

ON POTENTIAL REPRESENTATIONS OF THE DISTRIBUTION LAW OF RARE STRONGEST EARTHQUAKES

M. V. Rodkin¹, V. F. Pisarenko¹, Ngo Thi Lu², T. A. Rukavishnikova¹

¹*Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics RAS, Moscow, Russia*

²*Institute of Geophysics of Vietnam Academy of Science and Technology, Hà Nội, Vietnam*

Abstract: Assessment of long-term seismic hazard is critically dependent on the behavior of tail of the distribution function of rare strongest earthquakes. Analyses of empirical data cannot however yield the credible solution of this problem because the instrumental catalogs of earthquake are available only for a rather short time intervals, and the uncertainty in estimations of magnitude of paleoearthquakes is high. From the available data, it was possible only to propose a number of alternative models characterizing the distribution of rare strongest earthquakes. There are the following models: the model based on the Gutenberg – Richter law suggested to be valid until a maximum possible seismic event (M_{\max}), models of 'bend down' of earthquake recurrence curve, and the characteristic earthquakes model. We discuss these models from the general physical concepts supported by the theory of extreme values (with reference to the generalized extreme value (GEV) distribution and the generalized Pareto distribution (GPD) and the multiplicative cascade model of seismic regime. In terms of the multiplicative cascade model, seismic regime is treated as a large number of episodes of avalanche-type relaxation of metastable states which take place in a set of metastable sub-systems.

The model of magnitude-unlimited continuation of the Gutenberg – Richter law is invalid from the physical point of view because it corresponds to an infinite mean value of seismic energy and infinite capacity of the process generating seismicity. A model of an abrupt cut of this law by a maximum possible event, M_{\max} is not fully logical either.

A model with the 'bend-down' of earthquake recurrence curve can ensure both continuity of the distribution law and finiteness of seismic energy value. Results of studies with the use of the theory of extreme values provide a convincing support to the model of 'bend-down' of earthquakes' recurrence curve. Moreover they testify also that the 'bend-down' is described by the finite distribution law, i.e. the bend-down occurs more efficiently than it is envisaged in the commonly used model developed by Y. Kagan (which treats the bend-down as an exponential decay law). However, despite the finiteness of the distribution law, density of magnitudes decline quite slowly in the area close to the maximum possible M_{\max} event as $(M_{\max} - M)^n$, where n varies in the range between 4 and 6 in the majority of cases. As a result M_{\max} value can be estimated only with a large error. In rare cases, if the space-and-time area under study contains higher number of strongest earthquakes, the empirical distribution law becomes close to the exponential law; in this case n value is quite high, and M_{\max} values becomes unstable and tend to infinite growth.

In our study, the distribution law of strongest earthquakes was investigated by the methods based on the extreme values theory (world data and several regional catalogues were examined), and the results of calculation do not reveal cases of occurrence of characteristic events. However, such a seismic regime was revealed in a number of cases from paleoseismicity data and from some instrumental regional catalogues. Conditions providing for the occurrence of characteristic earthquakes are studied here using the multiplicative cascade model. According to [Rodkin, 2011], this model provides the simulation of all known regularities of seismic regime, such as a decrease in b -value in the vicinity of strong earthquakes, development of aftershock power cascade, and existence of seismic cycle and foreshock activity. This article considers an extension of the cascade model by adding of non-linear members in the kinetic cascade equation in order to describe effects of the 'bend-down' of the earthquake recurrence curve and the characteristic earthquakes occurrence. It is shown that in terms of the multiplicative cascade model, the occurrence of characteristic earthquakes is connected with development of the nonlinear positive feedback between the size of the current rupture zone and the rate of its further growth.

The modelling results are compared with data on seismicity of the South-Eastern Asia, which suggest that the regime providing the occurrence of characteristic earthquakes appears to be typical of the seismic regime of subduction zones (while it is not observed outside such zones). It is concluded that the non-linear positive feedback that controls the possibility of occurrence of characteristic earthquakes may be caused with the presence of deep fluids of increased concentration in the subduction zones.

Key words: rare strongest earthquakes, distribution law, finite law, characteristic earthquakes, multiplicative cascade.

Recommended by S.I. Sherman

Citation: Rodkin M.V., Pisarenko V.F., Ngo Thi Lu, Rukavishnikova T.A. 2014. On potential representations of the distribution law of rare strongest earthquakes. *Geodynamics & Tectonophysics* 5 (4), 893–904. doi:10.5800/GT-2014-5-4-0161.

О ВОЗМОЖНЫХ РЕАЛИЗАЦИЯХ ЗАКОНА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ РЕДКИХ СИЛЬНЕЙШИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ

М. В. Родкин¹, В. Ф. Писаренко¹, Нго Тхи Лы², Т. А. Рукавишникова¹

¹ Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН, Москва, Россия

² Геофизический институт, Ханой, Вьетнам

Аннотация: Принципиальное значение для оценки долгосрочной сейсмической опасности имеет поведение хвоста функции распределения редких сильнейших землетрясений. Краткость инструментальных каталогов землетрясений и большая погрешность определения магнитуд палеоземлетрясений не дают возможности надежно исследовать этот вопрос на основе эмпирических данных. На основе таких данных оказалось возможным только сформулировать несколько альтернативных моделей распределения редких сильнейших землетрясений. Наиболее распространенными моделями являются следующие: модель продолжения выполнимости обычного закона Гуттенберга – Рихтера вплоть до некоторого максимально возможного события M_{\max} , модели с загибом вниз графика повторяемости землетрясений, модель реализации характеристических землетрясений. В статье эти модели анализируются на основе общих физических соображений, теоретических представлений, следующих из теории экстремальных значений (на основе использования Обобщенного распределения максимальных значений (GEV) и Обобщенного распределения Парето (GPD), и модели описания сейсмического режима мультипликативным каскадом. Последняя модель трактует сейсмический режим как совокупность эпизодов лавинообразной реализации (релаксации) метастабильных состояний, протекающих на множестве метастабильных подсистем.

Модель неограниченного по магнитуде продолжения обычного закона Гуттенберга – Рихтера заведомо неточна, так как отвечает бесконечным значениям величин сейсмической энергии и мощности сеймогенерирующего процесса. При этом модель резкого обрезания этого закона некоторым максимально возможным событием M_{\max} также не вполне логична.

Модель с загибом вниз графика повторяемости землетрясений позволяет обеспечить как непрерывность закона распределения, так и конечность величин сейсмической энергии. Результаты применения теории экстремальных значений весомо подкрепляют модель загиба вниз графика повторяемости. При этом выявляется, что загиб описывается конечным законом распределения, то есть оказывается более быстрым, чем предполагается в рамках широко распространенной модели Я. Кагана (отвечающей экспоненциальному закону убывания). Однако, несмотря на конечность закона распределения, плотность распределения магнитуд M в области максимально возможного события M_{\max} убывает достаточно медленно, как $(M_{\max} - M)^n$, где n варьируется в большинстве случаев в диапазоне от 4 до 6. Отсюда следует, что величина M_{\max} может быть оценена обычно только с большой погрешностью. Изредка, если в исследуемой пространственно-временной области оказывается повышенное число сильнейших землетрясений, получаемый закон распределения приближается к экспоненциальному, при этом значения n становятся весьма большими, а значения M_{\max} существенно неустойчивыми.

