季節調整の仮説検定への影響について

西田小百合・藤本　利躬

（受付　2001年10月11日）

1　は　じ　め　に

経済時系列を四半期あるいは月ごとに観測するとき季節パターンが現れることが多い。一般に，四半期であれ月次であれ，特定の季節に他の季節と著しく異なる特徴が現れるとき季節性（seasonality）があるといわれ，こうした季節別の相違が季節変動を構成する。しかし，経済時系列分析のルーチンワークでは，季節変動は経済的に重要な情報を提供しないがゆえに除去されるべきであるとされ，適当な季節調整法（センサス局法 X-11, X-12-ARIMA 等）を用いて季節成分を除去した，いわゆる季節調整済系列を用いるのが慣わしといえよう。もっとも，最近は，Hylleberg et al.（1990）等を契機に経済変数における季節性それ自体が研究の価値あるものとして見直され，単に季節性を除去するのではなく，むしろ積極的に抽出して分析の俎上にのせるべく季節性の適切なモデリングの必要性が認識され，それが時系列計量経済分析の新潮流の一つとなりつつあるようにも見うけられる。しかし主流は依然として季節調整，すなわち季節性の除去にあることに変わりはないと思われる。

データの季節調整による影響を早々と指摘したのは　Sims（1974），Wallis（1974）であり，最近では Ghysels and Perron（1993）において推定と仮説検定への影響が詳細に検討されている。本論文の目的は，こうした先行研究の成果を踏まえ，仮説検定に対する季節調整の影響の意外性という局面に焦点を合わせて考察を加えることである。

2 節では 経済時系列における季節性と季節調整法を概観し，一般に広く用いられてきた X-11 フィルター等の一般的特性に言及する。3 節で本稿の主題である季節調整の仮説検定への影響分析を行う。4 節では本研究のモチベーションと今後の課題を述べて結論とする。

2　経済時系列における季節性

一般に，経済時系列の変動はトレンド，循環，季節性，および不規則変動の 4 大成分から構成されると見なされる。経済理論を定式化して分析を行う際には，まず第一に，これら 4 つの変動を分離し，経済的に重要な 2 つの変動，つまりトレンドと循環成分が説明できるようなモデルの構築に焦点を合わせるのが通例である。本節では，まず季節性を定義し，季節調

整の必要性を考察しよう。

2.1 季　節　性

季節性とは，一般に，四季の変化に伴う社会的，経済的慣行の推移などを反映して月次や四半期の各種データに毎年現れる季節的変動パターンであると定義される。季節性をモデル化するために用いられる時系列モデルのタイプは次の3つである。すなわち，

（i）純粋に決定論的（deterministic）な季節プロセス

（ii）定常（stationary）な季節プロセス

（iii）和分された（integrated）季節プロセス

決定論的季節プロセスは季節ダミー変数によって生成されるプロセスである。このプロセスは完全に予測でき，その形状は変わらない。$t=1$ を第1年の最初の季節（四半期データの場合には第1四半期）とし，観測期 t の季節を s_t で表そう。季節数を S とし，したがって1年間に S 回の観測を行うとするなら，

$$s_t = 1 + [(t-1) \bmod S]$$

となる[1)]。また，第 t 観測期が含まれる年を τ_t で表すと，

$$\tau_t = 1 + \mathrm{int}[(t-1)/S]$$

である[2)]。

次の単変量プロセス y_t について考える。

$$y_t = \sum_{s=1}^{S} \delta_{st}\gamma_s + z_t,\ t = 1,\ldots,T \tag{2.1}$$

この式の右辺の初めの項グループにおいて，δ_{st} は観測期 t の季節が s のとき1，その他の季節なら0となる季節ダミー変数である。したがって，これらは決定論的季節成分を表し，季節別に一定値 γ_s を取り，季節が変わればシフトする。他方，z_t は平均0，分散一定の，いわゆる弱定常（weakly stationary）な確率プロセスと仮定する。

一般的な定常季節 ARMA（autoregressive & moving average）プロセスは次式で表される。

$$\phi_S(L^S)y_t = \theta_S(L^S)\varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim i.i.d.(0,\sigma^2) \tag{2.2}$$

