

Interquark potential from Bethe-Salpeter amplitudes in lattice QCD

著者	Nochi Kazuki
number	84
学位授与機関	Tohoku University
学位授与番号	理博第3190号
URL	http://hdl.handle.net/10097/00125438

論文内容要旨

(NO. 1)

氏名	野地 和希	提出年	平成 30 年
学位論文の 題目	Interquark potential from Bethe-Salpeter amplitudes in lattice QCD (格子 QCD 計算による Bethe-Salpeter 振幅からのクォーク間ポテンシャルの導出)		

論文目次

1 Introduction

- 1.1 Quarks as components of hadrons
- 1.2 Quarkonium
- 1.3 Theoretical understanding of interquark potential

2 Lattice method

- 2.1 Quantum Chromodynamics
- 2.2 Lattice formalism
- 2.3 Fermion on the lattice
- 2.4 Physical observables
- 2.5 Asymptotic freedom and scaling behavior
- 2.6 Improvement of lattice action
- 2.7 Summary of simulation parameters

3 Variational method

- 3.1 Formalism
- 3.2 Practical choice of operators and reference time
- 3.3 Results of mass spectrum
- 3.4 BS wave function with variational method

4. Potential in BS amplitude method

- 4.1 BS equation
- 4.2 Potential defined in time-independent method
- 4.3 Interquark potential from BS wave function
- 4.4 Time-dependent method

(別紙様式5)

5. Tensor force in the charmonium system

5.1 Application to tensor potential

5.2 Non-relativistic approximation on BS wave function

5.3 Numerical result

5.4 Mass spectrum obtained from discretized Hamiltonian

6. Summary

Acknowledgements

Appendix

A Estimation of statistical error

B Projection to each state based on the cubic group

C S - D mixing

Reference

背景 チャーモニウムは、チャームクォークと反チャームクォークから構成される中間子である。チャームクォークは 1974 年に J/ψ 粒子(スピン三重項の S 波状態)の構成要素として発見され、アップ、ダウン、ストレンジクォークと比べて重い質量を持っていた。そのため、チャーモニウムの理論的な定式化には非相対論的なシュレディンガー方程式に基づいたポテンシャルモデルが適していると考えられており、1 グルーオン交換相互作用に基づくクーロン型ポテンシャルと、現象論的なクォークの閉じ込めを説明する線形ポテンシャルを持つ Cornell 型ポテンシャルを仮定してチャーモニウムの質量スペクトルや崩壊幅といった観測量の解析が進められた。本ポテンシャルは実験で得られたチャーモニウムの基底状態の性質を良く再現しており、シュレディンガー方程式を解く事によって励起状態まで解析が進められている。さらに、量子色力学(QCD)の第一原理計算である格子 QCD 計算に基づく Wilson ループを用いた解析によっても重いクォーク間に働く Cornell 型のポテンシャルが確認され、基底状態に対するポテンシャルモデルは確固たるものとなった。

一方で格子 QCD 計算では、経路積分の収束性のためにユークリッド時空で計算を行うことから、状態の時間発展がハミルトニアンを指数として持つ指数関数となり、励起状態の情報は時間発展によってエネルギーの低い基底状態より早く消失してしまう。そのため、格子 QCD 計算における励起状態の解析は困難を伴う。前述の Cornell 型のポテンシャルを基盤とするポテンシャルモデルには、励起状態も含む全てのチャーモニウムの質量スペクトルを再現するには幾つかの不定性があり、QCD によるクォーク間ポテンシャルの正確な決定がクォークモデルの改善において不可欠である。そこで、本博士論文では以下の二点に焦点を当てる。

- (1) 励起状態にも適用できるエネルギー依存性のないクォーク間ポテンシャルを QCD から導出可能か？
- (2) 1 グルーオン交換に基づくフェルミ-ブライト型のポテンシャルに代わる、QCD を基礎としたスピンに依存したポテンシャルは決定可能か？

(1)に関する研究はまだ存在しない一方で、(2)に関しては駒らによってポテンシャル非相対論 QCD と格子 QCD 計算を組み合わせた手法で解析された[1]。ポテンシャル非相対論 QCD においては QCD の有効ポテンシャルがクォーク質量の逆数で展開される。展開の各項の係数は格子上のカラー電磁場のポリヤコフラインに関する期待値として表現され、格子 QCD で計算可能である。実際に、クォーク質量の逆数の二次としてスピンに依存したポテンシャルが評価されている。しかしながら、その研究によって得られたスピン-スピンポテンシャルは引力的であり、実験で得られたチャーモニウム質量スペクトルとは定性的に異なっていた。