Проведенные расчеты закона распределения сильнейших землетрясений методами теории экстремальных значений (по мировым данным и ряду региональных каталогов) не выявили примеров реализации характеристических событий. Однако использование данных по палеосейсмичности и некоторые отдельные каталоги инструментальных данных свидетельствуют в пользу встречаемости такого сейсмического режима. Условия возникновения характеристических землетрясений исследованы в рамках модели мультипликативного каскада. Ранее было показано [Rodkin, 2011], что эта модель позволяет имитировать такие известные закономерности сейсмического режима, как уменьшение наклона графика повторяемости в окрестности сильных землетрясений, развитие афтершокового степенного каскада и предвестниковой активизации, а также существование сейсмического цикла. В статье обсуждается расширение схемы каскада добавлением нелинейных членов в кинетическое уравнение каскада с целью описания эффектов загиба вниз графика повторяемости землетрясений и возможности возникновения характеристических землетрясений. Показано, что в рамках модели мультипликативного каскада условием реализации характеристических землетрясений является развитие нелинейной цепи положительной обратной связи между размерами области сейсмического разрушения и скоростью ее дальнейшего роста.

Результаты моделирования сопоставляются с данными по сейсмичности Юго-Восточной Азии, согласно которым режим возникновения характеристических землетрясений является типичным для сейсмического режима зон субдукции и не наблюдается вне этих зон. Делается вывод, что ответственная за реализацию характеристических землетрясений цепь нелинейной положительной обратной связи может быть обусловлена наличием в зонах субдукции резко повышенных концентраций глубинного флюида.

Ключевые слова: редкие сильнейшие землетрясения, закон распределения, предельные закон, характеристические землетрясения, мультипликативный каскад.

1. ВВЕДЕНИЕ

Оценки долгосрочной сейсмической опасности в решающей степени зависят от закона распределения редких сильнейших землетрясений. Однако недостаточная длительность инструментальных каталогов землетрясений и большая погрешность определения магнитуд палеоземлетрясений не дают возможности с высокой надежностью выявить характер этого распределения на основе эмпирических данных. На настоящий момент существует целый набор полагаемых выполняющимися в природе, но кардинально различающихся моделей закона распределения редких сильнейших землетрясений.

Модель неограниченного по магнитуде продолжения обычного закона Гутенберга – Рихтера находит подкрепление в ряде недавних публикаций [Rogozhin et al., 2010, 2013; Rogozhin, Rodina, 2012], где приводятся свидетельства в пользу сохранения прямолинейности графика повторяемости землетрясений вплоть до событий с повторяемостью раз в несколько тысяч лет. Однако эта модель заведомо неточна, так как при типичных значениях наклона графика повторяемости землетрясений неограниченный закон Гутенберга – Рихтера отвечает бесконечным значениям средних по времени величин выделенных сейсмической энергии и сейсмического момента. Таких бесконечных значений быть не может, отсюда следует, что, начиная с каких-то значений магнитуд, закон Гутенберга – Рихтера должен нарушаться, и число сильнейших событий должно убывать существенно скорее этого закона. Наиболее простой вариант такого изменения дает модель резкого обрезания закона повторяемости некоторым, достаточно большим, максимально возможным событием M_{\max} . Эта модель, однако, не вполне логична, так как непонятно, почему событие величиной M_{\max} еще вполне возможно и его вероятность подчиняется обычному закону Гутенберга – Рихтера, но событие величиной $M_{\max} + \varepsilon$, с некоторым небольшим, но не пренебрежимо малым значением ε реализоваться уже не может. Отсюда следует, что модель резкого обрезания может использоваться только как грубое приближение к истинному закону распределения.

Модели закона повторяемости с постепенным загибом вниз графика повторяемости более логичны. Эти модели не предполагают нарушения непрерывности закона повторяемости землетрясений и могут обеспечивать конечность средних значений сейсмической энергии и сейсмического момента. Закон распре-

деления может быть при этом ограниченным, с некоторым максимально возможным значением M_{\max} , или неограниченным (но с конечным средним значением). В модели [Kagan, 1994, 1999] отклонение от закона Гутенберга – Рихтера задается экспоненциальным множителем. В работе [Laherrere, Sornette, 1998] закон распределения аппроксимируется экспонентой с дробным (меньшим единицы) показателем степени. Модель резкого изменения угла наклона графика повторяемости от значения $\beta_1 < 1$ при меньших значениях магнитуд до значения $\beta_2 > 1$ при сильнейших землетрясениях предложена в работе [Pacheco et al., 1992]. Все эти модели отвечают бесконечному закону распределения. Выбор наиболее адекватной модели загиба вниз графика повторяемости затруднен. В работе [Pisarenko, Sornette, 2003] показано, что в связи с малым числом сильнейших землетрясений в региональных исследованиях характер отклонения реальных распределений от обычного закона Гутенберга – Рихтера оценивается с большой погрешностью и может быть описан различными моделями. Обоснованный выбор между моделями возможен только или при получении большого объема дополнительной информации о распределении сильнейших землетрясений, или на основе соображений теоретического характера. На настоящий момент только модель [Pacheco et al., 1992] имеет некоторое физическое обоснование в виде ссылки на возможное различие эффективной размерности вмещающего пространства для обычных и сильнейших землетрясений; для обычных землетрясений вмещающее пространство полагается трехмерным, а для сильнейших событий с большим размером очага – двумерным. Отметим, что эмпирически оцениваемые изменения величин наклона графика повторяемости ($\beta_2 - \beta_1$) не противоречат теоретически ожидаемому изменению размерности эффективного вмещающего пространства на единицу [Pisarenko, Rodkin, 2007].

В отдельных случаях наблюдается эффект значительного (по сравнению с законом Гутенберга – Рихтера) увеличения числа землетрясений некоторой, близкой к максимально возможной, магнитуды. Такие землетрясения принято называть характеристическими, так как часто предполагается, что они отвечают активизации всей разломной зоны данного региона [Wesnousky et al., 1983]. Статистическая обоснованность модели характеристических землетрясений исследовалась в работе [Kagan, 1993] и была признана неубедительной. Тем не менее эта модель применяется достаточно широко. В частности, она использовалась

при создании комплектов карт сейсмической опасности ОСП-2012 и их модификации ОСП-2014 [Ulomov, Bogdanov, 2013; и др.].

Из вышесказанного видна важность исследования различных вариантов характера поведения функции распределения землетрясений в области редких сильнейших землетрясений. Ниже этот вопрос исследуется на основе использования положений теории экстремальных значений и в рамках модели мультипликативного каскада.