ここで，ε_t はホワイトノイズとしての誤差であり，平均0，分散 σ^2 の i.i.d.（identically and independently distributed），すなわち同一かつ独立な確率分布をすると仮定されている。また，2つのラグ多項式を，

1） mod は剰余を表す。

2） int は整数部分を表す。

$$\phi_S(L^S) = 1 - \sum_{i=1}^{P} \phi_{iS} L^{iS},\ \ \theta_S(L^S) = 1 - \sum_{i=1}^{Q} \theta_{iS} L^{iS}$$

と定義する。前者は（2.2）の自己回帰（AR）部分を表す AR 多項式，後者は移動平均（MA）部分に対応する MA 多項式である。したがって AR 式，MA 式の根は各々 AR 根，MA 根と呼ぶことができる。ここで，すべての根は単位円の外にあり，共通根はないと仮定しよう。例えば，四半期データに対する自己回帰プロセスは，

$$x_t = \rho x_{t-4} + \varepsilon_t \tag{2.3}$$

と表せるが，これが定常なら，そのパワー・スペクトル（power spectrum）は周波数 0（1 年に 0 サイクル），季節周波数 $\frac{\pi}{2}$（1 年に 1 サイクル）および π（1 年に 2 サイクル）でピーク（seasonal peak）に達する。

系列 y_t が自己回帰式において季節単位根（seasonal unit root）を持つとき，y_t は和分された（integrated）季節プロセスになる[3)]。その最も単純なケースは季節ランダム・ウォーク（seasonal random walk），

$$\Delta_S y_t = \varepsilon_t \tag{2.4}$$

である。ここで，$\Delta s \equiv (1 - L^S)$ は季節差分オペレータ（seasonal differencing operator）である。このプロセスのスペクトル密度は季節周波数 $\omega = \frac{2\pi}{S}$ で無限大となる。そこでは季節性が永続し，

$$\begin{aligned} \mathrm{E}(y_t | y_{t-1}, \ldots) &= \mathrm{E}(y_{t+kS} | y_{t-1}, \ldots) \\ &= y_{t-S}, \qquad k = 1, 2, \ldots \end{aligned} \tag{2.5}$$

となるから，いったん平均 0 を離れると再び戻ることはない。

2.2 季節調整

季節性以外の要因，特にトレンドや循環に関心がある従来型の実証分析では季節性は単なるノイズに過ぎず，したがって季節性を除外するためだけに季節調整法が用いられる[4)]。実際，家計所得など季節変動が目立つ系列で最近数ヶ月間の傾向を見たい場合などには季節調整済系列が有効な指標といえよう。

ところで，こうした季節調整の方法としては由緒ある米国のセンサス局法 X-11，その変種としてのカナダ統計局の X-11-ARIMA，さらに新しくは X-12-ARIMA 等が有名である[5)]。

3) 下記 p. 123 を参照。
4) 季節調整法及び季節調整済系列を無条件に使用することの問題点については中村ほか（1994），pp. 74–78 も参照。
5) 季節調整法の説明については木村（1996），Ladiray and Quenneville（2001），日本における経済統計への適用状況については奥本（2000）参照。

これらに共通するのは，原系列に系統立てて一連の移動平均フィルターをかけることによって季節成分を除去し，調整系列を生成するという逐次多段階フィルタリング方式であることである。こうして段階別フィルターから体系的に合成されるものとしてのプログラム・フィルターは理論的には線型になるはずである。しかし実際は，例えばX-11のプログラムでは，データの異常値に遭遇した場合に別のフィルターにスイッチする回路がセットされている等のために，フィルター全体が時間に依存して変化し，かくてフィルターの線型性が多少とも損なわれていることが知られている[6)]。以下では，こうした実情を承知の上で，理念型としての純粋線型の季節調整フィルターが及ぼす副作用を分析することにしよう。

3　季節調整の影響分析

季節性の処理をめぐっては2つの相対立する見解があり得る。すなわち，すべてのモデルは，それが現実への近似である限り，本来的に特定化ミス（misspecification）を伴うのが常であるが，経済主体の動学的最適化を含む構造モデルに基いて循環変動を解明しようとするときは，季節調整済みデータを用いてパラメータ推定を行うべきである。しかし，実際は季節変動込みの経済変動のさ中にあって経済主体の意思決定プロセスが進行する現実を重視するなら，季節変動も因果の波及過程に関する情報源になるはずであるから，この見方をとる限り，季節未調整データを用いて構造推定すべきであるとの結論に達するはずである。

