaktor gemäß Gl. (4.46) gefunden (HÜBNER u. a. 1999). Der Ansatz führt aus Dimensionsgründen

erwartungsgemäß auf $m=2$. Der Anstieg der Rißausbreitungskurve im Paris-Bereich wird nur formal durch die Werte von ΔK_s und ΔK_c beeinflusst. In Gl. (4.47) skaliert ΔK nicht wie E . Auch die inverse Korrelation der Rißausbreitungsrate mit R_p entspricht nicht dem breiten Trend der experimentellen Befunde.

WEERTMAN (1978, 1997) formuliert eine Rißausbreitungsbedingung auf der Basis der Konkurrenz zwischen Versetzungsemission und Spaltbruchbildung vor der Rißspitze in Anlehnung an das Modell von RICE und THOMSON (1974). Die Bedingung für Versetzungsemission hängt vom Krümmungsradius der sich im Lastanstieg abstumpfenden Rißspitze ab. Bei einem kritischen Krümmungsradius bricht die Versetzungsemission ab und Rißverlängerung setzt ein. Dieser Ansatz führt auf eine Gleichung der Form von Gl. (4.13) mit dem Schubmodul G . Das Modell erklärt die Skalierung mit $\Delta K/G$, aber nicht die Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten. Schon zuvor hatten FROST und DIXON (1967) ein Modell auf der Basis der Inglis-Lösung für einen elliptischen Hohlraum in einem elastischen Medium vorgeschlagen, das auf eine Skalierung mit $\Delta K/E$ bei $m=2$ gemäß Gl. (4.13) führt. Darin wurde angenommen, daß die Oberflächenzunahme des Hohlrums in der Lastanstiegsphase nach Lastabnahme als Rißverlängerung erhalten bleibt. Der Vorfaktor ergibt sich zu $C_1=8/\pi$ (POOK und FROST 1973).

4.4.6 Fazit der Modellbewertung

Keines der betrachteten Modelle führt auf eine Übereinstimmung der resultierenden Rißausbreitungsgleichung mit allen experimentellen Befunden. Die Modelle von Weertman (1978) sowie Frost und Dixon (1967) ziehen den Paris-Exponenten $m=2$ und das richtige Skalierungsverhalten von ΔK mit E nach sich. Das halbempirische Modell von PETIT und HENAFF (1991) ergibt $m=4$ und ebenfalls das richtige Skalierungsverhalten. Ein realistisches Modell, das sowohl einen werkstoffabhängigen Paris-Exponenten als auch die Skalierung von ΔK mit E richtig vorhersagt, fehlt bisher. Auffällig ist, daß die extremen Dehnungsgradienten vor der Rißspitze in den analysierten Modellen nicht explizit berücksichtigt werden. Lediglich fortschrittliche Simulationen der Entwicklung der Versetzungsverteilung vor der Rißspitze wie die von DESHPANDE u. a. (2002) beinhalten implizit solche Gradienten.

4.5 Modelle für ausgewählte Einflußfaktoren

4.5.1 Elastizitätsmodul

Der wichtigste werkstoffseitige Einflußfaktor auf die Ermüdungsrißausbreitung ist durch die elastischen Eigenschaften gegeben. In der Tat bedeutet der Befund näherungsweise übereinstimmender Rißausbreitungskurven unterschiedlicher Werkstoffe bei Auftragung über $\Delta K/E$, daß ein Unterschied im E -Modul um den Faktor 3 (wie zwischen Aluminiumlegierungen und Stahl) bei gegebenem ΔK -Wert einen Faktor 9 (für $m=2$) bis 81 (für $m=4$) in der Rißausbreitungsrate nach sich zieht, also Unterschiede von ein bis zwei Größenordnungen! Ob dabei der E -Modul oder ein anderer Modul (Schubmodul G , Kompressionsmodul K) die relevante elastische Konstante darstellt, läßt sich nicht entscheiden, solange sich die Poisson-Konstanten der Werkstoffe, für die Befunde vorliegen, nicht drastisch unterscheiden. Wenn man sich

dagegen auf Aluminiumlegierungen beschränkt und davon ausgeht, daß deren E-Modul unter Einbeziehung von Al-Li-Legierungen um bis zu 20% variieren kann, dann erwartet man maximale E-Modul-bedingte Unterschiede der Rißausbreitungsraten um einen Faktor 1,4 ($m=2$) bis 2 ($m=4$). Diese Unterschiede liegen nur wenig über typischen meß- und inhomogenitätsbedingten Streuungen, ob sie zu berücksichtigen sind, ist von Fall zu Fall zu entscheiden.

PARIS (1998) fordert dazu auf, die Skalierung mit E zu erklären, bevor (!) weitere Details der Ermüdungsrißausbreitung modelliert werden. Wie bereits erwähnt liegt kein Modell vor, das die starke Abhängigkeit vom E-Modul und andere Befunde (wie die Werkstoffabhängigkeit von m) gleichermaßen richtig wiedergibt. Der in dieser Hinsicht aussichtsreichste Ansatz geht auf PETIT und HENAFF (1991) zurück. Sie liefern eine allerdings phänomenologisch motivierte Erklärung für die Skalierung von ΔK mit E bei $m=4$. Sie stellen zunächst fest, daß in einer Gleichung vom Typ der Gl. (4.41) der Energieparameter mit dem Festigkeitsparameter korreliert ist, und interpretieren dann den Festigkeitsparameter als mit E korrelierte theoretische Festigkeit des Kristallgitters (siehe Tab. 3.1). Es wird nicht plausibel gemacht, warum die theoretische Festigkeit im Spannungsfeld vor der Rißspitze überschritten werden sollte. Eine solche Erklärung liefert jedoch nach Abschnitt 3.3.1 das auf der Basis der Plastizitätstheorie unter Berücksichtigung von Dehnungsgradienten berechnete Spannungsfeld des Risses.

4.5.2 Gleitcharakter

Der Gleitcharakter stellt nach HORNBOGEN und ZUM GAHR (1976) sowie STARKE und WILLIAMS (1989) in Verbindung mit der Gleitlänge einen weiteren wichtigen werkstoffseitigen Einflußfaktor auf die Ermüdungsrißausbreitung in duktilen kristallinen metallischen Werkstoffen dar. Sowohl die den Gleitcharakter bestimmenden Faktoren als auch die Art und Weise der Beeinflussung der Ermüdungsrißausbreitung durch den Gleitcharakter sind so komplex, daß sie derzeit kaum durch ein einzelnes Modell erfaßt werden können. Als Hauptursachen für die Neigung von Legierungen mit kohärenten Ausscheidungen zur Gleitlokalisierung sind die Abnahme der zu schneidenden Fläche pro Schneidvorgang (HORNBOGEN 1967) sowie die Bildung von Versetzungspaaren bei geordneten Ausscheidungen (GLEITER und HORNBOGEN 1965, GEROLD und KARNTHALER 1989) anzusehen. Infolge des Schneidvorgangs verringert sich der in der Gleitebene liegende Flächenanteil der Ausscheidungen, so daß eine in der gleichen Ebene nachfolgende Versetzung einen geringeren Widerstand zu überwinden hat (Entfestigung der Gleitebene). Bei geordneten Ausscheidungen kommt hinzu, daß eine Versetzung beim Schneiden einen Stapelfehler hinterläßt, der durch eine nachfolgende Versetzung in der gleichen Ebene wieder beseitigt wird. Aus diesem Grunde treten Versetzungen in ausscheidungsverfestigten Werkstoffen mit geordneten kohärenten Ausscheidungen paarweise auf und verstärken die Gleitebenenentfestigung. In der Literatur sind zwei Indikatoren für die Neigung zur Gleitlokalisierung vorgeschlagen worden: die Abnahme der Schubspannung pro Schneidvorgang (HORNBOGEN und ZUM GAHR 1976) sowie die Gesamtzahl N_V der Versetzungen, die eine mittlere kohärente Ausscheidung bis zu deren Trennung schneiden können (DUVA u. a. 1988). Die Analyse des Indikators N_V hat ergeben, daß die Neigung zur Gleitlokalisierung mit wachsender Teilchengröße zunimmt, solange Schneidbarkeit gegeben ist. Erst indem die Teilchen umgangen werden

müssen, wird die Gleitverteilung zunehmend homogener. Auch bei planarer Gleitung können sich die Versetzungen nicht unbegrenzt ausbreiten, sondern treffen auf Hindernisse wie Korngrenzen und inkohärente Teilchen, so daß sich Versetzungen an den Hindernissen aufstauen und die Gleitlänge begrenzt wird.

Es ist vielfach bestätigt worden, daß starke Gleitlokalisierung in Verbindung mit großen Gleitlängen zu einer Herabsetzung der Rißausbreitungsrate führt. Hierzu tragen unabhängig voneinander zwei Effekte bei (STARKE und WILLIAMS 1989):

- Während wellige Gleitung in hohem Maße irreversibel ist und bei Entlastung bestehen bleibt, ist planare Gleitung speziell in Vakuum teilweise reversibel, was der Rißausbreitung entgegenwirkt.
- Wenn der Riß wie bei der Scherbanddekohäsion über weite Strecken einer einzigen Gleitebene folgt, kommt es zu beträchtlichen Auslenkungen des Risses aus der durch die äußere Belastung vorgegebenen Rißebe. Neben der Rißablenkung selbst resultieren daraus eine hohe Rauheit der Rißflächen und in Verbindung mit einer Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung ausgeprägtes rauheitsinduziertes Rißschließen.

Die mit der Rißablenkung und dem rauheitsinduzierten Rißschließen verbundene Absenkung der Rißausbreitungsrate wird im Abschnitt 4.5.4 betrachtet.

4.5.3 Plastizitätsinduziertes Rißschließen

Für einen Überblick über Modelle des plastizitätsinduzierten Rißschließens wird auf NEWMAN (1998) verwiesen, der phänomenologische, analytische und numerische Modelle unterscheidet. Bei den phänomenologischen Modellen wird üblicherweise eine Funktion $U(R)$ durch Anpassung an R -abhängige Rißschließmessungen bestimmt. Ein Beispiel ist durch Gl. (4.2c) gegeben, weitere Beispiele wurden von SCHIJVE (1988) zusammengetragen. Die Gestalt und die Fitkonstanten der Funktion $U(R)$ sind werkstoffabhängig.

Eine Gruppe analytischer Modelle des plastizitätsinduzierten Rißschließens (SEEGER 1973, BUDIANSKY und HUTCHINSON 1978, GUO u. a. 1999) beruht auf dem Dugdale-Modell und bezieht sich auf dünne Bleche mit einer Dominanz des ebenen Spannungszustandes. Diese Modelle bestätigen grundlegend die Interpretation der Abminderung der effektiven Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors als Folge des plastizitätsinduzierten Rißschließens nach ELBER (1970). GUO u. a. (1999) erweitern das Dugdale-Modell so, daß auch die Einflüsse des Verfestigungsexponenten n und der Dreiachsigkeit des Spannungszustandes (bzw. der Dehnungsbehinderung) enthalten sind.

NEWMAN (1984) hat die Ergebnisse dreidimensionaler Finite-Elemente-Rechnungen zum Einfluß der Spannungsmehrachsigkeit in folgende analytische Form gebracht:

$$\Delta K_{\text{eff}} = \frac{1 - \sigma_{op}/\sigma_{\text{max}}}{1 - R} \Delta K \quad (4.48a)$$

wobei

$$\frac{\sigma_{op}}{\sigma_{max}} = \begin{cases} A_0 + A_1 R + A_2 R^2 + A_3 R^3 & \text{für } R \geq 0 \\ A_0 + A_1 R & \text{für } R < 0 \end{cases}, \quad (4.48b)$$

$$A_0 = \left(0,825 - 0,340 a_g + 0,050 a_g^2\right) \left[\cos\left(\frac{\pi \sigma_{max}}{2 R_p}\right)\right]^{\frac{1}{a_g}} \quad (4.48c)$$

$$A_1 = \left(0,415 - 0,071 a_g\right) \frac{\sigma_{max}}{R_p}, \quad (4.48d)$$

$$A_2 = 1 - A_0 - A_1 - A_3, \quad (4.48e)$$

$$A_3 = 2A_0 + A_1 - 1, \quad (4.48f)$$

σ_{op} und σ_{max} bezeichnen die Rißöffnungs- bzw. die Maximalspannung, R das Spannungsverhältnis. Der globale Constraint-Faktor α_g ist definiert als Verhältnis der Spannungen, bei denen im allgemeinen Spannungszustand bzw. im einachsigen Spannungszustand ($=R_p$) Fließen einsetzt. α_g nimmt im ebenen Dehnungszustand einen Wert nahe 3 und im ebenen Spannungszustand den Wert 1 an. Nach GUO u. a. (1999) kann der Übergang zwischen diesen Zuständen durch folgende Ausdrücke beschrieben werden:

$$a_g = f\left(\frac{r_{p0}}{B}\right) \quad (4.49a)$$

mit

$$f(x) = \frac{1+0,6378(\sqrt{x}+2x^2)}{1-2\nu+0,5402(\sqrt{x}+x^2)} \quad (4.49b)$$

r_{p0} und B bezeichnen die Abmessung der plastischen Zone bzw. die Blechdicke, ν die Poisson-Konstante. Das Dugdale-Modell ergibt:

$$r_{p0} = \frac{\pi}{8} \left(\frac{K_{max}}{R_p}\right)^2 \quad (4.49c)$$

In einem Versuch mit konstanter Spannungsamplitude und konstantem Spannungsverhältnis R sind alle Parameter in Gln. (4.48) konstant außer α_g , welches sich mit zunehmender Rißlänge dem Wert für den ebenen Spannungszustand annähert. Die Schnelligkeit dieser Annäherung ist mit Gln. (4.49) sowohl vom ΔK -Wert als auch von der Dehngrenze des Werkstoffs abhängig, so daß der Mehrachsigkeitseinfluß auf diesem Wege potentiell eine werkstoffabhängige Modifizierung des Paris-Exponenten bewirken kann (BERGNER u. a. 2001). Gln. (4.48) und (4.49) ermöglichen eine entsprechende Bewertung der eigenen Meßergebnisse.

Ein Effekt, der ebenfalls mit dem Verhältnis von Rißlänge und Blechdicke im Zusammenhang steht, ist der bereits erwähnte Flat-slant-Übergang. Nach VAN KRANENBURG u. a. (2002) ist die Ausbildung der Scherlippen in der Aluminiumlegierung AA 5083 (Blechdicke 8 mm) mit einer Verminderung des Anstiegs der Rißausbreitungskurve gekoppelt, die nicht (!) durch das plastizitätsinduzierte Rißschließen verursacht wird, wie erwartet werden könnte.

4.5.4 Rauheitsinduziertes Rißschließen

Ein geometrisches Modell für rauheitsinduziertes Rißschließen, das analytisch auswertbar ist, geht auf SURESH (1983, 1985) zurück. In diesem Modell wird der Rißverlauf als periodische Folge zickzack- oder trapezförmiger Ablenkungen idealisiert (Bild 4.4).

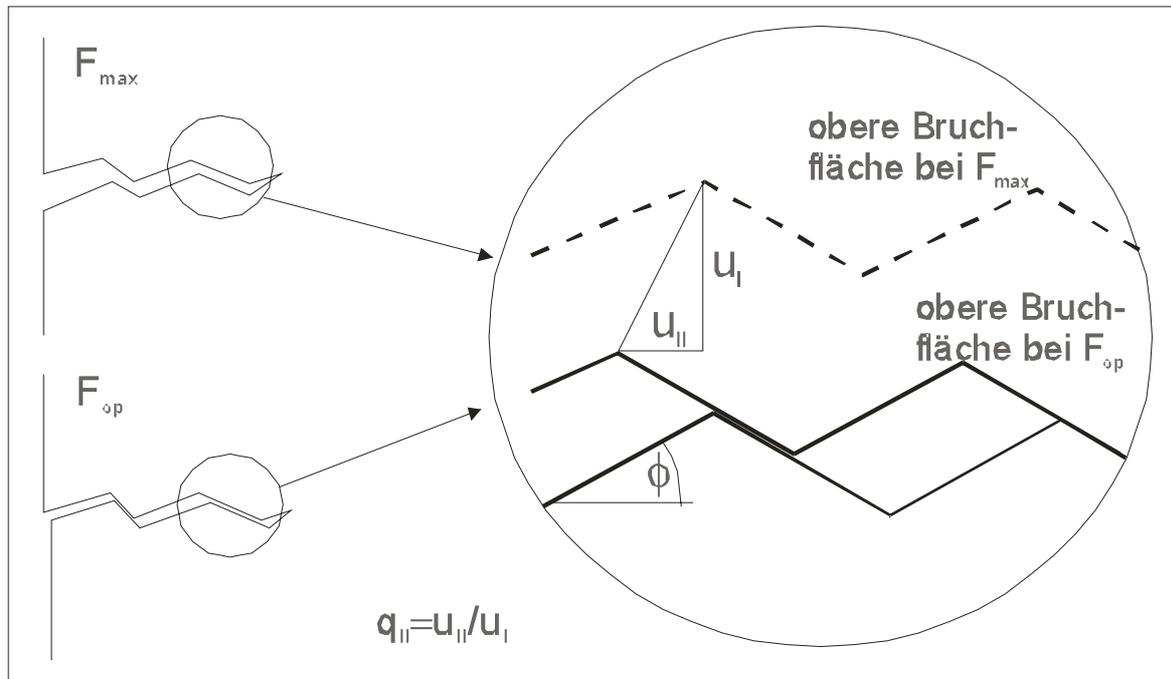


Bild 4.4 Idealisierter Verlauf der Rißflanken bei Maximalkraft und im Moment des Schließens bzw. Öffnens des Risses

Als wesentliche Modellparameter treten der Winkel ϕ der um $+\phi$ bzw. $-\phi$ geneigt verlaufenden Rißanteile ($0 \leq \phi \leq 90^\circ$), der relative Anteil D_ϕ der geneigt verlaufenden Rißanteile an der Gesamtrißlänge ($0 \leq D_\phi \leq 1$, im Bild nicht veranschaulicht) sowie das Verhältnis $q_{II} = u_{II}/u_I$ von Mode-II- zu Mode-I-Verschiebung bei der Rißöffnungskraft F_{op} relativ zur Maximalkraft F_{max} in Erscheinung. Eine solche Mode-II-Komponente resultiert aus der asymmetrischen Verformung und Rückfederung (Hysterese) des Materials vor der geneigten Rißspitze. Bild 4.5 belegt anhand einer raster-elektronenmikroskopischen Aufnahme das Auftreten einer bleibenden Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung sowie des daraus resultierenden rauheitsinduzierten Rißschließens in einer vollständig entlasteten rißbehafteten Probe mit moderater Rißablenkung.

Im Ergebnis der Modellauswertung identifiziert SURESH (1985) drei unabhängige Prozesse, die zu einer Absenkung der meßbaren Rißausbreitungsrate beitragen:

- die Absenkung infolge der Verkürzung der projizierten im Vergleich zur tatsächlichen Rißlänge,
- die Absenkung durch Verringerung der rißtreibenden "Kraft" infolge der Modifizierung des linear-elastischen Spannungsfeldes eines geneigten Risses

- und die Absenkung der Rißausbreitungsrate, die aus der Abschirmung des Rißspitzenfeldes durch vorzeitigen Rißuferkontakt resultiert.

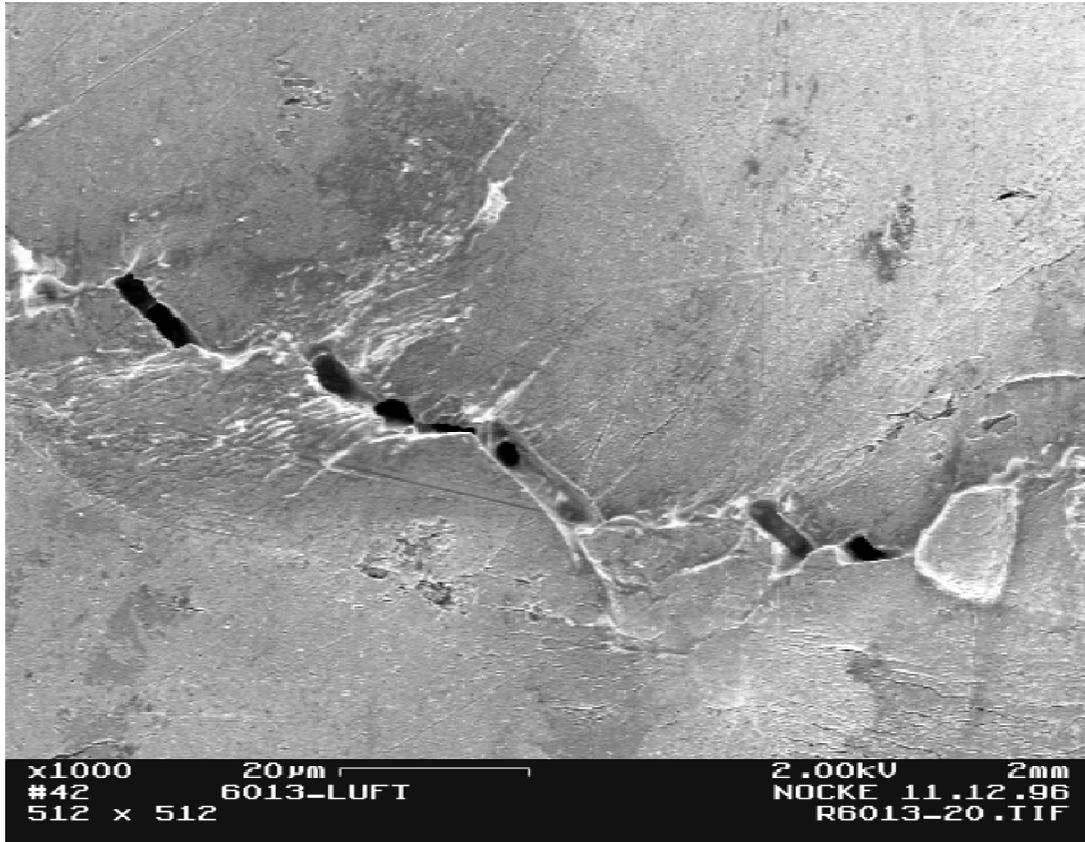


Bild 4.5 Rasterelektronenmikroskopische Aufnahme eines Risses im entlasteten Zustand mit sichtbarer Mode-II-Riöffnungverschiebung (Aufnahme: K. Nocke)

SURESH (1985) leitet Beziehungen für die Einzelwirkungen dieser drei Effekte ab, die sich als Abhängigkeiten zwischen ausschließlich dimensionslosen Größen darstellen lassen. Die resultierenden Formeln sind nachfolgend in modifizierter Form wiedergegeben:

- Für die scheinbare, als Projektion auf die Mode-I-Rißausbreitungsrichtung gemessene Rißausbreitungsrate eines periodisch abgelenkten Risses bezogen auf die Rißausbreitungsrate $(da/dN)_L$ eines geradlinigen Risses, der dem selben effektiven ΔK -Wert ausgesetzt ist:

$$\frac{da}{dN} = Q_1 = 1 - D_\phi(1 - \cos \phi) \quad (4.50)$$

- Für die infolge der Neigung des führenden Rißsegments verminderte Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK_1 bezogen auf die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK_i eines Risses gleicher projizierter Länge mit führendem Mode-I-Rißsegment:

$$\frac{\Delta K_1}{\Delta K_I} = Q_2 = 1 - D_\phi \sin^2 \frac{\phi}{2} \quad (4.51)$$

- Für die infolge des vorzeitigen Rißuferkontaktes verminderte Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors bezogen auf die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK_1 gemäß Gl. (4.51):

$$\frac{\Delta K_2}{\Delta K_1} = Q_3 = 1 - \sqrt{\frac{q_{II} \tan \phi}{1 + q_{II} \tan \phi}} \quad (4.52)$$

Nur der dritte Beitrag zur Retardation der Ermüdungsrißausbreitung bedarf zwingend der Anwesenheit einer irreversiblen Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung. Bei diesem Anteil handelt es sich um das eigentliche rauheitsinduzierte Rißschließen, wie es in einer Rißschließmessung neben Beiträgen anderer Rißschließmechanismen erfaßt wird. Wenn man nunmehr für einen realen Rißausbreitungsprozeß, der näherungsweise durch die geometrischen Parameter ϕ , D_ϕ und q_{II} beschrieben werden kann, einen Paris-Exponenten m beobachtet, dann gilt für das Verhältnis Q aus gemessener Rißausbreitungsrate $da/dN(\Delta K_I)$ und derjenigen Rißausbreitungsrate $(da/dN)_L'$, die man für einen geradlinigen Riß mit gleichem intrinsischen Rißausbreitungsverhalten beobachten würde:

$$Q = Q_1 \cdot (Q_2 \cdot Q_3)^m \quad (4.53)$$

In einem typischen Beispiel mit $\phi=30^\circ$, $D_\phi=0,5$, $q_{II}=0,5$ und $m_{ex}=3$ erhält man in Gl. (4.53) die Faktoren $Q_1=0,933$, $Q_2^m=0,903$ und $Q_3^m=0,146$ sowie deren Produkt $Q=0,123 \sim 1/8$, d. h., die Rißausbreitungsrate verringert sich infolge der periodischen Rißablenkung um den Faktor 8, wobei diese Retardation fast vollständig auf das eigentliche rauheitsinduzierte Rißschließen (Faktor Q_3^m) zurückzuführen ist. Hätte man stattdessen $q_{II}=0,05$ angenommen und die anderen Parameter beibehalten, so ergäben sich $Q_3^m=0,577$ sowie $Q=0,486 \sim 1/2$, d. h., die Rißausbreitungsrate verringerte sich infolge der periodischen Rißablenkung nur um den Faktor 2.

Gln. (4.50) bis (4.53) beschreiben Parallelverschiebungen der Rißausbreitungskurve in Richtung niedrigerer Rißausbreitungsraten und/oder höherer ΔK -Werte, aber keine Modifikation des Anstiegs. Eine solche Anstiegsänderung ergibt sich erst, wenn die Parameter in Gl. (4.53) selbst ΔK -abhängig sind. Beispielhaft wird der Sonderfall konstanter Werte von ϕ , D_ϕ und u_{II} sowie einer mit steigendem ΔK -Wert naturgemäß zunehmenden Verschiebungskomponente u_I betrachtet. Dann fällt q_{II} ab und der Faktor Q nähert sich im Grenzfall dem Wert 1 an. Dies entspricht einem infolge rauheitsinduzierten Rißschließens erhöhten Paris-Exponenten.

Obwohl das Modell von SURESH den zweidimensionalen Rißverlauf stark idealisiert wiedergibt und dreidimensionale Aspekte des Rißverlaufs sowie Wechselwirkungen mit dem plastizitätsinduzierten Rißschließen unberücksichtigt läßt, steht es in guter Übereinstimmung mit experimentellen Befunden (SURESH 1985, 1991). Ein fundiertes Verständnis und die Voraussage der Verschiebungskomponente u_{II} stellen nach SURESH eine Herausforderung dar. Es erscheint einleuchtend, daß Textur, anisotrope plastische Verformung und Gleitirreversibilität hierbei eine wichtige Rolle spielen sollten.

4.5.5 Umgebungseinfluß

Es ist im Rahmen der vorliegenden Arbeit nicht möglich und nicht zweckmäßig, alle mit der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung zusammenhängenden Details aufzuarbeiten. Hierzu wird auf die Literatur verwiesen (KAESCHE 1990, RIEDEL 1993, MAGNIN 1995). Dagegen erscheint es durchaus sinnvoll und der Thematik der Arbeit angemessen, von den mächtigen Werkzeugen Gebrauch zu machen, die sich aus dem Modell eines geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes in Verbindung mit der Anwendung der Dimensionsanalyse ergeben (BERGNER u. a. 2002a). Es wird sich zeigen, daß sich aus dieser Vorgehensweise ein neuartiger Voraussageansatz der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung sowie eine Systematisierungsmöglichkeit der komplexen experimentellen Befunde ergeben.

Als Grenzfälle der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung sind die (additive) Überlagerung der Ermüdungsrißausbreitung in inerter Umgebung mit der Spannungsrißkorrosion (Spannungskorrosionsermüdung) sowie die beschleunigte Ermüdungsrißausbreitung bei Abwesenheit von Spannungsrißkorrosion (wahre Korrosionsermüdung) zu unterscheiden (KAESCHE 1990). Über ein Beispiel, bei dem Spannungsrißkorrosion eindeutig als Ursache für die erhöhten Rißausbreitungsraten in NaCl-Lösung identifiziert werden konnte, wurde von SCHROEDER u. a. (1999) berichtet. Zu den grundlegenden Mechanismen der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung werden anodische Auflösung und Wasserstoffversprödung gezählt, wobei letztere einen Oberbegriff darstellt und z. B. wasserstoffinduzierte Herabsetzung der atomaren Bindungskräfte und wasserstoffinduzierte Verformungslokalisierung umfaßt (BIRNBAUM und SOFRONIS 1994).

Für Bedingungen, unter denen Spannungsrißkorrosion wirksam ist, liegen zwei Modelle der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung vor: das Superpositionsmodell (WEI und LANDES 1969) und das Konkurrenzmodell (AUSTEN und MCINTIRE 1979). Im Superpositionsmodell wird angenommen, daß sich der Ermüdungsrißfortschritt pro Schwingspiel additiv zusammensetzt aus dem Ermüdungsrißfortschritt pro Schwingspiel in inerter Umgebung und der Rißlängenzunahme infolge von Spannungsrißkorrosion in dem Teil eines Schwingungszyklus, während dessen der Schwellenwert K_{scc} für Spannungsrißkorrosion überschritten ist.

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_U = \left(\frac{da}{dN}\right)_i + \int_0^{1/f} \frac{da}{dt} [K(t)] dt \quad (4.54)$$

Bei bekanntem da/dt als Funktion von K für Spannungsrißkorrosion läßt sich die Integration ausführen, so daß man einen quantitativen Vergleich zwischen Modell und Messung durchführen kann. Wenn die Rißausbreitungsrate da/dt unabhängig vom K -Wert ist ($da/dt = [da/dt]_{scc}$), kann die Integration analytisch ausgeführt werden, und man erhält:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_U = \left(\frac{da}{dN}\right)_i + \frac{1}{\pi f} \left(\frac{da}{dt}\right)_{scc} \arccos\left(\frac{2K_{scc}}{\Delta K} - \frac{1+R}{1-R}\right) \quad (4.55)$$

Im Konkurrenzmodell wird dagegen angenommen, daß von beiden beteiligten Rißausbreitungsmechanismen nur der schnellere wirksam ist, während der langsamere keinen Beitrag zum Rißfortschritt leistet. Das entsprechende Modell lautet:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_U = \max \left[\left(\frac{da}{dN}\right)_i, \int_0^{1/f} \frac{da}{dt} [K(t)] dt \right] \quad (4.56)$$

Das Superpositionsmodell wurde durch additives Hinzufügen eines weiteren, von der Spannungsrißkorrosion unabhängigen Terms auf der rechten Seite von Gl. (4.54) modifiziert (WEI und GANGLOFF 1989). Es ist zu betonen, daß auch diese Modifikation die Gültigkeit des Superpositionsprinzips voraussetzt.

Der zweite, als wahre Korrosionsermüdung bezeichnete Grundtyp der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung liegt grundsätzlich immer dann vor, wenn Spannungsrißkorrosion unter monotoner Belastung bei einem Spannungsintensitätsfaktor K , der dem Wert von K_{\max} bei zyklischer Belastung entspricht, überhaupt nicht auftritt. Es erscheint dann sinnvoll, den Rißausbreitungsprozeß als Folge sich bedingender Teilschritte aufzufassen. Dabei kann es sich im Einzelfall um eine Vielzahl von Teilschritten handeln, von denen die Rißverlängerung nur der letzte ist und zu denen beispielsweise auch Schritte wie Wasserstoffbildung, -eintritt, -transport und -versprödungsreaktion gehören können. Die Aufgabe, die resultierende Rißausbreitungsrate vorauszusagen, ist wegen der Vielzahl der beteiligten Teilschritte außerordentlich schwierig, läßt sich aber durch Anwendung des Modells eines geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes nach GANGLOFF und WEI (1977) stark vereinfachen. Dieses Modell besagt, daß die resultierende Rißausbreitungsrate im Umgebungsmedium durch den langsamsten der Teilschritte bestimmt wird. Die Rißausbreitungsrate braucht dann nur als Funktion derjenigen Parameter angesetzt werden, die den jeweils wirksamen geschwindigkeitsbestimmenden Schritt charakterisieren. Für einzelne geschwindigkeitsbestimmende Schritte konnten auf diesem Weg analytische Ausdrücke für die Abhängigkeit der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung von den wesentlichen Einflußparametern abgeleitet werden (WEI und GANGLOFF 1989), z. B. für diffusionsgesteuerte umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung in einer gasförmigen Umgebung:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{cf} = A'_0 \sqrt{\frac{p_0 D}{f}} \Delta K^2 \quad (4.57)$$

p_0 bezeichnet den Gasdruck, D die Diffusionskonstante, f die Frequenz und $(da/dN)_{cf}$ den additiven Anteil der Ermüdungsrißausbreitung infolge von wahrer Korrosionsermüdung. Wie man überprüft, ist Gl. (4.57) nicht dimensionshomogen, d. h. die empirische Konstante A'_0 verbirgt Abhängigkeiten, die in Gl. (4.57) noch nicht enthalten sind.

Eine Reihe von Autoren (HOLROYD und HARDIE 1983, GREEN und KNOTT 1989, GINGELL und KING 1997, GASEM und GANGLOFF 2000) entwickelte ein Teilmodell für umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung in 7000er Aluminiumlegierungen in 3,5%iger NaCl-Lösung, in dem Korngrenzendiffusion als Transportmechanismus für Wasserstoff (und damit als potentieller geschwindigkeitsbestimmender Schritt) angenommen wird. Das beobachtete plateauartige Einmünden der "NaCl"-Kurve in die "Luft"-Kurve wird auf die Konkurrenz zwischen Rißverlängerung und Diffusionsweg pro Schwingspiel zurückgeführt. Für die Rißausbreitungsrate im Plateau ergibt sich eine Frequenzabhängigkeit wie $f^{1/2}$.

In Abschnitt 4.3.5 wurde (ebenfalls auf der Basis eines geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes nach WEI und GANGLOFF (1989)) eine alternative Herangehensweise gewählt, indem der mechanische Anteil und der Umgebungsanteil der Ermüdungsrißausbreitung als gekoppelt (also nicht additiv wie in Gl. (4.57)) angesehen werden. Das heißt, die umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung wird als Funktion der Rißausbreitungsrate im inerten Medium (oder in einem anderen geeigneten Referenzmedium) und weiterer Parameter angesetzt. Die Spezifizierung der Gestalt der funktionalen Abhängigkeit erfolgte unter der Annahme konkreter geschwindigkeitsbestimmender Schritte auf dimensionsanalytischem Wege. Aus zusätzlichen plausiblen Modellannahmen resultierten Gln. (4.30), (4.33) und (4.36).

Bisher wurde noch keine Aussage darüber getroffen, welcher Teilschritt aus einer Anzahl potentieller geschwindigkeitsbestimmender Schritte unter gegebenen Bedingungen tatsächlich die Rißausbreitungsrate bestimmt. Hierzu müssen bei vorgegebenen Werten von f und ΔK die aus Gln. (4.30), (4.33) und (4.36) resultierenden Werte des Umgebungsfaktors η bestimmt und miteinander verglichen werden. In einem f - ΔK -Diagramm ergeben sich die Grenzlinien zwischen Parameterbereichen, innerhalb derer ein konkreter Teilschritt der geschwindigkeitsbestimmende ist, durch paarweises Gleichsetzen der rechten Seiten dieser Gleichungen. Die resultierende graphische Darstellung entspricht einer Kartierung der geschwindigkeitsbestimmenden Teilschritte.

a) Vergleich von $\eta(q)$ mit $\eta(v)$

Die Gleichheit beider Beschleunigungsfaktoren definiert eine Abhängigkeit zwischen ΔK und f , die im f - ΔK -Diagramm einer Kurve entspricht:

$$C_a \frac{q}{f} = C_b \Delta K^2 E^{-2} f v^{-1} \quad (4.58)$$

$$\Delta K = C_{ab} f^{-1} \quad \text{mit} \quad C_{ab} = E \sqrt{\frac{C_a q v}{C_b}} \quad (4.59)$$

Im vorliegenden Fall handelt es sich um einen Hyperbelast. Diese Kurve trennt die Parameterbereiche, in denen jeweils q bzw. v die Rißausbreitungsrate bestimmen.

b) Vergleich von $\eta(q)$ mit $\eta(D)$

Die Trennlinie der Parameterbereiche, in denen q bzw. D die Rißausbreitungsrate bestimmt, ergibt sich aus der Gleichheit

$$C_a \frac{q}{f} = C_c \Delta K^{-2} E^2 f^{-1/2} D^{1/2} \quad (4.60)$$

Daraus resultiert die Kurvengleichung:

$$\Delta K = C_{ac} f^{1/4} \quad \text{mit} \quad C_{ac} = E \sqrt{\frac{C_c D^{1/2}}{C_a q}} \quad (4.61)$$

c) Vergleich von $\eta(v)$ mit $\eta(D)$

Aus

$$C_b \Delta K^2 E^{-2} f v^{-1} = C_c \Delta K^{-2} E^2 f^{-1/2} D^{1/2} \quad (4.62)$$

erhält man für die Trennlinie zwischen v- und D-gesteuertem Parameterbereich die Kurvengleichung:

$$\Delta K = C_{bc} f^{-3/8} \quad \text{mit} \quad C_{bc} = E \left(\frac{C_c v D^{1/2}}{C_b} \right)^{1/4} \quad (4.63)$$

Darüber hinaus sind entsprechend dem Konkurrenzmodell die q-, v- und D-gesteuerten Parameterbereiche durch Kurven begrenzt, die sich aus der Bedingung $\eta=1$ ergeben. Innerhalb dieser Teilbereiche wird eine Erhöhung der Rißausbreitungsrate durch die Wirkung des Umgebungsmediums beobachtet. Außerhalb dieses Gebietes müßte eine Verzögerung der Rißausbreitung im Vergleich zum Referenzmedium auftreten, was aber unter den vorliegenden Randbedingungen nie beobachtet wurde, so daß gemäß dem Konkurrenzmodell die Rißausbreitungsrate gleich der im Referenzmedium gesetzt werden kann.

d) Aus $\eta(q)=1$ ergibt sich

$$f = q C_a \quad (4.64)$$

e) Aus $\eta(v)=1$ ergibt sich

$$\Delta K = C_{b1} f^{-1/2} \quad \text{mit} \quad C_{b1} = E \left(\frac{C_b}{v} \right)^{-1/2} \quad (4.65)$$

f) Aus $\eta(D)=1$ ergibt sich

$$\Delta K = C_{c1} f^{-1/4} \quad \text{mit} \quad C_{c1} = E (C_c^2 D)^{1/4} \quad (4.66)$$

Insgesamt wurden damit 6 Bestimmungsgleichungen für die Trennlinien der q-, v- und D-gesteuerten Parameterbereiche untereinander und mit dem mechanisch dominierten Bereich (Rißausbreitung wie im Referenzmedium) im f - ΔK -Diagramm abgeleitet. Jede dieser Linien hat die Gestalt einer Potenzfunktion. Somit ergeben sich in doppelt-logarithmischer Darstellung Geradensegmente mit den jeweiligen Exponenten als Geradenanstieg.

Schließlich seien noch die Schnittpunkte der einzelnen Trennlinien bestimmt: Gleichsetzen von ΔK in a) und b) ergibt:

$$C_{ab} f^{-1} = C_{ac} f^{1/4} \quad (4.67)$$

$$f = \left(\frac{C_{ab}}{C_{ac}} \right)^{4/5} \quad \Delta K = C_{ab}^{1/5} C_{ac}^{4/5} \quad (4.68)$$

Gleichsetzen von ΔK in a) und c) ergibt:

$$C_{ab} f^{-1} = C_{bc} f^{-3/8} \quad (4.69)$$

$$f = \left(\frac{C_{ab}}{C_{bc}} \right)^{8/5} \quad \Delta K = C_{ab}^{-3/5} C_{bc}^{8/5} \quad (4.70)$$

Gleichsetzen von ΔK in b) und c) ergibt:

$$C_{ac}f^{1/4} = C_{bc}f^{-3/8} \quad (4.71)$$

$$f = \left(\frac{C_{bc}}{C_{ac}}\right)^{8/5} \quad \Delta K = C_{ac}^{3/5} C_{bc}^{2/5} \quad (4.72)$$

Durch Einsetzen von C_{ab} , C_{ac} und C_{bc} aus Gln. (4.59), (4.61) und (4.63) in Gln. (4.68), (4.70) und (4.72) bestätigt man, daß die Koordinaten $(f, \Delta K)$ der paarweisen Schnittpunkte koinzidieren und die des demnach gemeinsamen Schnittpunktes durch die folgenden Gleichungen gegeben sind:

$$f_N = \left[(C_a q)^4 \left(\frac{C_b}{v}\right)^{-2} (C_c^2 D)^{-1} \right]^{1/5} \quad (4.73)$$

$$\Delta K_N = E \left[(C_a q)^{-3} \left(\frac{C_b}{v}\right)^{-1} (C_c^2 D)^2 \right]^{1/10} \quad (4.74)$$

Bei f_N und ΔK_N handelt es sich um dasjenige Parameterpaar $(f, \Delta K)$, für das der Beschleunigungsfaktor (d. h. der Umgebungseinfluß) maximal ist. Es erweist sich als sinnvoll, Frequenz und ΔK -Werte auf diese Größen zu normieren, so daß der gemeinsame Schnittpunkt die Koordinaten $(1, 1)$ annimmt. Dadurch ist das normierte und logarithmierte f - ΔK -Diagramm, also das $\log(f/f_N)$ - $\log(\Delta K/\Delta K_N)$ -Diagramm, bis auf Ähnlichkeit vollständig bestimmt. Das Ähnlichkeitszentrum befindet sich im Schnittpunkt, dessen Koordinaten nach dem Logarithmieren die Werte $(0, 0)$ annehmen (Bild 4.6).

Der einzige verbliebene Freiheitsgrad ist eine Ähnlichkeitstransformation bzw. Streckung. Wir wählen den Streckungsfaktor derart, daß der Umgebungseinfluß mit steigender Frequenz bei $\log(f/f_N)=1$ verschwindet. Diese Wahl entspricht nach Gl. (4.64) einer Normierung sowohl der Abszissenwerte $\log(f/f_N)$ als auch der Ordinatenwerte $\log(\Delta K/\Delta K_N)$ auf $\log(qC_a/f_N)$. Anschaulich ist dies einer „Normierung der Größenordnung“ oder formal einer geeigneten Wahl der Basis des Logarithmus gleichbedeutend. In der Tat gilt $\log(f/f_N)/\log(qC_a/f_N)=\log_b(f/f_N)$ mit $b=qC_a/f_N$. Nach Umformung erhält man:

$$b = \frac{qC_a}{f_N} = \left[(C_a q) \left(\frac{C_b}{v}\right)^2 (C_c^2 D) \right]^{1/5} \quad (4.75)$$

Diese Normierung ist aber physikalisch nur sinnvoll, wenn $\log(qC_a/f_N)>0$, d. h., $qC_a/f_N>1$. Ist diese Größe kleiner oder gleich 1, dann wird überhaupt kein Umgebungseinfluß beobachtet. Da die Ähnlichkeit auch in der dritten Dimension (η) einer Darstellung $\eta=\eta(f, \Delta K)$ gilt, ist die Größe $b=qC_a/f_N$ nicht nur ein Maß für die Größe des Parameterfeldes, in dem ein Umgebungseinfluß beobachtet wird, sondern gleichzeitig für die Stärke des maximalen Umgebungseinflusses. Wie man sieht, setzt sich diese Größe aus drei Faktoren zusammen, von denen jeder nur durch genau einen der beteiligten Schritte bestimmt ist. Es genügt also das Verschwinden (oder die hinreichende Kleinheit) eines der drei Faktoren, um den Umgebungseinfluß ganz zu unterdrücken.

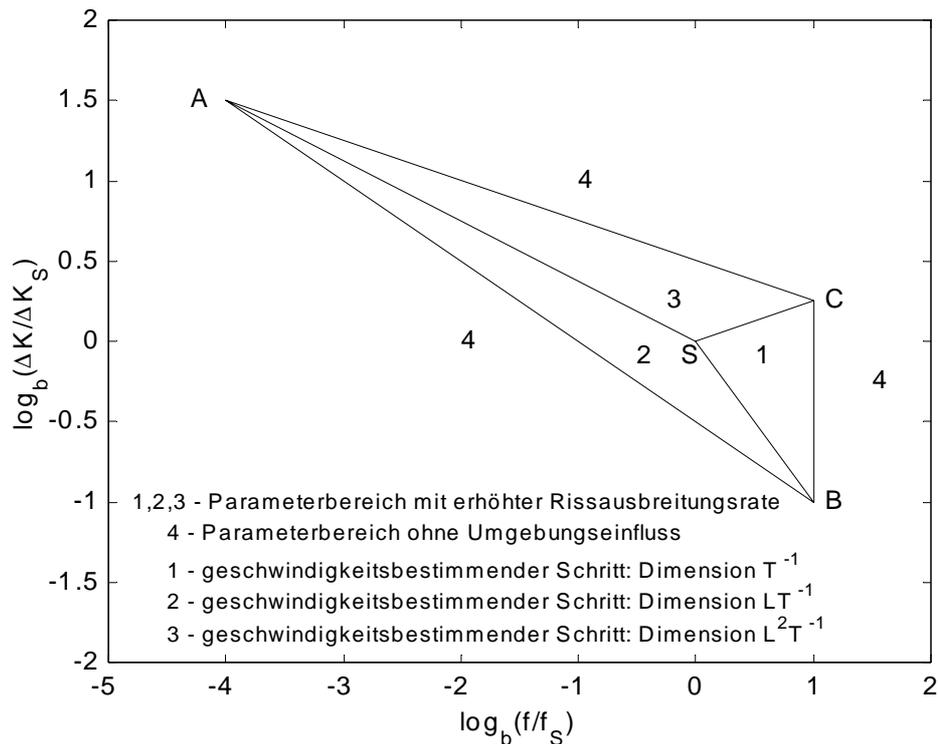


Bild 4.6 Karte der geschwindigkeitsbestimmenden Schritte der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung als Funktion der normierten Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors und der Frequenz

Bild 4.6 zeigt das Erscheinungsbild der einzelnen Parameterbereiche in der abgeleiteten universellen Form des Parameterdiagramms als $\log_b(f/f_N)$ - $\log_b(\Delta K/\Delta K_N)$ -Diagramm. Die Bestimmung der Größenordnungen der charakteristischen Größen der berücksichtigten geschwindigkeitsbestimmenden Teilschritte erfolgt in Abschnitt 6.2.5 durch Anpassung dieser "Karte" an Meßergebnisse für die Legierung 6013 T6.

Gln. (4.30) mit $\eta=\eta_a$, (4.33) mit $\eta=\eta_b$ und (4.36) mit $\eta=\eta_c$ bilden zusammen mit der Parameterkarte in Bild 4.6 ein stark vereinfachtes Modell der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung, das durch Bezugnahme auf die Rissausbreitungsrate $(da/dN)_r$ in einem geeigneten Referenzmedium wie folgt formuliert werden kann:

$$\left. \left(\frac{da}{dN} \right)_u = \begin{cases} \eta_a \cdot \left(\frac{da}{dN} \right)_r & \text{für } (f, \Delta K) \in \text{Parameterbereich 1} \\ \eta_b \cdot \left(\frac{da}{dN} \right)_r & \text{für } (f, \Delta K) \in \text{Parameterbereich 2} \\ \eta_c \cdot \left(\frac{da}{dN} \right)_r & \text{für } (f, \Delta K) \in \text{Parameterbereich 3} \\ \left(\frac{da}{dN} \right)_r & \text{für } (f, \Delta K) \in \text{Parameterbereich 4} \end{cases} \right\} \quad (4.76)$$

Gl. (4.76) gilt voraussetzungsgemäß nur unter der Annahme je eines geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes bei gleichzeitiger Bedeutungslosigkeit aller jeweils anderen Schritte. Deshalb ist das resultierende Modell nur in hinreichendem Abstand von den Grenzen der Parameterbereiche in Bild 4.6 anwendbar. In Abschnitt 2.1.2 war jedoch in Gestalt von Gl. (2.5d) ein empirisches Modell formuliert worden, das

die gleichzeitige Beteiligung mehrerer Schritte an der Begrenzung der Rißausbreitungsrate zu beschreiben vermag. Dieses Modell entspricht graphisch einer Verrundung der Kanten des Tetraeders, dessen Projektion Bild 4.6 darstellt. Eine entsprechende Verrundung der Innenkanten zum Parameterbereich 4 wird erreicht, indem man das Konkurrenzmodell gemäß Gl. (2.5b) durch das Superpositionsmodell gemäß Gl. (2.5a) ersetzt. Unter Einbeziehung der drei potentiellen geschwindigkeitsbestimmenden Schritte aus Abschnitt 4.3.5 erhält man (BERGNER 2002b):

$$\eta = 1 + \frac{1}{\frac{1}{\eta_a} + \frac{1}{\eta_b} + \frac{1}{\eta_c}} = 1 + \frac{1}{C_a^{-1} q^{-1} f + C_b^{-1} \Delta K^{-2} E^{2f-1} v + C_c^{-1} \Delta K^2 E^{-2f/2} D^{-1/2}} \quad (4.77a)$$

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_u = \eta \cdot \left(\frac{da}{dN}\right)_r \quad (4.77b)$$

Gln. (4.77) stellen ein ebenfalls stark vereinfachtes, aber dimensionsrichtiges und partiell begründetes empirisches Modell der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung dar, zu dessen Anwendung anders als in Gl. (4.76) nunmehr keine Fallunterscheidung erforderlich ist. Die beiden Versionen des vorliegenden Modellansatzes gemäß Gln. (4.76) und (4.77) lassen sich in naheliegender Weise auf eine erhöhte Anzahl oder modifizierte Natur der geschwindigkeitsbestimmenden Schritte erweitern.

4.6 Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent

Die Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent der Paris-Gleichung scheint erstmalig 1972 bemerkt worden zu sein (KITAGAWA 1972, HICKERSON und HERTZBERG 1972, siehe auch CORTIE 1991). Nach einem Vorschlag von NICCOLLS (1976) soll das Vorliegen dieser Korrelation eine Reduzierung der Zahl der Freiheitsgrade (von zwei in der Paris-Gleichung auf einen) erlauben. Dieser Vorschlag wurde von McCARTNEY und IRVING (1977) und später von CORTIE (1991) kritisch kommentiert, allerdings mit nur zum Teil stichhaltigen Argumenten, wie die vorliegende Arbeit zu verdeutlichen versucht. Weitere Erkenntnisse über die Natur der Korrelation gehen zurück auf:

- TANAKA und MATSUOKA (1977) zum Zusammenhang zwischen Neigung zur Schnittpunktbildung der Paris-Geraden und der Korrelation m -logC,
- BAILON u. a. (1977) und IOST (1991) zum Einfluß von R auf die m -logC-Beziehung,
- JAREMA (1981) zum Verschwinden der Korrelation, wenn ΔK auf $(\Delta K_s \Delta K_c)^{1/2}$ normiert wird,
- IOST und LESAGE (1990) zum Einfluß des Werkstoffs auf die m -logC-Beziehung,
- CAVALLINI und IACOVIELLO (1995) zur Normalverteilung von m und logC für Proben einer Legierung.

Darüber hinaus liegt eine Vielzahl von Arbeiten (darunter Lehrbücher) vor, in denen die Korrelation m -logC für verschiedene Werkstoffgruppen (zweifellos zutreffend) dokumentiert, aber nicht in ihrer Signifikanz bzw. praktischen Anwendbarkeit diskutiert wird (BLUMENAUER und PUSCH 1993, S. 160 und S. 178, SCHOTT 1997, S. 114, PUSCH und HÜBNER 1998, S. 60). Die Erwähnung und Diskussion aller Details würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen.

Ungeachtet dieser Erkenntnisse schwanken die Ansichten bis in die neueste Fachliteratur zwischen den beiden Extremen, die Korrelation trete zwar auf, dabei handele es sich aber um eine leere Aussage (CORTIE 1991, KOHOUT 1999) und, im

anderen Extrem, bei der Korrelation handele es sich um ein physikalisches Gesetz (TOTH und KRASOVSKY 1995). Bei KOHOUT beruht der vermeintliche Beweis, der auf Meßergebnisse von JAREMA (1981) zurückgreift, auf der irrtümlichen Annahme, die von JAREMA verwendete Maßeinheit für ΔK sei $\text{MPa m}^{1/2}$. JAREMA verwendet jedoch die Einheit $\text{Nmm}^{-3/2}$, wodurch die Argumentation zusammenbricht. Der vermeintliche Beweis der grundsätzlichen physikalischen Signifikanz bei TOTH und KRASOVSKY (1995) beruht auf der Fehlinterpretation des näherungsweise linearen Zusammenhangs zwischen m und $\log C$, der mit der Korrelation verbunden ist.

Nach den vorliegenden Ergebnissen genügt es nicht, den (meist hohen) Korrelationskoeffizienten und die Koordinaten des vermeintlichen Schnittpunktes der Paris-Geraden in doppelt-logarithmischer Darstellung anzugeben. Vielmehr kann über eine Neigung zur Schnittpunktbildung erst durch Vergleich der Streuung der Rißausbreitungsraten an der Stelle des vermeintlichen Schnittpunktes mit einem Vergleichsmaß entschieden werden. Bei diesem Vergleichsmaß kann es sich je nach Anwendung und Zielstellung um

- die meßbedingte Streuung der Rißausbreitungsraten,
- die durch die Materialinhomogenität bedingte Streuung,
- die für eine sinnvolle Lebensdauerabschätzung noch erträgliche Streuung (Anwendungsaspekt)

oder ähnliche Größen handeln.

Die Ausführungen im Abschnitt 2 bezogen sich auf die Korrelation zwischen Vorfaktoren und Exponenten als Satz von Realisierungen einer beliebigen Beziehung in Form einer Potenzgleichung. Aus den Ergebnissen können folgende Aussagen hinsichtlich der durch die Paris-Gleichung gegebenen speziellen Potenzgleichung abgeleitet werden:

- Das Auftreten der Korrelation m - $\log C$ ist algebraisch bedingt und kein physikalisches Gesetz an sich, es liegt letztendlich in der Skaleninvarianzeigenschaft der Potenzfunktion begründet.
- Die Korrelation ist durch Normierung der Potenzbasis auf einen geeigneten Wert unterdrückbar. Dieser Wert entspricht als Folge der Dualität von Punkt und Gerade dem Negativen des Anstiegs der m - $\log C$ -Ausgleichsgeraden.
- Über die Signifikanz der Neigung zur Schnittpunktbildung (eines Fokuspunktes) der Paris-Geraden für eine Gruppe von Werkstoffen unter vorgegebenen Bedingungen entscheidet die Reststreuung der Rißausbreitungsraten am Fokuspunkt.

Der Sachverhalt der Neigung gewisser Werkstoffgruppen zur Schnittpunktbildung ist werkstoffwissenschaftlich wie anwendungstechnisch bedeutsam. Wichtige Aspekte sind die Spezifizierung solcher Werkstoffgruppen (wie für das Kriechen durch BROWN und ASHBY 1980) und die Erfassung von Einflußfaktoren auf die Schnittpunktlage. Die Neigung zur Fokussierung der Rißausbreitungsraten und zur Gruppenbildung wird im experimentellen Teil der Arbeit für Aluminiumlegierungen detailliert untersucht und ausgenutzt.

5. Experimente

5.1 Plan und Abgrenzung

Das Ziel der Untersuchungen besteht in der Aufklärung der Werkstoffabhängigkeit der Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen mit Blick auf die Anwendung als Konstruktionswerkstoff in der zivilen Luftfahrt, speziell für den Rumpf von Verkehrsflugzeugen (siehe Abschnitt 4.1). Als Teilaspekt sollen die Möglichkeiten und Grenzen der Voraussage der Ermüdungsrißausbreitung im Paris-Bereich aus den Ergebnissen von Zugversuchen herausgearbeitet werden. Hierzu wird ein korrelativer Ansatz gewählt: Aufbauend auf physikalisch und dimensionsanalytisch begründeten Beschreibungsweisen der Fließkurve und der Ermüdungsrißausbreitungskurve wird eine Korrelationsanalyse der als wesentlich identifizierten experimentell bestimmten Werkstoffparameter durchgeführt. Dieses Vorgehen erfordert die Ermittlung der Spannungs-Dehnungs-Kurven und Ermüdungsrißausbreitungskurven für eine möglichst große Anzahl von Aluminiumlegierungen. Darüber hinaus wurden Versuche zur Charakterisierung des Rißschließens und der instabilen Rißausbreitung durchgeführt, da beide Phänomene in Verbindung mit der Interpretation der Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten eine Rolle spielen.

Im Institut für Werkstoffwissenschaft liegen umfangreiche, teilweise unveröffentlichte licht- und elektronenmikroskopische Gefügeanalysen vor. In der vorliegenden Arbeit wird das Gefüge der Werkstoffe jedoch nur exemplarisch (vornehmlich am Beispiel der Aluminiumlegierung 6013 T6) bzw. in verallgemeinerter Form auf der Grundlage der Fachliteratur dargestellt. Der Versuch, die Ergebnisse der Gefügeanalysen für alle Werkstoffe und in voller Komplexität zu berücksichtigen, würde den Charakter der Arbeit grundlegend verändern.

Durch die Wahl eines (wenn auch physikalisch fundierten) korrelativen Ansatzes steht von vornherein fest, daß die Übertragbarkeit einer Voraussage auf eine neue Legierung nicht gesichert ist, daß also selbst bei Vorliegen geeigneter Korrelationen auch in Zukunft nicht auf die Durchführung von Rißausbreitungsmessungen verzichtet werden kann. Der Wert solcher Zusammenhänge besteht über die Erklärung von grundlegenden Trends hinaus vielmehr darin, daß sie eine präzisierte Erwartungshaltung erzeugen. Es sind nicht die absoluten Rißausbreitungsraten selbst, sondern die Abweichungen von der Erwartung, die der Interpretation bedürfen.

Zum Rißschließen ist anzumerken, daß dessen Beitrag zum Werkstoffwiderstand gegen Ermüdungsrißausbreitung gegenwärtig noch nicht vollständig aufgeklärt ist (vgl. LANG 2000a, KUJAWSKI 2001). Das Rißschließen ist bisher auch nicht Bestandteil des Nachweises der Luftfahrttauglichkeit (NN, 2000a und b). Um eine Brücke zur gängigen Praxis zu schlagen, wurde eine Beschreibung der Ermüdungsrißausbreitung auf der Basis des nominellen (und nicht des auf Rißschließen korrigierten effektiven) ΔK -Wertes gewählt. Das Rißschließen ist bei der Interpretation der Ergebnisse selbstverständlich zu berücksichtigen. Es wäre ein anderer (und ebenfalls sinnvoller) Ansatz mit teilweise anderen Schwerpunkten, die Ermüdungsrißausbreitung von vornherein auf der Grundlage des effektiven ΔK -Wertes zu beschreiben. Dies würde, abgesehen von den erwähnten konzeptionellen Unsicherheiten, den Untersuchungsaufwand pro Werkstoffzustand deutlich erhöhen und demzufolge die Breite der Werkstoffbasis zwingend einschränken.

Der schwellenwertnahe Bereich der Rißausbreitungskurve wurde nur für wenige ausgewählte Legierungen erfaßt. Er wurde insbesondere deshalb nicht in größerer Breite ins Untersuchungsprogramm aufgenommen, weil er einerseits im Rahmen des Damage-Toleranz-Konzeptes im Flugzeugbau eine untergeordnete Rolle spielt und andererseits umfangreiche Datensammlungen verfügbar sind (TAYLOR und JIANCHUN 1993). Außerdem würde auch hier die sprunghaft erhöhte Versuchsdauer Abstriche an der Breite der Werkstoffbasis nach sich ziehen.

Das Verhalten kurzer Risse wurde aus den Untersuchungen vollständig ausgeklammert, da kurze Risse nach dem Stand der Technik der zerstörungsfreien Prüfung ganzer Flugzeugkomponenten nicht sicher auffindbar und konsequenterweise nicht Gegenstand der Auslegungsvorschriften für Flugzeugkomponenten sind. Zum ebenfalls ausgeklammerten und zweifellos wichtigen Thema der Ermüdungsrißausbreitung unter Lastfolgen wird geltend gemacht, daß die Werkstoffe der Außenhaut des Flugzeugrumpfes näherungsweise konstanten Amplituden, bestimmt durch den zyklischen Auf- und Abbau des Innendrucks, ausgesetzt sind.

5.2 Werkstoffe und Proben

5.2.1 Werkstoffauswahl

Die Werkstoffauswahl erfolgte größtenteils aus Beständen laufender Entwicklungsprogramme der Airbus GmbH Bremen. Neben Aluminiumlegierungen, die traditionell im Flugzeugbau eingesetzt werden oder die Kandidaten für einen derartigen Einsatz sind bzw. waren, wurden auch kommerzielle Aluminiumlegierungen, die die Werkstoffgruppe sinnvoll abrunden, in die Untersuchungen einbezogen. Um den Werkstoffeinfluß deutlich herausarbeiten zu können und den Schwerpunkt auf die Anwendung für Rumpf und Tragfläche zu setzen, erfolgte eine Beschränkung auf die Produktform gewalzter Bleche (Dicke ~1,6 mm) und damit auf Legierungen, die in dieser Form eingesetzt werden. Im Ergebnis umfaßte die Liste der verfügbaren Werkstoffe warm- und kaltausgelagerte Zustände verschiedener Legierungssysteme, darunter die bis zur Einsatzreife im Integralrumpf des Modells Airbus A318 geführte schweißbare Legierung 6013 T6, aber auch Li-haltige sowie naturharte Legierungen. Zur Beantwortung der Frage nach dem Einfluß des Elastizitätsmoduls war die Einbeziehung verfügbarer Meßergebnisse an unlegierten Stählen und an einer Magnesiumlegierung zweckmäßig.

Es ist bekannt, daß sich die mechanischen Eigenschaften in Richtung längs (L) und quer (T) zur Walzrichtung unterscheiden können. Für die Korrelationsanalyse wurde die Festlegung getroffen, daß den Meßergebnissen einer Rißausbreitungsprobe der Orientierung L-T (siehe Abschnitt 5.2.6) stets die einer Zugprobe in L-Richtung (und entsprechend T-L zu T) zugeordnet werden, obwohl klar ist, daß das Rißspitzenfeld Zugkomponenten aller Richtungen enthält und das Fließverhalten einer Zugprobe anteilig durch die Eigenschaften in L- und T-Richtung bestimmt ist. Mit dieser Festlegung wird erreicht, daß sich durch die Untersuchung von zwei Orientierungen für jede Legierung die Anzahl der in die Korrelationsanalyse eingehenden Wertepaare formal verdoppelt.

5.2.2 Chemische Zusammensetzung

Die Kennzeichnung von Aluminiumknetlegierungen erfolgt durch vierstellige Zahlen auf der Basis des „International Alloy Designation System“ (IADS, NN 1984b). Die erste Ziffer bezieht sich dabei auf das Hauptlegierungselement. Die Ziffer 2 steht für Cu, 5 für Mg, 6 für Mg und Si, 7 für Zn sowie 8 für andere Elemente, z. B. Li, wie bei der Legierung 8090. Davon sind die Legierungen der Gruppen 2XXX, 6XXX, 7XXX und einige der Gruppe 8XXX (z. B. 8090) aushärtbar, sie enthalten Elemente, deren Löslichkeit mit sinkender Temperatur abfällt. Die Legierungen der Gruppe 5XXX werden als naturhart bezeichnet, wobei die erreichbare Festigkeit im allgemeinen unter der der aushärtbaren Legierungen liegt. Die Legierung AlMgSc ist eine Weiterentwicklung auf der Basis naturharter Legierungen (RAUH u. a. 1997). Auch die aushärtbare Li-haltige Legierung 1424 ist eine neuere Entwicklung (RAUH u. a. 1997). Diese beiden Legierungen sind noch nicht in das IADS aufgenommen worden. Tab. 5.1 zeigt die Grenzen der Elementgehalte der untersuchten Legierungen, in Tab. 5.2 sind die Ergebnisse der chemischen Analysen wiedergegeben.