2. ХАРАКТЕР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СИЛЬНЕЙШИХ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ В СВЕТЕ ТЕОРИИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ЗНАЧЕНИЙ

В теории экстремальных значений имеются две предельные теоремы, для выполнения которых требуется непрерывность анализируемой функции распределения и существование зависящих от объема выборки n констант центрирования a_n и нормировки c_n таких, чтобы нормированное распределение случайной величины $(x_n - a_n)/c_n$ стремилось при неограниченном увеличении n к некоторому невырожденному распределению (это не всегда возможно). В первой теореме для совокупности одинаково распределенных независимых случайных величин x_i показано, что с ростом h распределение нормированных выбросов за порог h стремится к Обобщенному распределению Парето (Generalized Pareto distribution, GPD):

$$\text{GPD}(z|\xi, s, h) = 1 - (1 + \xi(z - h)/s)^{-1/\xi}, \quad (1)$$

где $z \geq h$; $1 + \xi(z - h)/s \geq 0$.

Во второй предельной теореме рассматриваются распределения максимальных значений за равные (увеличивающиеся) интервалы времени. Показано, что распределение таких величин (после соответствующей нормировки) стремится к Обобщенному распределению экстремальных значений, GEV. Процедуры использования предельных распределений GPD и GEV во многом аналогичны, поэтому ниже ограничимся кратким описанием случая GPD. Полное описание приведено в монографиях [Pisarenko, Rodkin, 2007, 2010].

Из (1) видно, что функция распределения GPD зависит от параметров ξ , s и от величины порога h (параметр s , в свою очередь, зависит от h). Параметр ξ ($-\infty < \xi < +\infty$) называется параметром формы, параметр s ($s > 0$) – нормирующий параметр. При $\xi=0$ GPD переходит в экспоненциальное распределение:

$$\text{GPD}(z|0, s, h) = 1 - \exp(-(z - h)/s), \quad z \geq h. \quad (2)$$

Процедура оценки параметров ξ и s , подробно описанная в статье [Pisarenko et al., 2014] и в монографиях [Pisarenko, Rodkin, 2007, 2010, 2014], вкратце такова.

Пусть выборка (x_1, x_2, \dots, x_n) является результатом наблюдений случаев превышения порога h в моменты времени t_1, \dots, t_n отвечающие случайному Пуассоновскому процессу с интенсивностью λ . Пусть порог h выбран достаточно большим, чтобы удовлетворялись условия предельной теоремы. Тогда распределение значений $(x_1-h, x_2-h, \dots, x_n-h)$ будет описываться предельным распределением GPD (1) с некоторыми подлежащими определению параметрами (ξ, s) . Для определения параметров можно использовать метод максимального правдоподобия.

После получения оценок параметров ξ и s для данного порога h можно рассчитать все необходимые статистические характеристики распределения максимальных значений $\{x\}$ на любом интервале времени наблюдений. Выбор величины порога h определяется компромиссом между требованием увеличения порога (чтобы удовлетворить условиям предельной теоремы) и требованием уменьшения порога (чтобы оставалось большее число членов $x_i > h$ для оценки параметров ξ и s). Ряд дополнительных критериев, облегчающих такой выбор, описан в монографиях [Pisarenko, Rodkin, 2007, 2010, 2014].

Важно, что величина параметра формы ξ характеризует вид анализируемого распределения $\{x\}$. Положительные значения ξ отвечают степенному закону распределения величин $\{x\}$. Значение $\xi=0$ соответствует экспоненциальному закону распределения величин $\{x\}$. Отрицательному значению параметра формы $\xi < 0$ соответствуют ограниченные предельные GPD и GEV распределения и, соответственно, ограниченное исходное исследуемое распределение. При этом интервал изменения величин выбросов наблюдений выше порога h задается неравенствами $h \leq X \leq h - s/\xi$, т.е., имеется крайняя правая граница исходного распределения равная $h - s/\xi$, $\xi < 0$. Используя для максимально возможного значения привычное для сейсмологии обозначение M_{\max} , получаем:

$$M_{\max} = h - s/\xi, \quad \xi < 0, s, h > 0. \quad (3)$$

Не вдаваясь в детали, отметим, что из (3) видно, что при малых (близких по абсолютной величине к нулю) значениях ξ значения M_{\max} быстро растут. Такая неробастность величин M_{\max} отвечает известному факту недолговечности карт общего сейсмического районирования. Как известно, такие карты приходится регулярно, раз в 10–20 лет, пересматривать, так как сильные землетрясения регулярно происходят в областях, ранее считавшихся слабосейсмичными или даже асейсмичными. Более детально этот вопрос изложен в статье [Pisarenko et al., 2014] и в монографиях [Pisarenko, Rodkin, 2007, 2010, 2014].

Для настоящего изложения наиболее существенно то, что в большинстве рассмотренных нами случаев значения ξ оказались равными -0.2 ± 0.1 (табл. 1). Таким образом, использование метода предельных

Т а б л и ц а 1. Параметры аппроксимирующих GPD-распределений для мировых и региональных каталогов землетрясений

Table 1. The parameters of the approximating GPD-distributions for global and regional earthquake catalogs

Регион, интервал времени, глубина	Диапазон магнитуд, число основных событий	Параметр формы ξ GPD	Квантиль $Qq(\tau)$	M_{max}	Источник
Мировой Гарвардский каталог (СМТ), 1976–2003, $H \leq 70$ км	$mW \geq 7.4$, $n = 80$	-0.39	$Q_{0.90}(10) = 8.4$	8.5	[Pisarenko et al., 2014]
СМТ каталог, 1977–2006, $H \leq 70$ км	$mW \geq 6.8$, $n = 264$	-0.20	$Q_{0.90}(10) = 8.8$	9.6	[Pisarenko, Rodkin, 2008]
СМТ каталог, 1976–2012, $H \leq 70$ км	$mW \geq 7.55$, $n = 75$	-0.0005	$Q_{0.90}(10) = 9.2$	580	[Pisarenko et al., 2014]
Япония, 1923–2007, $H \leq 70$ км	$mW \geq 6.8$, $n = 160$	-0.20	$Q_{0.90}(10) = 8.3$	9.3	[Pisarenko, Rodkin, 2010]
Фенноскандия, 1900–2005	$mW \geq 3.4$, $n \cong 400$	-0.28	$Q_{0.95}(10) = 5.3$	5.7	[Pisarenko, Rodkin, 2010]

распределений свидетельствует в пользу реализации модели сглаженного обрезания (загиба вниз) графика повторяемости. При этом выявляется, что загиб описывается конечным законом распределения, то есть оказывается «более быстрым», чем предполагается в рамках широко распространенной модели Я. Кагана [Kagan, 1994, 1999], отвечающей экспоненциальному закону убывания. К случаю экспоненциального закона распределения приближаются распределения для малых по абсолютной величине значений ξ . Для мирового каталога сейсмических моментов GCMТ такой случай реализуется, например, для интервала времени 1976–2012 гг. (табл. 1).