青木、初田、石井[2] によって提唱された、格子上の Bethe-Salpeter (BS) 振幅を用いた二体間ポテンシャルの決定は、上記の二つの問題を同時に解決する可能性を秘めている。文献[2]では、BS 方程式に従う短距離相互作用を持つ二体系に対して、軽いクォークが対生成するしきい値エネルギー以下においてエネルギー依存性のない非局所的なポテンシャルが定義できることが示された。当初、彼らは核子間相互作用の格子 QCD 計算に基づく研究のために BS 振幅を用いた方法を提唱している。一方で、クォーク間相互作用は Cornell 型のポテンシャルから知られているように長距離相互作用であるとはいえ、河内、佐々木が S 波チャーモニウムに対する包括的な研究[3]を行い、本手法によって正しいチャーモニウムのスピン-スピンポテンシャルの計算に成功した。これらのことか

ら、BS 振幅を用いた方法は、格子 QCD 計算に基づくクォーク間ポテンシャルの決定に比類無き効力を発揮することが予想される。加えて、スピン-スピンポテンシャルが短距離力であることを仮定することによって、クォーク間距離が十分に離れた漸近的な BS 振幅の情報からクォーク質量までも評価することが可能であることが文献[3]で示された。すなわち、BS 振幅を用いた方法は合理的なクォーク間ポテンシャルを評価するのみならず、ポテンシャルモデルに含まれるパラメータを全て QCD に基づいたインプットに置き換える可能性がある。

本博士論文で実行された格子 QCD 計算は全て、PACS-CS Collaboration によって生成された格子 QCD シミュレーションのゲージ配位を用いている[4]。ここでは縮退した軽いクォーク(アップ、ダウン)とストレンジクォークが動的に含まれており、クォークの質量パラメータは実験的に決定されたパイ中間子と K 中間子の質量をほぼ再現するように決定されている ($M_\pi=156$ MeV, $M_K=554$ MeV)。一方で、チャームクォークの格子 QCD 計算においては、その重いクォーク質量に起因した余剰な離散化誤差が生じることが知られている。我々はその系統誤差を改善するために相対論的な重いクォークの有効作用を取り入れた。

本博士論文の結果 これまでの河内、佐々木の研究では基底状態にのみ BS 振幅を用いた方法を適用していたが、本博士論文では転送行列対角化法を用いて本手法を励起状態にまで拡張する。格子 QCD 計算ではチャーモニウムの相関関数を計算するが、前述の理由によって励起状態の解析は困難を極める。しかしながら、チャーモニウム演算子を複数用意し、相関関数の行列を対角化することによって、中間状態として現れる励起状態とより重なり大きい適切な演算子を構成することが可能となる。我々は演算子の種類としてクォーク場に対して複数の異なった空間的なスメアリングを用いることで、第一励起状態に対する最適な演算子を精度良く求めることに成功した。次に、最適な演算子を用いることにより S 波チャーモニウムの基底状態と第一励起状態の BS 振幅を計算することに成功した。第一励起状態の中心力ポテンシャルは定性的に Cornell 型を示し、誤差の範囲内で基底状態のポテンシャルと一致することがわかった。

本博士論文の後半では、(2)の解決へ向けてテンソルポテンシャルの解析を行っている。非中心力型のテンソルポテンシャルは軌道角運動量を変化する相互作用であり、スピン 1 の S 波チャーモニウムに対して S-D mixing を引き起こす。すなわち、我々はスピン 1 の BS 振幅から D 波の BS 振幅を射影法により分離することが可能である。我々は、実際に基底状態と第一励起状態のそれぞれに同様の射影法を用いて D 波に相当する BS 振幅を抜き出すことに成功した、その結果、スピン 1 状態の BS 振幅に、小さいが有限に D 波成分が混在していたことが判明した。また、D 波の成分も、S 波と同様に今回用いた空間サイズに充分局在化されている。それらの解析から得られたスピン依存ポテンシャルに関して、以下のことが言える。まず、スピン-スピンポテンシャルは実験から得られる S 波チャーモニウムの超微細構造を再現する有限なレンジを持つ斥力型でかつ短距離型をし、現象論的にガウス型で与えられるスピン-スピンポテンシャルと定性的に一致している。さらに、BS 振幅の主な成分である S 波と比べて、D 波の絶対値は小さいものの、D 波から得られたテンソルポテンシャルは統計誤差の範囲内で有意な構造を持って観測された。テンソルポテンシャルは、非常に短い相対距離で斥力的に働き、遠距離では漸近的にゼロに近づく。この結果は、現象論的な相対距離の三乗の逆数に比例するテンソルポテンシャルとは定性的に異なる。中間的な距離で現れる現象論には存在しない小さな引力井戸は、解析で無視している微分展開の高次項として現れる、スピン