5.2.3 Gefüge, Auslagerungszustände und Ausscheidungssequenzen

In aushärtbaren Aluminiumknetlegierungen können aus metallurgischer Sicht drei Typen von Teilchen unterschieden werden (STARKE und STALEY 1996):

- Grobe intermetallische Einschlüsse entstehen unter Beteiligung von Fe- und Si-Verunreinigungen bei der Erstarrung aus der Schmelze. Ihre Größe liegt typischerweise im Bereich zwischen 1 und 30 μm . Sie werden in der vorliegenden Arbeit abkürzend auch als Primärteilchen bezeichnet.
- Bei der Ingot-Vorwärmung werden absichtsvoll Ausscheidungen unter Beteiligung der Übergangsmetalle Cr, Mn oder Zr gebildet, um die Kornstruktur und den Rekristallisationsgrad zu steuern. Ihre Größe liegt typischerweise im Bereich zwischen 10 und 200 nm. Sie werden im englischen Sprachgebrauch als „dispersoid particles“ (STARKE und STALEY 1996) und in der vorliegenden Arbeit zur Unterscheidung von den groben intermetallischen Einschlüssen trotz begründeter Gegenargumente abkürzend als Dispersoide bezeichnet.
- Bei der (Kalt- oder Warm-) Auslagerung nach dem Lösungsglühprozeß bilden sich Ausscheidungen bzw. Cluster und Zonen, die hier zur Unterscheidung von den "Dispersoiden", bei denen es sich auch um Ausscheidungen handelt, unter dem Begriff festigkeitsbestimmende Ausscheidungen zusammengefaßt werden sollen. Ihre Größe liegt normalerweise im Bereich zwischen 1 und 10 nm.

Korngröße, Kornform und Textur werden durch die thermomechanische Vorgeschichte bestimmt. Walzen kann bei einem Teil der Primärteilchen zum Bruch führen (HAASE u. a. 2001b).

In Bild 5.1 ist das Gefüge der vorliegenden Aluminiumlegierung 6013 T6 dargestellt. Die mittels Linearanalyse als mittlere Sehnenlänge bestimmte Korngröße beträgt 28 μm für die Walzrichtung (L), 27 μm für die Querrichtung (T) und 13 μm für die Dickenrichtung (S). In Bild 5.1 ist gleichzeitig eine größere Anzahl grober intermetallischer Einschlüsse sichtbar, deren mittlerer Abstand 17,8 μm beträgt (HAASE u. a. 2001b). Bilder 5.2 und 5.3 zeigen transmissionselektronenmikroskopische Aufnahmen der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen bzw. der Dispersoide in 6013 T6.

Tabelle 5.1 Chemische Zusammensetzung der untersuchten Legierungen

Legierung	Chemische Zusammensetzung in Masseprozent (Rest Al)									
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Li	andere
1424	<0.08	<0.12	-	-	5.0- 5.6	-	0.4- 0.7	-	1.5- 1.75	*)
2017A	0.20- 0.8	<0.7	3.5- 4.5	0.40- 1.0	0.40- 1.0	<0.10	<0.25	<0.05	-	
2024	<0.50	<0.50	3.8- 4.9	0.30- 0.9	1.2- 1.8	<0.10	<0.25	<0.15	-	
2219	<0.20	<0.30	5.8- 6.8	0.20- 0.40	<0.02	-	<0.10	0.02- 0.1	-	
2524	<0.10	<0.12	3.8- 4.4	0.30- 0.9	1.2- 1.8	<0.10	<0.25	<0.15	-	
5754	<0.40	<0.40	<0.10	<0.50	2.6- 3.6	<0.30	<0.20	<0.15	-	
6009	0.6- 1.0	<0.50	0.15- 0.6	0.20- 0.8	0.40- 0.8	<0.10	<0.25	<0.10	-	
6013	0.6- 1.0	<0.50	0.6- 1.1	0.20- 0.8	0.8- 1.2	<0.10	<0.25	<0.10	-	
6061	0.40- 0.8	<0.70	0.15- 0.40	<0.15	0.8- 1.2	0.04- 0.35	<0.25	<0.15	-	
6082	0.70- 1.30	<0.50	<0.10	0.40- 1.0	0.6- 1.2	<0.25	<0.10	<0.15	-	
7075	<0.40	<0.50	1.2- 2.0	<0.30	2.1- 2.9	0.18- 0.28	5.1- 6.1	<0.20	-	
7475	<0.10	<0.12	1.2- 1.9	<0.06	1.9- 2.6	0.18- 0.25	5.2- 6.2	<0.06	-	
8090	<0.20	<0.30	1.0- 1.6	<0.10	0.6- 1.3	<0.10	<0.25	<0.10	2.2- 2.7	
AlMgSc	<0.2	<0.3	<0.2	0.3- 0.6	5.4- 5.6	-	-	-	-	**)

*) 0.05-0.3 Zr, 0.01-0.06 Sc

***) 0.05-0.15 Zr, 0.15-0.30 Sc

Tabelle 5.2 Ergebnisse der chemischen Analysen

Legierung/ Hersteller*)/Los	Chemische Zusammensetzung in Masseprozent								
	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	**))
1424/BRD-Russland	0.05	0.09	<0.05	n.n.	5.05	0.03	0.72	<0.01	
2017A/AS/A15520	0.48	0.38	4.13	0.44	0.77	0.025	0.08	0.027	
2024/ A/448 301a	0.05	0.07	4.19	0.65	1.60	0.04	0.09	0.025	
b	0.06	0.14	4.11	0.64	1.55	0.05	0.08	<0.05	
c	0.08	0.06	4.15	0.65	1.65	0.04	0.06	0.026	
d	0.06	0.14	4.14	0.64	1.55	0.05	0.08	<0.05	
A/621 461	0.25	0.13	4.25	0.54	1.24	0.017	0.13	0.025	
K/435 701	<0.05	0.28	4.38	0.56	1.23	n.n.	0.22	0.02	
K/457 241	0.06	0.21	3.87	0.45	1.27	0.02	0.15	<0.01	
K/973 493	0.26	0.17	4.00	0.54	1.20	0.06	0.10	<0.05	
2219/ H/576 291	0.045	0.070	6.51	0.315	0.005	0.002	0.019	0.034	
2524/ A/109 899	n.n.	0.13	4.04	0.58	1.22	n.n.	0.30	0.03	
5754/ S/90865	0.27	0.35	0.04	0.27	2.70	0.07	0.03	0.016	
6009/ ***)	0.80	0.24	0.32	0.35	0.67	<0.01	0.03	<0.01	
6013/ A/218 383	0.72	0.30	0.87	0.33	0.96	0.06	0.05	0.02	
A/308 493	0.785	0.24	0.85	0.305	0.90	0.24	<0.05	0.023	
A/721 421a	0.70	0.09	0.79	0.39	1.02	0.07	0.06	0.02	
b	0.61	0.09	0.80	0.39	1.06	0.07	0.05	0.016	
6061/ A/350 937	0.60	0.42	0.45	0.06	0.75	0.21	0.06	0.02	
6082/ R/65409/02	0.96	0.34	0.09	0.53	0.74	0.02	0.09	0.06	
7075/ P/41 116	0.07	0.17	1.44	<0.05	2.64	0.22	5.80	0.014	
7475/ A/481 662	<0.05	0.12	1.53	<0.05	2.46	0.20	5.60	0.015	
8090/ ***)/0408	<0.05	0.10	1.18	n.n.	0.72	<0.01	<0.01	0.02	
AlMgSc/ ***)	0.12	0.17	<0.05	0.53	4.29	<0.01	<0.01	<0.01	

*) A=Alcoa, AS=Alusuisse, H=Hoogovens, K=Kaiser, P=Pechiney,
R=Ranshofen/Österreich, S=Samara/Russland

**) Li, Sc, Zr nicht bestimmt

***) unbekannt

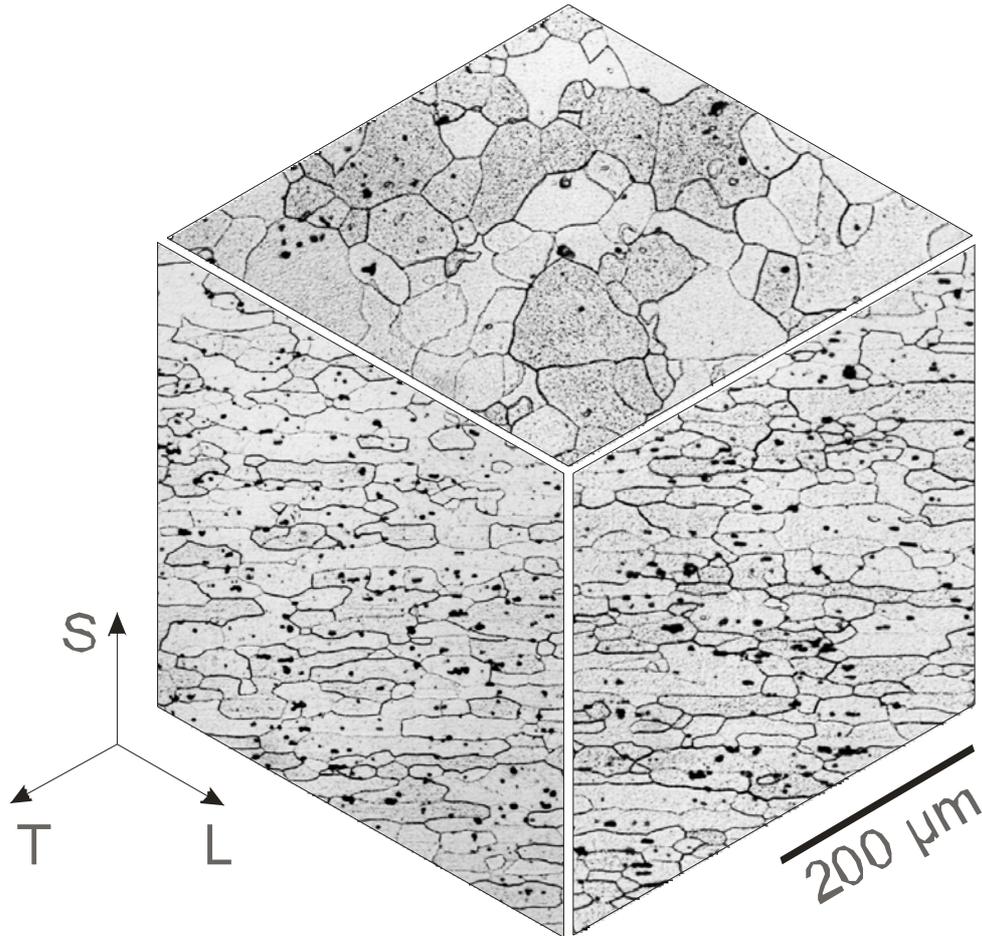


Bild 5.1 Gefüge der Legierung 6013 anhand metallographischer Schlitte in der Blechebene (Ebenennormale S) sowie quer zur Blechebene parallel (L) und quer (T) zur Walzrichtung (unprojizierte Darstellung)

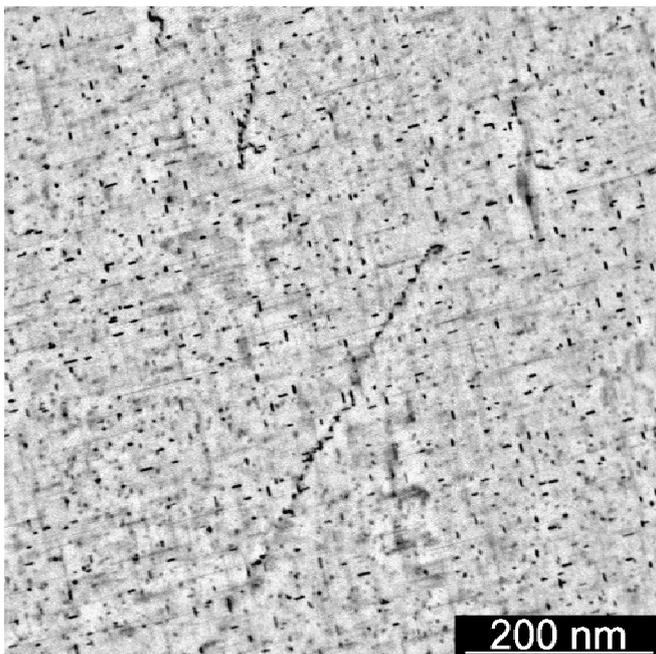


Bild 5.2

TEM-Aufnahme mit festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen in 6013 T6 (Aufnahme: Frau Dr. Blank). Die Teilchen sind stäbchenförmig und liefern starken oder schwachen Kontrast, je nachdem, ob die Längsachse der Stäbchen quer oder parallel zur Bildebene verläuft. Der mittlere Abstand der Ausscheidungen beträgt 20 bis 30 nm.

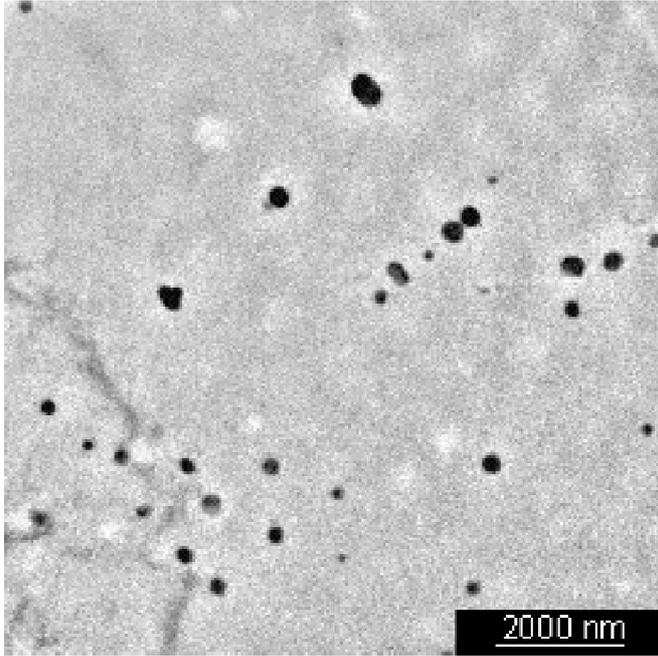


Bild 5.3

TEM-Aufnahme mit Dispersoiden in 6013 T6 (Aufnahme: Frau Dr. Blank)
Der mittlere Dispersoidabstand wurde zu 2 μm abgeschätzt.

Für die charakteristischen Gefügeabmessungen der Aluminiumlegierung 6013 T6 können zusammenfassend die folgenden gerundeten Werte angegeben werden:

- mittlere Korngröße $\sim 20 \mu\text{m}$,
- mittlerer Abstand der groben intermetallischen Einschlüsse $\sim 20 \mu\text{m}$,
- mittlerer Abstand der intermetallischen Ausscheidungen (Dispersoide) $\sim 2 \mu\text{m}$,
- mittlerer Abstand der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen $\sim 25 \text{nm}$.

Wie Untersuchungen mittels hochauflösender Elektronenmikroskopie (BLANK und BRANDT 2001) zeigen, ist im Zustand T6 Kohärenz typischer festigkeitsbestimmender Ausscheidungen mit der Aluminiummatrix nicht mehr gegeben.

Im Ergebnis des Lösungsglühens der aushärtbaren Aluminiumknetlegierungen liegt ein hinsichtlich des gelösten Elements übersättigter Mischkristall vor. Die bei der nachfolgenden thermischen Behandlung ablaufenden Ausscheidungsprozesse unterscheiden sich grundlegend in Abhängigkeit davon, ob die Behandlung bei oder oberhalb der Raumtemperatur durchgeführt wird. Erfolgt die Behandlung bei Raumtemperatur, spricht man von Kaltauslagerung (engl.: natural aging), erfolgt sie oberhalb der Raumtemperatur (typisch 150°C - 200°C), spricht man von Warmauslagerung (engl.: artificial aging).

Die Bezeichnung der Aushärtungs- oder Auslagerungszustände ist ebenfalls durch das IADS festgelegt. Sie erfolgt durch den Buchstaben T mit mindestens einer nachgestellten Ziffer. Bei T3 und T4 handelt es sich um kaltausgelagerte Zustände, bei T6, T7 und T8 um warmausgelagerte Zustände. Beim Warmauslagern kommt es nach einer anfänglichen Zunahme der Festigkeit im weiteren Verlauf zu einer Verringerung der Festigkeit. Die Zustände T6 und T8 sind auf maximale Festigkeit ausgelagert, bei T7 handelt es sich um einen überalterten Zustand, d. h., das Festigkeitsmaximum ist bereits überschritten. Weitere Ziffern in der Bezeichnung der Auslagerungszustände spezifizieren gegebenenfalls den Grad einer vorgelagerten Verformung. Die Festigkeit naturharter Legierungen kann durch Kaltverformung (z. B. H22) modifiziert werden. Die Auslagerungszustände, in denen die Aluminiumlegierungen vorliegen, sowie Angaben zu Plattierung und Blechdicke sind in Tab. 5.3 zusammengefaßt.

Tabelle 5.3 Untersuchte Auslagerungszustände

Legierung	Auslagerungszustände	Plattierung	Blechdicke [mm]
1424	Tx	unplattiert	1,6
2017A	T4	unplattiert	2,0
2024	T3, T351, T81, T851	plattiert	1,6
2024	T351	unplattiert	1,6
2219	T87	von 6 auf 1,6 mm gefräst	
2524	T3	plattiert	2,5
5754	naturhart (H22)	unplattiert	2,0
6009	T6	unplattiert	1,9
6013	T4, T6	unplattiert	1,6
6061	T6	unplattiert	1,6
6082	T6	unplattiert	2,0
7075	T651	plattiert	1,6
7475	T761	plattiert	1,6
8090	T81	unplattiert	1,6
AlMgSc	naturhart	unplattiert	1,6

Für die mechanischen Eigenschaften der aushärtbaren Aluminiumlegierungen sind in wesentlichem Maße die sich beim Auslagern bildenden festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen verantwortlich. Die Ausscheidungssequenzen hängen von der chemischen Zusammensetzung und von der Auslagerungstemperatur ab. Tab. 5.4 zeigt einen knappen Überblick über die Ausscheidungssequenzen für einige der untersuchten Legierungen (STALEY 1992, ZSCHECH 1996).

Tabelle 5.4 Ausscheidungssequenzen

Legierung/ Zustand	Ausscheidungssequenz		
	kohärente, geordnete Bereiche	metastabile Ausscheidungen	stabile Ausscheidungen
2X24 T3	ÜMK → GP1 → GP2 (=Θ''), GPB		
2024 T8	ÜMK → GP1, GP2 → ÜMK → GPB →	Θ' (=Al ₂ Cu) → S' (=Al ₂ CuMg) →	Θ (=Al ₂ Cu) S (=Al ₂ CuMg)
2219 T8	ÜMK → GP1, GP2 →	Θ' (=Al ₂ Cu) →	Θ (=Al ₂ Cu)
6013 T4	ÜMK → Cluster, GP		
6013 T6	ÜMK → GP → ÜMK →	β' (=Mg ₂ Si) → Q (=Al ₅ Cu ₂ Mg ₃ Si ₆ , STALEY 1992)	β (=Mg ₂ Si)
7X75 T6/T7	ÜMK → GP →	η' (=MgZn ₂) →	η'' (=MgZn ₂)
8090 T8	ÜMK → Precursor →	δ' (=Al ₃ Li), S' →	δ (=AlLi)

Für Angaben zur Gitterstruktur, zur Morphologie sowie zu Orientierungsbeziehungen mit dem Aluminiumgitter wird auf LORIMER (1978) verwiesen. Bemerkenswert sind in diesem Zusammenhang die extrem geringe Gitterfehlpassung der δ' -Ausscheidungen von -0,3%, weswegen diese bis zu großen Durchmessern (~200 nm) kohärent zum Al-Gitter bleiben, und die moderate Fehlpassung der Al_3Sc -Ausscheidungen in Al-Mg-Sc-Legierungen von 1,3%, die Kohärenz zwar noch zulässt, aber dabei zu großen Kohärenzspannungen führt (ZSCHECH 1996). Eine umfassende Diskussion der Gefüge-Eigenschafts-Beziehungen von Aluminiumlegierungen für die Luft- und Raumfahrt wird von STARKE und STALEY (1996) geführt.

Bei den kaltausgelagerten Legierungen sind nahezu alle festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen bzw. deren Vorstufen (Cluster, Zonen) kohärent zum Aluminiumgitter, sie können von Versetzungen geschnitten werden. Für die Festigkeitszunahme sind die aus dem Gittermisfit resultierenden Kohärenzspannungen verantwortlich, die mit zunehmender Zonengröße ansteigen und den Versetzungen ein Hindernis entgegensetzen. Ein Härtemaximum wird erst nach extrem langen Zeiten (praktisch überhaupt nicht) erreicht. Beim Warmauslagern werden die kohärenten Ausscheidungen nach und nach durch semikohärente metastabile Ausscheidungen und schließlich durch inkohärente stabile Ausscheidungen ersetzt, verbunden mit einer Größenzunahme infolge Ostwald-Reifung. Inkohärente Ausscheidungen sind für Versetzungen im allgemeinen nicht schneidbar, sie müssen z. B. nach dem Orowan-Mechanismus durch überkritisches Ausbauchen umgangen werden. Bei gegebenem Volumenanteil der Ausscheidungen fällt die Festigkeit mit zunehmender Ausscheidungsgröße ab. Auslagern auf maximale Festigkeit (T6 und T8) bedeutet daher, daß ausgewogene Anteile der Ausscheidungen schneidbar bzw. nicht schneidbar sind. Hiervon bildet speziell 8090 eine Ausnahme, deren geordnete δ' -Ausscheidungen auch im Auslagerungszustand T81 schneidbar sind (HUANG und ARDELL 1988, NEMBACH 2000). Dagegen überwiegen in überalterten Zuständen (T7) im allgemeinen nicht schneidbare Ausscheidungen. In der Regel erscheinen die in Tab. 5.4 aufgelisteten stabilen Gleichgewichtsphasen erst im überalterten Zustand (STALEY 1992). Hiervon bildet Q in 6013 T6 eine Ausnahme (STALEY 1992).

Nach diesen Ausführungen läßt sich in Verbindung mit Abschnitt 4.5.2 folgende Erwartung über den Gleitcharakter der Legierungen formulieren:

- Für warmausgelagerte Aluminiumlegierungen mit Ausnahme der Li-haltigen Legierungen sollte wellige Gleitung dominieren, was eine weitgehend homogene Gleitverteilung zur Folge hat.
- Kaltausgelagerte Aluminiumlegierungen sowie die Li-haltigen Legierungen 8090 T81 und 1424 Tx sollten eine mehr oder weniger stark ausgeprägte Neigung zu planarer Gleitung bzw. zu Gleitlokalisierung aufweisen.

5.2.4 Weitere Einflußfaktoren

Neben Art, Größe, Verteilung und Kohärenzgrad der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen, die durch chemische Zusammensetzung und Auslagerungszustand bestimmt werden, gibt es noch eine Reihe weiterer Einflußfaktoren auf die mechanischen Eigenschaften von Aluminiumlegierungen. Dazu gehören u. a.:

- die bei einer Kaltverformung vor dem Auslagern eingebrachten Versetzungen,
- die Art, Größe und Verteilung der Primärteilchen und Dispersoide,

- die durch Formgebung und Dispersoide mitbestimmte Korngröße und -form,
- die Textur sowie bevorzugte Orientierungsbeziehungen zwischen den Kristallgittern von Teilchen und Matrix.

Obwohl Korngröße und -form an sich geringen Einfluß auf die mechanischen Eigenschaften der aushärtbaren Aluminiumlegierungen haben, spielen diese in Verbindung mit planarer Gleitung (feines Korn begrenzt die Gleitlänge) und mit ausscheidungsfreien Säumen an den Korngrenzen als möglichem Rißpfad eine Rolle (STARKE und STALEY 1996). Auch Dispersoide können den Rißpfad beeinflussen, z. B. Mn-reiche Dispersoide in Al-Zn-Mg (JO u. a. 1996) und in Al-Mg-Si (LEE u. a. 1999). Speziell für die Legierung 2024 T3 wurde gezeigt (NAKAI und ETO 2000), daß mit zunehmendem mittleren Abstand der Primärteilchen (Cu_2FeAl_7) die Rißausbreitungsrate bei hohen ΔK -Werten abfällt, und daß die Rißausbreitungsrate bei kleineren ΔK -Werten ($\sim 7 \text{ MPa m}^{1/2}$) mit zunehmender Größe bzw. abnehmendem Abstand der Dispersoide abfällt. Als Mechanismus für den Dispersoidgrößeneinfluß wird debrisinduziertes Rißschließen vorgeschlagen. Die gezielte Variation dieser Faktoren kann die Rißausbreitungsrate moderat beeinflussen (um bis zu $\sim 50\%$).

Die Textur hat geringen Einfluß auf die elastische Anisotropie, da das Aluminiumgitter elastisch nahezu isotrop ist, kann aber deutlichen Einfluß auf die plastische Anisotropie ausüben, was zum Beispiel in einer Abhängigkeit der 0,2%-Dehngrenze von der Probenorientierung zum Ausdruck kommt. Das Legierungselement Li hebt den Elastizitätsmodul an (um bis zu $\sim 10\%$) und verstärkt die elastische Anisotropie (ZHENG und ERICSSON 1996).

5.2.5 Andere Werkstoffe

Neben den ausführlich beschriebenen Aluminiumlegierungen wurden noch unlegierte Stähle und die Magnesiumlegierung AZ31 in die Untersuchungen einbezogen, um zu überprüfen, ob bestimmte Hypothesen über das Ermüdungsrißausbreitungsverhalten von Aluminiumlegierungen auf diese Werkstoffgruppe beschränkt sind. Bei den unlegierten Stählen handelte es sich um die Stahlgüten C15 (Analyse 0,137 Masse-% C), C45 (Analyse 0,479 Masse-% C) und C75 (Analyse 0,800 Masse-% C). Die Blechdicken betragen 3,0 mm (C15) bzw. 2,5 mm (C45 und C75). Weitere Details sind in einer Diplomarbeit beschrieben (OGER 1997). Die Magnesiumlegierung AZ31 (3 Masse-% Al, 1 Masse-% Zn) wurde als gewalztes Blech durch die IMA GmbH Dresden bereitgestellt. Sie lag im Anlieferungszustand mit der Blechdicke von 1,25 mm vor. In Tab. 5.5 sind die mittleren elastischen Eigenschaften der untersuchten Legierungen aufgelistet (SCHULZE 1967, CZICHOS 1989, BERGNER 1996a).

Tabelle 5.5 Elastizitätsmodul E, Schubmodul G, Kompressionsmodul K und Poissonsche Konstante ν der untersuchten Legierungen (Mittelwerte)

Legierungssystem	E [GPa]	G [GPa]	K [GPa]	ν
Stähle	210	81	167	0,29
Al-Legierungen	70	26	78	0,35
Mg-Legierung	45	17	34	0,28

5.2.6 Proben

Aus den in Tab. 5.3 zusammengestellten Zuständen bzw. Produktformen der Aluminiumlegierungen wurden Flachzugproben der Orientierungen L (Zugachse längs zur Walzrichtung) und T (Zugachse quer zur Walzrichtung) sowie M(T)-Proben der Orientierungen L-T (Zugachse längs, Rißausbreitungsrichtung quer zur Walzrichtung) und T-L (Zugachse quer, Rißausbreitungsrichtung längs zur Walzrichtung) hergestellt. Hierbei stellt die Legierung AlMgSc eine Ausnahme dar, da die verfügbare Materialmenge nur die Herstellung der T- bzw. T-L-orientierten Proben zuließ. Die Probenformen und Abmessungen sind in Bild 5.4 dargestellt. Um die Erkennbarkeit der Risse in den unplattierten Proben zu verbessern, wurde die Probenoberfläche im Gebiet der zukünftigen Rißausbreitung lokal leicht poliert. Bei den plattierten Blechen war dies nicht erforderlich. Die für den eigentlichen Rißausbreitungsversuch benötigten Anrisse wurden ausgehend von etwa 2 mm langen Sägeschnitten durch zyklische Belastung in einer servohydraulischen Prüfmaschine eingebracht (Belastungsbedingungen wie in den nachfolgenden Rißausbreitungsversuchen). Die Restfestigkeitsmessungen wurden an den M(T)-Proben nach Abschluß der Ermüdungsrißausbreitungsversuche vorgenommen.

Die M(T)-Proben der unlegierten Stähle hatten eine Breite von 50 mm, die der Magnesiumlegierung 160 mm. Auch für diese Werkstoffe wurden Proben der Orientierungen L-T und T-L geprüft.

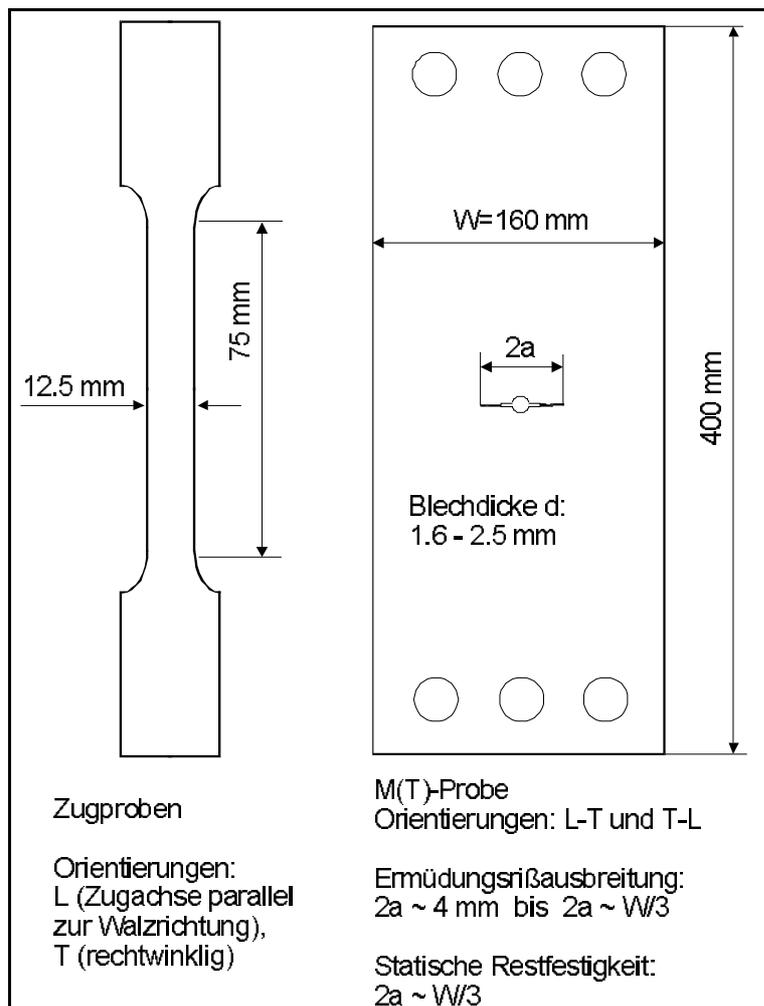


Bild 5.4

Typ, Abmessungen und Orientierungen der verwendeten Zug- und Ermüdungsrißausbreitungsproben

5.3 Versuchsdurchführung

5.3.1 Zugversuche

Die Zugversuche wurden mit einer elektromechanischen Werkstoffprüfmaschine 1474 der Firma Zwick mit hydraulischer Einspannung durchgeführt. Die Dehnungsmessung erfolgte mit inkrementalen Ansetzdehnungsaufnehmern mit $L_0=50$ mm während des gesamten Zugversuchs bis zum Bruch. Eine Umschaltung der Traversenabzugsgeschwindigkeit wurde vermieden, da die Spannungs-Dehnungskurve als Ganzes später einer Fitprozedur zu unterwerfen war. Die Abzugsgeschwindigkeit betrug 1 mm/min, das entspricht einer Dehngeschwindigkeit im Gleichmaßdehnungsbereich von $\sim 3 \cdot 10^{-4} \text{ s}^{-1}$. In Vorversuchen war gezeigt worden, daß eine Erhöhung oder Absenkung der Dehngeschwindigkeit um bis zu zwei Größenordnungen keinen bedeutsamen Einfluß auf die Spannungs-Dehnungskurven der Legierungen 2024 T3 und 6013 T6 hat. Die gemessenen Kräfte und Verlängerungen wurden an der Prüfmaschine mit hoher Erfassungsrate abgegriffen und in einem Meßdatenerfassungssystem registriert, in Spannungen und Dehnungen umgerechnet und in einem PC gespeichert. Für jeden Werkstoff umfaßte die Versuchsserie mindestens je fünf Zugversuche in Laborluft für die Orientierungen L und T. Vereinzelt Versuche, bei denen die Einschnürung bzw. der Bruch nicht im Bereich zwischen den Dehnungsaufnehmern eintrat, wurden von der weiteren Auswertung ausgeschlossen.

5.3.2 Ermüdungsrißausbreitung

Die Ermüdungsrißausbreitungsversuche wurden mit einer servohydraulischen Prüfmaschine 8501 der Firma Instron gemäß Norm ASTM E647 (NN, 1991b) bzw. Airbus-Werksnorm (NN, 1991c) durchgeführt. Bei der Mehrheit der Tests handelt es sich um Versuche in Laborluft mit sinusförmiger Belastung und konstanter Amplitude bei einem konstanten Spannungsverhältnis von $R=0,1$ und einer Frequenz von 20 Hz. Die Maximalspannung (bezogen auf den Bruttoquerschnitt der rißbehafteten Proben) betrug 110 MPa. Da die Erzeugung des Ermüdungsanrisses unter den gleichen Bedingungen erfolgte, sind Anfahr- bzw. Lastfolgeeffekte weitgehend auszuschließen. Die Anrißlänge ($2a$) betrug mindestens ~ 4 mm. Einige Versuche wurden gezielt bei einem Spannungsverhältnis von $R=0,5$ durchgeführt, wobei als Maximalspannung 140 MPa gewählt wurde.

Die Messung der Rißlänge während der Rißausbreitungsversuche erfolgte nach zwei Varianten. Bei Variante 1 wurde die Rißlänge mittels eines Videoextensometers der Firma Meßphysik auf der Grundlage des kontinuierlich erfaßten optischen Kontrastunterschieds zwischen Riß und Rißligament automatisch gemessen und am PC-Monitor angezeigt. Obwohl eine vollautomatische Messung prinzipiell möglich wäre, wurden diese Versuche manuell überwacht und protokolliert, um Fehlmessungen (etwa durch plötzliche Veränderung der äußeren Lichtverhältnisse) zu vermeiden und mögliche besondere Ereignisse zu erkennen. Variante 1 wurde vorzugsweise für plattierte Legierungen angewendet, da die Plattierung ausreichende Kontrastunterschiede zwischen Riß und Ligament garantierte. Bei Variante 2 wurde die Schwingbelastung wiederholt auf Mittellast unterbrochen und die Rißlänge mittels eines hochauflösenden Fernmikroskops gemessen. Das Fernmikroskop ist auf einem

xyz-Tisch montiert und in ein PC-gesteuertes Meßsystem integriert, das unter Labview die Fokussierung auf die linke bzw. rechte Rißspitze sowie die Speicherung von Bildern gestattet. Die Versuche wurden im allgemeinen abgebrochen, wenn $2a > W/3$ erreicht war. Im Ergebnis jedes Versuchs lagen mindestens 30 Rißlängen-Lastspielzahl-Wertepaare (a , N) vor, die gemäß Airbus-Werksnorm und übereinstimmend mit der ASTM-Norm in da/dN - ΔK -Wertepaare umgerechnet wurden. Dabei kam für die Ausgleichung der a -Werte und die Bildung der Ableitung da/dN die in der Airbus-Werksnorm geforderte (und in der ASTM-Norm zugelassene) 7-Punkt-Parabelanpassung zur Anwendung. Eine entsprechende Prozedur war zuvor programmiert und umfassend erprobt worden (BERGNER 1996b). ΔK wurde gemäß Gl. (5.1) berechnet:

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\frac{\pi a}{\cos\left(\frac{\pi a}{W}\right)}} \quad (5.1)$$

Für die Messungen in 3,5%iger wäßriger NaCl-Lösung wurde das Rißgebiet auf beiden Seiten der M(T)-Proben mit balkonartigen Plexiglasbehältern mit einem Fassungsvermögen von ~ 100 ml versehen. Die optische Rißlängenmessung erfolgte durch die Behälterwand und die Flüssigkeit hindurch.

Für die Aluminiumlegierungen 2219 T87 und 6013 T6 sowie die Magnesiumlegierung AZ31 erfolgten außerdem Rißausbreitungsversuche mit stufenweise reduzierter Amplitude zur Bestimmung des Schwellenwertes für die Ermüdungsrißausbreitung gemäß ASTM E647-91. Auf jeder Amplitudenstufe wurden nach Ablauf einer Anzahl von Lastspielen mindestens fünf Rißlängenmessungen durchgeführt, so daß hierfür die 5-Punkt-Parabelanpassung zur Anwendung kommen konnte. Das Versuchsende ergab sich aus der Bedingung, daß normgemäß mindestens fünf gemessene Wertepaare mit da/dN -Werten kleiner als 10^{-9} m/Lastspiel vorliegen müssen.

5.3.3 Rißschließmessungen

Die Rißschließmessungen erfolgten im Verlaufe ausgewählter Rißausbreitungsversuche. Hierzu wurden zwei verschiedene Meßverfahren erprobt und angewendet. Das erste Verfahren beruht auf dem Ultraschall-Impuls-Transmissions-Verfahren (WILLERS 1997, BERGNER u. a. 1998): Ein Oberflächen- oder Plattenwellenimpuls wird rechtwinklig auf die sich öffnenden und schließenden Rißufer gerichtet und auf der anderen Seite des Risses mit einem zweiten Ultraschallwandler empfangen. Bei fehlendem Rißuferkontakt wird kein Ultraschall transmittiert (Transmissionsfaktor=0), bei einsetzendem Rißuferkontakt wird nahezu abrupt ein transmittiertes Echo empfangen (Bild 5.5). Wiederholendes Senden und Empfangen der Ultraschallimpulse innerhalb eines Belastungszyklus erlaubt die Bestimmung derjenigen Kraft, bei der in der Umgebung des Kreuzungspunktes zwischen Ultraschallstrahl und Riß erster (lokale Rißschließkraft) bzw. letzter (lokale Rißöffnungskraft) meßbarer Rißuferkontakt auftrat. Zur Messung der Rißschließkraft wurde ein bildgebendes Auswerteverfahren entwickelt, das auf der Digitalisierung der empfangenen Ultraschallechofolgen sowie deren zeilenweisen Anordnung zu einem Grauwertbild beruht. Das Prinzip ist in Bild 5.5 dargestellt. Die Ultraschallwandler wurden nicht mit der Rißspitze mitgeführt, so daß aufeinanderfolgende Rißschließmessungen sich auf unterschiedliche Positionen relativ zur Rißspitze beziehen. Wegen der daraus

möglicherweise resultierenden, bisher noch nicht vollständig untersuchten Übertragbarkeitsprobleme können diese Messungen nur zur qualitativen Charakterisierung des Rißschließverhaltens verschiedener Werkstoffe herangezogen werden.

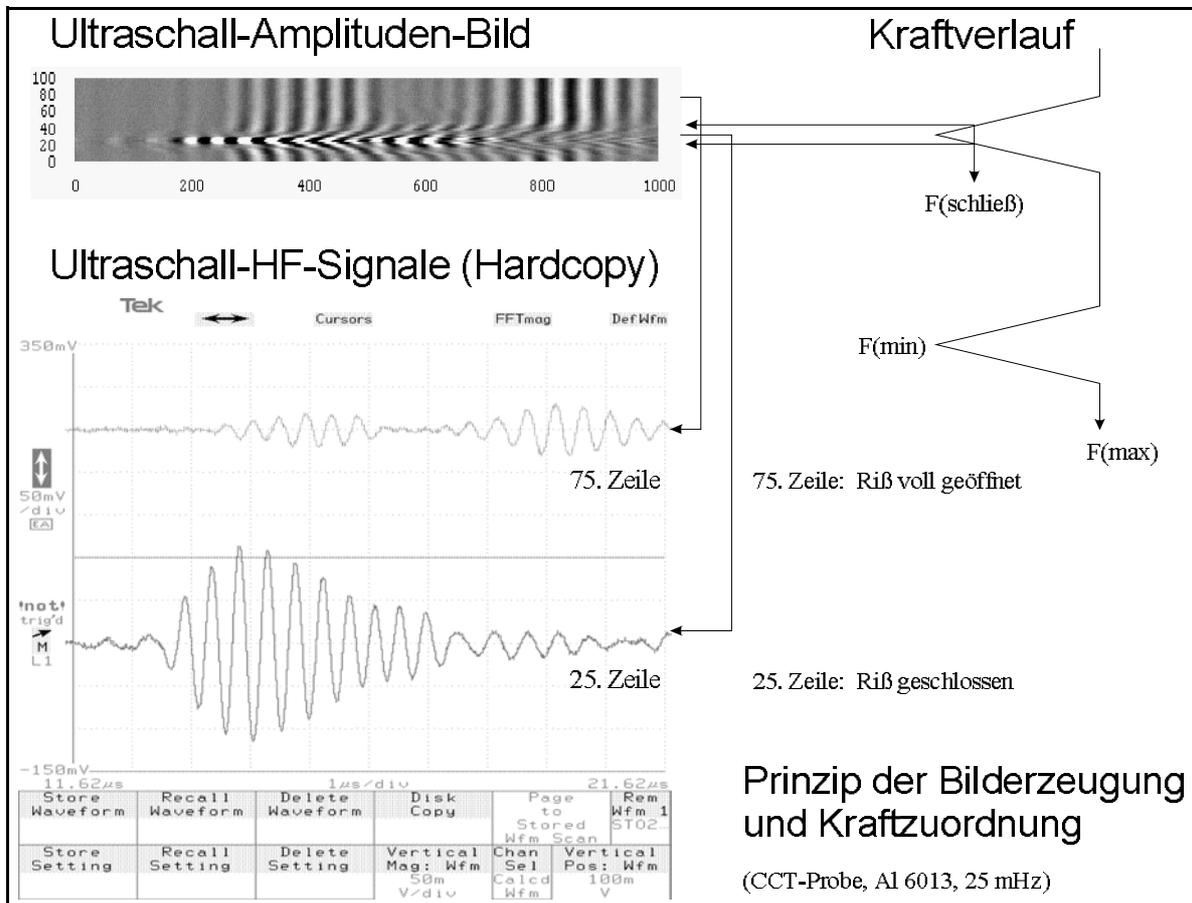


Bild 5.5 Prinzip der Rißschließmessung mit Ultraschall: Bei geöffnetem Riß ist die geradlinige Transmission durch die Rißfläche verhindert (75ste Bildzeile). Bei geschlossenem Riß führt die Transmission durch den Riß zu einem Echo mit kürzerer Laufzeit und hoher Amplitude (25ste Bildzeile). Der Zeitpunkt des Übergangs markiert im Kraftverlauf die Rißschließ- bzw. Rißöffnungskraft.

Beim zweiten Verfahren zur Rißschließmessung handelt es sich im Prinzip um die innerhalb eines Belastungszyklus wiederholend ausgeführte optische Messung des Abstandes zweier Meßfelder zu beiden Seiten des Risses (GÖHLER 2000). Dazu wurden mit Hilfe des auch für die Rißausbreitungsmessung benutzten Meßsystems Bildfolgen des Risses innerhalb eines Belastungszyklus aufgenommen und gespeichert. Bild 5.6 zeigt beispielhaft eine Auswahl von drei Bildern aus einer solchen Bildfolge für die Al-Li-Legierung 8090 T81. Das jeweils erste Bild einer Bildfolge diente der Auswahl geeigneter Meßfelder unterhalb bzw. oberhalb des Risses mit ausgeprägtem Kontrastverlauf. Mit Hilfe einer Korrelationstechnik wurden die Verschiebungen dieser Meßfelder (Δx_{ui} , Δy_{ui}) und (Δx_{oi} , Δy_{oi}) in den folgenden Bildern i ($i=1\dots n$) relativ zum Referenzbild subpixelgenau berechnet. Hieraus erfolgte die ebenfalls subpixelgenaue Berechnung der Änderung des Meßfeldabstands

$\Delta\text{COD}_i = \Delta y_{oi} - \Delta y_{ui}$ in Abhängigkeit von der aktuellen Kraft F_i (Bild 5.7). Geht man davon aus, daß sich das Material beiderseits des Risses nicht verformt, dann stimmt die Änderung des Meßfeldabstandes mit der Änderung der Riößöffnungsverschiebung an der entsprechenden Position des Risses überein. Die Riößschließkraft bzw. Riößöffnungskraft ergibt sich als Übergang von einem kraftunabhängigen zu einem mit der Kraft zunehmenden Meßfeldabstand. Die hierzu erforderliche lineare Regression ließ eine signifikante Unterscheidung der Kurvenäste für abfallende und steigende Kraft nicht zu. Deshalb wurden beide Kurvenäste zu einer Kurve zusammengefaßt, was dem Gleichsetzen von Schließ- und Öffnungskraft entspricht. Bei nachfolgenden Riößschließmessungen wurde die Meßposition (0,5 mm hinter der Riößspitze) mit der Riößspitze mitgeführt. Im Ergebnis eines solchen Riößausbreitungsversuchs lagen für etwa zehn über den erfaßten Riößfortschrittsbereich gleichverteilte Riößlängen die zugehörigen K-Werte für Riößschließen K_{cl} gemäß Gl. (5.1) vor.

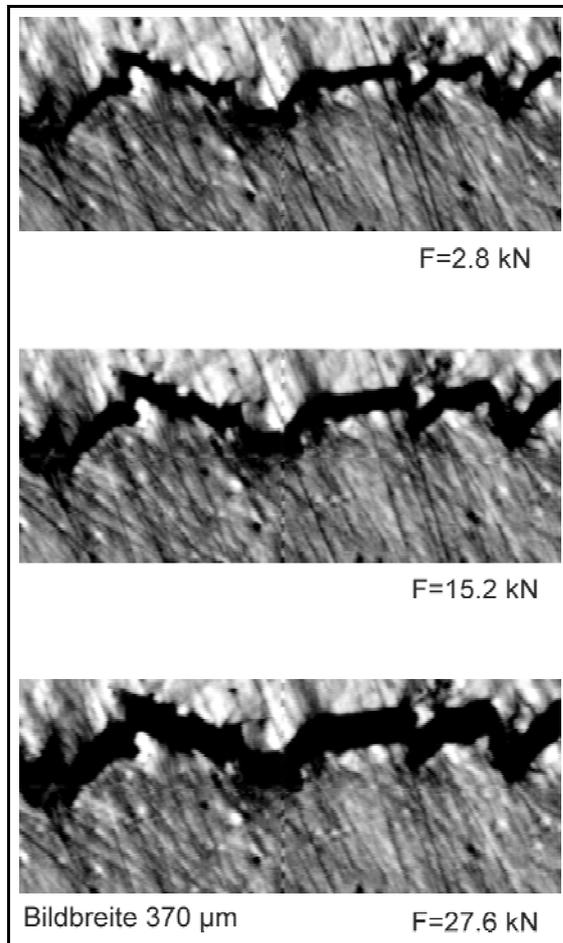


Bild 5.6
Bildfolge des Riößverlaufs in 8090 T81
T-L für drei verschiedene Zugkräfte

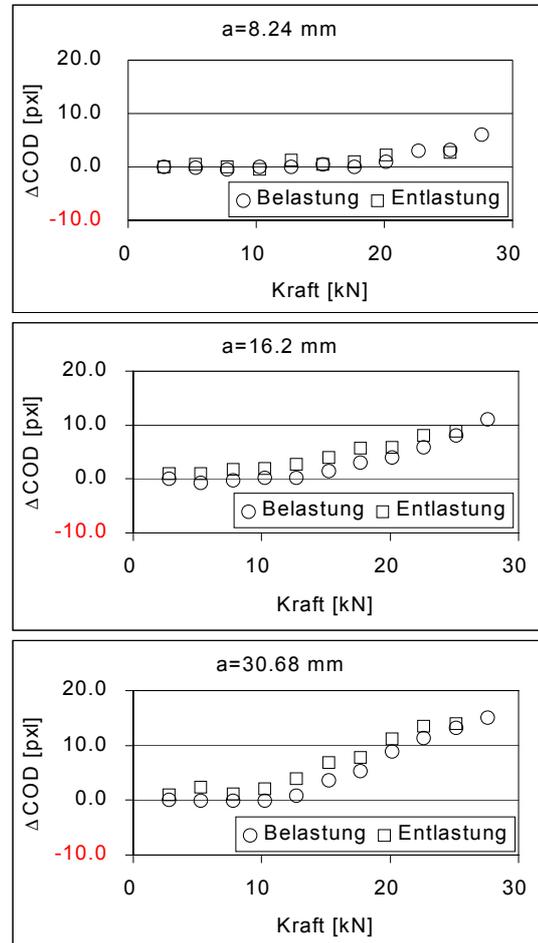


Bild 5.7
Abhängigkeit der Riößöffnung von
der Kraft in 8090 T81 für drei
verschiedene Riößlängen

Beide Verfahren sind recht aufwendig und wurden nur in ausgewählten Fällen eingesetzt. Ein Vergleich mit anderen, besser erprobten Meßverfahren wurde nicht durchgeführt, da ein solches Verfahren unter den vorliegenden Bedingungen (Probenabmessung 160 x 1,6 mm, Rißfortschritt um ~30 mm) nicht zugänglich war.

5.3.4 Restfestigkeitsversuche

Die Restfestigkeitsversuche erfolgten an den bis zu $2a \sim W/3$ angerissenen M(T)-Proben, an denen zuvor die Ermüdungsrißausbreitung untersucht worden war. Diese Proben wurden mit der konstanten Traversengeschwindigkeit von 1 mm/s monoton bis zum instabilen Restbruch belastet. Nach dem Versuch wurde das ultimative Kraftmaximum F_{\max} abgelesen und unter Verwendung der Geometriefunktion gemäß Gl. (5.1) und der Anfangsrißlänge a_0 in einen kritischen K-Wert K_{c0} gemäß Airbus-Werksnorm (NN, 1999) umgerechnet.

5.3.5 Rauheitsmessungen

An einigen der nach den Restfestigkeitsversuchen geteilt vorliegenden M(T)-Proben wurden Messungen des arithmetischen Rauheitskoeffizienten R_a der Rißverläufe an der Seitenfläche vorgenommen. Die Untersuchungen erfolgten mit einem PC-gekoppelten Meßmikroskop. Entlang eines 5 mm langen Ausschnitts des Ermüdungsrißes, der einem ΔK -Bereich bei $\sim 15 \text{ MPa m}^{1/2}$ entspricht, wurden mit gegebener Mikroskop-Vergrößerung und Abtast-Schrittweite die Rißverläufe digitalisiert und gespeichert. Der arithmetische Rauheitskoeffizient ergibt sich dann als Mittelwert der Höhenbeträge der digitalisierten Meßpunkte über einer Ausgleichsgeraden.

Jede M(T)-Probe bietet acht (oben/unten, rechts/links, Vorder-/Rückseite) solcher Rißprofile, von denen je zwei (oben/unten) komplementär sind. Für einige Werkstoffe wurden diese Messungen an mehreren Rißprofilen der gleichen M(T)-Probe oder gleichartig geprüfter Proben wiederholt, um ein empirisches Maß für die Meßgenauigkeit zu erhalten.

5.3.6 Spannungsrißkorrosion

An je einer Probe der Aluminiumlegierungen 6013 T6 und 7075 T651 wurden in gleicher Weise wie bei den Ermüdungsrißausbreitungsversuchen in NaCl-Lösung Spannungsrißkorrosionsversuche vorgenommen (WILLERS 1997). Hierzu wurde der Riß durch Schwingbelastung in Laborluft schrittweise verlängert. Nach jedem dieser Schritte erfolgte ein statischer Rißfortschrittsversuch in 3,5%iger NaCl-Lösung bei der Spannung $\sigma = 110 \text{ MPa}$, die der Maximalspannung in den Schwingversuchen entsprach. Falls nach 24 h Haltezeit keine meßbare Rißverlängerung festzustellen war, wurde wie beschrieben die nächste Rißlänge eingestellt. Aus der Haltezeit resultiert eine Auflösungsgrenze von $\sim 20 \mu\text{m}/24\text{h}$ bzw. $2 \cdot 10^{-10} \text{ m/s}$. Nach der Herbeiführung des Restbruchs wurden rasterelektronenmikroskopische Bruchflächenanalysen vorgenommen (WILLERS 1997). Dabei erwies es sich als möglich, den Rißfortschritt infolge von Spannungsrißkorrosion in der Mitte der Blechdicke zu ermitteln.

5.4 Versuchsauswertung

5.4.1 Spannungs-Dehnungs-Kurven

Ausgangspunkt für die weitere Auswertung waren die punktweise (ca. 5000 Wertepaare je Kurve) gespeicherten Spannungs-Dehnungs-Kurven, die für je ~5 Zugproben der Orientierungen L und T jedes untersuchten Werkstoffes vorlagen. Die Auswertung erfolgte mit einem selbst entworfenen menügeführten Auswertungsprogramm unter Delphi (BERGMANN 1997). Es beinhaltet die folgenden Berechnungen:

- Bestimmung des Elastizitätsmoduls bei wahlweise automatischer oder manueller Ermittlung der Grenzen des Linearitätsbereichs,
- Berechnung der Kennwerte R_{eL} (untere Streckgrenze), R_{eH} (obere Streckgrenze), $R_{p0.2}$ (0,2%-Dehngrenze, nur wenn kein Streckgrenzeneffekt vorliegt), R_m (Zugfestigkeit), A_g (nichtproportionale Dehnung bei Höchstkraft) und A (Bruchdehnung),
- Berechnung der Fließkurve sowie
- Anpassung der analytischen Ausdrücke nach LUDWIK (1909), HOLLOWOMON (1945), RAMBERG und OSGOOD (1943) und VOCE (1948) an die Fließkurve.

Im Rahmen der vorliegenden Arbeit wurden die folgenden Optionen gewählt:

- Anpassung der Hollomon-Gleichung, Gl. (1.1), an die Fließkurve in den Grenzen von 0,2% plastischer Dehnung bis zum Kraftmaximum, Bestimmung der Werkstoffparameter k und n .
- Anpassung der Voce-Gleichung, Gl. (3.22), in der Variante nach Zouhar, $\sigma_w = f(\varepsilon_{pl})$, in den Grenzen von $A_g/2$ bis A_g , wobei A_g die nichtproportionale Dehnung bei Höchstkraft bezeichnet, und unter Vorgabe des Parameters σ_0 als wahrer Wert der 0,2%-Dehngrenze, Bestimmung von σ_s und β .

Die Wahl der Fitoptionen für die Voce-Gleichung trägt der Vergleichbarkeit mit schon zuvor von VETTER und ZOUHAR (1997) gewonnenen und überprüften unveröffentlichten Ergebnissen Rechnung. Es wurde gezeigt, daß die Verwendung der wahren plastischen Dehnung als Funktionsargument zu ähnlich guten Anpassungen im gesamten Fitbereich und vergleichbaren Fitparametern führt. Aus den Parametern σ_s und β der Voce-Gleichung wurde gemäß $\theta = \beta \sigma_s$ der athermische Verfestigungsparameter θ bestimmt (Abschnitt 3.2.1). Zuvor war überprüft worden, daß die Näherung $p=1$ in Gl. (3.23) anwendbar ist (ZOUHAR u. a. 2000).

5.4.2 Ermüdungsrißausbreitungskurven

Im Ergebnis der Ermüdungsrißausbreitungsversuche bei konstanter Spannungsamplitude (Laborluft, 20 Hz, $R=0,1$, $\sigma_{max}=110$ MPa) lagen für die Orientierungen L-T und T-L jedes Werkstoffes jeweils mehrere (meist fünf) $da/dN-\Delta K$ -Kurven im ΔK -Bereich von <10 MPa $m^{1/2}$ bis >30 MPa $m^{1/2}$ vor. Aus Gründen der Vergleichbarkeit der Ergebnisse untereinander wurde festgelegt, daß die Anpassung der Paris-Geraden grundsätzlich in den Grenzen von 10 MPa $m^{1/2}$ bis 25 MPa $m^{1/2}$ zu erfolgen hat (einzige Ausnahme 5754 H22: infolge des niedrigen K_c -Wertes obere Grenze bei 20 MPa $m^{1/2}$). Alle Wiederholungsmessungen für ein Materiallos wurden zum Zwecke der Anpassung zu einem Datensatz zusammengefaßt. Im Ergebnis der Anpassung lagen für jeden Werkstoffzustand Vorfaktor C und Exponent m der Paris-Gleichung vor.

Die Messung selbst sowie die einzelnen Auswertungsschritte sind in komplexer Weise mit zufälligen und systematischen Meßfehlern behaftet. Zur Verifizierung der Gesamtprozedur wurde für jeden Werkstoff einerseits die Anzahl der Schwingspiele ermittelt, die zu einer Verlängerung des Risses von 2,5 mm bis 25 mm erforderlich ist. Andererseits wurden nach Ausführung der beschriebenen Prozedur durch Integration der Paris-Gleichung in den Grenzen von 2,5 bis 25 mm gemäß Gl. (5.2) mit $\Delta K=f(a)$ gemäß Gl. (5.1) die Schwingspielzahlen rückgerechnet.

$$N_{rück} = \int_{2,5mm}^{25mm} \frac{da}{C[\Delta K(a)]^m} \quad (5.2)$$

Bild 5.8 zeigt die Gegenüberstellung der auf diesen Wegen ermittelten Schwingspielzahlen für insgesamt 26 verschiedene Werkstoffzustände zusammen mit der 45°-Geraden für Identität. Die mittlere prozentuale Abweichung zwischen gemessenen und rückgerechneten Schwingspielzahlen (Mittelwerte für jedes Los) beträgt 9%, die maximale Einzelabweichung beträgt 19%. Diesen Abweichungen stehen inhomogenitätsbedingte Streuungen der für mehrere Proben eines Werkstoffes gemessenen Schwingspielzahlen von bis zu 20% gegenüber. Im Ergebnis ist festzustellen, daß

- die Gesamtprozedur der Auswertung im Mittel über die Werkstoffe keinen systematischen Fehler hinterläßt,
 - der meß- und auswertebedingte Fehler (Fehler der Einzelschritte und Fehlerfortpflanzung) den inhomogenitätsbedingten Fehler zumindest nicht übersteigt,
 - die Gesamtstreuung infolge von Meßfehlern und Materialinhomogenität viel kleiner ist als die Variabilität der Schwingspielzahlen von Werkstoff zu Werkstoff.
- Damit ist die Ermittlung der Rißausbreitungskurven in dem Anwendungszweck angemessener Weise verifiziert.

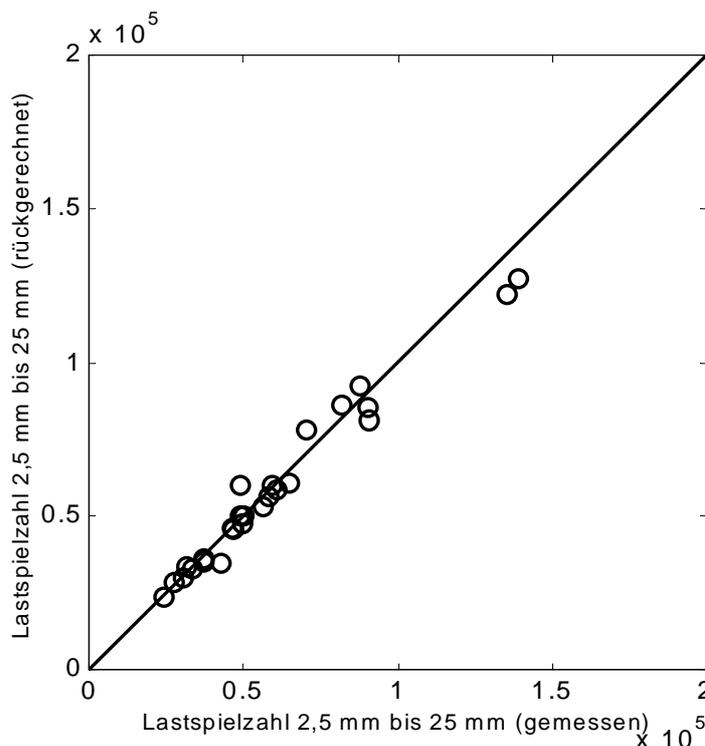


Bild 5.8

Vergleich zwischen direkt gemessener Lastspielzahl für die Rißausbreitung von einer Anfangsrißlänge von 2,5 mm bis zu einer Endrißlänge von 25 mm und durch Integration der an die $da/dN-\Delta K$ -Kurve gefittete Paris-Gleichung rückgerechneter Lastspielzahl.

Bei der Auswertung der Messungen für das Spannungsverhältnis $R=0,5$ wurde prinzipiell genauso verfahren wie für $R=0,1$. Die Anzahl der für jeden Werkstoffzustand durchgeführten Versuche war dabei geringer und betrug 1 oder 2. Da bekannt ist, daß eine Erhöhung von R eine Verschiebung der Rißausbreitungsgerade insgesamt bzw. speziell auch des Paris-Bereichs zu kleineren ΔK -Werten nach sich zieht, wurde auch der Fitbereich (von $6 \text{ MPa m}^{1/2}$ bis $15 \text{ MPa m}^{1/2}$) entsprechend modifiziert. Die Breite dieses Bereichs, ausgedrückt durch das Verhältnis von oberer und unterer Fitgrenze, stimmt mit der für $R=0,1$ überein.

Die Bestimmung des Schwellenwertes für die Ermüdungsrißausbreitung entsprach den Forderungen der Norm ASTM E647-91. Hierzu wurde ΔK schrittweise so lange abgesenkt, bis fünf da/dN - ΔK -Wertepaare mit Rißausbreitungsraten zwischen 10^{-9} und 10^{-10} m/Lastspiel vorlagen. Mittels linearer Regression erfolgte die Bestimmung einer Ausgleichsgerade für die entsprechenden $\log(da/dN)$ - $\log(\Delta K)$ -Wertepaare. Derjenige ΔK -Wert, bei dem die Ausgleichsgerade 10^{-10} m/Lastspiel erreicht, wird normgemäß als technischer Schwellenwert ΔK_S festgelegt.

5.4.3 Rißschließen

Diejenigen Rißschließdaten, die mit dem Ultraschallverfahren gewonnen worden sind, wurden als qualitative Ergebnisse behandelt. Speziell wurde von zwei Versuchen unter gleichen Bedingungen und an gleichartigen Proben aus unterschiedlichen Werkstoffen demjenigen Werkstoff das stärkere Rißschließen zugeschrieben, bei dem innerhalb eines Belastungszyklus bei gegebenem ΔK das transmittierte Ultraschallsignal eher erscheint bzw. später verschwindet (BERGNER u. a. 1998). Dieses Ranking hing nicht von der Rißlänge ab.