3. ХАРАКТЕР РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВЕЛИЧИН ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ В РАМКАХ МОДЕЛИ МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО КАСКАДА

Сейсмический режим обычно принято трактовать как пример реализации самоорганизующейся критичности (SOC). В рамках этой модели [Bak et al., 1988; Turcotte, 1999; Sornette, 2006; Sobolev, Ponomarev, 2003; и др.] предполагается, что сейсмический режим самопроизвольно эволюционирует к критическому состоянию. Реализация характерных для сейсмичности степенных законов трактуется в рамках модели SOC по аналогии с критическими явлениями. Но эта аналогия довольно условна. Как известно, критические явления (в частности, фазовые переходы второго рода) протекают без выделения или поглощения энергии, что и служит их фундаментальной особенностью, определяющей закономерности критического поведения. Напротив, при землетрясениях, особенно сильных, происходит огромное выделение энергии. Отсюда следует, что интерпретация режима сейсмичности в рамках модели SOC не является вполне удовлетворительной и требуется разработка иных вариантов интерпретации.

Статистическое описание сейсмического процесса

часто реализуют в рамках эпидемической модели сейсмического процесса Epidemic Type Aftershocks-Sequences, ETAS [Ogata, 1988, 1998; и др.], которая объединяет закон повторяемости Гутенберга – Рихтера и Обобщенный закон Омори. Модель ETAS носит, однако, чисто статистический характер, и определение параметров модели не позволяет существенно продвинуться в понимании физики сейсмического процесса.

Модель, предложенная в работе [Rodkin, 2011], объединяет положительные стороны статистической ETAS модели и претендующей на физическую интерпретацию модели SOC. Она описывает статистику сейсмического режима в терминах, характеризующих активность протекающих в среде неравновесных процессов, иерархичность среды и память среды, в которой сейсмический процесс реализуется. В рамках этой модели сейсмический режим трактуется как последовательность большого числа эпизодов лавинообразной релаксации, случайным образом реализующихся на множестве метастабильных подсистем. Модель позволяет имитировать такие известные эмпирические закономерности сейсмического режима, как закон повторяемости землетрясений Гутенберга – Рихтера, уменьшение наклона графика повторяемости в окрестности сильных землетрясений, развитие афтершокового каскада и существование предвестниковой активизации и сейсмического цикла [Rodkin, 2011].

В данной работе предлагается развитие модели мультипликативного каскада с целью описания поведения хвоста функции распределения в области редких сильнейших землетрясений. Будет моделироваться эффект загиба вниз графика повторяемости землетрясений и возможность реализации режима характеристических землетрясений. Возможность описания этих двух эффектов достигается добавлением в кинетическое уравнение мультипликативного каскада нелинейных членов высшего порядка (квадратичного, кубического и четвертой степени).

Прежде чем переходить к описанию усложненной

нелинейной схемы мультипликативного каскада, кратко напомним ее линейный вариант. Опишем модель в терминах рекуррентных соотношений; более длинное описание в терминах дифференциальных уравнений приводится в [Rodkin et al., 2008]. Пусть начавшееся произвольное событие (землетрясение) величиной (энергией, сейсмическим моментом) X_i в некоторый момент времени t_i с вероятностью p может продолжить свое развитие или прекратиться с вероятностью $(1-p)$. В случае прекращения процесса на i -м шаге величина землетрясения полагается равной достигнутому к этому шагу значению X_i . В случае продолжения процесса релаксации метастабильной подсистемы примем, что величина события X_{i+1} в следующий момент времени t_{i+1} возрастает до значения:

$$X_{i+1} = r \times X_i, \quad (4)$$

где $r > 1$ – случайный параметр, со средним значением, большим 1. Начальное (на первом шаге) значение величины землетрясения положим равным X_0 .

В схеме (4) вероятность прерывания процесса на n -й стадии и получения значения $X = X_0 \cdot r^n$ равна $(1-p) \times p^n$. Отсюда имеем, что хвост функции распределения $F(X_n > X)$ описывается соотношением: $(1-F(X)) = p^{-\lg(X)/\lg(r)}$, или, переписывая это соотношение иначе,

$$\lg(1-F(X)) = \lg(p)/\lg(r) \times \lg(X), \quad (5)$$

откуда имеем степенную зависимость для хвоста функции распределения $(1-F(X))$. При постоянной величине r на выходе процедуры (4) получаем дискретное иерархическое распределение величин землетрясений. С ростом случайного разброса значений r ступенчатый характер модельных распределений сглаживается, и в пределе получаем распределение, аналогичное обычному графику повторяемости событий (землетрясений) в координатах $\{\lg(X), \lg(N)\}$. Наклон графика повторяемости в двойных лог-координатах $\{\lg(X), \lg(N)\}$ равен $\beta = \lg(1/p)/\lg(r)$, где параметр β имеет смысл, аналогичный наклону графика повторяемости землетрясений в законе Гутенберга – Рихтера (для величин энергии или сейсмического момента землетрясений). Несложно подобрать значения параметров модели r и p таким образом, чтобы получаемые значения наклона графика повторяемости и величины X отвечали типичным значениям для закона повторяемости величин сейсмического момента.

Даже уже такая – предельно простая – модель оказывается содержательной. Она продуцирует [Rodkin et al., 2008; Rodkin, 2011] известный «прогнозный» признак – интервалам времени возникновения сильных землетрясений отвечают (в среднем) пониженные значения наклона графика повторяемости β . Эта связь имеет в модели вероятностный характер. Реализации больших значений магнитуд статистически отвечают значения параметров модели r и g , соответствующие

также и меньшим значениям наклона графика повторяемости. Естественный вариант задания памяти в системе [Rodkin, 2011] позволяет получить закон Омори для афтершокового каскада, эффект предвестниковой активизации, а также «возникновение» сейсмического цикла. Такое расширение, однако, лежит вне тематики данной статьи, посвященной анализу режима сильнейших землетрясений, так как редкие сильнейшие события в сейсмологии полагаются независимыми.

4. МОДЕЛЬ НЕЛИНЕЙНОГО МУЛЬТИПЛИКАТИВНОГО КАСКАДА

Линейной модели мультипликативного каскада (4) – (5) присущи те же трудности, что и классическому закону повторяемости землетрясений Гутенберга – Рихтера, а именно, среднее значение сейсмической энергии (сейсмического момента) оказывается бесконечным. Задающее загиб вниз графика повторяемости усложнение мультипликативного каскада удобно выразить в виде:

$$X_{i+1} = r \times X_i - r_2 \times (X_i / A_{02})^2, \quad (6)$$

где $r_2, A_{02} > 0$. Параметр A_{01} при этом как бы задает уровень событий, начиная с которого проявляется эффект загиба, а параметр r_2 регулирует скорость изменений в поведении графика.

Режим возникновения характеристических землетрясений естественно задать добавлением в соотношение (6) положительного кубического члена. После такого добавления, однако, снова возникает проблема конечности мощности источника сейсмической энергии. Для удовлетворения условию конечности сейсмической энергии в уравнение следует добавить также и отрицательное слагаемое более высокой (скажем четвертой) степени по X . Отсюда получаем финальное нелинейное соотношение, позволяющее имитировать эффект загиба вниз графика повторяемости землетрясений и возможность возникновения характеристических землетрясений:

$$X_{i+1} = r \times X_i - r_2 \times (X_i / A_{02})^2 + r_3 \times (X_i / A_{03})^3 - r_4 \times (X_i / A_{04})^4. \quad (7)$$

В соотношении (7) естественно принять $A_{04} \gg A_{03} \gg A_{02}$. В этом случае при сравнимых значениях параметров r по мере роста силы событий (величины X) сначала будет реализовываться загиб графика повторяемости вниз, затем будет область доминирующего развития характеристических землетрясений, затем проявится окончательный загиб вниз графика повторяемости. При этом модельный график повторяемости будет качественно аналогичен таковому при реализации режима характеристических землетрясений.

