

Simultanes Routen- und Verkehrsmittelwahlmodell

Milenko Vrtic

September 2003

DISSERTATION

Simultanes Routen- und Verkehrsmittelwahlmodell

zur Erlangung des akademischen Grades
Doktoringenieur (Dr.-Ing.)

vorgelegt an der
Technischen Universität Dresden
Fakultät Verkehrswissenschaften „Friedrich List“

eingereicht von
Dipl.-Ing. Milenko Vrtic
Burgweg 34, CH-4600 Olten

Unter der Leitung von:
Prof. Dr.-Ing. habil. Dieter Lohse
Prof. Dr. Kay W. Axhausen

September 2003

Vorwort

Die vorliegende Dissertation entstand während meiner Tätigkeit am Institut für Verkehrsplanung und Transportsysteme (IVT) der Eidgenössischen Technischen Hochschule (ETH) Zürich.

Professor Kay Axhausen und Professor Dieter Lohse danke ich für die Übernahme von Referat und Koreferat, sowie für die wertvollen Unterstützungen und Anregungen in allen Phasen dieser Arbeit und die Bereitschaft, jederzeit bei Problemen eine offene Tür zu haben. Bei Prof. Markus Friedrich bedanke ich mich für die Bereitschaft, die Aufgabe eines Drittgutachters zu übernehmen.

Den Schweizerischen Bundesbahnen und dem Bundesamt für Raumentwicklung verdanke ich die Datengrundlage für das Anwendungsbeispiel. Für die Unterstützung bei der Programmierung, der kritischen Durchsicht der Arbeit und die Anregungen möchte ich mich bei Jan Binder, Philipp Fröhlich, Andrea Zimmermann, Robert Schlich, Ruth Hierzer, Sigrun Beige und anderen Kollegen am IVT bedanken.

Auch möchte ich mich bei Udo Becker und Gabriele Schäfer bedanken, die mich am Anfang meines Berufslebens in der Schweiz sehr unterstützt haben und damit auch ein Stück weit diese Arbeit ermöglichten. Ganz besonders aber danke ich meiner Frau Fatima und meinen Kindern für die rückhaltlose Unterstützung und für das Verständnis, dass wir auf einige gemeinsame Abende und Wochenenden verzichten mussten.

meinen Kindern

Inhaltsverzeichnis

1	Problemstellung und Motivation	1
2	Beiträge und Inhalte der vorliegenden Dissertation	5
3	Entscheidungsmodelle	8
3.1	Nutzenmaximierungstheorie	8
3.2	Multinomiales Logit-Modell	10
3.3	Das Probit-Modell	15
3.4	Nested-Logit-Modell (NL)	17
3.5	Cross-Nested-Logit Modell	23
4	Routenwahlmodelle	26
4.1	Deterministische Routenwahlmodelle	29
4.1.1	Deterministisches Nutzergleichgewicht (DUE)	30
4.1.2	Systemoptimum (SO)	32
4.2	Stochastische Routenwahlmodelle	33
4.2.1	Stochastische Aufteilungsprozedur und Modellansätze	34
4.2.2	Generierung des Routensatzes	41
4.2.3	Stochastisches Nutzer-Gleichgewicht (SUE)	47
4.2.4	Zusammenfassung der stochastischen Umlegungsverfahren	52
4.3	Algorithmen für die Lösung des Umlegungsproblems	55
4.3.1	Frank-Wolfe Verfahren	55
4.3.2	Method of Successive Averages Algorithm	57
4.3.3	Algorithmus von Maher und Hughes	58
4.3.4	Lernverfahren von Lohse	59
5	Die Schätzung der Modellparameter	62
6	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl - Modellansatz	64
6.1	Stochastisches Nutzergleichgewicht für simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl	66

6.2	Ansätze für die stochastische Verkehrsaufteilung	73
6.2.1	Nested-Logit Modell	77
6.2.2	Cross-Nested-Logit Modell	82
6.2.3	C-Logit Modell	87
6.2.4	Path-Size-Logit Modell	90
6.2.5	Nested-C-Logit Modell	93
6.2.6	Probit Modell	98
6.2.7	Modellvergleiche: Netzbeispiel 1	99
6.2.8	Modellvergleiche: Netzbeispiel 2	102
6.3	Kalibrierung der Modellparameter für simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl	109
6.4	Anwendungsbeispiel - Schweiz	118
7	Zusammenfassung und Ausblick	133
8	Literatur	137

Tabellenverzeichnis

Tabelle 1	Klassifizierung der Umlegungsprozeduren	33
Tabelle 2	Verfahren für die Lösung des SUE Problems	52
Tabelle 3	Relative Bewertung der Einflussgrößen.....	65
Tabelle 4	Netzparameter	77
Tabelle 5	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Nested-Logit)	79
Tabelle 6	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Nested-Logit) - Bedeutung der Parameter	80
Tabelle 7	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Cross-Nested-Logit).....	84
Tabelle 8	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Cross-Nested-Logit) - Bedeutung der Parameter	85
Tabelle 9	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (C-Logit).....	88
Tabelle 10	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (PS-Logit)	91
Tabelle 11	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (PS-Logit) - Bedeutung der Parameter	92
Tabelle 12	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Nested-C-Logit)	95
Tabelle 13	Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Nested-C-Logit) - Bedeutung der Parameter	96
Tabelle 14	Ergebnisse des Probit Modells	99
Tabelle 15	Vergleich der Ergebnisse: Netzbeispiel 1	100
Tabelle 16	IV- und ÖV Routen : Netzbeispiel 2	102
Tabelle 17	Netzattribute : Netzbeispiel 2	103
Tabelle 18	Vergleich der Ergebnisse: Netzbeispiel 2	104
Tabelle 19	Streckenkosten.....	107
Tabelle 20	Modellparameter nach Kalibrationsschritten	114
Tabelle 21	Geschätzte Modellparameter	115
Tabelle 22	Berechnete und beobachtete Routenanteile.....	115
Tabelle 23	Vergleich der geschätzten Modellparameter	116
Tabelle 24	Angewendete Quell-Ziel-Matrix (Personenfahrten im Strassen- und Schienenverkehr).....	120

Tabelle 25	Anfangs- und endgültige Modellparameter.....	122
Tabelle 26	Berechnete Schienenverkehrsanteile (Nested-C-Logit-Modell) und Differenz gegenüber dem nationalen Modell [in %]	130

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1	Grundstruktur des Verfahrens.....	4
Abbildung 2	Nested-Logit-Modell mit drei Entscheidungsstufen.....	17
Abbildung 3	Beispiel einer Cross-Nested Struktur.....	23
Abbildung 4	Gleichgewicht zwischen zwei Alternativen.....	28
Abbildung 5	Beispiel zwei Strecke: SO, SUE und DUE	54
Abbildung 6	Beispiel für die Optimierung der Zielfunktion	59
Abbildung 7	Grundstruktur des Verfahrens.....	64
Abbildung 8	Standardisiertes Schema für den SUE Iterationsprozess	69
Abbildung 9	Streckenbelastungen (acht Strecken) nach Anzahl der Iterationsschritten	70
Abbildung 10	Veränderung der Schrittlänge und Netzbelastungen.....	70
Abbildung 11	Veränderung der Schrittlänge und der Streckenbelastungen bei unterschiedlichen Netzbelastungen	71
Abbildung 12	Veränderung der Schrittlänge und der Netzbelastungen bei überlastetem Netz mit unterschiedlicher Begrenzung der Schrittlänge	72
Abbildung 13	Vergleich der Konvergenz des MSA-Verfahrens und den hier verwendeten Verfahren.....	73
Abbildung 14	Einzelne Modellschritte	75
Abbildung 15	Netzbeispiel 1.....	76
Abbildung 16	Modellstruktur.....	77
Abbildung 17	Bedeutung des Parameters β beim Nested-Logit-Modell.....	81
Abbildung 18	Bedeutung des Parameters μ beim Nested-Logit-Modell.....	82
Abbildung 19	Nest-Struktur für Cross-Nested-Logit Modell (Netzbeispiel 1)	83
Abbildung 20	Bedeutung des Parameters β beim Cross-Nested-Logit Modell.....	86
Abbildung 21	Bedeutung des Parameters μ beim Cross-Nested-Logit Modell.....	86
Abbildung 22	Bedeutung des Parameters α für die Nachfrageaufteilung	87

Abbildung 23 Bedeutung des Parameters β beim C-Logit	89
Abbildung 24 Bedeutung des Skalierungsparameters μ beim PS-Logit.....	92
Abbildung 25 Ablaufschema bei der Modellauswertung.....	93
Abbildung 26 Bedeutung des Parameters β beim Nested-C-Logit Modell	97
Abbildung 27 Bedeutung des Parameter μ beim Nested-C-Logit Modell.....	97
Abbildung 28 Anwendung des Probit Modells.....	98
Abbildung 29 Vergleich der Ergebnisse in Abhängigkeit vom Modellansatz.....	101
Abbildung 30 Netzbeispiel 2.....	102
Abbildung 31 Anwendung des Probit Modells auf Netz 2	103
Abbildung 32 Vergleich der Ergebnisse: Kosten (beim Gleichgewicht) und Anteil.....	106
Abbildung 33 Netzstruktur.....	107
Abbildung 34 Netz 2: Modell-Anteile nach Varianten	108
Abbildung 35 Veränderung der Modellparameter nach Kalibrationsschritten	110
Abbildung 36 Wesentliche Programmkomponenten	112
Abbildung 37 Modellparameter nach Kalibrationsschritten	114
Abbildung 38 Verkehrsnachfrage (Anteile) nach Routen und Kalibrationsschritten	115
Abbildung 39 Berechnete Streckenbelastungen.....	116
Abbildung 40 Verwendetes Strassen- und Schiennetz mit Zonen	119
Abbildung 41 Streckenbelastungen mit Anfangs- und Gleichgewichtsparametern.....	123
Abbildung 42 Differenz in den Streckenbelastungen: Nested-C-Logit und Querschnittszählungen	124
Abbildung 43 Netzbelastungen mit Anwendung des simultanen Routen- und Verkehrsmittelwahl Modells (Nested-C-Logit Ansatz)	125
Abbildung 44 Differenz in den Netzbelastungen: Nested-C-Logit / Querschnittszählungen	126
Abbildung 45 Differenz in den Streckenbelastungen: Nested-C-Logit / Nationale Modelle	128
Abbildung 46 Differenz in den Netzbelastungen: Nested-C-Logit / Nationale Modelle.....	129
Abbildung 47 Differenz in Streckenbelastungen [Nested-C-Logit und Nested-Logit]	132
Abbildung 48 Differenz in Streckenbelastungen zwischen Nested-C-Logit und C-Logit.....	132

1 Problemstellung und Motivation

Das Wachstum der Verkehrsnachfrage im motorisierten Personenverkehr sowie die Aufteilung dieser Nachfrage zwischen den Verkehrsträgern wird immer stärker durch verschiedene verkehrs- und unternehmenspolitische Massnahmen gesteuert. Durch solche Massnahmen und Veränderungen der nachfragebeeinflussenden Faktoren bzw. durch die Attraktivitätssteigerung des Verkehrsangebots sind theoretisch folgende Verhaltensreaktionen eines Verkehrsteilnehmers möglich (siehe auch Cerwenka und Hauger, 1996):

- Ersatz von Zuhausebleiben durch eine neue Aktivität.
- Modale Verlagerung (zwischen Verkehrsmitteln).
- Zielverlagerung mit gleichen oder anderen Verkehrsmitteln:
 - in eine andere Richtung (geänderte Route),
 - in die gleiche Richtung (unwesentlich veränderte Route).
- Kleinräumige oder grossräumige Routenverlagerung.
- Veränderte Abfahrtszeit.
- Veränderte Struktur der Reise und Anzahl Mitreisende.

Bei verkehrspolitischen und infrastrukturellen Massnahmen folgen als wesentliche Nachfrageveränderungen vor allem Routen- und Verkehrsmittelwahleffekte. Langfristig sind darüber hinaus Zielwahlveränderungen und auch Verkehrserzeugungsreaktionen vorhanden.

Um die Auswirkungen dieser Massnahmen prognostizieren zu können, sind Kenntnisse über die Wirkungszusammenhänge zwischen der Verkehrsnachfrage und den die Nachfrage beeinflussenden Faktoren eine notwendige Voraussetzung. Diese Effekte werden in der heutigen Verkehrsplanungspraxis im Wesentlichen mit sequentiellen Verkehrsnachfragemodellen geschätzt. Den meisten dieser Modellen liegt der klassische 4-Stufen-Ansatz zugrunde (Verkehrserzeugung, Verkehrsverteilung, Verkehrsmittelwahl, Verkehrsumlegung). Hier wird nacheinander die Häufigkeit von Ortsveränderungen und deren Aufteilung auf die Quell- und Zielzonen, die Verkehrsmittel und die Routen berechnet.

Problemstellung

In der Realität sind zwischen den einzelnen Teilentscheidungen Abhängigkeiten vorhanden, so dass vor allem die Verkehrsmittelwahl, -verteilung und -umlegung ein rückgekoppeltes System bilden, dessen Gleichgewichtszustand zu bestimmen ist. Diese Abhängigkeit kann bei sequentiellen Nachfragemodellen durch die Rückkopplung zwischen den einzelnen Modellschritten abgebildet werden. Solche Rückkopplungsschritte führen zu sehr komplexen

Modellstrukturen und werden deswegen bisher in der Praxis selten angewendet. Dabei bieten diese rückkoppelnden Verfahren nur dann eine konsistente Gesamtgleichgewichtslösung, wenn abgestimmte Nutzenfunktionen und Modellparameter für die einzelnen Modellschritte verwendet werden.

In der bisherigen Praxis wurden Logit-Ansätze sowohl für die Routen-, als auch für die Verkehrsmittelwahl als getrennte Modellschritte mit unterschiedlichen Modellparametern (β) und Eingangsvariablen verwendet. Bei diesen beiden Modellschritten handelt es sich um Entscheidungen (Wahl), bei denen sich die Verkehrsteilnehmer zwischen mehreren Alternativen in Abhängigkeit der Nutzendifferenzen entscheiden. Wesentlich ist dabei die Bestimmung der Modellparameter, mit denen die einzelnen Variablen, wie z.B. Fahrzeit, Umsteigezeit, Preis, Komfort usw., für die Verkehrsmittel- bzw. Routenwahl bewertet werden.

Im Weiteren werden verschiedene Nutzenkomponenten des Verkehrsmittels in den meisten Fällen aus der Umlegung abgeleitet. In der Regel werden die Angebotsvariablen, die in die Schätzung der Parameter der Verkehrsmittelwahlmodelle eingehen, als das Ergebnis einer Best-Weg-Umlegung oder als gewichteter Mittelwert einer Mehrwegumlegung ermittelt. Damit wird im Verkehrsmittelwahlmodell für eine Quell-Ziel-Beziehung nur ein Wert der Variablen verwendet, obwohl im Routenwahlmodell die Verkehrsnachfrage auf mehrere Routen verteilt werden kann. Hier wird bei der Verkehrsmittelwahl nicht nach Routen, bei der Verteilung nicht nach Verkehrsmitteln und bei der Erzeugung nicht nach Zielen differenziert. Dadurch wird das Verkehrsmittelwahlmodell mit zusätzlichen Ungenauigkeiten belastet. Dieses Problem zeigt sich vor allem bei hochbelasteten Netzen.

Ein weiterer Nachteil der sequentiellen Modellierung (vor allem bei infrastrukturellen Massnahmen) ist die nicht konsistente Rückkopplung zwischen der Routenwahl und der Verkehrsmittelwahl. Eine Verringerung der Reisezeit eines Verkehrsmittels führt zu einer Erhöhung der Nachfrage dieses Verkehrsmittels, welche danach wiederum bei einer erhöhten Kapazitätsauslastung die Reisezeit erhöht.

Mit veränderten Werten der Einflussfaktoren (z.B. Reisezeit), bedingt durch die Angebotsveränderung und der daraus folgenden Veränderung der Routenwahl, werden sich die Ausgangsdaten für das Verkehrsmittelwahlmodell ebenfalls ändern. Durch die im nächsten Schritt mitberechnete Modal-Split-Veränderung ergibt sich im Routenwahlmodell eine neue Netzbelastung, die dann wieder (vor allem in hochbelasteten Netzen) neue Werte für das Verkehrsmittelwahlmodell bedingt.

Es ist daher ein Prozess erforderlich, der die Routen- und Verkehrsmittelwahl konsistent löst und in ein Gleichgewicht bringt. Dies ist vor allem bei instabilen Verkehrszuständen, wie starker Überlastung von einzelnen Routen oder Strecken, und bei der Analyse von verschiedenen Planungsvarianten wichtig. Die Tatsache, dass in der bisherigen Praxis die Modellparameter getrennt und nicht konsistent geschätzt wurden, ist ein zusätzlicher und wichtiger Grund, um diese Modelle zu integrieren.

Ziele

Neben dem klassischen 4-Stufen-Ansatz (sequentielles Modell) werden seit längerer Zeit auch simultane Verkehrsmodelle intensiv entwickelt (Thust, 1999; Abdel-Aal, 1999; Abrahamsson und Lundqvist, 1999; Helms, 2000; Florian und Nguyen, 1978; Evans, 1976). Hier wird unterstellt, dass der Verkehrsteilnehmer in seinen Entscheidungen mehrere Entscheidungsstufen gleichzeitig betrachtet und dementsprechend auch in einem Schritt entscheidet (simultane Ziel-, Routen- und Verkehrsmittelwahl, (simultane) Verkehrsmittel- und Routenwahl oder (simultane) Ziel- und Verkehrsmittelwahl). Er wählt also in nur einem Schritt eine Alternative aus der Menge aller möglichen Kombinationen wie z.B. Ziel-Verkehrsmittel-Route, Verkehrsmittel-Route oder Ziel-Verkehrsmittel. Bei diesen Modellen sind die einzelnen Teilschritte integriert.

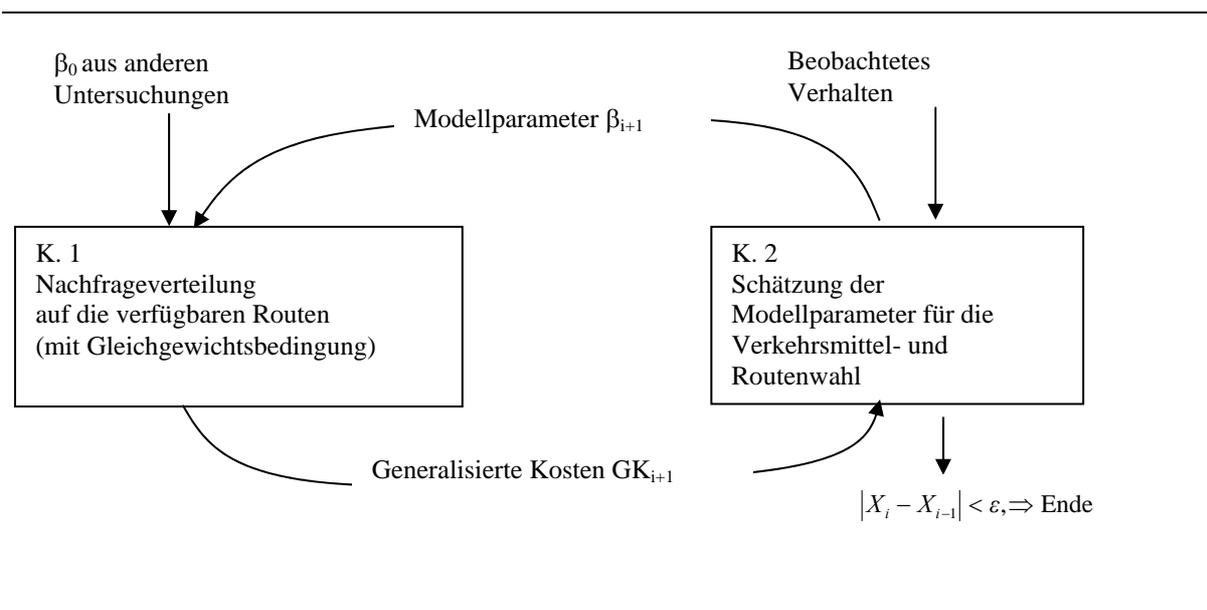
Für die Modellierung von Entscheidungen der Verkehrsteilnehmer werden häufig diskrete Entscheidungsmodelle verwendet. Diese Modelle, die das Entscheidungsverhalten des Verkehrsteilnehmers auf der Grundlage der Nutzenmaximierungsannahme modellieren, bieten bezüglich den Widerstandsempfindlichkeiten mehr Flexibilität und lassen sich mittels statistischer Methoden besser an Messungen des Nachfrageverhaltens der Verkehrsteilnehmer anpassen (Ben-Akiva und Lerman, 1985). Deshalb sind diese Modelle zur Integration der verschiedenen Aspekte der Verkehrsnachfrage geeignet, wie zum Beispiel der Wahl des Weges, des Verkehrsmittels, des Zieles, der Abfahrtszeit und der Route bei einer Ortsveränderung. Hier besteht aber weiterer Forschungsbedarf, vor allem bei der Entwicklung geeigneter Verfahren für die Nachfrageaufteilung und Schätzung der Modellparameter, die einen gesamten Gleichgewichtszustand ermöglichen.

Um die Nachteile der getrennten Anwendung der einzelnen Modellschritte zu vermeiden, wird in der vorliegenden Untersuchung auf der Basis von Logit-basierten-Modellen ein konsistentes und verfeinertes, simultanes Routen- und Verkehrsmittelwahl-Modell entwickelt. Damit können die oben genannten Nachteile der getrennten Anwendung der einzelnen Modellschritte vermieden werden. Da die Entscheidungen bezüglich der Verkehrsmittelwahl

von den ermittelten Widerständen bzw. Nutzen im Verkehrsnetz (Routenwahl) abhängig sind, ist eine Integration dieser zwei Modellschritte möglich und sinnvoll.

Neben dem Gleichgewicht bei der Verteilung der Verkehrsnachfrage auf die Alternativen, ist eine konsistente Schätzung der Modellparameter für die Bewertung von Einflussfaktoren bei den Entscheidungen eine weitere wichtige Anforderung. Das Modell soll in der Lage sein, ein der Realität entsprechendes Verhalten der Verkehrsteilnehmer sowohl bei schwach als auch bei stark belasteten Strassennetzen zu beschreiben. Die unterschiedliche Wahrnehmung der Reisekosten und das Gleichgewicht bei überlasteten Netzen sollen damit berücksichtigt werden. Mit solchen Modellen können dann unterschiedliche Planvarianten analysiert und bewertet werden. Das Vorgehen ist in Abbildung 1 kurz dargestellt.

Abbildung 1 Grundstruktur des Verfahrens



2 Beiträge und Inhalte der vorliegenden Dissertation

Die Untersuchung hat zwei Hauptteile:

- Theoretische Grundlagen der Routen- und Verkehrsmittelwahlmodelle
- Simultanes Routen- und Verkehrsmittelwahlmodell: Modellentwicklung und Anwendung

Der Analyseteil (Kapitel 3, 4, und 5) gibt eine Übersicht über die heute verwendeten Routen- und Verkehrsmittelwahlmodelle. Im Kapitel 3 werden die wichtigsten Entscheidungsmodelle (multinomiales Logit, Probit, Nested-Logit und Cross-Nested-Logit) dargestellt. Diese Ansätze werden sowohl für die Modellierung der Routenwahl als auch für die Modellierung der Verkehrsmittelwahl-Entscheidungen angewendet. Kapitel 4 gibt eine Übersicht über die Routenwahlmodelle und die Algorithmen für die Lösung des Umlegungsproblems. Betrachtet werden hier sowohl deterministische als auch stochastische Modelle. Neben dem Modellansatz für die Verteilungsprozedur und der Gleichgewichtsbedingung, werden in diesem Kapitel auch Methoden für die Generierung des Routensatzes analysiert. Kapitel 5 stellt die Methode für die Kalibrierung der Modellparameter vor.

Im Kapitel 6 wird ein Verfahren für die simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl entwickelt. Zu Beginn dieses Kapitels werden die Anforderungen, das Modellkonzept und die theoretischen Grundlagen dargestellt. Die Wahl der Alternative (hier sind es IV- und ÖV-Routen) und die Nachfrageaufteilung basieren auf dem stochastischen Nutzergleichgewicht. Es werden folgende Ansätze für die stochastische Verkehrsaufteilung verwendet:

- Nested-Logit (NL)
- Cross-Nested-Logit (CNL)
- C-Logit (CL)
- Path-Size-Logit (PSL)
- Nested-C-Logit (NCL)

Das Nested-C-Logit-Modell wurde als ein neuer Ansatz entwickelt. Durch die Berücksichtigung von Routenüberlappungen stellt dieser Ansatz eine Erweiterung des Nested-Logit dar.

In einem weiteren Schritt wurde das entwickelte Verfahren für die simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl auf zwei einfache Netzbeispiele (mit unterschiedlichen Korrelationsmöglichkeiten) angewendet. Die mit unterschiedlichen Variationen der Modellparameter und Netzbelastungen ermittelten Ergebnisse werden einander gegenübergestellt und analysiert. Zusätzlich wird auch der Vergleich mit der Anwendung

eines Probit-Modells dargestellt. In dieser Analyse wird gezeigt, welcher der betrachteten Modellansätze für die simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl und den oben gestellten Modellanforderungen am besten geeignet sind.

In einem weiteren Schritt wurde das Verfahren durch die automatische Kalibration von Modellparametern erweitert. Die aus dem vorherigen Schritt ermittelten Nachfrage- und Angebotsdaten der Alternativen sind die Eingangsgrößen für die Kalibration der gesuchten Modellparameter in der Nutzenfunktion (zum Beginn werden die Parameter frei vorgegeben). Mit den geschätzten Modellparametern wird eine neue Aufteilung der Verkehrsnachfrage zwischen den Alternativen (unter vorgegebenen Gleichgewichtsbedingungen) durchgeführt. Das Verfahren mit der Nachfrageaufteilung und Kalibration der Modellparameter wird so lange wiederholt, bis die vorgegebene Konvergenz bzw. Gleichgewichtsbedingung erreicht ist. Dabei wird sowohl ein inneres (Nachfrageaufteilung: Verkehrsmittelwahl und Routenwahl) als auch ein äusseres (Modellparameter) Gleichgewicht gesucht (siehe Abbildung 1).

Das gesamte Verfahren (inkl. Nachfrageaufteilung und Kalibration der Modellparameter) wird zuerst auf ein einfacheres Anwendungsbeispiel mit unterschiedlichen Modellansätzen und Nutzenfunktionen angewendet und analysiert. Zum Schluss wird das Modell auf ein reales Beispiel angewendet und geprüft. Betrachtet wird dabei ein Teil des schweizerischen Schienen- und Strassennetzes im Dreieck Zürich-Bern-Basel. Die ermittelten Ergebnisse werden mit den vorhandenen Erhebungsdaten und nationalen Modellen verglichen. Es wird an diesem Beispiel überprüft, ob das Verfahren in der Lage ist, Verkehrsverhalten realitätsentsprechend abzubilden. Betrachtet werden dabei sowohl die Querschnittsbelastungen als auch die Strassen- und Schienenanteile auf einzelnen Quell-Ziel-Beziehungen.

Der wesentliche Beitrag dieser Untersuchung liegt in der Integration der Verkehrsmittelwahl und der Routenwahl in einem simultanen Modellschritt. Die Analyse der vorhandenen Methoden gibt eine theoretische Modellgrundlage für das Routen- und Verkehrsmittelwahlmodell und zeigt die Vorteile und Nachteile von einzelnen Methoden bzw. Verfahren.

Mit den entwickelten Verfahren wird es möglich,

- die Nachfrageaufteilung (auf Verkehrsmittel und Route) mit einem konsistenten Gleichgewicht zwischen Verkehrsangebot und Verkehrsnachfrage zu berechnen. Dabei wird ein Gleichgewicht nicht nur innerhalb des Strassen- oder Schienennetzes, sondern zwischen allen verfügbaren Alternativen (unabhängig vom Verkehrsmittel) gesucht, was

bei der Schätzung der Auswirkungen von Angebotsveränderungen auf die Verkehrsnachfrage besonders wichtig ist.

- durch die iterative Kalibration der Modellparameter und die Nachfrageaufteilung ein konsistentes Gleichgewicht zwischen den geschätzten Modellparametern für die Nutzenfunktion und der Nachfrageaufteilung auf die vorhandenen Alternativen (Routen) zu erreichen.
- mit einem stochastischem Nutzergleichgewicht die unterschiedliche Wahrnehmung der Nutzen bzw. der generalisierten Kosten der Verkehrsteilnehmer bei der Nachfrageaufteilung zu berücksichtigen. Dieser Ansatz ist wegen der unterschiedlichen Zahlungsbereitschaft der Verkehrsteilnehmer vor allem für die Beurteilung von Planungsvarianten mit veränderten Reisekosten (z.B. Mauten) besonders geeignet.
- die Auswirkungen von Angebotsveränderungen auf die Verkehrsmittelwahl und Routenwahl durch simultane Modellierung der Entscheidungen konsistent und ohne Rückkopplung zwischen getrennten Modellen zu berechnen.

Weiter zeigt diese Untersuchung auch:

- die Möglichkeiten und Grenzen der vorhandenen Entscheidungsmodelle,
- die Entwicklung und Anwendung eines neuen Modellansatzes (Nested-C-Logit),
- ein Verfahren für die Modellierung des stochastischen Nutzergleichgewichtes.

3 Entscheidungsmodelle

Wir treffen alltäglich Entscheidungen, bei denen wir aus einer Reihe von unterschiedlichen Alternativen eine auswählen müssen. Diese Entscheidungen finden unter anderem auch im Verkehr statt, bei der Wahl von Reiseziel, Verkehrsmittel, Abfahrtszeit, Route usw. All diese Entscheidungen sind als diskrete Entscheidungen zu bezeichnen, bei denen aus einer endlichen Anzahl klar unterscheidbarer Möglichkeiten gewählt wird. Diese Möglichkeiten können wir aufzählen und bei jeder Entscheidung wählen wir eine davon aus.

In all diesen Fällen können zur Abbildung von Entscheidungen diskrete Entscheidungsmodelle zur Anwendung kommen (Maier und Weiss, 1990). Unter anderem wird in diskreten Entscheidungsmodellen das Konzept der neoklassischen Konsumententheorie (Nutzenmaximierung) angewendet. Die klassische ökonomische Theorie basiert auf dem Konzept des *homo oeconomicus*. Dieses Konzept geht von der Annahme aus, dass Menschen sich rational verhalten und dementsprechend ihren Nutzen maximieren. Die Nutzenfunktion hat folgende Form:

$$U = U(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (3-1)$$

unter der Nebenbedingung

$$\sum P_i \cdot x_i = E \quad (3-2)$$

wobei x_i die gekauften Güter, P_i die Preise der Güter und E das Geldeinkommen bedeuten.

3.1 Nutzenmaximierungstheorie

Wenn das Individuum seine Nutzenfunktion und die Charakteristika der Alternativen kennt, wählt es vernünftigerweise jene Alternative, die ihm den höchsten Nutzen ermöglicht. Dies ist die bekannte Annahme der Nutzenmaximierung unter der Nebenbedingung, dass die gewählte Alternative in der Alternativenmenge liegt:

$$a_{opt,n} = \{a_{in} \mid U(a_{in}) \geq U(a_{i'n})\}, \quad i' = 1, \dots, I_n, \quad a_{in} \in A_n \quad (3-3)$$

wobei i und i' die Alternativen, n die Person, U den Nutzen und A die Menge der Alternativen sind.

Diese kann auch als die Aussage über die Wahlentscheidung des Individuums dargestellt werden, d.h.:

$$a_{in} = a_{opt,n} \quad (3-4)$$

Wegen der Annahme des nutzenmaximierenden Verhaltens ist diese Aussage äquivalent zu derjenigen, dass der Nutzen von Alternative i am höchsten ist:

$$U_{in} \geq U_{i'n} \quad i' = 1, \dots, I_n, \quad a_{in} \in A_n \quad (3-5)$$

Solange das deterministische Nutzenkonzept angewendet wird, ist die Aussage (3-5) im Einzelfall entweder richtig oder falsch. Mit dem Verwenden des Konzepts des Zufallsnutzens kann eine Wahrscheinlichkeitsaussage über das Zutreffen von (3-4) bzw. (3-5) wie folgt formuliert werden:

$$P(a_{in} = a_{opt,n}) = \text{Prob}(U_{in} \geq U_{i'n}), \quad i' = 1, \dots, I_n, a_{in} \in A_n \quad (3-6)$$

Die Wahrscheinlichkeit, dass Individuum n Alternative i wählt, ist gleich der Wahrscheinlichkeit dafür, dass die Alternative i den höchsten Nutzen aufweist. Durch die Berücksichtigung sowohl deterministischer als auch stochastischer Nutzenkomponenten kann die Gleichung (3-6) wie folgt geschrieben werden:

$$P_n(i) = \text{Prob}(V_{in} + \varepsilon_{in} - V_{i'n} \geq \varepsilon_{i'n}, \quad i' = 1, \dots, I_n) \quad (3-7)$$

$$= \text{Prob}(V_{in} - V_{i'n} \geq \varepsilon_{i'n} - \varepsilon_{in}, \quad i' = 1, \dots, I_n) \quad (3-8)$$

Die Gleichung (3-8) zeigt, dass die Nutzendifferenzen für die Entscheidung von Bedeutung sind. Mit unterschiedlichen Verteilungsannahmen sind dann verschiedene Formen diskreter Entscheidungsmodelle entstanden. Die Dichtefunktion der gemeinsamen Verteilung der Störterme der Zufallsnutzen aller Alternativen des Individuums n kann wie folgt geschrieben werden: $f_n(\varepsilon_{1n}, \varepsilon_{2n}, \dots, \varepsilon_{I_n n})$.

Um die allgemeine Lösung für die Auswahlwahrscheinlichkeit einer Alternative zu berechnen, muss die Dichtefunktion für alle Alternativen ausser der gesuchten i, über die Werte von $-\infty$ bis U_{in}^* , integriert werden. Dabei nehmen wir an, dass die Nutzen U_{in}^* der gesuchte Alternative i bzw. der entsprechende Störterm ε_{in}^* bekannt ist. Daraus ergibt sich:

$$P_n(i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_n(\varepsilon_{in}, \varepsilon_{i'n}, \dots, \varepsilon_{I_n n}) d\varepsilon_{I_n n} \dots d\varepsilon_{i'n} d\varepsilon_{in} \quad (3-9)$$

Wie zu sehen ist, sind diese Integrale in ihrer allgemeinen Form nur sehr schwer zu berechnen. Daher müssen Verteilungen verwendet werden, für welche die Gleichung (3-9) eine analytische Lösung hat, so dass sich die Berechnungen der Auswahlwahrscheinlichkeiten wesentlich vereinfachen (wie z.B. beim Logit-Modell). Im Folgenden werden die am häufigsten verwendeten und für die hier betrachteten Fragestellungen anwendbaren Entscheidungsmodelle dargestellt:

- Multinomiales Logit-Modell
- Probit-Modell
- Nested-Logit-Modell
- Cross-Nested-Logit-Modell

3.2 Multinomiales Logit-Modell

Das Logit-Modell ist das am häufigsten angewandte multinomiale diskrete Entscheidungsmodell. Die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Alternative i gewählt wird, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, dass der Nutzen dieser Alternative U_{in} grösser ist, als die Nutzen $U_{i'n}$ aller anderen Alternativen i' ,

$$U_{in} \geq U_{i'n}, \forall i'. \quad (3-10)$$

Dabei ist $U_{in} = V_{in} + \varepsilon_{in}$,

wobei V eine systematische Nutzenkomponente, die deterministisch ist, und ε eine stochastische Nutzenkomponente darstellt. Aus diesen beiden Komponenten setzt sich der gesamte Nutzen einer Alternative zusammen.

Daraus folgt, dass

$$V_{in} - V_{i'n} \geq \varepsilon_{i'n} - \varepsilon_{in}, \forall i' \quad (3-11)$$

bzw.

$$P_n(i) = \text{Prob}(V_{in} + \varepsilon_{in} \geq V_{i'n} + \varepsilon_{i'n}; \forall i' \in I_n) \quad (3-12)$$

P	Wahrscheinlichkeit
Prob	Wahrscheinlichkeitsfunktion
i, i'	Alternativen
n	Person
U	Nutzen
I	Menge der Alternative

Die Zufallskomponente (oft auch Störterm genannt) beinhaltet verschiedene stochastische Einflussfaktoren. Die deterministischen Nutzen einer Alternative werden sowohl durch die Merkmale des Individuums s_n (einschliesslich der Situation der Person) als auch durch den Vektor z_{in} der Eigenschaften der Alternative beschrieben. Die beiden Vektoren werden durch eine Funktion h in einem Attributvektor x_n zusammengefasst (Ben-Akiva und Lerman, 1985):

$$x_{in} = h(z_{in}, s_n) \quad (3-13)$$

wobei

x_{in}	die entscheidungsbeeinflussenden Attribute für die Wahl der Alternative i durch Person n ,
h	die vektorwertige Transformationsfunktion,
z_{in}	die Attribute der Alternative i für Person n und
s_n	die sozio-ökonomischen Attribute der Person n sind.

Die Funktion h kann linear aber auch nichtlinear sein. In der Regel wird angenommen, dass die Nutzen bezüglich der Attribute x_{in} mit einem Vektor unbekannter Parameter β linear sind:

$$V_{in} = \beta_1 \cdot x_{in1} + \beta_2 \cdot x_{in2} + \dots + \beta_H \cdot x_{inH} = \beta' \cdot x_{in} \quad (3-14)$$

Beim Logit-Modell wird angenommen, dass die Störterme stochastisch unabhängig und identisch verteilt sind, mit einer Gumbel-Verteilung und einem positiven Parameter μ , ($\mu > 0$).

Die Dichtefunktion $f(\varepsilon_{in})$ bzw. die Verteilungsfunktion $F(\varepsilon_{in})$ der Gumbel-Verteilung ist wie folgt definiert (Ben-Akiva und Lerman, 1985):

$$f(\varepsilon_{in}) = \mu \cdot \exp(-\mu \cdot (\varepsilon_{in} - \eta)) \exp(-\exp(-\mu \cdot (\varepsilon_{in} - \eta))), \mu > 0 \quad (3-15)$$

$$F(\varepsilon_{in}) = \exp(-\exp(-\mu \cdot (\varepsilon_{in} - \eta))) \quad (3-16)$$

Dabei hat die Verteilung den Erwartungswert $E(\varepsilon) = \eta + \gamma / \mu$ (mit der Euler-Konstanten $\gamma = 0.5772$) und der Varianz $\sigma = \pi^2 / 6\mu^2$.

Der Parameter η (Lokalisationsparameter) wird in der Regel gleich null gesetzt. Da η eine additive Konstante zur Zufallsgrösse ist und deshalb die Modellstruktur nicht verändert, ist diese Annahme nicht restriktiv (Ben-Akiva und Lerman, 1985, S.70).

Mit der Gumbel-Verteilung der Zufallsvariablen ist zu sehen, dass die Differenz zweier Störvariablen $\varepsilon_n = \varepsilon_{in} - \varepsilon_{i'n}$ logistisch verteilt ist und für die Dichtefunktion $f(\varepsilon_n)$ bzw. die Verteilungsfunktion $F(\varepsilon_n)$ gilt:

$$f(\varepsilon_n) = \frac{\mu \cdot \exp(-\mu \cdot \varepsilon_n)}{(1 + \exp(-\mu \cdot \varepsilon_n))^2} \quad (3-17)$$

$$F(\varepsilon_n) = \frac{1}{1 + \exp(-\mu \cdot \varepsilon_n)} \quad (3-18)$$

Daraus lässt sich für den binären Fall die Auswahlwahrscheinlichkeit wie folgt formulieren:

$$\begin{aligned} P_n(i) &= \text{Prob}(U_{in} \geq U_{i'n}) \\ &= \frac{1}{1 + \exp(-\mu \cdot (V_{in} - V_{i'n}))} = \frac{\exp(\mu \cdot V_{in})}{\exp(\mu \cdot V_{in}) + \exp(\mu \cdot V_{i'n})} \\ &= \frac{\exp(\mu \cdot \beta' \cdot x_{in})}{\exp(\mu \cdot \beta' \cdot x_{in}) + \exp(\mu \cdot \beta' \cdot x_{i'n})} = \frac{1}{1 + \exp(-\mu \cdot \beta' \cdot (x_{in} - x_{i'n}))} \end{aligned} \quad (3-19)$$

Es ist zu bemerken, dass die Nutzen V_{in} und $V_{i'n}$ hier linear berechnet sind. Da der Skalierungsparameter μ ($\mu > 0$) mit den zu schätzenden Parametern β multiplikativ verknüpft ist, ist er bei einer Schätzung nicht identifizierbar. Dieser Parameter wird deshalb im

eindimensionalen Fall in der Regel gleich eins gesetzt, womit die Skalierung des Nutzens festgelegt wird.

Bei der Annahme, dass $\eta = 0$ und $\mu = 1$ ist, wird eine spezielle Form der Gumbel-Typ-I-Verteilung definiert, die auch Standard-Extremwert-Verteilung genannt wird. Die Annahme von unabhängig identisch gumbelverteilten Störtermen führt zu Auswahlwahrscheinlichkeiten, die in arithmetisch geschlossener Form dargestellt werden können. Anders gesagt, kann unter den getroffenen Verteilungsannahmen das Integral

$$P_n(i) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varepsilon_i) d\varepsilon_i \prod_{i' \neq i} \int_{-\infty}^{V_i - V_{i'} + \varepsilon_i} f(\varepsilon_{i'}) d\varepsilon_{i'} \quad (3-20)$$

analytisch berechnet werden (Hensher und Johnson, 1981, S.39ff). Das Ergebnis ist der Ausdruck für die Auswahlwahrscheinlichkeit:

$$P_n(i) = \frac{\exp(V_{in})}{\sum_{i'} \exp(V_{i'n})} = \frac{\exp(\beta' \cdot x_{in})}{\sum_{i'} \exp(\beta' \cdot x_{i'n})} \quad (3-21)$$

wobei x_{in} und $x_{i'n}$ Vektoren für die Beschreibung der Attribute der Alternativen i bzw. i' für Person n in der entsprechenden Situation sind. Damit wird es möglich, die Wahrscheinlichkeitsberechnung mit einem MNL-Modell in einer geschlossenen und einfachen Form durchzuführen.

Aus dieser Gleichung lassen sich die wichtigsten Eigenschaften des Logit-Modells ableiten (Maier und Weiss, 1990):

- Die Auswahlwahrscheinlichkeiten liegen zwischen Null und Eins. Da Zähler und Nenner wegen der Exponentialfunktion positiv sind, kann der gesamte Ausdruck nicht negativ sein.
- Auch das zweite Axiom für Wahrscheinlichkeiten, d.h. dass diese sich auf Eins summieren, ist für die Auswahlwahrscheinlichkeit erfüllt.
- Die Auswahlwahrscheinlichkeit von Null bzw. Eins werden nur im Grenzübergang erreicht.
- Die Erhöhung des deterministischen Nutzens einer Alternative führt bei einer translationsinvarianten Verteilung immer zu einem Anstieg der Auswahlwahrscheinlichkeiten dieser Alternative und zu einem Rückgang der Auswahlwahrscheinlichkeit der konkurrierenden.
- Die Aufgabe des Skalierungsparameters μ der Gumbel-Verteilung: Er skaliert den Nutzen und muss a priori fixiert werden, damit die Parameter β identifiziert werden können. Aus naheliegenden Gründen wird μ üblicherweise auf den Wert eins gesetzt. In der empirischen Anwendung des Logit-Modells bleibt diese Skalierung meist implizit.

- Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen (IIA): Das Verhältnis der Auswahlwahrscheinlichkeiten zweier Alternativen ist unabhängig von der Verfügbarkeit und Charakteristik anderer Alternativen.

GEV - Modell

Das MNL Modell kann auch als „Generalised Extreme Value“ (GEV) aus dem Nutzenmaximierungsmodell von McFadden abgeleitet werden. Die Wahrscheinlichkeit für die Wahl der Alternative i innerhalb von C_n ist beim GEV Modell wie folgt formuliert:

$$P(i | C_n) = \frac{e^{V_n} \cdot \frac{\partial G}{\partial e^{V_n}} \cdot (e^{V_{1n}}, \dots, e^{V_{In}})}{\mu \cdot G(e^{V_{1n}}, \dots, e^{V_{In}})} \tag{3-22}$$

I_n ist die Anzahl der Alternativen in C_n und G ist die nicht-negative Ableitungsfunktion mit folgenden Charakteristiken:

- G ist nicht negativ
- G ist homogen¹ vom Grad $\mu > 0$
- $\lim_{x_i \rightarrow \infty} G(x_1, \dots, x_i, \dots, x_{In}) = \infty$, für jedes $i = 1, \dots, I_n$
- Die k-te partielle Ableitung bezüglich k verschiedener Argumente x_i , ist für ungerade k's nicht-negativ und nicht-positiv für gerade k's.

Das multinomiales Logit-Modell, Nested-Logit und Cross-Nested-Logit-Modell sind GEV Modelle, mit

$$G(x) = \sum_{i=1}^{I_n} x_i^\mu \tag{3-23}$$

für das Logit-Modell,

$$G(x) = \sum_{j=1}^J \left(\sum_{i \in C_{jn}} x_i^{\mu_j} \right)^{\frac{\mu}{\mu_j}} \tag{3-24}$$

für das Nested-Logit-Modell und

$$G(x) = \sum_{j=1}^J \left(\sum_{i \in C_n} \alpha_{ij} x_i^{\mu_j} \right)^{\frac{\mu}{\mu_j}} \tag{3-25}$$

für das Cross-Nested-Logit-Modell.

Diese Funktionen sind homogen vom Grad μ und genügen für $0 \leq \mu \leq \mu_j$ den oben genannten Bedingungen.

¹ Eine Funktion $f(x)$ ist homogen vom Grad μ in x , wenn $f(t \cdot x) = t^\mu \cdot f(x)$

EVA - Ansatz

Das Verkehrsnachfrage-Modell EVA (Schnabel und Lohse, 1997) von Lohse enthält simultan die Verkehrsverteilung und die Verkehrsaufteilung. Wenn man aus diesem Ansatz die Verkehrsaufteilung herauslöst, entsteht grundsätzlich eine konkrete Spezifikation des universalen multinomialen Logit-Modells (Maier und Weiss, 1990):

$$\begin{aligned}
 P(i | rs) = P_i^{rs} &= \frac{P_i^{*rs}}{\sum_{i'} P_{i'}^{*rs}} = \frac{\exp\left[V_i + \sum_u V_{iu}^{rs}\right]}{\sum_{i'} \exp\left[V_{i'} + \sum_u V_{i'u}^{rs}\right]} \\
 P(i | rs) = P_i^{rs} &= \frac{P_i^{*rs}}{\sum_{i'} P_{i'}^{*rs}} = \frac{\exp\left[\ln(P(M_i)) + \sum_u \ln(P(W_u | O_i^{rs}))\right]}{\sum_{i'} \exp\left[\ln(P(M_{i'})) + \sum_u \ln(P(W_u | O_{i'}^{rs}))\right]} \\
 P(i | rs) = P_i^{rs} &= \frac{P_i^{*rs}}{\sum_{i'} P_{i'}^{*rs}} = \frac{P(M_i) \cdot \prod_u P(W_u | O_i^{rs})}{\sum_{i'} P(M_{i'}) \cdot \prod_u P(W_u | O_{i'}^{rs})} = \frac{P(M_i) \cdot \prod_u F_{iu}(A_{iu}^{rs})}{\sum_{i'} P(M_{i'}) \cdot \prod_u F_{i'u}(A_{i'u}^{rs})}
 \end{aligned}
 \tag{3-26}$$

Die logarithmierte Wahrscheinlichkeit $\ln(P(M_i))$ ist der Verkehrsmittelkonstanten V_i in der Nutzenfunktion äquivalent. Die Wahrscheinlichkeit $P(M_i)$ gibt die Wahlwahrscheinlichkeit für das Verkehrsmittel i an, wenn alle Einflussgrößen A_{iu} den Wert null besitzen. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(W|O_i)$ enthält die Bewertungen (Annahmewahrscheinlichkeiten) der Verkehrsteilnehmer bezüglich der Angebotsstruktur, die durch die Einflussgrößen A_{iu} (z. B. Teile der komplexen Reisezeit, Bedienungshäufigkeiten, Kosten, Entfernungen) beschrieben wird. Der EVA-Ansatz genügt sowohl den Bedingungen des multinomialen Logit-Modell als auch dem Bayes'schen Axiom der Wahrscheinlichkeitsrechnung zur Berechnung bedingter Wahrscheinlichkeiten. Lohse verwendet die sogenannte EVA-Funktion für die quantitative Bestimmung der bedingten Annahmewahrscheinlichkeit $F(A_{iu})$ einer Verkehrsbeziehung rs mit dem Verkehrsmittel i bezüglich des Aufwandsmerkmals u (E, F, G - Parameter):

$$P(W_u | O_i^{rs}) = F(A_{iu}^{rs}) = F(A_{iu}^{rs}) = \frac{1}{(1 + A_{iu}^{rs}) \left(\frac{E}{1 + \exp(F - G \cdot A_{iu}^{rs})} \right)} \tag{3-27}$$

Diese EVA-Funktion besitzt eine nichtlineare Elastizitätsfunktion, die bezogen auf das Bewertungsverhalten der Verkehrsteilnehmer sehr gute Eigenschaften besitzt und für die simultane Verkehrsverteilung / Verkehrsaufteilung auch im kleinen Aufwandsbereich geeignet ist.

3.3 Das Probit-Modell

Das Probit-Modell basiert auf der Annahme, dass die Störterme normalverteilt sind. In der allgemeinsten Form sind die Störterme $\varepsilon_n = (\varepsilon_{1n}, \dots, \varepsilon_{I_n n})$, die den Alternativen eines Individuums entsprechen, I_n -variater normalverteilt, mit dem Erwartungswertvektor Null und der Varianz-Kovarianz-Matrix Σ_n :

$$\varepsilon_n \sim N(0, \Sigma_n) \quad \text{mit } \Sigma_n = \begin{bmatrix} \sigma_{11}^{(n)} & \cdot & \cdot & \cdot & \sigma_{1I}^{(n)} \\ & \cdot & & & \cdot \\ & & \cdot & & \cdot \\ & & & \cdot & \cdot \\ & & & & \sigma_{I_n I_n}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

wobei $\sigma_{ii}^{(n)}$ die Varianz der Störterme der i-ten Alternative und $\sigma_{ij}^{(n)}$ die Kovarianz zwischen den Alternativen i und j ist (Maier und Weiss, 1990). Es ist nicht nötig, den Teil unter der Hauptdiagonalen explizit darzustellen, da die Varianz-Kovarianz-Matrix symmetrisch ist. Die Erwartungswerte werden auf Null gesetzt (eventuelle Abweichungen können in den deterministischen Teil der Nutzenfunktion aufgenommen werden). Im Unterschied zum Logit-Modell können die Störterme beim Probit-Modell eine unterschiedliche Varianz aufweisen (sie sind nicht identisch verteilt) und untereinander korrelieren (sie sind nicht unabhängig).

Die Annahme von multivariat normalverteilten Störtermen hat den wesentlichen Nachteil, dass die Integrale

$$P_n(i) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} f_n(\varepsilon_{in}, \varepsilon_{i'n}, \dots, \varepsilon_{I_n n}) d\varepsilon_{I_n n} \dots d\varepsilon_{i'n} d\varepsilon_{in} \quad (3-29)$$

nicht analytisch berechnet werden können. Damit steht die Auswahlwahrscheinlichkeit nicht in analytisch geschlossener Form zur Verfügung. Für ihre Berechnung werden verschiedene Methoden wie z.B. Monte-Carlo-Simulation, Numerische Integration, Clark's Näherung usw. angewendet.