Bei der optischen Rißschließmessung wurden zunächst die innerhalb eines Lastzyklus gemessenen Änderungen des Meßfeldabstandes über der zugehörigen Kraft aufgetragen (Bild 5.7). Die weitere Kurvenanpassung erfolgte unter Zusammenfassung der Kurvenäste für abfallende und ansteigende Kraft. Im unteren Kraftbereich wurde eine Konstante (Geradenanstieg 0 vorgegeben), im oberen Kraftbereich eine Gerade (Anstieg als freier Parameter) graphisch angepaßt. Der Schnittpunkt definiert die Rißschließ- bzw. Öffnungskraft. Aus der resultierenden Rißöffnungsspannung σ_{op} wurde gemäß Gl. (4.2) und unter Verwendung der Geometriefunktion aus Gl. (5.1) die effektive Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors ΔK_{eff} berechnet.

Da die Rißlängenmessung in kleineren Abständen der Lastspielzahl erfolgte als die Rißschließmessung, wurden an die vorhandenen $\log(\Delta K)$ - $\log(\Delta K_{eff})$ -Wertepaare Ausgleichsgeraden angepaßt (Bild 5.9), mit deren Hilfe für alle gemessenen da/dN - ΔK -Wertepaare zugehörige da/dN - ΔK_{eff} -Wertepaare interpoliert werden konnten. Im Ergebnis lagen für die hinsichtlich des Rißschließens untersuchten Werkstoffe neben den Rißausbreitungskurven auf der Basis des nominellen ΔK -Wertes auch die entsprechenden Kurven auf der Basis des effektiven ΔK -Wertes vor.

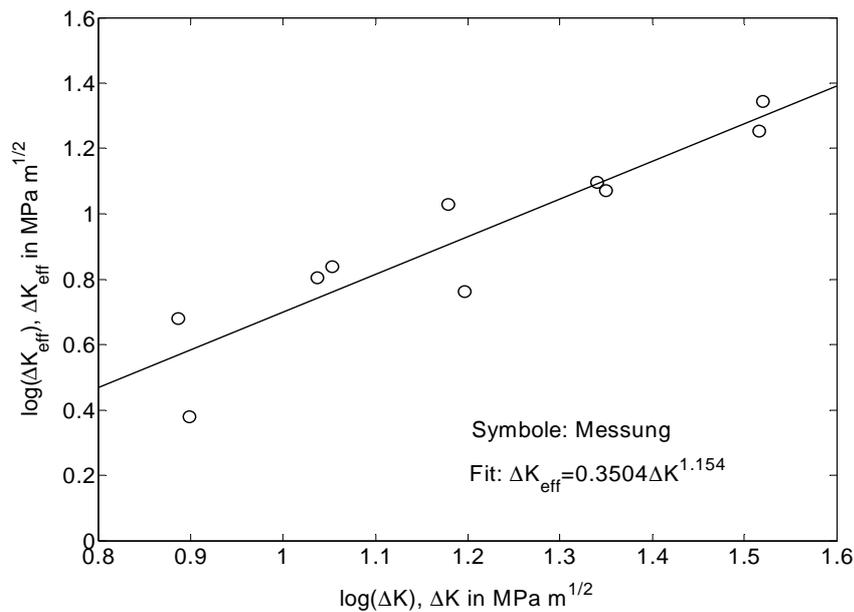


Bild 5.9 ΔK_{eff} als Funktion von ΔK für die Al-Li-Legierung 8090 T81 (T-L, Laborluft)

5.4.4 Kritischer K-Wert

Die Bestimmung kritischer K- bzw. ΔK -Werte für instabile Rißausbreitung (K_{c0} bzw. $\Delta K_{c0}=(1-R)K_{c0}$) erfolgte auf der Grundlage der in den Restfestigkeitsversuchen gemessenen Maximalkräfte unter Verwendung der Geometriefunktion gemäß Gl. (5.1). Hierzu ist anzumerken, daß dieser ΔK_{c0} -Wert nicht notwendigerweise identisch mit demjenigen Wert ΔK_{fc} ist, bei dem in einem hinreichend weit fortgesetzten Ermüdungsrißausbreitungsversuch mit konstanter Spannungsamplitude tatsächlich instabile Rißausbreitung stattfinden würde. Um die näherungsweise Eignung der experimentell ermittelten Werte von ΔK_{c0} nachzuweisen, wurde für diejenigen Werkstoffe, für die parametrisierte R-Kurven vorliegen, ein rechnerischer Vergleich von K_{c0} und K_{fc} vorgenommen. Die Berechnung dieser Werte erfolgte nach dem Tangentenverfahren in der Version von NGUYEN-HOANG (1986) in Analogie zur Vorgehensweise in der Praxis der Bauteilbewertung. Hierzu wurde für die Abmessungen der untersuchten M(T)-Proben einerseits bei gegebenem $\sigma_{\text{max}}=110$ MPa diejenige kritische Rißlänge a_{c0} berechnet, die zur Berührung (Instabilitätsbedingung) der K(a)-Kurve der Probe mit der R-Kurve des Werkstoffs führt, andererseits bei gegebener Anrißlänge a_0 diejenige Spannung σ_c , die Berührung der beiden Kurven nach sich zieht. Die von NGUYEN-HOANG skizzierte Berechnungsmethode führt in beiden Fällen auf Systeme von impliziten, transzendenten Gleichungen mit zwei Unbekannten, deren Lösung unter Matlab programmiert und erprobt wurde (Bild 5.10). Aus diesen Lösungen ergeben sich:

$$K_{fc} = \sigma_{\text{max}} \sqrt{\frac{\pi a_{c0}}{\cos\left(\frac{\pi a_{c0}}{W}\right)}} \quad (5.3)$$

sowie

$$K_{c0} = \sigma_c \sqrt{\frac{\pi a_0}{\cos\left(\frac{\pi a_0}{W}\right)}} \quad (5.4)$$

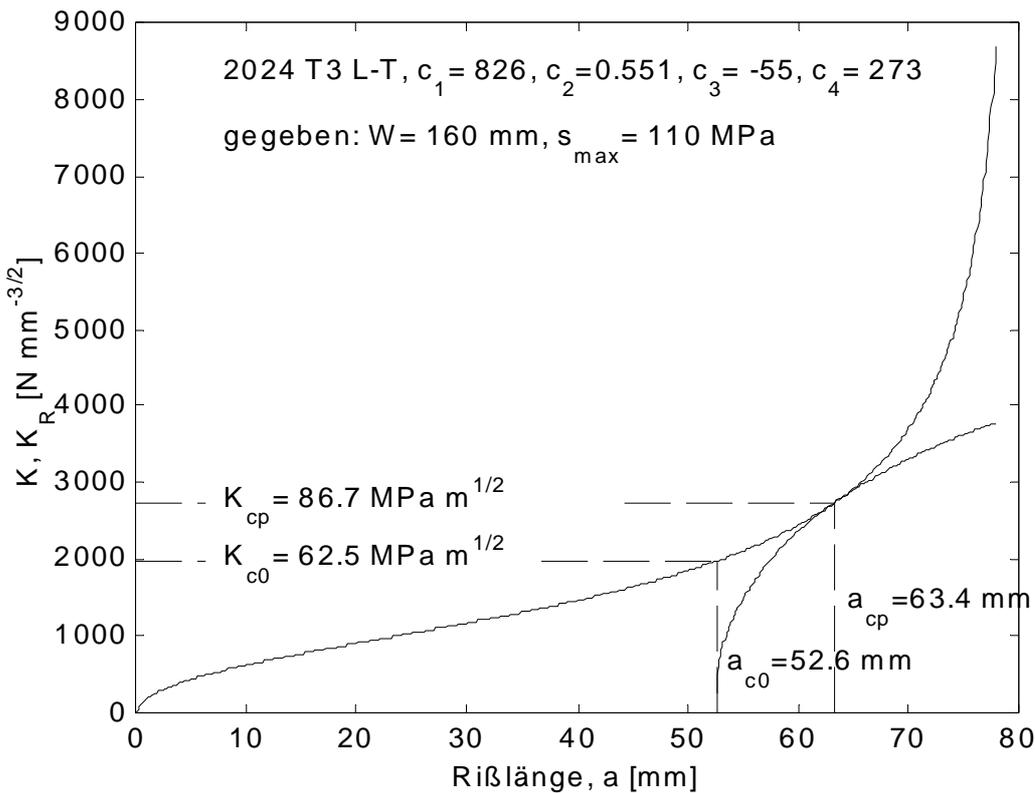


Bild 5.10 Bestimmung kritischer Rißlängen und K_c -Werte nach dem Tangentenverfahren bei 4-parametrischer Beschreibung der R-Kurve nach Nguyen-Hoang beispielhaft für die Aluminiumlegierung 2024 T3 L-T. (Die im Bild mit K_{c0} bezeichnete Größe hat hier die Bedeutung von K_{fc} .)

Tab. 5.6 zeigt einen Vergleich der berechneten Ergebnisse für die fünf Werkstoffzustände mit vorliegenden parametrisierten R-Kurven.

Tabelle 5.6 Vergleich der berechneten K_c -Werte für vorgegebene konstante Spannungsamplitude (K_{fc}) und monoton zunehmende Rißlänge bzw. für konstante Rißlänge und monoton zunehmende Spannung (K_{c0}) sowie entsprechende experimentelle Ergebnisse $K_{c0,exp}$

Werkstoffzustand	K_{fc} [MPa m ^{1/2}]	K_{c0} [MPa m ^{1/2}]	$K_{c0,exp}$ [MPa m ^{1/2}]
2024 T3 L-T	62,4	70,3	66,0
6013 T6 L-T	73,9	84,9	73,6
6013 T6 T-L	68,9	77,7	70,7
7075 T6 L-T	66,4	72,5	-
7475 T761 L-T	70,0	84,7	75,9

Der Vergleich zeigt, daß die Abweichungen zwischen den berechneten Werten von K_{fc} und K_{c0} zwischen 10 und 20% betragen, wobei die K_{c0} -Werte die größeren sind. Die vorhandenen, von der Versuchsführung her mit K_{c0} vergleichbaren experimentellen Ergebnisse liegen im Bereich zwischen K_{fc} und K_{c0} mit Tendenz zu K_{fc} (Abweichungen hiervon <10%). Es erscheint deshalb für den vorliegenden Zweck gerechtfertigt, die gemessenen $K_{c0,exp}$ -Werte als Näherung für die Größe des kritischen K-Wertes in einem Ermüdungsrißausbreitungsversuch zu benutzen, wenn die R-Kurve des Werkstoffs nicht bekannt ist.

5.4.5 Spannungsrißkorrosion

Auf der Grundlage der fraktographischen Rißfortschrittmessungen wurden K unter Verwendung der Geometriefunktion gemäß Gl. (5.1) sowie da/dt ermittelt und als Abhängigkeit $da/dt=f(K)$ doppelt-logarithmisch dargestellt. Gegebenenfalls können an die Meßwerte eine Gerade oder bei bekanntem SRK-Schwellenwert und K_c -Wert eine Kurve mit entsprechendem Divergenzverhalten angepaßt werden.

5.5 Datenanalyse

5.5.1 Datensammlung und Zugriff

Die Speicherung und Handhabung der Versuchsergebnisse wurden folgendermaßen organisiert:

- Alle gemessenen Spannungs-Dehnungs-Kurven (~5000 Wertepaare pro Kurve) liegen unter Windows 95 in geordneten Verzeichnissen als Ascii-Files vor. Sie lassen sich mit geringem Aufwand zu Matlab-Dateien konvertieren.
- Alle a-N-Kurven (~30-60 Wertepaare pro Kurve) liegen als handschriftliche Protokolle sowie als manuell eingegebene Matlab-Files (Ascii) vor.
- Die Auswertung der Spannungs-Dehnungs-Kurven erfolgt unter einem selbstentwickelten Delphi-Programm. Die berechneten sowie die angepaßten wahren Spannungs-Dehnungs-Kurven lassen sich ebenfalls im Ascii-Format speichern. Die berechneten Zugversuchs-Kennwerte sowie die angepaßten Kurvenparameter wurden in einer Tabelle unter Lotus 123 gesammelt, und für jeden Werkstoffzustand wurden die entsprechenden Mittelwerte berechnet.
- Die Berechnung der $da/dN-\Delta K$ -Kurven aus den a-N-Wertepaaren erfolgte unter Matlab. Die Ergebnisse liegen als Matlab-Datei (Ascii) vor. Die Anpassung der Paris-Gleichung (bzw. anderer Gleichungen wie der Forman-Gleichung) erfolgte ebenfalls unter Matlab. Die berechneten Parameter der Rißausbreitungskurven wurden zusammen mit den Ergebnissen der Restfestigkeitsversuche für jede Probe in einer weiteren Lotus-123-Tabelle gesammelt, deren Aufbau der Tabelle mit den Zugversuchsergebnissen entspricht.
- Die Mittelwerte der in die Untersuchung einbezogenen Zugversuchs- und Rißausbreitungsparameter liegen für alle untersuchten Werkstoffzustände (insgesamt 39) in den 123-Tabellen sowie als Parametermatrix unter Matlab vor und stehen damit für die weitere Datenanalyse zur Verfügung.
- Die Darstellung der Ergebnisse in Streudiagrammen, die Berechnung abgeleiteter Parameter, die einfache oder multiple Korrelations- und Regressionsanalyse und weitere Berechnungen erfolgten im wesentlichen unter Matlab.

Die Entwicklung einer einheitlichen Datenbank für alle Ergebnisse erscheint zum gegenwärtigen Zeitpunkt nicht sinnvoll, da die Datensätze relativ inhomogen sind und sich die an ihnen auszuführenden Operationen durch große Vielfalt und Komplexität auszeichnen. Eine dieser Operationen besteht in der Unterdrückung der algebraischen Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent der Paris-Gleichung.

5.5.2 Unterdrückung der algebraischen Korrelation

Durch die Unterdrückung der algebraischen Korrelation zwischen Vorfaktor C und Exponent m der Paris-Gleichung wird jedem Werkstoff i anstelle des gemessenen Vorfaktors C_i ein neuer Vorfaktor C_i^* gemäß Abschnitt 2.5, Gl. (2.46) zugeordnet. Dieser Parameter C_i^* beschreibt den Schnittpunkt der Paris-Geraden, wenn von der Einheit $1 \text{ MPa m}^{1/2}$ zur Einheit ΔK^* gemäß Abschnitt 2.5 übergegangen wird, er entspricht gleichzeitig der Rißausbreitungsrate $(da/dN)_i$ des Werkstoffs i an der Stelle ΔK^* . Diese Transformation von C_i nach C_i^* stellt nach Abschnitt 2.4 sicher, daß die C_i^* -Werte und die entsprechenden Paris-Exponenten m_i unkorreliert sind. Die Parameter C_i^* unterscheiden sich insofern von allen anderen bisher besprochenen Werkstoffparametern, als ihre Werte nicht nur vom Werkstoff i selbst, sondern gleichzeitig von allen anderen Werkstoffen abhängig sind.

Es zeigt sich jedoch, daß die Werte von C_i^* unter realen Bedingungen durch die Hinzunahme eines weiteren Werkstoffs zu einer größeren Werkstoffgruppe nur schwach oder überhaupt nicht beeinflusst werden. Letzteres trifft zu, wenn sich die Rißausbreitungsgeraden stark in einem Punkt fokussieren, wie es für eine Teilmenge der untersuchten Aluminiumlegierungen beobachtet wird.

5.5.3 Kombinierte Dimensions- und Korrelationsanalyse

Die vorliegende Datensammlung enthält für eine (erweiterbare) Anzahl von n (derzeit $n=39$) Werkstoffzuständen (d. h. unterschiedliche Aluminiumlegierungen, Auslagezustände oder Probenorientierungen) jeweils eine (erweiterbare) Anzahl von Werkstoffkennwerten bzw. -parametern. Seien P und Q zwei solche Parameter und P_i und Q_i ($i=1, \dots, 39$) ihre Realisierungen (Stichproben) für die erfaßten Werkstoffe. Dann ist der Stichproben-Korrelationskoeffizient r definiert als:

$$r(P, Q) = \frac{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})(Q_i - \bar{Q})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (P_i - \bar{P})^2 \sum_{i=1}^n (Q_i - \bar{Q})^2}} \quad (5.5)$$

Der Korrelationskoeffizient r gibt den Grad der linearen Abhängigkeit der Parameter P und Q an. Es gilt:

- $0 \leq |r| \leq 1$,
- $|r| = 1$, wenn P und Q linear abhängig sind, d. h. $P_i = aQ_i + b$ mit $a \neq 0$ für alle i .
- $r=0$, wenn P und Q statistisch unabhängig sind.

Diese Aussagen gelten unabhängig davon, welcher statistischen Verteilung P und Q genügen, also speziell auch dann, wenn sie nicht normalverteilt sind. Ein

betragsmäßig hoher Korrelationskoeffizient allein ist noch kein ausreichendes Indiz für einen ursächlichen Zusammenhang zwischen zwei Stichproben. Nach SACHS (1997) sind formale Korrelationen, Inhomogenitätskorrelationen, Gemeinsamkeitskorrelationen und kausale Korrelationen zu unterscheiden. Ein Beispiel für eine formale Korrelation ist die algebraische Korrelation zwischen Vorfaktoren und Exponenten einer Potenzgleichung (Abschnitt 2.4), deren Unterdrückung gemäß Abschnitt 2.4.2 sichergestellt ist (Abschnitt 5.5.2). Eine Inhomogenitätskorrelation kann vorliegen, ohne daß ein ursächlicher Zusammenhang zwischen zwei Stichproben besteht, wenn die Stichproben stark inhomogen verteilt sind. Um dies zu vermeiden, wurde großer Wert darauf gelegt, in das Untersuchungsprogramm ein breites und ausgewogenes Werkstoffspektrum einzubeziehen (Abschnitt 5.2.1). Der Erfolg dieser Maßnahme kann von Fall zu Fall anhand der Verteilung der Datenpunkte in den Streudiagrammen überprüft werden. Nach Ausschluß von formalen und inhomogenitätsbedingten Korrelationen liegt mit Sicherheit eine Gemeinsamkeitskorrelation (die Verteilungen von P und Q haben gemeinsame Ursachen) oder eine kausale Korrelation (P hängt ursächlich von Q ab oder umgekehrt) vor.

Wir nehmen nun an, die Größe P habe die Dimension [P] und die Größe Q habe die davon verschiedene Dimension [Q]. Dann zeigt die Anwendung der Dimensionsanalyse auf den Zusammenhang zwischen P und Q, daß, wenn P signifikant von Q abhängt, P auch noch mindestens von einer weiteren Einflußgröße X abhängen muß. Die Dimension von X muß so beschaffen sein, daß es ein Potenzprodukt $Q^q X^x$ gibt, dessen Dimension mit [P] übereinstimmt. Nur Größen gleicher Dimension dürfen miteinander korreliert werden. Zum Beispiel signalisiert eine aufgefundene Korrelation zwischen Paris-Exponent (dimensionslos) und Bruchzähigkeit aus Dimensionsgründen sofort die Notwendigkeit der Existenz weiterer Einflußgrößen. Dafür reicht auch die Streckgrenze allein nicht aus. Erst Streckgrenze und Probenstärke zusammen mit der Bruchzähigkeit ermöglichen die Bildung eines dimensionslosen Potenzprodukts.

Um dem Anspruch der Arbeit, einen Beitrag zur Aufklärung des Werkstoffeinflusses auf die Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen zu leisten, gerecht zu werden, sind an den gewählten korrelativen Ansatz folgende Bedingungen zu stellen:

- Formale und algebraische Korrelationen sowie Inhomogenitätskorrelationen sind weitgehend auszuschließen.
- Die Übereinstimmung der physikalischen Dimensionen der zu korrelierenden Größen ist zu gewährleisten.
- Ein Zusammenhang zwischen den zu korrelierenden Größen soll von vornherein werkstoffwissenschaftlich begründet sein (z. B. durch ein Modell). Andernfalls ist wenigstens nachträglich nach einer Interpretation zu suchen.

6. Ergebnisse

6.1 Zugversuch

6.1.1 Kennwerte des Zugversuchs

Die Kennwerte des Zugversuchs ($R_{p0.2}$, R_m , A_g , A) sind in Tab. 6.1 zusammengestellt. Es handelt sich um Mittelwerte über jeweils mindestens fünf Einzelversuche.

Tabelle 6.1 Kennwerte und Fitparameter *) des Zugversuchs (Mittelwerte).

Legierung	$R_{p0.2}$	R_m	A_g	A	Hollomon k	Hollomon n	Zouhar sigma_s	Zouhar β	Zouhar θ
	[MPa]	[MPa]	[%]	[%]	[MPa]		[MPa]		[MPa]
1424 Tx L	344	513	6,6	6,7	762	0,127	583	25,97	15167
1424 Tx T	349	518	21,5	22,8	772	0,158	703	6,33	4433
2017A T4 L	279	418	17,5	20,9	666	0,172	525	11,09	5829
2017A T4 T	264	408	17,1	20,1	654	0,175	511	11,66	5959
2024 T3 L (A)	330	442	14,5	16,0	654	0,135	538	11,94	6265
2024 T3 T (A)	283	425	14,6	17,0	644	0,145	510	14,20	7220
2024 T351 L (K1)	315	436	15,5	18,3	660	0,146	543	11,34	6153
2024 T351 T (K1)	291	425	14,3	21,3	642	0,148	519	12,40	6455
2024 T351 L (K2)	340	448	14,2	16,4	656	0,134	551	10,71	5905
2024 T351 T (K2)	293	436	15,9	18,5	671	0,154	536	12,57	6734
2024 T351 L (P)	378	494	14,3	17,4	731	0,133	605	12,13	7340
2024 T351 T (P)	328	486	15,3	17,9	742	0,149	593	13,65	8091
2024 T81 L (A)	387	434	4,9	5,8	539	0,056	469	33,30	15800
2024 T81 T (A)	387	425	4,5	4,9	517	0,050	467	35,54	17800
2024 T851 L (K2)	413	450	4,7	6,5	545	0,050	500	22,62	11310
2024 T851 T (K2)	416	449	4,4	5,7	536	0,043	486	30,25	14702
2219 T87 L	371	460	9,4	12,1	636	0,099	522	21,82	11387
2219 T87 T	357	455	10,4	14,6	639	0,105	521	21,39	11131
2524 T3 L	325	455	15,8	19,1	693	0,149	566	11,28	6382
2524 T3 T	295	443	17,7	21,2	687	0,156	549	12,05	6604
5754 H22 L	150	238	16,1	19,0	377	0,180	287	12,55	3603
5754 H22 T	146	205	17,4	20,2	373	0,175	288	12,28	3539
6009 T6 L	287	322	8,9	14,2	398	0,060	368	15,72	5782
6009 T6 T	281	317	8,5	12,8	394	0,061	362	16,12	5832
6013 T4 L	224	341	18,4	20,9	551	0,185	448	9,17	4060
6013 T4 T	202	336	19,3	25,4	549	0,190	431	10,52	4460
6013 T6 L	370	392	7,3	10,3	466	0,044	457	12,63	6250
6013 T6 T	344	385	7,8	8,2	469	0,051	432	22,60	9810
6061 T6 L	297	336	9,4	12,2	434	0,075	399	11,90	4750
6061 T6 T	286	334	9,6	13,6	435	0,077	385	15,90	6130
6082 T6 L	276	334	12,2	17,5	452	0,094	397	13,79	5469
6082 T6 T	314	356	9,3	13,1	451	0,068	414	15,36	6482
7075 T651 L	512	552	8,8	12,6	678	0,053	664	9,78	6467
7075 T651 T	513	577	9,0	12,1	721	0,059	659	16,98	11178
7475 T761 L	434	494	6,8	10,8	632	0,068	556	20,82	11567
7475 T761 T	435	495	7,3	11,1	634	0,069	559	19,68	10982
8090 T81 L	342	442	12,4	13,7	601	0,101	513	16,10	8231
8090 T81 T	303	438	12,7	17,2	620	0,118	500	19,40	9691
AlMgSc T	289	389	16,7	24,4	570	0,150	517	6,46	3338

*) Die benutzte Version von Lotus-123 läßt Indizes und gemischte Schriftarten nicht zu. Diese wurden durch Tiefstriche bzw. deutsche Umschreibungen ersetzt.

6.1.2 Verfestigungsexponent und athermischer Verfestigungsparameter

Aus den gemessenen technischen Spannungs-Dehnungs-Kurven wurden für den Bereich bis zum Kraftmaximum die Abhängigkeiten der wahren Spannung von der wahren Dehnung bzw. von der plastischen Dehnung berechnet. Durch Anpassung der Hollomon-Gleichung bzw. der Voce-Gleichung in der Variante nach Zouhar (plastische Dehnung als Abszisse) erfolgte die Bestimmung der Verfestigungsparameter. Die jeweiligen Mittelwerte sind ebenfalls in Tab. 6.1 erfaßt. Die Zehner- und Einerstellen der Zahlenwerte für den athermischen Verfestigungsparameter θ sind nicht signifikant. Die Ergebnisse für die ergänzend untersuchte Magnesiumlegierung und die unlegierten Stähle folgen in Abschnitt 6.2.3.

6.2 Ermüdungsrißausbreitung

6.2.1 Vollständige Rißausbreitungskurven

Bild 6.1 zeigt gemessene Rißausbreitungskurven für die Aluminiumlegierungen 2219 T87 (Teilbild a) sowie 6013 T6 (Teilbild b). Die Kurvenzweige für die beiden Teilversuche mit konstanter Spannungsamplitude (steigendes ΔK) und stufenweise abfallende Spannungsamplitude schließen in beiden Fällen bei $\Delta K \sim 8 \text{ MPa m}^{1/2}$ nahtlos aneinander an. Im Teilbild a wurde eine arctanh-Kurve an die Meßwerte angepaßt. Teilbild b veranschaulicht die Ermittlung des technischen Schwellenwertes von ΔK gemäß ASTM E647-91. Für beide Legierungen sind der technische Schwellenwert ΔK_S sowie der aus dem Restfestigkeitsversuch für $2a \sim W/3$ abgeschätzte Instabilitätswert $\Delta K_{c0} = (1-R)K_{c0}$ angegeben (siehe Abschnitte 5.3 und 5.4). Außerdem wird deutlich, daß der in den nachfolgend dargestellten Routineversuchen überstrichene ΔK -Bereich von ~ 10 bis $\sim 30 \text{ MPa m}^{1/2}$ dem oberen Paris-Bereich zuzuordnen ist.

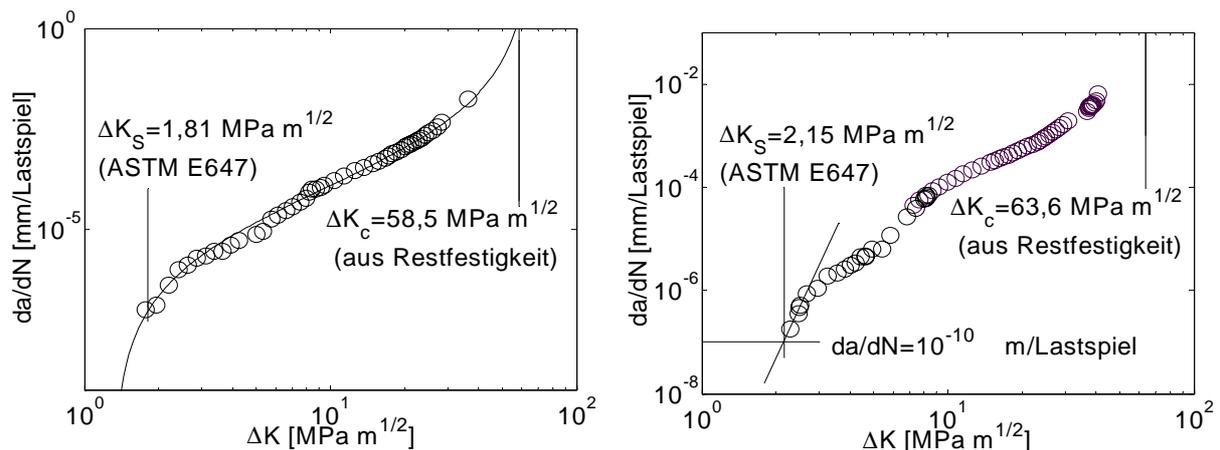


Bild 6.1 Ermüdungsrißausbreitungskurven für die Aluminiumlegierungen 2219 T87 (a) und 6013 T6 (b) mit gemessenem Schwellenwert und Instabilitätswert von ΔK (jeweils Orientierung T-L, Blechdicke 1,6 mm, $R=0.1$, 20 Hz, Laborluft)

6.2.2 Rißausbreitung im Paris-Bereich

Ein großer Teil der Arbeit befaßt sich mit dem Werkstoffeinfluß auf Vorfaktor und Exponent der Paris-Gleichung für Aluminiumlegierungen unter den vorliegenden Versuchsbedingungen (dünne Bleche, 20 Hz, Laborluft). Hierzu wurde das Werkstoffverhalten zunächst ausführlich für das Spannungsverhältnis $R=0,1$ untersucht. Es folgen weniger umfangreiche Ergebnisse für das Spannungsverhältnis $R=0,5$ sowie für Stähle und eine Magnesiumlegierung.

Die gemessenen Ermüdungsrißausbreitungskurven (siehe Abschnitt 5.4.2) ausgewählter Zustände der untersuchten Aluminiumlegierungen für $R=0,1$ sind in den Bildern 6.2a bis c dargestellt. Jedes Teilbild zeigt:

- den Vergleich der Orientierungen L-T und T-L,
- die im ΔK -Bereich von 10 bis 25 MPa $m^{1/2}$ angepaßten (zur besseren Sichtbarkeit über den Fitbereich hinaus verlängerten) Paris-Geraden sowie
- für die Orientierung T-L den Einfluß einer 3,5%igen wäßrigen NaCl-Lösung.

Wie Bilder 6.2a bis c zeigen, bestätigt sich der lineare Verlauf der doppelt-logarithmisch aufgetragenen Rißausbreitungskurven im Bereich von 10 bis 25 MPa $m^{1/2}$ (bzw. 20 MPa $m^{1/2}$ für 5754 H22) für die Mehrheit der untersuchten Legierungszustände. Abweichungen von der Linearität werden für 1424 Tx und 7075 T651 beobachtet. Der ΔK -Bereich unterhalb 10 MPa $m^{1/2}$ ist bei der gegebenen Versuchsführung nur bedingt auswertbar, da hier die Meßgenauigkeit abnimmt und zunehmend Anfahr- bzw. Kurzrißeffekte bedeutsam werden.

Die Ergebnisse der Auswertung der Ermüdungsrißausbreitungsversuche für $R=0,1$ sind in Tab. 6.2 aufgelistet. Diese Tabelle enthält neben den Exponenten m und den Vorfaktoren C der Paris-Gleichung, wie sie sich aus Anstieg und Schnittpunkt der Paris-Geraden in Bildern 6.2a bis c ergeben, auch den Vorfaktor C_3 , den man erhält, wenn der Exponent $m=3$ vorgegeben ist, ferner die Rißausbreitungsrate C^* an der Stelle $\Delta K=10$ MPa $m^{1/2}$, den gemessenen K_{c0} -Wert sowie die aus Streckgrenze und σ_{max} berechnete Gültigkeitsgrenze K_{max} der linear-elastischen Bruchmechanik (LEBM) gemäß ASTM E647-91. Der K_{max} -Wert läßt sich aus den in der ASTM-Norm angegebenen Beziehungen durch Lösen einer Gleichung dritten Grades bestimmen. Die Angaben für C und C_3 gelten nur bei Verwendung der Maßeinheiten MPa $m^{1/2}$ für ΔK und mm/Lastspiel für da/dN . Wie bereits erwähnt gelten die Parameter der Paris-Gleichung für die Legierungen 1424 Tx und 7075 T651 nur bedingt, da keine Linearität vorliegt.

Es stellt sich heraus, daß mit Ausnahme der Legierung 5754 H22 der analysierte ΔK -Bereich vollständig im Gültigkeitsbereich der linear-elastischen Bruchmechanik liegt. Für die Aluminiumlegierungen 2024 T851 und 7075 T651 liegt sogar der Instabilitätswert K_{c0} innerhalb des Gültigkeitsbereichs der LEBM. Für alle anderen Legierungen genügen die angegebenen K_{c0} -Werte nicht den Gültigkeitsbedingungen der LEBM. Sie stellen dennoch ein Maß für die Lage desjenigen K -wertes dar, bei dem unter den vorliegenden Versuchsbedingungen instabile Rißausbreitung einsetzt.

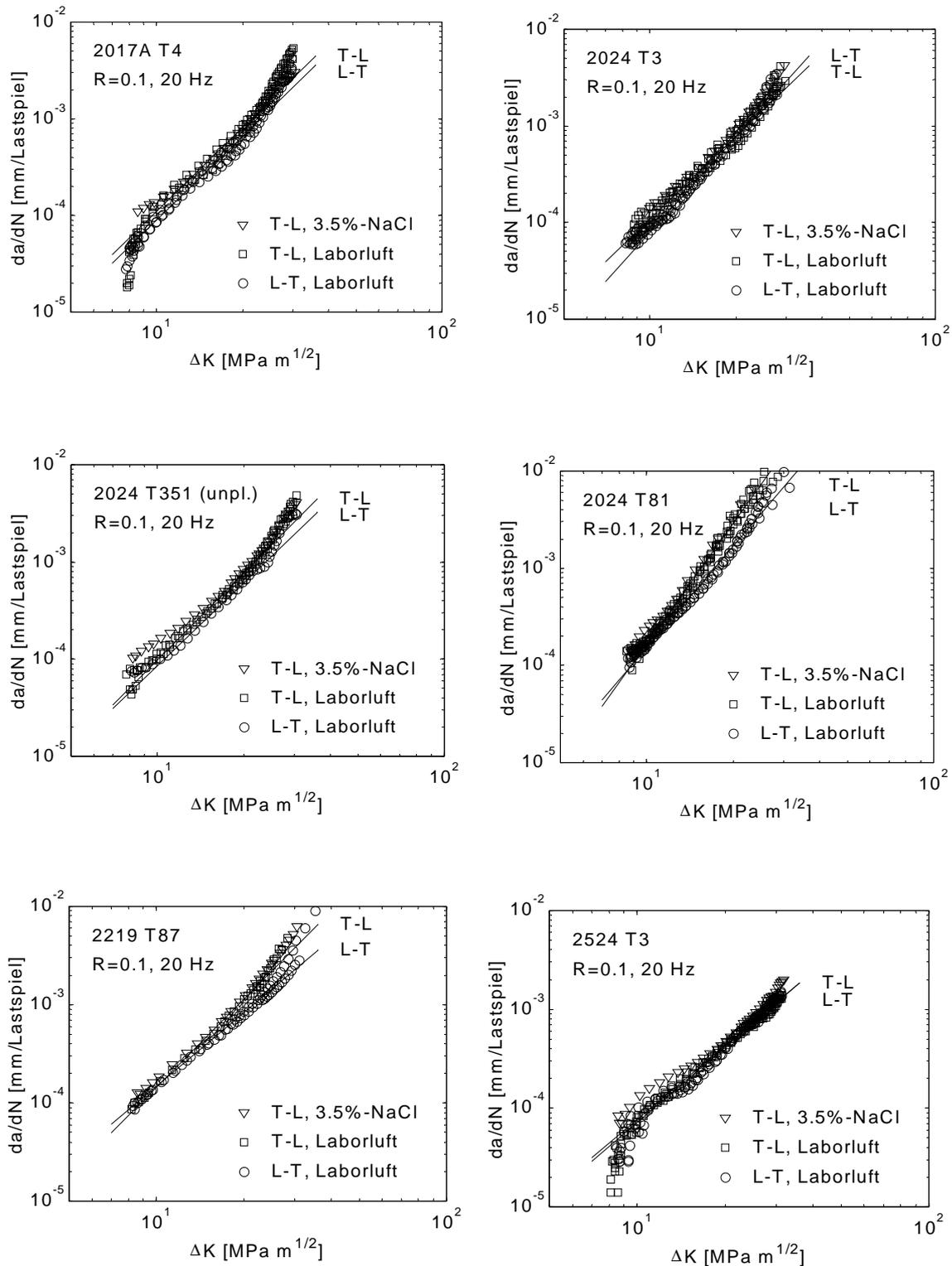


Bild 6.2a Vergleich der Ermüdungsrißausbreitungskurven für die Orientierungen L-T und T-L (gemessene Streubänder und im Bereich von 10 bis 25 MPa $m^{1/2}$ gefittete Geraden) sowie Einfluß des Umgebungsmediums für die angegebenen Aluminiumlegierungen

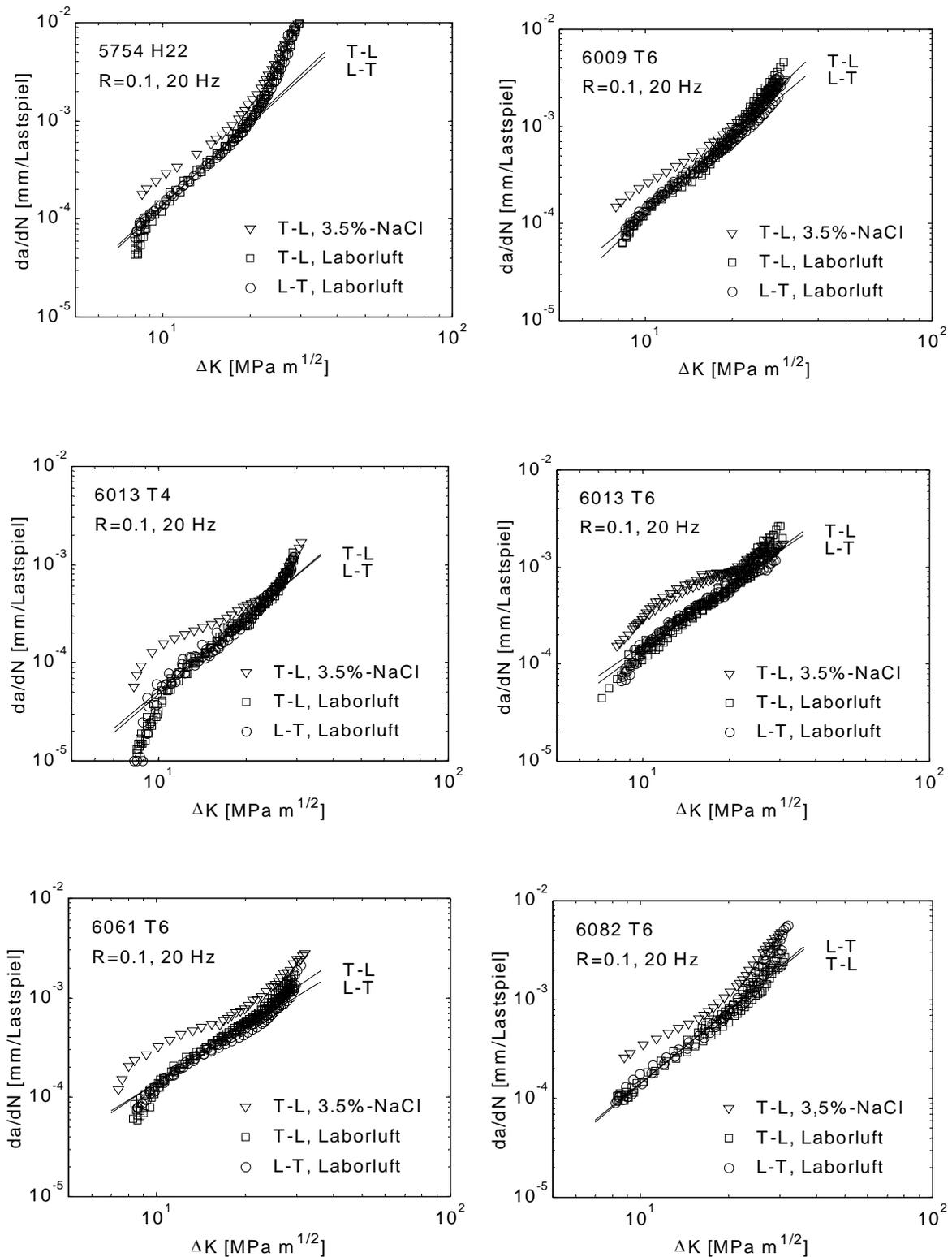


Bild 6.2b Vergleich der Ermüdungsrißausbreitungskurven für die Orientierungen L-T und T-L (gemessene Streubänder und im Bereich von 10 bis 25 MPa $m^{1/2}$ gefittete Geraden) sowie Einfluß des Umgebungsmediums für die angegebenen Aluminiumlegierungen

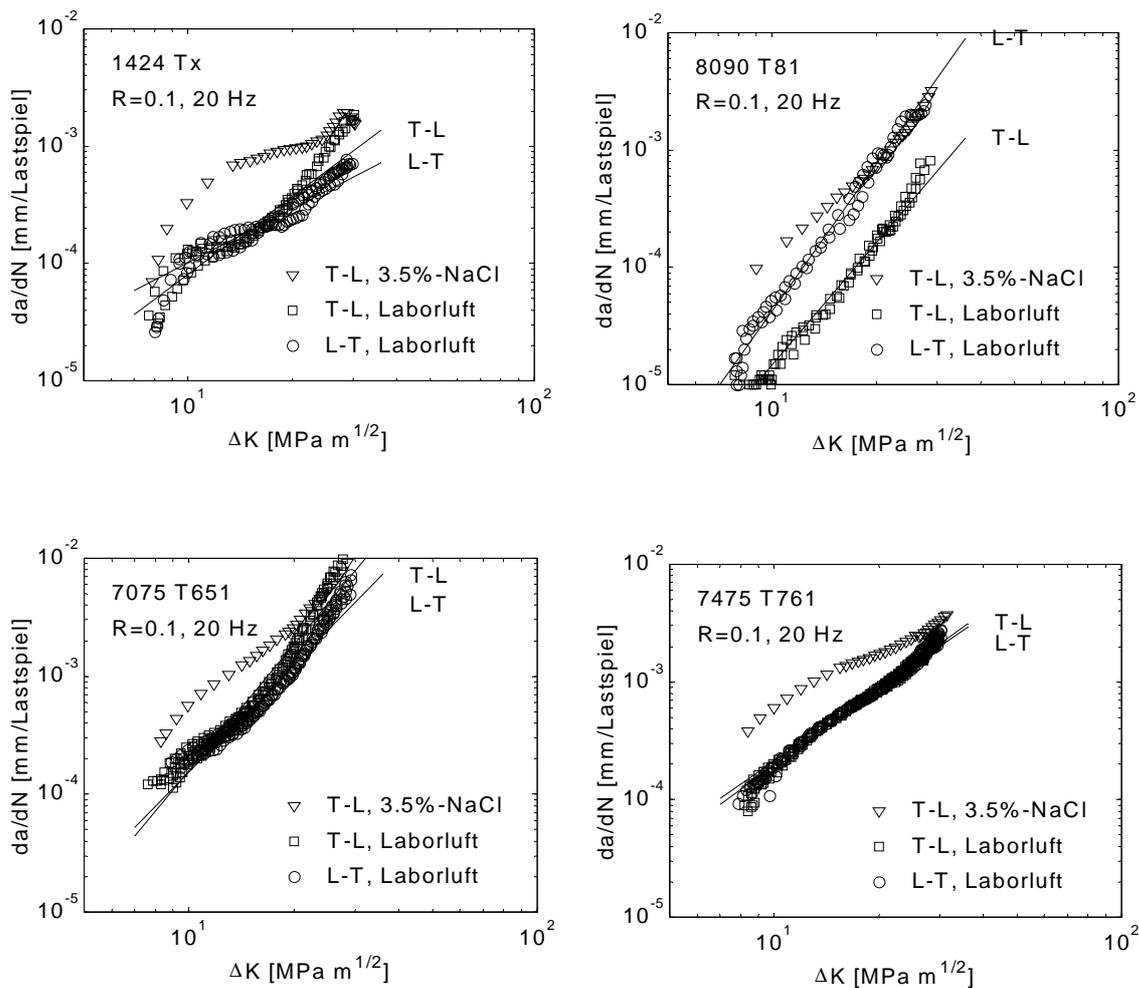


Bild 6.2c Vergleich der Ermüdungsrißausbreitungskurven für die Orientierungen L-T und T-L (gemessene Streubänder und im Bereich von 10 bis 25 $\text{MPa m}^{1/2}$ gefittete Geraden) sowie Einfluß des Umgebungsmediums für die angegebenen Aluminiumlegierungen

Für die Paris-Gleichung gelten die in den Abschnitten 2.4 und 2.5 getroffenen allgemeinen Aussagen hinsichtlich der algebraischen Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent, ihrer Unterdrückung sowie der daraus resultierenden Darstellungsform einer Potenzgleichung. Für die in Tab. 6.2 erfaßte Gesamtheit von 39 Legierungszuständen ergibt sich gemäß Gl. (2.42) für die Abszisse des Fokussierungspunktes $\Delta K^* = 12,2 \text{ MPa m}^{1/2}$. Diese Größe ist gemäß Gl. (2.46) als Normierungsfaktor in der Paris-Gleichung zu verwenden. Sie entspricht näherungsweise dem von BERGNER und ZOUHAR (2000) für eine Teilmenge von 20 Legierungszuständen erhaltenen Normierungsfaktor von $\Delta K^* = 9,76 \text{ MPa m}^{1/2}$. Der Unterschied dieser Werte trägt der Tatsache Rechnung, daß ΔK^* im allgemeinen von der Werkstoffauswahl abhängt. Der Wert von ΔK^* ändert sich aber bei Hinzunahme einiger Werkstoffe zu einer repräsentativen Gruppe nicht mehr stark.

Tabelle 6.2 Ergebnisse der Ermüdungsrißausbreitungsversuche (Laborluft, $R=0,1$). Die Angaben für C und C_3 gelten nur bei Verwendung der Maßeinheiten $\text{MPa m}^{1/2}$ für ΔK und mm/Lastspiel für da/dN . Die eingeklammerten Kurzbezeichnungen der Legierungen dienen der Identifizierung des Herstellers bzw. des Loses.

Legierung	Paris (m=3)	Paris	Paris			LEBM
	C_3	m	C	$C^*=da/dN(10)$ [mm/Lastspiel]	K_c0 [MPa m ^{1/2}]	K_max [MPa m ^{1/2}]
1424 Tx L	4,75E-008	1,54	2,92E-006	1,01E-004	64,1	50,18
1424 Tx T	5,66E-008	2,21	4,96E-007	8,04E-005	63,8	50,67
2017A T4 L	8,41E-008	2,88	1,17E-007	8,88E-005	60,2	42,24
2017A T4 T	1,03E-007	2,89	1,42E-007	1,10E-004	55,8	40,24
2024 T3 L (A)	8,12E-008	3,28	4,14E-008	7,89E-005	66,0	48,53
2024 T3 T (A)	1,05E-007	2,85	1,54E-007	1,09E-004	59,8	42,80
2024 T351 L (K1)	5,52E-008	2,67	1,38E-007	6,45E-005	71,4	49,69
2024 T351 T (K1)	6,35E-008	2,41	3,2E-007	8,23E-005	64,4	44,12
2024 T351 L (K2)	8,58E-008	2,92	1,08E-007	8,98E-005	71,1	53,88
2024 T351 T (K2)	8,89E-008	2,73	1,89E-007	1,01E-004	62,1	48,40
2024 T351 L (P)	7,94E-008	2,84	1,24E-007	8,58E-005	76,6	54,71
2024 T351 T (P)	9,75E-008	2,99	9,97E-008	9,74E-005	68,6	54,76
2024 T81 L (A)	1,86E-007	3,46	5,29E-008	1,53E-004	47,8	46,82
2024 T81 T (A)	2,72E-007	4,15	1,17E-008	1,65E-004	52,0	43,84
2024 T851 L (K2)	1,54E-007	3,10	1,16E-007	1,46E-004	56,4	57,36
2024 T851 T (K2)	1,76E-007	3,75	2,31E-008	1,30E-004	55,9	57,68
2219 T87 L	1,08E-007	2,49	4,75E-007	1,47E-004	72,9	53,05
2219 T87 T	1,40E-007	2,98	1,50E-007	1,43E-004	66,8	51,58
2524 T3 L	5,58E-008	2,54	2,07E-007	7,23E-005	70,2	47,97
2524 T3 T	5,85E-008	2,49	2,48E-007	7,66E-005	69,4	44,39
5754 H22 L	1,23E-007	2,70	2,80E-007	1,40E-004	37,6	14,58
5754 H22 T	1,28E-007	2,80	2,18E-007	1,38E-004	37,0	12,29
6009 T6 L	1,02E-007	2,49	4,36E-007	1,35E-004	59,6	43,36
6009 T6 T	1,09E-007	2,84	1,75E-007	1,21E-004	57,8	42,53
6013 T4 L	3,97E-008	2,47	1,74E-007	5,14E-005	52,5	34,03
6013 T4 T	3,89E-008	2,55	1,35E-007	4,79E-005	50,5	29,85
6013 T6 L	9,94E-008	2,04	1,43E-006	1,57E-004	73,6	52,94
6013 T6 T	9,80E-008	2,20	8,77E-007	1,39E-004	70,7	50,17
6061 T6 L	7,32E-008	1,82	2,12E-006	1,40E-004	61,3	44,58
6061 T6 T	8,10E-008	2,01	1,39E-006	1,42E-004	61,1	43,13
6082 T6 L	1,04E-007	2,49	4,50E-007	1,39E-004	60,0	41,85
6082 T6 T	1,01E-007	2,42	5,44E-007	1,43E-004	59,1	46,74
7075 T651 L	1,55E-007	3,02	1,47E-007	1,54E-004	59,0	67,76
7075 T651 T	1,98E-007	3,56	4,31E-008	1,56E-004	50,8	66,42
7475 T761 L	1,23E-007	2,05	1,88E-006	2,11E-004	75,9	59,37
7475 T761 T	1,26E-007	2,16	1,36E-006	1,98E-004	74,0	59,47
8090 T81 L	7,31E-008	4,18	2,79E-009	4,22E-005	65,2	49,95
8090 T81 T	1,83E-008	3,47	4,97E-009	1,47E-005	60,2	45,32
AlMgSc T	9,86E-008	2,09	1,05E-006	1,29E-004	61,5	43,59

Es erscheint vorläufig gerechtfertigt, näherungsweise mit $\Delta K^*=10 \text{ MPa m}^{1/2}$ zu arbeiten. Die sich gemäß Gl. (2.46) ergebenden Vorfaktoren entsprechen dann den in Tab. 6.2 angegebenen Rißausbreitungsraten bei $\Delta K^*=10 \text{ MPa m}^{1/2}$. Die Auswertung ergibt, daß diese C^* -Werte um mehr als eine Größenordnung variieren, also

keineswegs konstant sind. Von einem gemeinsamen "Schnittpunkt" kann keine Rede sein, die "Fokussierung" ist schwach. Die Darstellung der Paris-Gleichung für alle Aluminiumlegierungen in Gestalt von Gl. (2.47) ist also nicht möglich.

In Bild 6.3 sind die Ergebnisse von Ermüdungsrißausbreitungsversuchen mit konstanter Spannungsamplitude bei einem Spannungsverhältnis von $R=0,5$ dargestellt.

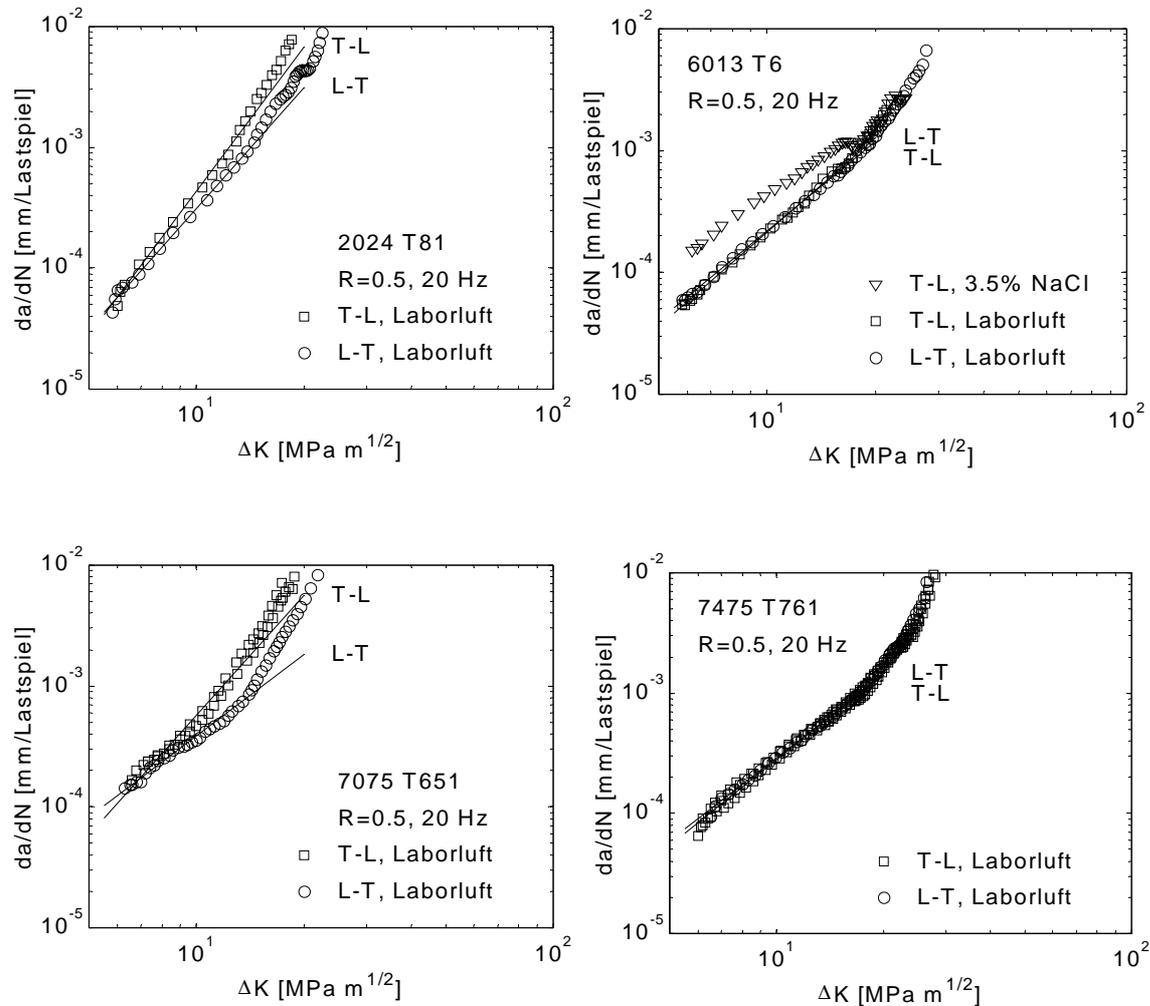


Bild 6.3 Vergleich der Ermüdungsrißausbreitungskurven für die Orientierungen L-T und T-L (gemessene Streubänder und im Bereich von 6 bis 15 MPa m^{1/2} angepaßte Geraden) sowie Einfluß des Umgebungsmediums (nur 6013 T6) für die angegebenen Aluminiumlegierungen

Die Ergebnisse der Versuchsauswertung unter Berücksichtigung des verschobenen Meß- und Fitbereichs (siehe Abschnitt 5.4.2) sind in Tab. 6.3 für alle bei $R=0,5$ untersuchten Werkstoffe zusammengestellt. Als Normierungsgröße ergibt sich ein ΔK -Wert von 6,8 MPa m^{1/2}. Wie bei $R=0,1$ variieren die C^* -Werte um mehr als eine Größenordnung.

Tabelle 6.3 Ergebnisse der Ermüdungsrißausbreitungsversuche (Laborluft, $R=0,5$). Die Angaben für C gelten nur bei Verwendung der Maßeinheiten $\text{MPa m}^{1/2}$ für ΔK und mm/Lastspiel für da/dN

Legierung	Paris	Paris	$C^*=da/dN(6.8)$ [mm/Lastspiel]
	m	C	
2024 T351 T (K2)	3.09	1.59E-007	5.94E-005
2024 T81 L (A)	3.32	1.51E-007	8.77E-005
2024 T81 T (A)	3.96	4.81E-008	9.53E-005
2024 T851 T (K2)	3.53	9.28E-008	8.06E-005
6013 T4 L	2.45	3.48E-007	3.81E-005
6013 T4 T	1.99	1.21E-006	5.49E-005
6013 T6 L	2.44	7.99E-007	8.59E-005
6013 T6 T	2.57	5.84E-007	8.05E-005
6082 T6 T	2.70	4.76E-007	8.42E-005
7075 T651 L	2.23	2.29E-006	1.65E-004
7075 T651 T	3.29	2.97E-007	1.63E-004
7475 T761 L	2.28	1.52E-006	1.20E-004
7475 T761 T	2.38	1.18E-006	1.13E-004
8090 T81 L	3.18	8.52E-008	3.78E-005

6.2.3 Stähle und Magnesium-Legierung

Bild 6.4 zeigt die vollständige Rißausbreitungskurve für die Magnesiumlegierung AZ31 (Blechdicke 1,25 mm, $R=0,1$, Laborluft, 20 Hz). Im Diagramm sind der technische Schwellenwert der Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors nach ASTM E647, der aus dem Restfestigkeitsversuch für $2a \sim W/3$ abgeschätzte Instabilitätswert $\Delta K_{c0}=(1-R)K_{c0}$ sowie die angepaßte arctanh-Kurve angegeben. Die Kurvenzweige für die beiden Teilversuche mit konstanter und stufenweise abfallender Spannungsamplitude schließen bei $\Delta K \sim 5 \text{ MPa m}^{1/2}$ fast nahtlos aneinander an.

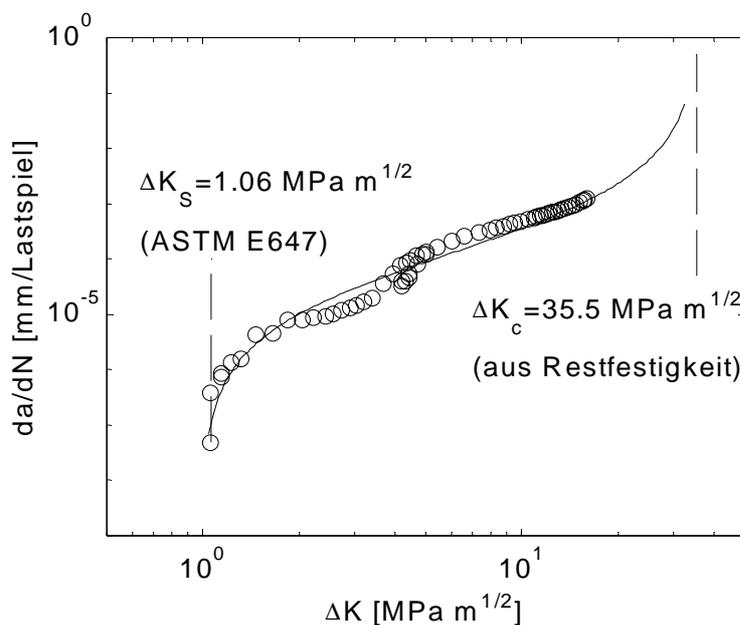


Bild 6.4

Ermüdungsrißausbreitungskurve für die Magnesiumlegierung AZ31 (Orientierung T-L) mit gemessenem Schwellenwert und Instabilitätswert von ΔK ($R=0.1$, Laborluft, 20 Hz)

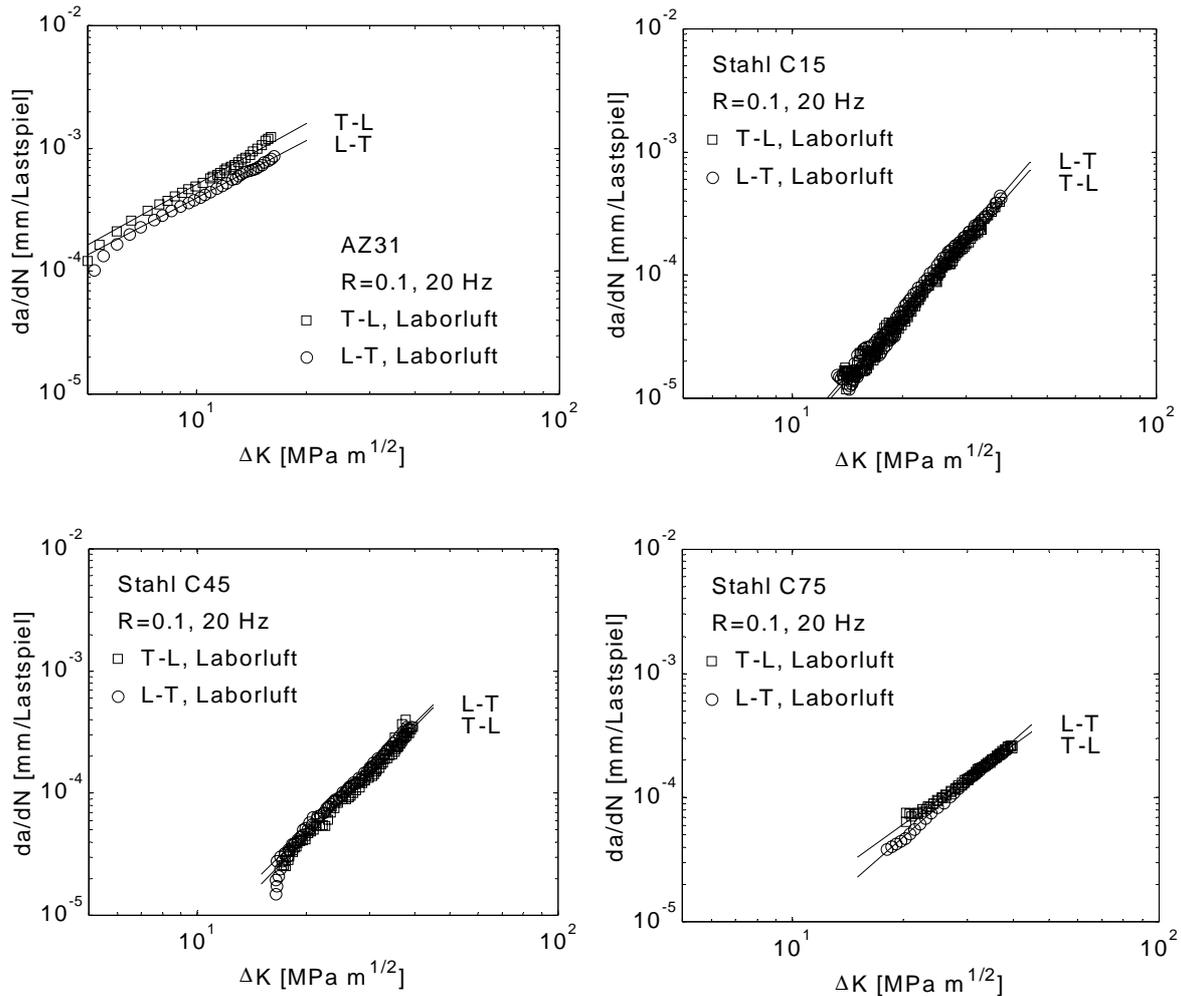


Bild 6.5 Ermüdungsrißausbreitungskurven im Paris-Bereich für die Magnesiumlegierung AZ31 (Fitbereich von 6 bis 15 MPa m^{1/2}) sowie für die Stähle C15, C45 und C75 (Fitbereich 20 bis 40 MPa m^{1/2})

In Bild 6.5 sind die gemessenen Rißausbreitungskurven und die angepaßten Paris-Geraden für die Orientierungen L-T und T-L der angegebenen Magnesiumlegierung und unlegierten Stähle dargestellt. In allen Fällen ist bei doppelt-logarithmischer Auftragung die Linearität der Kurven im Fitbereich gegeben. Zur Erleichterung eines orientierenden Vergleichs wurde die gleiche Achsenskalierung wie bei den Aluminiumlegierungen in Bildern 6.2 und 6.3 gewählt.

