

# 生体軟組織の粘弾性評価法と 計測システム開発

東京農工大学 大学院工学府  
機械システム工学専攻 博士後期課程

小笠原 誠

# 目 次

<b>第 1 章 緒 論</b>	<b>1</b>
1.1 はじめに	1
1.2 骨格筋の構造と力学的特性	2
1.3 粘弾性特性の解析手法	4
1.3.1 固液混相理論	5
1.3.2 粘弾性構成モデル	7
1.4 本論文の目的	9
1.5 本論文の構成	10
参考文献	13
<b>第 2 章 粘弾性構成モデルによる解析手法</b>	<b>19</b>
2.1 はじめに	19
2.2 粘弾性特性の測定法	19
2.2.1 応力緩和試験	20
2.2.2 クリープ試験	21
2.2.3 非共振強制振動試験	22
2.2.4 引張試験	23
2.3 粘弾性構成モデルの選定	24
2.3.1 Maxwell モデル	24
2.3.2 Voigt モデル	28
2.3.3 3要素固体モデル	31
2.4 3要素固体モデルを用いた有限要素式の定式化	35
2.4.1 運動の支配方程式	35
2.4.2 時間についての離散化	37
参考文献	47
<b>第 3 章 疑似生体内環境下における引張試験</b>	<b>50</b>
3.1 はじめに	50
3.2 計測システム	51
3.2.1 引張試験システムの開発	51
3.2.2 疑似生体内環境槽の開発	55

3.3	圧力条件下における荷重値の誤差 . . . . .	65
3.3.1	軸抜けによる影響 . . . . .	65
3.3.2	補正方法 . . . . .	66
3.4	周囲環境を考慮したニワトリ深胸筋の引張試験 . . . . .	67
3.4.1	試験条件 . . . . .	69
3.4.2	試験結果 . . . . .	70
3.4.3	全引張試験結果 . . . . .	71
3.5	本章の結論 . . . . .	74
	参考文献 . . . . .	75
<b>第4章</b>	<b>引張試験による粘弾性特性の評価</b>	<b>77</b>
4.1	はじめに . . . . .	77
4.2	3要素固体モデルの非線形物性パラメーターの算出手法 . . . . .	77
4.2.1	3要素固体モデルと構成式 . . . . .	78
4.2.2	物性パラメーターの算出手順 . . . . .	79
4.2.3	既知の一定物性値算出による手法の検証 . . . . .	85
4.3	軟組織に対する引張試験 . . . . .	87
4.3.1	実験条件 . . . . .	87
4.3.2	実験結果 . . . . .	88
4.4	物性パラメーター算出 . . . . .	88
4.5	算出した物性パラメーターの有効性 . . . . .	90
4.5.1	シミュレーション方法 . . . . .	90
4.5.2	実験結果とシミュレーションの比較 . . . . .	92
4.6	極低速ひずみ速度の基準データ補正法 . . . . .	94
4.6.1	基準データの補正方法 . . . . .	94
4.6.2	補正した基準データによる物性パラメーターの算出 . . . . .	96
4.6.3	基準データ補正方法の実用性 . . . . .	97
4.7	応力応答の曲線近似法の検討 . . . . .	98
4.7.1	負荷過程の曲線近似の分析 . . . . .	98
4.7.2	応力応答のシミュレーション . . . . .	104
4.7.3	べき・指数積近似式の汎用性 . . . . .	107
4.8	本章の結論 . . . . .	112
	参考文献 . . . . .	113
<b>第5章</b>	<b>結 論</b>	<b>114</b>
5.1	本論文のまとめ . . . . .	114
5.2	現状と今後の展望 . . . . .	115
	参考文献 . . . . .	116

謝 辭



# 第1章 緒 論

## 1.1 はじめに

生体は骨や歯などの生体硬組織と、筋や靭帯、脳、血管等に代表される生体軟組織により構成されている<sup>(1)</sup>。これら生体組織の力学的特性を評価することは、医療における疾患部位の特定<sup>(2)(3)</sup>や医療器具の開発<sup>(4)</sup>、交通事故における損傷の解析<sup>(5)</sup>、食品工業におけるテクスチャー<sup>(6)</sup>、美容における肌や髪の毛の質<sup>(7)~(9)</sup>等々の広範囲な分野において、それぞれ重要な意義を有している。この生体組織の力学的特性の評価法としては、機械工学における標準的な材料試験方法である引張試験<sup>(10)</sup>、圧縮試験<sup>(11)(12)</sup>、せん断試験<sup>(13)(14)</sup>、衝撃試験<sup>(15)</sup>や振動による評価<sup>(16)</sup>、また近年では対象とするモノを損傷させずに物性を計測できる球圧子を用いた押込試験<sup>(17)</sup>などにより、様々な研究がなされている。これにより生体組織に対する力学試験は、組織を切り出すことで試験片実験を行う *in vitro*、組織が生きている状態で行う *in vivo*、生体個体内の本来にあるべき場所で実験を行う *in situ* といった用語で示される実験環境において、様々な部位について行われており、それらは徐々にデータベース化されてきている<sup>(18)(19)</sup>。また、近年のコンピューターパワーの向上を背景として、システム生物学の分野ではコンピューター上でのシミュレーションを実験環境のように見立てて *in silico* という用語も使用されるようになってきている<sup>(20)</sup>。バイオメカニクスの分野でも同様の時代背景により、有限要素法 (Finite element method) を主とした数値シミュレーションによる研究<sup>(21)~(25)</sup>が現在も盛んに行われているが、ここで有効な解析結果を得るために重要となるのは生体組織の力学的特性をどのように適切に評価し、それを表現するかという点にある。

生体組織の中で、特に動物の体重のおよそ40%を占める骨格筋 (Skeletal muscle) は運動作用の源であり、また外力による衝撃を吸収して骨や内臓を保護する機能を

持つため、その力学的特性の評価および表現は特に重要と考えられる。ここで特徴的な生体組織の力学的特性としては、複数の要素から構成されることによる不均質性や、機能をうまく発揮できるように構成要素が配向していることによる異方性が挙げられるが、さらに生体軟組織では構成成分のおよそ80%が水分<sup>(26)</sup>であることに起因した粘弾性特性<sup>(27)~(29)</sup>に着目することが外力による衝撃吸収という機能を表現するために有効であると考えられる。よって、生体に関する数値シミュレーションをより有効な手法とするためには、力学的特性について骨格筋の複雑な非線形粘弾性特性を評価可能とする手法と、それに基づいた計測システムの開発が必要となる。

## 1.2 骨格筋の構造と力学的特性

骨格筋は生体自身の意志により動かすことができるため、随意筋と呼ばれている。生体ではこの他に内臓や血管等の様に無意識に動く不随意筋があり、神経系の分類によると随意筋は運動神経に、不随意筋は自律神経により運動が制御されている。骨格筋を顕微鏡により観察すると周期的な濃淡の横縞が観察されることから横紋筋とも分類されている<sup>(30)</sup>。

骨格筋は図1.1に示すように、最大で約300mmと非常に長い円柱形の筋線維 (Muscle fibers) が束になることにより構成されている。筋内膜 (Endomysium) に包まれた直径10~100 $\mu\text{m}$ である筋線維が筋束 (Fascicle) を構成し、筋周膜 (Perimysium) に包まれた筋束がさらに束になることで骨格筋を形成している。また筋線維の横紋 (Cross striation) は図1.2に示すように、A帯 (A-band)、I帯 (I-band) と呼ばれる暗いバンドと明るいバンドの繰り返しにより観察される。またこのI帯はZ線 (Z-line) と呼ばれる暗い横線によって2等分されている。筋収縮の最小単位はZ線から次のZ線までの部位で筋節 (Sarcomere) と呼ばれており、安静時の筋において、この筋節の長さは約2.5 $\mu\text{m}$ であると言われている。さらに筋線維は、筋原線維 (Myofibril) と呼ばれる細い円柱形のフィラメントの束で満たされている<sup>(31)</sup>。

次に図1.3に筋原線維と筋フィラメント (Myofilament) の構造の模式図を示す。筋原線維は直径が1~2 $\mu\text{m}$ で、筋線維の長軸方向に平行に走り、筋節の端と端が結合しあって鎖のように繋がった構造をしている。隣り合った筋節は外側に向かって同様に配列しているので、筋全体として特徴的な横紋を示すことになる。筋原線維

は主に太いミオシンフィラメント (Myosin filament) と細いアクチンフィラメント (Actin filament) から構成されており, 筋線維の暗いバンド (A 帯) と明るいバンド (I 帯) からなる横紋は, この2種類のフィラメントが対称に筋原線維の長軸に沿って重なって並んでいることにより生じるものである. つまり, ミオシンフィラメントとアクチンフィラメントが重なっている部分が A 帯となり, アクチンフィラメントのみの部分が I 帯となる. 筋の能動的な収縮ではこのミオシンフィラメントとアクチンフィラメントの滑りにより生じると言われている<sup>(32)</sup>.

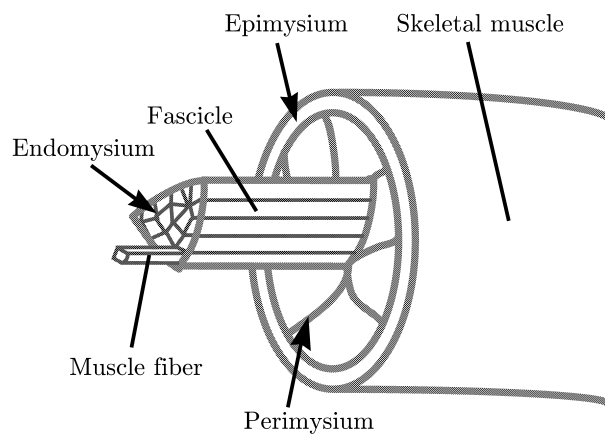


Fig.1.1 Schematic of skeletal muscle.

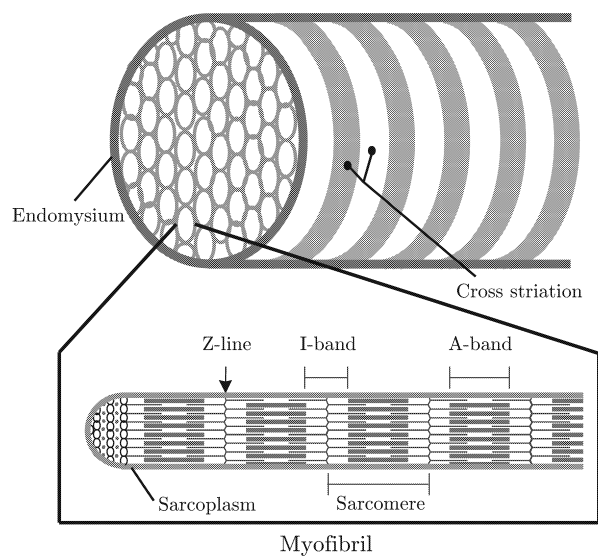


Fig.1.2 Schematic of muscle fiber.

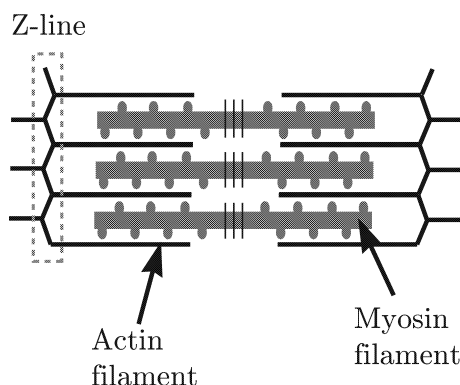


Fig.1.3 Schematic of myofibril.

このような線維構造を有する骨格筋の力学的特性は、筋線維方向とその周方向で大きく異なると考えられる。線維構造を有する工業材料に対する力学的特性の評価方法について、一部ではあるが表 1.1 に 2013 年 6 月現在の JIS 規格 (Japanese Industrial Standards) を示す。これらの共通点は、試験片の作製に関して線維方向を考慮することを規定しているところである。このことから、骨格筋の力学的特性を評価する場合にも筋線維方向について留意した力学試験を行う必要がある<sup>(33)</sup>。

また、前述のように骨格筋は約 80% が水分で構成されている。筋線維内での水の状態については未だ不明な点も多いが、タンパク質と強く結合した結合水と細胞内外に含まれている自由水があると言われている<sup>(34)(35)</sup>。このような水分を含むものの材料特性は乾湿状態や温度などの実験環境に大きく影響を受けることが知られており、表 1.2 に示す JIS 規格では水分を含む物質に関して、水槽内で含水率を安定させた後に実験を行うなどの方法を規定している。生体組織の力学的特性評価でも水槽内で実験を行っている研究例がある<sup>(36)</sup>。これに加えて実験環境に関しては、骨格筋の内部には筋収縮時や体の姿勢によって筋内圧が生じることが知られている<sup>(37)(38)</sup>。また、重量挙げなどのスポーツで使用されるベルト<sup>(39)</sup>や腰痛対策で使用される医療用コルセット<sup>(40)</sup>など、外力によっても骨格筋には圧力が作用する場合は考えられるため、圧力環境を考慮して変形特性を評価することも重要であると考えられる。

### 1.3 粘弾性特性の解析手法

一定ひずみ下で時間と共に応力が減少する応力緩和現象や、一定応力下で時間と共にひずみが増加するクリープ現象、除荷後に変形が時間をかけて元に戻る遅延弾

Table 1.1. JIS about evaluation of mechanical properties for fiber structure.

Standard No.	Title
JIS K1477	Test methods for fibrous activated carbon
JIS L1069	Tensile strength tests of natural fibres
JIS R1643	Testing methods for interlaminar shear strength of continuous fiber-reinforced ceramic composites
JIS Z2101	Methods of test for wood

Table 1.2. JIS about evaluation of mechanical properties for moist solid.

Standard No.	Title
JIS A1107	Method of sampling and testing for compressive strength of drilled cores of concrete
JIS T6512	Dental agar impression materials
JIS A1439	Testing methods of sealants for sealing and glazing in buildings
JIS L1912	Test methods for nonwoven fabrics of medical use

性、変形速度が速いほど硬く振る舞うひずみ速度依存性など、時間に依存した変形挙動を示す粘弾性特性に対する評価法については、後にそれを応用して数値シミュレーションを行うことも想定して検討する必要がある。生体軟組織における粘弾性特性の解析手法としては、大きく分けると以下の2通りが提案されており、次節にそれぞれを取り上げる。

- (1) 固液混相理論 (Biphasic theory) による解析<sup>(41)~(47)</sup>
- (2) 粘弾性構成モデルを用いた解析<sup>(48)~(53)</sup>

### 1.3.1 固液混相理論

固液混相理論とは固相と液相の相互作用を連続体力学で扱う理論で、関節軟骨の圧縮における粘弾性挙動を解析において Mow ら<sup>(41)</sup>により考案されたものである。関節軟骨は、プロテオグリカンやコラーゲン線維からなる細胞外基質と約80%の水分で構成されており、変形により内部に圧力勾配が生じることで液相が固相間を移

動する．このときの摩擦力，すなわち拡散抗力を浸透率（あるいは透過率） $k$ で表現し，これを推定することで粘弾性挙動を解析するものである．この固液混相理論は関節軟骨に限らず，固相・液相間の相互関係がマクロな変形挙動において支配的とみなせる場合に有効と考えられるため，生体組織では脊髄<sup>(42)</sup>や椎間板髄核<sup>(43)(44)</sup>，脳<sup>(47)</sup>などの変形解析への適用が研究報告されている．但野らの報告<sup>(42)</sup>を引用すると，以下の条件で固液混相理論を記述することができるかとされている．

- (1) 両相とも化学的に不活性
- (2) 固相と液相は互いに混ざり合わない
- (3) 各相は非圧縮性
- (4) 固相は線形弾性的でひずみは微小
- (5) 液相は粘性が低い
- (6) 慣性力と物体力は無視できる
- (7) 各相間で角運動量の交換は行われぬ

これらの条件の下で，固液混相状態の連続体基礎方程式が導出される．まず質量保存則に基づく連続は添え字  $s$ ,  $f$  がそれぞれ固相，液相の物理量を表すとして次式で示される．

$$\operatorname{div}(\phi^s v^s + \phi^f v^f) = 0 \quad (1.1)$$

ここで  $v$  は速度， $\phi$  は体積分率であり  $\phi^s + \phi^f = 1$  の関係が成立する．次に各相の運動量保存則は次式となる．

$$\operatorname{div}\sigma^s + \pi = 0 \quad (1.2)$$

$$\operatorname{div}\sigma^f - \pi = 0 \quad (1.3)$$

ここで  $\sigma$  は応力テンソル， $\pi$  は拡散抗力である．また固相，液相それぞれの構成則は次式で与えられる．

$$\sigma^s = -\phi^s p I + \lambda_s \operatorname{tr}(\varepsilon^s) I + 2\mu_s \varepsilon^s \quad (1.4)$$

$$\sigma^f = -\phi^f p I \quad (1.5)$$

$p$ は圧力,  $I$ は単位テンソル,  $\varepsilon$ はひずみテンソル,  $\lambda_s$ と $\mu_s$ はLame定数である. ここで拡散抗力 $\pi$ については次式の関係があるとされている.

$$\pi = -p\nabla\phi^f + K(v^f - v^s) \quad (1.6)$$

ここで $K$ は拡散抗力係数であり, 浸透率 $k$ と次式の間があることが実験により求められている.

$$K = \frac{(\phi^f)^2}{k} \quad (1.7)$$

以上より, 浸透率 $k$ を求めることで式(1.7)より拡散抗力係数 $K$ が得られ, これを式(1.1)～(1.6)に用いることでマクロな変形が理論的に解析される. なお, この浸透率 $k$ に関しては, 外周を拘束した単軸圧縮試験からの推定やひずみ依存性の付加などが提案されている.

この固液混相理論は有限要素解析への導入も行われており, 変形解析に関する検討にも使用されている. ただし, 陳らの報告<sup>(47)</sup>によると, 脳の変形解析では固相と液相の2相構造のみで粘弾性特性を表現するのは不十分であり, この対応として固相の構成則について次節に示す粘弾性構成モデルを適用することで実現象を再現することができたとされている. これを考察すると, 生体組織の中には粘弾性特性について固相・液相間の相互関係を支配的とみなせない場合もあるということとなる. 本論文で対象とする生体軟組織については1.2節に述べたように, 骨格筋の構成成分である水分の状態にタンパク質と強く結合した結合水があるとされていることから, 固相単体の変形挙動も粘弾性特性を示す可能性がある. よって, 生体軟組織の変形解析について固液混相理論を適用する場合には, 固相の力学的特性について検討する必要があると考えられる.

### 1.3.2 粘弾性構成モデル

粘弾性体の変形挙動の解析では, バネ要素とダッシュポット要素を組み合わせた力学モデルである粘弾性構成モデル<sup>(48)</sup>を使用する手法がある. 図1.4に示すような, 最も簡単な粘弾性構成モデルであるバネ要素とダッシュポット要素を1個ずつ直列に配置したMaxwellモデルは, 気体分子運動論における気体圧力の緩和を論じるにあたり提案された直列粘弾性の概念であり, 1867年にJ.C. Maxwellにより提案され

た<sup>(49)</sup>。1878年にはWilliam Thomson（後のLord Kelvin）が遅延弾性（弾性余効）について考察し，並列粘弾性の概念を提案した<sup>(50)</sup>。また，これと同様の概念を1889年にW. Voigtが固体における結晶の内部摩擦に関する力学的考察から提案しており<sup>(51)</sup>，現在では図1.5に示すようなバネ要素とダッシュポット要素を1個ずつ並列に配置した粘弾性構成モデルをVoigtモデルと呼んでいる<sup>(54)</sup>。

このように1860年代から提案されてきた概念に基づく粘弾性構成モデルは，前節の固液混相理論と比較すると古典的な解析手法と言えるが，バネ要素・ダッシュポット要素の個数や物性値，配置方法の自由度により汎用性が高いため，生体組織や高分子材料，食品，粘土，地層などの粘弾性特性に対する評価・解析に広く使用されている。ここで，粘弾性構成モデルにおける要素の個数や配置に関する考え方としては，モノの内部構造を出来るだけ反映させる方法<sup>(55)(56)</sup>と，実験により観察した粘弾性特性を高精度に表現できるように調整する方法の2通り<sup>(57)</sup>がある。粘弾性構成モデルを使用するということは，分子構造にまで立ち入らない連続体力学に基づく評価・解析であるため，分子動力学をマイクロとするのであれば，前者の考え方はマイクロとマクロの間とされるメゾスコピックな視点によるアプローチといえる。この方法では，物性値を一義的に同定できる手法が確立できれば，モデルの各要素がモノを構成している物質の力学的特性を表していると考えられるため，定量的で詳細な評価を行うことができる可能性を有しており，学術性が高いといえる。しかしながら，モノの内部構造を忠実に再現しようとするればするほど要素数は増大し，そ

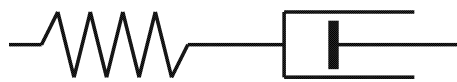


Fig.1.4 Maxwell model.

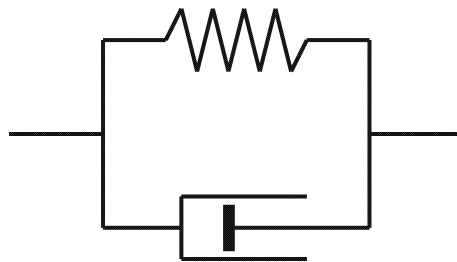


Fig.1.5 Voigt model.



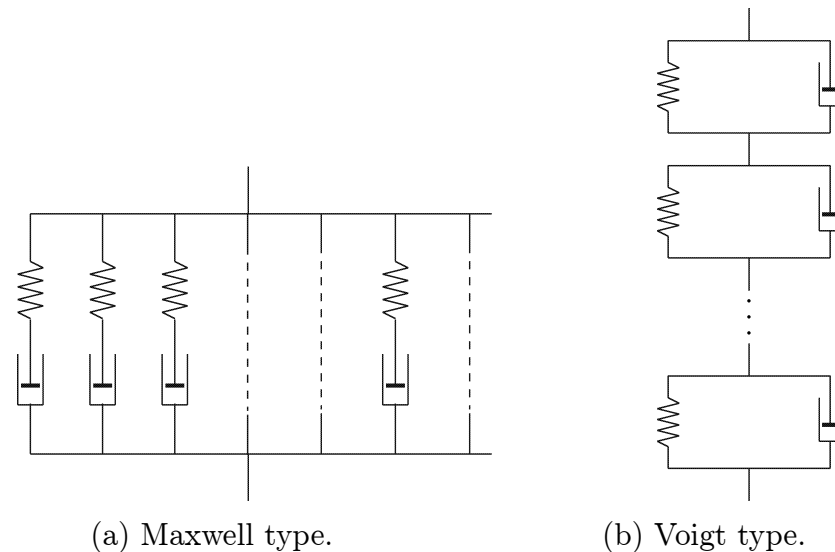


Fig.1.6 Generalized viscoelastic models.