Als binäre Version bereitet das Probit-Modell bei der Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeiten und damit auch bei der Modellschätzung keine Schwierigkeiten. Der Grund liegt darin, dass für die Entscheidung nur die Nutzendifferenzen massgeblich sind. Die stochastische Komponente reduziert sich damit auf eine univariate Normalverteilung. Werden die zwei Alternativen mit i und i' bezeichnet, wird das Modell wie folgt geschrieben:

$$P_n(i) = \text{Prob}(V_{in} + \varepsilon_{in} \geq V_{i'n} + \varepsilon_{i'n}) \quad (3-30)$$

$$(\varepsilon_{in}, \varepsilon_{i'n}) \sim N(0, \Sigma_n) \quad \text{mit } \Sigma_n = \begin{bmatrix} \sigma_{ii}^{(n)} & \sigma_{ii'}^{(n)} \\ \sigma_{ii'}^{(n)} & \sigma_{i'i'}^{(n)} \end{bmatrix} \quad (3-31)$$

Durch Ersetzen der beiden Störterme auf einer Seite in der Maximierungsbedingung erhält man folgende Gleichung:

$$P_n(i) = \text{Prob}(V_{in} - V_{i'n} \geq \varepsilon_{i'n} - \varepsilon_{in}) \quad (3-32)$$

Die Differenz zweier normalverteilten Zufallsvariablen ist wiederum normalverteilt. Wenn wir die Differenz $\varepsilon_{i'n} - \varepsilon_{in}$ mit ε_n bezeichnen, dann gilt

$$\varepsilon_n \sim N(0, \sigma_n^2) \quad \text{mit } \sigma_n^2 = \sigma_{ii}^{(n)} + \sigma_{i'i'}^{(n)} - 2\sigma_{ii'}^{(n)}. \quad (3-33)$$

Hier ist zu sehen, dass die rechte Seite der Gleichung (3-32) die Verteilungsfunktion der Normalverteilung darstellt. Sie gibt an, mit welcher Wahrscheinlichkeit eine normalverteilte Zufallsvariable kleiner oder gleich einem vorgegebenen Schwellenwert ist. Werden beide Seiten von Gleichung (3-32) durch die Standardabweichung dividiert, kann die Auswahlwahrscheinlichkeit des binären Probit-Modells mit Hilfe der Verteilungsfunktion der standardisierten Normalverteilung, Φ , wie folgt geschrieben werden:

$$P_n(i) = \Phi \left[\frac{V_{in} - V_{i'n}}{\sigma_n} \right] \quad (3-34)$$

In der letzten Gleichung ist zu sehen, dass auch beim binären Probit-Modell ein Skalierungsparameter σ_n vorgegeben werden muss, um die Modellparameter identifizieren zu können. Nur wenn σ_n positiv ist, besteht eine eindeutige Beziehung zwischen der Auswahlwahrscheinlichkeit und der Nutzendifferenz, und damit auch den Parametern. Im Fall, dass eine lineare Nutzenfunktion verwendet wird, ist die Gleichung für das Probit-Modell wie folgt zu schreiben:

$$P_n(i) = \Phi \left[(x_{in} - x_{i'n}) \frac{\beta}{\sigma} \right] \quad (3-35)$$

Bei der Modellschätzung kann nur $\frac{\beta}{\sigma}$ bestimmt werden. Für den Fall, dass wir σ a priori

fixieren, können die β Parameter bestimmt werden.

Die MNL- und Probit-Modelle unterscheiden sich im Wesentlichen in Folgendem voneinander: Das MNL Modell ist schätztechnisch relativ einfach anzuwenden, in seiner Struktur allerdings durch die IIA-Eigenschaft stark eingeschränkt. Das multinomiale Probit-Modell erlaubt zwar vielfältige Beziehungen zwischen den Störtermen und ist damit wesentlich allgemeiner als das Logit-Modell, führt aber zu grossen schätztechnischen Problemen.

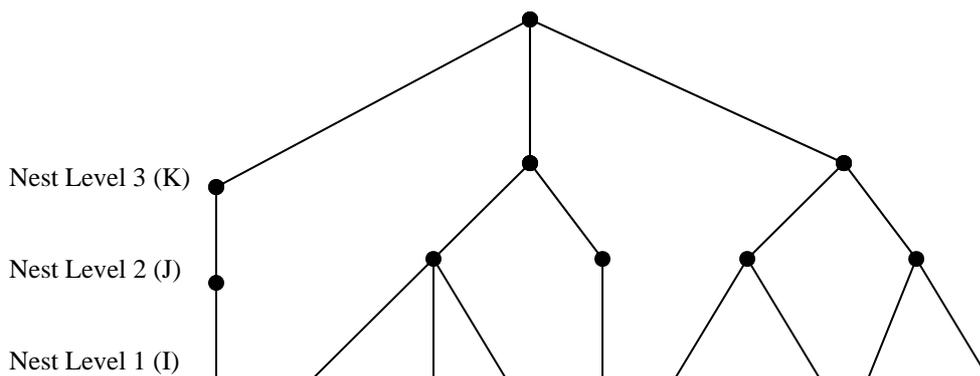
3.4 Nested-Logit-Modell (NL)

Für den Fall, dass die IIA-Eigenschaft aufgrund einer hohen Ähnlichkeit zwischen mehreren Alternativen verletzt ist, bietet die Verwendung des Nested-Logit-Ansatzes die Möglichkeit, diese Ähnlichkeiten zu berücksichtigen. Diese Modelle werden auch „strukturierte“, „sequentielle“, „tree“ oder „hierarchische“ Modelle genannt.

Bei Nested-Modellen wird die IIA-Annahme durch die Bildung von mehreren Untergruppen (als Entscheidungsalternativen) umgangen. Die Bildung von Untergruppen bietet den Vorteil, dass nach einer solchen Aufteilung von Entscheidungsalternativen die Korrelationen zwischen den Fehlergrößen einer Gruppe zwar weiter bestehen werden, die Fehlergrößen zwischen den Gruppen aber nicht zu korrelieren brauchen (Urban, 1993). Nach McFadden (1977) ist die Verteilung der Fehlergröße bei derart abgebildeten Nested-Modellen eine sogenannte generalisierte Extremwert-Verteilung (Verallgemeinerung der Extreme Value Typ I Verteilung) und deshalb auch mit Hilfe des klassischen, konditionalen Logit-Modells zu analysieren.

Das Nested-Logit-Modell erlaubt die Modellierung der Entscheidungen bei der Verkehrsmittelwahl in relativ einfacher Art, indem es die Ähnlichkeiten der verschiedenen Alternativen passend gruppiert. Die Routenwahl ist der komplexere Fall und es ist schwierig, die Ähnlichkeiten zwischen den verschiedenen Routen im Nested-Logit-Modell zu erfassen.

Abbildung 2 Nested-Logit-Modell mit drei Entscheidungsstufen



Das Nested-Logit-Modell stellt damit eine Verallgemeinerung des Logit-Modells dar und erlaubt Abhängigkeiten oder Korrelationen zwischen den Nutzen der Alternativen innerhalb von gemeinsamen Gruppen (Williams, 1976; McFadden, 1978).

Die Herleitung des NL-Modells basiert auf den gleichen Annahmen wie das MNL-Modell mit Ausnahme der erlaubten Korrelation der Fehlerterme. Das NL-Modell kann formuliert werden als Produkt des MNL-Modells, definiert für jede Ebene der Baumstruktur.

Die Ähnlichkeiten bzw. Nutzenkomponenten (sowohl deterministische als auch stochastische Komponenten) können in einem Nested-Logit-Modell in Teilkomponenten der zugehörigen Alternative aufgespalten und modelliert werden. Die deterministischen Nutzen werden wie folgt berechnet (Ben-Akiva und Lerman, 1985):

$$V_{ij} = V_i + V_j + V_{ij} \quad (3-36)$$

wobei

- V_i der deterministische Teilnutzen der untergeordneten Alternativen i,
- V_j der deterministische Teilnutzen der übergeordneten Alternativen j und
- V_{ij} der bedingte deterministische Teilnutzen der Merkmalskombination (ij) ist.

Die stochastischen Nutzen werden mit folgendem Ansatz analog beschrieben

$$\varepsilon_{ij} = \varepsilon_i + \varepsilon_j + \varepsilon_{ij} \quad (3-37)$$

wobei

- ε_i der stochastische Teilnutzen der untergeordneten Alternative i,
- ε_j der stochastische Teilnutzen der übergeordneten Alternative j und
- ε_{ij} der bedingte stochastische Teilnutzen der Merkmalskombination (ij) ist.

Damit ist der gesamte Nutzen:

$$U_{ij} = V_i + V_j + V_{ij} + \varepsilon_i + \varepsilon_j + \varepsilon_{ij} . \quad (3-38)$$

Um die Eigenschaften des MNL-Modells zu erhalten, werden bei der Herleitung des Nested-Logit-Modells folgende Annahmen getroffen:

- einer der beiden Störterme ε_i oder ε_j weist eine Varianz von Null oder eine so geringe Streuung auf, dass sie vernachlässigt werden kann.
- ε_i und ε_j sind unabhängig verteilt für alle möglichen Kombinationen.
- die Komponente ε_{ij} ist unabhängig identisch gumbelverteilt mit dem Lageparameter Null und dem Skalierungsparameter μ^j .

Durch die Berücksichtigung von Korrelationen wird mit dem Nested-Logit ein wesentlicher Nachteil des MNL Modells vermieden. Unter den oben genannten Annahmen können die bedingte und die Randwahrscheinlichkeit berechnet werden.

Im Nested-Logit-Modell wird der Skalierungsparameter μ explizit geschätzt. Wenn wir μ gegen unendlich gehen lassen, wird der stochastische Einfluss verschwinden und die Entscheidung wird deterministisch. Der zweite Grenzfall tritt ein, wenn wir μ gegen Null gehen lassen. Dann wird der Einfluss der deterministischen Komponente verschwinden und die Entscheidung wird rein stochastisch bestimmt.

Da beim zweistufigen Nested-Logit Modell nur das Verhältnis der beiden Skalierungsparameter identifizierbar ist, kann einer der beiden Parameter gleich eins gesetzt werden. Hier wird angenommen, dass $\mu^I = 1$. Die bedingte Wahrscheinlichkeit $P(i | j)$ ist dann wie folgt zu berechnen:

$$P(i | j) = \frac{\exp(V_i + V_j + V_{i|j})}{\sum_{i'} \exp(V_{i'} + V_j + V_{i'|j})} = \frac{\exp(V_i + V_{i|j})}{\sum_{i'} \exp(V_{i'} + V_{i'|j})} = \frac{\exp(V_i) \cdot \exp(V_{i|j})}{\sum_{i'} \exp(V_{i'}) \cdot \exp(V_{i'|j})} \quad (3-39)$$

Wenn die Nutzenkomponenten, die auf die Alternative j bezogen sind, als sog. Inklusivwert $\bar{V}_j = \ln \sum_{i'} \exp(V_{i'} + V_{i'|j})$ zusammengefasst werden, wird die marginale Wahrscheinlichkeit $P(j)$ wie folgt berechnet:

$$P(j) = \frac{\exp((V_j + \bar{V}_j) \cdot \mu^J)}{\sum_{j'} \exp((V_{j'} + \bar{V}_{j'}) \cdot \mu^J)}$$

$$P(j) = \frac{\exp\left[\left[\ln \sum_{i'} \exp(V_{i'} + V_j + V_{i|j})\right] \mu^J\right]}{\sum_{j'} \exp\left[\left[\ln \sum_{i'} \exp(V_{i'} + V_{j'} + V_{i|j'})\right] \mu^J\right]} = \frac{\left[\sum_{i'} (\exp(V_{i'}) \cdot \exp(V_j) \cdot \exp(V_{i|j}))\right]^{\mu^J}}{\sum_{j'} \left[\sum_{i'} (\exp(V_{i'}) \cdot \exp(V_{j'}) \cdot \exp(V_{i|j'}))\right]^{\mu^J}} \quad (3-40)$$

Die gesuchte Wahrscheinlichkeit $P(ij)$ wird dann wie folgt berechnet:

$$P(ij) = P(i | j) \cdot P(j) \quad (3-41)$$

Für die I unabhängigen, mit dem Skalierungsparameter μ^I gumbelverteilten Zufallsvariablen V_1, V_2, \dots, V_I gilt, dass der Maximalwert aus dieser Menge ebenfalls gumbelverteilt ist, mit dem Erwartungswert

$$E(\max V_i) = \frac{1}{\mu^I} \cdot \ln \sum_{i'} \exp(\mu^I \cdot V_{i'}) \quad (3-42)$$

(vgl. Ben-Akiva und Lerman, 1985, S.282, S.300 ff).

Eine Verbindung zum EVA-Ansatz (Lohse, Teichert, Dugge und Bachner, 1997; Schnabel und Lohse, 1997), dem unter anderem die Bayes'sche Axiomatik und Informationsgewinnminimierung zugrunde liegt, kann wie folgt gezeigt werden.

$$P(ij) = \frac{\exp(V_i) \cdot \exp(V_{ij})}{\sum_{i'} \exp(V_{i'}) \cdot \exp(V_{i'j})} \cdot \frac{\left[\sum_{i'} (\exp(V_{i'}) \cdot \exp(V_j) \cdot \exp(V_{i'j})) \right]^{\mu^j}}{\sum_{j'} \left[\sum_{i'} (\exp(V_{i'}) \cdot \exp(V_{j'}) \cdot \exp(V_{i'j'})) \right]^{\mu^{j'}}$$

$$P(ij) = \frac{P(M_i) \cdot P(W | (i \cap j))}{\sum_{i'} P(M_{i'}) \cdot P(W | (i' \cap j))} \cdot \frac{\left[\sum_{i'} P(M_{i'}) \cdot P(E_j) \cdot P(W | (i' \cap j)) \right]^{\mu^j}}{\sum_{j'} \left[\sum_{i'} P(M_{i'}) \cdot P(E_{j'}) \cdot P(W | (i' \cap j')) \right]^{\mu^{j'}}} \quad (3-43)$$

Bei $\mu^j = 1$

$$P(ij) = \frac{P(M_i) \cdot P(E_j) \cdot P(W | (i \cap j))}{\sum_{j'} \sum_{i'} P(M_{i'}) \cdot P(E_{j'}) \cdot P(W | (i' \cap j'))} \Rightarrow \text{Bayes'sches Axiom} \quad (3-44)$$

McFadden (1981) generierte das Nested-Logit-Modell auch als ein GEV (*Generalised Extreme Value*) Modell wie folgt:

Wenn die Nutzenfunktion für J Alternativen $U_i = V_i + \varepsilon_i$ ist, damit wird die Wahlwahrscheinlichkeit P_i wie folgt geschrieben

$$P(i) = \int_{\varepsilon=-\infty}^{\varepsilon=\infty} F_i(V_i - V_1 + \varepsilon, \dots, V_i - V_j + \varepsilon) d\varepsilon \quad (3-45)$$

wobei F die kumulative Verteilungsfunktion des Fehlers $(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_j)$ und $F_i = \frac{\partial F}{\partial \varepsilon_i}$ ist.

Damit ist:

$$F(\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_j) = \exp\{-G(e^{-\varepsilon_1}, \dots, e^{-\varepsilon_j})\} \quad (3-46)$$

und die Wahrscheinlichkeit für die Wahl der Alternative i ist:

$$P(i) = \frac{e^{V_i} \cdot G_i(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_j})}{\mu \cdot G(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_j})} \quad (3-47)$$

wobei G_i die erste Ableitung von G nach $Y_i = \exp(V_i)$ ist.

Wenn die Nutzenfunktion $U_{ij} = U_j + U_{i/j}$ bzw. $V_{ij} = V_j + V_{i/j}$, ist nach Lohse et al. (1997)

$$\begin{aligned}
 G(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_J}) &= \sum_{j=1}^J \left(\sum_{i \in j} (e^{V_{ij}})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j} \\
 G(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_J}) &= \sum_{j=1}^J \exp \left[\ln \left(\sum_{i \in j} (e^{V_{ij}})^{1/\mu_j} \right)^{\mu_j} \right] \\
 G(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_J}) &= \sum_{j=1}^J \exp \left[\mu_j \cdot \ln \left(\sum_{i \in j} \left(\exp \left(\frac{V_{ij}}{\mu_j} \right) \right) \right) \right] \\
 G(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_J}) &= \sum_{j=1}^J \left\{ \exp \left[\ln \left(\sum_{i \in j} \left(\exp \left(\frac{V_{ij}}{\mu_j} \right) \right) \right) \right] \right\}^{\mu_j} \\
 G(e^{V_1}, e^{V_2}, \dots, e^{V_J}) &= \sum_{j=1}^J \left\{ \sum_{i \in j} \left(\exp \left(\frac{V_{ij}}{\mu_j} \right) \right) \right\}^{\mu_j} \tag{3-48}
 \end{aligned}$$

und führt zu

$$\begin{aligned}
 P(ij) &= \frac{\exp \left(\frac{V_{ilj}}{\mu_j} \right) \cdot \exp \left\{ \mu_j \cdot \ln \left(\sum_{i' \in j} \exp \left(\frac{V_{i'lj}}{\mu_j} \right) \right) \right\}}{\sum_{i' \in j} \exp \left(\frac{V_{i'lj}}{\mu_j} \right) \cdot \sum_{j'=1}^J \exp \left\{ \mu_{j'} \cdot \ln \left(\sum_{i' \in j'} \exp \left(\frac{V_{i'lj'}}{\mu_{j'}} \right) \right) \right\}} = \\
 &= \frac{\exp \left(\frac{V_{ilj}}{\mu_j} \right) \cdot \left[\sum_{i' \in j} \exp \left(\frac{V_{i'lj}}{\mu_j} \right) \right]^{\mu_j}}{\sum_{i' \in j} \exp \left(\frac{V_{i'lj}}{\mu_j} \right) \cdot \sum_{j'=1}^J \left[\sum_{i' \in j'} \exp \left(\frac{V_{i'lj'}}{\mu_{j'}} \right) \right]^{\mu_{j'}}}, \tag{3-49}
 \end{aligned}$$

mit $\mu_j \leq 1 \dots \forall j$.

Wenn der Skalierungsparameter (innerhalb der Funktion exp()) in den deterministischen Nutzen integriert wird, entsteht:

$$\begin{aligned}
 P(ij) &= \frac{\exp(V_{ilj})}{\sum_{i' \in j} \exp(V_{i'lj})} \cdot \frac{\left[\sum_{i' \in j} \exp(V_{i'lj}) \right]^{\mu_j}}{\sum_{j'=1}^J \left[\sum_{i' \in j'} \exp(V_{i'lj'}) \right]^{\mu_{j'}}} = \frac{\exp(V_{ilj})}{\sum_{i' \in j} \exp(V_{i'lj})} \cdot \frac{\left[\sum_{i' \in j} \exp(V_j + V_{i'lj}) \right]^{\mu_j}}{\sum_{j'=1}^J \left[\sum_{i' \in j'} \exp(V_{j'} + V_{i'lj'}) \right]^{\mu_{j'}}}. \tag{3-50}
 \end{aligned}$$

In dem Fall dass die gleiche Nutzenfunktion unterstellt wird, korrespondiert diese Gleichung mit der Gleichung 3-41.

Auf ähnliche Weise lässt sich auch ein dreistufiges Nested-Logit ermitteln. Durch die Berücksichtigung noch einer weiteren (übergeordneten) Entscheidungsstufe ist der Nutzen:

$$U_{ijk} = V_i + V_j + V_k + V_{i|j} + V_{j|k} + V_{i|k} + V_{i|j|k} + \varepsilon_i + \varepsilon_j + \varepsilon_k + \varepsilon_{i|j} + \varepsilon_{j|k} + \varepsilon_{i|k} + \varepsilon_{i|j|k}. \quad (3-51)$$

Mit ähnlichen Modellannahmen wie beim zweistufigen Nested-Logit Modell (Vernachlässigung von Störvariablen, unabhängige Verteilung von Störvariablen) und der zusätzlichen Annahme, dass $V_{i|j} = V_{i|k} = 0$ und $V_j = 0$, folgt:

$$U_{kij} = V_k + V_{j|k} + V_i + V_{i|j|k} + \varepsilon_k + \varepsilon_{j|k} + \varepsilon_{i|j|k} \quad (3-52)$$

Die Wahrscheinlichkeit wird berechnet als:

$$P(ijk) = P(i | jk) \cdot P(j | k) \cdot P(k) \quad (3-53)$$

Dementsprechend ist der erwartete maximale Nutzen $\bar{V}_{j/k} = \ln \sum_i \exp(V_i + V_{i/j/k})$,

und mit $\mu^l = 1$ ist

$$E(\max V_k) = \frac{1}{\mu^J} \cdot \ln \sum_j \exp(V_{j/k} + \bar{V}_{j/k}) \cdot \mu^J \quad (3-54)$$

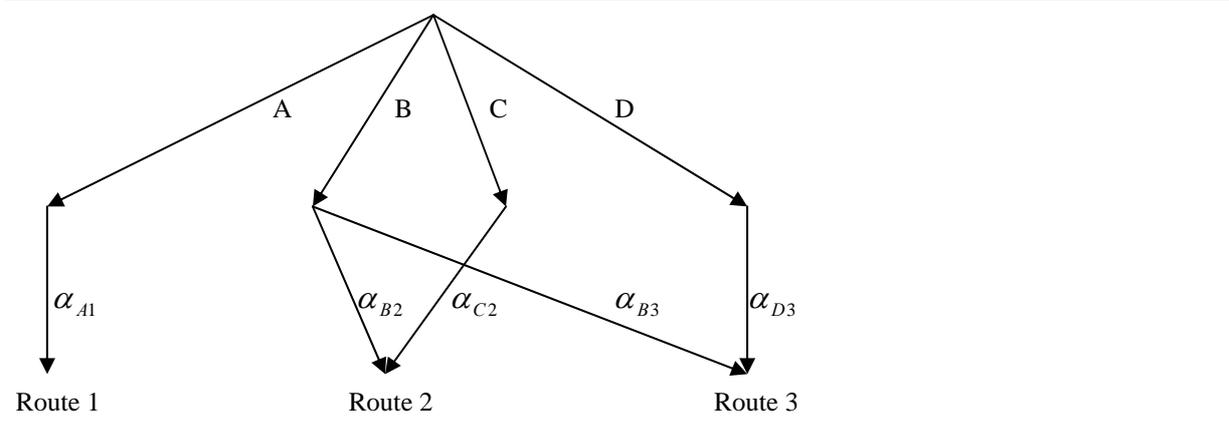
Daraus sind die einzelnen Wahrscheinlichkeiten wie folgt zu berechnen:

$$\begin{aligned} P(i | jk) &= \frac{\exp(V_i + V_{i/j/k})}{\sum_{i'} \exp(V_{i'} + V_{i'/j/k})} \\ P(j | k) &= \frac{\exp((V_{j/k} + \bar{V}_{j/k}) \cdot \mu^J)}{\sum_{j'} \exp((V_{j'/k} + \bar{V}_{j'/k}) \cdot \mu^J)} \\ P(k) &= \frac{\exp((V_k + \bar{V}_k) \cdot \mu^K)}{\sum_{k'} \exp((V_{k'} + \bar{V}_{k'}) \cdot \mu^K)} \end{aligned} \quad (3-55)$$

3.5 Cross-Nested-Logit Modell

Die in den Kapitel 3.2 und 3.4 vorgestellten multinomialen Logit und Nested-Logit-Modell sind die am häufigsten angewendeten Modelle. Das Cross-Nested-Logit Modell (CNL) hat in letzter Zeit an Bedeutung gewonnen, da es für komplexere Korrelationsstrukturen besser geeignet ist als das Nested-Logit-Modell. Es ist eine direkte Erweiterung des Nested-Logit-Modells; jede Alternative darf nun zu mehr als einem Nest gehören. Ähnlich wie beim Nested-Logit-Modell ist der Alternativensatz im zugehörigen Nest verteilt. Zusätzlich wird für jede Alternative i und jedes Nest j der Einschlussparameter (*inclusion coefficient*) α_{ji} ($0 \leq \alpha_{ji} \leq 1$) berechnet, der den Zugehörigkeitsgrad der Alternative i zum Nest j beschreibt.

Abbildung 3 Beispiel einer Cross-Nested Struktur



Das Cross-Nested Logit Modell wurde von Vovsha (1997) als spezieller Fall von McFadden's (1981) GEV-Funktion definiert.

Wenn μ der Koeffizient des Nests ist, wobei $0 \leq \mu \leq 1$, und α_{ji} die Einschlussparameter sind, welche die Alternativen den Nestern zuordnen, wobei $0 \leq \alpha_{ji} \leq 1$ und $\sum_j \alpha_{ji} = 1$, ist die Auswahlwahrscheinlichkeit für die Alternative i (Bekhor und Prashker, 2000):

$$P(i) = \frac{\sum_j \left[(\alpha_{ij} \cdot \exp(V_i))^{1/\mu} \left\{ \sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right\}^{\mu-1} \right]}{\sum_j \left\{ \sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right\}^\mu} \quad (3-56)$$

Es ist möglich, die Gleichung für die Auswahlwahrscheinlichkeit auch wie folgt zu schreiben:

$$P(i) = \sum_j P(j) \cdot P(i | j), \quad (3-57)$$

wobei die bedingte Wahrscheinlichkeit, dass die Alternative (Route) i im Nest (Strecke) j gewählt wird, die folgende ist:

$$P(i|j) = \frac{(\alpha_{ij} \cdot \exp(V_i))^{1/\mu}}{\sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu}} \quad (3-58)$$

und die marginale Wahrscheinlichkeit, dass Nest j gewählt wird:

$$P(j) = \frac{\left[\sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right]^\mu}{\sum_j \left[\sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right]^\mu} \quad (3-59)$$

Damit ist

$$\begin{aligned} P(i) &= \sum_j P(j) \cdot P(i|j) = \sum_j \frac{\left(\sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right)^\mu}{\sum_j \left(\sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right)^\mu} \cdot \frac{(\alpha_{ij} \cdot \exp(V_i))^{1/\mu}}{\sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu}} \\ &= \frac{\sum_j \left[(\alpha_{ij} \cdot \exp(V_i))^{1/\mu} \left\{ \sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right\}^{\mu-1} \right]}{\sum_j \left\{ \sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right\}^\mu} \end{aligned} \quad (3-60)$$

Die Wahrscheinlichkeit für die Wahl der Alternative i ist von zwei Faktoren abhängig: dem Nutzen der Alternative i und den Einschlussparametern α_{ji} . Unter der Annahme das $\mu=1$ ist und $\sum_j \alpha_{ji} = 1$, wird aus der Gleichung 3-60 das MNL-Modell abgeleitet:

$$\begin{aligned} P(i) &= \frac{\sum_j \left[(\alpha_{ij} \cdot \exp(V_i)) \left\{ \sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'})) \right\}^{\mu-1} \right]}{\sum_j \left\{ \sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'})) \right\}^\mu} = \frac{\sum_j (\alpha_{ij} \cdot \exp(V_i))}{\sum_j \sum_{i'} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))} = \\ &= \frac{\exp(V_i) \cdot \sum_j \alpha_{ij}}{\sum_{i'} \exp(V_{i'}) \cdot \sum_j \alpha_{i'j}} \end{aligned} \quad (3-61)$$

Bei der Anwendung des Cross-Nested-Logit Modells für die Modellierung der Routenwahl muss ein funktionaler Zusammenhang für die Einschlussparameter α_{ji} bezüglich der Einbettung der Strecke in den Routen definiert werden. Nach Cascetta et al. (1996) kann dieser Parameter wie folgt spezifiziert werden:

$$\alpha_{ji} = \left(\frac{L_j}{L_i} \right) \cdot \delta_{ji} \quad (3-62)$$

wobei L_j die Streckenlänge und L_i die Routenlänge ist. Wenn die Strecke j bei der Route i benutzt wird dann ist δ_{ji} gleich eins, sonst null.

4 Routenwahlmodelle

Die Verkehrsteilnehmer bewerten die Qualität einer Route aufgrund verschiedener Faktoren aus objektiven und subjektiven Gründen unterschiedlich (Reisezeit, Wartezeit, Reiselänge, Behinderungen,...). Bovi und Stern (1990) präsentieren einen Überblick über verschiedene Faktoren der Routenwahl in unterschiedlichen Netzen. Die Faktoren, die einen Einfluss auf das Verkehrsverhalten bei der Routenwahl haben können, werden in drei Kategorien eingeteilt:

- Verfügbare Routen und ihre Charakteristiken
- Charakteristik der Verkehrsteilnehmer
- Reisezweck, Situation und andere Umstände.

Allgemein ist es nicht möglich, die Routenwahl auf einen Einflussfaktor zu reduzieren, da mehrere Faktoren vorhanden sind. Ihre Bedeutung bei der Entscheidung wird in der Nutzenfunktion durch die Modellparameter dargestellt.

Die Routenwahl ist definiert als Prozess, in dem die Wahrscheinlichkeit für die Wahl einer Route eines Verkehrsteilnehmers innerhalb eines Netzes bestimmt wird. Das Routenwahlprozess enthält dabei zwei Sachverhalte:

- Routenauswahl aus allen möglichen Routen innerhalb eines Netzes (Generierung des Routensatzes bzw. Auswahl von Alternativen, die bei der Wahl der Route berücksichtigt werden),
- die Aufteilung des Verkehrsstroms auf die ausgewählten konkurrierende sinnvollen Routen.

Die beiden Bestandteile können getrennt oder verknüpft modelliert werden. In dieser Untersuchung wird unter dem Begriff Routenwahl vor allem die Aufteilung der Verkehrsströme auf die ausgewählten konkurrierenden sinnvollen Routen betrachtet. Die Routenfindung bzw. die Auswahl des Routensatzes wird hier nicht modelliert (die Methodik für die Generierung des Routensatzes ist im Kapitel 4.2.2. kurz beschrieben).

Die Aufteilung der Verkehrsströme kann mit verschiedenen Methoden berechnet werden. Die heute verwendeten Ansätze unterscheiden sich grundsätzlich durch die Berücksichtigung der Überbelastungen im Verkehrsnetz, die unterschiedliche Berechnung des Gleichgewichts, die Bewertung der Einflussfaktoren der Routenwahl und den daraus berechneten Nutzen sowie durch die Zufallsverteilung der subjektiven Nutzelemente.

Für schwach belastete Netze, d.h. Netze in denen durch die Streckenbelastungen keine Reisezeitverlängerungen entstehen, wird eine belastungsunabhängige Routenwahl verwendet. In Abhängigkeit von der Komplexität des Netzes werden dafür die Mehrwegverfahren (mit einer Stromaufteilungsregel) oder das Bestwegverfahren angewandt.

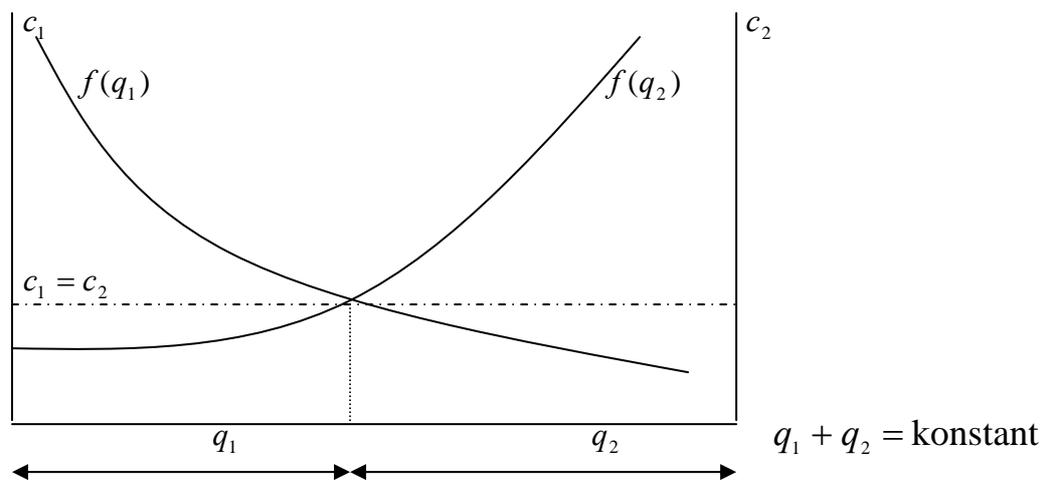
Bei hochbelasteten Netzen, d.h. Netzen, in denen sich die Reisezeit durch die erhöhte Nachfrage im Vergleich mit der freien Strecke verlängert, wird die Routenwahl in der Regel mit einem Gleichgewichtsmodell bestimmt.

Der Schwerpunkt bei den Gleichgewichtsmodellen liegt in der Analyse der Wechselwirkungen zwischen Verkehrsverhalten und Verkehrsangebot. Diese Verfahren basieren auf der iterativen Anwendung des verwendeten (deterministischen oder stochastischen) Verteilungsansatzes. Dabei werden bei jeder Iteration die neuen Belastungen und daraus die neuen belastungsabhängigen Kosten berechnet. Hier spielt die Kapazitätsbeschränkungsfunktion (*capacity-restraint function*) eine wesentliche Rolle. Mit dieser Funktion wird die Anfangsreisezeit auf einer Strecke in Abhängigkeit von der (erhöhten) Verkehrsbelastung und der Kapazitätsauslastung neu berechnet bzw. korrigiert. Ein Verkehrssystem befindet sich im Gleichgewicht, wenn das Verkehrsangebot und die Verkehrsnachfrage miteinander konsistent sind.

Bei der Lösung des Gleichgewichtsproblems sind zwei unterschiedliche Bedingungen zu betrachten. Auf der einen Seite versuchen die Verkehrsteilnehmer ihre Kosten zu minimieren, auf der anderen Seite entstehen durch die erhöhten Angebotsauslastungen Veränderungen der generalisierten Kosten. Betrachtet man eine Quell-Ziel-Beziehung mit zwei alternativen Routen unterschiedlicher Kapazität, so wird das deterministische Gleichgewicht dann erreicht, wenn sich die Verkehrsströme auf die beiden Route so verteilen, dass kein Verkehrsteilnehmer seine Kosten durch einen Routenwechsel reduzieren kann. Der Gleichgewichtspunkt ist dann die Schnittstelle der zwei Kostenfunktionen, wobei

c_1 und c_2 die Reisekosten auf Route 1 bzw. 2,
 q_1 und q_2 die Fahrten auf Route 1 bzw. 2 und
 $f(q_1)$ und $f(q_2)$ die Kostenfunktionen sind.

Abbildung 4 Gleichgewicht zwischen zwei Alternativen



Um in einem Verkehrsnetzmodell mehrere Wege zu finden, gibt es zwei grundsätzlich unterschiedliche Möglichkeiten:

Bei **deterministischen Verfahren** wird davon ausgegangen, dass die Verkehrsteilnehmer die unterschiedlichen Streckenbewertungen kennen und sich im einzelnen für unterschiedliche, mögliche und sinnvolle Routen entscheiden, die mittels geeigneter Mehrweg-Algorithmen der Routensuche zu finden sind. Dieser Ansatz nimmt an, dass jeder Verkehrsteilnehmer seine Kosten kennt und dass er rational zwischen mehreren verfügbaren Routen entscheidet. Beim deterministischen Nutzer-Gleichgewicht wählt jeder Verkehrsteilnehmer die Routen mit den minimalen Kosten. Das Gleichgewicht wird erreicht, wenn kein Verkehrsteilnehmer seine Kosten mehr reduzieren kann. Eine andere kritische Annahme beim deterministischen Modell ist die Kenntnis der Reisezeiten im Netz. In der Realität sind die subjektiv wahrgenommene Reisezeiten bzw. die Kosten der Verkehrsteilnehmer sehr unterschiedlich.

Damit umgeht das deterministische (belastungsabhängige) Routenwahlmodell zwar das Problem der Abgrenzung alternativer Routen und berücksichtigt den Einfluss der auslastungsbedingten Widerstandserhöhung, lässt aber den im stochastischen Verfahren abgebildeten Zufallseinfluss der individuellen Nutzeneinschätzung ausser Acht.

Die **stochastischen Verfahren** gehen davon aus, dass die Widerstände des Verkehrsnetzes den Verkehrsteilnehmern nicht genau bekannt sind, und dass die Beurteilung der Widerstände des Verkehrsnetzes zwischen den Verkehrsteilnehmern variiert. Die Abbildung der Routenwahl im Netzmodell betrachtet die Kosten eines Netzelementes als Erwartungswert (Mittelwert) einer Verteilung.

Beim stochastischen Nutzer-Gleichgewicht können die Verkehrsteilnehmer ihre wahrgenommenen Kosten durch einseitigen Routenwechsel nicht reduzieren. Hier ist das Gleichgewicht sowohl von Überbelastungen als auch vom stochastischen Effekt abhängig. Der stochastische Effekt wird durch die Zufallsverteilung der Kosten beschrieben. Diese Verfahren werden von vielen Autoren als realistischer als das deterministische Nutzergleichgewicht betrachtet.

Im Folgenden werden die deterministischen und stochastischen Routenwahlmodelle kurz dargestellt. Neben der Formulierung des deterministischen und stochastischen Nutzergleichgewichts werden die Ansätze für die stochastische Aufteilungsprozedur (Verkehrsstromaufteilung) und die Methoden für die Generierung des Routensatzes (Auswahl von Routen, die bei der Wahl der Route berücksichtigt werden) beschrieben.

4.1 Deterministische Routenwahlmodelle

Bei den deterministischen Modellen erfolgt die Routenwahl (Routenauswahl und Verkehrsstromaufteilung) durch die wiederholte Bestwagsuche. Bei den deterministischen Gleichgewichtsverfahren kommt ein Modul hinzu, das die Auffindung des Nutzergleichgewichts bei der wiederholte Bestwagsuche durchführt, wodurch letztlich verschiedene alternative Routen aufgefunden und belastet werden. Bei diesen Verfahren wird durch einen iterativen Annäherungsprozess und die Kontrolle des Belastung-Fahrzeit-Verhältnisses eine stabile Verteilung der Belastungen (deterministisches Nutzergleichgewicht) erreicht. Der Überlastungseffekt wird durch die Kapazitätsbeschränkungsfunktion und den damit festgelegten Zusammenhang zwischen der Streckenbelastung bzw. Kapazitätsauslastung und der Fahrzeit modelliert. Diese Funktion wird aus Verkehrsstärke-Geschwindigkeitsmessungen abgeleitet. In der Regel ist diese Funktion für verschiedene Streckentypen unterschiedlich.

Das Gleichgewicht im Verkehr wurde schon 1924 von Knight (Florian und Hearn, 1999) als eine einfache Beschreibung des Verkehrsverhaltens bei Überbelastung definiert. 1952 hat Wardrop zwei Prinzipien für das Gleichgewicht mathematisch formuliert. Das erste Wardrop-sche Prinzip sagt: *„the journey times on all routes actually used are equal and less than those which would be experienced by a simple vehicle of any unused route“*. Das zweite Prinzip definierte das Systemoptimum mit *„the average journey time as minimum“*. Die mathematische Lösung des Netzgleichgewichts als eine Optimierungsaufgabe wurde von Beckmann, McGuire und Winsten (1956) formuliert.

4.1.1 Deterministisches Nutzergleichgewicht (DUE)

Das Nutzergleichgewicht wird erreicht, wenn kein Verkehrsteilnehmer durch einseitigen Routenwechsel seine Reisekosten weiter reduzieren kann. Wenn die Streckenwiderstände nur von den Streckenbelastungen abhängig sind und sich mit erhöhter Streckenbelastung erhöhen, kann die mathematische Formulierung des Nutzergleichgewichts von Beckmann, et al. (1956) wie folgt geschrieben werden (Sheffi, 1985):

$$\begin{aligned} \text{Min } Z &= \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw & (4-1) \\ \text{für } \sum_i f_i^{rs} &= q^{rs} \\ f_i^{rs} &\geq 0, \end{aligned}$$

wobei

f_i^{rs} die Belastung der Route i zwischen Quelle r und Ziel s ist,

q^{rs} die Verkehrsnachfrage zwischen r und s ist,

c_a die Kosten der Strecke a sind und

x_a die Belastung auf der Strecke a ist.

Die Streckenbelastung wird berechnet aus der Abhängigkeit

$$x_a = \sum_{rs} \sum_i f_i^{rs} \cdot \delta_{ai}^{rs} \quad (4-2)$$

und die Reisekosten aus

$$c_i^{rs} = \sum_a c_a \cdot \delta_{ai}^{rs}, \quad (4-3)$$

wobei c_i^{rs} die Reisekosten der Route i zwischen r und s sind und

δ_{ai}^{rs} gleich eins ist, falls die Strecke a zu Route i zwischen r und s gehört, und sonst null.

Die Zielfunktion ist nichtlinear, da die Kostenfunktion $c_a(x_a)$ typischerweise eine polynomiale Funktion ist. Die Bedingungen des Minimierungsprogramms sind linear. Die erste Bedingung (Existenz einer Lösung) dieser Formulierung kann durch Formulierung der Lagrangeschen Funktion wie folgt erhalten werden:

$$L = Z + \lambda^{rs} \cdot (q^{rs} - \sum_i f_i^{rs}) = \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw + \lambda^{rs} \cdot (q^{rs} - \sum_i f_i^{rs}) \quad (4-4)$$

λ ist der Lagrangesche Koeffizient.

Die Formulierung der Lagrangeschen Funktion ist bezüglich der Routenbelastungen gegeben. Beim stationären Punkt der Lagrangeschen Funktion gilt in Bezug auf die Streckenbelastung:

$$f_i^{rs} \cdot \frac{\partial L}{\partial f_i^{rs}} = 0 \quad (4-5)$$

$$\frac{\partial L}{\partial f_i^{rs}} \geq 0$$

Die Ableitung der Lagrangeschen Formel nach der Routenbelastungsvariablen ergibt folgende Gleichung (Sheffi, 1985):

$$\frac{\partial L}{\partial f_i^{rs}} = \frac{\partial Z}{\partial f_i^{rs}} - \lambda^{rs} = \sum_{b \in I} \frac{\partial Z}{\partial x_b} \cdot \frac{\partial x_b}{\partial f_i^{rs}} - \lambda^{rs} = \sum_b c_b \cdot \partial_{bi}^{rs} - \lambda^{rs} = c_i^{rs} - \lambda^{rs} \quad (4-6)$$

Die Bedingungen erster Ordnung für das Minimierungsprogramm können jetzt wie folgt formuliert werden:

$$f_i^{rs} \cdot (c_i^{rs} - \lambda^{rs}) = 0 \quad (4-7)$$

$$c_i^{rs} - \lambda^{rs*} \geq 0$$

wobei λ^{rs*} der Lagrangesche Koeffizient zwischen r und s am stationären Punkt ist.

Die oben genannten Bedingungen gelten für jede Route zwischen jedem Quell-Ziel-Paar im Netz. Für eine gegebene Route können nur zwei mögliche Kombinationen von Streckenbelastungen vorkommen: Entweder ist die Belastung auf dem Weg gleich null, wobei die Kosten höher als λ^{rs*} sind, oder die Belastung auf dem Weg ist positiv, wobei die Kosten gleich λ^{rs*} sind. In jedem Fall ist λ^{rs*} gleich oder kleiner als die Kosten auf allen Wegen, die Quelle und Ziel verbinden.

Diese Interpretation ist äquivalent zu Wardrops 1. Prinzip des Gleichgewichts. Deswegen entspricht der Lagrangesche Koeffizient den Gleichgewichtsroutenkosten. Die obigen Gleichungen zeigen, dass das System im Gleichgewicht ist, wenn die Kosten auf jeder Route mit positiver Belastung gleich sind, oder anders gesagt, im Gleichgewicht müssen die Kosten auf jeder Route gleich und minimal sein.

4.1.2 Systemoptimum (SO)

Das Systemoptimum (2. Wardropsches Prinzip) ist vom Verhalten her äquivalent zu einer hypothetischen Situation, in der die Verkehrsteilnehmer miteinander mit dem Ziel kooperieren, die totale Systemzeit zu minimieren. Die mathematische Formulierung lautet folgendermassen:

$$\begin{aligned} \text{Min} \sum_a x_a \cdot c_a(x_a) & \quad (4-8) \\ \sum_i f_i^{rs} &= q^{rs} \\ f_i^{rs} &\geq 0 \end{aligned}$$

Die Lösung dieses Problems wird auf ähnliche Weise wie beim Nutzergleichgewicht erhalten:

$$\begin{aligned} f_i \cdot (\tilde{g}_i - \tilde{g}^*) &= 0 \\ \tilde{g}_i - \tilde{g}^* &\geq 0 \end{aligned} \quad (4-9)$$

wobei \tilde{g}_i^{rs} die marginalen Kosten auf Route i zwischen r und s und

\tilde{g}^* die optimalen marginalen Kosten zwischen r und s sind.

Die obige Gleichung zeigt, dass die marginalen Reisekosten auf jeder Route mit positiver Belastung im Systemoptimum gleich sind. Die Beziehungen zwischen dem Systemoptimum und dem deterministischen Nutzergleichgewicht sind in der Literatur gut bekannt. Dafermos und Sparrow (1969) haben gezeigt, dass die Lösung des SO Problems erhalten werden kann, indem man bei der Lösung des Nutzergleichgewichtproblems mit marginalen Kosten statt durchschnittlichen Kosten rechnet.

4.2 Stochastische Routenwahlmodelle

Realistische Umlegungsmethoden vermeiden die Annahme über die fixen bzw. unveränderten Kosten, sei dies bei der Annahme der Zufallskomponenten der Reisekosten oder bei der Berücksichtigung des Überbelastungseffekts oder bei beiden.

Umlegungsmodelle, die den Belastungseffekt berücksichtigen, sind als Gleichgewichtsmodelle bekannt. Modelle, die die Reisezeit als Zufallsvariable berücksichtigen (subjektive Wahrnehmung), werden stochastische Modelle genannt. Stochastische Nutzergleichgewicht (SUE) Modelle sind Umlegungsmodelle, die beide Effekte, d.h. Überbelastung und Zufallsverteilung, berücksichtigen.

In der folgenden Tabelle sind verschiedene Umlegungsverfahren klassifiziert, die auf der unterschiedlichen Wahrnehmung der Kosten und der Berücksichtigung des Belastungseffekts basieren.

Tabelle 1 Klassifizierung der Umlegungsprozeduren

	Perfekte Wahrnehmung				Subjektive Wahrnehmung
	Belastungsabhängige Kosten	Nein	Best-Weg		
Ja		Gleichgewicht ?	Ja	DUE	SUE
			Nein	Iterative Verfahren (Deterministische Aufteilungsregel)	Iterative Verfahren (Stochastische Aufteilungsregel)

Die wesentliche Charakteristik der stochastischen Modelle ist die Verhaltensannahme, dass die genauen Reisekosten dem Verkehrsteilnehmer nicht bekannt sind. In Abhängigkeit von der Annahme über die Verteilung der Zufallskomponente sind verschiedene Entscheidungsmodelle entstanden.

Die nachfolgende Analyse der stochastischen Umlegungsmodelle konzentriert sich auf zwei wesentliche Punkte: das Routenwahlmodell (Verkehrsstromaufteilung) und das Routenwahlsatz.

4.2.1 Stochastische Aufteilungsprozedur und Modellansätze

Dieser Abschnitt analysiert die in stochastischen Umlegungsverfahren implementierten Routenwahlmodelle. Der Kern jeder stochastischen Umlegung ist das Routenwahlmodell. Der Prozess der Ermittlung der Streckenbelastungen (bei gegebenen Routenkosten) und dessen Umlegung auf das Netz ist bekannt als stochastische Verteilung (stochastic network loading). Die Kombination des stochastischen Effekts (Routenwahlmodell) mit dem Belastungseffekt ergibt ein stochastisches Nutzergleichgewicht.

Von Falkenhausen (1966) hat in seiner Untersuchung erkannt, dass unterschiedliche Routen gemeinsame Streckenanteile haben können. Er präsentierte ein einfaches Beispiel, um die Existenz von unattraktiven Wegen zu zeigen. Die Berechnung der Wahrscheinlichkeit für die Wahl einer Route berücksichtigte den Teil des betrachteten Weges, der sich vom Bestweg unterschied. Eine Monte-Carlo Simulation wurde für die Durchführung der stochastischen Verteilung empfohlen.

Burrell (1968) hat angenommen, dass die Streckenkosten eine gleichverteilte Zufallsvariable sind. Er hat vorgeschlagen, die stochastische Verteilungsprozedur durch Simulation auf Streckenebene durchzuführen. Diese Methode berechnet eine Stichprobe von durchschnittlichen Streckenkosten und sucht den kürzesten Weg aus dieser Stichprobe. Dann wird eine stochastische Verteilung durchgeführt, indem die Belastungen der verschiedenen Bestwege gemittelt werden. Auf diese Art ist es nicht nötig, die Streckenbelastungen zu speichern, da diese nur ein Zwischenergebnis darstellen. Bei Anwendung einer Zufallsverteilung für die Berechnung der Kosten besteht die Möglichkeit, dass die Kosten auf einer Strecke negativ sind. In solchen Fällen werden die Kosten auf Null gesetzt.

In stochastischen Umlegungsmodellen wird eine Zufallskomponente zu den Kosten hinzugefügt, um die Unterschiede in der Wahrnehmung der Kosten zwischen den Verkehrsteilnehmern darzustellen. Die hier benutzte Formulierung mit diskreten Entscheidungsmodellen basiert auf Sheffi (1985). Sie fokussiert auf die Theorie der Nutzenmaximierung. Gemäss dieser Theorie versucht jeder Verkehrsteilnehmer bei der Wahl der Route i aus einem Satz von I Routen, seinen Nutzen U_i zu maximieren.

Um die Effekte von nicht erhobenen Attributen und Eigenschaften zu berücksichtigen, werden die Nutzen jeder Route als Zufallsvariable, bestehend aus einer deterministischen Komponente V_i und einer stochastischen Komponente (Störterme) ε_i , ausgedrückt. Die deterministische Komponente wird als eine lineare Funktion der verschiedenen Eigenschaften der Route berechnet. Wenn die Reisekosten (c_i) als die generalisierten Kosten verstanden

werden, entspricht die Nutzenmaximierung der Minimierung der wahrgenommenen Reisekosten. Die mathematische Darstellung der Nutzenfunktion ist:

$$U_i = V_i + \varepsilon_i = -\beta \cdot c_i + \varepsilon_i \quad (4-10)$$

wobei β ein Parameter ist.

Der β Parameter bestimmt den Unterschied zwischen dem deterministischen und stochastischen Teil der Nutzenfunktion. Bezogen auf die wertende Schätzung des Nutzens der Verkehrsteilnehmer bedeutet dies: Ist β kleiner, so ist die Streuung der Wahrnehmung der generalisierten Kosten zwischen den Verkehrsteilnehmern für die Entscheidung bedeutungsvoller und/oder die wertende Schätzung der Grösse c_i für die Verkehrsteilnehmer relativ gleichgültig/bedeutungslos. Wenn β grösser wird, dominiert die deterministische Komponente über die Zufallskomponente und die wertende Schätzung der Grösse c_i aus der Sicht der Verkehrsteilnehmer wird bedeutungsvoller.

Die Differenz in der Wahrnehmung der Kosten wird durch die Varianz der stochastischen Variablen ε_i dargestellt. Wenn der Mittelwert von ε_i gleich Null ist, bedeutet dies, dass

$$E(U_i) = E(-\beta \cdot c_i + \varepsilon_i) = -\beta \cdot c_i \quad (4-11)$$

Damit sind die im Durchschnitt wahrgenommenen Kosten gleich den aktuellen Kosten.

Die Wahrscheinlichkeit, dass die Route i mit den Kosten c_i gewählt wird, ist

$$P_i = P(U_i \geq U_{i'}) \quad \forall i' \neq i \quad i \in I^{rs} \quad (4-12)$$

Durch eine Annahme über die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Zufallsvariable ε_i ist es möglich, die Wahrscheinlichkeit für die Wahl der Route i zu berechnen.

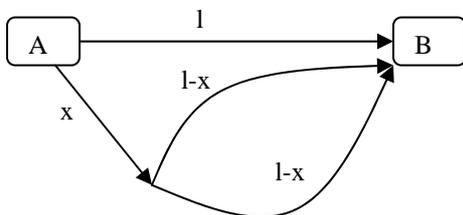
Im Folgenden werden zwei spezifische Routenwahlmodelle dargestellt: das multinomiale Probit-Modell und das multinomiale Logit-Modell, welche sich durch die Spezifizierung des Störterms unterscheiden.

Multinomiales Logit-Modell als Routenwahlmodell

Eine wichtige Eigenschaft des Logit-Modells ist die Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen (IIA). Die IIA-Eigenschaft besagt, dass das Verhältnis der Auswahlwahrscheinlichkeiten zweier Alternativen unabhängig von der Verfügbarkeit und Charakteristik jeder anderen Alternative ist:

$$\frac{P_i}{P_{i'}} = \frac{\exp(V_i)}{\exp(V_{i'})} = \text{konstant} \quad (4-13)$$

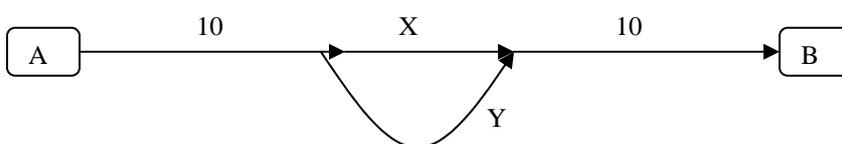
Daganzo und Sheffi (1977) zeigen an einem einfachen Beispiel, dass dies für die Routenwahl von Nachteil ist. Betrachtet wird ein Netz mit einer Quelle und einem Ziel sowie drei Routen.



Die Reisekosten auf jeder Route sind gleich 1: Wenn x gleich null ist, sind im Netz drei verschiedene Routen möglich und die Auswahlwahrscheinlichkeit für jede Route ist $1/3$. Wenn sich x erhöht, werden die zwei unteren Routen einander ähnlich. Wenn sich x eins nähert, bedeutet dies, dass die beiden unteren Routen zu einer zusammenfallen. Die Wahrscheinlichkeit für die Wahl der oberen Route sollte dann $1/2$ betragen. Daraus folgt, dass sich die Auswahlwahrscheinlichkeit für die obere Route von $1/3$ zu $1/2$ ändern sollte, wenn sich x von 0 auf 1 erhöht. Bei der Anwendung des Logit-Modells wird jedoch ungeachtet des Wertes von x die gleiche Wahrscheinlichkeit geliefert ($1/3$ für jede Route).