Tab. 6.4 enthält eine Zusammenstellung der für die weitere Auswertung wichtigen Zugversuchs- und Rißausbreitungsparameter der Stähle und der Magnesiumlegierung.

6.2.4 Rißschließen und Rauheitskoeffizient

Wie bereits in Abschnitt 5.4.3 ausgeführt, wurden die Rißschließmessungen mit Ultraschall einer nur qualitativen Auswertung unterzogen. Hieraus ergab sich für die

Tabelle 6.4 Ausgewählte Zugversuchs- und Rißausbreitungsparameter der Stähle und der Magnesiumlegierung

Werkstoff	R _e [MPa]	theta [MPa]	K _{c0} [MPa m ^{1/2}]	m	C
C15 L (L-T)	332	6440	55,3	3,43	1,76E-009
C15 T (T-L)	350	5930	53,8	3,39	1,78E-009
C45 L (L-T)	426	14310	68,9	2,89	8,71E-009
C45 T (T-L)	412	14460	65,3	3,02	5,07E-009
C75 L (L-T)	741	44200	63,4	2,58	2,11E-008
C75 T (T-L)	755	42680	75,6	2,11	1,10E-007
AZ31 L (L-T)	142	4260	34,4	1,54	1,15E-005
AZ31 T (T-L)	155	4515	39,4	1,64	1,17E-005

vier untersuchten Aluminiumlegierungen folgendes Ranking, beginnend mit dem am stärksten ausgeprägten Rischlieeffekt: 6013 T4, 2024 T3, 6013 T6, 2024 T8. Das optische Verfahren der Rißschließmessung wurde bisher ausschließlich für die Legierungen 8090 T81 (GHLER 2000) und 6013 T6 (FRITSCH 2001) angewendet. Der Vergleich der über dem nominellen und dem effektiven ΔK -Wert aufgetragenen Rißausbreitungskurven für 8090 T81 ist in Bild 6.6 dargestellt.

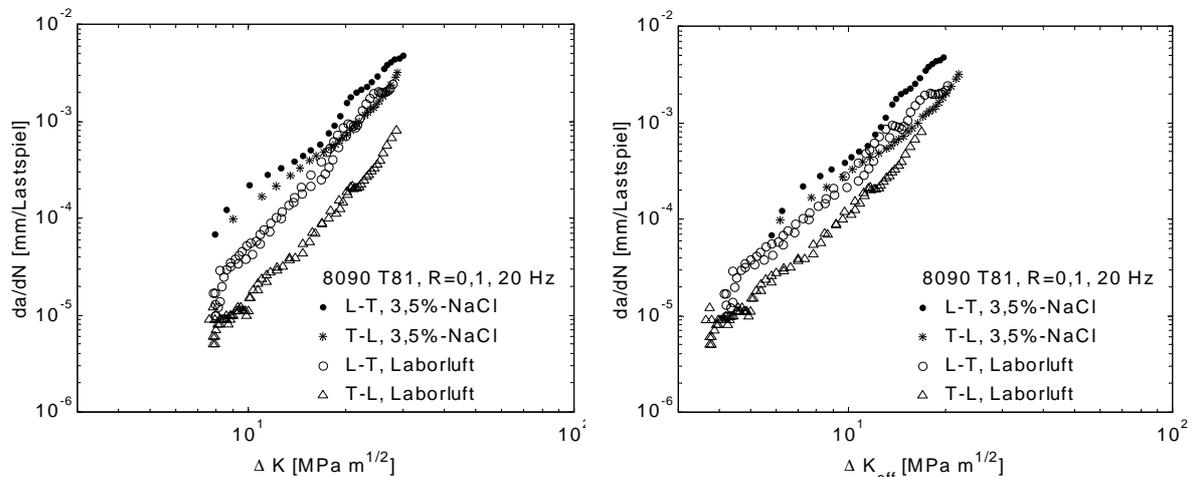


Bild 6.6 Rißausbreitungskurven für 8090 T81, dargestellt als Funktion des nominellen ΔK (linkes Teilbild) und des effektiven ΔK (rechtes Teilbild). Einfluß der Orientierung und des Umgebungsmediums.

Die Rißschließmessungen für die Legierung 6013 T6 haben ergeben, daß die Riß-ffnungsspannung F_{op} keine signifikante ΔK -Abhängigkeit aufweist (FRITSCH 2001). Die Ergebnisse für $R=0,1$ /Laborluft sowie für $R=0,1$ /NaCl lauten übereinstimmend: $F_{max}=27,6$ kN; $F_{op}=(11 \pm 2, 5)$ kN und $U=\Delta K_{eff}/\Delta K=0,67 \pm 0,11$. Für $R=0,5$ /Laborluft gilt:

$F_{\max}=36$ kN; $F_{\text{op}}=(24 \pm 2,5)$ kN und $U=\Delta K_{\text{eff}}/\Delta K=0,67 \pm 0,14$. Diese Ergebnisse besagen, daß im Rahmen der Meßgenauigkeit weder der erfaßte Umgebungs- noch der R-Einfluß auf Rißschließen zurückzuführen ist.

Bei der makroskopischen Charakterisierung der Bruchflächen wurde mit zunehmender Rißlänge ein Übergang von trenn- zu scherflächigem Bruch festgestellt. Dieser "Flat-slant-Übergang" (siehe Abschnitt 4.2.3) vollzieht sich unter den vorliegenden Bedingungen typischerweise im Anfangsbereich der Rißlänge. In einigen Fällen ist das Ende des Übergangsbereichs an der Bruchfläche deutlich zu erkennen (Bild 6.7). Ordnet man dieser Position eine Rißlänge a_0 zu, so läßt sich mit Gl. (5.1) ein Übergangswert ΔK_0 berechnen. Größenangaben sind in Tab. 6.5 zusammengefaßt. Bei den eingeklammerten Werten war der Übergang nur schwer erkennbar.

Die an der Seitenfläche ausgewählter Proben gemessenen Rauheitswerte (siehe Abschnitt 5.3.5) sind ebenfalls in Tab. 6.5 angegeben. Bild 6.8 zeigt von der Blechoberfläche aus erfaßte Rauheitsprofile für drei ausgewählte Aluminiumlegierungen.

Tab. 6.5 Flat-slant-Übergang und gemessene Rauheitskoeffizienten

Legierung	Blechdicke [mm]	R _{p0.2} [MPa]	2a _Ü [mm]	DeltaK _Ü [MPa m ^{1/2}]	R _a [µm]
1424 Tx L	1,6	344	/		11,1
1424 Tx T	1,6	349	14,8	14,9	26,0
2017A T4 L	2,0	279	11,6	13,1	nicht gem.
2017A T4 T	2,0	264	16,2	15,6	nicht gem.
2024 T3 (A) L	1,6	330	8,9	11,5	11,8
2024 T3 (A) T	1,6	283	8,6	11,3	11,8
2024 T351 (K2) L	1,6	340	9,8	12,1	19,2
2024 T351 (K2) T	1,6	293	/		13,2
2024 T351 (P) L	1,6	378	10,4	12,4	nicht gem.
2024 T81 (A) T	1,6	387	/		23,3
2024 T851 (K2) L	1,6	413	(11)		21,1
2024 T851 (K2) T	1,6	416	(17)		22,2
2219 T87 L	1,6	371	(18)		nicht gem.
2219 T87 T	1,6	357	(28)		7,1
2524 T3 L	2,5	325	13,8	14,3	21,6
2524 T3 T	2,5	295	18,6	16,7	18,5
5754 H22 L	2,0	150	6,5	9,8	nicht gem.
5754 H22 T	2,0	146	6,6	9,9	nicht gem.
6009T6T	1,9	281	15,6	15,3	nicht gem.
6013AT4L	1,6	224	13,1	14,0	26,8
6013AT4T	1,6	202	(16)		26,7
6013AT6L	1,6	370	(15)		12,8
6013AT6T	1,6	344	(12)		7,9
6061AT6L	1,6	297	11,6	13,1	6,5
6061AT6T	1,6	286	(20)		5,8
6082 T6 L	2,0	276	13,4		nicht gem.
6082 T6 T	2,0	314	13,6		nicht gem.
7075PT651L	1,6	512	17,6	16,2	9,7
7075PT651T	1,6	513	17,8	16,3	12
7475AT761L	1,6	434	/		18,8
7475AT761T	1,6	435	(18)		11,9
8090T851L	1,6	342	/		37,2
8090T851T	1,6	303	/		50,8

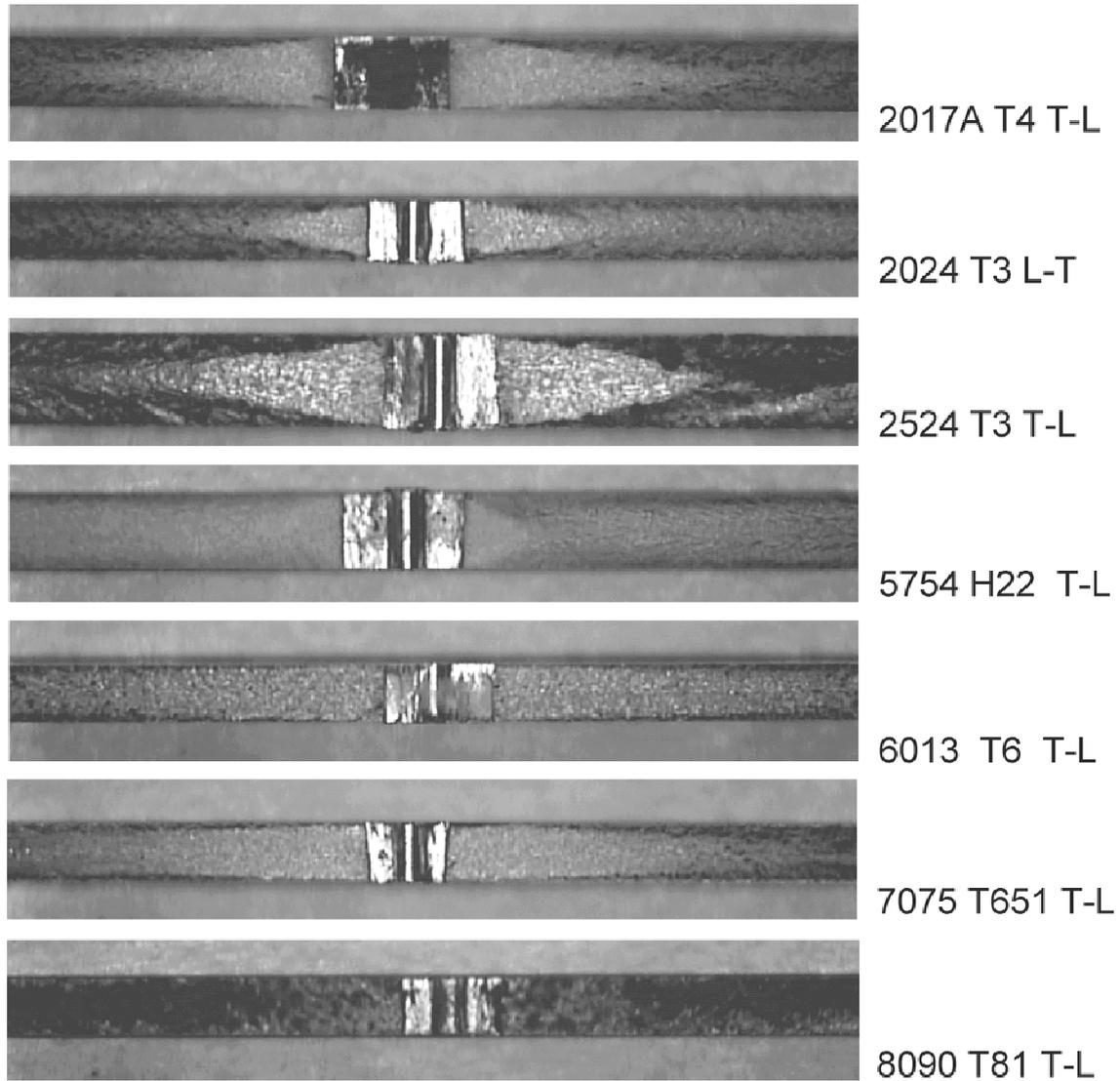


Bild 6.7 Ermüdungsrißflächen der untersuchten M(T)-Proben (Auswahl),
Bildbreite je 22,7 mm

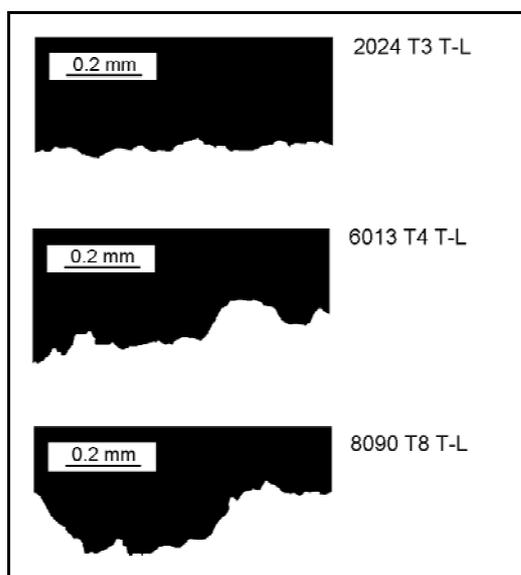


Bild 6.8

Rauheitsprofile der Ermüdungs-
risse von der Seitenfläche der
M(T)-Proben

6.2.5 Umgebungseinfluß

Die Ermüdungsrißausbreitung in der Aluminiumlegierung 6013 T6 in Laborluft und 3,5%iger NaCl-Lösung wurde in Versuchen mit konstanter Amplitude und sinusförmiger Belastung ($R=0,1$) bei verschiedenen Frequenzen im Bereich von 40 mHz bis 40 Hz gemessen. Dabei wurde ein ΔK -Bereich von kleiner $10 \text{ MPa m}^{1/2}$ bis größer $30 \text{ MPa m}^{1/2}$ überstrichen. Eine Auswahl der gemessenen Ermüdungsrißausbreitungskurven ist in Bild 6.9 dargestellt. Aus diesem Diagramm wurde für die vorgegebenen ΔK -Werte von 10, 15, 20 sowie $30 \text{ MPa m}^{1/2}$ die Stärke des Umgebungseinflusses in Gestalt des Parameters $\eta = (da/dN)_{\text{NaCl}} / (da/dN)_{\text{Luft}}$ entnommen und als Funktion der Frequenz dargestellt (Bild 6.10). Bild 6.10 zeigt auch die durch stufenweise Frequenzvariation innerhalb eines Rißausbreitungsversuchs direkt gemessene Frequenzabhängigkeit des Umgebungseinflusses bei $\Delta K = 7 \text{ MPa m}^{1/2}$.

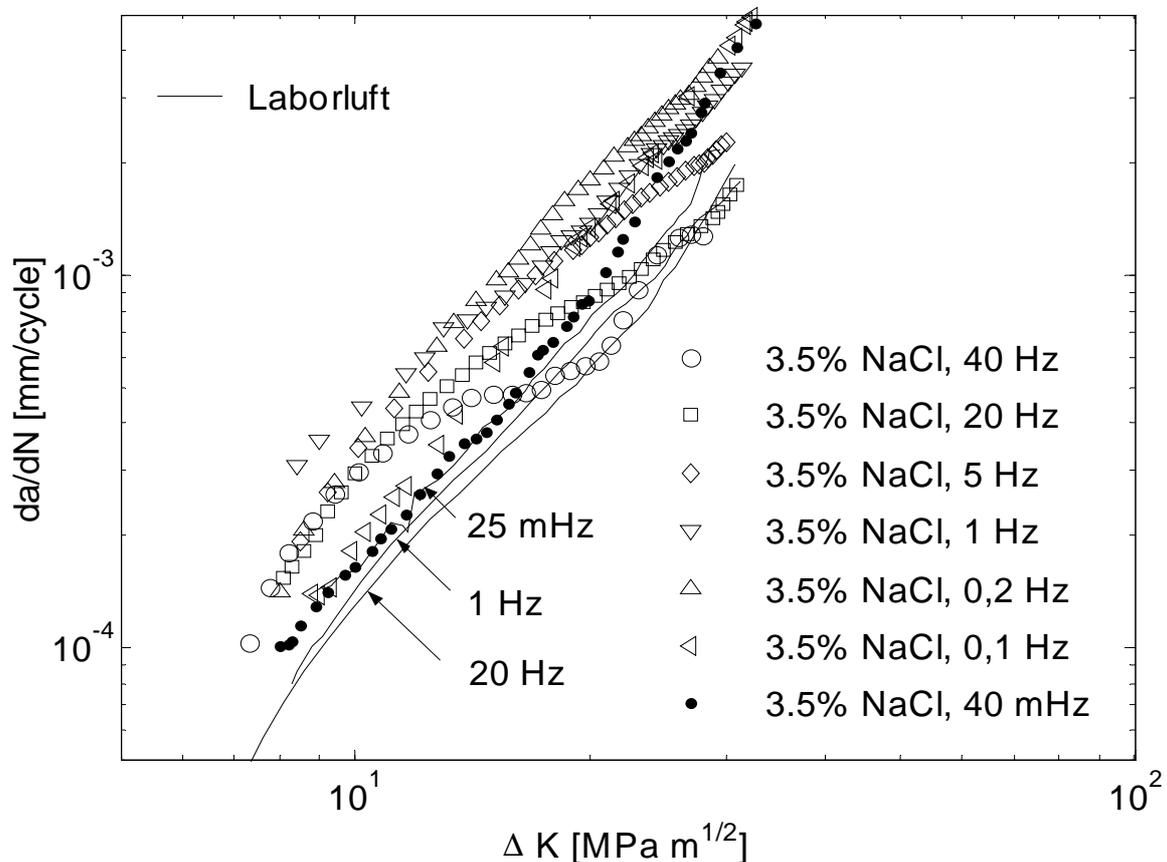


Bild 6.9 Auswahl der an der Aluminiumlegierung 6013 T6 (Blechdicke 1,6 mm, Orientierung T-L, $\sigma_{\max} = 110 \text{ MPa}$, $R=0,1$) bei unterschiedlichen Frequenzen in 3,5%iger wäßriger NaCl-Lösung und in Laborluft gemessenen Rißausbreitungskurven

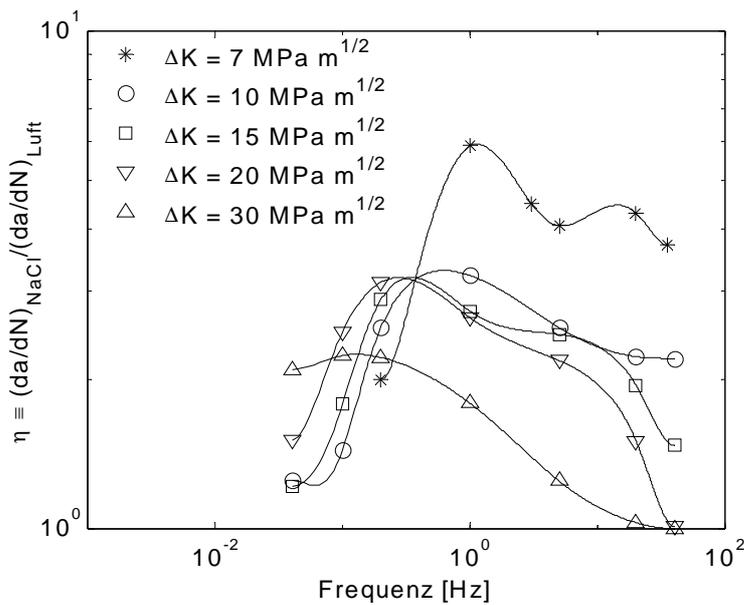


Bild 6.10

Frequenzabhängigkeit des Beschleunigungsfaktors in Abhängigkeit vom ΔK -Wert, bestimmt aus den für 6013 T6 gemessenen Rißausbreitungskurven wie in Bild 6.9 (offene Symbole) bzw. direkt gemessen (Sterne)

Bei tieferen Frequenzen (40-200 mHz) ist in Bild 6.9 mit zunehmendem ΔK zunächst ein Gleichlauf der Kurven für NaCl-Lösung und Laborluft (Bereich A) und danach ein Auslenken der "NaCl-Kurve" aus der "Luft-Kurve" (Bereich B) zu beobachten. Dagegen ist für höhere Frequenzen (1-40 Hz) mit zunehmendem ΔK zunächst ein Parallellaufen (Bereich C), dann eine Annäherung (Bereich D) und schließlich wieder ein Gleichlauf (Bereich E) charakteristisch. In einer schematischen Darstellung in Bild 6.11 wurden diese Bereiche zu einer einzigen Kurve verbunden, um die Bezeichnung der Übergänge zwischen benachbarten Bereichen mit Typ 1 bis Typ 3 zu verdeutlichen. Ein klar hervortretender Übergang zwischen den Bereichen B und C konnte in keinem Fall identifiziert werden.

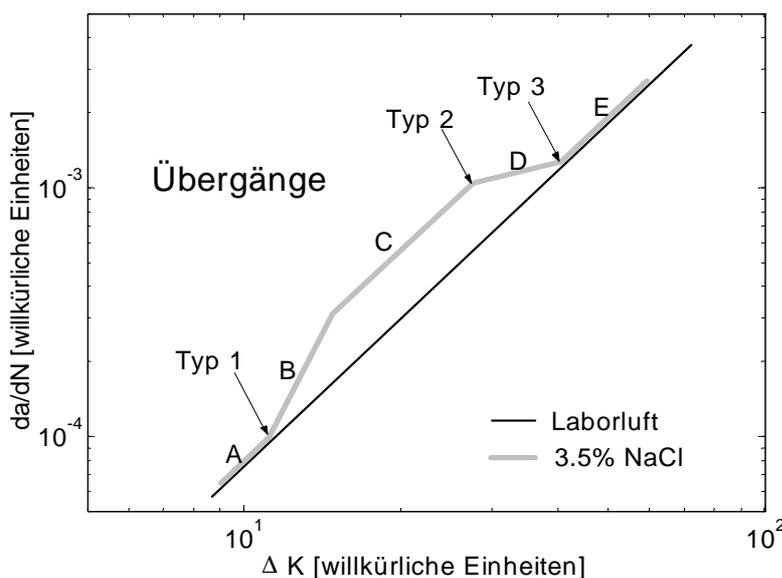


Bild 6.11

Schematische Darstellung der Ermüdungsrißausbreitungskurven in 3,5%iger NaCl-Lösung und in Laborluft mit den Bereichen A bis E und den Übergängen vom Typ 1 bis 3

Um den bei tiefen Frequenzen auftretenden Übergang vom Typ 1 in Abhängigkeit von der Frequenz möglichst genau zu erfassen, wurde die mittlere Rißausbreitungskurve für Laborluft unter Berücksichtigung von Wiederholungsmessungen durch die Paris-Gleichung angepaßt. Bild 6.12 zeigt diese Gerade im Vergleich zu ausgewählten "NaCl-Kurven". Für die dargestellten Versuche bei 40 bzw. 100 mHz liegt der Übergang vom Typ 1 offensichtlich im Meßbereich, bei 200 mHz deutet er sich etwas unterhalb des Meßbereichs an. Für das Erkennen der Übergänge vom Typ 3 und 4 ist der obere ΔK -Bereich besonders wichtig. Deshalb wurde hier die Forman-Gleichung, Gl. (4.3), zur Anpassung der Rißausbreitungskurven in Laborluft benutzt (Bild 6.13).

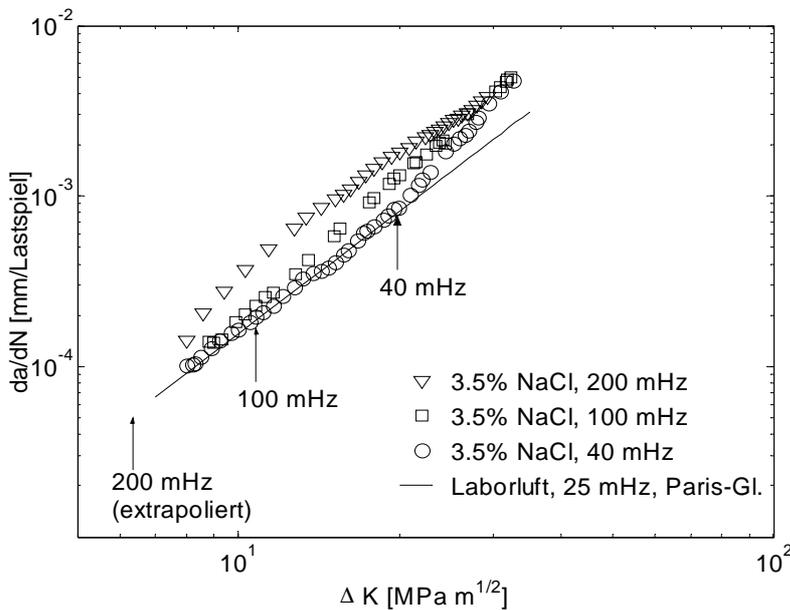


Bild 6.12

Auslenkung der Rißausbreitungskurven für 6013 T6 in NaCl-Lösung aus der Kurve für Laborluft für Frequenzen unterhalb 200 mHz. Die Pfeile spezifizieren die Lage der Übergänge vom Typ 1.

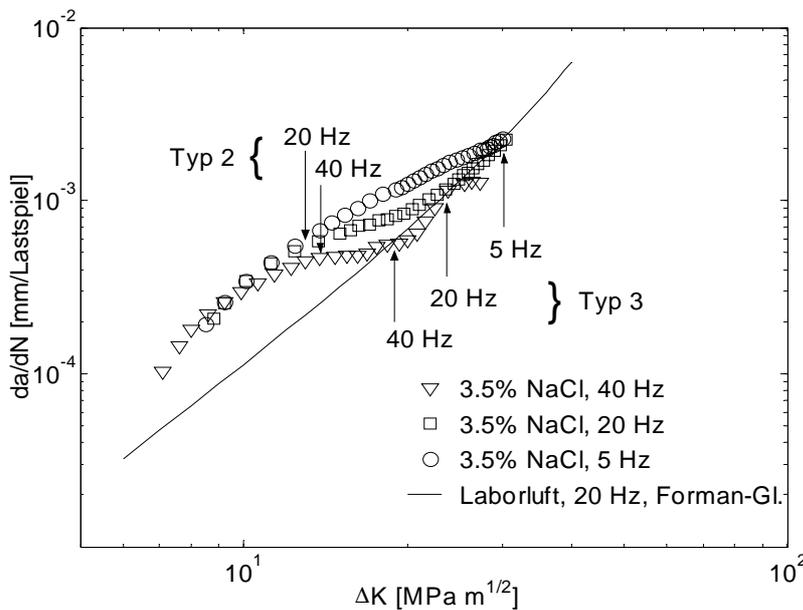


Bild 6.13

Einmünden der Rißausbreitungskurven für 6013 T6 in NaCl-Lösung in die Kurve für Laborluft für Frequenzen oberhalb 5 Hz. Die Pfeile spezifizieren die Lage der Übergänge vom Typ 2 und 3.

An die experimentell bestimmten f - ΔK -Daten für die Übergänge vom Typ 1 und 3 wurden in doppelt-logarithmischer Darstellung Geraden angepaßt, die Anstiege betragen $-0,60$ für den unteren Kurvenast und $-0,17$ für den oberen Kurvenast (vergleiche Bild 6.14). Diese Anstiege und die relative Lage der Geradensegmente zueinander stimmen annähernd mit dem Verlauf der Geradensegmente AC (Anstieg $-0,25$) und AB (Anstieg $-0,5$) in Bild 4.6 in Abschnitt 4.5.5 überein. Konsequenterweise wurde die Anpassung im nächsten Schritt unter Vorgabe der theoretischen Anstiege und unter Einbeziehung der Daten für den Übergang vom Typ 2 (Anstieg $-3/8$, siehe Gl. (4.63)) wiederholt (Bild 6.14). Es zeigt sich, daß sich mit dieser Startinformation die vollständige Parameterkarte gemäß Bild 4.6 eindeutig rekonstruieren läßt (Bild 6.14). Durch Vergleich der Schnittpunktkoordinaten in Bildern 6.14 und 4.6 lassen sich die Normierungsgrößen $f_N=2,97$ Hz, $\Delta K_N=7,53$ MPa $m^{1/2}$ und $b=17,45$ berechnen. Logarithmieren der Gleichungen (4.73) bis (4.75) führt auf ein lineares Gleichungssystem aus drei Gleichungen mit den drei Unbekannten $C_a q$, C_b/v und $C_c^2 D$. Setzt man die dimensionslosen Konstanten C_a , C_b und C_c entsprechend der Dimensionsanalyse bei bestimmter Selbstähnlichkeit der Größenordnung nach gleich 1, dann erhält man für die charakteristischen Größen der geschwindigkeitsbestimmenden Schritte die Abschätzungen $q \sim 50$ s $^{-1}$, $v \sim 2$ nm/s sowie $D \sim 10^{-13}$ m 2 /s (BERGNER u. a. 2002a).

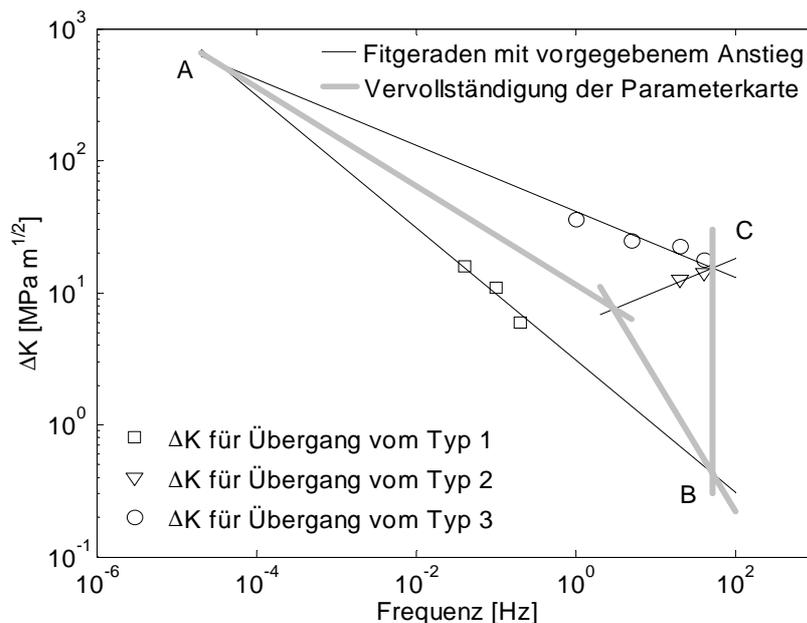


Bild 6.14

Anpassung von Geraden an die f - ΔK -Wertepaare für die Übergänge vom Typ 1 bis 3 sowie Konstruktion der vollständigen Parameterkarte.

Die Frequenzabhängigkeit der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung in der Legierung 6013 T4 ist in Bild 6.15 dargestellt. Es ist wichtig zu betonen, daß es sich bei den Rißausbreitungskurven in Laborluft im Falle der Frequenz 20 Hz um die mittlere Paris-Gerade handelt, da hier eine starke materialbedingte Streuung besonders im unteren ΔK -Bereich beobachtet wurde. Dagegen stellt die Kurve für die Frequenz 1 Hz eine gemessene Einzelkurve dar. Die materialbedingte Streuung beeinträchtigt die Genauigkeit, mit der der eigentliche Umgebungseinfluß in Gestalt des Quotienten $\eta = (da/dN)_{NaCl} / (da/dN)_{Luft}$ rekonstruiert werden kann. Ungeachtet dessen lassen sich auch für 6013 T4 Übergänge vom Typ 1 (0,1 Hz), Typ 2 (20 und 35 Hz) bzw. Typ 3 (5, 20 und 35 Hz) identifizieren.

Bild 6.16 zeigt für 6013 T4 die abgeschätzten ΔK -Werte für die Übergänge von Typ 1 bis 3 zusammen mit der für 6013 T6 gemäß Bild 6.14 angepaßten Parameterkarte. Damit wird die Parameterkarte des Zustands T6 für den Zustand T4 qualitativ und im Rahmen der Meßgenauigkeit auch quantitativ bestätigt.

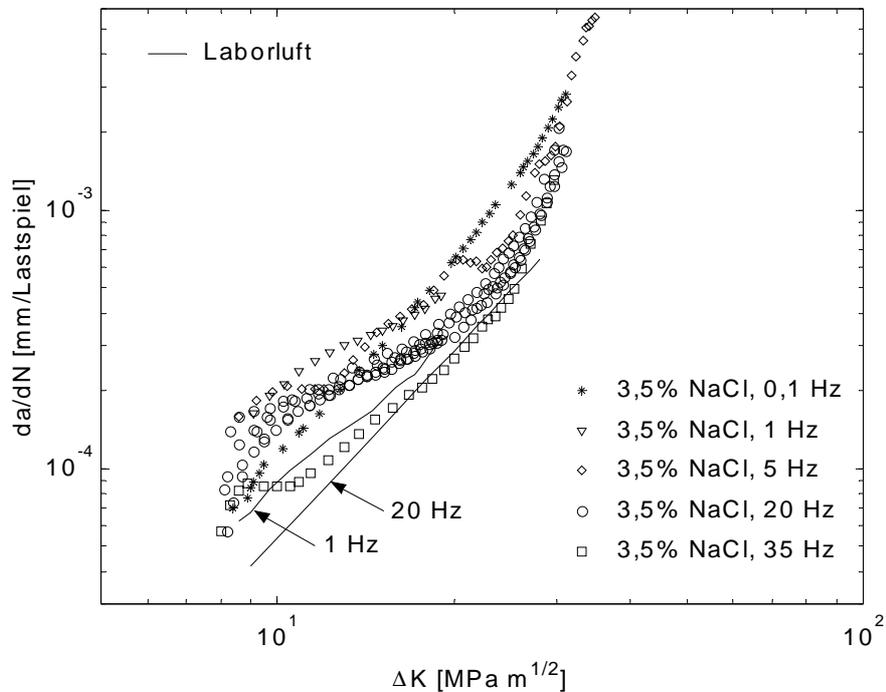


Bild 6.15 Frequenzabhängiger Umgebungseinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung in der Legierung 6013 T4

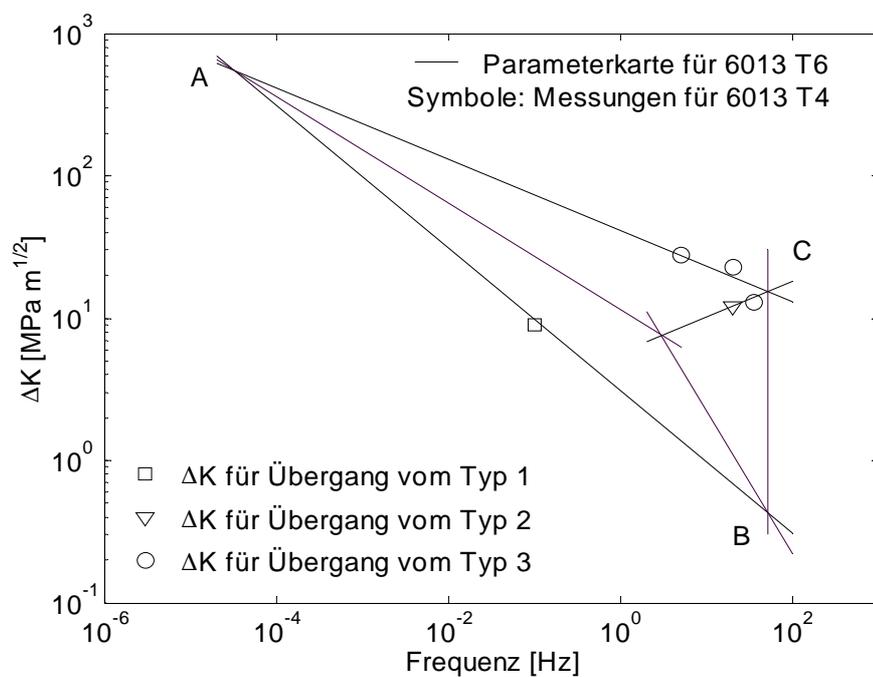


Bild 6.16 Parameterkarte für 6013 T6 mit Meßergebnissen für 6013 T4

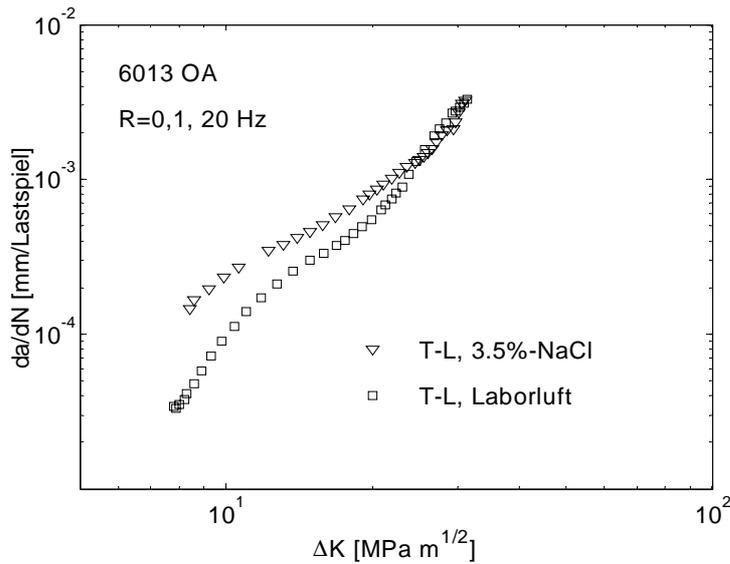


Bild 6.17

Umgebungseinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung in der überalterten (OA) Legierung 6013

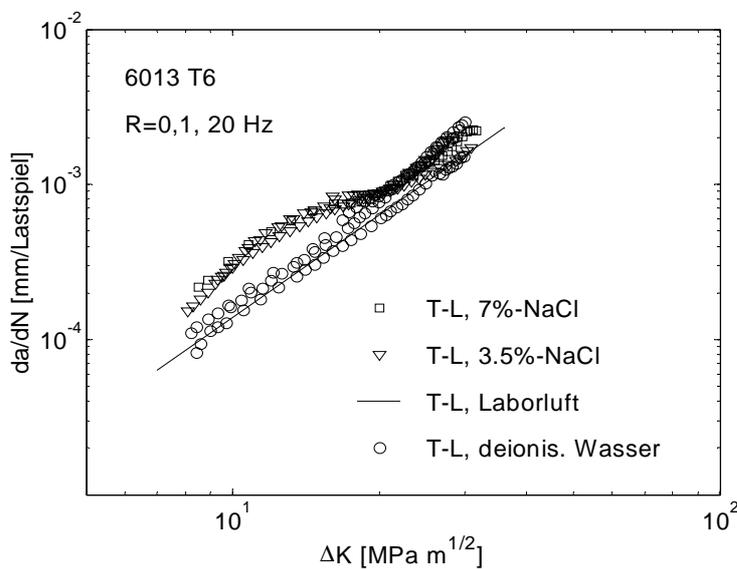


Bild 6.18

Vergleich der Wirkung von deionisiertem Wasser, 3,5%iger NaCl-Lösung und 7%iger NaCl-Lösung auf die Ermüdungsrißausbreitung in 6013 T6

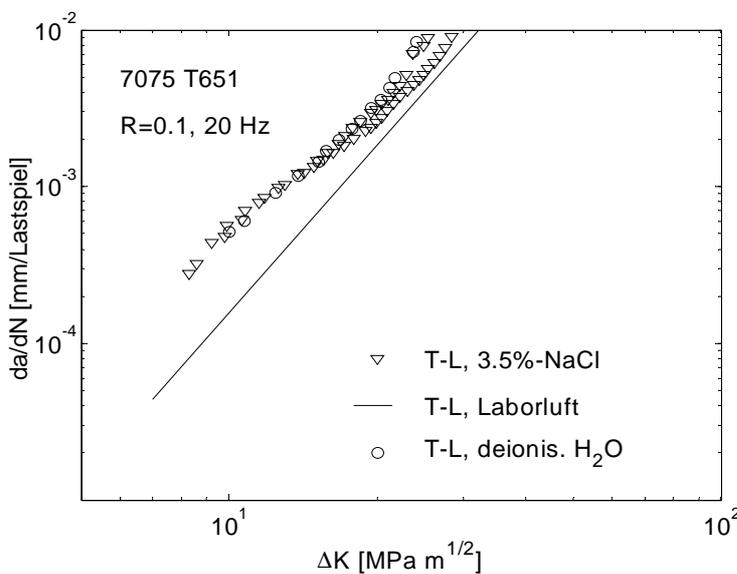


Bild 6.19

Vergleich der Wirkung von deionisiertem Wasser und 3,5%iger NaCl-Lösung auf die Ermüdungsrißausbreitung in 7075 T651

In Bildern 6.17, 6.18 und 6.19 ist der Umgebungseinfluß für 6013 in einem überalterten (OA=overaged) Zustand ($T=190^{\circ}\text{C}$, $t=128\text{ h}$, $R_{p0.2}=329\text{ MPa}$) sowie der Umgebungseinfluß für 6013 T6 und 7075 T651 unter Einbeziehung von deionisiertem Wasser bzw. 7%iger NaCl-Lösung (6013 T6) als Umgebungsmedium dargestellt.

Im Abschnitt 7 werden die in den Abschnitten 4.3.5 und 4.5.5 entwickelten Modellvorstellungen zur umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung auf die Aluminiumlegierung 6013 angewendet. Zur Überprüfung und Übertragung der Ergebnisse auf praxisrelevante Frequenzen im Bereich von 10^{-4} Hz sind Messungen bei möglichst tiefen Frequenzen bedeutsam. Für die Entwicklung und Erprobung einer geeigneten experimentellen Vorgehensweise zur Ermittlung von Rißausbreitungskurven bei einer Belastungsfrequenz von 4 mHz wird auf LINKE (2002) verwiesen. Die Ergebnisse einer Messung bei 4 mHz in 3,5%iger NaCl-Lösung im Vergleich zu Laborluft sind in Bild 6.20 dargestellt.

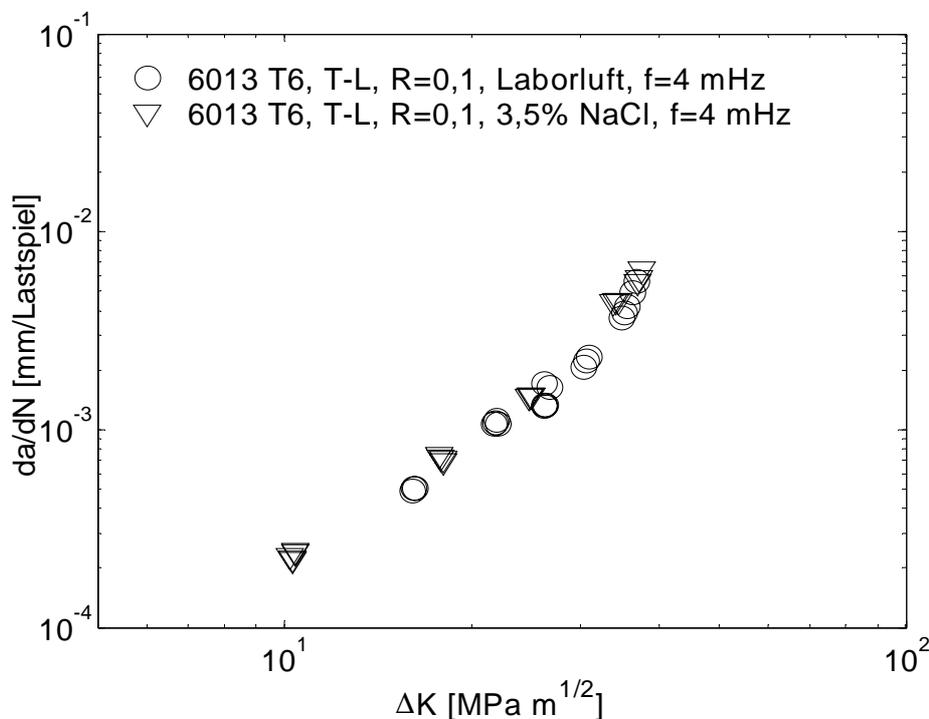


Bild 6.20 Versuchsergebnisse zum Umgebungseinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung in der Aluminiumlegierung 6013 T6 bei der Frequenz 4 mHz.

Ein möglicher Erklärungsansatz für umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung ist durch das Auftreten von Spannungsrißkorrosion gegeben. Wie im Abschnitt 5.3.6 beschrieben, wurden die Messungen der Spannungsrißkorrosion (SRK) unter Bedingungen durchgeführt, die bestmögliche Übertragbarkeit auf die umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitungsversuche gewährleisten. Die Ergebnisse für die Aluminiumlegierung 7075 T651 sind in Bild 6.21 dargestellt. In Blechmitte wurde teilweise ein deutlich größerer SRK-Rißfortschritt festgestellt als an der Seitenfläche,

wie die stark voneinander abweichenden Meßpunkte in Bild 6.21 zeigen. Die Anpassung einer arctanh-Funktion erfolgte an die rasterelektronenmikroskopisch bestimmten Meßwerte in Blechmitte. Die parametrisierte Darstellung dieser Kurve lautet:

$$\log_{10}\left(\frac{da}{dt}\right) = -5,37 + \operatorname{arctanh}\left(\frac{\log_{10}K - 1,2}{0,5}\right) \quad (6.1)$$

Dabei sind da/dt und K in den Maßeinheiten wie in Bild 6.21 einzusetzen. Dagegen konnte für die Legierung 6013 T6 weder an der Seitenfläche noch in Blechmitte Rißfortschritt infolge von SRK nachgewiesen werden. Letzteres wird durch rasterelektronenmikroskopische Befunde (WILLERS 1997) belegt. Dies bedeutet, daß die Rißausbreitungsrate im gesamten analysierten K -Bereich kleiner als die Auflösungsgrenze von $2 \cdot 10^{-7}$ mm/s sein muß.

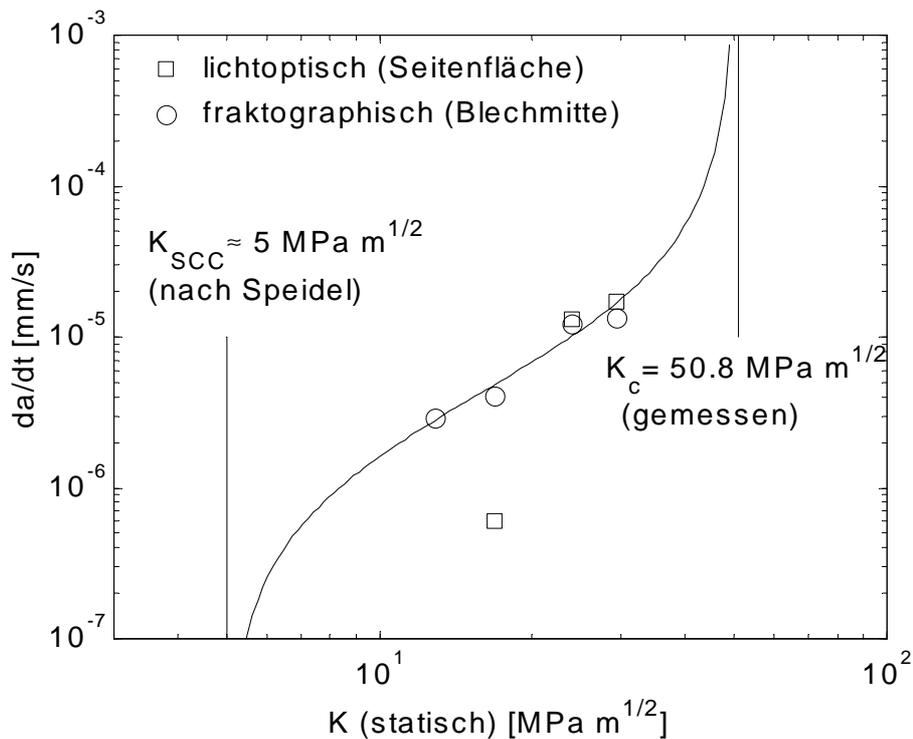


Bild 6.21 Spannungsrißkorrosion (SCC) in 7075 T651, T-L, K_{SCC} -Wert nach SPEIDEL und HYATT (1972)

6.3 Übergreifender Befund der Messungen in Laborluft

6.3.1 Gruppeneinteilung der Aluminiumlegierungen

Die von vielen Autoren festgestellte Tatsache, daß die $\log(C)$ - und m -Werte der Paris-Gleichung innerhalb einer Werkstoffgruppe stark korreliert sind, und die von einigen Autoren daraus abgeleitete Vermutung, daß sich die Rißausbreitungsgeraden in einem Punkt schneiden, waren in Abschnitt 4.6 besprochen worden. In Abschnitt 6.2.2 wurde dann durch Auswertung der Meßergebnisse für 39 Legierungszustände bzw. Orientierungen von Aluminiumlegierungen festgestellt, daß eine tatsächliche Neigung zur Schnittpunktbildung für die Gesamtheit der Rißausbreitungsgeraden nicht vorliegt. Dabei zeichnete sich jedoch ab, daß für einen Teil der Rißausbreitungsgeraden eine auffallend starke Fokussierung (Neigung zur Schnittpunktbildung) vorliegt, wenn man die Streuung der Rißausbreitungsraten im Fokuspunkt mit der typischerweise durch Materialinhomogenität bedingten Streuung vergleicht. Dieser Sachverhalt deutet auf das Vorliegen einer Gemeinsamkeit einer Gruppe von Aluminiumlegierungen hin, während alle anderen Legierungszustände von dieser gemeinsamen Eigenschaft abweichen und damit eine zweite Gruppe bilden. Die Hypothese der Existenz zweier Gruppen mit gemeinsamen Merkmalen fand im Verlauf der weiteren Untersuchungen durch die Aufdeckung weiterer Gemeinsamkeiten sowie durch die Ausarbeitung eines Interpretationsansatzes zunehmende Bestätigung.

Danach gehören der Gruppe 1 alle warmausgelagerten Legierungszustände mit Ausnahme der Al-Li-Legierungen an (Tab. 6.6). Die untersuchten naturharten Aluminiumlegierungen können ebenfalls dieser Gruppe zugerechnet werden. Zur Gruppe 2 gehören alle kaltausgelagerten Legierungszustände sowie die Al-Li-Legierungen (letztere auch im warmausgelagerten Zustand). Die genannten Ausnahmen deuten von vornherein darauf hin, daß die Auslagerung bei oder oberhalb Raumtemperatur nicht das entscheidende Kriterium der Gruppenzugehörigkeit darstellt.

Tab. 6.6 Gruppenzugehörigkeit der Aluminiumlegierungen (C^* -Werte aus Tab. 6.2)

Gruppe 1 $1,2 \cdot 10^{-4} \frac{mm}{LS} < C^* < 2,1 \cdot 10^{-4} \frac{mm}{LS}$	Gruppe 2 $C^* < 1,1 \cdot 10^{-4} \frac{mm}{LS}$
2024 T81/T851	2017A T4
2219 T87	2024 T3/T351
6009 T6	2524 T3
6013 T6	6013 T4
6061 T6	1424 Tx
6082 T6	8090 T81
7075 T651	
7475 T761	
(5754 H22)	
(AlMgSc)	

Für die Gruppe 1 gilt als gemeinsamer C^* -Wert in guter Näherung:

$$C^* = (1,65 \pm 0,45) \cdot 10^{-4} \frac{mm}{\text{Lastspiel}} \quad (6.2)$$

Bei dem angegebenen Fehler handelt es sich um den Größtfehler. Durch die Verwendung des Mittelwertes von C^* für alle Legierungen der Gruppe 1 reduziert sich die Anzahl der materialspezifischen Parameter der Rißausbreitungskurve im Paris-Bereich für diese Gruppe von zwei auf einen. Für die Gruppe 2 variiert der C^* -Wert wesentlich stärker als für Gruppe 1, so daß hier zur Beschreibung des Rißausbreitungsverhaltens weiterhin zwei unabhängige Parameter erforderlich sind.

Der einzige Zugversuchskennwert bzw. Verfestigungsparameter, der eine Trennung zwischen den beiden Gruppen ansatzweise ermöglicht, ist der Verfestigungsexponent n . Legierungen mit einem Verfestigungsexponenten $n < 0,1$ gehören tendenziell zur Gruppe 1, Legierungen mit $n > 0,1$ zur Gruppe 2 (Tab. 6.1). Die Al-Li-Legierung 8090 T81 (Orientierung L: $n=0,101$, Orientierung T: $n=0,118$) stellt einen Grenzfall dar. Die naturharten Legierungen fallen aus dieser Einteilung auf Grund der bereits im Herstellungsprozeß ausgenutzten Verformungsverfestigung heraus.

Während die C^* -Werte für Gruppe 1 nur geringfügig variieren, treten beträchtliche Unterschiede im Paris-Exponenten m auf (Tab. 6.2). Es liegt daher nahe, nach Werkstoffparametern zu suchen, die für die Größe von m bestimmend sind. Hierfür bieten die aus der Dimensionsanalyse für unbestimmte Selbstähnlichkeit resultierenden Gln. (4.27) einen Ansatz. Um die Suche weiter zu vereinfachen, erfolgte zunächst eine Beschränkung auf das Spannungsverhältnis $R=0,1$ und auf Parameterkombinationen, die sich als Potenzprodukte aus dem ersten (mit $K_c \approx K_{c0}$) und zweiten Parameter in Gl. (4.27b) darstellen lassen. Diese Einschränkungen führen auf den Ansatz

$$m = 2 + \zeta, \quad (6.3)$$

wobei ζ eine lineare Funktion des Parameters $z_{p,q}$ ist:

$$z_{p,q} = \left(\frac{R_{p0,2} \sqrt{B}}{K_{c0}} \right)^p \left(\frac{\theta}{R_{p0,2}} \right)^q. \quad (6.4)$$

Der Parameter $z_{p,q}$ ist für beliebige Exponenten p und q dimensionslos wie m . Der Korrelationskoeffizient r zwischen m (Tab. 6.2) und $z_{p,q}$ (berechnet aus Angaben in Tabellen. 6.1, 6.2 und 6.5) wurde für die Legierungen der Gruppe 1 in Abhängigkeit von p und q bestimmt. Dabei zeigte sich, daß diese Abhängigkeit hinreichend schwach ist, um sich auf ganzzahlige Exponenten p und q zu beschränken. Die Ergebnisse der Korrelationsanalyse sind in Tab. 6.7 zusammengefaßt (BERGNER u. a. 2001). Die Tabelle zeigt auch die minimierten Abweichungsquadratsummen (rms) und die Ordinatenschnittpunkte, die sich bei einer linearen Regression von m über z ergeben.

Der Korrelationskoeffizient von $r=0,75$ in Zeile 1 der Tabelle 6.7 entspricht mit $p=1$ und $q=0$ dem Ansatz von BARENBLATT und BOTVINA (1981) (siehe Abschnitt 4.3.4). Der höchste Korrelationskoeffizient von $r=0,88$ ergibt sich für $p=2$ und $q=1$. Gleichzeitig ist auch die Abweichungsquadratsumme minimal und der Fehlerbereich des

Ordinatenschnittpunkts ($1,84 \pm 0,16$) umfaßt den theoretischen Wert 2. Der entsprechende Werkstoffparameter lautet $z_{2,1} = R_{p0,2} \theta B / (K_{c0})^2$. Der zweithöchste Korrelationskoeffizient zwischen $z_{p,q}$ und m ergibt sich für $p=1$ und $q=1$, der entsprechende Werkstoffparameter lautet $z_{1,1} = \theta B^{1/2} / K_{c0}$. Der Ordinatenschnittpunkt weicht etwas stärker von 2 ab. Der Unterschied zwischen den Korrelationskoeffizienten 0,88 und 0,85 ist nicht signifikant. Die Tatsache, daß sich für $p=q=1$ die Dehngrenze aus Gl. (6.4) herauskürzt, deutet auf die dominante Rolle des athermischen Verfestigungsparameters im Vergleich zur Dehngrenze hin. Um Kompatibilität mit publizierten Daten (BERGNER u. a. 2001) zu wahren, sind wie dort in der obigen Korrelationsanalyse die Legierungen 6082 T6, 5754 H22 und AlMgSc nicht berücksichtigt. Die Hinzunahme dieser Legierungen bestätigt jedoch den gefundenen Zusammenhang (Bild 6.22) und stützt dessen bisher noch nicht gesicherte Übertragbarkeit auf naturharte Legierungen. Dagegen weichen die Legierungen der Gruppe 2 teilweise deutlich vom Trend der Gruppe 1 ab, und zwar ausschließlich nach der Seite höherer Paris-Exponenten. Die mittels linearer Regression bestimmte Beziehung zwischen $z_{2,1}$ und m lautet:

$$m = 1,84 + 0,499 \frac{R_{p0,2} \theta B}{K_{c0}^2} \quad (6.5)$$

Für die Legierungen der Gruppe 2 wurde eine Korrelation zwischen den $\log C^*$ -Werten (Tab. 6.2) und den arithmetischen Rauheitskoeffizienten R_a (Tab. 6.5) nachgewiesen (Bild 6.23). Um wieder die Kompatibilität mit bereits publizierten Daten (BERGNER u. a. 2001) zu wahren, wurden die dort nicht enthaltenen Datenpaare für die Legierung 1424 Tx mit anderen Symbolen dargestellt. Es zeigt sich, daß auch diese Legierung dem Trend für die Gruppe 2 folgt. Dagegen weichen die Legierungen der Gruppe 1 mehr oder weniger stark von diesem Trend ab.

Tab. 6.7 Ergebnisse der Korrelations- und Regressionsanalyse zwischen dem Werkstoffparameter $z_{2,1}$ und dem Paris-Exponenten m

p	q	$r(m, z_{p,q})$	rms	Ordinatenschnittpunkt
1	0	0,75	0,24	0,74
1	1	0,85	0,15	1,53
1	2	0,78	0,21	2,10
2	0	0,71	0,27	1,85
2	1	0,88	0,12	1,84
2	2	0,82	0,18	2,17

Zusammenfassend lassen sich die in Tabelle 6.8 aufgelisteten Gruppenmerkmale herausarbeiten. Die Gültigkeit dieser Merkmale ist zunächst auf das Spannungsverhältnis $R=0,1$ beschränkt.

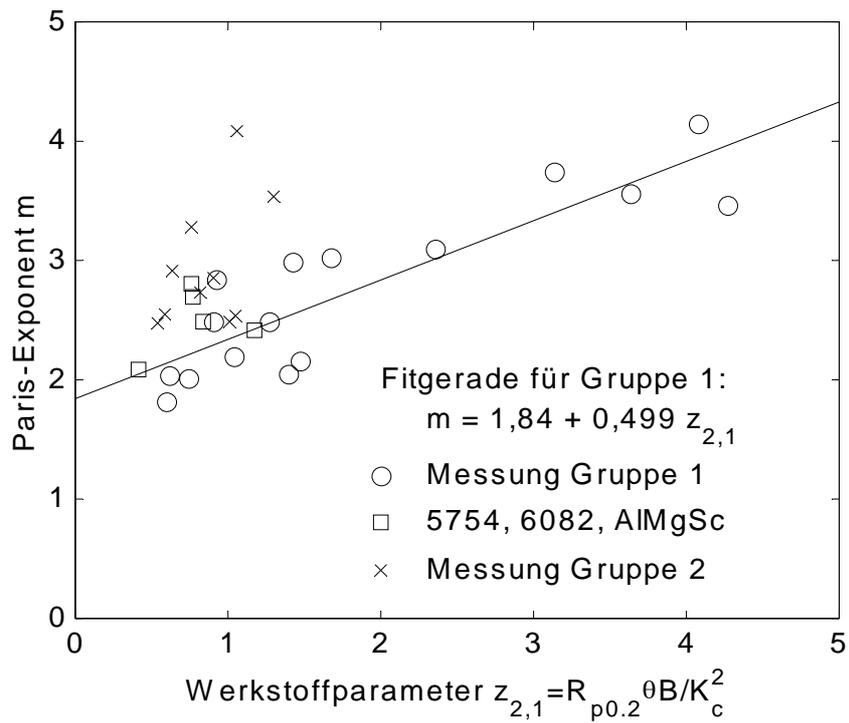


Bild 6.22 Zusammenhang zwischen Werkstoffparameter $z_{2,1}$ und Paris-Exponent für die Legierungen der Gruppe 1 sowie Verhalten der Legierungen der Gruppe 2

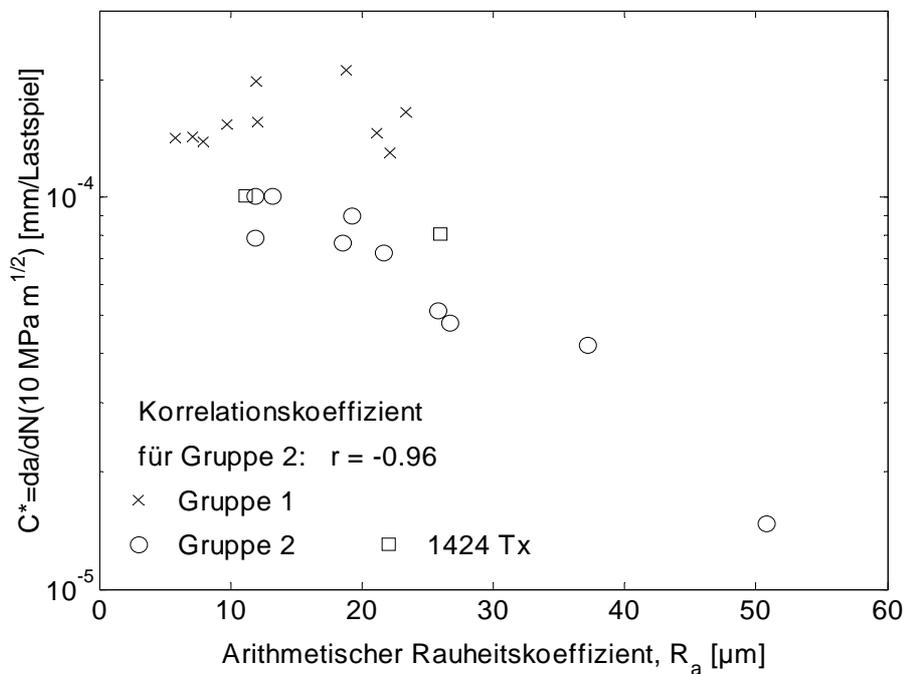


Bild 6.23 Streudiagramm der Rauheitskoeffizienten R_a und der $\log C^*$ -Werte für die Legierungen der Gruppen 1 und 2

Tabelle 6.8 Gemeinsame Merkmale innerhalb der Legierungsgruppen

Merkmal	Gruppe 1	Gruppe 2
C*-Werte	geringe Streuung $C^* \sim 1,65 \cdot 10^{-4} \text{ mm/LS}$	starke Streuung $C^*(\text{Gr. 2}) < C^*(\text{Gr. 1})$
Korrelation $\log C^* - R_a$	nein	ja
m-Werte	starke Streuung $2 < m < 4$	moderate Streuung $m \sim 3$
Korrelation $m - Z_{2,1}$	ja	nein
Verfestigungs- exponent n	$n < 0,1$ (Ausnahme naturharte Leg.)	$n > 0,1$

6.3.2 Einfluß des Spannungsverhältnisses

In Abschnitt 6.3.1 waren gemeinsame Merkmale innerhalb der Legierungsgruppen 1 und 2 herausgearbeitet und zusammengestellt worden. Die Beibehaltung eines Spannungsverhältnisses von $R=0,1$ stellte dabei eine einschneidende Gültigkeitsbeschränkung dar. Deshalb kommt der Frage, ob die Gruppeneinteilung auch in einem breiteren Bereich von R-Werten gültig bleibt, große Bedeutung zu. Die Rißausbreitungsversuche bei $R=0,5$ (Bild 6.3) dienen der Beantwortung dieser Frage. Zunächst wird deutlich, daß mit Ausnahme der Legierung 7075 die Rißausbreitungskurven in doppelt-logarithmischer Darstellung im ΔK -Bereich von 6 bis 15 MPa $m^{1/2}$ näherungsweise linear verlaufen, also die Paris-Gleichung anwendbar ist. Für die Legierung 7075 hängen die C- und m-Werte von der willkürlichen Wahl des Fitbereichs ab, so daß diesen Größen keine physikalische Bedeutung zukommt. Klammert man diese Legierung aus der Betrachtung aus, so zeigen die Ergebnisse in Tab. 6.3 (Abschnitt 6.2.2), daß die Gruppeneinteilung bezüglich der C*-Werte ausnahmslos erfüllt ist. Für die verbleibenden Legierungen der Gruppe 1 gilt:

$$C^* = (1,0 \pm 0,2) \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}}{\text{Lastspiel}} \quad (\text{Gruppe 1, } R=0,5) \quad (6.6)$$

Die Fehlerangabe bezieht sich wieder auf den Größtfehler. Für die Legierungen der Gruppe 2 ergibt sich dagegen prinzipiell ein deutlich kleinerer Wert:

$$C^* < 0,6 \cdot 10^{-4} \frac{\text{mm}}{\text{Lastspiel}} \quad (\text{Gruppe 2, } R=0,5) \quad (6.7)$$

Mit den Werten von $\Delta K^*=10 \text{ MPa m}^{1/2}$ und $C^*=1,65 \cdot 10^{-4} \text{ mm/LS}$ für $R=0,1$ bzw. $\Delta K^*=6,8 \text{ MPa m}^{1/2}$ und $C^*=1,0 \cdot 10^{-4} \text{ mm/LS}$ für $R=0,5$ liegt für die Legierungen der Gruppe 1 eine Interpolationsmöglichkeit auf andere R -Werte zwischen $\sim 0,1$ und $\sim 0,5$ vor.