の配置も複雑になるため、物性値の同定や有限要素式の導出が困難となることにより実用性が低下する傾向にある。一方で、後者の方法は実用面で優位性があり、特に図 1.6 に示すような Maxwell モデルや Voigt モデルを可能な限り複数個並列に配置した一般化粘弾性モデルが使用されている<sup>(58)~(63)</sup>。近年では、市販の非線形有限要素解析ソフトにも一般化粘弾性モデルが導入され、様々な解析結果も報告されるようになってきている。しかしながら粘弾性特性の評価という面では、複数材料の比較や触診・食感などのヒトの感覚と各要素の相関に関する考察において、バネ要素・ダッシュポット要素が多数あることから困難が伴うと考えられる。

以上より、粘弾性構成モデルを使用した評価・解析では、力学模型を構成するバネ要素やダッシュポット要素の数を出来る限り少なくしながらも、複雑な粘弾性挙動に適用できるような手法が望ましいと考えられる<sup>(64)</sup>。

## 1.4 本論文の目的

本論文では、生体軟組織の外力に対する粘弾性特性について、最小限の要素数と考えられる粘弾性構成モデルを用いた実用性の高い評価手法の開発を目的とする。まず粘弾性構成モデルには、バネ要素と Voigt モデルを直列に配置した 3 要素固体モデル (Standard model) を使用することとし、少ない要素数で複雑な変形挙動を

評価するために、バネ要素とダッシュポット要素の物性値にひずみ依存性を与えることで非線形化した物性パラメーターを用いることとする。この物性パラメーターの算出には、粘性を無視することができると考えられる極低速を含む3つの異なるひずみ速度による単軸引張試験から得られる応力-時間曲線を基準データとして使用する方法を提案する<sup>(64)</sup>。

ここで生体軟組織の粘弾性計測システムについては、応力とひずみを算出するために *in vitro* な実験環境として、複数のひずみ速度における試験を可能とする高速引張試験機と、この *in vitro* な環境においても生体軟組織が本来置かれている生体内環境を再現するための疑似生体内環境槽<sup>(66)</sup>を開発する。特に、この疑似生体内環境槽は溶液中での引張試験を可能とし、圧力、温度を調整可能な性能を有するものとする。この計測システムを用いて、複数の圧力環境下におけるニワトリの深胸筋に対する引張試験を行うことで、一定ひずみ速度における引張を行う負荷過程と変形停止後の応力緩和過程についての基礎的なデータを得ることとする。

また前述のように、この複雑な生体軟組織の粘弾性特性を評価するために、本論文では3要素固体モデルに非線形な物性パラメーターを導入することとする。この物性パラメーター算出では、ニワトリの深胸筋に対して、粘性を無視することができる極低速を含む3つのひずみ速度における引張試験から取得した基準データを使用する。この手法の有効性は、算出された物性パラメーターを用いた引張試験のシミュレーションと実験結果を比較して検討する。その上で特に、極低速なひずみ速度における実験結果を補正する方法や、応力応答の曲線近似におけるべき・指数積近似式の有効性<sup>(65)</sup>についても検討することで、より実用的なパラメーター算出方法を提案する。

## 1.5 本論文の構成

本論文は、粘弾性構成モデルに関する基礎理論を示す第2章と、計測システムの開発と引張試験により取得した軟組織の変形特性に関する基礎データを示す第3章、3要素固体モデルの非線形物性パラメーターの算出手法と軟組織に対する引張試験から得た基準データへの適用について示した第4章、今後の展望を述べる第5章で構成される。

第2章では、広く使用されている粘弾性構成モデルに関する基礎理論を示した後、本論文で対象とする生体軟組織の粘弾性変形挙動についての予測を行い、これを評価可能とする最小要素数および配置となる粘弾性構成モデルについて示す。また、ここで選定された3要素固体モデルについて、後の数値解析への展開も考慮して、動的陽解法による有限要素式の定式化についても示す。

第3章においては、まず粘弾性計測システムとして高速引張試験機と疑似生体内環境槽の開発について示す。ここでは特に、引張試験機の荷重軸が環境槽の側面壁を貫通する構造を採用することとし、この構造が微小荷重計測に与える影響を評価する。またこの評価の後に、ニワトリの深胸筋を供試体とした試験片に対して4種類の圧力環境下で試験を行う。これにより一定ひずみ速度による引張を行う負荷過程と変形停止後の応力緩和過程における応力-時間曲線を取得することで、これを生体軟組織の粘弾性変形挙動に関する基礎的なデータとして示す。

第4章では、前章で明らかとなった生体軟組織の強い非線形な粘弾性特性を評価するために、ひずみ依存性を付加した物性パラメーターを導入した3要素固体モデルの使用について検討する。具体的には各物性パラメーターの算出について、3つのひずみ速度における引張試験から得られる負荷過程の応力-時間曲線を使用する手法を示す。また、ニワトリの深胸筋を供試体とした試験片に対する3つのひずみ速度での引張試験から得られた基準データに、このパラメーター算出手法を適用した結果を示す。この手法の有効性については、算出した物性パラメーターを使用したシミュレーションと実験結果の比較により確認を行う。なお、この確認過程においては軟組織の力学的特性に対する計測技術の高精度化のために、極低速ひずみ速度における基準データの補正方法や、応力応答の曲線近似法として提案したべき・指数積近似式の有効性についても示す。

最後に第5章では、本論文のまとめと今後の展望について示す。特に展望に関して、本論文に示した粘弾性評価法では引張試験を用いるために非侵襲性が求められるヒトへの適用が困難であるが、近年開発された「モノの弾性を触診メカニクスにより計測するデスクトップロボット<sup>(67)</sup>」では、モノを傷つけることなく応力-ひずみ関係を推定できるとされている。この技術の応用により本評価法を、疾患の特定検査に関する技術へ応用することや、触診や指圧などの感覚の定量化に向けた可能

性について示す.

## 参考文献

- (1) 林紘三郎, バイオメカニクス (2000), pp.25-29, コロナ社.
- (2) 松本健郎, 片岡則之, 安部裕宣, 佐藤正明, “ピペット吸引法による遺伝性動脈硬化症 (WHHL) ウサギ大動脈壁の局所弾性率計測”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.65, No.636 (1999), pp.1845-1850.
- (3) 小沢田正, 濱口良太, 鈴木敬裕, 久保田洋子, 中田瑛浩, 鈴木勝義, 鹿内元治, “微小生体軟組織片の動力学特性測定法とヒト前立腺生検組織への応用”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.61, No.591 (1995), pp.4410-4416.
- (4) 水野光国, 内門勝志, 大槻基信, 古澤秀雄, “自動血管縫合手術に適応するチタン材料の強度試験および血管の力学的特性”, 医科器械学, Vol.70, No.9 (2000), pp.413-420.
- (5) 平林智子, 渡辺雄一郎, 田中英一, 岩本正実, “非単調負荷による損傷を表現できる骨格筋構成式の開発と三次元解析への応用”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.77, No.778 (2011), pp.916-924.
- (6) 勝田啓子, “食品科学とレオロジー”, 日本バイオレオロジー学会誌, Vol.10, No.2 (1996), pp.74-86.
- (7) 蔦紀夫, 岡本伸吾, 山根健二, 山崎哲也, “表情機構のコンピュータ・シミュレーション (第2報, 有限要素法による生体軟組織超弾性体の in vivo 物性同定と座屈および有限変形解析)”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.60, No.570 (1994), pp.454-460.
- (8) 梅屋潤一郎, “生体組織のレオロジー”, 食品の物性, Vol.14 (1988), pp.161-178.
- (9) 太田裕子, 福増章夫, 西村優子, 中村邦雄, “毛髪粘弾性的性質に及ぼす水の影響”, 繊維学会誌, Vol.52, No.1 (1996), pp.1-6.
- (10) DEGUCHI Shinji, OHASHI Toshiro, SATO Masaaki, “Newly Designed Tensile Test System for in vitro Measurement of Mechanical Properties of Cytoskeletal Filaments”, *JSME international journal. Series C, Mechanical systems, machine elements and manufacturing*, Vol.48, No.4 (2005), pp.396-402.
- (11) M. Van Loocke, C.K. Simms, C.G. Lyons, “Viscoelastic properties of passive skeletal muscle in compression cyclic behaviour”, *Journal of Biomechanics*, Vol.42, No.8 (2009), pp.1038-1048.
- (12) M. Van Loocke, C.G. Lyons, C.K. Simms, “A validated model of passive muscle in compression”, *Journal of Biomechanics*, Vol.39, No.16 (2006), pp.2999-3009.

- (13) 蔦紀夫, 王春立, 山根健二, “表情機構のコンピュータ・シミュレーション (第1報, 有限要素法による軟組織超弾性体の有限変形解析と力学物性の同定)”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.58, No.551 (1992), pp.1107-1114.
- (14) NYNNE E. BILSTON, ZIZHEN LIU, NHAN PHAN-THIEN, “Linear viscoelastic properties of bovine brain tissue in shear”, *Biorheology*, Vol.34, No.6 (1997), pp.377-385.
- (15) 立石哲也, 白崎芳夫, 木下好司, 立石和雄, “ち密骨の衝撃圧縮特性”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.46, No.404 (1980), pp.438-448.
- (16) 崔博坤, 高橋尚史, 小野寺嘉孝, “生体組織の表面波伝搬特性からのずり弾性率評価”, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol.97, No.333 (1997), pp.7-13.
- (17) 谷充博, 佐久間淳, “球圧子押込試験による相当押込ひずみを用いた Young 率計測法の軟材料への適用性評価”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.76, No.761 (2010), pp.102-108.
- (18) 船井孝, 長津義之, 鈴木敬明, 加藤俊文, 片岡弘之, 横田秀夫, 姫野龍太郎, “非線形性を考慮した生体組織の物性値データベース構築”, 理研シンポジウム 生体力学シミュレーション研究 (2008), pp.54-61.
- (19) H. Abe, K. Hayashi, M. Sato, *Data Book on Mechanical Properties of Living Cells, Tissues, and Organs* (1996), Springer-Verlag.
- (20) 大塚淳, “人工生命からシステム生物学へ”, 京都大学文学部哲学研究室紀要, Vol.10 (2007), pp.58-66.
- (21) Wen Wu, Pheng Ann Heng, “An improved scheme of an interactive finite element model for 3D soft-tissue cutting and deformation”, *The Visual Computer*, Vol.21, No.8-10 (2005), pp.707-716.
- (22) J. Berkley, S. Weghorst, H. Gladstone, G. Raugi, D. Berg, M. Ganter, “Banded Matrix Approach to Finite Element Modelling for Soft Tissue Simulation”, *Virtual Reality: Research, Development and Application*, Vol.4 (1999), pp.203-212.
- (23) Anton E. Bowden, Heather L. Guerin, Marta L. Villarraga, Avinash G. Patwardhan, Jorge A. Ochoa, “Quality of motion considerations in numerical analysis of motion restoring implants of the spine”, *Clinical Biomechanics*, Vol.23 (2008), pp.536-544.
- (24) V.J. Thomas, K.M. Patil, S. Radhakrishnan, “Three-dimensional stress analysis for the mechanics of plantar ulcers in diabetic neuropathy”, *Medical & Biological Engineering & Computing*, Vol.42, No.2 (2004), pp.230-235.

- (25) 井原真紀, 村上輝夫, 澤江義則, “軟骨細胞の存在を考慮した軟骨組織のモデル化と軟骨および軟骨細胞の圧縮挙動の有限要素解析”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.69, No.678 (2003), pp.487-493.
- (26) 栗田太作, 灰田宗孝, 篠原幸人, “骨格筋における自由水の特性”, 東海大学スポーツ医科学雑誌, Vol.7 (1995), pp.99-104.
- (27) M. Van Loocke, C.G. Lyons, C.K. Simms, “Viscoelastic properties of passive skeletal muscle in compression: Stress-relaxation behaviour and constitutive modelling”, *Journal of Biomechanics*, Vol.41, No.7 (2008), pp.1555-1566.
- (28) Tanaka Eiji, Theo von Ejiden, “BIOMECHANICAL BEHAVIOR OF THE TEMPOROMANDIBULAR JOINT DISC”, *Critical reviews in oral biology and medicine: an official publication of the American Association of Oral Biologists*, Vol.14, No.2 (2003), pp.138-150.
- (29) Karol Miller, Kiyoyuki Chinzei, “CONSTITUTIVE MODELLING OF BRAIN TISSUE: EXPERIMENT AND THEORY”, *Journal of Biomechanics*, Vol.30, No.11 (1997), pp.1115-1121.
- (30) 日本機械学会編, 生体機械工学 *Biomechanical Engineering: A First Course* (1997), pp.49-52, 丸善株式会社.
- (31) 貴邑富久子, 根来英雄, シンプルシリーズ シンプル生理学 (2008), 南江堂.
- (32) 貝原眞, 坂西明郎, バイオレオロジー (1999), pp.153-154, 米田出版.
- (33) Duane A. Morrow, Tammy L. Haut Donahue, Gregory M. Odegard, Kenton R. Kaufman, “Transversely isotropic tensile material properties of skeletal muscle tissue”, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomedical Materials*, Vol.3 (2010), pp.124-129.
- (34) 西村公雄, 小林愛子, 安信淑子, “凍結速度が速いほど鶏ささ身の品質は保持されるか: 真空調理法による評価”, 日本家政学会誌, Vol.57, No.9 (2006), pp.627-634.
- (35) 野口駿, “食品中の水”, 食品の物性, Vol.11 (1985), pp.113-121.
- (36) Yamamoto Ei, “Response of Tendinous Tissues to Stress During Culture : A Biomechanical Perspective”, *Memoirs of the School of Biology-Oriented Science and Technology of Kinki University*, Vol.19 (2007), pp.1-21.
- (37) 岡久雄, 枝松幹也, P. Ake Oberg, “凍内プローブを用いた筋収縮メカニズムの解析: 活動電位と筋内圧”, 電子情報通信学会技術研究報告, Vol.103, No.731 (2004), pp.29-32.
- (38) 紺野慎一, 菊地臣一, 高橋直人, “姿勢と筋内圧”, 日本整形外科学会雑誌, Vol.74, No.8 (2000), p.S1565.

- (39) Kei Miyamoto, Nobuki Iinuma, Masato Maeda, Eiji Wada, Katsuji Shimizu, "Effects of abdominal belts on intra-abdominal pressure, intra-muscular pressure in the erector spinae muscles and myoelectrical activities of trunk muscles", *Clinical Biomechanics*, Vol.14 (1999), pp.79-87.
- (40) 後藤亨, "椎間板内圧に関する研究 腰椎用装具軟性コルセット装着時の椎間板内圧の変動", 中部日本整形外科災害外科学会雑誌, Vol.16, No.5・6 (1973), pp.971-981.
- (41) V.C. Mow, S.C. Kuei, W.M. Lai, C.G. Armstrong, "Biphasic Creep and Stress Relaxation of Articular Cartilage in Compression: Theory and Experiments", *Journal of Biomechanical Engineering*, Vol.102 (1980), pp.73-84.
- (42) 但野茂, 武山敦史, "固液混相理論に基づく脊髄組織の粘弾性変形特性", 運動療法と物理療法, Vol.17, No.4 (2006), pp.297-302.
- (43) 大竹まどか, 但野茂, "椎間板髄核の固液混相挙動", 日本機械学会第13回バイオエンジニアリング学術講演会・秋季セミナー講演論文集, No.02-26 (2002), pp.137-138.
- (44) 大竹まどか, 但野茂, "髄核の biphasic 変形挙動と椎間板粘弾性解析", 日本機械学会 2004 年度年次大会講演論文集, No.04-1 (2004), pp.5-6.
- (45) 黒原靖之, 石川格, 澤江義則, 村上輝夫, "関節軟骨圧縮試験における経時的挙動に対する固液二相性理論解析", 日本機械学会 2004 年度年次大会講演論文集, No.04-1 (2004), pp.7-8.
- (46) 陳献, 陳媛, 久田俊明, "非線形有限要素解析による二相理論に基づく軟組織力学モデル化に関する検討", 日本機械学会論文集 A 編, Vol.70, No.697 (2004), pp.1208-1215.
- (47) 陳献, 陳媛, 宮城靖, 久田俊明, "2 相混合体理論に基づく脳の変形解析に関する検討", 日本機械学会第19回バイオエンジニアリング講演会講演論文集, No.06-65 (2007), pp.156-157.
- (48) 山田嘉昭, 塑性・粘弾性 (有限要素法の基礎と応用シリーズ6) (1980), pp.11-18, 培風館.
- (49) J.C. Maxwell, "On the Dynamical Theory of Gases", *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, Vol.157 (1867), pp.49-88.
- (50) Lord Kelvin, "Elasticity", *Encyclopedia Britannica ninth edition* (1878), pp.796-825.
- (51) W.Voigt, "Ueber die innere Reibung der festen Körper, insbesondere der Krystalle", *Abhandlungen der Königlichen Gesellschaft der Wissenschaften in Göttingen*, Zeitschriftenband 36 (1890), pp.3-48.



- (52) 阿部武治, 長岐滋, 喜多田憲一, 高原泰司, “粘弾性不均質体の変形”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.54, No.504 (1988), pp.1610-1616.
- (53) 上野いづみ, 齊藤俊, 岡正朗, 佐久間淳, 中野公彦, “粘弾性と大変形を考慮した軟組織の動的解析”, 日本機械学会中国四国支部第 40 期総会・講演会講演論文集, No.025-1 (2002), pp.33-34.
- (54) 中江利昭, レオロジー工学とその応用技術 (2001), p.53, フジ・テクノシステム.
- (55) 赤沢堅造, 藤井克彦, 真島英信, “骨格筋のシミュレーション”, バイオメカニズム, Vol.1 (1972), pp.9-21.
- (56) 軸屋和明, “非線形性を考慮した筋の粘弾性モデル”, 日本バイオレオロジー学会誌, Vol.15, No.3 (2001), pp.17-23.
- (57) 五十野善信, “モチの粘弾性—食感と物性について—”, 日本バイオレオロジー学会誌, Vol.20, No.1 (2006), pp.17-26.
- (58) Xin Wanga, Jonathan A. Schoenb, Mark E. Rentschlera, “A quantitative comparison of soft tissue compressive viscoelastic model accuracy”, *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, Vol.30 (2013), pp.126-136.
- (59) Wei Zhanga, Henry Y. Chenb, Ghassan S. Kassab, “A rate-insensitive linear viscoelastic model for soft tissues”, *Biomaterials*, Vol.28 (2007), pp.3579-3586.
- (60) Ali Nekouzadeha, Kenneth M. Pryse, Elliot L. Elson, Guy M. Genin, “A simplified approach to quasi-linear viscoelastic modeling”, *Journal of Biomechanics*, Vol.40 (2007), pp.3070-3078.
- (61) Paul Z. Elias, Myron Spector, “Viscoelastic characterization of rat cerebral cortex and type I collagen scaffolds for central nervous system tissue engineering”, *Journal of the mechanical behavior of biomedical materials*, Vol.12 (2012), pp.63-73.
- (62) Jef Aernouts, Joris J.J. Dirckx, “Viscoelastic properties of gerbil tympanic membrane at very low frequencies”, *Journal of Biomechanics*, Vol.45 (2012), pp.919-924.
- (63) Gabor Forgacs, Ramsey A. Foty, Yinon Shafrir, Malcolm S. Steinberg, “Viscoelastic Properties of Living Embryonic Tissues: a Quantitative Study”, *Biophysical Journal*, Vol.74 (1998), pp.2227-2234.
- (64) 小笠原誠, 佐久間淳, 田富司, 柳澤瑛一, 谷充博, “3 要素固体モデルの非線形物性値の同定法とその生体軟組織への適用”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.75, No.750 (2009), pp.251-258.

- (65) 小笠原誠, 小針遼, 佐久間淳, “3要素固体モデルによる粘弾性特性の評価における軟質セル構造体の変形挙動の近似法の影響”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.76, No.772 (2010), pp.1581-1586.
- (66) OGASAWARA Makoto, SAKUMA Atsushi, TADOMI Tsukasa, KOBARI Ryo, “Tensile Testing with Vessel for Pressure Dependency Evaluation of Viscoelasticity of Biological Soft Tissue”, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol.4, No.7 (2010), pp.938-945.
- (67) 佐久間淳, “モノの弾性を触診メカニクスにより計測するデスクトップロボット”, 日本機械学会誌, Vol.116, No.1134 (2013), p.355.

## 第2章 粘弾性構成モデルによる解析手法

### 2.1 はじめに

粘弾性体の力学的特性に対する評価・解析には粘弾性構成モデルを使用する手法がある。粘弾性構成モデルとはバネ要素とダッシュポット要素を組み合わせた力学モデルであり、要素数や配置の仕方について自由度が高い。例えば食品工業の分野では食肉<sup>(1)</sup>、農作物<sup>(2)</sup>、食品ゲル<sup>(3)</sup>、大豆たんぱく質<sup>(4)</sup>、団子<sup>(5)(6)</sup>の力学的特性評価について、概ね2~8要素の粘弾性構成モデルが適用されている。また、生体軟組織に関しては血管<sup>(7)</sup>、骨格筋<sup>(8)</sup>、皮膚<sup>(9)</sup>などについて複数要素から一般化粘弾性モデルまで多くの種類の粘弾性構成モデルが適用されている。本章では、生体軟組織の粘弾性特性を評価可能とする実験方法と、これに適用可能で要素数の最も少ないと考えられる粘弾性構成モデルについて検討し、その有限要素式の定式化についても示す。

### 2.2 粘弾性特性の測定法

固体の粘弾性特性を評価するための力学試験は、その目的により様々であるが大別すると、(i) ひずみを与えて応力を測定する、(ii) 応力を与えてひずみを測定する、(iii) ひずみ速度を与えて応力を測定するという3つの様式がある<sup>(10)</sup>。これらについて具体的には、以下の3つの試験法が代表的である。次節より、それぞれの試験法について示す。

- (1) 応力緩和試験
- (2) クリープ試験
- (3) 非共振強制振動試験

### 2.2.1 応力緩和試験

応力緩和試験は一定ひずみ  $\varepsilon_0$  を瞬時に与え、時間の経過に対する応力  $\sigma(t)$  を測定するものである。これにより縦軸を応力  $\sigma$ 、横軸を時間  $t$  とすると、図 2.1 のように  $\sigma_r$  への漸近的な減少傾向を示す応力緩和曲線 (Stress relaxation curve) を得ることができる。ここから緩和弾性率  $E(t) = \sigma(t)/\varepsilon_0$  などを算出することで力学的特性の評価を行う。この試験法は、ゴムパッキンに使用される加硫ゴムや食品<sup>(11)(12)</sup>などに適用されており、JIS 規格では JIS K6263「加硫ゴム及び熱可塑性ゴム—応力緩和の求め方」に試験方法が規定されている。生体軟組織についても脊髄<sup>(13)</sup>や皮膚<sup>(14)</sup>、腱<sup>(15)</sup>などに適用例がある。この試験方法に使用される応力緩和試験機は、現在では市販もされており、代表例として図 2.2 にエムアンドケー株式会社 EB-02 を示す。

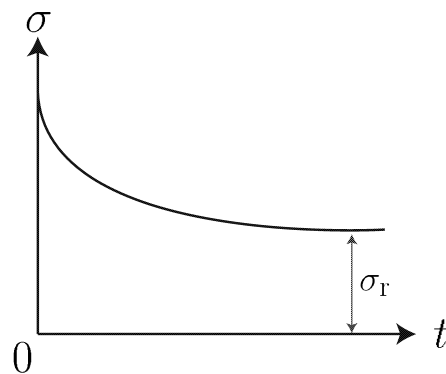


Fig.2.1 Stress relaxation curve.

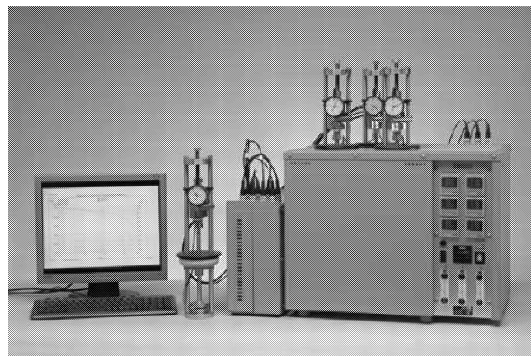


Fig.2.2 Stress relaxation tester EB-02.

### 2.2.2 クリープ試験

クリープ試験とは一定の応力 $\sigma_0$ を与え、時間の経過に対するひずみ $\varepsilon(t)$ を測定するものである。これにより縦軸をひずみ $\varepsilon$ 、横軸を時間 $t$ とすると、図2.3のように増加傾向となるクリープ曲線 (Creep curve) を得ることができる。ここからクリープコンプライアンス $D(t) = \varepsilon(t)/\sigma_0$ などを算出することで力学的特性を評価する。このクリープ試験も前節の応力緩和試験と同様に様々な分野で活用されており、植物の細胞壁<sup>(16)</sup>や動物の骨<sup>(17)</sup>、食品<sup>(18)</sup>などの研究報告がある。生体軟組織についても靱帯<sup>(19)</sup>などに適用されている。この試験方法に使用されるクリープ試験機も現在では市販されており、代表例として図2.4に株式会社山電クリープメータ RE2-33005Cを示す。

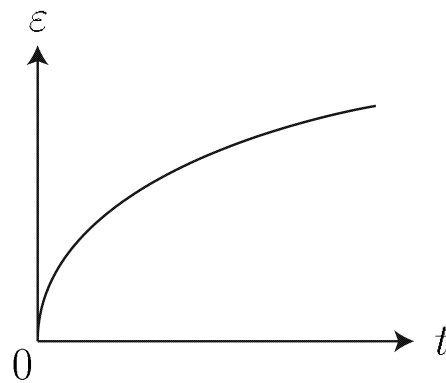


Fig.2.3 Creep curve.

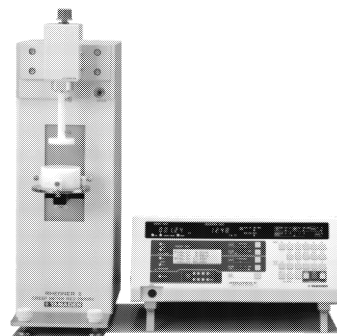


Fig.2.4 Creep tester RE2-33005C.

### 2.2.3 非共振強制振動試験

非共振強制振動試験は振動数 $\nu$ で振動するひずみを物体に与えて、その応力応答を調べるものである。ひずみ $\gamma(t)$ を角振動数 $\omega = 2\pi\nu$ で以下の式のように与えると

$$\gamma(t) = \gamma_0 \cos \omega t \quad (2.1)$$

このひずみに対して、応力 $\sigma$ は図2.5のように同じ角速度 $\omega$ で振動するが、粘性の影響で位相が $\delta$ だけ進むため、応力 $\sigma(t)$ は以下の式になる。

$$\begin{aligned} \sigma(t) &= \sigma_0 \cos(\omega t + \delta) \\ &= \sigma_1 \cos \omega t - \sigma_2 \sin \omega t \end{aligned} \quad (2.2)$$

なお $\sigma_1 = \sigma_0 \cos \delta$ 、 $\sigma_2 = \sigma_0 \sin \delta$ である。これによって第1項が弾性、第2項が粘性の応力応答を示しているとして、弾性項を表す貯蔵弾性率 $G'(\omega)$ と粘性項を表す損失弾性率 $G''(\omega)$ および損失正接 $\tan \sigma$ が次のように定義できる。

$$G'(\omega) = \sigma_1(\omega)/\gamma_0 \quad (2.3)$$

$$G''(\omega) = \sigma_2(\omega)/\gamma_0 \quad (2.4)$$

$$\tan \sigma = G''/G' \quad (2.5)$$

この試験は樹脂、高分子材料、食品などに適用されており、生体軟組織については培養軟骨組織<sup>(20)</sup>やアキレス腱<sup>(21)</sup>、外眼筋<sup>(22)(23)</sup>などについて適用されている。なお、この非共振強制振動試験は一般に動的粘弾性<sup>(24)</sup>試験とも呼ばれている。

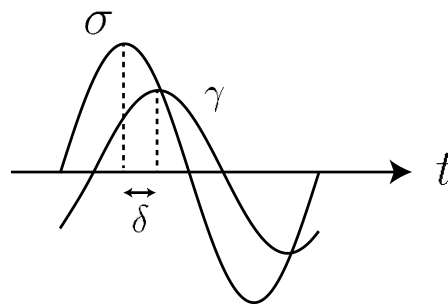


Fig.2.5 Stress and strain on measurement of dynamic viscoelasticity.