Die IIA-Eigenschaft kann als ein Fehler, der durch die Nichtberücksichtigung von Ähnlichkeiten zwischen Alternativen bzw. von der gemeinsamen Benutzung von Routenabschnitten, interpretiert werden. Die mathematische Erklärung für diesen Effekt im Logit-Modell ist die unterstellte Unabhängigkeit der Störterme.

Ein weiteres Problem beim MNL-Modell mit linearen Parametern ist seine Unempfindlichkeit bezüglich den absoluten Wegkostenunterschieden, was durch folgendes Beispiel illustriert werden soll:



Es existieren zwei Routen zwischen A und B, wobei X und Y die Kosten der kürzeren und längeren Route sind. Die Kosten auf dem gemeinsamen Streckenabschnitt betragen 20. Die MNL Funktion berechnet die Wahlwahrscheinlichkeit der Routen nur basierend auf der Differenz zwischen den Kosten. Damit ist in diesem Fall die Wahrscheinlichkeit für die Wahl einer Route nur von der Differenz zwischen X und Y abhängig. Wenn die absoluten Werte von X und Y sehr klein sind, z.B. 5 und 10, wird die gleiche Wahrscheinlichkeit berechnet, wie wenn die absoluten Werte gross sind (z.B. 105 und 110).

Durch das Nested-Logit-Modell wird die IIA-Eigenschaft teilweise überwunden. Das Nested-Logit-Modell ist theoretisch besser als das einfache MNL-Modell und der Kalibrationsprozess ist relativ einfach. Mit dem Cross-Nested-Logit-Modell sind die Korrelations- und Ähnlichkeitsprobleme weitgehend beseitigt (Beckhor, 2000). Cascetta, Nuzzola, Russo und Vitetta (1996) haben versucht, dieses Problem mit dem sogenannten C-Logit-Modell, unter Beibehaltung der entsprechenden analytischen Struktur des Logit-Modells zu lösen.

Multinomiales Probit-Modell als Routenwahlmodell

Daganza und Sheffi (1977) empfahlen das Probit-Modell für die Lösung des Routenwahlproblems. Für das multinomiale Probit-Modell kann eine Lösung aber nicht in geschlossener Form erhalten werden. Das dargestellte stochastische Verteilungsverfahren ist ähnlich zu Burrell's Simulationsmethode.

Im Wesentlichen beinhaltet es: Ziehe eine Stichprobe von Streckenkosten entsprechend der Normalverteilung, finde den kürzesten Weg für einen gegebene Satz von Streckenkosten, führe die Netzumlegung zur Ermittlung von Routenbelastungen durch und berechne die verschiedenen Wege zur Ermittlung der Streckenbelastung. Das Problem bei der Simulation ist das mögliche Vorkommen von negativen Reisekosten. In solchen Fällen muss der Wert auf Null gesetzt werden. Daganza und Sheffi (1977) empfahlen die Durchführung einer analytischen Approximation basierend auf Clarks (1961) Methode für die Berechnung des Maximums von zwei normal-verteilten Variablen. Die Näherung zeigt eine genügende Genauigkeit für eine kleinere Anzahl von Variablen, aber die Genauigkeit reduziert sich mit einer erhöhten Anzahl von Variablen.

Maher (1992) präsentierte eine stochastische Umlegungsmethode basierend auf Clarks analytischer Approximation. Er hat ein stochastisches Verteilungsverfahren ohne vollständige Ermittlung aller Routen vorgeschlagen. Diese Methode benutzt die Markov-Annahme, dass die Struktur der Routenwahl von einer Quelle zu einem Zwischenknoten unabhängig ist von der Routenwahlstruktur von diesem Zwischenknoten zum Ziel. In einer neueren

Veröffentlichung von Maher und Hughes (1998) wurde diese Methode für generellere Netze unter Berücksichtigung elastischer Nachfrageveränderung aktualisiert. Trotzdem bleibt das Problem bestehen, dass die Clarksche Approximation zu ungenau ist, wenn sich die Anzahl der Alternativen erhöht.

Bei der Anwendung des Probit Modells kann die Auswahlwahrscheinlichkeit mit einer analytischen Approximation oder einer Monte-Carlo-Simulation berechnet werden. Die analytische Approximation kann für eine grössere Anzahl von Alternativen nicht angewendet werden, da sich die Genauigkeit dieser Methode mit einer erhöhten Anzahl von Alternativen reduziert. Die Simulationsmethode kann für die Berechnung von jeder Wahlfunktion verwendet werden. Hier ist die Genauigkeit der berechneten Auswahlwahrscheinlichkeiten von der Anzahl der Wiederholungen der Simulation abhängig.

C-Logit Modell

Cascetta et al. (1996) hat ein neues Modell (genannt C-Logit) vorgeschlagen, das den Effekt der gemeinsam benutzter Teile von verschiedenen Routen berücksichtigt. Die Formulierung lautet:

$$P(i) = \frac{\exp(V_i - cf_i)}{\sum_{i'} \exp(V_{i'} - cf_{i'})}, \quad (4-14)$$

wobei cf_i , der Gemeinsamkeitsfaktor für Route i , ein Mass für den Ähnlichkeitsgrad der Route i mit anderen Routen zwischen einer Quell-Ziel-Beziehung ist. Dieser Faktor kann auf verschiedene Arten spezifiziert werden, bei Cascetta et al. (1997) wird er wie folgt berechnet:

$$cf_i = \alpha \cdot \ln \left[1 + \sum_{i'} \left(\frac{L_{ii'}}{L_i^{1/2} \cdot L_{i'}^{1/2}} \right)^\gamma \right] \quad (4-15)$$

wobei $L_{ii'}$ die Länge (Kosten) der zugehörigen Strecken zu Route i und i' und $L_i, L_{i'}$ die gesamte Länge (Kosten) der Route i und Route i' sind.

Path-Size-Logit Modell

Der *path size logit* (PS-Logit) stellt eine Erweiterung des C-Logit Modells in bezug auf die Berechnung des Gemeinsamkeitsfaktors dar. Die Auswahlwahrscheinlichkeit wird wie folgt berechnet (siehe Ben-Akiva und Bierlaire, 1999):

$$P(i) = \frac{\exp[\mu \cdot (V_i + \ln S_i)]}{\sum_{i'} \exp[\mu \cdot (V_{i'} + \ln S_{i'})]} \quad (4-16)$$

mit

$$S_i = \sum_{a \in \Gamma_i} \frac{l_a}{L_i} \cdot \frac{1}{\sum_{i' \in C_n} \delta_{ai'} \cdot \frac{L_{C_n}^*}{L_{i'}}} \quad (4-17)$$

wobei

Γ_i das Satz von Strecken aus Route i ist,

l_a die Länge der Strecke a und L_i die Länge der Route i ist,

$\delta_{ai}=1$, wenn $a \in$ der Route i' und $\delta_{ai}=0$, wenn $a \notin$ der Route i' ist,

$L_{C_n}^*$ die Länge der kürzesten Route im Routen Satz C_n ist.

Erwarteter Maximaler Nutzen – EMN

Der erwartete maximale Nutzen - EMN (*Satisfaktion Funktion*) ist definiert als die Erwartung der Alternative mit dem maximalen Nutzen:

$$S = E[\max_{i \in I}(U_i)]$$

Sheffi (1985) beschreibt drei wichtige Eigenschaften des EMN, die für die Modellentwicklung nützlich sind:

- Die Funktion ist konvex bezüglich des systematischen Nutzens.
- Die partielle Ableitung der EMN-Funktion nach dem deterministischen Nutzen der Alternative V_i ist gleich der Auswahlwahrscheinlichkeit der Alternative (das Logit-Modell besitzt diese Eigenschaft, das Probit-Modell besitzt die gleiche Eigenschaft, falls die Kovarianzterme unabhängig von den mittleren Reisekosten sind).
- Die EMN-Funktion ist monoton bezüglich der Anzahl von Auswahlalternativen $S(V_1, \dots, V_i, V_{i+1}) \geq S(V_1, \dots, V_i)$. Diese Eigenschaft gilt, sofern die Einführung einer zusätzlichen Alternative den gemessenen Nutzen jeder anderen Alternative nicht reduziert.

Die EMN-Funktion kann für das Probit-Modell nicht in analytischer Form ausgedrückt werden. Für das Logit-Modell kann diese Funktion von der zweiten obigen Eigenschaft

hergeleitet werden: $S = \int \frac{\exp(V_i)}{\sum_{i'} \exp(V_{i'})} = \ln \sum_{i'} \exp(V_{i'})$.

Diese Formulierung zeigt, dass die EMN Funktion für das einfache Logit-Modell gleich dem Logarithmus der Summe der Nutzen aller Alternativen ist².

² Weiterhin ist $\exp(S) = \exp\left[\int \frac{\exp(V_i)}{\sum_{i'} \exp(V_{i'})}\right] = \exp(\ln \sum_{i'} \exp(V_{i'})) = \sum_{i'} \exp(V_{i'})$.

4.2.2 Generierung des Routensatzes

Bei Routenwahlmodellen sind zwei wesentliche Probleme zu lösen: einerseits die Auswahl von Alternativen, die bei der Wahl der Route berücksichtigt werden (*choice set generation*) und andererseits die Routenwahl aus diesem Routensatzes (Verkehrsstromaufteilung).

Damit müssen zur Durchführung des Routenwahlprozesses in einem ersten Schritt die vorhandenen bzw. von den Verkehrsteilnehmern berücksichtigten Alternativen konstruiert werden. Der Routen Satz (*choice set*) ist der Satz von möglichen bzw. wahrgenommenen Alternativen, der von einem Individuum oder einer Gruppe bei der Entscheidung berücksichtigt wird. Hier wird zwischen *individual choice set* (Satz von Alternativen, welche berücksichtigt werden und aus denen der Verkehrsteilnehmer seine Alternative wählt) und *universal choice set* oder *master set* (Satz aller vorhandenen bzw. möglichen Alternativen) unterschieden. Im Kontext der Routenwahl ist es sinnvoll, beide Sets zu generieren und zwar so, dass aus dem ermittelten *master choice set* das *individual choice set* filtriert wird.

Das *master choice set* wird in der Regel mit deterministischen Modellen wie dem „kürzesten Weg“ oder mit Simulationsmethoden generiert. Der Filterungsprozess beinhaltet weitere Erkenntnisfunktionen (Einflussfaktoren) über das Netz, persönliche Wahrnehmungen und Bewertungen sowie andere Beschränkungen.

Empirische Untersuchungen von Stern und Leiser (1988) oder Benschhof (1970) haben gezeigt, dass der grösste Anteil der Verkehrsteilnehmer nur eine sehr kleine Anzahl von Alternativen zwischen Quelle und Ziel wahrnimmt. 95% der Verkehrsteilnehmer nehmen nicht mehr als fünf Routen wahr. Weiter wurde gezeigt, dass in der Nähe von Quelle und Ziel mehr Alternativen bekannt waren bzw. wahrgenommen wurden als entlang der Strecke zwischen Quelle und Ziel. In städtischen Netzen ist die Anzahl der wahrgenommenen Alternativen höher als in ausserstädtischen Netzen.

Bovy und Stern (1990) haben gezeigt, dass die Selektion von Routen nicht nur von den Eigenschaften der Netz- und Verkehrsteilnehmer abhängig ist, sondern auch von der Erfahrung und den Erkenntnissen über existierende und alternative Routen, der Bewertung der Eigenschaften usw.

Die meisten Verfahren für die Generierung des Routensatzes basieren auf der Suche des kürzesten Weges. Durch systematischen Wechsel der Merkmale des kürzesten Weges kann eine Anzahl von Routen generiert werden. Von Ben-Akiva, Bergman, Daly und Ramaswamy (1984) wurde eine grosse Zahl von Kriterien für die Wahl der Alternativen auf Basis von Erhebungen definiert. Diese Kriterien beinhalten die kürzeste Route, die schnellste Route, die am besten beschilderte Route, die Route mit maximaler Benutzung der Autobahn etc. Das

Routensatz wurde durch die Kombination von mehreren Kriterien generiert. De La Barra et al. (1993) hat eine heuristische Methode für die Berechnung des kürzesten Weges vorgestellt, in dem die nächstkürzere Route durch die Penalizierung (zusätzliche Kosten) der vorherigen kürzesten Route gefunden wurde.

Der Routensatz für eine Quell-Ziel-Beziehung kann durch Anwendung des deterministischen oder stochastischen Modells generiert werden. Dabei kann der Routenwahlprozess, d.h. die Ermittlung des Routensatzes und die Routenwahl bzw. Verkehrsstromaufteilung, in einem oder in zwei Schritten durchgeführt werden. Ein Überblick über die aktuellen Verfahren ist in der Untersuchung von Ramming (2001) dargestellt.

Die deterministischen Routensatz-Verfahren erzeugen direkt den Satz von alternativen Routen, auf welche dann die Verkehrsstromaufteilungsmodelle angewendet werden (in einem Schritt). Dieses Modell beinhaltet einen heuristischen Ansatz, der in zwei Klassen unterschieden werden kann: erschöpfende und selektive. Der erschöpfende Ansatz berücksichtigt alle möglichen Routen im Netz. Der selektive Ansatz identifiziert einen Satz von Routen, der einige heuristisch festgesetzte Regeln erfüllt (Fahrzeit unbelastet, Fahrzeit bei Überbelastung, Autobahnlänge, monetäre Kosten,...). Beispiele von deterministischen Modellen, die den selektiven Ansatz verwendet haben, werden in Cascetta et al. (1996) und De La Barra et al. (1993) vorgestellt.

Bei stochastischen Modellen kann der Routensatz mit zwei verschiedenen Ansätzen generiert werden: explizit und implizit. Der explizite Ansatz generiert den Routensatz in einem ersten Schritt vor der Verkehrsstromaufteilung, die als zweiter Schritt folgt. Dies führt zu einer erhöhten Rechenzeit des Modells. Das von Cascetta (2001) entwickelte *Implicit Availability/Perception-Verfahren* simuliert die Generierung des Routensatzes und die Verkehrsstromaufteilung in einem Schritt: Die Verfügbarkeit und die Wahrnehmung von Alternativen werden bei der Berechnung der Nutzenfunktion für die Entscheidungsmodelle berücksichtigt.

Der implizite Ansatz spezifiziert das Routenwahlmodell unter der Berücksichtigung der Verfügbarkeit/Wahrnehmung jeder Alternative. Für die Anwendung ist der implizite Ansatz einfacher als der explizite, wobei zu betonen ist, dass der implizite Ansatz auch unzuverlässig sein kann, da Nutzen und Verfügbarkeit gemeinsam betrachtet werden (Catalano, Lindveld und Carlier, 2001).

Implicit Availability/Perception Logit-Modell

Das *Implicit Availability/Perception Logit-Modell* (IAP-Logit) wurde von Cascetta et al. (1998) als eine Methode für die Modellierung der Routenwahl ohne Forderung auf explizite Generierung des Routensatzes entwickelt. Beim IAP-Logit-Modell ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Verkehrsteilnehmer n die Route i wählt, wie folgt zu berechnen:

$$P_n(i) = \frac{\exp(V_i + \ln \mu_n(i))}{\sum_{i' \in M} \exp(V_{i'} + \ln \mu_n(i'))} \quad (4-18)$$

wobei M das *master choice set* darstellt, d.h. den Satz aller möglichen Routen. Dabei bedeutet $\mu_n(i) = 1$, dass die Route i verfügbar ist und $\mu_n(i) = 0$, dass die Route i nicht verfügbar oder unbekannt ist. In dem Fall, dass $\mu_n(i)$ nicht bekannt ist, wird die Grösse als eine Zufallsvariable mit erwartetem $\bar{\mu}_n(i)$ ermittelt. Durch Annahme der maximalen Varianz für $\mu_n(i)$ kommen die Autoren zu folgendem Ansatz:

$$P_n(i) = \frac{\exp\left[V_i + \ln \bar{\mu}_n(i) - \frac{1 - \bar{\mu}_n(i)}{2 \cdot \bar{\mu}_n(i)}\right]}{\sum_{i' \in M} \exp\left[V_{i'} + \ln \bar{\mu}_n(i') - \frac{1 - \bar{\mu}_n(i')}{2 \cdot \bar{\mu}_n(i')}\right]} \quad (4-19)$$

mit der Annahme für die Spezifizierung von $\bar{\mu}_n(i)$ (bei einem binären Logit Modell)

$$\bar{\mu}_n(i) = \frac{1}{1 + \exp\left(\sum_{k=1}^K \gamma_k \cdot Y_{ink}\right)}$$

wobei Y_{ink} die Eigenschaft k -te Variable zur Beschreibung der Wahrnehmung/Verfügbarkeit der Alternative i für Verkehrsteilnehmer n und γ_k der Parameter von Y_{ink} ist. Das IAP-Modell und der Ansatz für die Bestimmung der Wahrnehmung/Verfügbarkeit wird auch im folgenden Abschnitt beschrieben (siehe auch Cascetta und Papola, 1998).

Expliziter Routenwahlsatz

Cascetta et al. (1998) haben gezeigt, dass das C-Logit-Modell auch als *Implicit Availability/Perception Model* hergeleitet werden kann. Dieses Modell wurde für die Generierung der Routen für ein routenbasiertes stochastisches Umlegungsmodell benutzt (siehe auch Bekhor, 1999). Der Ansatz folgte dem zweistufigen Entscheidungsmodell von Mansky (1977).

Der Ausgangspunkt für die Entwicklung ist die Formulierung der Wahrscheinlichkeit für die individuelle Wahl der Alternative i

$$p_n(i) = \sum_{C \in G^n} p^n(i/C) \cdot P^n(C) \quad (4-20)$$

wobei n die Person, i die Alternative, C das Wahlsatz, G^n das Satz von allen möglichen nichtleeren Wahlsatz für Person n , $p^n(i/C)$ die Wahrscheinlichkeit, dass Person n Alternative i bei gegebenem Wahlsatz C wählt und $P^n(C)$ die Wahrscheinlichkeit, dass Person n Wahlsatz C berücksichtigt, ist. Für die Spezifizierung und Kalibrierung von $P^n(C)$ wurden verschiedene Modelle vorgeschlagen, wie *captivity models* von Gaudry und Dagenais (1979), *random constraint models* von Swait und Ben-Akiva (1987) und zuletzt *choice set models* von Ben-Akiva und Boccara (1995).

In dem Ansatz von Cascetta et al. (1998) wurde eine Annahme für die Bewertung von Verfügbarkeit/Wahrnehmung und die Berücksichtigung eines Verfügbarkeit/Wahrnehmungs-Modells in den systematischen Nutzen bei standardisierten Nutzenmaximierungsmodellen getroffen. Anders gesagt: Jede Alternative i kann mit einem bestimmten Grad von Mitgliedschaft $\mu_C(i)$ zu einem Wahlsatz gehören. Dieser Zwischengrad von Mitgliedschaft versucht, unterschiedliche Grade von Verfügbarkeit/Wahrnehmung einer gegebenen Alternative bei gegebenem Entscheider in einem gegebenen Wahlkontext zu repräsentieren. Die Integration des Entscheidungsmodells mit dem Verfügbarkeits/Wahrnehmungsmodell wurde durch die Einführung einer geeigneten funktionalen Transformation von $\mu_C(i)$ direkt in die Nutzenfunktion derselben Alternative durchgeführt:

$$U_n^i = V_i^n + \ln \mu_C^n(i) + \varepsilon_i^n, \quad (4-21)$$

wobei $\mu_C^n(i)$ der Mitgliedschaftsgrad der Alternative i zum Wahlsatz C für Verkehrsteilnehmer n ($0 \leq \mu \leq 1$), die Verfügbarkeit/Wahrnehmung der Alternative i für Verkehrsteilnehmer n beschreibt.

Die logarithmische Transformation sorgt dafür, dass extreme Fälle korrekt repräsentiert werden. Anders gesagt: Wenn $\mu_c^n(i)$ gleich Eins ist, so ist die Alternative für den Verkehrsteilnehmer voll verfügbar; wenn sich $\mu_c^n(i)$ Null nähert, ist die Alternative nicht verfügbar.

Die Variable $\mu_c^n(i)$ für Verkehrsteilnehmer n kann als unbekannte Zufallsvariable angesehen werden. Sie kann als die Summe aus Erwartungswert und Fehler ausgedrückt werden:

$$\mu_c^n(i) = E[\mu_c^n(i)] + \eta_i^n = \bar{\mu}_c(i)[Y] + \eta_i^n \quad (4-22)$$

Der Erwartungswert $\bar{\mu}_c(i)$ wird als Funktion des Vektors Y von Verfügbarkeits/Wahrnehmungsattributen modelliert. Durch die Annäherung erster Ordnung von $\ln \mu_c^n(i)$ erhält man folgende Gleichung für den Nutzenterm:

$$U_i^n \approx V_i^n[X] + \ln \bar{\mu}_c(i)[Y] + \sigma_i^n \quad (4-23)$$

mit $\sigma_i^n = \varepsilon_i^n + \eta_i^n$,

wobei X der Vektor der Attribute, die den Nutzen jeder Alternative darstellen, ist.

Unter den obigen Annahmen kann die Auswahlwahrscheinlichkeit für die Alternative i wie folgt geschrieben werden:

$$\begin{aligned} p_n(i) &= \text{Prob}(U_i^n \geq U_{i'}^n, \quad \forall i' \neq i \in C) = \\ &= \text{Prob}(\sigma_{i'}^n - \sigma_i^n \leq V_i^n + \ln \bar{\mu}_c(i) - V_{i'}^n - \ln \bar{\mu}_c(i'), \quad \forall i' \neq i \in C) \end{aligned} \quad (4-24)$$

wobei C der gesamte Satz aller möglichen Alternativen ist.

Die Modellspezifikation (4-24) wird im Folgenden als die *Implicit Availability/Perception Modell* (IAP) mit Annäherung erster Ordnung bezeichnet. Solche Modelle können auf unterschiedliche Weise spezifiziert werden, in Abhängigkeit von der Annahme über die Verteilung des Zufallsresiduals σ_i^n und der Modellierung des durchschnittlichen Grads der Verfügbarkeit/Wahrnehmung der Alternative i, $\bar{\mu}_c(i)$. In Abhängigkeit von den verschiedenen Hypothesen können unterschiedliche Modelle generiert werden.

Das C-Logit Modell wurde als IAP Modell erster Ordnung umdefiniert, unter der Hypothese, dass das Zufallsfehler σ_i^n identisch unabhängig gumbelverteilt ist mit den Parametern $(0, \alpha)$.

Das *IAP random utility model* erster Ordnung wird dann wie folgt geschrieben:

$$p_n(i) = \frac{\exp[\alpha \cdot (V_i^n + \ln \bar{\mu}_c(i))]}{\sum_{i'} \exp[\alpha \cdot (V_{i'}^n + \ln \bar{\mu}_c(i'))]} \quad (4-25)$$

Diese Gleichung ist äquivalent zum einfachen Logit-Modell mit einem Kern in der Nutzenfunktion, gegeben durch den durchschnittlichen Verfügbarkeits/Wahrnehmungsfaktor der Alternative i . Die Gleichung kann in Abhängigkeit davon, wie die durchschnittliche Verfügbarkeit/Wahrnehmung $\bar{\mu}_C(i)$ modelliert wird, unterschiedlich spezifiziert werden.

Die vorgeschlagene Lösung der Autoren war die direkte Simulation von $\bar{\mu}_C(i)$ mit einem wahrgenommenen Attribut Y_i , das dieselbe Spannweite $\bar{\mu}_C(i)$ hat:

$$0 \leq Y_i \leq 1 \quad (4-26)$$

Mit der Annahme der linearen Spezifikation für den systematischen Nutzen V_i :

$$V_i^n = \sum_h \beta_h \cdot X_{hi}^n \quad (4-27)$$

kann das *implicit availability/perception model* geschrieben werden als

$$p_n(i) = \frac{\exp\left(\sum_h \beta_h' \cdot X_{hi}^n + \alpha \cdot \ln Y_i^n\right)}{\sum_{i'} \exp\left(\sum_h \beta_h' \cdot X_{hi'}^n + \alpha \cdot \ln Y_{i'}^n\right)} \quad (4-28)$$

wobei die β_h' Koeffizienten den α Gumbel Parameter ($\beta_h' = \alpha\beta_h$) beinhalten.

Das wahrgenommene Attribut Y_i , als eine Variable der Unabhängigkeit der Route (IND_i), kann als das Inverse des Gemeinsamkeitsfaktors (Gleichung 4-15) berechnet werden:

$$Y_i = IND_i = \frac{1}{cf_i} = \frac{1}{\sum_{i'} \frac{L_{ii'}}{(L_i \cdot L_{i'})^{0.5}}} \quad (4-29)$$

Das C-Logit Modell (Gleichung 4-14) kann durch das Ersetzen der Gleichung (4-26) und (4-29) in Gleichung (4-28) erhalten werden. Das C-Logit Modell kann als ein *Implicit Available/Perception Model* gesehen werden, wobei $\bar{\mu}_C(i)$ direkt mit dem in der Gleichung (4-29) beinhaltete Attribut IND_i angenähert wird. Dieses Attribut kann als normalisierter Wert, im Intervall (0,1), von der Unabhängigkeit der generierten Route in Bezug auf alle anderen verfügbaren Routen einer Quell-Ziel-Beziehung betrachtet werden. Die zugrundeliegende Annahme ist, dass die Unabhängigkeit einer Route die Wahrnehmung des betrachteten Weges als eine reale Alternative erhöht.

4.2.3 Stochastisches Nutzer-Gleichgewicht (SUE)

Das stochastische Gleichgewichtsmodell basiert auf der Hypothese auf, dass die Verkehrsteilnehmer bei der Wahrnehmung der Reisekosten prinzipiell einen Fehler machen und/oder bei der Bewertung der Reisekosten unterschiedliche Sensibilitäten und damit zusätzliche Streubereiche vorhanden sind. Bei den deterministischen Modellen wird angenommen, dass die Verkehrsteilnehmer eine perfekte Kenntnis über die Kosten auf der Strecke bzw. Route haben. Die stochastische Verteilungsphase beinhaltet die stochastische Festlegung des Routesatzes und das Verkehrsstromaufteilungsmodell. Im Vergleich mit dem deterministischen Problem existiert für das stochastische Problem bei den Routenwahlmodellen noch keine einfache Methode bzw. kein universaler Ansatz. Dieser Nachteil führt dazu, dass bisher die meisten Anwender die Benutzung des stochastischen Ansatzes vermeiden.

Das stochastische Nutzergleichgewicht (SUE) berücksichtigt sowohl Belastungseffekte als auch die unterschiedliche Wahrnehmung und Bewertung der Kosten. Für die Berechnung des SUE werden am häufigsten folgende zwei Verfahren verwendet: die streckenbasierte Formulierung von Sheffi and Powell (1982) und die routenbasierte Formulierung von Fisk (1980).

SUE – Streckenbasierte Formulierung

Der Fokus bei der Lösung des SUE wird vor allem auf die Bedingungen erster und zweiter Ordnung für die Lösung des mathematischen Problems gelegt. Am häufigsten wird die Streckenbasierte Formulierung verwendet.

Daganzo und Sheffi (1977) haben das Konzept des stochastischen Nutzer-Gleichgewichts definiert. Bei Erreichen des SUE kann der Verkehrsteilnehmer seine wahrgenommenen Reisekosten durch einseitige Veränderung der Route nicht reduzieren. Mathematisch wird das SUE wie folgt dargestellt:

$$\begin{aligned} f_i^{rs} &= q^{rs} \cdot P_i^{rs} \\ P_i^{rs} &= P(c_i^{rs} \leq c_{i'}^{rs}, \forall i' \in I^{rs}) \end{aligned} \tag{4-30}$$

wobei

f_i^{rs} die Belastung der Route i zwischen Quelle r und Ziel s ist,

q^{rs} die Verkehrsnachfrage zwischen r und s ist,

c_i^{rs} die Kosten der Route i zwischen Quelle r und Ziel s sind und

P_i^{rs} die Wahrscheinlichkeit dass die Route i zwischen Quelle r und Ziel s gewählt wird.

Sheffi und Powell (1982) formulierten SUE als unbeschränktes mathematisches Programm wie folgt:

$$\text{Min } Z = \sum_a x_a \cdot c_a - \sum_{rs} q^{rs} \cdot S^{rs} - \sum_a \int_0^{x_a} c(w) dw \quad (4-31)$$

wobei

x_a die Belastung auf Strecke a ist,

c_a die Kosten für Strecke a sind und

S die Erwarteter Maximaler Nutzen Funktion ist (EMN), die folgendermassen definiert wird:

$$S^{rs} = E \left[\min_i (C_i^{rs}) \mid c(x) \right] \quad (4-32)$$

mit

$$\frac{\partial S^{rs}}{\partial c_i^{rs}} = P_i^{rs} \quad (4-33)$$

Sheffi (1985) präsentierte die Lösung des mathematischen Programms durch Ableiten der Zielfunktion nach der Streckenbelastungen. Der erste und der dritte Term sind äquivalent zur Systemoptimum- bzw. Nutzergleichgewichtsformulierung. Die Ableitung von jedem der drei Terme der Zielfunktion nach der Streckenbelastungsvariablen führt zu folgenden Gleichungen:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_a} \left\{ \sum_a x_a \cdot c_a \right\} &= c_a + \frac{dc_a}{dx_a} \cdot x_a \\ \frac{\partial}{\partial x_a} \left\{ - \sum_{rs} q^{rs} \cdot S^{rs} \right\} &= - \sum_{rs} q^{rs} \cdot \sum_i \frac{\partial S^{rs}}{\partial c_i^{rs}} \cdot \frac{\partial c_i^{rs}}{\partial x_a} = - \sum_{rs} q^{rs} \cdot \sum_i P_i^{rs} \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \cdot \delta_{ai}^{rs} \\ \frac{\partial}{\partial x_a} \left\{ - \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw \right\} &= -c_a \end{aligned} \quad (4-34)$$

Die Kombination dieser Gleichungen ergibt

$$\frac{\partial Z}{\partial x_a} = \left[- \sum_{rs} \sum_i q^{rs} \cdot P_i^{rs} \cdot \delta_{ai}^{rs} + x_a \right] \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \quad (4-35)$$

Durch Ableitung nach der Routenbelastung oder durch Benutzung der Kettenregel kann der Gradient des mathematischen Programms wie folgt geschrieben werden:

$$\frac{\partial Z}{\partial f_i^{rs}} = \sum_a \frac{\partial Z}{\partial x_a} \cdot \frac{\partial x_a}{\partial f_i^{rs}} = \sum_a \left[- \sum_{rs} \sum_i q^{rs} \cdot P_i^{rs} \cdot \delta_{ai}^{rs} + x_a \right] \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \cdot \delta_{ai}^{rs} \quad (4-36)$$

Nimmt man eine streng wachsende Kostenfunktion an, ist

$$x_a = \sum_{rs} \sum_i q^{rs} \cdot P_i^{rs} \cdot \delta_{ai}^{rs} \quad (4-37)$$

Durch das Ersetzen mit der SUE Bedingung (Gleichung 4-30) wird:

$$f_i^{rs} = q^{rs} \cdot P_i^{rs} \Rightarrow x_a = \sum_{rs} \sum_i f_i^{rs} \cdot \delta_{ai}^{rs} \quad (4-38)$$

Daher sind die Bedingungen erster Ordnung für die Lösung der mathematischen Formulierung (Gleichung (4-31)) durch Gleichung (4-38) gegeben. Dies bedeutet, dass eine Lösung für das SUE-Problem existiert, falls es eine Wahrscheinlichkeitsverteilung der Routen-belastungen gibt, die den Bedingungen der EMN-Funktion genügt.

SUE - Routenbasierte Formulierung

Fisk (1980) hat eine andere Optimierungsformulierung für das stochastische Umlegungsproblem entwickelt. Die Lösung des Fiskschen stochastischen Nutzergleichgewichts (SUE) Minimierungsprogramms ist das Logit-Routenwahlmodell, das deshalb auch als Logit-Umlegung bekannt ist.

Die mathematische Formulierung von Fisks SUE-Modell lautet:

$$\text{Min } Z = Z_1 + Z_2$$

$$Z_1 = \sum_a \int_0^{x_a} c_a(w) dw$$

$$Z_2 = \frac{1}{\beta} \cdot \sum_{rs} \sum_i f_i^{rs} \cdot \ln f_i^{rs} \quad (4-39)$$

$$\sum_i f_i^{rs} = q^{rs}, \forall r, s$$

$$f_i^{rs} \geq 0, \forall i, r, s$$

wobei

f_i^{rs} die Belastung auf der Route i zwischen Quelle r und Ziel s ist,

c_a die Kosten für Strecke a sind,

x_a die Belastung auf Strecke a ist,

q^{rs} die Nachfrage zwischen r und s ist,

β der Parameter ist und,

$f_i \ln f_i$ ist gleich null für $f_i = 0$.

Um zu zeigen, dass diese Formulierung die SUE Lösung produziert, werden die Bedingungen erster Ordnung mit Hilfe der Lagrangschen Funktion wie folgt entwickelt:

$$L = Z + \lambda^{rs} \cdot (q^{rs} - \sum_i f_i^{rs}) \quad (4-40)$$

Die partielle Ableitung von L nach der Routenbelastung f ergibt:

$$\begin{aligned} \frac{\partial Z_1}{\partial f_i} &= \frac{\partial Z_1}{\partial x_a} \cdot \frac{\partial x_a}{\partial f_i} = \sum_a c_a \cdot \delta_{ai} = c_i \\ \frac{\partial Z_2}{\partial f_i} &= \frac{1}{\beta} \cdot \ln f_i + \frac{1}{\beta} \\ \frac{\partial L}{\partial f_i} &= \frac{\partial Z}{\partial f_i} - \lambda = c_i + \frac{1}{\beta} \cdot \ln f_i + \frac{1}{\beta} - \lambda \end{aligned} \quad (4-41)$$

Die Lösung wird erhalten, indem man die erste Ableitung gleich null setzt:

$$f_i = \exp(\beta \cdot \lambda - 1) \cdot \exp(-\beta \cdot c_i) \quad (4-42)$$

Das Summieren der obigen Gleichung für alle Routen i resultiert in folgender Gleichung:

$$\sum_i f_i = \exp(\beta \cdot \lambda - 1) \cdot \sum_i \exp(-\beta \cdot c_i) = q \quad (4-43)$$

Die Kombination der beiden oberen Gleichungen führt zur Wahrscheinlichkeit für die Verkehrstromaufteilung:

$$P_i = \frac{f_i}{q} = \frac{\exp(-\beta \cdot c_i)}{\sum_i \exp(-\beta \cdot c_i)} \quad (4-44)$$

Diese Gleichung ist die einfache multinomiale Logit-Funktion.

Fisk (1980) hat auch die Eindeutigkeitsbedingung für die Lösung gegeben, wobei Z_1 und Z_2 konvex sind (für $\beta > 0$) und der Streuungsparameter positiv ist (da erwartet wird, dass die Wege mit höheren Kosten weniger benutzt werden als die Wege mit niedrigeren Kosten). Diese Annahme ist konsistent mit der Nutzenmaximierungstheorie.

Um den Beweis bezüglich der Eindeutigkeit zu bestätigen, wird Z_2 nach der Routenbelastungsvariable wie folgt abgeleitet:

$$\frac{\partial Z_2}{\partial f_i} = \frac{1}{\beta} \cdot \ln f_i + \frac{1}{\beta} \quad (4-45)$$

Die Ableitung dieser Gleichung nach einer weiteren Routenbelastungsvariablen ergibt Folgendes:

$$\frac{\partial^2 Z_2}{\partial f_i \partial f_{i'}} = \begin{cases} \frac{1}{\beta f_i} & \dots i = i' \\ 0 & \dots \text{sonst} \end{cases} \quad (4-46)$$

Diese Gleichung ist eine diagonale Matrix mit positivem Input. Folglich ist die Lösung für die Routenbelastung (erhältlich bei der MNL Funktion) das lokale Minimum von Z_2 . Deswegen sind Z_1 und Z_2 konvex (innerhalb des definierten Bereichs) und die erhaltene Lösung ist eindeutig.

Bekhor (2001) formulierte SUE mit der Anwendung von anderen Entscheidungsmodellen wie z.B. Cross-Nested-Logit (CNL) für die Aufteilungsprozedur wie folgt:

$$\begin{aligned} \min Z &= Z_1 + Z_2 + Z_3 \\ Z_1 &= \sum_{a \in A} \int_{w=0}^{x_a} c_a(x) dx \\ Z_2 &= \frac{\mu}{\beta} \cdot \sum_{rs} \sum_j \sum_i f_{ji}^{rs} \cdot \ln \frac{f_{ji}^{rs}}{(\alpha_{ji}^{rs})^{\frac{1}{\mu}}} \end{aligned} \quad (4-47)$$

$$Z_3 = \frac{1-\mu}{\beta} \cdot \sum_{rs} \sum_j \left(\sum_i f_{ji}^{rs} \right) \cdot \ln \sum_i f_{ji}^{rs}$$

wobei

$$\sum_j \sum_i f_{ji}^{rs} = q_{rs}$$

$$f_{ji}^{rs} \geq 0$$

$$\forall j, i, r, s$$

f_{ji}^{rs} die Nachfrage auf der Route i des Nests j zwischen r und s ist,

c_a die Kosten auf der Strecke a sind,

x_a die Nachfragebelastung auf der Strecke a ,

q_{rs} die Nachfrage zwischen r und s ,

α_{ji}^{rs} der Einschlussparameter,

β der Parameter für die Nutzenfunktion und

μ der Skalierungsparameter ist.

Diese Formulierung ist sehr ähnlich zu der SUE Formulierung von Bekhor und Prashker (2001) für die Generalised Nested Logit Modelle (GNL) und anderen „Generalised Extreme Value“-Modellen (Logit, Nested-Logit und Cross-Nested-Logit-Modell).

4.2.4 Zusammenfassung der stochastischen Umlegungsverfahren

Nach Bekhor (1999) kann das stochastische Gleichgewichtsmodell das Verkehrsgeschehen besser darstellen als das deterministische Modell. Dies wird durch die Einbindung der Zufallskomponente in die Reisekosten ermöglicht, die aus der Annahme über das stochastische Routenwahlverhalten stammt. Trotz des besseren theoretischen Ansatzes des SUE, dominieren in der Verkehrsplanungspraxis die deterministischen Modelle. Der Grund dafür ist, dass der Algorithmus für die Lösung des deterministischen Umlegungsproblems zwei wesentliche Vorteile hat: erstens konvergiert das Verfahren relativ gut und zweitens sind die Speicheranforderungen gering.

Im Bezug auf das Routenwahlmodell werden die Logit- und Probit-Modelle am häufigsten angewendet. Das Probit Modell ist wegen der Annahme über die Normalverteilung der Zufallsterme theoretisch besser geeignet als das Logit-Modell. Deshalb kann die Auswahlwahrscheinlichkeit aber nicht in geschlossener Form berechnet werden. Die Logit-Funktion kann analytisch beschrieben werden, hat aber einige problematische Charakteristiken wie IIA-Eigenschaft bei einer einfachen MNL-Formulierung. Aus diesem Grund wurden in letzter Zeit andere Modelle wie Nested-Logit, Cross-Nested-Logit, C-Logit und Path-Size-Logit verwendet, mit denen die Nachteile der MNL beseitigt oder gemildert werden.

Einige in der Literatur dargestellten Algorithmen für die Lösung des SUE Problems sind in Tabelle 2 aufgelistet (nach Bekhor, 1999).

Tabelle 2 Verfahren für die Lösung des SUE Problems

Autor	Jahr	Zielfunktion	Verfahren
Sheffi und Powell	1982	Sheffi	MSA (<i>Method of Successive Averages</i>)
Maher und Hughes	1995	Sheffi	Modifiziertes MSA
Chen und Alfa	1991	Fisk	Modifiziertes Frank-Wolfe
Huang	1995	Fisk	Modifiziertes Frank-Wolfe
Leurent	1995	Fisk	MSA
Bell et al.	1993	Fisk	Ausgleichsverfahren (<i>Balancing</i>)
Damberg et al.	1996	Fisk	Modifiziertes DSD (<i>The Disaggregate Simplicial Decomposition Algorithm</i>)

Aus dieser Tabelle ist zu sehen, dass die meisten der neueren stochastischen Verfahren auf der Fiskschen Formulierung basieren, obwohl diese Formulierung spezifisch für das MNL Modell ist. Der am häufigsten verwendete Algorithmus für die Lösung des stochastischen Problems ist das MSA Verfahren, basierend auf Sheffis Optimierungsformulierung. Leider leidet dieses Verfahren unter schlechter Konvergenz, weil die Schrittgröße nicht optimiert ist.

Der wesentliche Unterschied zwischen dem MSA Verfahren und dem Frank-Wolfe Verfahren liegt in der Berechnung der Schrittgrösse. Minimierungsregeln wie im Frank-Wolfe Verfahren gehören zu den sehr komplexen Algorithmen; eine im Vornherein festgelegte Regel wie im MSA Algorithmus ist hingegen am einfachsten. Zwischen diesen zwei Regeln und in Abhängigkeit von den Eigenschaften der Zielfunktion, die minimiert wird, können auch andere Methoden angewendet werden.

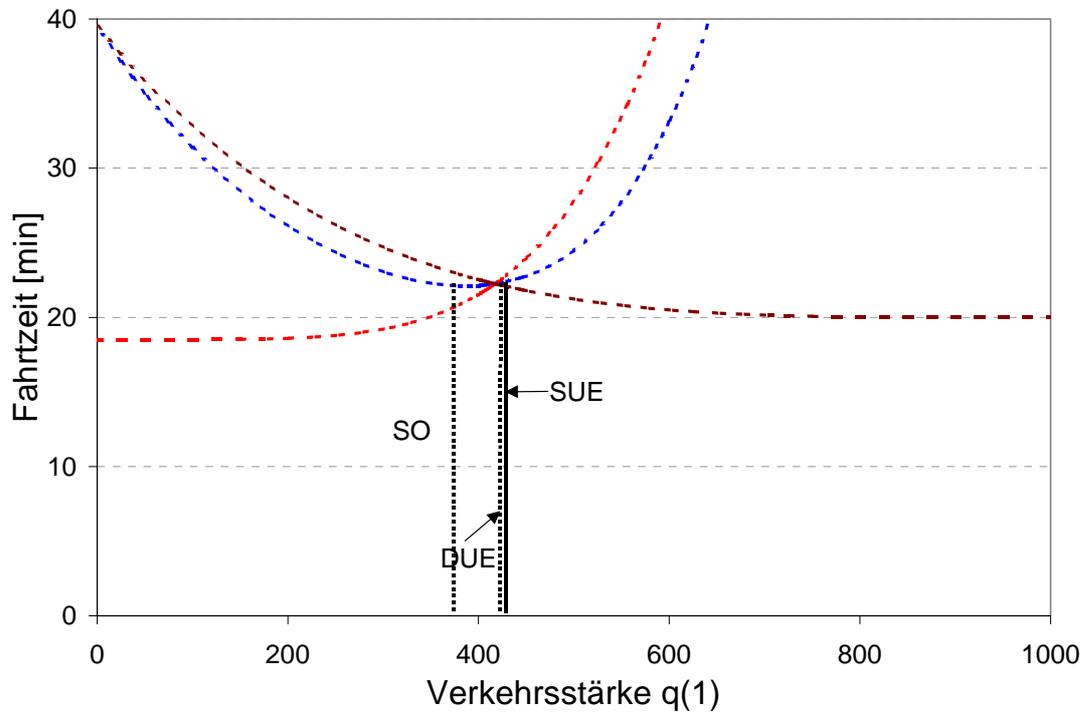
Die Untersuchung von Bekhor (2000) hat gezeigt, dass die Anwendung von neuen Modellformen wie Cross-Nested-Logit oder Paired-Combinatorial-Logit zusammen mit der Entwicklung von äquivalenten Gleichgewichtsformulierungen, die Verkehrsbelastung theoretisch besser repräsentieren können als das einfache Logit-Umlegungsmodell. Der Zusammenhang zwischen dem SUE und SO wurde in der Arbeit von Bekhor und Prashker (2000) durch einfache numerische Beispiele untersucht, um zu zeigen, dass die SUE Lösung für eine bestimmte Spannweite der Nachfrage näher zur SO Lösung ist als das deterministische Nutzergleichgewicht (DUE).

Es ist aus der Literatur (siehe Bekhor und Prashker, 2000) bekannt, dass sich die SUE-Streckenbelastungsstruktur bei hoch belasteten Netzen der Streckenbelastungsstruktur eines deterministischen Nutzergleichgewichts nähert. Deswegen dominiert unabhängig von einem Ähnlichkeitseffekt zwischen den Alternativen der Belastungseffekt über die anderen Effekte bzw. der Ähnlichkeitseffekt ist bei starken Belastungen nicht so deutlich erkennbar wie bei weniger belasteten Netzen.

Für weniger überbelastete Netze kann die SUE-Streckenbelastungsstruktur jedoch deutliche Unterschiede von der deterministischen UE-Streckenbelastungsstruktur zeigen. Dies bedeutet, dass für weniger belastete Netze der stochastische und der Ähnlichkeitseffekt eine dominierendere Rolle haben.

Der am Beispiel von zwei Strecken dargestellte Vergleich des Systemoptimums, des stochastischen und deterministischen Nutzergleichgewichts ist in Abbildung 5 dargestellt (Axhausen, 1999).

Abbildung 5 Beispiel zwei Strecke: SO, SUE und DUE



Quelle: Axhausen (1999)

4.3 Algorithmen für die Lösung des Umlegungsproblems

Hier werden Verfahren für die Lösung des deterministischen und stochastischen Umlegungsproblems diskutiert. Die Monographie von Patriksson (1994) präsentiert eine Analyse der in der Literatur oft verwendeten Algorithmen für die Lösung des Umlegungsproblems. Sechs Algorithmen wurden für die Analyse ausgewählt, um verschiedene Ansätze für die Lösung des deterministischen und stochastischen Umlegungsproblems zu zeigen. Für die Lösung des stochastischen Umlegungsproblems werden neben der Routen-basierte Formulierung nach Fisk und der Strecken-basierte Formulierung nach Sheffi auch die *Method of Successive Averages* (MSA) berücksichtigt. Im Folgenden werden neben dem Frank-Wolfe- und MSA-Verfahren auch der Algorithmus von Maher und Hughes und das Lernverfahren von Lohse kurz dargestellt.

4.3.1 Frank-Wolfe Verfahren

Der am häufigsten angewendete Algorithmus für die Lösung des deterministischen Nutzergleichgewichts ist das Frank-Wolfe Verfahren (Frank und Wolfe, 1956). Das Verfahren ist wie folgt definiert:

1. Initialisieren: Finde eine erste machbare Lösung x_1 , setze $n=1$
2. Aktualisieren: Berechne die Reisekosten $c(x_n)$
3. Richtungssuche: Finde eine Hilfslösung y_n , die die Linearisierung der Zielfunktion löst
4. Berechnung der Schrittgrößen: Finde der λ mit $\text{Min}_{0 \leq \lambda \leq 1} Z(x_n + \lambda \cdot (y_n - x_n))$
5. Aktualisieren: Setze $x_{n+1} = x_n + \lambda \cdot (y_n - x_n)$.
6. Konvergenz Test: Wenn $z(x_n) - Z(x_{n+1}) \leq \varepsilon$ ist (oder ein anderes Konvergenzkriterium erfüllt ist), beende. Ansonsten setze $n = n+1$ und gehe zu Schritt 2.

Dieses Verfahren ermittelt bei jeder Iteration die gesuchten Streckenbelastungen als gewichtete Summe aus der Belastung des vorangegangenen Iterationsschrittes und der Hilfsbelastung. Für den Iterationsschritt $n+1$ lautet die Berechnung:

$$x_{n+1} = x_n + \lambda_n \cdot (y_n - x_n) = (1 - \lambda_n) \cdot x_n + \lambda_n \cdot y_n \quad (4-48)$$

x_n Streckenbelastungen beim Iterationsschritt n

y_n Hilfsbelastungen

λ Schrittgrösse.

Das Frank-Wolfe-Verfahren berechnet die optimale Abstiegsrichtung, indem das nichtlineare Ausgangsproblem linearisiert wird (Sheffi, 1985, S.117). Das linearisierte Problem lautet:

$$\min z_n(y) = \sum_a c_a^n \cdot y_a$$

$$\sum_i \bar{f}_i^{rs} = q^{rs}; \forall r,s \quad (4-49)$$

$$\bar{f}_k^{rs} \geq 0; \forall i,r,s$$

z^n Zielfunktion zum Iterationsschritt n

c_a^n Streckenkosten zum Iterationsschritt n

\bar{f}_i^{rs} Hilfsbelastung auf der Route i und y_a die Hilfsbelastung auf der Strecke a.

Da die Kosten c_a^n bedingt durch die vorgenommene Linearisierung in dieser abgewandelten Form konstant sind, stellt dieses Optimierungsproblem nichts anderes als das Kürzeste-Weg-Problem dar (Sheffi, 1985, S.117). Die Linearisierung überführt also das nichtlineare Ausgangsproblem in die Aufgabe, für alle Beziehungen den kürzesten Weg im Netz zu ermitteln und damit die Hilfsbelastungen y^n zu bestimmen.

Aufgabe der Schrittgrössenermittlung ist es, den Gewichtungparameter λ so zu wählen, dass der Zielwert des Optimierungsproblems minimal wird. Der Zielwert bestimmt sich dabei aus einer konvexen Kombination von alter Belastung und Hilfsbelastung.

$$\min z(\lambda) = \sum_a \int_0^{x_a^n + \lambda \cdot (y_a^n - x_a^n)} c_a(\omega) d\omega \quad (4-50)$$

$$0 \leq \lambda \leq 1;$$

z Zielfunktion zur Bestimmung der optimalen Schrittgrösse λ .

Da in diesem Minimierungsproblem nur die Variable λ variierbar ist, handelt es sich um ein eindimensionales nichtlineares Problem. In diesem Minimierungsproblem kann die erste Ableitung relativ einfach berechnet werden:

$$\frac{dz}{d\lambda} = \sum_a (y_a^n - x_a^n) \cdot c_a[x_a^n + \lambda \cdot (y_a^n - x_a^n)] \quad (4-51)$$

Ein besonders geeignetes Verfahren zur Lösung des Minimierungsproblem ist die Bisektionsmethode (Sheffi, 1985, S.119). Bei dieser Methode wird sukzessive ein Intervall $I=[a,b]$, in dem sich der gesuchte Parameter λ befindet, unter Verwendung der ersten Ableitung verkleinert. Dabei wird die Ableitung der Zielfunktion im Mittelpunkt des Intervalls bestimmt, um das Intervall immer weiter zu verkleinern, bis die vorgegebene Genauigkeitsgrenze unterschritten wird (siehe Bobinger, 2000, S. 100).

4.3.2 Method of Successive Averages Algorithm

In deterministischen Umlegungsverfahren wird die Richtungssuche durch die Zuordnung der Belastungen auf die kürzesten Wege ausgeführt. Bei der stochastischen Umlegung ist die Richtungssuche wegen des stochastischen Umlegungsprozesses deutlich schwieriger.

Das MSA Verfahren wurde von Sheffi und Powell (1982) entwickelt und ist wie folgt formuliert:

1. Initialisieren: Finde eine erste machbare Lösung x_1 . Setze $n=1$
2. Aktualisieren: Berechne die Reisekosten $c(x_n)$
3. Richtungssuche: Führe eine stochastische Verteilung basierend auf den aktuellen Reisekosten durch. Dies liefert eine Hilfslösung y_n
4. Berechnung der Schrittgrößen: In diesem Fall ist die Schrittgröße mit der Iterationszahl festgelegt: $\lambda = 1/n$.
5. Aktualisieren: Setze $x_{n+1} = x_n + \lambda \cdot (y_n - x_n)$.
6. Konvergenz-Test: Wenn $z(x_n) - Z(x_{n+1}) \leq \varepsilon$ ist (oder ein anderes Konvergenzkriterium erfüllt ist), beende. Ansonsten setze $n=n+1$ und gehe zu Schritt 2.

Dieses Verfahren kann bei jeder stochastischen Verteilung angewendet werden.

Die Hilfsbelastung wird aus der Wahrscheinlichkeit der Routenwahl wie folgt erhalten:

$$y_a = \sum_{rs} \sum_i q^{rs} \cdot P_i^{rs} \cdot \delta_{ai}^{rs} \quad (4-52)$$

wobei y_a die Hilfsbelastungsstruktur ist, die mittels einer stochastischen Verteilung mit den aktuellen (ursprünglichen) Kosten c_a berechnet wird. Bei erreichtem SUE ist die Hilfsbelastungsstruktur gleich der ursprünglichen Belastungsstruktur, da an diesem Punkt die Kosten konsistent sind (die Belastungen, die durch die Wahrscheinlichkeitsfunktion erhalten werden, sind abhängig von den Kosten, die wiederum abhängig von der Belastung sind).

Auf diese Art kann das MSA Verfahren sowohl für die Lösung der Logit-Umlegung, wie auch für andere Routenwahlmodelle wie z.B. das Probit-Modell, benutzt werden. Der MSA Algorithmus ist eigentlich ein streckenbasiertes Verfahren, da die Schrittgröße mit durchschnittlichen Streckenbelastungen berechnet wird. Auf diese Art kann dieses Verfahren auch für die deterministische Nutzer-Gleichgewichts-Umlegung verwendet werden, bei der die Hilfsbelastung durch eine Bestweg-Umlegung errechnet wird. Die Konvergenz der MSA ist natürlich langsamer als die Konvergenz des Frank-Wolfe Verfahrens.