Schließlich ist noch zu untersuchen, inwieweit die für $R=0,1$ gefundene Regressionsbeziehung Gl. (6.5) auch auf das Spannungsverhältnis von $R=0,5$ übertragbar ist. Bild 6.24 zeigt noch einmal die entsprechenden Meßergebnisse für $R=0,1$ zusammen mit der Regressionsgeraden und den Meßergebnissen für $R=0,5$. Die Legierung 7075 ist wegen der diskutierten Willkür bei der Bestimmung des Paris-Exponenten nicht mit erfaßt. Aus der Abbildung geht hervor, daß Gl. (6.5) auf das Spannungsverhältnis $R=0,5$ übertragbar ist. Aus diesem Grunde erscheint auch die Annahme gerechtfertigt, daß Gl. (6.5) für beliebige R -Werte zwischen $0,1$ und $0,5$ näherungsweise gültig ist.

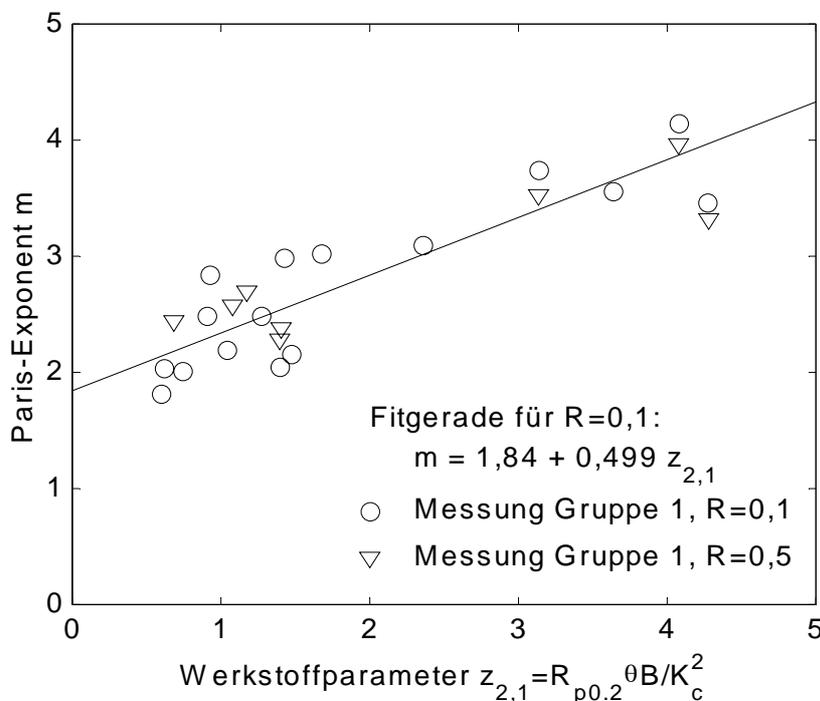


Bild 6.24

Vergleich des Zusammenhangs zwischen m und $z_{2,1}$ für die Legierungen der Gruppe 1 für $R=0,1$ und $R=0,5$

6.3.3 Vergleich der Stähle, Al- und Mg-Legierungen

Thema des experimentellen Teils der vorliegenden Arbeit ist die werkstoffabhängige Variabilität des Ermüdungsrißausbreitungsverhaltens von Aluminiumknetlegierungen in Form von dünnen gewalzten Blechen. In die Untersuchungen wurden bewußt unterschiedliche chemische Zusammensetzungen (2000er, 6000er, 7000er Aluminiumlegierungen, Al-Li-Legierungen, Al-Mg- und Al-Mg-Sc-Legierung), Auslagezustände (kaltausgelagert, warmausgelagert, naturhart) sowie Orientierungen (L-T und T-L) einbezogen. Die resultierenden Festigkeitsniveaus variieren in einem Bereich von 150 bis 510 MPa, also mehr als um einen Faktor 3. Dagegen ist der Elastizitätsmodul E der Aluminiumknetlegierungen nur in geringem Maße beeinflussbar, er variiert innerhalb des Bereiches $(70 \pm 10) \text{ GPa}$. Andererseits ist aus Abschnitt 4 bekannt, daß der Elastizitätsmodul die Ermüdungsrißausbreitung in metallischen

Werkstoffen wesentlich mitbestimmt. Anliegen der Messungen an Stählen und der Mg-Legierung AZ31 war es, den Einfluß des Elastizitätsmoduls zu beschreiben und das Rißausbreitungsverhalten der Werkstoffe nach Berücksichtigung dieses Einflußfaktors neu zu bewerten.

In Bild 6.25 sind die Ergebnisse der Rißausbreitungsmessungen an den Stählen C15, C45 und C75, der Mg-Legierung AZ31 und ausgewählten typischen Aluminiumlegierungen bei 20 Hz in Laborluft ($R=0,1$) dargestellt. Es zeigt sich, daß sich die Rißausbreitungsraten bei vorgegebenem ΔK -Wert um bis zu zwei Größenordnungen unterscheiden. Bei den Ergebnissen in Bild 6.26 handelt es sich um dieselben Messungen, dargestellt als Funktion von $\Delta K/E$ anstelle von ΔK .

Die wesentlich verringerte Streuung der Rißausbreitungsraten bei gegebenem Wert von $\Delta K/E$ läßt vermuten, daß die Rißausbreitungsrate ursächlich eine Funktion von $\Delta K/E$ und nicht von ΔK ist. Diese Aussage, die bereits in Abschnitt 4 im Ergebnis der Literaturrecherche getroffen worden war, ist jedoch im Detail zu modifizieren. In der Tat ist die Streuung der Rißausbreitungsraten nur im Bereich der $\Delta K/E$ -Werte von 10^{-4} bis $2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{1/2}$ und unter Ausschluß der Aluminiumlegierungen der Gruppe 2 wirklich klein. Der angegebene $\Delta K/E$ -Bereich entspricht dem Fokuspunkt der Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 ($\Delta K^*/E=1,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{1/2}$). Insofern verhalten sich die Stähle und die Mg-Legierung wie die Al-Legierungen dieser Gruppe. Dies ist umso bemerkenswerter, als es sich bei Fe, Mg und Al um Metalle mit krz-, hdp- bzw. kfz-Gitter handelt. Der ΔK -Wert am Fokuspunkt kann demnach wie folgt verallgemeinert werden:

$$\Delta K^* = 1,43 \cdot 10^{-4} \text{ m}^{1/2} \cdot E \quad (6.8)$$

Bisher war berechtigterweise davon ausgegangen worden, daß der Elastizitätsmodul der Al-Legierungen nur geringen Schwankungen im Bereich $E = (70 \pm 10) \text{ GPa}$ unterworfen ist, die für die Beschreibung der Ermüdungsrißausbreitung vernachlässigt werden können. Hiervon bilden am ehesten die Al-Li-Legierungen eine Ausnahme, da Li dasjenige Legierungselement ist, das pro Masseprozent den Elastizitätsmodul am stärksten beeinflusst (ZENG und ERICSSON 1996). Nachfolgend wird davon ausgegangen, daß da/dN eine Funktion von $\Delta K/E$ ist. Ein Vergleich der Gln. (1.2) und (4.7) ergibt:

$$C = \frac{C_E}{E^m} \quad (6.9)$$

Daraus folgt, daß Schwankungen des Elastizitätsmoduls auch bei konstantem intrinsischen Rißausbreitungsverhalten Schwankungen der C-Werte nach sich ziehen, und zwar um den Faktor $(E/E_{\text{ref}})^m$, wobei E_{ref} einen willkürlich wählbaren Referenzwert des Elastizitätsmoduls bezeichnet. Mit $E=79 \text{ GPa}$ für die Al-Li-Legierung 8090 T81 (ZENG und ERICSSON 1996), $E_{\text{ref}}=70 \text{ GPa}$ und $m \sim 3$ (an dieser Stelle darf nicht der durch rauheitsinduziertes Rißschließen modifizierte gemessene Paris-Exponent eingesetzt werden) erhält man mit $C/C_{\text{ref}} \sim 1,44$ die mit Abstand größte Verschiebung des C-Wertes. Berücksichtigt man die entsprechende Verschiebung des C*-Wertes für 8090 T81 in Bild 6.23, dann ergibt sich die modifizierte Darstellung in Bild 6.27.

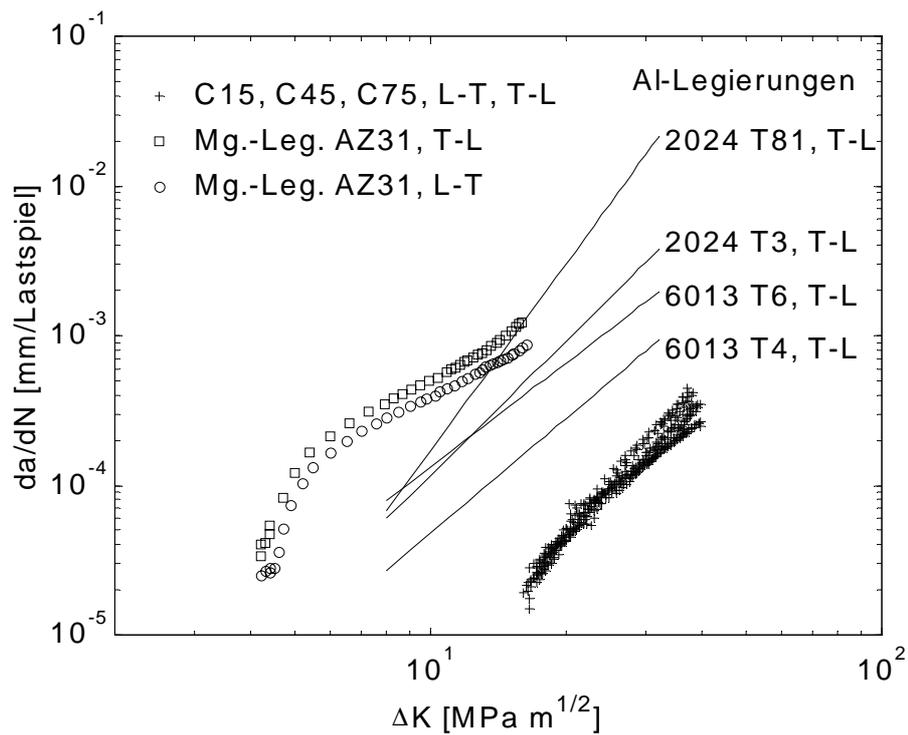


Bild 6.25 Ermüdungsrißausbreitungskurven von Stählen, Al- und Mg-Legierungen im Vergleich (20 Hz, Laborluft, $R=0,1$)

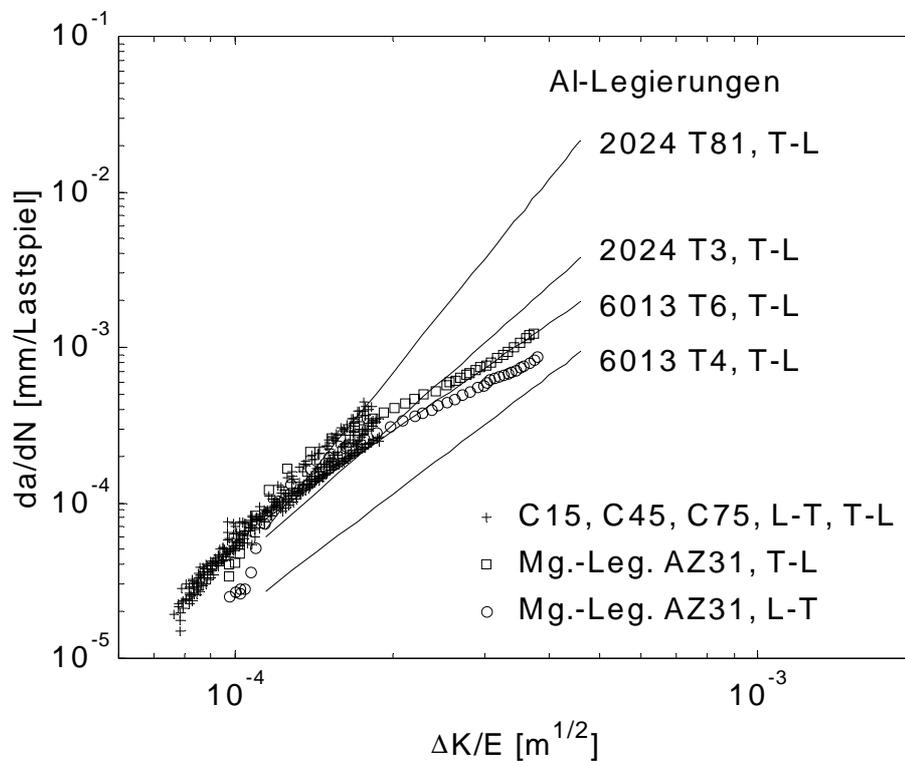


Bild 6.26 Dieselben Rißausbreitungskurven wie in Bild 6.25, jedoch über $\Delta K/E$ dargestellt.

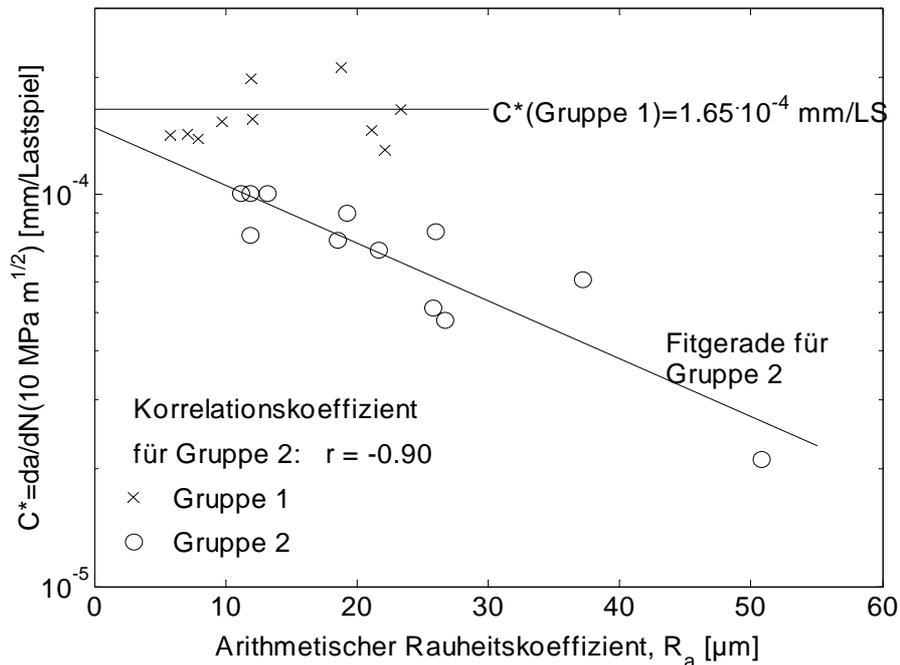


Bild 6.27 Streudiagramm der Rauheitskoeffizienten R_a und der $\log C^*$ -Werte wie in Bild 6.23 jedoch mit E-Modul-korrigierten $\log C^*$ -Werten für die Legierung 8090 T81

Aus Bild 6.27 im Vergleich zu Bild 6.23 ist ersichtlich, daß sich zwar die Lage der Meßpunkte für 8090 infolge der E-Modul-Korrektur sichtbar verändert, daß dabei aber der bereits in Bild 6.23 für die Legierungen der Gruppe 2 beobachtete Trend bestehen bleibt. An die Meßpunkte für die Legierungen dieser Gruppe (einschließlich der Legierung 1424 Tx) wurde mittels linearer Regression eine Gerade angepaßt. Der Ordinatenschnittpunkt dieser Geraden beträgt $C_0^* = 1,48 \cdot 10^{-4} \text{ mm/Lastspiel}$, er liegt damit innerhalb des Streubandes für die Legierungen der Gruppe 1 gemäß Gl. (6.2). In dieser Hinsicht verhalten sich die gegen die Rauheit null extrapolierten Legierungen der Gruppe 2 wie Legierungen der Gruppe 1. Zu dieser Aussage wäre man auch gelangt, wenn man keine E-Modul-Korrektur der C^* -Werte der Legierung 8090 T81 durchgeführt hätte, d. h., wenn die lineare Regression anhand der Originaldaten aus Bild 6.23 vorgenommen worden wäre.

7. Diskussion

7.1 Legierungen der Gruppe 1 - Paris-Bereich

7.1.1 Zusammenfassung der Befunde

Einleitend verdeutlicht folgender Sachverhalt eine Besonderheit der Legierungen der Gruppe 1. Im schwellenwertnahen Bereich der Ermüdungsrißausbreitung wird rauheitsinduziertes Rißschließen vielfach als dominanter Rißschließenmechanismus angesehen (z. B. SURESH 1991, PARRY et al. 2000). Dagegen bewirkt das Anwachsen der Größe der plastischen Zone mit ΔK^2 bei gleichzeitiger Begrenzung der Gleitlänge durch die Korngröße die mit steigendem ΔK -Wert zunehmende Dominanz des plastizitätsinduzierten über das rauheitsinduzierte Rißschließen. Die experimentellen Befunde für die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1, speziell die schwache Werkstoffabhängigkeit der Rißausbreitungsrate im ΔK -Bereich um $10 \text{ MPa m}^{1/2}$ und die fehlende Korrelation der C^* -Werte mit den Rauheitskoeffizienten R_a (Bild 6.23), zeigen, daß rauheitsinduziertes Rißschließen für diese Gruppe im mittleren ΔK -Bereich bedeutungslos ist. In dieser Hinsicht spiegeln die Legierungen der Gruppe 1 das "normale" Werkstoffverhalten wider. Dagegen wurde für die Legierungen der Gruppe 2 ein systematischer Zusammenhang zwischen Ermüdungsrißausbreitung und Rauheit der Rißflächen auch im mittleren ΔK -Bereich zweifelsfrei festgestellt. Demzufolge bietet das Studium des Ermüdungsrißausbreitungsverhaltens der Legierungen der Gruppe 1 die besondere Möglichkeit, einen Einflußfaktor, nämlich Rißablenkung und rauheitsinduziertes Rißschließen, ausklammern zu können.

Ausgangspunkt für die weitere Diskussion ist die folgende Auflistung der wichtigsten experimentellen Befunde für die Legierungen der Gruppe 1 (Tab. 6.6):

- die geringe Variabilität der Rißausbreitungsrate für $R=0,1$ bei $\Delta K^*=10 \text{ MPa m}^{1/2}$, d. h. die starke Fokussierung der Rißausbreitungsgeraden an dieser Stelle,
- die ebenfalls geringe Variabilität der Rißausbreitungsrate für $R=0,5$ bei dem modifizierten ΔK -Wert von $\Delta K^*=6,8 \text{ MPa m}^{1/2}$ (R-Einfluß),
- die Fokussierung der Rißausbreitungsgeraden für Stähle, Al- und Mg-Legierungen in einem gemeinsamen Fokuspunkt bei Darstellung über $\Delta K/E$ (E-Einfluß),
- die starke Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten sowie seine Korrelation mit dem Werkstoffparameter $z_{2,1}$ für die Al-Legierungen bei $R=0,1$ und $R=0,5$.

7.1.2 Vergleich mit experimentellen Ergebnissen aus der Literatur

Ein werkstoffbezogener Vergleich der gemessenen Rißausbreitungskurven mit Literaturergebnissen ist wenig aussagekräftig, da die Fachliteratur zu den meisten der hier untersuchten Werkstoffe eine große Anzahl von Ergebnissen enthält, aber darunter meist wenig oder keine Messungen, die unter exakt den gleichen Bedingungen wie in der vorliegenden Arbeit (z. B. hinsichtlich der Probengeometrie, speziell der Probendicke, und des Werkstoffflusses) durchgeführt worden sind. Diese Einschätzung wird durch eine breitangelegte Studie von SINCLAIR und PIERI (1990) bekräftigt, die zu der Einschätzung geführt hat, daß die Vergleichbarkeit von Literaturergebnissen untereinander ernsthaft in Frage zu stellen ist. Dagegen hat ein Laborvergleich (eigenes Labor mit Labor bei Airbus Bremen, unveröffentlicht) an Proben des gleichen Materialflusses und gleicher Probengeometrie unter nominell

gleichen Versuchsbedingungen Deckungsgleichheit der gemessenen Streubänder ergeben, so daß zumindest Fehlerfreiheit und Reproduzierbarkeit der eigenen Messungen gesichert sind. Dem oben geschilderten Sachverhalt Rechnung tragend, wird auf einen werkstoffbezogenen Literaturvergleich verzichtet. Vielmehr soll versucht werden, die komplexen Befunde, speziell die Fokussierung der Rißausbreitungsgeraden, den Einfluß des R-Wertes und der elastischen Eigenschaften sowie die Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten, entsprechenden Literaturergebnissen gegenüberzustellen.

In Abschnitt 4.6 sind die prinzipiellen Aspekte der Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent der Paris-Gleichung bzw. der Neigung von Werkstoffgruppen zur Fokussierung der Rißausbreitungsgeraden diskutiert worden. Die werkstoffbezogene Literaturanalyse zu diesem Sachverhalt deutet jedoch auf zwei Schwierigkeiten hin:

- Einige Untersuchungen beziehen sich auf das Fokussierungsverhalten von Rißausbreitungskurven für Proben jeweils einer Legierung in einem Auslagerungszustand (z. B. CAVALLINI und IACOVIELLO 1995, weitere Zitate bei IOST 1991). Bei der Auswertung der eigenen Messungen wurde dagegen das Streuband für jeden Werkstoff bzw. Werkstoffzustand bestimmt, durch eine mittlere Paris-Gerade beschrieben und erst nachfolgend die Neigung der mittleren Paris-Geraden unterschiedlicher Werkstoffzustände zur Fokussierung betrachtet.
- Keine derjenigen Arbeiten, die entsprechende Korrelationsanalysen für Gruppen von Aluminiumlegierungen zum Inhalt haben (z. B. BAILON et al. 1977, IOST und LESAGE 1990, IOST 1991), unterscheidet nach der Zugehörigkeit zu Gruppen 1 und 2 bzw. nach entsprechenden Einteilungskriterien. Obwohl formal machbar, geht bei dieser Vorgehensweise jegliche Interpretierbarkeit verloren.

Aus diesen Gründen erscheint ein detaillierterer Literaturvergleich in dieser Hinsicht nicht aussagekräftig. Das gleiche gilt auch für den Einfluß des Spannungsverhältnisses auf die Fokussierung der Rißausbreitungsgeraden: BAILON et al. (1977) beobachten eine Verschiebung des Fokuspunktes in die gleiche Richtung wie für die Legierungen der Gruppe 1 in der vorliegenden Arbeit (Abschnitte 6.2.2/6.3.2), allerdings unter undifferenzierter Einbeziehung von Legierungen der Gruppen 1 und 2.

In Hinblick auf den Einfluß des Elastizitätsmoduls auf die Rißausbreitungsrate ist im Detail eine Diskrepanz zur akzeptierten Literaturauffassung festzustellen. Während nach SPEIDEL (1981, siehe auch McCLINTOCK 1997) die Rißausbreitungskurven unterschiedlicher Werkstoffe bei Auftragung über $\Delta K/E$ bis auf einen Faktor von ~ 2 zusammenfallen, stimmt diese Aussage nur in unmittelbarer Umgebung von ΔK^* und selbst bei ΔK^* nur für Legierungen der Gruppe 1 mit dem vorliegenden Befund überein.

Schließlich ist festzustellen, daß in keiner der aus der Fachliteratur bekannten Arbeiten für eine größere Gruppe von Werkstoffen eine wirklich ausgeprägte Korrelation zwischen den Werten des Paris-Exponenten und irgendeines anderen Werkstoffparameters festgestellt worden wäre. Der Ansatz von KHEN und ALTUS (1995), angewendet auf die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 der vorliegenden Arbeit, ergibt einen Korrelationskoeffizienten von $r=0,51$. Der Ansatz von Barenblatt und Botvina, auf dem der Ansatz der vorliegenden Arbeit aufbaut, führt auf $r=0,75$ (siehe erste Zeile in Tab. 6.7). In beiden Fällen ist die Korrelation deutlich schwächer als im Ansatz gemäß Gl. (6.5) mit $r=0,88$. Diesem Aspekt wird im folgenden Abschnitt aus der Sicht von Rißausbreitungsmodellen noch einmal detaillierter nachgegangen.

7.1.3 Test der Rißausbreitungsmodelle aus der Literatur

a) COD-Modell, Modell von P_{OOK} und F_{ROST} sowie Modell von S_{CHWALBE}

Aus der Unabhängigkeit der Rißausbreitungsraten bei $\Delta K^* = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$ vom Paris-Exponenten ergibt sich die Möglichkeit, Modelle mit festem Paris-Exponenten durch Vergleich der vorausgesagten und der gemessenen Rißausbreitungsraten an dieser Stelle (also der Werte von C^*) zu testen, auch wenn die gemessenen Rißausbreitungskurven einen von 2 verschiedenen Paris-Exponenten aufweisen. Bild 7.1 zeigt diesen Vergleich für das COD-basierte Modell, Gl. (4.39), mit $\lambda \sim 0,1$ (W_{EERTMAN} 1978), und das Modell nach S_{CHWALBE} (1974) auf der Basis des Versagens durch Überschreiten der Bruchdehnung, Gl. (4.47). Beide Modelle haben den Vorteil, daß die Modellparameter durch Zugversuchskennwerte gegeben sind oder angenähert werden können.

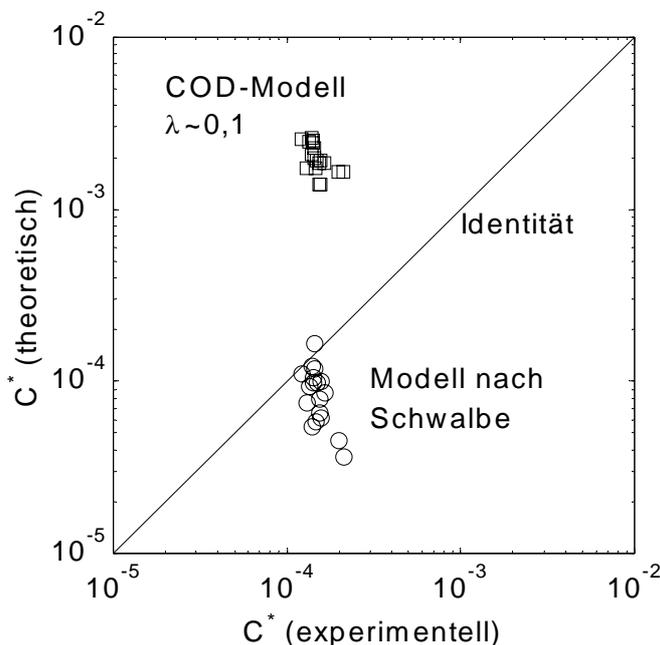


Bild 7.1

Vergleich der gemessenen und der theoretisch vorausgesagten Rißausbreitungsraten (C^* -Werte) für die Legierungen der Gruppe 1

Der Vergleich zeigt, daß das Rißausbreitungsmodell nach S_{CHWALBE} (1974) die Rißausbreitungsraten ohne Modifikation des Vorfaktors der Größenordnung nach richtig voraussagt. Eine Anhebung des Vorfaktors in Gl. (4.47) um den Faktor 2,5 (von 0,014 auf 0,035) würde im vorliegenden Fall zu einer verbesserten Anpassung führen. Beim COD-basierten Modell liegt eine Überschätzung der Rißausbreitungsraten um den Faktor ~ 12 vor, so daß für den Proportionalitätsfaktor λ in Gl. (4.39) statt $\lambda \sim 0,1$ ein Zahlenwert von $\lambda \sim 0,01 \dots 0,005$ angesetzt werden müßte. Die Kleinheit dieses Zahlenfaktors im Vergleich zu 1 spricht gegen die Vollständigkeit des Modells. Wichtiger erscheint jedoch die Erkenntnis, daß für beide Modelle die Unterschiede von Werkstoff zu Werkstoff nicht richtig beschrieben werden, wie der gegenläufige Trend zwischen Voraussage und Messung zeigt. Noch krasser fällt diese Diskrepanz für die drei untersuchten Stähle aus (Tab. 6.4). Da auch die beobachtete Skalierung von da/dN mit $\Delta K/E$ nicht richtig wiedergegeben wird, werden diese Modelle im vorliegenden Kontext nicht weiter verfolgt. Das Modell von P_{OOK} und F_{ROST} (1973) sagt die Skalierung von ΔK mit E , d. h. im Falle der

Al-Legierungen der Gruppe 1 die Werkstoffunabhängigkeit der $\log C^*$ -Werte und im Falle der Stähle, Al- und Mg-Legierungen die Fokussierung in einem gemeinsamen Punkt bei Auftragung über $\Delta K/E$, richtig voraus. Der Vorfaktor $C_1=8/\pi$ gemäß Gl. (4.13) und Abschnitt 4.4.5 unterschätzt die gemessenen C^* -Werte um den Faktor 3. Für jedes der unter a) zusammengefaßten Modelle weichen die gemessenen Paris-Exponenten $2 \lesssim m \lesssim 4$ einseitig mehr oder weniger stark vom Modellfall ($m=2$) ab.

b) Modell von PETIT und HENAFF

Das Modell auf der Basis einer kritischen akkumulierten Verschiebung in der Variante von PETIT und HENAFF (1991) gemäß Gl. (4.21) und Abschnitt 4.5.1 bezieht sich auf die Abhängigkeit der Rißausbreitungsrate im Stadium 2 in inerter Atmosphäre vom effektiven ΔK -Wert. Der Bezug auf die Rißausbreitung im Stadium 2 kann mit der Beschränkung auf Legierungen der Gruppe 1 übersetzt werden. Das Modell wurde dem beobachteten Skalierungsverhalten mit E bzw. G angepaßt, es ist in dieser Hinsicht empirisch. Es sagt einen Paris-Exponenten von $m=4$ voraus, der Vorfaktor wurde nicht spezifiziert. Ein Vergleich mit den eigenen Meßergebnissen ist streng genommen nur möglich, wenn Rißschließen und Umgebungseinfluß in Laborluft in Rechnung gestellt werden. Der Voraussage $m=4$ stehen auf der Seite des experimentellen Befundes $2 \lesssim m \lesssim 4$ und die Korrelation zwischen m und $z_{2,1}=R_{p0,2}\theta B/(K_{c0})^2$ gegenüber. Diese Korrelation wäre auf der Basis des Umgebungseinflusses nicht verständlich. Dagegen könnte das plastizitätsinduzierte Rißschließen zumindest das Auftreten der Parameter $R_{p0,2}$, θ und B erklären. Dennoch stehen dieser Interpretation drei konkrete Befunde entgegen:

- Plastizitätsinduziertes Rißschließen liefert keine Erklärung für den Fokuspunkt.
- Für die Legierung 6013 T6 wurde eine ΔK -unabhängige Rißschließspannung gemessen. Daraus ergibt sich, daß die Paris-Gerade beim Übergang vom nominellen zum effektiven ΔK -Wert parallelverschoben wird und den Anstieg (Paris-Exponenten) von $m=2,2$ (Tab. 6.2) beibehält. Die Gültigkeit des Modells von PETIT und HENAFF läßt dagegen eine Annäherung an $m=4$ erwarten.
- Für mehrere Legierungen der Gruppe 1 wurde bei Erhöhung des Spannungsverhältnisses von $R=0,1$ auf $R=0,5$ ebenfalls keine adäquate Anhebung des Exponenten in Richtung $m=4$ gemessen (Bild 6.24).

Wendet man dagegen das Modell direkt auf die vorliegenden Messungen (Laborluft, $R=0,1$, nominelles ΔK) an, so ergibt sich für $u^* \sim 0,133 \mu\text{m}$ wenigstens eine korrekte Beschreibung der oberen Grenze des Streubandes der Paris-Geraden für die Gruppe 1. Die Diskussion der Bedeutung dieser Größe erfolgt weiter unten.

c) LCF-Modell

In Abschnitt 4.4.4 war das LCF-basierte Modell von KUJAWSKI und ELLYIN (1984) vorgestellt worden, das gemäß Gl. (4.45) eine Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten voraussagt. Das Modell wurde von ELLYIN (1997) mit experimentellen Ergebnissen für zwei Stähle und die Aluminiumlegierung 2219 T851 verglichen. Die Modellvoraussagen liegen stets im Streuband der Meßdaten. Der Modellparameter δ^* wurde dabei unter Verwendung gemessener ΔK_S -Werte abgeschätzt, ist also als Fitparameter aufzufassen. Um die Praktikabilität und die Werkstoffempfindlichkeit des Modells detaillierter zu überprüfen, wurde ein Datensatz zusammengestellt, der für möglichst viele Aluminiumlegierungen sowohl LCF- als auch Rißausbreitungsdaten enthält. Da das rauheitsinduzierte Rißschließen im Modell nicht berücksichtigt wird, liegt der Schwerpunkt der Auswertung auf den Legierungen der Gruppe 1.

Wegen fehlender δ^* -Werte sind die Vorfaktoren gemäß Gl. (4.44) hier nicht zugänglich und die Überprüfung des Modells muß auf den Vergleich der vorausgesagten und gemessenen Paris-Exponenten beschränkt bleiben (Tab. 7.1).

Zunächst fällt auf, daß nur für wenige Legierungszustände vollständige Datensätze gefunden worden sind. Da Proben aus dünnen Blechen für LCF-Versuche mit $R=-1$ eher ungeeignet sind, wurden in Datensammlungen im allgemeinen Messungen an Proben aus dickeren Blechen erfaßt, so daß sich die Frage nach der Gleichartigkeit der Gefüge selbst bei nominell gleichen Legierungs- und Behandlungszuständen stellt. Bei Legierungen, für die mehrere Datensätze vorliegen, tauchen sowohl auf der LCF-Seite als auch auf der Ermüdungsrißausbreitungsseite zum Teil widersprüchliche Angaben auf. Nicht immer sind die Versuchsbedingungen vollständig dokumentiert. Wenn man von diesen Schwierigkeiten absieht, ist speziell für die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 (untere Tabellenhälfte) durchaus tendenzielle Übereinstimmung in den Exponenten festzustellen. Der Korrelationskoeffizient der Werte von $-2/(b+c)$ mit den gemessenen Paris-Exponenten beträgt für diese Gruppe 0,88. Er erreicht damit einen ähnlich hohen Wert wie für die Korrelation im Ansatz gemäß Gl. (6.5), ist aber mit einer Stichprobenstärke von 6 statistisch weniger gut abgesichert. Dabei ist die Rolle des Ermüdungsduktilitätsexponenten c im Vergleich zur Rolle des Ermüdungsfestigkeitsexponenten b dominant. In der Tat würde eine gleichermaßen gute tendenzielle Übereinstimmung erzielt werden, wenn man den Einfluß von b vernachlässigen und $m_{th}=-2/c$ wie in älteren Versionen des LCF-Modells (z. B. BAILON und ANTOLOVICH 1983) setzen würde.

Tab. 7.1 Test des LCF-Modells durch Vergleich berechneter und gemessener Paris-Exponenten

Legierung	b	c	Literatur ¹⁾	$m_{th}=-2/(b+c)$	m_{exp} ²⁾
2024 T3 L	-0,114	-0,927	BS 1987	1,9	3,23
	-0,247	-0,634	BS 1987	2,3	3,23
	-0,049	-0,940	BS 1990	2,0	3,23
2024 T3 T	-0,096	-0,644	BS 1987	2,7	2,90

2219 T851	-0,0756	-0,550	SH 1979	3,2	3,5 ³⁾
6009 T6 L	-0,0957	-0,746	SNM 1996	2,4	2,49
6061 T6 L	-0,100	-1,01	SNM 1996	1,8	1,82
6082 T6 L	-0,099	-0,857	BS 1987	2,1	2,49
7075 T651 L	-0,122	-0,806	BS 1987	2,2	3,02
7475 T761 T	-0,107	-1,066	BS 1987	1,7	2,16

¹⁾ BS 1987: BOLLER und SEEGER (1987), BS 1990: BÄUMEL und SEEGER (1990), SH 1979: SAXENA und HUDAK (1979), SNM 1996: SHARP et al. (1996)

²⁾ experimentelle Werte aus eigenen Messungen außer bei 2219 T851

³⁾ auch experimentelle Werte auf der Basis von Angaben in SH 1979

Die Fokussierung der Rißausbreitungsgeraden, die Skalierung von da/dN mit $\Delta K/E$ sowie der inverse Zusammenhang zwischen den Parametern m und K_c sind im Rahmen des LCF-Modells nicht ohne weiteres verständlich. Letztendlich wird in Anbetracht der eingeschränkten Verfügbarkeit der erforderlichen Modellparameter auch dieses Modell nicht weiter verfolgt.

d) Empirischer Ansatz nach McCLINTOCK

Der dimensionsanalytisch motivierte empirische Ansatz von HERTZBERG (1993) und McCLINTOCK (1997) gemäß Gl. (4.17b) läßt den Exponenten offen und sagt an der Stelle $\Delta K = E\sqrt{2b}$ eine Rißausbreitungsrate von $da/dN = b$ voraus, d. h., die Rißausbreitungsgeraden für eine Gruppe von Legierungen mit gleichen Werten von E und b sollten sich in diesem Punkt schneiden bzw. ausgesprochen stark fokussieren. Mit $E = 70$ GPa und $b = 0,286$ nm für Aluminiumlegierungen (McCLINTOCK 1997) ergeben sich für Abszisse und Ordinate dieses Schnittpunkts $1,2$ MPa $m^{1/2}$ bzw. $2,86 \cdot 10^{-7}$ mm/Lastspiel. Diese Größen weichen stark von den bei $R = 0,1$ für Gruppe 1 experimentell beobachteten Koordinaten des Fokuspunktes ab.

Als Zwischenfazit ist festzustellen, daß keine der unter a) bis d) in Betracht gezogenen Modellgruppen die vorliegenden Befunde zufriedenstellend erklärt. Im Ergebnis der Literaturanalyse in Abschnitt 4.4 erscheint es auch wenig aussichtsreich, die hochentwickelten physikalisch bzw. mikromechanisch fundierten Modellansätze zu verbessern. Der Anlage der Arbeit entsprechend wird vielmehr versucht, die experimentellen Befunde möglichst genau und vollständig durch einen gleichermaßen einfachen wie physikalisch, dimensionsanalytisch und mikromechanisch sinnvollen empirischen Ansatz zu beschreiben, was die nachträgliche Interpretation erleichtert. Die unter d) besprochene Beschreibungsweise der Ermüdungsrißausbreitung stellt hierzu einen geeigneten Ausgangspunkt dar, da sie zwanglos auf das experimentell beobachtete Skalierungs- und Fokussierungsverhalten der Rißausbreitungsgeraden führt. Ein entsprechendes Modell lag jedoch bisher noch nicht vor.

7.1.4 Empirische Rißausbreitungsgleichungen

Ausgangspunkt ist der dimensionsanalytisch motivierte empirische Ansatz von HERTZBERG (1993) und McCLINTOCK (1997). Im Unterschied zu deren Vorgehen werden anstelle des Elastizitätsmoduls E und des Burgers-Vektors b ein noch unbekannter Modul M und eine unbekannt charakteristische Länge L eingeführt. Die Bestimmung der Größen M und L beruht auf der Bedingung, daß die Koordinaten des für die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 experimentell beobachteten Fokuspunktes ΔK^* und C^* gemäß der normierten Paris-Gleichung $da/dN = C^*(\Delta K/\Delta K^*)^m$ richtig wiedergegeben werden sollen, d. h., der Weg von HERTZBERG (1993) und McCLINTOCK (1997) wird in entgegengesetzter Richtung beschritten:

$$\frac{1}{L} \left(\frac{da}{dN} \right) = \left(\frac{\Delta K}{M\sqrt{L}} \right)^m \quad (7.1)$$

$$L = C^* = 0,165 \mu m \quad (7.2)$$

$$M = \frac{\Delta K^*}{\sqrt{L}} = \frac{10 \text{ MPa } m^{1/2}}{\sqrt{1,65 \cdot 10^{-7} \text{ m}}} = 25 \text{ GPa} \quad (7.3)$$

Der charakteristische Modul M kann bemerkenswerterweise mit dem Schubmodul $G=26$ GPa (Tab. 5.5) identifiziert werden. Das Fokussierungsverhalten liefert demnach ein Argument für die Verwendung des Schubmoduls G anstelle des Elastizitätsmoduls E in der Rißausbreitungsgleichung (vgl. Abschnitte 4.3.3 und 4.5.1). Ersetzt man nunmehr in Gl. (7.1) M ($=25$ GPa) durch G ($=26$ GPa) und läßt den Exponenten offen, so erhält man die Paris-Gleichung für $R=0,1$ in der Form

$$\frac{1}{L} \frac{da}{dN} = \left(\frac{\Delta K}{G\sqrt{L}} \right)^m \quad (7.4a)$$

Setzt man in Gl. (7.4a) $m=4$, dann wird klar, daß der abgeschätzte Wert der Größe L näherungsweise mit der Abschätzung für die kritische akkumulierte Verschiebung u^* gemäß Abschnitt 7.1.3 b) übereinstimmen muß. Detailliertere Überlegungen zur Interpretation der auftretenden Größen folgen in den nächsten Abschnitten.

Da Modelle und experimentelle Befunde übereinstimmend einen Minimalwert des Paris-Exponenten von $m=2$ implizieren, erscheint es sinnvoll, in Gl. (7.4a) einen Faktor mit dem Exponenten 2 abzuspalten:

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{\Delta K}{G} \right)^2 \left(\frac{\Delta K}{G\sqrt{L}} \right)^{2\xi} \quad (7.4b)$$

$$\text{mit } L=0,165 \text{ } \mu\text{m}; R \approx 0,1; \xi = \frac{m}{2} - 1; 0 \lesssim \xi \lesssim 1 \text{ und } \Delta K \gtrsim 10 \text{ MPa m}^{1/2}$$

Die empirische Rißausbreitungsbeziehung gemäß Gln. (7.4) beschreibt die experimentellen Befunde für die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 sowie die untersuchten Stähle und die Mg-Legierung im untersuchten ΔK -Bereich bei einem Spannungsverhältnis von $R=0,1$ korrekt (Bild 7.2) und stellt auf einem Genauigkeitsniveau, das die R -Abhängigkeit der Ermüdungsrißausbreitung außer acht läßt, das Endergebnis des vorliegenden Abschnitts dar.

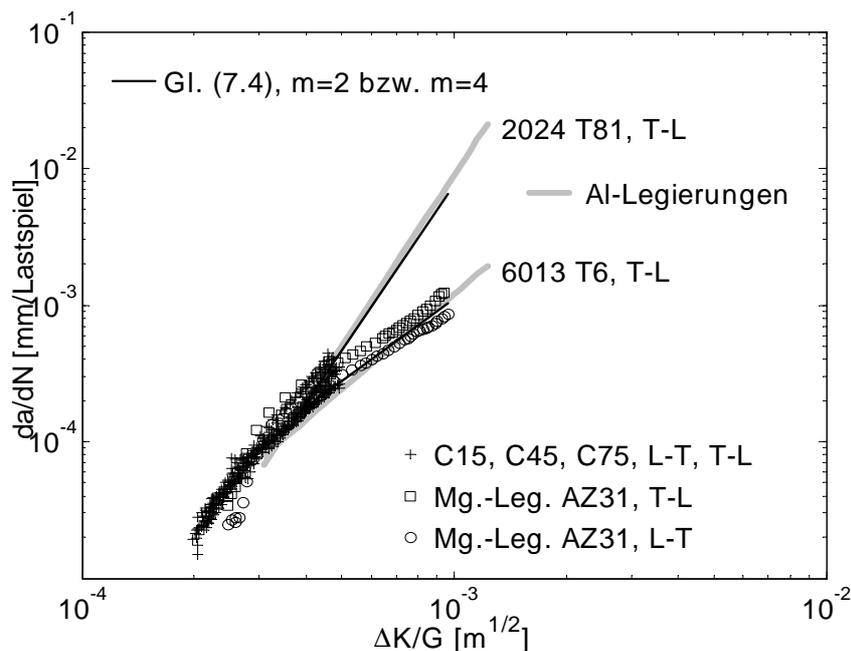


Bild 7.2 Vergleich von Gl. (7.4) mit Meßergebnissen für $R=0,1$

Wenn dagegen auch der R-Einfluß tendenziell richtig wiedergegeben werden soll, dann ist Gl. (7.4) derart zu modifizieren, daß die Verschiebung des Fokuspunktes beim Übergang von $R=0,1$ zu $R=0,5$ ebenfalls erfaßt wird. Hierzu müssen zwei Funktionen f und g des Spannungsverhältnisses R eingeführt werden:

$$\frac{da}{dN} = f(R) \left(\frac{\Delta K}{G} \right)^2 \left(\frac{\Delta K}{g(R)G\sqrt{L}} \right)^{2\xi} \quad (7.5)$$

In Gl. (7.5) bestimmen die Funktion $f(R)$ und $g(R)$ unabhängig voneinander die Abhängigkeiten der Ordinate bzw. der Abszisse des Fokuspunktes vom R -Wert. Für diese Funktionen erweisen sich die Ansätze $f(R)=(1+R)^s$ und $g(R)=(1-R)^t$ mit den Exponenten $s>0$ und $t>0$ als geeignet.

$$\frac{da}{dN} = (1+R)^s \left(\frac{\Delta K}{G} \right)^2 \left(\frac{\Delta K}{(1-R)^t G\sqrt{L}} \right)^{2\xi} \quad (7.6)$$

In der Tat geht bei dieser Wahl Gl. (7.6) in Gl. (7.4b) über, wenn das Spannungsverhältnis gegen Null strebt. Außerdem garantiert die Vorzeichenwahl in den Klammerausdrücken die Verschiebung der Fokuspunktkoordinaten in die richtige Richtung. Die Forderung, daß auch die Beträge der Verschiebung dieser Koordinaten beim Übergang von $R=0,1$ zu $R=0,5$ richtig wiedergegeben werden sollen, führt auf $s\sim 1$ und $t\sim 0,65$, d. h.:

$$\frac{da}{dN} = (1+R) \left(\frac{\Delta K}{G} \right)^2 \left(\frac{\Delta K}{(1-R)^{0,65} G\sqrt{L}} \right)^{2\xi} \quad (7.7)$$

mit $L=0,165 \mu\text{m}$; $0 \lesssim \xi \lesssim 1$; $0,1 \lesssim R \lesssim 0,5$ und $\Delta K \gtrsim 10 \text{ MPa m}^{1/2}$

Tab. 7.2 zeigt den Vergleich der für die Spannungsverhältnisse $R=0,1$ und $R=0,5$ gemäß Gl. (7.7) berechneten Koordinaten und der experimentell ermittelten Koordinaten der Fokuspunkte für die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1. Im Rahmen der Meßgenauigkeit stimmt jede der vier berechneten Fokuskordinaten in Tab. 7.2 mit den entsprechenden Meßergebnissen überein. Die Wahl des Exponenten $t=0,65$ wird sich im folgenden noch unter einem anderen Aspekt als zutreffend erweisen.

Tabelle 7.2 Vergleich der Koordinaten des Fokuspunktes gemäß Gl. (7.7) mit den Messungen für Aluminiumlegierungen der Gruppe 1

Koordinate	Formel	R-Wert	Gl. (7.7)	Messung
Abszisse	$\Delta K^* = (1-R)^{0,65} G\sqrt{L}$	0,1	9,86 MPa m ^{1/2}	~9,76 MPa m ^{1/2}
		0,5	6,73 MPa m ^{1/2}	~6,8 MPa m ^{1/2}
Ordinate	$C^* = (1+R) \left(\frac{\Delta K^*}{G} \right)^2$	0,1	0,158 μm	~0,165 μm
		0,5	0,101 μm	~0,1 μm

Wenn die Natur der charakteristischen Länge L identifiziert werden kann, dann stellen, je nach Genauigkeitsniveau, die Gln. (7.4) und (7.7) Interpretationen des empirisch gefundenen Fokuspunktes dar. Eine scheinbar alternative, ebenfalls empirische Interpretation beruht auf der auf JAREMA (1981) zurückgehenden Erkenntnis, daß die Vorfaktoren und Exponenten der Paris-Gleichung unkorreliert erscheinen, wenn ΔK auf den geometrischen Mittelwert aus ΔK_S und ΔK_{c0} , d. h. $(\Delta K_S \Delta K_{c0})^{1/2}$, normiert wird. Tab. 7.3 bestätigt diesen Befund durch die annähernde Übereinstimmung der Zahlenwerte in den Spalten 4 und 6 für diejenigen Legierungen aus der vorliegenden Arbeit, für die der Schwellenwert ΔK_S und der kritische Wert $\Delta K_{c0} = (1-R)K_{c0}$ aus eigenen Messungen vorliegen.

Tabelle 7.3 Vergleich der (auf $G=26$ GPa normierten) Abszisse des Fokuspunktes mit dem geometrischen Mittel aus Schwellen- und Instabilitätswert von ΔK (Bilder 6.1 und 6.4)

Legierung	ΔK_S MPa m ^{1/2}	ΔK_{c0} MPa m ^{1/2}	$\sqrt{\Delta K_S \cdot \Delta K_{c0}}$ MPa m ^{1/2}	G GPa	$\Delta K^* \cdot \frac{G}{26 \text{ GPa}}$ MPa m ^{1/2}
2219 T87	1,81	58,5	10,3	26	9,76
6013 T6	2,15	63,6	11,7	26	9,76
AZ31	1,06	35,5	6,13	17	6,38

Die Identifizierung der Abszisse des Fokuspunktes als geometrischer Mittelwert aus Schwellen- und Instabilitätswert von ΔK führt auf die folgende Darstellung der Rißausbreitungsgleichung:

$$\frac{da}{dN} = (1 + R) \left(\frac{\Delta K}{G} \right)^2 \left(\frac{\Delta K}{\sqrt{\Delta K_S \cdot \Delta K_{c0}}} \right)^{2\xi} \quad (7.8)$$

$$\text{mit } 0 \lesssim \xi \lesssim 1; \quad 0,1 \lesssim R \lesssim 0,5 \quad \text{und} \quad \Delta K \gtrsim 10 \text{ MPa m}^{1/2}$$

Durch Gleichsetzen der beiden Interpretationen der Fokusabszisse gemäß Gln. (7.7) und (7.8) erhält man:

$$L = \frac{\Delta K_S \cdot \Delta K_{c0}}{(1-R)^{1,3} G^2} = \frac{\Delta K_S \cdot K_{c0}}{(1-R)^{0,3} G^2} \quad (7.9)$$

HEROLD u. a. (2000) haben für Stähle eine Abhängigkeit des Schwellenwertes der Ermüdungsrißausbreitung vom Spannungsverhältnis in Form einer Proportionalität mit $(1-R)^{0,3}$ vorgefunden. Überträgt man diesen Befund wenigstens tendenziell auf die vorliegende Situation, so gelangt man zu der Schlußfolgerung, daß es sich bei L um eine für den Werkstoff charakteristische und jedenfalls nicht vom Spannungsverhältnis abhängige Größe handelt, so daß der Begriff "charakteristische Länge" nachträglich Rechtfertigung erfährt.

Die empirischen Rißausbreitungsbeziehungen Gl. (7.7) und (7.8) stellen ein Endergebnis des vorliegenden Abschnitts dar. Beide Beziehungen sind über Gl. (7.9) miteinander verknüpft. Wenn der R-Wert gegen Null strebt, geht Gl. (7.7) voraussetzungsgemäß in Gl. (7.4) über.

Die genannten Rißausbreitungsbeziehungen machen noch keine quantitative Aussage über die Größe des Paris-Exponenten. Hierzu wird auf die in Abschnitt 6.3.1 für Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 abgeleitete Regressionsgleichung Gl. (6.5) zurückgegriffen:

$$\xi = \frac{m}{2} - 1 \quad \text{mit} \quad m = 1,84 + 0,499 \frac{R_{p0.2} \theta B}{K_{c0}^2} \quad (7.10a)$$

bzw.

$$\xi \approx \frac{R_{p0.2} \theta B}{4K_{c0}^2} \quad (7.10b)$$

Gl. (7.7) bzw. (7.8) und Gl. (7.10a) stellen empirische Interpretationen des Vorfaktors C und des Exponenten m der Paris-Gleichung dar. Sie bilden zusammen ein dimensionsanalytisch begründetes empirisches Rißausbreitungsmodell. Hinsichtlich der Gültigkeitsgrenzen dieses Modells lassen sich folgende Aussagen treffen:

- Alle Aussagen gelten für dünne Bleche (Blechdicke 1 bis 3 mm) unter Mode-I-Belastung in Laborluft im Gültigkeitsbereich der LEBM. Hinsichtlich der Übertragbarkeit auf andere Probengeometrien gilt (in gewissen Grenzen) das Ähnlichkeitsprinzip der LEBM. Eine Mindestprobenbreite ist erforderlich, um sicherzustellen, daß der instabilitätsnahe Bereich und die Gültigkeitsgrenze der LEBM außerhalb des Meßbereichs liegen. Dies war mit einer Ausnahme (5754 H22), die entsprechend beachtet wurde, erfüllt.
- Für $R=0,1$ beschreiben die Gl. (7.4) bzw. (7.7) und (7.10a) das Rißausbreitungsverhalten der untersuchten Al-Legierungen der Gruppe 1 unter den vorliegenden Versuchsbedingungen im ΔK -Bereich $10 \text{ MPa m}^{1/2} \lesssim \Delta K \lesssim 25 \text{ MPa m}^{1/2}$ näherungsweise korrekt, wie in einem unveröffentlichten Laborbericht vollständig dokumentiert wurde.
- Für $R=0,5$ beschreiben sowohl Gl. (7.7) als auch Gl. (7.10a) das beobachtete Rißausbreitungsverhalten ebenfalls näherungsweise korrekt. Beide Gleichungen sollten daher im gesamten Bereich $0,1 \lesssim R \lesssim 0,5$ gute Näherungen darstellen.
- Gl. (7.8) wurde nur für zwei der untersuchten Aluminiumlegierungen überprüft.
- Gl. (7.4) bzw. (7.7) sind für $R=0,1$ auch auf die untersuchten Stähle und die Magnesiumlegierung anwendbar (Bild 7.2). Dies sollte auch auf Gl. (7.8) zutreffen, da sowohl ΔK_S (McCLINTOCK 1997, GIL SEVILLANO 2001) als auch ΔK_c (KOBAYASHI 2000) lineare bzw. monoton wachsende Funktionen von E bzw. G sind. Die Überprüfung erfolgte aber nur für die Magnesiumlegierung.
- Für die Stähle und die Magnesiumlegierung liegen keine eigenen Messungen bei $R=0,5$ vor, so daß in dieser Hinsicht keine Aussage möglich ist.
- Gl. (7.10a) ist nicht auf die Stähle und die Magnesiumlegierung übertragbar, hierzu wären die Fitparameter in Gl. (7.10a) zu modifizieren (siehe Tab. 6.4).
- Keine der Gl. (7.4), (7.7), (7.8) und (7.10a) ist auf die Aluminiumlegierungen der Gruppe 2 übertragbar. Es hat sich aber gezeigt, daß die m-Werte dieser Gruppe durch Gl. (6.5) immer mehr oder weniger stark unterschätzt (Bild 6.22) und die Rißausbreitungsraten am Fokuspunkt durch Gl. (7.4) bzw. (7.7) immer mehr oder weniger stark überschätzt (Bild 6.23) werden.

Zusammenfassend können Gln. (7.4), (7.7) bzw. (7.8) und Gl. (7.10a) als Erwartungen vorwegnehmende Referenzgleichungen aufgefaßt und in dieser Hinsicht auf den gesamten Paris-Bereich übertragen werden. Es ist dann nicht das Ergebnis einer Rißausbreitungsmessung an sich, das der Interpretation bedarf, sondern die Abweichung von der Referenzgleichung.

7.1.5 Interpretationsansätze

a) Fokuspunkt

Zur Interpretation des Fokuspunktes wird nachfolgend überprüft, ob es sich bei $\Delta K^* = 10 \text{ MPam}^{1/2}$ für $R=0,1$ um eine charakteristische Größe des Systems Werkstoff/Geometrie/Belastung handelt:

- Unter den gegebenen Belastungsbedingungen entspricht diesem ΔK -Wert eine Rißlänge von $a \sim 3 \text{ mm}$. Diese Länge selbst ist zu groß, um mit irgendeiner gefügecharakteristischen Größe identifiziert zu werden.
- Der ΔK -Wert für das Ende des Flat-slant-Übergangs $\Delta K_{\bar{0}}$ schwankt nur wenig und liegt bei oder nur wenig oberhalb von ΔK^* (Tab. 6.5). Bei ΔK^* könnte es sich also um ein grobes Maß für die Lage dieses Übergangs handeln. Allerdings ist $\Delta K_{\bar{0}}$ nach NEWMAN (1998) nicht vom Elastizitätsmodul abhängig, sondern nur von der Streckgrenze und der Blechdicke, während der hier betrachtete Fokuspunkt eine ausgeprägte Abhängigkeit von E , aber keine von $R_{p0.2}$ zeigt (Bilder 6.25 und 6.26), so daß auch dieser Erklärungsansatz versagt.
- Nach den Ergebnissen des Abschnitts 7.1.4 könnte ΔK^* mit $GL^{1/2}$ identifiziert werden. Die Bedeutung von $L \sim 0,165 \text{ }\mu\text{m}$ ist dabei noch ungeklärt, die Größenordnung deutete jedoch wie erwähnt auf einen Parameter des Gefüges oder der Versetzungsanordnung.
- Schließlich war bereits festgestellt worden, daß der geometrische Mittelwert von ΔK_S und ΔK_C in der Nähe von ΔK^* liegt (Tab. 7.3). Dies stimmt mit der Beobachtung von JAREMA (1981) überein, wonach Vorfaktoren und Exponenten der Paris-Gleichung unkorreliert erscheinen, wenn ΔK auf $(\Delta K_S \Delta K_C)^{1/2}$ normiert wird. JAREMA selbst billigte dieser Beobachtung jedoch wenig Aussicht auf physikalische Fundierung zu.

Die beiden letzten Erklärungsansätze schließen einander nicht aus, sie können gemäß Gl. (7.9) entweder bei unabhängigen Werten von ΔK_S und ΔK_{C0} als Definition der Größe L oder bei vorgegebenem Wert von L als inverser Zusammenhang zwischen ΔK_S und ΔK_{C0} interpretiert werden. Hinsichtlich des Flat-slant-Übergangs ist anzumerken, daß er sich speziell bei der Legierung 7075 T651 in einer deutlichen Abweichung von der Linearität der Rißausbreitungskurve bemerkbar zu machen scheint, während er bei den meisten anderen Legierungen zwar physisch vorhanden ist, aber zu keinen Abweichungen von der Linearität führt. ZUIDEMA und Mitarbeiter (ZUIDEMA u. a. 2001, VAN KRANENBURG u. a. 2002) widmen dem Phänomen des Flat-slant-Übergangs in Aluminiumlegierungen (bei größeren Probendicken von 5 bis 8 mm) große Aufmerksamkeit, ohne den Übergang bisher ursächlich mit Linearitätsabweichungen der Rißausbreitungskurve in Verbindung bringen zu können. Diese Arbeiten werden mit Interesse weiterverfolgt.

Ein möglicher Schlüssel zu einer Interpretation des beobachteten Rißausbreitungsverhaltens liegt in der Aufklärung der Natur der Größe L . In Abschnitt 7.1.3 war

gezeigt worden, daß L nicht oder höchstens schwach vom R -Wert abhängt und somit die Bezeichnung als charakteristische Länge verdient. Die Größenordnung $L \sim 0,165 \mu\text{m}$ deutet auf einen Parameter des Gefüges oder der Versetzungsanordnung. Ein direkter Zusammenhang mit dem Gefüge kann jedoch weitgehend ausgeschlossen werden, da

- keine der für 6013 T6 ermittelten Gefügeparameter (Abschnitt 5.2.3) in der Nähe des abgeschätzten Wertes von L liegt,
- die Gefüge der Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 unterschiedlich sind, was zu werkstoffabhängigen L -Werten und damit zu einem diffus ausgebildeten Fokus führen sollte im Gegensatz zum hier eher scharf ausgebildeten Fokuspunkt.

Simulationen der Entwicklung der Versetzungsanordnung vor einer Ermüdungsrißspitze (DESHPANDE u. a. 2002, siehe Abschnitt 4.2.1) haben gezeigt, daß sich bei zyklischer Belastung spontan schmale Bänder mit hoher Konzentration gleitender Versetzungen ausbilden und daß sich solche Bänder gesetzmäßig in parallelen Abständen der Größenordnung $\sim 0,15 \mu\text{m}$ anordnen. Eine solche Anordnung ist anschaulich verständlich, da sich eine Versetzung wegen der abstoßenden Wechselwirkung mit benachbarten Versetzungen nicht beliebig dicht an einem Band hoher Versetzungsdichte entlangbewegen kann. Nach DESHPANDE u. a. (2002) stellt diese Beobachtung eine Erklärung für die an vielen Werkstoffen beobachteten minimalen Schwingstreifenbreiten von $0,1$ bis $0,15 \mu\text{m}$ dar. In diesem Lichte ist die Lage des Fokuspunktes ungefähr mit derjenigen ΔK -Position identisch, oberhalb derer eine 1:1-Zuordnung zwischen Schwingstreifen und Ermüdungsrißfortschritt pro Lastspiel besteht. Folglich kann ein Zusammenhang der charakteristischen Länge L mit dem Gleitbandabstand nach DESHPANDE u. a. (2002) vermutet werden.