### 2.2.4 引張試験

生体軟組織の粘弾性特性には，身体の運動や触診における異常の判断，怪我への対策などの検討に応用することを考えると動的な評価・解析が求められる．前節までに示した試験法の中で動的なものは非共振強制振動試験であるが，生体軟組織への適用を考えると，強制振動中に試験片の力学的特性が変化していくこと<sup>(25)(26)</sup>が知られている．そこで本論文では，複数のひずみ速度における引張試験を行うことを想定する．

以下の関係にあるひずみ速度 $\dot{\epsilon}$ において，生体軟組織に引張試験を行うことを考える．

$$\dot{\epsilon}_1 > \dot{\epsilon}_2 > \dot{\epsilon}_3 > \dot{\epsilon}_4 \quad (2.6)$$

このような一定ひずみ速度での引張試験において生体軟組織の変形挙動は，図2.6(a)，(b)の応力-時間曲線と応力-ひずみ曲線の実線で示すように，ひずみ速度が高くなるにつれて内包する水分に起因した粘性の影響により上昇する傾向があると考えられる．また，異なるひずみ速度においてもひずみ $\bar{\epsilon}$ に至ったときに変形を停止させた場合には，2.2.1節と同様に応力緩和現象により図2.6(a)，(b)の破線のような応力応答となり，特に(a)のように時間の経過とともに漸近的に応力が減少すると考えられる．

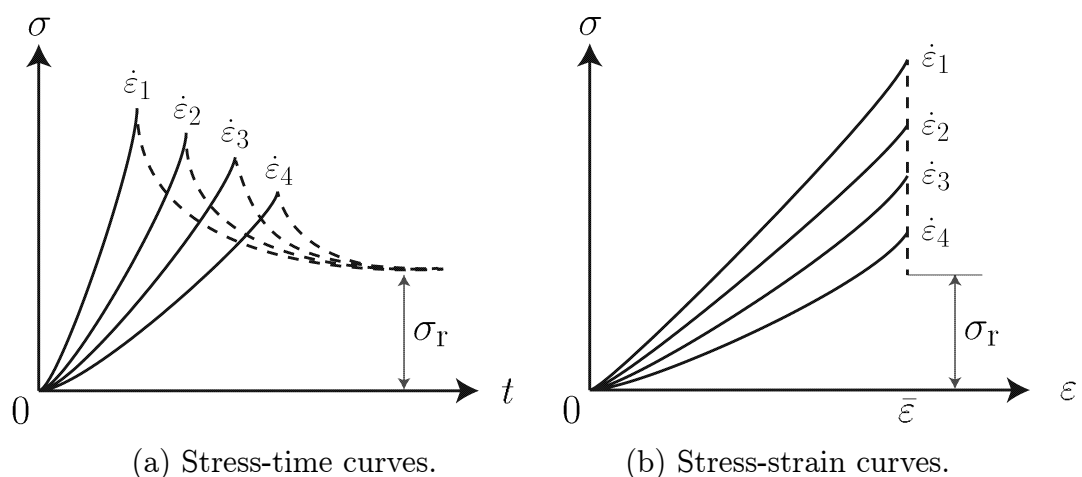


Fig.2.6 Schematic diagrams on tensile testing at some strain rates.

## 2.3 粘弾性構成モデルの選定

生体軟組織の力学的特性を引張試験により評価するために使用する粘弾性構成モデルは、図 2.6 の実線で示した負荷過程と破線で示した応力緩和過程の両方を表現可能とする必要がある。そこで、この条件を満足する最も要素数の少ない粘弾性構成モデルについて検討を行う。まずはバネ要素とダッシュポット要素を 1 個ずつ配置した 2 要素モデルから粘弾性構成モデルの基本的な特性について示し<sup>(27)</sup>、その後、有効性を検討することとする。

### 2.3.1 Maxwell モデル

まず、図 2.7 に示すバネ要素とダッシュポット要素を直列に配置した Maxwell モデルについて基本的な特性を示す。バネ要素を弾性部、ダッシュポット要素を粘性部と呼ぶこととし、図中の添え字  $e$  は弾性部、 $v$  は粘性部を表すこととする。また  $E$  を Young 率、 $C$  は粘性コンプライアンスとする。ここで Maxwell モデルの構成関係式は全ひずみ  $\varepsilon$  および全ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}$  が、それぞれ弾性部と粘性部の和であるので、以下の式が成立する。

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^v \quad (2.7)$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^v \quad (2.8)$$

また、応力  $\sigma$  は弾性部、粘性部が直列であることから等しく生じるため、それぞれ以下の式が成立する。

$$\sigma = E^e \varepsilon^e \quad (2.9)$$

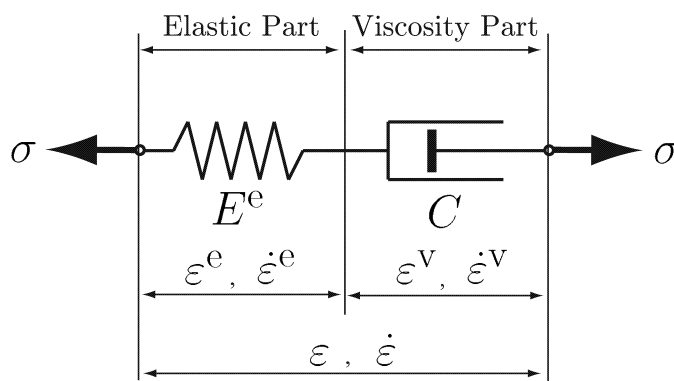


Fig.2.7 Maxwell model.



$$\dot{\varepsilon}^v = C\dot{\sigma} \quad (2.10)$$

ここで、弾性部のひずみ速度  $\dot{\varepsilon}^e$  は応力速度  $\dot{\sigma}$  を用いて、以下のように示すことができる。

$$\dot{\varepsilon}^e = \frac{\dot{\sigma}}{E^e} \quad (2.11)$$

これにより、全ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}$  は式 (2.8), (2.10), (2.11) より、以下の式で示すことができる。

$$\dot{\varepsilon} = \frac{\dot{\sigma}}{E^e} + C\dot{\sigma} \quad (2.12)$$

式 (2.12) の解析例として引張荷重を受ける棒を想定し、2段階の力学試験を行う場合を考える。まず第1段階として時刻  $t = 0$  において応力  $\sigma_0$  を与えるクリープ試験を行うとする。この場合、時刻  $t$  における全ひずみ  $\varepsilon(t)$  は応力速度  $\dot{\sigma} = 0$  であることから、以下のように表すことができる。

$$\begin{aligned} \varepsilon(t) &= \int_0^t \dot{\varepsilon} dt \\ &= \int_0^t \left( \frac{\dot{\sigma}}{E^e} + C\dot{\sigma} \right) dt \\ &= C\sigma_0 t + C_1 \end{aligned} \quad (2.13)$$

ここで、積分定数  $C_1$  を求めるには初期条件が必要となる。 $t = 0$  において突然に応力  $\sigma_0$  を与えるということは、 $\dot{\sigma}(t)$  が  $t = 0$  で特異点をもつことを意味している。この特異点を処理するために、式 (2.12) を  $t = 0$  を跨ぐ微小区間で積分するとすると、全ひずみ  $\varepsilon$  は以下のようにみなすことができる。

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \int \dot{\varepsilon} dt \\ &= \int_{-\tau}^{+\tau} \left( \frac{\dot{\sigma}}{E^e} + C\dot{\sigma} \right) dt \\ &= \frac{1}{E^e} \int_{-\tau}^{+\tau} \dot{\sigma} dt + C \int_{-\tau}^{+\tau} \sigma dt \\ &= \frac{1}{E^e} \int_{-\tau}^{+\tau} \frac{\sigma_0}{2\tau} dt + C \int_{-\tau}^{+\tau} \frac{\sigma_0}{2\tau} (t + \tau) dt \\ &= \frac{\sigma_0}{E^e} + C\sigma_0\tau \end{aligned} \quad (2.14)$$

ここで  $\tau \rightarrow 0$  とすることで初期ひずみ  $\varepsilon_0$  は、以下のように示すことができる。

$$\varepsilon_0 = \frac{\sigma_0}{E^e} \quad (2.15)$$

ただし、この  $\varepsilon_0$  は  $t = 0^+$  における  $\varepsilon$  の値である。よって式 (2.13) を  $t = 0^+$  について解き、 $\varepsilon$  に対して式 (2.15) によって得られた  $\varepsilon_0$  を代入するならば、積分定数  $C_1$  は以下のようになる。

$$C_1 = \varepsilon = \frac{\sigma_0}{E^e} \quad (2.16)$$

これにより、第1段階のクリープ試験における変形挙動を示すとされる以下の式が得られることとなる。

$$\varepsilon(t) = C\sigma_0 t + \frac{\sigma_0}{E^e} \quad (2.17)$$

次に第2段階として、 $t = t_1$  での全ひずみを  $\varepsilon_1$  とし、この状態で固定して応力緩和試験を行うとする。全ひずみ速度  $\dot{\varepsilon} = 0$  であることから、式 (2.8) は以下のような応力  $\sigma$  に関する同次微分方程式となる。

$$\frac{1}{E^e} \dot{\sigma} + C\sigma = 0 \quad (2.18)$$

この一階線形常微分方程式を解くことで、 $\sigma$  は以下のように示される。

$$\sigma = c_1 e^{-E^e C t} \quad (t > t_1) \quad (2.19)$$

ここで  $t = t_1$  において  $\sigma$  が不連続性であるとすると、 $\dot{\sigma}$  が  $\infty$  となる。これにより  $\dot{\varepsilon}$  の値も  $\infty$  となるが、ひずみ速度はいかなる場合も有限である。よって  $\sigma$  の連続性を以下の式により確保することとする。

$$\sigma(t_1^-) = \sigma(t_1^+) = \sigma_0 \quad (2.20)$$

よって式 (2.19), (2.20) より  $c_1$  を以下のように定めることができる。

$$c_1 = \sigma_0 e^{E^e C t_1} \quad (2.21)$$

よって第2段階の応力緩和試験における変形挙動は次式のように表現できる。

$$\sigma = \sigma_0 e^{E^e C (t_1 - t)} \quad (2.22)$$

この結果から Maxwell モデルの基本的な特性として、第1段階のクリープ試験と、第2段階の応力緩和試験における応力-時間曲線、ひずみ-時間曲線を図 2.8(a), (b) にそれぞれ示す。Maxwell モデルでは有限な応力の下で無限に変形できるという性質を示すため、粘弾性流体モデルと呼ばれている。この基本的な特性を元に、Maxwell モデルで図 2.6 のような粘弾性特性を表現しようとする時、図 2.9 のように応力緩和過程で  $\sigma_r = 0$  に漸近することから、適切に表現することができない。よって、骨格筋の粘弾性特性評価において Maxwell モデルは不適當であるといえる。なお、粘弾性構成モデルにおいてダッシュポット要素を単体で直列に配置すると、同様に粘弾性流体の性質を示すモデルとなるため不適當といえる。

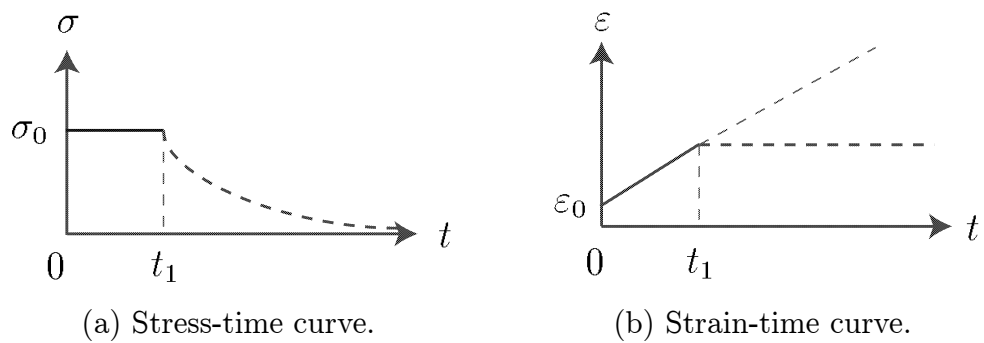


Fig.2.8 Schematic diagrams on creep and stress relaxation by using Maxwell model.

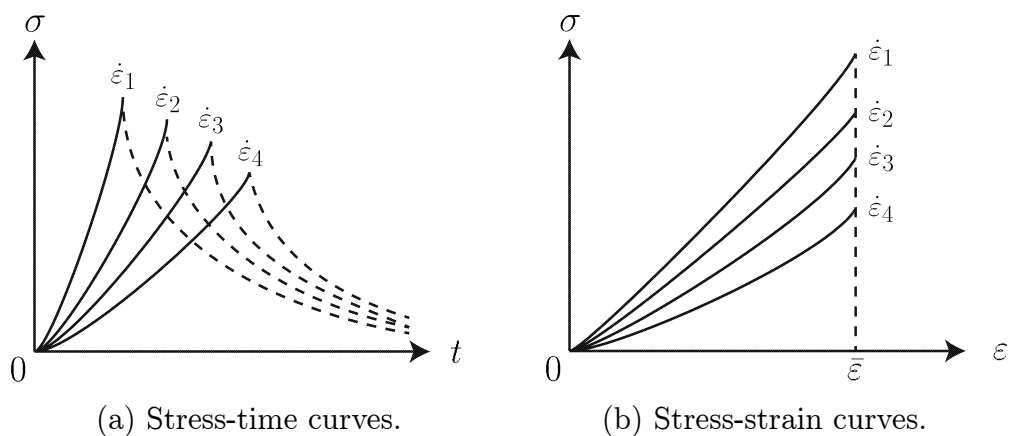


Fig.2.9 Schematic diagrams on tensile testing by using Maxwell model.

### 2.3.2 Voigt モデル

次に、図 2.10 に示すバネ要素とダッシュポット要素を並列に配置した Voigt モデルについて基本的な特性を示す。ここでは、このモデル全体を粘弾性部と呼ぶこととし、図中の添え字 ve は粘弾性部内の弾性部、v は粘弾性部内の粘性部を表すこととする。この 2 つの要素のひずみ  $\varepsilon$  は常に等しく、応力  $\sigma$  は  $\varepsilon$  が等しくなるように  $\sigma^{ve}$  と  $\sigma^v$  に分割されるものとする。よって、Voigt モデルの構成関係式として全ひずみ  $\varepsilon$  と全ひずみ速度は、以下ようになる。

$$\varepsilon = \varepsilon^{ve} = \varepsilon^v \quad (2.23)$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^{ve} = \dot{\varepsilon}^v \quad (2.24)$$

また、全体の応力  $\sigma$  と各要素の応力  $\sigma^{ve}$ 、 $\sigma^v$  については、以下の式が成立する。

$$\sigma = \sigma^{ve} + \sigma^v \quad (2.25)$$

$$\sigma^{ve} = E^{ve} \varepsilon \quad (2.26)$$

$$\sigma^v = \frac{\dot{\varepsilon}^v}{C} = \frac{\dot{\varepsilon}}{C} \quad (2.27)$$

よって、応力  $\sigma$  は式 (2.25), (2.26), (2.27) より、以下の式で示すことができる。

$$\sigma = E^{ve} \varepsilon + \frac{\dot{\varepsilon}}{C} \quad (2.28)$$

式 (2.28) の解析例として、前節と同様の 2 段階の力学試験を行う場合を考える。まず第 1 段階である時刻  $t = 0$  において応力  $\sigma_0$  を与えるクリープ試験では、応力速度

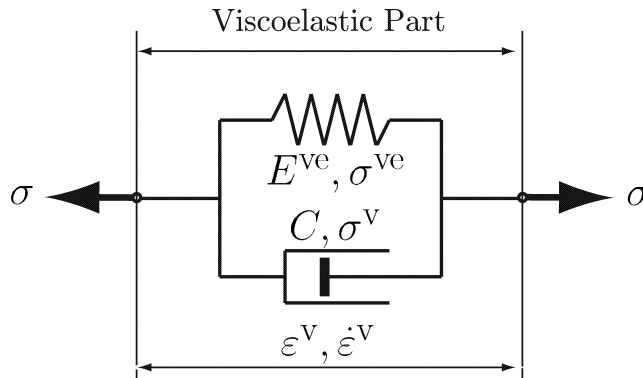


Fig.2.10 Voigt model.

$\dot{\sigma} = 0$  が成立するため、式 (2.28) を  $t$  で微分すると、以下の式を得ることができる。

$$\frac{1}{C}\ddot{\varepsilon} + E^{\text{ve}}\dot{\varepsilon} = 0 \quad (2.29)$$

この2階微分方程式の一般解を求める。この式は定数係数同次微分方程式であるため、微分演算子  $D$  を用いると以下のようなになる。

$$\left(\frac{1}{C}D^2 + E^{\text{ve}}D\right)\varepsilon = 0 \quad (2.30)$$

ここで  $(D - \alpha)(D - \beta)y = 0$  ( $\alpha \neq \beta$ ) の一般解が  $y = c_1e^{\alpha x} + c_2e^{\beta x}$  であることから、この関係により  $\varepsilon$  は以下のように示される。

$$\varepsilon = c_1 + c_2e^{-E^{\text{ve}}Ct}$$

ここで式 (2.28) より、 $\varepsilon$  についての整数項は  $\sigma_0/E^{\text{ve}}$  であるため  $c_1 = \sigma_0/E^{\text{ve}}$  となる。

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E^{\text{ve}}} + c_2e^{-E^{\text{ve}}Ct} \quad (2.31)$$

時刻  $t = 0$  において、瞬間的に応力  $\sigma$  が  $\sigma_0$  になるとしても有限な値であるため、式 (2.28) より  $\dot{\varepsilon}$  も有限でなければならない。よって式 (2.31) に対する初期条件は  $\varepsilon(0^+) = 0$  となる。これにより  $c_2$  は以下のようなになる。

$$c_2 = -\frac{\sigma_0}{E^{\text{ve}}} \quad (2.32)$$

これにより、第1段階のクリープ試験における変形挙動を示すとされる以下の式が得られることとなる。

$$\varepsilon = \frac{\sigma_0}{E^{\text{ve}}}(1 - e^{-E^{\text{ve}}Ct}) \quad (2.33)$$

なお、クリープ段階が  $t \rightarrow \infty$  まで延長された場合に、ひずみ  $\varepsilon_\infty$  は以下のようなになる。

$$\varepsilon_\infty = \frac{\sigma_0}{E^{\text{ve}}} \quad (2.34)$$

この値は単体のバネ要素に  $\sigma = \sigma_0$  が生じた場合と等価であるが、バネ要素の挙動との相違点はひずみが直ちに最終値に達するのではなく、徐々に近づくという点にある。

次に第2段階として、 $t = t_1$ での全ひずみを $\varepsilon_1$ とし、この状態で固定して応力緩和試験を行うとする。このとき、ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}^v = 0$ であるため、式(2.28), (2.33)から以下のような応力 $\sigma$ に関する式を得ることができる。

$$\sigma = E^{ve} \varepsilon_1 = \sigma_0(1 - e^{E^{ve} C t_1}) = \sigma_r \tag{2.35}$$

この結果から Voigt モデルの基本的な特性として、第1段階のクリープ試験と第2段階の応力緩和試験における応力-時間曲線、ひずみ-時間曲線を図 2.11(a), (b)にそれぞれ示す。Voigt モデルは、あるひずみで固定されると応力緩和現象が瞬時に起こるという性質を示す。この Voigt モデルで図 2.6 のような粘弾性特性を表現しようとする、図 2.12 のように応力-ひずみ曲線は可能と考えられるが、応力-時間曲線における時間の経過とともに起こる応力緩和現象を表現することができない。よって生体軟組織の粘弾性特性評価において Voigt モデルは不適當であると言える。

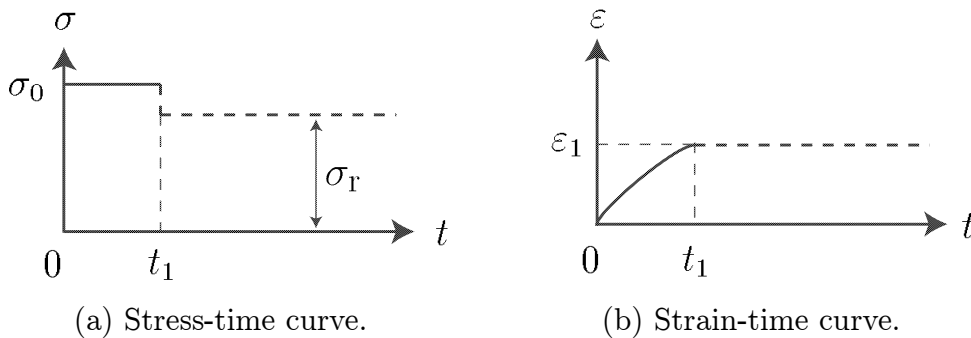


Fig.2.11 Schematic diagrams on creep and stress relaxation by using Voigt model.

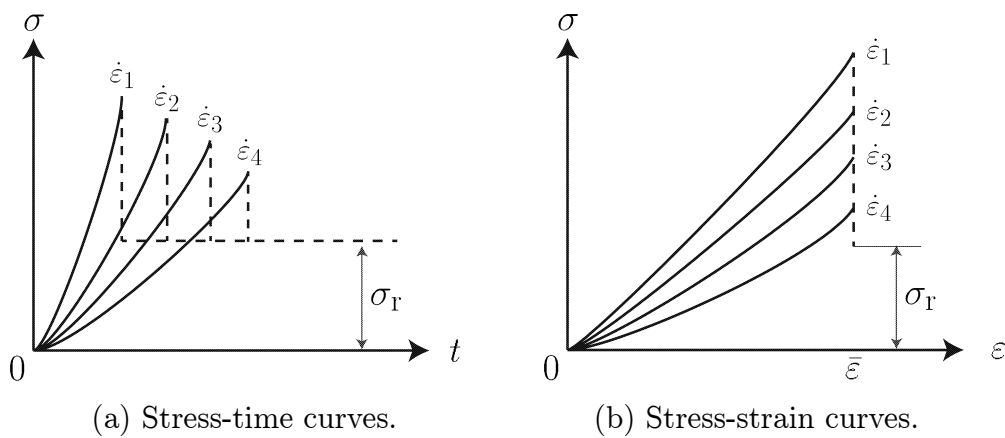


Fig.2.12 Schematic diagrams on tensile testing by using Voigt model.

### 2.3.3 3要素固体モデル

2要素モデルによる生体軟組織の粘弾性特性の評価・解析が困難であることが分かったため、3要素モデルについて検討する。ここでは、図2.13のようなバネ要素とVoigtモデルを直列に配置した3要素固体モデルについて基本的な特性を示す。このモデルは弾性部と粘弾性部によって構成されており、図中の添え字eは弾性部、veは粘弾性部内の弾性部、vは粘弾性部内の粘性部を表すこととする。まず3要素固体モデルの構成関係式として、全ひずみ $\varepsilon$ および全ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ は弾性部と粘弾性部のひずみ速度の和であるため、以下の式が成立する。

$$\varepsilon = \varepsilon^e + \varepsilon^v \tag{2.36}$$

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^v \tag{2.37}$$

ここで、弾性部、粘弾性部の応力 $\sigma$ に関しては、以下の式がそれぞれ成立している。

$$\sigma = E^e \varepsilon^e \tag{2.38}$$

$$\sigma = E^{ve} \varepsilon^v + C \dot{\varepsilon}^v \tag{2.39}$$

なお、粘弾性部のひずみ速度 $\dot{\varepsilon}^v$ 、粘弾性部内の弾性部の応力 $\sigma^{ve}$ は、以下の式となる。

$$\dot{\varepsilon}^v = C \sigma^v = C(\sigma - \sigma^{ve}) \tag{2.40}$$

$$\sigma^{ve} = E^{ve} \varepsilon^v \tag{2.41}$$

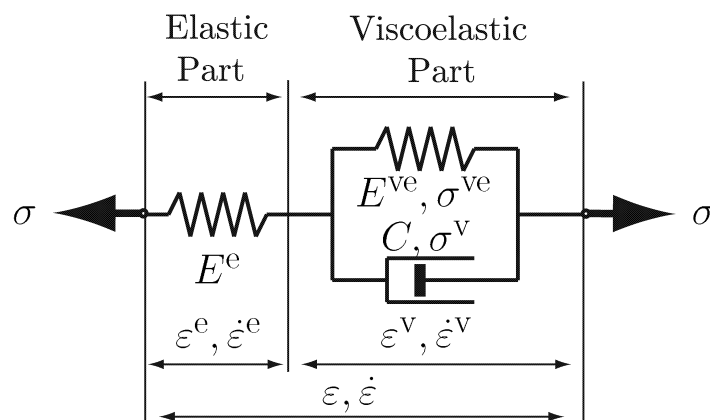


Fig.2.13 Three-Element-Solid model.