しかし，この対立のさらなる考察は本稿の守備範囲外である。ただ，用いるデータが季節調整済みである場合と未調整の場合とで，ある種の計量分析結果にどのような相違が発生するかを分析し，その意味を考察すること，これが課題なのである[7)]。

3.1　季節性の推定への影響

季節未調整データを用いて季節性を回帰分析する方法には2種類ある。第1の方法は季節ダミーを使うもの，第2は季節差分を取るアプローチである。いずれもそれぞれ一長一短があるが，特に季節周波数で単位根が現れるかどうかが鍵になる。本節では，線型回帰モデルにおいて季節性の構造を特定化ミスすることの帰結について考察する。特定化ミスには2つのタイプがある。第1は，回帰関係におけるプロセスが定常であり，かくて季節別に固有の季節平均を推定すべきケースで季節差分を取る場合に生じる。第2はその逆である。すなわちプロセスが非定常で季節差分を取ることが適切であるにもかかわらず，季節ダミーを使う

6)　なお，移動平均の項数は周知の通り奇数であることが必要であるが，季節数は偶数であるため，項数を奇数にすべく両端の原データだけ別フィルターをかけるという通常の処理もフィルターを時間依存型にするのに一役かっている。以上，Ghysells and Perron（1993），p. 59 を参照。

7)　本節の説明は Ghysels and Osborn（2001），pp. 121–131 に大きく依存している。

場合に生じる。

ここで前掲（2.1）と同型の回帰モデル，

$$y_t = \sum_{s=1}^{S} \delta_{st}\gamma_s + z_t \tag{3.1}$$

$$\phi(L)z_t = \theta(L)\varepsilon_t,\ \varepsilon_t \sim i.i.d.(0,\sigma^2)$$

をとる。$\theta(L)$ は q 次多項式，$\phi(L)$ は p 次多項式であり，両方とも単位円外に根を持つとする。かくて決定論的季節性が存在するから，(3.1)式は正しい回帰である。このとき，あえて(3.1)の季節差分を取れば，モデルは，

$$\Delta_S y_t = \Delta_S z_t \tag{3.2}$$

となるが，いまや不適切な季節差分の帰結は明らかである。まず，季節差分をとることにより（3.1）の定数項としての季節平均 γ_s が消去されてしまうので，これを識別することはできなくなる。第2は，いわゆる過剰差分（overdifferencing）に関わる。一般に，過剰差分とは，プロセス $\{y_t\}$ が定常のときには Δy_t が MA 単位根を持つにいたることをいう（Maddala and Kim（1998），p. 49）。四半期を例にとれば，z_t に Δ_4 をかけると，

$$\Delta_4 \equiv (1-L^4) = (1-L)(1+L)(1+L^2)$$

であるから，$(1-L)$ が季節 MA 単位根を導入することになるわけである。

第2タイプの特定化ミスは，$\phi(L)$ が季節周波数において単位根を持つために季節ダミーが使用できなくなっている場合にあえてダミー処理をすれば，見せかけの回帰式が得られるという形で現れる[8)]。この現象を考察するために，真のプロセスは y_{s0} を初期値とする季節ランダムウォーク（seasonal random walk）

$$\begin{aligned} y_{s\tau} &= y_{s,\tau-1} + \varepsilon_{s\tau} \\ &= y_{s0} + \sum_{j=1}^{\tau} \varepsilon_{sj} \end{aligned} \tag{3.3}$$

であると仮定する。ここで $y_{s\tau}$ は第 τ 年の第 s 季節における y を意味する。したがって，$\mathrm{E}(y_{s\tau}) = 0, s = 1,\ldots,S, \tau = 1,\ldots,T_\tau$ である。決定論的季節モデル(3.1)を OLS 推定すれば，

$$\hat{\gamma}_s = \frac{1}{T_\tau}\sum_{\tau=1}^{T_\tau} y_{s\tau} \tag{3.4}$$

すなわち，各ダミー変数の係数の推定量は関連する季節の観測値の標本平均となる。しかし

8) Abeysinghe（1994）および Franses, Hylleberg and Lee（1995）は，真のデータ生成プロセス DGP（data generating process）が非定常季節プロセスである場合に，(3.1)を決定論的季節モデルとして推定すると決定係数が高くなり得ることを示している。ゆえに，高い決定係数も決定論的季節性の存在に有利な証拠とはならず，たとえそのプロセスが決定論的な成分を全く含まない場合でも(3.1)における係数 γ_s がゼロでないという統計的推論に陥る危険性を明らかにした。これがいわゆる「見せかけの」決定論的季節性（spurious deterministic seasonality）にほかならない。