Der Grund für die Benutzung der vorher festgelegten Schrittgrösse (statt der Optimierung der Schrittgrösse in jeder Iteration) ist, dass die Zielfunktion die EMN-Funktion (Erwarteter Maximaler Nutzen) beinhaltet, die schwierig zu berechnen ist. Für Logit (basierte) Entscheidungsmodelle kann die EMN-Funktion analytisch abgeleitet werden, für Probit-Modelle kann diese Funktion aber nur numerisch berechnet werden. Dies ist eine zusätzliche Schwierigkeit für die Benutzung des Probit-Modells, die stochastische Umlegung kann nur über eine Monte-Carlo-Simulation durchgeführt werden.

4.3.3 Algorithmus von Maher und Hughes

Maher und Hughes (1998) haben ein streckenbasiertes Verfahren für Logit und Probit Umlegungen entwickelt. Die stochastische Verteilung wird im Fall des Probit Modells durch Anwendung der Clarkschen Approximation berechnet. Für das Logit Modell wird die Berechnung der Schrittgrösse durch die Optimierung der Zielfunktion ermöglicht (siehe auch Abbildung 6). In diesem Ansatz wird bei der Iteration n eine Liniensuche zwischen dem ursprünglichen Belastungsvektor $x^{(n)}$ und dem Hilfsbelastungsvektor $y^{(n)}$ durchgeführt (siehe auch Kapitel 6.1). Das Ziel ist, den Wert der Schrittgrösse zu finden, die Z wie folgt minimiert:

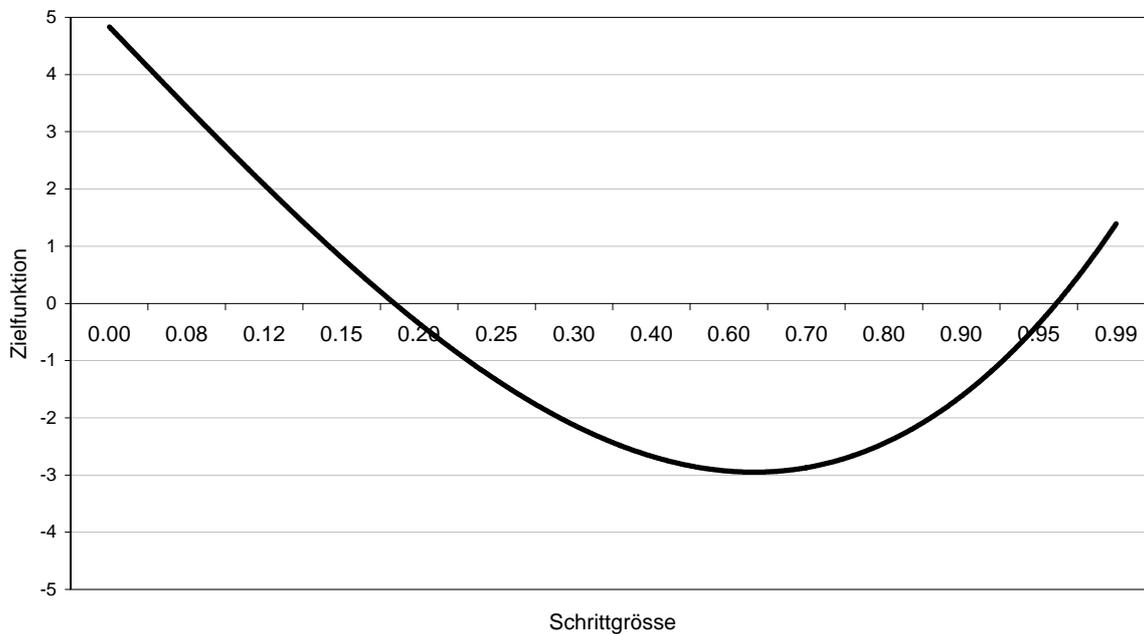
$$\frac{\partial Z}{\partial \lambda} = - \sum_a (y_a^{(n)} - x_a^{(n)}) \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \cdot (y_a^{(\lambda)} - x_a^{(\lambda)}) \quad (4-53)$$

Die Schrittgrösse λ wird durch lineare Interpolation zwischen zwei Punkten geschätzt. Ein Punkt ist die stochastische Umlegung bei x (äquivalent zu einer Schrittgrösse null), der andere jener bei y (äquivalent zu einer Schrittgrösse eins):

$$\lambda = - \frac{\left(\frac{\partial Z}{\partial \lambda}\right)^0}{\left(\frac{\partial Z}{\partial \lambda}\right)^0 + \left(\frac{\partial Z}{\partial \lambda}\right)^1} \quad (4-54)$$

Der Unterschied zwischen dieser Methode und dem MSA Verfahren liegt in der Berechnung der Schrittgrösse (Gleichung 4-54), die ein besseres Ergebnis liefern sollte als die einfache Regel (Zahl) beim MSA Verfahren. Der Hauptunterschied zwischen dieser Methode und dem Frank-Wolfe Algorithmus liegt darin, dass die Hilfsbelastungsstruktur infolge der stochastischen Umlegung ähnlich zur momentanen Lösung ist. Im Frank-Wolfe Verfahren ist das Verteilungsverfahren eine einfache Bestweg-Umlegung, so dass die Hilfslösung im Verlauf des Iterationsprozesses von der Gleichgewichtslösung abweicht (Bekhor, 1999).

Abbildung 6 Beispiel für die Optimierung der Zielfunktion



4.3.4 Lernverfahren von Lohse

Das Lernverfahren (Schnabel und Lohse, 1997) wurde von Lohse entwickelt. Dieses Verfahren bildet – in anschaulicher Interpretation – den Lernprozess der Verkehrsteilnehmer bei der Benutzung des Netzes ab. Ausgehend von einer Bestweg-Umlegung (im einfachsten Modellierungsfall) berücksichtigen die Fahrer die Reisekostenschätzung der letzten Fahrt für die neue Routensuche. In einem iterativen Prozess, bei dem sich das Verfahren dem Nutzergleichgewicht annähert, werden mehrfach kürzeste Wege gesucht. Die geschätzten Reisekosten $cs_{n+1} = cs(x_{n+1})$ für die Routensuche im Schritt (n+1) werden aus den Reisekosten $c_n = c(x_n)$ bei der aktuellen Belastung und den zuletzt geschätzten Reisekosten $cs_n = cs(x_n)$ abgeleitet. Durch einen Schrittgrößenalgorithmus wird die Zielfunktion $|c_n - cs_n|$, d. h. die Abweichungen der tatsächlichen von den durch die Verkehrsteilnehmer geschätzten Reisekosten, minimiert.

Ein wesentlicher Unterschied zu dem Frank-Wolfe-Verfahren, dem MSA Verfahren und anderen ähnlichen Verfahren besteht darin, daß nicht die Verkehrsstärken x , sondern die Reisekosten c im Schrittgrößen-Algorithmus iterativ berechnet (geschätzt) werden. Lohse

begründet diese (letztlich nicht zwingende) Vorgehensweise damit, dass das hauptsächliche Schätz-, Wahl- und Entscheidungskriterium der Verkehrsteilnehmer die (Reise) Kosten c (Angebotsstruktur) und nicht die Verkehrsstärken x (Belastungsstruktur) sind. Da beim vorher erwähnten Verfahren durch die korrigierte Verkehrsstärke auch die Reisekosten entsprechend verändert werden (und die Reisekosten ändern sich nur bei veränderter Verkehrsstärke), sollten sich die Ergebnisse durch die Korrektur der Streckenkosten von den Ergebnissen mit der Korrektur der Streckenbelastungen, nicht wesentlich unterscheiden.

Ablauf:

1. Setze $n = 1$.
2. Setze die Reisekosten auf $cs_a^n = c(x_a=0)$ für alle Strecken a .
3. Suche Bestwege mit den Reisekosten cs_a^n und lege die Verkehrsströme f^{rs} auf die gefundenen Wege um. Die Verkehrsstärke x_a^n der Strecke a im n -ten Iterationsschritt ergibt sich durch arithmetische Mittelwertbildung über alle Schritte n :

$$x_a = \sum_{rs} f^{rs} \cdot \delta_a^{rs} \quad \delta_a^{rs} = 1, \text{ falls Strecke } a \text{ zur Beziehung } rs \text{ gehört; sonst } \delta_a^{rs} = 0.$$

$$x_a^n = \sum_n x_a^n / n$$

4. Berechne die Reisekosten $c_a^n = c(x_a^n)$.
5. Finde ein λ_a^n , das die Lösung der Minimierungsaufgabe $\text{Min}_{0 \leq \lambda \leq 1} (c_a^n - \lambda cs_a^n)$ ermöglicht.
6. Setze $cs_{n+1} = cs_n + \lambda_n \cdot (c_n - cs_n)$
7. Konvergenz-Test: Wenn $|c_a^n - cs_a^n| \leq \varepsilon_a$ (oder in etwas differenzierterer und

strengerer Form: $\frac{|c_a^n - cs_a^n|}{cs_a^n} \leq \varepsilon_a^n$) für alle Strecken a erfüllt ist, dann beende das

Iterationsverfahren; ansonsten setze $n = n+1$ und gehe zu Schritt 3.

Während des Verfahrens können für einen Verkehrsstrom f^{rs} mehrere (Bestweg) Routen i ($i = 1$ bis N^{rs}) gefunden werden; jede einzelne Route i kann mehrfach (n_k^{rs} -mal) gefunden werden,

wobei gilt: $n = \sum_{i=1}^{N^{rs}} n_i^{rs}$. Die absoluten Routenanteile sind dann: $f_i^{rs} = f^{rs} \cdot n_i^{rs} / n$.

Der Schrittgrößenparameter λ (liegt zwischen 0 und 1) beeinflusst die Lerngeschwindigkeit bzw. Konvergenz und kann als Konstante oder Variable eingeführt werden:

1. $\lambda = \text{konstant}$
2. $\lambda = \lambda u + \frac{\lambda o - \lambda u}{(1 + TT)^{f(TT)}}$ mit $f(TT) = V_1 / (1 + e^{V_2 - V_3 \cdot TT})$ und $TT = |c - cs| / cs$

sowie V_1, V_2, V_3 : Verfahrensparameter

λu : untere Grenze für λ

λo : obere Grenze für λ .

Dies ist ein heuristisch gewonnener Schrittgrößenalgorithmus von Lohse.

3. $\lambda_n = \frac{1}{N} \cdot \frac{cs_n}{c_n}$ Dieser Ansatz wurde von Lohse aus dem Lotka-Volterra-Regelkreis abgeleitet (N = Parameter).
4. Es sind grundsätzlich auch – bei entsprechender Anpassung – vorher bei anderen Autoren bereits erläuterte Schrittgrößenbestimmungen einsetzbar.

Bei Festlegung von einem kleinen λ lernt (konvergiert) das Verfahren sicher und langsam, bei zu grossem λ ist die Konvergenz nicht sicher gegeben. Für die sichere Konvergenz befindet sich λ im allgemeinen zwischen 0,1 und 0,6.

Beim ersten Iterationsschritt werden die Reisekosten c im Allgemeinen im unbelasteten Zustand berücksichtigt. Die Berechnung der aktuellen Reisekosten c in jedem weiteren Iterationsschritt erfolgt mit den aktuellen Belastungen x , z. B. unter Verwendung der sogenannten BPR-Funktion (*Bureau of Public Roads*)

$$c = c_0 \cdot \left[1 + a \cdot \left(\frac{x}{C} \right)^b \right] \quad (4-55)$$

oder einer anderen geeigneten Funktion.

Das Verfahren wird beendet, wenn sich die aktuellen und die geschätzten Kosten hinreichend genau (bezüglich der realen Schätz- und Akzeptanztoleranz der Verkehrsteilnehmer, etwa vermittelt über den variablen Abbruchparameter $\varepsilon_a^n = P_1 \cdot (cs_a^n)^{P_2}$ für alle Strecken des Netzes angeglichen haben. Ein relativ stabiler Verkehrszustand tritt ziemlich schnell ein, wenn keine oder nur geringe Belastungen vorliegen. Der Lernvorgang dauert länger, wenn das Netz hoch belastet ist. Dies ist keine Besonderheit des Lernverfahrens, sondern allen Umlegungsverfahren dieser Art immanent. In Schnabel und Lohse (1997), werden weitere mögliche Modifikationen des Lernverfahrens vorgestellt.

5 Die Schätzung der Modellparameter

Durch die Schätzung der Modellparameter wird eine Verbindung zwischen der Auswahlwahrscheinlichkeit und dem beobachteten Verhalten der Entscheidungsträger hergestellt. Die Nutzenfunktion kann als Abhängigkeit von unbekanntem Parametern geschrieben werden:

$$V_i = V(c_i, s_i, \beta) \quad (5-1)$$

wobei c_i die Angebots- und s_i die soziodemographischen Charakteristiken der Entscheidungsträger sind. Bei der Schätzung des Modells suchen wir den Vektor β . Aus dem beobachteten Verhalten erhalten wir die Informationen über die Entscheidungen und gewinnen damit auch die Informationen über diesen Vektor β . Hier wird jener Vektor gesucht, der am besten das beobachtete Verhalten beschreibt. Dazu wird in der vorliegenden Untersuchung die Methode der Maximum-Likelihood-Schätzung verwendet.

Das beobachtete Verhalten eines Individuums kann durch einen Vektor dargestellt werden, der angibt, wie oft das Individuum n die einzelnen Alternativen gewählt hat. Dieser Vektor wird mit y_n und seine Elemente mit y_{in} bezeichnet (Maier und Weiss, 1990):

$$y_n = (y_{1n}, y_{2n}, \dots, y_{In}) \quad (5-2)$$

Wenn die Entscheidungen für die Alternativen bekannt sind, ist es möglich bei Unabhängigkeit dieser Entscheidungen die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, mit der das Individuum bestimmte, durch y_n beschriebene Entscheidungen treffen wird:

$$P(y_n) = B_n \prod_{i \in A_n} [P_{in}(\beta)]^{y_{in}} \quad (5-3)$$

wobei \prod den Produktoperator bezeichnet. Da die Auswahlwahrscheinlichkeit vom Zufallsnutzen abhängt, ist sie auch eine Funktion des Parametervektors β . Diese Wahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Multinomialverteilung. Dabei beschreibt B_n den Multinomialkoeffizienten:

$$B_n = \frac{(\sum_i y_{in})!}{y_{1n}! y_{2n}! \dots y_{In}!} \quad (5-4)$$

Bei der Schätzung des Parametervektors β ist B_n eine Konstante, die üblicherweise ignoriert wird. Um aus der Wahrscheinlichkeit $P(y_n)$ die Likelihood-Funktion zu berechnen, wird angenommen, dass die Entscheidungen der Individuen voneinander unabhängig sind. Für die einzelnen Individuen berechnete Wahrscheinlichkeiten können dann multipliziert werden, um

die Wahrscheinlichkeit für die gesamte Stichprobe zu produzieren bzw. der Likelihood der Stichprobe:

$$L(\beta) = \prod_{n=1}^N P(y_n) \quad (5-5)$$

Die Maximum-Likelihood-Methode besteht darin, jenen Vektor β zu suchen, der die Funktion $L(\beta)$ maximiert. Weiter ist es auch möglich, anstelle der Likelihood-Funktion die Log-Likelihood-Funktion zu maximieren. Die Log-Likelihood-Funktion wird mit $l(\beta)$ bezeichnet.

$$l(\beta) = B + \sum_n \sum_{i \in A_n} y_{in} \cdot \ln P_{in}(\beta) \quad (5-6)$$

$$\text{mit } B = \sum_n \ln B_n$$

Der Maximalwert der Log-Likelihood-Funktion wird dort erreicht, wo die erste Ableitung bezüglich der Elemente des Parametervektors gleich null ist (Maier und Weiss, 1990). Der Vektor der ersten Ableitung ergibt sich dann aus der vorherigen Gleichung als

$$\frac{\partial l}{\partial \beta_k} = \sum_n \sum_{i \in A_n} \frac{y_{in}}{P_{in}} \cdot \frac{\partial P_{in}}{\partial \beta_k} ; \quad k = 1, \dots, K \quad (5-7)$$

bzw.

$$\frac{\partial P_{in}}{\partial \beta_k} = \sum_{j \in A_n} \frac{\partial P_{in}}{\partial V_{jn}} \cdot \frac{\partial V_{jn}}{\partial \beta_k} . \quad (5-8)$$

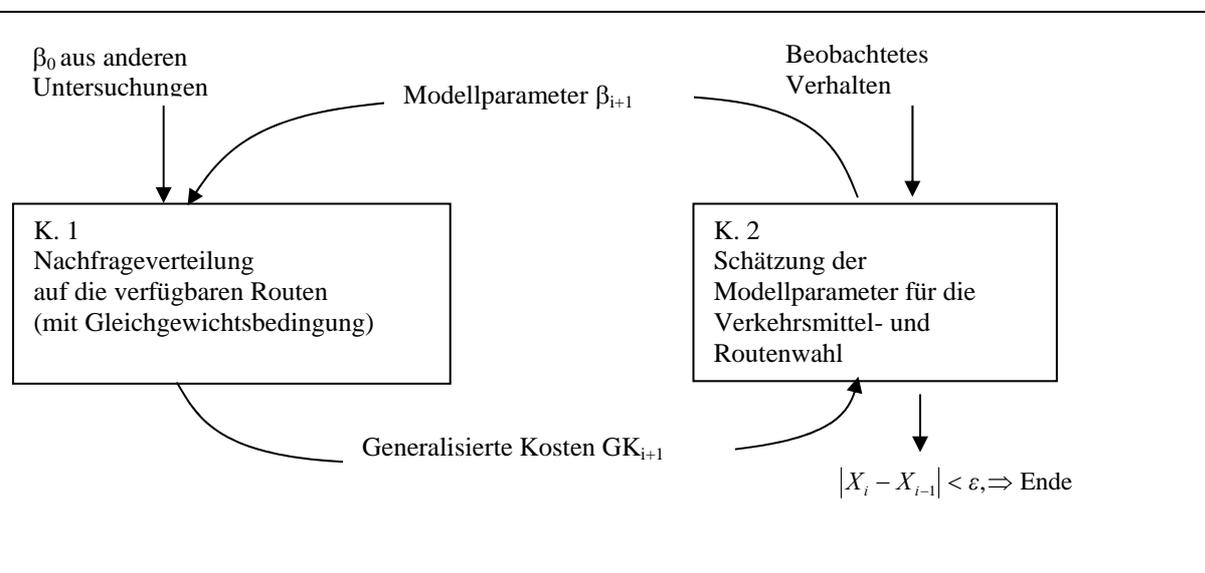
Diese Aufspaltung zerlegt die partielle Ableitung in einen Teil, der vom Modelltyp bzw. von der angenommenen Verteilung der Zufallsvariable in der Nutzenfunktion ($\partial P_{in} / \partial V_{jn}$) abhängt, und einen Teil, der von der funktionalen Form der Nutzenfunktion bestimmt wird ($\partial V_{jn} / \partial \beta_k$). Damit führt jede Veränderung der Parameter nicht nur zu Veränderungen des Nutzens der gewählten Alternative, sondern auch aller anderen. Der Einfluss einer Parameteränderung auf die Auswahlwahrscheinlichkeit der i-ten Alternative setzt sich dann aus der Summe der direkten und der indirekten Effekte zusammen.

6 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl - Modellansatz

Wie in Kapitel 1 beschrieben wurde, soll das hier entwickelte Modell die Anforderungen der Routen- und Verkehrsmittelwahl erfüllen. Im ersten Teil dieses Kapitels wird ein geeigneter Modellansatz beschrieben, mit dem Routen- und Verkehrsmittelwahl simultan berechnet werden können. In einem weiteren Teil wird dieser Ansatz durch eine Methode für die Kalibration der Modellparameter der Nutzenfunktion ergänzt. Diese zwei Modellschritte sollen zu einem endgültigen Gleichgewicht für beide Modellteile führen. Da die Angebotsvariablen gleichzeitig auch die Eingangsvariablen bei der Bestimmung der Modellparameter sind, sollte der entwickelte Modellansatz neben den Gleichgewichtsbedingungen bei der Nachfrageaufteilung im Netz (inneres Gleichgewicht) auch ein Gleichgewicht zwischen der Umlegung im Netz und den kalibrierten Modellparametern (äusseres Gleichgewicht) erreichen.

Damit wird hier ein Optimierungsprozess gesucht, um die Routen- und Verkehrsmittelwahl konsistent zu lösen und in ein Gleichgewicht zu bringen. Der Optimierungsprozess für die Schätzung des Modells ist in Abbildung 7 dargestellt.

Abbildung 7 Grundstruktur des Verfahrens



Die Bestimmung von einheitlichen Modellparametern für die Verkehrsmittelwahl und für die Routenwahl ist hier eine wichtige Aufgabe. Unter der Annahme, dass die Verkehrsteilnehmer die Einflussfaktoren der Verkehrsnachfrage (sowohl für die Verkehrsmittelwahl als auch für die Routenwahl) gleichzeitig bewerten, wird versucht, mit geschätzten Modellparametern in einem Schritt die Verkehrsmittel- und Routenwahl zu berechnen. Dass diese Annahme

berechtigt ist, wird in einer anderen Untersuchung von Vrtic, Axhausen, Rossera und Maggi (2003) bestätigt. Hier wurden getrennte Befragungen zur Routen- und Verkehrsmittelwahl durchgeführt. Die geschätzten Modellparameter und die daraus ermittelte Bewertung der Einflussgrößen bei getrennter und gemeinsamer Schätzung ergeben eine ähnliche Bewertung dieser Variablen für die Routen- und die Verkehrsmittelwahl (Tabelle 3). Die Unterschiede sind vor allem auf die unterschiedliche Datenstruktur dieser zwei Modelle (Routenwahlmodell ohne Verlässlichkeit und Zugangszeit, Verkehrsmittelwahl ohne Umsteigezeit) zurückzuführen.

Tabelle 3 Relative Bewertung der Einflussgrößen bei getrennter und gemeinsamer Modellschätzung

	Verkehrsmittelwahl (MNL)	Routenwahl ÖV (MNL)	Gemeinsame Schätzung (NL)
Zeitwert MIV-Fahrzeit [CHF/h]	27.7		26.8
Zeitwert ÖV-Fahrzeit [CHF/h]	18.5	16.9	18.5
Zeitwert Intervall [CHF/h]	8.3	4.7	7.4
Umsteigewert [CHF/Umsteigen]	7.6	5.9	6.7
<i>Relative Verhältnisse der Parameter</i>			
Fahrzeit PKW / ÖV	1.5		1.5
Umsteigezahl / Fahrzeit ÖV [Min / Umsteigen]	24.6	21.0	21.8
Intervall / Fahrzeit ÖV	0.4	0.3	0.4
Zugangszeit ÖV / Fahrzeit ÖV	2.7		2.9
Quelle: Vrtic, Axhausen, Rossera und Maggi (2003)			

Im ersten Schritt, vor Schätzung der ersten Modellparameter, werden extern vorgegebene Parameter, die aus anderen Untersuchungen übernommen werden, für die Nachfrageaufteilung im Netz verwendet. Das mit diesen Parametern geschätzte Verkehrsmittel- und Routenwahlmodell ergibt als Ergebnis auch die unabhängigen Variablen (Zeit, Preis...), mit denen im nächsten Schritt die neuen Modellparameter geschätzt werden.

Das entwickelte Modell sollte in seiner Aufteilungsprozedur folgende Charakteristiken berücksichtigen:

- Gleichgewichtsbedingungen,
- veränderliche Kosten (Belastungen) und unterschiedliche Wahrnehmung der Reisekosten,
- Ähnlichkeiten bzw. Streckenüberlappungen zwischen den Alternativen und
- analytische Handhabbarkeit.

Eine wichtige Voraussetzung für das hier entwickelte Modell ist die Gleichgewichtsbedingung. Dabei sollte das Gleichgewicht sowohl innerhalb des Netzes eines Verkehrsmittels als auch innerhalb des gesamten Systems (bzw. der betrachteten Verkehrsmittel) erreicht werden.

In einem ersten Schritt sollen Ansätze geprüft werden, mit denen ein Gleichgewicht für die Routenwahl erreicht werden kann. Die Aufteilungsprozedur sollte gleichzeitig auch für die Verkehrsmittelwahl geeignet sein. Die Vorgehensweise und die wichtigsten Arbeitsschritten sind in Abbildung 14 auf Seite 75 dargestellt.

Die oben erwähnten Voraussetzungen werden durch das stochastische Nutzergleichgewicht (SUE) erfüllt. Die stochastischen Umlegungsmodelle berücksichtigen neben Belastungseffekten auch sogenannte stochastische Effekte bei der Entscheidung (unterschiedliche Wahrnehmung der Kosten). Bei einer simultanen Routen- und Verkehrsmittelwahl ist die Berücksichtigung der stochastischen Effekte vor allem auf der Ebene der Verkehrsmittelwahl wichtig. Weiters muss auch die Problematik der Ähnlichkeit zwischen den Alternativen sowohl auf der Ebene der Verkehrsmittel als auch auf der Ebene der Routen durch die angewendeten Aufteilungsansätze richtig abgebildet werden.

6.1 Stochastisches Nutzergleichgewicht für simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl

Das SUE ergibt sich als Erweiterung der klassischen stochastischen Umlegung durch die Berücksichtigung einer Kapazitätsbegrenzung in der Form der Kosten-Belastungs-Funktion (bzw. Kapazitätsbeschränkungsfunktion). Bei der stochastischen Aufteilung wird, basierend auf der Kostenfunktion $c_a(x_a)$, aus der ursprünglichen Anfangsbelastung x_a eine Hilfsbelastungsstruktur y_a berechnet. Nur wenn die Kosten und die Belastung konsistent sind, wird x_a gleich y_a . Dieser Zustand ist die Lösung des SUE.

Die Bedingung für das SUE ist

$$f_i^{rs} = q^{rs} \cdot P_i^{rs} \Rightarrow x_a = \sum_{rs} \sum_i q^{rs} \cdot P_i^{rs} \cdot \delta_{ai}^{rs} \quad (6-1)$$

bzw.

$$x_a = y_a \quad \forall a$$

Das SUE Umlegungsproblem, in dem jeder Verkehrsteilnehmer seine eigenen wahrgenommenen Kosten minimiert, wurde von Sheffi und Powell (1982) als ein unbegrenztes Optimierungsproblem der Belastung x definiert, mit der Zielfunktion:

$$Z = \sum_a x_a \cdot c_a(x_a) - \sum_a \int_0^{x_a} c_a(x) dx - \sum_{rs} q_{rs} \cdot S_{rs}(x), \quad (6-2)$$

wobei S_{rs} die erwarteten minimalen wahrgenommenen Reisekosten (EMN-Funktion) sind, mit

$$S_{rs}(x) = E \left[\min_i \{C_i^{rs}\} c(x) \right] \quad (6-3)$$

q_{rs} ist die Nachfrage zwischen den Quellen r und Zielen s , und C_i^{rs} sind die wahrgenommenen Reisekosten auf der Route i zwischen r und s .

Die partielle Ableitung von Z nach x_a für einzelne Terme (siehe Sheffi, 1985, Seite 317) ergibt

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial x_a} \cdot \left[- \sum_{rs} q^{rs} \cdot S_{rs} \right] &= - \sum_{rs} q^{rs} \cdot \sum_i P_i^{rs} \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \cdot \delta_{ai}^{rs} \\ \frac{\partial}{\partial x_a} \cdot [x_a \cdot c_a(x_a)] &= c_a + x_a \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \end{aligned} \quad (6-4)$$

$$\frac{\partial}{\partial x_a} \cdot \left[- \sum_a \int_0^{x_a} c_a(x) dx \right] = -c_a.$$

bzw.

$$\frac{\partial z}{\partial x_a} = \left[- \sum_{rs} \sum_i q^{rs} \cdot P_i^{rs} \cdot \delta_{ai}^{rs} + x_a \right] \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \Rightarrow \quad (6-5)$$

$$\frac{\partial z}{\partial x_a} = (x_a - y_a) \cdot \frac{dc_a}{dx_a}$$

und wird bei erreichter SUE Lösung gleich null.

Um den Gleichgewichtszustand mit dem verwendeten Aufteilungsansatz zu erreichen, wird bei der Iteration n eine Liniensuche zwischen dem Anfangsvektor $x^{(n)}$ und der berechneten Hilfslösung $y^{(n)}$ durchgeführt. Das Ziel ist, eine optimale Schrittweite $\lambda^{(n)}$ zu finden, mit der Z minimiert wird bzw. bei der der Gradient g gleich null ist:

$$g = \frac{\partial z}{\partial \lambda} = - \sum_a (y_a^{(n)} - x_a^{(n)}) \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \cdot (y_a^{(\lambda)} - x_a^{(\lambda)}) \quad (6-6)$$

Bei der Durchführung der stochastischen Aufteilungsprozedur für x ($\lambda=0$) und y ($\lambda=1$) ist es möglich, die Werte der Gradienten g_0 und g_1 entlang der Liniensuche für diese zwei Punkte zu berechnen (Maher, 2001). Dabei ist

$$g_0 = -\sum_a (y_a - x_a)^2 \cdot \frac{dc_a}{dx_a}$$

$$g_1 = -\sum_a (y_a - x_a) \cdot (w_a - y_a) \cdot \frac{dc_a}{dx_a} \quad (6-7)$$

Die Schrittgrösse λ , bei der g gleich null ist, kann durch lineare Interpolation angenähert werden:

$$\lambda_{(n+1)} = -g_0 / (-g_0 + g_1). \quad (6-8)$$

Spezifisch für diese Methode ist, dass innerhalb einer Iteration zwei Hilfsbelastungen berechnet werden. Aus der Anfangsbelastung x_a wird durch die erste stochastische Aufteilung eine Hilfsbelastung y_a und aus y_a durch die zweite stochastische Aufteilung die Hilfsbelastung w_a berechnet. Dies führt zu einer deutlich schnelleren Konvergenz gegenüber anderen Verfahren.

Mit Hilfe der Schrittgrösse $\lambda^{(n)}$ ($0 < \lambda < 1$) wird die Anfangslösung x korrigiert, bevor die nächste Iteration durchgeführt wird. Verwendet wird hier der folgende Ansatz:

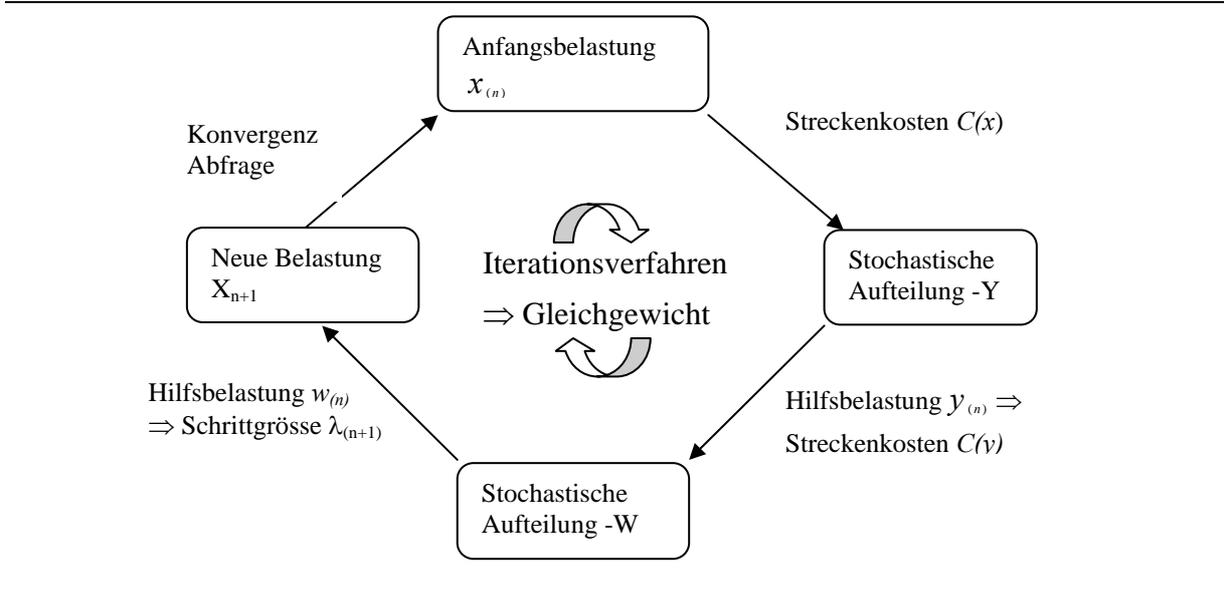
$$x_{(n+1)} = (1 - \lambda) \cdot x_{(n)} + \lambda \cdot y_{(n)}. \quad (6-9)$$

Es können auch andere Ansätze benutzt werden wie z.B.

$$x_{n+1} = x_{(n)} + \left(1 - \frac{x_{(n)}}{y_{(n)}}\right) \cdot \left(\frac{x_{(n)}}{\lambda}\right). \quad (6-10)$$

Das Verfahren wird in Abbildung 8 dargestellt.

Abbildung 8 Standardisiertes Schema für den SUE Iterationsprozess



Bei simultaner Routen- und Verkehrsmittelwahl werden die MIV- und ÖV-Netze mit ihren Attributen gemeinsam als ein Verkehrsangebot betrachtet. Damit erfolgt die Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeit für eine Alternative unter Berücksichtigung aller vorhandenen Alternativen im MIV- und ÖV-Netz.

Der Anfangsvektor $x_{(n)}$ ist der Input für die Kosten-Belastungs-Funktion, die dann für die stochastische Aufteilung verwendet wird. Das Ergebnis ist die Hilfslösung $y_{(n)}$. Wie bereits beschrieben, wird bei dem hier angewendeten Verfahren innerhalb einer Iteration eine zweifache Aufteilung durchgeführt, indem mit der Hilfsbelastung y und den daraus berechneten Kosten bzw. Nutzen eine zweite Hilfsbelastung w ermittelt wird. Die Gradienten für die Berechnung der Schrittlänge λ werden daraus ermittelt.

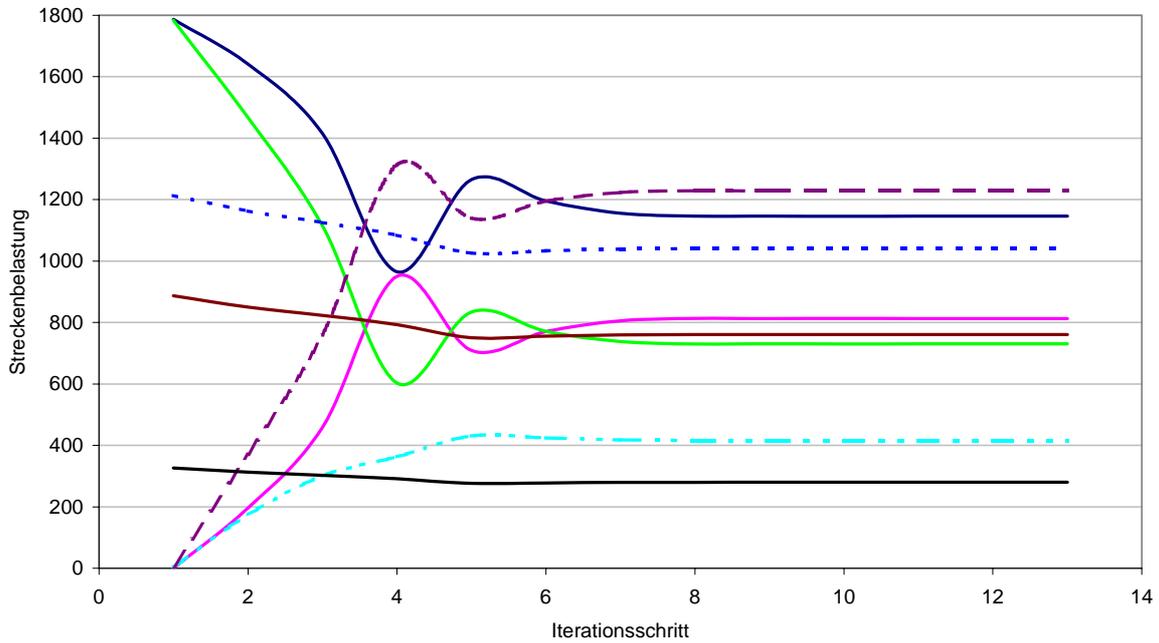
Die aktualisierte x -Belastung ist der mit der Schrittgröße λ gewichtete Durchschnitt aus der ursprünglichen Belastung x und der Hilfsbelastung y :

$$x_{(n+1)} = (1 - \lambda) \cdot x_{(n)} + \lambda \cdot y_{(n)}, \tag{6-11}$$

wobei n die Iterationszahl ist.

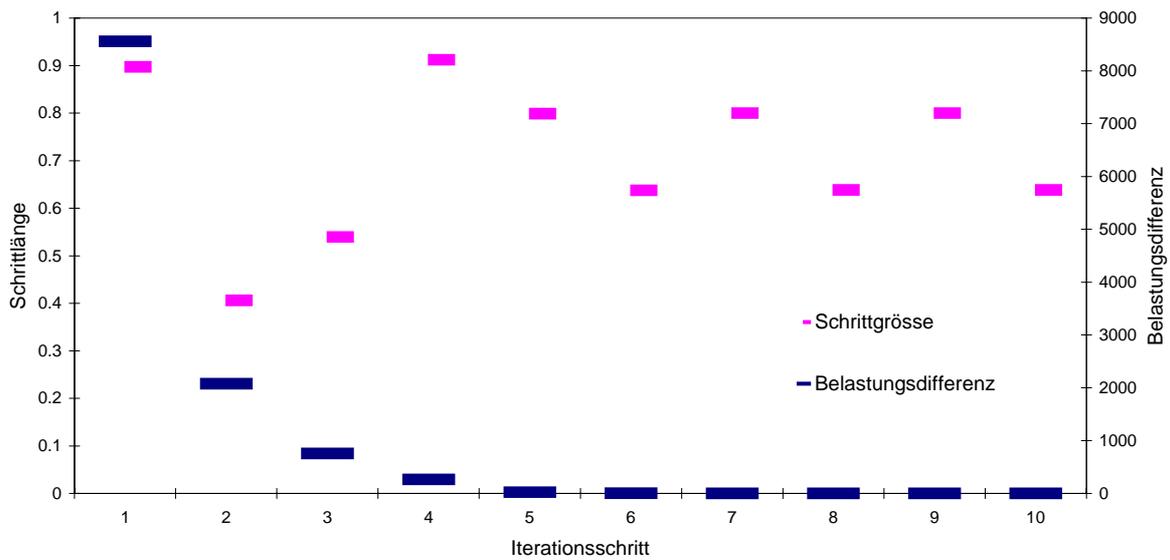
Der Prozess wird wiederholt, bis Konvergenz erreicht ist, d.h. bis $y=x$ ist, oder ein anderes vorgegebenes Mass erreicht wird. Die Veränderung der Streckenbelastungen mit dem hier entwickelten simultanen Routen- und Verkehrsmittelwahlmodell nach Iterationsschritten für ein einfacheres Netz (5 MIV- und 3 ÖV Strecken) ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

Abbildung 9 Streckenbelastungen (acht Strecken) nach Anzahl der Iterationsschritten



Die Suche nach der optimalen Schrittgröße und die Minimierung der Differenz in der Netzbelastung nach Iterationsschritten für das hier betrachtete Beispiel (Netzbeispiel 2, Schnabel und Lohse, Seite 299) ist in Abbildung 10 dargestellt.

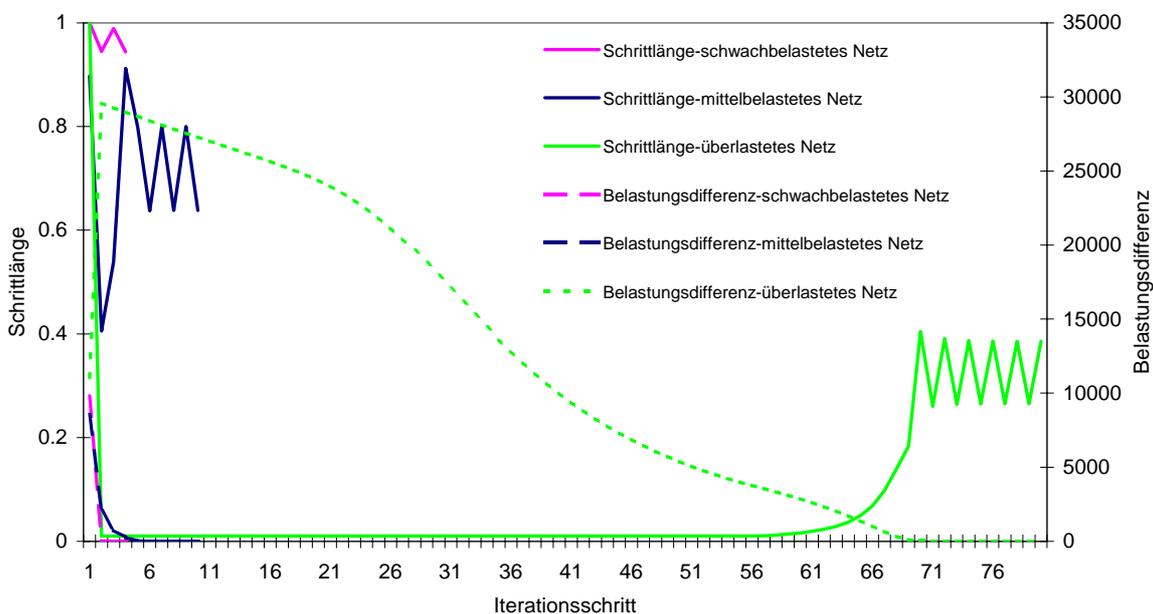
Abbildung 10 Veränderung der Schrittgröße und Netzbelastungen ($\sum_{\text{Strecke}} \text{Belastungsdifferenz}$)



Um die Konvergenz des Verfahrens bei extremen Netzbelastungen zu sichern, soll die Bedingung $0 < \lambda < 1$ erfüllt sein. Bei extrem hohen Netzbelastungen bzw. Kapazitätsauslastungen kann die Konvergenz durch die Vorgabe einer minimalen Schrittgrösse wie z.B. $0.01 < \lambda < 1$, schneller erreicht werden. Wie in Abbildung 11 ersichtlich ist, wird bei einem stark überlasteten Netz eine deutlich grössere Anzahl von Iterationen benötigt, bis die Nachfrage im Netz optimal aufgeteilt bzw. ein Gleichgewicht erreicht ist.

Solche Fälle treten dann auf, wenn die durch die Streckenbelastungen verursachte Kostendifferenz zwischen der besten und den alternativen Routen bei Aufteilung y und w innerhalb einer Iteration so gross wird, dass immer nur eine Route gewählt wird. Dies kann am Anfang der Aufteilung zu einer sehr starken Schwankung der Schrittgrösse (von extrem kleinen bis zu extrem grossen Werten) führen, und zwar solange, bis ein stabiler Zustand erreicht wird.

Abbildung 11 Veränderung der Schrittlänge und der Streckenbelastungen bei unterschiedlichen Netzbelastungen ($\sum_{\text{Strecke}} \text{Belastungsdifferenz}$)



Durch Anpassung bzw. Verschiebung des minimalen und maximalen Wertes der Schrittgrösse (z.B. $0.1 < \lambda < 0.9$), kann die Anzahl der Iterationen deutlich reduziert werden. Bei dem hier betrachteten Beispiel, führte die Beschränkung der Schrittgrösse auf Werte zwischen 0.1 und 0.9 zu einer Reduktion der Iterationszahl von 80 auf 26 (Abbildung 12). Eine weitere Möglichkeit für die Berechnung der Schrittlänge in solchen Fällen wäre auch

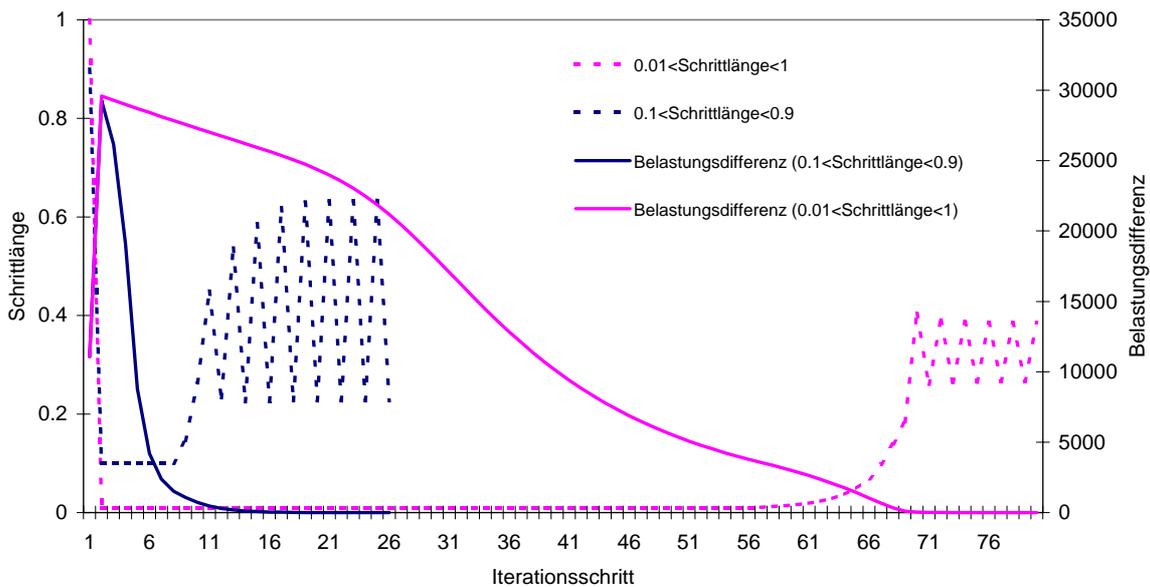
$$\lambda_{(n+1)} = \frac{1}{n+1} \cdot \sum_{i=1}^n (-g_{i0} / (-g_{i0} + g_{i1})). \tag{6-12}$$

Eine andere Optimierungsmöglichkeit im hier dargestellten Verfahren wäre, ähnlich wie beim Lernverfahren von Lohse, die Streckenkosten mit der ermittelten Schrittgrösse statt den Streckenbelastungen zu korrigieren, bis die gesuchte Konvergenz erreicht ist:

$$c_{(n+1)} = (1 - \lambda) \cdot c_{(n)} + \lambda \cdot c_{(n+1)} \text{ (oder ein anderer der vorher erwähnten Ansätze).}$$

Da die korrigierten Streckenbelastungen gleichzeitig auch zu einer Veränderung der Streckenkosten führen (durch die Kapazitätsbeschränkungsfunktion), sollten sich die Gleichgewichtsergebnisse durch die Korrektur der Streckenkosten anstelle der Streckenbelastungen nicht wesentlich unterscheiden.

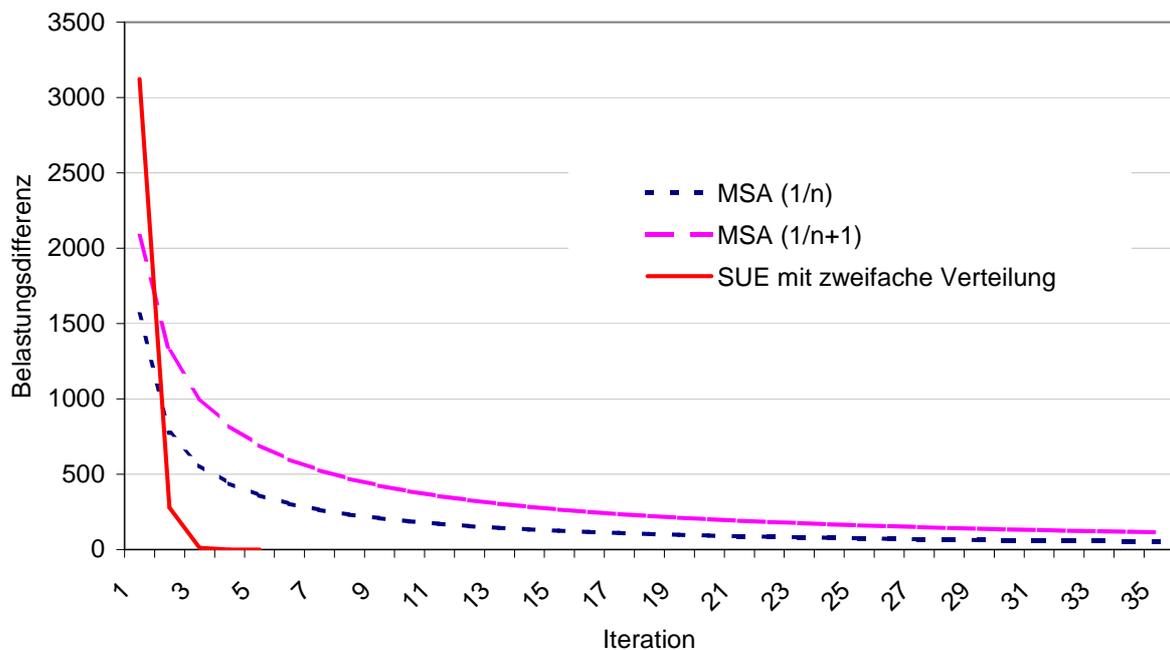
Abbildung 12 Veränderung der Schrittlänge und der Netzbelastungen ($\sum_{\text{Strecke}} \text{Belastungsdifferenz}$) bei überlastetem Netz mit unterschiedlicher Begrenzung der Schrittlänge



Es zeigte sich, dass das hier verwendete Verfahren für die Berechnung der Schrittlänge wegen der zweifachen Aufteilung innerhalb eines Iterationsschritts eine deutlich schnellere Konvergenz (Abbildung 13) besitzt als andere Optimierungsverfahren. Bei der Anwendung der hier verwendeten Aufteilungsverfahren als (ausschliessliches) Routenwahlmodell (Verkehrstromaufteilung in monomodalen Netz), wurde ein Vergleich der verwendeten Ansätze für die Berechnung der Schrittgrössen mit dem MSA-Verfahren (*Method of Successive*

Averages) durchgeführt. Für die gleiche Konvergenz ($\sum y - \sum x < 0.1$), die hier nach fünf Iterationsschritten erreicht wurde, waren beim MSA-Verfahren 470 Iterationen nötig.

Abbildung 13 Vergleich der Konvergenz des MSA-Verfahrens und den hier verwendeten Verfahren



6.2 Ansätze für die stochastische Verkehrsaufteilung

Für die stochastische Verkehrsstrom-Aufteilungsprozedur auf die konkurrierende Alternativen können verschiedene Entscheidungsmodelle angewendet werden. Um sowohl die Anforderungen von Routen- als auch von Verkehrsmittelwahlmodellen zu berücksichtigen, werden in vorliegender Arbeit vor allem Logit-basierte Modelle betrachtet:

- Nested -Logit (NL)
- Cross-Nested-Logit (CNL)
- C-Logit (CL)
- Path-Size-Logit (PSL)
- Nested-C-Logit (NCL).