ここで式 (2.38), (2.39) に Laplace 変換を施すと,  $E^e$ ,  $E^{ve}$ ,  $C$  は定数であるので, 次式が得られる.

$$\bar{\sigma} = E^e \bar{\varepsilon}^e \quad (2.42)$$

$$\bar{\sigma} = (E^{ve} + sC) \bar{\varepsilon}^v \quad (2.43)$$

式 (2.42) の両辺に  $(E^{ve} + sC)$  を, また式 (2.43) の両辺に  $E^e$  をかけたものを加え合わせると次の式が得られる.

$$\begin{aligned} (E^e + E^{ve} + sC) \bar{\sigma} &= E^e (E^{ve} + sC) (\bar{\varepsilon}^e + \bar{\varepsilon}^v) \\ &= E^e (E^{ve} + sC) \bar{\varepsilon} \end{aligned} \quad (2.44)$$

ただし,  $\bar{\varepsilon}$  は全ひずみの Laplace 変換を示す. 式 (2.44) を物理面に逆変換すると, 次の式が得られる.

$$(E^e + E^{ve})\sigma + C\dot{\sigma} = E^e E^{ve} \varepsilon + E^e C \dot{\varepsilon} \quad (2.45)$$

式 (2.45) の解析例として, 前節と同様の 2 段階の力学試験を行う場合を考える. まず第 1 段階である時刻  $t = 0$  において応力  $\sigma_0$  を与えるクリープ試験については, 単位ステップ関数  $\Delta(t)$  を以下のように定義する.

$$\begin{aligned} \Delta(t) &= 0 \quad t < 0 \\ \Delta(t) &= 1 \quad t > 0 \end{aligned}$$

さらに, 単位ステップ関数  $\Delta(t)$  の導関数  $\delta(t)$  を次式で定義する.

$$\begin{aligned} \delta(t) &= 0 \quad t \neq 0 \\ \delta(t) &= \infty \quad t = 0 \\ \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t) dt &= \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = 1 \end{aligned}$$

よって, 第 1 段階における応力  $\sigma$  および応力速度  $\dot{\sigma}$  は,  $\Delta(t)$ ,  $\delta(t)$  を用いて以下のように表現できる.

$$\sigma = \sigma_0 \Delta(t) \quad (2.46)$$

$$\dot{\sigma} = \sigma_0 \delta(t) \quad (2.47)$$



ここで  $\sigma_0$  が定数であることから、上式に Laplace 変換を施すことで、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned}
 \bar{\sigma} &= \sigma_0 \bar{\Delta}(s) \\
 &= \sigma_0 \int_0^{\infty} \Delta(t) e^{-st} dt \\
 &= -\frac{\sigma_0}{s} [e^{-st}]_0^{\infty} \\
 &= \frac{\sigma_0}{s}
 \end{aligned} \tag{2.48}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{\dot{\sigma}} &= \sigma_0 \bar{\delta}(s) \\
 &= \sigma_0 \{-\delta(0) + s\bar{\Delta}(s)\} = \sigma_0
 \end{aligned} \tag{2.49}$$

ところで、式 (2.45) に Laplace 変換を施すことで、以下の関係が成立している。

$$(E^e + E^{ve})\bar{\sigma} + C\bar{\dot{\sigma}} = E^e E^{ve} \bar{\varepsilon} + E^e C \bar{\dot{\varepsilon}} \tag{2.50}$$

よって式 (2.48), (2.49), (2.50) より、以下の式が成立する。

$$(E^e + E^{ve})\frac{\sigma_0}{s} + C\sigma_0 = E^e E^{ve} \bar{\varepsilon} + E^e C s \bar{\varepsilon} \tag{2.51}$$

ここで式 (2.51) を  $\bar{\varepsilon}$  について整理すると、以下のようになる。

$$\bar{\varepsilon} = \frac{\sigma_0 \left\{ \frac{1}{s} (E^e + E^{ve}) + C \right\}}{E^e (E^{ve} + Cs)} \tag{2.52}$$

この上式を逆変換することで、以下のような式を得ることができる。

$$\begin{aligned}
 \varepsilon &= \frac{\sigma_0}{E^e} \left\{ \frac{E^e + E^{ve}}{C} \frac{1}{s(s + \frac{E^{ve}}{C})} + \frac{1}{s + \frac{E^{ve}}{C}} \right\} \\
 &= \frac{\sigma_0}{E^e} \left\{ \frac{E^e + E^{ve}}{C} \cdot \frac{C}{E^{ve}} (1 - e^{-\frac{E^{ve}}{C}t}) + e^{-\frac{E^{ve}}{C}t} \right\} \\
 &= \frac{\sigma_0}{E^e E^{ve}} \{ E^{ve} + E^e (1 - e^{-\frac{E^{ve}}{C}t}) \}
 \end{aligned} \tag{2.53}$$

この式 (2.53) の特徴としては、まず  $t = 0^+$  において以下の式で示される瞬間弾性がある。

$$\varepsilon(0^+) = \frac{\sigma_0}{E^e} \tag{2.54}$$

さらに  $t \rightarrow \infty$  とすると、以下に示すような漸近弾性挙動を示す.

$$\varepsilon(\infty) = \frac{E^e + E^{ve}}{E^e E^{ve}} \sigma \quad (2.55)$$

次に第2段階として  $t = t_1$  での全ひずみを  $\varepsilon_1$  とし、この状態で固定して応力緩和試験を行うとする. これについては、新たに  $\tau = t - t_1$  という時間軸を設定し、 $\tau \geq 0$  において以下の関係式を得る.

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \varepsilon_1 \Delta(\tau) \\ \bar{\varepsilon} &= \frac{\varepsilon_1}{s} \\ \bar{\sigma} &= -\sigma(0) + s\bar{\sigma} = s\bar{\sigma} - \sigma_0 \end{aligned}$$

この関係と式 (2.50) より、以下の式を求める事ができる.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma} &= \frac{E^e E^{ve} \varepsilon_1}{s(E^e + E^{ve} + Cs)} - \frac{C(\sigma_0 - \varepsilon_1)}{E^e + E^{ve} + Cs} \\ &= \frac{E^e E^{ve} \varepsilon_1}{C} \cdot \frac{1}{s\left(\frac{E^e + E^{ve}}{C} + s\right)} - (\sigma_0 - \varepsilon_1) \frac{1}{\frac{E^e + E^{ve}}{C} + s} \end{aligned} \quad (2.56)$$

上式を物理面に逆変換することで、以下の関係式を得る.

$$\begin{aligned} \sigma &= \frac{E^e E^{ve} \varepsilon_1}{C} \cdot \frac{C}{E^e + E^{ve}} (1 - e^{-\frac{E^e + E^{ve}}{C} t}) - (\sigma_0 - \varepsilon_1) e^{-\frac{E^e + E^{ve}}{C} t} \\ &= \frac{E^e E^{ve}}{E^e + E^{ve}} \varepsilon + \left\{ \frac{(E^e + E^{ve} - E^e E^{ve}) \varepsilon_1}{E^e + E^{ve}} - \sigma_0 \right\} e^{-\frac{E^e + E^{ve}}{C} t} \end{aligned} \quad (2.57)$$

よって、 $\sigma(\tau)$  について  $\tau \rightarrow 0$  とすることで、以下の応力  $\sigma(\infty)$  まで応力緩和現象が起こることが分かる.

$$\sigma(\infty) = \frac{E^e E^{ve}}{E^e + E^{ve}} \varepsilon_1 = \sigma_r \quad (2.58)$$

この結果から、第1段階のクリープ試験と、第2段階の応力緩和試験における応力-時間曲線、ひずみ-時間曲線を図 2.14(a), (b) にそれぞれ示す. 3要素固体モデルでは、一定応力下での漸近弾性挙動という固体的な挙動と、一定ひずみ下での時間の経過とともに応力緩和現象を示すという基本的性質を有する. よって、この3要素固体モデルであれば図 2.6 に示すような粘弾性特性を評価することが可能と考えられる.

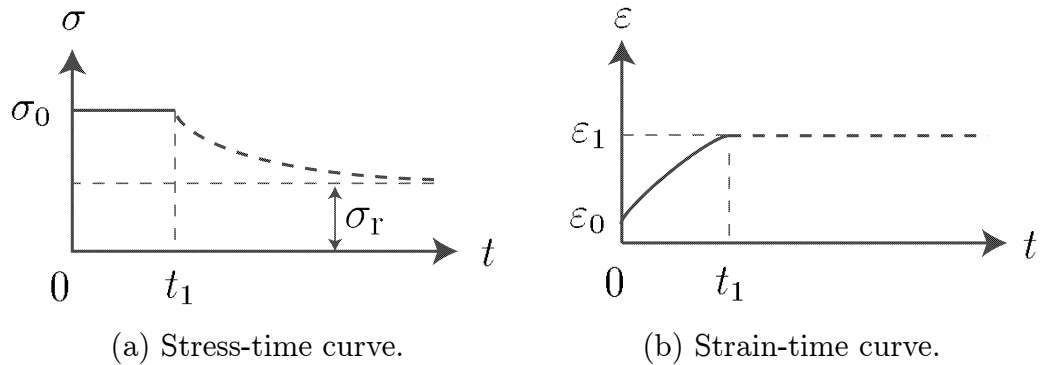


Fig.2.14 Schematic diagrams on creep and stress relaxation by using Three-Element-Solid model.

## 2.4 3要素固体モデルを用いた有限要素式の定式化

時間に依存した力学的特性である粘弾性特性を有する生体軟組織に対する数値シミュレーションでは、動的変形解析が重要となる。ここで連続体の変形を離散的に解く代表的な手法の一つに有限要素法がある。本節では3要素固体モデルを用いて動的変形解析を行うために、動的陽解法による有限要素式の定式化<sup>(28)(29)</sup>について示す。

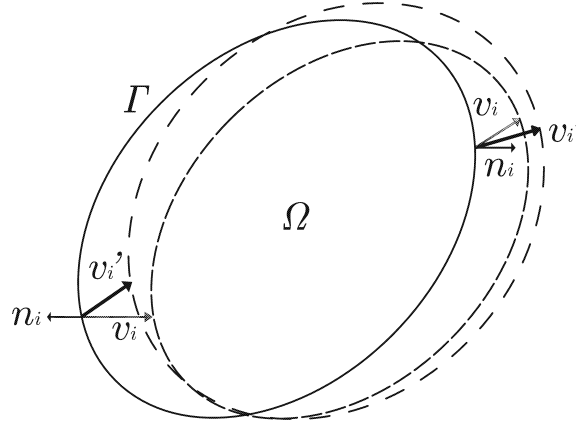
### 2.4.1 運動の支配方程式

まず、物体の動的変形問題を解析する際に基礎となる支配方程式を示す。対象とする系においては、内部エネルギー  $U$ 、運動エネルギー  $K$ 、系の仕事量  $W$ 、および熱流入発生量  $Q$  について以下に示すエネルギー保存則が成立する。

$$\dot{U} + \dot{K} = \dot{W} + \dot{Q} \quad (2.59)$$

この式 (2.59) については、図 2.15 に示すような法線  $n_i$  で定義される系の境界  $\Gamma$  とその領域  $\Omega$  における境界の速度  $v'_i$ 、境界上の物質点の速度  $v_i$ 、位置  $x_i$ 、密度  $\rho$ 、表面力  $\bar{t}_i$ 、 $\bar{\gamma}$ 、 $q_i$ 、物体力  $b_i$ 、内部エネルギー  $e$  とすると以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \int_{\Omega} \rho \left( e + \frac{1}{2} v_i v_i \right) d\Omega &= \int_{\Omega} \rho b_i v_i d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{t}_i v_i d\Gamma + \int_{\Omega} \rho \bar{\gamma} d\Omega - \int_{\Gamma} q_i n_i d\Gamma \\ &= \int_{\Omega} \rho b_i v_i d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{t}_i v_i d\Gamma + \int_{\Omega} \rho \bar{\gamma} d\Omega - \int_{\Gamma} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} d\Gamma \end{aligned} \quad (2.60)$$

Fig.2.15 Deformation of the region  $\Omega$  surrounded by growing boundary  $\Gamma$ .

さらに、密度  $\rho$  は一般に座標と時間の関数として  $\rho = \rho(x_i, t)$  と表現できるため、式 (2.60) の左辺は以下のように表される。

$$\begin{aligned} \frac{D}{Dt} \int_{\Omega} \rho \left( e + \frac{1}{2} v_i v_i \right) d\Omega &= \int_{\Omega} \rho \frac{D}{Dt} \left( e + \frac{1}{2} v_i v_i \right) d\Omega \\ &= \int_{\Omega} (\rho \dot{e} + v_i \dot{v}_i) d\Omega \end{aligned} \quad (2.61)$$

ここで式 (2.60) と式 (2.61) の局所形において、運動量の平衡原理が成立するとして導出される内部エネルギー  $e$  に関する Gibbs のエネルギー式について、応力の対称性  $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$  を考慮する場合には以下の関係式が得られる<sup>(30)(31)</sup>。

$$\rho \dot{e} = \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} + \rho \bar{\gamma} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} \quad (2.62)$$

式 (2.61) と式 (2.62) から、式 (2.60) は次式となる。

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \left( \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} + \rho \bar{\gamma} - \frac{\partial q_i}{\partial x_i} + \rho v_i \dot{v}_i \right) d\Omega \\ = \int_{\Omega} \rho b_i v_i d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{t}_i v_i d\Gamma + \int_{\Omega} \rho \bar{\gamma} d\Omega - \int_{\Gamma} \frac{\partial q_i}{\partial x_i} d\Gamma \end{aligned} \quad (2.63)$$

ここから両辺の共通部分を消去することで以下となる。

$$\int_{\Omega} \sigma_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} d\Omega + \int_{\Omega} \rho v_i \dot{v}_i d\Omega = \int_{\Omega} \rho b_i v_i d\Omega + \int_{\Gamma} \bar{t}_i v_i d\Gamma \quad (2.64)$$

ここで、ひずみ形状関数  $[B]$ 、質量マトリクス  $[M]$ 、変位  $\{u\}$ 、等価節点力  $\{f\}$  としてマトリクス表記すると、 $\{\dot{\epsilon}\} = [B] \{v\}$ 、 $\{v\} = \{\dot{u}\}$  であるから、式 (2.64) より以

下の運動方程式が導出できる.

$$[B]^T \{\sigma\} + [M] \{\ddot{u}\} = \{f\} \quad (2.65)$$

### 2.4.2 時間についての離散化

ここでは時間の離散化として中心差分法について示す. 図 2.16 のように, ある時刻  $t$  における変位を  $\{u^t\}$  として微小時間  $\alpha$  だけ前と,  $\beta$  だけ後を考える. 時刻に関する添え字がないものは平均を表すこととすると, 変位  $\{u^{t+\beta}\}$ ,  $u^t$  は以下のように表せる.

$$\{u^t\} = \{u^{t-\alpha}\} + \{\dot{u}^{t-\alpha}\}\alpha + \frac{1}{2}\{\ddot{u}\}\alpha^2 \quad (2.66)$$

$$\{u^{t+\beta}\} = \{u^{t-\alpha}\} + \{\dot{u}^{t-\alpha}\}(\alpha + \beta) + \frac{1}{2}\{\ddot{u}\}(\alpha + \beta)^2 \quad (2.67)$$

これらから  $\{\dot{u}^{t-\alpha}\}$  を消去することで, 以下の関係を得る.

$$\{u^t\} = \frac{\beta}{\alpha + \beta}\{u^{t-\alpha}\} + \frac{\alpha}{\alpha + \beta}\{u^{t+\beta}\} - \frac{1}{2}\{\ddot{u}\}\alpha\beta \quad (2.68)$$

また, 加速度  $\{\ddot{u}\}$  について解くと以下となる.

$$\{\ddot{u}\} = \frac{2}{\alpha\beta(\alpha + \beta)} \left( \beta\{u^{t-\alpha}\} - (\alpha + \beta)\{u^t\} + \alpha\{u^{t+\beta}\} \right) \quad (2.69)$$

これにより中心差分法による時間に関する離散化を行うことができる. ここで時刻  $t$  から  $t + \Delta t$  による離散化を考えると, 応力速度  $\{\dot{\sigma}\}$  は図 2.17 に示すように時刻  $t$  から  $\Delta t/2$  における応力  $\{\sigma\}$  の増分により以下のように表す.

$$\{\dot{\sigma}\} = \frac{2}{\Delta t} \left( \{\sigma\} - \{\sigma^t\} \right) \quad (2.70)$$

式 (2.37), (2.38), (2.70) より, ひずみ速度  $\{\dot{\varepsilon}\}$  について次式を得る.

$$\begin{aligned} \{\dot{\varepsilon}\} &= \{\dot{\varepsilon}^e\} + \{\dot{\varepsilon}^v\} \\ &= [E^e]^{-1} \{\dot{\sigma}\} + \{\dot{\varepsilon}^v\} \\ &= \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \left( \{\sigma\} - \{\sigma^t\} \right) + \{\dot{\varepsilon}^v\} \end{aligned} \quad (2.71)$$

また、粘弾性部内の弾性部応力  $\{\sigma^{ve}\}$  については、図 2.18 のように時刻  $t$  から  $t + \Delta t$  における増分で表すと以下となる。

$$\{\sigma^{ve}\} = \{\sigma^{ve,t}\} + \frac{1}{2} \Delta \{\sigma^{ve}\} \quad (2.72)$$

式 (2.40) に式 (2.72) を代入し、また式 (2.41) の関係を用いることで以下となる。

$$\begin{aligned} \{\dot{\varepsilon}^v\} &= [C] \left( \{\sigma\} - \left( \{\sigma^{ve,t}\} + \frac{1}{2} \Delta \{\sigma^{ve}\} \right) \right) \\ &= [C] \left( \{\sigma\} - \left( \{\sigma^{ve,t}\} + \frac{1}{2} [E^{ve}] \Delta \{\varepsilon^v\} \right) \right) \\ &= [C] \left( \{\sigma\} - \left( \{\sigma^{ve,t}\} + \frac{1}{2} [E^{ve}] \{\dot{\varepsilon}^v\} \Delta t \right) \right) \\ &= [C] \left( \{\sigma\} - \{\sigma^{ve,t}\} \right) - \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \{\dot{\varepsilon}^v\} \end{aligned} \quad (2.73)$$

上式を粘弾性ひずみ速度  $\{\dot{\varepsilon}^v\}$  について解くと次式を得る。

$$\left( [I] + \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \right) \{\dot{\varepsilon}^v\} = [C] \left( \{\sigma\} - \{\sigma^{ve,t}\} \right)$$

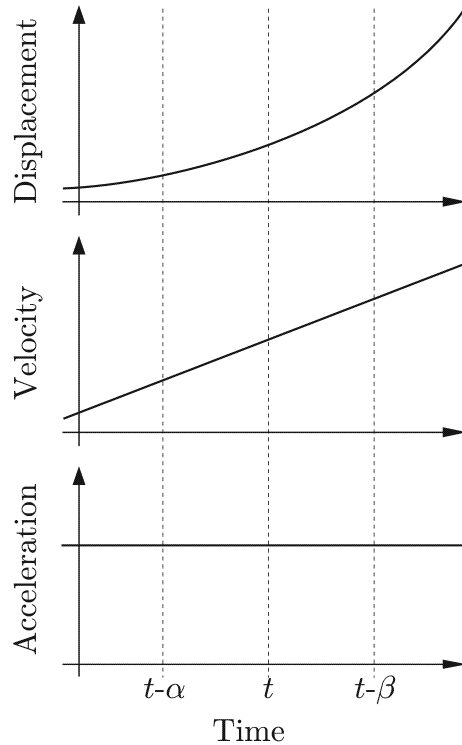


Fig.2.16 Centered difference method.

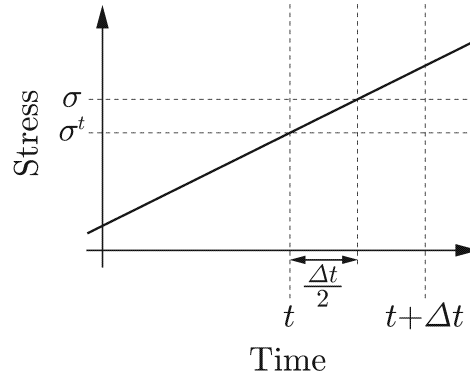


Fig.2.17 Schematic of stress rate.

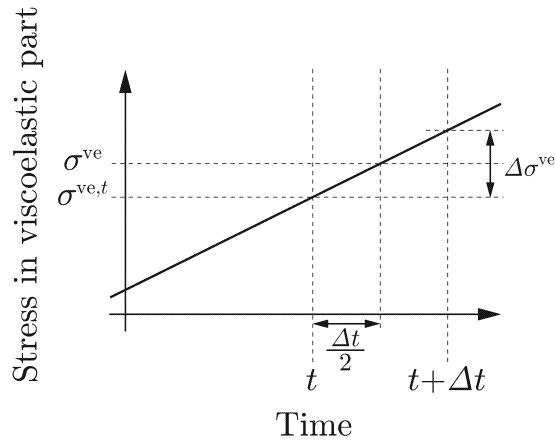


Fig.2.18 Schematic of stress in viscoelastic part.

$$\{\dot{\varepsilon}^v\} = \left( [I] + \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \right)^{-1} [C] (\{\sigma\} - \{\sigma^{ve,t}\}) \quad (2.74)$$

式(2.71)にこれを代入することで、時刻  $t$  から  $t + \Delta t$  において離散化されたひずみ速度  $\{\dot{\varepsilon}\}$  は次式で表される。

$$\begin{aligned} \{\dot{\varepsilon}\} &= \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} (\{\sigma\} - \{\sigma^t\}) + \left( [I] + \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \right)^{-1} [C] (\{\sigma\} - \{\sigma^{ve,t}\}) \\ &= \left( \left( [I] + \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \right)^{-1} [C] + \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \right) \{\sigma\} \\ &\quad - \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \{\sigma^t\} - \left( [I] + \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \right)^{-1} [C] \{\sigma^{ve,t}\} \quad (2.75) \end{aligned}$$

また, これを応力  $\{\sigma\}$  について解くと次式となる.

$$\{\sigma\} = \left( \left( [I] + \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \right)^{-1} [C] + \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \right)^{-1} \left( \{\dot{\varepsilon}\} + \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \{\sigma^t\} + \left( [I] + \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \right)^{-1} [C] \{\sigma^{ve,t}\} \right) \quad (2.76)$$

ここで,  $[V], [D]$  は以下と置くこととする.

$$[V] = \left( [I] + \frac{1}{2} [E^{ve}] [C] \Delta t \right)^{-1} [C] \quad (2.77)$$

$$[D] = \left( [V] + \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \right)^{-1} \quad (2.78)$$

これにより式 (2.76) について  $[V], [D]$  を用いて次式で表現する.

$$\{\sigma\} = [D] \left( \{\dot{\varepsilon}\} + \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \{\sigma^t\} + [V] \{\sigma^{ve,t}\} \right) \quad (2.79)$$

以上より求められた式 (2.79) を式 (2.65) に代入し, また,  $\{\dot{\varepsilon}\} = [B] \{\dot{u}\}$  より以下となる.

$$\begin{aligned} \{f\} &= [M] \{\ddot{u}\} + [B]^T \{\sigma\} \\ &= [M] \{\ddot{u}\} + [B]^T [D] \left( \{\dot{\varepsilon}\} + \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \{\sigma^t\} + [V] \{\sigma^{ve,t}\} \right) \\ &= [M] \{\ddot{u}\} + [B]^T [D] [B] \{\dot{u}\} + [B]^T [D] \left( \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \{\sigma^t\} + [V] \{\sigma^{ve,t}\} \right) \end{aligned} \quad (2.80)$$

また, 変位  $\{u\}$  について速度  $\{\dot{u}\}$ , 加速度  $\{\ddot{u}\}$  はそれぞれ以下のように表される.

$$\{\dot{u}\} = \frac{\{u^{t+\Delta t}\} - \{u^t\}}{\Delta t} \quad (2.81)$$

$$\{\ddot{u}\} = \frac{\{u^{t+\Delta t}\} - 2\{u^t\} + \{u^{t-\Delta t}\}}{\Delta t^2} \quad (2.82)$$

上式を式 (2.80) に代入すると次式が得られる.

$$\begin{aligned} \{f\} &= [M] \frac{\{u^{t+\Delta t}\} - 2\{u^t\} + \{u^{t-\Delta t}\}}{\Delta t^2} + [B]^T [D] [B] \frac{\{u^{t+\Delta t}\} - \{u^t\}}{\Delta t} \\ &\quad + [B]^T [D] \left( \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \{\sigma^t\} + [V] \{\sigma^{ve,t}\} \right) \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
&= \left( \frac{1}{\Delta t^2} [M] + \frac{1}{\Delta t} [B]^T [D] [B] \right) \{u^{t+\Delta t}\} - \frac{1}{\Delta t^2} [M] (2\{u^t\} - \{u^{t-\Delta t}\}) \\
&\quad - \frac{1}{\Delta t} [B]^T [D] [B] \{u^t\} + [B]^T [D] \left( \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \{\sigma^t\} + [V] \{\sigma^{ve,t}\} \right)
\end{aligned} \tag{2.83}$$

さらに、これを  $\{u^{t+\Delta t}\}$  について解くと次式となる.

$$\begin{aligned}
\left( \frac{1}{\Delta t^2} [M] + \frac{1}{\Delta t} [B]^T [D] [B] \right) \{u^{t+\Delta t}\} &= \{f\} + \frac{1}{\Delta t^2} [M] (2\{u^t\} - \{u^{t-\Delta t}\}) \\
&\quad + \frac{1}{\Delta t} [B]^T [D] [B] \{u^t\} \\
&\quad - [B]^T [D] \left( \frac{2}{\Delta t} [E^e]^{-1} \{\sigma^t\} + [V] \{\sigma^{ve,t}\} \right)
\end{aligned} \tag{2.84}$$

