

TECHNISCHE  
UNIVERSITÄT  
DRESDEN

Fakultät  
Bauingenieurwesen

2. Dresdner Probabilistik-Symposium  
Sicherheit und Risiko im Bauwesen



Dresden, 12. November 2004



2. Dresdner Probabilistik-  
Symposium  
– Sicherheit und Risiko im  
Bauwesen –

Dresden, den 12. November 2004

Die Deutsche Bibliothek CIP Einheitsaufnahme  
Ein Titeldatensatz für diese Publikation ist bei der Deutschen Bibliothek erhältlich.  
ISBN-10: 3-00-019235-2  
ISBN-13: 978-3-00-019235-7

© Dirk Proske Verlag  
Dresden 2006  
Herausgeber: Dirk Proske  
2. Auflage  
Alle Rechte vorbehalten

Dieses Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, des Vortrags, der Funksendung, der Mikroverfilmung oder der Vervielfältigung auf anderen Wegen und der Speicherung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch nur bei auszugsweiser Verwertung, vorbehalten.

Die Wiedergabe von Warenbezeichnungen, Handelsnamen oder sonstigen Kennzeichnungen in diesem Buch berechtigt nicht zu der Annahme, daß diese von jedermann frei benutzt werden dürfen. Vielmehr kann es sich auch dann um eingetragene Warenzeichen oder sonstige gesetzlich geschützte Kennzeichen handeln, wenn sie als solche nicht eigens markiert sind.





## **Vorwort**

Das Dresdner Probabilistik-Symposium findet erfreulicherweise zum zweiten Mal statt. Vielleicht gelingt es den Besuchern, Vortragenden und Veranstaltern, damit eine Tradition aufzubauen. Zweifelsohne ist das Thema der Tagung ein sehr spezielles. Welcher Bauingenieur hat schon bei seiner alltäglichen Arbeit Zeit, über die Sicherheit seiner Konstruktionen nachzudenken? In der Regel hält sich der Bauingenieur an die Regeln der Technik und kann davon ausgehen, daß die Konstruktion dann die erforderliche Sicherheit erbringt. Gerade aber bei anspruchsvollen Aufgaben, Fällen, in denen der Bauingenieur gezwungen ist, eigene Modelle zu entwickeln, muß er die Sicherheit prüfen. In zunehmendem Maße versuchen Bauingenieure sich durch die Bewältigung solcher Aufgaben vom Markt abzugrenzen. Deshalb sehen wir als Veranstalter langfristig auch einen steigenden Bedarf für die Vermittlung von Grundlagen der Sicherheitstheorien im Bauwesen. Und vielleicht steigt mit den Jahren die Anzahl der Besucher. Einen wichtigen Schritt werden wir nächstes Jahr gehen, wenn die Veranstaltung in Zusammenarbeit mit Herrn Prof. Dr. Bergmeister von der Universität für Bodenkultur in Wien stattfinden wird. Wir würden uns freuen, Sie alle im nächsten Jahr in Wien zum 3. Probabilistik-Symposium begrüßen zu dürfen. Doch zunächst hoffen wir auf interessante Vorträge und anregende Diskussionen zur diesjährigen Veranstaltung.

Die Veranstalter bedanken sich herzlich bei den Besuchern für Ihr Kommen, bei den Vortragenden für die anregenden Beiträge und bei allen Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern, die zum Gelingen des 2. Dresdner Probabilistik-Symposium beigetragen haben.

Prof. Dr.-Ing. Manfred Curbach

Dr.-Ing. Dirk Proske





## Inhaltsverzeichnis

Zur Wahrnehmung des Risikos von Bauwerken <i>M. Curbach &amp; D. Proske</i> .....	1
Verallgemeinerte Konzepte zur Erfassung unscharfer Daten und Modelle im Ingenieurbau <i>B. Möller, W. Graf, M. Beer, J.-U. Sickert</i> .....	5
Zuverlässigkeitsbemessung von Stahlbetontragwerken mit SARA <i>V. Cervenka, R. Pukl, K. Bergmeister, A. Strauss, U. Santa</i> .....	17
Simulationsverfahren in der stochastischen Strukturmechanik <i>C. Bucher</i> .....	27
Risikostudie am Beispiel Erdbeben <i>R. J. Scherer &amp; G. Faschingbauer</i> .....	39
Probabilistische Methoden zur Bemessung von Deichen und Küstenschutzbauten in den Niederlanden <i>H. Vrijling &amp; P. van Gelder</i> .....	57
Vergleich der Nachrechnungsklassen von Straßenbrücken nach DIN 1072 und DIN-Fachbericht <i>S. Loos</i> .....	73
Statistische Beschreibung von Eisenbahnlasten <i>P. Lieberwirth</i> .....	87
Zur Ermittlung von Teilsicherheitsfaktoren für Natursteinmaterial <i>M. Curbach &amp; D. Proske</i> .....	99
Probabilistische Beschreibung der Dauerhaftigkeit von Beton <i>M. Curbach &amp; D. Proske</i> .....	129



# Zur Wahrnehmung des Risikos von Bauwerken

Manfred Curbach, Dirk Proske  
Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Die Wahrnehmung von Risiken durch Menschen ist geprägt durch die Geschichte und Tradition jedes Einzelnen. Trotzdem stimmen viele Menschen bei der Wahrnehmung der Risiken ausgewählter Fachgebiete überein. So ist die Sicherheit von Kraftfahrzeugen ein wesentliches Verkaufsargument, während die Sicherheit von Bauwerken grundsätzlich als ausreichend angesehen wird. Die Diskussion der Sicherheit von Bauwerken verläuft unbeobachtet von der Öffentlichkeit, während in anderen Bereichen Sicherheitsprobleme von der Öffentlichkeit wahrgenommen und intensiv diskutiert werden.

## 1 Einleitung

Sicherheit ist ein grundlegendes Bedürfnis jedes einzelnen Menschen. Die Interpretation und Bedeutung des Begriffes Risiko unterscheidet sich jedoch für jeden Menschen gemäß seiner Erfahrung und Tradition. Ein Mensch, der in seiner Kindheit von einem Hund gebissen wurde, kann unter Umständen sein Leben lang ein besonders hohes Sicherheitsbedürfnis gegenüber Hunden besitzen. Dieses hohe Sicherheitsbedürfnis kann durch einen großen räumlichen Abstand gegenüber Hunden zum Ausdruck kommen, aber auch in scharfen Reaktionen gegenüber Mitmenschen, die diesen Tieren große Freiheiten einräumen. Jedoch nicht alle Sicherheitsbedürfnisse entstehen durch eigene Erfahrungen. Wir sind heute von einer Vielzahl von Informationsquellen abhängig. Eine dieser Informationsquellen ist die Werbung.

Verschiedene Bereiche der Wirtschaft nutzen das Thema Sicherheit als ein Verkaufsargument. Häufig wird bei Werbebotschaften von Personenkraftfahrzeugen auf neue oder erweiterte sicherheitserhöhende Maßnahmen hingewiesen. Beispielhaft sei das sogenannte Pre-Safe-Paket von Mercedes zu nennen oder die deutliche Zunahme von Airbags in modernen Fahrzeugen. Während es vor wenigen Jahren den Airbag für den Beifahrer noch als Sonderausrüstung gab, werden heute in vielen Fahrzeugen der Oberklasse eine nahezu zweistellige Anzahl von Airbags eingebaut.

Auch bei anderen technischen Erzeugnissen wird besonderes Augenmerk auf die Sicherheit gelegt. So werden in Flugzeugen den Passagieren vor jedem Start Sicherheitsinformationen gegeben. Oder betrachten wir den Bereich der Nahrungsmittel. Dort wird oft auf die

Qualität und Sicherheit des Anbaus verwiesen. Ein letzter Bereich, der mit dem Begriff der Sicherheit wirbt, ist der Bereich der Politik. Häufig verwenden Politiker die Begriffe der inneren und äußeren Sicherheit bei Wahlveranstaltungen.

Wie sieht es aber mit der Sicherheit von Bauwerken aus? Es gibt allein über 120.000 Brücken in Deutschland, über die jeden Tag zusammen mehrere Millionen von Kraftfahrzeugen verkehren. Wieso ist bei Kraftfahrzeugen Sicherheit ein Thema und bei den Bauwerken nicht?

## 2 Sicherheit von Bauwerken

Bauwerke müssen sicher sein. Diese Anforderung gilt für alle technischen Produkte. Auch Kraftfahrzeuge, Flugzeuge oder Bügeleisen müssen sicher sein. Bauwerke unterscheiden sich jedoch in einem wichtigen Punkt von den anderen genannten technischen Erzeugnissen: Die Freiheit der unzulässigen Nutzung des Produktes ist deutlich eingeschränkt. Man kann Möbel oder Buchregale in ein Wohnhaus stellen, aber es kostet schon sehr viel Mühe, die Decke eines ordnungsgemäß errichteten Gebäudes so zu überlasten, daß sie einstürzt. Bei einem Personenkraftwagen sieht das anders aus: Jeder Nutzer kann auf einfachste Weise ein Fahrzeug unsachgemäß nutzen und eine unangepaßte Geschwindigkeit fahren. Allein die Anzahl der Verkehrskontrollen belegt die Notwendigkeit der aktiven Kontrolle der Fahrer.

Die persönliche Verantwortung für die Sicherheit versucht der Nutzer eines Fahrzeuges durch sicherheitserhöhende Maßnahmen im Kraftfahrzeug abzugeben. Deshalb ist Sicherheit ein Verkaufsargument in der Automobilindustrie. Würde man also den Nutzer von Bauwerken für die Sicherheit mit haftbar machen, so würde durchaus eine stärkere öffentliche Wahrnehmung der Sicherheit von Bauwerken die Folge sein. Und in der Tat, bei Bauwerken, die den Tod vieler Menschen verursachen könnten, wird über die Sicherheit der Bauwerke in der Öffentlichkeit diskutiert. Man denke dabei nur an Staumauern (Abb. 1).



Abb. 1: Katse-Staumauer in Lesotho während der Errichtung.

Neben der genannten Begründung für die geringe Wahrnehmung der Sicherheit von Bauwerken dürfte noch ein zweiter Grund vorhanden sein: Bauwerke weisen unter normalen Umständen eine sehr hohe Sicherheit auf. Der Einsturz von Bauwerken während der Nutzung in den entwickelten Industrieländern liegt im einstelligen Bereich pro Jahr. Während durch Verkehrsunfälle pro Jahr allein in Deutschland mehrere tausend Menschen sterben, sind durch Einstürze von Bauwerken nur sehr wenige Menschen betroffen. Oft treten an Bauwerken Schäden bereits lange vor dem Einsturz auf, die zu Sanierungs- oder Verstärkungsmaßnahmen führen. Im Prinzip handelt es sich bei Bauwerken um sehr gutmütige technische Produkte. Diese hohe Sicherheit, z.B. dargestellt in Form von Sterbewahrscheinlichkeiten, ist auch in anderen technischen Bereichen zu finden. Betrachten wir die Eisenbahn. Während in Bussen oder Flugzeugen Sicherheitsgurte verwendet werden müssen, darf sich in Eisenbahnen jeder frei bewegen. Die geringe Anzahl von Unfällen auf Grund der Spurführung des Fahrzeuges hat dazu geführt, daß sich die Menschen in diesem Transportmittel sehr sicher fühlen.

Wie aber bereits erwähnt wurde, ist das Sicherheitsempfinden subjektiv. Die gerade genannte objektive Begründung für die unterschiedlichen Sicherheitsbedürfnisse ist deshalb nur teilweise gültig. Fragt man Menschen, warum sie bei diesem oder jenem Produkt ein höheres Sicherheitsbedürfnis entwickeln, fällt vielen Menschen die Erklärung schwer. Das gleiche gilt für die Erläuterung von Risiken. Wie kann man Risiken bildhaft darstellen? Einen Versuch zeigt Abb. 2. Vielleicht verschwindet das Problem der Risikovermittlung aber wieder, wenn man sich vergegenwärtigt, daß Ausbildung, Schule und Erziehung letztendlich nichts anderes als eine Risikokommunikation sind. Wir bringen Kindern das Schwimmen bei, damit sie nicht ertrinken können. Wir bringen Kindern das Lesen bei, so daß sie Warnschilder erfassen können. Diese Form der Risikokommunikation ist Ursache und Lösung der subjektiven Risikowahrnehmung bzw. der unterschiedlichen Schutzbedürfnisse zugleich.

Folgendes Beispiel soll die unterschiedlichen Kenntnisse über Risiken und die damit verbundenen Schwierigkeiten der Begründung der Sicherheitsbedürfnisse zeigen. Seit Jahrzehnten werden Pflanzensamen mit Röntgenstrahlungen beschossen, um Mutationen zu verursachen, die höhere Erträge der Nutzpflanzen erlauben sollen. Es handelt sich hierbei um eine grobe Form der Genmanipulation. Diese Form der Genmanipulation wird von der Bevölkerung nicht wahrgenommen und damit passiv akzeptiert. Neuere Formen der Genmanipulation mit gezielter Veränderung der Genstruktur der Pflanzen werden aber von großen Teilen der Bevölkerung abgelehnt. Eine Diskussion der beiden verschiedenen Verfahren hinsichtlich der Risiken hat auch niemals in der Bevölkerung stattgefunden, aber bei dem letztern Verfahren existiert auf Grund der der Bevölkerung zugänglichen Informationen ein höheres Sicherheitsbedürfnis. Viele Menschen wirken verwundert, wenn man ihnen davon berichtet, daß sie seit Jahrzehnten genetisch modifizierte Lebensmittel verwenden. [1]

Die Lieferung von Informationen an die Bevölkerung und damit die Befähigung zur Sicherheitsbeurteilung ist eine der wichtigsten Aufgaben von Wissenschaftlern und in gewisser Weise auch von Journalisten. Und auch wenn die hohe, aber von der Bevölkerung nicht wahrgenommene Sicherheit von Bauwerken als ein Kompliment an die Bauingenieure verstanden werden kann, so ist die Diskussion der Sicherheit und des Risikos von Bauwerken nicht nur eine Aufgabe für die Bauingenieure untereinander, wie es im Rahmen

dieser Veranstaltung durchgeführt wird, sondern auch die Aufgabe des Ingenieurs, dieses Wissen in die Öffentlichkeit zu tragen.



Abb. 2: Poster einer Ausstellung, die das Thema bildliche Darstellung von Risiken beinhaltet [2]

### 3 Literatur

[1] Proske, D.: Katalog der Risiken – Risiken und ihre Darstellung. Eigenverlag, Dresden 2004

[2] <http://perso.ensad.fr/~fabienne/traverse-risque/>, 2004

# Das Datenmodell Fuzzy-Zufälligkeit und seine Anwendungsmöglichkeiten im Ingenieurbau\*

Bernd Möller, Wolfgang Graf, Michael Beer, Jan-Uwe Sickert  
Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Im Beitrag wird ein neues Konzept zur Unschärfe-modellierung vorgestellt, daß auf der Theorie der Fuzzy-Zufallsgrößen basiert. Dieses übergeordnete Unschärfemodell enthält Zufallsgrößen und Fuzzy-Größen als Sonderfälle.

Die Fuzzy-Zufallsgrößen werden als Eingangsgrößen bei der fuzzy-probabilistischen Tragwerksanalyse und der fuzzy-probabilistischen Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken berücksichtigt. An einem Beispiel wird die fuzzy-probabilistische Tragwerksanalyse erläutert.

## 1 Einleitung

Die Anwendung von Fuzzy-Zufallsgrößen bietet die Möglichkeit, Unschärfe mit der Charakteristik Fuzzy-Zufälligkeit mathematisch zu beschreiben. Fuzzy-Zufälligkeit tritt auf, wenn Zufallsgrößen nicht exakt beobachtet werden können, z.B. infolge schwankender Randbedingungen. Fuzzy-Zufallsgrößen können auch als fuzzifizierte Zufallsgrößen interpretiert werden, da das zufällige Ereignis nur unscharf beobachtet werden kann.

Fuzzy-Zufallsgrößen sind beispielsweise unscharfe Tragwerksparameter, die teilweise zufällige Eigenschaften zeigen, jedoch nicht zweifelsfrei als reelle Zufallsgröße modelliert werden können. Mit Hilfe von Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen werden Fuzzy-Zufallsgrößen beschrieben. Zur Generierung dieser Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen werden die bekannten Methoden der schließenden Statistik so erweitert, daß auch die Fuzziness der vorliegenden Daten erfaßt wird.

Für die Analyse eines Tragwerkes mit Hilfe eines scharfen (oder unscharfen) Algorithmus und

\* Erstveröffentlichung in:  
Festschrift zum 60. Geburtstag von Prof. Hartmann, Ruhr-Universität Bochum

mit Fuzzy-Zufallsgrößen (oder Zufallsgrößen) als Eingangsgrößen sowie Fuzzy-Größen als Modellgrößen wird die fuzzy-probabilistische Tragwerksanalyse eingeführt. Die Kombination einer Monte-Carlo-Simulation mit der Fuzzy-Tragwerksanalyse ermöglicht die simultane Berücksichtigung der unterschiedlichen Unschärfe als: Zufälligkeit, Fuzzy-Zufälligkeit und Fuzziness.

Viele Material-, Geometrie- und Lastparameter zeigen fuzzy-zufällige Variationen in Zeit und Raum. Zur mathematischen Beschreibung dieser Parameter werden *Fuzzy-Zufallsfunktionen* eingeführt, die bei der Tragwerksanalyse mit Hilfe der *Fuzzy Stochastic Finite Element Method (FSFEM)* berücksichtigt werden.

Das Konzept der Fuzzy-Zufallsgrößen wird auch für die Sicherheitsbeurteilung von Tragwerken angewendet, z.B. in Form der *Fuzzy First Order Reliability Method (FFORM)*, s. Abschn. 7.

## 2 Bemerkungen zur Unschärfe

Das mechanische Verhalten von Tragwerken kann nur dann realistisch beurteilt werden, wenn alle Eingangsdaten zutreffend beschrieben werden und ein wirklichkeitsnahes Berechnungsmodell eingesetzt wird. Eingangs- und Modellparameter liegen oft nur unscharf vor.

Häufig existieren für unscharfe Parameter nur Stichproben mit begrenzter Anzahl von Stichprobenelementen, aus denen eine formale mathematische Beschreibung der Unschärfe zu entwickeln ist. Die Testtheorie der klassischen Statistik erlaubt die Testung einer Stichprobe auf Zufälligkeit. Falls die Stichprobe nicht die Eigenschaft Zufälligkeit besitzt, sind andere Unschärfemodelle wie das für Fuzzy-Zufälligkeit heranzuziehen.

Die in Abb. 1 dargestellte konkrete Stichprobe soll bezüglich der zuzuordnenden Unschärfe beurteilt werden. Die Stichprobenelemente beschreiben die Zugfestigkeit von Glasfilamentgarn. Die Stichprobe wird mit der Schätz- und Testtheorie ausgewertet. Zur Prüfung der zufälligen Eigenschaften der Stichprobe in Abb. 1 werden parameterfreie Tests durchgeführt. Die Nullhypothese  $H_0$  – "die Stichprobenelemente sind zufällig" – wird mit einem Signifikanzniveau von 0,987 abgelehnt. Der Test auf Homogenität ergibt, daß die Nullhypothese  $H_0$  – "die abgeteilten Stichproben mit den Elemente 1-55 und 56-110 stammen aus derselben Verteilung" – mit 1,0 abgelehnt wird. Mit Hilfe von Anpassungstests wird der Typ der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Stichprobe gesucht. Der KOLMOGOROV-SMIRNOV-Anpassungstest liefert sowohl für die Normalverteilung als auch für die logarithmische Normalverteilung eine Ablehnsicherheit von 0,0. Die eindeutige Zuordnung eines Verteilungstyps ist folglich nicht möglich. Das i.i.d.-Paradigma (i.i.d. = identical independent distributed) der Statistik ist nicht erfüllt.



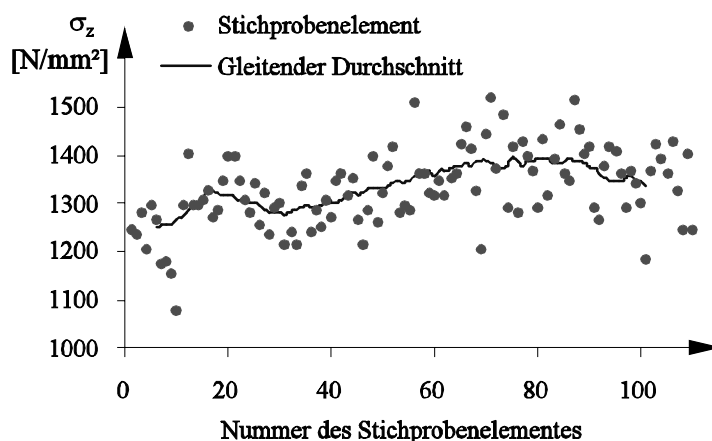


Abb. 1: Zugfestigkeit von Glasfilamentgarn NEG-ARG 620-01

Wie die folgende numerische Studie zur Festlegung des Verteilungstyps einer Grundgesamtheit zeigt, kann informelle Unschärfe nicht allein durch Zufälligkeit beschrieben werden. Gegeben sei eine Grundgesamtheit mit theoretisch exakter Normalverteilung, dem Erwartungswert  $E(X) = 3$  und der Varianz  $\text{VAR}(X) = 1$ . Es werden 40 000 Stichproben vom Umfang  $n = 100$  gezogen. Obwohl der Verteilungstyp der Grundgesamtheit bekannt ist, werden für die gezogenen Stichproben alternativ Normalverteilung und logarithmische Normalverteilung angenommen. Für jede Stichprobe werden die Parameter der angenommenen Normalverteilung und der logarithmischen Normalverteilung mit der Maximum-Likelihood-Methode geschätzt. Die Erwartungswerte und die Varianzen der 40.000 geschätzten Verteilungen werden berechnet, sie sind in Abb. 2 als Häufigkeitsverteilung zusammengefaßt. Obwohl die Ziehung der Stichproben unter gleichbleibenden Bedingungen erfolgte, ist erkennbar, daß eine erhebliche informelle Unschärfe besteht, wenn der Verteilungstyp einer Grundgesamtheit nicht zutreffend bestimmt werden kann.

Insbesondere im Bauingenieurwesen kann nicht vorausgesetzt werden, daß Messungen zur Bestimmung von Parametern (Ziehung von Stichproben) unter gleichbleibenden Bedingungen erfolgen. Eine Vielzahl nichtkonstanter Einflüsse wirken sich auf Material-, Geometrie- und Lastparameter aus. Das grundlegende i.i.d.-Paradigma wird dann verletzt. Auch bei Anwendung der BAYES-Statistik als einer Möglichkeit zur Einbringung zusätzlicher Informationen über eine Grundgesamtheit ist die Erfüllung des i.i.d.-Paradigmas bei Stichprobenvariablen mehrerer Stichproben strittig. Denn es wird vorausgesetzt, daß die Verteilung der Grundgesamtheit, aus der nacheinander verschiedene Stichproben gezogen werden, unverändert bleibt. Die angenommene A-priori-Verteilung kann sich signifikant auf die Ergebnisse auswirken und zu nicht vernachlässigbaren Fehlern führen.

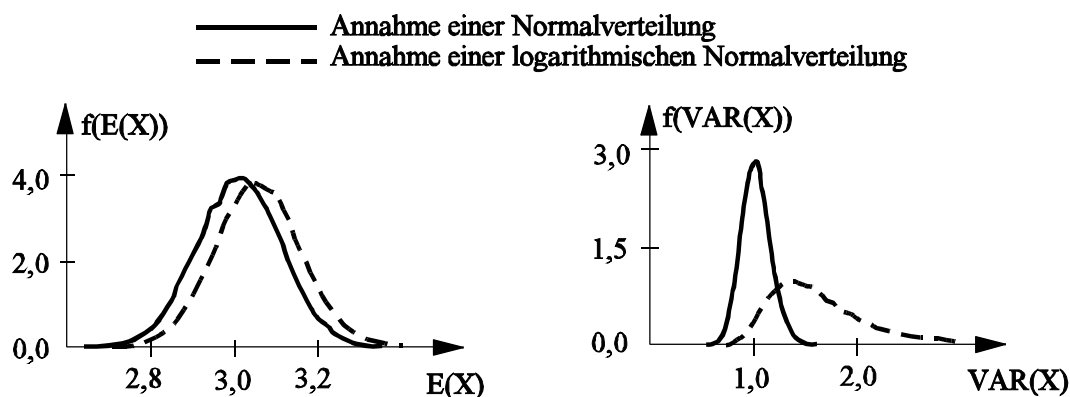


Abb. 2: Häufigkeitsverteilungen des Erwartungswertes  $E(X)$  und der Varianz  $VAR(X)$  bei unterschiedlichen Annahmen zum Typ der Verteilungsfunktion

Bei nichtkonstanten Reproduktionsbedingungen, geringem Stichprobenumfang, unscharfen oder nichtnumerischen Daten bzw. der Verletzung des i.i.d.-Paradigmas besteht erhebliche Unschärfe, die mit erweiterten Unschärfemodellen beschrieben werden sollte. Die Modellierung von Unschärfe als Fuzzy-Zufälligkeit führt auf ein verallgemeinertes Unschärfemodell, das die Sonderfälle Fuzziness und Zufälligkeit enthält. Die mathematische Beschreibung der Fuzzy-Zufälligkeit basiert auf der Theorie der Fuzzy-Zufallsgrößen.

### 3 Fuzzy-Zufallsgrößen

Grundlegende Begriffe und Definitionen zur Theorie der Fuzzy-Zufallsgrößen wurden in [1], [2], [3] und [4] eingeführt. Fuzzy-Zufallsgrößen sind durch Erweiterung des axiomatischen Wahrscheinlichkeitsbegriffes nach KOLMOGOROV definiert. Der Wahrscheinlichkeitsraum  $[X; \mathfrak{G}; P]$  wird dabei um die Dimension Fuzziness erweitert; das unscharfe Maß Wahrscheinlichkeit bleibt über dem n-dimensionalen EUKLIDischen Raum  $\mathbb{R}^n$  erklärt.

Eine *Fuzzy-Zufallsgröße*  $\tilde{X}$  ist das Fuzzy-Ergebnis der unscharfen Abbildung

$$\Omega \rightsquigarrow \mathbf{F}(\mathbb{R}^n) \tag{1}$$

mit  $\mathbf{F}(\mathbb{R}^n)$  als Menge aller Fuzzy-Größen im  $\mathbb{R}^n$ . Jede gewöhnliche Zufallsgröße  $X$  (ohne Fuzziness) auf  $\underline{X}$ , die vollständig in  $\tilde{X}$  enthalten ist, wird als Original von  $\tilde{X}$  bezeichnet. Die Fuzzy-Zufallsgröße  $\tilde{X}$  ist die *Fuzzy-Menge aller möglichen Originale*  $X$ , die in  $\tilde{X}$  enthalten sind. Die Fuzzy-Zufallsgröße  $\tilde{X}$  kann mit einer Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion  $\tilde{F}(x)$  mathematisch beschrieben werden.

Die Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion  $\tilde{F}(x)$  von  $\tilde{X}$  ist die Menge der Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen aller Originale  $X$  von  $\tilde{X}$  mit den Zugehörigkeitswerten  $\mu(F(x))$ , s. Abb. 3. Die Quantifizierung der Fuzziness durch Fuzzy-Parameter führt auf die Beschreibung der Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion  $\tilde{F}(x)$  von  $\tilde{X}$  als Funktion der Fuzzy-Scharparameter  $\tilde{\xi}$ .

$$\tilde{F}(\underline{x}) = F(\tilde{\underline{s}}, \underline{x}) \quad (2)$$

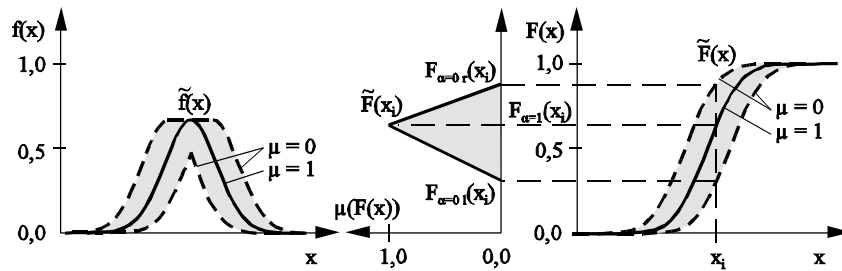


Abb. 3: Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $\tilde{f}(x)$  und Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion  $\tilde{F}(x)$  einer eindimensionalen kontinuierlichen Fuzzy-Zufallsgröße

Für die numerische Auswertung wird vorteilhaft die  $\alpha$ -Diskretisierung angewendet

$$F(\tilde{\underline{s}}, \underline{x}) = \{F_\alpha(\underline{x}); \mu(F_\alpha(\underline{x})) \mid F_\alpha(\underline{x}) = [F_{\min,\alpha}(\underline{x}); F_{\max,\alpha}(\underline{x})], \mu(F_\alpha(\underline{x})) = \alpha, \forall \alpha \in (0, 1]\} (3)$$

mit

$$F_{\min,\alpha}(\underline{x}) = \inf\{F(\underline{s}, \underline{x}) \mid \underline{s} \in \underline{s}_\alpha\}$$

$$F_{\max,\alpha}(\underline{x}) = \sup\{F(\underline{s}, \underline{x}) \mid \underline{s} \in \underline{s}_\alpha\}$$

## 4 Fuzzy-Zufallsfunktionen

Unschärfe Parameter (z.B. Materialparameter, Belastungen oder Randbedingungen), deren Ausprägung von der Zeit  $\tau$  oder von den Raumkoordinaten  $\underline{\Theta} = \{\Theta_1, \Theta_2, \Theta_3\}$  abhängig ist und denen die Unschärfecharakteristik Fuzzy-Zufälligkeit zugeordnet werden kann, können mit Fuzzy-Zufallsfunktionen quantifiziert werden. Die Zeit- und Raumkoordinaten werden im Vektor  $\underline{t} = \{\tau, \underline{\Theta}\}$  zusammengefaßt. Eine Fuzzy-Zufallsfunktion ist dann eine Menge von Fuzzy-Zufallsgrößen  $\tilde{\underline{X}}(\underline{t}) = \{\tilde{\underline{X}}(\underline{t}, \omega), \underline{t} \in \mathbf{T}\}$  über einem gemeinsamen Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsraum  $[\underline{X}; \tilde{\mathcal{S}}; \tilde{\mathcal{P}}]$ . Eine Fuzzy-Zufallsfunktion  $\tilde{\underline{X}}(\underline{t}) = \{\tilde{\underline{X}}(\underline{t}, \omega), \underline{t} \in \mathbf{T}\}$  entsteht durch die unscharfen Abbildungen von  $\mathbf{T} \times \Omega$  auf  $\mathbf{F}(\mathbb{R}^n)$ . Ein Exemplar der Fuzzy-Zufallsfunktion ohne Zufälligkeit ist eine Fuzzy-Funktion [5]. Ein Exemplar der Fuzzy-Zufallsfunktion ohne Fuzziness ist eine gewöhnliche Zufallsfunktion, die Originalfunktion der Fuzzy-Zufallsfunktion genannt wird. Für jedes  $\underline{t} \in \mathbf{T} \in \mathbb{R}^n$  ist  $\tilde{\underline{X}}(\underline{t}, \omega)$  eine Fuzzy-Zufallsgröße im Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsraum  $[\underline{X}; \tilde{\mathcal{S}}; \tilde{\mathcal{P}}]$ .

Mit Hilfe der  $\alpha$ -Diskretisierung kann eine Fuzzy-Zufallsfunktion als Menge von  $\alpha$ -Niveaumengen gewöhnlicher Zufallsfunktionen formuliert werden

$$\tilde{\underline{X}}(\underline{t}) = \{\underline{X}_\alpha(\underline{t}); \mu(\underline{X}_\alpha(\underline{t})) \mid \underline{X}_\alpha(\underline{t}) = [\underline{X}_{\min,\alpha}(\underline{t}); \underline{X}_{\max,\alpha}(\underline{t})], \mu(\underline{X}_\alpha(\underline{t})) = \alpha, \forall \alpha \in (0, 1] (4)$$

Für eine Fuzzy-Zufallsfunktion, die allein von den Raumkoordinaten abhängig ist, wird der Begriff Fuzzy-Zufallsfeld verwendet, bei Abhängigkeit von der Zeit der Begriff Fuzzy-

Zufallsprozeß. Die Definition der Fuzzy-Zufallsfunktionen stützt sich auf [6].

Für die Fuzzy-Zufallsfunktion kann eine Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsfunktion als Fuzzy-Menge der Wahrscheinlichkeitsfunktionen der Originalfunktionen aufgestellt werden. Analog zu Gl. (3) ist dann eine Darstellung in Abhängigkeit von Fuzzy-Scharparametern möglich. Zur Beschreibung der partiellen Eigenschaft Zufälligkeit von Fuzzy-Zufallsfunktionen kann die Theorie der Zufallsfunktionen herangezogen werden. Die Fuzzy-Zufallsfunktion ist z.B. streng stationär, wenn die Momente aller Ordnungen der Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion gegenüber einer Verschiebung im Vektor  $\underline{t}$  invariant sind.

## 5 Unscharfe Datenanalyse

Aus dem umfangreichen Gebiet der unscharfen Datenanalyse wird hier im Zusammenhang mit der Modellierung von Fuzzy-Zufälligkeit das Aufstellen der Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen betrachtet. Diese Funktionen werden nach Gl. (2) in Abhängigkeit von Fuzzy-Scharparametern formuliert. Fuzzy-Scharparameter können alle Funktionsparameter und/oder Parameter zur Beschreibung des Funktionstyps sein.

Die hier entwickelten Methoden der unscharfen Datenanalyse zur Fuzzy-Bewertung der statistischen Inferenz gehen sowohl von der klassischen als auch von der modernen Statistik aus, Bootstrap-Verfahren werden einbezogen [7]. Für Punkt- und Intervallschätzungen der Verteilungsparameter werden Momentenschätzer und Maximum-Likelihood-Schätzer eingesetzt. Angenommene Verteilungstypen werden mit Hilfe von Anpassungstests bewertet. Verteilungsfreie Schätzverfahren zur Beurteilung von Stichproben (Test auf Zufälligkeit, Test auf Homogenität) werden ebenfalls verwendet. Zur Berücksichtigung der informellen Unschärfe wurden zwei Konzepte entwickelt.

### Fuzzy-Parameterschätzung

Bei Annahme eines Funktionstyps für die Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion reduziert sich das Schätzproblem auf die Ermittlung der Verteilungsparameter. Diese werden als Fuzzy-Zahlen modelliert. Hier wird vorgeschlagen, den Gipfelpunkt der Fuzzy-Parameter durch Punktschätzung und die  $\alpha$ -Niveaumengen durch Intervallschätzung bei vorgegebenem Konfidenzniveau festzulegen. Abb. 4 zeigt das Vorgehen am Beispiel einer Fuzzy-Dreieckzahl.

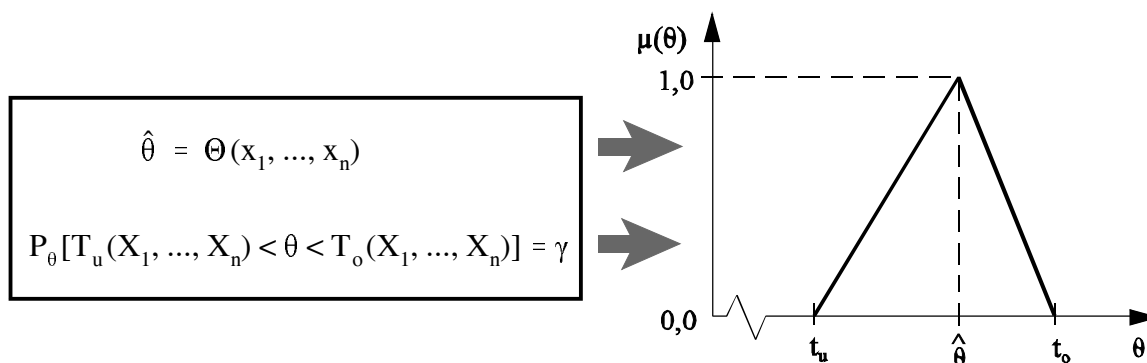


Abb. 4: Bestimmung von Verteilungsparametern

### *Verteilungsfreie Schätzung der Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilung*

Dieser Ansatz ermöglicht es, die i.d.R. informell unscharfe Annahme eines Verteilungstyps zu umgehen, indem die empirische Verteilungsfunktion unmittelbar fuzzifiziert und die Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion direkt gebildet wird. Das Vorgehen basiert auf der Gesetzmäßigkeit, daß die empirische Verteilungsfunktion aus binomialverteilten Zufallsgrößen zusammengesetzt ist. Mit dem Vorgehen nach CLOPPER und PEARSON werden Konfidenzintervalle für binomialverteilte Zufallsgrößen ermittelt [7]. Diese werden zur Fuzzifizierung der Funktionswerte der Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktion genutzt.

## **6 Fuzzy-probabilistische Tragwerksanalyse**

Ziel der fuzzy-probabilistischen Tragwerksanalyse ist es, die fuzzy-zufälligen Eingangsgrößen  $\tilde{X}_j$  und die Fuzzy-Modellgrößen mit Hilfe eines scharfen (oder unscharfen) Analysealgorithmus  $M$  ( $\tilde{M}$ ) auf Ergebnisgrößen abzubilden. Die Ergebnisse  $\tilde{Z}_i \in \tilde{Z}$  der fuzzy-probabilistischen Tragwerksanalyse sind Fuzzy-Zufallsgrößen.

$$\tilde{Z} = \{\tilde{Z}_1, \dots, \tilde{Z}_i, \dots, \tilde{Z}_m\} = \tilde{M}(\tilde{X}) \quad (5)$$

Bei Separation der Fuzziness im Scharparametervektor  $\tilde{s}$  ergibt sich

$$\tilde{Z} = \{\tilde{Z}_1, \dots, \tilde{Z}_i, \dots, \tilde{Z}_m\} = M(\tilde{s}, \underline{X}) \quad (6)$$

Nachfolgend wird für den deterministischen Kern des Abbildungsoperators  $M(\tilde{s}, \underline{X})$  ein physikalisch nichtlinearer Analysealgorithmus für allgemeine Stahlbeton-Faltwerke nach [8] verwendet. Dieser Algorithmus repräsentiert die deterministische Grundlösung. Er gestattet die realitätsnahe Simulation komplexer Lastprozesse unter Berücksichtigung aller wesentlichen Stahlbeton-Nichtlinearitäten.

Die fuzzy-probabilistische Tragwerksanalyse wird mit Hilfe eines dreistufigen Algorithmus gelöst. Dabei werden im Raum der Fuzzy-Scharparameter  $\tilde{s}$  mit der  $\alpha$ -Level-Optimierung [9] diejenigen Elemente (Realisierungen) der Fuzzy-Menge  $\tilde{s}$  in Gl. (6) bestimmt, die auf jedem  $\alpha$ -Niveau den größten und kleinsten Wert der  $\alpha$ -Niveaumenge der Ergebnisse  $\tilde{Z}_i$  festlegen. Mit jedem Element der Fuzzy-Menge  $\tilde{s}$  wird ein Original  $X_j$  der Fuzzy-Zufallsgröße  $\tilde{X}_j$  ausgewählt. Die fuzzy-probabilistische Abbildung nach Gl. (6) ist damit auf eine gewöhnliche probabilistische Abbildung zurückgeführt, d.h., für die Zufallsgrößen (Originale)  $X_j$  sind über den Abbildungsoperator die Zufallsgrößen (Originale)  $Z_i$  zu bestimmen. Diese Aufgabe wird auch als probabilistische Grundlösung bezeichnet. Die Menge der so bestimmten Originale  $Z_i$  dient zur Formulierung der Fuzzy-Zufallsgrößen  $\tilde{Z}_i$ . Innerhalb der probabilistischen Grundlösung ist die deterministische Grundlösung mehrfach abzuarbeiten.

Für die probabilistische Grundlösung wird die Monte-Carlo-Simulation [10] eingesetzt - zur Verminderung des numerischen Aufwandes in der Form einer Quasi-Monte-Carlo-Methode.

Beim Einsatz einer auf FE-Algorithmen basierenden deterministischen Grundlösung können Fuzzy-Zufallsfunktionen erfaßt werden; dies führt zur *Fuzzy Stochastic Finite Element Method (FSFEM)*. Die Fuzzy-Zufallsfunktionen werden dabei in korrelierte Fuzzy-

Zufallsgrößen diskretisiert. Die meist ohne experimentelle Verifikation festgelegte Korrelation zwischen den diskretisierten Fuzzy-Zufallsgrößen kann als Fuzzy-Größe modelliert werden.

Die FSFEM sei an einem Beispiel demonstriert. Das Stahlbeton-Faltwerk in Abb. 5 wird unter Berücksichtigung der maßgebenden Nichtlinearitäten des Stahlbetons und der Fuzzy-Zufälligkeit von Beton-Druckfestigkeit und Flächenlast berechnet.

Für jede Falterkebene ist die Ausdehnung des Tragwerkes in  $\mathbb{R}^2$  scharf. Das System wird mit 48 finiten Elementen vernetzt. Jedes Element mit einer Gesamtdicke von 10 cm ist zuvor mit sieben äquidistanten Betonschichten und jeweils zwei kreuzweise angeordneten verschmierten Bewehrungsschichten an der Ober- und Unterseite modelliert worden (s. Abb. 5).

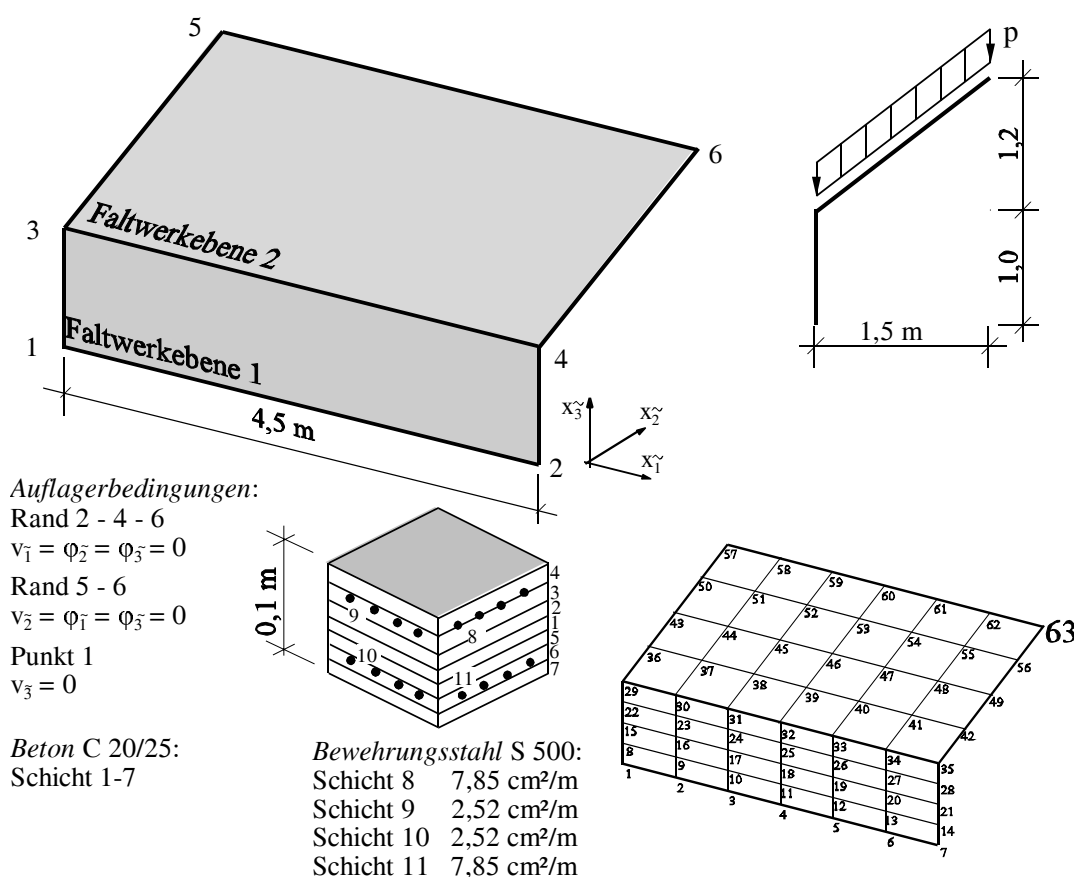


Abb. 5: Geometrie, FE-Modell

Es werden das Beton-Stoffgesetz nach KUPFER/LINK und ein bilineares Stoffgesetz für den Bewehrungsstahl verwendet. Die Erfassung von Beton-Zugrissen im Element erfolgt schichtenweise nach dem Konzept der verschmierten Risse. Die unscharfe Flächenlast wird inkrementell bis zum vorgegebenen Gebrauchslastniveau gesteigert. In dieser Laststufe werden ausgewählte Ergebnisgrößen bereitgestellt. Bei Berücksichtigung der Fuzzy-Zufälligkeit der unscharfen Eingangsgrößen sind auch die Ergebnisgrößen Fuzzy-Zufallsgrößen.

Die Fuzzy-Zufälligkeit der Beton-Druckfestigkeit wird mit einem homogenen isotropen

Fuzzy-Zufallsfeld in  $\mathbb{R}^2$  der Faltwerkebenen modelliert. Das Fuzzy-Zufallsfeld wird in den Schwerpunkten der finiten Elemente diskretisiert. Zwischen der Beton-Zugfestigkeit  $\tilde{\beta}_t$  und der Beton-Druckfestigkeit  $\tilde{\beta}_c$  wird die Abhängigkeit

$$\tilde{\beta}_t = 0,092 \cdot \tilde{\beta}_c \tag{7}$$

genutzt. Im Elementschwerpunkt (Diskretisierungspunkt) wird das Hauptspannungskriterium (Rißkriterium) ausgewertet. Es wird volle Korrelation sowohl zwischen der Druckfestigkeit und der Zugfestigkeit als auch zwischen den Festigkeiten der Schichten eines finiten Elementes angenommen. Die Korrelation der diskretisierten Variablen einer Faltwerkebene wird durch Vorgabe der Fuzzy-Korrelationslänge nach Abb. 6 berücksichtigt. Die diskretisierten Fuzzy-Zufallsgrößen unterschiedlicher Faltwerkebenen sind nicht korreliert. Der Fuzzy-Mittelwert und die scharfe Standardabweichung sind für alle diskreten Fuzzy-Zufallsgrößen gleich.

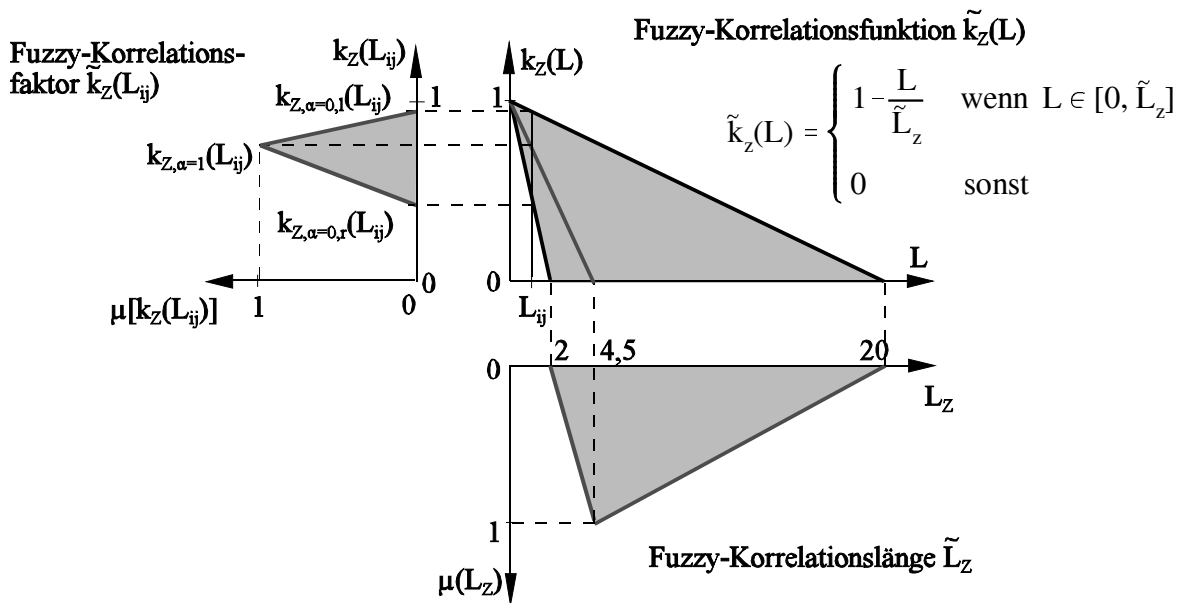


Abb. 6: Bestimmung des Korrelationsfaktors zweier diskreter Fuzzy-Zufallsgrößen  $\tilde{X}_i$  und  $\tilde{X}_j$  in Abhängigkeit vom räumlichen Abstand der Diskretisierungspunkte  $l_{ij}$

Die Flächenlast  $p$  wird als Original eines voll korrelierten Fuzzy-Zufallsfeldes, d.h. als gewöhnliche Zufallsgröße, modelliert. Die Parameter sind in Tab. 1 zusammengefaßt.

Für die  $\alpha$ -Level-Optimierung wurden die  $\alpha$ -Niveaus  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 1$  ausgewählt. Berechnet wird der Fuzzy-Erwartungswert der Verschiebung am Knoten 63 in  $x_3$ -Richtung. Die Grundlösung wird jeweils durch eine direkte Monte-Carlo-Simulation mit 100 Stichprobenelementen erhalten, aus denen der Erwartungswert durch Schätzung bestimmt wird. Die approximierte Zugehörigkeitsfunktion des Fuzzy-Erwartungswertes der Verschiebung ist in Abb. 7 dargestellt.

Tab. 1: Parameter der Fuzzy-Zufallsfunktionen

	Beton-Druckfestigkeit $\beta_c$ [N/mm <sup>2</sup> ]	Flächenlast $p$ [kN/m <sup>2</sup> ]
Unschärfemodell	Fuzzy-Zufallsfunktion	Zufallsfunktion
Typ der Verteilung	Normalverteilung	Normalverteilung
Erwartungswert	< 24,5 ; 25,5 ; 26,5 >	6,0
Standardabweichung	1,5	0,3
Korrelationslänge	< 2,0 ; 4,5 ; 20,0 >	$\infty$

Für die  $\alpha$ -Level-Optimierung wurden die  $\alpha$ -Niveaus  $\alpha = 0$  und  $\alpha = 1$  ausgewählt. Berechnet wird der Fuzzy-Erwartungswert der Verschiebung am Knoten 63 in  $x_3$ -Richtung. Die Grundlösung wird jeweils durch eine direkte Monte-Carlo-Simulation mit 100 Stichprobenelementen erhalten, aus denen der Erwartungswert durch Schätzung bestimmt wird. Die approximierte Zugehörigkeitsfunktion des Fuzzy-Erwartungswertes der Verschiebung ist in Abb. 7 dargestellt.

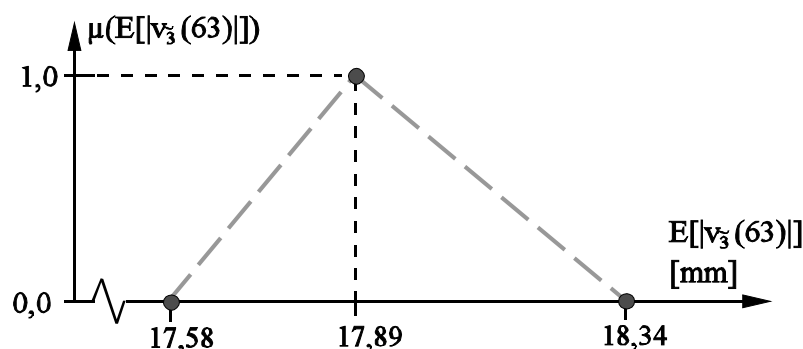


Abb. 7: Fuzzy-Erwartungswert der fuzzy-zufälligen Verschiebung  $v_3$  des FE-Knotens 63

## 7 Fuzzy-probabilistisches Sicherheitskonzept

Ziel des fuzzy-probabilistischen Sicherheitskonzeptes ist die Ermittlung und Bewertung des Sicherheitsniveaus von Tragwerken unter Berücksichtigung von Fuzzy-Zufallsgrößen. Ergebnis ist entweder die Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit oder der Fuzzy-Sicherheitsindex. Die Fuzziness des berechneten Sicherheitsniveaus charakterisiert die neue Qualität der Sicherheitsbeurteilung im Vergleich zu üblichen probabilistischen Methoden.

Das unscharfe Sicherheitsniveau wird durch die Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit  $\tilde{P}_f$  ausgedrückt.

$$\tilde{P}_f = P(\tilde{R} - \tilde{S} \leq 0) \tag{8}$$

Mit  $\tilde{P}_f$  wird die Wahrscheinlichkeit bewertet, daß die unscharfe Beanspruchung (Einwirkung  $\tilde{S}$ ) des Tragwerkes größer als die unscharfe Beanspruchbarkeit (Widerstand  $\tilde{R}$ ) ist. Die



Beanspruchung und die Beanspruchbarkeit werden durch Fuzzy-Zufallsgrößen, Zufallsgrößen und Fuzzy-Größen beschrieben. Die Fuzzy-Zufallsgrößen bilden zusammen mit gewöhnlichen Zufallsgrößen den Raum der Basisvariablen  $\tilde{X}_i$ . Fuzzy-Größen werden als Modellparameter des unscharfen Tragwerksmodells aufgefaßt. Im Raum der Basisvariablen trennt die Grenzzustandsfunktion den Überlebensbereich vom Versagensbereich. Entsprechend dem gewählten Versagenskriterium können unterschiedliche Grenzzustände definiert werden (Grenzzustand der Gebrauchstauglichkeit, Grenzzustand der Tragfähigkeit). Unscharfe Berechnungsmodelle mit Fuzzy-Modellparametern führen auf eine Fuzzy-Grenzzustandsfunktion.

Die Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit ergibt sich durch Integration der Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverbunddichtefunktion über den Fuzzy-Versagensbereich

$$\tilde{P}_f = \int \dots \int_{\underline{x} | \tilde{g}(\underline{x}) < 0} \tilde{f}_X(x_1, x_2, \dots, x_n) dx_1 dx_2 \dots dx_n \quad (9)$$

Mit Hilfe der  $\alpha$ -Diskretisierung wird das Integral originalweise ausgewertet. Der Raum der Scharparameter der Fuzzy-Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen wird um die Fuzzy-Modellparameter erweitert. Realisierungen der Scharparameter liefern die Verbunddichtefunktion  $f_X(\underline{x})$  und den scharfen Grenzzustand  $g(\underline{x}) = 0$ .

Die originalweise Auswertung des Integrals (Gl. (9)) gelingt mit analytischen Verfahren, numerischer Integration, Simulationsverfahren und probabilistischen Näherungsverfahren. Die probabilistischen Näherungsverfahren wurden so weiterentwickelt, daß sowohl Basisvariable in Form von Fuzzy-Zufallsgrößen als auch Modellparameter in Form von Fuzzy-Größen berücksichtigt werden können. Die Zuverlässigkeitstheorie 1.Ordnung (FORM) wird zur Fuzzy-Zuverlässigkeitstheorie 1.Ordnung (FFORM) [11] erweitert.

Analog zum Vorgehen der fuzzy-probabilistischen Tragwerksanalyse wird im erweiterten Raum der Fuzzy-Scharparameter die  $\alpha$ -Level-Optimierung durchgeführt. Optimierungsziele sind die kleinste und die größte Versagenswahrscheinlichkeit auf jedem  $\alpha$ -Niveau. Für diskrete Punkte des  $s$ -Raumes sind die Originale der Verbunddichte- und der Grenzzustandsfunktion bekannt. Mit FORM wird der zugehörige Sicherheitsindex ermittelt. Ergebnis der  $\alpha$ -Level-Optimierung ist der Fuzzy-Sicherheitsindex  $\tilde{\beta}$ , der in die Fuzzy-Versagenswahrscheinlichkeit  $\tilde{P}_f$  umgerechnet werden kann.

## Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung der vorgestellten Forschungsarbeiten im Rahmen des Sonderforschungsbereiches (SFB) 528.

## Literatur

- [1] Kwakernaak, H.: Fuzzy random variables - I. Definitions and Theorems. *Information Sciences* 15, (1978) 1-29
- [2] Kwakernaak, H.: Fuzzy random variables - II. Algorithms and Examples for the Discrete Case. *Information Sciences* 17 (1979) 253-278
- [3] Puri, M.L.; Ralescu, D.: Fuzzy random variables. *J. Math. Anal. Appl.* 114(1986) 409-422
- [4] Liu, Y.; Qiao, Z.; Wang, G.: Fuzzy random reliability of structures based on fuzzy random variables. *Fuzzy Sets and Systems* 86 (1997) 345-355
- [5] Nguyen, S.H.: *Modellierung unscharfer zeitabhängiger Einflüsse als Fuzzy-Prozess - Anwendung auf die Schädigung von Tragwerken und auf die Simulation von Erdbeben*. Diss., TU Dresden, Veröffentlichungen des Lehrstuhls für Statik, 2003, Heft 6
- [6] Wang, G.; Zhang, Y.: The theory of fuzzy stochastic processes. *Fuzzy Sets and Systems* 51 (1992) 161-178
- [7] Schlittgen, R.: *Statistische Inferenz*. München; Wien: Oldenbourg, 1996
- [8] Graf, W., Möller, B., Hoffmann, A., Steinigen, F.: Numerical simulation of RC structures with textile reinforcement. In: *Fifth World Congress on Computational Mechanics*, Vienna, 2002, <http://wccm.tuwien.ac.at>
- [9] Möller, B.; Graf, W.; Beer, M.: Fuzzy structural analysis using  $\alpha$ -level optimization. *Computational Mechanics* 26(6) (2000) 547-565
- [10] Schuëller, G.I.: On computational procedures for processing uncertainties in structural mechanics. In: *Second European Conference on Computational Mechanics ECCM 2*, Crakow, 2001, CD-ROM
- [11] Möller, B.; Beer, M.; Graf, W.: Safety assessment of structures in view of fuzzy randomness. *Computers and Structures* 81 (2003) 1567-1582
- [12] Möller, B.; Beer, M.: *Fuzzy-Randomness - Uncertainty in Civil Engineering and Computational Mechanics*. Springer-Verl., 2004
- [13] Sickert, J.-U.; Beer, M.; Graf, W.; Möller, B.: Fuzzy Probabilistic Structural Analysis considering Fuzzy Random Functions. In: Der Kiureghian, A.; Madanat, S.; Pestana, J.M. (Eds.): *9th Int. Conference on Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*, San Francisco, 2003, pp. 379-386

## Zuverlässigkeitsbemessung von Stahlbetontragwerken mit SARA

Vladimir Cervenka, Radomir Pukl, Cervenka Consulting, Prag  
Konrad Bergmeister, Alfred Strauss, Ulrich Santa, Universität für Bodenkultur, Wien

**Zusammenfassung:** Abstract: Im Ingenieurwesen ist es üblich, bei der Dimensionierung von Strukturen mit präzisen Eingabedaten, wie Materialkennwerten und Lastgrößen, zu arbeiten. Die Ergebnisse scheinen einen genauen deterministischen Wert zu liefern. Solange präzise Eingabewerte, wie zum Beispiel in Normenwerken für neue Strukturen, verfügbar sind, scheint diese Vorgehensweise nicht in Frage zu stehen. Steht man jedoch vor der Aufgabe, bestehende Strukturen zu bewerten, so wird man nach kurzer Zeit aufgrund der Unsicherheiten oder auch des Informationsmangels über die Eingabedaten an die Grenzen des vorherigen Konzepts stoßen. In diesem Beitrag wird ein Verfahren – Programm SARA – vorgestellt, das dem Ingenieur die Einbeziehung von Unsicherheiten in den Bewertungsprozeß von Strukturen erlaubt.

### Allgemein

SARA ist ein Werkzeug zur Analyse und Zuverlässigkeitsbewertung von Strukturen. Das Programm ist speziell für Ingenieurtragwerke, aber auch für allgemeine Problemstellungen konzipiert. In SARA sind ein nichtlineares Finite-Elemente-Programm ATENA und das Statistik Programm FREET integriert, siehe Bild 1.