Eine andere, mehr formale Interpretation der charakteristischen Länge L beruht auf der Tatsache, daß sich vor der Rißspitze hohe Dehnungsgradienten ausbilden. Im Rahmen einer Plastizitätstheorie unter Berücksichtigung hoher Dehnungsgradienten (Dimension $1/\text{Länge}$) muß es ebenfalls charakteristische Längen geben, von denen eine zu $\sim 0,2$ bis $0,5 \mu\text{m}$ abgeschätzt wurde (BEGLEY und HUTCHINSON 1998, siehe Abschnitt 3.2.2). Es ist anzumerken, daß die beiden aufgeführten Interpretationen von L nicht notwendigerweise verschiedener Natur sein müssen. Vielmehr erschiene es plausibel, wenn es sich in beiden Fällen um verwandte Größen innerhalb unterschiedlicher theoretischer Gebäude handelte.

b) Paris-Exponent

Während hinsichtlich des Fokuspunktes nach einer Erklärung für die Gemeinsamkeit einer Gruppe von Legierungen gesucht wurde, geht es beim Paris-Exponenten um die Erklärung der Verschiedenheit der Legierungen derselben Gruppe. Nach den Ausführungen in Abschnitt 4 kommen dafür mehrere Interpretationsansätze in Frage:

- Der durch die LCF-basierten Modelle der Ermüdungsrißausbreitung fundierte und unter Hinzunahme von Literaturdaten tendenziell bestätigte Zusammenhang des Paris-Exponenten mit den LCF-Parametern b und c (Abschnitt 7.1.3 c) stellt insofern keinen befriedigenden Interpretationsansatz dar, als die Exponenten b und c selbst empirischer Natur sind und der Interpretation bedürfen.
- Das Modell von PETIT und HENAFF (1991), das für die intrinsische Rißausbreitung in Vakuum werkstoffunabhängig einen Paris-Exponenten von $m=4$ voraussagt, war in Abschnitt 7.1.3 b den eigenen Meßergebnissen gegenübergestellt worden. Dabei zeigte sich, daß weder der Umgebungseinfluß noch plastizitätsinduziertes

Rißschließen die vorliegenden Abweichungen von $m=4$ und den Fokuspunkt gleichzeitig zu erklären vermögen.

- Dennoch läßt plastizitätsinduziertes Rißschließen in Verbindung mit werkstoffabhängiger Dehnungsbehinderung einen Einfluß auf den m -Wert erwarten. Um die Stärke dieses Einflusses abzuschätzen, wurden ausgehend von einer Proportionalität $da/dN \sim (\Delta K_{\text{eff}})^4$ Simulationsrechnungen auf der Basis der Gln. (4.48) und (4.49) durchgeführt. Die Ergebnisse sind in Bild 7.3 dargestellt. Hierbei stellte sich heraus, daß das plastizitätsinduzierte Rißschließen eine Absenkung des m -Wertes bis etwa 3,4 bewirken kann, und daß die Abhängigkeit dieser Absenkung von der Dehngrenze zwar in der Tendenz aber nicht im Betrag mit den Meßergebnissen übereinstimmt. Diese Erkenntnis ist mit der untergeordneten Rolle der Dehngrenze in der Korrelation m - $z_{2,1}$ vereinbar. Die Berücksichtigung des athermischen Verfestigungsparameters in der Simulation ist bisher nicht möglich.

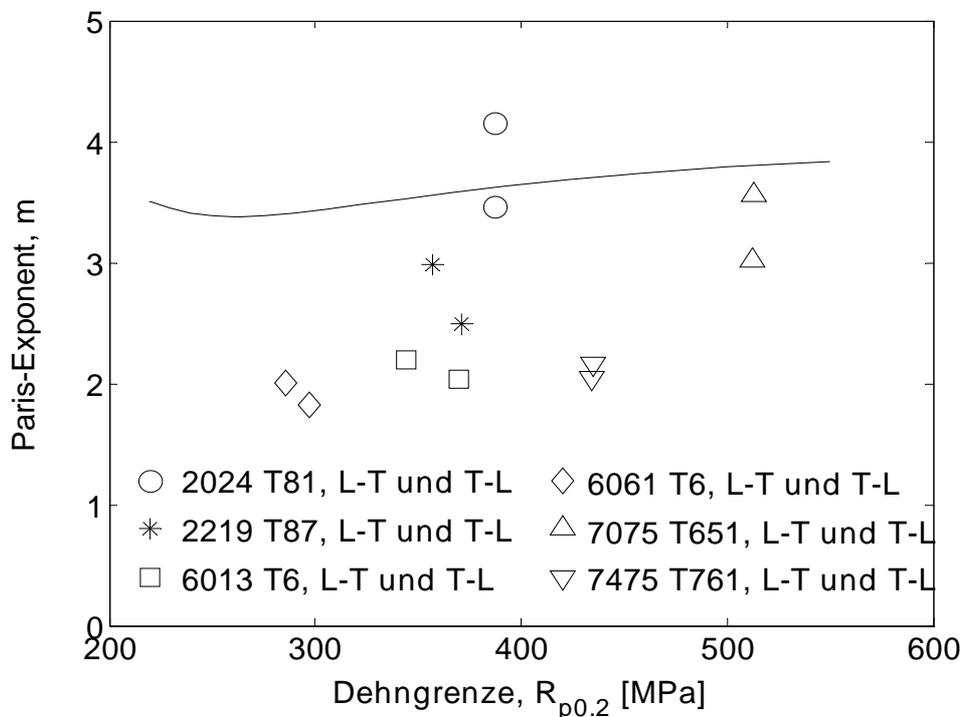


Bild 7.3 Abhängigkeit des Paris-Exponenten von der 0,2%-Dehngrenze, Vergleich von Simulationsrechnungen auf der Basis von Gln. (4.48) und (4.49) und Meßergebnissen für ausgewählte Aluminiumlegierungen der Gruppe 1

- Die Abweichungen von irgendeinem festen Paris-Exponenten (speziell $m=2$ oder $m=4$) könnten weiterhin auf das Vorliegen finiter Skaleninvarianz bezüglich ΔK zurückzuführen sein. Hierbei ist ein Bezugswert von $m=2$ logischer, da der Übergang von infiniten zu finiter Skaleninvarianz immer mit einer Anhebung des Exponenten verbunden ist. In Abschnitten 2.2.3 und 4.3.2 wurde auf der Basis der Annahme finiter Skaleninvarianz eine Abhängigkeit des scheinbaren Paris-Exponenten von den Werten von ΔK_s und ΔK_c gemäß Gl. (2.23) abgeleitet. Die Gültigkeit eines solchen Zusammenhangs kann durch Vergleich mit vorliegenden

Meßergebnissen für m und ΔK_{c0} überprüft werden. Hierzu wurde in den Rechnungen $\Delta K_S \sim 1 \text{ MPa m}^{1/2}$ gesetzt. Die Werte der Exponenten δ (finite Skaleninvarianz) bzw. m_F (Forman-Gleichung) wurden so gewählt, daß sich für $\Delta K_{c0}/\Delta K_{ref}=4,5$ ein m -Wert von 4 ergibt, was näherungsweise die Situation für 2024 T81 repräsentiert (Tab. 6.2). Diese Exponenten wurden für alle weiteren Rechnungen beibehalten, so daß sich hierin nur noch der Einfluß von K_c auf m widerspiegelt. Die Ergebnisse der Simulation sind in Bild 7.4 dargestellt. Der Vergleich von Simulation und Experiment zeigt, daß die gemessene m - K_{c0} -Beziehung durch die Annahme finiter Skaleninvarianz im Rahmen der Streuung der Meßergebnisse korrekt wiedergegeben wird. Die Tatsache, daß die Abweichung der gemessenen von den berechneten m -Werten teilweise größer als die meßbedingte Streuung ist, deutet auf das Vorliegen eines weiteren Einflußfaktors, bei dem es sich z. B. um plastizitätsinduziertes Rißschließen handeln kann. Eine Aussage über den Mechanismus, über den sich der K_c -Einfluß auf m vollzieht steht noch aus.

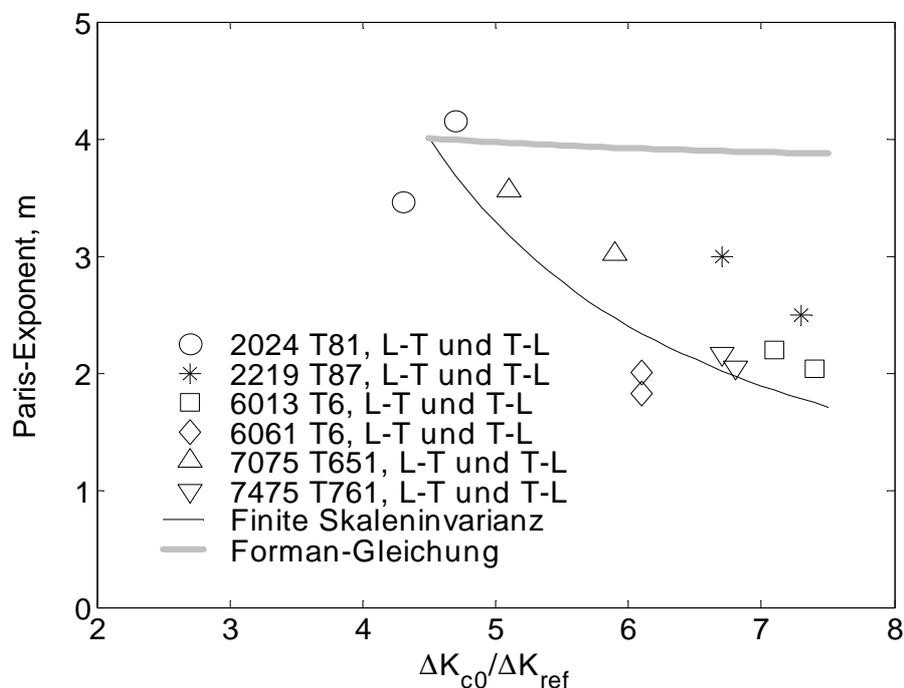


Bild 7.4 Abhängigkeit des Paris-Exponenten vom auf $\Delta K_{ref}=10 \text{ MPa m}^{1/2}$ normierten Instabilitätswert ΔK_{c0} , Vergleich von Rechnungen auf der Grundlage der Finiten Skaleninvarianz gemäß Gl. (2.23) mit Rechnungen auf der Basis der Forman-Gleichung und Meßergebnissen für ausgewählte Al-Legierungen (Auswahl wie in Bild 7.3)

- Die Annahme unbestimmter Selbstähnlichkeit bezüglich des Parameters $\Delta K/K_c$ (Abschnitt 4.3.4) stellt selbst keinen neuen Interpretationsansatz für die Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten dar, da dieser Ansatz rein empirischer Natur ist. Die Struktur des Parameters $z_{2,1}$ stützt aber die Vermutung, daß es sich bei dieser Abhängigkeit um eine (dimensionsbedingte) Kopplung zweier Größeneffekte handelt, nämlich des vermöge K_c werkstoffabhängigen Effektes der finiten Skaleninvarianz (Bild 7.4) sowie der werkstoff- und dickenabhängigen Dehnungsbehinderung in Verbindung mit plastizitätsinduziertem Rißschließen (Bild 7.3).

- Ein neuartiger Interpretationsansatz ist durch die Koexistenz eines $m=2$ und eines $m=4$ bedingenden Mechanismus der Ermüdungsrißausbreitung gegeben. Ein solcher Ausgangspunkt erscheint nicht unrealistisch, da die Werte 2 und 4 bis auf Abweichungen im Größenbereich der Meßunsicherheit die Grenzen des experimentell beobachteten Variationsbereichs von m darstellen (Bild 7.5). Er steht insbesondere auch nicht im Widerspruch zum Inhalt der vorangegangenen Anstriche: Finite Skaleninvarianz und Dehnungsbehinderung stellen Zwänge dar, hier geht es um die Mechanismen, über die sich die Wirkung dieser Zwänge vollziehen. Dieser Ansatz wird im folgenden Abschnitt vertieft.

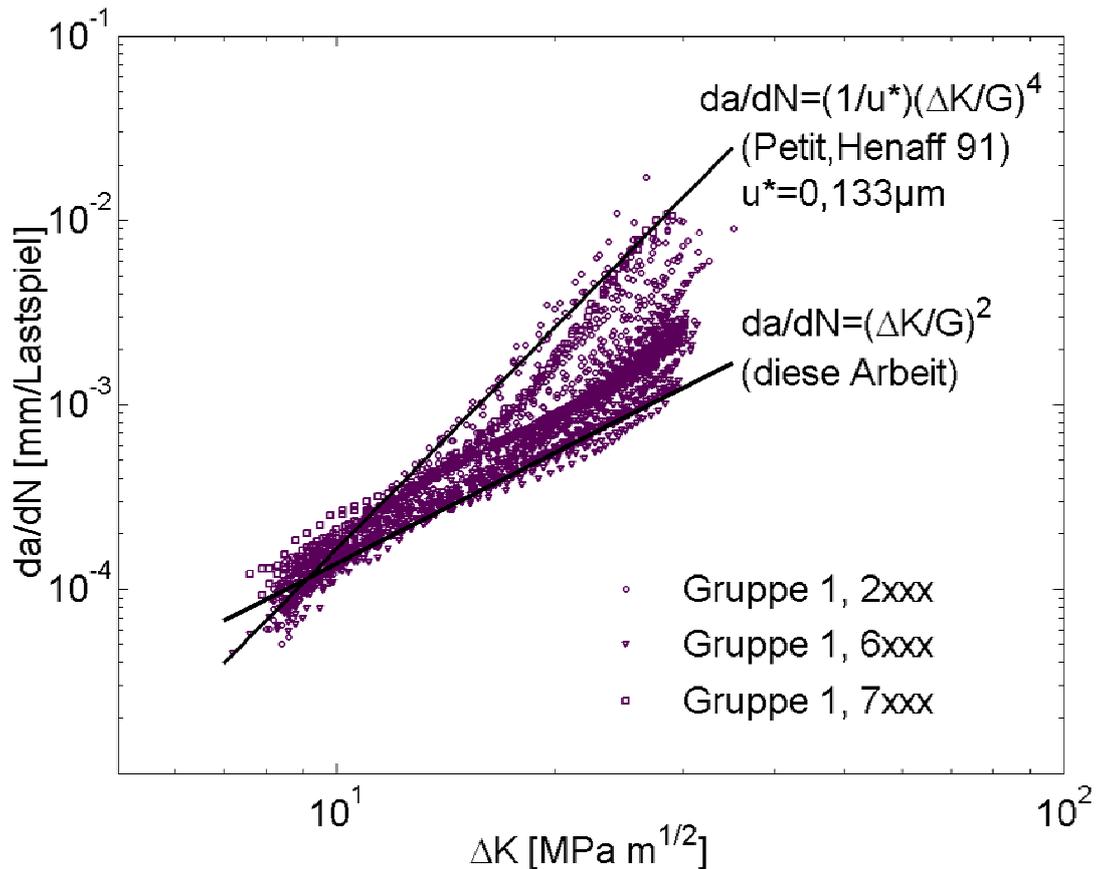


Bild 7.5 Gemeinsame Darstellung der Rißausbreitungskurven der Legierungen der Gruppe 1

7.1.6 Modellansatz

Es ist nicht Ziel der vorliegenden Arbeit, ein neues Modell der Ermüdungsrißausbreitung auszuarbeiten. Dennoch erscheint es möglich und sinnvoll, erste Überlegungen zu einem Modellansatz anzustellen. Ausgangspunkt ist der experimentelle Befund in Bild 7.5. Offensichtlich wird der gesamte Winkelbereich zwischen den beiden Grenzfällen $m=2$ ($\xi=0$) und $m=4$ ($\xi=1$) durch die Legierungen der Gruppe 1 nahezu dicht überdeckt. In Tab. 7.4 sind die experimentell bestimmten mittleren Paris-Exponenten nach den Legierungssystemen aufgeschlüsselt. Es zeigt sich, daß sich die m -Bereiche zwar überschneiden, aber gleichzeitig in der Tendenz eine Reihenfolge

nach steigenden m-Werten von 6000er über 7000er bis zu 2000er Legierungen vorliegt.

Tabelle 7.4 Meßergebnisse für den Paris-Exponenten m nach Legierungssystemen und resultierende Werte von ξ

Legierungssystem	2XXX	6XXX	7XXX
Bereich der Einzelmessungen für m	2,49-4,15	1,82-2,84	2,05-3,56
Anzahl der untersuchten Werkstoffzustände	6	8	4
Mittelwert von m	3,3	2,3	2,7
Mittelwert von ξ	0,65	0,15	0,35

Tabelle 7.5 Schwingungstreifenbreite für die Legierungen 2024 T81 und 6013 T6 bei 20 Hz in Laborluft, nach H. Worch (1998, unveröffentlicht)

Legierung ΔK [MPa m ^{1/2}]	2024 T81		6013 T6	
	10	28	10	28
Bereich der Einzelmessungen [μm]	0,17-0,67	keine Streifen auffindbar!	0,15-0,49	0,97-1,67
Anzahl der Einzelmessungen	10	-	25	25
Mittelwert [μm]	0,34	-	0,26	1,22
da/dN [$\mu\text{m}/\text{Lastspiel}$]	0,16	11,5	0,14	1,35
Paris-Exponent m	4,15		2,20	

Solche Unterschiede spiegeln sich auch in den Ergebnissen einer rasterelektronenmikroskopischen Bruchflächenanalyse wider (Tab. 7.5). In der Tat besteht für 6013 T6 eine grobe Korrelation der Schwingungstreifenbreite mit der Rißausbreitungsrate, während für 2024 T81 bei 28 MPa m^{1/2} "keine Streifen auffindbar" waren. Dies

legt den Schluß nahe, daß für 6013 T6 und 2024 T81 unterschiedliche, $m \sim 2$ bzw. $m \sim 4$ bedingende Rißausbreitungsmechanismen wirksam sind.

Wir gehen zunächst von den Grenzfällen $m=2$ ($\xi=0$) und $m=4$ ($\xi=1$) in der Näherung $R \sim 0$ aus. Aus Gl. (7.4) resultieren in diesen Grenzen Gl. (7.11)

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{\Delta K}{G}\right)^2 \quad (7.11)$$

bzw. Gl. (7.12)

$$\frac{da}{dN} = \frac{1}{L} \left(\frac{\Delta K}{G}\right)^4. \quad (7.12)$$

Gl. (7.12) wurde durch PETIT und HENAFF (1991) mit einem allerdings stark empirisch geprägten Modell unterlegt (Abschnitte 4.4.3 und 4.5.1). Diesem Modell liegt die Vorstellung zugrunde, daß der Energieparameter U^* in Gl. (4.41) mit dem Festigkeitsparameter R_p korreliert ist und dieser dann als theoretische Festigkeit des Kristallgitters ($\sim E/10$, siehe Tab. 3.1) interpretiert wird. Hieraus resultiert im Nenner von Gl. (4.41) ein Term, der proportional E^4 (bzw. G^4) ist und einen Proportionalitätsfaktor der Dimension einer Länge enthält. Diese Länge kann nachträglich als kritische akkumulierte Verschiebung (WEERTMAN 1965, 1978) u^* interpretiert und empirisch mit dem Parameter L identifiziert werden ($u^* \sim L$). Im Modell fehlt eine Begründung, warum der Festigkeitsparameter, der in den Originalarbeiten von McCLINTOCK (1963), WEERTMAN (1965) und RICE (1967) die Bedeutung einer Dehn- oder Fließgrenze hat, in eine theoretische Gitterfestigkeit umgedeutet werden darf. Hierfür liefern erst neuere Erkenntnisse auf dem Gebiet der Plastizitätstheorie unter Berücksichtigung starker Dehnungsgradienten, wie sie vor einer Rißspitze auftreten, ein Argument. Bild 7.6 zeigt eine schematische Darstellung des entsprechend modifizierten Rißspitzenfeldes (JIANG u. a. 2001, GUO u. a. 2001). In dieser Hinsicht wurde erkannt, daß im Gegensatz zu den Voraussagen der klassischen Plastizitätstheorie im Rißspitzenfeld Spannungen auftreten (Bild 7.6), die das 20fache der Dehngrenze erreichen (JIANG u. a. 2001, GUO u. a. 2001). Die Abschätzung in Tab. 3.1 hatte gezeigt, daß dadurch die theoretische Gitterfestigkeit überschritten werden kann.

Die Modelle von WEERTMAN (1978, 1997) auf der Basis der Konkurrenz zwischen Versetzungsemission und Spaltbruchbildung vor der Rißspitze sowie von FROST und DIXON (1967) bzw. POOK und FROST (1973) führen auf ein Skalierungsverhalten gemäß Gl. (7.11). Das Modell von WEERTMAN enthält implizit die Möglichkeit der Überschreitung der theoretischen Festigkeit und das Auftreten hoher Dehnungsgradienten. Dies kann aber näherungsweise auch auf direktem Wege geschehen, wie nachfolgend gezeigt wird.

Hierzu wird zunächst festgestellt, daß das Spannungsfeld im Dominanzbereich starker Dehnungsgradienten (Bild 7.6) ungefähr der Fortsetzung des linear-elastischen Spannungsfeldes entspricht (JIANG u. a. 2001, GUO u. a. 2001). Auf dieser Basis wird das Spannungsfeld durch das linear-elastische Feld mit einem um den Faktor ~ 2 verminderten Vorfaktor beschrieben und näherungsweise auch auf Schubspannungen und andere Winkel übertragen.

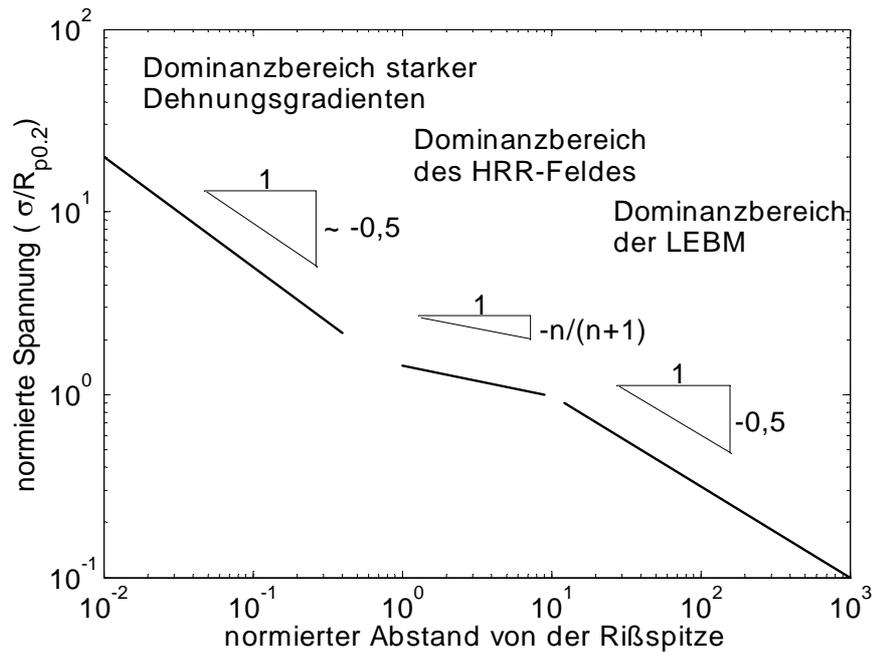


Bild 7.6 Schematische Darstellung der Dominanzbereiche des Spannungsfeldes einer Rißspitze (in Anlehnung an JIANG u. a. 2001)

Nach McCLINTOCK (1997) besteht der Elementarprozeß der Rißverlängerung bei der Ermüdungsrißausbreitung in metallischen Werkstoffen in Abscherung unter $\sim 45^\circ$ zur Rißebe. Wir berechnen die Distanz r vor der Rißspitze, bis zu der die um den erwähnten Faktor ~ 2 reduzierte linear-elastische Schubspannungskomponente $\tau_{r\theta}$ ($\theta=45^\circ$) die theoretische Scherfestigkeit des Kristalls $\tau_{th} \sim 0,084G$ (KRENN u. a. 2001) überschreitet.

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} \cdot \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \sin \frac{\theta}{2} \cos^2 \frac{\theta}{2} = \frac{0,163K_I}{\sqrt{2\pi r}} \quad (7.13a)$$

$$\tau_{th} \approx 0,084G \quad (7.13b)$$

$$\tau_{xy}(r_{krit}) = \tau_{th} \quad \Rightarrow \quad r_{krit} \approx 0,6 \left(\frac{K_I}{G} \right)^2 \quad (7.13c)$$

Simultane Abscherung unter $+45^\circ$ und -45° führt zu einer Rißverlängerung von:

$$\Delta a \approx \sqrt{2} r_{krit} = 0,85 \left(\frac{K_I}{G} \right)^2 \quad (7.14)$$

Ersetzen von K_I durch ΔK ($R \sim 0$) ergibt schließlich eine Abschätzung der Rißausbreitungsrate, die Gl. (7.11) entspricht.

Damit ist begründet, daß für jeden der beiden Grenzfälle $m=2$ und $m=4$ geeignete Modellansätze prinzipiell vorliegen (siehe Bild 7.5), auch wenn diese zukünftig der detaillierteren Begründung erst noch bedürfen. Der Begriff der Schädigungsakkumulation in Zusammenhang mit dem Modellansatz für $m=4$ ist insofern mißverständlich, als er das Erfordernis einer Ansammlung von Schädigung über mehrere

Zyklen implizieren könnte. Vielmehr treten Rißwachstumsereignisse auf, wann immer die Schädigung zum Überschreiten der Größe $u^* \sim L$ führt. Dies kann nach Ablauf mehrerer Zyklen (DAVIDSON und LANKFORD 1992), exakt in jedem Zyklus oder mehrmals innerhalb eines Zyklus (TOMKINS 1996, DESHPANDE u. a. 2002) der Fall sein. Im Gegensatz dazu findet im Modell mit $m=2$ genau ein Rißwachstumsereignis in jedem Zyklus statt. Der wesentliche Unterschied besteht also eher darin, daß es im Falle von $m=2$ vor einem erneuten Rißwachstumsereignis zwingend der Entlastung bedarf. Diese Hypothese wird durch die Analyse der Schwingungstreifen für die Aluminiumlegierungen 2024 T81 ($m \sim 4$) und 6013 T6 ($m \sim 2$) gestützt (Tab. 7.5, BERGNER und ZOUHAR 2002). Ein streifenfreies Gebiet könnte als statischer Bruchmodus interpretiert werden. Da für $\Delta K=28 \text{ MPa m}^{1/2}$ die Entfernung von $K_{\max}=31 \text{ MPa m}^{1/2}$ zu $K_{c0}=52 \text{ MPa m}^{1/2}$ (Tab. 6.2) noch groß ist, erscheint es jedoch naheliegender, daß Rißausbreitungsereignisse mehrmals in jedem Lastspiel stattgefunden haben. Schwingungstreifen sollten dann zwar wie bei $10 \text{ MPa m}^{1/2}$ grundsätzlich vorhanden (DESHPANDE u. a. 2002), aber im Mittel $2,8^2 \sim 8$ mal schwächer als bei $10 \text{ MPa m}^{1/2}$ (und deshalb nicht sichtbar) sein.

Wenn es Werkstoffe bzw. entsprechende Rißwachstumsmechanismen sowohl für $m=2$ (Mechanismus A) als auch für $m=4$ (Mechanismus B) gibt, dann sollte es auch solche Werkstoffe geben, die einen Grenzfall darstellen, so daß infolge lokaler Fluktuationen entlang der Rißfront abschnittsweise der Mechanismus A und abschnittsweise der Mechanismus B abläuft. Aus Gln. (7.11) und (7.12) resultieren bei $\Delta K=10 \text{ MPa m}^{1/2}$ voraussetzungsgemäß die gleichen Rißausbreitungsraten. Dagegen eilt der Riß für $\Delta K > 10 \text{ MPa m}^{1/2}$ (wahrscheinlich infolge wiederholter Rißwachstumsereignisse innerhalb jedes Schwingenspiels) an den Abschnitten der Rißfront voraus, an denen der Mechanismus B wirkt. Das Erfordernis einer zusammenhängenden, annähernd geradlinigen Rißfront bedingt aber die Einstellung einer mittleren Rißausbreitungsrate. Da Rißausbreitungsraten logarithmisch normalverteilt sind (CAVALLINI und IACOVIELLO 1995), liegt eine gewichtete geometrische Mittelung (d. h. eine gewichtete arithmetische Mittelung der Logarithmen der Rißausbreitungsraten) nahe. Die Gewichte p ($0 < p < 1$) und $q=1-p$ ($0 < q < 1$) entsprechen den relativen Anteilen, mit denen die Mechanismen A und B zur mittleren Rißausbreitungsrate beitragen. Ausgedrückt durch das Gewicht q erhält man folgende Mischungsregel:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{av} = \left[\left(\frac{\Delta K}{G}\right)^2\right]^{1-q} \left[\frac{1}{L}\left(\frac{\Delta K}{G}\right)^4\right]^q = \left(\frac{\Delta K}{G}\right)^2 \left(\frac{\Delta K}{G\sqrt{L}}\right)^{2q} \quad (7.15)$$

mit $L \sim u^* = 0,133 \text{ }\mu\text{m}$. Der Vergleich mit Gl. (7.4b) führt auf die Identität $q = \xi$, d. h., der Exponent ξ aus Gln. (7.4) bis (7.8) und (7.10) erfährt nachträglich die Interpretation des Gewichts, mit dem der Mechanismus B zur Rißausbreitungsrate beiträgt. Dieses Gewicht kann als Wahrscheinlichkeit der Aktivierung des Mechanismus B an einer gegebenen Position der Rißfront oder als relativer Anteil der Abschnitte, an denen Mechanismus B wirkt, an der Gesamtlänge der Rißfront aufgefaßt werden. Die gemessenen Paris-Exponenten der Legierungen der Gruppe 1 (Tab. 7.4) lassen erwarten, daß die 2000er Legierungen mit $\xi = q \sim 0,65$ eher dem Mechanismus B, die 6000er Legierungen mit $\xi = q \sim 0,15$ eher dem Mechanismus A folgen. Die 7000er Legierungen nehmen eine Zwischenstellung ein.

Zusammenfassend bestehen folgende Bezugspunkte des Modellansatzes zum experimentellen Befund:

- Die Wirkung zweier unterschiedlicher Mechanismen A ($m=2$) und B ($m=4$) steht in Einklang mit den Grenzen des Streubandes für die Rißausbreitungskurven der Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 und mit Bruchflächenanalysen.
- Die ausgeprägte Fokussierung kann als Folge der Existenz einer charakteristischen Länge u^* für den Mechanismus B interpretiert werden. Die Lage des Fokuspunktes wird für $u^*=0,133 \mu\text{m}$ reproduziert.
- Die Größe des mittleren Paris-Exponenten eines Werkstoffzustandes wäre nach der Mischungsregel Gl. (7.15) durch die relativen Beiträge der Mechanismen A und B zur Rißausbreitung gegeben.
- Die Korrelation des Paris-Exponenten m mit dem Werkstoffparameter $z_{2,1}$ kann vermöge der Gl. (7.10) und der Identität $\xi=q=1-p$ auf die relativen Beiträge der Mechanismen A und B übertragen werden.

7.2 Erweiterung über den Paris-Bereich hinaus

Ein Konzept, die Ermüdungsrißausbreitung über den Paris-Bereich hinaus zu erweitern, ist durch den Ansatz der finiten Skaleninvarianz gegeben (Abschnitte 2.2.3 und 4.3.2, BERGNER 2002a). Die aus diesem Ansatz resultierende Abhängigkeit des Paris-Exponenten vom Instabilitätswert K_{c0} wurde bereits in Bild 7.4 dargestellt und der Forman-Gleichung gegenübergestellt. Es ergeben sich drei Schlußfolgerungen:

- Finite Skaleninvarianz erzwingt eine deutlich stärkere Abhängigkeit des Paris-Exponenten von K_c als die Forman-Gleichung.
- In dieser Hinsicht entscheiden die Meßergebnisse eindeutig gegen die Forman-Gleichung.
- Die Meßergebnisse stehen in Übereinstimmung damit, daß die Ermüdungsrißausbreitung im Paris-Bereich der Eigenschaft der finiten Skaleninvarianz folgt. Dies schließt nicht aus, daß es andere Gleichungen als Gln. (2.22a) bzw. (2.22b) gibt, die die Rißausbreitung ebenfalls gut beschreiben.

Die Rißausbreitungsgleichung vom Dubrule-Typ ist nicht nur geeignet, den beobachteten Zusammenhang zwischen Paris-Exponent und K_c -Wert qualitativ zu begründen, sondern auch den Verlauf der Ermüdungsrißausbreitungskurve außerhalb des Paris-Bereichs analytisch zu beschreiben. Die betreffende Gl. (2.22a)

$$\frac{da}{dN} = \left(\frac{da}{dN} \right)_{ref} \left[\frac{1 - \frac{\ln(\Delta K / \Delta K_{ref})}{\ln(\Delta K_c / \Delta K_{ref})}}{1 - \frac{\ln(\Delta K / \Delta K_{ref})}{\ln(\Delta K_S / \Delta K_{ref})}} \right]^\delta \quad (2.22a)$$

enthält einen bisher willkürlichen Referenzpunkt. Dadurch, daß für die Legierungen der Gruppe 1 näherungsweise ein gemeinsamer Punkt ausgemacht worden ist, liegt eine geeignete Spezifizierungsmöglichkeit für den Referenzpunkt vor. Diese lautet gemäß Gl. (7.8):

$$\Delta K_{ref} = \sqrt{\Delta K_S \Delta K_c} \quad (7.16a)$$

$$\left(\frac{da}{dN} \right)_{ref} = (1 + R) \frac{\Delta K_S \Delta K_c}{G^2} \quad (7.16b)$$

Einsetzen in Gl. (2.22a) führt auf die folgende, in Gl. (2.22b) formal vorweggenommene Gestalt:

$$\frac{da}{dN} = (1 + R) \frac{\Delta K_S \Delta K_c}{G^2} \left[\frac{\ln\left(\frac{\Delta K}{\Delta K_S}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta K_c}{\Delta K}\right)} \right]^\delta \quad (\Delta K_S < \Delta K < \Delta K_c) \quad (7.17)$$

In doppelt-logarithmischer Darstellung entspricht der Referenzpunkt gemäß Gl. (7.16) einem Wendepunkt der Kurve, in dessen Umgebung ein näherungsweise linearer Verlauf vorliegt. Demnach nähert sich die Funktion Gl. (7.17) in diesem Bereich asymptotisch einer Potenzfunktion, deren Exponent gemäß Gl. (2.23) dem Paris-Exponenten m entspricht. Umstellen nach δ ergibt:

$$\delta = \frac{m}{4} \ln \frac{\Delta K_c}{\Delta K_S} \quad (7.18)$$

Typische Werte von δ liegen im Bereich zwischen 2 und 3. Da sich die Einflüsse des ersten (d. h. m gemäß Gl. (6.5)) und zweiten Faktors in Gl. (7.18) teilweise aufheben, sollte δ schwächer werkstoffabhängig sein als m .

Für die Gegenüberstellung von Gl. (7.17) mit Meßergebnissen bestehen zwei Möglichkeiten:

- Man faßt den Exponenten δ und gegebenenfalls auch die Parameter ΔK_c und ΔK_S als Fitparameter auf. Es wird sich weiter unten herausstellen, daß dieser Vorgehensweise die Kurven in Bildern 6.1 und 6.4 entsprechen.
- Der Exponent δ wird gemäß Gl. (7.18) aus dem experimentell ermittelten Paris-Exponenten bestimmt, ΔK_c wird durch den gemessenen Wert von $\Delta K_{c0} = (1-R)K_{c0}$ angenähert und für ΔK_S wird auf den gemessenen technischen Schwellenwert zurückgegriffen. Hierbei ist zu beachten, daß der technische Schwellenwert nicht dem Grenzwert für da/dN gegen null, sondern dem da/dN -Wert 10^{-10} m/Lastspiel zugeordnet ist.

Da bei der Ableitung der Gl. (7.17) auf die experimentellen Befunde, speziell auf die m -Werte im oberen Paris-Bereich zurückgegriffen wurde, ist die zweite Variante zu bevorzugen. Es ist dann nicht von vornherein gegeben, daß der resultierende Kurvenverlauf auch den unteren Paris-Bereich und den schwellenwertnahen Bereich bestmöglich beschreiben muß. Vielmehr ist die Kurve in diesen Bereichen im Sinne einer Extrapolation des oberen Paris-Bereichs als Referenzkurve aufzufassen.

In Bild 7.7 sind die gemessenen und die gemäß Gl. (7.17) berechneten Rißausbreitungskurven für die Aluminiumlegierungen 2219 T87 (T-L), 6013 T6 (T-L) und die Magnesiumlegierung AZ31 (T-L) dargestellt. Voraussetzungsgemäß besteht im oberen Paris-Bereich, im instabilitätsnahen Bereich und am technischen Schwellenwert gute Übereinstimmung mit den Meßergebnissen, obwohl die Instabilitätswerte ΔK_{c0} außerhalb der Gültigkeitsgrenzen der LEBM liegen und deshalb nur grobe Näherungen für ΔK_{fc} darstellen (Tabellen 6.2 und 5.6). Dagegen sind im unteren Paris-Bereich bzw. im schwellenwertnahen Bereich Abweichungen der Meßwerte von den Kurven nach der Seite niedrigerer Rißausbreitungsraten festzustellen. Das Erscheinungsbild dieser Abweichungen stimmt bemerkenswerterweise für alle drei Legierungen weitgehend überein. Auf diesen Aspekt wird im Abschnitt 7.4 näher eingegangen.

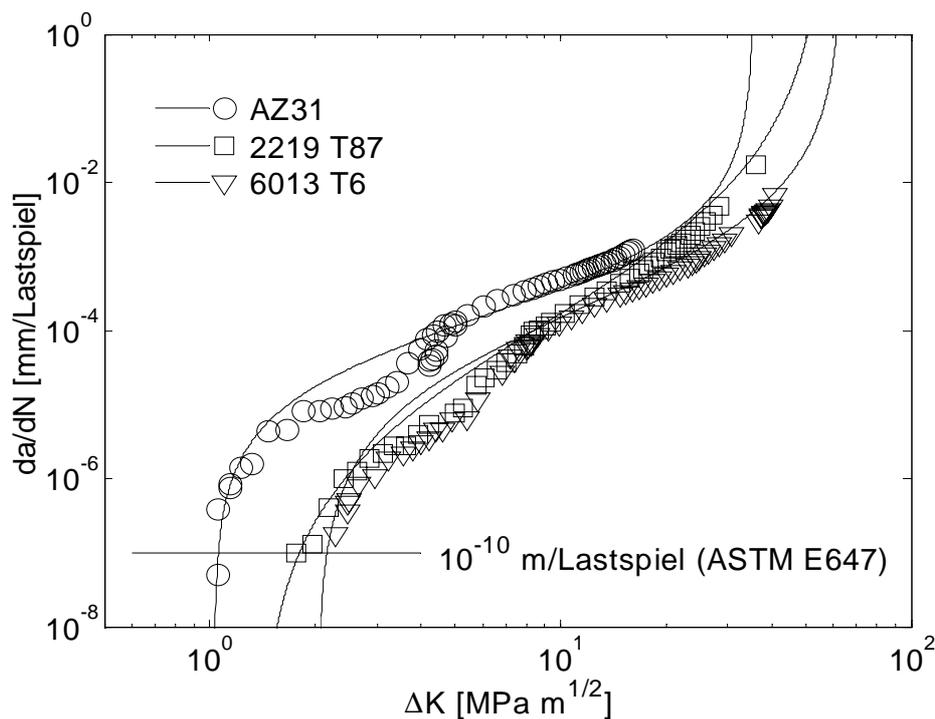


Bild 7.7 Vergleich der gemessenen und gemäß Gl. (7.17) berechneten Rißausbreitungsraten ($R=0,1$, 20 Hz, Laborluft)

Wegen der Überschreitung der Gültigkeitsgrenzen der LEBM ist für die Legierungen aus Bild 7.7 ein genauere Vergleich im instabilitätsnahen Bereich nicht möglich. Diese Schwierigkeit läßt sich aber überwinden, wenn der Vergleich für die Legierungen 2024 T851 und 7075 T651 durchgeführt wird, für die selbst die K_c -Werte noch unterhalb der Gültigkeitsgrenze der LEBM liegen (Tab. 6.2). In Bild 7.8 sind (bisher noch nicht gezeigte) Ergebnisse von Messungen für die Legierungen 2024 T851 und 7075 T651 dargestellt, die eigens zum Zwecke der Untersuchung des Rißausbreitungsverhaltens bei Annäherung an den ΔK_c -Wert zu höheren ΔK -Werten hin fortgesetzt worden sind. An die Meßergebnisse wurden die Forman-Gleichung, Gl. (4.3) und die Gl. (2.22b) für finite Skaleninvarianz derartig angepaßt, daß der Verlauf der Kurven im Paris-Bereich (10 bis 25 $\text{MPa m}^{1/2}$) und die Singularität bei den jeweils gemessenen ΔK_c -Werten richtig wiedergegeben werden. Damit sind die mit den Fitparametern verbundenen Freiheitsgrade für beide Gleichungen aufgebraucht, es steht kein weiterer Parameter für die Beschreibung der Kurvenkrümmung bei Annäherung an den ΔK_c -Wert zur Verfügung, so daß Unterschiede im Kurvenverlauf Eigenschaften der jeweiligen Gleichung widerspiegeln. Wie die Darstellung in Bild 7.8 zeigt, beschreibt die Gl. (2.22b) die Kurvenkrümmung tendenziell besser als die Forman-Gleichung und bleibt dabei stets konservativ. Dies sind neben der inversen Korrelation zwischen m und ΔK_{c0} weitere gewichtige Argumente für die Verwendung der aus der finiten Skaleninvarianz resultierenden Gleichung.

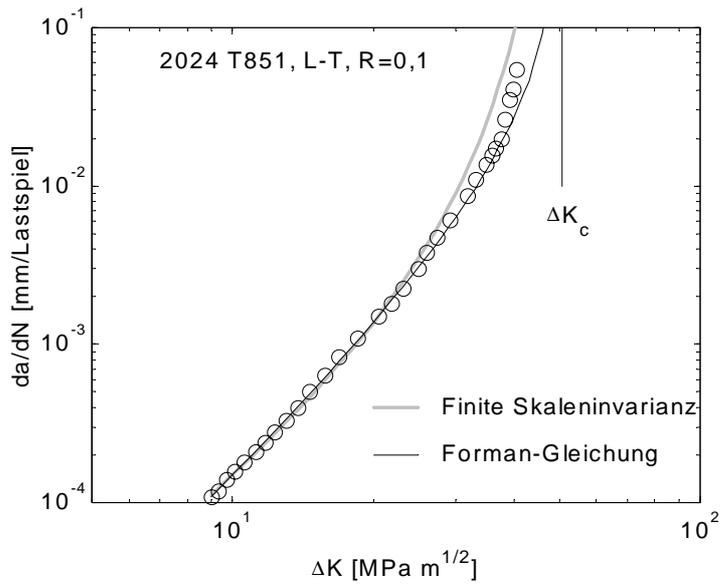
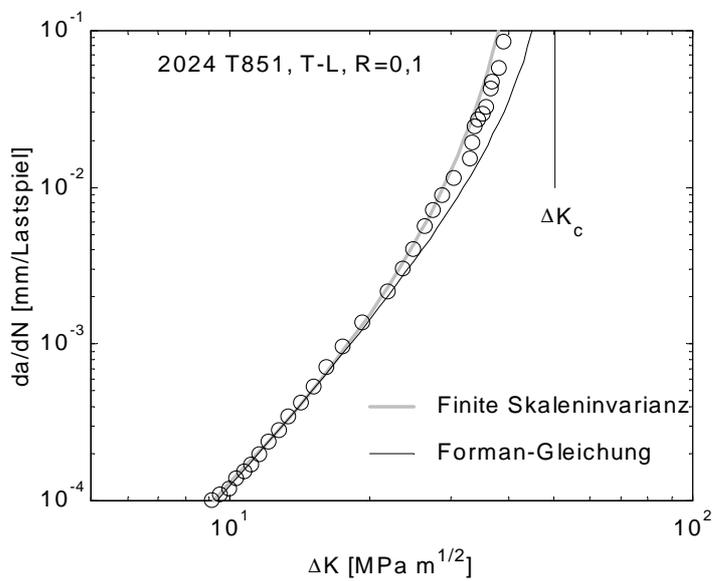


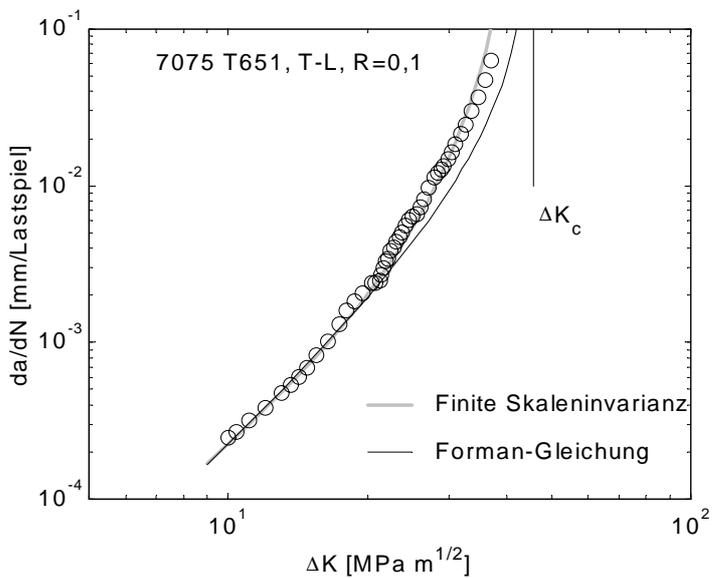
Bild 7.8

Vergleich der Forman-Gleichung und der Gleichung für finite Skaleninvarianz bezüglich der Wiedergabe der Krümmung der Rißausbreitungskurve bei Annäherung an den ΔK_c -Wert

a) 2024 T851, L-T



b) 2024 T851, T-L



c) 7075 T651, T-L

Im Verlaufe des Umgangs mit dem Ansatz der finiten Skaleninvarianz nach DUBRULLE (2000) und dem in Abschnitt 4.2.2 bereits zitierten arctanh-Ansatz von COLLIPRIEST (1972), Gl. (4.5), ist deren prinzipielle Äquivalenz zu Tage getreten. Der ursprüngliche Ansatz von COLLIPRIEST war rein empirisch motiviert in dem Sinne, eine Funktion zu finden, die den Verlauf gemessener Rißausbreitungskurven einschließlich der schwellenwert- und instabilitätsnahen Bereiche im Trend richtig wiedergibt und dabei Konstanten zu benutzen, die im Paris-Bereich in den Vorfaktor C und den Exponenten m der Paris-Gleichung übergehen. Nach Einführung geeignet gewählter Konstanten C_1 und C_2 und Umformen des Arguments der arctanh-Funktion nimmt Gl. (4.5) die folgende Gestalt an:

$$\ln \frac{da}{dN} = C_1 + C_2 \cdot \operatorname{arctanh} \left[\frac{\ln \left(\frac{\Delta K^2}{\Delta K_c \Delta K_S} \right)}{\ln \left(\frac{\Delta K_c}{\Delta K_S} \right)} \right] \quad (7.19)$$

Mit Hilfe der Identität $\operatorname{arctanh}(x) = 0,5 \ln[(1+x)/(1-x)]$ gelangt man nach weiteren Umformungen zu der Gleichung:

$$\frac{da}{dN} = \exp(C_1) \cdot \left(\frac{\ln \frac{\Delta K}{\Delta K_S}}{\ln \frac{\Delta K_c}{\Delta K}} \right)^{C_2/2} \quad (7.20)$$

Gl. (7.20) ist schließlich der Dubrulle-Gleichung gemäß Gln. (2.22b) bzw. (7.17) äquivalent. Da die gute Eignung der Collipriest-Gleichung wiederholt bestätigt worden ist (z. B. DAVIES und FEDDERSEN 1974, CAVALLINI und IACOVIELLO 1991), ergibt sich rückwirkend ein weiterer, von den genannten Autoren wahrscheinlich nicht vorausgesehener Hinweis auf die Eignung des Ansatzes der finiten Skaleninvarianz hinsichtlich des Parameters ΔK für die Ermüdungsrißausbreitung. Ein Vorteil der Originalform der Collipriest-Gleichung besteht darin, daß bei der Anpassung von Ermüdungsrißausbreitungskurven auf eventuell vorliegende Fitprozeduren für die arctanh-Funktion zurückgegriffen werden kann.

Insgesamt liegen damit folgende Argumente für die Eignung des Ansatzes der finiten Skaleninvarianz vor:

- die Voraussage der inversen Korrelation zwischen den Werten von m und K_{c0} ,
- die gute Anpassung der Rißausbreitungsraten im instabilitätsnahen Bereich,
- die Überlegenheit der Gln. (2.22b) bzw. (7.17) über die Forman-Gleichung in beiden Fällen sowie
- die bestehenden positiven Erfahrungen mit der Collipriest-Gleichung.

7.3 Legierungen der Gruppe 2 und Gruppeneinteilung

7.3.1 Zusammenfassung der Befunde

In Abschnitt 7.1.1 war festgestellt worden, daß der Einfluß des rauheitsinduzierten Rißschließens bei der Diskussion der Ermüdungsrißausbreitung der Legierungen der Gruppe 1 ausgeklammert werden kann. Dieser Einflußfaktor spielt bei der folgenden Behandlung der Legierungen der Gruppe 2 (Tab. 6.6) eine zentrale Rolle, denn rauheitsinduziertes Rißschließen setzt die Rißausbreitungsrate ΔK -abhängig herab und beeinflusst dadurch sowohl den Wert von C^* als auch m . Hier wirkt sich die Benutzung der C^* -Werte, also die Entkopplung von $\log C$ und m , erneut positiv aus.

Eine Korrelation zwischen den Werten von $\log C$ und m liegt für die Gesamtheit aller 39 Legierungszustände vor, der Korrelationskoeffizient beträgt $r_{m,\log C} = -0,95$. Daß es sich dabei vordergründig um eine algebraische Korrelation handelt, wurde in Abschnitt 2.4 ausführlich begründet. Weiterhin war in Abschnitt 2.4 gezeigt worden, daß nicht ein hoher Korrelationskoeffizient $r_{m,\log C}$ über das Vorliegen einer gemeinsamen Eigenschaft einer Gruppe von Legierungen entscheidet, sondern die Größe der Streuung der $\log C^*$ -Werte (d. h. der Rißausbreitungsraten bei ΔK^*). In dieser Hinsicht ergab sich in Abschnitt 6.3.1, daß die Streuung der $\log C^*$ -Werte für alle Legierungen der Gruppe 1 von der Größenordnung derjenigen Streuung ist, die von der Meßunsicherheit und der Materialinhomogenität herrührt. Für die Legierungen der Gruppe 2 ist sie dagegen um ein Vielfaches größer als jene. In Tab. 6.8 waren die wichtigsten Unterscheidungsmerkmale der Gruppen 1 und 2 aus der Sicht der experimentellen Befunde zusammengestellt worden.

Die wesentlichen Argumente dafür, daß die Legierungen der Gruppe 2 mehr als nur die Tatsache gemein haben, nicht zur Gruppe 1 zu gehören, sind:

- die Absenkung der C^* -Werte im Vergleich zum gemeinsamen C^* -Streubereich der Gruppe 1 sowie
- die starke Korrelation der $\log C^*$ -Werte mit den Rauheitskoeffizienten R_a der Ermüdungsbruchflächen dieser Legierungen ($r = -0,96$, Bild 6.23).

Es ist zu betonen, daß diese Korrelation ohne vorangestellte Unterdrückung der algebraischen Korrelation zwischen m und $\log C$ kaum aufgedeckt worden wäre. In der Tat verdeutlicht Bild 7.9 eine deutlich schwächere Korrelation zwischen $\log C$ und R_a ($r = -0,71$) als zwischen $\log C^*$ und R_a (Bild 6.23). Die Korrelation zwischen $\log C$ und m kommt zudem einzig durch die beiden extrem abweichenden Wertepaare für die Legierung 8090 T81 zustande, man spricht in diesem Zusammenhang nach SACHS (1996) von einer Inhomogenitätskorrelation. Es ist die Darstellung von R_a über $\log C^*$, die den wahren Zusammenhang beschreibt, während die Darstellung von R_a über $\log C$ durch den schwachen oder nicht vorhandenen Zusammenhang zwischen R_a und m verfälscht wird.

Die Zugehörigkeit einer Legierung zu einer der Gruppen 1 und 2 offenbart sich naturgemäß im Ergebnis eines Ermüdungsrißausbreitungsversuchs. In dieser Beziehung erhebt sich zusätzlich die Frage, ob es einen von der Ermüdungsrißausbreitung unabhängigen Werkstoffparameter, zweckmäßigerweise einen gängigen Werkstoffkennwert, gibt, der eine Zuordnung zu den Legierungsgruppen erlaubt. In Abschnitt 6.3.1 wurde bereits gezeigt, daß hierfür der Verfestigungsexponent n (Tab. 6.8) bedingt geeignet ist.

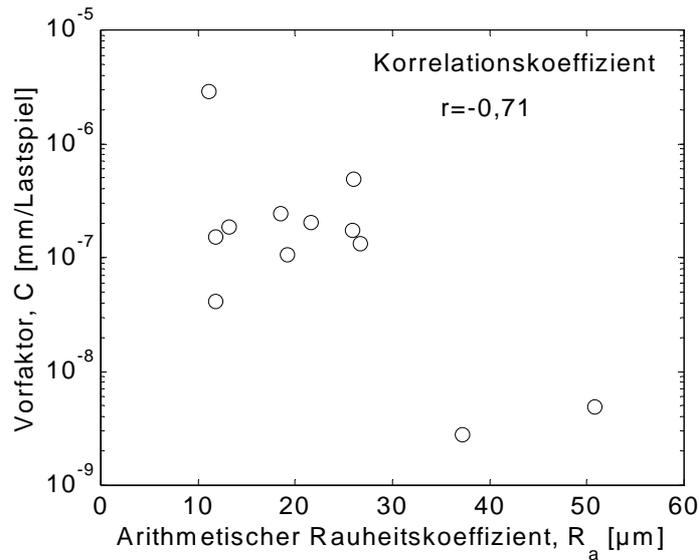


Bild 7.9

Streudiagramm der untransformierten Vorfaktoren $\log C$ und der Rauheitskoeffizienten R_a für die Legierungen der Gruppe 2

7.3.2 Interpretationsansätze

Die Korrelation zwischen R_a und $\log C^*$ gemäß Bild 6.23 deutet darauf hin, daß rauheitsinduziertes Rißschließen im Zusammenhang mit der Abweichung der C^* -Werte der Legierungen der Gruppe 2 vom Streuband der Gruppe 1 eine Rolle spielt. Dies kann sowohl bedeuten, daß rauheitsinduziertes Rißschließen selbst die Ursache für die Absenkung der C^* -Werte darstellt (kausale Korrelation nach SACHS 1996), als auch, daß die Absenkung der C^* -Werte und die Rauheit der Bruchflächen gemeinsame Ursachen haben (Gemeinsamkeitskorrelation nach SACHS 1996). Hierüber geben die Rißausbreitungsmessungen mit Erfassung des Rißschließeffektes zusätzliche Auskunft. Speziell Bild 6.6 zeigt, daß

- die Al-Li-Legierung 8090 T81 T-L bei $\Delta K = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$ eine Absenkung der Rißausbreitungsrate infolge von Rißschließen um den Faktor ~ 6 aufweist,
- für 8090 T81 T-L die Rißausbreitungsrate bei $\Delta K = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$ um den Faktor von rund 11 kleiner ist als für die Legierungen der Gruppe 1,
- für 8090 T81 T-L die Rißausbreitungsrate bei $\Delta K = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$ um den Faktor ~ 3 kleiner ist als für die Orientierung L-T,
- sich dieser Unterschied nach Korrektur des Rißschließeffektes auf einen Faktor ~ 2 verringert und
- die Rißausbreitungsrate bei $\Delta K = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$ nach Korrektur des Rißschließens für 8090 T81 L-T mit dem Mittelwert der Gruppe 1 ungefähr übereinstimmt, während für die Orientierung T-L ein Faktor von ~ 2 verbleibt.

Außerdem verdeutlicht Bild 6.27, daß

- die Legierungen der Gruppe 1 zwar Bruchflächenrauheiten aufweisen, die sich mit dem R_a -Bereich für Gruppe 2 überschneiden, diese aber nicht mit einer signifikanten Absenkung der Rißausbreitungsrate bei $\Delta K = 10 \text{ MPa m}^{1/2}$ verbunden sind und
- die Legierungen der Gruppe 2 sich wie die Legierungen der Gruppe 1 verhalten, wenn man auf $R_a = 0$ extrapoliert.

Auf Grund dieser Beobachtungen läßt sich folgern, daß rauheitsinduziertes Rißschließen selbst als Ursache für die Absenkung der C^* -Werte der Al-Li-Legierung

8090 T81 in Erscheinung tritt, daß es aber zumindest für die Orientierung T-L noch andere Einflußfaktoren geben muß, die zu einer zusätzlichen Absenkung der Rißausbreitungsrate führen, aber im Rißschließen nicht erfaßt sind. Bemerkenswerterweise stören diese anderen Einflußfaktoren die Korrelation zwischen Bruchflächenrauheit und C^* -Werten nicht.

Der experimentelle Befund wird nachfolgend grob quantitativ mit den Voraussagen des Modells von SURESH (1985) (Abschnitt 4.5.4) verglichen. Hierzu ist vorwegzunehmen, daß kein eindeutiger Zusammenhang zwischen den Parametern ϕ und D_ϕ des Modells von SURESH und den Rauheitskoeffizienten R_a besteht: Geometrisch ähnliche Profile sind durch gleiche Werte von ϕ und D_ϕ charakterisiert, können aber unterschiedliche Rauheiten aufweisen. Um trotzdem einen Vergleich anstellen zu können, wurde im Rahmen des Modells von SURESH eine weitere Spezifizierung der Rißgeometrie gemäß Bild 7.10 vorgenommen. Für die Orientierung T-L der Legierung 8090 T81 erscheinen ein Anteil D_ϕ der geneigt verlaufenden Rißlänge an der Gesamtrißlänge von 0,5 und ein Winkel ϕ von 45° realistisch (Bild 6.8).

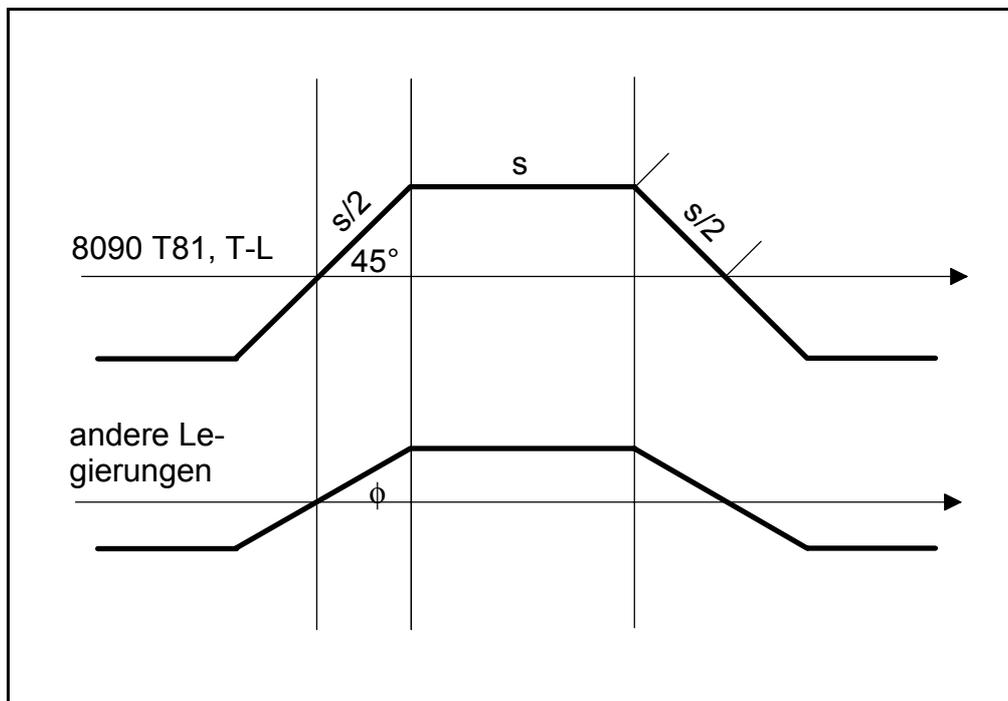


Bild 7.10 Spezifizierung der Rißgeometrie im Rahmen des Modells von SURESH

Durch Anwendung der Dreiecksbeziehungen lassen sich Zusammenhänge zwischen Rauheitskoeffizient R_a , Winkel ϕ und der Größe D_ϕ ableiten, die in die folgende Form gebracht werden können:

$$\phi = \arctan \frac{R_a}{R_{a,ref}} \quad \text{mit} \quad R_{a,ref} = 50,8 \mu m \quad (7.21)$$

und

$$D_\phi = \frac{\sqrt{2}}{4 \cos \phi} \quad (7.22)$$

Beim Referenzwert $R_{a,ref}$ handelt es sich um den gemessenen Rauheitskoeffizienten der Legierung 8090 T81 T-L (Tab. 6.5). Mit Gln. (7.21), (7.22) sowie (4.50) bis (4.53) sind grobe Voraussagen der Absenkung der Rißausbreitungsrate infolge von Rißablenkung und rauheitsinduziertem Rißschließen möglich. Für den Paris-Exponenten wurde dabei anstelle des durch rauheitsinduziertes Rißschließen verfälschten Meßwertes einheitlich ein Wert von 3 verwendet. Die Ergebnisse sind für ausgewählte Werte der Größe q_{II} in Tab. 7.6 zusammengefaßt.

Tab. 7.6 Voraussage der Absenkung der Rißausbreitungsrate infolge von Rißablenkungseffekten gemäß Gln. (4.50) bis (4.53), ($m=3$) und Vergleich mit experimentellen Befunden gemäß Tab. 6.2

	8090 T-L $\phi=45^\circ$ $D_\phi=0,5$ $q_{II}=0,3$	8090 L-T $\phi=36^\circ$ $D_\phi=0,44$ $q_{II}=0,3 / \underline{0,2}$	2024 T3 T-L $\phi=13^\circ$ $D_\phi=0,36$ $q_{II}=0,3 / \underline{0,1}$	Gruppe 1 $\phi<25^\circ$ $D_\phi<0,39$ $q_{II}<0,05$
	Absenkung der Rißausbreitungsrate auf den Faktor:			
rauheitsinduziertes Rißschließen, $(Q_3)^m$	0,14	0,19 / <u>0,27</u>	0,41 / <u>0,61</u>	>0,93
Projektion der Rißlänge, Q_1	0,85	0,92	0,99	>0,96
Absenkung des SIF, $(Q_2)^m$	0,80	0,88	0,99	>0,95
Gesamt, $Q_1(Q_2Q_3)^m$	0,095	0,15 / <u>0,22</u>	0,40 / <u>0,60</u>	>0,84
Experimenteller Befund $\frac{da}{dN}(\Delta K^*) / \langle C^* \rangle_{Gruppe1}$	0,09	0,26	0,66	>0,73

Aus dem Vergleich der berechneten Gesamtabenkung der Rißausbreitungsrate infolge von Rißablenkung und rauheitsinduziertem Rißschließen mit den experimentellen Befunden für die Legierungen der Gruppe 2 läßt sich ablesen, daß die Annahme eines konstanten Wertes von $q_{II}=0,3$ zu weniger guter Übereinstimmung führt als die Annahme eines mit zunehmender Rauheit steigenden q_{II} -Wertes. Diese Aussage gilt auch bei modifizierten Annahmen über die Werte von ϕ und D_ϕ . Deshalb liegen den weiteren Schlußfolgerungen gegebenenfalls die in Tab. 7.6 unterstrichenen Werte zugrunde. Übereinstimmung zwischen den experimentellen Befunden und den Abschätzungen in Tab. 7.6 besteht in folgenden Punkten:

- Die gemessene Absenkung der Rißausbreitungsrate von 8090 T81 T-L durch Rißschließen um den Faktor ~ 6 wird durch den abgeschätzten Wert $0,14 \sim 1/7$ grob bestätigt,

- Das Verhältnis der Rißausbreitungsraten bei $\Delta K=10 \text{ MPa m}^{1/2}$ zwischen 8090 T81 T-L und den Legierungen der Gruppe 1 von 0,09 liegt in der Nähe des berechneten Wertes von 0,095.
- Der gemessene Unterschied zwischen den Rißausbreitungsraten der Orientierungen T-L und L-T der Legierung 8090 T81 wird durch die Berechnungen grob wiedergegeben.
- Nach Korrektur des Rißschließens verschwindet dieser Unterschied nicht ganz, sondern es verbleibt ein Unterschied, der aus den Faktoren in der zweiten und dritten Zeile in Tab. 7.6 resultiert.
- Die Legierung 2024 T3 T-L kommt den Legierungen der Gruppe 1 nahe.
- Die gemessene Streuung der Rißausbreitungsraten bei $\Delta K=10 \text{ MPa m}^{1/2}$ für die Legierungen der Gruppe 1 ist durch die Rechnung teilweise abgedeckt.