これより、時刻  $t - \Delta t$ ,  $t$  における状態から時刻  $t + \Delta t$  における変位を導出可能な動的陽解法による有限要素式の定式化を行うことができる. また,  $[E^e]^{-1}$ ,  $[E^{ve}]^{-1}$ ,  $[C]$ ,  $[V]$ ,  $[D]$  について弾性部の Young 率  $E^e$  および poisson 比  $\nu^e$ , 粘弾性部の Young 率  $E^{ve}$  および poisson 比  $\nu^{ve}$ , 粘性係数  $\eta$  を用いて表したものを以下に示す. なお, 逆粘性係数マトリクス  $[C]$  は材料の等方性および非圧縮性を仮定している.

$$[E^e]^{-1} = \frac{1}{E^e} \begin{bmatrix} 1 & -\nu^e & -\nu^e & 0 & 0 & 0 \\ -\nu^e & 1 & -\nu^e & 0 & 0 & 0 \\ -\nu^e & -\nu^e & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu^e) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu^e) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu^e) \end{bmatrix} \tag{2.85}$$

$$[E^{ve}]^{-1} = \frac{1}{E^{ve}} \begin{bmatrix} 1 & -\nu^{ve} & -\nu^{ve} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu^{ve} & 1 & -\nu^{ve} & 0 & 0 & 0 \\ -\nu^{ve} & -\nu^{ve} & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu^{ve}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu^{ve}) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu^{ve}) \end{bmatrix} \tag{2.86}$$

$$[C] = \frac{1}{2\eta} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.87)$$

$$[V] = \frac{2(1 + \nu^{ve})}{(4\eta(1 + \nu^{ve}) + \Delta t E^{ve})} \begin{bmatrix} \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & -\frac{1}{3} & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{3} & -\frac{1}{3} & \frac{2}{3} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (2.88)$$

$$[D] = \frac{4\eta(1 + \nu^{ve}) + \Delta t E^{ve}}{4(1 + \nu^{ve} + \frac{1 + \nu^e}{\Delta t E^e}(4\eta(1 + \nu^{ve}) + \Delta t E^{ve}))} \left( \frac{2}{1 - 2\nu^e} \left( \frac{\Delta t E^e(1 + \nu^{ve})}{3(4\eta(1 + \nu^{ve}) + \Delta t E^{ve})} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \right) + \begin{bmatrix} 1 - \nu^e & \nu^e & \nu^e & 0 & 0 & 0 \\ \nu^e & 1 - \nu^e & \nu^e & 0 & 0 & 0 \\ \nu^e & \nu^e & 1 - \nu^e & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \right) \quad (2.89)$$

また第4章で後述するような、3要素固体モデルの各物性値にひずみ依存性を与えた場合については、物性パラメーターは  $E^e(\varepsilon^e)$ ,  $E^{ve}(\varepsilon^v)$ ,  $C(\varepsilon^v)$  のように各構成要素のひずみの関数形で表すこととなる。ここで、単軸の引張試験から得られる物性パラメーターを基として3次元解析を実現することを目的として、単軸のひずみパラメーターを3次元のひずみから定義する等価量の算出方法が提案されている<sup>(28)</sup>。

これは3次元解析を実現するために、各物性パラメーターの決定に使用する相当弾性部ひずみ $\varepsilon^e$ と相当粘性部ひずみ $\varepsilon^v$ を導出するものであり、以下にその方法を示すこととする。

まず弾性状態での全ひずみエネルギー $W$ は、体積変化に費やされるエネルギー $W_v$ と、形状の変化に費やされる弾性のせん断ひずみエネルギー $W_s$ の和として、以下の関係となる。

$$W = W_v + W_s \quad (2.90)$$

ここで主応力を $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ とし、これと対応する主ひずみを $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ とすると、全ひずみエネルギー $W$ は以下の式で示すことができる。

$$W = \frac{1}{2}\sigma_1\varepsilon_1 + \frac{1}{2}\sigma_2\varepsilon_2 + \frac{1}{2}\sigma_3\varepsilon_3 \quad (2.91)$$

また、縦弾性係数 $E$ 、せん断弾性係数 $G$ 、ポアソン比 $\nu$ とすると、主ひずみ $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$ は、それぞれ以下のように表される。

$$\varepsilon_1 = \frac{1}{E}(\sigma_1 - \nu(\sigma_2 + \sigma_3)) \quad (2.92)$$

$$\varepsilon_2 = \frac{1}{E}(\sigma_2 - \nu(\sigma_3 + \sigma_1)) \quad (2.93)$$

$$\varepsilon_3 = \frac{1}{E}(\sigma_3 - \nu(\sigma_1 + \sigma_2)) \quad (2.94)$$

これらの関係から、全ひずみエネルギー $W$ は以下のようになる。

$$W = \frac{1}{2E}(\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)) \quad (2.95)$$

次に、体積変化に費やされるひずみエネルギー $W_v$ は平均垂直応力 $\sigma_m$ 、体積ひずみ $\varepsilon_v$ とすると以下の式で与えられる。

$$\begin{aligned} W_v &= \frac{1}{2}\sigma_m\varepsilon_v \\ &= \frac{1}{2}\sigma_m((1 + \varepsilon_1) \cdot (1 + \varepsilon_2) \cdot (1 + \varepsilon_3) - 1) \end{aligned} \quad (2.96)$$

ここで上式において、ひずみ成分の2次以上の積は高次の微少量であることから、これらを見捨てることとする。また、平均垂直応力と各ひずみ成分の関係は以下のよ

うに示すことができる.

$$\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon_3 = \frac{\sigma_m}{E} (1 - 2\nu) \quad (2.97)$$

これらの関係から体積変化に費やされるひずみエネルギー  $W_v$  は, 以下のように表すことができる.

$$\begin{aligned} W_v &= \frac{1}{2} \sigma_m (\varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3) \\ &= \frac{1}{2} \sigma_m \left( \frac{\sigma_m}{E} (1 - 2\nu) + \frac{\sigma_m}{E} (1 - 2\nu) + \frac{\sigma_m}{E} (1 - 2\nu) \right) \\ &= \frac{3(1 - 2\nu)}{2E} \sigma_m^2 \\ &= \frac{1 - 2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \end{aligned} \quad (2.98)$$

これによって, 弾性のせん断ひずみエネルギー  $W_s$  は以下の関係となる.

$$\begin{aligned} W_s &= W - W_v \\ &= \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - 2\nu (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1)) - \frac{1 - 2\nu}{6E} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \\ &= \frac{1 + \nu}{6E} (2\sigma_1^2 + 2\sigma_2^2 + 2\sigma_3^2 - 2\sigma_1\sigma_2 - 2\sigma_2\sigma_3 - 2\sigma_3\sigma_1) \\ &= \frac{1 + \nu}{6E} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2) \end{aligned} \quad (2.99)$$

ここで,  $G = \frac{E}{2(1+\nu)}$  とすることで, 以下の関係を得る.

$$W_s = \frac{1}{12G} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2) \quad (2.100)$$

そして上式を相当応力  $\bar{\sigma}$  を用いて以下のように表すこととする.

$$W_s = \frac{\bar{\sigma}^2}{6G} \quad (2.101)$$

ここで相当応力  $\bar{\sigma}$  については, 以下の関係となる.

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}^2 &= \frac{1}{2} ((\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2) \\ &= \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - (\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \\ &= (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 - 3(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1) \end{aligned} \quad (2.102)$$

これを  $xyz$  直交座標系の応力  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\sigma_z$  で表すと、以下のようなになる。

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}^2 &= (\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)^2 - 3(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x - \tau_{xy}^2 - \tau_{yz}^2 - \tau_{zx}^2) \\ &= \frac{1}{2}(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2 - 2\sigma_x\sigma_y - 2\sigma_y\sigma_z - 2\sigma_z\sigma_x + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2)) \\ &= \frac{1}{2}((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2))\end{aligned}\quad (2.103)$$

これによって相当応力  $\bar{\sigma}$  は、以下のように示される。

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{1}{2}((\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2))}\quad (2.104)$$

ここで、3要素固体モデルの弾性部については、以下の関係が成立する。

$$\varepsilon^e = \frac{\bar{\sigma}^e}{E}\quad (2.105)$$

また、この弾性部では一般的な3次元の応力とひずみの関係より、以下の関係が成立する。

$$\sigma_x^e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}((1-\nu)\varepsilon_x^e + \nu(\varepsilon_y^e + \varepsilon_z^e))\quad (2.106)$$

$$\sigma_y^e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}((1-\nu)\varepsilon_y^e + \nu(\varepsilon_z^e + \varepsilon_x^e))\quad (2.107)$$

$$\sigma_z^e = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)}((1-\nu)\varepsilon_z^e + \nu(\varepsilon_x^e + \varepsilon_y^e))\quad (2.108)$$

これらの関係により、相当弾性部ひずみ  $\varepsilon^e$  はポアソン比  $\nu$  が入る形ではあるが、以下のように導出することができる。

$$\varepsilon^e = \frac{1}{2(1+\nu)}\sqrt{2((\varepsilon_x^e - \varepsilon_y^e)^2 + (\varepsilon_y^e - \varepsilon_z^e)^2 + (\varepsilon_z^e - \varepsilon_x^e)^2) + 3(\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2)}\quad (2.109)$$

次に、一般に偏差応力  $\sigma'_x$ ,  $\sigma'_y$ ,  $\sigma'_z$  は静水応力  $\sigma_m$  を用いて、それぞれ以下のように表される。

$$\sigma'_x = \sigma_x - \sigma_m\quad (2.110)$$

$$\sigma'_y = \sigma_y - \sigma_m\quad (2.111)$$

$$\sigma'_z = \sigma_z - \sigma_m\quad (2.112)$$

そこで、これらを式(2.104)に代入することで、以下の関係を得る.

$$\begin{aligned}\bar{\sigma} &= \sqrt{\frac{1}{2}(-6(\sigma_x\sigma_y + \sigma_y\sigma_z + \sigma_z\sigma_x) + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2))} \\ &= \sqrt{\frac{3}{2}((\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) + 2(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2))}\end{aligned}\quad (2.113)$$

ここで、ひずみ増分の主軸は応力の主軸と一致し、かつ偏差応力およびせん断応力に比例すると仮定すると、以下の関係を得ることができる.

$$\frac{d\varepsilon_x}{\sigma_x} = \frac{d\varepsilon_y}{\sigma_y} = \frac{d\varepsilon_z}{\sigma_z} = \frac{d\gamma_{xy}}{\tau_z} = \frac{d\gamma_{yz}}{\tau_z} = \frac{d\gamma_{zx}}{\tau_z} = d\lambda \quad (2.114)$$

これらにより、相当応力 $\bar{\sigma}$ について以下の関係を得ることができる.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{d\lambda} \sqrt{\frac{3}{2} \left( (d\varepsilon_x^2 + d\varepsilon_y^2 + d\varepsilon_z^2) + \frac{1}{2} (d\gamma_{xy}^2 + d\gamma_{yz}^2 + d\gamma_{zx}^2) \right)} \quad (2.115)$$

この関係を粘性部に適用することで、以下の関係を得る.

$$\begin{aligned}d\bar{\varepsilon}^v &= \frac{2}{3} d\lambda \bar{\sigma}^v \\ &= \sqrt{\frac{2}{3} \left( (d\varepsilon_x^{v2} + d\varepsilon_y^{v2} + d\varepsilon_z^{v2}) + \frac{1}{2} (d\gamma_{xy}^2 + d\gamma_{yz}^2 + d\gamma_{zx}^2) \right)}\end{aligned}\quad (2.116)$$

ここで $\varepsilon_x^v + \varepsilon_y^v + \varepsilon_z^v = 0$ が成立するとすると、以下の関係を得ることができる.

$$\bar{\varepsilon}^v = \int d\bar{\varepsilon}^v \quad (2.117)$$

これにより、以下に示す相当粘性部ひずみ $\bar{\varepsilon}^v$ が導出できるとされている.

$$\bar{\varepsilon}^v = \sqrt{\frac{2}{9} \left( (\varepsilon_x^v - \varepsilon_y^v)^2 + (\varepsilon_y^v - \varepsilon_z^v)^2 + (\varepsilon_z^v - \varepsilon_x^v)^2 + \frac{3}{2} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right)} \quad (2.118)$$

## 参考文献

- (1) 中山照雄, 佐藤泰, “食肉の結着力のレオロジー”, 食品の物性, Vol.1 (1975), pp.187-200.
- (2) 宮脇長人, 矢野俊正, “農作物の力学物性”, 食品の物性, Vol.6 (1980), pp.115-129.
- (3) 中浜信子, “食品ゲルのレオロジー”, 食品の物性, Vol.5 (1979), pp.29-44.
- (4) 松村康生, 森友彦, “大豆 11S グロブリンゲルの構造解析—粘弾性構造と分子間結合—”, 食品の物性, Vol.14 (1988), pp.29-44.
- (5) 勝田啓子, “団子のレオロジー”, 食品の物性, Vol.16 (1991), pp.29-44.
- (6) 森高初恵, 佐藤恵美子, “食品のレオロジー計測法”, 日本バイオレオロジー学会誌, Vol.19, No.1 (2005), pp.16-31.
- (7) 北脇知己, 清水優史, 姫野龍太郎, 劉浩, “心血管系数値解析のための1次元数値計算: 一般化粘弾性モデルを用いた高速数値計算モデル”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.69, No.677 (2003), pp.55-61.
- (8) J. Andersona, Z. Lib, F. Goubel, “Models of skeletal muscle to explain the increase in passive stiffness in desmin knockout muscle”, *Journal of Biomechanics*, Vol.35, No.10 (2002), pp.1315-1324.
- (9) 浅野新, 鈴木正, 尾股定夫, “皮膚の力学的特性とその測定法”, 日本バイオレオロジー学会, Vol.6, No.3 (1992), pp.17-25.
- (10) 中江利昭, レオロジー工学とその応用技術 (2001), p.48, フジ・テクノシステム.
- (11) 桜井直樹, 児島清秀, 倉石晋, “追熟バナナおよびトマト果実の物性と生化学的性質の相関の解析”, 食品の物性, Vol.19 (1995), pp.59-71.
- (12) 三木英三, “うどんのテクスチャー”, 日本バイオレオロジー学会, Vol.20, No.2 (2006), pp.32-39.
- (13) 但野茂, 武山敦史, “固液混相理論に基づく脊髄組織の粘弾性変形特性”, 運動療法と物理療法, Vol.17, No.4 (2006), pp.297-302.
- (14) R. Reihnsnera, E.J. Menzel, “Two-dimensional stress-relaxation behavior of human skin as influenced by non-enzymatic glycation and the inhibitory agent aminoguanidine”, *Journal of Biomechanics*, Vol.31, No.11 (1998), pp.985-993.

- (15) Arthur Dean Cutler, Richard S. Riggins, Hung-Jung Lin, Daniel R. Benson, Melvin R. Ramey, Leonard R. Herman, Robert B. Rucker, Ursula K. Abbot, "Stress relaxation in tendons of chickens with scoliosis", *Journal of Biomechanics*, Vol.14, No.6 (1981), pp.439-441.
- (16) 谷本英一, "クリープ測定による根の細胞壁の粘弾性解析", 日本バイオレオロジー学会誌, Vol.17, No.3 (2003), pp.98-109.
- (17) 佐々木直樹, "骨の粘弾性の空間異方性", 日本バイオレオロジー学会誌, Vol.18, No.3 (2004), pp.122-129.
- (18) 王益平, 森嶋博, 瀬尾康久, 相良泰行, 芋生憲司, "食パンの力学的性質に関する実験的研究", 食品の物性, Vol.18 (1994), pp.175-190.
- (19) G.M. Thornton, R.S. Boorman, N.G. Shrive, C.B. Frank, "Medial collateral ligament autografts have increased creep response for at least two years and early immobilization makes this worse", *Journal of Orthopaedic Research*, Vol.20, No.2 (2002), pp.346-352.
- (20) 宮田昌悟, 古川克子, 牛田多加志, 立石哲也, "培養軟骨組織の動的粘弾性および二相理論力学モデルによる解析", 日本臨床バイオメカニクス学会誌, Vol.26 (2005), pp.7-11.
- (21) 長沢浩治, 野口昌彦, 麻生伸一, "高温環境がアキレス腱の動的粘弾性特性に与える影響", 日本足の外科学会雑誌, Vol.23, No.2 (2002), pp.51-58.
- (22) 平木泰典, "外眼筋遅筋線維の動的粘弾性に関する研究—第1報 家兎外眼筋の収縮張力・疲労抵抗性・剛度について—", 日本眼科学会誌, Vol.101 (1997), pp.3-11.
- (23) 平木泰典, "外眼筋遅筋線維の動的粘弾性に関する研究—第2報 急速短縮法と周波数—張力反応法を用いた家兎外眼筋の動的粘弾性特性の検討—", 日本眼科学会誌, Vol.105 (2001), pp.745-749.
- (24) 貝原眞, 坂西明郎, バイオレオロジー (1999), pp.24-28, 米田出版.
- (25) 山田宏, 力学の基礎とバイオメカニクス (2012), p.149, コロナ社.
- (26) Julie M. Giles, Amanda E. Black, Jeffrey E. Bischoff, "Anomalous rate dependence of the preconditioned response of soft tissue during load controlled deformation", *Journal of Biomechanics*, Vol.40, No.4 (2007), pp.777-785.
- (27) W. フリュエグ, 堀幸夫(訳), 固体の力学シリーズ1 粘弾性学 (1973), 培風館.
- (28) Naoki Ushimura, Atsushi Sakuma, Makoto Ogasawara, Tsukasa Tadomi, Eiichi Yanagisawa, "Analysis of Bending and Stretching of Human Body us-



ing Biomechanical Simulation”, *Proceedings of 2nd Asia-Pacific International Conference on Numerical Method in Engineering*, 2(CD-ROM) (2006).

- (29) MURAI Wataru, SAKUMA Atsushi, TANI Mitsuhiro, OGASAWARA Makoto, “Numerical Simulation of Dynamic Deformation in Solid-Fluid System by Monolithic Approach of FEM using Three-Element Solid Model”, *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, Vol.4, No.8 (2010), pp.1282-1288.
- (30) 佐久間淳, 熔融・凝固を含む相変態の熱・力学的表現と溶接過程のシミュレーションに関する研究, 京都大学大学院工学研究科機械工学専攻学位論文 (1996), pp.16-19.
- (31) 増田陳紀, 構造工学における計算力学の基礎と応用 (1996), pp.12-15, 土木学会.

# 第3章 疑似生体内環境下における引張試験

## 3.1 はじめに

前章の図 2.6 に示したような生体軟組織の粘弾性特性を評価するためには、幅広い一定ひずみ速度における引張試験の実施が必要となる。また、生体軟組織の力学試験においては、*in vitro* な環境においても試験片の乾燥・温度等の違いによる影響を排除することで高精度な計測が可能となる。生体組織や生体材料に対する力学試験では、調質された溶液中での実験について複数の研究報告がある<sup>(1)~(3)</sup>。ここで、軟組織がおかれている生体内環境について考察すると、運動中の筋内圧の変化<sup>(4)</sup>や姿勢と腹腔圧の関係<sup>(5)</sup>、培養された生体組織の力学的特性と圧力環境の関係<sup>(6)</sup>などから、実験条件として圧力が重要と考えられる。このことから計測システムの性能は、生体軟組織の力学的特性と周囲の圧力についても評価可能とすることが望ましい。そこで本章では、生体軟組織の力学的特性の高精度な計測技術の確立を目的として、高速引張試験機と疑似生体内環境槽の開発について述べる。特に、この疑似生体内環境槽は溶液中での引張試験を可能にすると共に、圧力・温度を調整可能な性能も有するものとする。ここでは、加圧された溶液を内包する環境槽内におかれた試験片に作用する荷重の計測機構と、その計測結果について詳細に検討する。また本章では、生体軟組織に対して複数の圧力環境における引張試験を実施して、一定ひずみ速度における引張を行う負荷過程と、変形停止後の応力緩和過程について応力-時間曲線を取得することで、これを生体軟組織の力学的特性における基礎的なデータとして示すこととする。

## 3.2 計測システム

### 3.2.1 引張試験システムの開発

生体軟組織の粘弾性特性評価のための引張試験機に対する性能要件は前述の通り、試験片に幅広いひずみ速度を与える性能である。これについては、ひずみ速度ごとに実験結果を比較することから、加減速のない一定ひずみ速度で引張試験を実施可能とすることが望ましい。また、応力緩和現象を確認するためには、変形を瞬時に停止し、さらにその状態を保持することを可能とする性能が必要となる。

これらの性能要件で、特に幅広いひずみ速度について具体的に考察する。まず、多くの研究報告では、生体軟組織の引張試験においてひずみ速度  $10^{-5} \sim 10^{-2}/s$  の準静的試験が行われている<sup>(7)~(11)</sup>。これに対して馬場らの研究報告<sup>(12)</sup>からは、短距離走においてヒト大殿筋が 200ms の間に 30% ほど伸縮していることが推測される。また、谷口らによる筋の障害に関する研究においては、引張ひずみ速度 15/s (700mm/s) という実験条件もある<sup>(13)(14)</sup>。よって筋の力学的特性はこのような高速域での変形に関する評価も視野に入れる必要があるといえる。

そこで、これらの性能要件を満たす高速引張試験機を作製した。図 3.1(a) に試験機の模式図、(b) に実験装置全体の写真を示す。引張試験では、試験片を荷重軸と感知軸により保持することとし、変位は荷重軸の移動量として KEYENCE 製レーザー変位計 LB-62、荷重は感知軸を介して共和電業製微小荷重ロードセル LTS-1KA でそれぞれ計測するシステムとなっている。また、この試験機では比較的高速域での引張試験を実現するため、駆動部に  $0.1 \sim 1200\text{mm/s}$  を制御可能な NSK 社製メカトロアクチュエータ XY-HRS063-RS204 を用いる。このメカトロアクチュエータは、送りねじとして使用するボールねじを DC サーボモータで回転することにより、ボールねじナットに取り付けられたテーブルの直線運動を制御可能とする製品である。このメカトロアクチュエータのテーブルが所定の速度に達した後に荷重軸と連結する機構とすることで、加減速のない一定ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_I$  を実現させる。さらに、試験片に所定のひずみ  $\epsilon_{\text{mx}}$  まで負荷した後にテーブルと荷重軸の連結が瞬時に解けて、その位置で荷重軸が停止する機構を設けることによって、応力緩和現象の計測も可能とした。この高速試験機に使用した既製品を表 3.1~3.9 に示す。

Table 3.1. Specification of the actuator.

Manufacturer	NSK
Model No.	XY-HRS063-RS204
Stroke , mm	630
Max. speed , mm/s	1200
Output of motor , W	100
Lead angle of ballscrew , mm	20

Table 3.2. Specification of the loading rod guide.

Manufacturer	THK	THK
Model No.	SH 3UU	SH 6UU
Height×Width×Length , mm <sup>3</sup>	14×10×13	22×16×24
Diameter , mm	3	6
Weight , g	4.5	21.6

Table 3.3. Specification of the LM-shaft.

Manufacturer	THK	THK
Model No.	SF3 g6-200L	SF3 g6-400L
Component material	SUJ 2	SUJ 2
Surface roughness	0.8S~1.6S	0.8S~1.6S

Table 3.4. Specification of the cross roller table.

Manufacturer	THK
Model No.	VRT2050AM
Stage size , mm <sup>2</sup>	50×30
Max stroke , mm	30
Weight , kg	0.11

Table 3.5. Specification of the platform.

Manufacturer	SURUGA SEIKI
Model No.	A61-L
Stage size , mm <sup>3</sup>	150×250×12

Table 3.6. Specification of the load cell.

Manufacturer	KYOWA E. I.
Model No.	LTS-1KA
Load rating , N	10
Max. output , $\mu$ V/V	1895
Input resistance , $\Omega$	121.6
Output resistance , $\Omega$	121.3

Table 3.7. Specification of the strain amplifier.