Das Finite-Elemente-Programm ATENA dient zur realistischen Simulation von Beton- und Stahlbetonstrukturen. Das Statistik Programm FREET ist eine Software, welche die Berücksichtigung von streuenden Eingangsgrößen bei der Formulierung von analytischen Grenzzustandsfunktionen als auch Antwortfunktionen ermöglicht. Die Kombination beider Programme ermöglicht die Berücksichtigung der in ATENA verwendeten Parameter als streuende Größen und die Anwendung der probabilistischen Methodik in FREET – Zuverlässigkeitsanalyse, Sensitivitätsanalyse – auf eine Finite-Elemente-Struktur. Das System SARA bietet sowohl eine anwendungsfreundliche, interaktive, graphische Oberfläche als auch eine umfassende Datenbank für stochastische Modelle, siehe Bild 1 und Bild 2.

Das vorrangige Ziel der probabilistischen, nichtlinearen Analyse ist die Erlangung einer statistischen Antwort der Struktur (z.B. Versagenslast, Durchbiegung, Risse, Spannungen etc.), welche in der Folge für die Sensitivitätsanalyse, die Zuverlässigkeitsanalyse als auch zur Überprüfung von Computermodellen verwendet wird. Weitere Werkzeuge, welche in das System SARA inkludiert werden, sind Formulierungen zur Beschreibung von Degrada-

dationsprozessen (Bild 1), wie Chlorideindring-, Karbonatisierungs- oder Rostfortschrittsprozesse. Diese Möglichkeit der Simulation von Degradationsprozessen in Kombination mit Überwachungsarbeiten an Objekten ermöglichen eine rationelle Lebenszeit- und Maßnahmenplanung, wie in Bild 6 gezeigt.

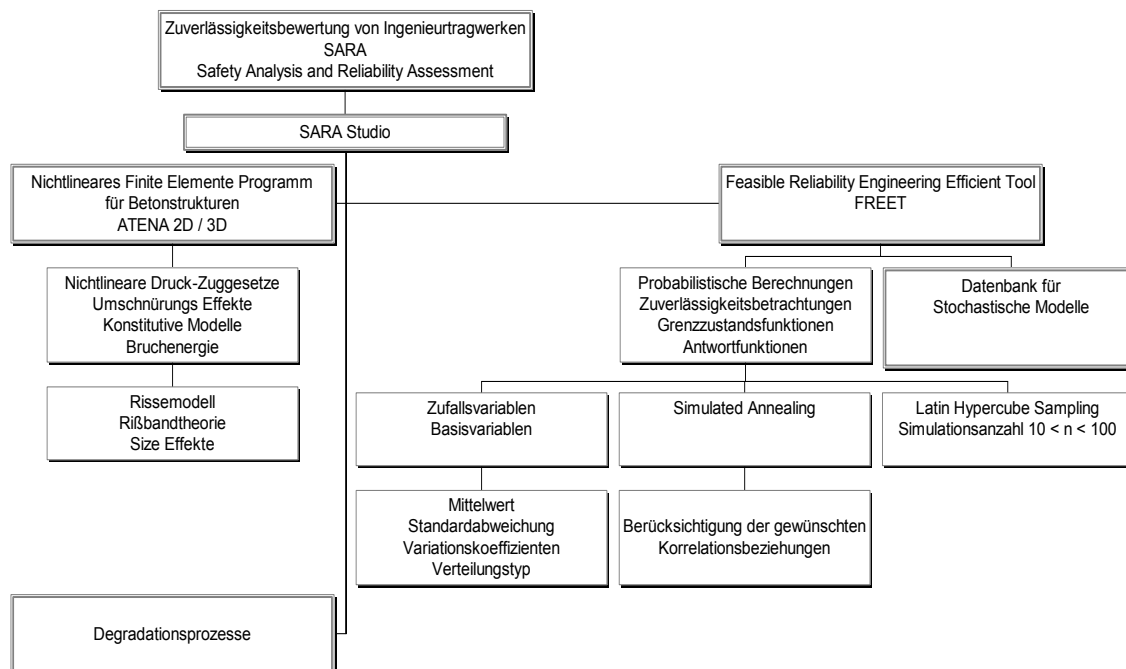


Bild 1: Struktur des Software Systems SARA

## 1.1 Eigenschaften der Programme

### 1.1.1 ATENA

Die Betonmodelle in ATENA beschreiben den kompletten Bereich des ebenen Spannungszustandes unter Druck und Zug. Die biaxialen Spannungszustände werden mit Hilfe von biaxialen Versagensfunktionen erfaßt. Das Zugverhalten (Risse) wird zu einem Teil über die Rißband-Methode modelliert. Das gesamte Softeningverhalten – auch für den Druckbereich – basiert auf einem netzunabhängigen Ansatz. Der dreidimensionale Spannungszustand wird anhand der Plastizitätstheorie mit einem nicht assoziierten Fließgesetz beschrieben, wobei auch der „Einschnürungs“-Effekt nach Menètrety und Willam [1] berücksichtigt wird. In ATENA besteht aber auch die Möglichkeit, das Microplane-Modell nach Bažant et al. [2] zu verwenden. Eine Vielzahl von anderen Modellen ist ebenfalls in ATENA implementiert, um eine erfolgreiche Simulation zu unterstützen (z.B. Bewehrungsstahl, Stahl, Verbundverhalten von Bewehrungsstahl, Interfaces, Grundbaumodelle etc.). Eine detailliertere Beschreibung ist in Strauss [3] zu finden.

### 1.1.2 FREET

FREET (Feasible Reliability Engineering Efficient Tool) ist eine vielseitige probabilistische Software für die statistische, Sensitivitäts- und Zuverlässigkeitsanalyse von Inge-

neurproblemen. Die Software ist für die relativ einfache statistische Auswertung jedes beliebig formulierten Berechnungsproblems entworfen und eignet sich für berechnungsintensive Problemstellungen, bei denen die Durchführung tausender Berechnungen, wie bei der Monte-Carlo-Methode benötigt, nicht möglich ist. Mit einem speziellen Typ der numerischen probabilistischen Simulation, Latin Hypercube Sampling (LHS), ist es möglich, mit einer wesentlich kleineren Anzahl an Simulationen als es bei der Monte-Carlo-Methode für die Berechnung von Versagenswahrscheinlichkeiten notwendig ist, das Auslangen zu finden. „Simulated Annealing“, eine stochastische Optimierungsmethode, wird verwendet, um für die Zufallsgrößen die gewünschten Korrelationen zu erreichen. Als Resultat der Simulationen erhält man die statistische Antwortfunktion einer bestimmten Problemstellung, z.B. Durchbiegung oder Tragsicherheit. Diese Antwortfunktion dient zur Formulierung des Zuverlässigkeitsproblems als auch für die Sensitivitätsanalyse. Die Sensitivitätsanalyse erlaubt eine Unterscheidung zwischen den dominanten und den weniger dominanten am Resultat beteiligten Zufallsgrößen und erleichtert somit die Erkennung von Unzulänglichkeiten in der Struktur. Eine detailliertere Beschreibung dieser Software ist in Növak [4] zu finden.

### 1.1.3 DATENBASIS

Als drittes Element innerhalb des SARA-Systems wurde eine Datenbank für stochastische Modelle aufgebaut, siehe Bild 2. Die Datenbank bietet dem Anwender die Möglichkeit, innerhalb von FREET aus stochastischen Modellen für Widerstände, Geometrien und Einwirkungen zu wählen. Die stochastischen Modelle sind generell durch die beiden ersten statistischen Momente und durch den Verteilungstyp beschrieben. Die Quellen dieser stochastischen Modelle sind Literaturangaben, Produktionsdaten und Experimente. Nähere Details sind in Strauss [3] beschrieben.

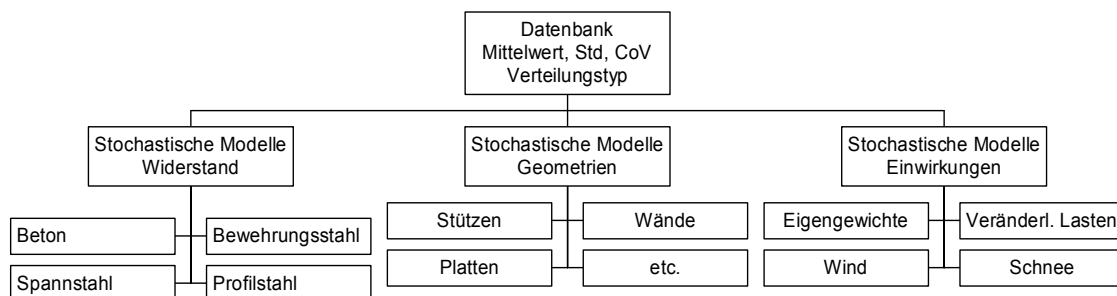


Bild 2: Datenbank für stochastische Modelle

## 1.2 Lösungsverfahren

Das Lösungsverfahren für die Zuverlässigkeitsbewertung und Sensitivitätsanalyse einer Struktur kann in folgende Punkte gegliedert werden, siehe auch Bild 3.

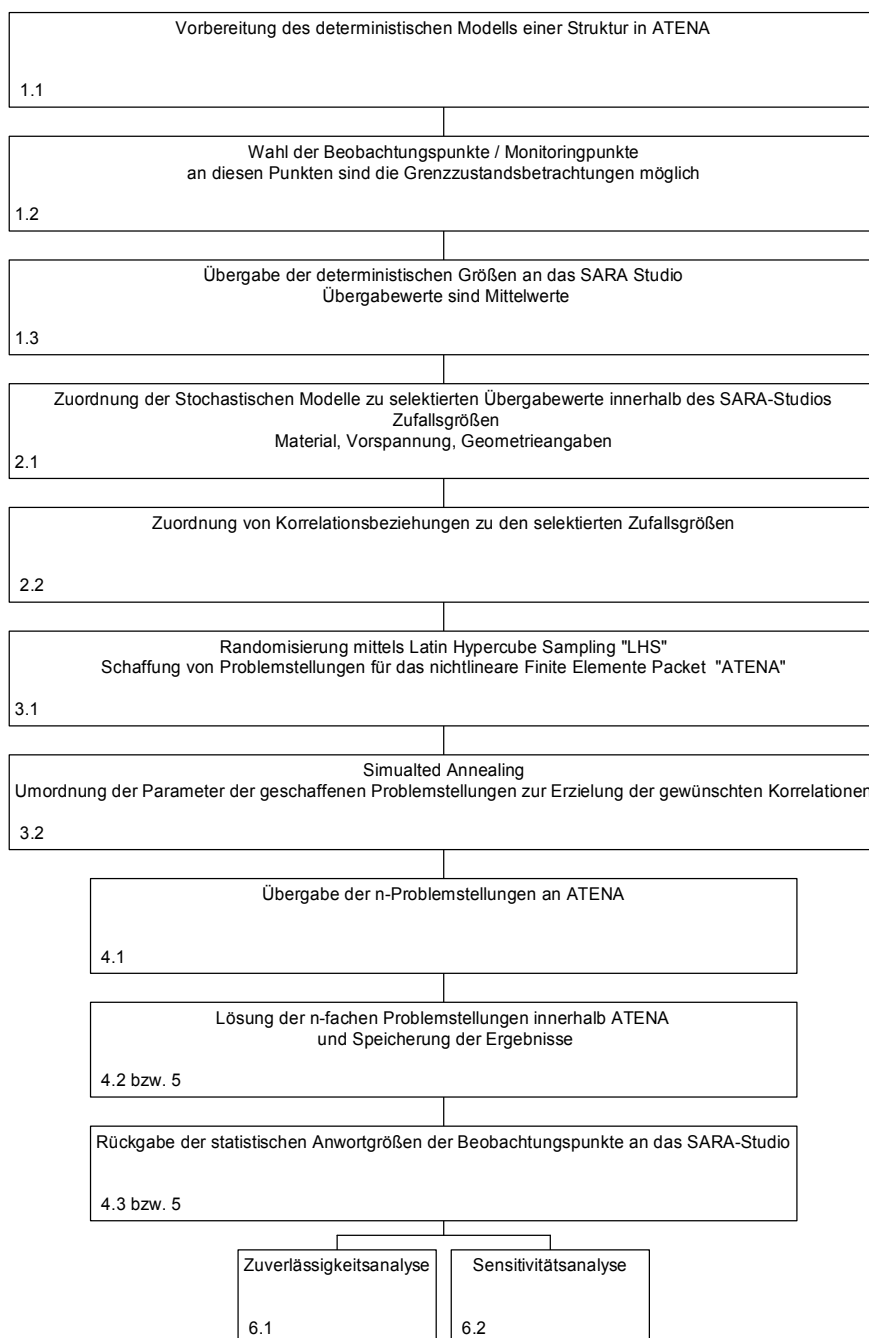


Bild 3: Lösungsverfahren für die Zuverlässigkeitsbewertung und Sensitivitätsanalyse

1. Das deterministische Modell der Struktur wird in ATENA vorbereitet und überprüft.
2. Unsicherheiten und Zufälligkeiten der Eingangsgrößen werden als Zufallsgrößen modelliert und mit Hilfe der Verteilungsdichtefunktionen (PDF) beschrieben. Aus dieser Beschreibung resultieren die Sätze der Eingangsgrößen für die späteren multiplen Berechnungsmodelle in ATENA. Die Zufallsgrößen werden mittels Mittelwert, Varianz oder anderen statistischen Parametern beschrieben (generell mittels PDF).

3. Die zufälligen Eingangsgrößen-Stichproben werden entsprechend ihrer Dichtefunktionen unter Zuhilfenahme der LHS-Technik generiert. Die statistische Korrelation unter den Parametern wird mit Hilfe des Simulated-Annealing-Vorganges eingerichtet.
4. Die generierten Stichproben aus den Zufallsgrößen werden als Eingangsgrößen für Berechnungsmodelle in ATENA verwendet. Die komplexe nichtlineare Berechnung wird durchgeführt und ausgewählte Resultate (Strukturantwort) werden gespeichert.
5. Diese zwei zuletzt beschriebenen Schritte werden für alle Stichproben wiederholt.
6. Die resultierenden Sätze der Strukturantwort aus dem gesamten Simulationsprozeß werden nun statistisch ausgewertet. Es resultieren: Histogramme, Mittelwerte, Varianzen, Koeffizienten der Schräge, empirische Summenhäufigkeitsfunktionen der Strukturantwort, Sensitivitätsanalysen und die Bewertung der Zuverlässigkeit.

Bei der Zuverlässigkeitsanalyse wird den erhaltenen statistischen Antwortgrößen, z.B. Tragwiderstand, Durchbiegungen oder Spannungen etc. in den Beobachtungspunkten, eine Vergleichsgröße gegenübergestellt. Aus dem Überschneidungsbereich der Antwortgröße und Vergleichsgröße kann ein Sicherheitsraum ermittelt werden, siehe Bild 4. Dieser Sicherheitsraum dient zur Ableitung des Cornell'schen  $\beta$ -Index, der eine Größe für die Beschreibung der Versagenswahrscheinlichkeit  $p_f$  – Fläche der Verteilung des Sicherheitsraumes unterhalb des Nullpunktes – ist, siehe Bild 4.

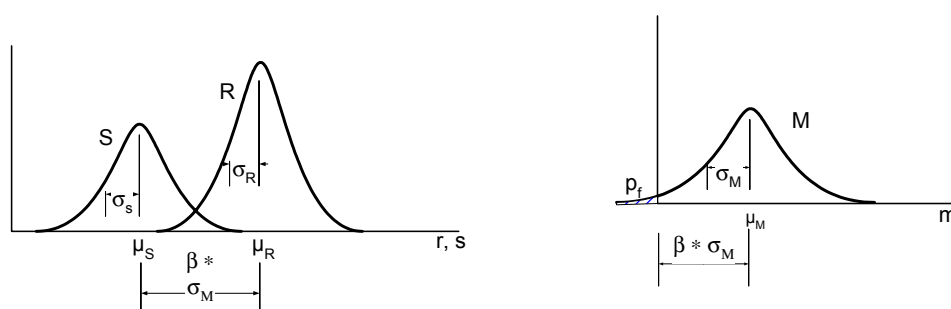


Bild 4: R, S und M und der Sicherheitsindex  $\beta$

## Anwendungsbeispiel

Die zuvor beschriebene Software SARA wurde verwendet, um für ein Objekt der Brennerautobahn eine Zuverlässigkeitsanalyse und in der Folge eine Abschätzung der Lebensdauer durchzuführen. Es handelt sich um einen ca. 1 km langen Brückenzug, von dem die Hohlkastenbrücken über dem Tal näher untersucht wurden. Die Hohlkästen mit 211 Spannkabeln wurden im Freivorbau gefertigt, im Endzustand lag eine statisch bestimmte Lagerung vor. Als streuende Größen – Zufallsgrößen – wurden die Betoneigenschaften Druckfestigkeit, Zugfestigkeit, Bruchenergie, Elastizitätsmodul und Poisson-Zahl, die Stahleigenschaften Elastizitätsmodul und Fließgrenze und die Spannstahleigenschaften Elastizitätsmodul und Fließgrenze eingeführt. Zwischen den einzelnen Parametern erfolgt

auch die Einrichtung der Korrelationsbeziehungen, siehe Strauss [5]. Die detaillierten Angaben über diese Berechnung sind in Strauss [3] zu finden.

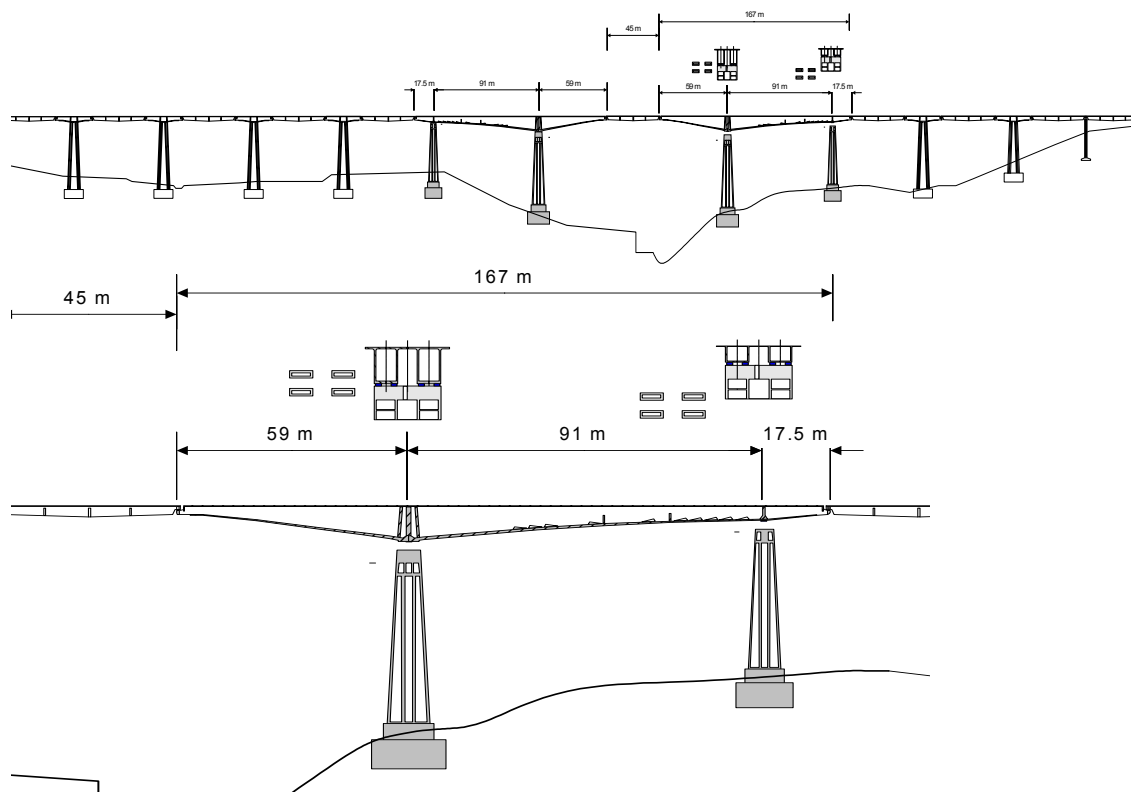


Bild 5: Zuverlässigkeitsanalyse an einem Objekt der Brennerautobahn

Die erste Zuverlässigkeitsanalyse der Tragsicherheit des Objektes – es erfolgte eine Laststeigerung bis zum Versagen – unter der Annahme, daß sämtliche Materialien ihre Ausgangseigenschaften nach wie vor besitzen, ergab einen Sicherheitsindex  $\beta$  von 11.96, siehe Bild 6. Eine nochmalige Simulation unter der Annahme, daß 30 % der Spannglieder beschädigt sind, zeigte einen Abfall dieses Index auf  $\beta = 6.0$ . Diese Annahme erfolgte aufgrund von Informationen aus Bauwerksüberwachungen. Beide Indizes sind von dem in den Normvorschriften geforderten Niveau von 4.7 relativ weit entfernt und dürften daher im ersten Augenblick nicht beunruhigen. Ein  $\beta$ -Index von 4.7 entspricht etwa dem Versagen von einem aus einer Million gleichwertig ausgeführten Bauwerken. Betrachtet man jedoch das nach Frangopol aufgestellte Modell zur Abschätzung der Lebensdauer der Objekte, siehe Bild 6, so sieht man, daß spätestens in 10 Jahren dieses Niveau von  $\beta = 4.7$  erreicht sein wird. Es stellt sich die Frage, ob bis zu diesem Zeitpunkt gewartet oder sofort eine Maßnahme gesetzt werden soll. Hilfestellungen für diese Entscheidungen bieten Kostenmodelle, wie in Rackwitz [6] oder Frangopol [7] vorgeschlagen werden. Der Verlauf der Abgangsfunktionen innerhalb des Bildes 6 kann mit Hilfe der Weibull-Formulierungen  $\phi(t) = \alpha \cdot \beta \cdot t^{\beta-1} \cdot e^{-(\alpha \cdot t^\beta)}$  beschrieben werden. Die Parameter  $\alpha$  und  $\beta$  werden aus mehrfachen Zuverlässigkeitsbeurteilungen in Kombination mit Bauwerksüberwachungen, verteilt über mehrere Zeitpunkte, bestimmt.



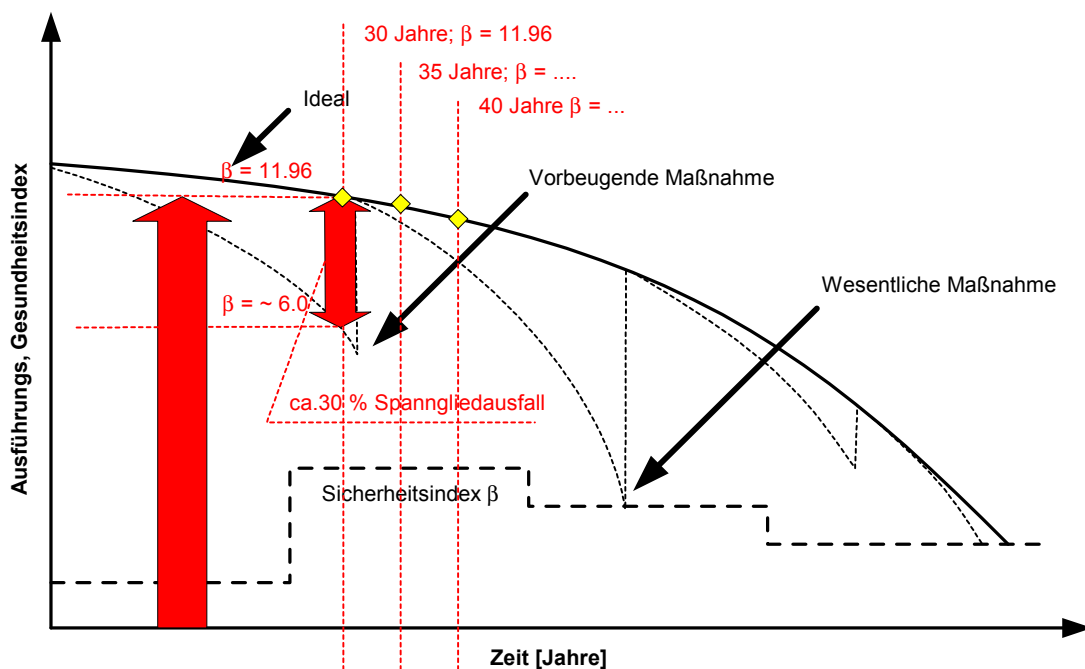


Bild 6: Lebenszeit und Maßnahmenplanung, siehe auch Frangopol [7]

Diese Simulationstechnik, unterstützt durch SARA, bietet zusammen mit einem kontinuierlichen Monitoringsystem ein geeignetes Mittel für die Abschätzung der Lebensdauer, da zeitliche Änderungen unmittelbar vom Monitoring abgelesen werden und diese für die Zukunftsprognose im Simulationsprozeß einfließen können. Vor dem Start eines solchen Systems ist es wichtig, die verwendeten stochastischen Modelle auf ihre Genauigkeit zu prüfen und eventuell zu kalibrieren. Dies kann durch die Maximierung des Überschneidungsbereiches zwischen Meßergebnissen und den Simulationsergebnissen der statistischen Antwortgrößen an einem Beobachtungspunkt erfolgen. Durch unterschiedliche Laststellungen ist es möglich, die Bedeutung der Zufallsgrößen am Ergebnis zu steuern und somit ist auch deren Kalibrierung relativ einfach.

## Diskussion des Sicherheitsniveaus

Tabelle 1 zeigt einen Vorschlag für einen auf die Tragwerksart, das Überwachungssystem und auf die Belastungsart bezogenen Sicherheitsindex  $\beta$ . Der Sicherheitsindex  $\beta$  kann je nach der Überwachungsart, der Duktilität der kritischen Elemente, dem Systemtragverhalten und der Einwirkungsart gegenüber dem in der Norm geforderten Wert von 4.7 (bezogen auf ein Jahr) abgemindert werden, siehe Tabelle 1. Der Sicherheitsindex  $\beta$  darf jedoch den Wert 3.5, außer für Sondertransporte und seltene gleichzeitig wirkende Einwirkungen, nicht unterschreiten. Wird für die Tragsicherheit ein Wert von  $\beta = 3.5$  erreicht, muß unmittelbar eine Inspektion der kritischen Tragelemente der Konstruktion erfolgen, siehe Bild 7. Dieses System der Sicherheitsindexgestaltung ermöglicht gemeinsam mit dem Inspektionsmodell, wie in Bild 7 gezeigt, eine Berücksichtigung der Inspektionsintensität und der Struktureigenschaften. Insbesondere wird auch auf die zeitliche Veränderung der Strukturen Rücksicht genommen. Das Inspektionsmodell umfaßt folgende wesentliche Schritte:

1. Berechnung des Zuverlässigkeitsindex (z.B. mittels SARA).
2. Annahme einer Abgangsfunktion (z.B. auf der Basis einer Weibull-Formulierung o.ä.)
3. Kalibrierung der Weibull-Parameter aus den Daten der Bauwerksüberwachung und SARA).
4. Aufgrund der festgestellten Schäden aus der Überwachung Errechnung einer Degradationsfunktion (z.B. chloridinduzierter Korrosion, etc).
5. Vorschreibung des Zeitraumes für die nächste Inspektion.

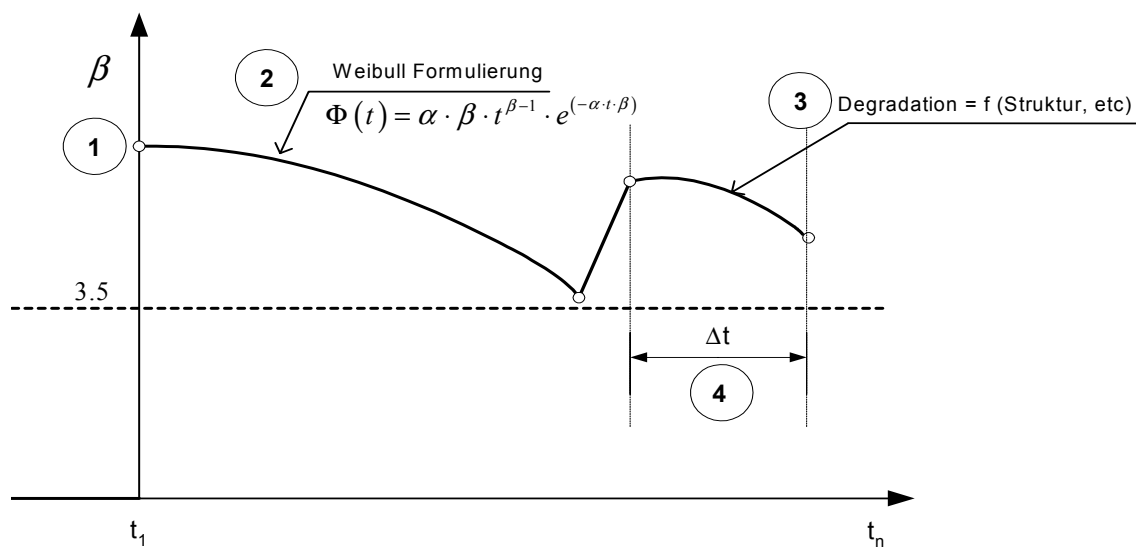


Bild 7: Inspektionsmodell für die Tragsicherheit einer Struktur auf der Basis des zeitabhängigen Sicherheitsindex

$\beta = 4.7 - (\Delta_M + \Delta_D + \Delta_S + \Delta_L) \geq 3.5$ (ULS) Tragfähigkeit	
$\beta = 3.0 - 0.8 * (\Delta_M + \Delta_D + \Delta_S + \Delta_L) \geq 1.8$ (SLS) Gebrauchstauglichkeit	
<i>Monitoring</i>	$\Delta_M$
kontinuierliche Kontrolle der kritischen Elemente	0.5
jährliche Kontrolle der kritischen Elemente, bei denen eine sichtbare Vorwarnung erfolgt	0.25
jährliche Kontrolle der kritischen Elemente, bei denen keine sichtbare Vorwarnung erfolgt	0.1
Kontrolle alle zwei Jahre	0
<i>Duktilität</i>	$\Delta_D$
hohe Duktilität	0.5
geringe Duktilität	0
<i>Systemtragverhalten – Robustheit</i>	$\Delta_S$
hohe Robustheit, Elementversagen führt zu Systemwechsel – System zeigt ein redundantes Verhalten	0.5
mittlere Robustheit, mehrere Elemente müssen versagen, damit der Kollaps eintritt	0.25
geringe Robustheit, Versagen des Elements führt sofort zum Kollaps	0
<i>Einwirkungen</i>	$\Delta_L$
Normbelastung	0
Sondertransporte – seltenes Ereignis (z.B. 1 mal pro Jahr); maximal 20 % über Normbelastung	0.1
seltene und gleichzeitig wirkende Einwirkungen (Sondertransporte + z.B. Wind bzw. Schnee)	0.2

Tabelle 1: Vorschlag der Zielzuverlässigkeiten für die Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit – Bezugszeitraum 1 Jahr

## Schlußfolgerung

Diese Möglichkeit der probabilistischen Berechnung von herkömmlichen Ingenieurkonstruktionen ermöglicht die relativ einfache Bestimmung des Sicherheitsniveaus von existierenden Strukturen. Die Kombination dieses Verfahrens mit Degradationsmodellen erlaubt eine effiziente Erhaltungsplanung unter eventueller Einbeziehung von Kostenmodellen. Die streuenden Daten für die Eingabe können, soweit keine näheren Angaben über das Objekt vorhanden sind, aus der entwickelten Datenbank oder aus Stichprobenentnahmen und Monitoring-Daten extrahiert werden. Ein intelligentes Inspektionssystem für Ingenieurstrukturen – Informationsgewinnung – spielt bei der Lebensdauerplanung von Strukturen eine wesentliche Rolle. Die daraus gewonnenen Informationen können in das „Time-dependent safety-index-concept“ einfließen. Sie erlauben, die Abgangsfunktionen des Sicherheitsniveaus zu kalibrieren.

## Danksagung

Die vorgestellte Forschung wurde teilweise durch das Czech Grant Agency Grant Nr.103/02/1030, 103/04/2003 unterstützt.

## Literatur

- [1] Menétrey, P.; Willam, K.J.: Triaxial failure criterion for concrete and its generalization. *ACI Structural Journal* 92 (3), 1995, Seite 311-318.
- [2] Bažant, Z.P.; Caner, F.C.; Carol, I.; Adley, M.D.; Akers, S.A.: Micoplane model M4 for concrete: I. Formulation with work-conjugate deviatoric stress. *J. of Engrg. Mechanics ASCE* 126 (9), 2000, Seite 944-953.
- [3] Strauss, A.: Stochastische Modellierung und Zuverlässigkeitsanalyse von Betonkonstruktionen. Dissertation am Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Universität für Bodenkultur Wien, 2003
- [4] Novák, D: FREET – Feasible Reliability Engineering Efficient Tool – Program documentation. Brno University of Technology, faculty of Civil Engineering, Institute of Structural Mechanics / Červenka Consulting, Prague, Czech Republic, 2002
- [5] Strauss, A.; Bergmeister, K.; Hostnik R.: Der Einfluß des Wechsels der Zementgüte PZ 375 zu PZ 275 auf die statistischen Kennwerte der Druckfestigkeit der Betongüte C25/30, Serie 7. Institut für Konstruktiven Ingenieurbau, Universität für Bodenkultur Wien, 2002
- [6] Rackwitz, R.: Optimizing systematically renewed structures. *Reliability Engineering and System Safety*, 73, 2001, Seite 269-279.
- [7] Frangopol, D.M., J.s. Kong and E.S. Gharaubeh: Reliability-based life cycle management of highway bridges. *Journal of Computing in Civil Engineering*, ASCE, Vol.15, No. 1, 2001, Seite 27-34.

# Simulationsverfahren in der stochastischen Strukturmechanik

Christian Bucher

Institut für Strukturmechanik, Bauhaus-Universität Weimar

**Zusammenfassung:** Moderne Verfahren der Strukturmechanik gehen zunehmend mehr auf die Notwendigkeit ein, Unsicherheiten von Einwirkungen und Widerstand zu berücksichtigen. In den meisten Fällen beruhen diese Verfahren auf der Wahrscheinlichkeitstheorie. Bedingt durch die enge Verflechtung von strukturmechanischen und statistischen bzw. stochastischen Daten wurden ganz spezifische Konzepte für stochastische Finite Elemente entwickelt.

In diesem Beitrag werden die grundlegenden Beziehungen für die Beschreibung von Zufallsgrößen angegeben. Ihre Darstellung im Kontext von Finiten Elementen wird erläutert. Besonders hervorgehoben werden Methoden zur Berechnung von Versagenswahrscheinlichkeiten unter statischen und dynamischen Lasten. Diese Verfahren beruhen auf der Monte-Carlo-Methode, beziehen aber zusätzliche Informationen, z. B. aus (halb)analytischen Näherungsverfahren, mit ein.

Numerische Beispiele demonstrieren die Anwendbarkeit dieser Methoden. Ein Beispiel bezieht sich auf die statistische Analyse von Eigenfrequenzen bei stochastisch räumlich korrelierten Elastizitätseigenschaften, das zweite Beispiel behandelt die Berechnung der Erstüberschreitenswahrscheinlichkeit der dynamischen Reaktion einer Struktur auf eine erdbebenähnliche Anregung.

## 1 Introduction

Numerical methods for structural analysis have been developed quite substantially over the last decades. In particular, finite element methods and closely related approximations became the state of the art. The modeling capabilities and the solution possibilities lead to an increasing refinement allowing for more and more details to be captured in the analysis.

On the other hand, however, the need for more precise input data became urgent in order to avoid or reduce possible modeling errors. Such errors could eventually render the entire analysis procedure useless. Typically, not all uncertainties encountered in structural analysis can be reduced by careful modeling since their source lies in the intrinsic randomness of natural phenomena. It is therefore appropriate to utilize methods based on probability theory to assess such uncertainties and to quantify their effect on the outcome of structural analysis.

The paper presents an overview of probability-based methods to describe structural uncertainties and to calculate structural reliability. The theoretical concepts are supplemented by two complex numerical examples in which the implementation of the methods is demonstrated.

## 2 Random Variables

### 2.1 Basic Definitions

Probability in the mathematical sense is defined as a positive measure (between 0 and 1) associated with an event  $\mathcal{A}$  in probability space. For most physical phenomena this event is suitably defined by the occurrence of a real-valued random value  $X$  which is smaller than a prescribed, deterministic value  $x$ . The probability  $P[\mathcal{A}]$  associated with this event obviously depends on the magnitude of the prescribed value  $x$ , i.e.  $P[\mathcal{A}] = F(x)$ . For real valued  $X$  and  $x$ , this function is called *probability distribution function* (or equivalently, *cumulative distribution function*, cdf):

$$F_X(x) = P[X < x] \quad (1)$$

Differentiation of  $F_X(x)$  with respect to  $x$  yields the so-called *probability density function* (pdf):

$$f_X(x) = \frac{d}{dx} F_X(x) \quad (2)$$

A qualitative representation of these functions is given in Fig. 1.

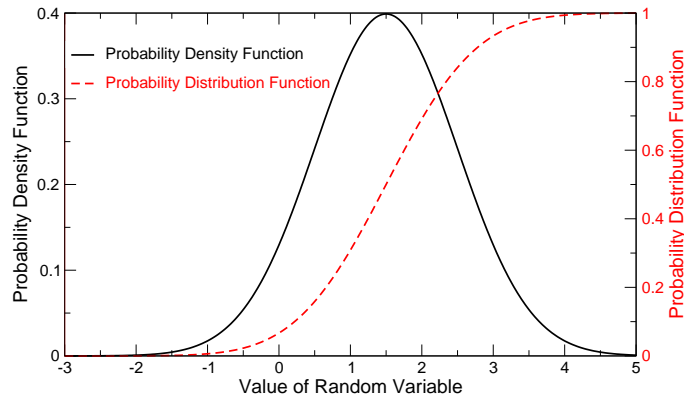


Figure 1: Schematic sketch of probability distribution and probability density functions.

In many cases it is more convenient to characterize random variables in terms of expected values rather than probability density functions. Special cases of expected values are the *mean value*  $\bar{X}$ :

$$\bar{X} = E[X] = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x) dx \quad (3)$$

and the *variance*  $\sigma_X^2$  of a random variable:

$$\sigma_X^2 = E[(X - \bar{X})^2] = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{X})^2 f_X(x) dx \quad (4)$$

The positive square root of the variance  $\sigma_X$  is called *standard deviation*. A description of random variables in terms of mean value and standard deviation is sometimes called “second moment representation”.

### 2.2 Random Vectors

In many applications a large number of random variables occurs simultaneously. It is conceptually helpful to assemble all these random variables  $X_k$ ;  $k = 1 \dots n$  into a *random vector*  $\mathbf{X}$ :

$$\mathbf{X} = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T \quad (5)$$

For this vector, expected values can be defined in terms of expected values for all of its components:

**Mean value vector**

$$\bar{\mathbf{X}} = E[\mathbf{X}] = [\bar{X}_1, \bar{X}_2, \dots, \bar{X}_n]^T \quad (6)$$

**Covariance matrix**

$$E[(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}})(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}})^T] = \mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} \quad (7)$$

The dimensionless quantity

$$\rho_{ik} = \frac{E[(X_i - \bar{X}_i)(X_k - \bar{X}_k)]}{\sigma_{X_i} \sigma_{X_k}} \quad (8)$$

is called *coefficient of correlation*. Its value is bounded in the interval  $[-1, 1]$ . The covariance matrix  $\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$  is symmetric and positive definite. Therefore it can be factored into (Cholesky-decomposition):

$$\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \quad (9)$$

in which  $\mathbf{L}$  is a non-singular lower triangular matrix. The Cholesky factor  $\mathbf{L}$  can be utilized for a representation of the random variables  $X_i$  in terms of zero-mean uncorrelated random variables  $Y_i$ :

$$\mathbf{Y} = \mathbf{L}^{-1}(\mathbf{X} - \bar{\mathbf{X}}); \quad \mathbf{X} = \mathbf{L}\mathbf{Y} + \bar{\mathbf{X}} \quad (10)$$

### 2.3 Joint probability density function models

The pdf of jointly normally (Gaussian) distributed random variables (components of a random vector  $\mathbf{X}$ ) is given by

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det \mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}}} \exp \left[ -\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{X}})^T \mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{-1}(\mathbf{x} - \bar{\mathbf{X}}) \right]; \quad \mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \quad (11)$$

The so-called *Nataf*-model ([5]) describes the joint probability density function of random variables  $X_i$  based on their individual (marginal) distributions and the covariances. The concept is to transform the original variables  $X_i$  to Gaussian variables  $Y_i$  whose joint density is assumed to be Gaussian. This model can be realized in three steps:

1. Map all random variables  $X_i$  individually to normally distributed random variables  $V_i$  with zero mean and unit standard deviation:

$$\{X_i; f_{X_i}(x_i)\} \leftrightarrow \{V_i; \varphi(v_i)\}$$

which is accomplished by means of

$$V_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i)] \quad (12)$$

2. Assume a jointly normal distribution for all random variables  $V_i$

$$E[V_i] = 0; \quad E[V_i^2] = 1; \quad E[V_i V_j] = \rho_{V_i V_j} \neq \rho_{X_i X_j} \quad (13)$$

Note that at this point, the correlation coefficient  $\rho_{V_i V_j}$  is not yet known. The joint pdf for the components of the random vector  $\mathbf{V}$  is then

$$f_{\mathbf{V}}(\mathbf{v}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det \mathbf{R}_{\mathbf{V}\mathbf{V}}}} \exp\left(-\frac{1}{2}\mathbf{v}^T \mathbf{R}_{\mathbf{V}\mathbf{V}}^{-1} \mathbf{v}\right) \quad (14)$$

From this relation, it follows that

$$f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) = f_{\mathbf{V}}[\mathbf{v}(\mathbf{x})] \prod_{i=1}^n \left| \frac{dx_i}{dv_i} \right| = f_{\mathbf{V}}[\mathbf{v}(\mathbf{x})] \prod_{i=1}^n \frac{\varphi[v_i(x_i)]}{f_{X_i}(x_i)} \quad (15)$$

3. Adapt the correlation coefficients  $\rho_{V_i V_j}$  by solving

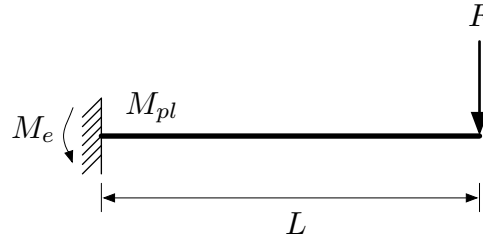
$$\sigma_{x_i} \sigma_{x_j} \rho_{X_i X_j} = \int_{-\infty}^{\infty} (x_i - \bar{X}_i)(x_j - \bar{X}_j) f_{X_i X_j}(x_i, x_j, \rho_{V_i V_j}) dx_i dx_j \quad (16)$$

This is usually achieved by iteration. A known problem of the Nataf-model is that this iteration may lead to a non-positive-definite matrix of correlation coefficients. In this case, this model is not applicable.

## 3 Structural Reliability

### 3.1 Definitions

Generally, failure (i.e. an undesired or unsafe state of the structure) is defined in terms of a limit state function  $g(\cdot)$ , i.e. by the set  $\mathcal{F} = \{\mathbf{X} : g(\mathbf{X}) \leq 0\}$ . As seen in Fig. 2, the definition of the limit state function is not unique



$$\mathcal{F} = \{(F, L, M_{pl}) : FL \geq M_{pl}\} = \{(F, L, M_{pl}) : 1 - \frac{FL}{M_{pl}} \leq 0\}$$

Figure 2: Structural system and failure condition

The failure probability is defined as the probability of the occurrence of  $\mathcal{F}$ :

$$P(\mathcal{F}) = P[\{\mathbf{X} : g(\mathbf{X}) \leq 0\}] \quad (17)$$

This quantity is *unique*, i.e. not depending on the particular choice of the limit state function.

### 3.2 FORM - First Order Reliability Method

The FORM-Concept is based on a description of the reliability problem in standard Gaussian space. Hence transformations from correlated non-Gaussian variables  $\mathbf{X}$  to uncorrelated Gaussian variables  $\mathbf{U}$  with zero mean and unit variance are required (Rosenblatt-Transformation). Then a linearization utilizing a first-order Taylor expansion is performed in  $\mathbf{u}$ -space. The expansion point  $\mathbf{u}^*$  is chosen such as to maximize the pdf within the failure domain. Geometrically, this coincides with the point in the failure domain having the minimum distance  $\beta$  from the origin. From a safety engineering point of view, the point  $\mathbf{x}^*$  corresponding to  $\mathbf{u}^*$  is called *design point*.

This concept is especially useful in conjunction with the Nataf-model for the joint pdf of  $\mathbf{X}$ . In this case the transformation consists of the following steps:

1. Transform from correlated non-Gaussian variables  $X_i$  to correlated Gaussian variables  $Y_i$ :

$$Y_i = \Phi^{-1}[F_{X_i}(X_i)]; \quad i = 1 \dots n \quad (18)$$

These transformations can be carried out independently. The covariance matrix  $\mathbf{C}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}$  is calculated from  $\mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$  according to the rules of the Nataf-model.



2. Transform from correlated Gaussian space to standard Gaussian space by means of

$$\mathbf{U} = \mathbf{L}^{-1}\mathbf{Y} \quad (19)$$

in which  $\mathbf{L}$  is calculated from the Cholesky-decomposition of  $\mathbf{C}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}}$ :

$$\mathbf{C}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} = \mathbf{L}\mathbf{L}^T \quad (20)$$

In total, this leads to a representation of the limit state function  $g(\cdot)$  in terms of the standardized Gaussian variables  $U_i$ :

$$g(\mathbf{X}) = g(X_1, X_2, \dots, X_n) = g[X_1(U_1, \dots, U_n) \dots X_n(U_1, \dots, U_n)] \quad (21)$$

with

$$X_i = F_{X_i}^{-1}[\Phi(\sum_{k=1}^n L_{ik}U_k)] \quad (22)$$

From the geometrical interpretation of the expansion point  $\mathbf{u}^*$  in standard Gaussian space it becomes quite clear that the calculation of the design point can be reduced to an optimization problem:

$$\mathbf{u}^* : \mathbf{u}^T \mathbf{u} \rightarrow \text{Min.}; \quad \text{subject to: } g[\mathbf{x}(\mathbf{u})] = 0 \quad (23)$$

In the next step, the exact limit state function  $g(\mathbf{u})$  is replaced by a linear approximation  $\bar{g}(\mathbf{u})$  as shown in Fig. 3.

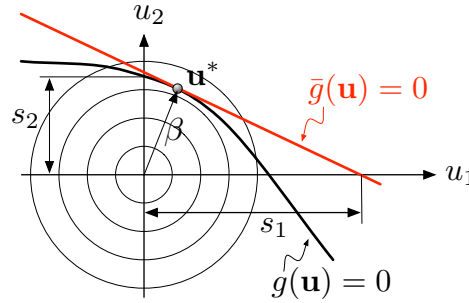


Figure 3: Linearization required for first order reliability method

From this, the probability of failure is easily determined to be

$$P(\mathcal{F}) = \Phi(-\beta) \quad (24)$$

This result is exact, if  $g(\mathbf{u})$  is actually linear.

## 4 Monte-Carlo-Simulation

### 4.1 Definitions and Basics

Generally the failure probability is defined as the probability that the limit state function attains non-positive values (cf. Eq. 17) This can be written as an expected value:

$$P(\mathcal{F}) = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{-\infty}^{\infty} I_g(x) f_{X_1 \dots X_n} dx_1 \dots dx_n \quad (25)$$

in which  $I_g(x_1 \dots x_n) = 1$  if  $g(x_1 \dots x_n) \leq 0$  and  $I_g(\cdot) = 0$  else.

In order to determine  $P(\mathcal{F})$  in principle all available statistical methods for estimation of expected values are applicable. If  $m$  independent samples  $\mathbf{x}^{(k)}$  of the random vector  $\mathbf{X}$  are available then the estimator

$$\bar{P}(\mathcal{F}) = \sum_{k=1}^m I_g(\mathbf{x}^{(k)}) \quad (26)$$

yields a consistent and unbiased estimate for  $p_f$ .

Problem: For small values of  $P(\mathcal{F})$  and small values of  $m$  the confidence of the estimate is very low. The number  $m$  of simulations required for sufficiently high confidence is independent of the dimension  $n$  of the problem!

## 4.2 Importance Sampling (Weighted Simulation)

### 4.2.1 General Concept

In order to reduce the standard deviation  $\sigma_{\bar{P}(\mathcal{F})}$  of the estimator to the order of magnitude of the probability of failure itself  $m$  must be in the range of  $m = \frac{1}{P(\mathcal{F})}$ . For values of  $P(\mathcal{F})$  in the range of  $10^{-6}$  this cannot be achieved. Alternatively, strategies are employed which increase the ‘‘hit-rate’’ by artificially producing more samples in the failure domain than should occur according to the distribution functions. One way to approach this solution is the introduction of a positive weighting function  $h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x})$  which can be interpreted as density function of a random vector  $\mathbf{Y}$ . Samples are taken according to  $h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x})$ .

The probability of failure is then estimated from

$$\bar{P}(\mathcal{F}) = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m \frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})}{h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x})} I_g(\mathbf{x}) = E\left[\frac{f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x})}{h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x})} I_g(\mathbf{x})\right] \quad (27)$$

A useful choice of  $h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x})$  can be based on minimizing  $\sigma_{\bar{P}(\mathcal{F})}^2$ . Ideally, such a weighting function should reduce the sampling error to zero which cannot be achieved in reality, since such a function should have the property:

$$h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x}) = \begin{cases} \frac{1}{P(\mathcal{F})} f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x}) & g(\mathbf{x}) \leq 0 \\ 0 & g(\mathbf{x}) > 0 \end{cases} \quad (28)$$

This property requires the knowledge of  $P(\mathcal{F})$  which, of course, is unknown. Special updating procedures such as adaptive sampling can help to alleviate this problem.

### 4.2.2 Importance Sampling at the Design Point

Based on a previous FORM analysis it may be attempted to obtain a general importance sampling concept. This can be accomplished in two steps:

1. Determine the design point  $\mathbf{x}^*$  as shown in the context of the FORM-procedure.
2. Choose a weighting function (sampling density)  $h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x})$  with the statistical moments  $E[\mathbf{Y}] = \mathbf{x}^*$  and  $\mathbf{C}_{\mathbf{Y}\mathbf{Y}} = \mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}$  in the following form (multi-dimensional Gaussian distribution)

$$h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{\frac{n}{2}} \sqrt{\det \mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)^T \mathbf{C}_{\mathbf{X}\mathbf{X}}^{-1}(\mathbf{x} - \mathbf{x}^*)\right] \quad (29)$$

3. Perform random sampling and statistical estimation according to Eq. 27.

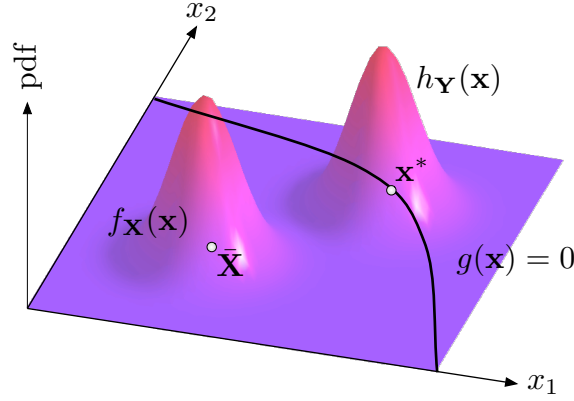


Figure 4: Original and importance sampling probability density functions

The efficiency of this concept depends on the geometrical shape of the limit state function. In particular, limit state functions with high curvatures or almost circular shapes cannot be covered very well.

### 4.2.3 Adaptive Sampling

As mentioned earlier, the “optimal” sampling density should satisfy the requirement

$$h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x}) = f_{\mathbf{X}}(\mathbf{x} | \mathbf{x} \in D_f) \quad (30)$$

Here the failure domain  $D_f$  is the set in which the limit state function is negative:

$$D_f = \{\mathbf{x} | g(\mathbf{x}) \leq 0\} \quad (31)$$

This ideal condition cannot be met strictly. However, it is possible to meet it in a second moment sense, i.e.  $h_{\mathbf{Y}}(\mathbf{x})$  can be chosen such that ([2]):

$$E[\mathbf{Y}] = E[\mathbf{X} | \mathbf{X} \in D_f] \quad (32)$$

$$E[\mathbf{Y}\mathbf{Y}^T] = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^T | \mathbf{X} \in D_f] \quad (33)$$

In terms of these statistical moments, a multi-dimensional Gaussian distribution is uniquely determined.

## 4.3 Directional Sampling

The basic idea is to simulate directions instead of points, and to solve analytically for the probability of failure conditional on a certain direction. The formulation is based on a representation of the limit state function in standard normal space (denoted by the random vector  $\mathbf{U}$ ). Each point  $\mathbf{u}$  in this space is written in the form of:

$$\mathbf{u} = r\mathbf{a}$$

in which  $r$  is the distance from the origin, and  $\mathbf{a}$  is a unit vector indicating the direction. This implies transformation to  $n$ -dimensional spherical coordinates.

The failure probability  $p_{f|\mathbf{a}}$  conditional on a realization of the direction  $\mathbf{a}$  can be determined analytically:

$$\begin{aligned} p_{f|\mathbf{a}} &= \int_{R^*(\mathbf{a})}^{\infty} f_{R|\mathbf{A}}(r|\mathbf{a}) dr = \int_{R^*(\mathbf{a})}^{\infty} \\ &= S_n r^{n-1} \frac{1}{\pi^{\frac{n}{2}}} \exp\left(-\frac{r^2}{2}\right) dr = 1 - \chi_n^2[R^*(\mathbf{a})^2] \end{aligned} \quad (34)$$

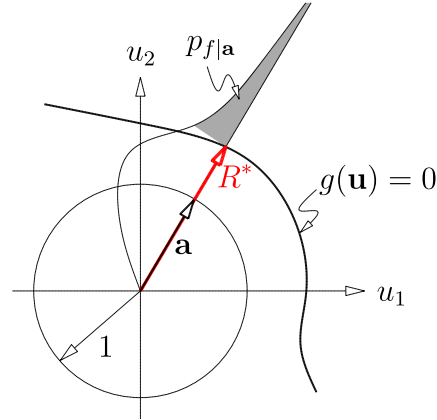


Figure 5: Directional Sampling

This is the cumulative Chi-Square-Distribution with  $n$  degrees of freedom.

The directional sampling procedure can be summarized as follows:

1. Generate a sample  $\mathbf{u}_k$  according to an  $n$ -dimensional standard normal distribution
2. Calculate the direction vector  $\mathbf{a}_k = \frac{\mathbf{u}_k}{\|\mathbf{u}_k\|}$
3. Calculate critical distance  $R^*(\mathbf{a}_k)$  by solving  $g[R^*(\mathbf{a}_k)\mathbf{a}] = 0$
4. Determine conditional failure probability  $p_{f|\mathbf{a}} = 1 - \chi_n^2[R^*(\mathbf{a}_k)^2]$
5. Repeat above steps with  $k \rightarrow k + 1$

## 5 Numerical Examples

### 5.1 Natural Frequencies of a Structure with Randomly Distributed Elastic Modulus

In the following, a spherical shell structure (cf. Fig. 6) in free vibration is considered. The shell is modeled by 288 triangular shell elements. The shell is assumed to be fully clamped along the edge. The material of the shell is assumed to be elastic (in plain stress) and the elastic modulus  $E(\mathbf{x})$  is modeled as a log-normally distributed, homogeneous, and isotropic random field. Its auto-covariance function  $C_{EE}(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  is assumed to be of the form

$$C_{EE}(\mathbf{x}, \mathbf{y}) = \sigma_{EE}^2 \exp\left(-\frac{\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|}{L_c}\right) \quad (35)$$

In the above equations, the 3D vectors  $\mathbf{x}$  and  $\mathbf{y}$  are the coordinates of points within the shell structure. The basis diameter of the shell is 20 m, and the correlation length  $L_c$  is assumed to be 10 m. The coefficient of variation of the random field is assumed to be 0.2.

The question to be answered is what magnitude of randomness may be expected in the calculated natural frequencies. Quite clearly, this is very important for structural elements designed to carry e.g. rotating machinery which produces almost harmonic excitation, and possibly resonance. Hence the probability of obtaining high deviations from the mean natural frequency needs to be calculated. This example shows quite typically the close connection required between the stochastic analysis and the finite element analysis. Within the finite element model, the random field  $E(\mathbf{x})$  is represented by its

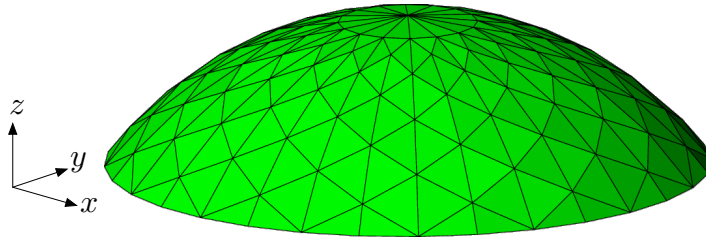


Figure 6: Spherical Shell Structure

values in the integration points of the elements ([1]). The shell elements as utilized here have two layers of each 13 integration points, so there is a total of  $26 \times 288 = 7488$  integration points. In order to reduce this rather high number of random variables the following strategy is applied. First, the elastic modulus is represented by one value per element (given the correlation length of 10 m this is not a severe simplification). Second, the remaining random field is represented in terms of independent random variables and corresponding space dependent shape functions. These independent variables are obtained by applying the Nataf joint density model along with an eigenvalue decomposition of the covariance matrix of the random field, i.e. by a spectral representation ([4, 7, 8]).

Fig. 7 shows selected space dependent shape functions. They are ordered according to decreasing magnitude of the corresponding eigenvalues. A Monte Carlo simulation is then carried out to gen-

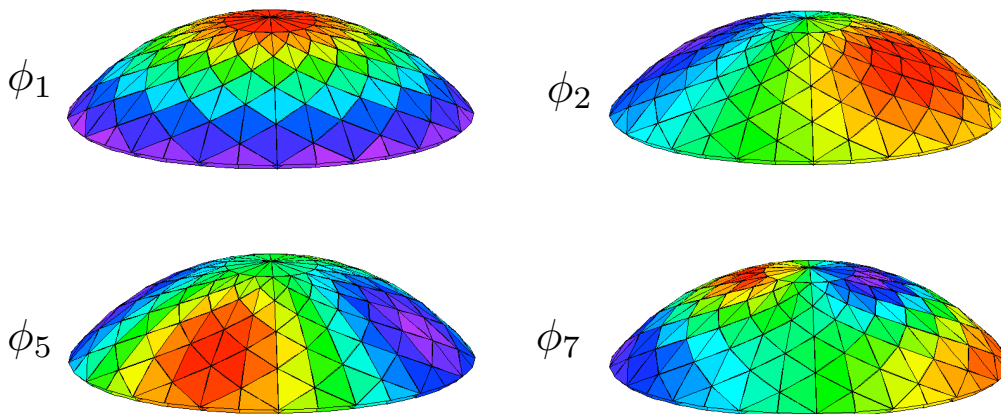


Figure 7: Selected mode shapes of the covariance function

erate sample functions of the random field. For each sample, the lowest 10 natural frequencies are computed. The simulation results obtained from 1000 samples in terms of histograms are given in Figs. 8 and 9.