Um die Eigenschaften der verwendeten Ansätze für die Aufteilungsprozedur zu analysieren, werden zwei unterschiedliche Beispiele von Netzkonfigurationen betrachtet. Dabei wird auch

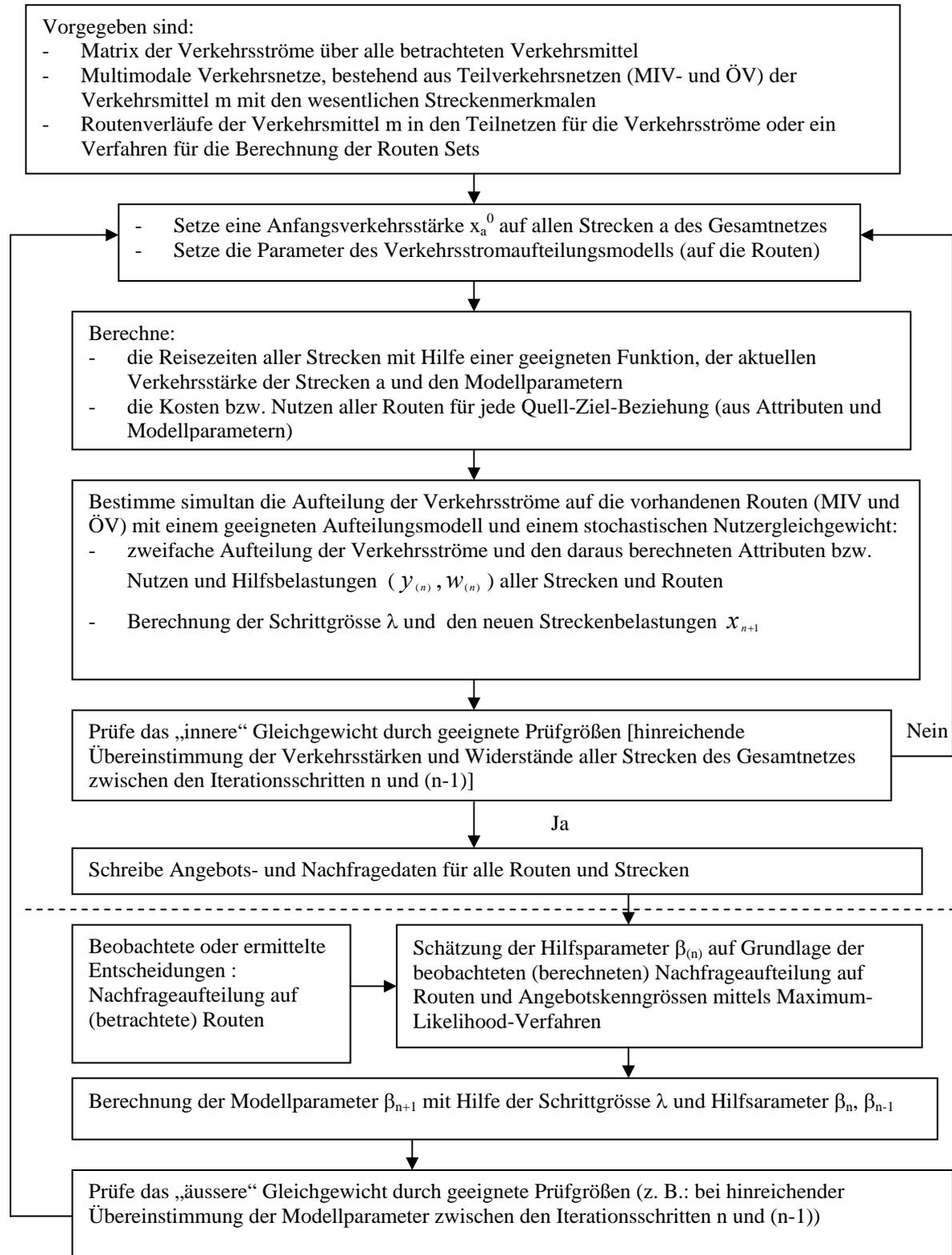
ein Vergleich mit den Ergebnissen des Probit-Modells dargestellt. Betrachtet wird eine unelastische Verkehrsnachfrage.

In einem ersten Schritt wird das Verfahren durch die Anwendung des MNL-Modells am Beispiel des Routenwahlmodells (monomodale Netz) geprüft. Weiter - im zweitem Schritt - wird die Anwendung der simultanen Routen- und Verkehrsmittelwahl mit den oben erwähnten Ansätzen analysiert. Das erste und einfachere Beispiel gibt eine klare Darstellung des Verfahrens bei der Anwendung auf multimodale Netze. Als zweites Anwendungsbeispiel (Schnabel und Lohse, 1997, Seite 299) wurde ein komplexeres Netz gewählt, das vor allem für die Korrelationsanalyse und die Bedeutung von gemeinsam benutzten Strecken besser geeignet ist. Letzteres Beispiel wird bei der Modellerweiterung und der Kalibrierung der Modellparameter weiter verwendet. Schliesslich wird mit einem ausgewählten Ansatz für die Nachfrageaufteilung und mit der Kalibration der Modellparameter ein Teil des schweizerischen Strassen- und Schienennetzes modelliert und die Ergebnisse mit bestehenden Erhebungsdaten geprüft (siehe auch Abbildung 25, Seite 93).

Bei den folgenden Beispielen wurden die berücksichtigten Routen bzw. der Routensatz für eine Quell-Ziel-Beziehung (vollständiger Satz der Alternativen) als Eingabe vorgegeben. Damit wird auf die vollständige Ermittlung der relevanten Alternativen verzichtet und die Nachfrageaufteilung auf die modalen Routen bzw. die Kalibrierung von Modellparametern mit einer festen Anzahl von Routen berechnet. Es ist zu berücksichtigen, dass bei der Anwendung auf grössere (reale) Netze nicht eine fixe Anzahl von Alternativen zur Verfügung steht, sondern dass während der Aufteilungsprozedur, bevor das Gleichgewicht erreicht ist, auch neue Routen in Betracht kommen können. Bei solchen Anwendungen wäre es nötig, in einem ersten Schritt die von den Verkehrsteilnehmern berücksichtigten Routen zu bestimmen, deren Anzahl bei jeder neuen Iteration überprüft werden muss. Dieser Teilschritt lässt sich im hier entwickelten Programm implementieren oder mit einer vorhandenen Verkehrsplanungssoftware verknüpfen. Ansätze für die Generierung der Alternativen sind in Kapitel 4 beschrieben.

Das hier entwickelte Verfahren wurde mit VBA (Visual Basic Application) programmiert. Die Vorgehensweise und die einzelnen Modellschritte sind in Abbildung 14 dargestellt. Die wesentlichen Programmkomponenten sind in Abbildung 36 (Seite 112) dargestellt.

Abbildung 14 Einzelne Modellschritte

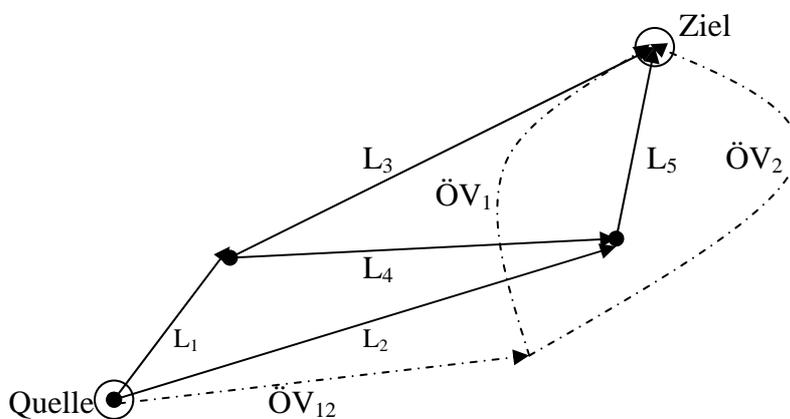


Netzbeispiel 1

Betrachtet wird (Abbildung 15) ein einfaches

- Strassennetz aus fünf Strecken (L) und drei Routen (r), sowie ein
 - ÖV-Netz aus drei Strecken (ÖV) und zwei Routen (oev),
- mit einer Quell-Ziel Beziehung.

Abbildung 15 Netzbeispiel 1



Die MIV-Routen sind wie folgt definiert: $r_1=L_1+L_3$, $r_2=L_2+L_5$ und $r_3=L_1+L_4+L_5$.

Die ÖV-Routen sind: $oev_1=ÖV_{12}+ÖV_1$ und $oev_2=ÖV_{12}+ÖV_2$.

Verwendet wird die BPR-Kostenfunktion $t_a = t_0 \cdot (1 + a \cdot (q/L)^b)$ mit $a=3$ und $b=8$ (q ist die Belastung und L die Leistungsfähigkeit) für den MIV. Da die Reisezeit im ÖV nicht so stark von der Nachfragebelastung abhängig ist, wird eine höhere Leistungsfähigkeit und flachere BPR-Funktion ($a=1$, $b=8$) angenommen. Die gesamte Nachfrage zwischen Quelle und Ziel beträgt 3000 Personen. Die Reisekosten (nur durch die Reisezeit dargestellt) auf freier Strecke, die Leistungsfähigkeiten (Personen) und Anfangsbelastungen (Personen) sind in der folgenden Tabelle zusammengefasst.

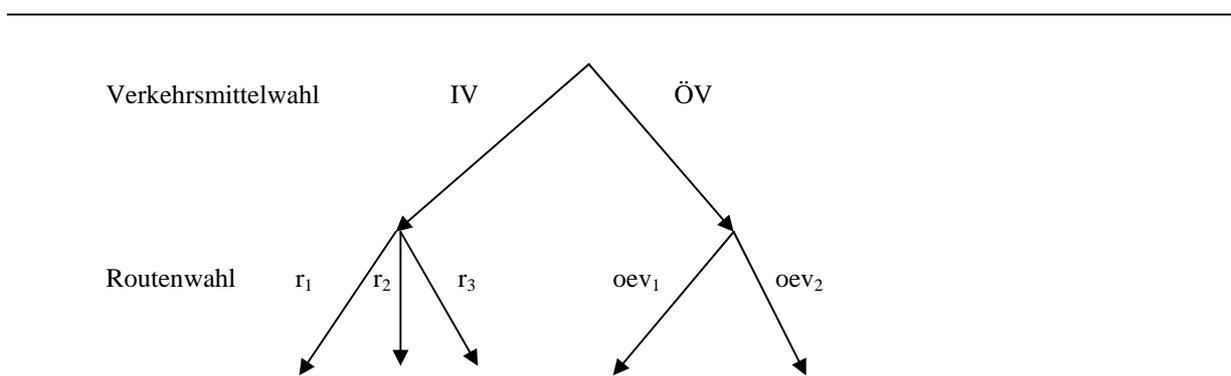
Tabelle 4 Netzparameter

Strecke	Kosten (t_0)	Leistungs- fähigkeit	Anfangs- belastung
L ₁	5	1800	1600
L ₂	6	2000	300
L ₃	6	1800	1400
L ₄	1	1200	200
L ₅	5	2000	500
ÖV ₁₂	6	3000	1100
ÖV ₁	6	3000	500
ÖV ₂	7	3000	600

6.2.1 Nested-Logit Modell

Bei der Anwendung des Nested-Logit Modells für die Aufteilungsprozedur werden das MIV-Netz und das ÖV-Netz (Netzbeispiel 1) als zwei unterschiedliche Nester abgebildet. Für das betrachtete Beispiel ergibt sich folgende Nest-Struktur (Nest MIV mit drei Routen und Nest ÖV mit zwei Routen).

Abbildung 16 Modellstruktur



Die Charakteristiken und die Herleitung des Nested-Logit Modells sind in Kapitel 3 beschrieben. Benutzt wird der von McFadden (1981) generierte Ansatz für das NL Modell als ein GEV (*Generalised Extreme Value*) Modell:

$$P(i, j) = \frac{\exp\left(\frac{V_{ij}}{\mu_j}\right) \cdot \exp\left\{\mu_j \cdot \ln\left(\sum_{i' \in j} \exp\left(\frac{V_{i'j}}{\mu_j}\right)\right)\right\}}{\sum_{i' \in j} \exp\left(\frac{V_{i'j}}{\mu_j}\right) \cdot \sum_{j'=1}^J \exp\left\{\mu_{j'} \cdot \ln\left(\sum_{i' \in j'} \exp\left(\frac{V_{i'j'}}{\mu_{j'}}\right)\right)\right\}}, \text{ mit } \mu_j \leq 1 \dots \forall j \quad (6-13)$$

Bei der simultanen Routen- und Verkehrsmittelwahl werden MIV- und ÖV-Alternativen gemeinsam betrachtet. Damit wird die Wahrscheinlichkeit für die Wahl einer Alternative unter Berücksichtigung aller vorhandenen MIV- und ÖV-Alternativen berechnet. Das Verfahren wird entsprechend der Abbildung 8 durchgeführt.

Aus der Anfangsbelastung, die auch gleich null sein kann, und der Kapazität werden in einem ersten Schritt die neuen Kosten bzw. Nutzen berechnet. Beim hier betrachteten Beispiel werden die Nutzen nur durch die Reisezeit dargestellt. Bei der späteren Kalibrierung der Modellparameter wird die Nutzenfunktion mit weiteren Variablen ergänzt. Auf der Grundlage dieser Kosten werden dann mit dem NL-Ansatz die Wahrscheinlichkeiten für die Wahl jeder einzelnen Route berechnet. Im ersten Beispiel wird angenommen, dass $\beta = -1.0$ (Nutzenberechnung) und der Skalierungsparameter $\mu_j = 0.5$ ist ($\mu_i = 1$). Mit hier angenommenen Parameter ist für betrachtete Beispiel Nested-Logit-Modell wie folgt zu formulieren ($V_{ij} = -\beta \cdot C_{ij}$):

$$P(i, j) = \frac{\exp\left(\frac{-1 \cdot C_{ij}}{0.5}\right) \cdot \exp\left\{0.5 \cdot \ln\left(\sum_{i' \in j} \exp\left(\frac{-1 \cdot C_{i'j}}{0.5}\right)\right)\right\}}{\sum_{i' \in j} \exp\left(\frac{-1 \cdot C_{i'j}}{0.5}\right) \cdot \sum_{j'=1}^J \exp\left\{0.5 \cdot \ln\left(\sum_{i' \in j'} \exp\left(\frac{-1 \cdot C_{i'j'}}{0.5}\right)\right)\right\}} \quad (6-14)$$

Die Ergebnisse der ersten Iteration (Aufteilung y und w) und die endgültigen Gleichgewichtsergebnisse sind in Tabelle 5 dargestellt.

Tabelle 5 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Nested-Logit; $\beta=-1$, $\mu=0.5$)

Nested Logit; $\beta=-1$, $\mu=0.5$								
Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Hilfs- belastung	Gradient	Iteration- ergebnis
Aufteilung y								
r_1	19.26	0.00	0.0	L_1	10.85	0.0	0.0	
r_2	11.00	0.72	2156.2	L_2	6.00	2156.2	420018.2	
r_3	16.85	0.00	0.0	L_3	8.41	0.0	0.0	
				L_4	1.00	0.0	0.0	
				L_5	5.00	2156.3	278676.2	
oev ₁	12.00	0.25	743.2	$\ddot{O}V_1$	6.00	743.2	0.1	
oev ₂	13.00	0.03	100.6	$\ddot{O}V_2$	7.00	100.6	0.0	
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	843.7	0.4	
Aufteilung w								
r_1	11.00	0.72	2155.4	L_1	5.00	2155.4	-811546.6	1126.8
r_2	71.24	0.00	0.0	L_2	38.86	0.0	0.0	849.0
r_3	38.38	0.00	0.0	L_3	6.00	2155.4	-852140.7	985.9
				L_4	1.00	0.0	0.0	140.9
				L_5	32.38	0.0	0.0	989.9
oev ₁	12.00	0.25	743.9	$\ddot{O}V_1$	6.00	743.9	0.0	642.3
oev ₂	13.00	0.03	100.7	$\ddot{O}V_2$	7.00	100.7	0.0	381.9
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	844.6	0.0	1024.2
$g_0=-698694.9$, $g_1=1663687.3$, $\lambda=0.296$								
Gleichgewichtsergebnis nach 33 Iterationsschritten								
r_1	11.55	0.27	820.7	L_1	5.51	1180.4		
r_2	11.48	0.31	929.0	L_2	6.04	929.0		
r_3	11.96	0.12	359.7	L_3	6.03	820.7		
				L_4	1.00	359.7		
				L_5	5.45	1288.7		
oev ₁	12.00	0.26	784.4	$\ddot{O}V_1$	6.00	784.4		
oev ₂	13.00	0.04	106.2	$\ddot{O}V_2$	7.00	106.2		
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	890.6		

Die erste Iteration wird mit der Berechnung der „Iterationsbelastung“ bzw. der neuen Anfangsbelastung für die zweite Iteration $x_{(2)}=0.704x_{(1)}+0.296y_{(1)}$ abgeschlossen. Das Iterationsverfahren wurde wiederholt, bis die Differenz zwischen x und y genügend klein war bzw. bis die Gradienten g_0 und g_1 nahe bei null lagen.

Nach 33 Iterationen war der Unterschied zwischen y und x (Summe über alle Strecken) kleiner als 0.1 ($\sum y - \sum x < 0.1$), mit $g_0=-0.00000001$ und $g_1=0.000000001$, und die Bedingungen für einen Gleichgewichtszustand genügend erfüllt.

In einem zweiten Test wurden unterschiedliche Kombinationen der Parameter μ und β geprüft (Tabelle 6).

Tabelle 6 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Nested-Logit) - Bedeutung der Parameter

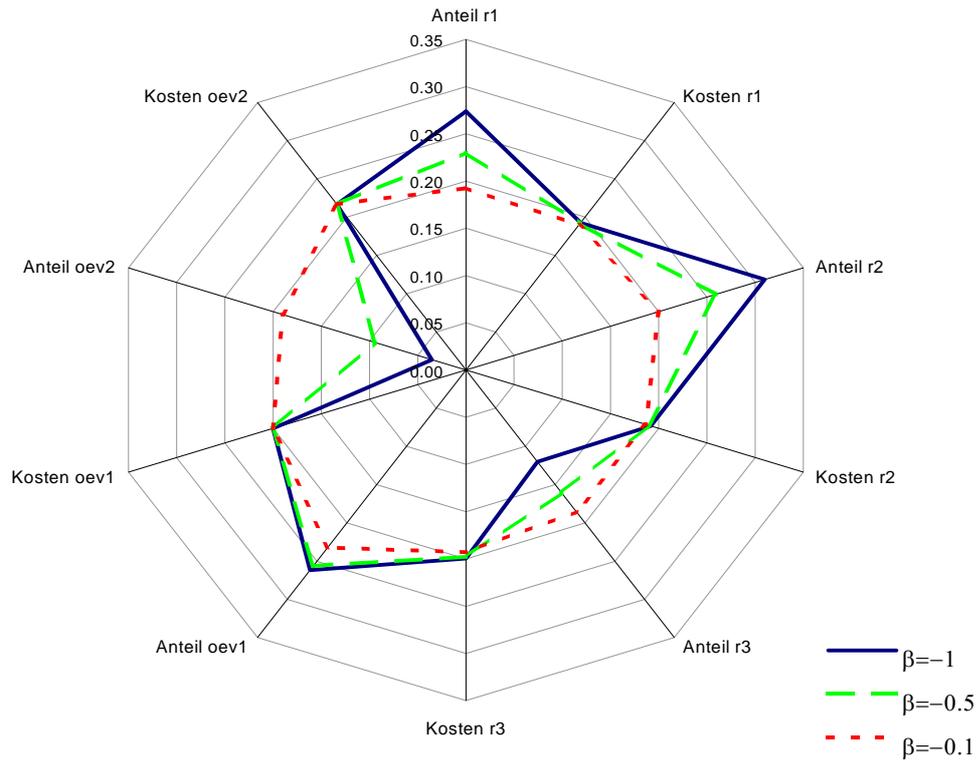
Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Strecken- belastung
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-1, \mu=0.1$) nach 102 Iterationsschritten						
r_1	11.30	0.30	885.0	L_1	5.2	1070.4
r_2	11.28	0.33	993.1	L_2	6.1	993.1
r_3	11.45	0.06	185.4	L_3	6.1	885.0
				L_4	1.0	185.4
				L_5	5.2	1178.5
oev_1	12.00	0.31	936.4	$\ddot{O}V_1$	6.0	936.4
oev_2	13.00	0.00	0.0	$\ddot{O}V_2$	7.0	0.0
				$\ddot{O}V_{12}$	6.0	936.5
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-1, \mu=1$) nach 62 Iterationsschritten						
r_1	11.77	0.27	795.3	L_1	5.7	1236.4
r_2	11.64	0.30	900.4	L_2	6.0	900.4
r_3	12.36	0.15	441.2	L_3	6.0	795.3
				L_4	1.0	441.2
				L_5	5.6	1341.6
oev_1	12.00	0.21	631.0	$\ddot{O}V_1$	6.0	631.0
oev_2	13.00	0.08	232.1	$\ddot{O}V_2$	7.0	232.1
				$\ddot{O}V_{12}$	6.0	863.1
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-0.1, \mu=0.5$) nach 33 Iterationsschritten						
r_1	11.37	0.19	577.7	L_1	5.37	1133.8
r_2	11.19	0.20	599.5	L_2	6.00	599.5
r_3	11.56	0.19	556.1	L_3	6.00	577.7
				L_4	1.01	556.1
				L_5	5.19	1155.6
oev_1	12.01	0.23	696.5	$\ddot{O}V_1$	6.00	696.5
oev_2	13.01	0.19	570.2	$\ddot{O}V_2$	7.00	570.2
				$\ddot{O}V_{12}$	6.01	1266.7

Es ist zu sehen, dass die Nachfrageaufteilung auf der Ebene der Verkehrsmittelwahl durch den Skalierungsparameter μ beeinflusst wird. Der Skalierungsparameter beschreibt die Ähnlichkeit bzw. Gemeinsamkeit zwischen den Alternativen, die in der Nutzenfunktion nicht beschrieben ist, die sog. „*not observed correlation*“.

Bei einem kleineren Skalierungsparameter μ werden die vorhandenen Unterschiede durch die Entscheidungsträger schwächer wahrgenommen bzw. nicht für so entscheidungsrelevant gehalten (stochastische Komponente dominierend) und bei einem höherer Skalierungsparameter werden die vorhandenen Unterschiede stärker wahrgenommen bzw. für stärker entscheidungsrelevant gehalten und damit "genauer" bewertet (deterministische Komponente dominierend, siehe auch Abbildung 18). Bei einem Skalierungsparameter $\mu=1$ ist das Modell gleich zum MNL Modell. Weiters zeigt ein kleineres β weniger Einfluss der

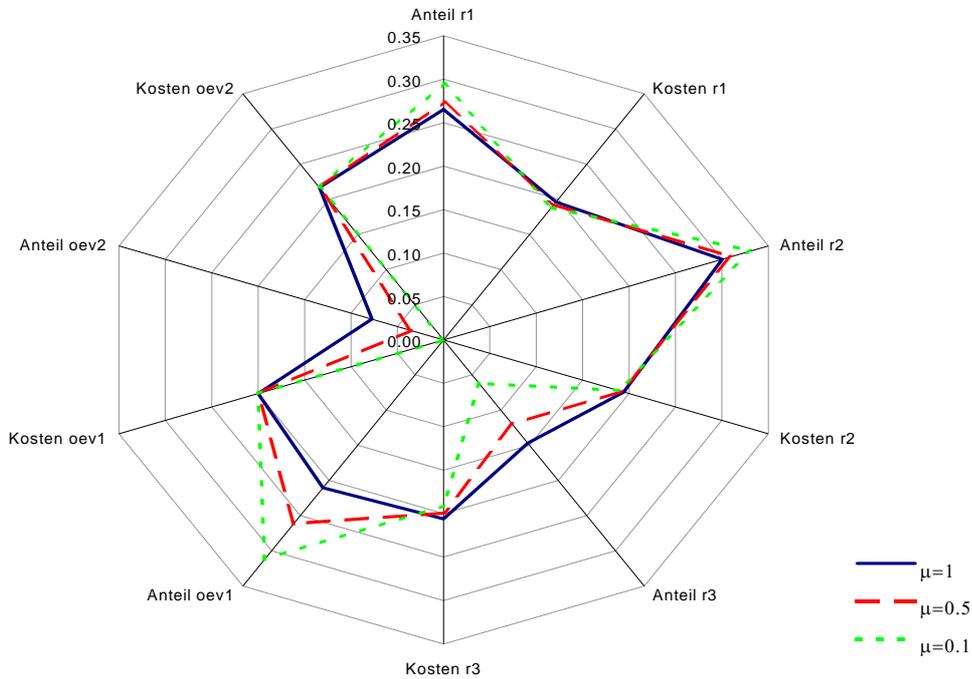
Kosten (gleichmässigerer Aufteilung auf die konkurrierenden Alternativen) und ein grösseres β höheren Einfluss der Kosten (stärkere Beachtung der Kosten bei der Aufteilung auf die konkurrierende Alternativen) auf die Auswahlwahrscheinlichkeit der Alternativen (Abbildung 17).

Abbildung 17 Bedeutung des Parameters β beim Nested-Logit-Modell*($\mu=0.5$)



(*) Die Darstellung der Kosten um den Faktor 60 reduziert

Abbildung 18 Bedeutung des Parameters μ beim Nested-Logit-Modell* ($\beta=-1$)



(*) Die Darstellung der Kosten um den Faktor 60 reduziert

6.2.2 Cross-Nested-Logit Modell

Cross-Nested-Logit-Modell hat in letzter Zeit deutlich an Bedeutung gewonnen, da er für komplexere Korrelationsstrukturen besser als der Nested-Logit Ansatz geeignet ist.

Wenn μ der Koeffizient des Nests ($0 \leq \mu \leq 1$) und α_{ji} der Einschlussparameter für die zugeordnete Alternative (Route) i für das Nest j ist, ($0 \leq \alpha_{ji} \leq 1$ und $\sum_j \alpha_{ji} = 1$), wird die

Auswahlwahrscheinlichkeit für die Alternative i wie folgt berechnet (siehe auch Kapitel 3.5):

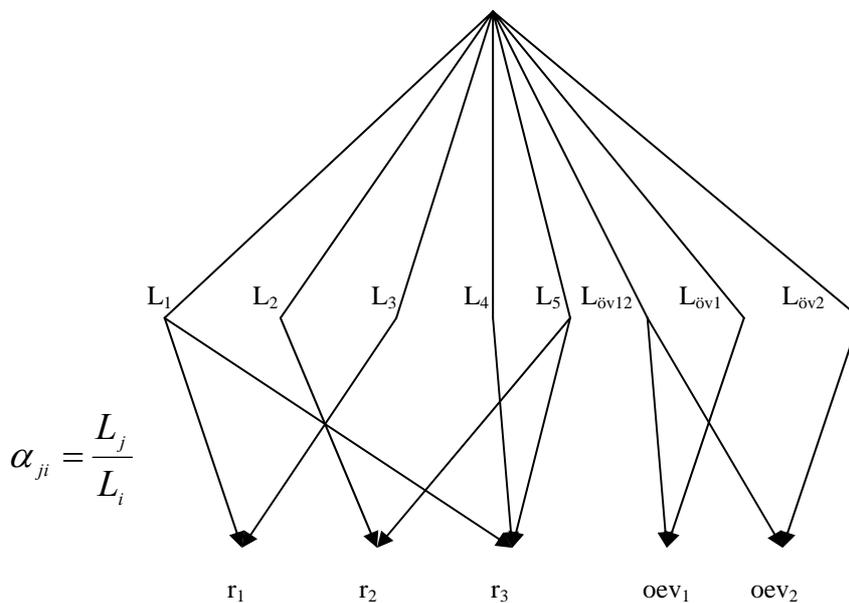
$$P(i) = \frac{\sum_j \left[(\alpha_{ij} \cdot \exp(V_i))^{1/\mu} \left\{ \sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right\}^{\mu-1} \right]}{\sum_j \left\{ \sum_{i' \in j} (\alpha_{i'j} \cdot \exp(V_{i'}))^{1/\mu} \right\}^\mu} \quad (6-15)$$

Der Parameter α_{ji} wird wie folgt berechnet (siehe auch Abbildung 19):

$$\alpha_{ji} = \left(\frac{L_j}{L_i} \right) \cdot \delta_{ji} \quad (6-16)$$

wobei L_j die Streckenlänge und L_i die Routenlänge ist. δ_{ji} ist gleich eins, falls die Strecke j für die Route i benutzt wird und sonst gleich null.

Abbildung 19 Nest-Struktur für Cross-Nested-Logit Modell (Netzbeispiel 1)



Aus den Netzcharakteristiken (Netz 1) und der Annahme, dass die Streckenlänge proportional zur Reisezeit auf der Strecke ist, wurden folgende Einschlussparameter α berechnet:

- MIV Route r_1 : $\alpha(L_1/r_1) = 0.455$; $\alpha(L_3/r_1) = 0.555$
- MIV Route r_2 : $\alpha(L_2/r_2) = 0.545$; $\alpha(L_5/r_2) = 0.455$
- MIV Route r_3 : $\alpha(L_1/r_3) = 0.455$; $\alpha(L_4/r_3) = 0.090$; $\alpha(L_5/r_3) = 0.455$
- ÖV Route oev_1 : $\alpha(L_{\text{öV1}}/oev_1) = 0.500$; $\alpha(L_{\text{öV12}}/oev_1) = 0.500$
- ÖV Route oev_2 : $\alpha(L_{\text{öV2}}/oev_2) = 0.538$; $\alpha(L_{\text{öV12}}/oev_2) = 0.462$

Durch die Berücksichtigung des Einschlussparameters α erhalten stark korrelierende Netze bzw. Routen eine geringere Auswahlwahrscheinlichkeit. Die Koeffizienten $\beta = -1$ und $\mu = 0.5$ wurden gleich wie beim Nested-Logit-Test gewählt. Nach 35 Iterationen wurde bei Anwendung des Cross-Nested-Logits als Aufteilungsansatz ein Gleichgewicht

($\sum y - \sum x = 0.02$) erreicht. Die Ergebnisse der ersten Iteration und des Gleichgewichts sind in Tabelle 7 dargestellt.

Tabelle 7 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Cross-Nested-Logit; $\beta=-1$, $\mu=0.5$)

Nested Logit; $\beta=-1$, $\mu=0.5$								
Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Hilfs- belastung	Gradient	Iterations- ergebnis
Aufteilung y								
r_1	19.26	0.00	0.3	L_1	10.85	3.6	0.0	
r_2	11.00	0.69	2066.1	L_2	6.00	2066.1	281973.0	
r_3	16.85	0.00	3.3	L_3	8.41	0.3	0.0	
				L_4	1.00	3.3	0.0	
				L_5	5.00	2069.4	187596.0	
oev_1	12.00	0.25	738.6	$\ddot{O}V_1$	6.00	738.6	0.1	
oev_2	13.00	0.06	191.7	$\ddot{O}V_2$	7.00	191.7	0.0	
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	930.3	0.4	
Aufteilung w								
r_1	11.00	0.69	2067.8	L_1	5.00	2067.8	-580084.5	1148.7
r_2	54.05	0.00	0.0	L_2	29.35	0.0	0.0	799.3
r_3	30.70	0.00	0.0	L_3	6.00	2067.8	-611275.8	1004.3
				L_4	1.00	0.0	0.0	144.4
				L_5	24.70	0.0	0.0	943.7
oev_1	12.00	0.25	740.1	$\ddot{O}V_1$	6.00	740.1	0.0	639.2
oev_2	13.00	0.06	192.1	$\ddot{O}V_2$	7.00	192.1	0.0	412.8
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	932.2	0.0	1052.0
$g_0=-469569.4$, $g_1=1191360.3$, $\lambda=0.28$								
Gleichgewichtsergebnis nach 35 Iterationsschritten								
r_1	11.66	0.29	870.7	L_1	5.61	1206.0		
r_2	11.56	0.32	973.8	L_2	6.06	973.8		
r_3	12.11	0.11	335.3	L_3	6.05	870.7		
				L_4	1.00	335.3		
				L_5	5.51	1309.1		
oev_1	12.00	0.22	651.2	$\ddot{O}V_1$	6.00	651.2		
oev_2	13.00	0.06	169.0	$\ddot{O}V_2$	7.00	169.0		
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	820.2		

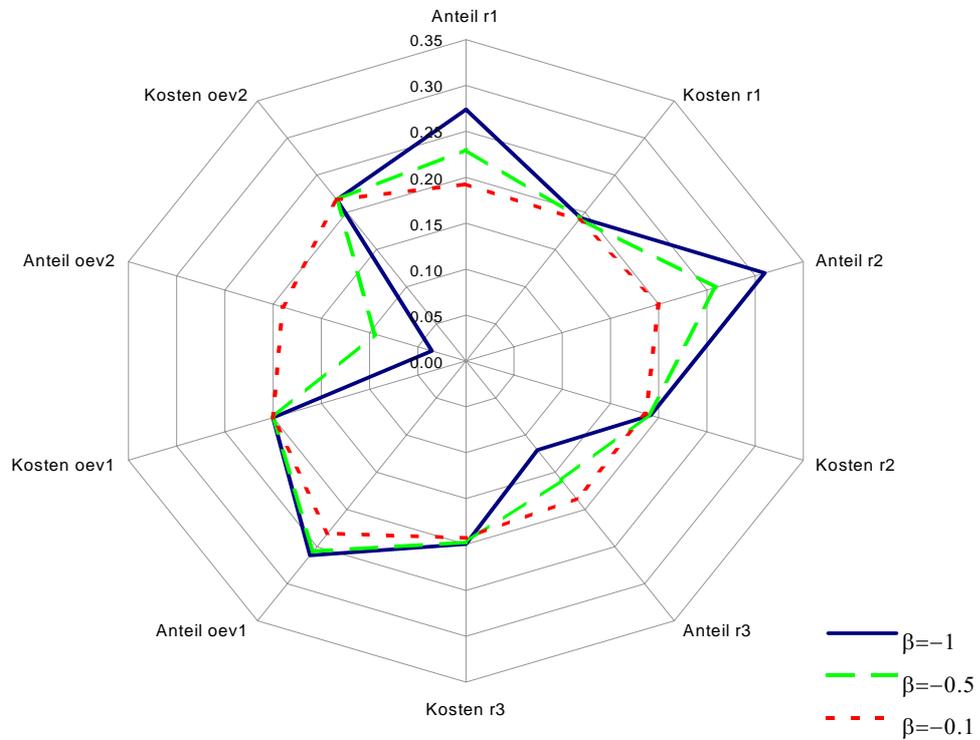
Ein Vergleich der hier ermittelten Ergebnisse mit dem Nested-Logit Modell zeigt einen höheren Kostenausgleich zwischen den drei IV-Routen. Der Cross-Nested-Logit Ansatz zeigt seine Auswirkungen durch den Einschlussparameter und die unterschiedliche Wahrnehmung der Ähnlichkeiten zwischen den Routen. Die bei diesen zwei Ansätzen unterschiedlich aufgebauten Nester zeigen unterschiedliche Auswirkungen des Skalierungsparameters auf die Auswahlwahrscheinlichkeit. Da im Cross-Nested-Logit Modell keine verkehrsmittelspezifische Gruppierung über dem Nest abgebildet wird, sondern streckenbezogene Routenüberlappungen, ist die Wirkung der Skalierungsparameter auf die Nachfrageaufteilung anders als beim Nested-Logit Modell.

Die Auswirkungen der unterschiedlichen Modellparameter und dem Skalierungsparameter auf die Auswahlwahrscheinlichkeit ist in Tabelle 8 bzw. den Abbildungen 20 und 21 dargestellt. Zusätzlich werden die Nutzen auch durch Einschlussparameter korrigiert. Der Vergleich der Auswahlwahrscheinlichkeiten für das betrachtete Beispiel ergibt beim Nested Logit Modell ($oev_1=0.31$, $oev_2=0.00$) bei gleichen Skalierungsparametern ($(\beta=-1, \mu=0.1)$) einen deutlich höheren Anteil für die „beste“ ÖV-Route als beim Cross-Nested-Logit Modell ($oev_1=0.22$, $oev_2=0.04$).

Tabelle 8 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Cross-Nested-Logit)
- Bedeutung der Parameter

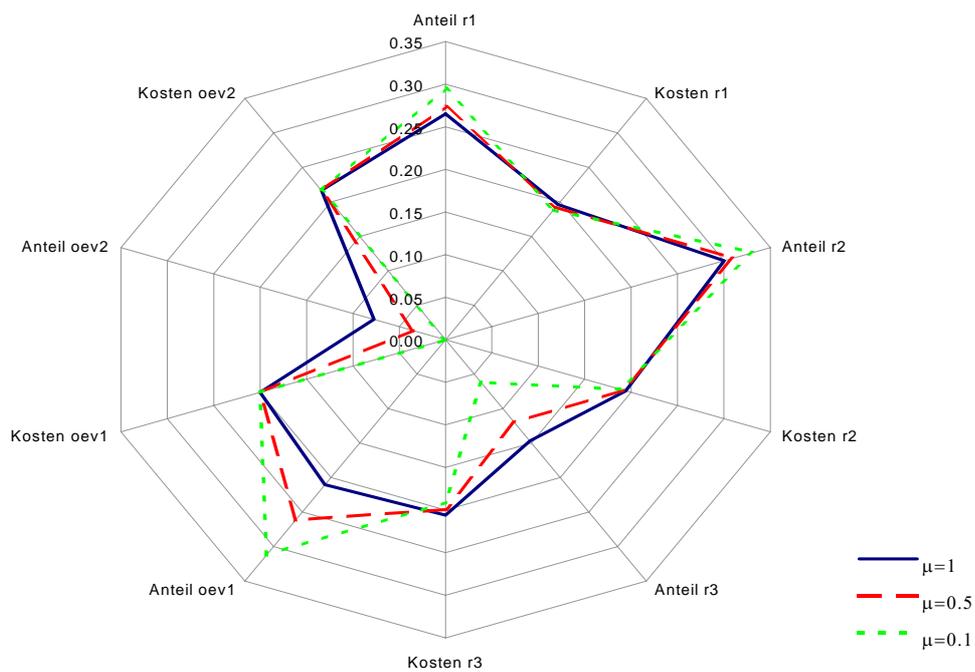
Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Strecken- belastung
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-1, \mu=0.1$) nach 57 Iterationsschritten						
r_1	11.54	0.33	978.8	L_1	5.40	1144.3
r_2	11.47	0.36	1078.7	L_2	6.13	1078.7
r_3	11.74	0.06	165.4	L_3	6.14	978.8
				L_4	1.00	165.4
				L_5	5.34	1244.2
oev_1	12.00	0.22	648.5	$\ddot{O}V_1$	6.00	648.5
oev_2	13.00	0.04	128.5	$\ddot{O}V_2$	7.00	128.5
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	777.0
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-1, \mu=1$) nach 60 Iterationsschritten						
r_1	11.77	0.27	795.3	L_1	5.74	1236.3
r_2	11.64	0.30	900.4	L_2	6.03	900.4
r_3	12.36	0.15	441.1	L_3	6.03	795.3
				L_4	1.00	441.1
				L_5	5.61	1341.5
oev_1	12.00	0.21	631.1	$\ddot{O}V_1$	6.00	631.1
oev_2	13.00	0.08	232.2	$\ddot{O}V_2$	7.00	232.2
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	863.3
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-0.1, \mu=0.5$) nach 6 Iterationsschritten						
r_1	11.49	0.22	648.2	L_1	5.49	1173.0
r_2	11.24	0.22	667.7	L_2	6.00	667.7
r_3	11.73	0.17	524.8	L_3	6.01	648.2
				L_4	1.00	524.8
				L_5	5.24	1192.5
oev_1	12.00	0.21	625.2	$\ddot{O}V_1$	6.00	625.2
oev_2	13.00	0.18	534.1	$\ddot{O}V_2$	7.00	534.1
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	1159.3

Abbildung 20 Bedeutung des Parameters β beim Cross-Nested-Logit Modell* ($\mu=0.5$)



(*) Die Darstellung der Kosten um den Faktor 60 reduziert

Abbildung 21 Bedeutung des Parameters μ beim Cross-Nested-Logit Modell* ($\beta=-1$)



(*) Die Darstellung der Kosten um den Faktor 60 reduziert

6.2.3 C-Logit Modell

Das C-Logit Modell (Cascetta et al. (1996)) ist eine Erweiterung des MNL Modells und wird wie folgt formuliert:

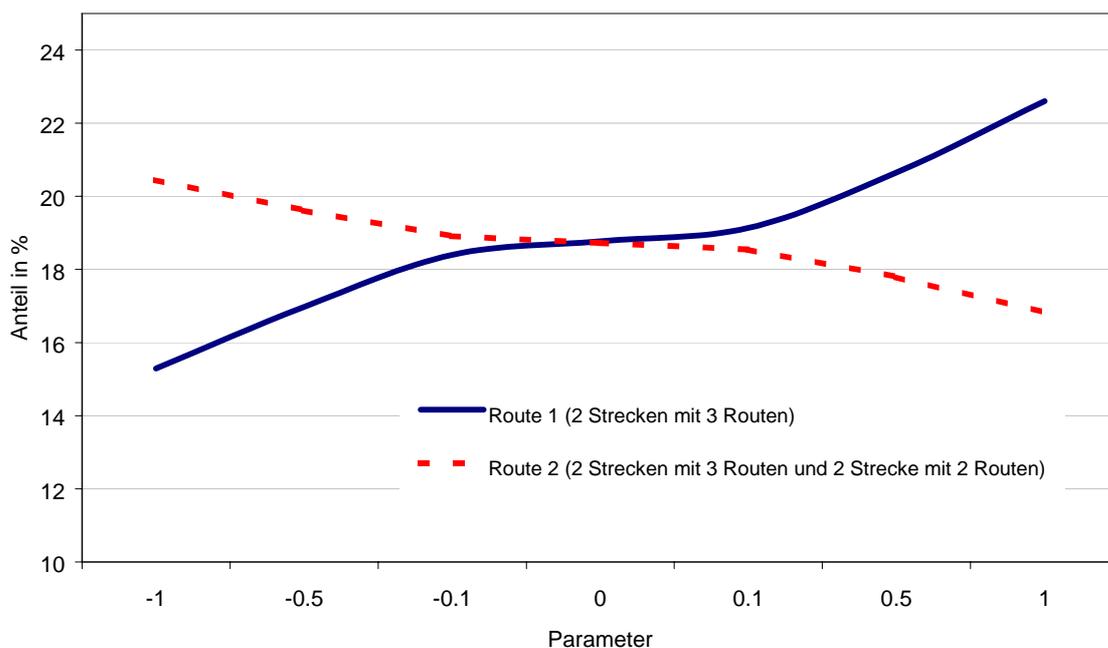
$$P(i) = \frac{\exp(V_i - cf_i)}{\sum_{i'} \exp(V_{i'} - cf_{i'})} \quad (6-17)$$

wobei cf_i der Gemeinsamkeitsfaktor der Routen (Routenüberlappung) ist, mit dem der Ähnlichkeitsgrad der Route i und der anderen Routen (zwischen einem Quell-Ziel Paar) beschrieben wird:

$$cf_i = \alpha \cdot \ln \left[1 + \sum_{i'} \left(\frac{L_{ii'}}{L_i^{1/2} \cdot L_{i'}^{1/2}} \right)^\gamma \right] \quad (6-18)$$

dabei ist $L_{ii'}$ die Länge (Kosten) der zugehörigen Strecken zur Route i und i' , und $L_i, L_{i'}$ die gesamte Länge (Kosten) der Route i bzw. Route i' . Damit stellt der C-Logit eine Verbesserung des MNL-Ansatzes mit annäherungsweise Korrektur des Überlappungsproblems dar.

Abbildung 22 Bedeutung des Parameters α für die Nachfrageaufteilung (C-Logit)



Aus der Abbildung 22 (Netzbeispiel 2, siehe Kapitel 6.2.7) wird ersichtlich, wie bedeutend beim C-Logit die Kalibrierung des Parameters α für die Berechnung des cf_i -Faktors ist. Dargestellt sind zwei Routen mit einer unterschiedlichen Anzahl von überlappenden Strecken: Route 1 mit zwei Strecken, die von drei Routen benutzt werden und Route 2 mit zwei Strecken, die von drei Routen sowie zwei weiteren Strecken, die von zwei Routen (vier Strecken mit Routenüberlappungen) benutzt werden. Damit hat Route 2 einen deutlich höheren Ähnlichkeitsgrad mit anderen Routen. Mit höherem α reduziert sich die Nachfrage bei Routen mit einer grösseren Anzahl gemeinsamer Strecken (Route 2). Die für das hier betrachtete Netzbeispiel 1 berechneten Ergebnisse mit der Anwendung des C-Logit als simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl, sind in der Tabelle 9 dargestellt. Mit $\beta=-1$, $\alpha=0.5$ und $\gamma=1$ wurde das Gleichgewicht nach 58 Iterationen erreicht.

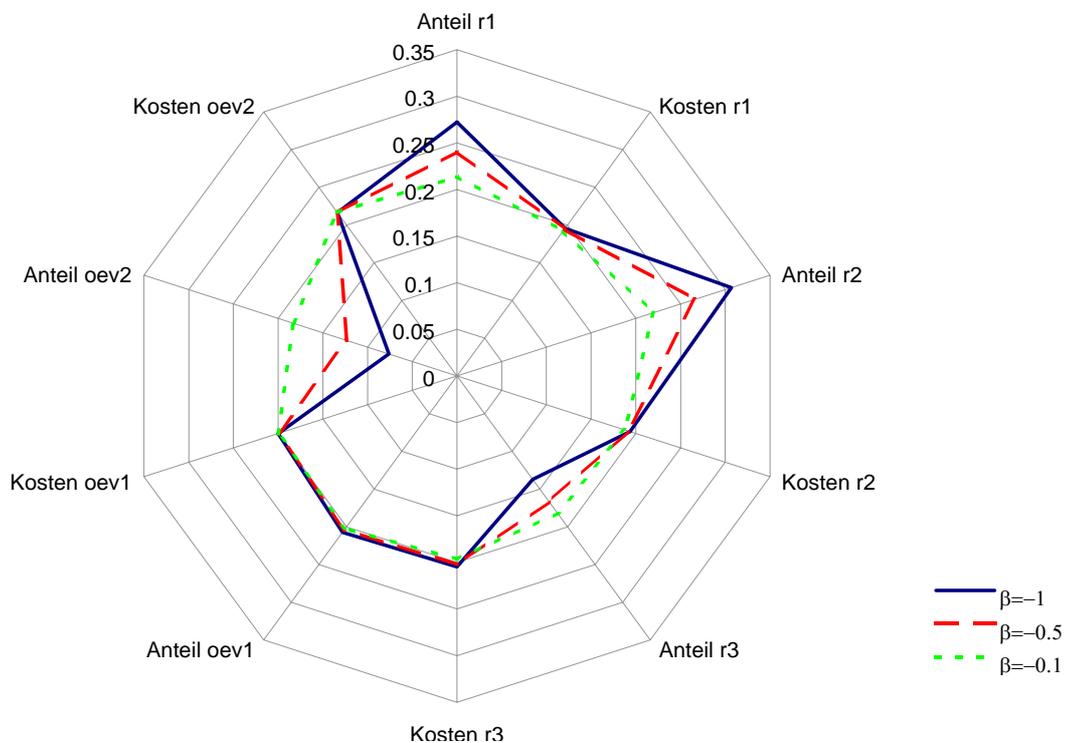
Tabelle 9 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (C-Logit)

C- Logit; $\beta=-1$, $\alpha=0.5$								
Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Hilfs- belastung	Gradient	Iterations- ergebnis
Aufteilung y								
r ₁	19.26	0.00	0.5	L ₁	10.85	5.6	0.0	
r ₂	11.00	0.67	1999.0	L ₂	6.00	1999.0	207148.1	
r ₃	16.85	0.00	5.0	L ₃	8.41	0.5	0.0	
				L ₄	1.00	5.0	0.0	
				L ₅	5.00	2004.1	137688.8	
oev ₁	12.00	0.24	727.7	ÖV ₁	6.00	727.7	0.0	
oev ₂	13.00	0.09	267.7	ÖV ₂	7.00	267.7	0.0	
				ÖV ₁₂	6.00	995.4	0.2	
Aufteilung w								
r ₁	11.00	0.67	2002.2	L ₁	5.00	2002.2	-447189.6	1165.1
r ₂	44.18	0.00	0.0	L ₂	23.93	0.0	0.0	763.4
r ₃	26.25	0.00	0.0	L ₃	6.00	2002.2	-472202.0	1018.3
				L ₄	1.00	0.0	0.0	146.8
				L ₅	20.25	0.0	0.0	910.3
oev ₁	12.00	0.24	729.4	ÖV ₁	6.00	729.4	0.0	634.8
oev ₂	13.00	0.09	268.4	ÖV ₂	7.00	268.4	0.0	436.6
				ÖV ₁₂	6.00	997.8	0.0	1071.5
g ₀ =-344837.2, g ₁ =919391.5, $\lambda=0.27$								
Gleichgewichtsergebnis nach 58 Iterationsschritten								
r ₁	11.74	0.27	816.7	L ₁	5.70	1228.2		
r ₂	11.62	0.31	920.6	L ₂	6.04	920.6		
r ₃	12.29	0.14	411.5	L ₃	6.03	816.7		
				L ₄	1.00	411.5		
				L ₅	5.58	1332.2		
oev ₁	12.00	0.21	622.3	ÖV ₁	6.00	622.3		
oev ₂	13.00	0.08	228.9	ÖV ₂	7.00	228.9		
				ÖV ₁₂	6.00	851.2		

Bei der Anwendung des C-Logits sollten sich die Auswahlwahrscheinlichkeiten von Routen mit einer höheren Anzahl von überlappenden Strecken reduzieren. Beim hier betrachteten Netzbeispiel 1 ist zu sehen, dass sich die Wahrscheinlichkeit für die Route r_3 (grössere Anzahl von überlappenden Strecken als bei r_1 und r_2) bei der Anwendung des C-Logits (mit einem $\alpha=0.5$) gegenüber dem Nested-Logit (mit Skalierungsparameter $\mu=1$, d.h. keine Ähnlichkeiten vorhanden) reduziert. Bei einer Anwendung am Netzbeispiel 2 (grösseres und komplexeres Netz) kommt die Bedeutung des Gemeinsamkeitsfaktors noch stärker zum Ausdruck (siehe Kapitel 6.2.7).

Die Veränderung der Auswahlwahrscheinlichkeit in Abhängigkeit der Modellparameter β ist in der Abbildung 23 dargestellt. Die Grösse der Modellparameter hat für die Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeiten eine ähnliche Bedeutung wie beim Nested-Logit und Cross-Nested-Logit Ansatz (eine kleineres β führt zu einer gleichmässigeren Verteilung der Auswahlwahrscheinlichkeiten zwischen den Alternativen bzw. die Unterschiede bei den Angebotskomponenten werden niedriger bewertet und umgekehrt).

Abbildung 23 Bedeutung des Parameters β beim C-Logit* ($\alpha=0.5$)



(*) Die Darstellung der Kosten um den Faktor 60 reduziert

6.2.4 Path-Size-Logit Modell (PS-Logit)

Die Auswahlwahrscheinlichkeit bei diesem Ansatz wird wie folgt berechnet (Ben-Akiva und Bierlaire, 1999):

$$P(i) = \frac{\exp[\mu \cdot (V_i + \ln S_i)]}{\sum_{i'} \exp[\mu \cdot (V_{i'} + \ln S_{i'})]} \quad (6-19)$$

mit

$$S_i = \sum_{a \in \Gamma_i} \frac{l_a}{L_i} \cdot \frac{1}{\sum_{i' \in C_n} \delta_{ai'} \cdot \frac{L_{C_n}^*}{L_{i'}}} \quad (6-20)$$

wobei

Γ_i das Satz von Strecken aus Route i ist,

l_a die Länge der Strecke a und L_i die Länge der Route i ist,

$\delta_{ai}=1$, wenn $a \in$ der Route i' und $\delta_{ai}=0$, wenn $a \notin$ der Route i' ist,

$L_{C_n}^*$ die Länge der kürzesten Route im Routen Satz C_n ist.

Die Ergebnisse für das Netzbeispiel 1 mit Anwendung des PS-Logit Ansatz sind in Tabelle 10 dargestellt.

Tabelle 10 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (PS-Logit; $\beta=-1$, $\mu=0.5$)

PS-Logit; $\beta=-1$, $\mu=0.5$								
Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Hilfs- belastung	Gradient	Iterations- ergebnis
Aufteilung y								
r_1	19.26	0.01	28.6	L_1	10.85	105.5	0.0	
r_2	11.00	0.48	1451.7	L_2	6.00	1451.7	10141.0	
r_3	16.85	0.03	76.9	L_3	8.41	28.6	0.0	
				L_4	1.00	76.9	0.0	
				L_5	5.00	1528.7	9674.8	
oev ₁	12.00	0.29	884.4	$\ddot{O}V_1$	6.00	884.4	0.8	
oev ₂	13.00	0.19	558.3	$\ddot{O}V_2$	7.00	558.3	0.0	
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	1442.8	33.6	
Aufteilung w								
r_1	11.00	0.43	1296.2	L_1	5.00	1732.5	-	1412.1
r_2	14.13	0.07	221.3	L_2	7.39	221.3	0.0	444.8
r_3	12.75	0.15	436.3	L_3	6.00	1296.2	-13963.6	1227.6
				L_4	1.00	436.3	-0.7	184.5
				L_5	6.75	657.7	-22.4	629.3
oev ₁	12.02	0.21	641.3	$\ddot{O}V_1$	6.00	641.3	-0.1	635.8
oev ₂	13.02	0.13	404.9	$\ddot{O}V_2$	7.00	404.9	0.0	507.3
				$\ddot{O}V_{12}$	6.02	1046.1	-4.1	1143.1
$g_0=-19850.15$, $g_1=138061.15$, $\lambda=0.126$								
Gleichgewichtsergebnis nach 13 Iterationsschritten								
r_1	11.65	0.24	718.9	L_1	5.64	1212.5		
r_2	11.45	0.27	791.4	L_2	6.01	791.4		
r_3	12.07	0.16	493.7	L_3	6.01	718.9		
				L_4	1.00	493.7		
				L_5	5.44	1285.1		
oev ₁	12.00	0.20	610.6	$\ddot{O}V_1$	6.00	610.6		
oev ₂	13.00	0.13	385.5	$\ddot{O}V_2$	7.00	385.5		
				$\ddot{O}V_{12}$	6.00	996.1		

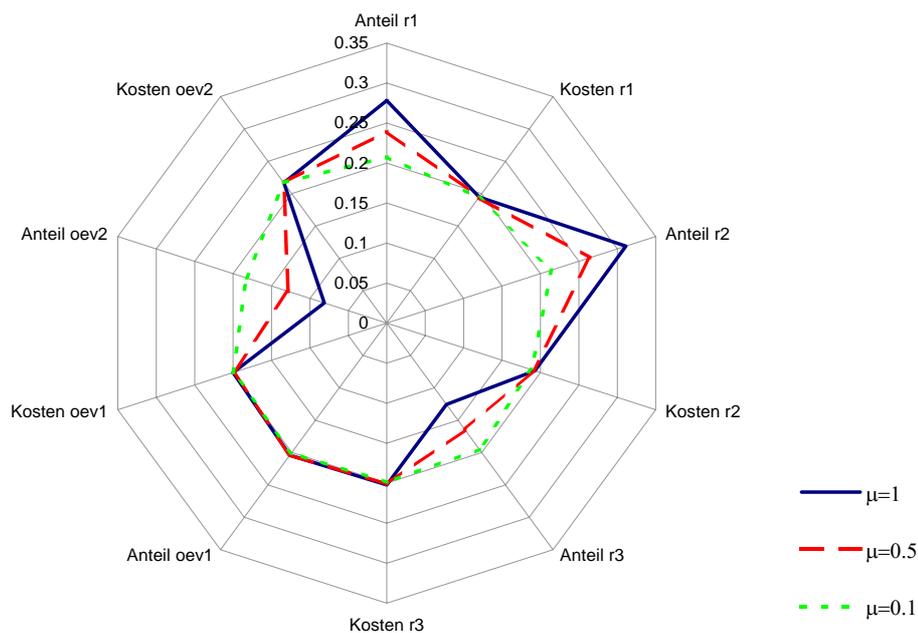
Der Effekt des PS-Logits ist, dass mit einer höheren Anzahl von gemeinsam benutzten Strecken und einer erhöhten Anzahl von Routen über gemeinsam benutzte Strecken die Nutzen bzw. die Auswahlwahrscheinlichkeit der Alternative reduziert wird. Die durch den *path size*-Faktor korrigierten Nutzen einer Alternative werden direkt mit dem Skalierungsparameter multipliziert. Für das betrachtete Netzbeispiel werden die Unterschiede in den Ergebnissen des PS-Logits gegenüber Probit und anderen hier verwendeten Ansätzen grösser, je kleiner der Skalierungsparameter ist.