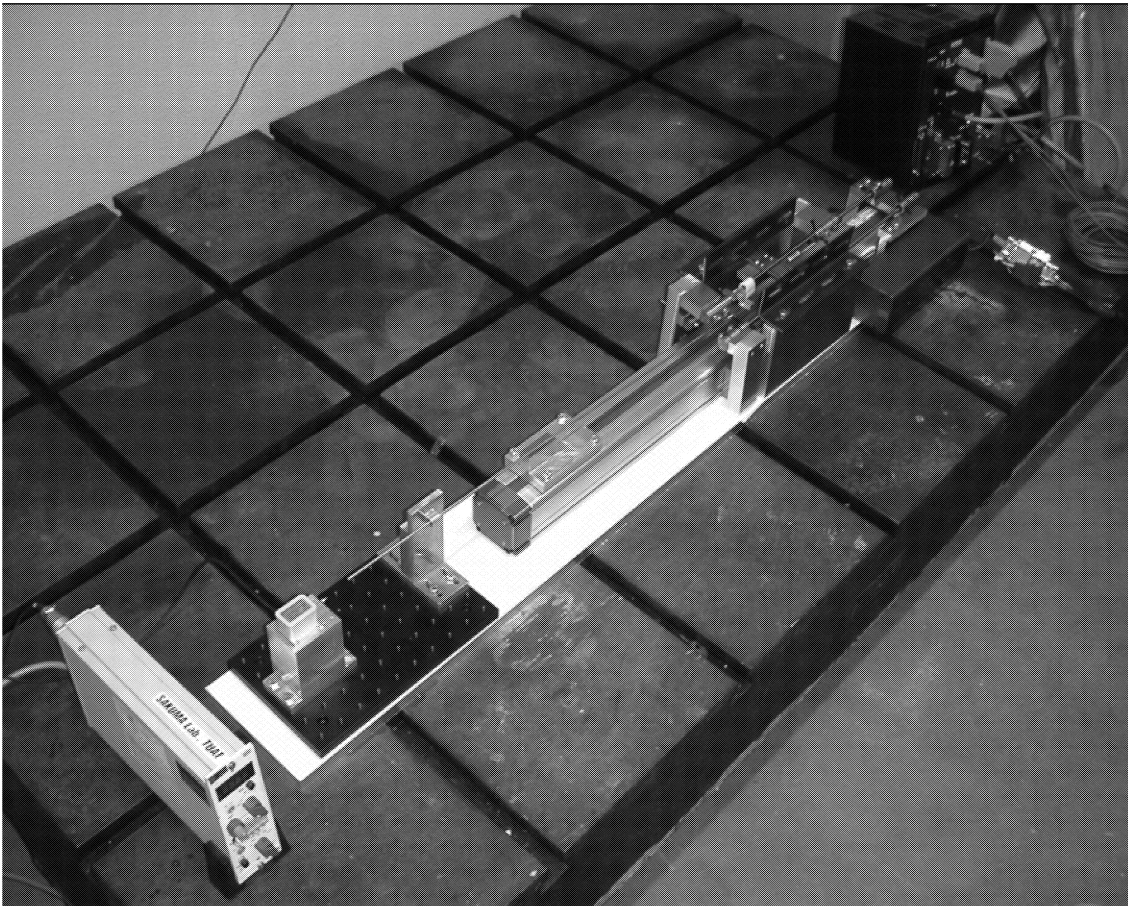
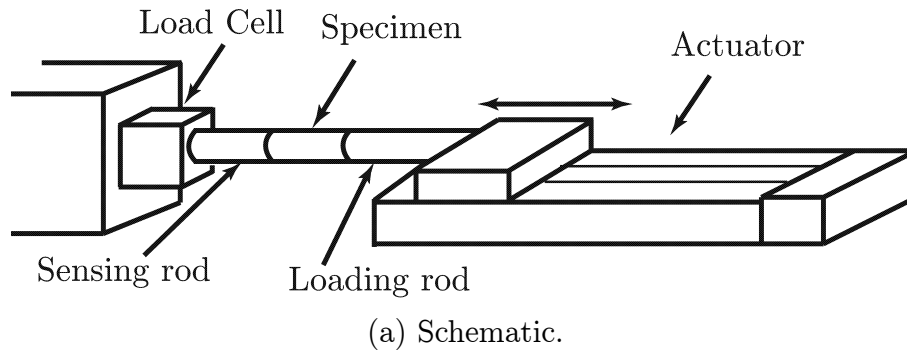
Manufacturer	NEC
Model No.	AS2103
Channel	1CH
Input voltage , V	2~12
Gauge rate	2.00
Measurement range	$2000 \times 10^{-6} \sim 100000 \times 10^{-6}$

Table 3.8. Specification of the lazer displacement gauge.

Manufacturer	KEYENCE
Model No.	LB-62
Measurement length , mm	40
Measurement range , mm	$\pm 10$
Output voltage , V	$\pm 4$

Table 3.9. Specification of the sensor interface to PC.

Manufacturer	KYOWA E. I.
Model No.	PCD300A
Number of measuring channels	4
A-D conversion , bit	Resolution max.12
Sampling frequency , Hz	max.10k
Analog output , V	$\pm 5V$



(b) Picture.

Fig.3.1 Tensile testing system.

### 3.2.2 疑似生体内環境槽の開発

軟組織の生体内環境を疑似的に再現する環境槽には、温度・圧力を制御した溶液中に試験片を設置することができ、環境槽内での引張試験を可能とする性能が求められる。そこで図3.2に示す疑似生体内環境槽を開発した。図3.2(a)は環境槽の模式図、(b)は環境槽全体の写真を示している。環境槽は容量0.9lの亚克力製の槽構造で上部はフランジとなっており、ボルト・ナットによる締め付けにより蓋を固定することで密閉状態とすることができる。この密閉状態における槽内での引張試験を可能とするために、環境槽側壁には引張試験機の荷重軸と感知軸が貫通する構造が設けられている。また、蓋部には槽内の溶液の状態を調節するために、温度調節装置・圧力調節装置との接続部位がそれぞれ設けられている。

これにより生体軟組織の粘弾性特性を評価するための試験システムは、図3.3に示すように、前節で述べた高速引張試験機と、様々な実験環境へ調節可能な環境槽で構成する。引張試験機は試験片に軸を介して接続する形であり、この軸が環境槽の外壁を貫く構造となっている。そして、環境槽は溶液で満たすことができ、温度調節装置・圧力調節装置により溶液の温度と液圧も調節可能となっているため、これにより溶質・温度・圧力の環境条件を考慮した上での引張試験が可能である。なお、試験中の荷重、変位、圧力データは共和電業製センサーインターフェースPCD300Aを介してPCに取り込むシステムとなっている。

#### 3.2.2.1 環境槽側壁構造

前述のように環境槽の側面壁は、槽内での試験片の引張を実現するために引張試験機の感知軸と荷重軸が貫通する構造となっている。ここで槽内の圧力調整および維持のためには、この貫通する部分をシールする必要がある。このため、試験機の駆動部と接続される荷重軸が貫通する壁面については、往復運動を可能とするためのロッドシール用パッキンを用いた一般的なシール構造としている。これに対して、ロードセルと接続する感知軸については、荷重軸と同じ構造とすると感知軸-パッキン間に生じる摩擦力により、微小な荷重計測に対して大きな影響を与えることとなる。そこで、この感知軸のシールについては、ビニール膜とOリングを組み合わせた膜構造を適用する。

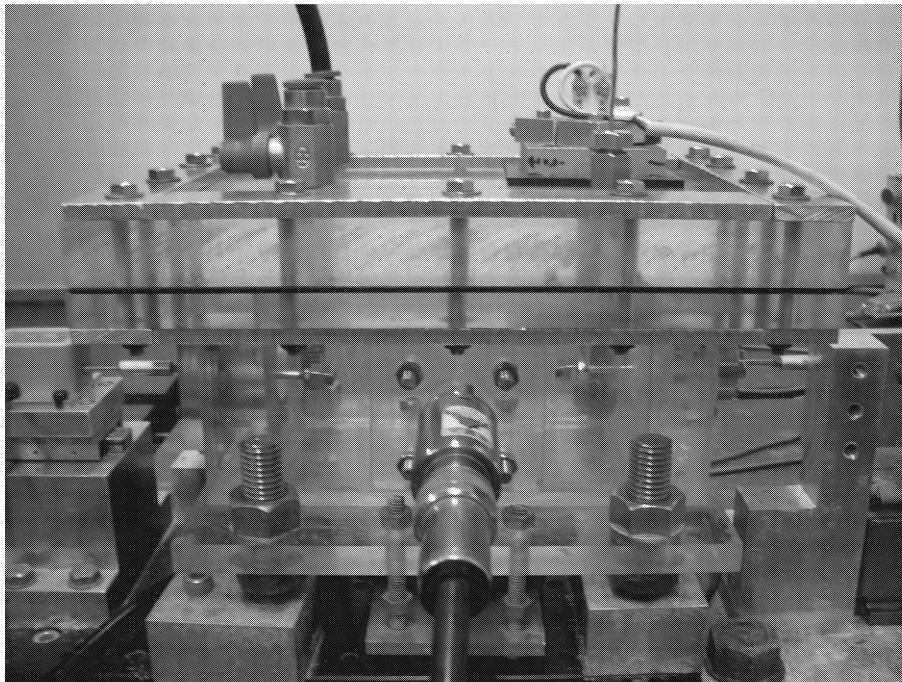
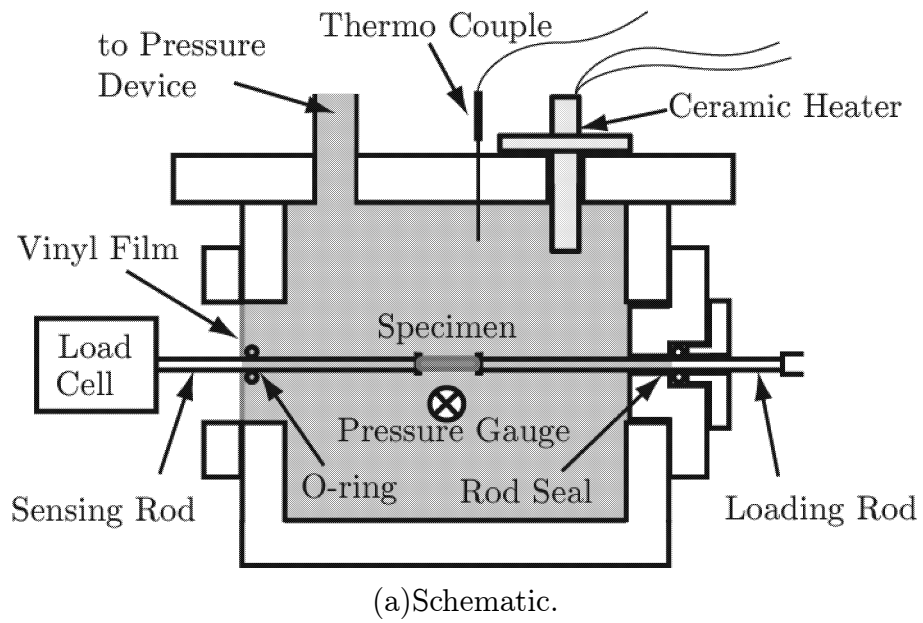
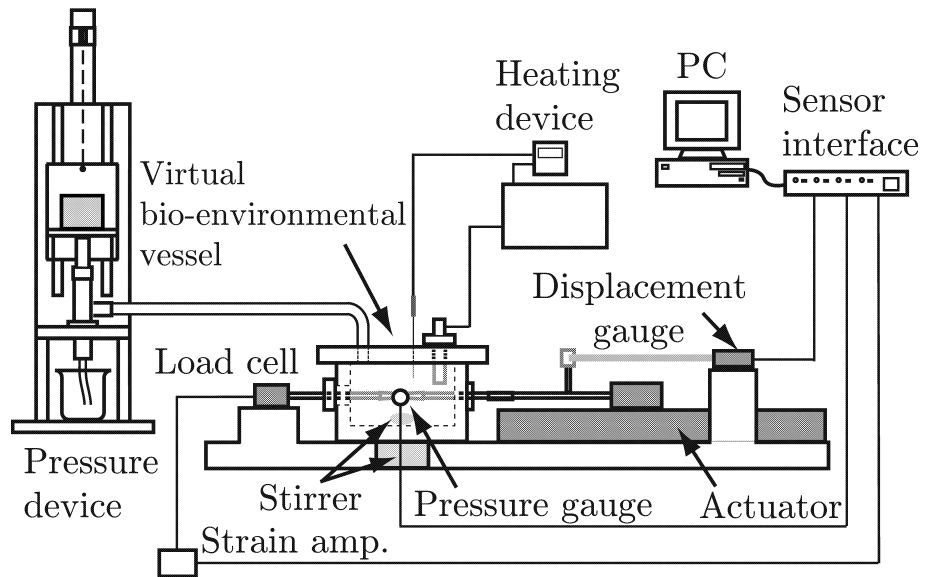
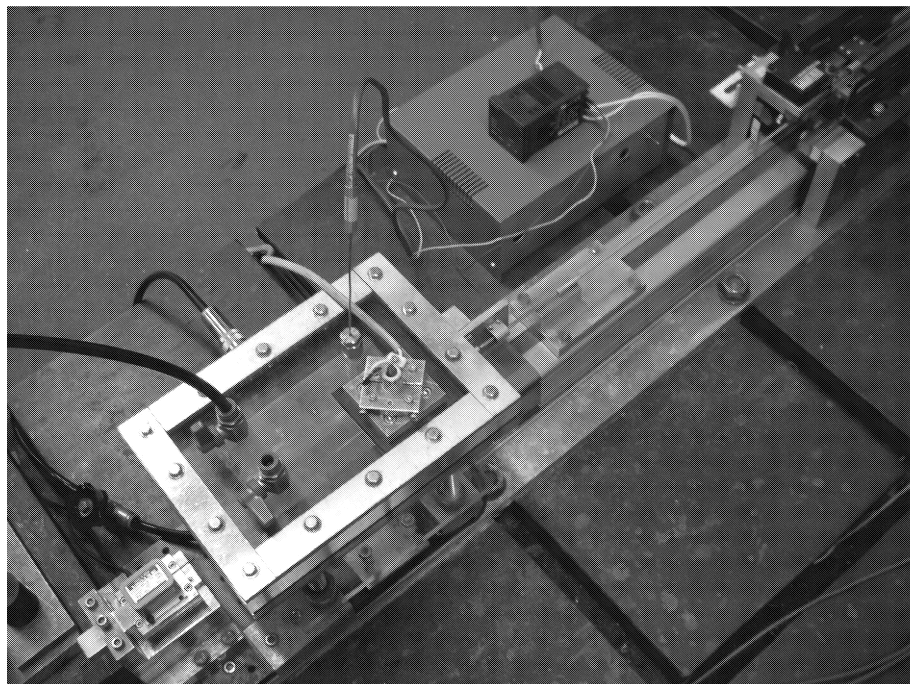


Fig.3.2 Virtual bio-environmental vessel.





(a)Schematic.



(b)Picture.

Fig.3.3 Measurement system for biological soft tissue.

この膜構造では、図 3.4(a) に示すように感知軸を通した O リングをビニール膜に接着し、これをアクリル板によって環境槽の側面壁に固定する。これにより、O リングが感知軸と密着することにより液漏れを防ぎ、且つビニール膜が柔らかく変形することで荷重計測への影響を軽減する。なお、この膜構造を適用して荷重計測を行うために、ロードセルの固定台にはロードセルの位置を軸方向にスライドできる機能を与える。引張試験では、まず試験片を溶液で満たした槽内に設置し、温度と圧力を調節する。このとき、溶液の圧力によりビニール膜は外側へ膨らみ、ロードセルの位置もこれと連動する。温度と圧力が安定すると、ビニール膜の変形が停止するため、この状態を確認した後にロードセルの位置を固定し、引張試験を行うという手順である。

ただし、実際に試験を行う場合には、さらに図 3.4(b) に示すような外部への液漏れ対策を行うこととする。この膜構造を適用するときに液漏れ対策が必要な箇所は、感知軸-O リング間とビニール膜-側面壁間である。まず感知軸-O リング間の液漏れについては、O リングホルダーを使用することで密着性を高める。次にビニール膜-側面壁間については、ビニール膜と側壁面のために柔らかく変形に富むポリウレタンシートを挟むことで、密閉性を向上させることとする。

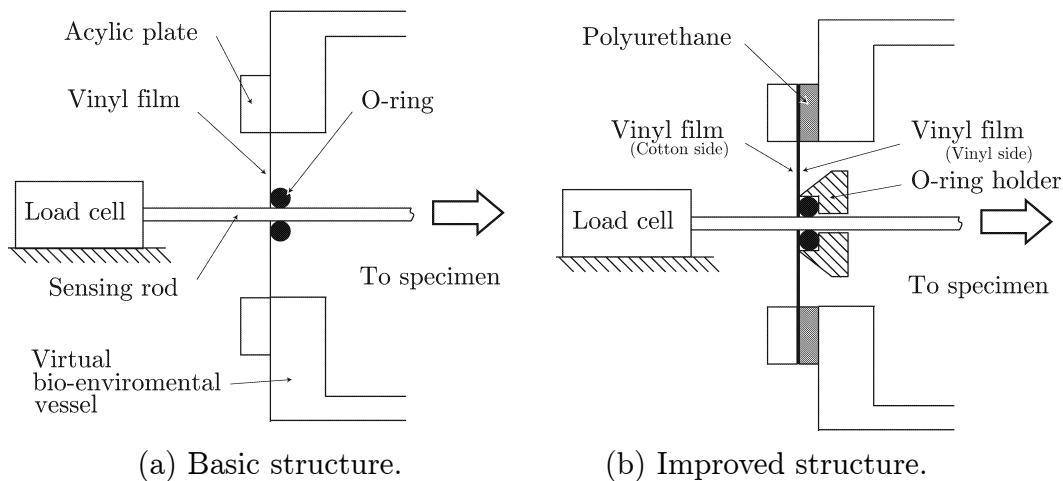


Fig.3.4 Schematic of film structure for low load sensing.

### 3.2.2.2 温度調節装置

温度調節装置は図3.5に示すように、環境槽の蓋部に設置した定格容量310Wの京セラ社製セラミックヒーターによって槽内の溶液を直接加熱する構造で、温度制御にはKEYENCE社製のマルチ入力温度調節器TF-4を用いる。なお、蓋-セラミックヒーター間のシールにはセメダイン社製バスコックを使用する。また、環境槽底部にはアズワン製磁力誘導式攪拌器が設けられており、槽内の攪拌子を回転させることにより、溶液の温度および溶質の均質化を行う。また、この温度を測定するセンサーとしては、蓋にKEYENCE社製のK熱電対TF-C11を貫通させている。

この温度調節器は図3.5のように回路ボックスと接続されており、回路ボックスの中は図3.6のようになっている。この回路は使用する電源によってリレー回路を切り替えるように配線を組んでおり、直流電源用としてCrydom社製の半導体リレーD1D12、交流電源用としてOMRON社製の半導体リレーG3NEを用いる。このリレー回路が温度調節器からの信号を受けてヒーターのON/OFFを切り替えることにより、溶液の温度を調節する。なお、今回の試験では交流電源のみを用いて行う。表3.10～3.15に温度調節装置に用いた主な既製品の仕様を示す。

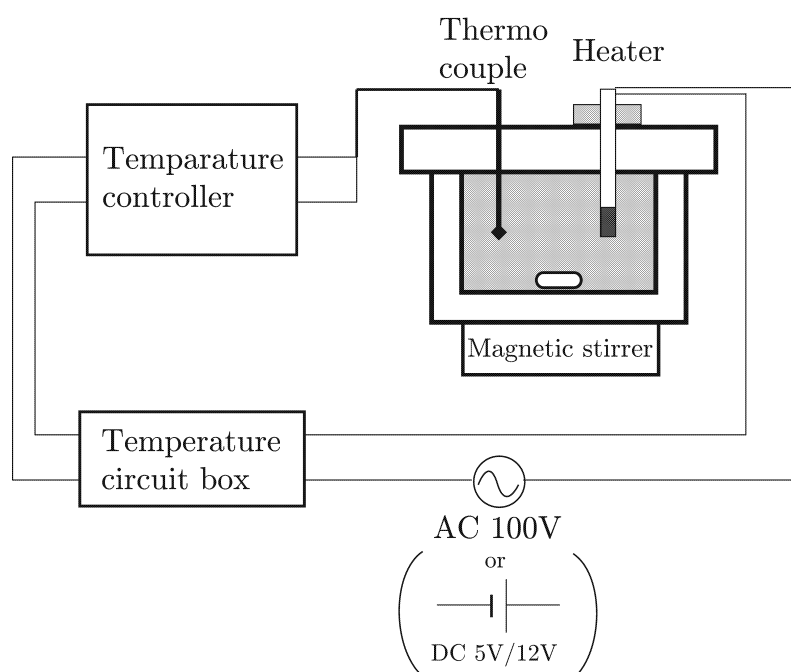
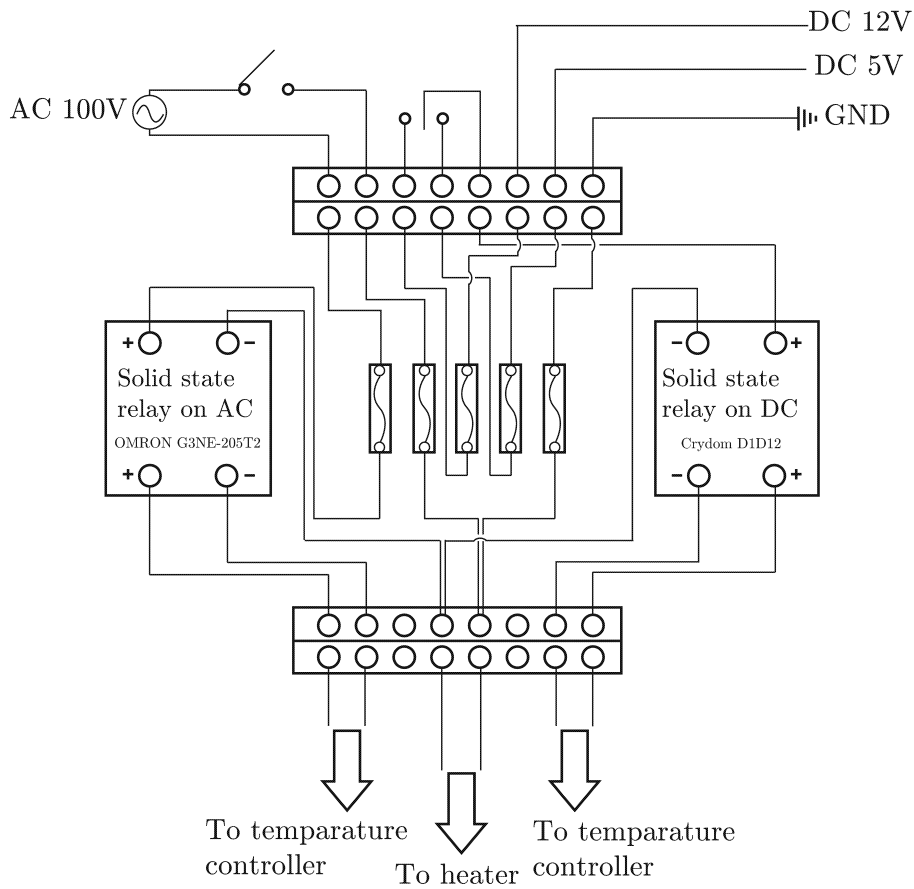
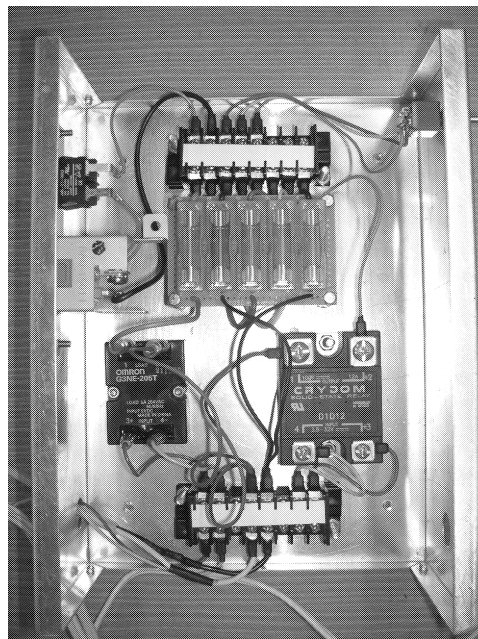


Fig.3.5 Schematic of temperature control device.



(a)Schematic.



(b)Picture.

Fig.3.6 Circuit box for temperature regulation.

Table 3.10. Specification of the ceramic heater.

Manufacturer	KYOCERA
Max. use temperture , °C	1000
Operating temperture , °C	800
Thermal conductivity , W/mK	21
Specific heat , J/gK	1

Table 3.11. Specification of the sealant.

Manufacturer	CEMEDINE
Heatproof temperature , °C	-50~200
Material	Silicon

Table 3.12. Specification of the temperature controller.

Manufacturer	KEYENCE
Model No.	TF4-10V
Control output	DC 12V Max20mA
Control method	PID 2-Pattern, ON/OFF
Input	Thermocouple, (Resistance temperature sensors)
Control rate , sec.	1~120
Sampling rate , sec.	0.5
Accuracy	±0.3% of F.S. ±1digit (23 °C ± 10 °C)

Table 3.13. Specification of the solid state relay on DC.

Manufacturer	Crydom
Model No.	D1D12
Line voltage , V	DC 0~100
Max. input current , A	12
Control voltage , V	DC 3.5~32
Surge current , A	28

Table 3.14. Specification of the solid state relay on AC.

Manufacturer	OMRON
Model No.	G3NE-205T2
Rated load voltage , V	AC 100~240
Input current , A	0.1~5
Control voltage , V	DC 9.6~14.4
Surge current , A	60

Table 3.15. Specification of the stirrer.

Manufacturer	AZ-ONE
Model No.	MS-1
Stir method	Magnetic
Output	4CH

この温度調節装置の性能を評価するために環境槽内を水道水で満たし、設定温度を 30℃として、目標温度に達した後の温度維持性能を確認する。電源は 100V の交流電源を使用し、温度計測は 900 秒間で 60 秒毎に温度データを取得した。これにより得られた温度-時間グラフを図 3.7 に示す。この条件では、設定温度に対して  $\pm 0.4$ ℃の範囲で維持が可能であることがわかる。

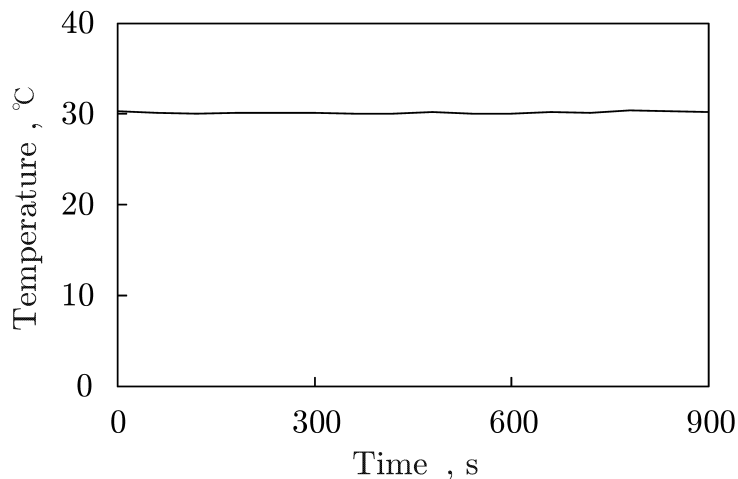


Fig.3.7 Performance of temperature control device.