Aus diesen Erkenntnissen läßt sich folgende qualitative Vorstellung vom Einfluß der Rißablenkung und des rauheitsinduzierten Rißschließens entwickeln:

- Für die Legierungen der Gruppe 2 ist eine Hysterese der Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung (d. h. eine Verformungsasymmetrie zwischen Rißöffnen und -schließen) charakteristisch. Diese irreversible Mode-II-Komponente scheint mit zunehmender Rauheit der Rißufer zuzunehmen. Es ist zu vermuten, daß Rauheit und Hysterese gemeinsame Ursachen haben. Rauheitsinduziertes Rißschließen, das sowohl Rauheit der Rißufer als auch Hysterese der Mode-II-Rißöffnungsverschiebung voraussetzt, ist für den Hauptteil der Retardation der Ermüdungsrißausbreitung in den Legierungen der Gruppe 2 verantwortlich. Nach Korrektur des Rißschließens verbleibt dennoch ein Anteil der Retardation, der auf Rißablenkung allein (ohne die Notwendigkeit einer Hysterese) zurückzuführen ist.
- Die Ursache dafür, daß die Legierungen der Gruppe 1 nicht der Korrelation zwischen den Werten von $\log C^*$ und R_a folgen, kann wegen der vorhandenen Rauheit nur in dem fast vollständigen Fehlen einer Hysterese der Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung bestehen. Rißablenkung und ein eventueller Rest an rauheitsinduziertem Rißschließen erklären neben meßbedingter Streuung, inhomogenitätsbedingter Streuung und marginalen E-Modul-Unterschieden die beobachtete Streuung der Rißausbreitungsraten für die Gruppe 1 bei $\Delta K=10 \text{ MPa m}^{1/2}$.

7.3.3 Interpretation der Gruppeneinteilung

Nach den Ausführungen im vorangegangenen Abschnitt verbleiben insbesondere noch drei offene Fragen:

- Warum ist die Neigung zur Rißablenkung bei den Legierungen der Gruppe 2 stärker ausgeprägt als bei den Legierungen der Gruppe 1?
- Warum zeigen die Legierungen der Gruppe 2 eine Hysterese der Mode-II-Rißöffnung, während das für die Legierungen der Gruppe 1 trotz vorhandener Rißablenkung nicht der Fall ist?
- Warum gehören die Li-haltigen Legierungen im Gegensatz zu allen anderen Legierungen auch im warmausgelagerten Zustand zur Gruppe 1?

Um die Ursachen des unterschiedlichen Verhaltens der Aluminiumlegierungen der Gruppen 1 und 2 weiter zu verfolgen, muß auf den Kenntnisstand aus der Fachliteratur zurückgegriffen werden. Der Schlüssel zur Beantwortung dieser Fragen

ergibt sich aus dem Kohärenzgrad der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen (Abschnitt 5.2.3) und dem Gleitcharakter der Legierungen (Abschnitt 4.5.2).

Für die Legierungen der Gruppe 1 dominiert infolge des geringeren Kohärenzgrades wellige Gleitung, verbunden mit der simultanen oder alternierenden Betätigung statistisch symmetrischer Gleitebenen und einer tendenziell homogenen Gleitverteilung. Aus dieser Situation resultieren

- ein kontinuumsmechanisch bestimmtes, schwach richtungsabhängiges Verformungsfeld vor der Rißspitze,
- eine ebensolche Rückverformung bei der Entlastung mit geringer Neigung zu einer Hysterese der Mode-II-Rißöffnungsverschiebung,
- häufige Rißablenkungen um geringe Beträge, so daß der Riß im Mittel der durch die aufgebrachte Belastung definierten Ebene der größten Normalspannungen folgt und somit eine tendenziell geringe Rauheit aufweist.

Für die Legierungen der Gruppe 2 dominiert infolge des hohen Kohärenzgrades der Ausscheidungen (Abschnitt 4.5.2) planare Grobgleitung, verbunden mit einer inhomogenen Gleitverteilung (Gleitlokalisierung). Wenn auch die Quergleitung planar abläuft, dann erscheint im Verlaufe eines Belastungszyklus das Auftreten der in Bild 7.11 vereinfacht dargestellten Situation plausibel. Bei der Belastung wird ein Versetzungssegment vor einem nicht schneidbaren Teilchen zum Quergleiten veranlaßt. Infolge der Gleitplanarität verbunden mit Gleitebenenentfestigung folgen viele Versetzungen entlang des gleichen Pfades. In der Entlastungsphase besteht jedoch keine Veranlassung zum erneuten Quergleiten. Aus der unterschiedlichen Hin- und Rückbewegung der Versetzungen resultiert speziell eine "Hysterese" der Rißöffnung, d. h., gleichen Kräften bei der Be- und Entlastung entsprechen unterschiedliche Mode-II-Komponenten der Rißöffnung. Da der beschriebene Prozeß kollektiv abläuft, erscheint ein effektiver q_{II} -Wert von signifikanter Größe plausibel.

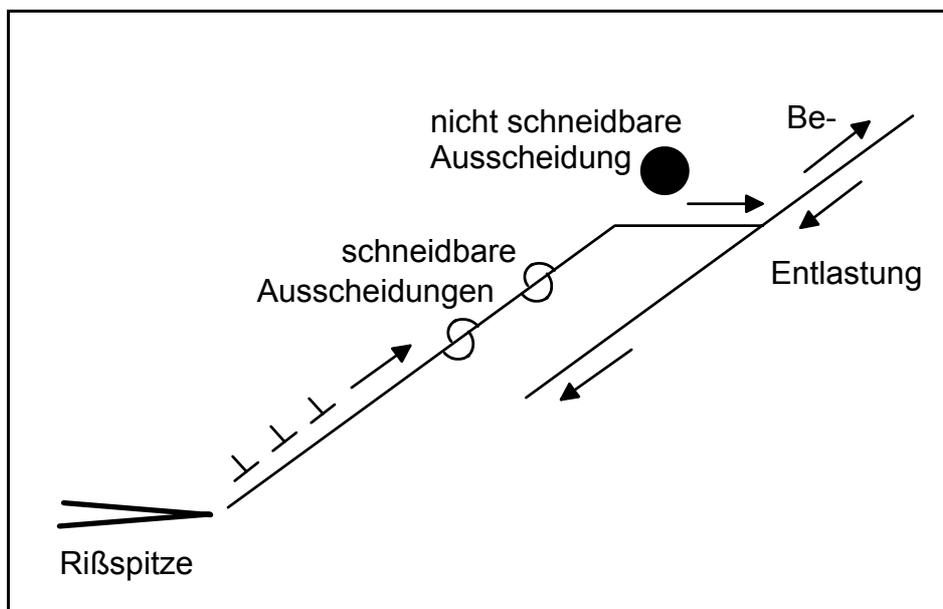


Bild 7.11 Schema zur Verdeutlichung des Verhaltens bei Entlastung nach planarer Quergleitung

Diese beschriebene Situation führt im Falle der Legierungen der Gruppe 2 zu

- bevorzugter Betätigung einer einmal ausgewählten Gleitebene, d. h. weit auslenkten Gleitbändern und starker Asymmetrie,
- weiter Auslenkung der Risse mit kristallographischem Erscheinungsbild,
- einer tendenziell größeren Bruchflächenrauheit,
- einer im Moment des Rißuferkontaktes verbleibenden Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung sowie
- rauheitsinduziertem Rißschließen infolge von Rißablenkung und Hysterese der Rißöffnung.

Es ist anzumerken, daß die teilweise Reversibilität des planaren Gleitens auch an sich als mögliche Ursache für verringerte Rißausbreitungsraten diskutiert worden ist (STARKE und WILLIAMS 1989). Nach Ansicht des Autors erklärt dieser Ansatz jedoch die beobachtete Korrelation zwischen R_a und $\log C^*$ nicht zwanglos.

Die Al-Li-Legierung 8090 T81 stellt als warmausgelagerte Legierung in ihrer Zugehörigkeit zur Gruppe 2 insofern einen Sonderfall dar, als die festigkeitsbestimmenden δ' -Ausscheidungen (Al_3Li) auch im Zustand T81 (warmausgelagert auf maximale Festigkeit) kohärent mit der Al-Matrix sind. Die Ursache dafür besteht in der extrem geringen Gitterfehlpassung zwischen Al-Gitter und δ' von -0,3% (ZSCHECH 1996). Dadurch behalten die festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen bis zu extremen Durchmessern noch ihre Kohärenz zum Al-Gitter bzw. ihre Schneidbarkeit für Versetzungen bei. In Abschnitt 4.5.2 war gezeigt worden, daß mit steigender Größe kohärenter Ausscheidungen die Neigung zu Gleitebenenentfestigung und Gleitlokalisierung noch zunimmt. Deshalb stellt 8090 im warmausgelagerten Zustand nicht etwa einen Grenzfall zur Gruppe 1 dar, sondern repräsentiert im Gegenteil auch innerhalb der Gruppe 2 einen Extremfall.

Kohärenzgrad und Gleitverteilung sind die primären Kriterien der Einteilung in Gruppen 1 und 2, dagegen sind Unterscheidung von Warm- oder Kaltauslagerung, Unteralterung oder Alterung auf maximale Festigkeit bzw. Überalterung untergeordnete Kriterien. In Abschnitt 6.3.2 war gezeigt worden, daß die Gruppeneinteilung der Aluminiumlegierungen auch bei $R=0,5$ erhalten bleibt und daß die grundlegenden Merkmale der Gruppe 1 bei $R=0,1$ auch für $R=0,5$ gelten. Aus den Ausführungen in Abschnitt 6.3.3 hatte sich ergeben, daß sich die untersuchten Stähle und die Magnesiumlegierung AZ31 bei entsprechend normierter Darstellung wie die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 verhalten. Schließlich ließen sich im Abschnitt 7 geschlossene Erklärungsketten für das kollektive Verhalten der Gruppen 1 und 2 ableiten. Diese Ergebnisse erhöhen die Signifikanz der Gruppeneinteilung beträchtlich und lassen erwarten, daß die Gruppeneinteilung auf breitere Werkstoffgruppen unter allgemeineren Belastungsbedingungen übertragbar ist. Hierbei ist jedoch zu bedenken, daß planare und wellige Gleitung nur Extreme darstellen, zwischen denen Abstufungen existieren. Aus diesem Grund wird die Gruppeneinteilung nie vollkommen scharf ausfallen. In der Tat stellt z. B. die Legierung 2024 T3 einen Vertreter der Gruppe 2 dar, der sich vom Befund für die Gruppe 1 nur moderat unterscheidet. Allgemeiner ausgedrückt verhalten sich die Legierungen der Gruppe 2 nach Extrapolation auf die Rauheit null wie Vertreter der Gruppe 1.

7.4 Gefügebedingte Abweichungen von der Paris-Gleichung

In den vorangegangenen Abschnitten war gezeigt worden, daß und wie die Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen vom Elastizitätsmodul, von der Dehngrenze, vom athermischen Verfestigungsparameter θ , vom Verfestigungsexponenten n , vom Schwellenwert ΔK_S und vom K_c -Wert abhängt. Diese Größen werden maßgeblich (im Falle des Elastizitätsmoduls nur eingeschränkt) durch das Gefüge der Aluminiumlegierungen bestimmt. Die jeweils relevanten Gefügebestandteile und die Mechanismen der Einflußnahme sind komplex und weitgehend bekannt (STARKE und WILLIAMS 1989, STALEY 1992, LÜTJERING u. a. 1996, STARKE und STALEY 1996). Ein knapper Überblick war bereits in Abschnitten 4.5.2 (Gleitverteilung), 5.2.3 (Ausscheidungshärtung) und 5.2.4 (andere Faktoren) gegeben worden. In Abschnitten 7.1 und 7.3 wurde dieses Wissen zur Erklärung der vorliegenden Befunde zur Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen herangezogen, wobei auch neue Erkenntnisse einfließen. Die genannten Faktoren bestimmen im wesentlichen Lage und Verlauf der Rißausbreitungsgeraden, also speziell im Paris-Bereich die Größe von Vorfaktoren und Exponenten. Sie führen jedoch an sich noch nicht zur Verletzung der Paris-Gleichung.

In diesem Abschnitt soll auf gefügebedingte Abweichungen des Rißausbreitungsverhaltens von der Paris-Gleichung eingegangen werden. Hierzu sind naturgemäß Meßdaten für niedrige ΔK -Werte und einen möglichst breiten ΔK -Bereich erforderlich, wie sie für die Aluminiumlegierungen 2219 T87 und 6013 T6 sowie die Magnesiumlegierung AZ31 vorliegen (Bild 7.7). Die entsprechenden Rißausbreitungskurven weisen in der Tat Abweichungen von der Linearität auf, die über das Einmünden in den schwellenwertnahen bzw. den instabilitätsnahen Bereich hinausgehen. Wie in Abschnitt 7.2 bereits erwähnt worden war, zeigen diese Abweichungen für die einzelnen Legierungen eine auffällige Ähnlichkeit. Der Vergleich mit Literaturdaten z. B. für 7075 T6 (YODER et al. 1982) bestätigt diese Gemeinsamkeiten zusätzlich.

In Bild 7.12 sind die gemessenen Rißausbreitungskurven für 2219 T87 und AZ31 zusammen mit Literaturdaten für 7075 T6, die in Form von Geradensegmenten vorliegen (YODER et al. 1982), dargestellt. Die den Literaturangaben entsprechende Darstellungsweise ist offensichtlich auf die eigenen Meßergebnisse übertragbar, sie wurde deshalb übernommen. Eine gezielte Literaturrecherche ergab nunmehr, daß Multilinearität der Rißausbreitungskurve in doppelt-logarithmischer Darstellung auch für die Aluminiumlegierungen 7050 T6, 7050 T7 (YODER et al. 1982), 2008 T6, 2024 T3, 6013 T6, 6061 T6 (SHARP et al. 1996) und 6082 T6 (BORREGO et al. 2001) vorgefunden worden ist. Auffällig daran ist, daß die Knickpunkte T_1 , T_2 und T_3 stets nahezu bei den gleichen Rißausbreitungsraten auftreten. Nach YODER et al. (1982) sind die Knickpunktabszissen ΔK_1 , ΔK_2 und ΔK_3 durch die Bedingung gegeben, daß die Abmessung der zyklischen plastischen Zone der Gleitlänge entspricht. Die Gleitlänge soll aufeinanderfolgend durch den mittleren Dispersoidabstand (T_1), die Subkorngröße (T_2) bzw. die Korngröße (T_3) bestimmt sein. Gründe dafür, warum, in welche Richtung und um welchen Betrag sich die Anstiege der Geradensegmente ändern, wurden nicht angegeben.

Der zweifellos interessante Erklärungsansatz von YODER et al. (1982) ist in einigen Punkten kritisch zu hinterfragen:

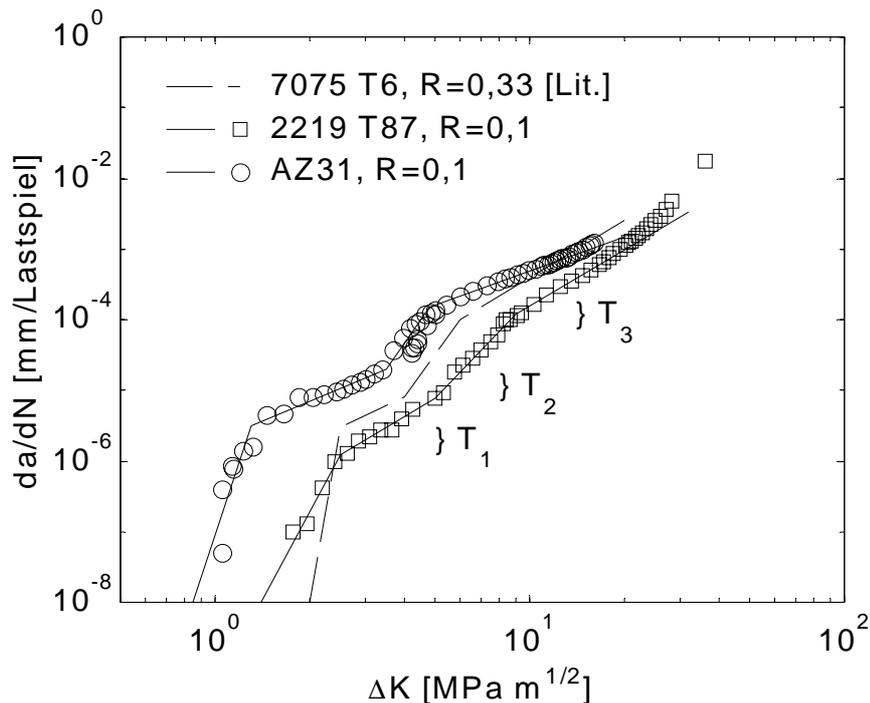


Bild 7.12 Meßergebnisse und angepaßte Geradensegmente zur Beschreibung der Abweichungen der Ermüdungsrißausbreitung von der Paris-Gleichung, Geradensegmente für 7075 nach YODER u.a. (1982)

- Die Auswerteprozedur für die Ermüdungsrißausbreitung gemäß ASTM E647-91 wirkt auf die Rißausbreitung glättend (z. B. 7-Punkt-Parabelanpassung). Dies führt zu einer Ausrundung ursprünglich eventuell vorhandener Knickpunkte.
- Der graphische Nachweis von Knickpunkten ist in starkem Maße subjektiv. Objektive Fitprozeduren (Mehrphasenregression nach SCHULZE 1987) wurden bisher nicht angewendet. Auch bei diesen wäre die erforderliche Vorgabe der Anzahl der Knickpunkte subjektiv.
- Der Bereich zwischen den Knickpunkten T_2 und T_3 ist in den genannten Fällen stets schmal und durch einen steilen Anstieg von meist 4 bis 8 gekennzeichnet. Solche hohen Paris-Exponenten werden in keinem der analysierten Modelle vorausgesagt.

Aus den genannten Gründen könnte die Hypothese abgeleitet werden, daß es sich bei dem ΔK -Bereich zwischen T_2 und T_3 um einen Übergangsbereich ohne eigenständige Signifikanz handelt.

Zu einer alternativen Hypothese gelangt man, wenn man den Effekt als kontinuierliche, mit steigendem ΔK -Wert an- und wieder abschwelende Abweichung von der Referenzkurve, Gl. (7.17), betrachtet, wie Bild 7.7 durchaus nahelegt. In diesem Sinne zeigt Bild 7.13 die Abhängigkeit des Retardationsfaktors $(da/dN)/(da/dN)_{ref}$ als Funktion des ΔK -wertes auf der Basis der in Bild 7.7 dargestellten Meß- und Referenzdaten. Den Ergebnissen für die untersuchten Legierungen AZ31, 2219 T87 und 6013 T6 (jeweils T-L) wurden Gaußsche Glockenkurven gemäß Gl. (7.23) angepaßt.

$$y = 1 + (y_{Max} - 1) \cdot \exp\left[-\left(\frac{x - x_{Max}}{s}\right)^2\right] \quad (7.23)$$

Dabei bezeichnen $y = (da/dN)/(da/dN)_{ref}$, $x = \Delta K$, x_{Max} bzw. y_{Max} die Koordinaten des Maximums sowie s den Breitenparameter der Glockenkurve. Die Auswahl des Kurventyps ist rein empirischer Natur, sie unterstellt kein spezielles Modell für den Gefügeeinfluß. Die Schiefe der Kurven kommt durch die halblogarithmische Auftragung in Bild 7.13 zustande. Wie Bild 7.13 zeigt, beschreiben die Kurven die Meßergebnisse im Rahmen der Meßgenauigkeit und der begrenzten Genauigkeit der Referenzkurven korrekt. Auffällige Knickpunkte sind in dieser Darstellung nicht auszumachen.

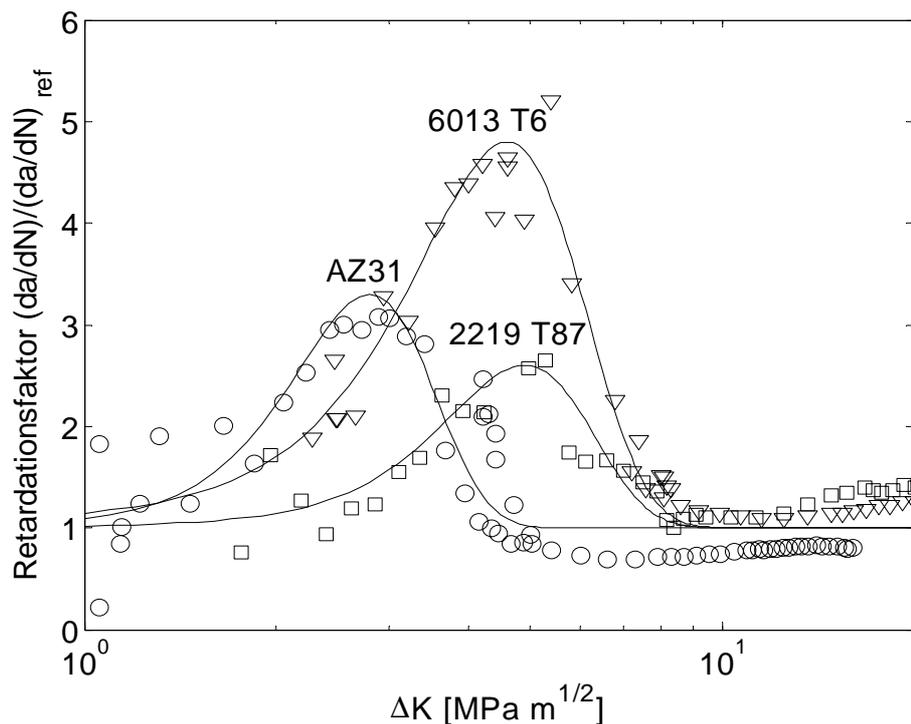


Bild 7.13 Darstellung der Retardation der Rißausbreitungsrate bezüglich der Referenz, Gl. (7.17), als Funktion des ΔK -Wertes für die Legierungen AZ31, 2219 T87 und 6013 T6 (jeweils T-L, R=0,1, 20 Hz, Laborluft)

Es wird davon ausgegangen, daß die Kurven in Bild 7.13 einen Wechselwirkungsprozeß von Gefügebestandteilen mit dem Spannungsfeld der Rißspitze wiedergeben und daß der maximale Gefügeeinfluß dann vorliegt, wenn eine aus dem Kurvenmaximum definierte Länge mit der relevanten Gefügeabmessung übereinstimmt. Aufgrund der Identifizierung von G als relevanten Modul und in Übereinstimmung mit der Vorstellung, daß Wechselwirkungen mit Versetzungen eine Rolle spielen, werden aus den Abszissen der Maxima aus Bild 7.13 gemäß Gl. (7.24) Längen abgeschätzt:

$$\Lambda = \left(\frac{\Delta K_{Max}}{G}\right)^2 \quad (7.24)$$

In Tab. 7.7 sind die experimentell ermittelten Größen aufgelistet und für die Legierung 6013 T6 den charakteristischen Gefügeabmessungen gegenübergestellt.

Tabelle 7.7 Abszissenwerte der Kurvenmaxima in Bild 7.13, abgeschätzte Λ -Werte gemäß Gl. (7.24) sowie Vergleich mit charakteristischen Gefügeabmessungen für 6013 T6 (Abschnitt 5.2.3)

	ΔK_{Max} [MPa m ^{1/2}]	G [GPa]	Λ [nm]	charakteristische Gefüge- abmessungen für 6013 T6
AZ31	2,8	17	27	Korngröße ~20 μm
2219 T87	4,9	26	36	Ausscheidungsabstand ~25 nm
6013 T6	4,5	26	30	Dispersoidabstand ~2 μm Primärteilchenabstand ~20 μm

Die größenordnungsmäßige Übereinstimmung der abgeschätzten Λ -Werte untereinander deutet darauf hin, daß den Maxima in Bild 7.13 ein einheitlicher Wechselwirkungsprozeß zugrundeliegt. Der Vergleich mit Gefügeparametern der Legierung 6013 T6 läßt vermuten, daß dabei die festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen eine wesentliche Rolle spielen (BERGNER u. a. 2002b).

Die festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen sind im Auslagerungszustand T6 mehrheitlich nicht für Versetzungen schneidbar. Sie begrenzen dadurch die Gleitlänge auf ein niedriges Maß, das durch den mittleren Ausscheidungsabstand gegeben ist. Für Versetzungslaufwege, die kleiner als die Gleitlänge sind, verläuft die Gleitung, befördert durch eventuell noch vorhandene schneidbare Ausscheidungen, planar und lokalisiert. Die Folge könnte, ähnlich wie bei den Legierungen der Gruppe 2, eine Absenkung der Rißausbreitungsrate durch rauheitsinduziertes Rißschließen sein, allerdings in schwächerem Maße und bei niedrigeren ΔK -Werten. Für Versetzungslaufwege, die größer als die Gleitlänge sind, vollzieht sich dagegen der Übergang zu welliger Gleitung und zu dem für die Gruppe 1 beobachteten kontinuumsmechanisch dominierten Rißausbreitungsverhalten. Um dem vorliegenden Erklärungsansatz in Zukunft weiter nachzugehen, wird vorgeschlagen, den für 6013 T6 ausgeführten Vergleich auf weitere Legierungen auszudehnen. Einige Teildatensätze dafür liegen bereits vor.

Wie die vorliegende Analyse zeigt, ist die Ansicht, die Ermüdungsrißausbreitung im Bereich B sei nicht oder nur schwach gefügeabhängig, nicht haltbar. Die Tatsache, daß der besprochene Gefügeeinfluß für die untersuchten Legierungen der Gruppe 1 unabhängig vom Interpretationsansatz bei ΔK -Werten oberhalb 10 MPa m^{1/2} vollständig abgeklungen ist, unterstreicht nachträglich die Berechtigung und die Notwendigkeit, die Analyse des Rißausbreitungsverhaltens gemäß Abschnitt 7.1 zunächst auf den oberen Paris-Bereich zu beschränken.

7.5 Umgebungseinfluß

7.5.1 Zusammenfassung der Befunde

Der Schwerpunkt der Untersuchungen liegt auf der Aluminiumlegierung 6013 T6, für die der umfangreichste Satz von Messungen zum frequenzabhängigen Umgebungseinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung vorliegt. Die vergleichende Messung der Ermüdungsrißausbreitung in Legierungen verschiedener Legierungssysteme in Laborluft und 3,5%iger NaCl-Lösung hatte zu folgenden Ergebnissen geführt:

- Die Legierungen der 2000er Serie (Hauptlegierungselement Cu) weisen keinen oder einen sehr geringen (bevorzugt im ΔK -Bereich um $10 \text{ MPa m}^{1/2}$) Umgebungseinfluß auf (Bild 6.2a).
- Alle anderen Legierungen (speziell 6000er, 7000er) zeichnen sich durch einen ausgeprägten ΔK - und frequenzabhängigen Umgebungseinfluß aus (Bild 6.2b, c). Hierzu treten noch eine Anzahl ergänzender Einzelbefunde, von denen die folgenden besonders bedeutsam erscheinen:
- Während 7075 T651 statische Spannungsrißkorrosion (Bild 6.21) und eine in destilliertem Wasser gegenüber Laborluft erhöhte Rißausbreitungsrate aufweist (Bild 6.19), ist beides für 6013 T6 nicht der Fall (Bild 6.18).
- Der Umgebungseinfluß für 6013 T4, 6013 T6 sowie 6013 im überalterten Zustand ist trotz unterschiedlicher Streckgrenzen und Kohärenzgrade der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen vergleichbar (Bilder 6.9, 6.15 und 6.17).

Für die Legierungen 6013 T6 und 8090 T81 liegen außerdem Rißschließmessungen in Laborluft und 3,5%iger NaCl-Lösung vor (Abschnitt 6.2.4).

Nachfolgend werden zunächst die zwei grundlegenden Hypothesen überprüft, die erhöhten Rißausbreitungsraten seien auf umgebungsabhängiges Rißschließen bzw. auf das Wirken statischer Spannungsrißkorrosion zurückzuführen. Da diese Hypothesen nicht in der Lage sind, die speziell für die Legierung 6013 T6 vorliegenden Befunde zu erklären, wird anschließend das in Abschnitt 4.5.5 ausgearbeitete dimensionsanalytische Modell angewendet und Interpretationsansätzen unterzogen.

7.5.2 Umgebungsabhängiges Rißschließen

Für die Legierung 6013 T6 wurden bei $R=0,1$ in Laborluft und in 3,5%iger NaCl-Lösung gleiche und jeweils ΔK -unabhängige Rißschließspannungen $F_{op} \sim 11 \text{ MPa m}^{1/2}$ beobachtet (FRITSCH 2002). Daraus kann unmittelbar gefolgert werden, daß der Umgebungseinfluß nicht auf umgebungsabhängiges Rißschließen zurückzuführen ist.

Dagegen führt die Korrektur des gemessenen Rißschließeffectes bei 8090 T81 zu einer tendenziellen Annäherung der Rißausbreitungskurven (Bild 6.6). Dies besagt, daß der Umgebungseinfluß für diese Legierung teilweise, aber nicht ganz aus umgebungsabhängigem Rißschließen resultiert. Diese Beobachtung stimmt mit Ergebnissen von KEMP et al. (1991) überein. Nach Korrektur des Rißschließens nimmt die Stärke des Umgebungseinflusses ein ähnliches Maß an, wie es für die meisten 6000er und 7000er Legierungen beobachtet wurde. Als Ursache für den in NaCl-Lösung abgeschwächten Rißschließeffect ist der tendenziell glattere Rißverlauf (GÖHLER 2000) zu nennen, der zu einem verminderten rauheitsinduzierten Rißschließen führt.

7.5.3 Umgebungseinfluß durch statische Spannungsrißkorrosion

Wie in Abschnitt 6.2.5 dargestellt, wurde für die Legierung 6013 T6 unter Bedingungen, die hinsichtlich Probengeometrie und Belastung mit den Bedingungen eines Ermüdungsrißausbreitungsversuches vergleichbar sind, keine statische Spannungsrißkorrosion (SRK) beobachtet, woraus eine obere Schranke für da/dt von $2 \cdot 10^{-10}$ m/s abgeschätzt wurde. Interkristalline Bruchflächenanteile wurden, von einer singulären Insel abgesehen, nicht festgestellt (WILLERS 1997). Für 7075 T651 wurden dagegen statische Spannungsrißkorrosion (Bild 6.21), die durch Gl. (6.1) analytisch beschrieben werden kann, sowie ausgedehnte interkristalline Bruchflächenanteile (WILLERS 1997) nachgewiesen. Nachfolgend wird der theoretische Umgebungseinfluß infolge statischer Spannungsrißkorrosion auf der Grundlage der oberen Schranke für 6013 T6 und der Meßergebnisse für 7075 T651 abgeschätzt und beurteilt.

Dem Superpositionsmodell gemäß Gl. (4.54) entsprechend wird angenommen, daß in demjenigen Teil eines Belastungszyklus, in dem der momentane K-Wert größer ist als der SRK-Schwellenwert, eine infolge statischer Spannungsrißkorrosion additiv erhöhte Rißverlängerung auftritt. Wenn man die K-abhängige Spannungsrißkorrosionsrate näherungsweise durch eine konstante mittlere Rate ersetzt, ergibt sich Gl. (4.55). Berechnung einer oberen Schranke für umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung in 6013 T6 auf der Grundlage der abgeschätzten oberen Schranke für Spannungsrißkorrosion führt zu einer nicht meßbar kleinen Anhebung des Ermüdungsrißfortschritts. Diese Aussage gilt für den gesamten analysierten Frequenzbereich von 25 mHz bis 40 Hz und unabhängig vom angesetzten SRK-Schwellenwert. Statische Spannungsrißkorrosion ist damit als Ursache oder Mitursache des beobachteten Umgebungseinflusses definitiv ausgeschlossen. Man könnte nun rückwirkend eine solche SRK-Rate bestimmen, die die Rechnung dem Experiment anpaßt. Es zeigt sich, daß für die Frequenz 20 Hz hierzu eine um vier Größenordnungen höhere Rate von $5 \cdot 10^{-6}$ m/s erforderlich ist als die obere Schranke (ZOUHAR u. a. 2000) und daß diese Rate frequenzabhängig zu wählen ist. Ein entsprechender Modellansatz erscheint daher nicht erfolgversprechend. Für die Legierung 7075 T651 ergibt sich prinzipiell die gleiche Situation, wobei die Diskrepanz zwischen gemessener und für gute Anpassung der 20-Hz-Messung erforderlicher SRK-Rate hier nur drei Größenordnungen beträgt (ZOUHAR u. a. 2000).

Für 7075 T651 ist zu beachten, daß bei Frequenzen unterhalb 0,1 Hz meßbare Beiträge zum Ermüdungsrißfortschritt infolge statischer Spannungsrißkorrosion gemäß Gl. (6.1) prognostiziert werden. Die Ergebnisse der numerischen Integration auf der Grundlage der Gl. (4.54) sind für drei ausgewählte Frequenzen in Bild 7.14 im Vergleich zur Ermüdungsrißausbreitung in Laborluft dargestellt. Eigene Meßergebnisse liegen für 7075 T651 im Niederfrequenzbereich nicht vor. Das Ergebnis besitzt dennoch Relevanz, da es zeigt, daß bei entsprechend anfälligen Legierungen statische Spannungsrißkorrosion als zusätzlicher Term mit in die Rißausbreitungsbilanz einzubeziehen ist (WEI und GANGLOFF 1989), wenngleich nicht als alleiniger Beitrag. Die beobachteten Unterschiede zwischen 6013 und 7075 (Auftreten von SRK, interkristalline Bruchanteile, Verhalten in deionisiertem Wasser) zeigen, daß vorhandene Teilmodelle für umgebungsabhängige Rißausbreitung in 7000er Legierungen (HOLROYD und HARDIE 1983, GREEN und KNOTT 1989, GINGELL und KING 1997, GASEM und GANGLOFF 2000) nicht ohne weiteres auf 6000er Legierungen übertragbar sind.

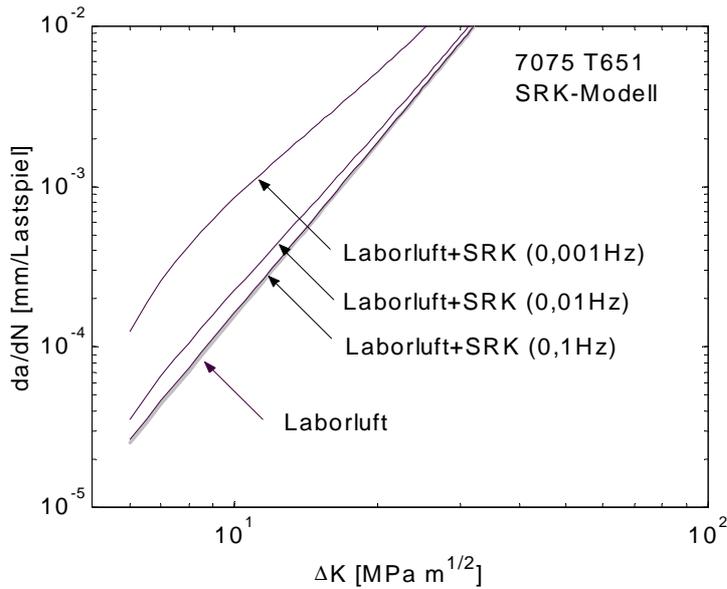


Bild 7.14

Überlagerung von gemessener statischer Spannungsrißkorrosion (SRK) gemäß Gl. (6.1) und Ermüdungsrißausbreitung in 7075 T651 nach dem Superpositionsmodell, Gl. (4.54).

7.5.4 Diskussion des dimensionsanalytischen Modells

Durch Anpassung dreier Geraden der normierten Parameterkarte an die experimentell ermittelten Übergänge vom Typ 1, 2 bzw. 3 in Abschnitt 6.2.5 konnten die vollständige Parameterkarte in unnormierten f - ΔK -Koordinaten rekonstruiert und die Modellparameter C_{aq} , C_b/v sowie C_c^2D berechnet werden. Damit liegt zusammen mit Gl. (4.77) ein dimensionsanalytisch begründetes empirisches Modell für den Umgebungseinfluß in 6013 T6 in 3,5%iger NaCl-Lösung vor. Bild 7.15 zeigt den Vergleich entsprechender Rechnungen mit Meßergebnissen für $\Delta K = \text{const} = 7 \text{ MPa m}^{1/2}$ (siehe Bild 6.10), die bei der Anpassung nicht verwendet worden waren. Obwohl alle in die Anpassung einbezogenen Messungen bei konstanter Spannungsamplitude durchgeführt worden waren und erst oberhalb $\Delta K = 7 \text{ MPa m}^{1/2}$ eingesetzt hatten, also eine Extrapolation vorliegt, bescheinigt Bild 7.15 im Rahmen der Meßgenauigkeit gute Übereinstimmung zwischen Rechnung und Experiment.

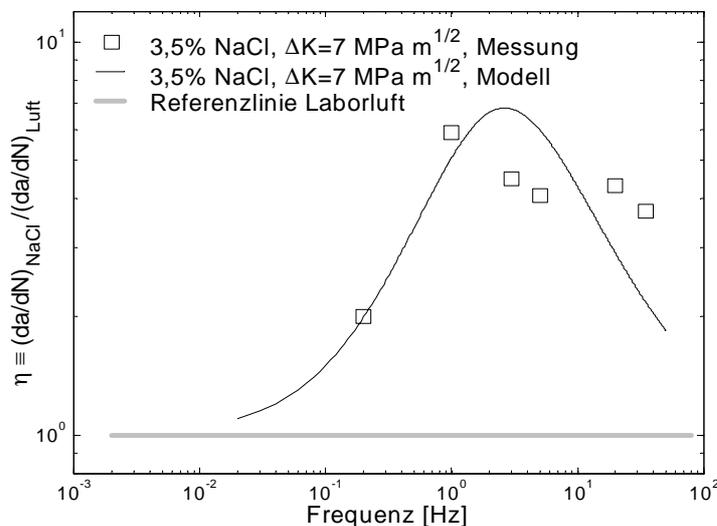


Bild 7.15

Vergleich von Rechnung gemäß Gl. (4.77) und Messung für 6013 T6 (T-L) in 3,5%iger NaCl-Lösung bei $\Delta K = 7 \text{ MPa m}^{1/2}$

Ebenfalls Übereinstimmung besteht hinsichtlich der Messung bei 4 mHz (Bild 6.20), die im gesamten unter den vorliegenden Meßbedingungen zugänglichen ΔK -Bereich bis 40 MPa m^{1/2} keinen nachweisbaren Umgebungseinfluß ergeben hatte. Aus der Parameterkarte (Bild 6.14) bzw. rechnerisch aus Gl. (4.65) folgt, daß in der Tat ein Umgebungseinfluß erst oberhalb $\Delta K=49$ MPa m^{1/2} zu erwarten ist.

Durch quantitativen Vergleich der normierten Parameterkarte für umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung (Abschnitt 4.5.5) und der unnormierten, an Ergebnisse für die Aluminiumlegierung 6013 T6 angepaßten Parameterkarte wurden in Abschnitt 6.2.5 die Größenordnungen der charakteristischen Parameter für die postulierten geschwindigkeitsbestimmenden Schritte zu $q \sim 50$ s⁻¹, $v \sim 2$ nm/s und $D \sim 10^{-13}$ m²/s abgeschätzt. Es sind diese Größenordnungen, die einen ersten Anhaltspunkt für die Interpretation des zugrundeliegenden Mechanismus des Umgebungseinflusses liefern (BERGNER u. a. 2001).

Durch die Wahl der Dimension von D war vorbestimmt, daß es sich um einen Diffusionskoeffizienten handelt, nicht aber um welche Atomsorte in welchem Kristallgitter. Die abgeschätzte Größenordnung von D bestätigt nunmehr die Interpretation als Diffusionskoeffizient für Wasserstoff in Aluminiumlegierungen, für den Werte im Bereich von $1 \cdot 10^{-13}$ m²/s bis $2 \cdot 10^{-13}$ m²/s angegeben werden (GEST und TROIANO 1972, HOLROYD und HARDIE 1983). In diesem Zusammenhang ist noch die Unsicherheit in Betracht zu ziehen, die mit der Wahl des Elastizitätsmoduls als Werkstoffparameter verbunden ist. Hätte man anstelle von $E=70$ GPa die dimensionsgleiche 0,2%-Dehngrenze $R_{p0.2}=344$ MPa verwendet, so hätte sich für D ein um neun Größenordnungen höherer Wert ergeben, mit dem sich kein realistischer Diffusionsvorgang verbinden läßt. Der Schubmodul G scheidet dagegen aus, da die elastische Gitterscherung nicht mit einer für die Diffusion relevanten Volumenänderung verbunden ist. Die Verwendung des Kompressionsmoduls $K=78$ GPa (Tab. 5.5) würde dagegen die Größenordnung von D nicht verändern.

Bei der Wahl von v war vorgegeben worden, daß es sich um eine Größe der Dimension einer Geschwindigkeit handelt, die einen Prozeß charakterisiert, der dem Umgebungseinfluß entgegenwirkt. Es wurde vermutet, daß dieser Prozeß mit dem Deckschichtwachstum auf der durch die vorangegangene Rißausbreitung frisch gebildeten Metalloberfläche identisch ist. In der Tat würden sowohl die Reaktionen des Mediums mit dem Metall als auch der Wasserstoffeintritt um so mehr behindert, je dichter bzw. dicker die Deckschicht ist. Die nunmehr vorliegende Abschätzung der Größenordnung von v stützt die Interpretation als mittlere effektive Wachstumsgeschwindigkeit der Deckschicht. Sie besagt beispielsweise, daß sich in einer Sekunde eine Deckschicht bildet, deren mittlere Dicke mit 2 nm wenige Monolagen beträgt, und daß sich bei einer Frequenz von 20 Hz in einem Zyklus noch keine geschlossene Deckschicht gebildet hat.

Für die Größe q war die Dimension Zeit⁻¹ postuliert worden. Mit der Interpretation dieser Größe als Bildungsrate einer schädigenden Spezies (H-Atome) ist jedoch die Vorstellung einer Menge pro Zeiteinheit oder Konzentration pro Zeiteinheit verbunden. Nun führt die Aufnahme einer Dimension "Menge" oder "Konzentration" in die Dimensionsanalyse zu dem Konflikt, daß sich kein dimensionsloses Potenzprodukt bilden läßt, daß die entsprechende Größe beinhaltet. Dieser Konflikt kann erst durch Aufnahme einer weiteren charakteristischen Größe der Dimension "Menge" bzw.

“Konzentration” in die Dimensionsanalyse gelöst werden. Nach GREEN und KNOTT (1989) bietet sich hierzu die Annahme der Existenz einer kritischen H-Konzentration vor der Rißspitze an. Die Größenordnung $q \sim 50 \text{ s}^{-1}$ besagt, daß in einer Sekunde (d. h. bei $f=1 \text{ Hz}$ in einem Zyklus) eine Menge an Wasserstoff produziert wird, die ausreicht, das 50fache der kritischen Konzentration an der Rißspitze hervorzurufen. Dagegen würde bei einer Frequenz oberhalb 50 Hz eine Schwingungsperiode zur Überschreitung der kritischen Konzentration im Mittel nicht mehr ausreichen. Da der Riß sich in jedem Zyklus aus dem Gebiet erhöhter H-Konzentration hinaus verlängert, ist auch keine nennenswerte H-Akkumulation möglich, so daß sich der Umgebungseinfluß oberhalb 50 Hz rasant abschwächen sollte.

Aus Bild 6.18 geht hervor, daß bei einer Frequenz von 20 Hz der Umgebungseinfluß in 6013 T6 nicht auftritt, wenn anstelle von 3,5%iger NaCl-Lösung der Versuch in deionisiertem Wasser durchgeführt wird. Dieser Sachverhalt hat zweierlei Konsequenzen: Erstens kann dadurch die Wahl von Laborluft mit der Wahl von deionisiertem Wasser als Referenzmedium gleichgesetzt werden. Zweitens wird dadurch deutlich, daß die Anwesenheit der Chloridionen notwendige Voraussetzung für die Wirkung des betrachteten Mechanismus der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung ist. Auf der anderen Seite zeigt die Gleichheit der Rißausbreitungsraten (im Rahmen der Streuung) in 3,5%iger und 7%iger NaCl-Lösung (Bild 6.18), daß bei 20 Hz bereits bei einer Konzentration von 3,5% NaCl hinsichtlich der zur Verfügung stehenden Chloridkonzentration eine Sättigung eingetreten ist. Es ist zu erwarten, daß diese Ionen sowohl das chemische Gleichgewicht im Spalt verschieben, was die effektive Bildungsrate des Wasserstoffs beeinflusst, als auch Einfluß auf die Wachstumsgeschwindigkeit der Deckschicht nehmen. In der Tat ist nach RIEDEL (1993) bekannt, daß Chloridionen eine destabilisierende Wirkung auf die Passivschicht in Aluminiumlegierungen ausüben. Demzufolge ist bei Abwesenheit von Chloridionen mit einer drastischen Zunahme des Wertes von v zu rechnen, die nach Gl. (4.75) in Gestalt des Parameters b zu einer entsprechenden Abnahme der Stärke des Umgebungseinflusses bzw., wie beobachtet, zu dessen Verschwinden führt. Aus der Tatsache, daß die Chloridionenkonzentration in 3,5%iger NaCl-Lösung bereits die Sättigung erreicht hat, ergibt sich, daß zumindest bei 20 Hz im gesamten ΔK -Bereich weder die Bildungsreaktion noch der Wirkmechanismus der Chloridionen den geschwindigkeitsbestimmenden Schritt darstellen.

Die Auswertung der Meßergebnisse für den Zustand T4 der Legierung 6013 (Bild 6.15) ist dadurch erschwert, daß die durch Materialinhomogenität bedingte Streuung der Rißausbreitungsraten deutlich größer ist als für den Zustand T6. Dennoch zeigt Bild 6.16 im Rahmen der Auswertegenauigkeit (ungefähr doppelte Symbolgröße) gute Übereinstimmung mit der an die Meßergebnisse für den Zustand T6 angepaßten Parameterkarte. Auch der Umgebungseinfluß im überalterten (OA) Zustand zeigt keinen prinzipiellen Unterschied zu entsprechenden Ergebnissen für den Zustand T6 (Bild 6.17). Da sich die Zustände T4, T6 und OA hinsichtlich der Dehngrenze und des Kohärenzgrades der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen deutlich unterscheiden, kann gefolgert werden, daß diese Größen für die umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung von untergeordneter Bedeutung sind. Dies bestätigt erneut den dominierenden Einfluß des Elastizitätsmoduls gegenüber der Streckgrenze. Die Gleichartigkeit der Befunde innerhalb einer Legierungsserie (z. B. 2000er, 6000er) bei gleichzeitiger Unterschiedlichkeit von Serie zu Serie (2000er contra 6000er) deutet außerdem auf die Dominanz der chemischen

Zusammensetzung im Vergleich zu den mechanischen Eigenschaften hin, zumal die Festigkeiten bzw. Zähigkeiten beider Serien ähnliche Bereiche überstreichen.

Eine Alternative zur Diffusion als Transportmechanismus für Wasserstoff ist dadurch gegeben, daß sich H-Atome in Form einer Cottrell-Atmosphäre an Versetzungen anlagern und bei der Versetzungsbewegung mittransportiert werden (dislocation sweeping, BASTIEN und AZOU 1951, TIEN u. a. 1976). Es ist gezeigt worden, daß dieser Transportmechanismus auch in Aluminiumlegierungen auftritt und unter bestimmten Bedingungen effektiver ist als Diffusion (ALBRECHT u. a. 1982). Dieser Befund steht zur Identifizierung der H-Diffusion als geschwindigkeitsbestimmenden Schritt nicht im Widerspruch. Vielmehr besagt die gute Übereinstimmung des vorgeschlagenen Modells mit den Messungen, daß Transport von H-Atomen mit Versetzungen unter den vorliegenden Bedingungen nie der geschwindigkeitsbestimmende Schritt ist und somit nicht in die Berechnungsgleichungen für die Ermüdungsrißausbreitung, Glm (4.76) und (4.77), eingeht. Auch die weitgehende Übereinstimmung der Umgebungsabhängigkeit für 6013 T4 und T6, die sich in der Dehngrenze deutlich unterscheiden, stützt diese Schlußfolgerung. Möglicherweise erfolgt der Transport von H-Atomen von der Metalloberfläche zu oberflächennahen Versetzungsquellen über Diffusion. Die Diffusion ist dann als geschwindigkeitsbestimmender Teilschritt eines komplexen Transportmechanismus zu interpretieren.

Der eigentliche Versprödungsmechanismus an bzw. vor der Rißspitze wird durch das vorliegende Modell nicht angesprochen. Für Aluminiumlegierungen in 3,5%iger NaCl-Lösung werden durch Wasserstoff verstärkte Dekohäsion oder Gleitlokalisierung oder durch Wasserstoffadsorption induzierte Versetzungsemission diskutiert, und für jeden dieser Mechanismen gibt es starke Argumente (BIRNBAUM und SOFRONIS 1994, LYNCH 2002). In den meisten Fällen steht eine definitive Entscheidung aus.

Das vorliegende Modell der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung wurde auf der Grundlage der experimentellen Befunde für die Aluminiumlegierung 6013 in 3,5%iger wäßriger NaCl-Lösung bei $R=0,1$ mit Laborluft bzw. deionisiertem Wasser als Referenzmedium entwickelt. Ein singulärer Versuch bei 20 Hz (FRITSCH 2001) zeigt Anwendbarkeit für $R=0,5$ an. In anderen Legierungen unter anderen Umgebungsbedingungen können prinzipiell andere Mechanismen des Umgebungseinflusses wirken oder andere Teilschritte geschwindigkeitsbestimmend sein. Dies bedarf in jedem Falle zunächst der Klärung, bevor das Modell als ganzes oder der mathematische Formalismus auf die neue Situation übertragen werden. Für einige Legierungen der 2000er Serie (speziell unplattiertes 2024 T351, Bild 6.2a) ist ein schwacher Umgebungseinfluß in der Nähe von $\Delta K=10 \text{ MPa m}^{1/2}$ auszumachen. Unterstellt man die Anwendbarkeit des vorliegenden Modells, dann ist diese Beobachtung nur erklärbar, wenn der effektive Diffusionskoeffizient kleiner und die Deckschichtwachstumsrate größer ist als in 6013. Diese Überlegung bietet einen Ansatzpunkt für gezielte zukünftige Untersuchungen. Bei der Anwendung des Modells auf 7000er Aluminiumlegierungen ist speziell bei tiefen Frequenzen die Möglichkeit der zusätzlichen Wirkung der statischen Spannungsrißkorrosion zu berücksichtigen (Abschnitt 7.5.3). Auch nach Abzug dieses Beitrages zur Ermüdungsrißausbreitung bleiben prinzipielle Unterschiede bestehen, wie die Gleichheit der Rißausbreitungsraten in 3,5%iger NaCl-Lösung und in deionisiertem Wasser (Bild 6.19) zeigt. Für die Al-Li-Legierung 8090 T81 ist zunächst das Auftreten des umgebungsabhängigen Rißschließens (Abschnitt 7.5.2) in Rechnung zu stellen.

8. Folgerungen

8.1 Rolle der Skaleninvarianzanalyse

Die vorliegende Arbeit handelt von speziellen Aspekten der Ermüdungsrißausbreitung. Die wesentlichen Fortschritte wurden dabei durch die Anwendung von Methoden erzielt, die unter dem Sammelbegriff Skaleninvarianzanalyse zusammengefaßt werden können. Diese Methoden beruhen auf der Forderung, daß zwei Beobachter, die zur Beschreibung eines Phänomens unterschiedliche Maßstäbe ansetzen oder unterschiedliche Maßeinheitensysteme verwenden, zu den gleichen Schlußfolgerungen gelangen sollen.

Dimensionsanalyse ist die am besten bekannte und am weitesten verbreitete dieser Methoden. Am Beispiel der wichtigsten Kriechmechanismen wurde gezeigt, daß die jeweiligen funktionalen Abhängigkeiten der Kriechrate von versuchs- und werkstoffseitigen Einflußfaktoren durch Anwendung der Dimensionsanalyse weitgehend aufgedeckt werden können. Diese nunmehr erprobte Vorgehensweise wurde dann auf die Ermüdungsrißausbreitung im Paris-Bereich angewendet. Es zeigte sich, daß auf dimensionsanalytischem Wege (bei bestimmter Selbstähnlichkeit) je nach Annahmen Paris-Exponenten von 2 oder 4 vorausgesagt werden, oder daß überhaupt keine Voraussage des Exponenten möglich ist. Umgekehrt kann aus der Kenntnis experimenteller Befunde hinsichtlich der Werte des Paris-Exponenten die Vielfalt möglicher Modelle zwar eingeschränkt, nicht aber auf ein Modell reduziert werden. Günstiger ist die Situation für die umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung. Hier läßt sich die funktionale Abhängigkeit auf der Grundlage des Modells eines geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes in Verbindung mit einer geeigneten Annahme über die Dimension der diesen Schritt charakterisierenden Einflußgröße eindeutig rekonstruieren. In einigen Fällen wurden zusätzliche (nicht dimensionsbedingte) Skaleninvarianzeigenschaften ausgenutzt. Dies geschah entweder auf direktem Wege oder durch Vergabe künstlicher Dimensionen (erweiterte Dimensionsanalyse nach KIENLE (1994)).

Die Dimensionsanalyse bei Vorliegen unbestimmter Selbstähnlichkeit nach BARENBLATT (1996) stellt eine Erweiterung dar. Im Gegensatz zur konventionellen Dimensionsanalyse handelt es sich dabei um einen näherungsweisen Ansatz, der nachträglich zu rechtfertigen ist. Im Falle der Paris-Gleichung stellt allein die Tatsache, daß ein werkstoffabhängiger Paris-Exponent beobachtet wird, zweifelsfrei eine solche Rechtfertigung dar. Der Ansatz unbestimmter Selbstähnlichkeit bezüglich des Parameters $\Delta K/\Delta K_c$ in Anlehnung an BARENBLATT und BOTVINA (1981) hat es im vorliegenden Fall im Zusammenwirken mit einer Korrelationsanalyse ermöglicht, eine empirische Beziehung zwischen Paris-Exponent und Werkstoffparametern für quasistatische Belastung aufzudecken.

Die Verallgemeinerung der Skaleninvarianz auf finite Skaleninvarianz geht maßgeblich auf DUBRULLE (2000) zurück. Triebkraft war hierbei der Einwand, daß es in der Natur meist von null und unendlich verschiedene Grenzen physikalischer Größen gibt (z. B. hinsichtlich der Rißlänge die Gitterkonstante und die Probenabmessung), was im Widerspruch zu (infiniter) Skaleninvarianz steht. Während DUBRULLE den Begriff der finiten Skaleninvarianz an räumliche bzw. zeitliche Größen (z. B. Korrelationslängen räumlicher Fluktuationen) gekoppelt sieht, wird der Begriff hier in

abstrakter Weise auf die Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors übertragen, deren definitive Grenzen durch den Schwellenwert und den Instabilitätswert von ΔK gegeben sind. Die Annahme der finiten Skaleninvarianz führt in diesem Zusammenhang zwanglos auf lokale unbestimmte Selbstähnlichkeit und stellt somit eine (partielle) Erklärung für die Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten dar. Ob finite Skaleninvarianz eine grundlegende Eigenschaft der Ermüdungsrißausbreitung ist, bleibt ungeklärt. Die Ergebnisse dieser Arbeit zeigen aber, daß es sich zweifelsfrei um eine gute Näherung handelt. Wie SHADEMAN u. a. (2001) zutreffend bemerken, verhält es sich mit den Newtonschen Grundgleichungen der klassischen Mechanik nicht prinzipiell anders (allerdings auf viel höherem Genauigkeitsniveau).

Die Skaleninvarianzanalyse kann nicht nur auf deterministische Zusammenhänge (funktionale Abhängigkeiten), sondern auch auf stochastische Zusammenhänge (Korrelationen) angewendet werden. Tut man das, dann ergibt sich, daß die Korrelationen zwischen Vorfaktoren und Exponenten von Potenzgleichungen nicht physikalisch bedingt sind, sondern unterdrückt werden können, wie im Rahmen der vorliegenden Arbeit erstmalig gründlich nachgewiesen worden ist (BERGNER 2000, BERGNER und ZOUHAR 2000). Die Unterscheidung zweier Gruppen von Aluminiumlegierungen und die Aufdeckung und Interpretation der Korrelation der $\log C^*$ -Werte mit den Rauheitskoeffizienten der Bruchflächen für die Legierungen der Gruppe 2 wurden erst durch die Unterdrückung der algebraischen Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent der Paris-Gleichung möglich. Es kommt vor, daß sich hinter der algebraischen Korrelation eine gemeinsame Eigenschaft einer Gruppe von Werkstoffen verbirgt, die ebenfalls erst nach der Unterdrückung der algebraischen Korrelation durch Vergleich der Streuung der normierten Vorfaktoren mit einem geeigneten Vergleichsmaß zu Tage tritt. Hinsichtlich des Potenzgesetzkriechens haben BROWN und ASHBY (1980) mehrere solcher (sogenannter isomechanischer) Gruppen aufgefunden. Im vorliegenden Kontext wurde für die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 eine solche gemeinsame Eigenschaft, nämlich nahezu gleiche $\log C^*$ -Werte trotz unterschiedlicher Paris-Exponenten, identifiziert.

8.2 Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen

Eingeleitet durch die Unterdrückung der Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent der Paris-Gleichung und gestützt durch weitere experimentelle Befunde wurden die untersuchten Aluminiumlegierungen in zwei Gruppen mit charakteristischen Unterschieden im Ermüdungsrißausbreitungsverhalten eingeteilt. Zur Gruppe 1 gehören die Aluminiumlegierungen, die infolge des geringen Kohärenzgrades der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen und deren eingeschränkter Schneidbarkeit für Versetzungen zu welliger Gleitung und damit zu einer homogeneren Gleitverteilung neigen. Rauheitsinduziertes Rißschließen tritt für diese Legierungen nicht auf oder ist schwach, die Paris-Geraden zeigen eine ausgeprägte Fokussierung in einem Punkt. Dagegen zeichnen sich die Legierungen der Gruppe 2 durch einen höheren Kohärenzgrad der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen, deren gute Schneidbarkeit für Versetzungen verbunden mit Gleitebenenentfestigung sowie durch grobe planare Gleitung mit ausgeprägter Verformungslokalisierung aus. Eine der Folgen besteht in der Absenkung der Rißausbreitungsrate im Vergleich zum Fokuspunkt der Gruppe 1 infolge einer bleibenden Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung und rauheitsinduzierten Rißschließens.

Für die Legierungen der Gruppe 1 wird neben der Fokussierung der Paris-Geraden eine ausgeprägte Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten beobachtet, die durch den Werkstoffparameter $z=R_{p0,2}\theta B/K_c^2$ beschrieben werden kann und durch das Spannungsverhältnis R im Bereich $0,1 \lesssim R \lesssim 0,5$ nicht beeinflusst wird. Für diese Legierungen wurden empirische Rißausbreitungsgleichungen ausgearbeitet, die in unterschiedlichen Verallgemeinerungsstufen die folgende Gestalt annehmen:

a) Aluminiumlegierungen der Gruppe 1, Paris-Bereich:

$$\frac{da}{dN} = C^* \left(\frac{\Delta K}{\Delta K^*} \right)^m \quad (8.1a)$$

mit

$$m = 1,84 + 0,499 \frac{R_{p0,2}\theta B}{K_{c0}^2} \quad (8.1b)$$

sowie

$$C^* = 1,65 \cdot 10^{-4} \frac{mm}{LS} \quad \text{und} \quad \Delta K^* = 10 \text{ MPa} \sqrt{m} \quad \text{für } R=0,1 \quad (8.1c)$$

bzw.

$$C^* = 1,00 \cdot 10^{-4} \frac{mm}{LS} \quad \text{und} \quad \Delta K^* = 6,8 \text{ MPa} \sqrt{m} \quad \text{für } R=0,5 \quad (8.1d)$$

b) Legierungen der Gruppe 1, Paris-Bereich, $0,1 \lesssim R \lesssim 0,5$:

$$\frac{da}{dN} = (1+R) \left(\frac{\Delta K}{G} \right)^2 \left(\frac{\Delta K}{(1-R)^{0,65} G \sqrt{L}} \right)^{2\xi} \quad (8.2a)$$

mit

$$L=0,165 \text{ } \mu\text{m}; \quad \xi = m/2 - 1 \quad (8.2b)$$

wobei für Aluminiumlegierungen m aus Gl. (8.1b) eingesetzt werden kann.

c) Legierungen der Gruppe 1, gesamter ΔK -Bereich, $0,1 \lesssim R \lesssim 0,5$:

$$\frac{da}{dN} = (1+R) \frac{\Delta K_S \Delta K_c}{G^2} \left[\frac{\ln\left(\frac{\Delta K}{\Delta K_S}\right)}{\ln\left(\frac{\Delta K_c}{\Delta K}\right)} \right]^\delta \quad (8.3a)$$

mit

$$\delta = \frac{m}{4} \ln\left(\frac{\Delta K_c}{\Delta K_S}\right) \quad (8.3b)$$

wobei für Aluminiumlegierungen wieder m aus Gl. (8.1b) eingesetzt werden kann.

Aus der Vielzahl der publizierten Modelle der Ermüdungsrißausbreitung beschreibt keines die Gesamtheit der für die Gruppe 1 vorliegenden Befunde richtig. Einen neuen Ansatzpunkt bietet vielmehr die Erkenntnis, daß infolge des Auftretens hoher Dehnungsgradienten im Spannungsfeld der Rißspitze das Überschreiten der theoretischen Festigkeit des Kristallgitters möglich wird. Der Paris-Exponent 2 und die richtige Größenordnung des Vorfaktors ergeben sich dann, wenn in jedem Schwingenspiel genau ein Rißwachstumsereignis stattfindet. Dagegen erhält man den Wert $m=4$, wenn jedes Überschreiten einer kritischen akkumulierten Verschiebung u^* (gegebenenfalls mehrmals in einem Schwingenspiel) zu einem Rißwachstumsereignis führt. Die Größenordnung des Vorfaktors sowie die Lage des Fokuspunktes werden richtig wiedergegeben, wenn für u^* ein universeller Wert der Größenordnung $0,15 \text{ } \mu\text{m}$ angesetzt wird. Diese Größe stimmt mit dem charakteristischen Gleit-ebenenabstand in den Simulationen von DESHPANDE u. a. (2002) überein.

Zur Erklärung der Werkstoffabhängigkeit des Paris-Exponenten bietet sich eine Mischungsregel an, die von gewichteten Beiträgen der Mechanismen für $m=2$ und $m=4$ ausgeht. Die Gewichte und in deren Folge der resultierende Paris-Exponent werden dem Anschein nach durch zwei gekoppelte Größeneffekte bestimmt: die finite Skaleninvarianz bezüglich ΔK , sowie die Dehnungsbehinderung, deren Wirkmechanismus man sich als plastizitätsinduziertes Rißschließen vorstellen kann.