Bei den neuesten Anwendungen des PS-Logits wird angenommen, dass der Skalierungsparameter immer eins ist (siehe Bekhor, Ben-Akiva und Ramming, 2001). Bei einem Skalierungsparameter von eins unterscheiden sich die Ergebnisse nur in der Bedeutung des Gemeinsamkeitsfaktors. Die Ergebnisse mit unterschiedlichen Modell- und Skalierungsparametern sind in Tabelle 11 und Abbildung 24 dargestellt.

Tabelle 11 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (PS-Logit) - Bedeutung der Parameter

Route	Routen-kosten	Wahrsch. P	Routen-belastung	Strecke	Strecken-kosten	Strecken-belastung
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-1, \mu=0.1$) nach 6 Iterationen						
r ₁	11.62	0.21	623.1	L ₁	5.62	1207.7
r ₂	11.30	0.21	642.2	L ₂	6.00	642.2
r ₃	11.93	0.19	584.6	L ₃	6.00	623.1
				L ₄	1.01	584.6
				L ₅	5.30	1226.8
oev ₁	12.00	0.20	601.5	ÖV ₁	6.00	601.5
oev ₂	13.00	0.18	548.6	ÖV ₂	7.00	548.6
				ÖV ₁₂	6.00	1150.1
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-1, \mu=1$) nach 37 Iterationen						
r ₁	11.67	0.28	834.0	L ₁	5.63	1210.8
r ₂	11.55	0.31	933.4	L ₂	6.04	933.4
r ₃	12.14	0.13	376.8	L ₃	6.04	834.0
				L ₄	1.00	376.8
				L ₅	5.51	1310.2
oev ₁	12.00	0.20	611.9	ÖV ₁	6.00	611.9
oev ₂	13.00	0.08	243.9	ÖV ₂	7.00	243.9
				ÖV ₁₂	6.00	855.7
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-0.1, \mu=0.5$) nach 5 Iterationsschritten						
r ₁	11.40	0.21	622.6	L ₁	5.40	1144.0
r ₂	11.18	0.21	626.5	L ₂	6.00	626.5
r ₃	11.58	0.17	521.3	L ₃	6.00	622.6
				L ₄	1.00	521.3
				L ₅	5.18	1147.8
oev ₁	12.00	0.21	617.8	ÖV ₁	6.00	617.8
oev ₂	13.00	0.20	611.7	ÖV ₂	7.00	611.7
				ÖV ₁₂	6.00	1229.5

Abbildung 24 Bedeutung des Skalierungsparameters μ beim PS-Logit* ($\beta=-1$)



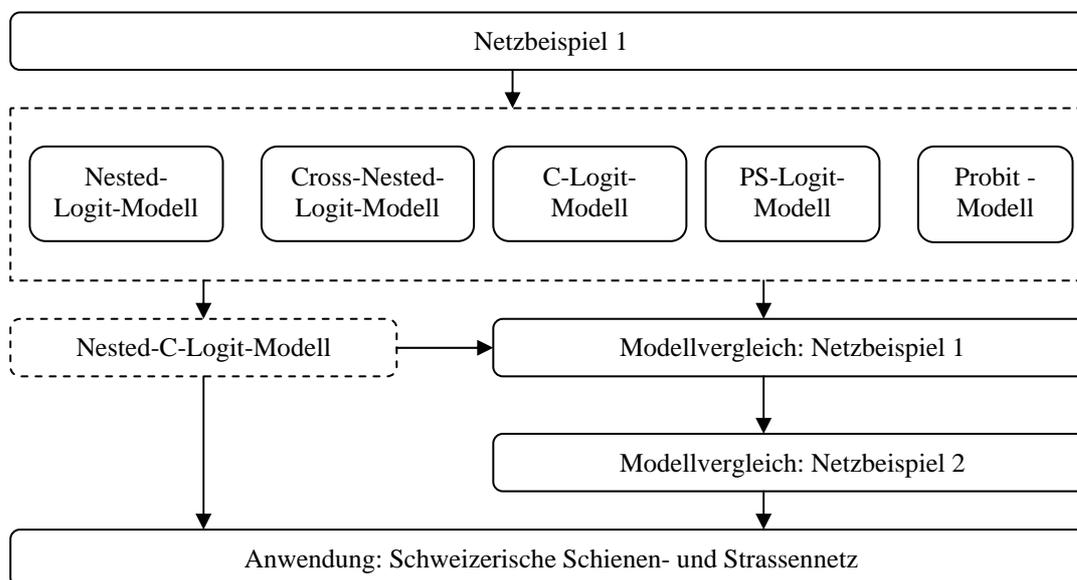
(*) Die Darstellung der Kosten um den Faktor 60 reduziert

6.2.5 Nested-C-Logit Modell

Es ist bekannt, dass die IIA Eigenschaft (Unabhängigkeit von irrelevanten Alternativen) innerhalb des Nests ein Nachteil des Nested-Logit Ansatzes ist. Die in den folgenden Kapiteln 6.2.6 und 6.2.7 (Tabellen 15 und 18) dargestellten Vergleichen der Ergebnisse mit dem Probit Modell, zeigen die Fehlergrösse der verwendeten Ansätze mit unterschiedlichen Skalierungsparametern durch nicht vollständig beseitigte Korrelationen. Die Cross-Nested (das Nest ist eine Strecke) und C-Logit Modelle wurden als klassische Routenwahlmodelle entwickelt und können bei der simultanen Routen- und Verkehrsmittelwahl die verkehrsmittelbezogenen Neststrukturen nicht abbilden.

Damit bietet sich das Nested-Logit Modell bei Korrektur der vorher genannten Nachteile (IIA innerhalb des Nests) als ein weiterer Ansatz für die simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl an. Dabei werden die verkehrsmittelspezifischen Charakteristiken des Nested-Logit Modells beibehalten, jedoch durch die Bedeutung von Routenüberlappungen erweitert.

Abbildung 25 Ablaufschema bei der Modellauswertung



Aus diesem Grund wird ein neuer Ansatz entwickelt, mit dem die vorher genannten Nachteile zu vermeiden sind. Um die Anforderungen der Routen- und Verkehrsmittelwahl zu erfüllen,

wird der von McFadden (1981) entwickelte Nested-Logit durch den Gemeinsamkeitsfaktor der Routen erweitert, um die IIA-Eigenschaft innerhalb eines Nests des Nested-Logit zu beseitigen. Bei dem erweiterten Ansatz werden die Nutzen einer Route (V_{ij}) durch den Gemeinsamkeitsfaktor korrigiert.

Damit wird die Auswahlwahrscheinlichkeit beim Nested-C-Logit wie folgt berechnet:

$$P(i, j) = \frac{\exp\left(\frac{V_{ij} - cf_{ij}}{\mu_j}\right) \cdot \exp\left\{\mu_j \cdot \ln\left(\sum_{i' \in j} \exp\left(\frac{V_{i'j} - cf_{i'j}}{\mu_j}\right)\right)\right\}}{\sum_{i' \in j} \exp\left(\frac{V_{i'j} - cf_{i'j}}{\mu_j}\right) \cdot \sum_{j'=1}^J \exp\left\{\mu_{j'} \cdot \ln\left(\sum_{i' \in j'} \exp\left(\frac{V_{i'j'} - cf_{i'j'}}{\mu_{j'}}\right)\right)\right\}} \quad (6-21)$$

wobei cf_{ij} der Gemeinsamkeitsfaktor der Routen (Routenüberlappung) ist, mit dem der Ähnlichkeitsgrad der Route ij (Route i aus dem Nest j) und der anderen Routen (zwischen einem Quell-Ziel Paar) beschrieben wird:

$$cf_{ij} = \alpha \cdot \ln\left(1 + \sum_{i' \in j'} \left(\frac{L_{ij, i'j'}}{L_{ij}^{1/2} \cdot L_{i'j'}^{1/2}}\right)^\gamma\right) \quad (6-22)$$

wobei α und γ Koeffizienten sind, $L_{ij, i'j'}$ die Länge (Kosten) der zur Route ij und i'j' zugehörigen Strecken und $L_{ij}, L_{i'j'}$ die gesamte Länge (Kosten) der Route ij bzw. Route i'j' ist.

Mit diesem Ansatz wurde die Wahrscheinlichkeit für die Wahl jeder einzelnen Route (Netzbeispiel 1) berechnet. Im ersten Schritt wird angenommen, dass $\beta=-1.0$ (Nutzenberechnung), der Skalierungsparameter $\mu=0.5$ und $\alpha=0.5$ (für die Berechnung des cf_{ij} , $\gamma=1$) ist. Die ermittelten Ergebnisse und die erste Iteration sind in Tabelle 12 dargestellt. Berücksichtigt werden hier nur Routenüberlappungen und keine weiteren Ähnlichkeiten der Alternativen.

Tabelle 12 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Nested-C-Logit)

Nested-C-Logit; $\beta=-1$, $\mu=0.5$, $\alpha=0.5$								
Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Hilfs- belastung	Gradient	Iterations- ergebnis
Aufteilung y								
r_1	19.26	0.00	0.0	L_1	10.85	0.0	0.0	
r_2	11.00	0.73	2180.1	L_2	6.00	2180.1	465474.8	
r_3	16.85	0.00	0.0	L_3	8.41	0.0	0.0	
				L_4	1.00	0.0	0.0	
				L_5	5.00	2180.2	309777.4	
oev ₁	12.00	0.24	722.12	ÖV ₁	6.00	722.1	0.0	
oev ₂	13.00	0.03	97.73	ÖV ₂	7.00	97.7	0.0	
				ÖV ₁₂	6.00	819.8	0.4	
Aufteilung w								
r_1	11.00	0.74	2209.1	L_1	5.00	2209.1	-988064.6	1157.1
r_2	76.79	0.00	0.0	L_2	41.88	0.0	0.0	820.4
r_3	40.91	0.00	0.0	L_3	6.00	2209.1	-1037481.9	1012.5
				L_4	1.00	0.0	0.0	144.6
				L_5	34.91	0.0	0.0	965.1
oev ₁	12.00	0.23	696.6	ÖV ₁	6.00	696.6	0.0	633.8
oev ₂	13.00	0.03	94.3	ÖV ₂	7.00	94.3	0.0	388.7
				ÖV ₁₂	6.00	790.9	0.0	1022.5
$g_0=-775252.7$, $g_1=2025546.4$, $\lambda=0.2768$								
Gleichgewicht – Ergebnis nach 33 Iterationsschritten								
r_1	11.51	0.28	851.3	L_1	5.47	1166.6		
r_2	11.45	0.32	958.0	L_2	6.05	958.0		
r_3	11.87	0.11	315.2	L_3	6.05	851.3		
				L_4	1.00	315.2		
				L_5	5.40	1273.2		
oev ₁	12.00	0.26	771.1	ÖV ₁	6.00	771.1		
oev ₂	13.00	0.03	104.4	ÖV ₂	7.00	104.4		
				ÖV ₁₂	6.00	875.5		

In einem zweiten Test wurden unterschiedliche Kombinationen der Parameter μ , β und α analysiert. Die Ergebnisse sind in Tabelle 13 und den Abbildungen 26 und 27 dargestellt.

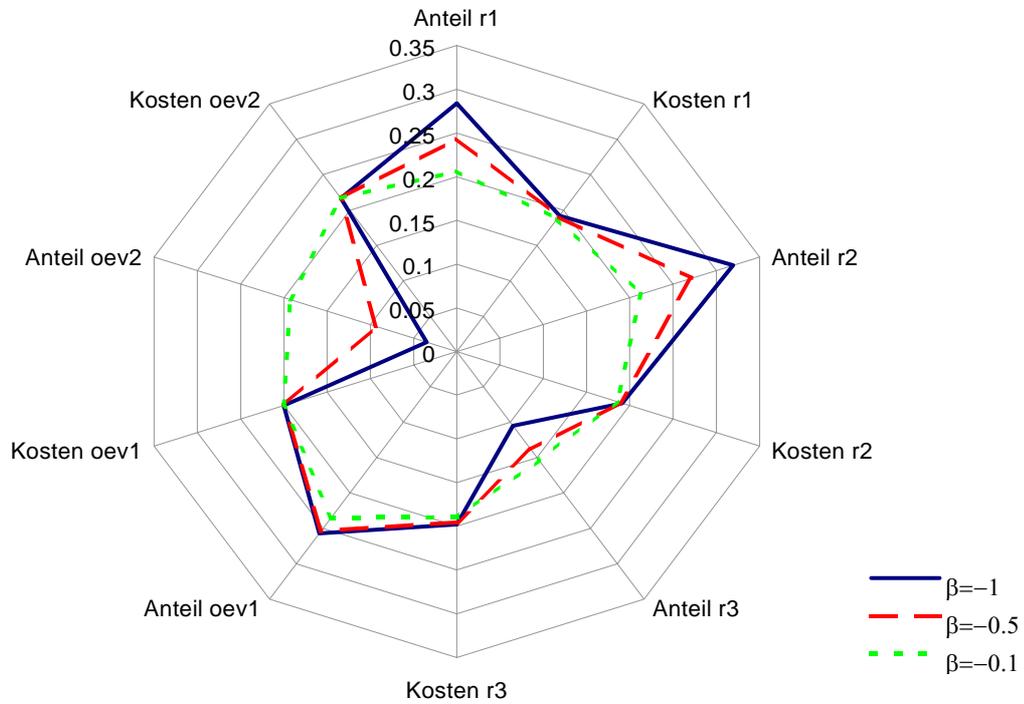
Im Vergleich mit dem Nested-Logit sind Unterschiede vor allem in den berechneten Wahrscheinlichkeiten zwischen den MIV-Routen festzustellen. Durch die Berücksichtigung von Überlappungen, wurden die Wahrscheinlichkeiten bei den Routen mit höherem Gemeinsamkeitsfaktor (mehr gemeinsam mit anderen Routen benutzte Strecken) reduziert. Bei einem kleinerem β -Parameter hat der Gemeinsamkeitsfaktor eine höhere Bedeutung für die Auswahlwahrscheinlichkeiten. Im Vergleich mit dem Cross-Nested-Logit sind Unterschiede innerhalb MIV- bzw. ÖV Routen kaum vorhanden. Hier sind die Differenzen nur im Bezug auf die verkehrsmittelspezifischen Anteile (alle MIV- oder ÖV Routen

zusammen) vorhanden. Dies ist auf die vorher diskutierten Unterschiede in der Abbildung von Nestern und der dementsprechenden Bedeutung der Skalierungsparameter zurückzuführen.

Tabelle 13 Simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl (Nested-C-Logit) - Bedeutung der Parameter

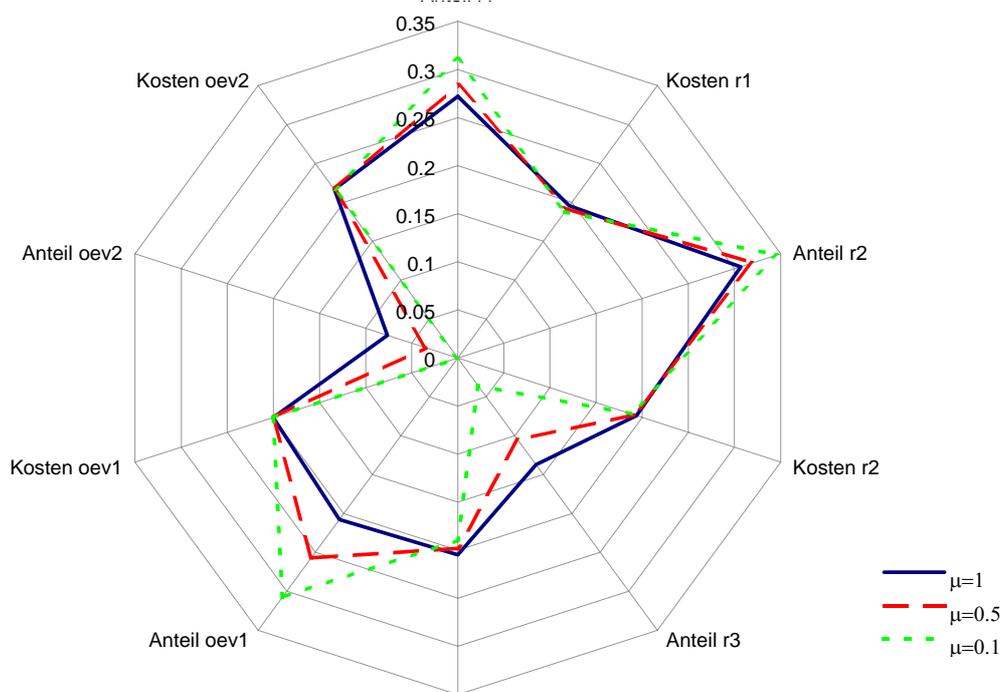
Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Strecken- belastung
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-1, \mu=0.1, \alpha=0.5$) nach 102 Iterationsschritten						
r ₁	11.28	0.31	932.0	L ₁	5.18	1039.1
r ₂	11.27	0.35	1037.8	L ₂	6.09	1037.8
r ₃	11.36	0.04	107.2	L ₃	6.09	932.0
				L ₄	1.00	107.2
				L ₅	5.17	1145.0
oev ₁	12.00	0.31	923.0	ÖV ₁	6.00	923.0
oev ₂	13.00	0.00	0.0	ÖV ₂	7.00	0.0
				ÖV ₁₂	6.00	923.1
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-1, \mu=1, \alpha=0.5$) nach 62 Iterationsschritten						
r ₁	11.73	0.27	816.0	L ₁	5.70	1227.3
r ₂	11.61	0.31	920.2	L ₂	6.04	920.2
r ₃	12.28	0.14	411.4	L ₃	6.03	816.0
				L ₄	1.00	411.4
				L ₅	5.58	1331.6
oev ₁	12.00	0.21	623.2	ÖV ₁	6.00	623.2
oev ₂	13.00	0.08	229.3	ÖV ₂	7.00	229.3
				ÖV ₁₂	6.00	852.4
Gleichgewichtsergebnis ($\beta=-0.1, \mu=0.5, \alpha=0.5$) nach 33 Iterationsschritte						
r ₁	11.25	0.21	618.8	L ₁	5.25	1079.3
r ₂	11.13	0.21	638.4	L ₂	6.00	638.4
r ₃	11.38	0.15	460.5	L ₃	6.00	618.8
				L ₄	1.00	460.5
				L ₅	5.12	1099.0
oev ₁	12.01	0.24	705.0	ÖV ₁	6.00	705.0
oev ₂	13.01	0.19	577.2	ÖV ₂	7.00	577.2
				ÖV ₁₂	6.01	1282.2

Abbildung 26 Bedeutung des Parameters β beim Nested-C-Logit Modell*



(*) Die Darstellung der Kosten um den Faktor 60 reduziert

Abbildung 27 Bedeutung des Parameter μ beim Nested-C-Logit Modell*



(*) Die Darstellung der Kosten um den Faktor 60 reduziert

6.2.6 Probit Modell

Im Unterschied zum Logit-Modell können die Störterme beim Probit-Modell eine unterschiedliche Varianz aufweisen (sie sind nicht identisch verteilt) und untereinander korrelieren (sie sind nicht unabhängig).

Beim Probit Modell wird angenommen, dass die Reisezeiten bzw. Kosten einer Alternative unabhängig normalverteilt sind. Der Erwartungswert (Mittelwert) entspricht den aktuellen Reisezeiten. Beim hier betrachteten Beispiel wird angenommen, dass der Varianzparameter $\beta=0.3$ ist (Bovy und Zijpp, 2000). Mit diesem Parameter wird die Form der Aufteilung bestimmt (Reisekosten $C_1 \approx N(c_1, \beta c_1)$). Auf Grundlage der generierten Zufallsaufteilung der Kosten wird innerhalb einer Iteration die Best-Weg Suche mehrmals wiederholt (50 Schritte). Das Iterationsergebnis ergibt sich dann aus der Häufigkeit, mit der die Route die beste Route war, und der Anzahl der Iterationen. Aus den berechneten Streckenbelastungen werden mit der Kostenfunktion neue mittlere Reisezeiten (Kosten) für die nächste Iteration ermittelt. Das Iterationsverfahren wird wiederholt, bis die gesuchte Konvergenz erreicht ist (Abbildung 28). Die Ergebnisse für das hier betrachtete Netzbeispiel 1 sind in Tabelle 14 und Abbildung 28 dargestellt.

Abbildung 28 Anwendung des Probit Modells

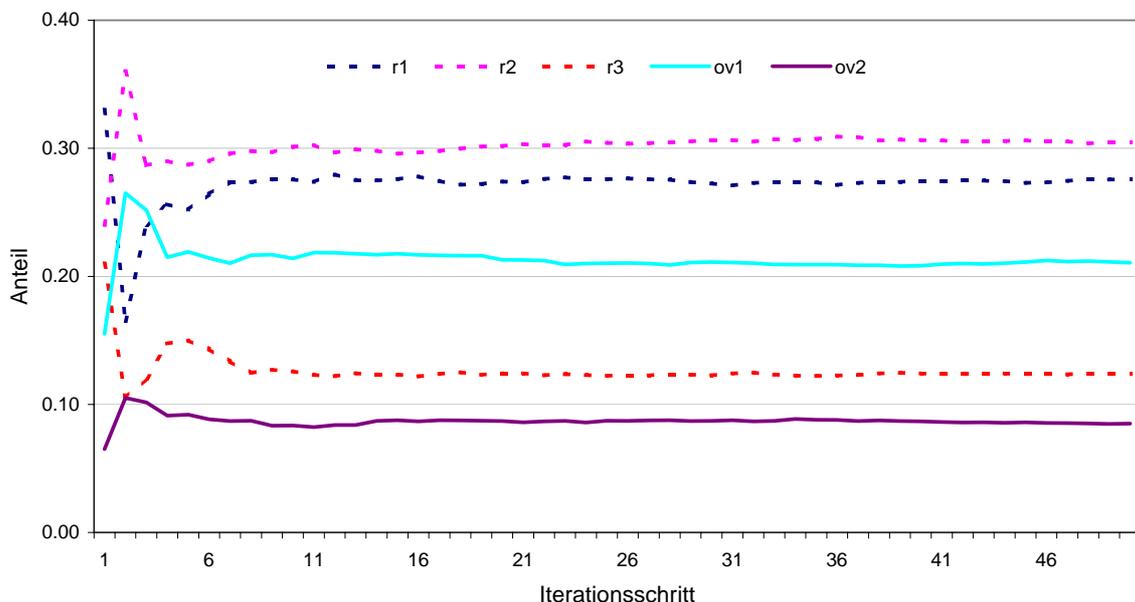


Tabelle 14 Ergebnisse des Probit Modells

Route	Routen- kosten	Wahrsch. P	Routen- belastung	Strecke	Strecken- kosten	Strecken- belastung
r ₁	11.63	0.27	810	L ₁	5.60	1200
r ₂	11.50	0.30	900	L ₂	6.03	900
r ₃	12.07	0.13	390	L ₃	6.03	810
				L ₄	1.00	390
				L ₅	5.47	1290
oev ₁	12.00	0.22	660	ÖV ₁	6.00	660
oev ₂	13.00	0.08	240	ÖV ₂	7.00	240
				ÖV ₁₂	6.00	900

6.2.7 Modellvergleiche: Netzbeispiel 1

In diesem Abschnitt werden die Ergebnisse der vorher angewendeten Ansätze einander gegenübergestellt und analysiert. Aus einem Vergleich der Ergebnisse des Probit Modells und den hier angewendeten Ansätzen kann gezeigt werden, ob und wie stark bei einzelnen Ansätzen (durch Bestimmung bzw. Kalibrierung des Skalierungsparameters) die Korrelationen beseitigt werden können.

Der Vergleich der Ergebnisse der hier angewendeten Ansätze mit unterschiedlichen Kombinationen von Modellparametern ist in Tabelle 15 und Abbildung 29 dargestellt. Bei einem Vergleich mit den Ergebnissen des Probit Modells muss sowohl der Skalierungsparameter als auch der Parameter für den Gemeinsamkeitsfaktor beachtet werden. Die Ergebnisse des Nested-C-Logits unterscheiden sich nicht stark von den Ergebnissen des Cross-Nested-Logits. Die ermittelten Wahrscheinlichkeiten der Alternativen eines Verkehrsmittels unterscheiden sich minimal zwischen diesen zwei Ansätzen. Die bestehenden Unterschiede werden vor allem durch unterschiedlich abgebildete Nester und der daraus resultierende Bedeutung des Skalierungs- und Gemeinsamkeitsfaktors verursacht. Auch eine Veränderung der Parameter führt zu einer sehr ähnlichen, wenn auch nicht gleichen Nachfragereaktion.

Es ist zu bemerken, dass bei einem sehr kleinen Skalierungsparameter die Unterschiede des Nested, Cross-Nested und Nested-C-Logits gegenüber dem Probit Modell erhöht werden. Diese Unterschiede zeigen sich vor allem bei ähnlichen Alternativen bzw. Alternativen mit einem grösseren Anteil von gemeinsam benutzten Strecken. Ursache ist die verstärkte Korrektur der Nutzen mit dem Gemeinsamkeitsfaktor und dem Skalierungsparameter.

Der PS-Logit liefert erst bei einem höheren Skalierungsparameter (hier bei $\mu=1$) plausible bzw. vergleichbare Ergebnisse. Beim hier getesteten Beispiel ohne starke Überlappung

ergeben das Nested-C-Logit und Cross-Nested-Logit Modell bei einem Skalierungsparameter von 1 bzw. 0.5 dem Probit Modell relativ ähnliche Ergebnisse. Bei einem Skalierungsparameter μ von 0.1 werden die Unterschiede in den Ergebnissen gegenüber dem Probit Modell grösser. In diesem Fall ist die Bedeutung der Kostendifferenz bzw. der Nutzendifferenz (deterministische Komponente) zwischen den Alternativen minimiert. Dies bestätigt, wie bedeutend die Kalibrierung von Modellparametern ist. Ein Vergleich der Modellergebnisse bei grösseren und komplexeren Netzen zeigt dies noch deutlicher (siehe Kapitel 6.2.8).

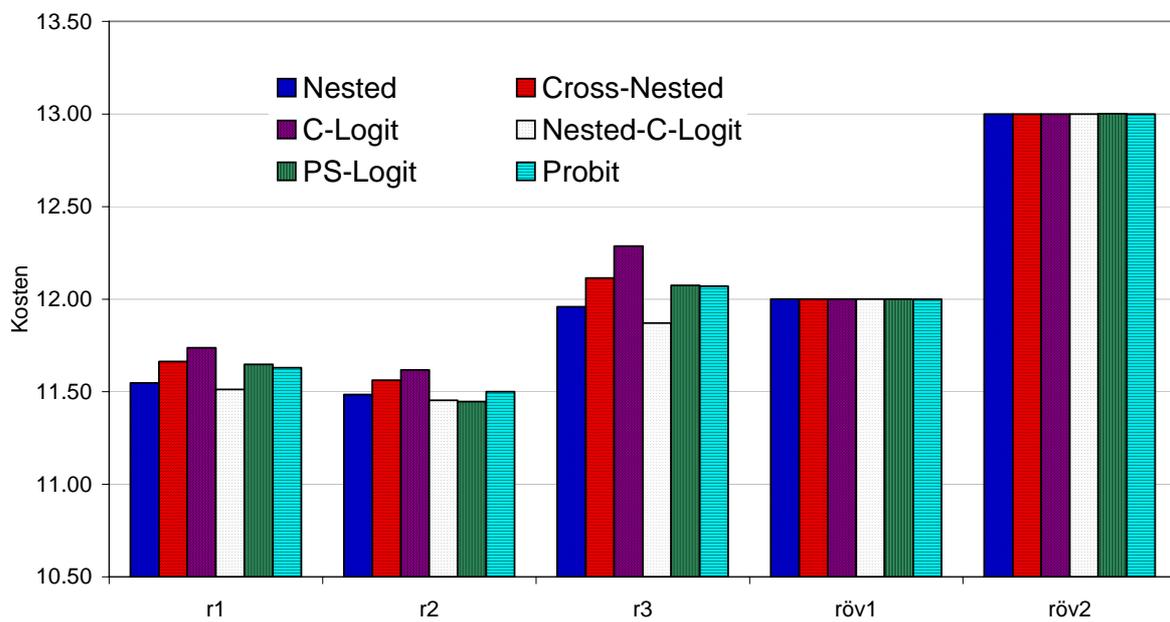
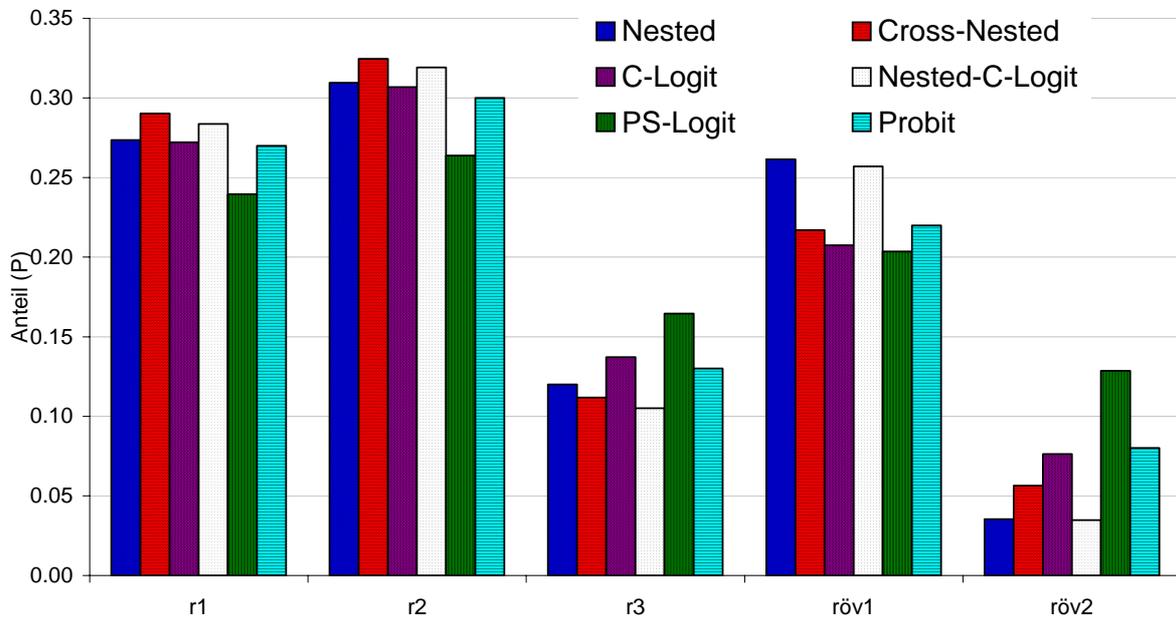
Tabelle 15 Vergleich der Ergebnisse: Nachfrageanteil bei der Anwendung des Probit, Nested-Logit, Cross-Nested, C-Logit und Nested-C-Logit in Abhängigkeit von den Modellparametern

Route	Probit	Nested-Logit	Cross-Nested	C-Logit* ($\alpha=0.5$)	PS-Logit	Nested-C-Logit
($\beta=-1, \mu=0.5, \alpha=0.5$)						
Γ_1	0.27	0.27	0.29	0.27	0.24	0.28
Γ_2	0.30	0.31	0.32	0.30	0.27	0.32
Γ_3	0.13	0.12	0.11	0.14	0.16	0.11
oev ₁	0.22	0.26	0.22	0.21	0.20	0.26
oev ₂	0.08	0.04	0.06	0.08	0.13	0.03
($\beta=-1, \mu=0.1, \alpha=0.5$)						
Γ_1	0.27	0.30	0.33	0.27	0.21	0.31
Γ_2	0.30	0.33	0.36	0.30	0.21	0.35
Γ_3	0.13	0.06	0.06	0.14	0.19	0.04
oev ₁	0.22	0.31	0.22	0.21	0.20	0.31
oev ₂	0.08	0.00	0.04	0.08	0.18	0.00
($\beta=-1, \mu=1, \alpha=0.5$)						
Γ_1	0.27	0.27	0.27	0.27	0.28	0.27
Γ_2	0.30	0.30	0.30	0.30	0.31	0.31
Γ_3	0.13	0.15	0.15	0.14	0.13	0.14
oev ₁	0.22	0.21	0.21	0.21	0.20	0.21
oev ₂	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08
($\beta=-0.1, \mu=0.5, \alpha=0.5$)						
Γ_1	0.23	0.19	0.22	0.21	0.21	0.21
Γ_2	0.25	0.20	0.22	0.22	0.21	0.21
Γ_3	0.16	0.19	0.17	0.19	0.17	0.15
oev ₁	0.20	0.23	0.21	0.20	0.21	0.24
oev ₂	0.16	0.19	0.18	0.18	0.20	0.19

(*) Beim C-Logit ist $\mu=1$

Infolge unterschiedlich erstellter Nester und der Quantifizierung von Routenüberlappungen hat der Koeffizient μ beim Nested-Logit nicht den gleichen Einfluss auf die Nachfrageaufteilung wie beim Cross-Nested Logit. Gleichzeitig ist auch zu sehen, dass sich beim Nested-C-Logit die Wahrscheinlichkeit P bei Route 3 mit mehr gemeinsamen Strecken als Route 1 und 2 im Vergleich mit Nested-Logit deutlich reduziert. Der Skalierungsparameter hat beim PS-Logit eine deutlich höhere Bedeutung als bei anderen Ansätzen.

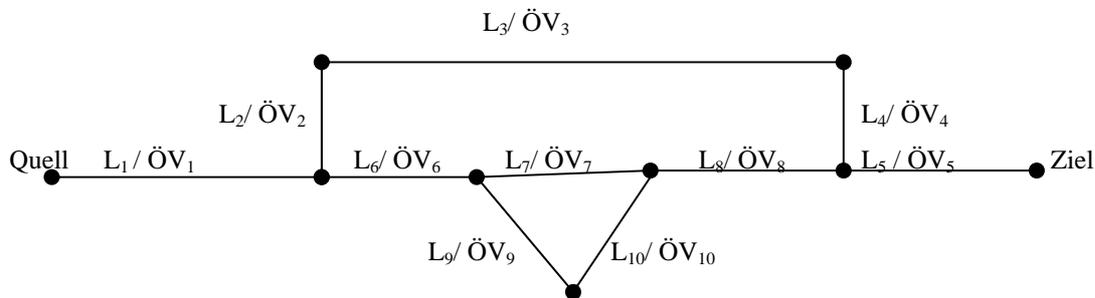
Abbildung 29 Vergleich der Ergebnisse in Abhängigkeit vom Modellansatz ($\beta=-1, \mu=0.5, \alpha=0.5$)



6.2.8 Modellvergleiche: Netzbeispiel 2

Da das vorher betrachtete Beispiel (Netzbeispiel 1) für die Analyse der Bedeutung von gemeinsamen Strecken bei zwei oder mehreren Routen weniger geeignet ist, wird ein weiteres, besser geeignetes Netzbeispiel zusätzlich getestet (Schnabel und Lohse, 1997, Seite 299). Mit diesem Beispiel werden die Unterschiede zwischen den fünf betrachteten Ansätzen noch mal analysiert. Betrachtet wird ein Strassennetz aus 20 Strecken (10 MIV und 10 ÖV), 6 Routen (3 MIV und 3 ÖV) und einer Quell-Ziel Beziehung.

Abbildung 30 Netzbeispiel 2



Die Routen sind wie in der Tabelle 16 definiert:

Tabelle 16 IV- und ÖV Routen

MIV-Route:	ÖV-Route:
$r_1 = L_1 + L_2 + L_3 + L_4 + L_5$	$o_{ev1} = \text{ÖV}_1 + \text{ÖV}_2 + \text{ÖV}_3 + \text{ÖV}_4 + \text{ÖV}_5$
$r_2 = L_1 + L_6 + L_7 + L_8 + L_5$	$o_{ev2} = \text{ÖV}_1 + \text{ÖV}_6 + \text{ÖV}_7 + \text{ÖV}_8 + \text{ÖV}_5$
$r_3 = L_1 + L_6 + L_9 + L_{10} + L_8 + L_5$	$o_{ev3} = \text{ÖV}_1 + \text{ÖV}_6 + \text{ÖV}_9 + \text{ÖV}_{10} + \text{ÖV}_8 + \text{ÖV}_5$

Verwendet wird die BPR-Funktion $t_a = t_0(1 + a(q/L)^b)$ mit den gleichen Parametern wie beim Netzbeispiel 1 (Reisekosten=Reisezeit (min)/60). Die Anfangsbelastung auf allen Strecken beträgt 1000 Personen. Es wird angenommen, dass aus der Kapazitätsauslastung im ÖV keine Reisezeiverlängerungen resultieren (Leistungsfähigkeit=3000). Die gesamte Nachfrage zwischen Quell und Ziel ist 3000 Personen. Die Reisezeiten auf freier Strecke und die Leistungsfähigkeiten sind in der folgenden Tabelle 17 zusammengefasst.

Tabelle 17 Netzattribute – Netzbeispiel 2

Strecke	t_0 - MIV	t_0 - ÖV	Leistungsfähigkeit MIV
1	15	18	1800
2	10	12	2000
3	30	36	1800
4	10	12	1200
5	15	18	2000
6	21	25.2	1800
7	8	9.6	2000
8	11	13.2	1800
9	5	6	2000
10	6	7.2	3000

Modellergebnisse

Im Netzbeispiel 2 sind Route 2 und 3 (sowohl im MIV als auch im ÖV) sehr ähnlich. Die Kostendifferenz zwischen diesen zwei Routen ist klein und es werden vier gemeinsame Strecken benutzt. Zwei dieser 4 Strecken werden auch von Route 1 benutzt. Route 1 ist teurer und hat weniger überlappende Strecken.

Um die Modellergebnisse unter Anwendung der hier betrachteten Aufteilungsansätze zu beurteilen, wird auch bei diesem Netzbeispiel ein Vergleich mit dem Probit Modell (Tabelle 18 und Abbildung 31) durchgeführt. Die Ergebnisse des Probit Modells für das betrachtete Netzbeispiel sind in Tabelle 18 und Abbildung 31 dargestellt.

Abbildung 31 Anwendung des Probit Modells auf Netz 2

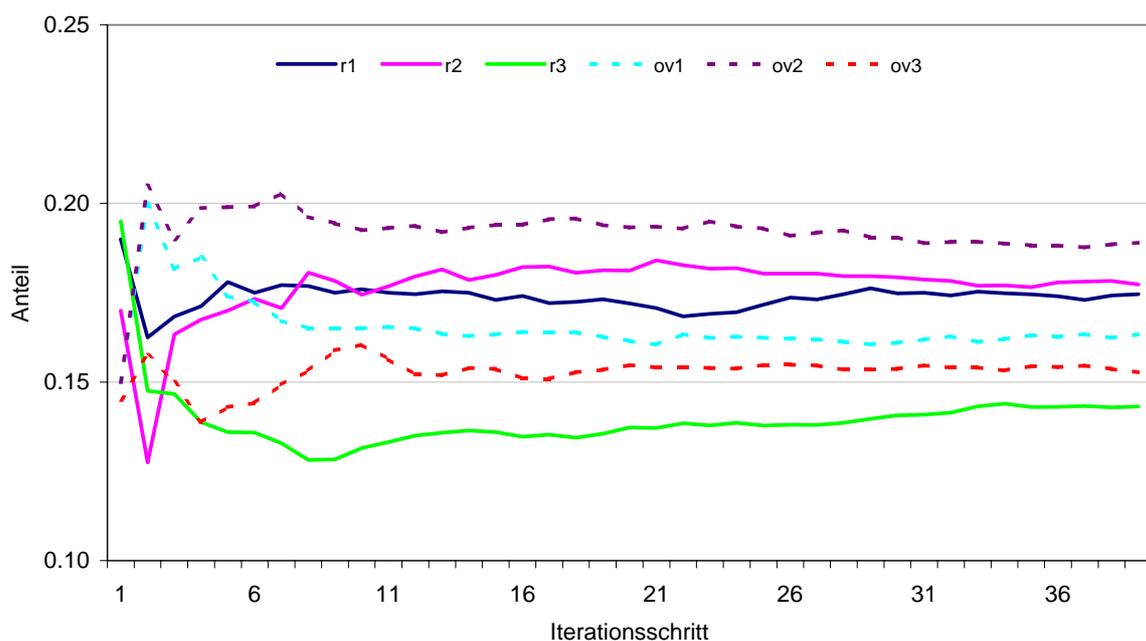


Tabelle 18 Vergleich der Ergebnisse: Probit, Nested-Logit, Cross-Nested-Logit, C-Logit und Nested C-Logit in Abhängigkeit von den Modellparametern

Route	Probit	Nested-Logit	Cross-Nested-Logit	C-Logit* ($\alpha=0.5$)	PS-Logit	Nested-C-Logit
Routenanteil ($\beta=-1, \mu=0.5, \alpha=0.5$)						
r ₁	0.16	0.14	0.17	0.17	0.18	0.16
r ₂	0.19	0.19	0.18	0.17	0.15	0.18
r ₃	0.14	0.17	0.16	0.16	0.16	0.16
oev ₁	0.16	0.13	0.16	0.16	0.19	0.16
oev ₂	0.19	0.20	0.18	0.17	0.16	0.18
oev ₃	0.16	0.17	0.16	0.17	0.16	0.16
Routenanteil ($\beta=-1, \mu=0.1, \alpha=0.5$)						
r ₁	0.16	0.09	0.16	0.17	0.17	0.14
r ₂	0.19	0.25	0.22	0.17	0.16	0.22
r ₃	0.14	0.15	0.12	0.16	0.16	0.14
oev ₁	0.16	0.04	0.16	0.16	0.17	0.11
oev ₂	0.19	0.30	0.23	0.17	0.17	0.25
oev ₃	0.16	0.17	0.11	0.17	0.17	0.14
Routenanteil ($\beta=-1, \mu=1, \alpha=0.5$)						
r ₁	0.16	0.15	0.15	0.17	0.20	0.16
r ₂	0.19	0.18	0.18	0.17	0.14	0.17
r ₃	0.14	0.17	0.17	0.16	0.15	0.16
oev ₁	0.16	0.15	0.15	0.16	0.21	0.16
oev ₂	0.19	0.18	0.18	0.17	0.15	0.18
oev ₃	0.16	0.17	0.17	0.17	0.15	0.17
Routenanteil ($\beta=-0.1, \mu=0.5, \alpha=0.5$)						
r ₁	0.20	0.16	0.18	0.18	0.19	0.18
r ₂	0.15	0.17	0.16	0.16	0.15	0.16
r ₃	0.14	0.17	0.16	0.16	0.15	0.15
oev ₁	0.20	0.16	0.18	0.18	0.20	0.19
oev ₂	0.16	0.17	0.16	0.16	0.15	0.16
oev ₃	0.15	0.17	0.16	0.16	0.16	0.16

(*) Beim C-Logit ist $\mu=1$

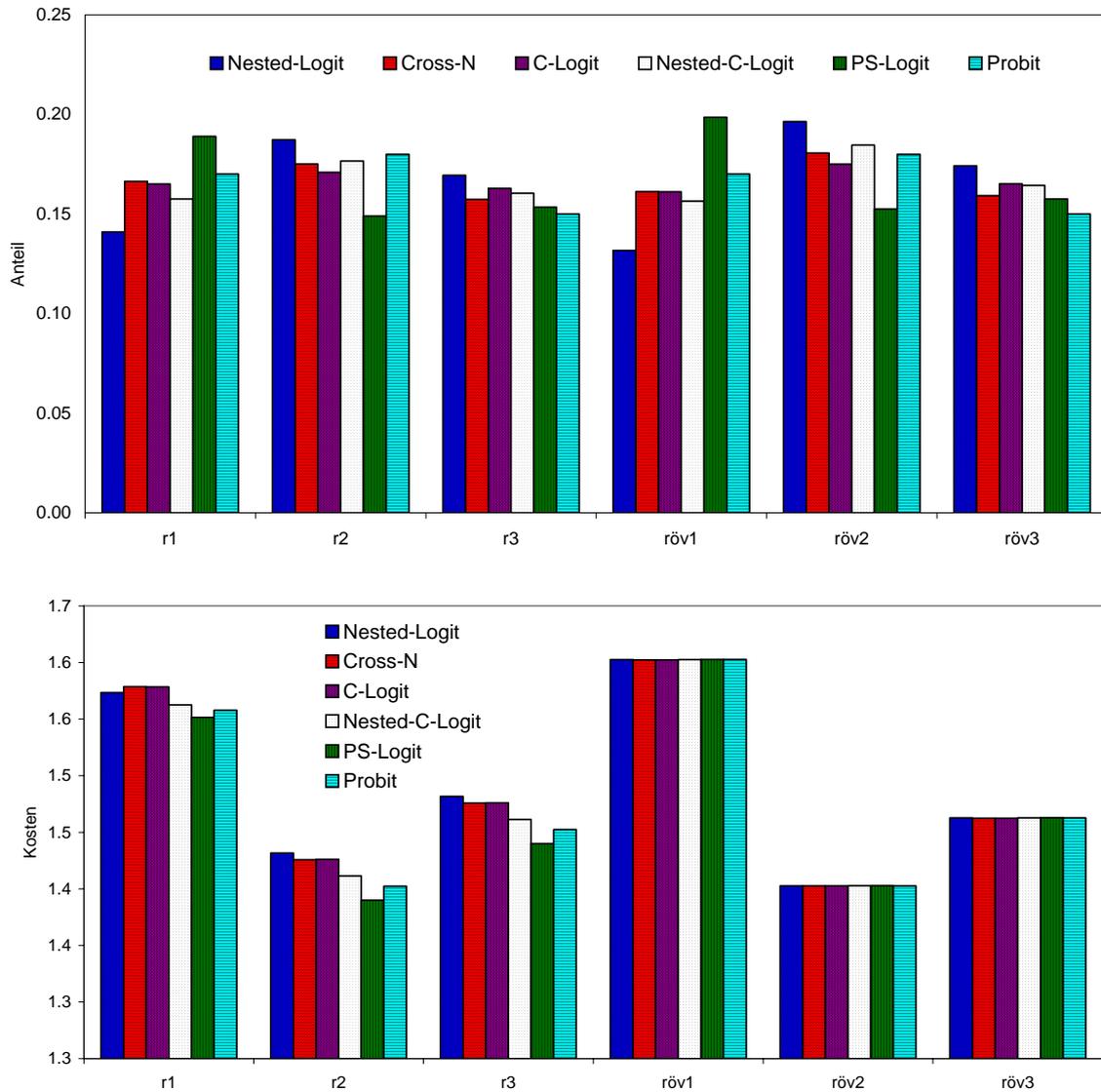
In Tabelle 18 wird nochmals gezeigt, dass die Ergebnisse des Probit Modells und die Ergebnisse des Nested-C-Logit bzw. Cross-Nested-Logit sehr ähnlich sind. Die Reihenfolge der „besten“ Routen ist identisch und die Unterschiede in den berechneten Wahrscheinlichkeiten bei einem Skalierungsparameter $\mu=0.5$ bzw. $\mu=1$ sind sehr klein. Es ist zu erwarten, dass durch die Kalibrierung der Modellparameter bei diesen zwei Ansätzen gleiche oder sehr ähnliche Ergebnisse wie mit dem Probit Modell ermittelt werden können.

Weiter zeigte sich auch hier die unterschiedliche Wirkung einer Veränderung des Skalierungsparameters beim Nested- und Cross-Nested-Logit. Durch eine Verkleinerung des Skalierungsparameters werden die Alternativen beim Nested-Logit stärker unabhängig bzw. wird die Kostendifferenz höher bewertet als beim Cross-Nested Logit. Dies wird vor allem infolge fehlender Berücksichtigung von Überlappungen verursacht. Dies wird auch durch den

Vergleich mit den Ergebnissen des Nested-C-Logits bestätigt (siehe Ergebnisse bei $\beta=-1$, $\mu=0.1$ und $\alpha=0.5$). Die Bedeutung von Überlappungen der Routen wird bei Nested-C-Logit und Cross-Nested-Logit mit ähnlichem Effekt berücksichtigt. Unterschiede zeigen sich vor allem durch unterschiedlich abgebildete Nester und die damit verbundene unterschiedliche Bedeutung des Skalierungsparameters. Damit sind durch den Nested-C-Logit Ansatz die Nachteile des Nested-Logit Modells (fehlende Berücksichtigung von Überlappungen) beseitigt.

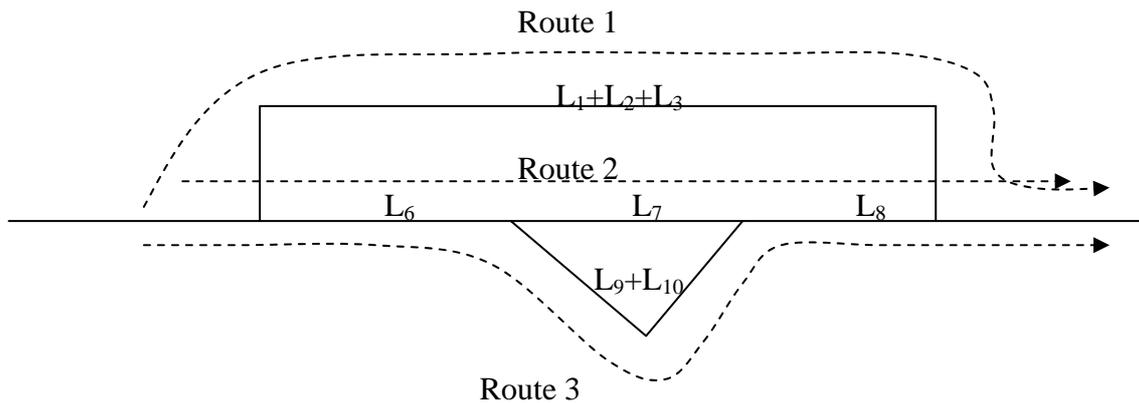
Der Vergleich der Ergebnisse des Nested-Logits und Nested-C-Logits zeigt die Bedeutung des Gemeinsamkeitsfaktors. Der Vergleich von Nested-C-Logit und Cross-Nested-Logit verdeutlicht die Bedeutung des Skalierungsparameters und der Neststruktur (siehe auch Abbildung 29).

Abbildung 32 Vergleich der Ergebnisse: Kosten (beim Gleichgewicht) und Anteil ($\beta=-1, \mu=0.5$)



Um die Bedeutung von Überlappungen zu verdeutlichen, wurde ein weiteres Beispiel mit unterschiedlichen Kostenverhältnissen der Routen analysiert. Betrachtet werden drei Varianten mit Streckenkosten, die in Tabelle 19 dargestellt sind.

Abbildung 33 Netzstruktur



Wie hier zu sehen ist, sind die Kosten bei Variante 2 und 3 für alle drei Route gleich. Die Unterschiede bestehen nur in der Anzahl und den Kosten der gemeinsamen Strecken. Mit diesem Beispiel sollen die Fähigkeiten der betrachteten Ansätze bei der Berücksichtigung von Überlappungen gezeigt werden.