### 3.2.2.3 圧力調節装置

圧力調節装置は図3.8に示すように、THK社製のリニアガイドHSR15Aとキョーワ社製の手動テストポンプT-100Kから構成されており、テストポンプと環境槽をナイロンチューブで接続する。リニアガイドには錘台が取り付けられており、錘を載せることでテストポンプのプランジャーに荷重を与え、これにより溶液が環境槽に送られる仕組みとなっている。また、環境槽内に生じる圧力は、環境槽壁面に設置した共和電業社製圧力変換器PAB-A-1MPで計測する。表3.16～3.18に圧力調節装置に用いた主な既製品の仕様を示す。

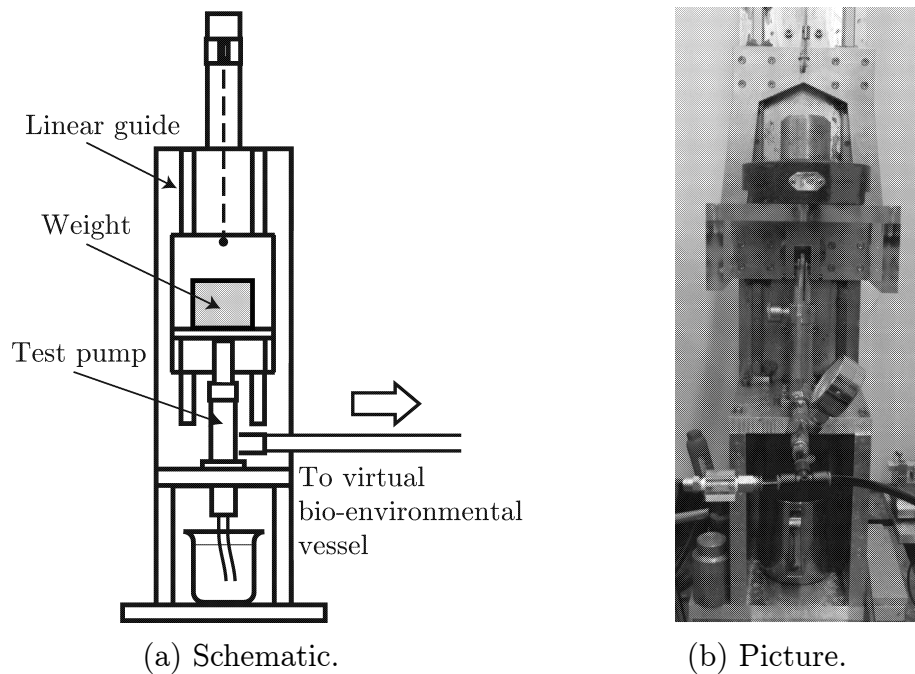


Fig.3.8 Pressure control device.

Table 3.16. Specification of the linear guide.

Manufacturer	THK
Model No.	HSR15A
Height×Width×Length , mm <sup>3</sup>	47×56.6×24
Rail length , mm	640
Weight, kg	0.2

Table 3.17. Specification of the test pump.

Manufacturer	KYOWA
Model No.	T-100K
Stroke , mm	35
Plunger diameter , mm	22
Maximum pressure , MPa	10.0

Table 3.18. Specification of the pressure gauge.

Manufacturer	KYOWA E. I.
Model No.	PAB-A-1MP
Rating capacity	1MPa abs.
Character frequency	10kHz
Allowable temperature , °C	-30~80
Allowable applied voltage , V	8 DC or AC

ここで圧力調節装置の性能および環境槽の耐圧性を評価するために、環境槽内を水道水で満たし、所定の圧力を維持する試験を行った。水温を温度調節装置により 30 °C に保ち、圧力条件については環境槽を密閉せずに開放状態で槽内に水を満たした状態を 0kPa と定め、これを密閉した状態から 20, 50, 100kPa に加圧した状態で、圧力の変動を 60 秒間計測した。圧力-時間の関係は図 3.9 に示すように、100kPa でも変動することなく維持でき、また液漏れも無いことを確認した。

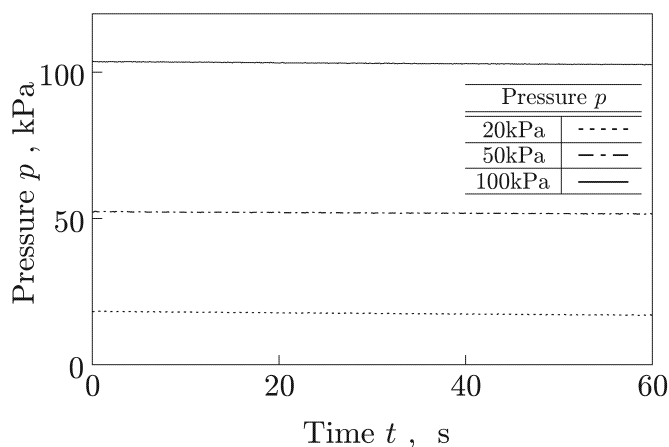


Fig.3.9 Performance of pressure control device.



### 3.3 圧力条件下における荷重値の誤差

#### 3.3.1 軸抜けによる影響

環境槽の温度・圧力の維持性能を評価することができたため、予備試験として複数の圧力環境下における引張試験を実施する。この予備試験では、周囲の圧力に依らず安定した力学的特性を有すると考えられる金属製のばねを対象とする。試験条件は表 3.19 に示すように、環境槽内は水道水で満たし温度を 30 °C、圧力条件を前節と同様に 0, 20, 50, 100kPa に定め、試験速度を 3mm/s、引張距離を 10mm として荷重と変位の計測を行うこととする。また、比較として、環境槽の膜構造を使用しない大気雰囲気中での試験データも取得することとする。

この予備試験によって取得したデータを縦軸を荷重、横軸を変位として図 3.10 に示す。ここでは、0kPa と大気雰囲気中での引張試験結果がほぼ重なっていることが分かる。一方で、20kPa 以上の圧力負荷時においては、0kPa と大気雰囲気中に比べて荷重が高くなる傾向を確認した。これによって膜構造を使用することによる荷重計測への影響は、環境槽を開放状態とした 0kPa では小さいといえるが、密閉状態として圧力を負荷した環境では無視することができないと考えられる。

この原因については、荷重軸が引張試験中に環境槽内から引き抜かれることにより起こる圧力低下に対し、圧力調節装置が十分に追従できず、減圧により膜に環境槽内側方向への力が作用したと考えられる。そこで次節では荷重計測について、この圧力負荷時の軸抜けによる影響に対する補正法を提案することとする。

Table 3.19. Preliminary tensile testing condition.

Specimen	Metal spring				
Testing rate , mm/s	3				
Elongation , mm	10				
Pressure , kPa	0	20	50	100	Atm.
Solution	Tap water				
Temperature , °C	30				

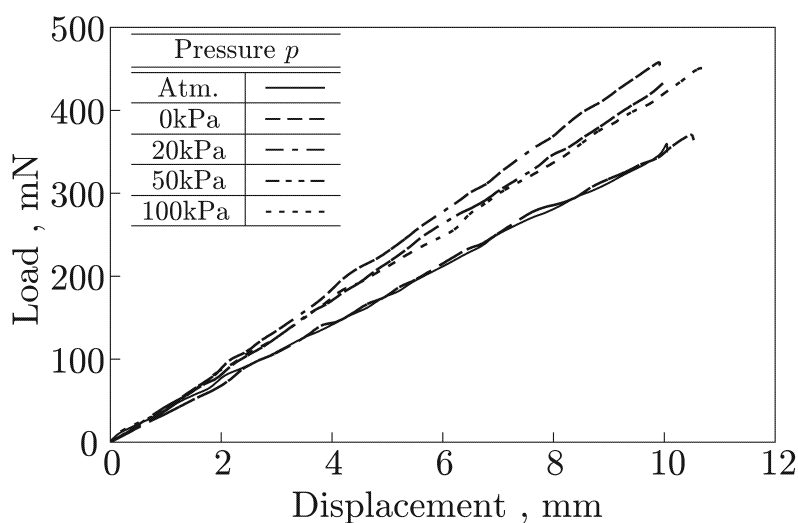


Fig.3.10 Load-displacement curves under atm. and pressure condition.

### 3.3.2 補正方法

図 3.10 における圧力負荷時の荷重については、圧力の値に対する傾向が確認できず、大気雰囲気中の結果と比較して一様に高い値となっているといえる。そこでまず、軸抜けによる荷重計測への影響について圧力の値に対する検証実験を行う。ここでは環境槽の蓋に取り付けた圧力調整装置との接続用バルブを利用して、バルブの開閉により環境槽内を開放状態と密閉状態とすることで、0kPa の同圧力条件下で引張試験を行う。なお、他の試験条件については表 3.19 と同様とする。

この検証実験から、図 3.11 に示すように環境槽の密閉状態において、図 3.10 の圧力負荷時と同程度に荷重が高くなる結果を得た。このことにより、膜構造を使用する場合には加圧の程度によらず、密閉状態の環境槽から軸が引き抜かれたことによって、荷重計測へ影響を及ぼすことが確認できた。そこで、これを補正する方法としては、100kPa までの圧力環境下においては圧力の値は考慮に入れず、環境槽外に引き抜かれた荷重軸の体積が直接的に影響すると考えることとする。

具体的な補正方法としては、荷重軸の変位量から荷重補正值を算出し、これを引張試験で得られた荷重データから直接引くこととする。この荷重補正值は図 3.11 において表 3.20 に示すように、それぞれの結果から最小二乗法により求めた傾きの差を取り、この差と荷重軸の変位量の積とする。この補正方法を図 3.10 に適用した結

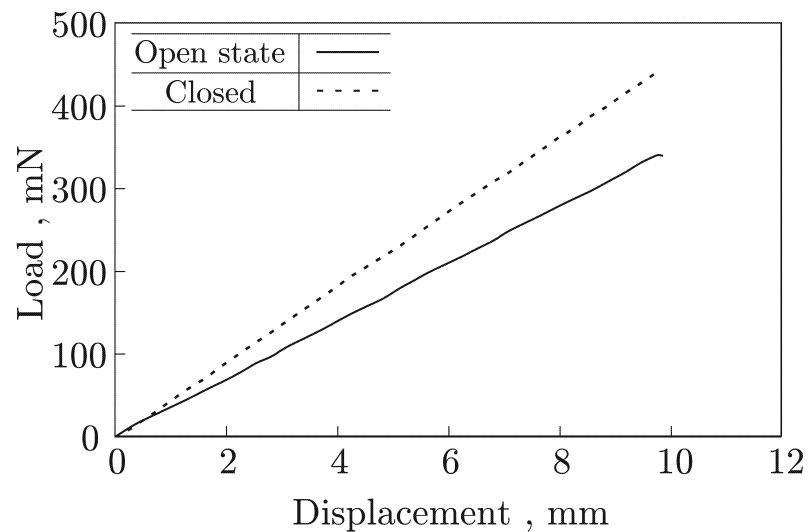


Fig.3.11 Load-displacement curves under open state and closed vessel.

Table 3.20. The slope of linear approximation and their difference.

Condition	Slope , N/m
Open state	45.713
Closed	34.639
Difference	11.074

果を図3.12に示す。これにより、100kPaまでの各圧力条件において荷重は同程度となり、軸抜けで生じる圧力変動による膜構造の影響を軽減できていることが確認できる。生体軟組織に対する引張試験においても、環境槽を密閉状態とする場合にはこの補正法を適用することとする。

### 3.4 周囲環境を考慮したニワトリ深胸筋の引張試験

開発した試験システムを使用して、生体軟組織に対する引張試験を行うことで粘弾性特性の観察を行う。ここで、生体組織の力学的特性について評価する場合に問題となるのが、実験対象の生死である。生体組織の生死については様々な分野で諸説あり、一様に定義することは困難であるが、骨格筋の場合には能動的な筋収縮を起すか否かという指標が例として挙げられるであろう。軟組織の力学的特性の評価は一般的に、生体の評価や数値シミュレーションに応用するために実施されること

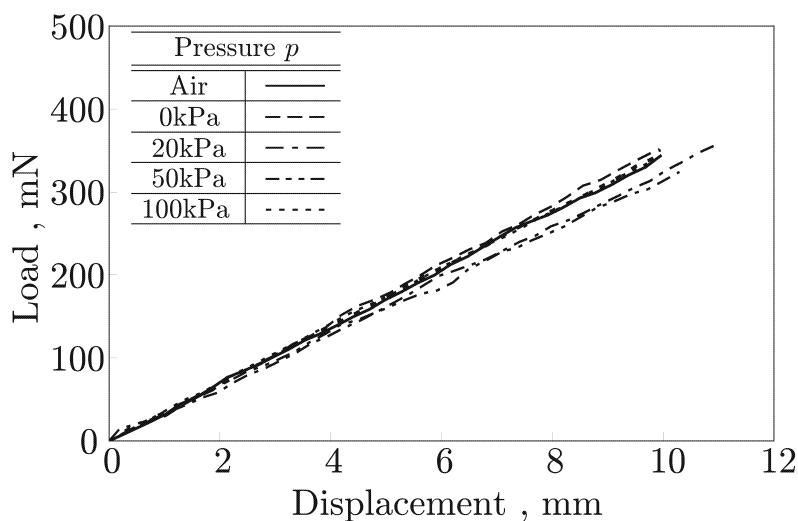


Fig.3.12 Corrected load-displacement curves under atm. and pressure condition.

から、生体組織は生きている方が望ましい。しかしながら、様々な器官で構成されている生体において、体内の特定の器官のみに対して生体を傷つけずに引張試験を行うことは不可能である。他方で近年、国内メーカーの動物実験廃止<sup>(15)</sup>など、動物実験の倫理に関心が益々高まっている。そこで本論文について考察すると、ここで主眼としているのは生体軟組織の外力に対する受動的な粘弾性特性の評価である。特に骨格筋については能動的に収縮・弛緩している状態で受動特性が異なること<sup>(16)</sup>を考えると、能動特性と受動特性の関連性は重要であると考えられるが、本論文ではまず受動特性のみについて検討を行うこととしたい。ここで、渡邊ら<sup>(17)</sup>により、と殺後の極めて新鮮な供試肉の応力緩和試験において筋収縮が起これり、異常曲線が観察された例が報告されている<sup>(18)</sup>。また引張試験によるデータの取得では、複数回の試験を行うこととなるが、現実に全く同じ試験片を複数準備することは不可能に近い。そこで、組織の生死に拘わらず、ある程度のバラツキは避けることができないことから、動物実験の判断の基準とされる3R (Replacement, Reduction, Refinement)の原則<sup>(19)</sup>を基に考えると、現段階では代替法の利用が望ましい。よって、本論文では一般的に購入が可能な精肉の中から安価で入手し易く、目視による筋繊維方向の確認が可能なニワトリの深胸筋を供試体とすることとする。

### 3.4.1 試験条件

生体軟組織の圧力環境を考慮した粘弾性特性の計測を行うための試験条件を表3.21に示す。引張試験は試験片に対してひずみ速度0.1/sで、筋に損傷を与えないと考えられる真ひずみ0.2で停止し、引張停止後の応力緩和も計測することとする。また試験環境について、溶液は生理食塩水を参考にして0.9% NaCl水溶液とし、温度は生体に影響を与えないと考えられる30℃で一定に保つこととする。圧力条件は0, 20, 50, 100kPaと定め、試験回数はそれぞれの圧力条件について10回ずつとする。

次に試験片の作成について示す。骨格筋は図3.13(a)の紡錘状筋や(b)の半羽状筋などの様々な形状を有しているが、本論文で試料として採用するニワトリの深胸筋は(c)に示す羽状筋に分類される。試験片の作成では各実験条件ごとに、肉眼で確認できる最小単位の筋繊維束を医療メスで切り出すこととする。なお、複数回の試験を実施する上で個体差による影響を小さくするために、用意したニワトリの深胸筋一体につき4つの圧力条件分の試験片を作製することとする。試験片の支持に関しては、試験片に締め付け力を与えないようにアルミ箔とシアノアクリレート系のゼリー状瞬間接着剤を用いて図3.14のように支持することとする。

次に試験データに関して、ひずみ算出のための標点間距離はチャック間距離として、試験片の大きさから20mmとし、試験片ごとにノギスで測定した値を用いることとする。また、応力算出のための断面積については、試験片の断面形状を楕円と仮定して、ノギスで測定圧に留意しながら短径と長径をそれぞれ3回ずつ測定して、その平均値から算出することとする。

Table 3.21. Tensile testing conditions.

Specimen	Deep pectoral muscle of chicken			
Gauge length , mm	20			
Maximum strain	0.2			
Strain rate , /s	0.1			
Experimental number	10			
Pressure , kPa	0	20	50	100
Solution	0.9 % NaCl			
Temperature , °C	30			

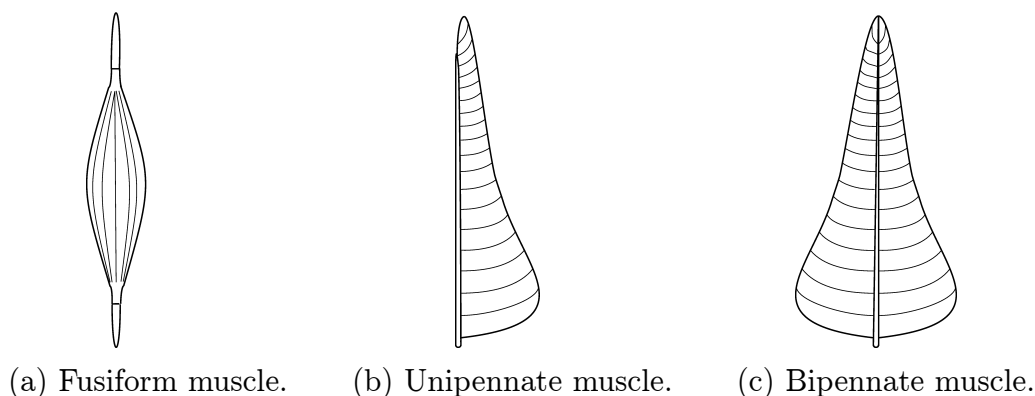


Fig.3.13 Classification by the shape of muscle.

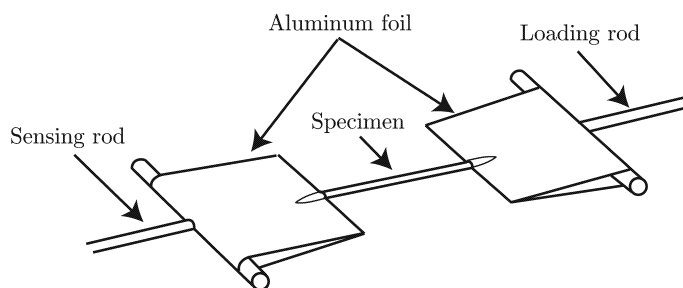


Fig.3.14 Schematic of chucking.

### 3.4.2 試験結果

#### 3.4.2.1 応力平均値と標準偏差

図 3.15 に各圧力条件の応力-時間曲線を示す。各線はそれぞれ 10 回の試験の応力に関する平均値でエラーバーは標準偏差を表している。このグラフでは、一定ひずみ速度における引張による負荷過程での非線形的な応力の増加と、引張停止後の緩やかな応力緩和現象を確認することができる。これにより、生体軟組織であるニワトリの深胸筋は 2.2.4 節で示した粘弾性特性を有しているといえる。またこの図 3.15 からは、各圧力条件における応力の平均値が、負荷過程と応力緩和過程ともに差異が小さいことが読み取れるため、開発した計測システムを使用することで安定した引張試験の実施が可能であるといえる。なお、各圧力条件における標準偏差に着目して比較を行うと、20, 50kPa 時には 0kPa よりも標準偏差が大きくなり、100kPa で最も小さくなっていることもわかる。

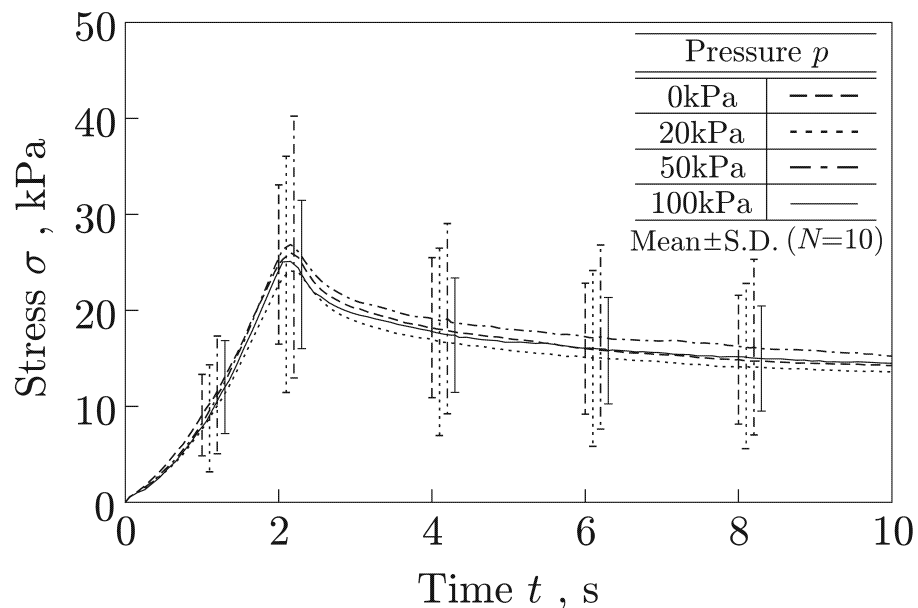


Fig.3.15 Stress-time curves of muscle under pressure.

### 3.4.3 全引張試験結果

次に、各圧力条件における全引張試験結果を図 3.16～3.19 に示す。これを観ると図 3.15 の標準偏差でも示されていたように、ニワトリの深胸筋一体につき 4 つの圧力条件分の試験片を作製するなどの個体差に配慮した試験を行ったが、生体軟組織の力学的特性についてはバラツキが大きいことが分かる。次に、負荷過程における応力-時間曲線の曲線形状は下に凸になる場合が多いが、一部では直線形状に近いものもあることがわかる。この曲線形状について、下に凸となることに関しては Fung による指摘<sup>(20)</sup>と一致し、直線に近いものについては後藤らによる指摘<sup>(21)(22)</sup>と一致する。また、下に凸であった曲線形状が負荷過程の途中で上に凸となるものもあることが分かる。このことから前述のバラツキの大きさと併せて、生体軟組織の力学的特性には、ゆらぎ・うねりなどの不規則性 (Fluctuation) が存在すると考えられる。さらに応力緩和過程については、すべての試験結果で時間の経過とともに漸近的に応力が減少していることも確認することができる。これらのことから、開発した計測システムによる生体軟組織の変形挙動の観察が有効であるとともに、特に負荷過程や応力緩和過程における曲線形状など、生体軟組織の複雑な力学的特性に

関する基礎的なデータを取得することができたといえる。

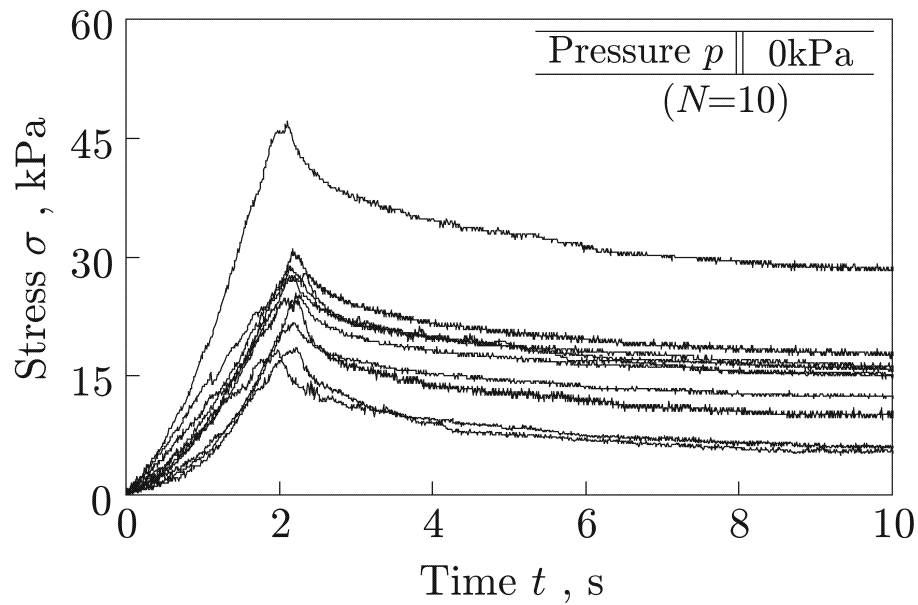


Fig.3.16 All stress-time curves of muscle under 0kPa.