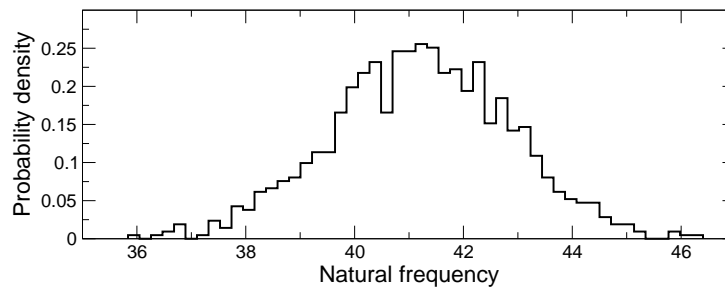


Figure 8: Histogram of the fundamental natural frequency

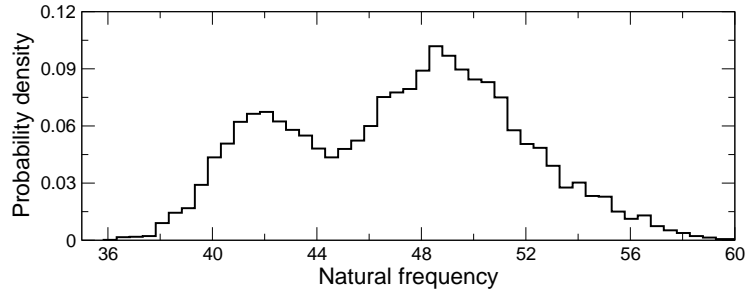
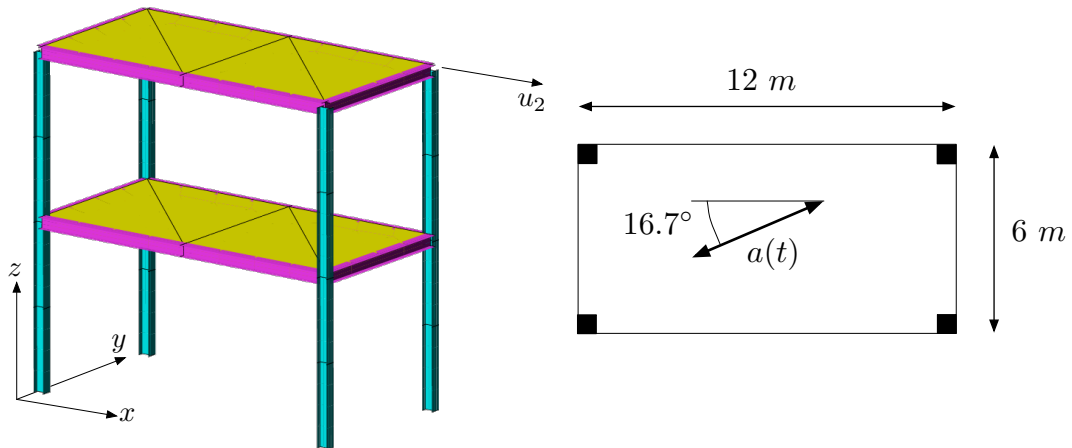


Figure 9: Histogram of lowest 10 natural Frequencies

The results indicate a relatively high scatter of the fundamental frequency (the deterministic system has two equal lowest natural frequencies at 42 Hz). The coefficient of variation is approximately 15%. Considering the lowest 10 natural frequencies (Fig. 9) it is seen that a large frequency band between 36 Hz and 60 Hz is filled with possible resonance locations.

## 5.2 First Passage Probability of a Frame Structure

Here a three-dimensional steel frame structure (cf. Fig. 10) subjected to a random non-stationary non-white earthquake-type excitation  $a(t)$  as described by [3] is analyzed. The horizontal ground


 Figure 10: Steel Frame structure under earthquake type excitation  $a(t)$ 

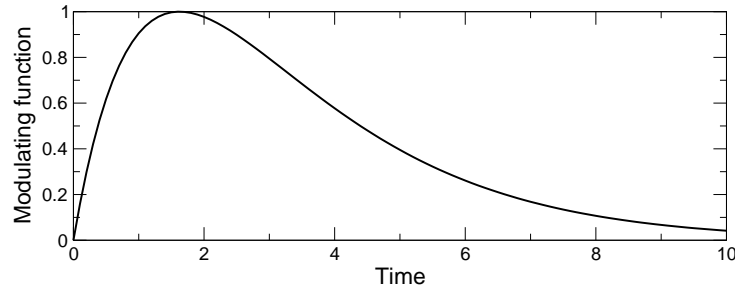
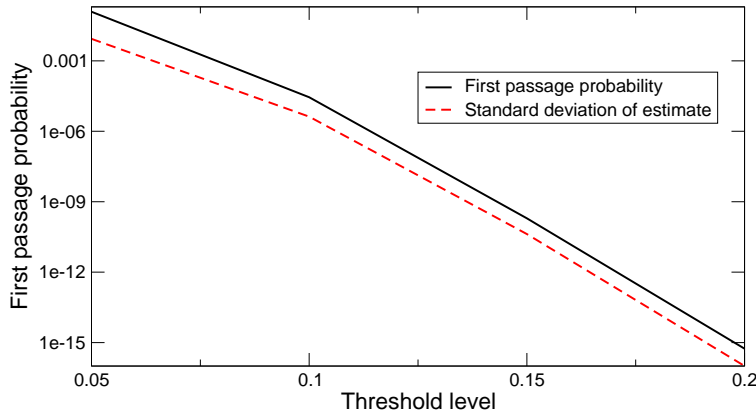
acceleration  $a(t)$  is an amplitude-modulated random process described by multiplying a deterministic envelope function  $e(t)$  with a stationary random process  $s(t)$ :

$$a(t) = e(t)s(t); \quad e(t) = 6.75[\exp(-0.5t) - \exp(-0.75t)] \quad (36)$$

The auto-covariance function of the stationary process  $s(t)$  is given by

$$R_{ss}(t_1, t_2) = \sigma_s^2 \exp\left(-\frac{|t_1 - t_2|}{\tau_c}\right); \quad \sigma_s^2 = 0.2m^2/s^4; \quad \tau_c = 0.4s \quad (37)$$

In a time-discrete representation, the random process  $a(t)$  is expressed in terms of 200 correlated random variables  $a_i = a(t_i)$ . It is the goal of the analysis to compute the probability  $p_E$  with which the displacement response  $u_2$  as indicated in Fig. 10 exceeds a given threshold level  $\xi$ . The method utilized is importance sampling at the design points, with the addition that here multiple design points need to be taken into account ([6]).


 Figure 11: Modulating function  $e(t)$ 

 Figure 12: First passage probability vs. threshold level  $\xi$ 

### Structural Data

- **Material:** Ideal plasticity with kinematic hardening, post-yield stiffness of 5% of initial, Elastic modulus  $2.1 \cdot 10^{11} N/m^2$ , yield stress of  $2.40 \cdot 10^8 N/m^2$ .
- **Geometry:** Cross sections have symmetric I-shapes for both beams and columns. Beam and column sections have a height and width of 400 mm and a web/flange thickness of 6 mm. Concrete slabs with dimensions  $12 \times 6 \times 0.2$  m, an elastic modulus of  $3 \cdot 10^{10} N/m^2$  and a density of  $2500 kg/m^3$ .
- **FE-model:** Model has 28 beam and 8 plate elements. Fully clamped supports are assumed. Total of 120 dynamic degrees of freedom, i.e. 240 state variables. Lowest natural frequency of the structure in its initial (linear) state is 0.61 Hz.

### Solution Procedure

- Perform transient dynamic analysis considering material and geometrical nonlinearities.
- Utilize explicit time integration scheme with a time step of  $\Delta t = 0.1s$
- Determine design point excitations These excitations are the most likely excitations leading to a first passage at time  $T$ . They are utilized to construct an importance sampling density function as outlined in the preceding section 4.2.2.
- Apply importance sampling using 1000 samples to calculate probability  $P_E$  of exceeding a given top story displacement  $u_2$  in  $x$ -direction (threshold level  $\xi$  from -0.05 to -0.30 m)

It can be seen from Fig. 12 that by applying the importance sampling concept it is possible that extremely small failure probabilities can be calculated from a very moderate sample size of 1000 with

Level $\xi$ [m]	0.05	0.10	0.15	0.20
$p_E$	$1.2 \cdot 10^{-1}$	$2.8 \cdot 10^{-5}$	$2.0 \cdot 10^{-10}$	$5.5 \cdot 10^{-16}$
$\sigma_{p_E}$	$8.6 \cdot 10^{-3}$	$4.2 \cdot 10^{-6}$	$4.2 \cdot 10^{-11}$	$1.0 \cdot 10^{-16}$

Table 1: First passage probability  $p_E$  and statistical error  $\sigma_{p_e}$  vs. threshold level  $\xi$

reasonably small statistical errors of about 20%.

## Concluding Remarks

The methods available for the analysis of structural reliability allow for a treatment of rather complex random phenomena such as random vectors, random fields and random processes in conjunction with structural analysis based on the finite element method.

It is quite clear that the application of such methods requires substantial computational resources and should be carefully chosen so that the required results can be obtained in the least expensive way. In particular, approximations based on e.g. the first order reliability method or the perturbation approach may be quite appropriate for intermediate stages of the reliability analysis such as during an optimization procedure. Final results may require higher levels of accuracy and confidence, for which cases Monte-Carlo-based simulation methods such as importance sampling procedures should be applied.

## References

- [1] C. E. Brenner and C. Bucher. A contribution to the SFE-based reliability assessment of nonlinear structures under dynamic loading. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 10:265–273, 1995.
- [2] C. Bucher. Adaptive sampling - An iterative fast Monte Carlo procedure. *Structural Safety*, 5:119–126, 1988.
- [3] C. Bucher. An importance sampling technique for randomly excited systems discretized by finite elements. In J. M. Ko and Y. L. Xu, editors, *Advances in Structural Dynamics*, pages 1135–1142. Elsevier, Amsterdam, 2000.
- [4] R. Ghanem and P. D. Spanos. *Stochastic Finite Elements - A Spectral Approach*. Springer, New York Berlin Heidelberg, 1991.
- [5] P.-L. Liu and A. DerKiureghian. Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1(2):105–112, 1986.
- [6] M. Macke and C. Bucher. Importance sampling for randomly excited dynamical systems. *Journal of Sound and Vibration*, (268):269–290, 2003.
- [7] H. G. Matthies, C. E. Brenner, C. G. Bucher, and C. G. Soares. Uncertainties in probabilistic numerical analysis of structures and solids—Stochastic finite elements. *Struct. Safety*, 19:283–336, 1997.
- [8] H. G. Matthies and C. Bucher. Finite elements for stochastic media problems. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 168:3–17, 1999.



# Risikostudie am Beispiel Erdbeben

Raimar J. Scherer & Gerald Faschingbauer

Im vorliegenden Beitrag soll am Beispiel Erdbeben die Durchführung von Risikostudien demonstriert werden. Es werden die Grundlagen zur Ermittlung des seismischen Risikos erläutert und ein kurzer Einblick in die Risikoakzeptanzkriterien zur Abwägung von Kosten und Nutzen risikoreduzierender Maßnahmen gegeben. Hierzu muss die Wahrscheinlichkeit mit der ein Erdbeben bestimmter Größenordnung auftritt mit den daraus resultierenden Schäden bzw. wirtschaftlichen Verlusten verknüpft werden. Der Beitrag ist eine Zusammenstellung der wesentlichen Entwicklungen im Bereich der Risikoermittlung und der Risikoakzeptanzkriterien und soll als Leitfaden für die Erstellung von Risikostudien in der Ingenieurpraxis dienen.

## 1 Einleitung

Als Risikostudien werden Sicherheitsnachweise durch wahrscheinlichkeitsorientierte Methoden bezeichnet. Sie dienen der Ermittlung des Risikos, das mit einem bestimmten Vorhaben, einer bestimmten Aktion, verbunden ist. Das Risiko wird als Produkt aus Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  und Versagenskosten  $C_f$  definiert. Bei der Planung neuer baulicher Anlagen sowie bei der Rehabilitation alter Bauwerke kann durch die Anwendung von Risikostudien das Investitionsvolumen beim Einsatz von Sicherheitsmaßnahmen optimiert werden. Sehr häufig hat sich in der Vergangenheit gezeigt, dass durch die Investition in risikomindernde Maßnahmen größere Schäden und der Verlust von Menschenleben vermeidbar gewesen wären. Häufig beschränken sich der Bauherr und der Ingenieur auf die Anwendung der gültigen Normen, obwohl im Einzelfall durch zusätzliche Maßnahmen mit geringem Kostenaufwand eine starke Reduzierung des potentiellen Risikos erreicht werden könnte. Das Maß der Akzeptanz, mit dem wir ein Risiko bewerten hängt maßgeblich davon ab, welcher Nutzen sich aus der mit dem Risiko behafteten Aktivität ergibt und mit welchem Grad der Freiwilligkeit die Aktivität unternommen wird. Es wird ferner unterschieden zwischen dem Risiko, dem sich eine einzelne Person aussetzt und dem Risiko für die Allgemeinheit, bei dem grundlegend zu entscheiden ist, ob das Risiko für die Gesamtbevölkerung akzeptabel ist. Es ist stets abzuwägen, wo die Grenze zwischen akzeptablem und nicht akzeptablem Risiko zu ziehen ist. Ein generell gültiges, mathematisch fassbares Kriterium gibt es hierfür nicht. Es ist letztendlich immer eine Einzelfallentscheidung. Es besteht allgemein Einigkeit darüber, dass das Risiko so gering wie möglich gehalten werden muss. Bei der Entscheidungsfindung über das zulässige Risiko sind objektive Kriterien zugrunde zu legen. Deshalb werden bei Risikostudien im Wirtschafts- und Inge-

neurbereich auf Basis von Kosten-Nutzen-Analysen erstellt. Diese liefern eindeutigere diskutierbare Ergebnisse. Nachfolgend soll ein Ansatz eines vierstufigen Konzepts einer Risikostudie (Abb. 1) gezeigt werden, mit dem die Wirtschaftlichkeit von risikoreduzierenden Maßnahmen bewertet werden kann.

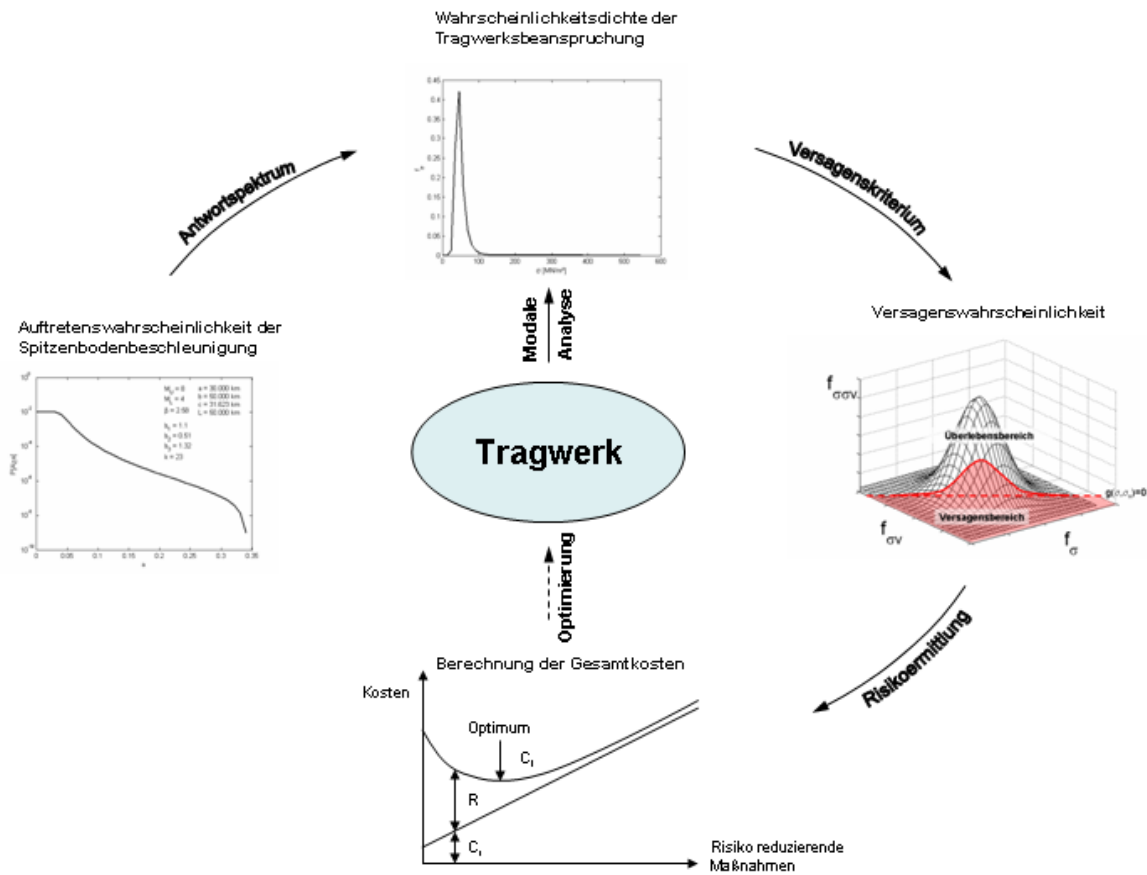


Abb. 1: Das vierstufige Konzept einer Risikostudie

## 2 Stochastische und physikalische Modellansätze

### 2.1.1 Versagenswahrscheinlichkeit von Tragwerken

Um das mit einem Bauwerk verbundene seismische Risiko zu ermitteln, muß die Wahrscheinlichkeit ermittelt werden, mit der das Tragwerk durch Erdbebeneinwirkung versagt.

Ein Tragwerk versagt, wenn die Beanspruchbarkeit  $R$  (resistance) kleiner ist als die Beanspruchung  $S$  (stress), also wenn der Sicherheitsabstand  $Z$  kleiner Null ist.

$$Z = R - S < 0 \tag{1}$$

D.h. das Tragwerk versagt dann, wenn  $R$  und  $S$  Realisierungen  $r$  und  $s$  annehmen, für die  $z < 0$  ist. Sowohl  $R$  als auch  $S$  lassen sich durch ihre Wahrscheinlichkeitsdichtefunktionen  $f_r$  und  $f_s$  beschreiben. Durch die Gleichung  $Z = R - S = 0$  kann die Grenzzustandsfunktion angegeben werden, die den Versagensbereich vom Überlebensbereich trennt. Die Versagenswahrscheinlichkeit  $P_f$  entspricht dem Integral der Verbundwahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_{r,s}$  über den Versagensbereich.

Die Beanspruchungen des Tragwerks können vereinfacht als Massenbeschleunigungskräfte über das Antwortspektrenverfahren ermittelt werden. Die als Eingangsgrößen für das Antwortspektrum zur Ermittlung der Massenbeschleunigungskräfte notwendigen Bodenbeschleunigungswerte ergeben sich durch Kombination der Auftretenswahrscheinlichkeit und Stärke des Erdbebens, vereinfacht ausgedrückt durch die Magnituden-Häufigkeits-Gleichung, einer empirischen, von lokalen Gegebenheiten abhängigen Funktion, erstmals vorgeschlagen von Gutenberg & Richter und einem entfernungsabhängigen Abnahmege-  
setz für die Spitzenbodenbeschleunigung, ebenfalls eine empirische, stark von lokalen Gegebenheiten abhängigen Funktion.

## 2.2 Auftretenswahrscheinlichkeit von Erdbebenbeschleunigungen am Bauwerksstandort

Ziel ist es, die statistische Verteilung der Spitzenbodenbeschleunigung (PGA) am Bauwerksstandort zu ermitteln. Sie wird in 2 Stufen ermittelt. Zuerst wird die Auftretenswahrscheinlichkeit von Erdbeben mit einer gewissen Erdbebenstärke in der Umgebung des Bauwerks ermittelt. In ihr gehen vor allem seismotektonische Überlegungen ein. Im zweiten Schritt wird die Erdbebenstärke am Erdbebenherd über das empirische Abnahmegesetz in eine Spitzenbodenbeschleunigung am Bauwerksstandort transformiert. Hier gehen vor allem seismische und geologische Überlegungen ein. Insbesondere die lokale Topographie und die lokale oberflächennahe Geologie (weiche Schichten) sind von herausragender Bedeutung, da sie zu Bodenresonanzüberhöhungen von mehreren Faktoren führen können.

### 2.2.1 Wahrscheinlichkeitsverteilung der Magnitude

Der gewöhnliche Ausdruck zur Beschreibung der Verteilungsfunktion der Magnitude ist die „Magnituden-Häufigkeits-Gleichung“ erstmals vorgeschlagen von Gutenberg und Richter (Gutenberg et al. (1944)). Sie ist, statistische Unabhängigkeit des Auftretens angenommen, eine Exponentialverteilung. Wird nur der Bereich von ingenieurmäßigem Interesse berücksichtigt,  $M_L \leq M \leq M_U$ , folgt daraus, dass die Magnitude  $M$  in einer Region einer gestutzten Exponentialverteilung folgt. Die zugehörige Summenhäufigkeitsverteilung (Abb. 2) ist:

$$F(M) = \frac{1 - e^{-\beta(M-M_L)}}{1 - e^{-\beta(M_U-M_L)}} \quad (2)$$

hierbei ist  $F(M)$  die Wahrscheinlichkeit, dass die Magnitude  $M$  nicht überschritten wird,  $M_L$  ist die kleinste Magnitude von ingenieurmäßigem Interesse (i.a.  $M_L=4.0$ ),  $M_U$  ist die größte für das jeweilige Gebiet zu erwartende Magnitude,  $\beta$  ist eine ortsspezifische Konstante, die trotz einer fortschreitenden Harmonisierung der empirischen Auswertung der historischen Erdbeben an manchen Landesgrenzen noch Sprünge aufweisen kann.

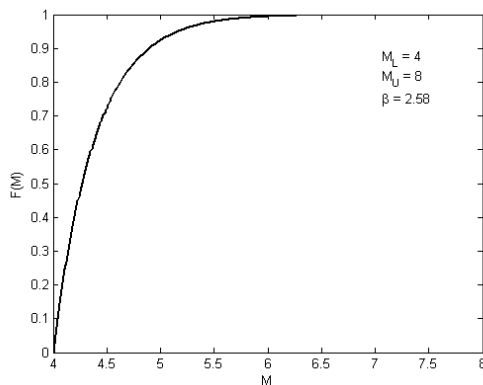


Abb. 2: Magnituden-Häufigkeits-Gleichung

### 2.2.2 Auftretens-Wahrscheinlichkeiten für die Spitzenbodenbeschleunigung

Um die Bodenbewegung am Beobachtungsort zu erhalten, ist eine Beziehung zwischen seismischen Informationen (Magnitude) und Spitzenboden-beschleunigung (PGA), in Abhängigkeit von der Hypozentral- oder Epizentraldistanz einzuführen. Diese Beziehung wird als Abnahmegesetz bezeichnet. Das Abnahmegesetz (Abb. 3) gilt unter der Annahme eines homogenen Ausbreitungsmediums. Tatsächlich können standortspezifische Eigenschaften die Wellenausbreitung stark verstärken oder auch dämpfen. Meist sind jedoch in einem Gebiet nicht genügend Messstationen vorhanden, um flächendeckende, detaillierte Informationen über singuläre Einflüsse auf die Wellenausbreitung zu erhalten. In diesen Fällen bietet das Abnahmegesetz pragmatische Modellannahmen für die Einschätzung der Bodenbeschleunigung. Es ist ferner zu berücksichtigen, dass das Abnahmegesetz in unmittelbarer Umgebung des Herdes nicht gilt. Erst ab einer Herddistanz von etwa 10 km ist die Modellierung mit einem Abnahmegesetz empfehlenswert.

Die allgemeine Formulierung des Abnahmegesetzes lautet:

$$A = b_1 \cdot e^{b_2 \cdot M} \cdot (\Delta + k)^{-b_3} \cdot \epsilon_A \tag{3}$$

Hierin ist A die horizontale Spitzenbodenbeschleunigung als Anteil der Erdbeschleunigung g.  $\Delta$  ist die Hypozentraldistanz, k ist ein empirischer Faktor zur Modifikation der Distanz, die  $b_i$  sind Abminderungskoeffizienten und  $\epsilon_A$  ist ein lognormaler Fehlerterm, der pauschal die Modellunsicherheiten des Abnahmegesetzes berücksichtigt. In den meisten Fällen fehlt in der Literatur die Information über den Fehlerterm. Im hier behandelten Konzept für Risikostudien wird der Fehlerterm vernachlässigt, da das Abnahmegesetz lediglich zur Transformation der Magnitude in einen Beschleunigungswert benutzt wird.

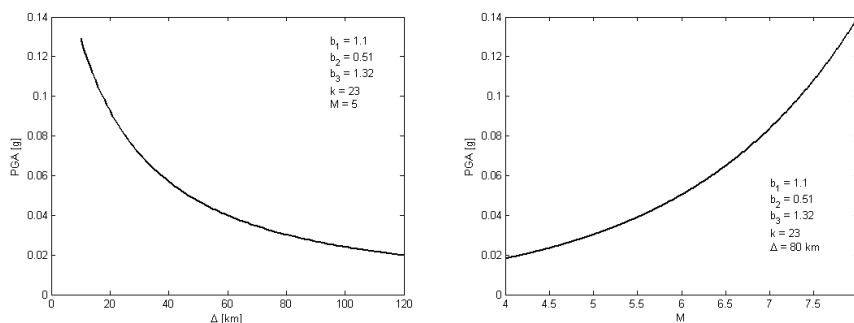


Abb. 3: Abnahmegesetz für konstante Magnitude (M=5) links und konstante Entfernung (Δ=80km) rechts

Verknüpft mit der Wahrscheinlichkeitsverteilung der Magnitude (Gl. ( 2 )) ergibt sich die Wahrscheinlichkeit, dass bei einem Erdbeben die Spitzenbodenbeschleunigung  $a$  an einem Standort, mit der Entfernung  $\Delta=\delta$  vom Hypozentrum überschritten wird (Abb. 4) zu:

$$P[A \geq a | \Delta = \delta] = P\left[b_1 \cdot e^{b_2 \cdot M} \cdot (\Delta + k)^{-b_3} \cdot \varepsilon_A\right] \\ = 1 - F\left(M = \frac{1}{b_2} \ln\left(\frac{A \cdot (\Delta + k)^{b_3}}{b_1 \cdot \varepsilon_A}\right)\right) \quad \forall A \in \{A | M_U \leq M \leq M_L\} \quad (4)$$

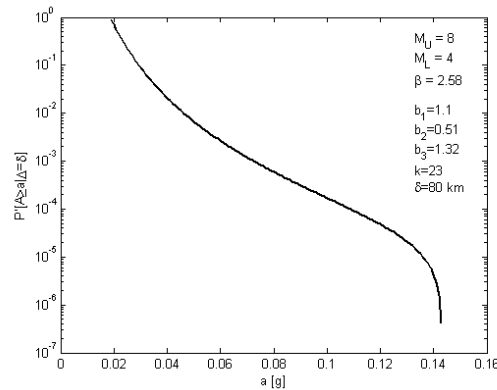


Abb. 4: Überschreitenswahrscheinlichkeitsverteilung  $P'[A \geq a | \Delta = \delta]$  der PGA

Erdbeben ereignen sich in guter Näherung als Poisson-Prozess mit einer mittleren Ereignisrate  $\nu$ , d.h. die Ereignisse sind stochastisch unabhängig. Neuere Erkenntnisse zeigen zwar, dass eine physikalisch bedingte stochastische Abhängigkeit vorliegt (Reißverschlußeffekt, Gruppeneffekt bei Nachbeben). Ihre Gesetzmäßigkeit ist aber noch so wenig erforscht und vor allem fehlen die empirischen Werte, so dass sie für praktische Belange noch nicht berücksichtigt werden können. Die Überschreitenswahrscheinlichkeit  $P[A \geq a]$  (Abb. 5) einer Beschleunigung  $a$  in einer Referenzzeit  $T$  ergibt sich zu:

$$P[A \geq a | \Delta = \delta] = (1 - e^{-\nu \cdot T}) \cdot P'[A \geq a | \Delta = \delta] \quad (5)$$

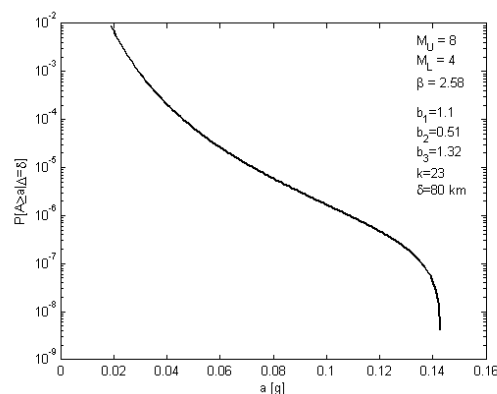


Abb. 5: Überschreitenswahrscheinlichkeit  $P[A \geq a | \Delta = \delta]$

### 2.2.3 Herdentfernung

Der Erdbebenherd wird im Allgemeinen als Punktquelle beschrieben die sich im Zentrum der Bruchzone befindet. Von dort aus propagieren sich die Erschütterungen in alle Richtungen. Zur Handhabung von Ausbreitungsgesetzen werden die nachfolgenden Entfernungsbegriffe definiert und deren stochastische Verteilungsfunktionen angegeben:

#### Hypozentraldistanz

Die Hypozentraldistanz  $\Delta$  ist eine Funktion der Epizentraldistanz  $R$  und der Herdtiefe  $H$  (Abb. 6)

$$\Delta = \sqrt{R^2 + H^2} \quad (6)$$

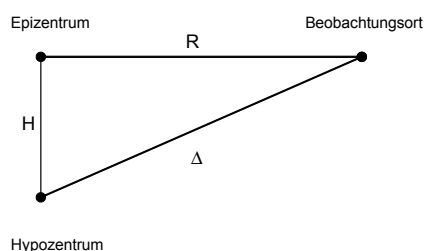


Abb. 6: Herdentfernung

#### Epizentraldistanz

Die Epizentraldistanz  $R$  hängt von der Herdgeometrie ab. Bei klar ausgeprägten Verwerfungslinien (Abb. 7) kann angenommen werden, dass der Herd nur an den Verwerfungslinien und an jedem Punkt der Verwerfungslinie mit gleicher Wahrscheinlichkeit auftritt. Es ergibt sich demnach die folgende Verteilungsfunktion (Abb. 8) der Epizentraldistanz:

$$F[R] = \left(1 - \frac{2\sqrt{c^2 - a^2}}{l}\right) \frac{(R - c)}{b - c} + \frac{2\sqrt{c^2 - a^2}}{l} \quad \text{für } c \leq R \leq b$$

$$F[R] = \frac{2\sqrt{c^2 - a^2}}{l} \frac{R - a}{c - a} \quad \text{für } R < c \quad (7)$$

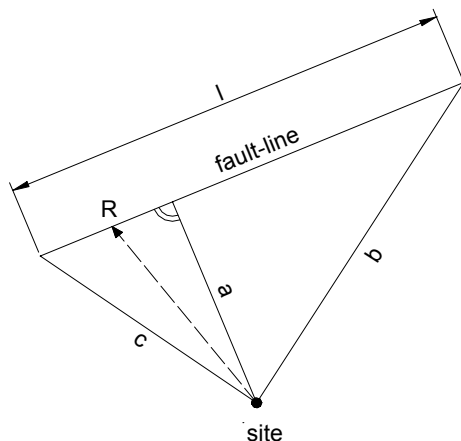


Abb. 7: Modellierung von Verwerfungslinien

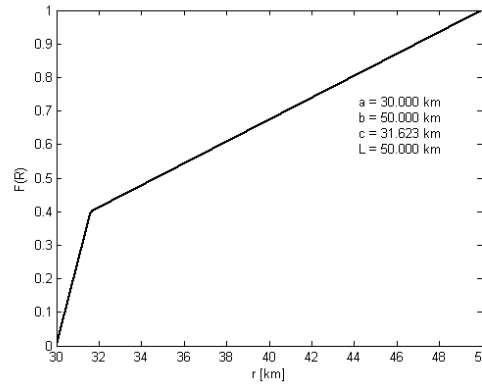


Abb. 8: Verteilung des Epizentraldistanz bei klar definierten Verwerfungslinien

In Gebieten ohne ausgeprägte Verwerfungslinien oder zu wenig Information über die Lage potentieller Herde kann die Epizentraldistanz unter der Annahme berechnet werden, dass die Herdkoordinaten im gesamten seismischen Gebiet gleichverteilt sind. Die Modellierung der seismischen Gebiete mit homogener Seismizität (Seismotektonische Provinzen) erfolgt in diesem Falle mit Ringsegmenten (Abb. 9).

$$F[R] = \frac{R - R_{\min}}{R_{\max} - R_{\min}} \quad (8)$$

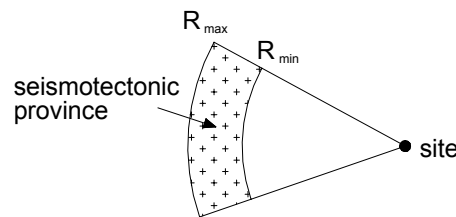


Abb. 9: Modellierung seismotektonischer Provinzen

### Herdtiefe

Die Herdtiefe wird wenn keine weiteren Informationen vorliegen als lognormal verteilt angenommen (vgl. Abb. 10), da physikalische begründet eine kontinuierliche Abnahme der Erdbeben mit der Tiefe vorherrscht, während eine Häufung im erdoberflächennahen Bereich vorliegt.

$$F(H) = \Phi\left(\frac{\ln(H - H_0 - \mu_U)}{\sigma_U}\right) \quad (9)$$

$$\sigma_U = \sqrt{\ln\left(1 + \left(\frac{\sigma_H}{\mu_H - H_0}\right)^2\right)} \quad (10)$$

$$\mu_U = \ln(\mu_H - H_0) - \frac{\sigma_U^2}{2} \quad (11)$$

$\Phi[\bullet]$  ist die standardisierte Normalverteilungsfunktion,  $H_0$  ist die Mindestherdtiefe,  $\mu_H$  ist der Erwartungswert und  $\sigma_H$  ist die Standardabweichung der Herdtiefe.

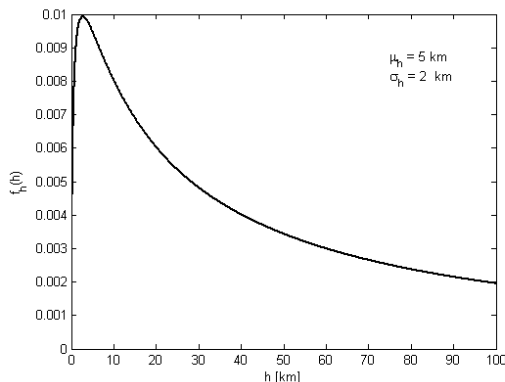


Abb. 10: Dichtefunktion der Herdtiefe

Die stochastische Beschreibung der Hypozentraldistanz gestaltet sich als aufwendiges Unterfangen. Es empfiehlt sich daher für vereinfachte Risikostudien Abnahmegesetze zu verwenden, die als Parameter nur die Epizentraldistanz enthalten. Somit entfällt die aufwendige Ermittlung der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Hypozentraldistanz (Abb. 11) und in den nachfolgenden Beziehungen kann  $\Delta$  durch  $R$  ersetzt werden.

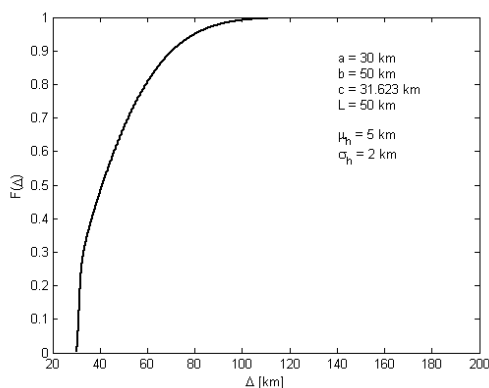


Abb. 11: Verteilungsfunktion der Hypozentraldistanz (numerisch ermittelt)

Die Wahrscheinlichkeit, dass eine bestimmte Spitzenbodenbeschleunigung  $PGA$  überschritten wird (Abb. 12), kann nun durch Integration über das gesamte seismische Gebiet bestimmt werden:

$$P[A \geq a] = \int_{\Delta} P[A \geq a | \Delta] \cdot f(\Delta) d\Delta \tag{12}$$

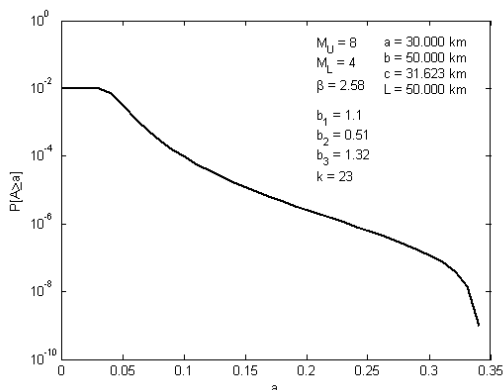


Abb. 12: Überschreitenswahrscheinlichkeit der  $PGA$



### 2.2.4 Berücksichtigung mehrerer seismotektonischer Gebiete

Der zu untersuchende Standort wird meist durch mehrere potenzielle Erdbebenherde bedroht. Das gesamte seismische Gebiet wird in mehrere seismisch homogene Gebiete und Gebiete, die durch Verwerfungslinien repräsentiert werden unterteilt. Die Gebiete sind statistisch Unabhängig, so dass für das gleichzeitige Nichtauftreten eines Erdbebens in allen Gebieten das Produktgesetz gilt. Die Überschreitenswahrscheinlichkeit der Spitzenbodenbeschleunigung ergibt sich dann zu

$$P[A \geq a] = 1 - \prod_{i=1}^m (1 - P_i[A \geq a]) \quad (13)$$

Die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Spitzenbodenbeschleunigung PGA (Abb. 13) am Bauwerksstandort ergibt sich durch Differenziation zu:

$$f_a(a) = \frac{d}{da} (1 - P[A \geq a]) \quad (14)$$

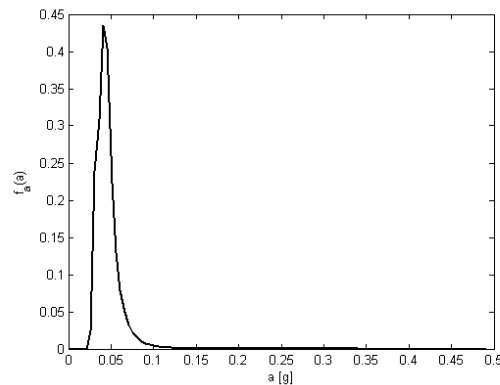


Abb.13: Wahrscheinlichkeitsdichte der Spitzenbodenbeschleunigung

## 2.3 Bestimmung der dynamischen Bauwerksbeanspruchung

Die Ermittlung der Bauwerksbeanspruchung durch Erdbebenbelastung erfordert eine dynamische Analyse. Als vereinfachte Schwingungsberechnung wurde für impulsartige Belastungen das Antwortspektrenverfahren entwickelt, das in allen gängigen Erdbebennormen als Standardverfahren ausgewiesen ist. Das Antwortspektrum ist die maximale Antwort (Reaktion) eines Einmassenschwingers auf eine ganz bestimmte Eingangserregung. Diese maximale Antwort (Ordinate des ASP) wird über der Eigenperiode des Einmassenschwingers (Abszisse des ASP) aufgetragen. Somit repräsentiert das Antwortspektrum die max. Reaktion aller möglichen Einmassenschwinger, charakterisiert durch ihre Eigenschwingdauer  $T_1$  auf eine ganz bestimmte Erregung. Nachdem Erdbeben keiner ganz bestimmten Erregung folgen, sondern deutlich unterschiedliche Erregungen aufweisen, ist ein Erdbebenantwortspektrum ein erheblich gemittelter Funktionsverlauf, der durch einen entsprechend konservativ zu wählenden Sicherheitsabstand abzusichern ist. Dies ist in den Erdbebennormen in das Antwortspektrum im Sinne einer Standardbemessung – jedoch nicht für eine Sonderbemessung – eingearbeitet. Diesem Verfahren liegen zwei wesentliche Modelvereinfachungen zugrunde. Zum einen ist es die impulsartige Belastung, die auf dem ersten Blick für ein Erdbeben zutrifft. Bei einer genaueren Betrachtung und unter-

mauert durch die Erkenntnisse der letzten 20 Jahre weiß man, dass eine Erdbebenbelastung nicht durch eine impulsförmige Belastung hinreichend genau, höchstens durch eine Summe von impulsförmigen Belastungen repräsentiert werden kann, da der Versagensmechanismus bei allen Baustoffen außer Mauerwerk duktil ist. Die zweite Modelvereinfachung ist die Annahme von linear-elastischem Material- und Systemverhalten. Nichtlineares Verhalten, das bei Versagensuntersuchungen immer vorliegt ist durch entsprechend modifizierte lineare Ansätze zu modellieren. Auch ist es üblich, das Antwortspektrum für spezielles nicht-lineares Systemverhalten zu berechnen. Eine einfache Möglichkeit bietet das Antwortspektrenverfahren mit Anwendung der Modalanalyse. Damit kann aus der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die PGA die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Spektralbeschleunigung und schließlich die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion für die Massenbeschleunigungskräfte ermittelt werden. Dadurch ist die stochastische Beschreibung der Beanspruchung gegeben.

Es ist zunächst folgendes Schwingungssystem zu lösen:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = -\mathbf{M}\mathbf{b}\ddot{u}_b \quad (15)$$

Hierin ist  $\mathbf{M}$  die Massenmatrix,  $\mathbf{D}$  die Dämpfungsmatrix,  $\mathbf{K}$  die Steifigkeitsmatrix,  $\mathbf{b}$  die Beteiligungsspalte, die angibt welche Freiheitsgrade des Verschiebungsvektors Anteile in Bebenrichtung aufweisen und  $\ddot{u}_b$  ist die Bodenbeschleunigung. Mit Hilfe der Modalmatrix  $\mathbf{X}=[\mathbf{x}_1 \dots \mathbf{x}_n]$  können die entkoppelten Steifigkeits- und Massenmatrizen  $\text{diag}\{k_i\}$  und  $\text{diag}\{m_i\}$  bestimmt werden. Damit können für jede Eigenform die Eigenfrequenzen  $\omega_i$  sowie die dazu jeweils korrespondierende Periodendauer  $T_i$  ermittelt werden. Die Anwendung eines Antwortspektrums  $S_a$  liefert nun die maximalen modalen Antwortbeschleunigungen  $S_{i,\max}$ :

$$S_{i,\max} = S_a(T_i) \cdot a \cdot \frac{\mathbf{x}_i^T \mathbf{M} \mathbf{b}}{m_i} \quad (16)$$

Die maximalen physikalischen Beschleunigungswerte  $\ddot{\mathbf{u}}_{i,\max}$  bezüglich der Eigenform  $i$  ergeben sich durch Rücktransformation der modalen Antwortbeschleunigungen:

$$\ddot{\mathbf{u}}_{i,\max} = \mathbf{x}_i \cdot S_{i,\max} \quad (17)$$

Die maximalen Beschleunigungskräfte für jede Eigenform ergeben sich damit zu

$$\mathbf{p}_i = \mathbf{M} \ddot{\mathbf{u}}_{i,\max} \quad (18)$$

Da die Maximalwerte der Eigenformen nicht synchron auftreten, wird die resultierende Schnittgröße  $q$  näherungsweise als gewogenes Mittel angegeben:

$$q_{\max} = \sqrt{\sum_i [q_i(\mathbf{p}_i)]^2} \quad (19)$$

Damit lassen sich die auftretenden Maximalspannungen im Tragwerk berechnen

$$\sigma_{\max} = \sigma_{\max}(q_{\max}) \quad (20)$$

Die Maximalspannung  $\sigma_{\max}$  ist somit eine Funktion  $h$  der Spitzenbodenbeschleunigung  $a$

$$\sigma_{\max} = h(a) \quad (21)$$

Ist die Funktion  $h$  eine ein-eindeutige, differenzierbare, streng monoton steigende Funktion und existiert eine stetige, von Null verschiedene Umkehrfunktion  $h^{-1}$ , so kann die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion  $f_{\sigma}(\sigma)$  nach folgender Gleichung berechnet werden:

$$f_{\sigma}(\sigma) = f_a(h^{-1}(\sigma)) \left[ \frac{d}{d\sigma} h^{-1}(\sigma) \right] \quad (22)$$

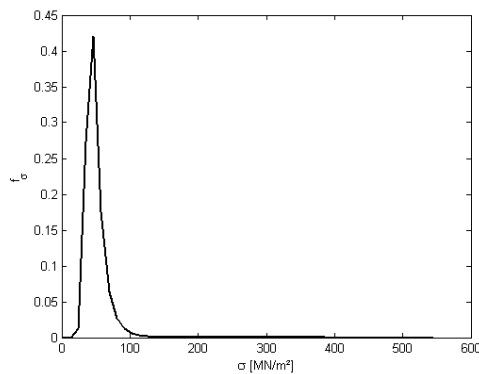


Abb. 14: Wahrscheinlichkeitsdichte der Maximalspannung

Sind die Bedingungen für den Einsatz der Gleichung (22) oder dem Antwortspektrenverfahren als auch die oben erwähnten Modellvereinfachungen für das Antwortspektrenverfahren nicht erfüllt, kann die Dichtefunktion  $f_{\sigma}(\sigma)$  nur mit numerischen Methoden (Abb. 14) oder dem extrem zeitaufwendigen Monte-Carlo Simulationsverfahren bestimmt werden.

## 2.4 Versagenswahrscheinlichkeit

Die Beanspruchung ist durch die Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der auftretenden Spannungen gegeben. Zusammen mit der Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der Beanspruchbarkeit (Bruchspannung) ergibt sich die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von Beanspruchung und Beanspruchbarkeit sowie die Grenzzustandsfunktion. Durch Integration dieser zweidimensionalen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion über den Versagensbereich kann die Versagenswahrscheinlichkeit berechnet werden.

Die gemeinsame Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion der auftretenden Spannung  $\sigma$  und der Versagensspannung  $\sigma_v$  wird unter der Annahme stochastischer Unabhängigkeit durch Multiplikation der Randverteilungsdichten berechnet

$$f_{\sigma\sigma_v}(\sigma, \sigma_v) = f_{\sigma}(\sigma) \cdot f_{\sigma_v}(\sigma_v) \quad (23)$$

Die Grenzzustandsfunktion  $g$  ist durch folgende Gleichung definiert:

$$Z = R - S = 0 \quad (24)$$

d.h.

$$g(\sigma, \sigma_v) = 0 \quad (25)$$

Die Versagenswahrscheinlichkeit wird durch Integration der gemeinsamen Wahrscheinlichkeitsdichtefunktion von  $\sigma$  und  $\sigma_v$  über den Versagensbereich  $g(\sigma, \sigma_v) < 0$  ermittelt (vgl. Abb. 15)

$$P_f = \int_{(\sigma, \sigma_v) | g(\sigma, \sigma_v) < 0} f_{\sigma\sigma_v}(\sigma, \sigma_v) d\sigma d\sigma_v \quad (26)$$

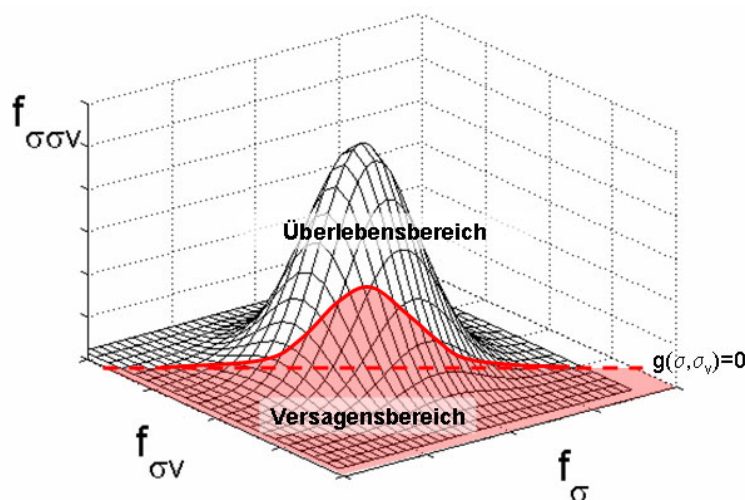


Abb. 15: Versagenswahrscheinlichkeit als Integral über den Versagensbereich ( $g(\sigma, \sigma_v) = 0$  vereinfachend als linear angenommen)

### 3 Kosten-Nutzen-Analyse

Zur Ermittlung des Risikos reicht es nicht aus, die Auftretenswahrscheinlichkeit eines Schadensereignisses zu kennen. Auch das Schadenspotential bzw. die zu erwartenden Schäden müssen rechnerisch erfasst werden. Hierbei ist es unter dem Aspekt der Wirtschaftlichkeit angezeigt, zur Optimierung von Kosten und Nutzen risikoreduzierender Maßnahmen die Schäden in monetären Einheiten anzugeben. Dies fällt bei Sachschäden nicht schwer. Durch die Ermittlung von Baukosten, geschätzten Wiederaufbau-/Rehabilitationskosten kann ein näherungsweise zuverlässiger Wert angegeben werden. Wie aber wird bei Abwägung von Kosten und Nutzen der mögliche Verlust von Menschenleben berücksichtigt? Auch wenn ein Menschenleben nicht mit einem Geldwert beziffert werden kann, ist die einzige Möglichkeit, Maßnahmen zum Schutz von Leib und Leben in einer Kosten-Nutzen-Analyse angemessen zu berücksichtigen, einem Menschenleben einen monetären Wert zuzuordnen. Eine Möglichkeit hierzu ist die Verwendung des ICAF - Wertes (Implied Cost of Averting a Fatality). Das ist der Wert, den eine Volkswirtschaft bereit sein sollte zu investieren um ein Menschenleben zu retten. Der Wert wird auf der Basis eines sozialen Indikators, des sogenannten Lebensqualitätsindex LQI ermittelt, der vom Bruttosozialprodukt pro Person und Jahr, von der durchschnittlichen Lebenserwartung bei der Geburt und von der anteiligen Lebensarbeitszeit, die in einer Erwerbstätigkeit verbracht wird, abhängig ist. Es unterliegt selbstverständlich jeder Gesellschaft, vertreten durch Ihre Entscheidungsträger in Einvernehmlichkeit den angemessenen ICAF-Wert zu definieren und ihn wertmäßig festzulegen. Er ist keine gesellschaftliche Konstante.

### 3.1 Lebensqualitätsindex und ICAF

Im Folgenden wird lediglich eine kurze Einführung zur Ermittlung von LQI und ICAF wiedergegeben. Zur detaillierten Beschäftigung mit dem Thema wird auf die Literatur (z.B. Rackwitz et. al., 2002, Nathwani et. al., 1997) verwiesen.

Der Lebensqualitätsindex LQI ist ein zusammengesetzter Sozial-Indikator, der als monoton steigende Funktion zweier Sozial-Indikatoren definiert ist: dem Bruttosozialprodukt pro Einwohner und Jahr,  $g$ , und der Lebenserwartung bei der Geburt,  $e$ .

$$L = g^w e^{1-w} \quad (27)$$

Der Exponent  $w$  ist der Anteil des Lebens, der mit Erwerbstätigkeit verbracht wird. In wirtschaftlich entwickelten Ländern kann  $w \approx 1/8$  angenommen werden.

Das Kriterium des Lebensqualitätsindex definiert alle Maßnahmen als akzeptabel, für die sich der LQI positiv verändert. Die Erhöhung der Sicherheit durch eine risikoreduzierende Maßnahme wird durch die Erhöhung  $\Delta e$  der Lebenserwartung  $e$  repräsentiert. Die Kosten der Maßnahme werden durch die Reduzierung  $\Delta g$  des Bruttosozialprodukts  $g$  ausgedrückt. Damit ist die geplante risikoreduzierende Maßnahme unter folgender Bedingung sinnvoll:

$$\frac{\Delta e}{e} \geq -\frac{\Delta g}{g} \frac{w}{1-w} \quad (28)$$

Unter der Annahme, dass die verbleibende Lebenserwartung einer durchschnittlichen Person die Hälfte der Lebenserwartung bei der Geburt beträgt, ist die durch die Vermeidung eines Todesfalles gesicherte Anzahl von Lebensjahren  $\Delta e = e/2$ . Damit und mit (28) ergibt sich der akzeptable Grenzwert für die Reduktion des Bruttosozialproduktes zu:

$$|\Delta g|_{\max} = \frac{g}{e} \frac{1-w}{w} \Delta e = \frac{g}{2} \frac{1-w}{w} \quad (29)$$

$|\Delta g|_{\max}$  entspricht damit dem Wert für die durchschnittlichen Kosten, die für die Rettung eines Lebensjahres gemäß den LQI-Kriterien akzeptabel sind.

Die optimalen, akzeptablen Kosten ICAF (optimum acceptable implied costs of averting a fatality) für die Rettung eines Menschenlebens (vgl. Abb. 16) ergeben sich schließlich als Produkt der geretteten Lebensjahre und der akzeptable Kosten pro Jahr:

$$\text{ICAF} = |\Delta g|_{\max} \cdot \Delta e = \frac{ge}{4} \frac{1-w}{w} \quad (30)$$

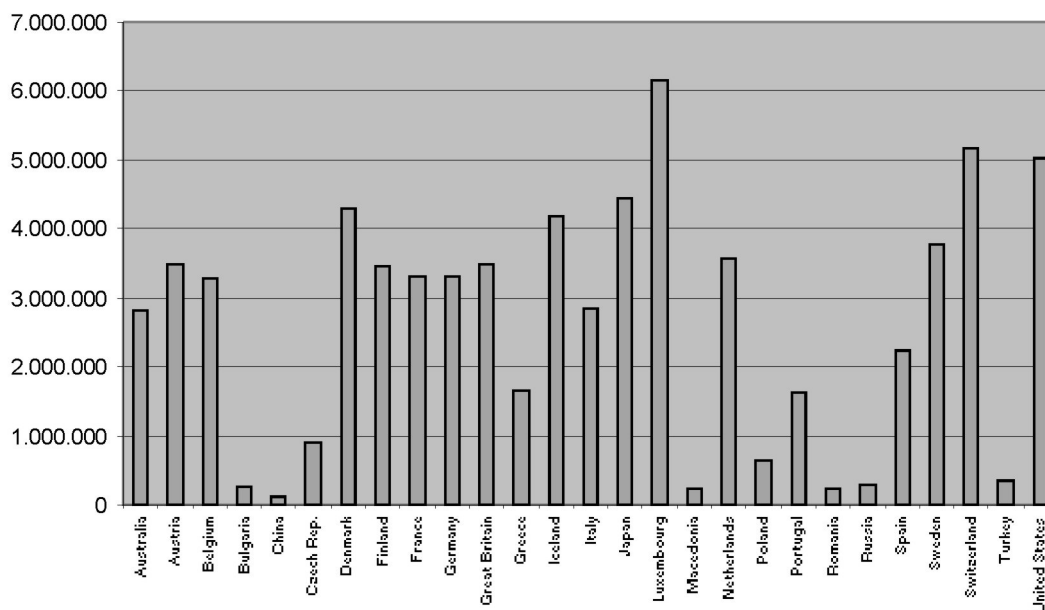


Abb. 16: ICAF Werte in US\$, basierend auf Daten aus 2002

## 3.2 Investition in Risikoreduzierende Maßnahmen

### 3.2.1 Präventivmaßnahmen

Präventivmaßnahmen sind alle Maßnahmen, die ein bestimmtes Ausmaß einer möglichen Katastrophe verhindern sollen. Beispiele für Präventivmaßnahmen sind:

- Seismische Bemessung
- Konstruktive Ausbildung
- Flächennutzungsplanung

Bei der Planung der Präventivmaßnahmen darf der wirtschaftliche Aspekt nicht vernachlässigt werden. Technische Anlagen sollen wirtschaftlich optimal gestaltet werden. Dies ist durch eine Bemessungsparameter-Optimierung im Rahmen einer Kosten-Nutzen-Analyse möglich. Das Ziel ist die Minimierung der Gesamtkosten  $C_t$  (Abb. 17) durch Anwendung eines entsprechenden Bemessungsparameters zur Seismischen Bemessung oder Investitionen in andere Sicherheitsmaßnahmen. Die Gesamtkosten  $C_t$  können unter der Annahme, dass das Objekt nach einmaligem Versagen wieder errichtet wird und danach innerhalb der geplanten Nutzungsdauer nicht mehr versagt, wie folgt ermittelt werden:

$$C_t = C_i + \sum_{t=1}^T R(t) \quad (31)$$

wobei  $C_i$  die Gesamt-Investitionskosten (Baukosten  $C_B$  und Kosten für Präventivmaßnahmen  $C_{s,p}$ ) und  $R(t)$  das jährliche Risiko bezeichnet. Das Risiko wird als Produkt aus  $P_f(t)$  (Versagenswahrscheinlichkeit im Jahr  $t$ ) und  $C_f(t)$  (Versagenskosten im Jahr  $t$  durch Sachschäden, Personenschäden und Wiederherstellungskosten) ermittelt.  $T$  entspricht der Nutzungsdauer des Bauwerkes.

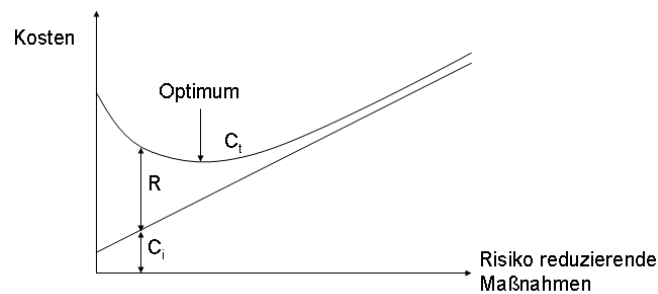


Abb. 17: Optimierung der Gesamtkosten

Das Objekt, das mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit nach einiger Zeit versagen wird ist jedoch im Entscheidungszeitpunkt (z.B.  $t=0$ ) zu optimieren. D.h. für alle zukünftig entstehenden Kosten muss der aktuelle Barwert ermittelt werden. In der Praxis ist der folgende dekursive (nachsüssige) Abzinsungsfaktor (Diskontierungsfaktor) anwendbar:

$$\delta(t) = \frac{1}{(1 + \gamma_r)^t} \quad (32)$$

Hierin ist  $\gamma_r$  der reale Zinssatz und  $t$  die Diskontierungszeit. Der reale Zinssatz wird aus dem nominellen Zinssatz  $\gamma_n$  und der Inflation  $i$  mit der Beziehung

$$1 - \gamma_r = \frac{1 + \gamma_n}{1 + i} \quad (33)$$

ermittelt.

Mit Gleichung (32) lässt sich Gleichung (31) auf den aktuellen Barwert erweitern zu:

$$C_t = C_i + \sum_{t=1}^T P_f(t) \cdot C_f(t) \cdot \delta(t) \quad (34)$$

Werden Risiko  $R$  und die Kosten für Präventivmaßnahmen  $C_{s,p}$  in Abhängigkeit von einem Parameter  $a_d$  formuliert (z.B. Bemessungsparameter), so ergeben sich durch Optimierung von  $a_d$  die minimalen Gesamtkosten  $C_t$ .

### 3.2.2 Ausmaßmindernde Maßnahmen

Ausmaßmindernde (kurative) Maßnahmen sind Maßnahmen, die nach dem Eintreten des Ereignisses kurativ wirken und dadurch das Katastrophen-Ausmaß begrenzen. Einige kurative Maßnahmen sind z.B.:

- Katastrophenplanung
- Katastrophensimulation
- Notfall-Management
- Training für Rettungsmannschaften
- Schulung der Bevölkerung, Information
- medizinische Einsatzbereitschaft

Im Gegensatz zu den meisten Präventivmaßnahmen entstehen bei ausmaßmindernden Maßnahmen die Kosten mehr oder weniger kontinuierlich über die Nutzungsdauer des

Objektes verteilt. Die konstanten jährlichen Zahlungen (=Renten)  $C_a$  sind durch einen Rentenbarwertfaktor  $\varphi$  auf den Anfangszeitpunkt abzuzinsen.

$$\varphi = \frac{(1 + \gamma_r)^t - 1}{(1 + \gamma_r)^t \cdot \gamma_r} \quad (35)$$

Damit ergibt sich der Rentenbarwert  $C_{s,k}$  der kontinuierlichen Investitionen im Entscheidungszeitpunkt  $t=0$  zu:

$$C_{s,k} = C_a \cdot \varphi = C_a \cdot \frac{(1 + \gamma_r)^t - 1}{(1 + \gamma_r)^t \cdot \gamma_r} \quad (13)$$

Damit die geplante Sicherheitsmaßnahme wirtschaftlich sinnvoll ist, muss dieser Wert  $C_{s,k}$  kleiner sein, als die Risikoreduzierung  $\Delta R$ , die sich aus der Implementierung der Maßnahme ergibt. Selbstverständlich ist auch  $\Delta R$  in den Entscheidungszeitpunkt zu diskontieren. Es ergibt sich somit die Forderung:

$$C_{s,k} \leq \sum_{t=1}^T \Delta R(t) \cdot \delta(t) \quad (36)$$

### 3.2.3 Kombination von präventiven und ausmaßmindernden Maßnahmen

Werden sowohl präventive als auch ausmaßmindernde Maßnahmen eingesetzt, ergibt sich folgende Forderung:

$$C_{s,p} + C_{s,k} \leq \sum_{t=1}^T \Delta R(t) \cdot \delta(t) \quad (37)$$

## 4 Zusammenfassung

In den vorhergehenden Kapiteln wurden die Methoden dargelegt, mit denen es möglich ist, die Wahrscheinlichkeit für das seismische Versagen einer bestimmten Komponente zu berechnen, d.h. das Versagen eines Querschnitts. Durch Erfahrungswerte ist es möglich, dem Versagen eines bestimmten Querschnitts entsprechende Versagenskosten zuzuordnen, also die Kosten, die durch Restabbrucharbeiten und Rehabilitation des Bauwerkes entstehen. Die beim Tragwerksversagen entstehenden humanitären Verluste (Todesfälle) können ebenfalls über Erfahrungswerte abgeschätzt und mittels der LQI – Kriterien in monetäre Einheiten umgewandelt werden. Damit ist es möglich, die Einzelrisiken für das Versagen verschiedener Komponenten näherungsweise zu ermitteln. Durch Identifikation der Kombinationen, die zu einem Systemversagen führen und durch Aufsummieren der Einzelversagenswahrscheinlichkeiten des Systems unter Berücksichtigung ihrer gegenseitigen statistischen Abhängigkeit kann auch die Versagenswahrscheinlichkeit des Gesamtsystems ermittelt werden. Auch diesem Versagenstypus können entsprechende Versagenskosten  $C_f$  zugeordnet werden. Durch Multiplikation der Versagenswahrscheinlichkeit mit den Versagenskosten ist das Risiko zu ermitteln. Durch Investition in Sicherheitsmaßnahmen kann dieses Risiko reduziert werden. Die dafür entstehenden Kosten werden mit der Reduzierung des Risikos verglichen. Dies ist ein Kriterium für die Rentabilität der Sicherheitsmaßnahme. Sind die Investitionskosten für die Sicherheitsmaßnahme geringer, als die



damit erreichte Risikoverminderung, so ist die Maßnahme als sinnvoll einzustufen. Durch Vergleich mehrerer verschiedener Sicherheitsmaßnahmen kann eine Optimierung der Gesamtkosten des Bauwerkes erreicht werden.