ながら，ランダムウォーク・プロセスでは，周知のように $\hat{\gamma}_s$ は漸近収束しない。(3.4)において漸近分布を得るためには，$\sum_{\tau=1}^{T_\tau} y_{s\tau}$ を $T_\tau^{\frac{3}{2}}$ で割る必要があるのに $T_\tau = T_\tau^{\frac{2}{2}}$ で割っているにすぎないからである。ゆえに，実際は $\gamma_s = 0$ であっても $\hat{\gamma}_s$ は発散する。サンプルサイズが増加するにつれて季節ダミー変数の係数推定値は真の値 0 からますます乖離していく。

さらに回帰の決定係数 $\left(R^2\right)$ は，$\bar{y}$ をデータ平均，$\hat{y}_t$ を回帰の理論値とすれば，

$$
\begin{aligned}
R^2 &= \left[\sum_{t=1}^{T}(\hat{y}_t - \bar{y})^2\right] \Big/ \left[\sum_{t=1}^{T}(y_t - \bar{y})^2\right] \\
&= \left[\sum_{t=1}^{T}\hat{y}_t^2 - T\bar{y}\right] \Big/ \left[\sum_{t=1}^{T} y_t^2 - T\bar{y}\right]
\end{aligned} \tag{3.5}
$$

となるが，$\hat{y}_t = \hat{y}_{s\tau} = \hat{\gamma}_s$ であり，かくして $\bar{y} = \left(\frac{1}{S}\right)\sum_{s=1}^{S}\hat{\gamma}_s$ となる。

ここで(3.4)を考慮すれば，

$$
R^2 = \frac{\frac{1}{T_\tau}\sum_{s=1}^{S}\left(\sum_{\tau=1}^{T_\tau} y_{s\tau}\right)^2 - \frac{1}{ST_\tau}\left(\sum_{s=1}^{S}\sum_{\tau=1}^{T_\tau} y_{s\tau}\right)^2}{\sum_{s=1}^{S}\sum_{\tau=1}^{T_\tau} y_{s\tau}^2 - \frac{1}{ST_\tau}\left(\sum_{s=1}^{S}\sum_{\tau=1}^{T_\tau} y_{s\tau}\right)^2} \tag{3.6}
$$

(3.6)式の分子と分母を T_τ^2 で割ると，

$$
R^2 \Rightarrow \frac{\sum_{s=1}^{S}\left[\int_0^1 W_s(r)dr\right]^2 - \frac{1}{S}\left[\sum_{s=1}^{S}\int_0^1 W_s(r)dr\right]^2}{\sum_{s=1}^{S}\int_0^1\left[W_s(r)\right]^2 dr - \frac{1}{S}\left[\sum_{s=1}^{S}\int_0^1 W_s(r)dr\right]^2} \tag{3.7}
$$

上式で，$W_s(r)$ はウィーナー・プロセス（Wiener process）ないしブラウン運動(Brownian motion）を示し，その分布は

$W_s(r) \sim N(o,r),\ 0 \le r \le 1$

で与えられる。つまり，$W_s(r)$ とは平均 0，分散が 0 と 1 との間の数値をとる正規変数のメンバーなのである[9)]。

(3.7) 式から，R^2 は漸近的には固定値に収束せず，独立な $y_{s\tau}(s = 1,\ldots,S)$ のブラウン運動に収束することがわかる。したがって，帰無仮説 $\gamma_1 = \ldots = \gamma_s$ に対する伝統的 F 検定の適用は不適切となる。帰無仮説の棄却は見せかけのものであり，推定された決定論的季節性も見かけだけのものになる。