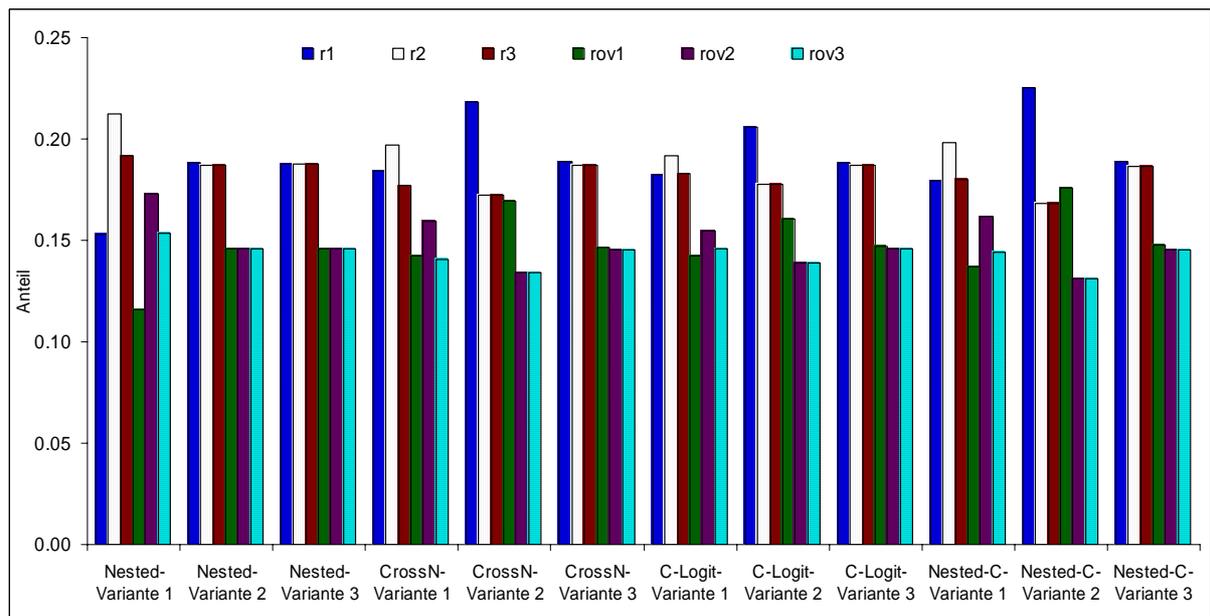
Tabelle 19 Streckenkosten

Kosten	Strecken				
	$L_1+L_2+L_3$	L_6	L_7	L_8	L_9+L_{10}
Variante 1	50	21	8	11	11
Variante 2	50	24	2	24	2
Variante 3	50	1	48	1	48

Abbildung 34 zeigt, dass die Nachfrageaufteilung beim Nested-Logit Modell unabhängig von der Überlappung berechnet wird. Sowohl bei Variante 2 als auch bei Variante 3 sind die Kosten für alle drei Routen gleich. Diese Routen unterscheiden sich nur durch die Netzkonfiguration bzw. die Anzahl und die Kosten der gemeinsam benutzten Routen. Damit kommt beim Nested-Logit Modell die Berücksichtigung der gemeinsam benutzten Routen bei der Berechnung der Auswahlwahrscheinlichkeit nicht zum Ausdruck und ist daher zur adäquaten Abbildung des Routenwahlverhaltens letztlich nicht geeignet. Dies zeigt sich auch

durch die bei Variante 2 und 3 auftretende unterschiedliche Auslastung (der Leistungsfähigkeit) der Strecken bei den MIV-Routen (höhere Auslastung der von Route 2 und 3 gemeinsam benutzten Strecken). Die Cross-Nested-Logit, C-Logit und Nested-C-Logit Modell verhalten sich sehr ähnlich und entsprechen den erwarteten Reaktionen der Verkehrsteilnehmern.

Abbildung 34 Netz 2: Modell-Anteile nach Varianten ($\beta=-1, \mu=0.5^*, \alpha=0.5$)



(*) Beim C-Logit ist $\mu=1$

6.3 Kalibrierung der Modellparameter für simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl

Die Bestimmung von konsistenten Modellparametern ist bei Entscheidungsmodellen die wesentliche Aufgabe. Da die Angebotsvariablen Inputs bei der Bestimmung von Modellparametern sind, sollte der entwickelte Modellansatz neben den Gleichgewichtsbedingungen bei der Nachfrageaufteilung im Netz auch ein Gleichgewicht zwischen der Umlegung im Netz und den kalibrierten Modellparametern erreichen. Es ist also ein Optimierungsprozess notwendig, um die Routen- und Verkehrsmittelwahl konsistent zu lösen und in ein Gleichgewicht zu bringen. Bei den hier entwickelten Verfahren werden konsistente Parameter für Routen- und Verkehrsmittelwahl bestimmt. Der Optimierungsprozess für die Schätzung des Modells ist in Abbildung 7 dargestellt.

Die Schätzung der Modellparameter für die Nutzenfunktion (in Abhängigkeit der angenommenen Funktionsform, hier linear)

$$V_{kn} = \beta_1 \cdot x_{kn1} + \beta_2 \cdot x_{kn2} + \dots + \beta_H \cdot x_{knH} = \beta' \cdot x_{kn} \quad (6-23)$$

erfolgt aus dem Vergleich der beobachteten Entscheidungen der Verkehrsteilnehmer (Routenanteil, unter Berücksichtigung aller benutzten MIV- und ÖV-Routen) und dem berechneten Nutzen im angewendeten Modellansatz. Durch Multiplikation des Input-Wertes einer Variablen (z. B. Fahrzeit oder Preis einer Quell-Ziel-Beziehung) und dem β -Parameter dieser Variablen wird der Beitrag dieser Variablen zum Nutzen berechnet. Durch die Berücksichtigung aller Variablen gemäss Gleichung (6-23) wird der Nutzen einer Alternative (in diesem Fall Route) für eine Quell-Ziel-Beziehung berechnet. Damit ist die Wahl der Route im Netz direkt von den Modellparametern abhängig. Aus diesem Grund ist es nötig, zwischen der Routenwahl und den Modellparametern ein Gleichgewicht zu finden, weil sich durch veränderte Modellparameter auch eine andere Routenwahl mit neuen Variablenwerten (Reisezeiten) ergibt und umgekehrt.

In einem ersten Schritt, bevor die ersten Modellparameter geschätzt werden, werden für die Nachfrageaufteilung im Netz extern vorgegebene Parameter verwendet, die aus anderen Untersuchungen übernommen werden. Das mit diesen Parametern geschätzte Verkehrsmittel- und Routenwahlmodell ergibt als Ergebnis auch die unabhängigen Variablen (Zeit, Preis,...) mit denen im nächsten Schritt die neuen Modellparameter geschätzt werden können.

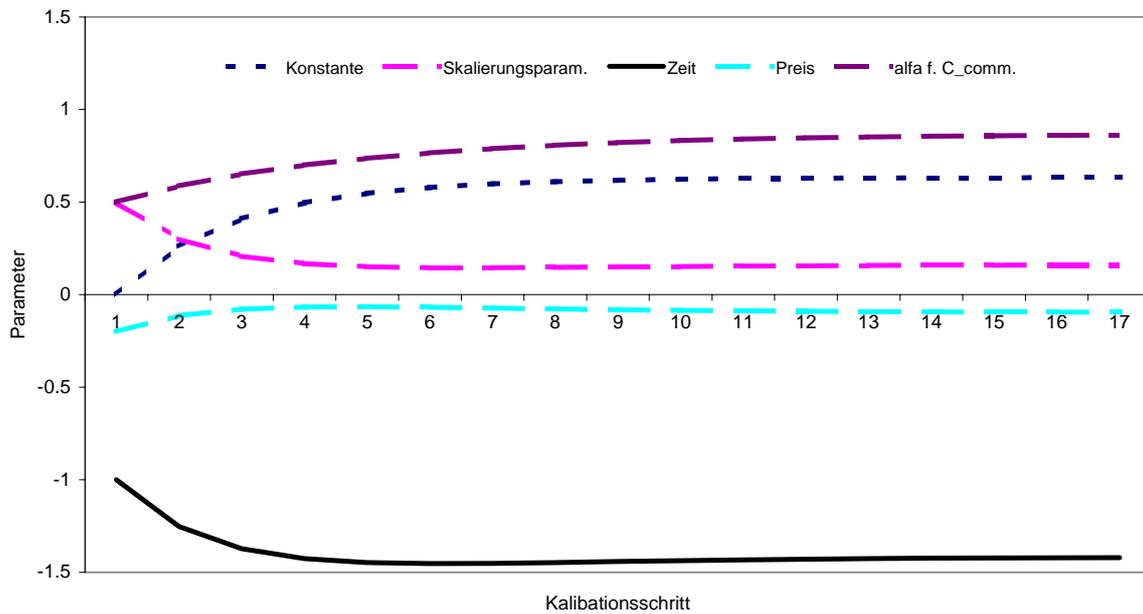
Die Inputparameter für die nächste Iteration $x_{(n+1)}$ ergeben sich aus den geschätzten Hilfsparametern in der laufenden Iteration $y_{(n)}$ und den ermittelten Parametern der vorherigen Iteration $x_{(n)}$. Mit Hilfe der Schrittgrösse λ und der geschätzten Hilfsparameter $y_{(n)}$, werden

die zuletzt verwendeten Modellparameter $x_{(n)}$ korrigiert: $x_{(n+1)} = (1 - \lambda) \cdot x_{(n)} + \lambda \cdot y_{(n)}$. Beim hier getesteten Beispiel wird angenommen, dass $\lambda = 0.5$ ist. Die Schrittgrösse (liegt zwischen 0 und 1) kann als Konstante gewählt oder bei jedem Iterationsschritt neu berechnet werden. Bei der fixen Annahme von λ ist für die sichere und stabile Konvergenz ein kleiner Wert für λ (z.B. $0.2 < \lambda < 0.6$) zu empfehlen. Mit einem kleineren λ lernt das Verfahren langsam und sicher, jedoch bei einem zu grossen λ ist die Konvergenz nicht sicher gegeben.

Eine weitere Möglichkeit ist die Berechnung der Schrittlänge in Abhängigkeit der Veränderung der Modellparameter zwischen den Iterationen. Hier könnte ein ähnlicher Ansatz wie im Lernverfahren von Lohse (Schnabel und Lohse, 1997) angewendet werden.

Die abhängige Variable bzw. die Entscheidungen (gewählte Routen) müssen aus Erhebungen übernommen werden. Die Konvergenz im untersuchten Netzbeispiel 2 ist in der folgenden Abbildung dargestellt.

Abbildung 35 Veränderung der Modellparameter nach Kalibrationsschritten (Nested-C-Logit)



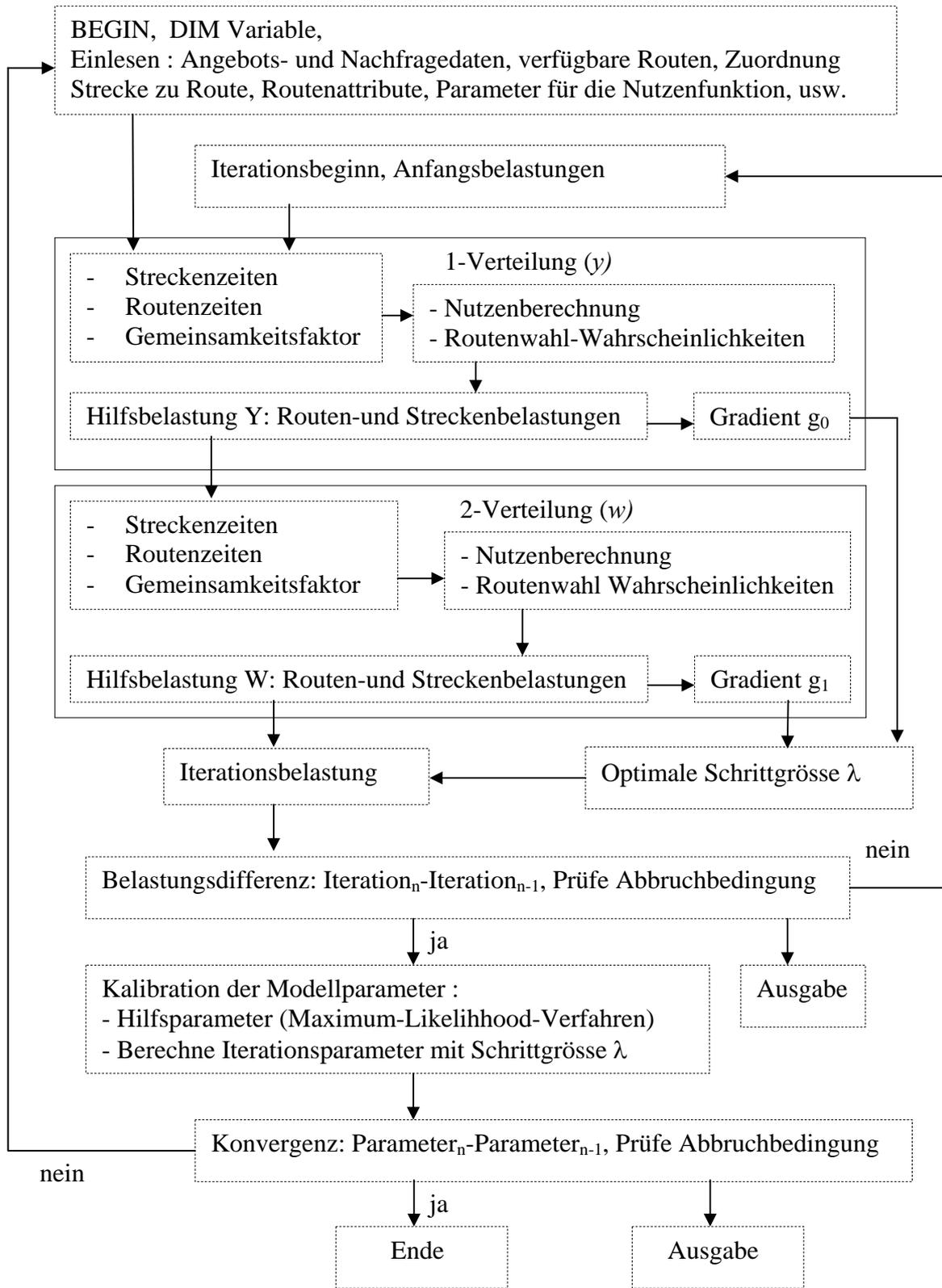
Die Schätzung der Modellparameter wird mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Verfahrens durchgeführt. Aus dem entwickelten Modell für die Nachfrageaufteilung werden die Angebotsvariablen des letzten Iterationsschritts für jede Route und Quell-Ziel-Beziehung als Input für die Kalibrierung der Modellparameter verwendet. Im nächsten Schritt werden für den gewählten Modellansatz aus den beobachteten Entscheidungen und den berechneten

Angebotsvariablen mit Hilfe des Maximum-Likelihood-Verfahrens alle gesuchten Modellparameter geschätzt. Damit werden jene Modellparameter gesucht, mit denen die beobachteten Entscheidungen im Modell reproduziert werden können. Die so geschätzten Modellparameter sind dann der Input für das folgende Nachfrageaufteilungsmodell.

Durch neue Modellparameter werden sich auch die Nutzen in den Aufteilungsmodellen (im Gleichgewichtszustand) ändern, die dann wieder neue Angebotsvariablen für die Schätzung von Modellparametern liefern. Wenn sich die berechneten Entscheidungen (Routenanteil im Aufteilungsmodell) den beobachteten Entscheidungen nähern, wird der Unterschied der Modellparameter zwischen zwei Iterationen immer kleiner.

Das Verfahren wird wiederholt (Abbildung 7 und 36) bis eine (gesuchte) Konvergenz erreicht ist, d.h. die Modellparameter und die unabhängigen Variablen werden sich durch eine neue Kalibration der Modellparameter nicht mehr unterscheiden ($X_n - X_{n-1} < \varepsilon$). Bei der Nachfrageaufteilung wird dabei bei jeder Kalibrierung der Modellparameter ein Gleichgewicht gesucht bzw. erreicht. Die gesamte Programmstruktur ist in der folgenden Abbildung 36 dargestellt.

Abbildung 36 Wesentliche Programmkomponenten



Dieses Verfahren wurde auf dem vorherigen Netzbeispiel 2 mit einer Verkehrsnachfrage zwischen Quelle und Ziel von 2000 Personen angewendet. Dabei wurden Annahmen getroffen über die beobachteten Entscheidungen bzw. Routenanteile, um die Modellparameter zu kalibrieren :

	Anteil in %
MIV Route 1	10
MIV Route 2	45
MIV Route 3	15
ÖV Route 1	2
ÖV Route 2	20
ÖV Route 3	8

Für die erste Nachfrageaufteilung wurden die Modellparameter frei gewählt. Nach 17 Kalibrationsschritten wurde das Gleichgewicht zwischen zwei Modellschritten (Nachfrageaufteilung, Modellparameter) erreicht: die Modellparameter und auch die Angebotsvariable haben sich durch eine neue Iteration nicht mehr als die vorgegebenen Abbruchsbedingungen verändert. Als Modellansatz wurde das Nested-C-Logit Modell verwendet:

$$P(i, j) = \frac{\exp\left(\frac{V_{ij} - cf_{ij}}{\mu_j}\right) \cdot \exp\left\{\mu_j \cdot \ln\left(\sum_{i' \in j} \exp\left(\frac{V_{i'j} - cf_{i'j}}{\mu_j}\right)\right)\right\}}{\sum_{i' \in j} \exp\left(\frac{V_{i'j} - cf_{i'j}}{\mu_j}\right) \cdot \sum_{j'=1}^J \exp\left\{\mu_{j'} \cdot \ln\left(\sum_{i' \in j'} \exp\left(\frac{V_{i'j'} - cf_{i'j'}}{\mu_{j'}}\right)\right)\right\}} \quad (6-24)$$

mit

$$cf_{ij} = \alpha \cdot \ln\left(1 + \sum_{i' \in j'} \left(\frac{L_{ij,i'j'}}{L_{ij}^{1/2} \cdot L_{i'j'}^{1/2}}\right)^\gamma\right) \quad (\gamma=1) \quad (6-25)$$

und

$$V_{i,j-miv} = \text{Konstante} + \beta_t \cdot \text{Zeit} + \beta_p \cdot \text{Preis} \quad (6-26)$$

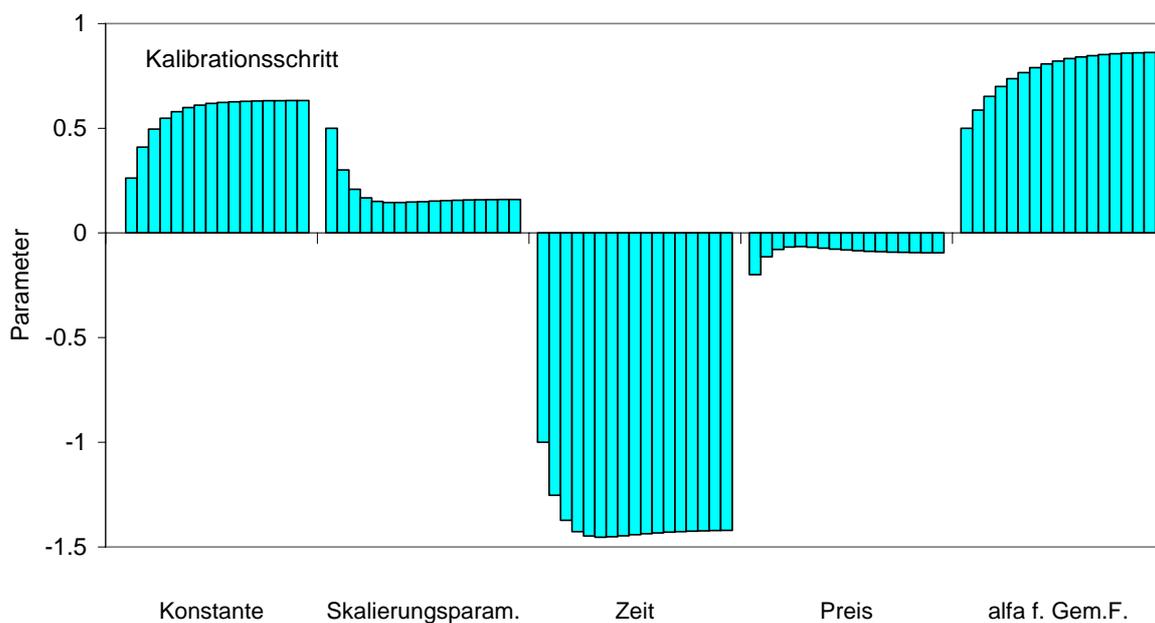
$$V_{i,j-öv} = \beta_t \cdot \text{Zeit} + \beta_p \cdot \text{Preis} . \quad (6-27)$$

Die Ergebnisse, die mit den Modellparametern nach den Kalibrationsschritten erzielt wurden, sind in der folgenden Tabelle 20 bzw. in der folgenden Abbildung 37 dargestellt.

Tabelle 20 Modellparameter nach Kalibrationsschritten

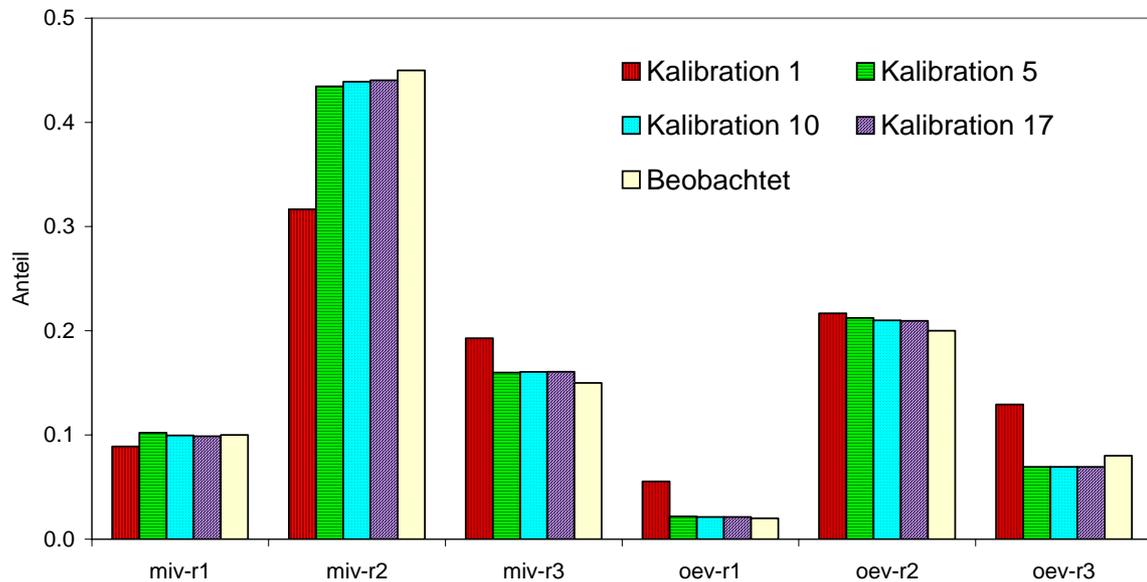
Variable	Konstante	Skalierungsparameter (μ)	Zeit	Preis	α für Gemein. Factor
Kalibration 1 (Annahme)	0.00	0.500	-1.000	-0.200	0.500
Kalibration 2	0.262	0.300	-1.253	-0.114	0.587
Kalibration 5	0.548	0.151	-1.448	-0.066	0.737
Kalibration 10	0.623	0.152	-1.437	-0.085	0.833
Kalibration 15	0.632	0.159	-1.423	-0.094	0.858
Kalibration 17	0.633	0.160	-1.421	-0.095	0.862

Abbildung 37 Modellparameter nach Kalibrationsschritten



Durch die Ermittlung von neuen Modellparametern ergeben sich auch neue Nachfrageaufteilungen (Abbildung 38) und Reisezeiten zwischen den Routen. Es ist zu sehen, dass durch die Optimierung der Modellparameter die Unterschiede in den Iterationsergebnissen immer kleiner werden. Damit werden sich bei erreichtem Gleichgewicht sowohl die Routenanteile als auch die Reisezeiten zwischen den Kalibrationsschritten nicht mehr unterscheiden.

Abbildung 38 Verkehrsnachfrage (Anteile) nach Routen und Kalibrierungsschritten



Das Ergebnis für dieses Beispiel (unter der Annahme, dass die Beobachtungsanteile nach Routen realitätsentsprechend sind) gibt Tabelle 21 wieder.

Tabelle 21 Geschätzte Modellparameter

	Konstante	Skalierungsparameter (μ)	Zeit	Preis	α für Gemein. factor
Parameter	0.633	0.160	-1.421	-0.095	0.862

Die resultierende Auswahlwahrscheinlichkeiten und Reisezeiten nach Routen sind in Tabelle 22 wiedergegeben.

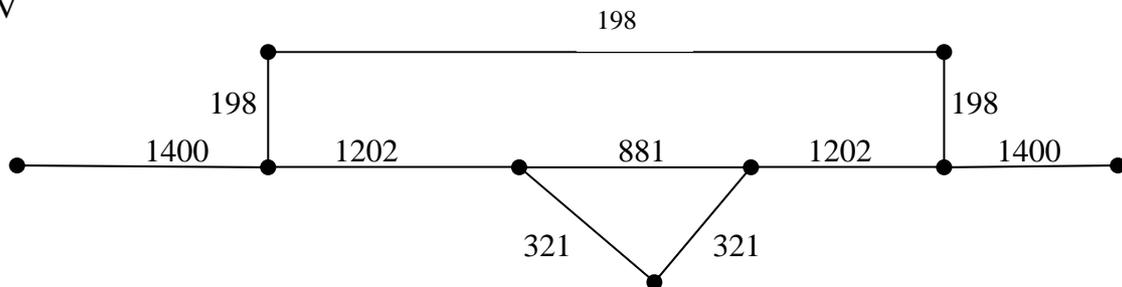
Tabelle 22 Berechnete und beobachtete Routenanteile

	MIV - r ₁	MIV - r ₂	MIV - r ₃	ÖV - r ₁	ÖV - r ₂	ÖV - r ₃
Berechnete Anteil (P)	0.099	0.440	0.161	0.021	0.210	0.069
Beobachtete Anteil (P)	0.100	0.450	0.150	0.02	0.200	0.080
Reisezeit (h)	1.420	1.317	1.366	1.600	1.400	1.460

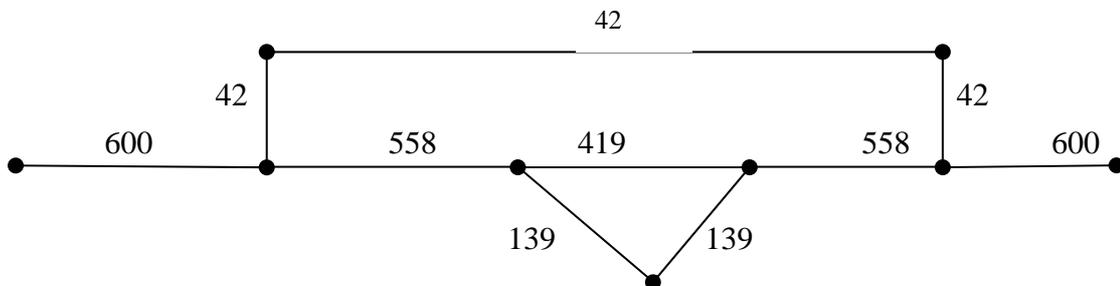
Die ermittelten Streckenbelastungen im MIV und ÖV sind in Abbildung 39 dargestellt.

Abbildung 39 Berechnete Streckenbelastungen

MIV



ÖV



Ähnliche Berechnungen wurden auch unter Nested-Logit und C-Logit Modellen durchgeführt. Dabei zeigten die Ergebnisse des Nested-Logit Modells im Vergleich mit dem Nested-C-Logit Modell grössere Diskrepanzen gegenüber den beobachteten Entscheidungen und weniger plausible Preisparameter (siehe Tabelle 23).

Tabelle 23 Vergleich der geschätzten Modellparameter

	Konstante	Skalierungsparameter	Zeit	Preis	α für gemein. Factor
Nested-C-Logit	0.633	0.160	-1.421	-0.095	0.862
Nested-Logit	0.70	0.11	-1.58	-0.01	
C-Logit	-0.77		-9.83	-0.54	5.58

Wie erwartet wurde, sind wegen unterschiedlich formulierten Ansätzen die absoluten Werten der Modellparameter bei C-Logit nicht ähnlich zu den Nested- und Nested-C-Logit-Parametern. Dabei sind die relativen Verhältnisse der Zeit- und Preisparameter gegenüber

Nested-C-Logit Modell relativ ähnlich. Bei den untersuchten Beispielen wurden die einheitlichen bzw. gemeinsamen Zeitparameter (auch Preisparameter) für die MIV- und ÖV-Alternativen ermittelt.

Da in bisherigen Untersuchungen über die Verkehrsmittelwahl gezeigt werden konnte, dass die Fahrzeit von MIV- und ÖV-Benutzer unterschiedlich bewertet wird (Vrtic und Axhausen, 2002), wurde auch hier ein Beispiel mit unterschiedlichen Zeitparametern für MIV und ÖV berechnet (Ergebnis für das Nested-C-Logit: Zeitparameter MIV -1.11, ÖV -1.37). Das hier entwickelte Verfahren ist so programmiert, dass die Modellparameter in den MIV- und ÖV-Nutzenfunktion gleich oder unterschiedlich gewählt werden können.

Damit wurde gezeigt, dass anhand von erhobenen Datengrundlagen und mit dem entwickelten stochastischen Gleichgewichtsverfahren für simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl mit verknüpfter Kalibrierung der Modellparameter (Nachfrageaufteilung/Modellparameter) die festgestellten Entscheidungen im Modell reproduziert (simuliert) werden können. Bei der Anwendung von realen Netzen und Quell-Ziel-Matrizen können so kalibrierte Modellparameter mittels den aus der stated-preference Erhebungen ermittelten Modellparameter verglichen bzw. geprüft werden (Vrtic, Axhausen, Rossera und Maggi, 2003).

Weiterhin sollte beachtet werden, dass wegen des Anteils an Verkehrsteilnehmern, die keine freie Wahl bei ihrer Entscheidung haben (wie z.B. kein PKW Besitz), die formulierte Nutzenfunktion eine Konstante beinhalten sollte. Durch diese wird die Bedeutung von nicht erhobenen und nicht quantifizierten Einflussfaktoren bewertet. Für den Fall, dass die Modelle ohne Berücksichtigung der in ihrer Wahl eingeschränkten Verkehrsteilnehmer geschätzt werden, müssen diese dann bei der Modellanwendung als Vorbelastung definiert werden.

6.4 Anwendungsbeispiel - Schweiz

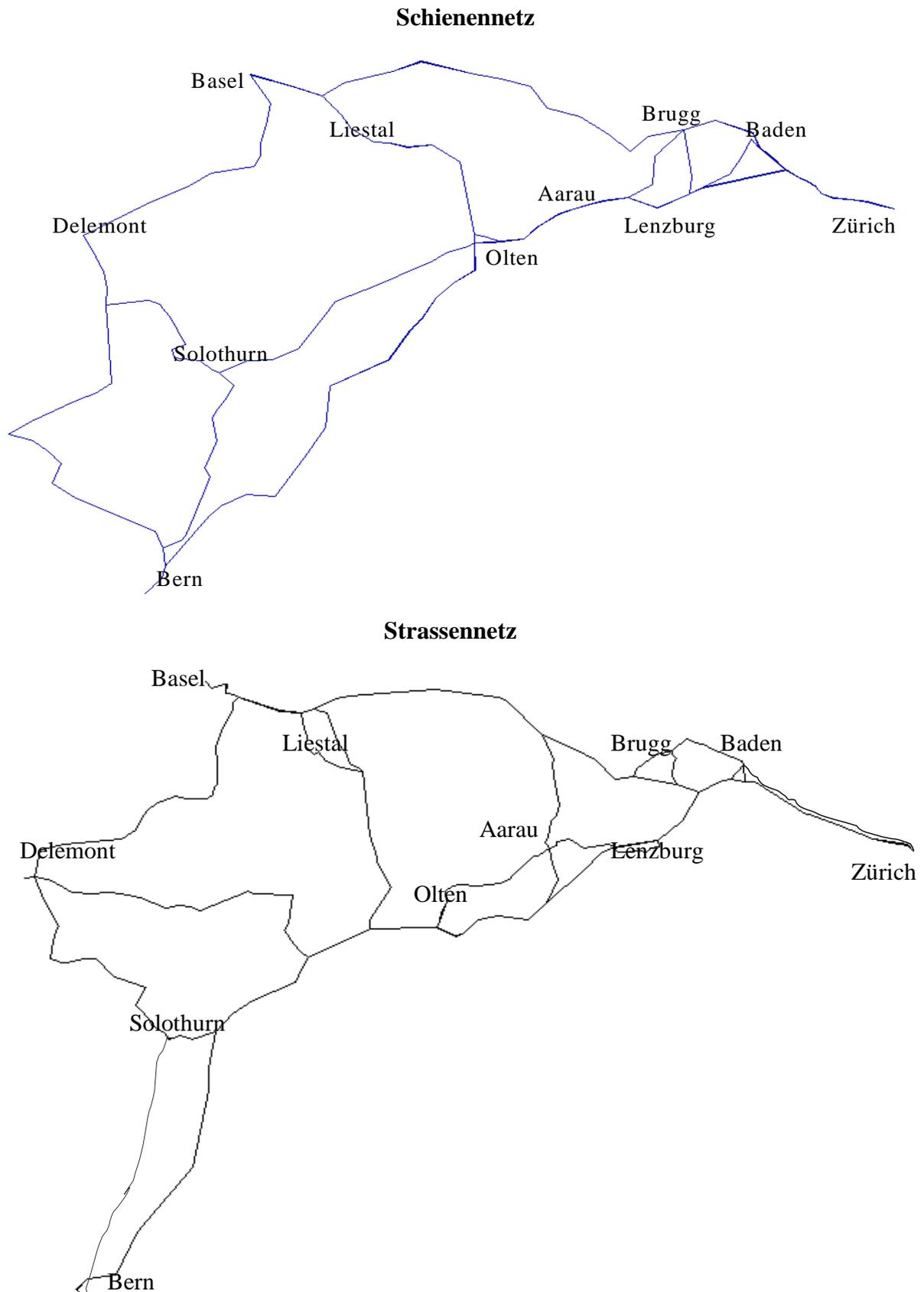
In diesem Arbeitsschritt wurde das entwickelte Modell auf ein reales Strassen- und Schienennetz angewendet. Die Netzdaten wurden aus vorhandenen schweizerischen nationalen Strassen- und Schienenmodellen übernommen. Die beide Modelle wurden für das Jahr 1999 mit der Verkehrsplanungssoftware VISUM (PTV AG, 2002) kalibriert. Für das Strassenmodell wurde ein deterministisches Nutzergleichgewicht, für das Bahnmodell eine fahrplanfeine Umlegung mit multinomialen Logit-Verteilung verwendet.

Die SBB (Schweizerische Bundesbahnen) führen jedes Jahr an 5 Tagen Erhebungen zur Fahrausweisstruktur in den Zügen durch. Dabei werden Quell-Ziel-Beziehungen im In- und Ausland erfasst. Aus dieser Befragung und dem vorhandenen Fahrplan (Linienangebot) wird eine Hochrechnung auf den durchschnittlichen Werktagsverkehr (DWV) durchgeführt. In einem weiteren Schritt wurde die Quell-Ziel-Matrix durch die Umlegung und Kalibration auf die Daten aus den Querschnittszählungen (gesamtes SBB-Netz) geeicht. Die Struktur und Qualität dieser Matrix wurde in der Untersuchung von Vrtic et al., (2003) durch verschiedene Kriterien geprüft. Es hat sich gezeigt, dass diese Matrix eine realitätsentsprechende Abbildung des Verkehrsgeschehens im Schienenverkehr darstellt.

Im Gegensatz zum Schienenverkehr ist die Qualität der Quell-Ziel-Matrix im Strassenverkehr sehr fraglich und unbekannt. Die aus soziodemographischen Daten und Mobilitätskennziffern berechnete Verkehrserzeugung und Verkehrsanziehung wurde mittels eines einfachen Gravitationsansatzes zwischen den Zonen verteilt und auf die Querschnittszählungen kalibriert. Für die Qualitätsbeurteilung dieser Matrix fehlen entsprechende Erhebungsdaten. Daher wurde sie nur mit den Daten des Mikrozensus Verkehr 1994 auf die Distanzverteilung geprüft und korrigiert. Für die betrachtete Zonierung und Netzdichte ist diese Stichprobe ungenügend.

Aus dem gesamtschweizerischen Modell wurde als Anwendungsbeispiel ein Teilmodell erstellt. Dieses Beispiel beschränkt sich auf das Dreieck Zürich-Bern-Basel mit insgesamt elf Zonen. Die Strassen- und Schienennetze mit Zonennamen sind in der Abbildung 40 dargestellt.

Abbildung 40 Verwendetes Strassen- und Schiennetz mit Zonen



Die Netze wurden so generiert, dass für die betrachteten Quell-Ziel-Beziehungen alle relevanten Routen berücksichtigt sind. Aus der Strassen- und Schienen Quell-Ziel-Matrix wurde dann für diese Anwendung eine gemeinsame Matrix aggregiert (Tabelle 24).

Tabelle 24 Angewendete Quell-Ziel-Matrix (Personenfahrten im Strassen- und Schienenverkehr)

von / nach	Zürich	Baden	Brugg	Basel	Dele- mont	Solot- hurn	Bern	Olten	Liestal	Aarau	Lenz- burg	Total
Personenfahrten im Strassen- und Schienenverkehr (DWV)												
Zürich	0	5958	2405	5362	106	537	3413	1178	478	2245	1958	23640
Baden	5957	0	2856	287	0	25	152	114	13	995	269	10668
Brugg	2411	2*852	0	238	5	31	256	243	41	1834	591	8502
Basel	5361	284	237	0	452	611	1677	1332	6782	1133	317	18186
Delemont	104	0	4	454	0	394	247	45	0	6	0	1254
Solothurn	548	23	30	610	394	0	1415	925	47	116	39	4147
Bern	3415	151	251	1677	243	1417	0	697	197	606	145	8799
Olten	1180	115	243	1333	46	925	698	0	147	1902	301	6890
Liestal	477	14	41	6783	0	47	197	145	0	150	65	7919
Aarau	2253	995	1836	1132	6	114	610	1902	149	0	1390	10387
Lenzburg	1958	267	589	317	0	38	144	296	65	1391	0	5065
Total	23664	10659	8492	18193	1252	4139	8809	6877	7919	10378	5075	0
Die Anteile des Schienenverkehrs im nationalen Modell in %												
Zürich	0	46	55	53	25	50	65	71	65	63	46	54
Baden	46	0	25	68	0	56	44	69	46	47	10	41
Brugg	55	26	0	56	20	61	23	26	15	40	16	37
Basel	53	69	56	0	41	26	68	59	37	51	62	48
Delemont	26	0	25	41	0	1	30	7	0	33	0	24
Solothurn	49	61	63	26	1	0	2	43	47	64	49	24
Bern	65	44	23	68	31	2	0	64	47	33	25	50
Olten	71	69	26	59	7	43	64	0	52	27	15	47
Liestal	66	50	15	37	0	47	47	52	0	53	54	39
Aarau	62	47	40	51	33	65	33	27	53	0	29	43
Lenzburg	46	10	16	62	0	47	25	15	54	29	0	35
Total	54	41	37	48	24	24	50	47	39	43	35	45

Da beim hier entwickelten Modell auf eine wiederholte Generierung des Routensatzes verzichtet wurde, werden für jede Quell-Ziel-Beziehung drei relevante Routen aus dem MIV- wie auch aus dem ÖV-Netz vorgegeben. Diese Routen wurden aus nationalen Modellen generiert. Damit stehen bei der Nachfrageverteilung für jede Quell-Ziel-Beziehung insgesamt sechs Alternativen zur Verfügung. Als Angebotsattribute wurden neben der Reisezeit und der Reisekosten auch die Bedienung- und Umsteigehäufigkeit im Schienenverkehr

berücksichtigt. Um die belastungsabhängigen Reisezeiten korrekt zu berechnen und den Vergleich mit den erhobenen Querschnittsbelastungen durchzuführen, wurden die Streckenbelastungen, die sich aus den im Anwendungsbeispiel nicht berücksichtigten Zonen ergaben, als Vorbelastungen definiert um damit eine realitätsentsprechende Auslastung der Leistungsfähigkeit darzustellen.

Um die Modellparameter für die Nutzenfunktion zu kalibrieren, müssen die beobachteten Entscheidungen über den Routenanteilen vorgegeben werden. Für die ÖV-Alternativen (drei Routen) wurde die Nachfrageverteilung aus den von den SBB durchgeführten Quell-Ziel-Befragungen (vollständige Quell-Ziel-Erhebungen auf dem gesamten SBB-Netz) abgeleitet. Bei dieser Befragung werden die erhobenen Fahrten auch mit den zugehörigen Zugnummern beschrieben. Aus der Anzahl der Fahrten und dem Linienweg war es möglich für die betrachtete Quell-Ziel-Beziehungen die Nachfrageaufteilung auf die Routen zu berechnen. Bei den MIV-Alternativen wurden die Anteile nur mit Hilfe der Querschnittszählungen und der bestehenden Erfahrungen (Beobachtungen) geschätzt.

Im vorliegenden Beispiel wurden die Personenfahrten nach Fahrtzwecken nicht differenziert. In dem Fall, dass die Quell-Ziel-Matrix nach Fahrtzwecken differenziert werden soll, ist jeder Fahrtzweck als eigene Matrix zu betrachten. Da die Modellparameter für die Nutzenfunktion nach Fahrtzwecken sehr unterschiedlich sind (siehe Vrtic und Axhausen, 2002, Vrtic et al. 2003, Vrtic und Axhausen, 2003), sollte das hier dargestellte Kalibrationsverfahren für jede Fahrtzweckmatrix getrennt durchgeführt werden. Dafür sind die Routenbelastungen je Fahrtzweck zu ermitteln. Die Nachfrageaufteilung ist mit gleicher Streckenreisezeit für alle Fahrtzwecke zu berechnen (ähnlich wie bei der Multigleichgewicht Umlegung). Da die Verkehrsnachfrage in Personenfahrten dargestellt wird, ist die Reisezeit bzw. die Auslastung der Leistungsfähigkeit (im Strassennetz) unter Berücksichtigung des Besetzungsgrades zu berechnen.

Im Folgenden werden die Ergebnisse durch die Anwendung des hier entwickelten Verfahrens mit Nested-C-Logit-Aufteilung dargestellt.

Ergebnisse unter Anwendung des Nested-C-Logit

Die Nutzenfunktion für MIV- bzw. ÖV-Alternativen wurde wie folgt formuliert

$$V_{i,j-\ddot{o}v} = \beta_t \cdot \text{Zeit} + \beta_p \cdot \text{Preis} + \beta_u \cdot \text{Umsteigezahl} + \beta_i \cdot \text{Intervall} \quad (6-28)$$

$$V_{i,j-miv} = \text{Konstante} + \beta_t \cdot \text{Zeit} + \beta_p \cdot \text{Preis}. \quad (6-29)$$

Für die Berechnung der Nutzen für die Nachfrageverteilung wurden in einem ersten Schritt die in Tabelle 25 dargestellten Anfangsparameter verwendet. Das endgültige (äussere) Gleichgewicht wurde nach elf Kalibrationsschritten erreicht (Tabelle 25).

Tabelle 25 Anfangs- und endgültige Modellparameter

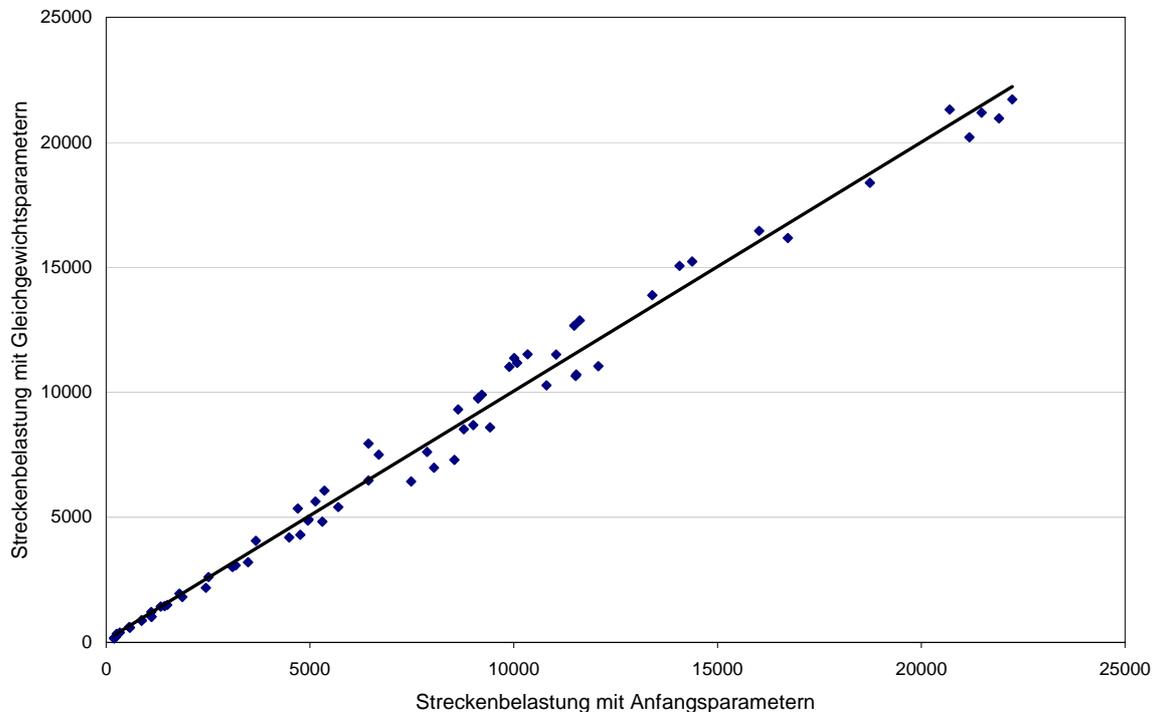
	Konstante	Skalierungsparameter	Zeit	Preis	Umsteige-häufigkeit	Intervall	α für gemein. Factor
Anfangsparameter	0.000	0.500	-1.000	-0.200	-0.500	-0.500	0.500
Gleichgewichtsparameter	0.029	0.177	-0.367	-0.030	-0.257	-0.370	0.191

N-Beobachtungen = 660
Log-likelihood Function = -114

Bei allen betrachteten Variablen wurden die Modellparameter mit richtigen Vorzeichen ermittelt. Die durch die Kalibration der Modellparameter erfolgten Veränderungen der Streckenbelastungen sind in Abbildung 41 dargestellt. Diese Abbildung zeigt den Vergleich der ermittelten Streckenbelastungen mit den Anfangsparametern und endgültigen Gleichgewichtsparametern. Daraus ist zu sehen, wie sich die Streckenbelastungen durch die Suche nach dem gesamten Gleichgewichtszustand verändert haben. Es ist zu erwarten, dass bei höheren Netzbelastungen und unplausibleren Anfangsparametern diese Differenzen grösser sind.

Die geschätzten Parameter zeigen, dass die Reisezeit die wichtigste Entscheidungsvariable ist. Der niedrigste Parameter wurde bei der Preisvariablen geschätzt. Der daraus berechnete Zeitwert für die Reisezeit beträgt 12 CHF pro Stunde. Im Vergleich zu den Ergebnissen aus den Stated-Preference Befragungen für die gesamte Schweiz (27 CHF/h für MIV und 18 CHF/h für ÖV) ist dieser Zeitwert niedriger. Dieser Unterschied ist vor allem auf das deutlich kleinere Untersuchungsgebiet (kürzere Reisedistanz) und auf die bestehenden Zeit- und Preisdifferenzen zwischen den Alternativen (sehr kleine Preisdifferenzen), als auch auf unterschiedliche Modellansätze zurückzuführen.

Abbildung 41 Streckenbelastungen mit Anfangs- und Gleichgewichtsparametern



Die daraus berechneten Netzbelastungen im Schienen- und Strassenverkehr sind in Abbildung 43 dargestellt. Die Plausibilität der berechneten Modellergebnisse lässt sich weiter, vor allem anhand von erhobenen Daten im Schienenpersonenverkehr, prüfen. Dafür wurden sowohl die Querschnittszählungen als auch die Quell-Ziel-Matrix verwendet. Die Erhebungsdaten sind für das gesamte SBB-Netz vorhanden. Im Strassenverkehr stehen die automatischen und manuellen Querschnittszählungen zur Verfügung. Die manuellen (Schweizerische Strassenverkehrszählung) Querschnittszählungen aus der Jahr 2000, wurden auf das Jahr 1999 korrigiert. Da das nationale Strassen- und Schienenverkehrsmodell auf die Querschnittszählungen kalibriert wurde, wird auch ein Vergleich mit den nationalen Modellen dargestellt.

Ein Vergleich, der, unter Anwendung der aus dem Nested-C-Logit Modell ermittelten Streckenbelastungen, und den Querschnittszählungen ist in der Abbildungen 42 und 44 dargestellt. Daraus ist zu sehen, dass die Differenzen in den Streckenbelastungen sehr klein sind. Bei 80% der Strecken sind die Abweichungen unter 10% und bei 90% der Strecken unter 20%. Bei diesem Vergleich soll berücksichtigt werden, dass mit dem Nested-C-Logit

nur ein Teil der erhobenen Querschnittsbelastungen (im Durchschnitt ca. 40%) modelliert wurde. Die verbleibenden Streckenbelastungen (aus den nicht berücksichtigten Zonen) wurden als Vorbelastung definiert.