## 5 Referenzen

- [1] Faschingbauer G.; Diamantidis D.; Scherer R.J.: *Optimization of Safety Measures against Earthquakes Based on Risk Acceptance Criteria*, Proceedings of 13th World Conference on Earthquake Engineering, Paper No. 2806, Vancouver, British Columbia, Canada 2004
- [2] Meskouris, K.: *Baudynamik*. Verlag Ernst & Sohn, Berlin, 1999
- [3] Nathwani, J.S.; Lind, N.C.; Pandey, M.D.: *Affordable Safety by Choice: The Life Quality Method*. Institute for Risk Research, University of Waterloo, Waterloo, Canada, 1997
- [4] Petersen, C.: *Dynamik der Baukonstruktionen*. Vieweg Verlag, Braunschweig-Wiesbaden, 1996
- [5] Rackwitz, R.: *Structural Optimization and Risk Acceptability based on the Life Quality Index*. Technische Universität München, 2001
- [6] Rackwitz, R.; Streicher, H.: *Optimization and Target Reliabilities*. JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration, [http://www.jcss.ethz.ch/Events/WS\\_2002-03/Paper\\_PPT\\_WS02/zuerich-march-2002-rackwitz-streicher.pdf](http://www.jcss.ethz.ch/Events/WS_2002-03/Paper_PPT_WS02/zuerich-march-2002-rackwitz-streicher.pdf), Zürich, 2002
- [7] Scherer, R.J.; Krutzik, N.J.; Schuëller, G.I.; Freystätter, S.: *PRA of NPP Structures under Earthquake Conditions – Seismic Risk Analysis*. 8<sup>th</sup> International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Brussels, 1985
- [8] Schneider, J.: *Sicherheit und Zuverlässigkeit im Bauwesen*. Teubner Verlag, Stuttgart, 1996
- [9] Schuëller, G.I.: *Einführung in die Sicherheit und Zuverlässigkeit von Tragwerken*, Verlag Ernst & Sohn, Berlin 1981



# Probabilistische Methoden zur Bemessung von Deichen und Küstenschutzbauten in den Niederlanden

Prof. Han Vrijling und Dr. Pieter van Gelder<sup>1</sup>

**Zusammenfassung:** Nach der Hochwasserkatastrophe in 1953 wurden statistische Methoden für die Bemessung von Sturmflutwasserständen eingeführt und ein extrapolierter Sturmflutwasserstand bildet nun die Grundlage für Deichbemessungen. Entwicklungen in der Zuverlässigkeitstheorie in den letzten Jahren ermöglichten eine Bewertung der Überschwemmungsrisiken mit Inachtnahme von mehrfachen Versagens- und Bruchmechanismen an Deichabschnitten und des Längeneffektes. Seit den 50er Jahren ist in den geschützten Gebieten ein Wirtschaftswachstum zu beobachten, zudem sind private und öffentliche Investitionen im Infrastruktursektor geplant. Überdies steht die Sicherheit einer wachsenden Bevölkerung auf dem Spiel. Diese Erwägungen rechtfertigen eine gründliche Neuabschätzung der Akzeptanz von Überschwemmungsrisiken.

**Abstract:** After the disaster in 1953 a statistical approach to the storm surge levels was chosen and an extrapolated storm surge level would be the basis for dike design. In recent decades, the development of reliability theory made it possible to assess the flooding risks taking into account the multiple failure mechanisms of a dike section and the length effect. It is pointed out that economic activity in the protected areas has grown considerably since the 1950s and that even more ambitious private and public investments, particularly in infrastructure, are planned. Moreover the safety of a growing population is at stake. These considerations justify a fundamental reassessment of the acceptability of the flood risks.

**Key words:** Probabilistic Design, Water Defense Systems, Flood Risk, Maintenance, Safety

---

<sup>1</sup> Delft University of Technology and Delft Cluster, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Hydraulic Engineering Section (Room 3.73-1), Stevinweg 1, 2628 CN Delft, the Netherlands, E-mail: j.k.vrijling@ct.tudelft.nl, p.vangelder@ct.tudelft.nl

*Übersetzung aus dem Englischen durch Charlotte Saltner*

## 1 Einleitung

Ungefähr die Hälfte der Niederlanden liegt unter dem Meeresspiegel und ist durch Hauptdeiche und andere Hochwasserschutzeinrichtungen gegen Überschwemmung geschützt. Umfassende Schutzeinrichtungen, wie Entwässerungskanäle und Hochwasserentlastungspolder, in Verbindung mit anderen Einrichtungen und ausreichenden Pumpkapazitäten garantieren eine künstliche Verwaltung von Oberflächen- und Grundwasserständen. Im Mittelalter wurden Deiche nach dem höchsten bekannten Hochwasserstand bemessen, zu dem ein Meter zusätzliches Freibord hinzugezählt wurde. Diese Methode mußte bei der Bemessung des Abschlußdeiches (Afsluitdijk) verworfen werden, da keine Wahrnehmungsdaten vorhanden waren. Der berühmte Professor Lorentz machte Vorhersagen bezüglich der Zunahme des Tidehubes und addierte den Einfluß von Windstauwahrnehmungen an der friesischen Küste. Nach der Hochwasserkatastrophe von 1953 wurden statistische Methoden für die Bemessung von Sturmflutwasserständen eingeführt und ein extrapolierter Sturmflutwasserstand bildet nun die Grundlage für Deichbemessungen. In diesem Manuskript wird beschrieben, wie die Deltakommission die Sicherheitswasserstände, ausgedrückt mit Hilfe der Wiederkehrzeit von Hochwasserständen, optimiert hat, die von den Hauptdeichen gehalten werden müssen.

Überschwemmung ist ein kennzeichnendes große-Folge-niedrige-Wahrscheinlichkeit-Ereignis und kann verglichen werden mit anderen technischen Fragstücken der Gesellschaft. Das Institut für Chemieingenieurwesen [6] hat z.B. 1985 eine Studie über Gefahren und Risikobewertung in der Prozeßindustrie veröffentlicht, HMSO's Abteilung für Umweltschutz [3] untersuchte Risiken in der Schifffahrt, das niederländische Laboratorium für Raumfahrt analysierte die Sicherheit rund um den Flughafen Schiphol [8] und das niederländische Ministerium für Wohnungswesen, Raumplanung und Umwelt [7] und das britische HSE [5] produzierten Richtlinien für Raumplanung in Verbindung mit Risiken. VRIJLING et al. [20] haben ein Modell für die Bewertung von Risiken im allgemeinen hergeleitet.

Seit 1980 ermöglicht die Entwicklung und Anwendung der Zuverlässigkeitstheorie die Abschätzung von Überschwemmungsrisiken unter Berücksichtigung von mehrfachen Versagens- und Bruchmechanismen von Schutzeinrichtungen. Niederländische Wasserbauer waren unter den ersten Ingenieuren, die diese Theorie für die praktische Bemessung von Schutzeinrichtungen angewendet haben. Zuverlässigkeitsmodelle wurden zum ersten Mal in 1976 für die Bemessung und Ausführung des Sturmflutwehres in der östlichen Schelde (Oosterschelde) angewandt sowie danach bei der Bemessung des Sturmflutwehres in dem Nieuwe Waterweg bei Rotterdam.

Um 1979 wurde ein Projekt gestartet, um die probabilistische Bemessungsmethode für die Bemessung von Deichen im allgemeinen anzuwenden. Die Entwicklung einer kompletten Methode für Hochwasserschutzeinrichtungen nahm viel Zeit in Anspruch. In der letzten Zeit wurde eine solche Abschätzung an vier Poldern oder Deichringen getestet. Die Wahrscheinlichkeit für Überschwemmung von diesen Poldern wurde berechnet, wodurch schwache Stellen im Deich erkannt werden konnten. Es wird angenommen, daß die Ergebnisse dieser Berechnungen politische Debatten stimulieren können, falls der gegenwärtige Sicherheitswasserstand der Hochwasserschutzanlagen noch immer ausreichend ist.

Diese Frage muß man stellen, da wirtschaftliche Aktivitäten in den geschützten Gebieten seit 1960 erheblich zugenommen haben. Überdies sind ehrgeizige private und öffentliche Investitionen, besonders im Infrastrukturbereich geplant. Die nationale Wirtschaft ist und bleibt verwundbar für Überschwemmung. Zudem steht die Sicherheit einer wachsenden Bevölkerung auf dem Spiel. Infolge von Überschwemmung werden in Zukunft Umweltschäden und das Schadenpotential an Natur und Kulturerbe in Abschätzung des erforderlichen Umfangs des Hochwasserschutzes eine immer größere Rolle spielen. Das Bild der Niederlande als ein sicheres Land für Wohnraum, Arbeit und Investitionen ist ein wichtiger Faktor, der in Betracht gezogen werden sollte. Dies kann eine gründliche Neubewertung der Akzeptanz von Überschwemmungsrisiken und die Entwicklung eines Plans zur Effektivität einer Hochwasserschutzanlage im Laufe der kommenden Jahrzehnten rechtfertigen.

## 2 Die Methode für Deichbemessungen seit der Deltakommission

Die gegenwärtige Methode für eine sichere Deichbemessung beruht auf den Erkenntnissen der Deltakommission, die 1960 veröffentlicht wurden (VAN DANTZIG UND KRIENS, [13]). In 1953 wurden große Teile des südwestlichen Deltas der Niederlande bei einer Extremsturmflut überschwemmt. Außer beträchtlichem wirtschaftlichen Schaden haben 1800 Menschen ihr Leben verloren. Die Hauptursache für das Deichversagen während des Sturms vom 1. Februar 1953 war der Wellenüberlauf, gefolgt von einer Erosion und dem Abreißen der Innenböschung der Deiche. Neben der Entwicklung des Deltaplans, der eine Kürzung der Küstenlinie durch Schließung der Ästuarria vorsah, widmete sich die Deltakommission der Bemessung der Deiche. Zwei Hauptverbesserungsvorschläge wurden eingereicht: 1. Erhöhen des Bemessungswasserstandes und in Folge dessen der Deichkrone. 2. Abflachen der Innenböschung der Deiche auf ein Verhältnis von 1:3. Der neue Bemessungswasserstand wurde in zwei Schritten festgelegt. Zuerst wurden die Wahrnehmungen der Wasserstände der letzten hundert Jahre statistisch analysiert und extrapoliert zu Wasserständen, die bisher noch nie überschritten worden sind. Danach wurde eine wirtschaftliche Optimierung der Bemessungswasserstände durchgeführt. Auf der einen Seite wurde der Schaden durch Überschwemmung von ganz Mittelholland ermittelt (s. S in Abb. 1) und auf der anderen Seite die Kosten der Deicherhöhung (s. I in Abb. 1). Da ein höherer und teurerer Deich zu einer Reduzierung der Überschwemmungswahrscheinlichkeit  $P_f$  führt und dadurch ebenfalls zu einer Reduzierung von Schadensereignissen, konnte ein optimaler Bemessungswasserstand ermittelt werden ( $P_{f_{opt}}$ ).  $P_{f_{opt}}$  ist der Wert, bei dem die Kurve  $Q$  (welche die Summe der Kosten der Investition  $I$  und des  $PV$  (Present Value) des Risikos  $P_f S$  darstellt) ein Minimum besitzt (s. Abb. 1).

Der Bemessungswasserstand für Zentralholland wurde auf 5 m + NAP (Amsterdam Ordinance Datum) mit einer Wiederkehrzeit von 10.000 Jahren (Ergebnis statistischer Analysen historischer Wasserständen bei Hoek von Holland) festgelegt. Da der Schaden infolge von Überschwemmungen in ländlichen Gebieten außerhalb Zentralhollands als geringfügiger eingeschätzt wird, sind für diese Polder kürzere Wiederkehrzeiten von 4.000 und 3.000 Jahren vorgesehen. Gegenwärtig ist die Niederlande in 53 Polder aufgeteilt, wobei jedem Polder eine eigene spezifische Bemessungswiederkehrzeit oder -frequenz zugeordnet wurde. Die Deltakommission erkannte, daß außer den Versagensmechanismen Wellenüberlauf

und Abreißen auch andere Mechanismen eine Gefahr darstellen könnten und formulierte zusätzliche Bemessungsanforderungen im klassischen Sinn. Eine ähnliche Methode wurde auch für Bemessungen von Wellenbrechern angewendet (z.B. VAN DE KREEKE UND PAAPE, [15]).

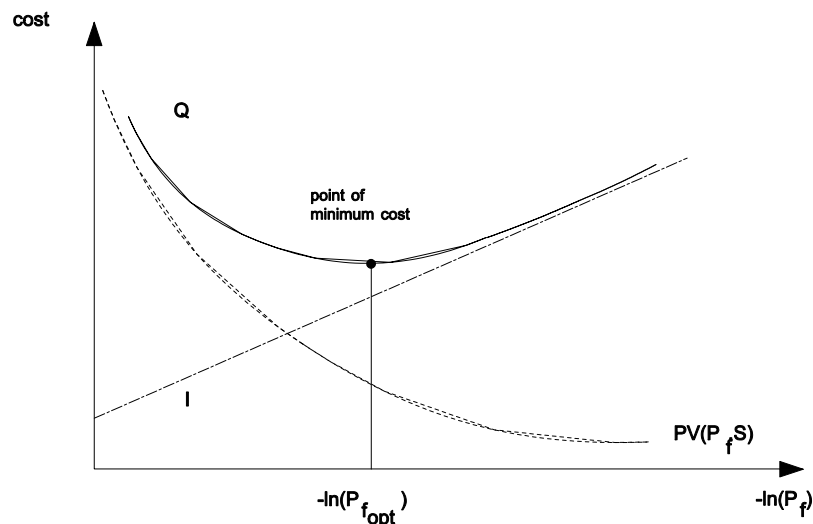


Abb. 1: Die wirtschaftlich optimale Wahrscheinlichkeit für das Versagen einer Küstenschutzeinrichtung

### 3 Die probabilistische Methode für Überschwemmung

Seit den 80er Jahren wuchs die Erkenntnis, daß die Wahrscheinlichkeit für Überschreiten des Bemessungswasserstandes, die Bemessungsfrequenz oder die Reziproke der Wiederkehrzeit keine geeignete Bewertung für die Wahrscheinlichkeit für Überschwemmung bietet. Normalerweise liegt die Höhe der Deichkrone um ein bestimmtes Maß höher als der Bemessungswasserstand, daher ist die Wahrscheinlichkeit eines Wellenüberlaufs kleiner als die Bemessungsfrequenz. Einige Deichabschnitte jedoch können bereits kritisch belastet sein, bevor der Bemessungswasserstand erreicht wird. Wasserlogging kann zu Abrißflächen innerhalb des Deichkörpers führen, Piping kann den Gewichtskörper des Deiches unterwandern, was ein plötzliches Deichversagen zur Folge hätte. Eine zusätzliche Gefahr sind Schleusen und Tore, die nicht rechtzeitig vor Hochwasser geschlossen werden können. Kurz gesagt, es gibt neben dem Wellenüberlauf weitere Versagensmechanismen, die zu einer Überschwemmung von Poldern führen können (s. Abb. 2). Auch die Länge des Deichrings hat einen großen Einfluß auf das Deichversagen. Eine Kette ist nur so stark wie ihr schwächstes Glied. Eine einzige schwache Stelle in einem bestimmten Deichabschnitt bestimmt die tatsächliche Sicherheit des ganzen Deichrings.

Die probabilistische Herangehensweise trachtet die Wahrscheinlichkeit für eine Überschwemmung eines Polders zu bestimmen und die Akzeptanz dieser in Zusammenhang mit den Folgen zu beurteilen. Zu Beginn werden die gesamten Hochwasserschutzanlagen eines Polders untersucht. Charakteristisch für solche Einrichtungen sind Seedeiche, Dünen, Flußdeiche, Schleusen, Pumpstationen, Hügel etc (s. Abb. 3):

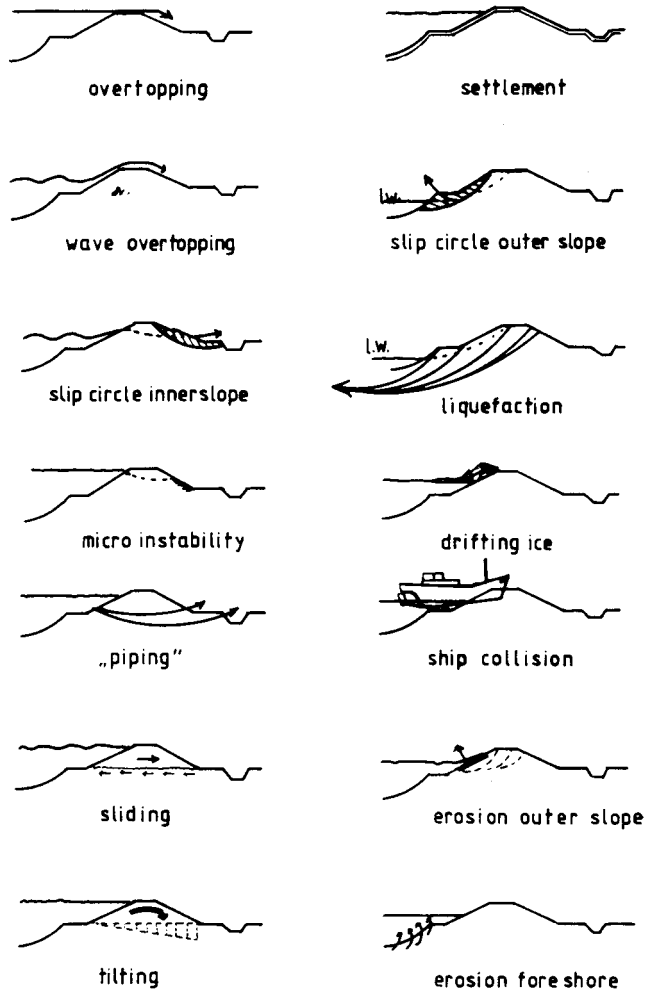


Abb. 2: Versagens- und Bruchmechanismen bei Deichen

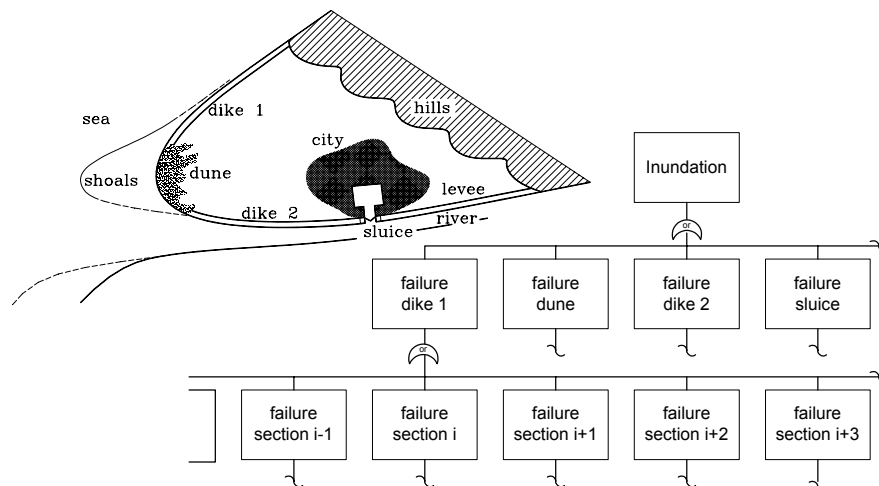


Abb. 3: Hochwasserschutzanlage und dessen Elemente dargestellt in einem Fehlerbaum

Im Prinzip führt das Versagen oder der Bruch eines einzigen Elements der Schutzanlage zu einer Überschwemmung des Polders. Die Wahrscheinlichkeit einer Überschwemmung resultiert also aus den Wahrscheinlichkeiten für ein Versagen aller einzelner Elemente. Innerhalb eines längeren Elementes, z.B. eines 2 km langen Deiches, können mehrere unabhängige Abschnitte unterschieden werden. Jeder Abschnitt kann aufgrund von mehreren möglichen Versagensmechanismen, wie Wellenüberlauf, Abriß, Piping, Erosion der geschützten Außenböschung, Schiffskollision, Aufreißen einer Pipeline, etc. versagen. Die Beziehung zwischen den Versagensmechanismen in einem Deichabschnitt und dem unerwünschten Folgeereignis Überschwemmung kann in einem Fehlerbaum wiedergegeben werden, dargestellt in Abb. 4, wobei  $R_i$  die Stärke (Resistance) von Abschnitt  $i$ ,  $S$  die Belastung (Solicitation),  $h$  die Höhe des Deiches,  $B$  die Breite des Deiches,  $wl$  der Wasserstand vor dem Deich,  $H_s$  die Wellenhöhe vor dem Deich und  $D$  der Blockdurchmesser ist.

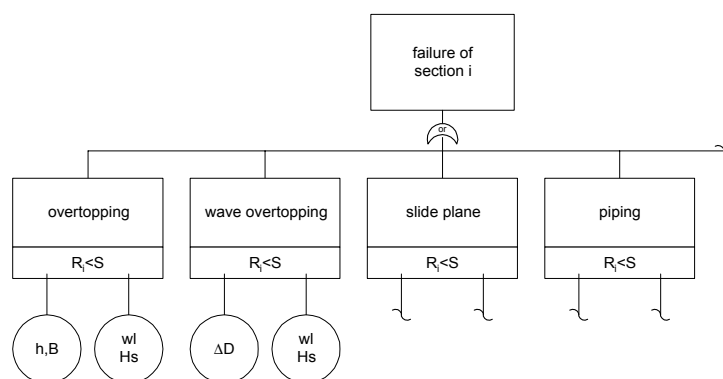


Abb. 4: Ein Deichabschnitt als ein Seriensystem von Versagensweisen

Die Versagenswahrscheinlichkeiten für die einzelnen Mechanismen werden mit den Methoden der modernen Zuverlässigkeit, wie z.B. Niveau III Monte Carlo, Bayesianisches Updating, Niveau II fortgeschrittene Berechnungen erster Ordnung zweiten Momentes (s. z.B. VAN GELDER [16] für eine ausführliche Übersicht) berechnet. Die probabilistische Methode ermöglicht eine Kombination von menschlichem Versagen, z.B. das Schließen eines Schleusentores, in Zusammenhang mit strukturellem Versagen. Dies wird von daher auch als besonderer Vorteil dieser Methode angesehen (s. Abb. 5). NOWAK UND COLLINS [9] haben sich diesem Thema gewidmet.

Korrelationen zwischen Versagensmechanismen und Korrelationen zwischen verschiedenen Deichabschnitten müssen berücksichtigt werden. HOHENBICHLER UND RACKWITZ [4] beschreiben einige geeignete Techniken. In Zuverlässigkeitsberechnungen sollen alle Unsicherheiten behandelt werden. Drei Klassen werden hierfür unterschieden. Die intrinsik Unsicherheit ist charakteristisch für natürliche Ereignisse. Sturmflutwasserstände und extreme Flußabflüsse sind intrinsik unsicher. Auch die Unsicherheit bezüglich der Eigenschaften von Boden- und Baumaterial fällt in diese Klasse. Modellunsicherheiten beschreiben die Imperfektion von Ingenieursmodellen in der Vorhersage von Verhaltensweisen von Flußläufen, Deichen und Schutzbauten. Der Vergleich von Vorhersagen und Observationen liefert eine Einschätzung dieser Unsicherheit. Wenn Wahrnehmungsdaten fehlen, ist das Ingenieursurteil der einzig erdenkliche Ersatz. Statistische Unsicherheit wird durch fehlen-



des Datenmaterial erzeugt. Wahrnehmungsdatenmaterial ist notwendig, um die Parameter der Wahrscheinlichkeitsverteilung abzuschätzen, welche die intrinsike Unsicherheit ausmacht. Durch Mangel an Daten sind die geschätzten Parameterwerte statistisch unsicher. Da die Berechnungen der Versagenswahrscheinlichkeiten sowohl auf der physikalischen Realität basieren, als auch auf der menschlichen Kenntnis des Systems, beinhalten diese eine Reihe von Unsicherheiten (BLOCKLEY [1], und STEWART UND MELCHERS [11]).

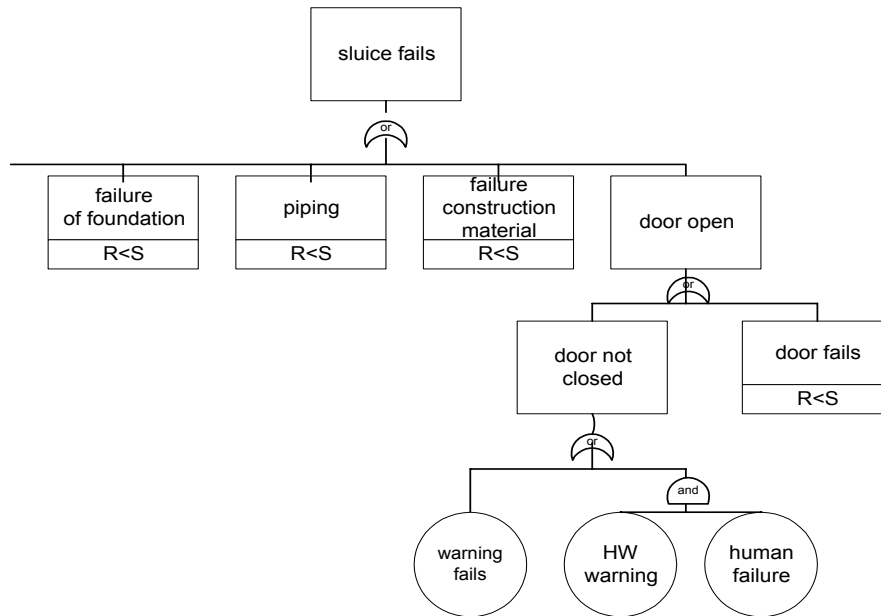


Abb. 5: Die Schleuse als ein Seriensystem von Versagensmechanismen

Folglich kann die Sicherheit der Deichanlage, beschrieben durch die berechnete Wahrscheinlichkeit für Überschwemmung, durch Verstärkung des schwächsten Deichabschnitts aber auch durch Erweiterung unseres Wissens verbessert werden. Das Ergebnis der berechneten Wahrscheinlichkeit für Überschwemmung des Polders ist dargestellt in Tabelle 1.

Tab. 1: Berechnungstabelle für die totale Wahrscheinlichkeit für Überschwemmung

Abschnitt	Wellenüberlauf	Piping	etc.	Total
Deichabschnitt 1.1	$p_{1.1}(\text{Wellenüberl.})$	$p_{1.1}(\text{Piping})$	$p_{1.1}(\text{etc.})$	$p_{1.1}(\text{Total})$
Deichabschnitt 1.2	$p_{1.2}(\text{Wellenüberl.})$	$p_{1.2}(\text{Piping})$	$p_{1.2}(\text{etc.})$	$p_{1.2}(\text{Total})$
etc.	..	..	..	..
Düne	$p_{\text{Düne}}(\text{Wellenüberl.})$	$p_{\text{Düne}}(\text{Piping})$	$p_{\text{Düne}}(\text{etc.})$	$p_{\text{Düne}}(\text{Total})$
Schleuse	$p_{\text{Schleuse}}(\text{Wellenüberl.})$	$p_{\text{Schleuse}}(\text{Piping})$	$p_{\text{Schleuse}}(\text{etc.})$	$p_{\text{Schleuse}}(\text{Total})$
Total	$P_{\text{Total}}(\text{Wellenüberl.})$	$P_{\text{Total}}(\text{Piping})$	$p_{\text{Total}}(\text{etc.})$	$p_{\text{Total}}(\text{Total})$

Die letzte Spalte der Tabelle gibt an, welches Element oder welcher Abschnitt die Wahrscheinlichkeit für Überschwemmung des Polders am meisten beeinflusst. Die Kontrolle der zugehörigen Reihe enthüllt, welcher Mechanismus wahrscheinlich die Ursache ist. Auf diese Weise können Maßnahmen definiert werden, die anfänglich die Wahrscheinlichkeit für Überschwemmung reduzieren, aber letztendlich auf abnehmende Grenzerträge stoßen.

Wie bereits angesprochen wurde, ist diese Methode an vier Poldern getestet worden, von denen der wichtigste in diesem Manuskript als Beispiel genannt wird. In Zentralholland wurden hierfür die 48 schwächsten Deichabschnitte, 4 Dünenabschnitte und 6 weitere

Schutzbauten ausgewählt. Die Analyse zeigt, daß die Wahrscheinlichkeit für menschliches Versagen, beim Schließen eines Schleusentores bei Katwijk, mit einem Wert von 1/600 Jahr ausschlaggebend für die gesamte Hochwasserschutzanlage ist. Wenn man davon ausgeht, daß dieses Problem gelöst wird, verringert sich die Wahrscheinlichkeit einer Überschwemmung auf 1/2.000 pro Jahr. Dies entspricht der Wahrscheinlichkeit für Piping unter der Deichsohle in unmittelbarer Nähe des Dorfes Moordrecht. Sollte für dieses Pipingproblem eine Lösung gefunden werden, verringert sich die Wahrscheinlichkeit für eine Überschwemmung auf 1/30.000 pro Jahr. In diesem Fall ist die Dünenreihe entlang der Nordseeküste bei Moordrecht die schwächste Stelle im System. Dünenverstärkung kann die Wahrscheinlichkeit einer Überschwemmung auf 1/75.000 pro Jahr reduzieren. Obwohl die Herangehensweise und Resultate der probabilistischen Methode in diesem Beispiel deutlich hervorgehoben werden, wird das letzte Ergebnis nur unter Vorbehalt genannt, da es von 48 + 4 + 6 Startelementen abhängig ist. Schwächere Glieder in dieser Kette werden gerade auf diesem Systemniveau entdeckt.

Außer der probabilistischen Methode für Überschwemmungsrisiken werden in der letzten Zeit auch probabilistische Methoden bei Instandhaltungsplänen von Küstenschutzbauten angewendet. Instandhaltungsplanungen beruhen auf Zuverlässigkeits- und Risikoabwägungen, die Verschlechterungen, Ergebnisse von Inspektionen und Reparaturen, sowie die hiermit verbundenen Kosten umfassen. GUEDES SOARES [2] hat eine ausführliche Übersicht erstellt, die durch VRIJLING [18] überprüft wurde.

## 4 Die Folgen bei Überschwemmung

Aufgabe der menschlichen Bevölkerung ist es, einen bestmöglichen Schutz eines jeden einzelnen Mitglieds und Gruppen der Gesellschaft vor natürlichen und durch den Menschen verursachten Gefahren zu gewährleisten. Das Maß an Schutz wurde in der Vergangenheit gewöhnlich durch die Folgen einer eingetretenen Gefahr bestimmt. Die moderne probabilistische Methode versucht Schutz zu bieten, wenn Risiken als hoch eingestuft werden. Risiko wird definiert als Wahrscheinlichkeit für das Eintreten einer Katastrophe, wie z.B. eine Überschwemmung, in bezug auf deren Folgen. Solange diese moderne Methode nicht fest in der Gesellschaft verankert ist, kann die Auffassung eines akzeptablen Risikos, wie sich schon an früheren Zeiten gezeigt hat, recht unvermittelt durch ein einziges spektakuläres Unglück oder Vorkommnis, wie z.B. die unverheerende Drohung der niederländischen Flußüberschwemmungen in 1993 und 1995, beeinflußt werden.

Die Abschätzung der Folgen einer Überschwemmung formt ein zentrales Element innerhalb der modernen Methode. Die Gesellschaft betrachtet wahrscheinlich den gesamten Schaden, der durch die Überschwemmung verursacht wurde. Der Schaden besteht aus einer Reihe von Opfern, materiellem und wirtschaftlichem Schaden sowie dem Verlust oder der Beschädigung von nichtmateriellen Werten, wie Kunstwerken und Annehmlichkeiten. Auch der Vertrauensverlust in die Hochwasserschutzanlage ist ein ernstes aber schwer zu erfassendes Problem. Aus praktischen Gründen wird die Einstellung zum Risiko im gesellschaftlichen Kontext oft zu einer Gesamtzahl an Opfern reduziert, wobei folgende Definition benutzt wird: „Die Beziehung zwischen der Frequenz und der Anzahl an Menschen, die ein bestimmtes Maß an Leid innerhalb einer gegebenen Bevölkerung vor dem Hinter-

grund näher beschriebener Gefahren erleiden“. Falls das näher beschriebene Schadensniveau auf den Verlust von Leben begrenzt ist, kann das gesellschaftliche Risiko modelliert werden mit Hilfe der Überschreitungsfrequenzkurve oder der Anzahl Toten, auch F-N-Kurve genannt. Die Folge von Risiko kann auch begrenzt werden durch den Materialschaden, ausgedrückt durch finanzielle Termini, wie es die Deltakommission getan hat. Es muß beachtet werden, daß die Reduzierung der Folgen eines Unfalls auf die Anzahl der Toten oder auf den wirtschaftlichen Schaden die öffentliche Auffassung des Schadenpotentials nicht adäquat wiedergibt. Diese Vereinfachung verdeutlicht die Argumentation auf Kosten der Genauigkeit.

Die Folgen im Falle einer Überschwemmung von Poldern werden von zwei Gesichtspunkten aus abgeschätzt. Als erstes wird die Wahrscheinlichkeit für den Todesfall eines einzigen Individuums, das irgendwo in dem Polder zurückbleibt, bestimmt. Eine geeignete Darstellungsform ist ein Konturenplot der Risiken als Funktion der Stelle im Polder. Zweitens wird die totale Anzahl der Menschen, die bei einer Überschwemmung ertrinken würden, bestimmt. Da ein Polder infolge von Deichbruch an mehreren Stellen und auch gleichzeitig infolge verschiedener Szenarien überschwemmt werden kann, ist eine F-N-Kurve eine geeignete Methode, um ein solches Risiko darzustellen. Drittens muß der gesamte materielle Schaden infolge einer Überschwemmung bestimmt werden. Aus den bereits genannten Gründen ist die F-N-Kurve ebenfalls in diesem Fall eine geeignete Methode, um diesen Risikotyp darzustellen. Es muß beachtet werden, daß sich die Deltakommission auf den akzeptierten Wert des materiellen Schadens beschränkt. Der Verlust von Menschenleben und der materielle Schaden werden mit Hilfe der Grund-Effekt-Funktionen abgeschätzt, basierend auf den Erfahrungen der Katastrophe von 1953. Dies könnte kritisiert werden, da weitreichende technische Fortschritte gemacht wurden, die den Menschen zu besseren Mitteln verholfen, aber die Gesellschaft auch verwundbarer gemacht haben. Sowohl zugenommene als auch reduzierte Effekte können abgeleitet werden, wodurch die Grund-Effekt-Funktion in den letzten Jahren unverändert geblieben ist. Als Beispiel für eine F-N-Kurve wurde der Brielse Polder ausgewählt (s. Abb. 6).

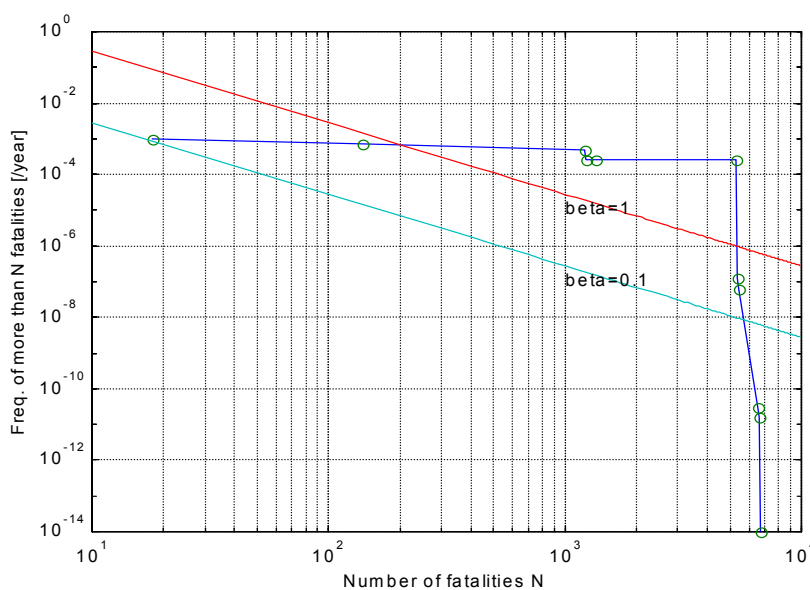


Abb. 6: FN-Kurve für Überschwemmung des Brielsen Polders

## 5 Das Entscheidungsproblem oder die Idee des akzeptablen Risikos

VLEK UND STALLEN [17] haben die Bewertung von Risiken für Einzelpersonen, gesellschaftliche und industrielle Aktivitäten untersucht. Wenn Wahrscheinlichkeiten für Überschwemmung von Poldern in den Niederlanden berechnet werden, ist die Frage: Sind diese genau genug? Die Antwort auf diese Frage (infolge Studien durch die Technical Advisory Committee on Water Retaining Structures) sollte auf einem breiten Urteil bezüglich der Kosten einer Verstärkung der Schutzbauten gegenüber einer Reduzierung der Wahrscheinlichkeit einer Überschwemmung in bezug zur Schadensmasse beruhen. Dieses Urteil ist politisch wichtig, da sowohl Kosten als auch Nutzen viele Aspekte enthalten, die durch verschiedene Parteien unterschiedlich bewertet werden können. Deichverstärkungen kosten Geld und gehen auf Kosten von kulturellem Erbe und städtischen Anziehungspunkten. Das Bewertungsproblem der Folgen wurde bereits diskutiert. Das Gesamtbild ist jedoch deutlich. Da Deichverstärkungen sehr kostspielig sind, wird eine höhere Wahrscheinlichkeit für eine Überschwemmung akzeptiert. Werden die Folgen einer Überschwemmung unakzeptabel groß, strebt man zu einem kleineren Wert für die Wahrscheinlichkeit. Wie bereits am Beispiel im vorigen Abschnitt gezeigt wurde, führt ein zunehmender materieller Aufwand zu einer Verbesserung der Sicherheit des Deiches, der letztendlich schwächer wird. Sowohl Kenntniserweiterung als auch strukturelle Deichverstärkungen können effektiv sein. Inspektionen der bestehenden Deichanlage führen zu einem verbesserten Kenntnisstand bezüglich des Zustandes des Deiches und reduziert Unsicherheiten. Die Überprüfung des Zustandes struktureller Elemente, wie Schleusen, Pumpstationen etc., sind besonders effektiv. Weitere Studien können die Modellunsicherheit reduzieren, die mit bestimmten Versagensmechanismen und einigen weniger bekannten Parametern zusammenhängt. Als dritte Möglichkeit kann die klassische Deichverstärkung infolge einer höheren Deichkrone oder breiteren Deichsohle genannt werden. Hier sind jedoch wesentlich größere Geldsummen im Spiel. Nach einem äußerst effektiven Sanierungsbeginn an der schwächsten Stelle im Deich wird man schnell auf abnehmenden Nutzen stoßen. Weiterführung der Arbeiten bei wachsenden Kosten bedeutet letztendlich eine Verbesserung des Sicherheitsstandards des Deichringes. Die Reduzierung der Belastung durch Wasserstände oder Wellenhöhen ist manchmal eine vierte Möglichkeit. Ausweitung der Überschwemmungsflächen eines Flusses, um den Wasserstand zu reduzieren ist eine moderne Maßnahme. Die Reduzierung von Zukunftsfolgen von Überschwemmungen durch adäquate Raumplanung oder Katastrophenmanagement ist der hier zuletzt genannte und ein vollständig neuer Weg, ermöglicht mit Hilfe der neuen Methode. Um eine Entscheidung zu fällen, müssen die bereits dargestellten Kosten gegenüber der Wahrscheinlichkeit einer Überschwemmung und der dazugehörigen Folgen abgewogen werden. Es sollte beachtet werden, daß die wirtschaftlichen Aktivitäten in den geschützten Gebieten seit den 60er Jahren, als die Deltakommission ihre Empfehlungen zu Papier gebracht hat, stark gestiegen sind. Weitere ehrgeizigere private und öffentliche Investitionen, insbesondere im Infrastrukturbereich, sind geplant. Die nationale Wirtschaft hat dadurch weitaus größeres und weiterhin wachsendes Wertgut an Überschwemmung bloßgestellt. Außerdem steht die Sicherheit einer wachsenden Bevölkerung auf dem Spiel. Im Gegensatz zu früheren Zeiten wohnen viele Menschen in Außenbezirken, den am niedrigsten gelegenen Gebieten innerhalb der Polder. In Zukunft werden

Umweltschäden infolge von Überschwemmungen sowie das Schadenpotential an Natur und Kulturerbe in den Abschätzungen des erforderlichen Umfangs des Hochwasserschutzes eine immer größere Rolle spielen. Das Bild der Niederlanden als ein sicheres Land für Wohnraum, Arbeit und Investitionen ist ein wichtiger Faktor, der in Betracht gezogen werden sollte. Dies rechtfertigt eine gründliche Neubewertung der Akzeptanz von Überschwemmungsrisiken und die Entwicklung eines Plans für die Effektivität einer Hochwasserschutzanlage im Laufe der kommenden Jahrzehnten.

Der kleinste Bestandteil der gesellschaftlichen Akzeptanz von Risiko ist die Bewertung durch einen jeden Einzelnen. Modellierungsansätze sind nicht immer durchführbar, daher wird beabsichtigt, Tendenzen, wiedergegeben in Unglücksstatistiken, zu Rate zu ziehen. Die Tatsache, daß das eigentliche persönliche Risikoniveau verschiedener Aktivitäten über die Jahre hinweg statistisch stabil ist und in den westlichen Ländern ungefähr gleich groß angeordnet wird, bringt ein gradliniges Tendenzmuster zum Ausdruck. Die Wahrscheinlichkeit für den Verlust eines Menschenlebens bei täglichen Aktivitäten, wie z.B. Autofahren oder Fabrikarbeit, erscheint ein oder zwei Größenordnungen kleiner als die Wahrscheinlichkeit für Sterben. Nur eine ausschließlich freiwillige Aktivität, wie Bergsport, bringt ein höheres Risiko mit sich (Abbildung 7).

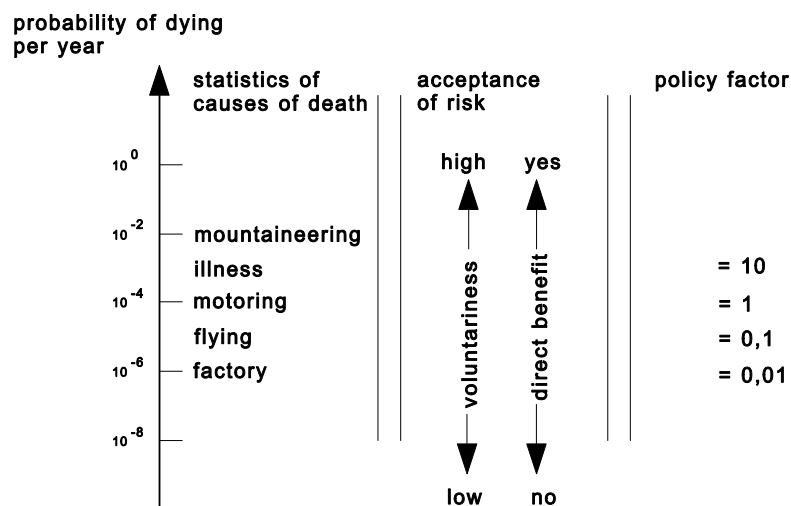


Abb. 7: Persönliches Risiko in den westlichen Ländern, abgeleitet aus den Statistiken für Todesursachen und der Anzahl Teilnehmer pro Aktivität

Mit Ausnahme eines leichten Abwärtstrends der dargestellten Todesrisiken infolge des technischen Fortschritts erscheint es zulässig, diese als Entscheidungsgrundlage bezüglich der persönlich akzeptierten Wahrscheinlichkeit für Versagen zu definieren. Formal ergibt sich hierfür:

$$P_{fi} = \frac{\beta_i \cdot 10^{-4}}{P_{d|fi}} \quad (1)$$

mit  $P_{d|fi}$  als Ausdruck der Wahrscheinlichkeit für Tod infolge eines Unglücks. In dieser Darstellung variiert der Politikfaktor  $\beta_i$  mit dem Freiheitsgrad mit dem die Aktivität I ausgeübt wird, und mit dem erzielten Nutzen. Dieser liegt zwischen 100 im Fall von völliger Willensfreiheit, wie im Bergsport-Beispiel, und 0,01 im Fall von auferlegtem Risiko ohne

erzielten direkten Nutzen (eine dermaßen große Wertspanne wurde bereits in 1969 durch STARR [10] beschrieben). Dieser letzte Fall beinhaltet das individuelle Risikokriterium, welches für den Bau von gefährlichen Anlagen in der Nähe von Wohngebieten ohne irgendeinen direkten Nutzen für die Bewohner benutzt wird. Untenstehende Tabelle enthält mögliche Werte für den Politikfaktor  $\beta_i$ , als Funktion von Freiwilligkeit und Nutzen:

Tabelle 2: Der Wert des Politikfaktor  $\beta_i$  als Funktion von Freiwilligkeit und Nutzen

$\beta_i$	Freiwilligkeit	direkter Nutzen	Beispiel
100	freiwillig	direkter Nutzen	Bergsport
10	freiwillig	direkter Nutzen	Motorradfahren
1.0	neutral	direkter Nutzen	Autofahren
0.1	unfreiwillig	wenig Nutzen	Fabrik
0.01	unfreiwillig	kein Nutzen	LPG-Station

Für die Sicherheit eines Deiches wird ein  $\beta_i$ -Wert zwischen 1.0 und 0.1 gewählt. Die Auffassung des gesellschaftlichen Risikos infolge einer bestimmten Aktivität sollte auf nationalem Niveau geschehen. Risiko auf nationalem Niveau ist definiert als die Summe aller Risiken aus lokalen Institutionen oder Aktivitäten. Beginnend mit einem Risikokriterium auf nationalem Niveau sollte man das akzeptable lokale Risiko in einem iterativen Prozeß mit einer Zeitdauer von ca. 50 Jahren im Hinblick auf die tatsächliche Anzahl von Anlagen, die Kosten-Nutzen-Aspekte der Aktivitäten und den allgemeinen Sicherheitsfortschritt bewerten.

Aus dem Beschluß des gesellschaftlich akzeptablen Risikoniveaus folgt, daß die Unglücksstatistiken das Ergebnis des gesellschaftlichen Verlaufs der Risikoabschätzung wiedergeben, und daß aus ihnen eine Norm abgeleitet werden kann. Die Formel soll die Risikoaversionen in der Gesellschaft veranschaulichen. Relativ häufige kleine Unglücke werden einfacher akzeptiert als ein einziges außergewöhnliches Unglück mit großen Folgen wie Überschwemmung, obwohl die vermutete Anzahl der Opfer in beiden Fällen gleich hoch ist. Die Standardabweichung der Anzahl Opfer drückt diesen Unterschied aus.

VRIJLING et al. [21] hat gezeigt, daß Risikoaversion ausgedrückt werden kann, in dem man das gewünschte Vielfache  $k$  der Standardabweichung zu dem mathematischen Ausdruck für die totale Anzahl Toten,  $E(N_{di})$  addiert, bevor die Situation an der Norm von  $\beta_i \cdot 100$  Opfern für die Niederlande getestet wird:

$$E(N_{di}) + k \cdot \sigma(N_{di}) < \beta_i \cdot 100 \tag{2}$$

mit:  $k = 3$  Risikoaversionsindex.

Um die mathematische Erwartung und die Standardabweichung der totalen Anzahl der Opfer, die jährlich infolge einer Aktivität  $i$  fallen, zu bestimmen, muß die Anzahl der unabhängigen Orte  $N_{Ai}$ , wo die Aktivität ausgeführt wird, berücksichtigt werden.

Die Übertragung des national akzeptierten Risikoniveaus auf ein Risikokriterium für eine einzige Anlage oder Polder, wo eine Aktivität stattfindet, hängt von der Verteilung der Anzahl Unglückstopfer infolge der ausgeführten Aktivität ab. Die bevorzugte Anwendung, um das neue lokale Risikokriterium mit der F-N-Kurve zu verbinden, ist wie folgt:

$$1 - F_{N_{dij}}(x) < \frac{C_i}{x^2} \text{ für alle } x \geq 10. \quad (3)$$

Falls der erwartete Wert der Anzahl der Opfer viel kleiner ist als seine Standardabweichung, was oft zutrifft für die hier untersuchten seltenen Schadensereignissen, dann reduziert sich der Wert von  $C_i$  auf:

$$C_i = \left[ \frac{\beta_i \cdot 100}{k \cdot \sqrt{N_{A_i}}} \right]^2. \quad (4)$$

Das Problem des akzeptablen Risikoniveaus kann, wie bereits angedeutet, auch als wirtschaftliches Entscheidungsproblem formuliert werden. Die Ausgaben  $I$  für ein sichereres System wird dem Gewinn, der gemacht wird durch den abnehmenden Present Value für Risiko (s. Abb. 1) gleichgestellt. Das optimale Sicherheitsniveau, dargestellt durch  $p_f$ , stimmt mit dem Punkt, der die minimalen Kosten darstellt, überein.

$$\min(Q) = \min(I(p_f) + PV(p_f \cdot S)) \quad (5)$$

mit:  $Q$  = Gesamtkosten  
 $PV$  = Present Value Operator  
 $S$  = Gesamtschaden im Fall von Versagen

Falls ungeachtet ethischer Einwände der Wert menschlichen Lebens mit  $s$  bemessen wird, nimmt die Schadensmenge zu mit:

$$P_{d|fi} \cdot N_{pi} \cdot s + S \quad (6)$$

mit:  $N_{pi}$  = Einwohnerzahl in Polder  $i$ .

Dieses Maß beschreibt die optimale Wahrscheinlichkeit des Versagens in einer abnehmenden Funktion der erwarteten Anzahl der Opfer. Die Bewertung des menschlichen Lebens wurde gewählt als Present Value des Nettosozialproduktes pro Einwohner. Der Vorteil bei der Berücksichtigung vom möglichen Verlust menschlichen Lebens in wirtschaftlichen Ausdrücken ist, daß die Sicherheitsmaßnahmen bezahlbar sind im Vergleich mit dem Bruttoinlandsprodukt (siehe auch VRIJLING UND VAN GELDER [19]).

Bei der Bewertung der erforderlichen Sicherheit einer Deichanlage sollten alle drei Methoden, die in diesem Manuskript erwähnt wurden, angewendet und präsentiert werden. Das strengste der drei Kriterien formt die Grundlage für die technische Empfehlung, die dem politischen Entscheidungsprozeß zugrunde liegen sollte. Alle Informationen bezüglich der Risikobewertung sollten jedoch in dem politischen Prozeß verfügbar sein.

## 6 Ergebnisse

Die neue probabilistische Methode bietet große Vorteile gegenüber der gegenwärtigen Methode. Mittelpunkt der Analyse ist das unerwünschte Hauptereignis (Überschwemmung), welches durch den Hochwasserschutzbau verhindert werden soll. Der Beitrag aller Elemente der gesamten Anlage und aller Versagensmechanismen eines jeden Elementes zu

der Wahrscheinlichkeit für ein Überschwemmung wird berechnet und deutlich dargestellt. Die Möglichkeit, die Wahrscheinlichkeit für menschliches Versagen beim Verwalten der Hochwasserschutzanlage mit einzubeziehen, ist besonders attraktiv und hilfreich. Der Längeneffekt, d.h. daß eine längere Kette ein wahrscheinlich schwächeres Glied besitzt, kann auf adäquate Weise wiedergegeben werden.

Die Ergebnisse dieser Anwendung auf Zentralholland führen tatsächlich zu einer Rangliste von schwächeren Schutzbauelementen. Aufgrund dieser Analyse kann ein Plan erstellt werden, in dem die Investition einer stets wachsenden Summe Geld durch schrittweise Verstärkung der Elementen definiert wird. Zur Zeit verschmelzen optimale Inspektion und Instandhaltung der Deichbauten zu einem weitsichtigen Plan für die Verbesserung der Sicherheit des gesamten Systems. Außerdem sorgt die neue Methode für eine breitere Palette an Maßnahmen als zuvor gehandhabt wurde.

Investitionen in Inspektion, Forschung und angepaßter Raumplanung sind mögliche Alternativen, die vergleichbar sind mit den klassischen Maßnahmen der Deichverstärkung.

Zum Schluß wird eine Methode beschrieben, die das Niveau des akzeptablen Risikos definiert. Die Entscheidung aufgrund des Niveaus des akzeptablen Risikos ist ein Kosten-Nutzen-Urteil, welches sowohl aus dem individuellen als aus dem sozialen Gesichtspunkt gefällt werden muß. Ein System, bestehend aus drei Kriterien, wurde entwickelt, um die Beurteilung der Sicherheit der Deiche zu unterstützen. Das strengste der drei Kriterien sollte als Basis für den „technischen“ Rat für den politischen Entscheidungsprozeß verwendet werden. Alle Informationen der Risikobeurteilung sollten für den politischen Prozeß verfügbar sein. Eine politische Entscheidung muß demokratisch getroffen werden, da eine Reihe verschiedener Werte gegeneinander abgewogen werden müssen. Die wirtschaftliche Optimierung kann jedoch zeigen, daß die wirtschaftlichen Aktivitäten in geschützten Gebieten seit 1953 dermaßen gewachsen sind, so daß eine gründliche Neubewertung der Akzeptanz von Überschwemmungsrisiken gerechtfertigt ist.

## 7 Literaturverzeichnis

- [1] BLOCKLEY, D.: Engineering safety. London, McGraw-Hill, *ISBN 0-07-707593-5*, 1992
- [2] GUEDES SOARES, C.: Dealing with strength degradation in structural reliability. In Risk-Based Design of Civil Structures. pp.31-49, Eds. Pieter van Gelder, Alex Roos, Han Vrijling, Communications on hydraulic and geotechnical engineering. ISSN 0169-6548, *Report No. 01-1*, 2001
- [3] HMSO: Safer ships, cleaner seas;. report of Lord Donaldson's inquiry into the prevention of pollution from merchant shipping; presented to parliament by the Secretary of State for Transport by command of Her Majesty, May 1994, *Publisher London : HMSO Her Majesty's Stationery Office, 1994, 522 pages. Department of the Environment and Department of Transport, 1994*
- [4] Hohenbichler, M. und Rackwitz, R.: First-order concepts in system reliability. *Structural Safety, Vol. 1, pages 177*, 1983



- [5] HSE: Risk criteria for land-use planning in the vicinity of major industrial hazards. Publisher London: Her Majesty's Stationery Office, ISBN 0-11-885491-7, 32 pages, *Corporate author Health and Safety Executive*, 1989
- [6] INSTITUTE OF CHEMICAL ENGINEERING: Nomenclature for hazard and risk assessment in the process industries. *ISBN 85 295184 1*, 1985
- [7] MINISTRY OF HOUSING, LAND USE PLANNING AND ENVIRONMENT: Relating to risks (*in Dutch*). *The Hague*, 1992
- [8] NATIONAL AEROSPACE LABORATORY NLR: Analyse van de externe veiligheid rond Schiphol. *CR 93485 L, Amsterdam*, 1993
- [9] NOWAK, A.S., COLLINS, K.R.: Reliability of structures. *McGraw-Hill, ISBN 0-07-048163-6*, 2000
- [10] STARR, C.: Social benefit vs. Technological risk. *Science, Vol.165, p.1232-1283*, 1969
- [11] STEWART, MARK G. und MELCHERS, ROBERT E.: Probabilistic risk assessment of engineering systems. London: *Chapman and Hall, ISBN 0-412-80570-7*, 1997
- [12] TECHNICAL ADVISORY COMMITTEE ON WATER RETAINING STRUCTURES: Some considerations on acceptable risk in the Netherlands. *Dienst Weg- en Waterbouwkunde, Delft*, 1984
- [13] VAN DANTZIG, D. und KRIENS, J.: The economic decision problem of safeguarding the Netherlands against floods. *Report of Delta Committee, Part 3, Section II.2 (in Dutch), The Hague*, 1960
- [14] VAN DANTZIG, D.: Economic Decision Problems for Flood Prevention. *Econometrica 24, pp 276-287, New Haven*, 1956
- [15] VAN DE KREEKE, J. und PAAPE, A.: On the optimum breakwater design. *Proc. 9-th IC Coastal Eng.*
- [16] VAN GELDER, P.H.A.J.M.: Statistical methods for the risk-based design of civil structures/by Petrus Hermanus Antonius Johannes Maria van Gelder, Publisher S.I.:S.n., 1999, *ISBN 90-9013452-2, 249 pages*, 1999
- [17] VLEK, C.A.J. und STALLEN, P.J.M.: Personal judgment of risks; on the risks, benefits, and acceptabilities of individual, societal and industrial activities (*in Dutch: Persoonlijke beoordeling van risico's; over risico's, voordeligheid en aanvaardbaarheid van individuele, maatschappelijke en industriële activiteiten*). *Publisher Groningen: Rijksuniversiteit Groningen, 187 pages*, 1979
- [18] VRIJLING, J.K.: Review of dealing with strength degradation in structural reliability. In *Risk-Based Design of Civil Structures*. pp.51-53, Eds. Pieter van Gelder, Alex Roos, Han Vrijling, *Communications on hydraulic and geotechnical engineering, ISSN 0169-6548, Report No. 01-1*, 2001
- [19] VRIJLING, J.K. und VAN GELDER, P.H.A.J.M.: An Analysis of the Valuation of a Human Life. *ESREL 2000 AND SRA - EUROPE ANNUAL CONFERENCE*,

"FORESIGHT AND PRECAUTION", Volume 1, pp.197-200, Eds. M.P. Cottam, D.W. Harvey, R.P. Pape, & J.Tait, *May 14-17 2000 Edinburgh, Scotland, UK., 2000*

[20] VRIJLING J.K., VAN HENGEL W. und HOUBEN R.J.: A framework for risk-evaluation, *J OF HAZARD MATER 43: (3) 245-261 OCT 1995*, 1995

[21] VRIJLING J.K., VAN HENGEL W. und HOUBEN R.J.: Acceptable risk as a basis for design. *RELIAB ENG SYST SAFE 59: (1) 141-150 JAN 1998* and Response to comments by J. Ramsberg on the paper "Acceptable risk as a basis for design", *RELIAB ENG SYST SAFE 67: (2) 211-212 FEB 2000*, 1998

# Vergleich der Nachrechnungsklassen von Straßenbrücken nach DIN 1072 und DIN-Fachbericht 101

Stephan Loos

Diplomand am Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Mit der Einführung des DIN-Fachberichtes 101 [3] wurden die geltenden Brückenklassen auf eine reduziert. In der Praxis hat sich jedoch gezeigt, daß es sinnvoll ist, weitere Nachrechnungsklassen einzuführen. Laut ENV 1991-3 [4] ist die Einführung von Brückenklassen, welche unter der des DIN-Fachberichtes 101 [3] liegen, nur möglich, wenn die Brücken dieser Klasse gewichtsbeschränkend beschildert sind. Ist dies der Fall, dürfen Abminderungsfaktoren eingeführt werden, die kleiner als die nach [3] sind. Da die Verkehrslastmodelle nach [3] und [4] einen probabilistischen Hintergrund haben, müssen auch die abgeminderten Lastmodelle probabilistisch ermittelt oder zumindest überprüft werden. In dem folgenden Artikel werden die Messungen am Blauen Wunder in Dresden ausgewertet. Mittels dieser Daten werden Abminderungsfaktoren berechnet. Der dabei beschrittene Weg entspricht dem von MERZENICH in [6] beschriebenen Berechnungen, welche zum Nachweis des in ENV 1991-3 [4] angegebenen Lastmodells 1 genommen wurden.