5. РАЗЛИЧИЕ ХАРАКТЕРА ГРАФИКОВ ПОВТОРЯЕМОСТИ ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЙ ДЛЯ РАЗНЫХ РЕГИОНОВ Юго-Восточной Азии

На рис. 1 изображено распределение очагов землетрясений Юго-Восточной Азии по данным пополняемого регионального каталога Юго-Восточной Азии. Ниже рассматриваются без пропусков регистрируемые события $M5+$ с 1964 по апрель 2013 г. Видно, что сейсмичность распадается на ряд зон, часть из которых отвечает зонам субдукции, а часть – внутриконтинентальным районам. Сравним характер сейсмичности в шести показанных на рисунке регионах, отвечающих резко повышенной плотности числа землетрясений. Два из этих шести районов отвечают внутриконтинентальным областям, а четыре – разным участкам зон субдукции. Число независимых $M5+$ событий в регионах и некоторые другие параметры сейсмичности приведены в табл. 2.

На рис. 2, а, б, в, приведены графики повторяемости для внутриконтинентальных районов и для участков зон субдукции. Характер графика повторяемости для двух континентальных областей и для участков зон субдукции в нашем случае оказался существенно

различным. Для континентальных областей (рис. 2, а) вполне отчетливо проявлен эффект загиба вниз графика повторяемости и нет признаков реализации «отскакивающих», экстремально сильных характеристических событий. Наоборот, для всех участков зон субдукции (рис. 2 б, в) более или менее определенно выявляются характеристические землетрясения.

Естественно, реализация на данном временном интервале редкого отскакивающего характеристического землетрясения является случайным процессом. Однако определенная систематичность, когда все предположительно характеристические землетрясения наблюдаются именно в областях зон субдукции, дает основания не только рассмотреть формальную модель описания различий в поведении хвоста функции распределения в терминах схемы (6) для континентальных районов и схемы (7) – для районов зон субдукции, но и обсудить возможные физические причины такого различия.

6. ОБСУЖДЕНИЕ

Долгосрочная оценка сейсмической опасности в решающей степени зависит от характера распределе-

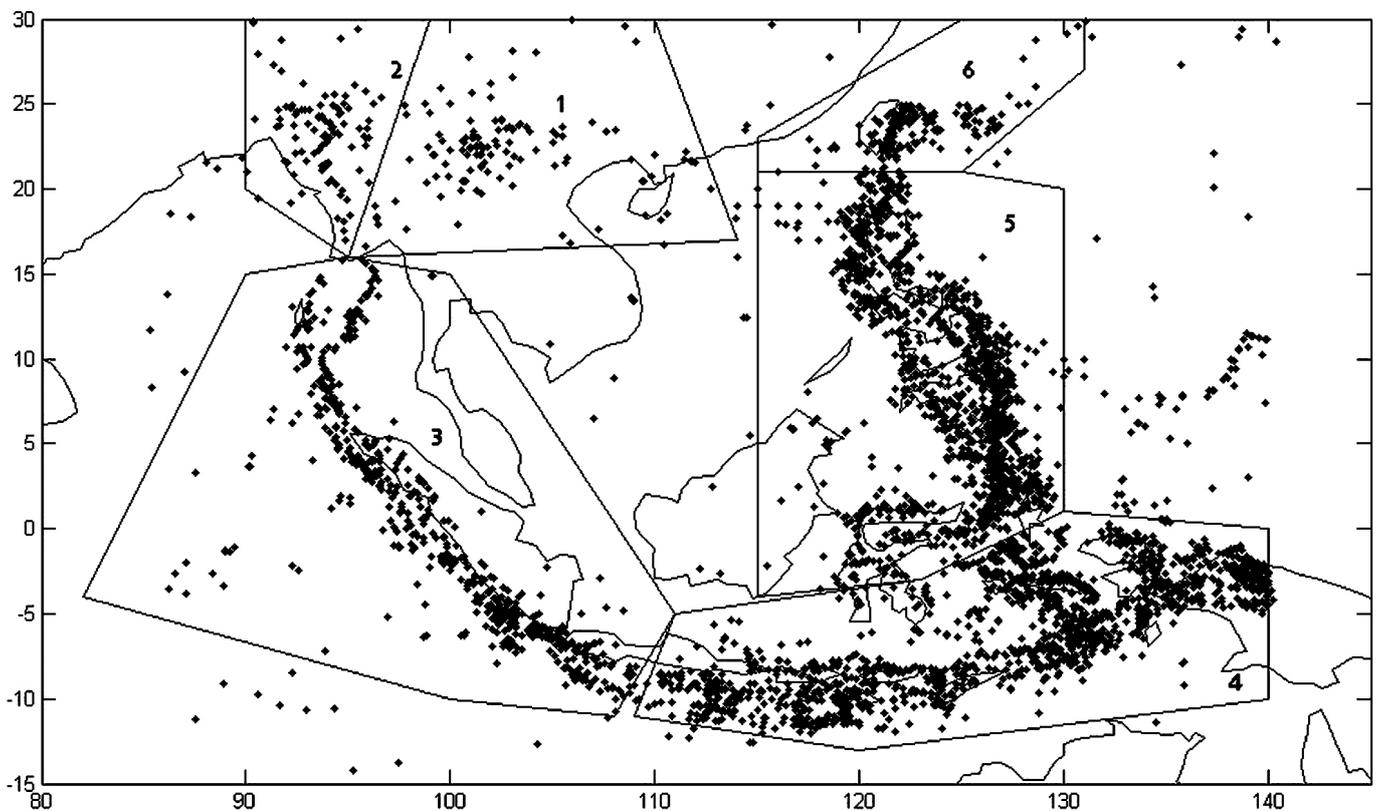


Рис. 1. Расположение выбранных для анализа регионов (№ 1–6). Точками отмечены эпицентры землетрясений $M5+$ (1964–2012 гг.).

Fig. 1. Locations of regions under study (1 – 6). Points show $M5+$ earthquake epicentres (from 1964 to 2012).

Т а б л и ц а 2. Параметры сейсмичности выбранных подрегионов Юго-Восточной Азии

T a b l e 2. Parameters of seismicity of the selected sub-regions of Southeast Asia

№ региона	Число событий	Ориентировочное число характеристических событий
1	204	0
2	115	0
3	2408	8
4	3032	5
5	3970	25
6	769	8

ния редких сильнейших землетрясений. В настоящее время широко используется несколько принципиально различающихся вариантов поведения хвоста функции распределения. Наиболее часто рассматриваются варианты резкого обрезания обычного закона Гутенберга – Рихтера, модель загиба вниз графика повторяемости и модель возникновения характеристических землетрясений. Нами вопрос поведения хвоста функции распределения исследован на основе использования предельных теорем теории экстремальных значений и путем моделирования сейсмического режима мультипликативным каскадом.