Abbildung 42 Differenz in den Streckenbelastungen: Nested-C-Logit und Querschnittszählungen

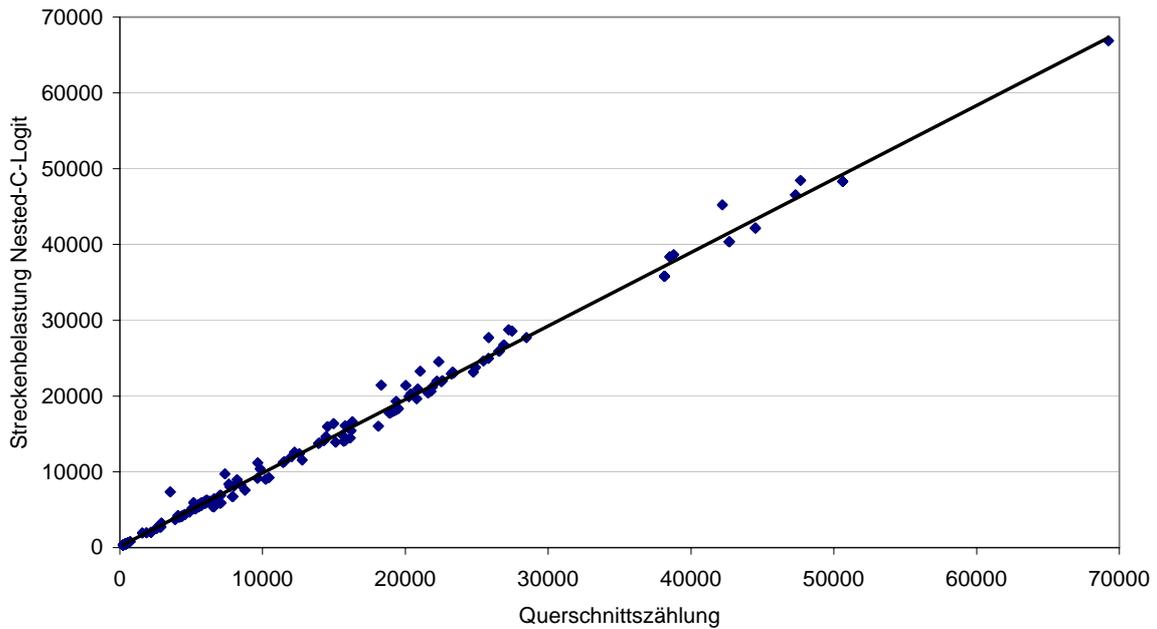


Abbildung 43 Netzbelastungen mit Anwendung des simultanen Routen- und Verkehrsmittelwahl Modells (Nested-C-Logit Ansatz)

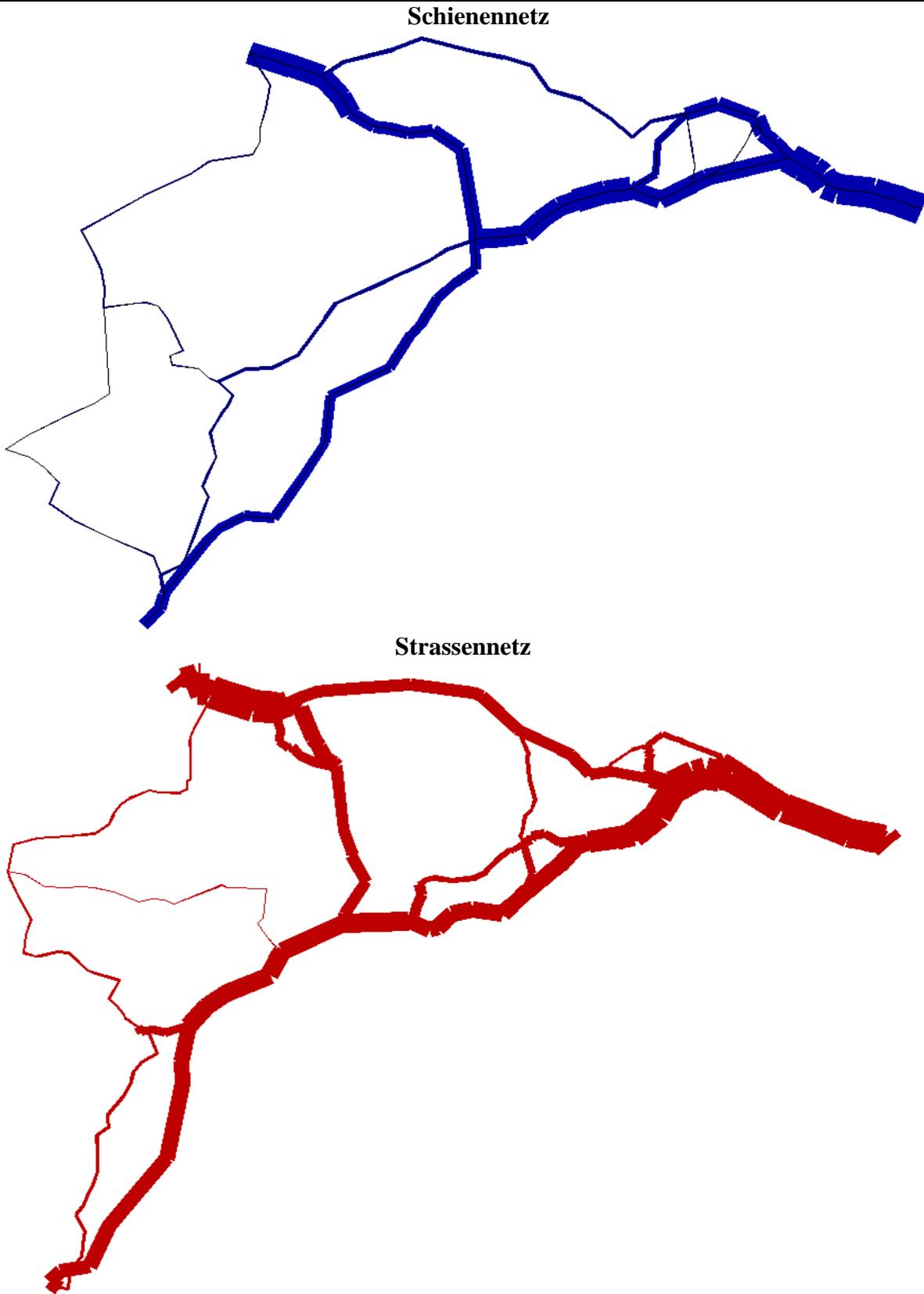
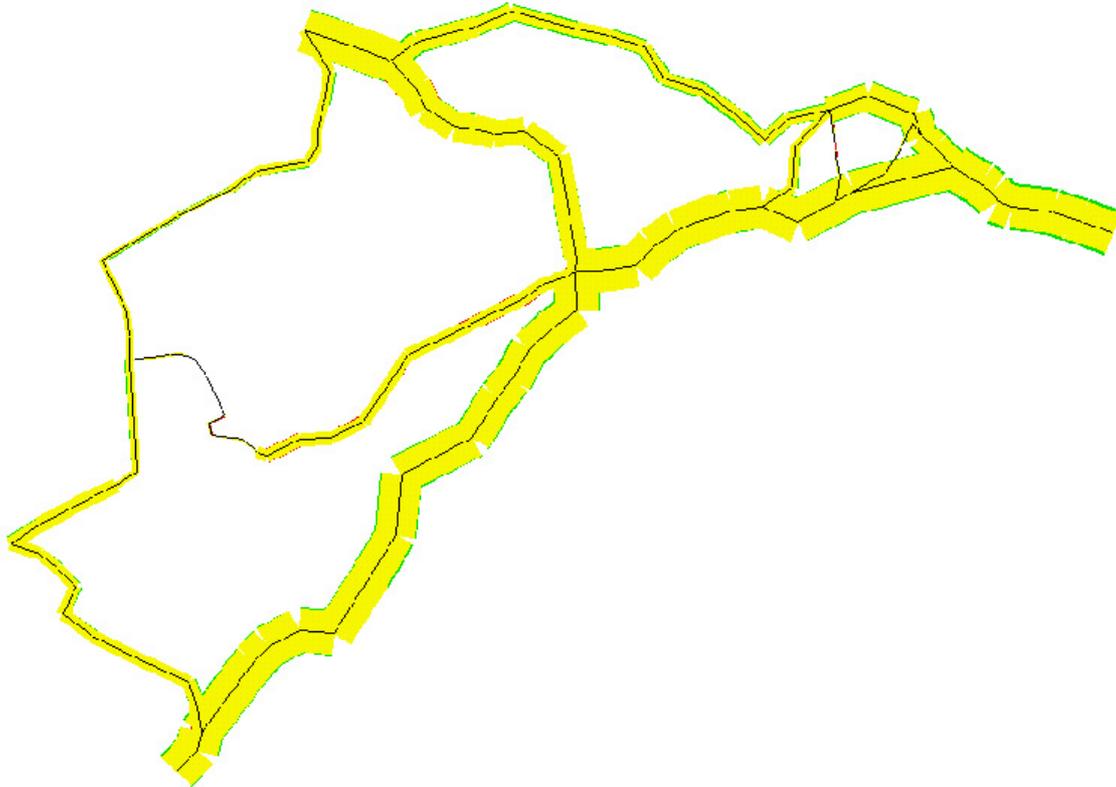
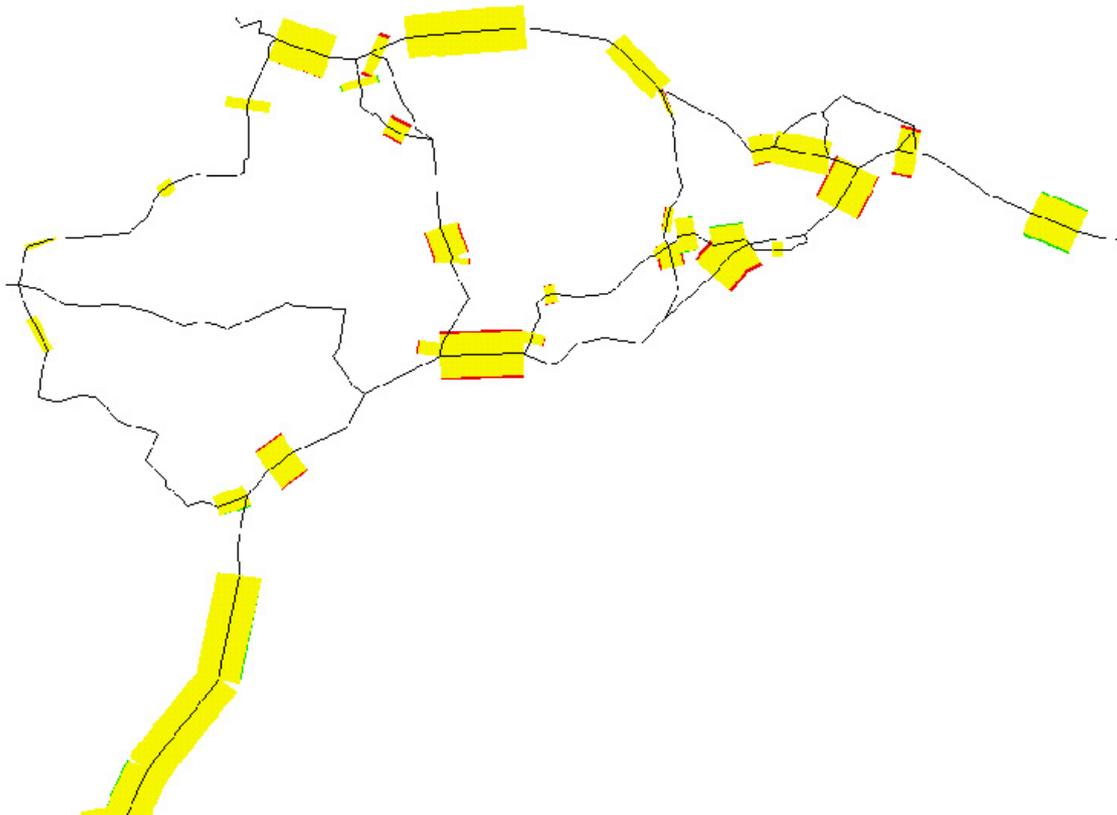


Abbildung 44 Differenz in den Netzbelastungen : Nested-C-Logit / Querschnittszählungen (gelb – Grundbelastung bzw. keine Differenz, rot : mehr, grün : weniger)

Schienennetz



Strassennetz



In einem weiteren Schritt wurden die unter Anwendung von Nested-C-Logit ermittelten Streckenbelastungen mit der in VISUM umgelegten Strassen- und Schienenverkehrsmatrix verglichen. Dafür wurde eine Umlegung der Strassen- und Schienenmatrix für die hier betrachtete Zonierung in den nationalen Modellen durchgeführt. Verwendet wurde ein deterministisches Nutzergleichgewicht, respektive ein fahrplanfeines Umlegungsverfahren. Der Vergleich der Ergebnisse ist in den Abbildungen 45 und 46 dargestellt.

Die Abbildungen 45 und 46 zeigen eine sehr gute Übereinstimmung der Ergebnisse aus dem Nested-C-Logit Modell mit den Streckenbelastungen aus den nationalen Modellen. Die mit dem Nested-C-Logit Modell ermittelten Streckenbelastungen zeigen, dass bei ca. 60% der Strecken die Differenz gegenüber den nationalen Modellen unter 30% liegt. Bei 8% der Strecken waren die Abweichungen über 90% (maximal 130%). Diese Differenzen sind vor allem auf die Unterschiede zwischen dem stochastischen und dem deterministischen Verfahren zurückzuführen. Die mit dem deterministischen Verfahren wiederholte Bestwagsuche führte dazu, dass parallele Strassen entlang der Autobahnabschnitte (als zweitbeste MIV-Route) trotz starker Autobahnüberbelastungen nicht benutzt werden.

Damit werden die gezählten Querschnittsbelastungen auf „parallelen Strassen“ im nationalen Strassenmodell vor allem durch den überschätzten Anteil der kürzeren bzw. lokalen Fahrten erreicht, was im vorliegenden Fall nicht der Realität entspricht (siehe z.B. Strassenabschnitt Zürich-Baden). Damit kann man davon ausgehen, dass mit dem hier verwendeten stochastischen Nutzergleichgewicht eine „realitätsnähere“ Nachfrageverteilung im Strassenverkehr erreicht wird als mit dem deterministischen Gleichgewichtsverfahren.

Ein weiterer Plausibilitätstest kann am Beispiel der Strecke Bern-Solothurn gezeigt werden. Der grösste Teil der Verkehrsnachfrage im Schienenverkehr auf dieser Strecke, wird von der regionalen Bahngesellschaft RBS befördert. Wegen fehlender Daten wurde dieser Teil der Verkehrsnachfrage im nationalen Bahnmodell nicht berücksichtigt und nur mit den Daten der SBB kalibriert. Obwohl der dadurch insgesamt kleineren Anzahl an Fahrten (durch fehlende Bahnfahrten) wurde mit der Anwendung des hier entwickelten Modells auf dieser Strecke eine deutlich höhere Verkehrsnachfrage auf die Bahnalternative verteilt, als im nationalen Schienenmodell vorhanden ist (siehe Tabelle 27 und Abbildung 46).

Abbildung 45 Differenz in den Streckenbelastungen: Nested-C-Logit / Nationale Modelle

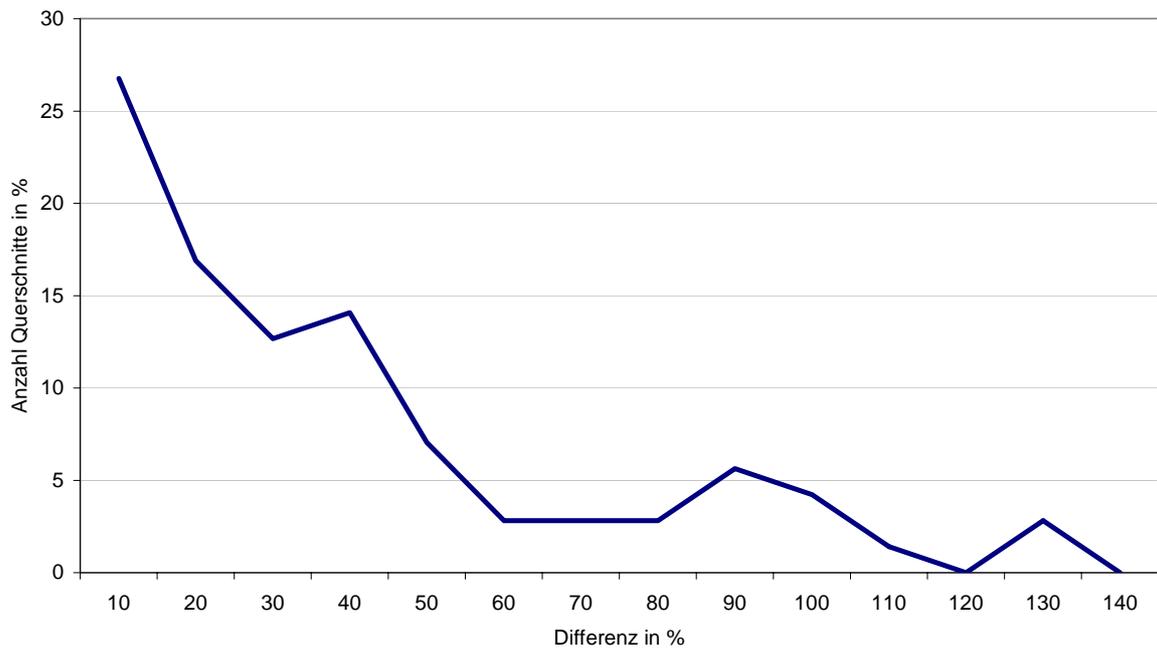
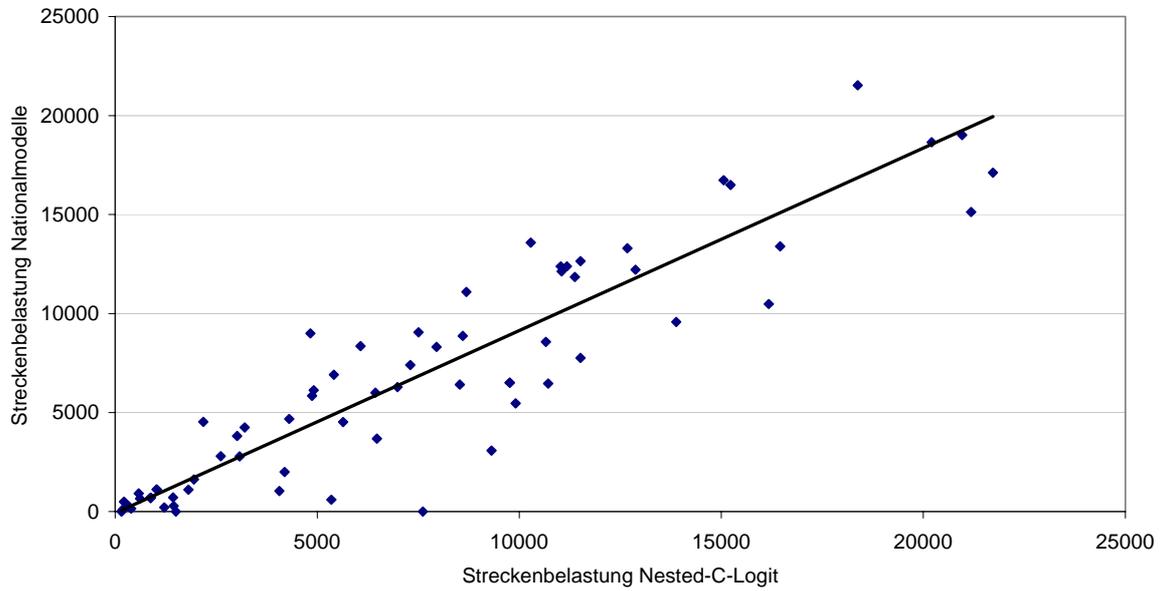
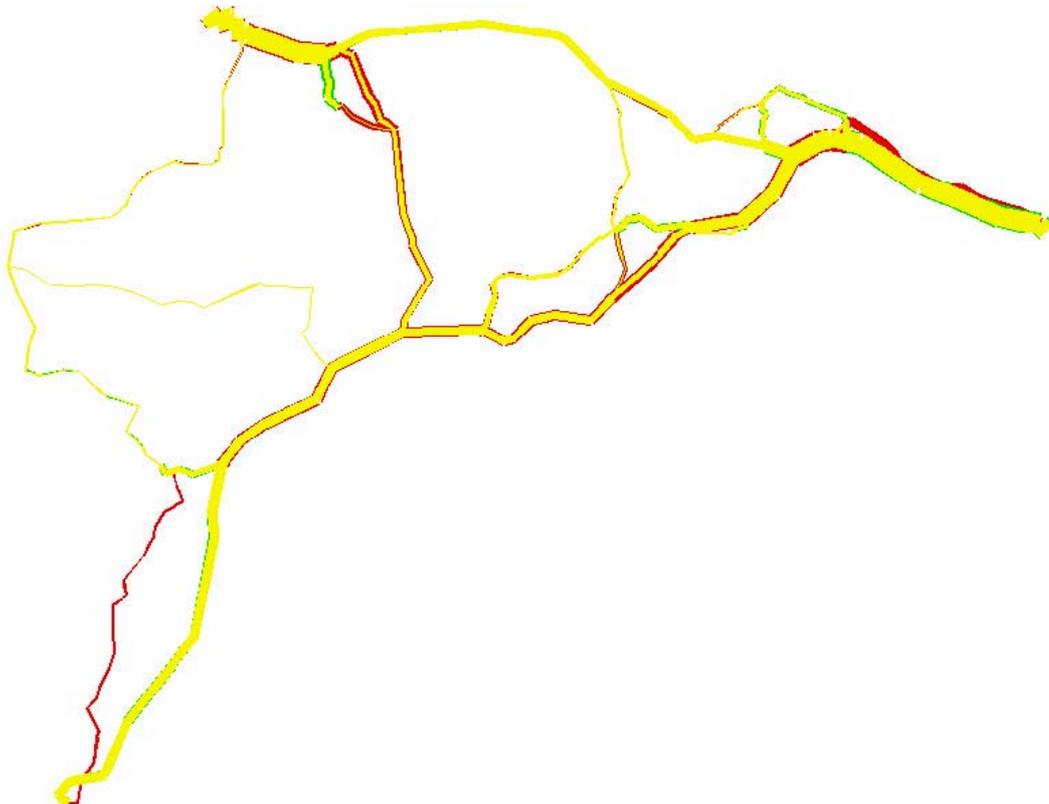


Abbildung 46 Differenz in den Netzbelastungen : Nested-C-Logit / Nationale Modelle (gelb – Grundbelastung bzw. keine Differenz, rot : mehr, grün : weniger)

Schienennetz



Strassennetz



Mit dem hier entwickelten Verfahren wurde aus einer Gesamt-Matrix (Strassen- und Bahnfahrten zusammen) die Routen- und Verkehrsmittelwahl in einem Schritt berechnet (es wurden keine Zielwahlveränderungen berechnet d.h. die Randsumme der gesamten Matrix wird nicht verändert). Um einen weiteren Plausibilitätstest durchzuführen, wurden die Routenbelastungen auf den MIV- und ÖV-Alternativen summiert um die Verkehrsmittelwahl-Verhältnisse zu analysieren. Die durch das simultane Routen- und Verkehrsmittelwahl-Modell gegenüber dem nationalen Modell veränderten Modal-Split-Anteile sind in der Tabelle 26 dargestellt.

Tabelle 26 Berechnete Schienenverkehrsanteile (Nested-C-Logit-Modell) und Differenz gegenüber dem nationalen Modell [in %]

von / nach	Zürich	Baden	Brugg	Basel	Dele- mont	Solot- hurn	Bern	Olten	Liestal	Aarau	Lenz- burg	Total
Berechnete Schienenverkehrs-Anteile in % (Nested-C-Logit-Modell)												
Zürich	0	46	46	43	32	47	44	46	43	45	49	45
Baden	46	0	46	39	0	33	41	43	31	39	32	45
Brugg	46	46	0	39	40	35	43	44	34	46	37	45
Basel	43	39	39	0	42	34	40	52	43	36	35	42
Delemont	30	0	25	42	0	39	36	31	0	33	0	39
Solothurn	47	35	37	34	39	0	43	47	36	41	41	43
Bern	44	41	43	40	36	43	0	48	39	43	41	43
Olten	46	43	44	52	30	47	48	0	51	46	46	48
Liestal	43	36	34	43	0	36	39	51	0	44	43	43
Aarau	45	39	46	36	33	40	43	46	44	0	46	44
Lenzburg	49	32	37	36	0	39	42	46	43	47	0	45
Total	45	45	45	42	39	43	43	48	43	44	44	44
Veränderung der Schienenverkehrs-Anteile gegenüber dem nationalen Modell in %												
Zürich	0	0	-9	-9	7	-2	-22	-25	-23	-18	2	-9
Baden	0	0	20	-29	0	-23	-3	-26	-15	-8	22	4
Brugg	-9	20	0	-16	20	-26	20	19	20	6	21	8
Basel	-10	-30	-17	0	1	8	-28	-7	6	-15	-27	-5
Delemont	4	0	0	2	0	38	5	24	0	0	0	15
Solothurn	-2	-26	-27	8	38	0	41	4	-11	-23	-8	18
Bern	-22	-3	20	-28	5	41	0	-16	-8	10	17	-7
Olten	-24	-26	19	-7	24	4	-16	0	-1	20	31	1
Liestal	-23	-14	20	6	0	-11	-8	-1	0	-9	-11	4
Aarau	-18	-8	6	-15	0	-25	10	20	-9	0	17	1
Lenzburg	2	22	21	-26	0	-8	17	31	-11	17	0	10
Total	-9	4	8	-5	15	18	-7	1	4	1	10	-1

Im Vergleich mit dem nationalen Modell hat sich der Anteil des Schienenverkehrs am höchsten bei den Beziehungen von bzw. nach Solothurn und Delemont erhöht. Dieser wird, wie oben erwähnt, vor allem durch die Vernachlässigung der Verkehrsnachfrage von privaten Bahnunternehmen beim nationalen Bahnmodell verursacht. Eine ähnliche Situation findet sich auch beim Dreieck Lenzburg-Baden-Brugg. Andererseits kann aus der Analyse der Tabelle 24 geschlossen werden, dass in der nationalen Strassenmatrix durch die fehlende Datengrundlage für die Kalibrierung der Gravitationskonstante, die Anzahl der Fahrten im Regional- und Fernverkehr unterbewertet ist (wie Zürich-Bern, Zürich-Olten, Zürich-Liestal usw.). Dadurch ist bei einigen Quell-Ziel-Beziehungen (mit >50% Schienenanteil) in den nationalen Modellen der Anteil des Schienenverkehrs überbewertet (Tabelle 24).

Damit sind die Veränderungen der Bahnanteile (bei diesen Beziehungen), welche mit den hier entwickelten Verfahren ermittelt wurden, plausibel. Es ist zu erwarten, dass bei diesen Beziehungen durch unterbewertete Strassenfahrten die gesamte Anzahl der Fahrten (Bahn- und Strassenmatrix) erhöht werden soll. Insgesamt ist mit dem hier verwendeten Modell der Anteil des Schienenverkehrs gegenüber den nationalen Modellen um 1 % niedriger.

Mit der Anwendung der C-Logit und Nested-Logit Modellen wurden ähnliche Ergebnisse (Abbildung 47 und 48) ermittelt. Die Unterschiede in den Streckenbelastungen (bis zu 5%) sind vor allem auf eine unterschiedliche Nachfrageverteilung bei sehr ähnlichen Routen (parallelen Route) zurück zu führen. Dies wird durch Vernachlässigung des Gemeinsamkeitsfaktors beim Nested-Logit und der Skalierungsparameter beim C-Logit verursacht.

Abbildung 47 Differenz in Streckenbelastungen zwischen Nested-C-Logit und Nested-Logit

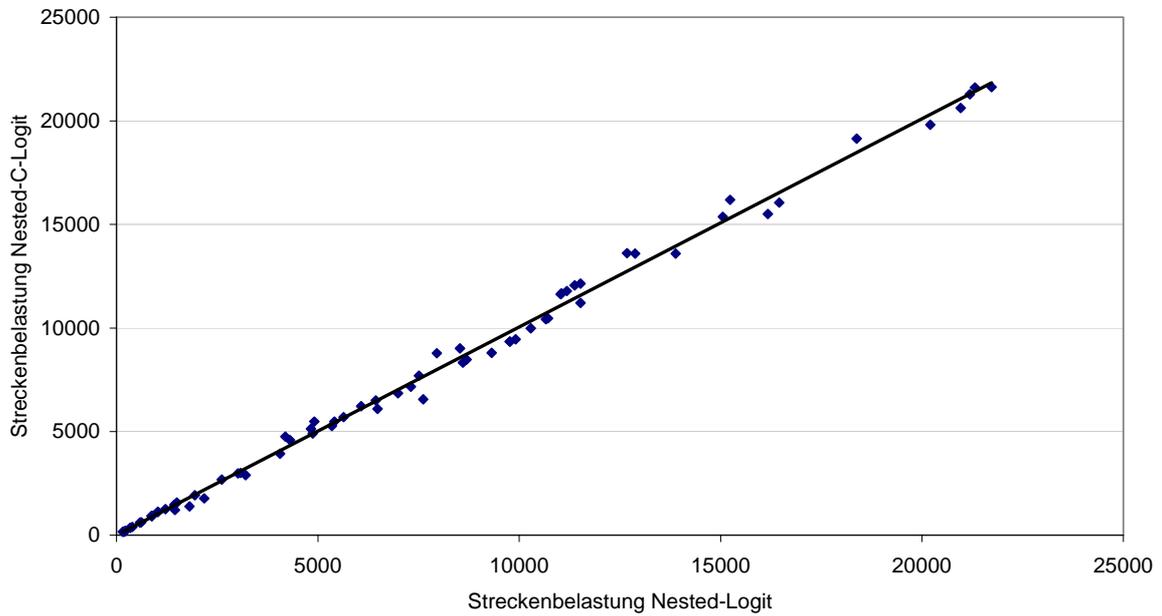
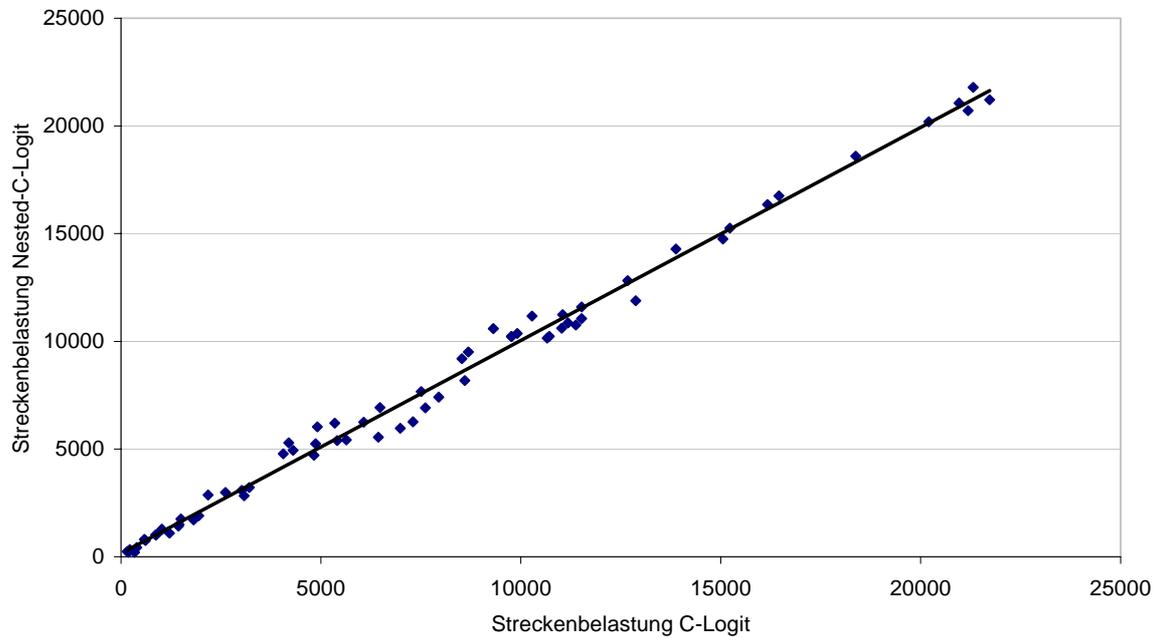


Abbildung 48 Differenz in Streckenbelastungen zwischen Nested-C-Logit und C-Logit



7 Zusammenfassung und Ausblick

Das Ziel dieser Untersuchung war, ein konsistentes und verfeinertes Verfahren zu entwickeln, mit dem die Routen- und Verkehrsmittelwahl simultan bzw. in einem Schritt als eine Entscheidung berechnet werden kann.

Bei verkehrspolitischen und infrastrukturellen Massnahmen folgen als wesentliche Nachfrageveränderungen vor allem Routen- und Verkehrsmittelwahleffekte. Mit der Anwendung der sequentiellen Routen- und Verkehrsmittelwahlmodelle, ist bei solchen Massnahmen aus verschiedenen Gründen eine konsistente und gesamthafte Gleichgewichtslösung nicht möglich:

- Obwohl die Nachfrageaufteilung sehr oft mit ähnlichen oder gleichen Ansätzen berechnet wird, werden im Routen- und Verkehrsmittelwahlmodell sowohl unterschiedliche Nutzenfunktionen als auch unterschiedliche Modellparameter angewendet (damit wird z.B. die Reisezeit im Verkehrsmittelwahlmodell anders bewertet als im Routenwahlmodell).
- Für das Verkehrsmittelwahlmodell werden die Angebotsvariablen aus dem Umlegungsmodell abgeleitet. Obwohl im Umlegungsmodell die Verkehrsnachfrage auf mehrere Routen verteilt wird, kann für die Verkehrsmittelwahl je Quell-Ziel-Beziehung und Verkehrsmittel nur ein (aus mehreren Routen) gewichteter Variablenwert übernommen werden.
- Da die aus dem Umlegungsmodell berechneten Angebotsvariablen die Eingangsgrösse für die Verkehrsmittelwahlberechnungen darstellen und durch veränderte Verkehrsmittelwahlanteile danach auch eine neue Routenwahl entsteht, sind bei sequentiellen Modellen für einen Gleichgewichtszustand die Rückkoppelungsschritte nötig. Solche Rückkoppelungsschritte führen i.d.R. zu sehr komplexen Modellstrukturen und bieten wegen den unterschiedlichen Nutzenfunktionen bzw. Modellparametern beim Routen- und Verkehrsmittelwahlmodell keine konsistente- bzw. keine Gesamtgleichgewichtslösung.

Um die erwähnten Nachteile von sequentiellen Routen- und Verkehrsmittelwahlmodellen zu beseitigen, wurde hier ein Verfahren entwickelt, mit dem diese zwei Modellschritte konsistent zu lösen und in einen Gleichgewichtszustand zu bringen sind. Bei diesem Ansatz wird unterstellt, dass der Verkehrsteilnehmer in seinen Entscheidungen mehrere Entscheidungsstufen gleichzeitig betrachtet und dementsprechend auch in einem Schritt entscheidet. Er wählt also in nur einem Schritt eine Alternative aus der Menge aller möglichen Verkehrsmittel-Routen-Kombinationen.

Neben dem Gleichgewicht bei der Verteilung der Verkehrsnachfrage auf die Alternativen, war die konsistente Schätzung der Modellparameter für die Bewertung von Einflussfaktoren bei den Entscheidungen hier eine weitere wichtige Anforderung. Die Nutzenfunktion beinhaltet sowohl routen- als auch verkehrsmittelspezifische Einflussfaktoren. Das Modell ist in der

Lage, ein realitätsentsprechendes Verhalten der Verkehrsteilnehmer, sowohl bei schwach, als auch bei stark belasteten Strassennetzen, zu beschreiben. Die unterschiedliche Wahrnehmung der Reisekosten der Verkehrsteilnehmer und die Netzüberbelastungen werden durch ein stochastisches Nutzergleichgewicht abgebildet. Mit solchen Modellen können dann unterschiedliche Planvarianten analysiert und bewertet werden.

Da die Entscheidungen bezüglich der Verkehrsmittelwahl von den ermittelten Widerständen (Nutzen) im Verkehrsnetz (Routenwahl) abhängig sind, ist eine Integration dieser zwei Modellschritte möglich und sinnvoll. Für eine solche Integration der verschiedenen Aspekten der Verkehrsnachfrage sind diskrete Entscheidungsmodelle besonders geeignet. Diese Modelle, welche das Entscheidungsverhalten des Verkehrsteilnehmers auf der Grundlage der Nutzenmaximierungsannahme modellieren, bieten bezüglich den Widerstandsempfindlichkeiten mehr Flexibilität und lassen sich mittels statistischer Methoden besser an Messungen des Nachfrageverhaltens der Verkehrsteilnehmer anpassen (Ben-Akiva und Lerman 1985).

Aus diesem Grund wurde in dieser Untersuchung durch die Anwendung von Logit-basierten-Modellen ein konsistentes, verfeinertes und simultanes Routen- und Verkehrsmittelwahl-Modell entwickelt. Das Verfahren umfasst zwei Schritte:

- Stochastisches Nutzergleichgewicht für simultane Nachfrageaufteilung (Routen- und Verkehrsmittelwahl)
- Simultane Nachfrageaufteilung mit Kalibration der Modellparameter

Im ersten Schritt wurde für die Nachfrageaufteilung ein stochastisches Nutzergleichgewichts-Verfahren als simultanes Routen- und Verkehrsmittelwahlmodell entwickelt. In einem weiteren Schritt wurde dieses Verfahren mit einer Kalibration der Modellparameter für die Nutzenfunktion erweitert. Damit wird ein zweifacher Gleichgewichtszustand gesucht:

- ein inneres Gleichgewicht bei der Nachfrageaufteilung zwischen den Alternativen
- ein äusseres Gleichgewicht zwischen Nachfrageaufteilung bzw. Eingangsvariablen für die Nutzenfunktion (Angebotsvariable wie Reisezeit, Preis, Umsteigezahl, Intervall, Umsteigezeit usw.) und den kalibrierten Modellparametern

Für die Nachfrageaufteilung zwischen den Alternativen (hier alle MIV- und ÖV-Routen) wurden beim stochastischen Nutzergleichgewicht mehrere Entscheidungsansätze verwendet und analysiert:

- Nested-Logit (NL)
- Cross-Nested-Logit (CNL)
- C-Logit (CL)
- Path Size Logit (PS-Logit)
- Nested-C-Logit (NCL).

Um die Möglichkeiten und Grenzen der hier verwendeten Ansätze zu verifizieren, wurde das entwickelte Verfahren für die Nachfrageaufteilung an zwei einfachen Netzbeispielen (mit unterschiedlichen Korrelationsmöglichkeiten) angewendet. Die mit unterschiedlichen Variationen der Modellparameter und Netzbelastungen ermittelten Ergebnisse werden einander gegenübergestellt und analysiert. Zusätzlich wurde für die Korrelationsanalyse auch der Vergleich mit der Anwendung des Probit-Modells dargestellt. Aus dieser Analyse hat sich gezeigt, dass das klassische multinomiale Logit oder Nested-Logit Modell wegen der fehlenden Berücksichtigung von Überlappungen zwischen Alternativen bzw. Routen (IIA-Eigenschaft) für die vorliegenden Fragestellungen nicht geeignet sind. Die Cross-Nested-Logit und C-Logit Modelle sind in der Lage Überlappungen von Routen bzw. Korrelationen zu berücksichtigen, bieten aber keine Möglichkeit, wie beim Nested-Logit, einer verkehrsmittelspezifischen Abbildung von Nestern (was für die Verkehrsmittelwahl wichtig ist).

Aus diesen Gründen wurde aus dem Nested-Logit Modell durch die Berücksichtigung von Routenüberlappungen und einem „Gemeinsamkeitsfaktor“ ein neuer Ansatz, das Nested-C-Logit Modell formuliert. Damit bietet dieser Ansatz sowohl die Möglichkeit für die Abbildung von verkehrsmittelspezifischen Nestern als auch von Routenüberlappungen und zeigte sich durch die oben erwähnten Analysen und Vergleiche als die beste Lösung für die hier betrachtete Fragestellung.

In einem weiteren Schritt wurde das Verfahren für die Nachfrageaufteilung durch die automatische Kalibration von Modellparametern erweitert. Die Modellparameter für die Nutzenfunktion sind bei der Nachfrageaufteilung die Eingangsgrösse. Nachdem ein Gleichgewichtszustand bei der Nachfrageaufteilung erreicht ist, werden mit den ermittelten Angebots- und Nachfragedaten die Modellparameter mit Hilfe des Maximum Likelihood Verfahrens neu kalibriert. Die so geschätzten Modellparameter bilden den Input für die neue (nächste) Nachfrageaufteilung. Das Verfahren (Nachfrageaufteilung und Kalibration der Modellparameter) wird wiederholt, bis die gewünschte Konvergenz erreicht ist. Damit wird hier ein inneres sowie ein äusseres Gleichgewicht gesucht.

Das gesamte Verfahren (inkl. Nachfrageaufteilung und Kalibration der Modellparameter) wird zuerst an einem einfacheren Anwendungsbeispiel mit unterschiedlichen Modellansätzen und Nutzenfunktionen angewendet und analysiert. Abschliessend wird mit Anwendung des Nested-C-Logit Ansatzes ein reales Beispiel berechnet und geprüft. Betrachtet wird dabei ein Teil des schweizerischen Schienen- und Strassennetzes auf den Korridoren Zürich-Bern-Basel. Die hierbei ermittelten Ergebnisse werden mit den vorhandenen Erhebungsdaten und

nationalen Modellen verglichen. Es konnte an diesem Beispiel gezeigt werden, dass das entwickelte Verfahren in der Lage ist, ein realitätsentsprechendes Verhalten zu simulieren bzw. abzubilden. Überprüft wurden dabei sowohl die Querschnittsbelastungen im Strassen- und Schienennetz als auch die ermittelte Anzahl Fahrten bzw. Modal-Split-Anteile zwischen den einzelnen Quell-Ziel-Beziehungen.

Das entwickelte Verfahren ermöglicht es:

- die Nachfrageaufteilung mit einem konsistenten Gleichgewicht zwischen Verkehrsangebot und Verkehrsnachfrage zu berechnen. Dabei wird ein Gleichgewicht nicht nur innerhalb des Strassen- oder Schienennetzes, sondern zwischen allen verfügbaren Alternativen (unabhängig vom Verkehrsmittel) gesucht. Dies ist bei der Schätzung der Auswirkungen von Angebotsveränderungen auf die Verkehrsnachfrage und der Beurteilung von Planungsvarianten besonders wichtig.
- durch die iterative Kalibration der Modellparameter und die Nachfrageaufteilung ein konsistentes Gleichgewicht zwischen den geschätzten Modellparametern für die Nutzenfunktion und der Nachfrageaufteilung auf die vorhandenen Alternativen (Routen) zu berechnen.
- mit einem stochastischen Nutzergleichgewicht die unterschiedliche Wahrnehmung der Nutzen bzw. der generalisierten Kosten der Verkehrsteilnehmer bei der Nachfrageaufteilung zu berücksichtigen. Dieser Ansatz ist wegen der unterschiedlichen Zahlungsbereitschaft der Verkehrsteilnehmer vor allem für die Beurteilung von Planungsvarianten mit veränderten Reisekosten (z.B. Mauten) besonders geeignet.
- die Auswirkungen von Angebotsveränderungen auf die Verkehrsmittelwahl und Routenwahl durch simultane Modellierung der Entscheidungen konsistent und ohne Rückkoppelschritte zu berechnen.

Weiterhin zeigt diese Untersuchung auch

- die Möglichkeiten und Grenzen der vorhandenen Entscheidungsmodelle,
- die Entwicklung und Anwendung eines neuen Modellansatzes (Nested-C-Logit),
- ein Verfahren für die Modellierung des stochastischen Nutzergleichgewichtes.

Durch neue Forschungsarbeiten wäre zu untersuchen, ob das Verfahren methodisch noch weiterentwickelt werden kann. Hier wäre vor allem zu überprüfen, ob die Erweiterung mit einem Zielwahlmodell, d.h. mit einem simultanen Routen-,Verkehrsmittel- und Zielwahlmodell, möglich und sinnvoll wäre. Für die praktische Anwendung auf beliebig grosse Netze, sollte das hier geschriebene Programm in eine standardisierte Programmiersprache (Java oder C++) umgewandelt werden und mit einem Verfahren für die Generierung des Routensatzes erweitert werden. Ausserdem wäre eine Eichung des Modells auf die Querschnittszählungen und eine modellmässige Berechnung von Routenanteilen bei der Kalibration der Modellparameter für die praktische Anwendung sinnvoll.

8 Literatur

- Axhausen, K.W. (1999) Kunde oder Bürger: das Dilemma der Verkehrsteilnehmer, Antrittsvorlesung an der ETH Zürich, 2. Dezember 1999, *Arbeitsbericht Verkehrs- und Raumplanung*, **20**, IVT, ETH Zürich.
- Abdel-Aal, M.M., (1999) Combined Travel Forecasting Model with Detailed Modal Access Considerations, Dissertation, University of Illinois at Urbana-Champaign, Illinois.
- Abrahamsson, T. und L. Lundqvist (1999) Formulation and estimation of combined network equilibrium models with application to Stockholm, *Transportation Science*, **33** (1) 80-100.
- Beckmann, M., C.B. McGuire und C. Winsten (1956) *Studies in the Economics of Transportation*, Yale University Press, New Haven.
- Benshoof, J.A. (1970) Characteristics of drivers route selection behavior, *Traffic Engineering and Control*, **11** (12) 604-606.
- Bekhor, S. (1999) Integration of Behavioral Transportation Planning Models with the Traffic Assignment Problem, Dissertation, Technion - Israel Institute of Technology, Haifa.
- Bekhor, S., und J. Prashker (2000) Some observations on stochastic user equilibrium and system optimum of traffic assignment, *Transportation Research B*, **34** (4) 277-291.
- Bekhor, S. und J. Prashker (2001) A stochastic user equilibrium formulation for the generalised nested logit model, *Transportation Research Record*, **1752**, 84-90.
- Bekhor, S., Ben-Akiva M.E. und M.S. Ramming (2001) Adaption of logit kernel to route choice situation, *81th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington, Januar 2001.
- Bobinger, R. (2000) Modellierung der Verkehrsnachfrage bei preispolitischen Massnahmen, Dissertation, TU München, München.
- Ben-Akiva, M.E., M.J. Bergman, A.J. Daly und R. Ramaswamy (1984) Modelling inter urban route choice behaviour, in J. Volmuller und R. Hamerslag (Hrsg.), *Proceedings of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 299-330, VNU Press, Utrecht.
- Ben-Akiva, M.E. und S.R. Lerman (1985) *Discrete Choice Analysis*, MIT Press, Cambridge.
- Ben-Akiva, M.E. und M. Bierlaire (1999) Discrete choice methods and their applications to short-term travel decisions, in R. Hall (Hrsg.) *Handbook of Transportation Science*, 5-34, Kluwer, Dordrecht.
- Ben-Akiva, M.E. und B. Boccara (1995) Discrete choice models with latent choice sets, *International Journal of Research in Marketing*, **12**, 9-24.
- Bovy, P.H.L. und E. Stern (1990) *Route Choice: Wayfinding in Transport Network*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Bovy, P.H.L. und N.J. van der Zijpp (2000) *Transportation Modelling*, Vorlesungsunterlagen, TU Delft, Delft.

- Burrell, J.E. (1968) Multiple road assignment and its application to capacity restraint, Proceedings of the 4th International Symposium on the Theory of Traffic Flow, Karlsruhe, 210-219.
- Catalano, S., C. Lindveld und K. Carlier (2001) A hypernetwork approach toward multimodal transportation analysis, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Transportation and Traffic Engineering Section, TU Delft, Delft.
- Cascetta, E. (2001) *Transportation Systems Engineering: Theory and Methods*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Cascetta, E. und A. Papola (2001) A joint mode-run choice model to simulate the influence of the timetable for regional transport services, *80th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington, D.C., Januar 2001.
- Cascetta, E., A. Nuzzola, F. Russo und A. Vitetta (1996) A modified logit route choice model overcoming path overlapping problems: Specification and some calibration results for interurban networks, in J.B.Lesort (Hrsg.) *Proceedings of the International Symposium on Transportation and Traffic Theory*, 697-711, Lyon.
- Cascetta, E., A. Papola, F. Russo und A. Vitetta (1998) Implicit availability/perception logit models for route choice in transportation networks, 9th WCTR, Antwerpen.
- Carrasco, J.A. und J.D. Ortuzar (2001) A review and assessment of the nested logit model, *80th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington, D.C., Januar 2001.
- Cerwenka, P. und G. Hauger (1996) Neuverkehr – Realität oder Phantom, *Zeitschrift für Verkehrswissenschaft*, **67** (4) 286-326.
- Clark, C.E. (1961) The greatest of a finite set of random variables, *Operations Research*, **9** (2) 145-162.
- Daganzo, C.F. und Y. Sheffi (1977) On stochastic models of traffic assignment, *Transportation Science*, **11** (3) 253-274.
- Dafermos, S.C. (1971) An extended traffic assignment model with applications to two-way traffic, *Transportation Science*, **5** (4) 366-389.
- De La Barra, T., B. Perez und J. Anez (1993) Multidimensional path search and assignment, *Proceedings of the 21th PTRC Summer Meeting*, 307-319, PTRC, London.
- Evans, S.P. (1976) Derivation and analysis of some models for combining trip distribution and assignment, *Transportation Research*, **10** (1) 37-57.
- Fisk, C. (1980) Some developments in equilibrium traffic assignment, *Transportation Research*, **14B** (3) 243-255.
- Florian, M. und D. Hearn (1999) Network equilibrium and pricing, In R. Hall (Hrsg.) *Handbook of Transportation Science*, Kluwer Academic Publishers, Boston.
- Florian, M. und S. Nguyen (1978) A combined trip distribution modal split and trip assignment model, *Transportation Research*, **12** (4) 241-246.
- Frank, M. und P. Wolfe (1956) An algorithm for quadratic programming, *Naval Research Logistics Quarterly*, **3** (1-2) 95-110.

- Fusseis/Sigmaplan (1998) Grundlagenuntersuchung zu Bahn 2000, Bericht an die SBB und den Dienst GVF, Bern.
- Helms M. (2000) Bewertungsverfahren für Verkehrsmodelle mit induziertem Verkehr, Hrsg. Verlag für Wiss. und Forschung (VWF), Berlin.
- Hensher, D.A. und L.W. Johnson (1979) External structure of variables in individual choice models of travel demand, *International Journal of Transport Economics*, **6** (1) 51-61.
- Koppelman, F.S. und C-H. Wen (2000) The paired combinatorial logit model: Properties, estimation and application, *Transportation Research*, **34B** (2) 75-89.
- Koppelman, F.S. und Y. Sethi (2000) Closed form discrete choice models, in D.A.Hensher and K.J. Button (Hrsg.), *Handbook of Transport Modeling*, Pergamon Press, Oxford.
- Leurent, F.M. (1995) Contributions to the Logit Assignment Model, *Transportation Research Records* **1493**, 207-212.
- Maher, M.J. und P.C. Hughes (1998) New algorithms for the solution of the stochastic user equilibrium assignment problem with elastic demand, 8th WCTR, Antwerpen.
- Maher, M. (2001) Stochastic user equilibrium assignment with elastic demand, *Traffic Engineering & Control*, **42** (5) 163-167.
- Maher, M. (1992) SAM – A stochastic assignment model, in J.D.Griffiths (Hrsg.), *Mathematics in Transport Planning and Control*, 121-132, Oxford University Press.
- Maier, G. und P. Weiss (1990) *Modelle diskreter Entscheidungen*, Springer-Verlag, Wien.
- McFadden, D. (1978) Modeling the choice of residential location, in A. Karlqvist et al. (Hrsg.), *Spatial Interaction Theory and Residential Location*, 75-272, North Holland, Amsterdam.
- McFadden, D. (1981) Econometric models of probabilistic choice, in D. McFadden und C.Manski (Hrsg.), *Structural Analysis of Discrete Data*, 198-272, MIT Press, Cambridge.
- McFadden, D., W.Tye und K. Train (1977) An application of diagnostic test for the irrelevant alternatives property of the multinomial logit model, *Transportation Research Record*, **637**, 39-46.
- Patriksson, M. (1994) *The Traffic Assignment Problem: Models and Methods*, VSP, Utrecht.
- PTV AG (2002) Benutzerhandbuch VISUM (06.03.01) Version 7.5, Karlsruhe.
- Ramming, M.S. (2001) Network knowledge and route choice, Dissertation, Massachusetts Institute of Technology, Cambridge.
- Schnabel, W. und D. Lohse (1997) *Grundlage der Strassenverkehrstechnik und der Verkehrsplanung*, **II**, Verlag für Bauwesen, Berlin.
- Sheffi, Y. und W.B. Powell (1982) An algorithm for the equilibrium assignment problem with random links times, *Networks*, **12** (2) 191-207.
- Sheffi, Y. (1985) *Urban Transportation Networks: Equilibrium Analysis with Mathematical Programming Methods*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs.
- Schweizerischen Bundesbahnen (2001) Kontinuierliche Erhebung Personenverkehr (KEP), SBB, Bern.

- Stern, E. und D. Leiser (1988) Levels of spatial knowledge and urban travel modeling, *Geographical Analysis*, **20** (2) 140-155.
- Thust, M. (1999) Simultane Verkehrsmittelwahl, -verteilung und -umlegung mittels hierarchischer Logitmodelle unter Einhaltung von Strassenkapazitäten, Verlag für Wiss. und Forschung (VWF), Berlin.
- Urban, D. (1993) *Logit-Analyse: Statistische Verfahren zur Analyse von Modellen mit qualitativen Response-Variablen*, Gustav Fischer Verlag, Stuttgart.
- Von Falkenhausen, H. (1966) Traffic Assignment by a stochastic model, *Proceedings of the 4th Congress on Operational Research*, 415-421.
- Vovsha, P. (1997) The cross-nested logit model: Application to mode choice in the Tel-Aviv metropolitan area, *Transportation Research Records*, **1607**, 6-15.
- Vrtic M. und K.W. Axhausen (2002) Modelle der Verkehrsmittelwahl aus RP- und SP Datengrundlage, *Heureka '02*, 293-309, FGSV, Köln.
- Vrtic, M. und K.W. Axhausen (2003) The impact of tilting trains in Switzerland: A route choice model of regional- and long distance public transport trips, *83th Annual Meeting of the Transportation Research Board*, Washington, Januar 2003.
- Vrtic, M., K.W. Axhausen, F. Rossera und R. Maggi (2003) Verifizierung von Prognosemethoden im Personenverkehr, im Auftrag der SBB und dem Bundesamt für Raumentwicklung (ARE), IVT, ETH Zürich und USI Lugano, Zürich und Lugano.
- Wardrop, J. (1952) Some theoretical aspects of road traffic research, *Proceedings of the Institute of Civil Engineers*, Part II, 325-378, ICE, London
- Williams, H.C.W.L. (1976) Travel demand models, duality relations and user benefit analysis, *Journal of Regional Science*, **16**, 147-166.

Notation

U - Nutzen einer Alternative

i, j, i', j' - Alternativen

n - Person

x - Attribute

z_{in} - die Attribute der Alternative i für Person n

s_n - die sozioökonomischen Attribute der Person n

I - Wahlmenge

β - Modellparameter für die Nutzenfunktion

μ - Skalierungsparameter

V - Deterministische Nutzenkomponente

ε - stochastische Nutzenkomponente

r - Index für Quelle einer Verkehrsbeziehung

s - Index für Ziel einer Verkehrsbeziehung

P - Wahrscheinlichkeit

$Prob$ - Wahrscheinlichkeitsfunktion

f_i^{rs} - die Belastung der Route i zwischen Quelle r und Ziel s ist,

q^{rs} - die Verkehrsnachfrage zwischen r und s ist,

c_a - die Reisekosten der Strecke a

x_a - die Belastung auf der Strecke a

y_a - die erste Hilfsbelastung auf der Strecke a

w_a - die zweite Hilfsbelastung auf der Strecke a

λ - Schrittweitenparameter

S - Erwarteter Maximaler Nutzen

L - Streckenlänge

β - Parameter für die Nutzenfunktion bzw. Generalisierten Kosten

cf_i - Gemeinsamkeitsfaktor

α_{ji} - Einschlussparameter

Z - Zielfunktion

B_n - Multinomialkoeffizient bei der Schätzung der Modellparameter

$L(\beta)$ - Log-Likelihood-Funktion

$f(q)$ - Kostenfunktion

g_0, g_1 - Gradient für Berechnung der Schrittgröße

t_a - aktuelle Reisezeit

t_0 - Reisezeit bei freier Strecke

σ - Varianz

C_n - Satz aller möglichen Alternativen