9)　ブラウン運動についてのコンパクトな解説としては Maddala et al.（1997），pp. 50–58 が重宝である。

3.2 季節調整の仮説検定への影響

本節では，季節調整の仮説検定における効果を検討する[10]。かつてはSims（1974）およびWallis（1974）が線型回帰モデルにおいて季節ノイズが誘引する漸近バイアスの性質を研究したが，より最近になってGhysels and Perron（1993）は，X-11フィルターに代表されるウェイト合計1の両側対称フィルターが季節調整に適用される場合，単位根検定は季節調整済みデータと未調整データのいずれを用いて行われるべきかという極めて興味深い問題を取り扱い，季節調整済みデータが使われるときにはパラメータの推定量に消去不能な漸近バイアスを誘引する傾向があることを論証した。季節調整が季節周波数におけるデータの相関を消去するのと裏腹に今度は季節周期（seasonal period）Sより短いラグの自己相関関数にバイアスを持ち込み，これらは漸近的にも消えないため，というわけである。かくして単位根テスト用としてのADF（augmented Dickey-Fuller）検定やPhillips-Perron検定が季節調整済データを用いて行われる場合は，単位根を棄却しない方へと偏りがちになる。したがって，漸近的観点から見れば，単位根検定は季節未調整データを用いる方がより大きな検定力を持つという非常に重要な結果が示されたわけである。

以下では，Ghysels and Perron（1993）に即してARIMAタイプの最も単純なモデルにおけるOLS推定量のこうした大標本特性を考察する。具体的には，漸近バイアス，つまり季節調整済みデータと未調整データの両ケースにおける極限統計量の期待値の間の差に着目して分析するわけである。便宜上，(3.1)式の一変種，

$$y_t = \mu + \gamma t + z_t \tag{3.8}$$

を取り上げよう。ここでも，$\phi(L)z_t = \theta(L)\varepsilon_t$，$\varepsilon_t \sim i.i.d.(0, \sigma^2)$とする。$\theta(L)$は単位根を持たない$q$次多項式であり，$\phi(L)$は単位根がせいぜい1つで，すべての他の根は単位円外にあるp次多項式と仮定する。$\{y_t\}$が差分定常プロセス，すなわち差分$\Delta y_t = y_t - y_{t-1}$をとって初めて定常になる1次の和分プロセスI(1)であるケースが重要である。そのとき，(3.8)は次のように書き直すことができる。

$$y_t = \gamma + y_{t-1} + z_t \tag{3.8'}$$

ここで，$z_t = \phi^*(L)^{-1}\theta(L)\varepsilon_t$，$(1-L)\phi^*(L) = \phi(L)$となるはずである[11]。

さて，問題の一般的線型両側フィルターを多項式$\nu(L)$で表す。すなわち，それは対称で，係数が合計1になるような構造多項式$\nu(L)$，つまり

$$\nu(L) = \sum_{i=-m}^{m} \nu_i L^i, \ \nu(L) = \nu(-L), \ \nu(1) = \sum_{i=-m}^{m} \nu_i = 1$$

についてのみ考察する。$\nu(1) = 1$を伴う対称フィルターは系列の決定論的トレンドγを変え

10）季節調整の影響についての概説はMaddala and Kim（1998），pp. 364–365にもある。
11）$y_{t-1} = \mu + \gamma(t-1) + z_{t-1}$，$y_t - y_{t-1} = \gamma + (z_t - z_{t-1}) = \gamma + (1-L)z_t$より。

ないのだから，無難に

$$\mu = \gamma = y_0 = 0$$

とおくことができる。そうすると，y_t の調整後の系列 $y_t^F = \nu(L)y_t$ は次式で与えられる。

$$y_t = z_t,\ \ y_0 = 0 \tag{3.9}$$

$$y_t^F = \nu(L)z_t,\ \ y_0^F = 0 \tag{3.10}$$

さて，(3.8')に対応して最も簡単な

$$y_t = \alpha y_{t-1} + \varepsilon_t \tag{3.11}$$

だけをとり扱う[12]。自己回帰パラメータの OLS 推定量は，未調整データの場合，

$$\hat{\alpha} = \sum_{t=1}^{T} y_t y_{t-1} \Big/ \sum_{t=1}^{T} y_{t-1}^2 \tag{3.12}$$