Анализ инструментальных каталогов землетрясений (мировых и региональных) на основе предельных распределений теории экстремальных значений показал, что в большинстве случаев величина параметра формы предельного распределения ξ оказывается в диапазоне $\xi = -0.2 \pm 0.1$. А как известно, при отрицательных значениях ξ хвост распределения описывается конечным распределением [Pisarenko, Rodkin, 2007, 2010, 2014; Pisarenko et al., 2014]. Это можно было предвидеть. Все реально оцениваемые величины конечны. Отсюда можно предполагать, что и их распределения также должны быть конечны. Бесконечные распределения могут в отдельных случаях лучше описывать эмпирические данные, но следует ожидать, что с ростом объема выборок ситуация изменится и конечные распределения станут описывать эмпирические данные лучше.

Из конечности распределения следует, что широко используемое в расчетах сейсмической опасности значение максимально возможного землетрясения M_{\max} существует. Однако практическое применение существования M_{\max} имеет далеко не всегда. Действительно, плотность предельной функции распределения GPD в окрестности точки M_{\max} изменяется как $f(M) \approx (M_{\max} - M)^{-1-1/\xi}$ [Pisarenko et al., 2014]. Отсюда для типичного по таблице 2 значения $\xi = -0.2$ имеем $f(M) \approx (M_{\max} - M)^4$. То есть, в левой окрестности точки M_{\max} имеем область крайне малых значений $f(M)$. Вряд ли в этом случае значение M_{\max} может быть определено с большой точностью. В тех же относительно редких случаях, когда значения ξ приближаются к нулю, а

предельное распределение, соответственно, приближается к бесконечному экспоненциальному, значения M_{\max} резко возрастают (табл. 2, расчет по Мировому каталогу GCMT за 1976–2012 годы) и становятся неустойчивыми. Отсюда следует потенциальная неробастность и относительно низкая практическая ценность широко используемого параметра M_{\max} .

Выше уже отмечался тот неожиданный результат, что величина параметра формы предельного распределения ξ оказалась в большинстве случаев равной $\xi = -0.2 \pm 0.1$. Модель мультипликативного каскада позволила пояснить этот результат. А именно, численное моделирование показало, что при достаточно широком интервале значений параметра r_2 из (6) средние значения получаемых величин параметра формы ξ оказываются как раз в указанном интервале значений.

Исследования методом предельных распределений не выявили явных случаев реализации режима характеристических землетрясений. Режимы реализации характеристических землетрясений и загиба вниз графика повторяемости моделировались в рамках схемы мультипликативного каскада. Идея лавинообразности процесса развития землетрясений, лежащая в основе схемы мультипликативного каскада, не нова. Достаточно сослаться на название известной ЛНТ (лавинно-неустойчивого трещинообразования) модели подготовки землетрясения [Myachkin et al., 1975]. Отметим также работу [Sobolev, 2010], в которой развитие очага землетрясения трактуется как процесс последовательного разрушения метастабильных зон. Модель мультипликативного каскада основывается на довольно естественных физических параметрах. Ключевыми параметрами модели является параметр пространственной иерархичности среды (параметр r , во многом аналогичный параметру иерархичности по М.А. Садовскому [Sadovsky, 1989]), и параметр p , характеризующий вероятность продолжения начавшегося процесса лавинообразной релаксации метастабильного состояния. Такая модель, при дополнительном учете памяти среды, позволила описать не только закон повторяемости землетрясений Гутенберга – Рихтера, но и закон Омори, и существование форшоковой активации и сейсмического цикла. В данной работе было

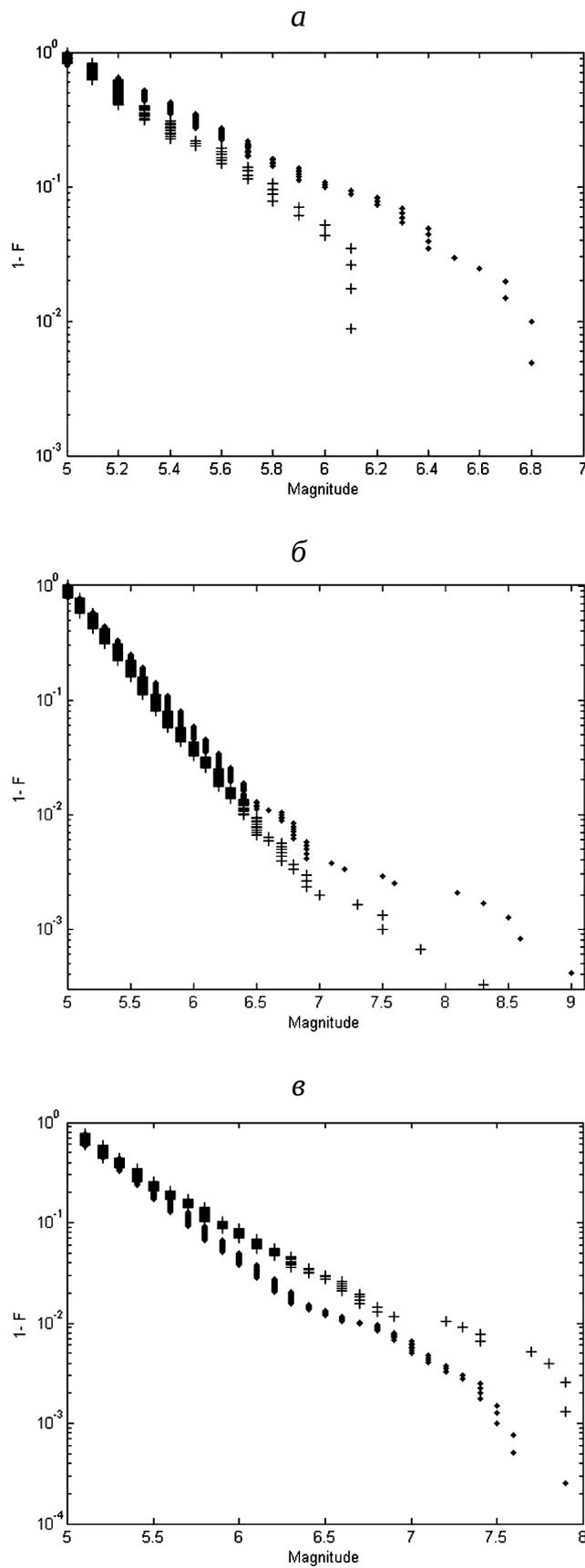


Рис. 2. Эмпирические хвосты функции распределения для регионов № 1–6 с рис. 1: *a* – 1, 2; *б* – 3, 4 и *в* – 5, 6. Первый регион – точки, второй – «+».

Fig. 2. Empirical tails of distribution functions for regions 1 to 6 shown in Fig. 1: *a* – 1, 2; *б* – 3, 4 and *в* – 5, 6. The first region – points; the second region – “+”.