## 1 Rahmenbedingungen

### 1.1 Einführung in die Problematik der Nachrechnungsklassen

Im November 1996 beschloß der Koordinierungsausschuß 07.1 „Brücken“ des Normungsausschusses Bauwesen im Deutschen Institut für Bauwesen, die nationalen Regelungen im Brückenbau auf europäisches Niveau umzustellen. Das bedeutete, daß die bestehenden Normen durch Nationale Anwendungsdokumente (NAD), die sich auf die ENV's beziehen, auszutauschen waren. Im Brückenbau sind diese NAD die DIN-Fachberichte 101-104, welche am 1. Mai 2003 verbindlich eingeführt wurden. Diese Umstellung hatte das Ziel, die zum großen Teil veralteten nationalen Normen zu ersetzen.

Auf den folgenden Seiten soll nun eine Ergänzung des DIN-Fachberichtes 101 [3] erörtert werden. Diese Erweiterung wird nötig, da in [3] keinerlei abgeminderte Straßenverkehrslastmodelle enthalten sind. Damit gibt es für den Tragfähigkeitsnachweis lediglich ein Lastmodell, welches in etwa mit der Brückenklasse 60/30 vergleichbar ist. Auf Lastmodelle für Brücken, welche von weniger starkem Verkehr frequentiert werden, wie sie zum

Beispiel in der DIN 1072 [2] mit dem Lastmodell der Brückenklasse 30/30 berücksichtigt wurden, wird komplett verzichtet. Außerdem wurde auf die Einführung so genannter Nachrechnungsklassen verzichtet, also auf die Brückenklassen, mit denen bestehende Brücken nachgerechnet und eingeordnet werden können. Es hat sich in der Praxis gezeigt, daß die Brückenklassen 16/16, 12/12, 9/9, 6/6 und 3/3 der alten Norm durchaus ihre Daseinsberechtigung haben. Denn es gibt sehr viele Brücken, welche den Anforderungen eines Lastmodell 1 nicht genügen. Werden solche Brücken nicht oder nur in geringem Umfang vom Schwerlastverkehr benutzt, kann grundsätzlich eine Herabstufung des zulässigen Gewichts der Fahrzeuge, die diesen Verkehrsweg benutzen dürfen, vorgenommen werden. Dieses wäre über Durchfahrtsverbote zu regeln, was wiederum auch gang und gäbe ist. Derartige Durchfahrtsverbote werden mit Schildern, wie sie in Abb. 1: Vorschriftenzeichen exemplarisch dargestellt sind, vorgeschrieben. Somit könnte man nicht nur Sanierungskosten sparen, sondern auch den Erhalt vieler schöner alter Brücken ermöglichen.

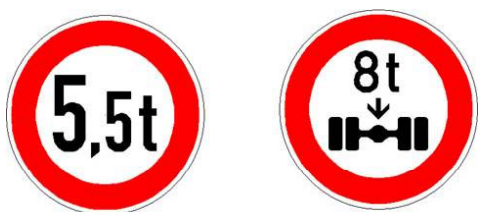


Abb. 1: Vorschriftenzeichen

Der Normungsausschuß Bauwesen hat sich nun allerdings dazu entschlossen, nur eine Brückenklasse als nationalen Regelfall zu definieren. Die Begründung hierfür, daß Schwerlastverkehr auf allen Straßen verkehren kann und daß Verbote nicht hundertprozentig kontrollierbar sind, erscheint auch sinnvoll. Außerdem sind die ermittelten Kräfte aus dem Verkehrslastmodell deutlich geringer als die, die sich aus dem Eigengewicht der Brücken ergeben. Dies gilt im besonderen für Betonbrücken, um welche es sich ja im Regelfall im Straßenverkehr handelt. Daraus ergibt sich, daß die Einsparungen für den Neubau einer Brücke niedrigerer Brückenklasse nicht so erheblich sind und somit nicht den Verlust an Sicherheit und Gebrauchswert der Brücke rechtfertigen.

Es wird allerdings die Möglichkeit offen gelassen, geringere nationale Anpassungsfaktoren  $\alpha_{Qi}$  und  $\alpha_{qi}$  zu verwenden und somit in einer Art niedrigerer Brückenklasse zu rechnen. Allerdings sind hierfür Sonderuntersuchungen notwendig.

Auf den folgenden Seiten wird versucht, eine Möglichkeit vorzustellen, wie solche nationalen Anpassungsfaktoren ermittelt werden könnten. Diese Berechnungen werden in Anlehnung an die Berechnungen geführt, welche für den Nachweis der Richtigkeit des Lastmodell 1 aus dem Eurocode 1 benutzt wurden.

## 1.2 Normen

### 1.2.1 DIN 1072

Die Nachrechnungsklassen bestehen genau wie die Regelklassen aus einem fiktiven SV-Fahrzeug von 6 m Länge und 3 m Breite und einer Streckenlast, welche überall auf dem

Brückenbauwerk, außer unter dem SV, anzusetzen ist. Das SV-Fahrzeug hat einen Achsstand von 2 m und eine Spurbreite von 2 m.

Tab. 1: Achs- bzw. Gesamtlasten der Nachrechnungsklassen nach DIN 1072 [2]

Brückenklasse	16/16	12/12	9/9	6/6	3/3
Gesamtlast [kN]	160	120	90	60	30
Vorderräder Radlast [kN]	30	20	15	10	5
Hinterräder Radlast [kN]	50	40	30	20	10
Einzelachse Last [kN]	110	110	90	60	30
$p_1$ [kN/m <sup>2</sup> ]	5	4	4	4	3
$p_2$ [kN/m <sup>2</sup> ]	3	3	3	2	2

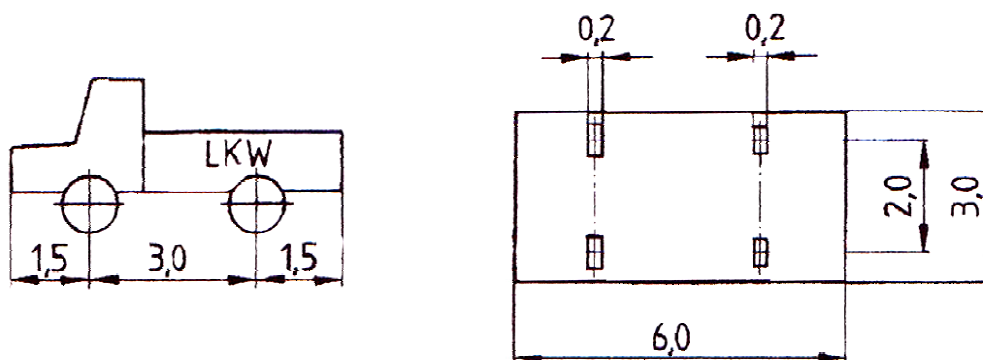


Abb. 2: LKW für Nachrechnungsklassen nach DIN 1072 [2]

### 1.2.2 DIN-Fachbericht 101

Die Lastmodelle des DIN-Fachberichtes 1 [3] sind direkt aus den Lastmodellen der ENV 1991-3 [4] abgeleitet. Das heißt, daß für den Zustand der Tragfähigkeit das Lastmodell 1 in abgeminderter Form übernommen wird. Im weiteren werden Lastmodell 2 (in abgeminderter Form) und LM 4 sowie Lastmodelle für Ermüdungsnachweise aus der ENV übernommen.

Beim Lastmodell 1 wird mit Hilfe nationaler Anpassungsfaktoren das Gewicht der Doppelachse verringert (bzw. auf Fahrstreifen 3 komplett heraus genommen). Die Streckenlasten werden unverändert übernommen. Das bedeutet, die Abminderungswerte sind:  $\alpha_{Q1}=0.8$ ,  $\alpha_{Q2}=0.8$ ,  $\alpha_{Q3}=0$  und  $\alpha_{qi}=1$ .

Des weiteren heißt es in der ENV 1991-3 [4] unter 4.3.2 (7): „Die Zahlenwerte der Faktoren  $\alpha_{Qi}$ ,  $\alpha_{qi}$  und  $\alpha_{qr}$  (Anpassungsfaktoren) können für verschiedene Straßenklassen oder für verschiedene erwartete Verkehre unterschiedlich sein. Falls dazu nichts festgelegt ist, sollten sie zu 1 gewählt werden. Für alle Klassen, bei denen keine Lastbegrenzung durch Verkehrszeichen vorgenommen wird,“ gelten folgende Formeln:

$$\alpha_{Qi} \geq 0,8 \quad (1)$$

$$\text{für } i \geq 2, \alpha_{qi} \geq 1 \quad (2)$$

Da diese vorgegebenen Grenzen im DIN-Fb [3] für das Lastmodell 1 bereits nahezu ausgereizt sind, ist es nicht zulässig, Brückenklassen zu definieren, welche ohne eine Tonnagebegrenzung des Verkehrs auskommen. Das bedeutet, eine Art Brückenklasse 30/30 für Straßen von geringerer Bedeutung ohne gewichtsbeschränkende Beschilderung, wie es nach DIN 1072 [2] üblich war, ist nach [4] nicht mehr sinnvoll.

## **2 Einflußgrößen**

### **2.1 Allgemeines**

Über Straßen und somit auch über Brücken rollt Verkehr von zufälliger Größe und zufälliger Verteilung. Eine Brücke gilt als zuverlässig, wenn sie über die gesamte Nutzungsdauer diesen Beanspruchungen mit ausreichender Wahrscheinlichkeit widerstehen kann.

Es gibt nach SPAETHE [10] zwei Möglichkeiten, die Beanspruchungen zu ermitteln

- Messungen der Beanspruchungen an Brücken unter Verkehr
- Messung der statistischen Parameter und Berechnung der Beanspruchungen

Die Möglichkeit, über Messungen statistische Parameter zu bestimmen, ist effektiver, da die Ergebnisse Rückschlüsse für ganze Brückenklassen gestatten. Dadurch kann der meßtechnische Aufwand erheblich verringert werden. Die gewonnenen Ergebnisse sollten allerdings mittels Messungen an Brücken überprüft werden.

### **2.2 Verkehr**

#### **2.2.1 Einteilung**

Der Straßenverkehr kann durch eine große Anzahl variabler Größen beschrieben werden. Diese Größen lassen sich nach SCHÜTZ [9] in die vier in Abb. 3 dargestellten Hauptgruppen aufteilen.

#### **2.2.2 Verkehrsstärke**

Die Verkehrsstärke ist das Verhältnis der Fahrzeuganzahl eines Streckenquerschnitts pro Zeiteinheit. Dabei wird nach unterschiedlichen Fahrzeugkategorien unterschieden. Interessant für die Bestimmung eines Lastmodells ist der Schwerlastverkehr (SV), da nur er zu maximalen Beanspruchungen führt.

In der Bundesrepublik werden seit vielen Jahren Verkehrszählungen mittels automatischer Langzeitzählstellen durchgeführt. Dem Eurocode 1 liegen die bei Auxerre (Frankreich) gemessenen Werte zugrunde. Der Anteil des SV am DTV beträgt an dieser Meßstelle 32% auf Fahrspur 1 und 10 % auf Fahrspur 2. Vergleicht man diese Werte mit anderen Messstellen, so sieht man, daß der Wert von 1,5 % am Blauen Wunder bis zu 45 % in Epone stark streut. Eine Auswertung der Automatischen Straßenverkehrszählungen in Sachsen hat ergeben, dass der DTSV auf Staatstraßen nicht über 10% des DTV ansteigt. Ebenfalls hat

die Auswertung ergeben, daß der Schwerlastverkehr auf diesen Straßen in den letzten 6 Jahren nicht zugenommen hat.

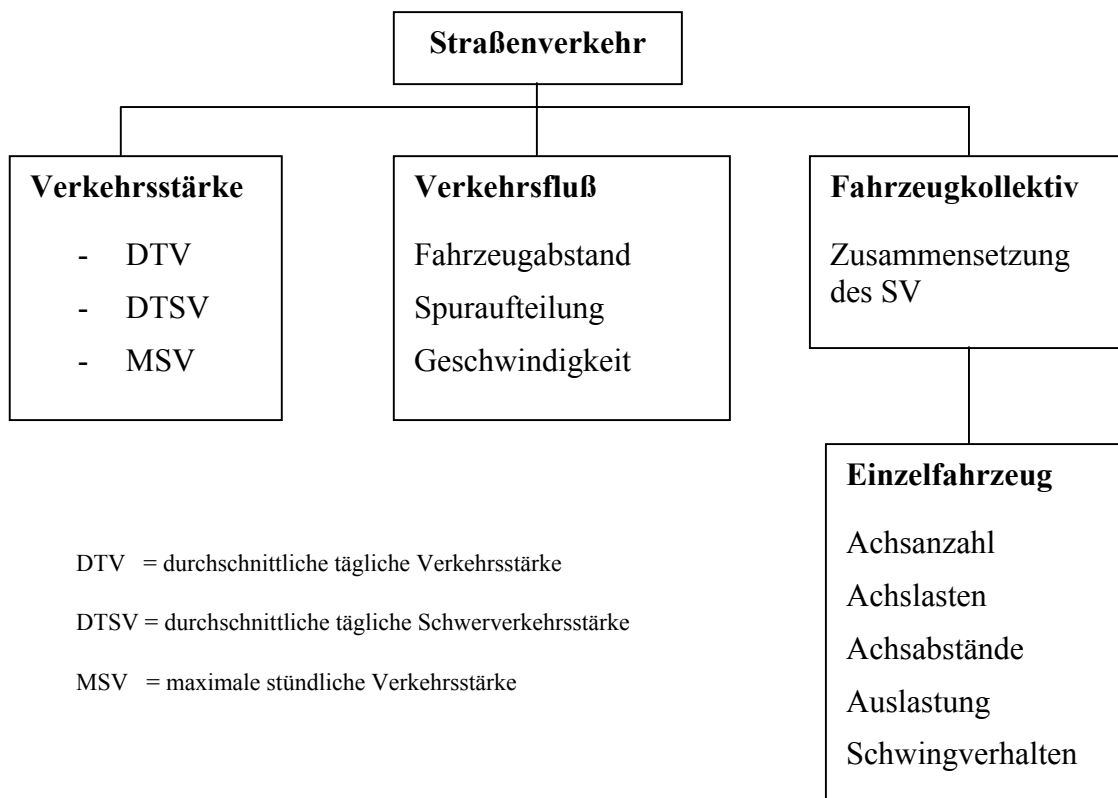


Abb. 4: systematische Aufteilung des Straßenverkehrs

### 2.2.3 Verkehrsfluß

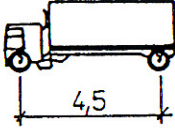
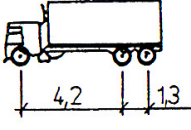
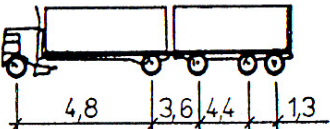
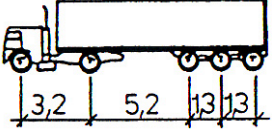
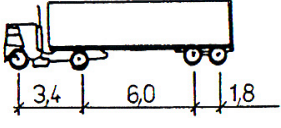
Der Verkehrsfluß wird durch Fahrzeugabstand, die Geschwindigkeit und die Spuraufteilung bestimmt. Da hier gewichtsbeschränkt beschilderte Straßen betrachtet werden sollen, können Autobahnen und Bundesstraßen unberücksichtigt bleiben. Auf Landstraßen kann man nach GEIBLER [5] den Abstand zwischen den Fahrzeugen als logarithmisch normalverteilt (3-parametrig,  $\mu=1500\text{m}$   $s=1000\text{m}$ ) annehmen. Spuraufteilung spielt bei den hier betrachteten Straßen mit nur einem Fahrstreifen pro Richtung keine Rolle.

### 2.2.4 Fahrzeugkollektiv

Der Schwerlastverkehr (SV) wird im allgemeinen in 4 bzw. 5 verschiedene LKW-Typen aufgeteilt. Das sind die zweiachsigen und die dreiachsigen LKW, die LKW mit Anhänger und Sattelschlepper.

Die Aufteilung der einzelnen LKW-Typen ist abhängig von der Verkehrsart und somit auch von der Straßenkategorie.

Tab. 2: Mögliches Lastmodell für den Betriebsfestigkeitsnachweis von Straßenbrücken nach [4]

LKW-Typ		Verkehrsart		
Typ-Nr.	LKW-Silhouette [m]	Langstrecke	Mittelstrecke	Kurzstrecke
		Fahrzeug-Anteil [%]		
1		20	50	80
2		5	5	5
3		40	20	5
4		25	15	5
5		10	10	5

### 2.2.5 Einzelfahrzeug

Die einzelnen Fahrzeuge variieren auch innerhalb der Fahrzeugtypen relativ stark. So sind z. B. die Achsabstände variabel. Die statistischen Angaben des Gesamtgewichts, der Verteilung des Gesamtgewichts auf die einzelnen Achsen sowie der Achsabstand sind von MERZENICH in [6] angegeben. Dort sind ebenfalls die Verteilungsparameter der Feder- und Dämpfungskennwerte der LKW enthalten. Die Angaben, die Merzenich macht, stammen alle aus der Auswertung der Auxerre-Meßwerte.

In [6] wird jeder LKW-Typ durch zwei Normalverteilungen beschrieben, wobei eine der Funktionen ein leeres Fahrzeug (LLKW) und die andere ein beladenes Fahrzeug (SLKW) darstellen soll. Einen etwas anderen Weg geht POHL [7], welcher eine Verteilung für den leeren LKW-Typ und eine für die Beladung angibt. POHL gibt Wahrscheinlichkeitsfunktionen für Kurz-, Mittel- und Langstreckenverkehr äquivalent zu den Angaben aus Tab. 2 an.

### 2.3 Fahrbahnoberfläche

Das sich auf der Brücke befindende Fahrzeug bildet mit der Brücke ein gekoppeltes Schwingungssystem. Das bedeutet, daß man im Brückebau nicht mit statischen Lasten rechnen kann, sondern daß man die Erhöhung der Schnittkräfte durch dynamische Prozesse berücksichtigen muß.





### 3 Berechnung von abgeminderten Lastmodellen für den DIN-Fachbericht 101

#### 3.1 Berechnung von Abminderungsfaktoren für BK16

Das Problem beim Entwurf von Brückenklassen für gewichtsbeschränkt beschilderte Brücken sind fehlende Messwerte. Da die Lastmodelle der ENV 1991 auf stochastischen Werten und somit nicht auf einem klaren Grenzwert basieren, muß für die neuen Nachrechnungsklassen dieselbe Voraussetzung gelten. Daß soll heißen, daß man nicht davon ausgehen kann, daß ein 20-Tonner nicht über eine Brücke fährt, nur weil auf dieser maximal 16 Tonnen zugelassen sind. In [5] und in [8] geht man davon aus, daß 30 % bis 40 % Überschreitungen des maximal zulässigen Fahrzeuggewichts nicht selten sind. Diese Angaben werden durch die Meßergebnisse eines Gewichtsblisters am Blauen Wunder bestätigt. Das Blaue Wunder wurde in die Brückenklasse 16/16 eingeordnet und ist mit einem Verbotsschild für Fahrzeuge über 15 t beschildert. Allerdings sind von diesem Verbot die Busse der DVB ausgenommen. So zeigt Abb. 6 die Häufigkeitsverteilung der Gewichte der LKW, LKW mit Anhänger und der Sattelschlepper.

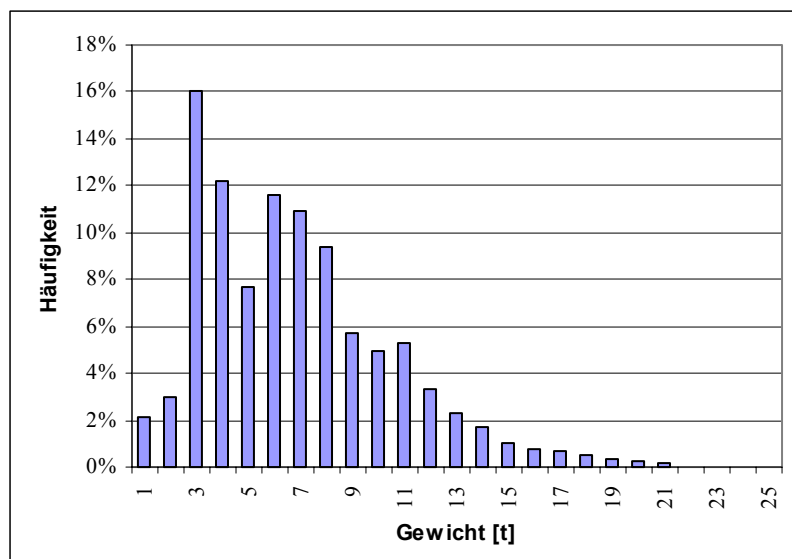


Abb. 6: Meßergebnisse SV, Gewichtsmessungen am Blauen Wunder, Oktober 2001

Die Busse wurden nicht berücksichtigt, da sie ja über die Brücke fahren dürfen und für die Modulierung eines Lastmodells die Überschreitung der zulässigen Werte besonders interessant ist.

Aus den Meßergebnissen für die jeweiligen SV-Typen müssen nun stochastische Kenngrößen gewonnen werden. Dies zeigt Abb. 7 exemplarisch für den Typ LKW. Jeder der drei relevanten SV-Typen wird in eine bimodale Verteilung überführt. Tab. 3 zeigt die Kenngrößen dieser Verteilungen.

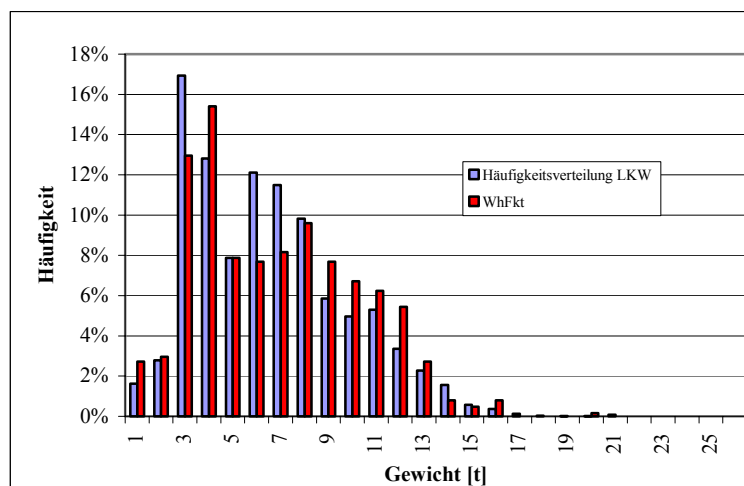


Abb. 7: Verteilung der Gewichte SV-Typ 1

Tab. 3: Kenngrößen der Wahrscheinlichkeitsfunktionen der SV-Typen am Blauen Wunder

	LKW		LKW m Anh		Sat	
	Fkt. 1	Fkt. 2	Fkt. 1	Fkt. 2	Fkt.1	Fkt. 2
Mittelwert [t]	7	3	5,5	16	5,5	16,5
Standardabweichung [t]	3,5	0,5	3,5	3	4	2,5
Wichtung	80 %	20 %	70 %	30 %	30 %	70 %
Wichtung global	73,78 %	18,44 %	2,75 %	1,18 %	1,15 %	2,69 %

Mittels dieser Daten können dann die Auftretenswahrscheinlichkeit und die Gewichte der einzelnen SV-Typen simuliert werden. Mit den daraus gewonnenen Ergebnissen wird das maximale Feldmoment eines Einfeldträgers berechnet. Die Abmessungen und Lastverteilungen der einzelnen Fahrzeugtypen werden nach den auf Auxerre-Meßdaten beruhenden Angaben aus [6] berechnet.

Wiederholt man diese Berechnungen oft genug, kommt man zu einer Verteilung der Auftretenswahrscheinlichkeit der maximalen Feldmomente eines Einfeldträgers mit einer bestimmten Stützweite. Dieses wurde in diesem Fall für die Stützweiten 5 m, 8 m, 10 m, 15 m, 20 m, 25 m, 30 m, 40 m, 50 m und 60 m gemacht. Aus diesen Simulationsergebnissen wurde der 1000-Jahre-Fraktilewert extrapoliert. Dieser Wert ist der charakteristische Wert, der dem Tragfähigkeitsnachweis zugrunde gelegt wird. Er steht für die Belastung, die in einer angesetzten Lebensdauer von 100 Jahren mit 10 %iger Wahrscheinlichkeit überschritten wird.

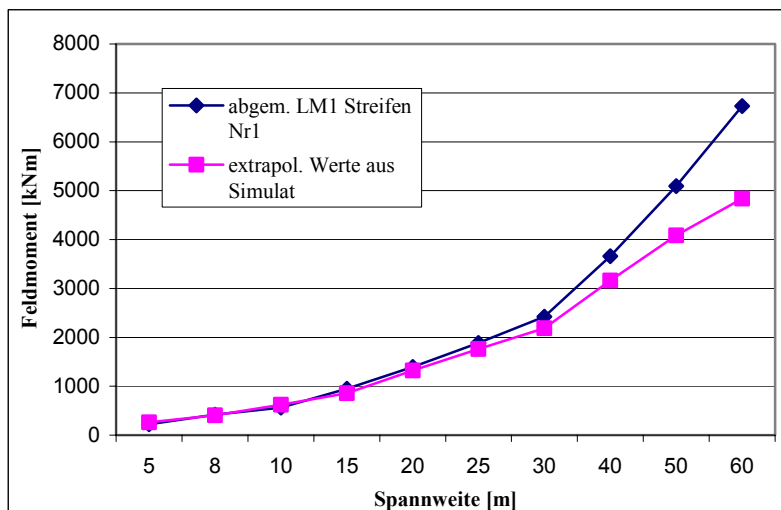


Abb. 8: Vergleich abgemindertes LM 1 mit Simulation (Belag: gut)

Diese extrapolierten Werte werden dann dem abgeminderten LM 1 gegenüber gestellt. Abb. 7 zeigt einen Vergleich zwischen den extrapolierten Werten, multipliziert mit den Schwingbeiwerten für Straßenbelag von guter Qualität und einem mit Anpassungsfaktoren abgeminderten Lastmodell 1. Die Anpassungsfaktoren sind in diesem Fall:

$$\alpha_{Q1} = 0,35$$

$$\alpha_{q1} = 0,3$$

Zusätzlich muß der Staufall simuliert werden. Bei diesem treten kaum Erhöhungen der Lasten durch dynamische Effekte auf. Allerdings befinden sich deutlich mehr Fahrzeuge auf der Brücke, da der Abstand zwischen den Fahrzeugen erheblich geringer ist. Das führt dazu, daß der Lastfall Stau bei Brücken mit einer Spannweite ab 30 m maßgebend wird.

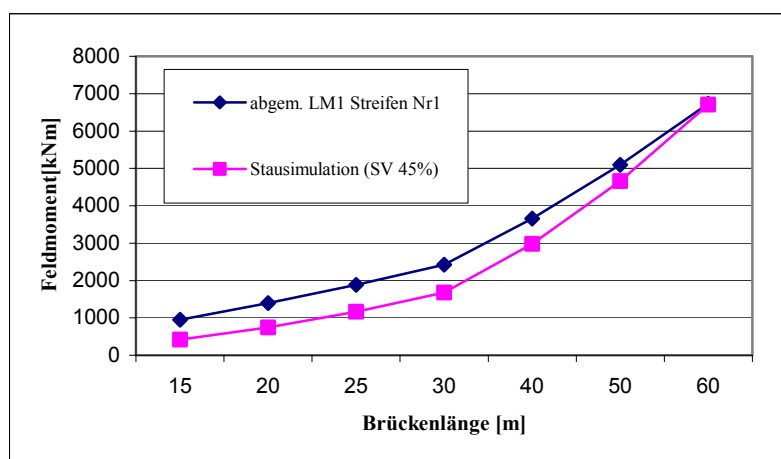


Abb. 9: Vergleich Stausimulation mit abgeminderten LM 1

### 3.2 Berechnung von Abminderungsfaktoren weiterer Brückenklassen

Im folgenden wird noch ergänzend auf die Berechnungen eingegangen, die durchgeführt wurden, um Abminderungsfaktoren für weitere Brückenklassen zu erhalten. Dabei handelt es sich um Brückenklassen, die vergleichbar mit der BK 30 und der BK 12 der DIN 1072 [2] sind. Diese beiden Nachrechnungsklassen sind noch von relativ großem praktischen Interesse, da sie die Lasten fast aller Rettungsfahrzeuge aufnehmen können. In DIN 1055-3 6.4.4 (2) 0 heißt es: „Hofkellerdecken, die nur im Brandfall von Feuerwehrfahrzeugen befahren werden, sind für die Brückenklasse 16/16 nach DIN 1072: 1985-12, Tabelle 2 zu berechnen. Dabei ist jedoch nur ein Einzelfahrzeug in ungünstigster Stellung anzusetzen; auf den umliegenden Flächen ist die gleichmäßig verteilte Last der Hauptspur als Verkehrslast in Rechnung zu stellen.“

Das Problem bei der Berechnung dieser Abminderungsfaktoren liegt allerdings darin, daß keine Messergebnisse für derart gewichtsbeschränkt beschilderte Brücken vorliegen. So wurde für die BK 12 eine Verteilung äquivalent zu den Meßergebnissen am Blauen Wunder angenommen. Für die BK 30 wurde zusätzlich der Anteil der schwereren SV-Typen, also LKW mit Anhänger und Sattelschlepper, angehoben. Die Simulation und Berechnung erfolgt dann genauso wie bei der Brückenklasse 16.

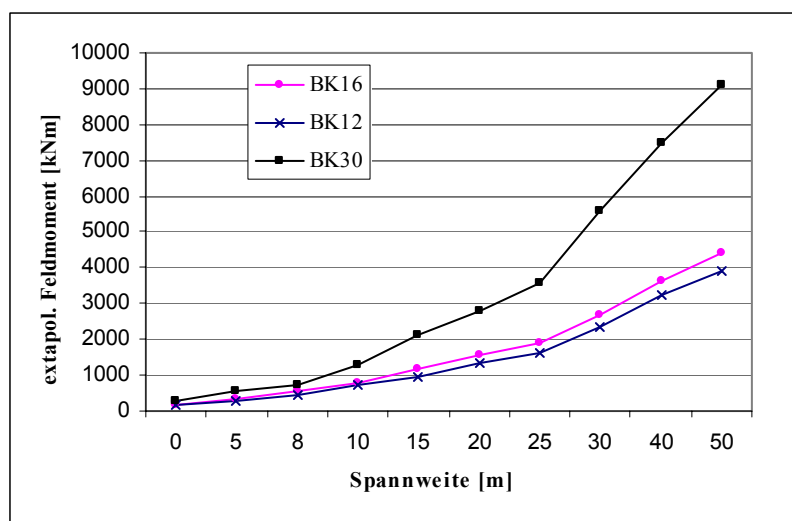


Abb. 10: Vergleich der extrapolierten Feldmomente

In Tab. 4 sind Abminderungsfaktoren, wie sie sich nach den durchgeführten Simulationen ergeben haben, angegeben. Die Abminderungsfaktoren sind für das LM 1 auf dem Fahrstreifen Nummer 1 und für gute und mittlere Straßenbelagsqualität angegeben. Die Berechnung wurde ergänzend mit den Auxerre-Daten durchgeführt, um die Ergebnisse auf Plausibilität zu prüfen. Da das LM 1 nach [4] den in Auxerre gemessenen Verkehr darstellen soll, stellen die ermittelten Anpassungsfaktoren von ca. 1 eine gute Näherung dar. Als Bezeichnungsart der Brückenklassen wurden die der DIN 1072 [2] gewählt. Allerdings handelt es sich in diesem Fall, wie schon in 1.2.2 erläutert, auch bei der BK 30/30 um eine Nachrechnungsklasse. Die hier angegebene BK 60/30 wurde nicht berechnet. Für sie wurden die Faktoren des LM 1 nach DIN Fachbericht 101 [3] angesetzt. Alle Anpassungsfaktoren beziehen sich auf das Lastmodell 1 der ENV 1991-3 [4].

Tab. 4: Abminderungsfaktoren für Fahrstreifen Nr. 1

BK nach DIN 1072 bzw. Meßwerte	$\alpha_{Q1}$		$\alpha_{q1}$	
	Belag: gut	Belag: mittel	Belag: gut	Belag: mittel
Auxerre	1	1	0,9	1
60/30	0,8	0,8	1	1
30/30	0,55	0,6	0,55	0,7
16/16	0,35	0,35	0,3	0,4
12/12	0,3	0,3	0,18	0,3

Da die hier vorgeschlagenen Anpassungsfaktoren höher als erwartet ausfallen, wurde noch eine Vergleichsrechnung durchgeführt. Diese vergleicht die maximalen Feldmomente, die sich nach DIN 1072 am Einfeldträger für die Hauptspur (HS) ergeben, mit denen, die sich nach den abgeminderten Lastmodellen ergeben. Die Hauptspur der DIN 1072 entspricht dem Fahrstreifen 1 nach DIN Fachbericht.

Tab. 5: Verhältnisse der maximalen Feldmomente am EFT für Straßenbelagqualität: mittel

Brückenlänge [m]	BK 60	BK 30	BK 16	BK 12
	$HS_{DIN-FB}/HS_{DIN1072}$	$HS_{DIN-FB}/HS_{DIN1072}$	$HS_{DIN-FB}/HS_{DIN1072}$	$HS_{DIN-FB}/HS_{DIN1072}$
5	88 %	131 %	142 %	150 %
8	85 %	125 %	133 %	146 %
10	86 %	124 %	127 %	141 %
15	90 %	123 %	116 %	129 %
20	95 %	124 %	109 %	121 %
25	100 %	126 %	104 %	115 %
30	106 %	128 %	101 %	112 %
40	118 %	134 %	99 %	108 %
50	132 %	142 %	100 %	109 %
60	147 %	141 %	94 %	103 %

In Tab. 5 ist zu erkennen, daß die neuen Lastmodelle für kurze Brücken sehr auf der sicheren Seite liegen, sich aber für größere Spannweiten den Werten nach DIN 1072 [2] annähern und diese sogar unterschreiten. Das ist dadurch zu erklären, daß die Simulationen relativ hohe Extremwerte bei den Achslasten ergeben haben. Dieses wirkt sich besonders auf die kurzen Brücken aus.

### 3.3 Abminderungsfaktoren nach Verkehrsart

Ergänzend wurden noch Simulationen mit den Verkehrslastmodellen von POHL [7] durchgeführt. Pohl hat für das LKW-Lastmodell Tab. 2 noch Wahrscheinlichkeitskennwerte für die Ladung und das LKW-Gewicht angegeben. In diesem Verkehrslastmodell wird nach Kurz-, Mittel- und Langstreckenverkehr unterschieden. Dabei zeichnet sich der Kurzstreckenverkehr durch geringere Gewichte, schlechtere Auslastung und einen geringeren Anteil an Sattelschleppern und Lastzügen aus. Die Berechnung der Schnittkräfte wurde in diesem Fall mit den im Lastmodell angegebenen Abmessungen der Fahrzeuge durchgeführt. Also nicht mit stochastischen Größen wie bei den Berechnungen in [6].

Tab. 6: Abminderungsfaktoren für Fahrstreifen Nr. 1 für Verkehrslastmodelle nach Pohl

Verkehrsart	$\alpha_{Q1}$ Belagsqualität: mittel	$\alpha_{Q1}$ Belagsqualität: mittel
Kurzstrecke	0,75	0,35
Mittelstrecke	0,80	0,50
Langstrecke	0,80	0,80

In Tab. 6 ist zu erkennen, daß die Ergebnisse dieser Simulation nur eine geringfügige Abminderung der Achslasten zulassen. Die Streckenlast läßt sich hingegen deutlich stärker abmindern. Das ist dadurch zu erklären, daß sich die maximalen Achslasten der Verkehrsarten kaum unterscheiden. Die Verteilungen der maximalen Fahrzeuggewichte und somit die Verteilung der maximalen Feldmomente weisen hingegen erhebliche Unterschiede auf.

## 4 Literatur

- [1] DIN 1055-3: *Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 3: Eigen- und Nutzlasten für Hochbauten*. Berlin: Beuth Verlag, Oktober 2002
- [2] DIN 1072: *Straßen und Wegbrücken, Lastannahmen*. Berlin: Beuth Verlag, Dezember 1985
- [3] DIN Fachbericht 101: *Einwirkungen auf Brücken*. Berlin: Beuth Verlag, 2001
- [4] ENV 1991-3 Eurocode 1: *Grundlagen der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 3: Verkehrslasten auf Brücken*. Berlin: Beuth Verlag, 1995
- [5] Geißler, K.: *Beitrag zur probabilistischen Berechnung der Restnutzungsdauer stählerner Brücken*. Diss., TU Dresden 1995, erschienen als Heft 2, Schriftenreihe des Instituts für Tragwerke und Baustoffe
- [6] Merzenich, G.; Sedlacek, G.: *Hintergrundbericht zum Eurocode 1 Teil 3.2: "Verkehrslasten auf Straßenbrücken"*, Forschung Straßenbau und Straßenverkehrstechnik Heft 711. Bonn-Bad Godesberg: Bundesministerium für Verkehr, Abt. Straßenbau
- [7] Pohl, S.: *Definition von charakteristischen Werten für Straßenverkehrsmodelle auf der Basis der Fahrzeuge sowie Fraktilwerte der Lasten des Eurocode 1-Modells*; interner Forschungsbericht Bundesanstalt für Straßenwesen, 1993
- [8] Ruppert, W.-R.; Leutzbach, W.; Adolph, U.-M.; Agnew M.; Rüter G.; Zänker, K.: *Achslasten und Gesamtgewichte schwerer LKW*. Köln: Verlag TÜV Rheinland GmbH, 1981
- [9] Schütz, K.G.: Verkehrslasten für die Bemessung von Straßenbrücken, *Bauingenieur* 66 (1991), S. 363-373
- [10] Spaethe, G.: Beanspruchungskollektive von Straßenbrücken, *Die Straße* 17 (1977) 4, S. 241-246





# Ausgewählte Aspekte zur statistischen Beschreibung von Bahnverkehrslasten

Dipl.-Ing. Peter Lieberwirth  
Lehrstuhl für Stahlbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Reale Einwirkungen aus dem Schienenverkehr können aus bahnbetrieblichen Gründen nur bedingt durch zufällige Lastprozesse beschrieben werden. Das aktuell gültige quasideterministische Lastbild UIC 71 ist nicht als Fraktilwert einer statistischen Verteilungsfunktion der Verkehrslast aufzufassen. Dieser Beitrag behandelt Möglichkeiten und Grenzen bei statistischer Herangehensweise für die Modellbildung am Beispiel vertikaler Verkehrslasten aus Streckenbetrieb.

## 1 Problemstellung

Das in den Normen verankerte Lastbild UIC 71 wurde auf deterministischer Grundlage entwickelt [6] und im Jahre 1971 eingeführt. Es berücksichtigte den damaligen Schienenverkehr einschließlich eines begrenzten prognostischen Zuwachses. Der Schienenschwerverkehr war zu diesem Zeitpunkt noch nicht ausreichend abgedeckt, hierfür folgten nachträglich die Schwerlastbilder SW/0 und SW/2. Nach langjähriger erfolgreicher Bewährung in der Praxis im Rahmen globaler Sicherheitskonzepte ist das Lastbild unverändert auch in die neue Normengeneration der Eurocodes bzw. auf nationaler Ebene der DIN-Fachberichte für Brückenneubauten verbindlich aufgenommen worden. Entsprechend der semiprobabilistischen Definition für die Einwirkungen aus Verkehrsbelastung entspricht UIC 71 nunmehr einem charakteristischen Lastbild, das mit einem Teilsicherheitsbeiwert (DIN-FB 101:  $\gamma_Q = 1,45$ ) multipliziert den Bemessungswert der Einwirkungsgröße aus vertikalen Bahnverkehrslasten repräsentiert. Weiterhin wird UIC 71 auch im Rahmen der Nachrechnung bestehender Tragwerke (DB-Richtlinie 805) eingesetzt. In der näheren Vergangenheit erfolgten umfangreiche Untersuchungen des EUROPEAN RAIL RESEARCH INSTITUTE (ERRI), ob das Lastbild auch bei heutigem Expositionszeitpunkt in allen praxisrelevanten Fällen für einen angestrebten Nutzungszeitraum von 100 Jahren für Brückenneubauten eine genügend große Sicherheit für den Eisenbahnverkehr auf hochbelasteten Strecken gewährleistet. Andererseits ist es eine Frage der Wirtschaftlichkeit, auf gering belasteten Strecken für einen Brückeneubau abgeminderte Verkehrslasten ansetzen zu dürfen. Bestrebungen zum Ersatz des UIC 71 durch ein neues, angepasstes Lastmodell LM 2000 [5] im Zuge der Einführung der neuen Normen sind gescheitert. Dafür wurde ein streckenabhängig festzulegender Klassifizierungsfaktor  $0,75 \leq \alpha \leq 1,33$  eingeführt.

Fortgeschrittene Berechnungsverfahren ermöglichen es heute, Tragsicherheits- und Gebrauchsfähigkeitsnachweise direkt nach probabilistischen Konzepten zu führen. Innerhalb dieses Anwendungsrahmens bedarf das Lastbild UIC 71 mit dem genannten Entstehungshintergrund besonders intensiver Betrachtung. Bekanntermaßen kommt der wirklichkeitsnahen Modellierung der Einwirkungsgrößen bei Zuverlässigkeitsproblemen große Bedeutung zu – insbesondere dann, wenn deren Streuung einen erheblichen Einfluss auf die Sicherheitsnachweise besitzt. Der folgende Beitrag beschäftigt sich mit einigen ausgewählten Aspekten, die hierbei für Belastungen aus Schienenverkehr wesentlich sind.

## 2 Einleitende Bemerkungen zum realen Schienenverkehr

Mit der sprunghaften Entwicklung des landesweiten Schienenverkehrsnetzes der Bahn (beginnend etwa ab 1840) wurden zahlreiche Brückenbauwerke errichtet, wobei sich die Entwurfslastbilder zunächst vor allem an der schrittweisen Entwicklung der Dampflokomotiven orientierten. Dabei zeigen sich für ingenieurtechnische Bemessungsaufgaben recht nahe an der Belastungsgeometrie der vertikalen Bahnbetriebslasten orientierte Modelle für die Anordnung der maßgebenden Radsatzlasten. Als charakteristisches Beispiel (Abb. 1) sei hier der Lastenzug N (um 1927) genannt, der schwere Dampflokomotiven mit Kohlentender erfasst (Aneinanderreihung der Radsatzlasten für 1. und 2. Lok). Die Betriebslasten der einzelnen Wagen lagen damals nicht über denen des Triebfahrzeuges. Die Streuung der maximalen Radsatzlasten der Lok war allerdings – bedingt durch die mitgeführten Kohle- und Wassermengen nicht unerheblich.



Dampflok BR 01:  
 Gesamtgewicht 1710 kN;  
 max. Achslast 202 kN  
 Nennleistung: 1670 kW;  
 LüP: 23,94 m  
**Bemessungslastenzug: N**

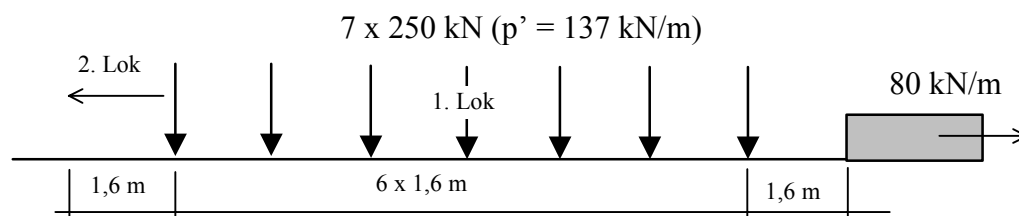


Abb. 1 : Belastungskennwerte für Dampflokomotive der Baureihe 01 und Bemessungslastenzug N für Brückenbauwerke in der Vergangenheit

Mit dem stetigem Wandel des Personen- und Güterverkehrs verbunden waren grundlegende Veränderungen der Belastungsverhältnisse vor allem im Güterschwerverkehr. Die Leistungen der Lokomotiven liegen heute weit über denen des Dampflokbetriebes, was sich u.a. in gestiegenen Anfahrzugkräften und damit auch höheren normativen Anfahrlasten

bezogen auf die zugehörige vertikale Auflast äußert. Die Radsatzlasten der maßgebenden schweren Triebfahrzeuge haben dagegen kaum zugenommen (vgl. Abb. 1 und Abb. 2), deren statistische Unsicherheit ist bei modernen Loks im Elektro- und Dieselbetrieb gering, Abweichungen von den Nennlasten liegen normalerweise unter 5%.



BR 241:  
 Gesamtgewicht 1200 kN;  
 6 Achsen; max. Achslast 200 kN;  
 Anfahrzugkraft: 450 kN;  
 Nennleistung: 2940 kW;  
 LüP: 20,82 m  
**Bemessungslastenzug: UIC 71**

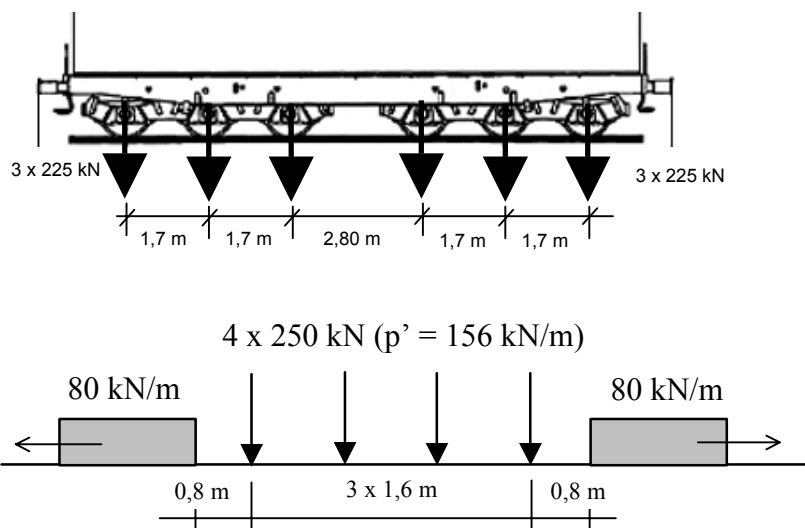


Abb. 2 Belastungskennwerte für die derzeit leistungsstärkste Diesellok von RAILION der Baureihe 241 sowie einen moderner Drehgestellflachwagen Typ Sa(1)mmnps 706

Dagegen übersteigen die maximalen Radsatzlasten schwerer Güterwagen heute deutlich diejenigen der Loks und sind betriebsbedingt (durch planmäßige und zufällige Überladungsanteile, wie Feuchtegehalt der Ladung etc.) deutlich größeren Schwankungen unterworfen. Bei einigen europäischen Bahnen, wie PKP (bis 257 kN), sind Züge unter normalen Nutzungsbedingungen mit höheren Achslasten als in Deutschland üblich, zugelassen (z.B. polnische Kohlezüge). Besondere Schwerlasttransporte sind außergewöhnliche Ereignisse und nicht Gegenstand von Untersuchungen in Zusammenhang mit dem Normlastbild.

Als Nebeneffekt der im Vergleich zu den vertikalen Auflasten real gestiegenen Brems- und Anfahrlasten treten bei der statischen Nachrechnung besonderer Tragwerke älterer Bauart, wie z.B. der Eisenbahnhochbrücke Rendsburg (Abb. 3) mit relativ niedrigem Konstruktionseigengewicht und ungünstigen Hebelverhältnissen Schwierigkeiten beim Nachweis der Horizontalkraftableitung in Brückenlängsrichtung für Betriebslastenzüge auf. Im Einzelfall werden hier auch aufwändige experimentelle Untersuchungen, wie der dargestellte Brems-

versuch zur realitätsnahen Erfassung der Längskraftverteilung im Tragwerk durchgeführt, um günstigere Tragwerkbeanspruchungen als nach normativer Berechnung nachweisen zu können.



a)

b)

Abb. 3 : a) Geleichterter Güterzug mit eingefügten Leerwagen bei Überfahrt über die Rampenbrücken der Eisenbahnhochbrücke Rendsburg und b) Aneinanderreihung von Lokomotiven zur Durchführung eines Bremsversuches

Zusammenfassend kann festgestellt werden, dass sich eine Änderung der Belastungen aus dem Streckenverkehr auf unterschiedliche Weise in den Tragwerksreaktionen niederschlagen und Betrachtungen zu vertikalen Verkehrslastkomponenten nur einen Teil der Entwicklung darstellen.

### 3 Erläuterungen zur Modellierung des Schienenverkehrs

Die Charakteristik der Einzelstrecke gibt die Zugmassen und –längen, Wagenmodelle, die Fahrgeschwindigkeit sowie die in Frage kommenden Loktypen vor. Zur Einstufung der realen Verkehrsbelastung auf einer Strecke ist der Anteil des Güterverkehrs am Gesamtverkehr eine wichtige Hilfsgröße (Abb. 4). Die Wagenfolge innerhalb von Güterzügen ist zwar näherungsweise zufällig, jedoch besteht eine starke Streckenabhängigkeit bezüglich deren Grundgesamtheit. Besonders hohe Anteile des Güterschwerverkehrs (Roheisentransporte, Kohlezüge etc.) und zugehörige Zugkategorien bleiben auf Verbindungen von Industriestandorten und internationale Strecken beschränkt.

Bedingt durch Fahrpläne und sich wiederholende Zugfolgen besitzt der Streckenverkehr deutliche Regelmäßigkeiten. Eine Modellierung von Radsatzlasten als Folge unabhängiger Zufallsgrößen ist nicht gerechtfertigt. Um die Einwirkungen aus realem Schienenverkehr über einen größeren Zeitraum an Tragwerken zu ermitteln, sind Vorgehensweisen sinnvoll wie die nachstehend genannten:

- Langzeitmessungen zur Aufzeichnung realer Beanspruchungskollektive direkt am Tragwerk , wobei nur Aussagen zur betreffenden Strecke möglich sind;
- Systematisierung des Schienenverkehrs in definierten Typen von Betriebslastenzügen (die bereits ungünstige Wagenfolgen berücksichtigen) und deren Zusammenfassung in einem streckenabhängigen Verkehrslastmodell. Durch die Simulation zufälliger Überfahrten dieser Züge über ein Tragwerksmodell können realitätsnahe Beanspruchungskollektive für die Strecke berechnet werden.

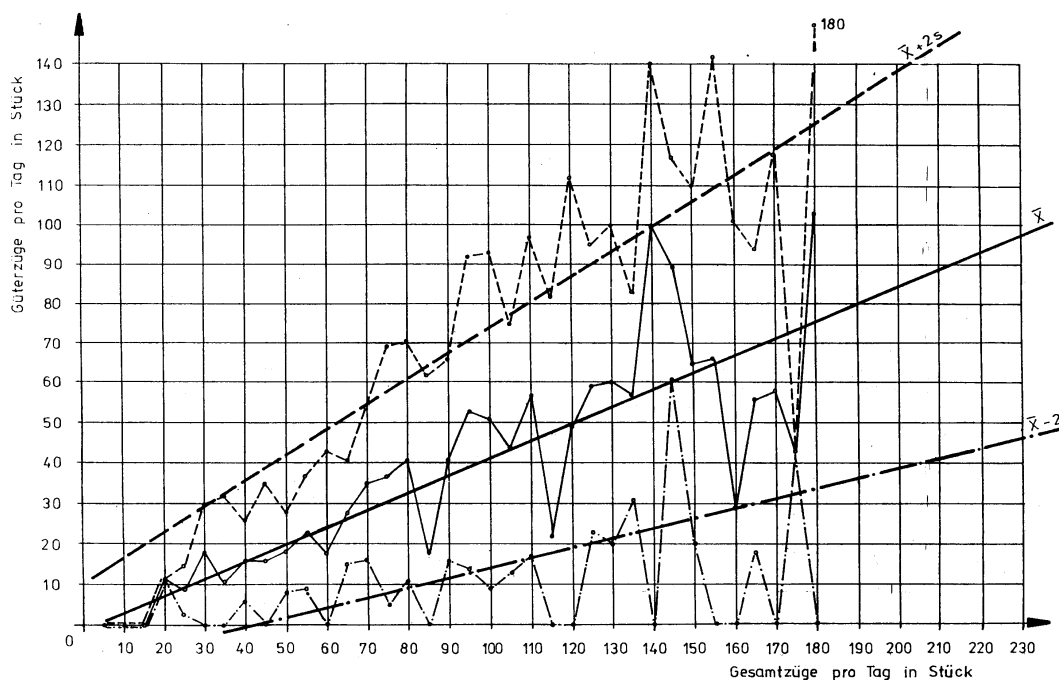
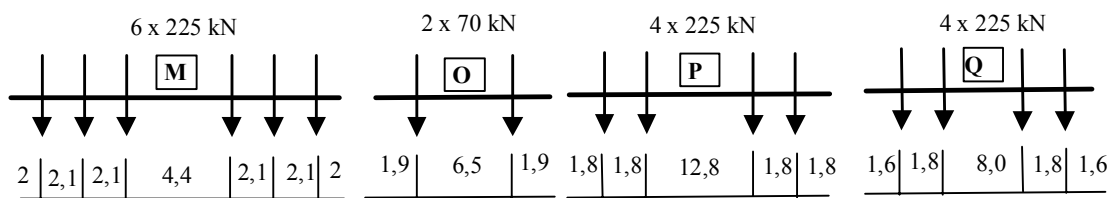


Abb. 4 Mittlerer Anteil des Güterverkehrs am Gesamtverkehr von 40% auf den internationalen Strecken und 2σ-Streubänder nach [1]

In [4] wurde der zweite Weg auf Basis eines vereinheitlichten europäischen Verkehrslastmodells verfolgt, wobei insgesamt 124 Betriebslastenzüge mit den entsprechenden Anteilen am Gesamtverkehr berücksichtigt wurden. Hierbei ist zu beachten:

- Die Wagenreihung innerhalb eines Betriebslastenzuges erfolgt deterministisch (Abb. 5). Die Berücksichtigung realer Lastkennwerte von Lok und Wagen ist in diesen Modellen möglich. Die einzelnen Radsatzlasten innerhalb des Zuges können auch als zufällige Größen eingeführt werden.
- Die Auftretenswahrscheinlichkeit eines Betriebslastenzuges innerhalb der Grundgesamtheit ist definiert, die zeitliche Folge der Lastenzüge ist unabhängig und zufällig. Jedem Betriebslastenzug ist bei Überfahrt eine bestimmte Geschwindigkeit zugeordnet.



Zugzusammenstellung: M-O-O-P-O-Q-Q-O-P-P-P-O-O-Q-Q-O-P-Q-O-O-Q-Q-P

Abb. 5 Typenzug E06 (Lokgezogener Güterzug) mit einer Auftretenshäufigkeit von 17,9% im Modell für die Zugtypen bei Ermüdung nach [1], Anhang F.3

Bei der Einbeziehung von Prognosen zur Entwicklung des Schienenschwerverkehrs wurden in bisherigen Modellrechnungen u.a. Achslasterhöhungen berücksichtigt, wobei die Anfang der 1990er Jahre aufgestellten Zukunftsmodelle keine bedeutenden Erhöhungen

der Radsatzlasten gegenüber dem aktuellen Verkehr mehr zulassen – d.h. der gesetzte „Prognosepuffer“ ist nahezu ausgeschöpft.

Geschlossen lassen sich lediglich die Zuggesamtlasten aller Betriebslastenzüge in Form einer multimodalen Verteilung gemäß Glg. (1) abbilden.

$$F(x) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot F_i(x) ; f(x) = \sum_{i=1}^n p_i \cdot f_i(x) \quad \text{Bedingung: } \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1 \quad (1)$$

Die n unabhängigen Untermengen mit den Einzel-Wahrscheinlichkeitsverteilungen  $F_i(x)$  haben die Auftretenswahrscheinlichkeiten  $p_1 \dots p_n$  innerhalb der Grundgesamtheit. Dabei können auch Gruppen von Betriebslastenzügen (Zugtypen) zusammenfaßt werden, z.B. Personenverkehr, normaler Güterverkehr und Güterschwerverkehr u.a.. Die Zuggesamtlast ist jedoch für die Brückenbemessung nur eine repräsentative Größe in Bezug auf die Tragwerksbeanspruchungen.

#### 4 Tragwerks- und Streckenabhängige Modellbildung

Die fiktiven Überfahrten der in Abschnitt 3 genannten Betriebslastenzüge können entweder über ein Strukturmodell des Tragwerkes, bei linear elastischem Verhalten auch über Einflusslinien ausgewertet werden. Die Simulation der Grundgesamtheit des Verkehrslastmodells liefert Kollektive der Tragwerksreaktionsgrößen  $S_i$  (Querkräfte, Momente, Auflagerkräfte, Verschiebungswerte). Durch Definition eines auf  $S_{i,UIC}$  (= deterministischer Einzelwert infolge Überfahrt von UIC 71, d. h. charakteristischer Wert der Tragwerksreaktion) bezogenen Kollektivwertes  $\lambda_i$  der Größe  $S_i$  (Momente, Querkräfte, Stützkräfte etc.) gemäß Glg. (2) gelingt der Bezug zum Normlastenzug.

$$\lambda_i = \frac{S_i}{S_{UIC}} \quad \text{bzw. mit Schwingbeiwert } \lambda_i = \frac{(1 + \varphi) S_i}{S_{UIC}} \quad (2)$$

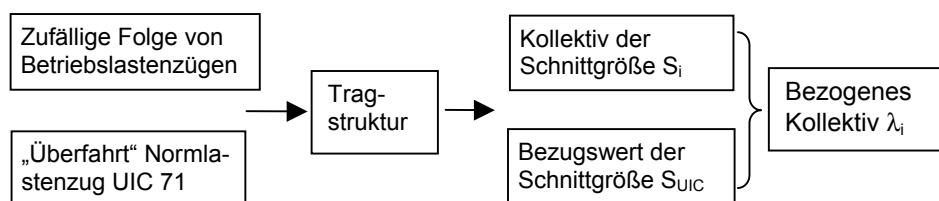


Abb. 6 Schematischer Ablauf der Simulationsrechnung zur Gewinnung bezogener Beanspruchungskollektive

Über den Schwingbeiwert  $\varphi$  können näherungsweise dynamische Effekte bei der Zugüberfahrt berücksichtigt werden.  $\varphi$  wird als normalverteilte Größe mit dem Mittelwert  $\mu = 0,95 \cdot (1 + \varphi)$  und dem Variationskoeffizienten  $v = 0,05$  angesetzt. Zuggeschwindigkeit und Gleislage lassen sich nach Glg. (3) berücksichtigen, wobei man normalerweise im heutigen Netz eine mittlere Gleisqualität mit  $a = 0,5$  ansetzt. Somit ergibt sich für jeden Betriebslastenzug ein entsprechender Schwingbeiwert in Abhängigkeit von der Tragstruktur.

$$\Phi = 1 + \varphi ; \quad \varphi = \varphi' + a \cdot \varphi'' ; \quad \varphi' = \frac{K}{1 - K + K^4} ; \quad K = v / (2 \cdot n_0 \cdot L)$$

$v$  : Zuggeschwindigkeit [m/s]

$n_0$ : Eigenfrequenz des unbelasteten Bauwerks

$$n_0 = 80 / L \quad : \quad \text{für } 4\text{m} \leq L \leq 20\text{m} \quad (3)$$

$$n_0 = 23,58 \cdot L^{-0,592} \quad \text{für } 20\text{m} < L \leq 100\text{m}$$

$$L : \text{Stützweite} ; \quad \varphi'' = 0,65 \cdot e^{(-L^2/100)}$$

$a$ : Gleislagefaktor (1,0: schlechter, 0: sehr guter Gleiszustand)

Die in [4] vorgenommenen umfangreichen Berechnungen beschränkten sich auf drei typische Tragwerksformen (EFT, Zweifeldträger, Stabbogen) in einem Stützweitenbereich von 1 ... 200 m. Es wurden ein- und mehrgleisige Überbauten berücksichtigt. Weiterhin erfolgte die Simulation ausschließlich für das genannte europäische Verkehrslastmodell mit und ohne Prognoseverkehr. Entsprechend der dortigen Zielstellung wurde eine sehr hoch belastete Strecke untersucht, um den Normenbezug herstellen zu können. Im Umkehrschluss gilt:

- Für andere Tragwerksformen, wie Rahmenbauwerke, Steinbogen oder Netzwerkbogen sind die Ergebnisse nur mittelbar zu übertragen. Es dürfen nur Kollektive ohne tragwerksspezifischen Schwingbeiwert  $\varphi$  unter Betriebslastenzügen zu Vergleichszwecken herangezogen werden.
- Weicht die Streckencharakteristik erheblich von der v. g. ab (z.B. Strecken ohne nennenswerten Güterverkehr), unterscheiden sich die Kollektive signifikant.