軌道ポテンシャルの寄与である可能性を排除できないと考えている。

結論 本博士論文では、まず、励起状態までの中心力ポテンシャルを格子 QCD 計算における BS 振幅法によって決定することで、ポテンシャルモデルでポテンシャルがエネルギーに依らずに適用されている事実を正当化した。一方で、観測量ではない BS 振幅を格子 QCD 計算で取り扱うことで、クォークモデルではパラメータとして与えられる S - D mixing をスピン 1 の BS 振幅から評価した。加えて、 D 波の情報からテンソルポテンシャルまでの解析を行い、チャームクォーク間ポテンシャルの微分展開の主要項までの QCD ハミルトニアンを包括的に決定することに成功した。

Reference

- [1] Y. Koma and M. Koma, Nucl. Phys. **B769**, 79 (2007).
- [2] N. Ishii, S. Aoki, and T. Hatsuda, Phys. Rev. Lett. **99**, 022001 (2007).
- [3] T. Kawanai and S. Sasaki, Phys. Rev. **D85** 091503(R) (2012).
- [4] S. Aoki et al. (PACS-CS Collaboration), Phys Rev. **D79**, 034503 (2009).

別 紙

論文審査の結果の要旨

強い相互作用の第一原理である QCD は低エネルギーにおいてその結合定数の強結合性により、QCD から直接的にクォーク・グルーオン量子多体系としてハドロンの形成およびその構造を理解することは難しい。ただし、重いクォーク系ではクォーク間の強い力が束縛状態に与える影響は相対的に弱くなり、グルーオンが媒介する力は、クォーク間ポテンシャルとして理論的に取り扱いやすい量子力学系の問題に帰着できると考えられている。格子 QCD 計算においては、クォーク間ポテンシャルとして、クォーク質量無限大の極限に相当する Wilson ループを使った研究が有名であるが、クォーク質量が有限な効果については、クォーク質量の逆数を展開パラメータとして摂動論的にその効果が見積もられてきた。近年、重いクォーク・反クォーク系のベータ・サルピータ振幅(波動関数)の情報から、有限のクォーク質量でのクォーク間ポテンシャルを直接導出する新しい方法：ベータ・サルピータ(BS)振幅法が提案された。

野地和希提出の本論文では、先行の BS 振幅法による研究で仮定されていた 2 つの点に対し、その妥当性の検証を詳細に行っている。1 つ目は第 4 章において議論されており、内容は共著の発表論文に基づく。先行研究においてクォーク間ポテンシャルの決定にチャーモニウムの基底状態である η_c と J/ψ 中間子の BS 波動関数を用いたが、第 4 章ではその動径励起状態である $\eta_c(2S)$ と $\psi(2S)$ の BS 波動関数から同じポテンシャルから得られるか検証を行った。格子 QCD において動径励起状態の BS 波動関数を計算が試みられたことがなかったが、動径励起状態の質量計算に使われていた転送行列対角化法を応用して $\eta_c(2S)$ と $\psi(2S)$ の BS 波動関数を計算することに成功し、それを使って BS 振幅法から得られるポテンシャルがエネルギー状態に依存せず一意に決定できることを示した。

第 4 章および先行研究では、全スピン $J=1$ の $\psi(1S, 2S)$ に対して、非中心力(テンソル相互作用)による D 波混合があっても小さいものとして無視して解析が行っていた。第 5 章では、その D 波混合を定量的に評価し、D 波混合を無視した解析に問題ないことを示した。さらに先行研究では計算されていないテンソルポテンシャルを $\psi(1S, 2S)$ の BS 波動関数に含まれる僅かな D 波成分から導出する事に成功した。本論文により QCD の複雑な動力学がハドロンのクォークの空間分布を通して量子力学系のポテンシャルに対応付けれることを定量的に示した点で評価に値する。

上記のごとく、審査論文の著者は格子 QCD 計算を用い自立して研究活動を行うに必要な高度の研究能力と学識を有することを示している。したがって、野地和希提出の博士論文は、博士(理学)の学位論文として合格と認める。