показано, что режимы загиба вниз графика повторяемости и режим реализации характеристических землетрясений могут быть смоделированы при добавлении в кинетическое уравнение каскада (соотношения (4, 6, 7)) нелинейных членов.

Обратимся теперь к обсуждению возможных физических причин разнообразия, наблюдаемого в характере распределения сильнейших сейсмических событий в разных регионах. В этой связи обращает на себя внимание то, что в Юго-Восточной Азии все проявления «отскакивающих» характеристических землетрясений оказались локализованными в пределах зон субдукции. Естественно, это может оказаться случайным совпадением. Этот эффект может быть связан также с тем, что в зонах субдукции реализуется большее число землетрясений, соответственно в этих зонах и больше вероятность реализации редких характеристических землетрясений. При этом для реализации характеристических землетрясений во внутриплитных обстановках может требоваться больше времени.

Но можно предположить и альтернативное объяснение. Из схемы мультипликативного каскада (7) видно, что условием возникновения «отскакивающих» характеристических землетрясений является возникновение положительных нелинейных обратных связей между достигнутым к данному моменту размером области разрушения и скоростью его дальнейшего роста. Физически такие дополнительные положительные обратные связи должны быть, по-видимому, связаны с наличием в очаговой области дополнительных механизмов развития неустойчивости. Применительно к зонам субдукции такой дополнительный механизм может быть связан с повышенной активностью в них флюидного режима и большей концентрацией флюидной фазы.

7. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Характер поведения хвоста функции распределения в области наиболее редких сильнейших землетрясений имеет ключевое значение для оценки долгосрочной сейсмической опасности. Однако краткость инструментальных каталогов землетрясений и большая погрешность определения магнитуд палеоземлетрясений не дают возможности решить этот вопрос на основе эмпирических данных. Оказалось возможным только сформулировать несколько альтернативных вариантов возможного поведения хвоста функции распределения: модель продолжения обычного закона Гутенберга

– Рихтера вплоть до некоторого максимально возможного события M_{\max} , модели с загибом вниз графика повторяемости землетрясений и модель реализации характеристических землетрясений. В статье эти модели исследованы на основе общих физических законов, теоретических представлений, следующих из получаемых экстремальных значений (на основе использования Обобщенного распределения максимальных значений (GEV) и Обобщенного распределения Парето, GPD), и модели описания сейсмического режима мультипликативным каскадом.

Анализ сейсмического режима методом предельных распределений подтвердил типичность реализации загиба вниз графика повторяемости и то, что закон распределения в большинстве случаев является ограниченным. Описание эффектов загиба вниз графика повторяемости землетрясений и возможности возникновения характеристических землетрясений реализовано в рамках схемы мультипликативного каскада путем добавления нелинейных членов в кинетическое уравнение каскада. Отсюда возможность возникновения характеристических землетрясений связана в модели с возникновением нелинейных положительных соотношений между текущей величиной зоны сейсмической подвижки (или иной подобной характеристики) и скоростью роста области подвижки. Результаты моделирования сопоставляются с данными по сейсмичности Юго-Восточной Азии. Для данного региона возникновение довольно значительного числа характеристических землетрясений оказалось приуроченным исключительно к зонам субдукции. Высказывается предположение, что обеспечивающая возникновение характеристических землетрясений положительная обратная связь вызвана повышенной активностью флюидного режима в зонах субдукции.

Отметим, что предложенное расширение схемы линейного мультипликативного каскада (6) может иметь применение не только в сейсмологии. Ранее [Rodkin et al., 2008] схема линейного мультипликативного каскада была использована для интерпретации степенного распределения числа месторождений (рудных и УВ) в зависимости от объема запасов. В работе [Rodkin, Shatakhtsyan, 2013] отмечается, однако, что для ряда видов рудного сырья фиксируется эффект загиба вниз степенного закона распределения, аналогично загибу вниз графика Гутенберга – Рихтера. Отсюда можно придти к заключению о применимости схемы (6) – (7) для интерпретации также и этих случаев.

Работа была частично поддержана фондом РФФИ, проект № 14-05-00776.

8. ЛИТЕРАТУРА / REFERENCES

- Bak P., Tang C., Wiesenfeld K., 1988. Self-organised criticality. *Physical Review A: Atomic, Molecular, and Optical Physics* 38, 364–374. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.38.364>.
- Kagan Y.Y., 1993. Statistics of characteristic earthquakes. *Bulletin of the Seismological Society of America* 83 (1), 7–24.