調整済みデータのケースは，

$$\hat{\alpha}_F = \sum_{t=1}^{T} y_t^F y_{t-1}^F \Big/ \sum_{t=1}^{T} \left(y_{t-1}^F\right)^2 \tag{3.13}$$

となる。明らかに $\hat{\alpha}$ および $\hat{\alpha}_F$ の漸近特性は単位根の有無に依存する。

まず，$\phi(L)$ に AR 単位根が存在すると仮定する。$\hat{\alpha}$ および $\hat{\alpha}_F$ は，サンプルサイズが増加するにつれて 1 に収束し，したがって漸近的バイアスは存在しない。これを確かめるために，$\gamma = 0$ とおいた（3.8'）から，

$$\begin{aligned} y_t^F &= \nu(L)y_t = \nu(L)y_{t-1} + \nu(L)z_t \\ &= y_{t-1}^F + w_t \end{aligned} \tag{3.14}$$

$$w_t = \nu(L)\phi^*(L)^{-1}\theta(L)\varepsilon_t$$

となるが，これは $\phi^*(L)$ および $\theta(L)$ が単位円の外に根を持つので，定常かつ反転可能な ARMA プロセスである。したがって，

$$\operatorname*{plim}_{T\to\infty}\left\{T^{-1}\sum_{1}^{T} y_{t-1}^F w_t\right\} = 0$$

であり，(3.14)から

$$\left(\hat{\alpha}_F - 1\right) = T^{-1}\sum_{1}^{T} y_{t-1}^F w_t \Big/ T^{-1}\sum_{1}^{T}\left(y_{t-1}^F\right)^2$$

は 0 に，したがって $\hat{\alpha}_F$ も 1 に確率収束する。$\hat{\alpha}$ も同様に 1 に確率収束することがいえる。

次に，単位根が存在しない定常プロセスについて季節調整の効果を考えよう。多項式 $\phi(L)$ が単位根を含まないとき，$\hat{\alpha}$ の漸近特性は

12)　より本格的な ARIMA モデル $y_t = \alpha y_{t-1} + \sum_{j=1}^{k} c_j \Delta y_{t-j} + \varepsilon_t$ の扱いは機会を改める。

$$\underset{T\to\infty}{\text{plim}}\,\hat{\alpha} = \underset{T\to\infty}{\text{plim}}\frac{\sum_{t=1}^{T} y_t y_{t-1}}{T}\Bigg/\underset{T\to\infty}{\text{plim}}\frac{\sum_{t=1}^{T} y_{t-1}^2}{T} = \frac{\gamma_y(1)}{\gamma_y(0)}$$

で与えられる。ここで $\gamma_y(i)$ はプロセス $\{y_t\}$ のラグ i の自己共分散関数である。他方，季節調整済みデータによるときは，

$$\underset{T\to\infty}{\text{plim}}\,\hat{\alpha} = \underset{T\to\infty}{\text{plim}}\frac{\sum_{t=1}^{T} y_t^F y_{t-1}^F}{T}\Bigg/\underset{T\to\infty}{\text{plim}}\frac{\sum_{t=1}^{T} \left(y_{t-1}^F\right)^2}{T} = \frac{\gamma_y^F(1)}{\gamma_y^F(0)}$$

ところで，一般に

$$\begin{aligned}\underset{T\to\infty}{\text{plim}}\,T^{-1}\sum_{1}^{T} y_t^F y_{t-1}^F &= \underset{T\to\infty}{\text{plim}}\,T^{-1}\left[v(L)y_t\right]\left[v(L)y_{t-s}\right]\\ &= \underset{T\to\infty}{\text{plim}}\,T^{-1}\sum_{1}^{T}\sum_{i=-m}^{m} v_i y_{t+i}\sum_{j=-m}^{m} v_j y_{t+j-s}\\ &= \sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-m}^{m} v_i v_j\left[\underset{T\to\infty}{\text{plim}}\,T^{-1}\sum_{1}^{T} y_{t+i}y_{t+j-s}\right]\\ &= \sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-m}^{m} v_i v_j \gamma(i-j+s) \equiv \gamma_y^F(s)\end{aligned} \tag{3.15}$$

が成立するから，$\hat{\alpha}_F$ の漸近バイアス $b\left(\hat{\alpha}_F\right)$ を $\hat{\alpha}$ を基準にはかることにして，

$$b\left(\hat{\alpha}_F\right) = \left[\gamma_y^F(1)/\gamma_y^F(0)\right] - \left[\gamma_y(1)/\gamma_y(0)\right]$$