Bezüglich der Auswertung der  $\lambda_i$ -Kollektive unterscheidet man:

- Rainflow-Kollektive für Ermüdungsprobleme, d.h. jeder Lastwechsel (Minima und Maxima aus der Auswertung der Einflussfunktionen) wird mitgezählt. Je nach Betriebslastenzug sind damit zahlreiche Einzelwerte je Überfahrt erfasst. Diese Methode ist für die Untersuchung von Extremwerten der Tragwerksreaktion bezogen auf lange Zeiträume ungeeignet.
- Spitzenwert-Kollektive für die Extremwerte von  $\lambda_i$ , d.h. es wird nur ein Größt- bzw. Kleinstwert je Überfahrt aufgezeichnet. Die Methode ist vor allem bei großen Stützweiten geeignet, die bei Zugüberfahrt nur einen extremen Beanspruchungswert aufweisen.
- Modifizierte Spitzenwert-Kollektive nach dem Vorschlag in [4] vor allem bei kleinen Stützweiten mit mehreren extremen Werten innerhalb einer Zugüberfahrt (Lastwechsel).

Einige Ergebnisse der statistischen Bewertung vorstehender Kollektive werden im letzten Abschnitt vorgestellt.

## 5 Ausgewählte Ergebnisse

Mit dem bezogenen Kollektivwert  $\lambda$  sind statistische Auswertungen realitätsnaher Tragwerksbeanspruchungen bei definierter Streckencharakteristik und Rückschlüsse zu Überschreitungswahrscheinlichkeiten berechneter UIC 71 - Beanspruchungen möglich. Die Kollektive zeigen unabhängig von der Auswertemethodik einen ausgeprägt multimodalen Charakter, obwohl explizit für die Grundgesamtheit des Streckenverkehrs (Schwierigkeiten bei der Berücksichtigung von Zugfolgen, Achslasten, veränderlicher Schwingbeiwert) keine geschlossene Lösung analog Glg. (1) gefunden wurde.

Die ausgeprägte Systemabhängigkeit der Ergebnisse macht Abb. 7 deutlich. Weiterhin sind innerhalb eines Tragwerkes bedingt durch die maßgebenden Einflusslinien statistische Unterschiede zwischen den einzelnen Tragwerksreaktionen feststellbar, d.h. die Klassenhäufigkeiten der Kollektive sind schnittkraftbezogene Größen.

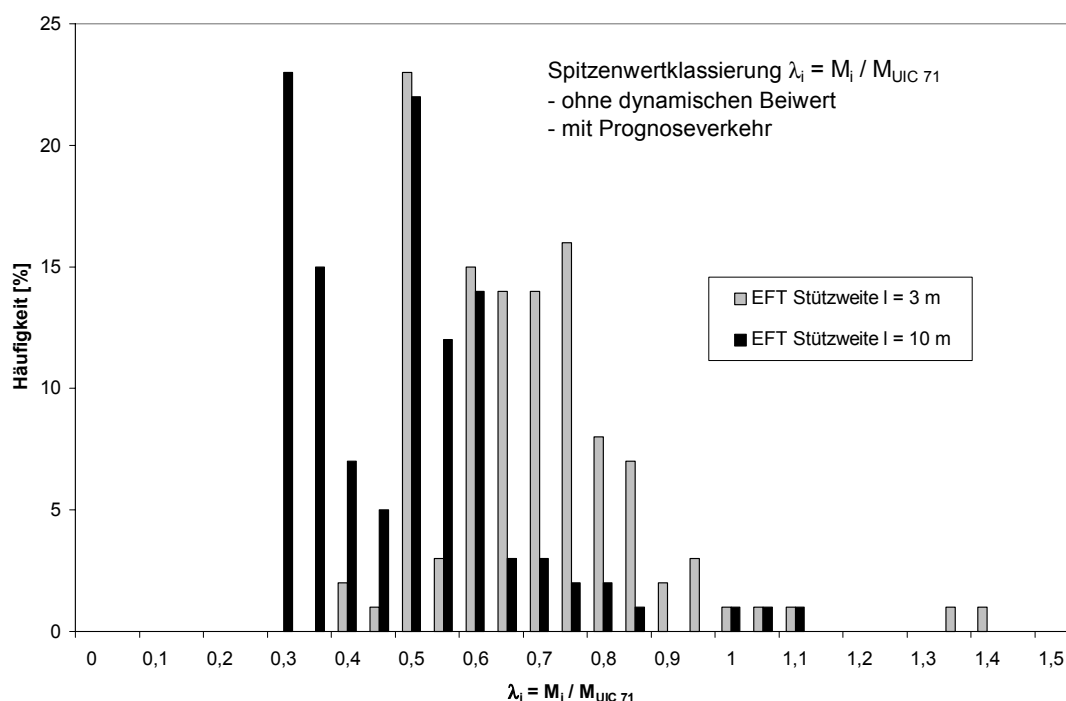


Abb. 7 Spitzenwertkollektive für Einfeldträger von 3 m und 10 m Stützweite ohne Berücksichtigung des Schwingbeiwertes, mit Prognoseverkehr für die Zukunft

Als Approximation der Spitzenwertkollektive wurde in [4] aufgrund der nicht besetzten unteren Klassen (unterer Grenzwert ist definiert durch Leerüberfahrten unter Eigengewicht von Wagen) die WEIBULL-Verteilung gemäß Glg. (4) gewählt (Parameterbezeichnungen entsprechen den Angaben des ERRI).

$$F(\lambda_i) = 1 - e^{-\left(\frac{\lambda_i - \lambda_{0i}}{\eta}\right)^\delta}; \quad \lambda_i > \lambda_{0i}; \quad \eta, \delta, \lambda_{0i}: \text{freie Parameter} \quad (4)$$

Die modifizierte Spitzenwertmethode (alle Extremwerte einer Überfahrt erfassend) unterscheidet sich vor allem bei kleinen Stützweiten von den einfachen Spitzenwertkollektive, entsprechend differiert hier die approximierte Verteilungsfunktion  $F(\lambda_i)$  verfahrensabhängig. Mit  $f(\lambda_i)$  und der deterministische Schnittgröße  $S_{UIC}$  lässt sich die Verteilungsdichte

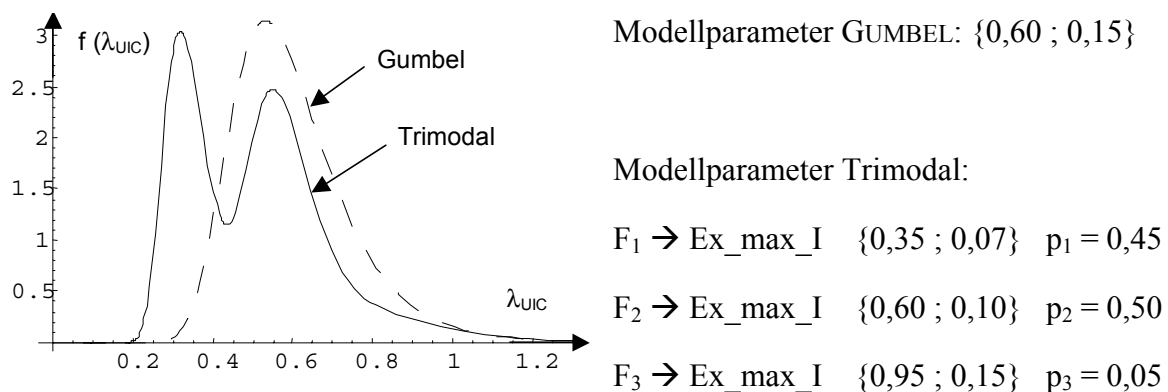


von  $S_i$  in Abhängigkeit vom Beanspruchungskollektiv angeben. Die Lineartransformation der Zufallsgröße  $\lambda_i$  ermöglicht die Ableitung von Extremwerten der Größe  $S_i$  bei vorgegebener Über- bzw. Unterschreitungswahrscheinlichkeit durch Quantilen von  $\lambda_i$ . Die Definition des Bezugszeitraumes wurde seitens der ERRI aus bahnspezifischen Gründen so vorgenommen, dass die Auswertungen einer Extremwertbetrachtung von Tageswerten der Einzelkollektive am nächsten kommen. Hieraus muss das fiktive Beanspruchungsquantil nach Glg. (5) berechnet werden:

$$q = 1 - 1/n \quad [ \cdot 100 \% ]; \quad (5)$$

Seitens der Bahn wurden zwei Wiederkehrperioden festgelegt:

Der theoretische 50-Jahreswert ( $n = 365 \cdot 50$ ) entspricht nach Glg. (5) einem 99,999%-Quantil der Grundgesamtheit und wird als ideeller Bemessungswert  $\lambda_{Qd}$  bezeichnet. Der Jahreswert ( $n = 365$ ) entspricht dem 99,7%-Quantil und wird als ideeller charakteristischer Wert  $\lambda_{Qk}$  festgelegt.



Quantil	Abschätzung ERRI D 192/RP 3	Modell Gumbel	Modell Trimodal	Mit $\Phi = 1,31$ folgt daraus:
0,99	1,07	1,07	1,07	$\lambda_{Qk} = 1,32 / 1,31 \approx 1,0$ $\lambda_{Qd}(\Phi) = 1,87$
0,999	1,48	1,34	1,35	
0,9999	1,54	1,61	1,60	
0,99999	1,86	1,88	1,87	
Oberer Endwert	1,90	---	---	

Abb. 8 Approximation der Spitzenwertklassierung (mit Schwingbeiwert, Prognoseverkehr und Schwerlasttransporten) für  $\lambda_{UIC}$  (max  $M_{Feld}$ ) durch eine GUMBEL- und alternativ eine trimodale Verteilung und Vergleich theoretischer Fraktile mit dem WEIBULL-Modell (ERRI D 192/RP 3)

Bei systematischer Betrachtung der Schnittgrößenkollektive und deren Approximation durch die bahnsseitig gewählte WEIBULL-Verteilung ist folgendes festzustellen:

- Das eingipflige statistische Verteilungsmodell ist darauf ausgerichtet, die berechneten Klassenwahrscheinlichkeiten im Bereich der Größtwerte abzubilden. Nach Untersuchungsergebnissen des Verfassers kann dies bei den vorliegenden Spitzenwertkollektiven jedoch besser mit einer Gumbel- oder einer Reversed-Weibull-Verteilung erreicht werden. Da sich die mittleren und unteren Klassen mit monomodalen Ansätzen nicht zutreffend fassen lassen, wird einem Mischverteilungsan-

satz analog Glg. (1) der Vorzug gegeben. Abb. 8 zeigt ein Beispiel für Einfeldträger mit 10 m Stützweite bei Betrachtung des maßgebenden Feldmomentes für  $S_i$ .

- Die Lastwechselzahl pro Jahr sinkt mit steigender Stützweite bei der modifizierten Spitzenwertmethode stark ab, gleichzeitig erhöht sich der Variationskoeffizient  $v(\lambda_i)$ . Damit steigt die Irrtumswahrscheinlichkeit in den oberen Fraktile bei großen Stützweiten gegenüber kurzen Brücken an.
- Der Schwingbeiwert hat außerordentlichen Einfluss auf die Schnittkraftkollektive. Während für kleine Stützweiten die normativen  $\Phi$ -Werte als konservativ gelten, können sich großen Stützweiten durchaus etwas höhere Schwingbeiwerte als 1,0 ergeben. Der Schwingbeiwert für Betriebslastenzüge ist stets separat festzulegen, z.B. nach Anhang E zu DIN-FB 101 [1].

Wertet man die Zahlen für das Beispiel in einer Strecke mit normalem Verkehr ( $\alpha = 1,0$ ) aus, ergibt sich bei normativer Bemessung des Einfeldträgers:

$$\lambda_{Qk}(1,0 \times \text{UIC } 71) = 1,0$$

$$\lambda_{Qd}(1,45 \times \text{UIC } 71) = 1,45$$

$$\lambda_{Qd}(\Phi = 1,31; 1,45 \times \text{UIC } 71) = 1,90$$

Vergleicht man dies mit der statistischen Auswertung in Abb. 8 folgt, dass am gewählten Träger das gewünschte normative Verhältnis von charakteristischem Wert, Schwingbeiwert und Bemessungswert realistisch ist. Mit veränderlicher Stützweite verhalten sich die statistischen Kenngrößen wie folgt, wenn man für  $S_i$  weiterhin das Moment in Feldmitte wählt:

- Der tatsächlich ermittelte untere Endwert  $\lambda_{0i}$  verringert sich mit steigender Stützweite.
- Der charakteristische Wert  $\lambda_{Qk}$  (ohne  $\varphi$ ) besitzt bei ca. 10 m Stützweite ein lokales Minimum von  $\lambda_{Qk} = 1,0$  und steigt sowohl zu den sehr kleinen als auch den großen Stützweiten bis auf  $\lambda_{Qk} = 1,25$  an.
- Der ideelle Bemessungswert  $\lambda_{Qd}$  (mit  $\varphi$ ) ist im Stützweitenbereich unterhalb 10 m maximal und fällt dann langsam bis auf  $\lambda_{Qk} = 1,50$  ab.

Für große Stützweiten wird demzufolge bei statistischer Betrachtungsweise ein charakteristischer Wert  $\lambda_{Qk}$  der Tragwerksreaktion erhalten, der deutlich über dem charakteristischen Normwert UIC 71 liegt. Das heißt, in einer hoch belasteten Strecke mit entsprechendem Güterschwerverkehr liegt die mittlere Auftretenswahrscheinlichkeit der UIC-Schnittgröße über 1x pro Jahr. In Verbindung mit dem realen Schienenverkehr ist dies so zu interpretieren, dass eine ungünstige Folge schwerer Güterwagen der Gegenwart und Zukunft (z.B. Kohlezüge mit Überladungsanteilen) relativ häufig auftritt und damit höhere Belastungen verursacht, als dies durch das charakteristische Lastbild UIC 71 Berücksichtigung findet. In einem solchen Fall ist die Strecke mit einem Klassifizierungsfaktor  $\alpha > 1,0$  einzustufen. Für das klassifizierte Lastmodell  $\alpha \cdot \text{UIC } 71$  könnte bei statistischer Betrachtungsweise der Teilsicherheitsbeiwert  $\gamma_Q$  für den Grenzzustand der Tragfähigkeit entsprechend abgemindert werden.

Für probabilistische Berechnungsansätze von Tragwerken unter Bahnverkehrslasten verbleibt die Schlussfolgerung, dass tragwerksspezifische Ansätze unter Berücksichtigung der Tragwerksart und der untersuchten Beanspruchungsgröße zu wählen sind. Die Streuung des Schwingbeiwertes ist im Modell zu berücksichtigen.

Es ist durchaus zu erwarten, dass die Transportunternehmen des Schienengüterverkehrs im Konkurrenzkampf mit den Straßentransporten hinsichtlich wagentechnischer Ausstattung auch weitere Steigerungen der Radsatzlasten bis in den Bereich von 300 kN insbesondere auf den betreffenden Transitstrecken anstreben werden. Bezieht man die in Abschnitt 2 angesprochenen Aspekte des Schienenschwerverkehrs im internationalen Vergleich ein, ist eine solche Entwicklung sehr wahrscheinlich. Da sich ein korrigiertes charakteristisches Lastmodell LM 2000 in den aktuellen Normen nicht durchsetzen konnte, werden auf den entsprechenden Strecken durch das Eisenbahn-Infrastrukturunternehmen Klassifizierungsfaktoren definiert. Mit dem erläuterten statistischen Hintergrund ist es aber auch gerechtfertigt, auf Bahnstrecken ohne nennenswerten Güterverkehr Abminderungen der charakteristischen Lastwerte vorzunehmen, wie sie in DIN-FB 101 geregelt sind.

## 6 Literatur

- [1] DIN-Fachbericht 101, 2. Auflage 2003
- [2] ERRI – Bericht D 192/RP 1: Theoretische Grundlagen zur Überprüfung des bestehenden Lastbildes UIC 71, Utrecht, 1993
- [3] ERRI – Bericht D 192/RP 2: Vergleich der Einwirkungen des derzeitigen und künftigen Schienenverkehrs auf den internationalen Strecken mit denen aus Lastbild UIC 71 auf deterministischer Grundlage, Utrecht, 1994
- [4] ERRI – Bericht D 192/RP 3: Lastbild für die Berechnung der Tragwerke der internationalen Strecken, 1994
- [5] ERRI – Bericht D 221/RP 1: Vertikale Eisenbahnverkehrslasten: Kombinationsbeiwerte - Hintergrundinformationen zum Thema „Eisenbahnverkehrslasten“, 1998
- [6] UIC-Merkblatt 702: Lastbild für die Berechnung der Tragwerke der internationalen Strecken, Internationaler Eisenbahnverband UIC, 1974



# Zur Ermittlung von Teilsicherheitsfaktoren für Natursteinmaterial

Manfred Curbach, Dirk Proske  
Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Im Rahmen der Umstellung des Sicherheitskonzeptes im Bauwesen wird auch die Erstellung von Teilsicherheitsfaktoren für Natursteinmaterial und Natursteinmauerwerk notwendig. Der Artikel erläutert Verfahren dafür und zeigt beispielhaft die Anwendung für Roten Mainsandstein und Sächsischen Sandstein.

## 1 Einleitung

Es ist zu vermuten, daß sich bereits die ersten Baumeister Gedanken über die Sicherheit der von ihnen errichteten Bauwerke machten. Angeblich stammt die erste Formulierung eines Sicherheitsfaktors aus dem 3. Jahrhundert vor Christus von Philo von Byzantium [38]. Er formulierte den Sicherheitsfaktor wie folgt:

$$\gamma = \frac{\text{Tragfähigkeit}}{\text{Belastung}} > 1,0. \quad (1)$$

Für die verschiedenen Baustoffe wurden im Laufe der Zeit verschiedene solcher globalen Sicherheitsfaktoren entwickelt. Mit zunehmendem Wissen verringerte sich der Betrag der Sicherheitsfaktoren. So wurde beim Ziegelmauerwerk 1880 noch eine zehnfache Sicherheit gefordert (BUSCH und ZUMPE [3]). 1887 hielt man eine sieben- bis achtfache Sicherheit für ausreichend [3]. Später wurde eine fünffache Sicherheit für genügend erachtet [3], vor ca. 50 Jahren wurde noch eine vierfache Sicherheit für Mauerwerk gefordert [36] und heute geht man bei der Nachrechnung historischer Bauwerke etwa von einem globalen Sicherheitsfaktor von 3,0 aus [46], [25].

Zu Beginn des 20. Jahrhunderts wurde der Versuch unternommen, baustoffunabhängige globale Sicherheitsfaktoren zu entwickeln, die in Abhängigkeit von den Streuungen der Einwirkungen und Widerstände gewählt wurden. In Tab. 1 sind solche Werte von VISODIC [44] und in Tab. 2 die Empfehlungen von NORTON [29] angegeben. Eine weiterer Vorschlag stammt von PUGSLEY [33].

Tab. 1: Globaler Sicherheitsfaktor nach VISODIC [44]

Sicherheitsfaktor	Kenntnisse der Einwirkung	Kenntnisse des Materials	Umgebungsbedingungen
1,2-1,5	Ausgezeichnet	Ausgezeichnet	Kontrollierbar
1,5-2,0	Gut	Gut	Konstant
2,0-2,5	Gut	Gut	Normal
2,5-3,0	Durchschnitt	Durchschnitt	Normal
3,0-4,0	Durchschnitt	Durchschnitt	Normal
3,0-4,0	Gering	Gering	Unbekannt

Tab. 2: Globaler Sicherheitsfaktor nach NORTON [29]

Sicherheitsfaktor	Kenntnisse der Einwirkung	Kenntnisse des Materiales	Umgebungsbedingungen
1,3	Bekannt durch Untersuchungen	Besonders gut bekannt	Wie bei Versuchen
2	Gute Näherung	Gute Näherung	Kontrollierbar, Raumbedingungen
3	Normale Näherung	Normale Näherung	Gemäßigt
5	Grobe Schätzung	Grobe Schätzung	Extrem

Das Normenwerk im Bauwesen erlebt zur Zeit jedoch eine Umstellung der Sicherheitskonzepte, die den Abschied vom globalen Sicherheitsfaktor bedeuten. Das neue semi-probabilistische Sicherheitskonzept zeichnet sich durch eine Vielzahl von Sicherheitsfaktoren aus. Die Sicherheitsfaktoren werden deshalb als Teilsicherheitsfaktoren bezeichnet. Dadurch soll es möglich werden, die den jeweiligen Eingangsgrößen inhärenten Unsicherheiten unmittelbar an der Eingangsgröße zu erfassen. Die Entwicklung von Teilsicherheitsfaktoren wurde in der Literatur, zum Teil auch an Beispielen, intensiv diskutiert (AHNER & SOUKHOV [1], BYFIELD & NETHERCOT [5], [27], SORENSEN [39]).

Die Umstellung auf das moderne Sicherheitskonzept erfolgte jedoch nicht schlagartig für alle Baustoffe einheitlich, sondern schrittweise. So wurde zunächst in Deutschland die DIN 1055-100 eingeführt, die die Grundlage für das neue Sicherheitskonzept bildet. Anschließend wurden einige Normen zur Beschreibung von Einwirkungen, wie z.B. die DIN 1055-1 eingeführt. Seit dem Jahre 2001 gibt es eine neue Norm für den Beton- und Stahlbetonbau (DIN 1045-1). Im Stahlbau erfolgte die Umstellung bereits vor mehreren Jahren mit der Einführung der neuen DIN 18 800. Bei anderen Baustoffen steht die Einführung nationaler Normen mit dem neuen Sicherheitskonzept aber noch aus, so z.B. beim Mauerwerksbau mit der DIN 1053-100 oder beim Holzbau. Die entsprechenden Entwürfe und die sehr weit fortgeschrittenen europäischen Normen erlauben aber einen Blick in die Zukunft.

Die neuen Normen sind aber im wesentlichen auf neue Bauwerke ausgerichtet (VAL & STEWART [43]). Zusätzlich erfassen sie nur eine begrenzte Anzahl von Baustoffen. Die in einigen Regionen nur lokal eingesetzten Baustoffe oder neuartigen Baustoffe werden in den Normen nicht behandelt. Es kann deshalb für den Ingenieur notwendig werden, den Teilsicherheitsfaktor für die Festigkeit eines bestimmten Materiales selbst zu ermitteln. Das soll im folgenden am Beispiel von Natursteinmaterial demonstriert werden. Doch zunächst wird noch einmal auf das neue Sicherheitskonzept eingegangen (Abb. 1).

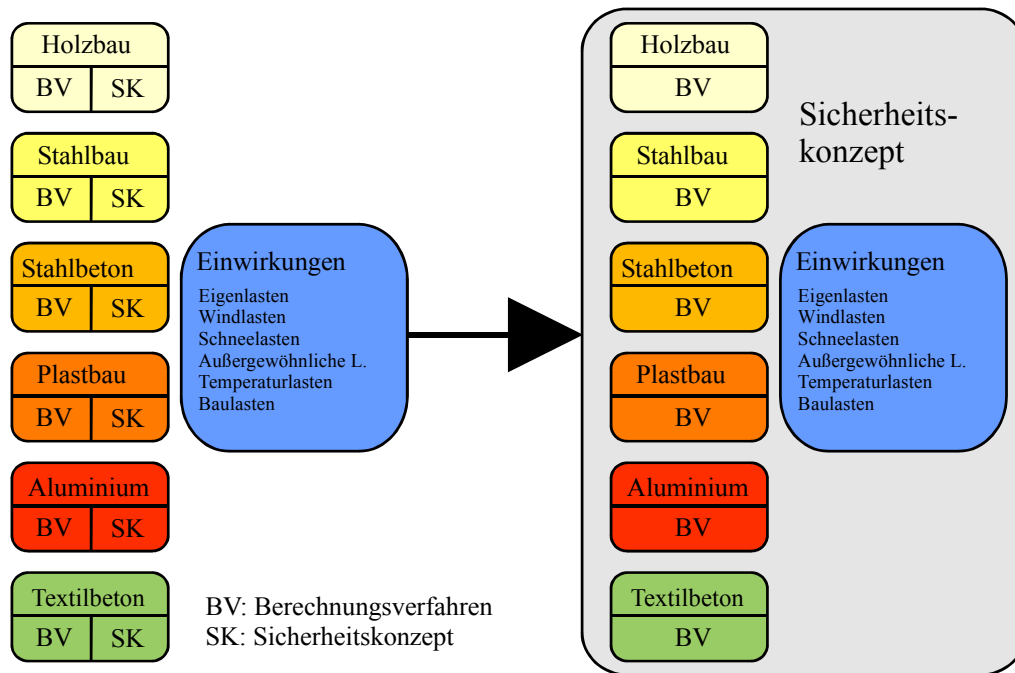


Abb. 1: Umbau des Sicherheitskonzeptes im Bauwesen

## 1.1 Nachweiskonzept

Die Nachweise der Gebrauchstauglichkeit und der Tragfähigkeit werden in den neuen Normen durch den Vergleich von Bemessungswerten der Einwirkungs- und Widerstandsseite erbracht:

$$E_d \leq R_d. \quad (2)$$

Die Berechnung der Einwirkungsseite richtet sich nach der jeweils zu verwendenden Einwirkungskombination. Als Beispiel für die Ermittlung des Bemessungswertes der Einwirkungskombination ist hier die Formel für die ständige und vorübergehende Einwirkungskombination im Grenzzustand der Tragfähigkeit dargestellt:

$$E_d = E \left\{ \sum_{j \geq 1} \gamma_{G,j} \cdot G_{k,j} + \gamma_P \cdot P_k + \gamma_{Q,1} \cdot Q_{k,1} + \sum_{i > 1} \gamma_{Q,i} \cdot \psi_{0,i} \cdot Q_{k,i} \right\}. \quad (3)$$

In der Formel wird die Zuordnung der Teilsicherheitsfaktoren deutlich. Die Formulierung der Widerstandsseite hängt z.B. im Stahlbetonbau von der Art und Weise der Schnittkraftermittlung ab. Im Falle der linearelastischen Schnittgrößenermittlung gilt:

$$R_d = R \left( \alpha \cdot \frac{f_{ck}}{\gamma_c}, \frac{f_{yk}}{\gamma_s}, \frac{f_{tk,cal}}{\gamma_s}, \frac{f_{p0,1k}}{\gamma_s}, \frac{f_{pk}}{\gamma_s} \right), \quad (4)$$

während für den nichtlinearen Fall die folgende Formel zu verwenden ist:

$$R_d = \frac{1}{\gamma_R} R(f_{cR}; f_{yR}; f_{tR}; f_{p0,1R}; f_{pR}). \quad (5)$$

Die Veränderung des Aufbaus der Formeln deutet bereits an, daß auch das Teilsicherheitsfaktorenkonzept mit Problemen verbunden ist. Diese Probleme sind jedoch nicht Bestandteil dieser Arbeit, sondern die Festlegung von Teilsicherheitsfaktoren. Zwar liegen Teil-

sicherheitsfaktoren bereits in großem Umfang vor, aber, wie bereits erwähnt, nicht für alle Baustoffe. Tab. 3 listet bereits ermittelte Teilsicherheitsfaktoren für die verschiedenen Baustoffe auf.

Wie kann man aber nun für andere Materialien Teilsicherheitsfaktoren ermitteln? Zunächst ist festzustellen, daß die Teilsicherheitsbeiwerte nicht unabhängig von den jeweiligen charakteristischen Werten festgelegt werden können. Vielmehr dienen beide – die Teilsicherheitsfaktoren und die charakteristischen Werte von Baustoffen – dazu, die erforderliche Sicherheit zu gewährleisten.

Tab. 3: Teilsicherheitsfaktoren für Widerstandsgrößen im Bauwesen

Material	Norm	ständige u. vorübergehende Einwirkung.	Außergewöhnliche Einw.	Ermüdung Gebrauchstauglichkeit
Normalbeton bis C 50/60	DIN1045-1	1,50	1,30	1,50
		1,50	1,30	
Normalbeton ab C 50/60	DIN1045-1	$1,1 - \frac{f_{ck}}{500}$	$1,1 - \frac{f_{ck}}{500}$	-
Unbewehrter Beton	DIN1045-1	1,80	1,55	-
Unbewehrter Beton	FU-B [10]	1,25		
Fertigteilverk	DIN1045-1	1,35		-
Nachweis schlanker Träger gegen seitliches Ausweichen	DIN1045-1	2,00	-	-
Betonstahl	DIN1045-1	1,15	1,00	1,15
Spannstahl	DIN1045-1	1,15	1,00	1,15
Stahl-Fließgrenze	EC 4	1,10	1,00	
Stahl-Zugfestigkeit	EC 4	1,25	1,00	
Stahl-Zugfestigkeit	EC 4	1,00	1,00	
Holz	EC 5	1,30		
Mauerwerk (Kategorie A)	EC 6, [24]	1,7 (I)/2,0 (II)	1,20	
Mauerwerk (Kategorie B)	EC 6	2,2 (I)/2,5 (II)	1,50	
Mauerwerk (Kategorie C)	EC 6	2,7 (I)/3,0 (II)	1,80	
Mauerwerk Verbund-Stahl	EC 6	1,50/2,20		
Wandbänder (K. A-C)	EC 6, [24]	2,50	1,20	
Floatglas & Gussglass	[4]	1,80	1,40	1,40
ESG/TVG	[4]	1,50	1,30	1,30
Silikonglas	[4]	5,00	2,50	2,50
Kohlenfaserverstärkter Kunststoff (geschlitzt)	DIN 1045, [30]	1,20		
Kohlenfaserverstärkter Kunststoff	BS 8110, [30]	1,54-1,96		
Fassadenplatten (materialunhängig)	DIN 18 516	2,00		
Aluminium (Streckgrenze)	EC 9	1,10		
Aluminium (Zugfestigkeit)	EC 9	1,25		



## 2 Verfahren

### 2.1 Charakteristische Werte

In den Normen wird festgelegt, daß der charakteristische Festigkeitswert  $f_k$  von Baustoffen einem 5 %-Fraktilwert der Grundgesamtheit der statistischen Verteilung dieses Wertes entspricht. Diese Festlegung findet sich z.B. in der baustoffunabhängigen DIN 1055-100, Abschnitt 6.4, Absatz (2) [12] oder im Eurocode 1. Die Wahl des 5 %-Fraktilwertes findet sich aber auch in zahlreichen baustoffbezogenen Normen, wie z.B.:

- Betonstahl DIN 488 (90 %-Vertrauensbereich),
- Betondruckfestigkeitsprüfung DIN 1045, DIN 1048,
- Mauerwerk nach Eignungsprüfung DIN 1053 (Schubert [37] 75 %-Vertrauensbereich),
- Außenwandbekleidungen DIN 18516-1, 3, 5 (75 %-Vertrauensbereich),
- Mauerwerk DIN 18152 04.87:Vollsteine und Vollblöcke (90 %-Vertrauensbereich),
- Betonstahl ENV 100080 (90 %-Vertrauensbereich),
- Holzbau DIN V ENV 1995 (84,1 %-Vertrauensbereich, Variationskoeffizient größer gleich 0,1; mindestens 30 Stichproben),
- Mauerwerk Gasbeton (95 %-Vertrauensbereich),
- Empfehlung künstliche Steine (Schubert [37]),
- Natursteine 90 %-Aussagesicherheit (Schubert [37]).

Um einen 5 %-Fraktilwert zu berechnen, benötigt man zunächst statistische Angaben der jeweiligen Größe. Daraus kann eine Wahrscheinlichkeitsfunktion erstellt werden, die die Streuung der Größe erfaßt. Auf Grund der Vielzahl von Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen (Tab. 4) wird eine Vorauswahl getroffen. In der Regel werden drei verschiedene Wahrscheinlichkeitsfunktionen für Baustoffeigenschaften verwendet: die Normalverteilung, die Lognormalverteilung und die Weibullverteilung (FISCHER [16], Eurocode 1 [14], GruSiBau [28]). Die Normalverteilung läßt sich sehr elegant mit dem Zentralen Grenzwertsatz begründen, der besagt, daß die Summe beliebig verteilter Zufallsgrößen einer Normalverteilung folgt. Und in der Tat wird die Festigkeit vieler Baustoffe von zahlreichen zufälligen Größen beeinflusst. Natürlich gibt es für den Zentralen Grenzwertsatz auch Randbedingungen, die eingehalten werden müssen. So darf eine einzelne streuende Größe in dieser Summe nicht dominant sein. Außerdem können bei der Normalverteilung negative Werte auftreten, die sich physikalisch nicht interpretieren lassen, wie z.B. eine negative Druck- oder Zugfestigkeit. In solchen Fällen kann man eine Lognormalverteilung verwenden. Auch diese kann auf den Zentralen Grenzwertsatz zurückgeführt werden, in dem man keine Addition der einzelnen Größen, sondern eine Multiplikation fordert. Die Weibullverteilung wird in der Regel bei Materialeigenschaften angewendet, die sich mit dem Modell der „Kette“ beschreiben lassen. Eine „Kette“ versagt an ihrem schwächsten Glied, Umlagerungen sind also nicht möglich. Das Verhalten von keramischen Baustoffen oder Glas läßt sich sehr gut mit diesem Modell beschreiben. Unter der Annahme, daß die Wahrscheinlichkeitsverteilungen bekannt sind, soll im folgenden die Ermittlung eines 5 %-Fraktilwertes gezeigt werden.

Tab. 4: Beispiele für Wahrscheinlichkeitsverteilungsfunktionen. Dopplungen sind auf Grund verschiedener Bezeichnungen von Verteilungen möglich.

Name der Verteilung		Name der Verteilung	
1	$\chi$ -Verteilung	29	LAPLACE-Verteilung
2	Allgemeine PARETO-Verteilung	30	Logarithmische PEARSON-Typ-3 Verteilung
3	Arcsin-Verteilung	31	Logarithmisch-logistische Verteilung
4	Betaverteilung	32	Logistische Verteilung
5	Binomialverteilung	33	Lognormalverteilung
6	BIRNBAUM-SAUNDERS-Verteilung	34	LORENZ-Verteilung
7	BREIT-WIGNER Verteilung	35	MAXWELL-Verteilung
8	CAUCHY-Verteilung	36	NEVILLE-Verteilung
9	ERLANG-Verteilung	37	PARETO-Verteilung
10	Exponential-Verteilung	38	PEARSON, Typ III, Gammaverteilung
11	Extremwertverteilung Typ I max	39	PEARSON-Typ-3-Verteilung
12	Extremwertverteilung Typ I min	40	POISSON-Verteilung
13	Extremwertverteilung Typ II max	41	Polyaverteilung
14	Extremwertverteilung Typ II min	42	Potentialverteilung
15	Extremwertverteilung Typ III max	43	Potenznormal-Verteilung
16	Extremwertverteilung Typ III min	44	RAYLEIGH-Verteilung
17	FISHER-Verteilung	45	Rechteck oder Gleichverteilung
18	FRÉCHET-Verteilung	46	Reverse WEIBULL-Verteilung
19	$F$ -Verteilung	47	ROSSI-Verteilung
20	Gammaverteilung ( $\Gamma$ -Verteilung)	48	SIMPSON- oder Dreieckverteilung
21	GAUSS- oder Normalverteilung	49	Sinus-Verteilung
22	Generalisierte Extremwertverteilung	50	SNEDECOR-Verteilung
23	Generalisierte PARETO-Verteilung	51	STUDENT- $t$ -Verteilung
24	Geometrische oder räumliche Verteilung	52	TUKEY'sche Lambdaverteilung
25	GUMBEL-Verteilung	53	WAKEBY-Verteilung
26	Hypergeometrische Verteilung	54	WEIBULL-Verteilung
27	KRICKIJ-MENKEL-Verteilung	55	WISHART's-Verteilung
28	LANDAU-Verteilung	56	Z-Verteilung

### 2.1.1 Normalverteilung

Der 5 %-Fraktilwert  $f_k$  der Festigkeit läßt sich bei einer Normalverteilung wie folgt berechnen:

$$f_k = f_m - k \cdot \sigma, \quad (6)$$

wobei  $f_m$  der Mittelwert und  $\sigma$  die Standardabweichung sei. Ist der Mittelwert und die Standardabweichung bekannt, so beträgt der  $k$ -Faktor für einen 5 %-Fraktilwert 1,645. In der Regel aber ist weder der Mittelwert noch die Standardabweichung bekannt. Zwar konvergiert der Mittelwert sehr schnell mit der Anzahl der Stichproben, aber diese Konvergenz ist bereits bei der Ermittlung der Standardabweichung deutlich ungünstiger. Diese Unsicherheit der Verteilungsparameter wird bei der Wahl des  $k$ -Faktors berücksichtigt, so daß der  $k$ -Faktor von der Versuchsanzahl abhängt. Wenn man eine Normalverteilung und einen 95 %-Vertrauensbereich unterstellt, ergibt sich z.B. für 15 Versuche  $k = 1,76$  aus der Student- $t$ -Verteilung (Tab. 5). Bei sehr großen Stichproben erhält man wieder  $k = 1,645$ . Mit diesen beiden genannten  $k$ -Werten und dem empirischen Mittelwert und der empirischen Standardabweichung  $s$  erhält man:

$$f_k = f_m - 1,76 \cdot s \text{ bzw. } f_k = f_m - 1,645 \cdot s . \quad (7)$$

Der Eurocode 1 [15], [13] legt etwas andere  $k$ -Werte fest. So ist dort der  $k$ -Faktors bei 15 Versuchen 1,84. Damit würde sich ergeben:

$$f_k = f_m - 1,84 \cdot s . \quad (8)$$

Tab. 6 listet verschiedene Regelungen gemäß verschiedener Normen für die Bestimmung eines 5 %-Fraktilwertes im Betonbau auf.

Tab. 5: Faktoren gemäß Student-Verteilung (Freiheitsgrad = Stichprobenanzahl – 1)

Freiheitsgrad	Fraktilwerte		Freiheitsgrad	Fraktilwerte	
	5%	2,5%		5%	2,5%
1	6,314	12,706	20	1,725	2,086
2	2,920	4,303	21	1,721	2,080
3	2,353	3,182	22	1,717	2,074
4	2,132	2,776	23	1,714	2,069
5	2,015	2,571	24	1,711	2,064
6	1,943	2,447	25	1,708	2,060
7	1,895	2,365	26	1,706	2,056
8	1,860	2,306	27	1,703	2,052
9	1,833	2,262	28	1,701	2,048
10	1,812	2,228	29	1,699	2,045
11	1,796	2,201	30	1,697	2,042
12	1,782	2,179	40	1,684	2,021
13	1,771	2,160	60	1,671	2,000
14	1,761	2,145	80	1,664	1,990
15	1,753	2,131	100	1,660	1,984
16	1,746	2,120	200	1,653	1,972
17	1,740	2,110	500	1,648	1,965
18	1,734	2,101	1000	1,646	1,962

Tab. 6: Ermittlung charakteristischer Werte für die Betondruckfestigkeit

Vorschrift	Forderung	Bemerkungen
DIN 1045	$f_i \geq f_{ck}$ $f_m \geq f_{ck} + 5$	n=3 oder n=6
DIN 1084	$f_m \geq f_{ck} + 1,64 \cdot s$ $f_m \geq f_{ck} + 1,64 \cdot \sigma$	7.4.3.5.2 Festigkeitsanforderungen (2) Bei Beton gleicher Zusammensetzung und Herstellung darf jedoch jeweils einer von 9 aufeinanderfolgenden die Nennfestigkeit um höchstens 20 % unterschreiten; dabei muß jeder Serien-Mittelwert von 3 aufeinanderfolgenden Würfeln die Werte der Serienfestigkeit mindestens erreichen. Statistische Auswertung mit der Stichprobenstandardabweichung s, mindestens jedoch s=3 N/mm <sup>2</sup> bzw. mit der Standardabweichung der Grundgesamtheit $\sigma$ , bestimmt aus 35 Festigkeitswerten oder $\sigma=7$ N/mm <sup>2</sup> .
ENV 206: 1990	Kriterium 1 (mindestens 6 aufeinanderfolgende Druckfestigkeitsprüfungen): $f_i \geq f_{ck} - k$ $f_m \geq f_{ck} + \lambda \cdot s$ $f_i \geq f_{ck} - 4$ $f_m \geq f_{ck} + 1,48 \cdot s$ Kriterium 2 (n=3 aufeinanderfolgende Druckfestigkeitsprüfungen) $f_i \geq f_{ck} - 1$ $f_m \geq f_{ck} + 5$	bzw. für n=15
prEN 206: 1997	Kriterium 1 $f_m \geq f_{ck} + 1$ $f_m \geq f_{ck} + 2$ $f_m \geq f_{ck} + 1,48 \cdot \sigma$ Kriterium 2 $f_i \geq f_{ck} - 4$ $f_i \geq f_{ck} - 4$	für n=2 bis 4 für n=5 bis 6 für n ≥ 15 für n=2 bis 6 für n ≥ 15
E DIN 1045-3	$f_i \geq f_{ck} + \left(1,645 + \frac{2,58}{\sqrt{n}}\right) \cdot \sigma$	für n > 6

$f_m$  ist der Mittelwert,  $f_{ck}$  ist der charakteristische Wert und  $f_i$  ist ein Einzelwert. Die erforderlichen Faktoren für die ENV 206: 1990 können in Abhängigkeit von der vorliegenden Stichprobenanzahl dieser Tabelle entnommen werden.

n	3 <sup>1)</sup>	4 <sup>1)</sup>	5 <sup>1)</sup>	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
$\lambda$	2,11	2,02	1,93	1,87	1,77	1,72	1,67	1,62	1,58	1,55	1,52	1,5	1,48
k	1			3	3	3	3	4	4	4	4	4	4

<sup>1)</sup> Diese Werte finden sich nicht in der Vorschrift. Die Werte wurden von den Verfassern extrapoliert.

Die Berechnung eines 5 %-Fraktilwertes wird im folgenden an einem Beispiel dargestellt:

■ **Beispiel:**

Es sind 500 Druckfestigkeitswerte von Postaer Sandstein gegeben. Der Mittelwert der Druckfestigkeit beträgt 58,05 MPa und die Standardabweichung 10,32 MPa. Es wird eine Normalverteilung vorausgesetzt. Bei 500 Versuchen gilt  $k = 1,648$ . Für den charakteristischen Wert der Druckfestigkeit gilt dann:

$$f_{st,k} = 58,05 \text{ MPa} - 1,648 \cdot 10,32 \text{ MPa} = 41,04 \text{ MPa} .$$

Zum Vergleich wird der charakteristische Wert von Postaer Sandstein basierend auf verschiedenen Veröffentlichung abgeschätzt. Da hierbei der Stichprobenumfang nicht bekannt ist, wird vereinfacht mit  $k = 1,645$  gerechnet:

$$\text{GRUNERT [19]: } f_{st,k} = f_m - 1,645 \cdot \sigma = 45,6 - 1,645 \cdot 11,6 = 26,52 \text{ MPa}$$

$$\text{GRUNERT, GRUNERT \& GRIEGER [18]: } f_{st,k} = f_m - 1,645 \cdot \sigma = 31,6 - 1,645 \cdot 6,8 = 20,41 \text{ MPa}$$

$$\text{PESCHEL [31]: } f_{st,k} = f_m - 1,645 \cdot \sigma = 41,6 - 1,645 \cdot 11,6 = 22,52 \text{ MPa} .$$

### 2.1.2 Lognormalverteilung

Die Vorgehensweise für die Berechnung des 5 %-Fraktilwertes bei Annahme einer Lognormalverteilung gestaltet sich analog zur Normalverteilung. Allerdings müssen die einzelnen Stichprobenwerte zunächst logarithmiert werden.

$$L' = \bar{y} - k \cdot s^* = \ln(L) \quad (9)$$

$$\bar{y} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{n} \quad \text{mit } y_i = \ln(x_i) \quad (10)$$

$$s^* = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}{n-1}} \quad (11)$$

■ **Beispiel:**

Es liegen vier Druckfestigkeitsversuche von Natursteinmauerwerk aus Postaer Sandstein aus historischem Baubestand vor. Für die Versuche ist die charakteristische Mauerwerksdruckfestigkeit zu bestimmen.

	Einzelwert in MPa	Logarithmierte Einzelwerte
1	6,70	1,90
2	6,20	1,82
3	5,70	1,74
4	6,60	1,89
Mittelwert	6,30	1,84
Standardabweichung	0,39	0,06

Der charakteristische Wert der Mauerwerksdruckfestigkeit bei Annahme einer Normalverteilung ergibt sich zu:  $f_{mw,k} = 6,30 \text{ MPa} - 2,353 \cdot 0,39 \text{ MPa} = 5,37 \text{ MPa}$  . Bei Annahme einer Lognormalverteilung ergibt sich:  $f_{mw,k} = \exp(1,84 - 2,353 \cdot 0,06) = 5,47 \text{ MPa}$  .

### 2.1.3 Weibullverteilung

Bei Annahme einer Weibullverteilung ergibt sich der 5 %-Fraktilwert:

$$f_k = \left( -\frac{1}{\lambda} \ln(1-q) \right)^{\frac{1}{k}}. \quad (12)$$

Bei den Faktoren  $\lambda$  und  $k$  handelt es sich um Verteilungsfaktoren der Weibullverteilung.  $q$  ist die Wahrscheinlichkeit, in diesem Fall also 0,05. Die Werte berechnen sich wie folgt aus dem Mittelwert

$$f_m = f_0 + \lambda^{-1/k} \cdot \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right) \quad (13)$$

und der Standardabweichung

$$\sigma = \lambda^{-1/k} \sqrt{\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right)^2}. \quad (14)$$

#### ■ Beispiel:

Für das Beispiel der vier Druckfestigkeitsversuche an Natursteinmauerwerk aus Postaer Sandstein ergibt sich bei einem Mittelwert von 6,3 MPa und einer Standardabweichung von 0,39 MPa für  $k = 20,01$  und für  $\lambda = 5,84 \times 10^{-17}$ . Damit erhält man für den 5 %-Fraktilwert:

$$f_k = \left( -\frac{1}{5,84 \cdot 10^{-17}} \ln(0,95) \right)^{\frac{1}{20,01}} = 5,58 \text{ MPa}.$$

### 2.1.4 LEICESTER-Methode

Ein weiteres Verfahren zur Schätzung von Fraktilwerten, aber ohne Wahl einer Wahrscheinlichkeitsfunktion, ist die LEICESTER-Methode. Dabei ergibt sich der 5 %-Fraktilwert aus:

$$f_m = A \cdot \left( 1 - \frac{2,7 \cdot v}{n} \right) \quad (15)$$

mit

$n$  Anzahl der Versuche, möglichst größer als 30

$v$  Variationskoeffizient, möglichst kleiner als 0,5

$A$  5 %-Fraktil, durch lineare Interpolation aus den Versuchsdaten ermittelt.

#### ■ Beispiel:

Für die 500 Steindruckfestigkeitsversuche ergab sich aus den Versuchsdaten ein empirischer 5 %-Fraktilwert zu 42,3 MPa. Die Ermittlung dieses Wertes läßt sich z.B. sehr einfach mit dem Programm EXCEL und der Funktion Rang und Quantil im Menüpunkt Analysefunktionen im Menü Extras durchführen. Ergibt sich kein exakter 5 %-Fraktilwert, so wird zwischen den Werten darunter und darüber linear interpoliert. Der Variationskoeffizient beträgt 0,177. Damit ergibt sich:

$$f_m = 42,3 \text{ MPa} \cdot \left(1 - \frac{2,7 \cdot 0,177}{500}\right) = 42,26 \text{ MPa} .$$

### 2.1.5 ÖFVERBECK Power Limit

Als weiteres Verfahren sei das ÖFVERBECK Power Limit genannt. Mit Hilfe einer Konstante  $\varepsilon$  kann aus einer vorgeschriebenen Anzahl von Versuchswerten  $q$  der 5 %-Fraktilwert gemäß Gleichung (16) berechnet werden. Die Konstante ist in Abhängigkeit von der Versuchsanzahl in Tab. 7 angegeben.

$$f_k = x_q^{1-\varepsilon} \prod_{i=1}^{q-1} x_i^{\varepsilon/(q-1)} . \quad (16)$$

Tab. 7: Öferbecks Konstante in Abhängigkeit von der Versuchsanzahl

Versuchsanzahl $n$	Anzahl der verwendeten, sortierten Versuchswerte	Öfverbeck-Konstante
	$q$	$\varepsilon$
5	2	5,93
6	2	5,35
7	2	4,85
8	2	4,42
9	2	4,03
10	3	3,31
11	3	3,12
12	3	2,96
13	3	2,80
14	3	2,66
15	3	2,53
20	4	2,22
30	5	1,80
40	6	1,58
50	7	1,44

#### ■ Beispiel:

Es wird wieder auf das Beispiel der Mauerwerksdruckversuche mit Postaer Sandstein zurückgegriffen. Allerdings liegen nur vier Versuche vor. In Anlehnung an Tab. 7 wird die Anzahl der verwendeten sortierten Versuchswerte  $q = 2$  und die Öfverbeck-Konstante  $\varepsilon = 6,00$  gewählt. Die sortierten Versuchsdaten lauten: 5,7, 6,2, 6,6 und 6,7 MPa, Damit ergibt sich:

$$f_k = x_q^{1-\varepsilon} \prod_{i=1}^{q-1} x_i^{\varepsilon/(q-1)} = x_2^{1-6,00} \prod_{i=1}^{2-1} x_i = 6,2^{1-6} \cdot 5,7^{6/(2-1)} = \frac{5,7^6}{6,2^5} = 3,74 \text{ MPa} .$$

### 2.1.6 Verfahren von JAEGER und BAKHT [22]

JAEGER und BAKHT [22] stellen ein Verfahren zur Schätzung von Fraktilwerten vor, welches eine Kombination mehrerer Wahrscheinlichkeitsfunktionen verwendet. Sie bezeichnen diese künstliche Verteilung als „log arc sinh normal polynomial-Verteilung“. Bei Ansatz eines quadratischen Polynoms in der Verteilung und der Berücksichtigung des

kleinsten, mittelsten und größten Versuchswertes kann man die folgenden Schritte abarbeiten, um einen Fraktilwert abzuschätzen:

1. Schritt: Sortierung der Daten,
2. Schritt: Berechnung des Mittelwertes.

Dabei wird festgelegt: Bei einer ungeraden Anzahl von Versuchsergebnissen (Stichproben) ist der Mittelwert der mittlere Wert (also eigentlich der Median). Bei einer geraden Anzahl von Versuchsergebnissen (Stichproben  $n = 2 k$ ) sei der Mittelwert:

$$f_m = \frac{(f_k + f_{k+1})}{2} . \tag{17}$$

3. Schritt: Für jedes Versuchsergebnis  $x$  wird ein  $y$  ermittelt:

$$y_i = \frac{f_i^2 - f_m^2}{2 \cdot f_i \cdot f_m} . \tag{18}$$

4. Schritt: Wähle einen charakteristischen Wert, z.B. ein 5 %-Fraktil. Wähle den entsprechenden  $k$ -Wert einer Normalverteilung, also für ein 5 %-Fraktil  $k = z^* = -1,645$ .

5. Schritt: Wähle aus der folgenden Tabelle ein  $z_1$  entsprechend der Versuchsanzahl  $n$ .

Tab. 8:  $z_1$ -Werte

Versuchsan- zahl $n$	$z_1$	
10	-1,34	
11	-1,38	
12	-1,43	Als Näherung kann empfohlen werden: $z_1 = -0,8004 - 0,0649 \cdot n + 0,0011 \cdot n^2$
13	-1,47	
14	-1,50	
15	-1,53	
16	-1,56	
17	-1,59	
18	-1,62	
19	-1,65	
20	-1,67	

6. Schritt: Ermittle den charakteristischen  $y$ -Wert.

$$y^* = \left( \frac{y_1 - y_n}{2} \right) \left( \frac{z^*}{z_1} \right) + \left( \frac{y_1 + y_n}{2} \right) \left( \frac{z^*}{z_1} \right)^2 . \tag{19}$$

7. Schritt:

$$f_k = f_m (y^* + \sqrt{1 + (y^*)^2}) . \tag{20}$$

Das vorgestellte Verfahren wird von JAEGER und BAKHT als das numerisch stabilste bezeichnet. Es gibt aber auch Variationen des Verfahrens. Sie umfassen neben der Erhöhung



des Polynomgrades auch die Wahl anderer Punkte. Entscheidet man sich z.B. nicht für den kleinsten, mittelsten und größten Versuchswert, sondern für den kleinsten, mittelsten und zweitkleinsten Wert, erhält man eine geringfügig andere Näherung für den Fraktilwert.

### ■ Beispiel:

Bei der Prüfung von 15 Granitkörpern wurde die Biegezugfestigkeit ermittelt. Die einzelnen auf eine Höhe bezogenen Biegezugfestigkeiten finden sich in der folgenden sortierten Tabelle:

Lfd. Nr.	Biegezugfestigkeit in MPa	Prozent	$y_i$
1	14,710	100,00%	0,35106
2	12,802	92,80%	0,20674
3	12,700	85,70%	0,19858
4	12,506	78,50%	0,18291
5	11,150	71,40%	0,06719
6	10,829	64,20%	0,03793
7	10,822	57,10%	0,03729
8	10,426	50,00%	0,00000
9	10,208	42,80%	-0,02113
10	10,002	35,70%	-0,04153
11	9,919	28,50%	-0,04987
12	9,664	21,40%	-0,07597
13	9,412	14,20%	-0,10250
14	6,281	7,10%	-0,52875
15	4,233	,00%	-1,02851

Gemäß Schritt 2 ergibt sich:  $f_m = 10,426$  MPa . Die einzelnen Werte für  $y$  finden sich in der Tabelle (Schritt 3). Es soll ein 5 %-Fraktilwert der Biegezugfestigkeit ermittelt werden, so daß  $z^* = -1,645$  und  $z_1 = 1,53$  gilt. Damit erhält man

$$y^* = \left( \frac{-1,0286 - 0,351}{2} \right) \left( \frac{-1,645}{-1,53} \right) + \left( \frac{-1,0286 + 0,351}{2} \right) \left( \frac{-1,645}{-1,53} \right)^2 = -1,133$$

$$f_k = 10,426 \text{ MPa} \cdot \left( -1,133 + \sqrt{1 + (-1,133)^2} \right) = 3,94 \text{ MPa} .$$

## 2.2 Teilsicherheitsfaktor

### 2.2.1 Allgemeines

Wie bereits erwähnt, wirkt der charakteristische Wert der Festigkeit und der Teilsicherheitsfaktor zusammen, um die erforderliche Sicherheit zu realisieren. Deshalb ist nach der Abschätzung des charakteristischen Wertes auch die Bestimmung des Teilsicherheitsfaktors notwendig und möglich. Laut Eurocode 1 [14] gibt es zwei Möglichkeiten, den Teilsicherheitsfaktor festzulegen:

„a) Die erste ... erfolgt auf der Grundlage einer Ausrichtung an langer und erfolgreicher Geschichte der Bautradition. Für die meisten vorgeschlagenen Beiwerte in den vorliegenden Eurocodes ist dies das leitende Prinzip.

b) Ein zweiter Weg ruht auf der Grundlage statistischer Auswertung von Versuchsdaten und Baustellenbeobachtungen. Dieser Weg sollte im Rahmen einer probabilistischen Wahrscheinlichkeitstheorie besprochen werden.“

Es ist jedoch nicht immer notwendig, eine vollprobabilistische Berechnung durchzuführen. Vielmehr existieren vereinfachte Verfahren in Anlehnung an probabilistische Berechnungen. Solch ein vereinfachtes Verfahren zur Ermittlung des Teilsicherheitsfaktors wird z.B. in der GruSiBau vorgestellt.

## 2.2.2 Teilsicherheitsfaktor gemäß GruSiBau [28]

Laut GruSiBau, Abschnitt 6.1 [28], dürfen die Streuungen der Einwirkungs- und Widerstandsseite entkoppelt betrachtet werden. Für die Ermittlung des Bemessungswertes gilt:  $f_d = f_m - \alpha_{Ri} \cdot \alpha_R \cdot \beta \cdot \sigma_R$  mit  $\alpha_{R1} = 0,8$ ,  $\alpha_{Ri} = 1,0$ ,  $\alpha_{Ri} = 0,4$  für  $i > 1$  und  $\beta = 3,8 \pm 0,5$ . Der Teilsicherheitsfaktor ergibt sich dann zu:

$$\gamma = \frac{f_k}{f_d}$$

### ■ Beispiel:

Der charakteristische Wert der Steindruckfestigkeit für Postaer Sandstein wurde mit

$$f_{st,k} = 58,05 \text{ MPa} - 1,648 \cdot 10,32 \text{ MPa} = 41,04 \text{ MPa}$$

ermittelt. Für den Bemessungswert ergibt sich nach GruSiBau:

$$f_d = f_m - \alpha \cdot \beta \cdot \sigma = 58,05 - 0,8 \cdot 3,8 \cdot 10,32 = 26,657 \text{ MPa}$$

Für den Teilsicherheitsfaktor erhält man dann:

$$\gamma = \frac{f_k}{f_d} = \frac{41,04 \text{ MPa}}{26,66 \text{ MPa}} = 1,54$$

## 2.2.3 Eurocode 1 [13],[14], [15]

Der Eurocode 1 [14] verwendet das gleiche Verfahren wie die GruSiBau. Allerdings wird die Entkopplung der Einwirkungs- und Widerstandsseite geprüft. Dazu muß die folgende Bedingung der Standardabweichungen von Einwirkung und Widerstand eingehalten werden:

$$0,16 < \frac{\sigma_S}{\sigma_R} < 7,6$$

Weiterhin werden für die Ermittlung des Bemessungswertes seit der Ausgabe vom August 1994 (Deutsche Fassung Oktober 1994) [14] in Anhang A Abschnitt A 3 sowohl für die Normal- als auch für Lognormalverteilung die Formeln angegeben:

$$f_d = f_m - \alpha \cdot \beta \cdot \sigma \text{ und } f_d = f_m \cdot \exp\left(-\alpha \cdot \beta \cdot \frac{\sigma}{f}\right) \text{ mit } \alpha = 0,8$$

Im Eurocode 1 findet sich seit der Fassung Februar 2000 bzw. Januar 2001 ein zusätzlicher Faktor  $\eta$ , der Versuchsbedingungen oder besondere Eigenschaften des Baustoffe, wie z.B. die Dauerstandsfestigkeit, bei der Berechnung des Teilsicherheitsfaktors berücksichtigen soll:

$$\gamma = \eta \cdot \frac{f_k}{f_d}$$

#### 2.2.4 Australian Standard Procedure for Statistical Proof Loading (ASL) [35]

Der Bemessungswert einer Widerstandsgröße ermittelt sich nach dieser australischen Vorschrift zu:

$$f_d = \frac{f_{\min,n}}{\phi} \quad (21)$$

mit  $f_d$  als Bemessungswert,  $f_{\min,n}$  als Minimalwert der Widerstandsgröße, der bei  $n$  Versuchen nicht unterschritten wurde und  $\phi$  als Korrekturfunktion. Die Korrekturfunktion ist an einen Faktor  $k$  gekoppelt, der den Einfluß des Vertrauensbereiches, der Versuchsanzahl und des gewählten Fraktilwerts berücksichtigt:

$$k(p, c, n) = \left\{ \frac{\ln(1-c)}{n \cdot \ln(1-p)} \right\}^{V_R} \quad (22)$$

mit  $c$  als Vertrauensbereich (üblicherweise 50 % oder 90 %),  $n$  Anzahl der Versuche und  $p$  gewählter Fraktilwert (üblicherweise 5 %-Fraktile für Widerstandsgrößen). Damit kann der charakteristische Wert der Widerstandsgröße wie folgt ermittelt werden:

$$f_k = \frac{f_{\min,n}}{k(p, c, n)} \quad (23)$$

Der Wert für  $\phi$  muß der Vorschrift entnommen werden. Als Beispiel sei  $\phi$  für eine weibullverteilte Widerstandsgröße mit einem Variationskoeffizient von 0,2, einer lognormalverteilten Belastung mit einem Variationskoeffizient von 0,3 und einem Zielsicherheitsindex von 3 angegeben.