- Kagan Y.Y., 1994. Observational evidence for earthquakes as a nonlinear dynamic process. *Physica D: Nonlinear Phenomena* 77 (1), 160–192. [http://dx.doi.org/10.1016/0167-2789\(94\)90132-5](http://dx.doi.org/10.1016/0167-2789(94)90132-5).
- Kagan Y.Y., 1999. Universality of the seismic moment-frequency relation. In: *Seismicity Patterns, their Statistical Significance and Physical Meaning. Pageoph Topical Volume*, p. 537–573. http://dx.doi.org/10.1007/978-3-0348-8677-2_16.
- Laherrere J., Sornette D., 1998. Stretched exponential distributions in nature and economy: «fat-tails» with characteristic scales. *The European Physical Journal B-Condensed Matter and Complex Systems* 2 (4), 525–539. <http://dx.doi.org/10.1007/s100510050276>.
- Myachkin V.I., Kostrov B.V., Sobolev G.A., Shamina O.G., 1975. Fundamentals of physics of foci and precursors of earthquake. In: *Physics of Earthquake Foci*. Nauka, Moscow, p. 6–29 (in Russian) [Мячкин В.И., Костров Б.В., Соболев Г.А., Щамина О.Г. Основы физики очага и предвестники землетрясений // Физика очага землетрясения. М.: Наука, 1975. С. 6–29].
- Ogata Y., 1988. Statistical models for earthquake occurrence and residual analysis for point processes. *Journal of the American Statistical Association* 83 (401), 9–27. <http://dx.doi.org/10.1080/01621459.1988.10478560>.
- Ogata Y., 1998. Space-time point-process models for earthquake occurrence. *Annals of the Institute of Statistical Mathematics* 50 (2), 379–402. <http://dx.doi.org/10.1023/A:1003403601725>.
- Pacheco J.F., Scholz C., Sykes L., 1992. Changes in frequency-size relationship from small to large earthquakes. *Nature* 355 (6355), 71–73. <http://dx.doi.org/10.1038/355071a0>.
- Pisarenko V.F., Rodkin M.V., 2007. Distributions with Large Tails: Application to Catastrophe Analysis. *Computational Seismology*, Issue 38. GEOS, Moscow, 240 p. (in Russian) [Писаренко В.Ф., Родкин М.В. Распределения с тяжелыми хвостами: приложения к анализу катастроф // Вычислительная сейсмология. Вып. 38. М.: ГЕОС, 2007, 240 с.].
- Pisarenko V., Rodkin M., 2010. Heavy-Tailed Distributions in Disaster Analysis. *Advances in Natural and Technological Hazards Research*, Vol. 30. Springer, 190 p. <http://dx.doi.org/10.1007/978-90-481-9171-0>.
- Pisarenko V., Rodkin M., 2014. Statistical Analysis of Natural Disasters and Related Losses. *SpringerBriefs in Earth Sciences*. Springer, 89 p.
- Pisarenko V.F., Rodkin M.V., Rukavishnikova T.A., 2014. Estimation of the probability of strongest seismic disasters based on the extreme value theory. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth* 50 (3), 311–324 <http://dx.doi.org/10.1134/S1069351314030070>.
- Pisarenko V.F., Sornette D., 2003. Characterization of the frequency of extreme earthquake events by the generalized pareto distribution. *Pure and Applied Geophysics* 160 (12), 2343–2364. <http://dx.doi.org/10.1007/s00024-003-2397-x>.
- Rodkin M.V., 2011. Alternative to SOC concept-model of seismic regime as a set of episodes of random avalanche-like releases occurring on a set of metastable subsystems. *Izvestiya. Physics of the Solid Earth* 47 (11), 966–973 <http://dx.doi.org/10.1134/S1069351311100107>.
- Rodkin M.V., Gvishiani A.D., Labuntsova L.M., 2008. Models of generation of power laws of distribution in the processes of seismicity and in formation of oil fields and ore deposits. *Russian Journal of Earth Sciences* 10 (5), ES5004. <http://dx.doi.org/10.2205/2007ES000282>.
- Rodkin M.V., Shatakhtsyan A.R., 2013. Statistical analysis of catalogs of large and superlarge ore deposits: empirical regularities and their interpretation. *Geoinformatika* (4), 25–32 (in Russian) [Родкин М.В., Шатахцян А.Р. Статистический анализ данных по крупным и суперкрупным месторождениям: эмпирические закономерности и интерпретация // Геоинформатика. 2013. № 4. С. 25–32].
- Rogozhin E.A., Novikov S.S., Rodina S.N., 2010. Paleo-earthquakes and long-term seismic mode of the Koryak upland region. *Geofizicheskie Issledovaniya* 11 (4), 35–43 (in Russian) [Рогожин Е.А., Новиков С.С., Родина С.Н. Палеоземлетрясения и долговременный сейсмический режим Корякского нагорья // Геофизические исследования. 2010. Т. 11. № 4. С. 35–43].
- Rogozhin E.A., Rodina S.N., 2012. Paleoseismic studies and the long-term seismic regime in the North of Sakhalin Island. *Seismic Instruments* 48 (4), 333–341. <http://dx.doi.org/10.3103/S0747923912040032>.
- Rogozhin E.A., Shen J., Rodina S.N., 2013. Comparison of seismotectonic peculiarities of Altai Mountains and Mongolian Altai. *Seismic Instruments* 49 (4), 285–296. <http://dx.doi.org/10.3103/S0747923913040063>.
- Sadovsky M.A. (Ed.), 1989. Discrete Properties of Geophysical Medium. Nauka, Moscow, 176 p. (in Russian) [Дискретные свойства геофизической среды / Отв. ред. М.А. Садовский. М.: Наука, 1989. 176 с.].
- Sobolev G.A., 2010. The earthquake predictability concept based on seismicity dynamics under triggering impact. In: *Extreme natural phenomena and catastrophes. V. 1. Assessment and Ways to Mitigation of Negative Consequences of Extreme Natural Phenomena*. Institute of the Earth's Physics RAS, Moscow, p. 15–43 (in Russian) [Соболев Г.А. Концепция предсказуемости землетрясений на основе динамики сейсмичности при триггерном воздействии // Экстремальные природные явления и катастрофы. Т. 1. Оценка и пути снижения негативных последствий экстремальных природных явлений. М.: ИФЗ РАН, 2010. С. 15–43].
- Sobolev G.A., Ponomarev V.A., 2003. Physics of Earthquakes and Precursors. Nauka, Moscow, 270 p. (in Russian) [Соболев Г.А., Пономарев В.А. Физика землетрясений и предвестники. М.: Наука, 2003. 270 с.].

Sornette D., 2006. Critical Phenomena in Natural Sciences. *Chaos, fractals, selforganization and disorder: concepts and tools*. Springer, Berlin, 450 p.

Turcotte D.L., 1999. Seismicity and self-organized criticality. *Physics of the Earth and Planetary Interiors* 111 (3–4), 275–293. [http://dx.doi.org/10.1016/S0031-9201\(98\)00167-8](http://dx.doi.org/10.1016/S0031-9201(98)00167-8).

Ulomov V.I., Bogdanov M.I., 2013. A new set of the seismic zoning maps of the Russian Federation (GSZ-2012). *Inzhenernye Izyskaniya* (8), 30–39 (in Russian) [Уломов В.И., Богданов М.И. Новый комплект карт общего сейсмического районирования территории Российской Федерации (ОСР-2012) // *Инженерные изыскания*. 2013. № 8. С. 30–39].

Wesnously S.G., Scholz C.H., Shimazaki K., Matsuda T., 1983. Earthquake frequency distribution and the mechanics of faulting. *Journal Geophysical Research* 88 (B11), 9331–9340. <http://dx.doi.org/10.1029/JB088iB11p09331>.



Родкин Михаил Владимирович, докт. физ.-мат. наук, г.н.с.
Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН
117485, Москва, ул. Профсоюзная, 84/32, Россия
✉ e-mail: rodkin@mitp.ru

Rodkin, Mikhail V., Doctor of Physics and Mathematics, Chief Researcher
Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics RAS
84/32 Profsoyuznaya street, Moscow 117485, Russia
✉ e-mail: rodkin@mitp.ru



Писаренко Владилен Федорович, докт. физ.-мат. наук, профессор, г.н.с.
Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН
117485, Москва, ул. Профсоюзная, 84/32, Россия
e-mail: pisarenko@yasenevo.ru

Pisarenko, Vladilen F., Doctor of Physics and Mathematics, Professor, Chief Researcher
Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics RAS
84/32 Profsoyuznaya street, Moscow 117485, Russia
e-mail: pisarenko@yasenevo.ru



Нго Тхи Лы, докт. физ.-мат. наук, с.н.с.,
Институт геофизики Академии наук и технологий Вьетнама,
Ханой, Хоанг Куок Вьет, А8-18, Вьетнам,
e-mail: ngothilu@yahoo.com; ngothiluiqp@gmail.com

Ngo Thi Lu, Doctor of Physics and Mathematics, Senior Researcher
Institute of Geophysics, Vietnam Academy of Science & Technology
Building A8 - 18 Hoang Quoc Viet, Cau Giay, Hà Noi, Vietnam
e-mail: ngothilu@yahoo.com; ngothiluiqp@gmail.com



Рукавишниковна Татьяна Александровна, н.с.
Институт теории прогноза землетрясений и математической геофизики РАН
117485, Москва, ул. Профсоюзная, 84/32, Россия,
e-mail: rukavishnikova_t@mail.ru

Rukavishnikova, Tat'yana A., Researcher
Institute of Earthquake Prediction Theory and Mathematical Geophysics RAS
84/32 Profsoyuznaya street, Moscow 117485, Russia
e-mail: rukavishnikova_t@mail.ru