と定義し，(3.15)を考慮すれば，漸近バイアスは

$$b\left(\hat{\alpha}_F\right) = \frac{\sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-m}^{m} v_i v_j \gamma_y(i-j+1)}{\sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-m}^{m} v_i v_j \gamma_y(i-j)} - \frac{\gamma_y(1)}{\gamma_y(0)} \tag{3.16}$$

で与えられることがわかる。

(3.16) は，季節調整効果としての漸近バイアスが $(m+1)$ 次までの自己共分散関数，$\gamma_y(0), \gamma_y(1)=\gamma_y(-1), \cdots, \gamma_y(m)=\gamma_y(-m)$ に依存し，ひいては季節調整の移動平均項数を表わす m に依存していることを示す[13]。したがって，(3.16)からバイアス $b\left(\hat{\alpha}_F\right)$ の＋，－についてアプリオリに厳密な結論を導出することは望むべくもないが，おおよその傾向判断はできそうである。まず，(3.16)の右辺第 2 項は 1 次の自己相関関数を定義していることに着目しよう。そこで (3.16) の右辺初項の分母と分子を $\gamma_y(0)$ で割れば，

$$b\left(\hat{\alpha}_F\right) = \frac{\sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-m}^{m} v_i v_j \rho_y(i-j+1)}{\sum_{i=-m}^{m}\sum_{j=-m}^{m} v_i v_j \rho_y(i-j)} - \rho_y(1) \tag{3.17}$$

13) もちろん，ウェイト $v_i v_j$ にも依存する。

が得られる。ここで $\rho_y(i)$ はラグ i の自己相関関数であり，

$$\rho_y(i)=\rho_y(-i)=\gamma_y(i)/\gamma_y(0),\, i=1,\cdots,m$$

でなければならない。

次に，(3.17)の右辺の分数部分を見ると，分子の各 ρ_y は分母の同じ位置にあるそれより次数が 1 だけ高く，したがって相関係数値そのものはその分小さくなっているだろうが，ウェイト v_iv_j は同一だから，この分数全体としては 1 より小さくなりそうなことがわかる。しかし，分子と分母を構成する ρ_y の異同を見ると，分子だけに含まれるのは $\rho_y(2m+1)$，分母だけに現れるのは $\rho_y(-2m)$ とそれぞれただ 1 個であり，圧倒的多数を占める $\{\rho_y(-2m+1), \cdots, \rho_y(2m)\}$ は分母，分子に共通であることに気付けば，ウェイト v_iv_j と ρ_y との掛け合わせが分母，分子間で 1 項ずつずれているという相違を考慮に入れても，問題の分数は極めて 1 に近くなる傾向があるといえよう。m が大きくなれば，分子と分母はさらに差がなくなって，ますます 1 に近づくはずである。この判断にして妥当なら，(3.17) の右辺第 2 項の $\rho_y(1)$ が，時間差最小の相関係数としての資格において単独で最も 1 に近くなるとしても，漸近バイアス $b(\hat{\alpha}_F)$ はプラスになる傾向が強いと判断できるのである。

要約すれば，季節調整によってパラメータの推定量に漸近バイアスが誘導され，Ghysels and Perron（1993）は，線型の X-11 フィルターを用いたシミュレーション実験によって，そのバイアスがプラスであることを示している。かくて $\hat{\alpha}_F$ は $\hat{\alpha}$ より大きい極限を持つ。この上方へのバイアスのために季節調整済データを用いて行われる単位根検定は定常性の対立仮説に対して検定力が小さくなるのである。

4 おわりに

かつて西田・藤本（1997）および西田（1997）は，合理的期待理論の合理性検定方式の妥当性を実証的に検討するために，BS データ（business survey data）を用いて企業の予想の合理性を検定してみたことがある。日銀短観に代表される BS データは四半期データであり，季節調整済の系列のみの公表が建前であるが，原データ，あるいは調整が不完全と思えるケースもまれに見うけられる。その際，調整済みデータを用いて Dickey-Fuller タイプの単位根検定を行うと，実際はその系列がランダム・ウォークではないのにランダム・ウォークと間違って判断されやすいという上述した Ghysells and Perron の命題の紹介（蓑谷（1997)，pp.417–418）が念頭にあったが，その通りの結果が出たのが印象的であった。つまり，単位根の帰無仮説が I（1）であると判断される系列が多かったのである。今回の研究はデータの季節調整が定常プロセスを非定常に見せる可能性がある経緯を根本的に明らかにしたが，それのみならず季節調整が重要な利用可能情報を利用不可能にしているおそれなしとしないの