Tab. 9:  $\phi$ -Werte

Anzahl der Versuche	$c=90\%$	$c=50\%$
1	3,92	3,00
2	3,36	2,57
3	3,07	2,34
4	2,88	2,20
5	2,73	2,09
6	2,63	2,01
7	2,54	1,94
8	2,46	1,88
9	2,40	1,83
10	2,34	1,79

Bei einer höheren Versuchsanzahl kann  $\phi$  für  $c=90\%$  mittels  $\phi = 3,9232 \cdot n^{-0,2239}$  geschätzt werden. Der Teilsicherheitsfaktor ist dann der Quotient aus der charakteristischen Festigkeit und dem Bemessungswert:

$$\gamma = \frac{f_k}{f_d} \quad (24)$$

### ■ Beispiel:

Die Spaltzugfestigkeitsprüfung von 59 Prüfkörpern aus Rotem Mainsandstein mit einem Mittelwert von 4,72 MPa, einem Kleinstwert von 1,55 MPa und einem Variationskoeffizient von 0,278 ergibt:

$$k(p, c, n) = \left\{ \frac{\ln(1-0,9)}{59 \cdot \ln(1-0,05)} \right\}^{0,278} = 0,927$$

$$f_k = \frac{f_{\min, n}}{k(p, c, n)} = \frac{1,55}{0,927} = 1,672 \text{ MPa}$$

$$\phi = 3,9232 \cdot n^{-0,2239} = 3,9232 \cdot 59^{-0,2239} = 1,57$$

$$f_d = \frac{f_{\min, n}}{\phi} = \frac{1,55}{1,57} = 0,98 \text{ MPa}$$

$$\gamma = \frac{f_k}{f_d} = \frac{1,672 \text{ MPa}}{0,98 \text{ MPa}} = 1,7$$

Für den Teilsicherheitsfaktor erhält man 1,7 und der Bemessungswert liegt bei 0,98 MPa.

### 2.2.5 Australian Standard Procedure for Probabilistic Load Testing (APL) [35]

In dieser Vorschrift wird der Bemessungswert der Widerstandsgröße als Produkt aus einer Korrekturfunktion und dem Verhältnis von Labor- zu Baustellenwerten ermittelt.

$$\text{Bemessungswert für die Widerstandsgröße } f_d = \phi_r \frac{f_m}{m_{sf}} \quad (25)$$

$$\text{Korrekturfaktor } \phi_r = 2,115 \cdot \exp \left[ -\frac{v_r^2}{2} - 3 \cdot \sqrt{v_r^2 + 0,3^2} \right] \quad (26)$$

$$\text{Variationskoeffizient der Widerstandsgröße } v_r^2 = C_n \cdot v_l^2 + v_s^2 \quad (27)$$

$$\text{Varianz der Tests } C_n = 1 + \frac{n-1}{n(n-3)} \quad (28)$$

Dabei sind  $\phi_r$  Korrekturfaktor,  $f_m$  Mittelwert des Widerstandes bei den Versuchen,  $m_{sf}$  Korrekturfaktor zur Beschreibung der Unterschiede zwischen Labor und Baustelle,  $n$  Anzahl der Versuche,  $v_l$  Variationskoeffizient der Versuche,  $v_s$  Faktor, der die Entnahme der Proben bewertet: für konzentrierte Entnahme  $v_s = 0,1$  und für breit gefächerte Entnahme  $v_s = 0$ . Grundlage für das Verfahren ist die Annahme lognormalverteilter Widerstands- und Belastungsgrößen. Für die Belastungsgröße gilt ein Variationskoeffizient von 0,3, der Zielsicherheitsindex liegt bei 3,0.

■ **Beispiel:**

Auch hier soll wieder die Spaltzugfestigkeit des Roten Mainsandstein geprüft werden:

$$C_n = 1 + \frac{n-1}{n(n-3)} = 1 + \frac{59-1}{59 \cdot (59-3)} = 1,017$$

$$v_r^2 = 1,017 \cdot 0,278^2 + 0,1^2 = 0,089$$

$$\phi_r = 2,115 \cdot \exp \left[ -\frac{0,089}{2} - 3 \cdot \sqrt{0,089 + 0,3^2} \right] = 0,569$$

$$f_d = \phi_r \frac{f_m}{m_{sf}} = 0,569 \cdot \frac{4,72}{1} = 2,687 \text{ MPa} .$$

Der Bemessungswert liegt deutlich über dem Wert des ASL-Verfahrens.

### 2.2.6 Standard für Probabilistische Tragfähigkeitsversuche (AISI) [35]

Die AISI-Vorschrift benutzt ebenfalls einen Produktansatz für den Entwurfswert mit

$$f_d = \phi \cdot f_m \tag{29}$$

$$\text{mit der Korrekturfunktion } \phi = 1,5 \cdot M_m \cdot F_m \cdot \exp(-\beta \cdot v_0) , \tag{30}$$

$$\text{Variationskoeffizient } v_0 = \sqrt{v_m^2 + v_f^2 + C v_p^2 + v_q^2} \tag{31}$$

$$\text{und dem Test-Varianz-Korrektur-Faktor } C = \frac{n-1}{(n-3)} . \tag{32}$$

Dabei sind  $f_m$  Mittelwert der bei den Versuchen ermittelten Widerstandsgröße,  $M_m$ ,  $F_m$  Mittelwerte eines Materialfaktors und eines Produktionsfaktors,  $\beta$  Zielsicherheitsindex,  $v_m$  Variationskoeffizient des Materialfaktors,  $v_f$  Variationskoeffizient des Produktionsfaktors,  $v_p$  Variationskoeffizient der Versuche,  $v_q$  Variationskoeffizient der Last sowie  $C$  Korrekturfaktor für die Varianz während der Versuche. Alle Zufallsgrößen wurden als lognormalverteilt angenommen. Der Korrekturfaktor  $C$  wurde mit einer Student- $t$ -Verteilung geschätzt.

■ **Beispiel:**

Auch hier soll wieder die Spaltzugfestigkeit des Roten Mainsandstein geprüft werden:

$$C = \frac{n-1}{(n-3)} = \frac{59-1}{(59-3)} = 1,035$$

$$v_0 = \sqrt{v_m^2 + v_f^2 + C v_p^2 + v_q^2} = \sqrt{0,01^2 + 0,1^2 + 1,035 \cdot 0,278^2 + 0,01^2} = 0,3$$

$$\phi = 1,5 \cdot M_m \cdot F_m \cdot \exp(-\beta \cdot v_0) = 1,5 \cdot 1,0 \cdot 1,0 \cdot \exp(-4,2 \cdot 0,3) = 0,425$$

$$f_d = \phi \cdot f_m = 0,425 \cdot 4,72 \text{ MPa} = 2,01 \text{ MPa}$$

Der Bemessungswert liegt deutlich über dem Wert des ASL-Verfahrens und unterhalb des APL-Verfahrens.

### 2.2.7 Verfahren nach REID [35]

Reid hat für weibullverteilte Widerstandsgrößen eine verbesserte Formel für  $\phi$  entwickelt. Die Formel liegt den Autoren nicht in geschlossener Form, sondern nur in Form einer Tabelle vor. Die Werte wurden für einen Variationskoeffizient der Widerstandsgröße von 0,2 und einen Zielsicherheitsindex von 3 ermittelt. Ansonsten gelten alle Angaben nach dem APL-Verfahren. Aus [35] können die exakten Werte für  $\phi$  durch lineare Interpolation geschätzt werden.

Tab. 10: Verbesserte  $\phi$ -Werte nach REID

$v_r$	0,001	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1
$\phi$	0,6200	0,5800	0,4100	0,2300	0,1200	0,0500	0,0200	0,0150	0,0100	0,0050	0,0001

#### ■ Beispiel:

Das Beispiel gilt wieder für die Spaltzugfestigkeit des Roten Mainsandsteins:

$$v_r^2 = 1,017 \cdot 0,278^2 + 0,1^2 = 0,089$$

$$v_r = \sqrt{0,089} = 0,298$$

$$\phi_T = 0,23$$

$$f_d = \phi_T \frac{f_m}{m_{sf}} = 0,23 \cdot \frac{4,72}{1} = 1,08 \text{ MPa.}$$

### 2.2.8 MURZEWSKI - CEB

In MURZEWSKI [26] finden sich Angaben zur Wahl von Teilsicherheitsfaktoren in Abhängigkeit vom Variationskoeffizient. Weiterhin unterscheidet sich der Teilsicherheitsfaktor auch noch nach der Bedeutung des Bauwerkes. Diese sogenannten Bauwerksklassen finden sich teilweise in der Literatur auch für die Sicherheitsanforderungen von Bauwerken. Bei Bauwerken, in denen eine große Anzahl von Menschen ist, wird in der Regel eine sehr hohe Sicherheit gefordert. Die vorgeschlagenen Teilsicherheitsfaktoren sind in Tab. 11 und Tab. 12 zusammengestellt.

Tab. 11: Optimale Werte der Teilsicherheitsfaktoren für lognormalverteilte Größen

Bauwerksklasse	Variationskoeffizient			
	0,05	0,10	0,15	0,20
Staumauern	1,26	1,58	1,95	2,43
Eisenbahn- und Straßenbrücken, Kulturhäuser, Theater	1,23	1,49	1,82	2,16
Wohnhäuser, Industriebauten	1,20	1,40	1,65	1,91
Lager, Bunker, Gerüste	1,15	1,31	1,46	1,62
Zweitrangige Bauelemente	1,10	1,17	1,22	1,25

Tab. 12: Optimale Werte der Teilsicherheitsfaktoren für normalverteilte Größen

Bauwerksklasse	Variationskoeffizient			
	0,05	0,10	0,15	0,20
Staumauern	1,24-1,30	1,46-1,85		
Eisenbahn- und Straßenbrücken, Kulturhäuser, Theater	1,21-1,26	1,41-1,67	1,60-2,47	
Wohnhäuser, Industriebauten	1,18-1,22	1,35-1,53	1,50-2,00	1,65-2,86
Lager, Bunker, Gerüste	1,15-1,16	1,27-1,37	1,38-1,61	1,49-1,92
Zweitrangige Bauelemente	1,10-1,11	1,17-1,19	1,21-1,25	1,23-1,28

### ■ Beispiel:

Die Spaltzugfestigkeitswerte des Roten Mainsandsteins besaßen einen Variationskoeffizient von 0,278. Auf Grund der hohen Standardabweichung von 1,31 MPa und des geringen Mittelwertes von ca. 4,7 MPa wird eine Lognormalverteilung gewählt, um negative Werte auszuschließen. Damit ergibt sich ein Teilsicherheitsfaktor bei Brücken von 2,69. Der Wert wurde linear extrapoliert.

## 2.3 Vollprobabilistische Rechnung

Gemäß Normenwerk (Eurocode 1, GruSiBau oder DIN 1055-100) darf man die Sicherheitselemente auch über eine vollprobabilistische Rechnung ermitteln. Der Teilsicherheitsfaktor wird dann aus dem in der probabilistischen Berechnung ermittelten Bemessungswert und dem charakteristischen Wert berechnet. Auf die Durchführung einer probabilistischen Berechnung wird an dieser Stelle nicht weiter eingegangen, siehe hierzu SPAETHE [40]. Beispielhaft werden die Ergebnisse einer solchen Berechnung hier aber gezeigt

### ■ Beispiel:

Eine vollprobabilistische Berechnung für die Biegetragfähigkeit eines Graniteinfeldträgers mit fünf streuenden Eingangsgrößen erbrachte folgende Ergebnisse:

```

FORM NACH RACKWITZ-FIEßLER
BETA=      3.412650346755980 (Sicherheitsindex)
PF =      3.217227955159460D-004 (operative Versagenswahrscheinlichkeit)
SORM NACH BREITUNG
BETA=      3.286201930389830
PF =      0.000508164862933
SORM NACH KOEYLUEOGLU / NIELSEN 1 GLIED
BETA=      3.334328976328580
PF =      4.278674262343520D-004
SORM NACH KOEYLUEOGLU / NIELSEN 3 GLIEDER
BETA=      3.294599440799100
PF =      0.000493218468959
SORM NACH CIA / ELISHAKOFF
BETA=      3.293368183562280
PF =      0.000495384168923

```

Neben dem Sicherheitsindex und der Versagenswahrscheinlichkeit ergab die Berechnung für die Biegezugfestigkeit:

```

X =      3.692605375906770 (Bemessungswert)
XM =     10.400000000000000 (Mittelwert)
SIGM=    2.560000000000000 (Standardabweichung)
ALPHA=   -0.971570410864827 (Wichtungsfaktor)

```

Aus dem Bemessungswert und einer vorher ermittelten charakteristischen Biegezugfestigkeit ergibt sich der Teilsicherheitsfaktor zu:

$$\gamma = \frac{f_k}{f_d} = \frac{5,32 \text{ MPa}}{3,69 \text{ MPa}} = 1,44.$$

### 3 Anwendung für Natursteinmaterial

#### 3.1 Allgemeines

Nach der Erläuterung der Verfahren und der Beispiele werden im folgenden Berechnungsergebnisse von charakteristischen Festigkeitswerten und Teilsicherheitsfaktoren sowohl von Natursteinmaterial als auch von Natursteinmauerwerk vorgestellt. Dazu werden zunächst die statistischen Eigenschaften der Festigkeiten genannt.

#### 3.2 Druck- und Spaltzugfestigkeit von Sächsischem Sandstein

Zunächst handelt es sich um Angaben zur Festigkeit von Sächsischem Sandstein (Postaer Sandstein). Grundlage der Arbeit waren Materialproben aus dem Steinbruch Lohmen. Die Proben betrafen die Steindruckfestigkeit und die Steinspaltzugfestigkeit. Es konnten jeweils 500 Stichproben verwendet werden. Durch die große Stichprobenanzahl können die Festigkeitseigenschaften relativ gut statistisch abgesichert werden. Das beinhaltet z.B. auch eine Wertung der Korrelation zwischen Steindruckfestigkeit und Steinspaltzugfestigkeit oder die Prüfung auf Mischverteilungen. In Tab. 13 sind die statistischen Parameter der Druckfestigkeit und in Tab. 14 die Werte der Steinspaltzugfestigkeit zusammengefaßt. Abb. 2 zeigt ein Histogramm der Stichproben der Steindruckfestigkeit und Abb. 3 zeigt ein Histogramm der Stichproben der Steinspaltzugfestigkeit. Es sei an dieser Stelle aber noch einmal erwähnt, daß die visuelle Darstellung in Histogrammen von der Wahl der Klassen abhängt. Angaben zur Wahl der optimalen Klassen finden sich z.B. in [32].

Tab. 13: Statistische Eigenschaften der Stichproben der Steindruckfestigkeit

Mittelwert	58,051	Standardfehler	0,459	Kurtosis	1,232
Median	57,400	Standardabweichung	10,319	Variationskoeffizient	0,177
Modalwert	-	Varianz	106,472	Schiefe	0,518
Minimum	30,200	Summe	29316,00	bez. Schiefe	0,109
Maximum	99,700	Spannweite	69,50	Anzahl	505,000

Tab. 14: Statistische Eigenschaften der Stichproben der Steinspaltzugfestigkeit

Mittelwert	4,803	Standardfehler	0,034	Kurtosis	1,029
Median	4,830	Standardabweichung	0,764	Variationskoeffizient	0,159
Modalwert	-	Varianz	0,583	Schiefe	-,376
Minimum	2,040	Summe	2425,630	bez. Schiefe	0,109
Maximum	7,300	Spannweite	5,260	Anzahl	505,000

In der Literatur findet man für die mittlere Druckfestigkeit von Postaer Sandstein auch deutlich kleinere Werte. So sei auf GRUNERT [19] (45,6 MPa), auf GRUNERT, GRUNERT und GRIEGER [18] (31,6 MPa), auf PESCHEL [31] (41,6 MPa) und auf JÄGER und WENZEL [21] (43,1 MPa) verwiesen. Dagegen findet sich bei PURTAK [34] ein vergleichbarer Wert (56 MPa).



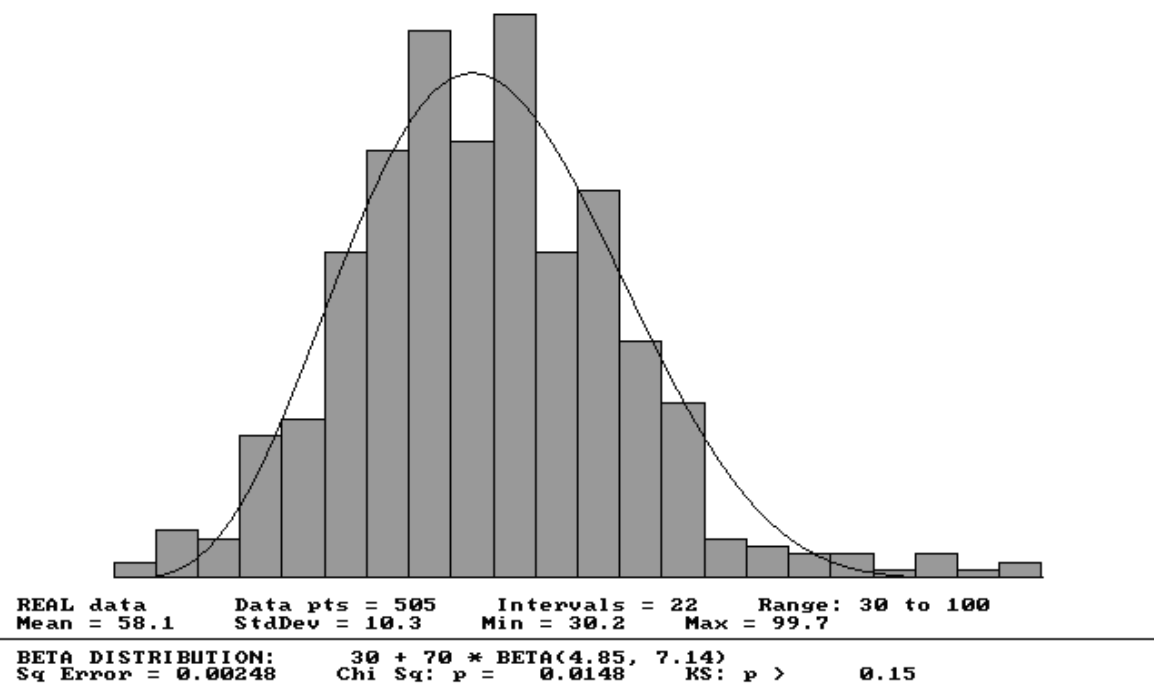


Abb. 2: Histogramm der Steindruckfestigkeit

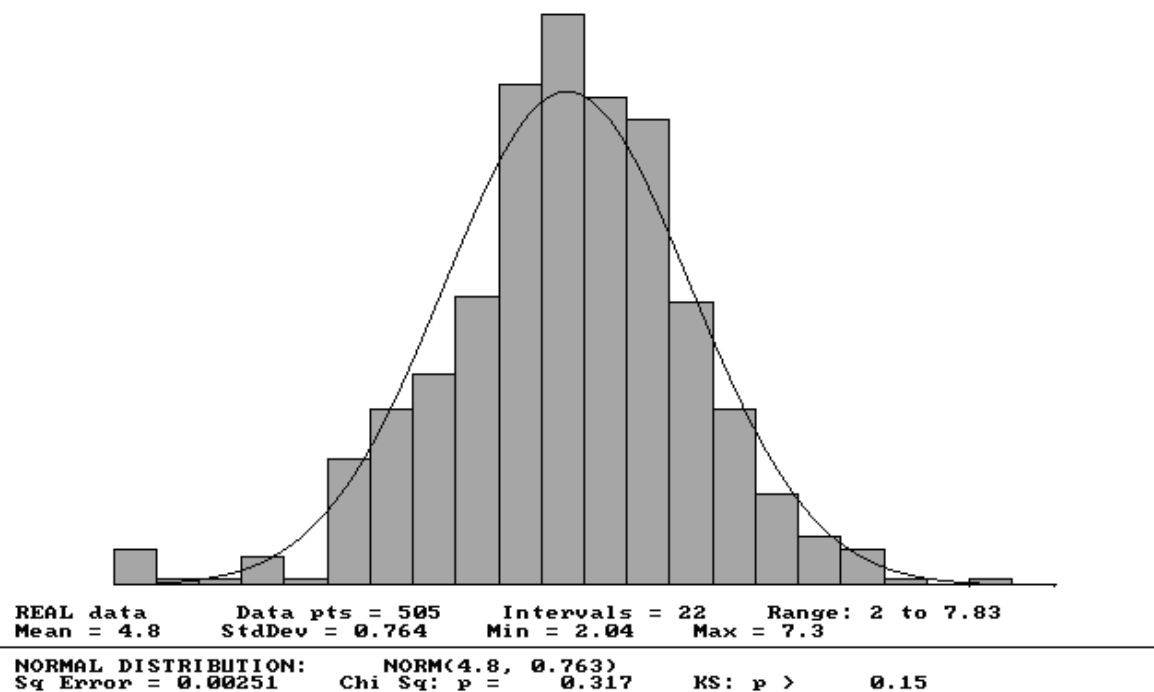


Abb. 3: Histogramm der Steinspaltzugfestigkeit

### 3.3 Druck- und Spaltzugfestigkeit von Rotem Mainsandstein

Die nächste Untersuchung beinhaltet die Ermittlung des Teilsicherheitsfaktors für Roten Mainsandstein. Dazu wurden an einem historischen Bauwerk Bohrungen durchgeführt. Aus den Bohrkernen wurden Druckfestigkeits- und Spaltzugfestigkeitsprobekörper aus Rotem Mainsandstein gewonnen. Auf Grund von Problemen bei der Prüfkörpergewinnung ergeben sich unterschiedliche Stichprobenanzahlen für die beiden Eigenschaften. Die statistischen Eigenschaften sind in Tab. 15 und in Tab. 16 zusammengefaßt. Eine graphische Darstellung der Stichprobenwerte zeigen die Histogramme in Abb. 4 und Abb. 5.

Tab. 15: Statistische Eigenschaften der Stichproben der Steindruckfestigkeit

Mittelwert	75,42	Standardfehler	1,730	Kurtosis	-0,447
Median	76,00	Standardabweichung	21,325	Variationskoeffizient	0,282
Modalwert		Varianz	454,749	Schiefe	0,173
Minimum	23,00	Summe	11464,000	bez. Schiefe	0,199
Maximum	131,0	Spannweite	108,000	Anzahl	152,00

Tab. 16: Statistische Eigenschaften der Stichproben der Steinspaltzugfestigkeit

Mittelwert	4,716	Standardfehler	0,171	Kurtosis	0,946
Median	4,630	Standardabweichung	1,314	Variationskoeffizient	0,278
Modalwert		Varianz	1,727	Schiefe	0,473
Minimum	1,550	Summe	278,230	bez. Schiefe	0,319
Maximum	9,020	Spannweite	7,470	Anzahl	59,000

An den Stichprobenwerten wurden zusätzlich Untersuchungen zur Bestimmung der Wahrscheinlichkeitsfunktion, der Untersuchung auf Multimodalität und eine Untersuchung auf Ausreißer durchgeführt. Ausreißer sind Stichproben, die als nicht zur Grundgesamtheit gehörend erkannt werden. Diese Werte werden entfernt. Solche Ausreißer können z.B. Steine aus einem anderen Steinbruch oder bereits beschädigte Steine sein. In solchen Fällen kann jedoch auch eine sogenannte Zensierung der Daten aufgetreten sein. Eine Zensierung von Daten führt dazu, daß die Stichproben gefiltert werden. Im vorliegenden Fall können z.B. nur Steine geprüft werden, die nicht bereits beim Bohren zerstört worden sind. Eine Zensierung von Daten behindert den Zugriff auf die Grundgesamtheit. Es gibt jedoch Methoden, um aus zensierten Daten wieder die statistischen Eigenschaften der Grundgesamtheit abzuschätzen (siehe z.B. PROSKE [32]).

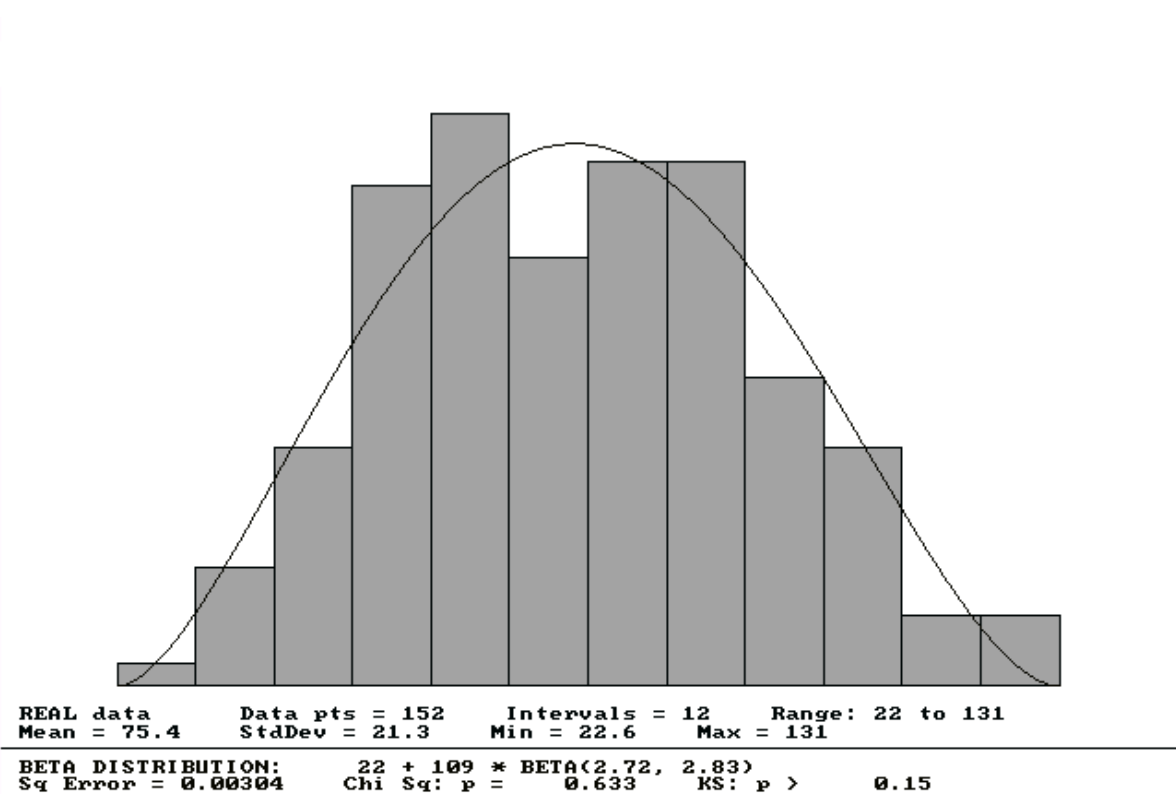


Abb. 4: Histogramm der Steindruckfestigkeit

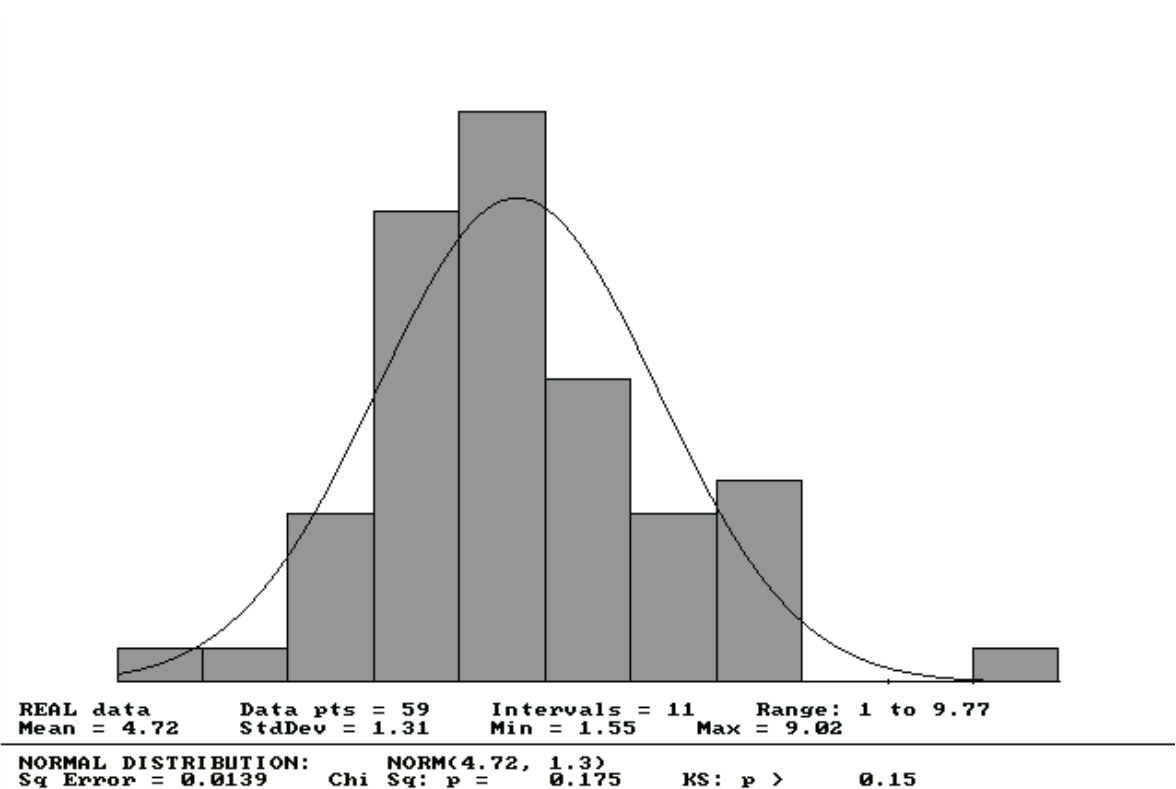


Abb. 5: Histogramm der Steinspaltzugfestigkeit

### 3.4 Biegezugfestigkeit Granitsteindecker

Im Rahmen einer Untersuchung der Tragfähigkeit von sogenannten Granitsteindeckern in der Lausitz wurde die Biegetragfähigkeit untersucht. Dazu wurden über 20 Versuche an Steindeckern in Originalgröße mit bis zu 2,0 m langen Probekörpern durchgeführt. Eine genauere Erläuterung der Versuchsdurchführung und der Ermittlung der Teilsicherheitsfaktoren findet sich in CURBACH, GÜNTHER und PROSKE [6].

### 3.5 Teilsicherheitsfaktor für das BERNDT'sche Modell

Für die Bestimmung eines Teilsicherheitsfaktors von Natursteinmauerwerk aus Postaer Sandstein wurden die von BERNDT vorgestellten Versuche verwendet [2]. Auf Grund der geringen Stichprobenanzahl und der hohen Unsicherheiten bei der Beschreibung von Natursteinmauerwerk [45] werden zusätzlich statistische Parameter aus der Literatur verwendet. Dazu wurden Angaben von GRUNERT [19], GRUNERT, GRUNERT und GRIEGER [18], PESCHEL [31] und PURTAK [34] herangezogen. Zum Vergleich wurde weiterhin die Arbeit von STIGLAT [41] verwendet, auch wenn in dieser nicht die Druckfestigkeit von Sandsteinmauerwerk mit Postaer Sandstein untersucht wurde. Es sei zusätzlich auf die hohe Modellunsicherheit der Berechnungsansätze für die Abschätzung der Mauerwerksdruckfestigkeit von Natursteinmauerwerk hingewiesen. Den Autoren sind über 30 Ansätze zur Berechnung der Mauerwerksdruckfestigkeit bekannt. Tab. 17 zeigt die erheblichen Unterschiede zwischen einer experimentell bestimmten Mauerwerksdruckfestigkeit und den Rechenprognosen. Für die Verteilung der Mauerwerksdruckfestigkeit wird eine Normalverteilung angenommen (PROSKE und CURBACH [9], KIRTSCHIG [23], FRANKE, DECKELMANN & GORETZKY [17]).

Tab. 17: Vergleich zwischen experimenteller und berechneter Mauerwerksdruckfestigkeit nach WARNECKE, ROSTASY & BUDELMANN [45]

	Regelmäßiger Schichtenverband behauener Velpker Sandstein		Regelloser Verband bruchrauer Elmkalkstein	
	Mörtel M I $f_{D,M0}=7,5$ MPa $h/d=5$   $h/d=10$	Mörtel M III $f_{D,M0}=29,0$ MPa $h/d=5$   $h/d=10$	Mörtel M I $f_{D,M0}=7,5$ MPa $h/d=5$   $h/d=10$	
Experimentelle Druckfestigkeit	10   13,1	25,2   21,2	5,1   4,5	
Berechnet nach HILSDORF	45	67,5	12,5	
Berechnet nach BERNDT	20,3	20,3	5,1	
Berechnet nach SABHA	22	40	12,5	
Berechnet nach SABHA mit $\ddot{u}$	18,7	34	7,5	
Berechnet nach MANN	60,8	226,5	16,5	
Berechnet nach MANN+DIN Mörtel	6	93,9	1,6	

## 4 Zusammenfassung

Nach der Vorstellung der Verfahren zur Ermittlung der charakteristischen Festigkeiten, der Teilsicherheitsfaktoren und der Erläuterung der statistischen Kenngrößen der Festigkeiten werden im folgenden die ermittelten Werte aufgeführt.

Tab. 18: Druckfestigkeit von Postaer Sandstein (Steinbruch Lohmen)

Norm	Charakteristische Druckfestigkeit in MPa	Teilsicherheitsfaktor
Normalverteilung	41,04	
Lognormalverteilung	42,60	
Leicester	42,26	
GruSiBau	(23,49 Bemessungswert)	1,80
Reid	(18,84 Bemessungswert)	2,50
ASL	(18,27 Bemessungswert)	2,50
APL	(42,53 Bemessungswert)	1,00
AISI	(36,98 Bemessungswert)	1,10
Murzewski		1,90

Tab. 19: Spaltzugfestigkeit von Postaer Sandstein (Steinbruch Lohmen)

Norm	Charakteristische Druckfestigkeit in MPa	Teilsicherheitsfaktor
Normalverteilung	3,5	
Lognormalverteilung	3,6	
Weibullverteilung	3,3	
Reid	1,67 (0,452 Bemessungswert)	3,70
ASL	3,0	2,30
APL	3,5	1,00
AISI	3,5 (3,134 Bemessungswert)	1,12
Murzewski		1,90

Tab. 20: Druckfestigkeit von Rotem Mainsandstein (Lohr)

Norm	Charakteristische Druckfestigkeit in MPa	Teilsicherheitsfaktor
Normalverteilung	41,04	
Lognormalverteilung	47,47	
GruSiBau	4,40 (Bemessungswert)	9,23
Reid	32,44 (8,759 Bemessungswert)	3,74
AISI	42,26 (9,89 Bemessungswert)	2,30
APL	42,68 Bemessungswert	1,00
ASP	32,44 (14,68 Bemessungswert)	2,21
Murzewski		2,30

Tab. 21: Spaltzugfestigkeit von Rotem Mainsandstein (Lohr)

Norm	Charakteristische Druckfestigkeit in MPa	Teilsicherheitsfaktor
Normalverteilung	2,57	
Lognormalverteilung	2,78	
Weibullverteilung	2,49	
GruSiBau		3,20
Reid	1,67 (1,08 Bemessungswert)	1,54
ASL	(0,984 Bemessungswert)	1,70
APL	(2,687 Bemessungswert)	1,00
AISI	(2,00 Bemessungswert)	1,30
Murzewski		2,50

Tab. 22: Biegezugfestigkeit Granitsteindecker (Curbach, Günther und Proske [6])

Norm	Charakteristische Biegezugfestigkeit in MPa	Teilsicherheitsfaktor
Normalverteilung	5,89-6,19	
Lognormalverteilung	5,95-6,16	
Weibullverteilung	5,98	
Eurocode 1	5,68	
Leicester Methode	5,32	
Öfverbeck Methode	2,05	
Verfahren Jaeger	3,94	
GruSiBau	5,32-7,27 (2,62-4,75 Bemessungswert)	2,03-1,53
Reid	2,93-3,21 (1,69-1,86 Bemessungswert)	1,73-1,72
AISI	5,32-7,27 (4,48-5,89 Bemessungswert)	1,19-1,23
APL	5,32-7,27 (6,18-7,31 Bemessungswert)	<1,00
ASL	3,23-5,07 (1,92-2,73 Bemessungswert)	1,68-1,86
Prob. Rechnung ①	5,32-7,27 (4,85-4,99 Bemessungswert)	1,10-1,46

Tab. 23: Sandsteinmauerwerk nach Berndt [2]

Norm	Charakteristische Druckfestigkeit in MPa	Teilsicherheitsfaktor
Normalverteilung	3,26-6,43	
Lognormalverteilung	4,10-7,69	
Weibullverteilung	5,58	
Eurocode 1	5,69-8,45	
Leicester Methode	8,80-11,40	
Öfverbeck Methode	2,44-4,25	
GruSiBau		1,57
Reid		2,47
ASL		1,89
Murzewski		1,23-3,00
	Zum Vergleich Daten von STIGLAT [41]	
Normalverteilung	9,51	
Lognormalverteilung	9,54	

Die Materialunabhängigkeit der Verfahren zeigt die folgende Tabelle. Hier wurde der Teilsicherheitsfaktor für hochfesten Beton unter zweiachialer Belastung ermittelt (CURBACH, HAMPEL, SPECK, SCHEERER, PROSKE [7])

Tab. 24: Hochfester Beton unter zweiachialer Beanspruchung

Norm	Charakteristische Druckfestigkeit in MPa	Teilsicherheitsfaktor
Normalverteilung	112,93-119,70	
Lognormalverteilung	113,75-119,90	
Weibullverteilung		
Eurocode 1		
Leicester Methode	120,65	
Öfverbeck Methode	116,85	
Jaeger	119,26	
AISI	119,76	1,30
Reid	114,6	1,67
APL	120,29	1,16
Murzewski		1,50

Die Teilsicherheitsfaktoren für das Natursteinmaterial zeigen nicht nur große Unterschiede, sondern im Vergleich zu den üblichen Baustoffen sehr hohe Werte. Diese hohen Werte basieren auf den großen vorgefundenen Streuungen der Natursteinfestigkeiten. Eine Übertragung der Steinteilsicherheitsfaktoren auf das Mauerwerk scheint aber nicht notwendig zu sein, da Mauerwerk in der Regel ein hohes Umlagerungsvermögen aufweist. Insofern erscheint der deutlich geringe Teilsicherheitsfaktor des Natursteinmauerwerks berechtigt und findet sich auch in der Literatur.

So empfiehlt der UIC-Kodex [42] für die Nachrechnung von historischen Eisenbahnbrücken einen Teilsicherheitsfaktor für Natursteinmauerwerk von 2,0. Wenn man berücksichtigt, daß der UIC-Kodex eine große Spannweite der Qualität von Natursteinmauerwerk erfaßt und auf der anderen Seite Quadermauerwerk aus Sächsischem Sandstein in der Regel ein sehr hochwertiges Mauerwerk ist, so erscheint der Teilsicherheitsfaktor von 1,7-2,0 durchaus plausibel. Der Teilsicherheitsfaktor sollte jedoch nicht ohne weitere Untersuchungen auf andere Arten von Natursteinmauerwerk übertragen werden.

## 5 Literatur

- [1] Ahner, C.; Soukhov, D.: Safety Concept in Codified Design of Piled Raft Foundation. *Lacer* No. 4, 1999, Seite 403-412
- [2] Berndt, E.: Zur Druck- und Schubfestigkeit von Mauerwerk - experimentell nachgewiesen an Strukturen aus Elbsandstein. *Bautechnik* 73 (1996), Heft 4, S. 222-234
- [3] Busch, P.; Zumpe, G.: Tragfähigkeit, Tragsicherheit und Tragreserven von Bogenbrücken. 5. *Dresdner Brückenbausymposium*, 16.3.1995, Fakultät Bauingenieurwesen, Technische Universität Dresden, Seite 153-169
- [4] BÜV - Empfehlung für die Bemessung und Konstruktion von Glas im Bauwesen. *Der Prüflingenieur*, 18 April 2001, Seite 55-69
- [5] Byfield, M.; Nethercot, D.: Safety variations in steel designed using Eurocode 3. *JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration*. 21.-22.3.2002, ETH Zürich
- [6] Curbach, M.; Günther, L.; Proske, D.: Sicherheitskonzept für Brücken aus Granitsteindeckern. *Mauerwerksbau*, Heft 4, 2004, Seite 138-141
- [7] Curbach, M.; Hampel, T.; Speck, K.; Scheerer, S.; Proske, D.: Determination for Design Values of High Performance Concrete under Bi- and Triaxial Loading. In: Hrsg. Corotis, R. B.; Schuëller, G. I.; Shinozuka, M.: *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Conference on Structural Safety and Reliability ICOSSAR '01*, Newport Beach, California, USA, 17.-22. June 2001. Lisse, Abington, Exton (pa), Tokyo: A. A. Balkema 2001
- [8] Curbach, M.; Jesse, F.; Proske, D.: Partial Safety Factor for Textile Reinforcement. In: Hrsg. Corotis, R. B.; Schuëller, G. I.; Shinozuka, M.: *Proceedings of the 8<sup>th</sup> International Conference on Structural Safety and Reliability (ICOSSAR '01)*, Newport Beach, California, USA, 17.-22. June 2001. Lisse, Abington, Exton (pa), Tokyo: A. A. Balkema 2001

- [9] Curbach, M.; Proske, D.: Abschätzung des Verteilungstyps der Mauerwerksdruckfestigkeit bei Sandsteinmauerwerk. *Jahresmitteilungen 1998*, Schriftenreihe des Institutes für Tragwerke und Baustoffe, Heft 7, TU Dresden
- [10] Deutscher Ausschuß für Stahlbeton 1996: Richtlinie für Betonbau beim Umgang mit wassergefährdenden Stoffen, September 1996, Beuth-Verlag: Berlin
- [11] DIN 53 804, Teil 1: Statistische Auswertungen – Meßbare (kontinuierliche) Merkmale. September 1981
- [12] E DIN 1055-100: Einwirkungen auf Tragwerke, Teil 100: Grundlagen der Tragwerksplanung, Sicherheitskonzept und Bemessungsregeln, Juli 1999
- [13] Entwurf prEN 1990 – Eurocode: Grundlagen der Tragwerksplanung. Deutsche Fassung, 10. Januar 2001
- [14] ENV 1991 –1 Eurocode 1: Basis of Design and Action on Structures, Part 1: Basis of Design. CEN/CS, August 1994
- [15] ENV 1991-2-7: Eurocode 1: Grundlage der Tragwerksplanung und Einwirkungen auf Tragwerke – Teil 2-7: Einwirkungen auf Tragwerke – Außergewöhnliche Einwirkungen. Deutsche Fassung, August 1998
- [16] Fischer, L.: Sicherheitskonzept für neue Normen – ENV und DIN-neu, Grundlagen und Hintergrundinformationen. Teil 3: Statistische Auswertung von Stichproben im eindimensionalen Fall. *Bautechnik* 76 (1999), Heft 2, Seite 167-179, Heft 3, Seite 236-251, Heft 4, Seite 328-338
- [17] Franke, I.; Deckelmann, G.; Goretzky, W.: Einfluß der Streubreite der Materialeigenschaften auf die Tragfähigkeit von Mauerwerk – Theoretische und Experimentelle Untersuchungen. In: *Proceedings of the International Brick/Block Masonry Conference*, 13-16 October 1991, Vol. 1, Berlin, Germany, S. 180- S. 187
- [18] Grunert, B.; Grunert, S.; Grieger, Chr.: Die historischen Baustoffe der Marienbrücke zu Dresden. *Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Universität Dresden*, 47 (1998), Heft 5/6, S. 11-20
- [19] Grunert, S.: Der Sandstein der Sächsischen Schweiz als Naturressource, seine Eigenschaften, seine Gewinnung und Verwendung in Vergangenheit und Gegenwart. Dissertation, Technische Universität Dresden, 1982
- [20] Hunt, R.D.; Bryant, A.H.: Statistical implications of methods of finding characteristic strengths. *Journal of Structural Engineering*, February 1996, Seite 202-209
- [21] Ingenieurgemeinschaft Frauenkirche Dresden, Prof. Jäger und Prof. Wenzel: Mauerwerksrichtlinie 12/96: Kenndaten Sächsischer Sandstein – Postaer Varietät
- [22] Jaeger, L.G.; Bakht, B.: Lower Fractiles of Material Strength from limited test data. *Structural Safety* 7 (1990), Seite 67-75
- [23] Kirtschig, K: Zur Beschreibung der Mauerwerksdruckfestigkeit über die mittlere oder charakteristische Steindruckfestigkeit. In: *Proceedings of the International Brick/Block Masonry Conference*, 13-16 October 1991, Vol. 1, Berlin, Germany, Seite 196-201



- 
- [24] Mann, W.: Mauerwerk in Europa. Der Prüflingenieur. 14. April 1999, VPI, Seite 53-59
- [25] Mann, W.: Überlegungen zur Sicherheit im Mauerwerksbau. Mauerwerks-Kalender 1987, Berlin: Verlag Ernst & Sohn, Seite 1-5
- [26] Murzewski, J.: Sicherheit der Baukonstruktionen. VEB Verlag für Bauwesen, Berlin, DDR, 1974
- [27] National Renewable Energy Laboratory: Wind Turbine Design Strength Analysis: *Guideline DG02*. 2004
- [28] Normenausschuß Bauwesen im DIN: Grundlagen zur Festlegung von Sicherheitsanforderungen für bauliche Anlagen. Ausgabe 1981, Beuth Verlag 1981
- [29] Norton, R.L.: *Machine Design – An Integrated Approach*. Prentice-Hall, New York, 1996
- [30] Onken, P.; vom Berg, W.; Neubauer, U.: Verstärkung der West Gate Bridge, Melbourne, *Beton- und Stahlbetonbau*, Heft 2, 97. Jahrgang, Februar 2002, Seite 94-104
- [31] Peschel, A.: *Natursteine der DDR – Kompendium petrographischer, petrochemischer, petrophysikalischer und gesteintechnischer Eigenschaften*. Beilage zur Dissertation (B) an der Bergakademie Freiberg, Januar 1984
- [32] Proske, D.: *Ein Beitrag zur Risikobeurteilung alter Brücken unter Schiffsanprall*. Dissertation. Technische Universität Dresden, Lehrstuhl für Massivbau, 2003-2004
- [33] Pugsley, A.G.: *The Safety of Structures*. Arnold, New York 1966
- [34] Purtak, F.: *Tragfähigkeit von schlankem Mauerwerk*. Dissertation. Technische Universität Dresden, Fakultät Architektur, 2001
- [35] Reid, S.G.: Load-testing for design of structures with Weibull-distributed strengths. Application of Statistics and Probability (ICASP 8), Sydney, 1999, Band 2, Seite 705-712
- [36] Schleicher, F. (Hrsg.): *Taschenbuch für Bauingenieure*. Springer-Verlag, 1949
- [37] Schubert, P.: Beurteilung der Druckfestigkeit von ausgeführtem Mauerwerk aus künstlichen Steinen und Naturstein. Mauerwerkskalender 1995, Seite 687-701
- [38] Shigley, J.E.; Mischke, C.R.: *Mechanical Engineering Design*. 6<sup>th</sup> ed. McGraw Hill. Inc., New York, 2001
- [39] Sorensen, J.D.: Calibration of Partial Safety Factors and Target Reliability Level in Danish Structural Codes. JCSS Workshop on Reliability Based Code Calibration. 21.-22.3.2002, ETH Zürich
- [40] Spaethe, G.: *Die Sicherheit tragender Baukonstruktionen*, 2. Neubearbeitete Auflage, Wien, Springer Verlag, 1992
- [41] Stiglat, K.: Zur Tragfähigkeit von Mauerwerk aus Sandstein. *Bautechnik* 2/1984, Seite 54-59 und *Bautechnik* 3/1984, Seite 94-100

- [42] UIC-Kodex: *Empfehlungen für die Bewertung des Tragvermögens bestehender Gewölbebrücken aus Mauerwerk und Beton*. Internationaler Eisenbahnverband. 1. Ausgabe 1.7.1995
- [43] Val, D.V.; Stewart, M.G.: Safety Factors for Assessment of Existing Structures. *Journal of Structural Engineering*, Vol. 128, No. 2, February 2002, Seite 258-265
- [44] Visodic, J.P.: Design Stress Factors. Vol. 55, May 1948, ASME International, New York
- [45] Warnecke, P.; Rostasy, F.S.; Budelmann, H.: Tragverhalten und Konsolidierung von Wänden und Stützen aus historischem Natursteinmauerwerk. *Mauerwerkskalender 1995*, Ernst & Sohn, Berlin, Seite 623-685
- [46] Wenzel, F. (Hrsg.): Mauerwerk – Untersuchen und Instandsetzen durch Injizieren, Vernadeln und Vorspannen. Erhalten historisch bedeutsamer Bauwerke. Empfehlungen für die Praxis. Sonderforschungsbereich 315, Universität Karlsruhe, 1997

# Probabilistische Beschreibung der Dauerhaftigkeit von Beton

Manfred Curbach, Dirk Proske  
Institut für Massivbau, Technische Universität Dresden

**Zusammenfassung:** Der Baustoff Stahlbeton besitzt wie alle Baustoffe nur eine begrenzte Dauerhaftigkeit. Der Nachweis der Dauerhaftigkeit des Stahlbetons wurde in der neuen Norm DIN 1045-1 im Vergleich zu den vorangegangenen Normen gestärkt. Die Norm verwendet das sogenannte deskriptive Nachweiskonzept, welches aber nur für neue Bauwerke gilt. Es wird darum das sogenannte Performance Konzept vorgestellt, welches den rechnerischen Nachweis der Dauerhaftigkeit sowohl im Sinne des semi-probabilistischen als auch des probabilistischen Sicherheitskonzeptes erlaubt.

## 1 Einleitung

Der Baustoff Beton war der erfolgreichste Baustoff des letzten Jahrhunderts und dürfte diese Stellung auch in diesem Jahrhundert verteidigen. Von Seiten der Öffentlichkeit wird allerdings regelmäßig Kritik an einer unzureichenden Lebensdauer des Baustoffes vorgebracht. In der Tat existieren zahlreiche Beispiele von Stahlbetonkonstruktionen, die bereits nach wenigen Jahren besorgniserregende Schäden aufweisen (Abb. 1). Diese Schäden stellen die Dauerhaftigkeit des Bauwerkes in Frage. Unter einem dauerhaften Tragwerk versteht man gemäß DIN 1045-1 ein Tragwerk, welches *„während der vorgesehenen Nutzungsdauer seine Funktion hinsichtlich der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit ohne wesentlichen Verlust der Nutzungseigenschaften bei einem angemessenen Instandhaltungsaufwand erfüllt“*. Die geplante Nutzungsdauer von Hochbauten aus Stahlbeton liegt etwa im Bereich von 50 bis 100 Jahren (Tab. 1). Daß diese lange Nutzungsdauer durchaus realistisch ist, zeigen Beispiele von Stahlbetonkonstruktionen, die eine Nutzungsdauer von 100 Jahren erreichen (Abb. 2).

Auf Grund der in den letzten Jahrzehnten gehäuft beobachteten Schäden an den Bauwerken hat man in der neuen Stahlbetonnorm die Bedeutung der Dauerhaftigkeit gestärkt, denn langfristig ist der Baustoff nur wettbewerbsfähig, wenn die versprochene Nutzungsdauer in der Praxis auch umgesetzt werden kann. Aus diesem Grund wurde der Nachweis der Dauerhaftigkeit den Nachweisen der Tragfähigkeit und Gebrauchstauglichkeit gleichgestellt.

## 2 Nachweiskonzepte

### 2.1 Deskriptives Konzept

In der neuen DIN 1045-1 wurde das sogenannte deskriptive Konzept des Nachweises der Dauerhaftigkeit von Stahlbeton umgesetzt. Dieses Konzept verspricht bei überschaubarem Aufwand für den planenden Ingenieur und Umsetzung der in dem Konzept erhobenen konstruktiven Forderungen eine Stahlbetonkonstruktion mit der geplanten Nutzungsdauer von 50 Jahren. Abb. 3 zeigt schematisch den Aufbau des Nachweiskonzeptes. Sowohl die objektiven dauerhaftigkeitsbeschränkenden Einwirkungen als auch die subjektiven Wünsche des Eigentümers werden berücksichtigt, wobei letzteres als Zielgröße der Nutzungsdauer verstanden werden kann. Tab. 2 listet die dauerhaftigkeitsbegrenzenden Einwirkungen auf. Interessant ist hierbei, daß die physikalischen Einwirkung Last auch eine dauerhaftigkeitsbeschränkende Einwirkung ist. Die in Tab. 2 aufgelisteten dauerhaftigkeitsbeschränkenden Einwirkungen finden sich auch in Abb. 3 wieder. Die Einwirkungen werden jedoch in der DIN 1045-1 mit Ausnahme der Last nicht in Zahlen erfaßt, sondern pauschal aus Klassen gewählt. Neben der Klasse wird dabei auch die Intensität der Einwirkung bestimmt. Tab. 3 nennt einige dieser Expositionsklassen. Anhand der Expositionsklassen werden erforderliche Widerstandsgrößen bestimmt. Diese Widerstandsgrößen sind z.B. die Betondeckung (Tab. 4), die zulässigen Rißbreiten oder die Spannungszustände im Bauteil (Dekompression) (Tab. 5). Allerdings darf in die beiden letztgenannten Widerstandsgrößen der Bauherr durch die Wahl einer Anforderungsklasse eingreifen (Tab. 6).

