

Three algorithms to construct semistandard Young tableaux, and a generalization of Knuth's formula for the number of skew tableaux

| | |
|--------|---|
| 著者 | NA MINWON |
| 号 | 21 |
| 学位授与機関 | Tohoku University |
| 学位授与番号 | 情博第604号 |
| URL | http://hdl.handle.net/10097/00120854 |

| | |
|---------|--|
| | NAMIN WON |
| 氏名(本籍) | 羅 玫 元 |
| 学位の種類 | 博 士 (情報科学) |
| 学位記番号 | 情 博 第 604 号 |
| 学位授与年月日 | 平成28年 3月25日 |
| 学位授与の要件 | 学位規則第4条第1項該当 |
| 研究科、専攻 | 東北大学大学院情報科学研究科 (博士課程) 情報基礎科学専攻 |
| 学位論文題目 | Three algorithms to construct semistandard Young tableaux, and a generalization of Knuth's formula for the number of skew tableaux (半標準ヤング盤を構成する3つのアルゴリズムと歪盤の数に関するクヌースの公式の一般化) |
| 論文審査委員 | (主査) 東北大学教 授 宗政 昭弘 東北大学教 授 原田 昌晃 東北大学教 授 尾畑 伸明 東北大学准教授 田中 太初 |

論文内容の要旨

第1章 Introduction

Kostka numbers give the number of semistandard tableaux of given shape and weight, and they play a fundamental role in representation theory of symmetric groups. Much work has been done on the problem of computing Kostka numbers, which is in general difficult. There is a recurrence formula of Kostka numbers, but we have no explicit formula for Kostka numbers.

第2章 Three algorithms to construct semistandard Young tableaux

We give three algorithms to construct a semistandard tableaux of given shape and weight, where weight is a composition which is not necessarily a partition. We also introduce a natural partial order on the set of semistandard tableaux, and show that the unique greatest element and a unique least element. Two of our algorithms give each of these elements.

第3章 Generalization of Knuth's formula the number of skew tableaux

We can compute the number of skew tableaux using A. C. Aitken, W. Feit, or R. P. Stanley's formula, but this requires evaluation of determinants and knowledge of Schur functions. We taken an elementary approach to derive a generalization of Knuth's formula using Lassalle's explicit formula. In particular, we give a formula for the Kostka numbers of a shape and weight $(3,1,\dots,1)$ and $(4,1,\dots,1)$.

第4章 A bijective proof of Vershik's relations for the Kostka numbers

Since the Kostka number is defined to be the cardinality of the set of all semistandard tableaux of given shape and weight, it is natural to expect a bijective proof of Vershik's relations for the

Kostka numbers. We describe a bijective proof of Vershik's relations for the Kostka numbers using row bumping and reverse row bumping algorithms. In order to prove it, we turn the bumping algorithm for semistandard tableaux to a sequence called a bumping route. We also define a reverse bumping route by reversing the algorithm. These sequences are used to give a bijective proof of Vershik's relations for the Kostka numbers.

論文審査結果の要旨

コストカ数とは、与えられた形と重さを持つ半標準ヤング盤の個数を表す数であり、対称群の表現論において重要な役割を持つものである。コストカ数を計算することは一般には困難であり、特別な場合を除いて公式は知られていない。著者は、コストカ数を求める問題に3つの側面から研究を行い、それぞれの場合に有用な定理、公式、新たな解釈を得た。本論文は、その成果をまとめたもので、全編4章からなる。

第1章は序論である。

第2章では、コストカ数を与える集合、すなわち、与えられた形と重さを持つ半標準ヤング盤の集合に自然な半順序を導入し、この半順序に関して最大元と最小元が唯一に定まることを、構成的アルゴリズムとともに示した。これらのアルゴリズムは、最近出版された対称群の表現論に関する専門書で書かれているアルゴリズムとは異なるものであることを実際に出力が異なる例を挙げて示している。

第3章では、重さの成分が、2が一つで残りすべて1という、特殊な場合のコストカ数のクヌースによる公式の一般化を試みた。クヌースによる公式より後で発見された、スタンリーによるコストカ数と対称群の指標値の関係式と、ラサールによる対称群の指標の具体的公式を利用することで、一般化が可能になっている。得られた公式はクヌースの公式とよく似た形をしている。これらの公式の導出の過程で、最近出版された対称群の表現論に関する専門書の公式の誤りを指摘している。

第4章では、コストカ数がみたすヴェルシクの関係式の全単射による証明を与えた。ヴェルシクの関係式は対称群の表現論を用いて証明されるが、ヤング盤への挿入というよく知られたアルゴリズムを利用してヴェルシクの関係式を示す全単射が構成できることを示した。ヴェルシクはこのアルゴリズムに言及していないばかりか、最近出版された全単射組合せ論の専門書には逆にヴェルシクの関係式が言及されていない。ヴェルシクの関係式と挿入アルゴリズムの関係を指摘したことは新たな知見と言える。

以上要するに本論文は、コストカ数の計算に関連して、数え上げ組合せ論の立場から、コストカ数を与える集合の構造を明らかにし、対称群の表現論の立場から特殊なコストカ数の場合の公式を導き、ヴェルシクの関係式の新しい証明を与えたもので、情報基礎科学ならびに代数的組合せ論の発展に寄与するところが少なくない。

よって、本論文は、博士（情報科学）の学位論文として合格と認める。