であって，この点の解明が次の課題となる。

参 考 文 献

Abeysinghe, T. (1994): "Deterministic Seasonal Models and Spurious Regression", *Journal of Econometrics*, 61, 259–272.

Dickey, D. A., D. P. Hasza, and W. A. Fuller (1984): "Testing for Unit Roots in Seasonal Time Series", *Journal of the American Statistical Association*, 79, 355–367.

Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1979): "Distribution of the Estimators for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Journal of the American Statistical Association*, 74, 427–431.

Dickey, D. A. and W. A. Fuller (1981): "Likelihood Ratio Statistics for Autoregressive Time Series with a Unit Root", *Econometrica*, 49, 1057–1072.

Dickey, D. A. and S. S. Pantula (1987): "Determining the Order of Differencing in Regressive Processes", *Journal of Business and Statistics*, 5, 455–461.

Franses, P. H, S. Hylleberg, and H. S. Lee (1995): "Spurious Deterministic Seasonality", *Economics Letters*, 48, 241–248.

Fuller, W. A. (1976): *Introduction to Statistical Time Series*, John Wiley & Sons.

Ghysels, E. and O. Lieberman (1996): "Dynamic Regression and Filtered Data Series: A Laplace Approximation to the Effects of Filtering in Small Samples", *Econometric Theory*, 12, 432–457.

Ghysels, E. and D. R. Osborn (2001): *The Econometric Analysis of Seasonal Time Series*, Cambridge University Press.

Ghysels, E. and P. Perron (1993): "The Effect of Seasonal Adjustment Filters on Tests for a Unit Root", *Journal of Econometrics*, 44, 56–99.

Hylleberg, S. (1992): *Modelling Seasonality*, Oxford University Press.

Hylleberg, S., R. F. Engle, C. W. J. Granger, and B. S. Yoo (1990): "Seasonal Integration and Cointegration", *Journal of Econometrics*, 44, 215–238.

Intrilligator, M., R. Bodkin, and C. Hsiao (1996): *Econometric Models, Techniques, and Applications* , 2nd ed., Prentice Hall.

木村武（1996）：『最新移動平均型季節調整法「X-12-ARIMA」について』，金融研究第15巻第 2 号，95–150.

Ladiray, D. and B. Quenneville (2001): *Seasonal Adjustment with the X-11 Method*, Springer.

Maddala, G. S. and I. Kim (1998): *Unit Roots, Cointegration, and Structural Change*, Cambridge University Press.

蓑谷千凰彦（1997）：計量経済学，多賀出版.

中村隆英，新家健精，美添泰人，豊田敬（1994）：経済統計入門［第 2 版］，東京大学出版会.

西田小百合・藤本利躬（1997）：‘地域の景気予測指標に関する研究’，岡山大学産業経営研究会1996年度研究報告書.

西田小百合（1997）：‘企業の景気予想の合理性について――東瀬戸圏 BSI による実証分析――’ 岡山大学大学院文化科学研究科紀要，4，145–164.

奥本佳伸（2000）：季節調整法の比較研究　センサス局法 X-12-ARIMA の我が国経済統計への適用，経済企画庁経済研究所編.

Osborn, D. R. (1990): "A Survey of Seasonality in UK Macroeconomic Variables", *International Journal of Forecasting*, 6, 327–336.

Osborn, D. R., A. P. L. Chui, J. P. Smith, and C. R. Birchenhall (1988): "Seasonal and the Order of Integration for Consumption", *Oxford Bulletin of Economics and Statistics*, 50, 361–377.

Sims, C. A. (1974): "Seasonality in Regression", *Journal of the American Statistical Association*, 69, 618–626.

Wallis, K. F. (1974): "Seasonal Adjustment and Relations between Variables", *Journal of the American Statistical Association*, 69, 18–31.