Neben dem Kohärenzgrad der Ausscheidungen bzw. dem resultierenden Gleitcharakter der Legierungen sowie den werkstoffabhängigen globalen mechanischen Werkstoffkennwerten (E bzw. G , $R_{p0.2}$, θ , ΔK_S , K_c) wurde im unteren Paris-Bereich bzw. im schwellenwertnahen Bereich ein dritter werkstoffseitiger Einflußfaktor der Ermüdungsrißausbreitung identifiziert. Dieser führt in einem begrenzten ΔK -Bereich zu einer Absenkung der Rißausbreitungsrate, wobei für die Legierung 6013 T6 die maximale Absenkung auftritt, wenn der Wert von $(\Delta K/G)^2$ mit dem mittleren Abstand der im TEM sichtbaren festigkeitsbestimmenden bzw. die Gleitlänge begrenzenden Ausscheidungen ungefähr übereinstimmt.

Durch plausible Annahmen über die potentiellen geschwindigkeitsbestimmenden Schritte und konsequente Anwendung der Dimensionsanalyse wurde ein quantitatives Modell der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung ausgearbeitet, das die experimentellen Befunde zunächst qualitativ und nach Anpassung an die Meßergebnisse für die Aluminiumlegierung 6013 T6 in 3,5%iger NaCl-Lösung (mit Laborluft als Referenzmedium) in den meisten Details auch quantitativ richtig wiedergibt. Das Modell ermöglicht die Kartierung der Dominanzbereiche der geschwindigkeitsbestimmenden Schritte in Abhängigkeit von Frequenz und Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors. Neben Literaturergebnissen sprechen weitere Argumente für die Interpretation der geschwindigkeitsbestimmenden Schritte als

- Erzeugung von schädigendem Wasserstoff,
- chloridionenbeeinflusste Deckschichtbildung auf der frischen Metalloberfläche und Hemmung des Wasserstoffeintritts sowie
- Wasserstoffdiffusion vor die Rißspitze oder zu Versetzungen.

8.3 Möglichkeiten und Grenzen der Voraussage

Der Aspekt der Voraussage der Ermüdungsrißausbreitung in Aluminiumlegierungen wurde bisher bewußt ausgeklammert. Obwohl die Anzahl der zur Beschreibung des Rißausbreitungsverhaltens erforderlichen Parameter durch Anwendung der Dimensions- und Korrelationsanalyse minimiert wurde, enthalten die in dieser Arbeit aufgestellten Rißausbreitungsgleichungen dennoch Fitparameter. Daraus ergibt sich die Konsequenz, daß die angegebenen Gleichungen nur unter Beschränkung auf die in der vorliegenden Arbeit eingehaltenen Versuchsbedingungen und nur für Legierungen der Gruppe 1 als Voraussagegleichungen gelten können.

Eine Anwendung besteht in der Voraussage der Restlebensdauer anrißbehafteter Bauteile unter Belastung mit näherungsweise konstanter Spannungsamplitude (typisch für Rumpfwerkstoffe) zum Zwecke der Bestimmung des Inspektionsintervalls von Flugzeugen. Hierzu bedarf es der numerischen Integration der relevanten Rißausbreitungsgleichung $da/dN=f(\Delta K)$ in den Grenzen von der vorhandenen oder als

potentiell vorhanden angenommenen Anrißlänge a_0 bis zur kritischen Rißlänge a_c , wobei zusätzlich Sicherheitsfaktoren zu berücksichtigen sind:

$$N_R = \int_{a_0}^{a_c} \frac{da}{f[\Delta K(a)]} \quad (8.4)$$

Die Anrißlänge a_0 , die sich aus der unteren Nachweisgrenze eines eingesetzten zerstörungsfreien Prüfverfahrens ergibt, entspricht typischerweise einem ΔK -Wert im Paris-Bereich. Die Integration bis a_c führt zwar aus dem Paris-Bereich hinaus, der Fehler, der aus der Anwendung der Paris-Gleichung (z. B. in Gestalt von Gl. (8.1)) resultiert, ist aber gering. Der instabilitätsnahe Bereich ist bedeutsam, wenn der Flugzeugrumpf auf Widerstand gegen große Schäden (SWIFT 1999) ausgelegt wird, wie sie (in seltenen Fällen) beim Aufprall eines Gegenstands vorkommen können. Hier bietet sich der aus finiter Skaleninvarianz resultierende Gleichungstyp (z. B. Gl. (8.3)) an, wobei die Tatsache bedeutsam ist, daß diese Gleichung in den vorliegenden Fällen im Gegensatz zur Forman-Gleichung auf eine konservative Beschreibung der Rißausbreitung führt. Für die Erscheinung des "Multiple site damage" sind Rißausbreitungsraten im Bereich von 10^{-5} bis oberhalb 10^{-4} mm/Lastspiel charakteristisch (WANHILL und KOOLLOOS 2001), was nach Bild 7.7 für Aluminiumlegierungen dem ΔK -Bereich von etwa 5 bis 10 MPa m^{1/2} entspricht. In diesem Bereich muß die in der vorliegenden Arbeit festgestellte gefügebedingte Retardation der Rißausbreitung in Rechnung gestellt werden.

Gl. (8.4) stellt in Verbindung mit einer geeigneten Rißausbreitungsgleichung einen Ausgangspunkt für Empfindlichkeitsstudien dar. Auf dieser Grundlage kann für die Aluminiumlegierungen der Gruppe 1 der Einfluß einzelner Werkstoffparameter auf die Restlebensdauer isoliert bewertet und dem Einfluß der Bauweise, der durch die Funktion $K(a)$ erfaßt wird, gegenübergestellt werden.

Für die Aluminiumlegierungen der Gruppe 2 liegen keine entsprechenden Voraussagegleichungen vor. Dies würde die quantitative Voraussage sowohl des Rauheitsprofils der Bruchfläche, als auch der bleibenden Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung voraussetzen.

Für die umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung in der Aluminiumlegierung 6013 T6 (mit Abstrichen in der Genauigkeit auch T4) in 3,5%iger NaCl-Lösung liegt neben der Voraussagemöglichkeit des jeweiligen geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes (Bilder 4.6 und 6.14) auch für die Rißausbreitungsraten gemäß Gl. (4.77) ein grobes Voraussagemodell vor. Darin sind die in Abschnitt 6.2.5 ermittelten Größen $C_a q = 51,7$ Hz, $C_b / v = 5,09 \cdot 10^8$ s/m und $C_c^2 D = 1,21 \cdot 10^{-13}$ m²/s einzusetzen, so daß Gl. (4.77) die folgende Gestalt annimmt:

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{NaCl} = \left(1 + \frac{1}{0,019f + 9,6\Delta K^{-2}f^{-1} + 0,00059\Delta K^2 f^{1/2}}\right) \cdot \left(\frac{da}{dN}\right)_{Luft} \quad (8.5)$$

In Gl. (8.5) sind für die Frequenz f und den ΔK -Wert die Einheiten Hz bzw. MPa m^{1/2} zu verwenden. Gl. (8.5) sagt für die Belastungsfrequenzen im sub-mHz-Bereich, die für den Flugzeugrumpf charakteristisch sind, im gesamten ΔK -Bereich bis ΔK_c keine im Vergleich zu Laborluft erhöhten Rißausbreitungsraten voraus.

9. Zusammenfassung und Ausblick

Die vorliegende Arbeit ruht auf zwei Säulen: Die eine besteht in der Aufbereitung, Erprobung und konsequenten Anwendung von Methoden der Skaleninvarianzanalyse, die andere in einem breiten Fundus an experimentellen Daten für aushärtbare Aluminiumknetlegierungen in der Form dünner Bleche, die unter gleichartigen, streng kontrollierten Bedingungen gewonnen worden sind.

Als methodische Weiterentwicklungen sind die Fundierung des Umgangs mit der algebraischen Korrelation zwischen Vorfaktor und Exponent einer beliebigen Potenzgleichung, die Übertragung des Ansatzes der finiten Skaleninvarianz auf die Ermüdungsrißausbreitung sowie die Kombination der Idee eines geschwindigkeitsbestimmenden Schrittes mit der Dimensionsanalyse der umgebungsabhängigen Ermüdungsrißausbreitung bis hin zur Kartierung der geschwindigkeitsbestimmenden Schritte zu nennen.

Auf experimenteller Seite wurde eine Datensammlung mit gemessenen Streubändern für die Ermüdungsrißausbreitung und das Verfestigungsverhalten von 39 Orientierungen bzw. Auslagerungszuständen von Aluminiumlegierungen aufgebaut. Diese Sammlung wird durch ausgewählte Messungen der Ermüdungsrißausbreitung im schwellenwertnahen Bereich, Restfestigkeitsversuche, Rißschließmessungen, Rauheitsmessungen an Bruchflächen, frequenzabhängige Messungen zum Umgebungseinfluß sowie Untersuchungen an drei Stählen und einer Magnesiumlegierung sinnvoll ergänzt.

Auf der Basis der Meßdaten und der Analysemethoden wurde der Werkstoffeinfluß auf die Ermüdungsrißausbreitung in dünnen Blechen aus Aluminiumknetlegierungen bei Belastung mit konstanter Amplitude im Gültigkeitsbereich der linear-elastischen Bruchmechanik untersucht. Dabei wurden folgende Größen als wesentliche Einflußfaktoren identifiziert:

- für die Gruppenzugehörigkeit: der Kohärenz- und Ordnungsgrad der festigkeitsbestimmenden Ausscheidungen und die resultierende Gleitverteilung,
- für den gemeinsamen Vorfaktor der Legierungen der Gruppe 1: die elastischen Eigenschaften und das Spannungsverhältnis (Translation der Paris-Geraden),
- für die Exponenten der Legierungen der Gruppe 1: 0,2%-Dehngrenze, athermischer Verfestigungsparameter, Probendicke und K_c -Wert in der Kombination $R_{p0,2} \theta B / K_c^2$ (Rotation der Paris-Geraden),
- für die Legierungen der Gruppe 2: das Ausmaß der Rißablenkung und eine bleibende Mode-II-Komponente der Rißöffnungsverschiebung,
- für den Umgebungseinfluß der Legierung 6013 T6: Frequenz und Schwingbreite des Spannungsintensitätsfaktors.

Die Diskussion umfaßt den wertenden Vergleich der experimentellen Ergebnisse mit Befunden und Modellen aus der Literatur, Erklärungsansätze für die Ursachen der Einflußnahme der wesentlichen Parameter sowie einen Modellansatz für die Legierungen der Gruppe 1 auf der Basis einer Mischungsregel. Dabei hatte sich erwiesen, daß keines der aus der Literatur bekannten Modelle alle Befunde richtig wiedergibt. Einige der ausgearbeiteten Erklärungsansätze bedürfen der zukünftigen Vertiefung.

Hierzu werden folgende Vorschläge unterbreitet:

- Eine Erweiterung der Datenbasis durch Aufnahme der Schwellenwerte der Ermüdungsrißausbreitung und die direkte Erfassung des Dickeneinflusses auf die Rißausbreitungsrate sind für die fundiertere Interpretation der Einflußfaktoren hilfreich.
- Der Modellierungsaspekt ist künftig stärker in den Vordergrund zu rücken. Ein grundlegendes Verständnis der Skalierung von ΔK mit E bzw. G ist weiterhin erforderlich. Bedeutsam erscheint hierfür eine verbesserte quantitative Beschreibung des Spannungsfeldes vor der Rißspitze im Dominanzbereich hoher Dehnungsgradienten.
- Die Hypothese zur Ursache der Abweichung von der Linearität der Rißausbreitungskurve im unteren Paris-Bereich bzw. im schwellenwertnahen Bereich ist künftig zu hinterfragen. Hierzu bedarf es der Durchführung quantitativer Gefügeanalysen.
- Modelle für die Intensität der Rißablenkung und für die bleibende Mode-II-Rißöffnungsverschiebung sind zu entwickeln, um über rauheitsinduziertes Rißschließen die Absenkung der Rißausbreitungsrate der Legierungen der Gruppe 2 vorauszusagen.
- Ungeachtet gewichtiger Argumente für die Anwendbarkeit des vorgeschlagenen Modells für umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung sind weitere Beweise und fundiertere Interpretationen der Teilschritte erforderlich. Die wohlüberlegte Übertragung des Modells auf andere Legierungen und die Erklärung der Unterschiede stellen neben einem vertieften Verständnis der Wirkmechanismen einen möglichen Zugang dar.

Dank

Der Ausführung dieser Arbeit waren in jeder Phase Förderung und Unterstützung entgegengebracht worden. Meinen herzlichen Dank an Prof. H. Worch für die Ermutigung, diese Arbeit in Angriff zu nehmen, sowie an Prof. G. Zouhar für das Durchlesen des Konzepts und Verbesserungsvorschläge; an Frau H. Bersch, Frau R. Bläsner, Herrn K.-H. Haase, Herrn B. Willers, Herrn J. Göhler, Herrn C. Linke, Frau Dr. U. Bergmann, Frau Dr. C. Blank, Frau P. Lutze, Frau Dr. K. Nocke, Frau Dr. I. Haase und Frau Dr. B. Vetter für methodische und experimentelle Unterstützung sowie die Bereitstellung von Ergebnissen; Herrn Dr. G. Tempus, Herrn H. Schnell, Herrn W. Zink und Herrn H. Stehmeier (alle EADS Airbus GmbH), Herrn Dr. R. Franke (IMA Dresden GmbH) sowie Herrn M. Windisch (MAN Technologie GmbH) für die Bereitstellung von Werkstoffen und die Vermittlung von Praxiserfahrungen. Einen besonderen Dank möchte ich an Prof. M. Schaper richten, der mir einige der Ideen und Konzepte der Ermüdungsrißausbreitung nähergebracht hat.

Literatur

- Albrecht, J., Bernstein, I. M. und Thompson, A. W., 1982, Evidence for dislocation transport of hydrogen in aluminum, *Metall. Trans.* **13A**, 811-820.
- Argon, A. S., 1996, Mechanical properties of single-phase crystalline media, in: R.W. Cahn, P. Haasen (Eds.), *Physical metallurgy*, Elsevier, Amsterdam, Vol. III, 1877-2007.
- Argon, A. S. und Bhattacharya, A. K., 1987, Primary creep in nickel: experiment and theory, *Acta Metall.* **35**, 1499-1514.
- Ashby, M. F., 1970, The deformation of plastically non-homogeneous alloys, *Phil. Mag.* **21**, 399-424.
- Ashby, M. F., 1972, A first report on deformation-mechanism maps, *Acta Metall.* **20**, 887-897.
- Austen, I. M. und McIntyre, P., 1979, Corrosion fatigue of high-strength steel in low-pressure hydrogen gas, *Metals Sci.* **13**, 420-428.
- Bach, C. v., 1913, *Die Maschinen-Elemente*, Alfred Kröner Verlag, Leipzig.
- Bailey, R.W., 1929, Creep of steel under simple and compound stresses, and the use of high initial temperature in steam power plant, *Trans. World Power Conf.*, Vol. 3, Tokyo.
- Bailon, J.-P. und Antolovich, D., 1983, Effect of microstructure on fatigue crack propagation: A review of existing models and suggestions for future research, in: *Fatigue mechanisms: Advances in quantitative measurement of physical damage*, ASTM STP 811, Philadelphia, 313-349.
- Bailon, J.-P., Masounave, J. und Bathias, C., 1977, On the relationship between the parameters of Paris' law for fatigue crack growth in aluminium alloys, *Scripta Metall.* **11**, 1101-1106.
- Bailon, J.-P. und Antolovich, D., 1983, Effect of microstructure on fatigue crack propagation: A review of existing models and suggestions for future research, in: *Fatigue mechanisms: Advances in quantitative measurement of physical damage*, ASTM STP 811, Philadelphia, 313-349.
- Barenblatt, G. I., 1979, Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics, (Übersetzung aus dem Russischen), Consultants Bureau, New York.
- Barenblatt, G. I., 1996, *Scaling, self-similarity, and intermediate asymptotics*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Barenblatt, G. I. und Botvina, L. R., 1981, Incomplete self-similarity of fatigue in the linear range of crack growth, *Fatigue Engng. Mater. Struct.* **3**, 193-202.
- Basquin, O. H., 1910, The exponential law of endurance tests, *Proc. ASTM* **11**, 625.
- Bastien, P. und Azou, P., 1951, *C. R. Acad. Sci. Paris* **232**, 1845-1848.
- Bates, R. C. und Clark, Jr., W. G., 1969, *Fractography and fracture mechanics*, *Trans. ASM* **62**, 380-389.
- Bathias, C., 1977, Corrosion fatigue of aluminium alloys, Paper presented at the 44th Meeting of the Structures and Materials Panel of AGARD, Advisory Group for Aerospace Research and Development, North Atlantic Treaty Organization, Neuilly sur Seine, 4/1-4/9.
- Bäumel, A. und Seeger, T., 1990, *Materials Data for cyclic loading*, Supplement 1, Elsevier, Amsterdam.
- Beevers, C. J. und Carlson, R. L., 1986, A consideration of significant factors controlling fatigue thresholds, in: *Fatigue crack growth - 30 years of progress*, R. A. Smith (Ed.), Pergamon Press, Oxford, 89-101.

- Begley, M. R. und Hutchinson, J. W., 1998, The mechanics of size-dependent indentation, *J. Mech. Phys. Sol.* **46**, 2049-2068.
- Bergmann, U., 1997, Benutzer-Manual Programm Tensile Test, TU Dresden, Institut für Werkstoffwissenschaft.
- Bergner, F., 1996a, Ultraschall-Impuls-Laufzeit-Messung zur Materialcharakterisierung, DGZfP-Berichtsband 54, Deutsche Gesellschaft für Zerstörungsfreie Prüfung, Berlin, 109-119.
- Bergner, F., 1996b, Auswirkungen von numerischen Näherungen und Meßfehlern auf Ermüdungsrißausbreitungskurven, DVM-Bericht 200, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung, Berlin, 467-474.
- Bergner, F., 2000, Lineare Regression im Lichte der Dualität von Punkt und Gerade, *Die Wurzel - Zeitschrift für Mathematik* **34**, 175-180.
- Bergner, F., 2002a, Anwendung des Konzepts der finiten Skaleninvarianz auf die Ermüdungsrißausbreitung im Gültigkeitsbereich der LEBM, in: 34. Tagung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, DVM-Bericht 234, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung, Berlin, S. 57-66.
- Bergner, F., 2002b, A formalism to model environment-sensitive fatigue crack growth, in: *Fracture Mechanics Beyond 2000*, Proc. ECF 14, A. Neimitz, I. V. Rokhach, D. Kocanda, K. Golos (Eds.), EMAS, Sheffield, Vol. I, 233-240.
- Bergner, F., Schaper, M. und Bergmann, U., 1998, Analyse von Rißschließvorgängen mit Ultraschallverfahren, DVM-Bericht 230, DVM, Berlin, 151-160.
- Bergner, F. und Zouhar, G., 2000, A new approach to the correlation between the coefficient and the exponent in the power law equation of fatigue crack growth, *Int. J. Fatigue* **22**, 229-239.
- Bergner, F. und Zouhar, G., 2002, On the factors affecting the propagation of long fatigue cracks in thin-sheet wrought aluminium alloys, *Int. J. Fatigue*, eingereicht.
- Bergner, F., Zouhar, G. und Tempus, G., 2001, The material-dependent variability of fatigue crack growth rates of aluminium alloys in the Paris regime, *Intern. J. Fatigue* **23**, 383-394.
- Bergner, F., Bersch, H., Worch, H. und Zouhar, G., 2002a, Mapping of the rate-controlling steps for environment-assisted fatigue crack growth applied to the aluminium alloy 6013 T6, *Intern. J. Fatigue* **24**, 831-839.
- Bergner, F., Zouhar, G. und Blank, C., 2002b, A new reference equation for K-valid fatigue crack growth, in: *Proc. 8th Intern. Fatigue Congr.*, A. F. Blom (Ed.), EMAS, Cradley Heath, Vol. 4, 2743-2750.
- Betten, J., 1993, *Kontinuumsmechanik*, Springer, Berlin.
- Birnbaum, H. K. und Sofronis, P., 1994, Hydrogen-enhanced localized plasticity - a mechanism for hydrogen-related fracture, *Mater. Sci. Engng.* **A176**, 191-202.
- Blank, C. und Brandt, K., 2001, TU Dresden, Institut für Werkstoffwissenschaft, unveröffentlicht.
- Blum, W., 1993, High-temperature deformation and creep of crystalline solids, in: H. Mughrabi (ed.), *Plastic deformation and fracture of materials*, *Materials Science and Technology Vol. 6*, VCH, Weinheim, 359-406.
- Blumenauer, H. und Pusch, G., 1993, *Technische Bruchmechanik*, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig.
- Boller, C. und Seeger, T., 1987, *Materials Data for cyclic loading*, Part A to E, Elsevier, Amsterdam.

- Borrego, L. P., Ferreira, J. M. und Costa, J. M., 2001, Fatigue crack growth and crack closure in an AlMgSi alloy, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* **24**, 255-265.
- Bowen, A. W., 1977, Corrosion fatigue of aluminium and titanium alloys and steels, Paper presented at the 44th Meeting of the Structures and Materials Panel of AGARD, Advisory Group for Aerospace Research and Development, North Atlantic Treaty Organization, Neuilly sur Seine, 1/1-1/25.
- Bülfinger, G. B., 1729, De Solidorum Resistentia Specimen, *Commentari Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae* **4**, 164.
- Brown, A. M. und Ashby, M. F., 1980, On the power-law creep equation, *Scripta Metall.* **14**, 1297-1302.
- Budiansky, B. und Hutchinson, J. W., 1978, Analysis of closure in fatigue crack growth, *J. Appl. Mech.* **45**, 267-276.
- Cavallini, M. und Iacoviello, F., 1991, Fatigue models for Al alloys, *Intern. J. Fatigue* **13**, 442-446.
- Cavallini, M. und Iacoviello, F., 1995, A statistical analysis of fatigue crack growth in a 2091 Al-Cu-Li alloy, *Int. J. Fatigue* **17**, 135-139.
- Chan, K. S., 1993, Scaling laws for fatigue crack growth of large cracks in steels, *Metall. Trans. A* **24A**, 2473-2486.
- Chang, T. und Guo, W., 1999, Effects of strain hardening and stress state on fatigue crack closure, *Intern. J. Fatigue* **21**, 881-888.
- Christ, H.-J., 1991, *Wechselverformung von Metallen*, Springer-Verlag, Berlin.
- Coble, R., 1963, A model for boundary diffusion controlled creep in polycrystalline materials, *J. Appl. Phys.* **34**, 1679-1682.
- Coffin, L.F.Jr., 1954, A study of the effects of cyclic thermal stresses on a ductile metal, *Trans. ASME* **76**, 931-950.
- Collipriest, J. E., 1972, An experimentalist's view on the surface flaw problem, in: *The surface crack. Physical problems and computational solutions*, ASME, 43-62.
- Cortie, M. B., 1991, The irrepressible relationship between the Paris law parameters, *Engng. Fract. Mech.* **40**, 681-682.
- Czichos, H. (Hrsg.), 1989, *Hütte - Grundlagen der Ingenieurwissenschaften*, Springer-Verlag, Berlin.
- Davidson, D. L. und Lankford, J., 1992, Fatigue crack growth in metals and alloys: Mechanisms and micromechanics, *Int. Mater. Rev.* **37**, 45-76.
- Davies, K. B. und Feddersen, C. E., 1974, Development and application of a fatigue-crack-propagation model based on the inverse hyperbolic tangent function, *Proc. 15th Structures, Structural Dynamics and Materials Conf., AIAA Paper 74-368*, American Institute of Aeronautics and Astronautics, New York, 2-7.
- Deshpande, V. S., Needleman, A. und Van der Giessen, E., 2002, Discrete dislocation modeling of fatigue crack propagation, *Acta Mater.* **50**, 831-846.
- Donald, J. K., Bray, G. H. und Bush, R. W., 1997, Introducing the K_{\max} sensitivity concept for correlating fatigue crack growth data, in: *High cycle fatigue of structural materials* (W. O. Soboyejo und T. S. Srivatsan (Eds.)), TMS, Warrendale, 123-141.
- Dowling, N. E. und Begley, J. A., 1976, Fatigue crack growth during gross plasticity and the J-integral, in: *Mechanics of crack growth*, ASTM STP 590, Philadelphia, 82-103.

- Dubrulle, B., 1997, Statistical scale symmetry breaking, in: B. Dubrulle, F. Graner, D. Sornette (Eds.), *Scale invariance and beyond*, EDP Sciences, Les Ulis; Springer, Berlin.
- Dubrulle, B., 2000, Finite size scale invariance, *Eur. Phys. J. B* **14**, 757-771.
- Dugdale, D. S., 1960, Yielding of steel sheets containing slits, *J. Mech. Phys. Sol.* **8**, 100-104.
- Duva, J. M., Daeubler, M. A., Starke, E. A. und Luetjering, G., 1988, Large shearable particles lead to coarse slip in particle reinforced alloys, *Acta Metall.* **36**, 585-589.
- Elber, W., 1970, Fatigue crack closure under cyclic tension, *Engng. Fract. Mech.* **2**, 37-45.
- Elber, W., 1971, The significance of fatigue crack closure, in: *Damage tolerance in aircraft structures*, ASTM STP 486, Philadelphia, 230-242.
- Elssner, G., Korn, D. und Rühle, M., 1994, The influence of interface impurities on fracture energy of UHV diffusion bonded metal-ceramic bicrystals, *Scripta Metall. Mater.* **31**, 1037-1042.
- Ellyin, F., 1986, Crack growth rate under cyclic loading and effect of different singularity fields, *Engng. Fract. Mech.* **25**, 463-473.
- Ellyin, F., 1997, *Fatigue damage, crack growth and life prediction*, Chapman & Hall, London.
- Fine, M. E. und Davidson, D. L., 1983, Quantitative measurement of energy associated with a moving fatigue crack, in: *Fatigue mechanisms: Advances in quantitative measurement of physical damage*, ASTM STP 811, Philadelphia, 350-370.
- Ford, F. P., 1979, Corrosion fatigue crack propagation in aluminum-7% magnesium alloy, *Corrosion* **35**, 281-287.
- Forman, R. G., Kearney, V. E. und Engle, R. M., 1967, Numerical analysis of crack propagation in cyclic loaded structures, *J. of Basic Engng.* **89**, 459-464.
- Forsyth, P. J. E., 1962, A two stage process of fatigue crack growth, *Proc. of the Crack Propagation Symposium*, Vol. 1, 76-94.
- Forsyth, P. J. E. und Ryder, D. A., 1961, Some results of the examination of aluminium alloy specimen fracture, *Metallurgia* **63**, 117-124.
- Fritsch, M., 2001, *Untersuchung der Unterschiede in der Ermüdungsrißausbreitung bei den Spannungsverhältnissen $R=0,1$ und $R=0,5$ an Aluminiumlegierungen für die Luft- und Raumfahrt*, Belegarbeit, TU Dresden, Institut für Werkstoffwissenschaft.
- Frost, H. J. und Ashby, M. F., 1982, *Deformation-mechanism maps*, Pergamon Press, Oxford.
- Frost, N. E. und Dixon, J. R., 1967, A theory of fatigue crack growth, *Int. J. Fract. Mech.* **3**, 301-315.
- Gangloff, R. P. und Wei, R. P., 1977, Gaseous hydrogen embrittlement of high-strength steels. *Metall. Trans. A* **18A**, 1043-1053.
- Gao, H., Huang, Y. und Nix, W. D., 1999, Modeling plasticity at the micrometer scale, *Naturwissenschaften* **86**, 507-515.
- Gasem, Z. M. und Gangloff, R. P., 2000, Effect of temper on environmental fatigue crack propagation in 7000-series aluminum alloys, *Mater. Sci. Forum* **331-337**, 1479-1488.
- Gellert, W., Kästner, H. und Neuber, S. (Hrsg.), 1979, *Lexikon der Mathematik*, VEB Bibliographisches Institut, Leipzig.
- Gensamer, M., 1945, Strength and ductility, *Trans. ASM* **36**, 30-60.

- Gerold, V. und Karnthaler, H. P., 1989, On the origin of planar slip in f.c.c. alloys, *Acta Metall.* **37**, 2177-2183.
- Gest, R. J. und Troiano, A. R., 1972, Hydrogen embrittlement and stress corrosion cracking in aluminum alloys. In: *L'Hydrogene dans les Metaux*. Paris: Editions Science et Industrie, 427-32.
- Gil Sevillano, J., 1993, Flow stress and work hardening, in: H. Mughrabi (ed.), *Plastic deformation and fracture of materials*, *Materials Science and Technology Vol. 6*, VCH, Weinheim, 19-88.
- Gil Sevillano, J., 2001, The effective threshold for fatigue crack propagation: A plastic size effect?, *Scripta Mater.* **44**, 2661-2665.
- Gingell, A. D. B. und King, J. E., 1997, The effect of frequency and microstructure on corrosion fatigue crack propagation in high strength aluminium alloys, *Acta Mater.* **45**, 3855-3870.
- Gleiter, H. und Hornbogen, E., 1965, Theorie der Wechselwirkung von Versetzungen mit kohärenten geordneten Zonen (I), *phys. stat. sol.* **12**, 235-250.
- Göhler, J., 2000, Untersuchung des Rißschließeffects bei der Ermüdungsrißausbreitung an der Aluminium-Lithium-Legierung 8090 T81, Belegarbeit, TU Dresden, Institut für Werkstoffwissenschaft.
- Görtler, H., 1975, *Dimensionsanalyse*, Springer-Verlag, Berlin.
- Green, A. M. und Knott, J. F., 1989, Effects of environment and frequency on the long fatigue crack growth of aluminium alloy 7475, in: *Advances in fracture research*, *Proc. ICF7*, Pergamon Press, Oxford, Vol. 2, 1747-1756.
- Griffith, A. A., 1921, The phenomena of rupture and flow in solids, *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.* **A221**, 163-198.
- Grinberg, N. M., 1984, *Int. J. Fatigue* **6**, 229-242.
- Guo, W., Wang, C. H. und Rose, L. R. F., 1999, The influence of cross-sectional thickness on fatigue crack growth, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* **22**, 437-444.
- Guo, Y., Huang, Y., Gao, H., Zhuang, Z. und Hwang, K. C., 2001 Taylor-based nonlocal theory of plasticity: numerical studies of the microindentation experiments and crack tip fields, *Int. J. Sol. Struct.* **38**, 7447-7460.
- Haase, I., Nocke, K., Worch, H., Zouhar, G. und Tempus, G., 2001a, Untersuchungen zum Ermüdungsverhalten der Aluminiumlegierung AA 6013 T6 in korrosivem Medium, *Prakt. Metallogr.* **38**, 119-137.
- Haase, I., Nocke, K., Ruhnaw, M. und Worch, H., 2001b, Verhalten grober Ausscheidungen in der Aluminiumlegierung AA 6013 T6 bei zyklischer Belastung in korrosivem Medium, *Prakt. Metallogr.* **38**, 647-660.
- Herold, H., Streitenberger, M., Zinke, M., Orazi, L. und Cammarota, G. P., 2000, An experimental and theoretical approach for an estimation of ΔK_{th} , *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* **23**, 805-812.
- Herring, C., 1950, Diffusionals viscosity of a polycrystalline solid, *J. Appl. Phys.* **21**, 437-445.
- Hertzberg, R. H., 1993, A simple calculation of $da/dN-\Delta K$ data in the near threshold regime and above, *Int. J. Fract.* **64**, R53-R58.
- Hickerson, J. P. und Hertzberg, R. W., 1972, The role of mechanical properties in low-stress fatigue crack propagation, *Metal. Trans. A* **3A**, 179-189.
- Hill, R., Storakers, B., und Zdunek, A.B., 1989, A theoretical study of the Brinell hardness test, *Proc. R. Soc. Lond. A* **423**, 301-330.
- Hollomon, J. H., 1945, Tensile Deformation, *Transactions AIME* **162**, 168-290.

- Holroyd, N. J. H. und Hardie, D., 1983, Factors controlling crack velocity in 7000 series aluminium alloys during fatigue in an aggressive environment. *Corrosion Sci.* **23**, 527-546.
- Hornbogen, E., 1967, Diskussionsbemerkung, *Z. Metallkunde* **58**, 31.
- Hornbogen, E. und Zum Gahr, K.-H., 1975, Distribution of plastic strain in alloys containing small particles, *Metallography* **8**, 181-202.
- Hornbogen, E. und Zum Gahr, K.-H., 1976, Microstructure and fatigue crack growth in a γ -Fe-Ni-Al alloy, *Acta Metall.* **24**, 581-592.
- Huang, J. C. und Ardell, A. J., 1988, Addition rules and the contribution of δ' precipitates to strengthening of aged Al-Li-Cu alloys, *Acta Metall.* **36**, 2995-3006.
- Hübner, P., Gärtner, S., Pusch, G. und Holze, J., 1999, Einfluß des Gefüges auf die Reißwachstumseigenschafteneiner AlMgSi1 Legierung, in: 31. Tagung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, DVM-Bericht 231, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung, Berlin, S. 297-305.
- Hübner, P. und Pusch, G., 2002, Zyklisches Reißwachstumsverhalten von Baustählen und deren Schweißverbindungen - Analytische Aufbereitung für die Nutzung des Programms ESACRACK, in: 34. Tagung des DVM-Arbeitskreises Bruchvorgänge, DVM-Bericht 234, Deutscher Verband für Materialforschung und -prüfung, Berlin, S.129-138.
- Hutchinson, J.W., 1968, Singular behavior at the end of a tensile crack in a hardening material, *J. Mech. Phys. Solids* **16**, 13-31.
- Iost, A., 1991, The effect of load ratio on the m-lnC relationship, *Int. J. Fatigue* **13**, 25-33.
- Iost, A. und Lesage, J., 1990, On the existence of a pivot point for stage II fatigue crack growth, *Engng. Fract. Mech.* **26**, 585-596.
- Jarema, C. Ja., 1981, (in Russisch), *Fiziko-chimiczeskaja mehanika materialov* **17**, 100-110.
- Jiang, H., Huang, Y., Zhuang, Z. und Hwang, K. C., 2001, Fracture in mechanism-based strain gradient plasticity, *J. Mech. Phys. Sol.* **49**, 979-993.
- Jo, B. L., Park, D. S. und Nam, S. W., 1996, Effect of Mn dispersoid on the fatigue crack propagation of Al-Zn-Mg alloys, *Metall. Mater. Trans. A* **27A**, 490-493.
- Kanninen, M. F. und Popelar, C. H., 1985, *Advanced fracture mechanics*, Oxford University Press, New York.
- Kassner, M.E. und Perez-Prado, M.-T., 2000, Five-power-law creep in single phase metals and alloys, *Progress Mater. Sci.* **45**, 1-102.
- Kemp, R. M. J., Wilson, R. N. und Gregson, P. J., 1991, The role of crack closure in corrosive fatigue of aluminium alloy plate for aerospace structures, *Proc. Joint FEEG/ICF Int. Conf. on Fract. Engng. Mater. Struct.*, Singapore, 700-705.
- Khen, R. und Altus, E., 1995, Micro-macro relations for fatigue crack growth, *Mechanics of Materials* **19**, 89-101.
- Kienle, L., 1994, *Größen, Größenkalkül, Dimensionsanalyse*, Verlag Franzbecker, Hildesheim.
- Kikukawa, M., Jono, M., Tanaka, K. und Takatani, M., 1976, (in Japanisch), *J. Soc. Mater. Sci. (Japan)* **25**, 899-903.
- Kitagawa, H., 1972, (in Japanisch), *J. Jap. Soc. Mech. Engrs.* **75**, 1068-1080.
- Klein, F., 1997, *Das Erlanger Programm, Vergleichende Betrachtungen über neuere geometrische Forschungen*, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Band 253, Verlag Harri Deutsch.

- Kobayashi, T., 2000, Strength and fracture of aluminum alloys, *Mater. Sci. Engng. A280*, 8-16.
- Kocks, U. F., 1976, Laws for work-hardening and low-temperature creep, *J. Engng. Mater. Technol. (Trans. ASME)* **98**, 76-85.
- Kohout, J., 1999, A new function describing fatigue crack growth curves, *Int. J. Fatigue* **21**, 813-821.
- Krenn, C. R., Roundy, D., Morris Jr., J. W. und Cohen, M. L., 2001, The non-linear elastic behavior and ideal shear strength of Al and Cu, *Mater. Sci. Engng. A317*, 44-48.
- Kubin, L. P., 1993, Dislocation patterning, in: H. Mughrabi (ed.), *Plastic deformation and fracture of materials, Materials Science and Technology Vol. 6*, VCH, Weinheim, 137-190.
- Kuhlmann-Wilsdorf, D., 1999, The theory of dislocation-based crystal plasticity, *Phil. Mag. A* **79**, 955-1008.
- Kujawski, D., 2001, A new $(\Delta K + K_{\max})^{0.5}$ driving force parameter for crack growth in aluminium alloys, *Intern. J. Fatigue* **23**, 733-740.
- Kujawski, D. und Ellyin, F., 1984, A fatigue crack propagation model, *Engng. Fract. Mech.* **20**, 695-704.
- Laird, C., 1967, The influence of metallurgical structure on the mechanisms of fatigue crack propagation, in: *Fatigue crack propagation, ASTM STP 415*, Philadelphia, 131-168.
- Laird, C., 1979, Mechanisms and theories of fatigue, in: *Fatigue and microstructure*, ASM, Materials Park, 149-203.
- Laird, C., und Smith, G. C., 1962, Crack propagation in high stress fatigue, *Phil. Mag.* **7**, 847-857.
- Lang, M., 2000a, A model for fatigue crack growth, part I: phenomenology, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* **23**, 587-601.
- Lang, M., 2000b, A model for fatigue crack growth, part II: modelling, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* **23**, 603-617.
- Lee, D. H., Park, J. H. und Nam, S. W., 1999, Enhancement of mechanical properties of Al-Mg-Si alloys, by means of manganese dispersoids, *Mater. Sci. Technol.* **15**, 450-455.
- Leonov, M. Ya. und Panasyuk, V. V., 1959, Growth of the minutest crack in a brittle body (in Ukrainisch), *Prikladnaya Mekhanika* **5**, 391-401.
- Li, D. M., Nam, W. J. und Lee, C. S., 1998, An improvement on prediction of fatigue crack growth from low cycle fatigue properties, *Engng. Fract. Mech.* **60**, 397-406.
- Linke, C., 2002, Umgebungsabhängige Ermüdungsrißausbreitung in den Legierungen 6013 T6 und Al-Mg-Sc, Belegarbeit, TU Dresden, Institut für Werkstoffwissenschaft.
- Lorimer, G. W., 1978, Precipitation in aluminium alloys, in: *Precipitation processes in solids, Conf. Proceedings*, K. C. Russell, H. J. Aaronson (Eds.), AIME, Warrendale, 87-119.
- Ludwik, P., 1909, *Elemente der Technologischen Mechanik*, Springer-Verlag, Berlin.
- Lütjering, G., Gysler, A. und Albrecht, J., 1996, Influence of Microstructure on fatigue resistance, in: *Proc. 6th Intern. Fatigue Congr.*, G. Lütjering und H. Nowack (Eds.), Elsevier, Oxford, Vol. II, 893-904.
- Lynch, S. P., 2002, Mechanistic aspects of environmentally assisted fatigue, in: *Proc. 8th Intern. Fatigue Congr.*, A. F. Blom (Ed.), EMAS, Cradley Heath, Vol. 1, 747-754.

- Macherauch, E., 1990, Praktikum in Werkstoffkunde, Vieweg, Braunschweig.
- Macmillan, N. H., 1983, The ideal strength of solids, in: Latanision, R. M. und Pickens, J. R. (Eds.), Atomistics of fracture, Plenum Press, New York, S. 95-165.
- Magnin, Th., 1995, Advances in corrosion-deformation interactions, Materials Science Forum, Vol. 202, Trans Tech Publications, Uetikon a. S. (Schweiz).
- Magnin, Th., 1996, Recent advances in the environment sensitive fracture mechanisms of aluminium alloys, Materials Science Forum, Vols. **217-222**, 83-94.
- Mandelbrot, B. B., 1982, The fractal geometry of nature, Freeman, San Francisco.
- Manson, S. S., 1953, Behavior of materials under conditions of thermal stress, NACA TN-2933.
- McCartney, L. N. und Irving, P. E., 1977, Comments on: „A correlation for fatigue crack growth rate”, Scripta Metall. **11**, 181-183.
- McClintock, F. A., 1963, On the plasticity of the growth of fatigue cracks, in: Fracture of solids, D. C. Drucker und J. J. Gilman (Eds.), Interscience, New York, 65-102.
- McClintock, F. A., 1967, Discussion, in: Fatigue crack propagation, ASTM STP 415, American Society of Testing and Materials, Philadelphia, S. 170-174.
- McClintock, F. A., 1997, The Paris law for fatigue crack growth in terms of the crack tip opening displacement, in: High cycle fatigue of structural materials (eds. W. O. Soboyejo, T. S. Srivatsan), TMS, Warrendale, 3-24.
- Meyer, E., 1908, Untersuchungen über Härteprüfung und Härte, Z. VDI **52**, 645-654.
- Morrow, J., 1965, Cyclic plastic strain energy and fatigue of metals, in: Internal friction, damping and cyclic plasticity, ASTM STP 378, American Society of Testing and Materials, Philadelphia, S. 45-87.
- Mukherjee, A.K., Bird, J.E., und Dorn, J.E., 1969, Experimental correlations for high-temperature creep, Trans. ASM, **62**, 155-179.
- Murakami, Y., 1988, Correlation between strain singularity at crack tip under overall plastic deformation and the exponent of the Coffin-Manson law, in: ASTM STP 942, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, S. 1048-1065.
- Nabarro, F., 1948, Deformation of crystals by the motion of single ions, in: Report on a Conference on the strength of solids, Physical Society, London, 75-90.
- Nakai, M. und Eto, T., 2000, New aspects of development of high strength aluminum alloys for aerospace applications, Mater. Sci. Engng. **A285**, 62-68.
- Naas, J. und Tutschke, W., 1997, Große Sätze und schöne Beweise der Mathematik, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main.
- Nembach, E., 2000, Order strengthening: recent developments, with special reference to aluminium-lithium alloys, Prog. Mater. Sci. **45**, 275-338.
- Neuber, H., 1981, Kerbspannungslehre, Springer-Verlag, Berlin
- Neumann, P., 1969, Coarse slip model of fatigue, Acta Metall. **17**, 1219-1225.
- Newman, Jr., J. C., 1984, A crack opening stress equation for fatigue crack growth, Int. J. Fract. **24**, R131-R135.
- Newman, Jr., J. C., 1998, The merging of fatigue and fracture mechanics concepts: a historical perspective, Progress in Aerospace Sciences **34**, 347-390.
- Nguyen-Hoang, V., 1986, Analytische Beschreibung des Rißwiderstandsverhaltens von Aluminiumblechen für die Luftfahrt, Aluminium **62**, 593-594.
- Niccolls, E. H., A correlation for fatigue crack growth rate, Scripta. Metall. **10**, 295-298.

- Nix, K. J. und Flower, H. M., 1982, The micromechanisms of fatigue crack growth in a commercial Al-Zn-Mg-Cu alloy, *Acta Metall.* **30**, 1549-1559.
- Nix, W. D. und Gao, H., 1998, Indentation size effects in crystalline materials: a law for strain gradient plasticity, *J. Mech. Phys. Sol.* **46**, 411-425.
- NN, 1984a, Ermittlung des Verfestigungsexponenten (n-Wert) von Feinblech im Zugversuch, Stahl-Eisen Prüfblatt 1125, VDEh, Verlag Stahleisen, Düsseldorf.
- NN, 1984b, Aluminium Standards and Data 1984, The Aluminum Association Inc., Washington.
- NN, 1991a, Standard test method for tensile strain-hardening exponents (n-values) of metallic sheet materials, ASTM E 647-91, in: Annual Book of ASTM Standards, Vol. 03.01, ASTM, Philadelphia, 647-653.
- NN, 1991b, Standard Test Method for Measurement of Fatigue Crack Growth Rates, ASTM E 647-91, in: Annual Book of ASTM Standards, Vol. 03.01, ASTM, Philadelphia, 654-681.
- NN, 1991c, Bestimmung der Rißausbreitung bei einstufiger Schwingbeanspruchung, Qualitätssicherungsanweisung 74-T-FG03-04, Deutsche Airbus, Bremen.
- NN, 1999, Bestimmung der R-Kurve und der Rißzähigkeiten bei Verwendung von CCT-Proben, Qualitätssicherungsverfahrensanweisung, QVA-Z310-39-02, 2. Ausgabe 2.3.99, DaimlerChrysler Aerospace Airbus, Bremen.
- NN, 2000a, Airworthiness Standards: Transport Category Airplanes (FAR-25), Federal Aviation Administration (FAA), Washington.
- NN, 2000b, Joint Aviation Requirements for Large Aeroplanes (JAR-25), Joint Aviation Authorities (JAA), Hoofddorp (Niederlande).
- Nocke, K., Bergner, F., Bersch, H., Haase, I., Worch, H., Tempus, G. und Loechelt, E., 2000, Environment-sensitive fracture of aluminium alloy 6013, *Materials and Corrosion* **51**, 628-634.
- Norton, F.N., 1929, The creep of steel at high temperature, McGraw-Hill, London, New York.
- Nottale, N., 1997, Scale relativity, in: B. Dubrulle, F. Graner, D. Sornette (Eds.), Scale invariance and beyond, EDP Sciences, Les Ulis; Springer, Berlin, 249-261.
- O'Connor, J.J. und Robertson, E.F., 2000, <http://www-history.mcs.st-andrews.ac.uk/history/index.html>.
- Oettingen, A. von (Hrsg.), 2000, Unterredungen und mathematische Demonstrationen über zwei neue Wissenszweige, die Mechanik und die Fallgesetze betreffend, von Galileo Galilei, Ostwalds Klassiker der exakten Wissenschaften, Band 11, Verlag Harri Deutsch, Thun, Frankfurt am Main.
- Oger, B., 1997, Einfluß des Gefüges auf die Ermüdungsrißausbreitung in den Stählen C15, C45 und C75, Diplomarbeit, TU Dresden, Institut für Werkstoffwissenschaft.
- Ohta, A., Suzuki, N. und Mawari, T., 1992, Effect of Young's modulus on basic crack propagation properties near the fatigue threshold, *Int. J. Fatigue* **14**, 224-226.
- O'Neill, H., 1944, The significance of tensile and other mechanical test properties of metals, *Proc. Inst. Mech. Engng.* **151**, 116-130.
- Paris, P. C., 1998, Fracture mechanics and fatigue: A historical perspective, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* **21**, 535-540.
- Paris, P. C., Bucci, R. J., Wessel, E. T., Clark, W. G. und Mager, T. R., 1972, Extensive study of low fatigue crack growth rates in A533 and A508 steels, in: Stress analysis and growth of cracks, ASTM STP 513, Philadelphia, 141-176.

- Paris, P. C. und Erdogan, F., 1963, Critical analysis of crack propagation laws, *J. Basic Engng.* **85**, 528-534.
- Paris, P. C., Gomez, M. P. und Anderson, W. E., 1961, A rational analytic theory of fatigue, *The Trend in Engng.* **13**, 9-14.
- Parry, M. R., Syngellakis, S. und Sinclair, I., 2000, Numerical modelling of combined roughness and plasticity induced crack closure effects in fatigue, *Mater. Sci. Engng.* **A291**, 224-234.
- Pearson, S., 1966, Fatigue crack propagation in metals, *Nature* **211**, 1077-1078.
- Pelloux, R., 1970, Crack extension by alternating shear, *Engng. Fract. Mech.* **1**, 697-704.
- Petit, J. und Henaff, G., 1991 Stage II intrinsic fatigue crack propagation, *Scripta Metall.* **25**, 2683-2687.
- Petit, J. und Mendez, J., 1996, Some aspects of the influence of microstructure on fatigue, in: *Proc. 6th Int. Fatigue Congress*, G. Lütjering und H. Nowack (Eds.), Pergamon, Vol. I, 15-26.
- Pichot, A., 1995, *Die Geburt der Wissenschaft*, Campus-Verlag, Frankfurt am Main.
- Polanyi, M. und Schmid, E., 1929, Zur Frage der Plastizität. Verformung bei tiefen Temperaturen, *Naturwiss.* **17**, 301-304.
- Pook, L. P. und Frost, N. E., 1973, A fatigue crack growth theory, *Intern. J. Fracture* **9**, 53-61.
- Priddle, E. K., 1976, High cycle fatigue crack propagation under random and constant amplitude loadings, *Int. J. Pressure Vessels & Piping* **4**, 89.
- Radaj, D., 1995, *Ermüdungsfestigkeit*, Springer-Verlag, Berlin.
- Ramberg, W. und Osgood, W. R., 1943, Description of stress-strain curves by three parameters, *NACA-TN 902*.
- Rauh, R., Pfannenmüller, T., Lenczowski, B. und Palm, F., 1997, Neue schweißbare Aluminiumlegierungen, *DLR-Werkstoffkolloquium, Berichtsband*, DLR, Köln, 47-51.
- Reichel, U. und Dahl, W., 1988, Beschreibung der Fließkurve auf der Basis phänomenologischer Ansätze am Beispiel eines Baustahls, *Steel Research* **59**, 171-178.
- Rice, J. R., 1967, Mechanics of crack tip deformation and extension by fatigue, in: *Fatigue crack propagation*, ASTM STP 415, Philadelphia, 247-311.
- Rice, J.R. und Rosengren, G.F., 1968, Plane strain deformation near a crack tip in a power law hardening material, *J. Mech. Phys. Solids* **16**, 1-12.
- Rice, J. R. und Thomson, R., 1974, Ductile versus brittle behaviour of crystals, *Phil. Mag.* **29**, 73-96.
- Riedel, H., 1993, Fracture mechanisms, in: H. Mughrabi (Ed.), *Plastic deformation and fracture of materials*, VCH, Weinheim, 565-633.
- Rieselmoser, F. O., Pippan, R. und Stüwe, H. P., 1998, An argument for a cycle-by-cycle propagation of fatigue cracks at small stress intensity ranges, *Acta Mater.* **46**, 1793-1799.
- Ritchie, R. O. und Suresh, S., 1981, Some considerations on fatigue crack closure at near-threshold stress intensities due to fracture surface morphology, *Metall. Trans. A* **13A**, 937-940.
- Sachs, L., 1997, *Angewandte Statistik*, Springer-Verlag, Berlin.
- Sähn, S., 1997, *Technische Bruchmechanik, Vorlesungsskript*, TU Dresden.
- Saxena, A., 1998, *Nonlinear fracture mechanics for engineers*, CRC Press, Boca Raton.

- Saxena, A. und Hudak, Jr., S. J., 1979, Role of crack-tip stress relaxation in fatigue crack growth, in: Smith, C. W. (Ed.), Fracture mechanics, ASTM STP 677, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 215-232.
- Schaper, M., 1997, Ermüdung metallischer Werkstoffe, in: G. Schott (Hrsg.), Werkstoffermüdung - Ermüdungsfestigkeit, Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart, S. 87-128.
- Schatt, W. und Worch, H. (Hrsg.), 1996, Werkstoffwissenschaft, Dt. Verlag für Grundstoffindustrie, Stuttgart.
- Schijve, J., 1988, Fatigue crack closure: Observations and technical significance, in: Newman, J. C., Elber, W. (Eds.), Mechanics of fatigue crack closure, ASTM STP 982, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, 5-34.
- Schroeder, V., Gilbert, C. J. und Ritchie, R. O., 1999, Effect of aqueous environment on fatigue-crack propagation behavior in a Zr-based bulk amorphous metal, Scripta Metall. **40**, 1057-1061.
- Schroeder, V., Gilbert, C. J. und Ritchie, R. O., 2001, A comparison of the mechanisms of fatigue-crack propagation behavior in a Zr-based bulk amorphous metal in air and an aqueous chloride solution, Mater. Sci. Engng. **A317**, 145-152.
- Schulze, G.E.R., 1967, Metallphysik, Akademie-Verlag, Berlin.
- Schulze, U., 1987, Mehrphasenregression, Akademie-Verlag, Berlin.
- Schwalbe, K.-H., 1974, Einfluß des Spannungsverhältnisses auf die Ausbreitungsgeschwindigkeit von Ermüdungsrisse im Werkstoff AlZnMgCu_{0,5}F46, Aluminium **50**, 327-334.
- Schwalbe, K.-H., 1980, Bruchmechanik metallischer Werkstoffe, Carl-Hanser-Verlag, München.
- Schwalbe, K.-H., Zerbst, U., Kim, Y.-J., Brocks, W., Cornec, A., Heerens, J. und Amstutz, H., 1998, EFAM ETM 97 - the ETM method for assessing the significance of crack-like defects in engineering structures, comprising the versions ETM 97/1 and ETM 97/2, GKSS-Report 98/E/6, GKSS, Geesthacht.
- Seeger, T., 1973, Ein Beitrag zur Berechnung von statisch und zyklisch belasteten Rißscheiben nach dem Dugdale-Barenblatt-Modell, Institut für Statik und Stahlbau, Report Nr. 21, TU Darmstadt.
- Shademan, S., Soboyejo, A. B. O., Knott, J. F. und Soboyejo, W. O., 2001, A physically-based model for the prediction of long fatigue crack growth in Ti-6Al-4V, Mater. Sci. Engng. **A315**, 1-10.
- Sharp, M. L., Nordmark, G. E. und Menzemer, C. C., 1996, Fatigue design of aluminum components and structures, McGraw-Hill, New York.
- Sinclair, G. B. und Pieri, R. V., 1990, On obtaining fatigue crack growth parameters from the literature, Intern. J. Fatigue **12**, 57-62.
- Speidel, M. O., 1981, The resistance to fatigue crack growth of the platinum metals, Platinum Metals Review, 145-148.
- Speidel, M. O. und Hyatt, M. V., 1972, Stress-corrosion cracking of high-strength aluminium alloys, in: Fontana, M. G. und Staehle, R. W. (Eds.), Advances in corrosion science and technology, Vol. 2, 115-335.
- Sprung, I. und Zilberstein, V.A., 1988, Variability of creep properties and creep crack growth predictions, in: Understanding variability in creep and rupture behaviour, Materials Properties Council - MPC, New York, Vol. 28, 17-21.
- Staley, J. T., 1992, Metallurgical aspects affecting strength of heat-treatable alloy products used in the aerospace industry, in: Aluminium alloys (ICAA3), L.

- Arnberg, O. Lohne, E. Nes, N. Ryum (Eds.), The Norwegian Institute of Technology, Trondheim, Vol. III, 107-143.
- Starke, E. A. und Staley, J. T., 1996, Application of modern aluminum alloys to aircraft, *Prog. Aerospace Sci.* **32**, 131-172.
- Starke, E. A. und Williams, J. C., 1989, Microstructure and the fracture mechanics of fatigue crack propagation, in: Wei, R. P. und Gangloff, R. P. (Eds.), *Fracture mechanics: perspectives and directions*, ASTM STP 1020, ASTM, Philadelphia, 184-205.
- Stocker, R. L. und Ashby, M. F., 1973, On the empirical constants in the Dorn equation, *Scripta Metall.* **7**, 115-120.
- Suresh, S., 1983, Crack deflection: Implications for the growth of long and short fatigue cracks, *Metall. Trans. A* **14A**, 2375-2385.
- Suresh, S., 1985, Fatigue crack deflection and fracture surface contact: micro-mechanical models, *Metall. Trans. A* **16A**, 249-260.
- Suresh, S., 1991, *Fatigue of materials*, Cambridge University Press, Cambridge.
- Suresh, S., Zamski, G. F. und Ritchie, R. O., 1981, Oxide induced crack closure: an explanation for near threshold corrosion fatigue crack growth behavior, *Metall. Trans A* **12A**, 1435-1443.
- Swift, T., 1999, The need for large damage capability in basic fuselage structure, Paper presented at Seminar on Fuselage Design Regarding Newest Fatigue and Damage Tolerance Methodologies, DASA, Hamburg.
- Tabor, D., 1951, *The Hardness of Metals*, Clarendon Press, Oxford.
- Tanaka, K., 1979, A correlation of ΔK_{th} -value with the exponent, m , in the equation of fatigue crack growth for various steels, *Int. J. Fracture* **15**, 57-68.
- Tanaka, K. und Matsuoka, S., 1977, A tentative explanation for two parameters, C and m , in Paris equation of fatigue crack growth, *Int. J. Fract.* **13**, 563-583.
- Taylor, D. und Jianchun, Li (Eds.), 1993, *Sourcebook on fatigue crack propagation: Thresholds and fatigue crack closure*, Engineering Materials Advisory Services, Warley, 1993.
- Taylor, G. I., 1934, The mechanism of plastic deformation of crystals, Part I. - Theoretical, *Proc. R. Soc. Lond.*, **145**, 362-387.
- Tien, J. K., Thompson, A. W., Bernstein, I. M. und Richards, R. J., 1976, Hydrogen transport by dislocations, *Metall. Trans.* **7A**, 821-829.
- Tien, J. K. und Schwarzkopf, 1987, Micromechanisms of fatigue crack growth in the power law regime, in: *Fracture mechanics: Microstructure and micro-mechanisms*, ASM, Metals Park, 255-281.
- Timoshenko, S. P., 1953, *History of strength of materials*, Dover Publications, New York.
- Truesdell, C., 1960, Outline of the history of flexible or elastic bodies to 1788, *J. Acoust. Soc. Am.* **32**, 1647-1656.
- Tomkins, B., 1968, Fatigue crack propagation - an analysis, *Phil. Mag.* **18**, 1041-1066.
- Tomkins, B., 1996, The mechanism of fatigue crack growth, *Fatigue Fract. Engng. Mater. Struct.* **19**, 1295-1300.
- Toth, L. und Krasovsky, A. Ja., 1995, Fracture as a result of self-organised damage process, *J. Mater. Proc. Technol.* **53**, 441-451.
- Trockels, I., Gysler, A. und Lütjering, G., 1996, Influence of frequency on fatigue crack propagation of aluminium alloys in aggressive environment, in: *Fatigue 96, Proc. of the 6th International Fatigue Congress*, Eds. Lütjering, G. und Nowack, H., Pergamon, Oxford, 655-660.

- Van Kranenburg, C., Zuidema, J., Uematsu, Y., Nykyforchyn, H. M. und Veer, F. A., 2002, Crack closure in AA 5083, Proc. of the 8th Int. Fatigue Congress (Fatigue 2002), Blom, A. F. (ed.), EMAS, Vol. 4, 2353-2360.
- Vetter, B. und Zouhar, G., 1997, in: Forschungsbericht zum Verbundprojekt "Rumpf neuer Technologie", Berichtszeitraum 01/97-12/97, unveröffentlicht.
- Veysiére, P., 1999, Dislocations and the plasticity of crystals, in: M.A. Meyers, R.W. Armstrong, H.O.K. Kirchner (Eds.), Mechanics and materials - Fundamentals and linkages, Wiley, New York.
- Voce, E., 1948, The relationship between stress and strain for homogeneous deformation, J. Inst. Metals **74**, 537-562.
- Walker, K., 1970, The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminum, in: Effects of environment and complex load history on fatigue life, ASTM STP 462, Philadelphia, 1-14.
- Wanhill, R. J. H., 1977, Environmental effects on fatigue of aluminium and titanium alloys, Paper presented at the 44th Meeting of the Structures and Materials Panel of AGARD, Advisory Group for Aerospace Research and Development, North Atlantic Treaty Organization, Neuilly sur Seine, 2/1-2/37.
- Wanhill, R. J. H. und Koolloos, M. F. J., 2001, Fatigue and corrosion in aircraft pressure cabin lap splices, Int. J. Fatigue **23**, S337-S347.
- Weertman, J., 1965, Rate of growth of fatigue crack as calculated from the theory of infinitesimal dislocations distributed in a plane, Proc. 1st Int. Conf. Fract., R. Yokobori, T. Kawasaki und J. L. Swedloe (Eds.), Jap. Soc. Strength Fract. Met., Sendai, Japan, Vol. 1, 153.
- Weertman, J., 1978, Fatigue crack propagation theories, in: Fatigue and Microstructure, ASM, Metals Park, 279-306.
- Weertman, J., 1997, The Paris exponent and dislocation crack tip shielding, in: High cycle fatigue of structural materials (eds. W. O. Soboyejo, T. S. Srivatsan), TMS, Warrendale, 41-48.
- Weertman, J., 1999, Microstructural mechanisms in creep, in: M.A. Meyers, R.W. Armstrong, H.O.K. Kirchner (Eds.), Mechanics and materials - Fundamentals and linkages, Wiley, New York.
- Wei, R. P. und Landes, J. D., 1969, Correlation between sustained-load and fatigue crack growth in high strength steels, Mater. Res. Stand. **9**, 25-28.
- Wei, R. P. und Gangloff, R. P., 1989, Environmentally assisted crack growth in structural alloys: perspectives and new directions, in: Wei, R. P. und Gangloff, R. P. (eds.), Fracture mechanics: perspectives and new directions, ASTM STP 1020, Philadelphia, 233-264.
- Wigner, E. P., 1951, Invarianz in der physikalischen Theorie, Physikalische Blätter **7**, 433-441.
- Willers, B., 1997, Erprobung optischer, akustischer und elektrischer Verfahren zur Rißfortschrittsmessung, Belegarbeit, TU Dresden, Institut für Werkstoffwissenschaft.
- Williams, J. C., Thompson, A. W. und Baggerly, R. G., 1974, Accurate description of slip character, Scripta Metall. **8**, 625-630.
- Wilson, K. G., 1971, Renormalization group and critical phenomena, Phys. Rev. B **4**, 3174-3205.
- Wüthrich, C., 1981, The extension of the J-integral concept to fatigue, Int. J. Fract. **20**, R35-R37.

- Yoder, G. R., Cooley, L. A. und Crooker, T. W., 1982, On microstructural control of near-threshold fatigue crack growth in 7000-series aluminum alloys, *Scripta Metall.* **16**, 1021-1025.
- Zapffe, C. A. und Worden, C. O., 1951, Fractographic registrations of fatigue, *Trans. ASM* **43**, 958-969.
- Zeng, X., Ahmad, M., und Ericsson, T., 1992, Strain hardening behaviour of aluminium-lithium sheet alloy, in: L. Arnberg, O. Lohne, E. Nes, N. Ryum (Eds.), *Aluminium Alloys (Proc. ICAA3)*, Trondheim.
- Zeng, X.-H. und Ericsson, T., 1996, Anisotropy of elastic properties in various aluminium-lithium sheet alloys, *Acta Mater.* **44**, 1801-1812.
- Zouhar, G., 1982, Verformungslokalisierung in Relation zur Werkstoffstruktur und Beanspruchungsart, *Neue Hütte* **27**, 64-69.
- Zouhar, G., Bergner, F., Bersch, H., Bläsner, R., Nocke, K., Vetter, B., Worch, H., und Worch, H., 2000, Ermüdungsrissfortschritt modellieren - Beschreibung für Aluminiumlegierungen mit Hilfe von Fließkurvenparametern, *Materialprüfung*, **42**, 14-21.
- Zschech, E., 1996, Metallkundliche Prozesse bei der Wärmebehandlung aushärtbarer Aluminiumlegierungen, *Härtereitechnische Mitteilungen* **51**, 137-144.
- Zuidema, J., van Kranenburg, K., Riemslag, T., Veer, F. und Boljanovic, S., 2001, Anomalous fatigue crack growth behaviour in AA 2024 and AA 5083, in: *Materials Structure and Micromechanics of Fracture, Conference Proceedings*, Brno, 579-594.