Tab. 1: Entwurfs-Lebensdauern nach Eurocode 1

Entwurfslebensdauer (Jahre)	Beispiele
1 – 10	Tragwerke mit befristeter Standzeit
10 – 25	Austauschbare Teile wie Kranbahnträger und Lager
15 – 30	Landwirtschaftlich genutzte Tragwerke
50	Hochbauten und andere gebräuchliche Tragwerke
100	Monumentale Hochbauten, Brücken und andere Ingenieurbauwerke

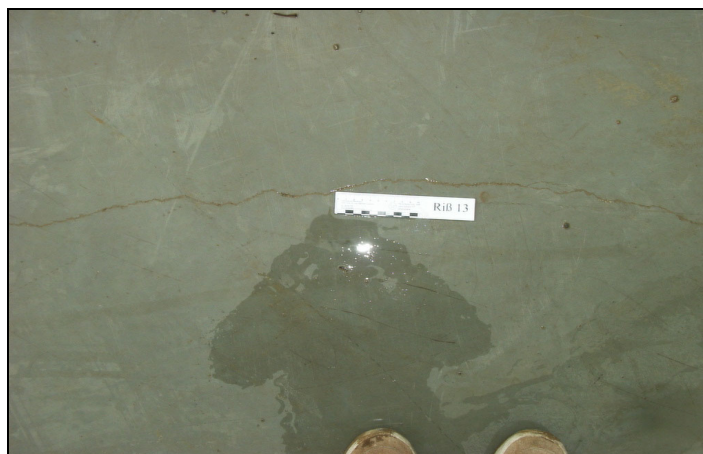


Abb. 1: Beispiele von Stahlbetonbauteilen mit Rißschäden im Alter von wenigen Jahren (links) oder wenigen Wochen (rechts)

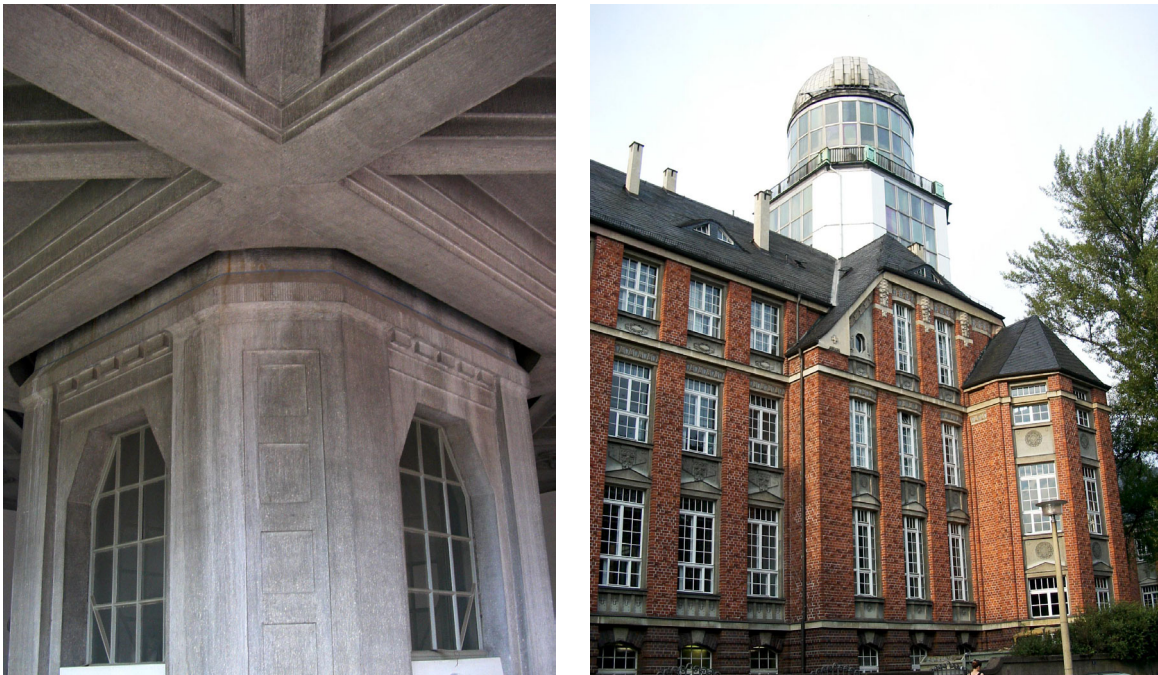


Abb. 2: Beyer-Bau errichtet 1913

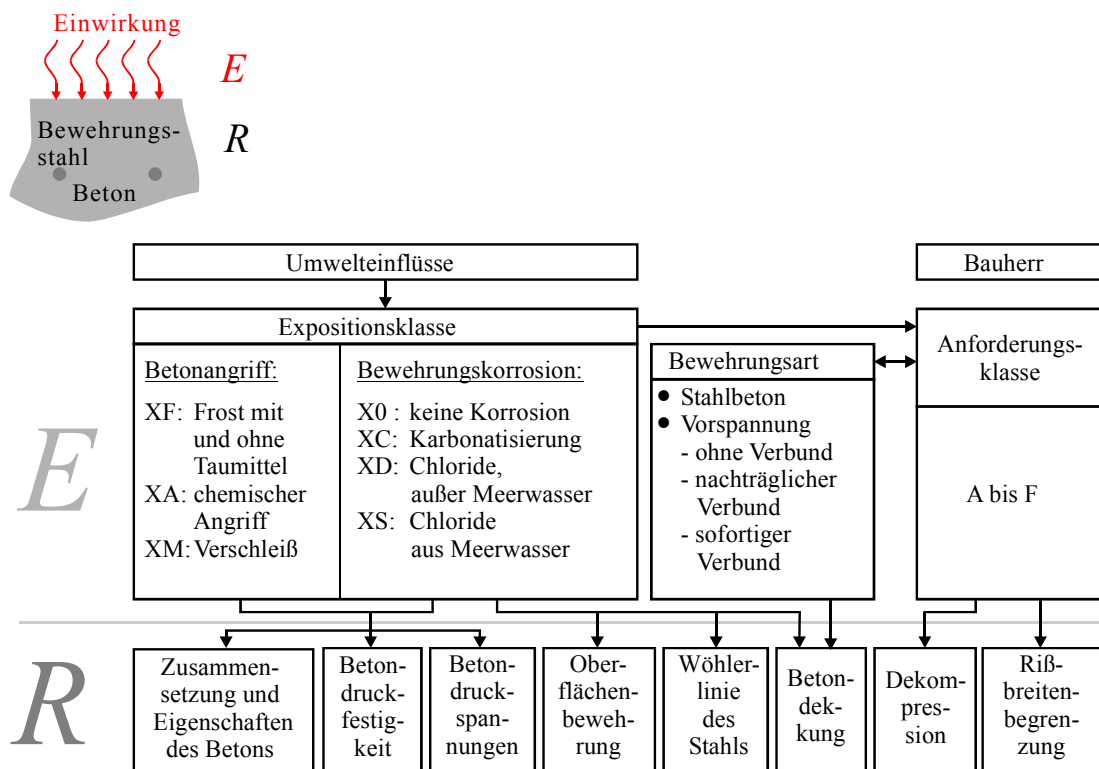


Abb. 3: Nachweiskonzept der DIN 1045-1 für die Dauerhaftigkeit

Tab. 2: Dauerhaftigkeitsbegrenzende Einwirkungen

Chemische Einwirkung	Korrosion des Bewehrungsstahls im Beton Zerstörung der Betonmatrix	Karbonatisierung Chloridangriff Säureangriff Sulfatangriff Alkalireaktion
Physikalische Einwirkung		Frost- und Frost-Tausalz- Angriff Abrieb Last Anprall

Tab. 3: Expositionsklassen

Klasse	Umgebung	Beispiele für die Zuordnung von Expositionsklassen	Mindestbetonfestigkeitsklasse
1 Kein Korrosions- oder Angriffsrisiko			
X 0	Kein Angriffsrisiko	Bauteile ohne Bewehrung in nicht betonangreifender Umgebung, z. B. Fundamente ohne Bewehrung ohne Frost, Innenbauteile ohne Bewehrung	C 12/15 LC 12/13
2 Bewehrungskorrosion, ausgelöst durch Karbonatisierung			
XC 1	Trocken oder ständig naß	Bauteile in Innenräumen mit normaler Luftfeuchte (einschließlich Küche, Bad und Waschküche in Wohngebäuden); Bauteile, die sich ständig unter Wasser befinden	C 16/20 LC 16/18
XC 2	Naß oder selten trocken	Teile von Wasserbehältern, Gründungsbauteile	C 16/20 LC 16/18
XC 3	Mäßige Feuchte	Bauteile, zu denen die Außenluft häufig oder ständig Zugang hat, z. B. offene Hallen; Innenräume mit hoher Luftfeuchte, z. B. in gewerblichen Küchen, Bädern, Wäschereien, in Feuchträumen von Hallenbädern und in Viehställen	C 20/25 LC 20/22
XC 4	Wechselnd naß und trocken	Außenbauteile mit direkter Beregnung; Bauteile in Wasserwechselzonen	C 25/30 LC 25/28
3 Bewehrungskorrosion, ausgelöst durch Chloride, ausgenommen Meerwasser			
XD 1	Mäßige Feuchte	Bauteile im Sprühnebelbereich von Verkehrsflächen; Einzelgaragen	C 30/37 LC 30/33
XD 2	Naß oder selten trocken	Schwimmbecken und Solebäder; Bauteile, die chloridhaltigen Industrierässern ausgesetzt sind	C 35/45 LC 35/38
XD 3	Wechselnd naß und trocken	Bauteile im Spritzwasserbereich von taumittelbehandelten Straßen; direkt befahrene Parkdecks	C 35/45 LC 35/38
4 Bewehrungskorrosion, ausgelöst durch Chloride aus Meerwasser			
XS 1	Salzhaltig Luft, kein unmittelbarer Kontakt mit Meerwasser	Außenbauteile in Küstennähe	C 30/37 LC 30/33
XS 2	Unter Wasser	Bauteile in Hafenanlagen, die ständig unter Wasser liegen	C 35/45 LC 35/38
XS 3	Tidebereich, Spritzwasser- und Sprühnebelbereich	Kaimauern in Hafenanlagen	C 35/45 LC 35/38
5 Betonangriff durch Frost mit und ohne Taumittel			
XF 1	Mäßige Wassersättigung ohne Taumittel	Außenbauteile	C 25/30 LC 25/28

XF 2	Mäßige Wassersättigung mit Taumittel oder Meerwasser	Bauteile im Sprühnebel- oder Spritzwasserbereich von taumittelbehandelten Verkehrsflächen, soweit nicht XF 4; Bauteile im Sprühnebelbereich von Meerwasser	C 25/30 LC 25/28
XF 3	Hohe Wassersättigung ohne Taumittel	Offene Wasserbehälter; Bauteile in der Wasserwechselzone von Süßwasser	C 25/30 LC 25/28
XF 4	Hohe Wassersättigung mit Taumittel oder Meerwasser	Bauteile, die mit Taumitteln behandelt werden; Bauteile im Spritzwasserbereich von taumittelbehandelten Verkehrsflächen mit überwiegend horizontalen Flächen; direkt befahrene Parkdecks; Bauteile in der Wasserwechselzone, Räumlaufbahnen in Kläranlagen	C 30/37 LC 30/33
6 Betonangriff durch chemischen Angriff der Umgebung			
XA 1	Chemisch schwach angreifende Umgebung	Behälter von Kläranlagen; Güllebehälter	C 25/30 LC 25/28
XA 2	Chemisch mäßig angreifende Umgebung und Meeresbauwerke	Bauteile, die mit Meerwasser in Berührung kommen; Bauteile in betonangreifenden Böden	C 35/45 LC 35/38
XA 3	Chemisch stark angreifende Umgebung	Industrieabwasseranlagen mit chemisch angreifenden Abwässern; Gärfuttersilos und Futtertische der Landwirtschaft; Kühltürme mit Rauchgasableitung	C 35/45 LC 35/38
7 Betonangriff durch Verschleißbeanspruchung			
XM 1	Mäßige Verschleißbeanspruchung	Bauteile von Industrieanlagen mit Beanspruchung durch luftbereifte Fahrzeuge	C 30/37 LC 30/33
XM 2	Schwere Verschleißbeanspruchung	Bauteile von Industrieanlagen mit Beanspruchung durch luft- oder vollgummibereifte Gabelstapler	C 30/37 LC 30/33
XM 3	Extreme Verschleißbeanspruchung	Bauteile von Industrieanlagen mit Beanspruchung durch elastomer- oder stahlrollenbereifte Gabelstapler; Wasserbauwerke in geschiebelasteten Gewässern, z. B. Tosbekken; Bauteile, die häufig mit Kettenfahrzeugen befahren werden	C 35/45 LC 35/38

Tab. 4: Mindestbetondeckung  $c_{\min}$  und Vorhaltemaß  $\Delta c$ , Auszug aus DIN 1045-1

Anforderungen an die Betondeckung in cm	Karbonatisierungsinduzierte Korrosion				Chloridinduzierte Korrosion			Chloridinduzierte Korrosion aus Meerwasser		
	XC 1	XC 2	XC 3	XC 4	XD 1	XD 2	XD 3	XS 1	XS 2	XS 3
Betonstahl allgemein $c_{\min}^{1)2)}$	$c_{\min} \geq d_s$ bzw. $d_{sv}$									
$\Delta c$ (Vorhaltemaß)	10	15		25	40					

1) Zusätzlich für Leichtbeton:  $c_{\min} \geq d_g + 5$  mm (außer XC 1)

2) Bei Verschleißangriff: XM 1:  $c_{\min} + 5$  mm; XM 2:  $c_{\min} + 10$  mm; XM 3:  $c_{\min} + 15$  mm

Tab. 5: Anforderungen bezüglich Dekompressions- und Rißbreitennachweis

Anforderungsklasse	Dekompression	Rißbreitenbegrenzung	Rechenwert der Rißbreite $w_k$ in mm
A	selten	-	
B	häufig	selten	0,2
C	quasi-ständig	häufig	
D			
E	-	quasi-ständig	0,3
F			0,4

Tab. 6: Mindestanforderungsklassen in Abhängigkeit von der Expositionsklasse

		1	2	3	4
	Expositionsklasse	Vorspannung mit nachträglichem Verbund	Vorspannung mit sofortigem Verbund	Vorspannung ohne Verbund	Stahlbeton
1	XC1	D	D	F	F
2	XC2, XC3, XC4	C <sup>a</sup>	C	E	E
3	XD1, XD2, XD3 <sup>b</sup> XS1, XS2, XS3	C <sup>a</sup>	B	E	E

<sup>a</sup> Mit Korrosionsschutz, ansonsten Anforderungsklasse D

<sup>b</sup> Zusätzliche Maßnahmen können erforderlich werden.

Auf Grund der beschriebenen pauschalen Behandlung der dauerhaftigkeitsbegrenzenden Einwirkungen erscheint die Begriffswahl „deskriptives Nachweiskonzept“ berechtigt. Das Konzept gilt aber im eigentlichen Sinne nur für neue Bauwerke, bei denen die Widerstandsgrößen durch die Planung kontrolliert werden können. Wie kann man aber die Dauerhaftigkeit bei einem Bauwerk nachweisen, welches bereits seit 50 Jahren existiert? Für derartige Fälle ist das deskriptive Konzept ungeeignet, es sei denn man ist bereit, die geforderten Regelungen für die Ausbildung der Widerstandsseite umzusetzen. Das kann die Verstärkung der Bewehrung am vorhandenen Bauwerk oder die Erhöhung der Betondeckung sein. Beide Maßnahmen dürften aber nur mit einem hohen Aufwand umsetzbar sein. Es bietet sich daher an, auf ein anderes Nachweiskonzept für die Dauerhaftigkeit zurückzugreifen, welches rechnerisch den Nachweis der Dauerhaftigkeit für ein solches Bauwerk erbringen kann.

## 2.2 Performance Konzept

Dieses Nachweiskonzept wird als sogenanntes Performance Konzept bezeichnet. Es erlaubt den rechnerischen Nachweis der Lebensdauer für verschiedene lebensdauerbegrenzende Einwirkungen. Diese Nachweis können sowohl im Sinne des semi-probabilistischen Sicherheitskonzeptes mit Teilsicherheitsfaktoren als auch im probabilistischen Sicherheitskonzept erfolgen. Tab. 7 zeigt die Definition von charakteristischen Größen und Bemessungsgrößen beim Dauerhaftigkeitsnachweis bei chloridinduzierter Bewehrungskorrosion und Tab. 8 nennt die Teilsicherheitsfaktoren dafür. Die notwendigen Nachweisgleichungen liegen für verschiedene dauerhaftigkeitsbegrenzende Einwirkungen vor, wie Tab. 9 zeigt.

Tab. 7: Bemessungswerte für den Nachweis bei Chloridangriff

Eingangsgröße	Formel
Betondeckung	$x_d = x_k - \Delta x$
Kritischer Chloridgehalt	$C_{cr,d} = \frac{C_{cr,k}}{\gamma_{Cr}}$
Diffusionskoeffizienten	$D_{cr,d} = D_{cr,k} \cdot \gamma_D$
Vorhandener Chloridgehalt an der Oberfläche	$C_{s,d} = C_{s,k} \cdot \gamma_{Cs}$

Kopffindex  $k$  gibt an, daß es sich um den charakteristischen Wert handelt (i.a. 5 % oder 95 % Fraktile) und Kopfzeiger  $d$  gibt an, daß es sich um den Bemessungswert handelt. Referenzzeitraum 50 Jahre.



Tab. 8: Teilsicherheitsfaktoren für den Nachweis bei Chloridangriff

Kosten einer Reparatur proportional zu den Kosten der Herstellung der Konstruktion	Hohe Kosten ( $\beta^* = 4,3$ )	Normale Kosten ( $\beta = 2,3$ )	Geringe Kosten ( $\beta = 0,8$ )
$\Delta x$ [mm]	18,0	11,0	4,5
$\gamma_{cr}$	1,10	1,05	1,02
$\gamma_b$	3,30	1,85	1,20
$\gamma_{cs}$	4,10	2,10	1,25

\* $\beta$  = Zielsicherheitsindex

Tab. 9: Prinzipielle Darstellung der Formelapparate für die rechnerische Durchführung von Dauerhaftigkeitsnachweisen

Einwirkung	Nachweisgleichung
Sulfatangriff	$c \geq x(t) = k \cdot t^\alpha$
Alkali-Silica-Reaktion	$c \geq x(t) = t_0 + k \cdot t_i^\alpha$
Frost- und Frost-Tausalz-Angriff	$N_i \geq N = t_0 + k_0 \cdot R$
Karbonatisierung	$c \geq x_c(t) = \sqrt{2 \cdot k_e \cdot k_c \cdot (k_i \cdot R_{ACC,0}^{-1} + \varepsilon_i) \cdot \Delta C_s} \cdot \sqrt{t} \cdot \left(\frac{t_0}{t}\right)^w$
Chloridangriff	$t_a \geq t_i = \left[ \left( \frac{x}{2} \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{C_{cr}}{C_s} \right) \right)^2 \frac{1}{D_0 \cdot k_{e,cl} \cdot k_{c,cl} \cdot t_0^n} \right]^{\frac{1}{1-n}}$

Insbesondere für die Formulierung der probabilistischen Eingangsgrößen liegen umfangreiche wissenschaftliche Arbeiten vor, die vereinfacht werden können. In der Regel sollte man jedoch auch auf Messungen am Bauwerk zurückgreifen. Beispiele für die probabilistische Darstellung des Chloriddiffusionswiderstandes und des kritischen Chloridgehaltes finden sich in Tab. 10 und Tab. 11. Nach der kurzen Vorstellung des Performance Nachweiskonzeptes soll der Nachweis nun an einem Beispiel durchgeführt werden.

Tab. 10: Statistische Angaben zum Chloriddiffusionskoeffizient

$D$ (m <sup>2</sup> /s)			
Lit.	Verteilungstyp	Mittelwert	Variationskoeffizient
[13]	Lognormal	$1,399 \cdot 10^{-11}$	1,84
[18]	Gleich	$0,548 \cdot 10^{-12}$	0,57
[24]	Normal	$2,138 \cdot 10^{-12}$	0,75
[16]	Lognormal	$1,00 \cdot 10^{-12}$	0,04
[5]	Normal	$1,00 \cdot 10^{-12}$	0,10
[5]	Normal	$2,00 \cdot 10^{-12}$	0,10
[5]	Normal	$4,00 \cdot 10^{-12}$	0,10
[6]	Lognormal	$4,10 \cdot 10^{-12}$	0,10
[10]	Normal	$4,75 \cdot 10^{-12}$	0,15

Tab. 11: Statistische Angaben zum kritischen Chloridgehalt

Lit.	Verteilungstyp	$C_{cr}$ in M.-% vom Zement	
		Mittelwert	Variationskoeffizient
[13]	Normal	1,100	0,20
[18]	Uniform	0,120	0,25
[24]	Normal	0,131	0,19
[14]	Lognormal	0,974	0,59
[5]	Normal	0,800	0,12
[5]	Normal	0,900	0,17
[6]	Lognormal	0,270	0,10
[20]	Lognormal	0,400	-
[10]	Normal	0,700	0,10

Tab. 12: Angaben zum Chloridgehalt an der Betonoberfläche von Straßenbrücken

Lit.	Verteilungstyp	$C_s$ in M.-% v. Z.	
		Mittelwert	Variationskoeffizient
[13]	Lognormal	1,70	0,70
[18]	Uniform	0,30	0,19
[24]	Normal	0,51	0,50
[16]		0,04	0,49
[16]		0,65	0,65
[14]		6,14	0,067
[5]	Lognormal	1,28	0,61
[6]	Lognormal	0,3	0,10
[10]	Normal	4,0	0,12

Tab. 13: Statistische Angaben zum Initialchloridgehalt im Beton nach Speck [23]

Baustoff	Norm, Richtlinie, Empfehlung	Zulässiger Chloridgehalt in M-% bezogen auf den jeweiligen Baustoff	die Zementmasse
Zement	DIN 1164 Teil 1	0,10	0,1
Zuschlag für Stahlbeton	DIN 4226 Teil 1	0,04	0,27 <sup>)</sup>
Spannbeton		0,02	0,13
Gesteinsmehl	DIN 4226 Teil 1	0,02	-
Traß	DIN 51043	0,10	-
Betonzusatzmittel für Stahlbeton	DIN 1045 Prüfzeichenrichtlinie	0,00 0,20	0,00 0,01
für Spannbeton		0,1-0,2	0,002
Betonzusatzstoffe	Prüfzeichenrichtlinie	0,1	0,03
Anmachwasser für Stahlbeton	Empfehlung vom	0,20	0,13
Spannbeton	DBV DIN 4227 Teil 1	0,06	0,04

Tab. 14: Statistische Angaben zur Betondeckung

Lit.	Verteilungstyp	x (mm)		A	B
		Mittelwert	Variationskoeffizient		
[13]	Normal	50	0,19		
[18]	Lognormal	50-60-70	0,20		
[24]	Normal	58	0,23		
[16]		50	0,072		
[16]		56	0,2		
[5]	Lognormal	40	0,25		
[5]	Lognormal	45	0,22		
[5]	Lognormal	50	0,20		
[17]	Normal	51,6	0,22		
[1]	Normal	50**	0,12*		
[10]	Betaverteilung	50	0,10	0	225

### 3 Beispiel

#### 3.1 Vorstellung Bauwerk

Dazu wurde eine Betonbrücke aus dem Jahre 1938 als Beispielbauwerk gewählt. Die Brücke besteht aus vier Längsträgern. Diese Längsträger werden an der Unterseite von einem Bogen und an der Oberseite von der Fahrbahnplatte abgeschlossen. Im Bereich des Scheitels verschmelzen Bogen und Fahrbahnplatte zu einem kompakten Betonkörper. In den anderen Bereichen besitzt die Fahrbahnplatte Querunterzüge. Alle Längsträger werden über das Lager hinausgeführt, so daß die Längsträger als rahmenartige Struktur wirken können (Abb. 4).

Die Brücke wird in einem Bogen von der Straße gequert. Die Kragarme der Brücke folgen der Spur der Straße. Deshalb ist der äußere Kragarm in Bogenform ausgebildet, der innere Kragarm zeigt die Bogenform ansatzweise. Zusätzlich ist die Widerlagerbank nicht rechtwinklig zur Brückenlängsachse angeordnet. Auf Grund dieser schwierigen geometrischen Verhältnisse wurde die Brücke mit einem FE-Modell untersucht (Abb. 5). Neben der rechnerischen Untersuchung des Tragverhaltens erfolgte auch eine baustofftechnische Untersuchung, wie z.B. die Ermittlung der Betondruckfestigkeit an Bohrkernen. Dabei erfolgte auch die Ermittlung der Karbonatisierungstiefe und des Chloridgehalts (Tab. 12).

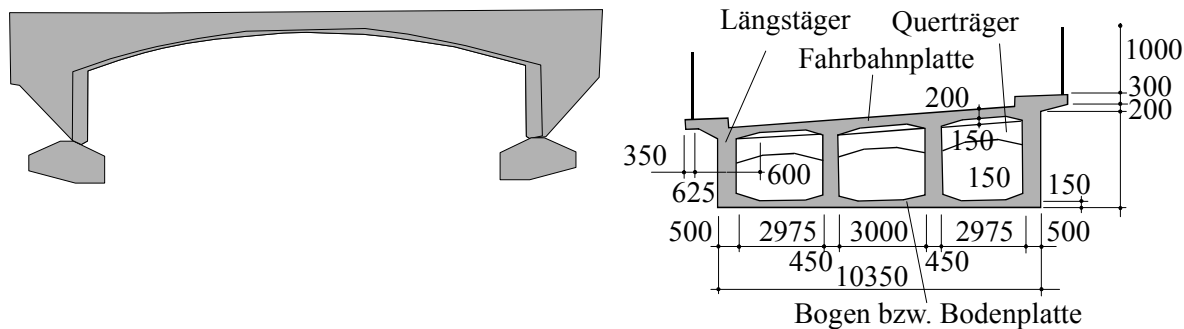


Abb. 4: Ansicht und Querschnitt der Brücke

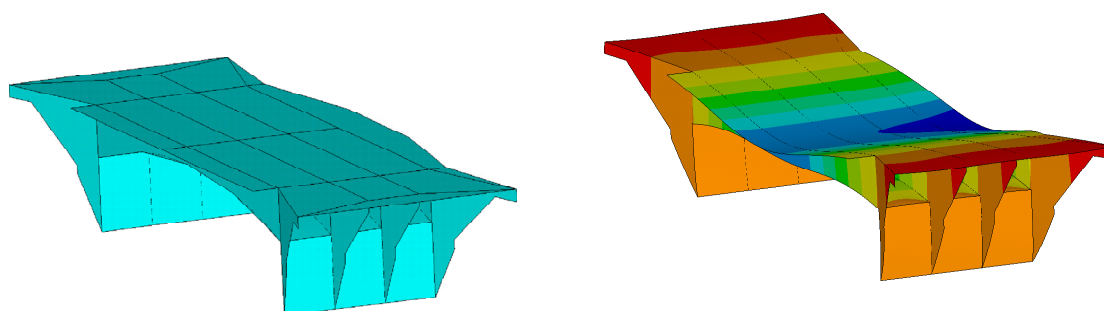


Abb. 5: FE-Modell der Brücke (links Modell und rechts Verschiebungen bei Belastung)

Tab. 15: Angaben zur Karbonatisierungstiefe und dem Chloridgehalt

Bohrung Nr.	Betondeckung in mm	Karbonatisierungstiefe in mm	Chloridgehalt in M-% v. Z.
Bodenplatte	20-25 (außen) 60 (innen)	20-25 (außen) 10-15 (innen)	0,56-0,64
Querunterzug 1	20-25 (innen)	3	
Fahrbahnplatte innen	15	2	
Kragarm oben	75-80	1	0,75-0,85
Kragarm unten	15-20	10-15	
Querunterzug 2	30-65	1	0,26-0,30
Innensteg Hohlkasten	60 (innen)	2	
Außensteg Hohlkasten	35-40 (innen)	3-4	0,15-0,18

### 3.2 Deterministische Lebensdauerbestimmung

#### 3.2.1 Anforderungen nach DIN-Fachbericht

Erste Vergleiche zwischen der vorgefundenen Betonsorte und den gemessenen Betondeckungen zeigen, daß die Dauerhaftigkeitsanforderungen gemäß DIN 1045-1 bzw. DIN-Fachbericht nicht eingehalten sind. So liegt die am Bauwerk ermittelte Betonsorte über-

wiegend etwa bei einem C 25/30. Die erforderliche Betondeckung von  $c_{\min} = 40$  mm ist ebenfalls in großen Bereichen des Tragwerkes nicht eingehalten, wie Tab. 12 zeigt.

Im Gegensatz zu diesen nicht erfüllten Nachweisen war das Bauwerk aber über 60 Jahr in der Lage, die Funktion zu erfüllen. Es stellt sich nun die Frage, ob mit den ermittelten Meßergebnissen am Bauwerk ein Dauerhaftigkeitsnachweis für eine bestimmte Zeitspanne erbracht werden kann. Dazu wird zunächst das Performance Konzept in seiner semi-probabilistischen Form angewandt.

### 3.2.2 Performance Konzept

Für die Brücke werden nicht alle dauerhaftigkeitsbeschränkenden Einwirkungen untersucht, sondern nur die dauerhaftigkeitsbeschränkenden Einwirkungen für den Bewehrungsstahl. Es handelt sich hierbei um den chloridinduzierten und den karbonatisierungsinduzierten Korrosionsangriff.

Zunächst einmal gilt es festzustellen, daß verschiedene Nachweisgleichungen für den chloridinduzierten Korrosionsangriff vorliegen. Diese Ansätze basieren aber in der Regel auf dem Diffusionsansatz, d.h. es handelt sich um einen Konzentrationsausgleich. Die Variationen der Nachweisgleichungen erklären sich durch die unterschiedliche Berücksichtigung von Korrekturfaktoren. Im vorliegenden Fall wurde der DURACRETE bzw. Ansatz von Gehlen gewählt. Die Nachweisgleichung wurde allerdings umgeformt. Damit wird der Nachweis über die Berechnung einer Zeit geführt. Die hier ermittelte Zeit beschreibt diejenige Zeitdauer, bis zu der ein kritischer Chloridgehalt am Stahl entsteht. Neuere Untersuchungen haben aber gezeigt, daß für die Entstehung der Schäden durch Bewehrungskorrosion selbst noch einmal eine gewisse Zeitdauer notwendig wird. Damit unterschätzt das hier verwendete Konzept die Lebensdauer. Mit den gemessenen und einigen gewählten Eingangsgrößen ergibt sich:

$$t_i = \left[ \left( \frac{x}{2} \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{C_{cr} - C_s}{C_i - C_s} \right) \right)^2 \frac{1}{D_0 \cdot k_{e,cl} \cdot k_{c,ct} \cdot t_0^n} \right]^{\frac{1}{1-n}}$$

Die einzelnen Variablen bedeuten:

$t_i$  Zeitdauer, bis ein kritischer Chloridgehalt am Bewehrungsstahl erreicht wird, in Jahren

$x$  Betondeckung in cm,

$C_{cr}$  kritischer Chloridgehalt in Masseprozent Bindemittel,

$C_s$  Chloridgehalt an der Oberfläche in Masseprozent Bindemittel,

$C_i$  Chloridgehalt im frischen Beton in Masseprozent Bindemittel,

$D_0$  Diffusionskoeffizient in  $\text{cm}^2/\text{Jahr}$ ,

$k_e$  Parameter zur Berücksichtigung der Umweltbedingungen,

$k_{ct}$  Parameter zur Berücksichtigung der Nachbehandlung des Betons,

$t_0$  Zeitpunkt zur Messung des Diffusionskoeffizienten in Jahren.

Für einige Eingangsgrößen liegen keine Werte vor. Deshalb werden fehlende Größen in Anlehnung an die Arbeit von Engelund und Faber [5] gewählt. Damit ergibt sich für die Brücke:

$$t_i = \left[ \left( \frac{3,5 \text{ cm}}{2} \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{0,6 - 0,18 \% Z.}{0,896 - 0,18 \% Z.} \right) \right)^2 \frac{1}{0,315 \frac{\text{cm}^2}{\text{Jahr}} \cdot 0,92 \cdot 0,79 \cdot 0,0787^{0,37}} \right]^{\frac{1}{1-0,37}}$$

$$t_i = 43 \text{ Jahre}$$

Es handelt sich hierbei um einen Mittelwert. Berücksichtigt man die bereits genannten Teilsicherheitsfaktoren für den Fall, daß geringe Schadenskosten auftreten, so ergibt sich:

$$t_i = \left[ \left( \frac{x}{2} \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{\frac{C_{cr,k}}{\gamma_{Ccr}} - C_i}{C_{s,k} \cdot \gamma_{Cs} - C_i} \right) \right)^2 \frac{1}{D_{0,k} \cdot \gamma_D \cdot k_{e,cl} \cdot k_{c,ct} \cdot t_0^n} \right]^{\frac{1}{1-n}}$$

$$t_i = \left[ \left( \frac{2}{3,5 \text{ cm} - 0,5 \text{ cm}} \operatorname{erf}^{-1} \left( 1 - \frac{\frac{0,6}{1,02} - 0,18 \% Z. \cdot 1,25}{0,896 - 0,18 \% Z. \cdot 1,25} \right) \right)^2 \frac{1}{\frac{0,315}{1,20} \frac{\text{cm}^2}{\text{Jahr}} \cdot 0,92 \cdot 0,79 \cdot 28^{0,37}} \right]^{\frac{1}{1-0,37}}$$

$$t_i = 8,5 \text{ Jahre}$$

Bei einer Größenordnung von ca. 10 Jahren erscheint es günstig, die Zeitdauer vom Erreichen der kritischen Chloridkonzentration am Stahl bis zum Auftreten eines Schadens mit zu berücksichtigen. Als Schaden definieren ENGELUND und FABER [5] einen Riß durch Bewehrungskorrosion größer 1 mm. Dann vergrößert sich die Lebensdauer um den Betrag  $t_p$

$$t_p = \left( \frac{w_{cr} - w_0}{\beta} + \left( 74,4 + 7,3 \cdot \frac{x}{d} - 17,4 \cdot f_{sp,c} \right) \cdot \left( \left( \frac{m_0}{\rho} \cdot \alpha \cdot F_{cl} \right) \cdot w_t \right)^{-1} \right)$$

$$\rho = \rho_0 \left( \frac{t}{t_0} \right)^{n_{res}} \cdot k_{c,res} \cdot \left( \frac{1}{1 + 0,025(T - 20)} \right) \cdot k_{RH,res} \cdot k_{cl,res}$$

Die Werte bedeuten:

$t_p$  Zeitdauer vom Erreichen des kritischen Chloridgehaltes bis zur Entstehung einer kritischen Rißgröße in Jahren,

$w_{cr}$  kritische Rißgröße (1 mm),

$w_0$  Startrißgröße (0,25 mm),

$x$  Betondeckung in mm,

$d$  Stahldurchmesser in mm,

$f_{sp,c}$  Spaltzugfestigkeit des Betons in MPa,

$m_0$  Konstante (882  $\mu\text{m} \cdot \Omega\text{m}/\text{Jahr}$ ),

$F_{cl}$  Korrosionsrate bei chloridinduzierter Korrosion (2,63),

$w_t$  Relativer Feuchtezeitraum in Jahren,

$t$  Alter des Betons, aber nicht mehr als 1 Jahr,

$t_0$  Alter des Betons zum Zeitpunkt der Messung des elektrischen Widerstandes in Jahren,

$k_{c,res}$  Faktor zur Berücksichtigung der Nachbehandlung,

$T$  mittlere Temperatur (10 ° Celsius gewählt),  
 $k_{RH,res}$  Faktor zur Berücksichtigung der Luftfeuchtigkeit,  
 $k_{cl,res}$  Faktor zur Berücksichtigung der Chloridbeaufschlagung,  
 $\rho_0$  Elektrischer Widerstand (77  $\Omega m$ ),  
 $\alpha$  Lochfraßfaktor (9,28),  
 $n_{res}$  Konstante (0,23),  
 $K$  Konstante (0,025 °C<sup>-1</sup>).

Auch hier müssen wieder Werte gewählt werden, da keine Messungen vorliegen. Damit ergibt sich:

$$\rho = 77 \cdot \left( \frac{1}{0,0767} \right)^{0,23} \cdot 1,0 \cdot \left( \frac{1}{1+0,025(10-20)} \right) \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 185,32$$

$$t_p = \left( \frac{1-0,25}{0,0086} + \left( 74,4 + 7,3 \cdot \frac{3,5}{8} - 17,4 \cdot 2,5 \right) \right) \cdot \left( \left( \frac{882}{185,32} \cdot 9,28 \cdot 2,63 \right) \cdot 0,50 \right)^{-1} = 2,1 \text{ Jahre}$$

Damit ergibt sich insgesamt eine Lebensdauer von ca. 10 Jahren.

Die zweite dauerhaftigkeitsbeschränkende Einwirkung, die untersucht werden soll, ist der karbonatisierungsinduzierte Korrosionsangriff. Die Tiefe der Karbonatisierungsfront, die zu einer  $ph$ -Wertveränderung im Beton führt, kann mit dem Wurzel- $t$ -Gesetz beschrieben werden. Damit erhält man für die Lebensdauer [15]:

$$x = k \cdot \sqrt{t} \Rightarrow t = \frac{x^2}{k^2}$$

Mit einer gemessenen Karbonatisierungstiefe von 15 mm nach 60 Jahren ergibt sich für  $k = 1,94$ . Die Lebensdauer beträgt dann:

$$t = \frac{x^2}{k^2} - 60 \text{ Jahre} = \frac{35^2}{1,94^2} - 60 \text{ Jahre} = 266 \text{ Jahre}$$

Ein deutlich umfangreicheres Modell beschreibt der CEB und Gehlen [8], [10], [9]. Hierbei wird der Faktor  $k$  aufgesplittet.

$$c \geq x(t) = \sqrt{2 \cdot k_e \cdot k_c \cdot (k_t \cdot R_{ACC,0}^{-1} + \varepsilon_t) \cdot \Delta C_s} \cdot \sqrt{t} \cdot \left( \frac{t_0}{t} \right)^w$$

$$\text{mit } ToW = \frac{d_{2,5}}{365}$$

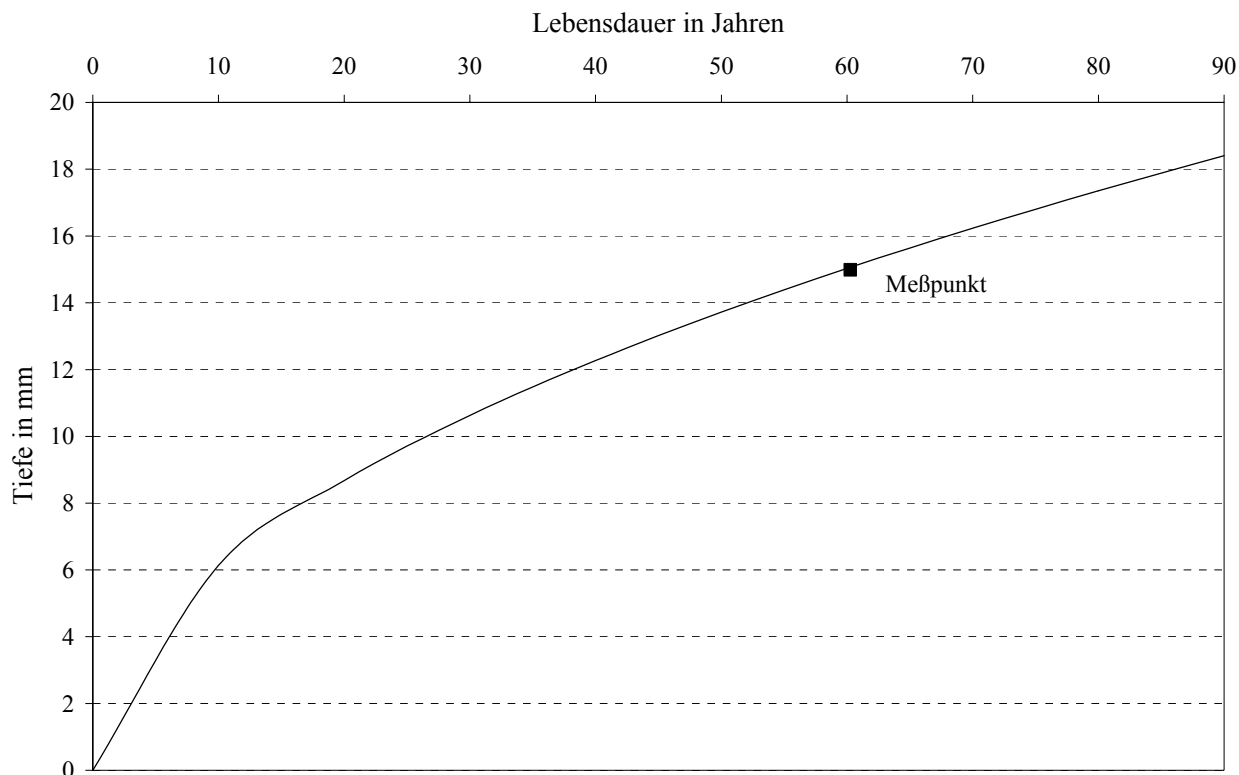


Abb. 6: Darstellung der Karbonisierungstiefe über die Zeit mit eingetragendem Meßpunkt bei Gültigkeit des Wurzel- $t$ -Gesetzes

Die einzelnen Variablen bedeuten:

$t$  Zeitdauer, bis die Karbonisierungsfront den Bewehrungsstahl erreicht, in Jahren,

$x$  Betondeckung in m,

$k_e$  Berücksichtigung der Feuchteabhängigkeit des Karbonisierungswiderstandes,

$k_c$  Berücksichtigung der Nachbehandlung auf den Karbonisierungswiderstand,

$k_t$  Karbonisierungswiderstand unter Laborbedingungen zu realen Bedingungen,

$\Delta C_s$   $\text{CO}_2$ -Konzentrationsgradient,

$\varepsilon_t$  Fehlerterm,

$R_{ACC,0}^{-1}$  Inverser Karbonisierungswiderstand von trockenem Beton unter definierten Prüfbedingungen nach der Schnellkarbonisierungsmethode.

Vernachlässigt man in dieser Formel den Anteil aus Regen, so kann man die Formel sehr einfach wieder nach der Zeit umformen:

$$t = \frac{x_c^2}{2 \cdot k_e \cdot k_c \cdot (k_t \cdot R_{ACC,0}^{-1} + \varepsilon_t) \cdot \Delta C_s}$$

Die einzelnen Faktoren ergeben sich zu:



$$k_e = \frac{\left(1 - \left(\frac{RH_{ist}}{100}\right)^{f_e}\right)}{\left(1 - \left(\frac{RH_{ist}}{100}\right)^{f_e}\right)} \text{ und } k_c = a_c \cdot t_c^{b_c}. \text{ Damit ergibt sich}$$

$$t = \frac{x_c^2}{2 \cdot \frac{\left(1 - \left(\frac{RH_{ist}}{100}\right)^{f_e}\right)}{\left(1 - \left(\frac{RH_{ist}}{100}\right)^{f_e}\right)} \cdot a_c \cdot t_c^{b_c} \cdot (k_t \cdot R_{ACC,0}^{-1} + \varepsilon_t) \cdot \Delta C_S}$$

Für die vorliegende Brücke liegen nicht genügend Daten für die einzelnen Eingangsgrößen vor. Deshalb werden zahlreiche Werte, basierend auf verschiedenen Veröffentlichung, geschätzt. Dabei erhält man für die Lebensdauer

$$t = \frac{0,035^2}{2 \cdot \frac{\left(1 - \left(\frac{80}{100}\right)^5\right)^{2,5}}{\left(1 - \left(\frac{65}{100}\right)^5\right)} \cdot 2 \cdot (1,25 \cdot 7 \cdot 10^{-11} + 1 \cdot 10^{-11}) \cdot 8,2 \cdot 10^{-11}} = 234 \text{ Jahre.}$$

Vergleicht man die ermittelten Lebensdauern für die karbonatisierungsinduzierte und die chloridinduzierte Korrosion, so liegt die durch die chloridinduzierte Korrosion begrenzte Lebensdauer für die Konstruktion eine Zehnerpotenz unter der Lebensdauer begrenzt durch karbonatisierungsinduzierte Korrosion. Es erscheint deshalb sinnvoll, die Nachweise der chloridinduzierten Korrosion mit einem anderen Sicherheitskonzept durchzuführen, um mögliche rechnerische Reserven zu erschließen. Das zeigten bereits die ermittelten Lebensdauern mit und ohne Sicherheitsfaktoren. Dieses veränderte Sicherheitskonzept soll das probabilistische Sicherheitskonzept sein. Damit wird der Nachweis vom Vergleich von Jahren zum Vergleich von Wahrscheinlichkeiten bzw. Sicherheitsindizes verschoben.

### 3.3 Probabilistische Lebensdauerbestimmung

Die probabilistische Berechnung soll im folgenden mit dem Programm EXCEL durchgeführt werden. In das Programm ist standardmäßig ein Funktionsextremwertsucher eingebaut, der im folgenden zur Ermittlung des Sicherheitsindex verwendet werden soll. Der Extremwertsucher findet sich im Menü Extras unter Solver. Sollte in dem Menü kein Punkt Solver vorhanden sein, so muß im Menüpunkt Extras im Untermenüpunkt Add-Ins der Solver aktiviert werden.

Abb. 7 zeigt den Bildschirmaufbau. Der Zelleninhalt von B5 lautet:

```
=C12-C13+C16*(1-GAUSSFEHLER(C14/(2*C15*C17*C18*0,0787^0,37*40)))
```

Der Zelleninhalt von B7 lautet:

```
=WURZEL(MMULT(MTRANS(F12:F18);MMULT(MINV(B21:H27);(F12:F18))))
```

Wenn dieser Zelleninhalt für eine Problemanpassung verändert werden muß, so ist die Bearbeitung in der Zelle nicht mit ENTER zu beenden, sondern mit STRG-UMSCHALT-ENTER. Ansonsten erhält man die Fehlermeldung #Wert im Feld B7.

Der Zelleninhalt von B9 lautet:

$$=NORMVERT(B7; 0; 1; FALSCH) .$$

Der Zelleninhalt von F12 lautet:

$$= (C12 - D12) / E12 .$$

Die Datei wird auf Anfrage durch die Autoren zur Verfügung gestellt.

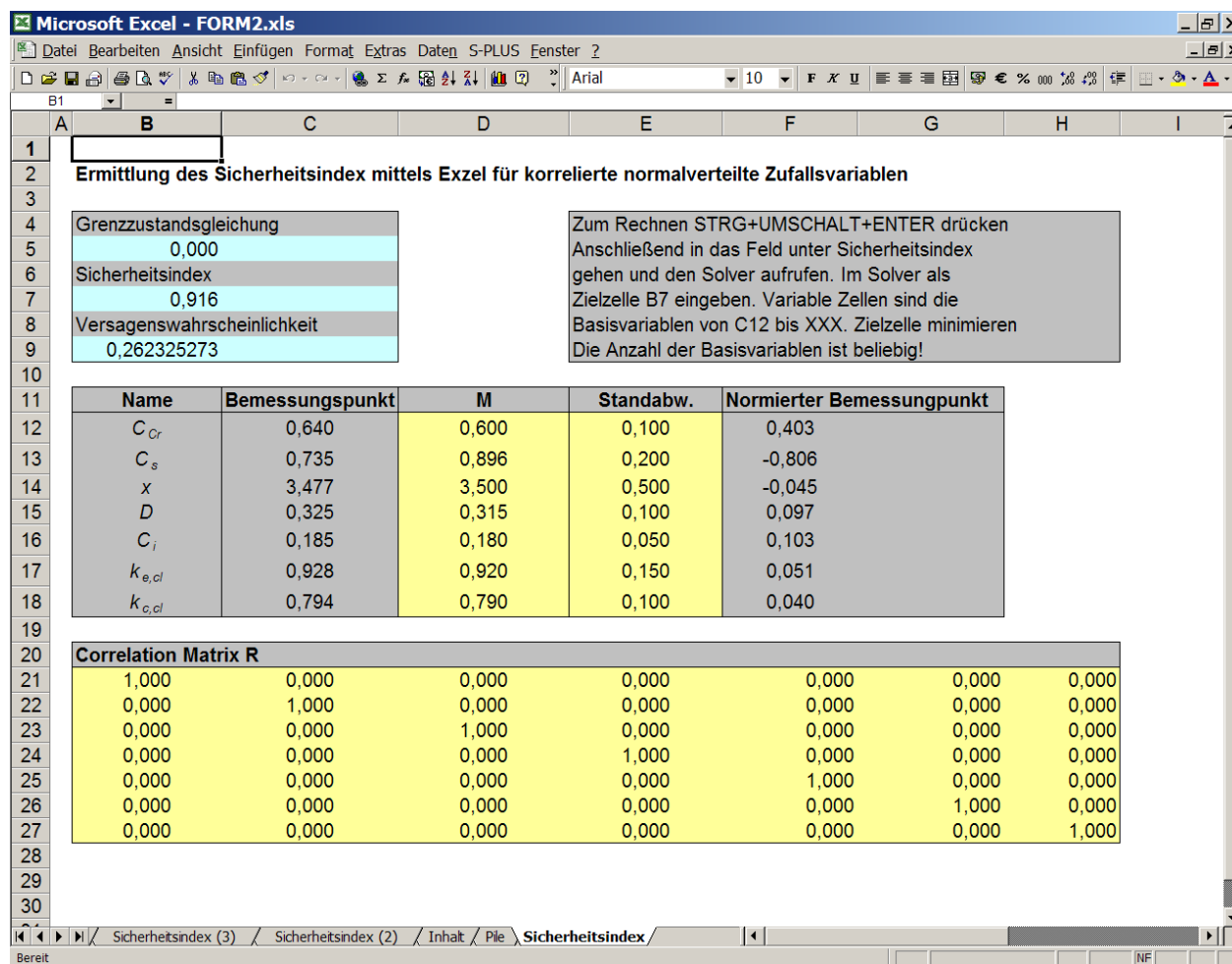


Abb. 7: Bildschirm für die Berechnung des Sicherheitsindex mit dem Programm EXCEL

Die Ergebnisse der sehr einfachen probabilistischen Berechnung sind in Tab. 12. dargestellt. Da für die Brücke keine Werte vorliegen, wurden die entsprechenden Eingangsgrößen aus verschiedenen Veröffentlichung gewählt. Außerdem wurden vereinfachend keine Korrelationen und ausschließlich Normalverteilungen verwendet. Berücksichtigt man weiterhin die geringe Anzahl der Materialversuche und die hohe ermittelte operative Versagenswahrscheinlichkeit von ca. 0,2 für die nächsten 20 Jahre, so muß man davon ausgehen, daß in etwa in zehn Jahren in einigen lokalen Bereich chloridinduzierte Korrosion auftreten wird.

Tab. 12: Sicherheitsindex für die Brücke

Lebensdauer in Jahren	Sicherheitsindex	Operative Versagenswahrscheinlichkeit
10	1,31	0,167
20	1,17	0,199
30	1,02	0,236
40	0,93	0,262

Aus Sicht der Verfasser erscheint es daher sinnvoll, dauerhaftigkeitsverbessernde Maßnahmen an der Brücke durchzuführen. Gleichzeitig sollte dem Leser aber auch ein Eindruck über den zu erwartenden rechnerischen Aufwand bei der Durchführung solcher Nachweise gegeben werden. Zusätzlich müßten diese Berechnungen noch von zahlreichen weiteren Versuchen begleitet werden.

## 4 Ausblick

### 4.1 Migrationsverhalten im ungerissenen Beton

Trotz der zahlreichen und inzwischen auch in der Praxis verwendeten Modelle zur Beschreibung von numerischen Dauerhaftigkeitsnachweisen bestehen nach wie vor zahlreiche Fragen. Die vorgestellten Nachweise für das Eindringen von Chlorid in Beton und die Wanderung der Karbonatisierungsfront basieren im wesentlichen auf Diffusionsansätzen. Neuere Untersuchungen, wie z.B. die Arbeiten von SETZER, zeigen aber, daß die Diffusion nur ein Migrationsantrieb darstellt. Die Leistung des Migrationsantrieb Mikro-Eislinsen-Pumpe wird in den bisherigen Gleichungen nicht berücksichtigt. Auf Grund des Bewußtseins mangelnder Kenntnisse über das Wanderungsverhalten im Beton hat die Deutsche Forschungsgemeinschaft verschiedene Forschungsprojekte dazu gestartet. Hier seien genannt:

- SPP 1122: Vorhersage des zeitlichen Verlaufs von physikalisch-technischen Schädigungsprozessen an mineralischen Werkstoffen
- SFB 477: Sicherstellung der Nutzungsfähigkeit von Bauwerken mit Hilfe innovativer Bauwerksüberwachung
- SFB 524: Werkstoffe und Konstruktionen für die Revitalisierung von Bauwerken
- SFB 398: Lebensdauerorientierte Entwurfskonzepte unter Schädigungs- und Deteriorationsaspekten.

Auf Grund der erheblichen Investitionen in die Schädigungsforschung von Baustoffen ist zu erwarten, daß in den nächsten Jahren verbesserte Methoden vorgestellt werden, die die Nachweise der Dauerhaftigkeit entweder vereinfachen oder die Prognosequalität erheblich verbessern.

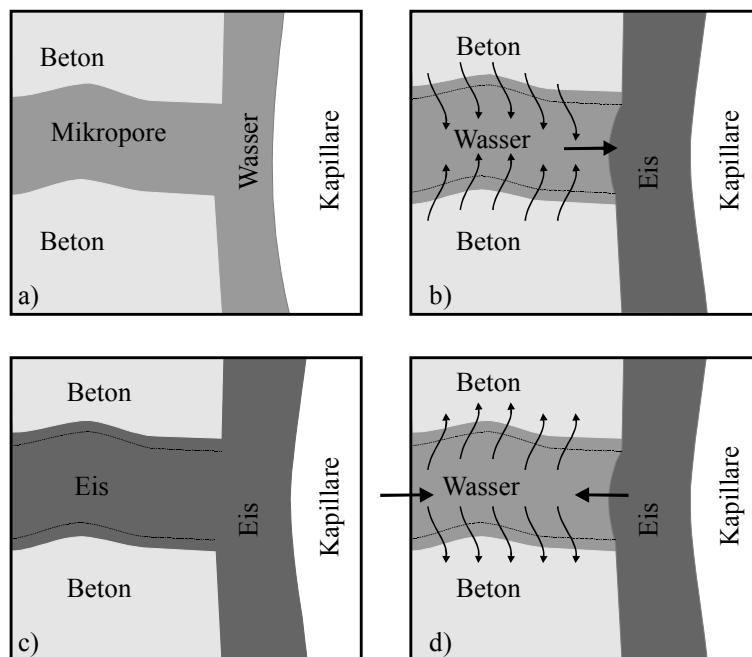


Abb. 8: Mikroislinsenpumpe nach SETZER [22]

## 4.2 Migrationsverhalten im gerissenen Beton

Dies betrifft auch das Migrationverhalten in Rissen. Die im Rahmen dieses Artikels präsentierten Ansätze gelten für ungerissenen Beton. Gerade aber in gerissenen Beton kann eine erhöhte Migrationgeschwindigkeit beobachtet werden [28], die durch die Wahl zulässiger Rißbreiten begrenzt wird. Es sei an dieser Stelle erwähnt, daß die Betondeckung einen mehr als doppelt so hohen Einfluß auf die Migrationgeschwindigkeit besitzt wie die Rißbreite [21].

## 4.3 Einbau von neuen Materialien

Um die Problematik der Dauerhaftigkeitsbeschränkung zu umgehen, kann es sinnvoll sein, Materialien zu verwenden, die keinen oder anderen dauerhaftigkeitsbeschränkenden Einwirkungen unterliegen. Dadurch kann es unter Umständen möglich sein, die Dauerhaftigkeitsprobleme zu verschieben. Ein solcher Ansatz wird im Rahmen an der Technischen Universität Dresden im Rahmen der Entwicklung von textilbewehrten Beton vorangetrieben (Abb. 9).

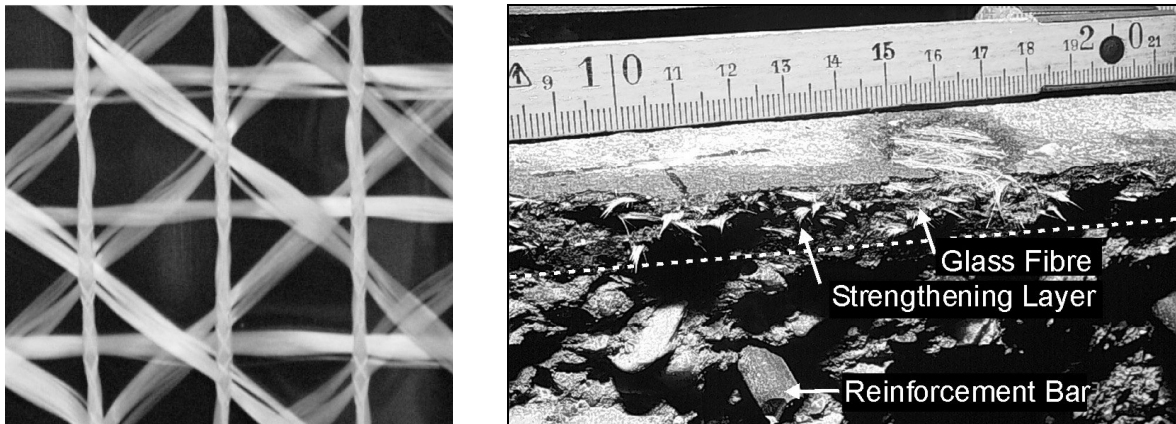


Abb. 9: Textilbewehrung links und textilbewehrte Betonschicht auf einer verstärkten Platte nach einem Biegeversuch (rechts)

#### 4.4 Dauerhaftigkeitsverbessernde Maßnahmen

Eine weitere Möglichkeit zur Verlängerung der Lebensdauer ist die Durchführung dauerhaftigkeitsverbessernder Maßnahmen. So ist heute der Chloridgehalt innerhalb des Betons reversibel geworden [25]. Durch geeignete technische Vorrichtungen kann der Chlorid quasi wieder aus dem Beton herausgesaugt werden. Insbesondere für Parkhäuser wurden in den letzten Jahrzehnten zahlreiche hochwertige Beschichtungssysteme entwickelt, die ebenfalls das Eindringen dauerhaftigkeitsbeschränkender Einwirkungen verhindern und damit eine dauerhaftigkeitsverbessernde Wirkung erzielen.

### 5 Zusammenfassung

Auf Grund des gewaltigen Baubestandes in den Industrieländern und der in zunehmendem Maße zu beobachtenden Einschränkung der Neubauaktivitäten richtet sich der Blick des Bausektors auf die Modifikation und Erhaltung von Bauwerken. Hierbei müssen die Bauwerke nicht nur eine gewisse Funktionsflexibilität aufzeigen, sondern auch eine entsprechende Lebensdauer besitzen. Die Nachweise der Lebensdauer werden in Zukunft weiter an Bedeutung gewinnen. Die hier vorgestellten Verfahren stellen eine Möglichkeit der genaueren Erfassung der Lebensdauer dar. Nach der Ermittlung der Restlebensdauer wird es notwendig sein, aus einem Pool von Maßnahmen die geeignete zu wählen. Auch die Wahl der Maßnahmen darf im Augenblick als ein sehr dynamisches Feld angesehen werden. Abschließend kann festgestellt werden, daß die probabilistische Erfassung der Lebensdauer von Bauwerken ein Hilfsmittel in dem wachsenden Markt der Beurteilung und Behandlung der Lebensdauer von Bauwerken ist.

### 6 Literatur

- [1] Bach, T.: *Tragfähigkeitsnachweis von Stahlbetonquerschnitten bei Biegebeanspruchung mit und ohne Längskraft auf der Grundlage der Zuverlässigkeitstheorie der Stufe II*. Dissertation. Technische Universität Dresden, 1991

- [2] Bunte, D.: Die Prognose der Lebensdauer von Stahlbetonaußenbauteilen. *Technologie und Anwendung der Baustoffe*, Zum 60. Geburtstag von Ferdinand S. Rostasy, Hrsg. H. Budelmann, Ernst & Sohn Verlag, Berlin, 1992, Seite 153-158
- [3] Bunte, D.: *Zum karbonatisierungsbedingten Verlust der Dauerhaftigkeit von Außenbauteilen aus Stahlbeton*. Deutscher Ausschuß für Stahlbeton, Heft 436. Beuth Verlag, Berlin 1993
- [4] Edvarsen, C.K.: *Wasserdurchlässigkeit und Selbstheilung von Trennrissen in Beton*. Deutschen Ausschuß für Stahlbeton, Heft 455, Beuth-Verlag, Berlin 1996
- [5] Englund, S.; Faber, M.H.: Development of a Code for Durability Design of Concrete Structures. *Application of Statistics and Probability (ICASP 8)*, Sydney, 1999, Band 2, Seite 965-972
- [6] Enright, M.P.; Frangopol, D.M. & Gharaibeh, E.S.: Reliability of Bridges under Aggressive Conditions. *Application of Statistics and Probability (ICASP 8)*, Sydney, 1999, Band 1, Seite 323-330
- [7] Faber, M. H.; Gehlen, Ch.: Probabilistischer Ansatz zur Beurteilung der Dauerhaftigkeit von bestehenden Stahlbetonbauten. *Beton- und Stahlbetonbau* 97, 2002, Heft 8, Seite 421-429
- [8] Gehlen, Ch.: Lebensdauerbemessung – Zuverlässigkeitsberechnungen zur wirksamen Vermeidung von verschiedenartig induzierter Bewehrungskorrosion. *Beton- und Stahlbetonbau* 96, 2001, 7, Seite 478-487
- [9] Gehlen, Ch.: *Probabilistischer Ansatz zur Beurteilung der Dauerhaftigkeit von bestehenden Stahlbetonbauten*. Deutschen Ausschuß für Stahlbeton, Heft 510, Beuth Verlag, Berlin 2000
- [10] Gehlen, Ch.; Schießl, P.: Probability-based durability design for the Western Scheldt Tunnel. *Structural Concrete. Journal of the fib*, Volume 1, Nr. 2, June 1999, Seite 1-7
- [11] Gehlen, Ch.; Schießl, P.; Pabsch, G.: Probabilistic Service Life Design: Application of the DURACRETE-Approach to Existing Structures. *fib-Symposium: Concrete & Environment*, Berlin 3-5. Oktober 2001.
- [12] Hergenröder, M.: Zur statistischen Instandhaltungsplanung für bestehende Betonbauwerke bei Karbonatisierung des Betons und bei möglicher Korrosion der Bewehrung. *Berichte aus dem Konstruktiven Ingenieurbau* 4/92, Technische Universität München, 1992
- [13] Karimi, A.R. & Ramachandran, K.: Probabilistic Estimation of Corrosion in Bridges due to Chlorination. *Application of Statistics and Probability (ICASP 8)*, Sydney, 1999, Band 2, Seite 681-688
- [14] Leira, B.J. & Lindgard, J.: Statistical Analysis of Laboratory Test Data for Service Life Prediction of Concrete subjected to Chloride Ingress. *Application of Statistics and Probability (ICASP 8)*, Sydney, 1999, Band 1, Seite 291-296
- [15] M. Holický, H. Mihashi: Stochastic Optimisation of Concrete Cover exposed to Carbonation. *Application of Statistics and Probability (ICASP 8)*, Sydney, 1999, Band 1, Seite 279-284

- 
- [16] McGee, R.W.: Modelling of Durability Performance of Tasmanian Bridge. *Application of Statistics and Probability* (ICASP 8), Sydney, 1999, Band 1, Seite 297-306
- [17] Morgan, P.R., Ng, T.E., Smith, N.H.M. & Base, G.D.: Statistical Description of Strength of Concrete. *Journal of the Structural Division*. ASCE, 105 (St 6), 1979, Seite 1021-1037
- [18] Rackwitz, R. & Balaji Rao, K.: Numerical Computation of Mean Failure Times for locally non-stationary Failure Modes. *Application of Statistics and Probability* (ICASP 8), Sydney, 1999, Band 1, Seite 159-165
- [19] Schießl, P.; Gehlen, Ch.: Carbonatisierung des Betons – Von der Modellierung zur Dauerhaftigkeitsbemessung. *Massivbau 2002*, Forschung, Entwicklungen und Anwendungen. Sonderpublikation Bauingenieur, Hrsg. Konrad Zilch, Seite 138-158
- [20] Schießl, P.; Gehlen, Ch.: Modellierung von Schadensvorgängen als Grundlage für eine Dauerhaftigkeitsbemessung. *Betonbau in Forschung und Praxis*. Festschrift zum 60. Geburtstag von György Iványi, Verlag Bau + Technik GmbH, Düsseldorf, 1999, Seite 317-321
- [21] Schießl, P.; Gehlen, Ch.; Sodeikat, Ch.: Dauerhafter Konstruktionsbeton für Verkehrsbauten. *Betonkalender 2004*, Seite 156-220
- [22] Setzer, M.J.: Mikroislinsenbildung und Frostscha den. *Werkstoffe im Bauwesen – Theorie und Praxis* – Hans-Wolf Reinhardt, Hrsg. R. Eligehausen, ibidem-Verlag, Stuttgart 1999, Seite 397-413
- [23] Speck, K.: *Verwendung von Abprodukten der chemischen Industrie als Betonzusatz/Zuschlag*. Diplomarbeit. Lehrstuhl für Massivbau. Technische Universität Dresden, 1998
- [24] Stewart, M.G. & Kim Anh T.Vu: Structural Reliability Model for Deterioration of Concrete Bridges. *Application of Statistics and Probability* (ICASP 8), Sydney, 1999, Band 1, Seite 315-322
- [25] Wietek, B.: Langzeitverhalten von Stahlbeton bei kathodischem Korrosionsschutz. *Beton- und Stahlbetonbau* 98, 2003, Heft 9, Seite
- [26] Friedmann, H.; Amiri, O.; Ait-Mokhtar, A.; Dumargue, P.: A direct method for determining chloride diffusion coefficient by using migration test. *Cement and Concrete Research*, Volume 34, Issue 11, November 2004, Seite 1967-1973
- [27] Poupard, O.; Ait-Mokhtar, A.; Dumargue, P.: Corrosion by chlorides in reinforced concrete: Determination of chloride concentration threshold by impedance spectroscopy. *Cement and Concrete Research*, Volume 34, Issue 6, June 2004, Seite 991-1000
- [28] Ismail, M.; Toumi, A.; François, R.; Gagné, R.: Effect of crack opening on the local diffusion of chloride in inert materials. *Cement and Concrete Research*, Volume 34, Issue 4, April 2004, Seite 711-716