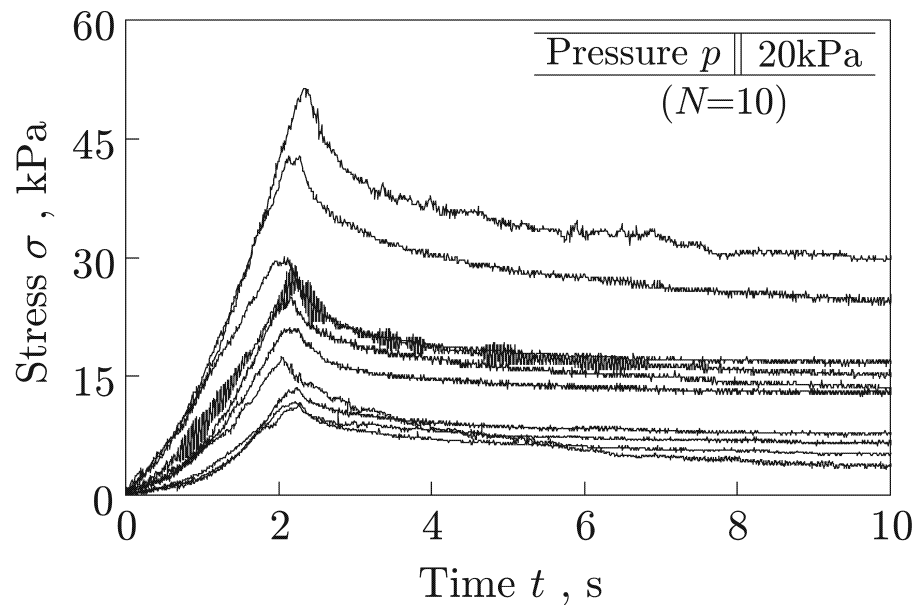


Fig.3.17 All stress-time curves of muscle under 20kPa.



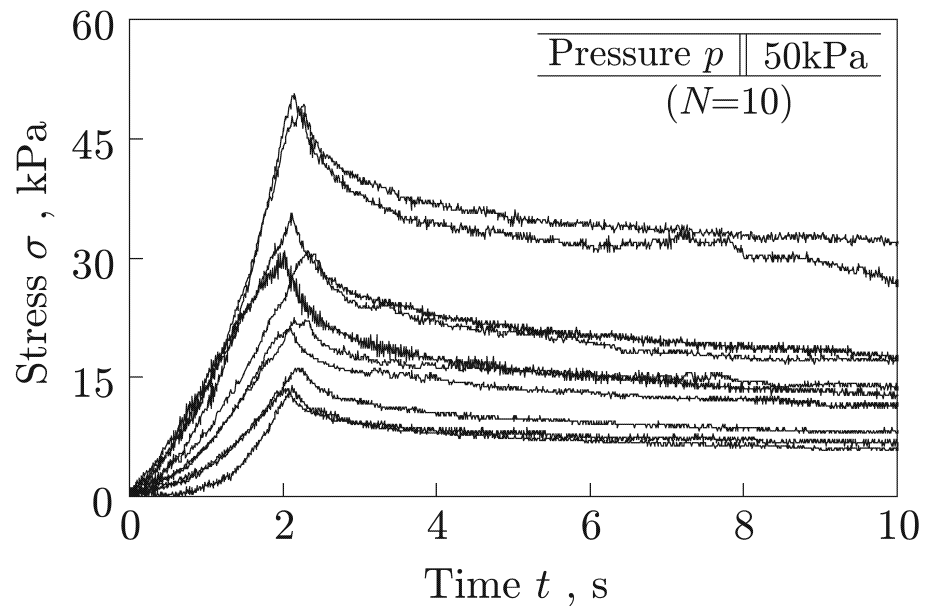


Fig.3.18 All stress-time curves of muscle under 50kPa.

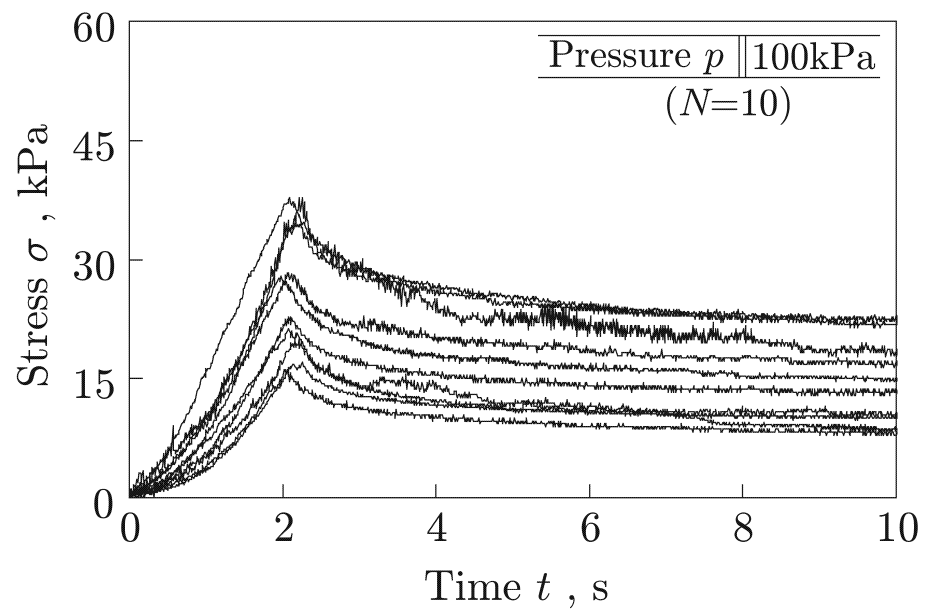


Fig.3.19 All stress-time curves of muscle under 100kPa.

### 3.5 本章の結論

本章では, *in vitro* な実験においても可能な限り生体内に近い環境で, 幅広いひずみ速度における引張試験を実施可能とする計測システムの開発を行った. この計測システムは一定ひずみ速度による負荷過程と変形停止後の応力緩和過程を計測可能な高速引張試験機と, 溶液の温度・圧力を調整可能な疑似生体内環境槽で構成した. これを用いて生体軟組織であるニワトリの深胸筋から作製した試験片に対して4種類の圧力条件下における引張試験を行い, 負荷過程と応力緩和過程における応力-時間曲線を取得した. この結果から, 負荷過程における曲線が下に凸や直線に近い形状となることと, 時間の経過とともに応力が漸近的に減少する応力緩和現象などの, 軟組織が有する力学的特性に関する基礎的なデータを取得することができた.

## 参考文献

- (1) 平木泰典, “外眼筋遅筋線維の動的粘弾性に関する研究—第1報 家兎外眼筋の収縮張力・疲労抵抗性・剛度について—”, *日本眼科学会誌*, Vol.101 (1997), pp.3-11.
- (2) 平木泰典, “外眼筋遅筋線維の動的粘弾性に関する研究—第2報 急速短縮法と周波数—張力反応法を用いた家兎外眼筋の動的粘弾性特性の検討—”, *日本眼科学会誌*, Vol.105 (2001), pp.745-749.
- (3) Yamamoto Ei, “Response of Tendinous Tissues to Stress During Culture : A Biomechanical Perspective”, *Memoirs of the School of Biology-Oriented Science and Technology of Kinki University*, Vol.19 (2007), pp.1-21.
- (4) 岡久雄, 枝松幹也, Oberg P. Ake, “筋内プローブを用いた筋収縮メカニズムの解析 : 活動電位と筋内圧”, *電子情報通信学会技術研究報告*, Vol.103, No.731 (2004), pp.29-32.
- (5) 立花龍司, 野球選手のための腹・背筋の強化法—腰痛防止とパフォーマンスの向上に (1997), pp.15-16, 日刊スポーツ出版社.
- (6) 宮田昌悟, 古川克子, 牛田多加志, 新田康雄, 立石哲也, “培養軟骨組織の機械的特性およびその組織構成成分との相関”, *日本機械学会バイオエンジニアリング講演会講演論文集*, Vol.16 (2004), pp.441-442.
- (7) Takashi Furuse, Satoshi Hasebe, Hiroshi Ohtsuki and Keiji Oguma, “Passive length-tensile properties of extraocular muscles under botulinum toxin type”, *Japanese Journal of Ophthalmology*, Vol.47, No.2 (2003), pp.145-150.
- (8) B. Calvo, A. Ramírez, A. Alonso, J. Grasa, F. Soteras, R. Osta, M.J. Muñoz, “Passive nonlinear elastic behaviour of skeletal muscle: Experimental results and model formulation”, *Journal of Biomechanics*, Vol.43 (2010), pp.318-325.
- (9) Adam C. Abraham, Kenton R. Kaufman, Tammy L. Haut Donahue, “Phenomenological consequences of sectioning and bathing on passive muscle mechanics of the New Zealand white rabbit tibialis anterior”, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomechanical Materials*, Vol.17 (2013), pp.290-295.
- (10) Michael Takaza, Kevin M. Moerman, Juliette Gindre, Garry Lyons, Ciaran K. Simms, “The anisotropic mechanical behaviour of passive skeletal muscle tissue subjected to large tensile strain”, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomechanical Materials*, Vol.17 (2013), pp.209-220.
- (11) Duane A. Morrow, Tammy L. Haut Donahue, Gregory M. Odegard, Kenton R. Kaufman, “Transversely isotropic tensile material properties of skeletal

- muscle tissue”, *Journal of the Mechanical Behavior of Biomechanical Materials*, Vol.3 (2010), pp.124-129.
- (12) 馬場崇豪, 和田幸洋, 伊藤章, “短距離走の筋活動様式”, 体育學研究, Vol.45, No.2 (2000), pp.186-200.
- (13) 平林智子, 渡辺雄一郎, 田中英一, 岩本正実, “非単調負荷による損傷を表現できる骨格筋構成式の開発と三次元解析への応用”, 日本機械学会論文集 A編, Vol.77, No.778 (2011), pp.916-924.
- (14) 谷口剛士, 山本創太, 早川敦, 田中栄一, 金原秀行, 三木一生, “骨格筋の力学特性のひずみ速度及び活性状態依存性に関する実験的研究”, 日本機械学会東海支部「豊橋地区講演会」講演論文集, No.014-02 (2002), pp.193-194.
- (15) 亀倉弘美, “国内最大手・資生堂が将来的な動物実験廃止を公表!一刻も早く、化粧品業界全体で廃止を実現させよう! (ペット・動物法)”, 消費者法ニュース, Vol.87 (2011), pp.258-261.
- (16) 菊谷功, 奥野竜平, 赤澤堅造, “ヒト長母指屈筋における筋活動レベルと筋粘弾性力との関係”, 電子情報通信学会論文誌 D-II, Vol.J83-D-II, No.8 (2000), pp.1832-1840.
- (17) 渡邊幸夫, 後藤信男, “各種食肉の粘弾性について”, 日本畜産学会報, Vol.50, No.6 (1979), pp.363-368.
- (18) 中江利昭, レオロジー工学とその応用技術 (2001), p.506-507, フジ・テクノシステム.
- (19) 鍵山直子, “動物実験の倫理指針と運用の実際”, 日本薬理学雑誌, Vol.131, No.3 (2008), pp.187-193.
- (20) Y.C. Fung, *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues, Second Edition* (1993), Springer-Verlag.
- (21) 後藤廉平, 平井西夫, 花井哲也, レオロジーとその応用 (1962), p.312, 共立出版.
- (22) 渡邊幸夫, “鶏肉を中心としたテンダーネスについて”, 食品の物性, Vol.13 (1987), pp.13-45.

## 第4章 引張試験による粘弾性特性の評価

### 4.1 はじめに

2.3.3節では、3要素固体モデルを使用することで生体軟組織の粘弾性特性評価が可能であることを示した。しかしながら、これは固体的な漸近弾性挙動と時間の経過とともに応力緩和現象を示すという3要素固体モデルの基本的な性質を根拠としたものであり、軟組織の複雑な粘弾性特性に対しては必ずしも有効であるとは限らない。特に3.4.3節で示した軟組織の負荷過程における複雑な変形挙動を評価するためには、モデルを構成する要素の数を増やす必要があることも考えられるが、評価や解析の面からは最小要素数の粘弾性構成モデルの使用が望ましい。そのため、要素数を増やすことなく複雑な粘弾性特性にも適用可能とする手法が必要となる。

本章では、3要素固体モデルを応用した生体軟組織の粘弾性特性の評価について示す。まず、3要素固体モデルを構成する各要素を非線形化した物性パラメーター算出法について提案する。次に、この算出手法をニワトリの深胸筋から作製した試験片に対する引張試験結果に適用することで、各物性パラメーターを算出する。物性パラメーターの有効性については、これを用いた数値シミュレーション結果と実験結果を比較することで検討し、パラメーター算出の改善手法についても示す。

### 4.2 3要素固体モデルの非線形物性パラメーターの算出手法

少ない要素数の粘弾性構成モデルで複雑な変形挙動の評価・解析を行うために、本節ではモデルを構成するバネ要素とダッシュポット要素の物性値に状態量の依存性を与えて非線形化した物性パラメーターを導入することとする。状態量にはひずみ

を採用することとし、本節ではこの物性パラメーターの算出手法について示す。

### 4.2.1 3要素固体モデルと構成式

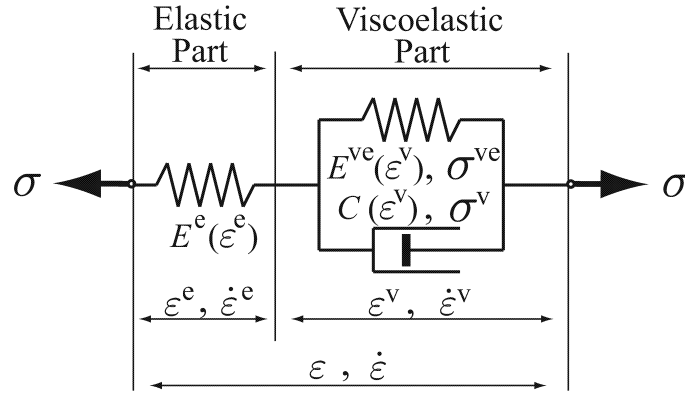


Fig.4.1 Three-Element-Solid model.

図 4.1 にひずみ依存性を有する物性パラメーターを導入した 3 要素固体モデルを示す。この図中の添え字 e, ve, v はそれぞれ弾性部、粘弾性部内の弾性部、粘弾性部内の粘性部を表し、Young 率を  $E$ 、粘性コンプライアンスを  $C$  とする。まずこのモデルの構成関係式は 2.3.3 節と同様に、全ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}$  が、弾性部ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}^e$  および粘弾性部ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}^v$  の和として、以下のように示すことができる。

$$\dot{\varepsilon} = \dot{\varepsilon}^e + \dot{\varepsilon}^v \quad (4.1)$$

ここで、各構成要素の力学的特性を示す物性パラメーターについては、各ひずみ  $\varepsilon^e$ ,  $\varepsilon^v$  の依存性を有した関数形として弾性部 Young 率  $E^e(\varepsilon^e)$ 、粘弾性部 Young 率  $E^{ve}(\varepsilon^v)$  および粘性コンプライアンス  $C(\varepsilon^v)$  で表すものとする、それぞれの構成要素について、以下の関係が成立している。

$$\dot{\sigma} = E^e(\varepsilon^e) \cdot \dot{\varepsilon}^e \quad (4.2)$$

$$\dot{\sigma}^{ve} = E^{ve}(\varepsilon^v) \cdot \dot{\varepsilon}^v \quad (4.3)$$

$$\varepsilon^v = C(\varepsilon^v) \cdot \sigma^v = C(\varepsilon^v) \cdot (\sigma - \sigma^{ve}) \quad (4.4)$$

ここで  $\sigma$ ,  $\dot{\sigma}$  は応力、応力速度、 $\sigma^{ve}$  と  $\dot{\sigma}^{ve}$  は粘弾性部内の弾性部の応力とその速度を表すものとする。

### 4.2.2 物性パラメーターの算出手順

本節では、一定ひずみ速度における引張試験によって得られる実験結果から、物性パラメーターを算出する手順を示す。具体的には、3つのひずみ速度による引張試験からそれぞれの応力-時間曲線を取得し、同じ応力におけるひずみの差から各物性パラメーターを算出する。なお、この手順では応力緩和曲線は使用せずに物性パラメーターを算出することが可能である。

#### 4.2.2.1 負荷過程のひずみ速度

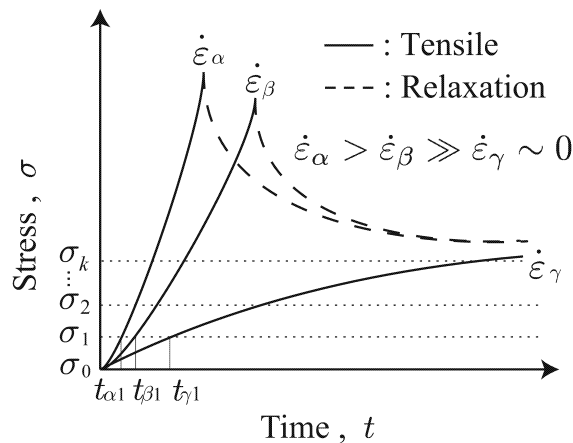


Fig.4.2 Schematic of stress-time curves.

想定する応力-時間曲線では前章と同様に、一定ひずみ速度での引張を負荷過程、変形停止後を応力緩和過程と呼ぶこととする。物性パラメーターの算出手順として、まず次式の関係を持つ3つのひずみ速度  $\dot{\epsilon}_I (I = \alpha, \beta, \gamma)$  を想定する。

$$\dot{\epsilon}_\alpha > \dot{\epsilon}_\beta \gg \dot{\epsilon}_\gamma \tag{4.5}$$

この関係は、比較的高速な異なる2つのひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\alpha, \dot{\epsilon}_\beta$  と、これらに比べ極めて低いひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\gamma$  である。この時、応力-時間曲線は図4.2のように、ひずみ速度  $\dot{\epsilon}_I$  が高くなるにつれて停止時の応力ピーク値が高くなるが、極低速なひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\gamma$  は応力ピークおよび応力緩和が観察できない、すなわち粘性を無視できるとみなせる条件を理想とする。この限りなく0に近いが0では無い極低速の理想条件の関係を次のように表すこととする。

$$\dot{\epsilon}_\gamma \sim 0 \tag{4.6}$$

なお、本論文では図 4.2 のような、物性パラメーターの算出に使用する 3 つのひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_I$  から得られる応力-時間曲線を基準データと呼ぶこととする。

#### 4.2.2.2 応力曲線の区切と弾性部変形

物性パラメーターの算出では、基準データの負荷過程を図 4.2 の細い破線で示すように区切って考える。応力レベルが  $\sigma_k$  から  $\sigma_{k+1}$  までの過程におけるひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_I$  について、3要素固体モデルでは構成関係式 (4.1) から次式のように、弾性部ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_{Ik}^e$  と粘弾性部ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_{Ik}^v$  の和で表現することができる。

$$\dot{\varepsilon}_I = \dot{\varepsilon}_{Ik}^e + \dot{\varepsilon}_{Ik}^v \quad (4.7)$$

ここで弾性部ひずみ  $\varepsilon_{Ik}^e$  と粘弾性部ひずみ  $\varepsilon_{Ik}^v$  は、この過程での時間増分  $\Delta t_{Ik+1}$  を用いて次の関係で定義する。

$$\varepsilon_{Ik+1}^e := \varepsilon_{Ik}^e + \dot{\varepsilon}_{Ik}^e \cdot \Delta t_{Ik+1} \quad (4.8)$$

$$\varepsilon_{Ik+1}^v := \varepsilon_{Ik}^v + \dot{\varepsilon}_{Ik}^v \cdot \Delta t_{Ik+1} \quad (4.9)$$

3要素固体モデルでは、弾性部ひずみ  $\varepsilon_{Ik}^e$  がひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_I$  に依存せず、応力によって決まるため、同じ応力レベルでは  $\varepsilon_{\alpha k}^e = \varepsilon_{\beta k}^e = \varepsilon_{\gamma k}^e$  の関係が常に成立する。これにより弾性部 Young 率  $E^e$  については、次に示す関係が成立している。

$$E^e(\varepsilon_{\alpha k}^e) = E^e(\varepsilon_{\beta k}^e) = E^e(\varepsilon_{\gamma k}^e) \quad (4.10)$$

この Young 率  $E^e(\varepsilon_{Ik}^e)$  については、応力増分  $\Delta\sigma_{k+1}$  と時間増分  $\Delta t_{Ik+1}$  から定義する応力速度  $\dot{\sigma}_{Ik} := \Delta\sigma_{k+1}/\Delta t_{Ik+1}$  を用い、併せて式 (4.2) に式 (4.1), (4.4) を代入することによって次式が導出できる。

$$E^e(\varepsilon_{Ik}^e) = \frac{\dot{\sigma}_{Ik}}{\dot{\varepsilon}_I - C(\varepsilon_{Ik}^v) \cdot (\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{Ik}^{ve})} \quad (4.11)$$

ここで応力  $\bar{\sigma}_{k+1}$  は増分区間の基準応力を表しており、応力増分  $\Delta\sigma_{k+1}$  の過程で線形関係を仮定した平均応力である  $\bar{\sigma}_{k+1} = (\sigma_{k+1} + \sigma_k)/2$  とする。この基準応力  $\bar{\sigma}_{k+1}$  は、ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_I$  に依らない値となる。さらに粘弾性部の応力  $\sigma_{Ik}^{ve}$  は、式 (4.3) より導出できる関係とする。



#### 4.2.2.3 負荷開始時の物性パラメーター

ここで、負荷開始  $k = 0$  の状態に応力増分  $\Delta\sigma_1$  を与えて応力レベルを  $\sigma_0$  から  $\sigma_1$  とする条件を考える。まず弾性部 Young 率  $E^e$  について、ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha$ ,  $\dot{\varepsilon}_\beta$  に関してそれぞれ次式が定義できる。

$$E^e(\varepsilon_{\alpha 0}^e) := \frac{\dot{\sigma}_{\alpha 0}}{\dot{\varepsilon}_\alpha - C(\varepsilon_{\alpha 0}^v) \cdot (\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{\alpha 0}^{ve})} \quad (4.12)$$

$$E^e(\varepsilon_{\beta 0}^e) := \frac{\dot{\sigma}_{\beta 0}}{\dot{\varepsilon}_\beta - C(\varepsilon_{\beta 0}^v) \cdot (\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{\beta 0}^{ve})} \quad (4.13)$$

この負荷開始時では、ひずみが生じていないことから  $\varepsilon = 0$  であるため弾性部ひずみでは  $\varepsilon_{\alpha 0}^e = \varepsilon_{\beta 0}^e = 0$  の関係が成立し、これに併せて弾性部 Young 率  $E^e$  には次の関係が成立する。

$$E^e(\varepsilon_{\alpha 0}^e) = E^e(\varepsilon_{\beta 0}^e) = E^e(0) \quad (4.14)$$

また粘弾性部ひずみでも  $\varepsilon_{\alpha 0}^v = \varepsilon_{\beta 0}^v = 0$  の関係が成立することから、粘性コンプライアンス  $C$  には次の関係が成立する。

$$C(\varepsilon_{\alpha 0}^v) = C(\varepsilon_{\beta 0}^v) = C(0) \quad (4.15)$$

ここで式 (4.12), (4.13) および式 (4.15) を式 (4.14) に代入することで、粘性コンプライアンス  $C(0)$  は以下のように導出することができる。

$$C(0) = \frac{1}{\bar{\sigma}_1} \frac{\dot{\sigma}_{\alpha 0} \dot{\varepsilon}_\beta - \dot{\sigma}_{\beta 0} \dot{\varepsilon}_\alpha}{\dot{\sigma}_{\alpha 0} - \dot{\sigma}_{\beta 0}} \quad (4.16)$$

一方、式 (4.16) を式 (4.14) に代入することで、弾性部 Young 率  $E^e(0)$  は次の関係で導出できる。

$$\begin{aligned} E^e(0) &= \frac{\dot{\sigma}_{\alpha 0}}{\dot{\varepsilon}_\alpha - C(0)\bar{\sigma}_1} = \frac{\dot{\sigma}_{\beta 0}}{\dot{\varepsilon}_\beta - C(0)\bar{\sigma}_1} \\ &= \frac{\dot{\sigma}_{\alpha 0} - \dot{\sigma}_{\beta 0}}{\dot{\varepsilon}_\alpha - \dot{\varepsilon}_\beta} \end{aligned} \quad (4.17)$$

これらの結果から、粘性コンプライアンス  $C(0)$  と弾性部 Young 率  $E^e(0)$  は、比較的高速なひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha$ ,  $\dot{\varepsilon}_\beta$  の2つの実験結果から導出可能なことが分かる。さらに粘

弾性部 Young 率  $E^{ve}$  については、極低速条件  $\dot{\varepsilon}_\gamma \sim 0$  と式 (4.4) から得られる  $\sigma \sim \sigma^{ve}$  すなわち  $\dot{\sigma} \sim \dot{\sigma}^{ve}$  となる関係，および式 (4.17) で求められた弾性部 Young 率  $E^e(0)$  を式 (4.1)，(4.2)，(4.3) の関係へ適用する事によって，次式が定義できる．

$$E^{ve}(0) := \frac{E^e(0)E_{\gamma 0}}{E^e(0) - E_{\gamma 0}} \quad (4.18)$$

ここで  $E_{\gamma 0}$  は，実験から得られる極低速なひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\gamma$  の応力-ひずみ曲線の傾きであって，この時のひずみ増分  $\Delta\varepsilon_{\gamma 1} := \dot{\varepsilon}_\gamma \Delta t_{\gamma 1}$  から  $E_{\gamma 0} := \Delta\sigma_1 / \Delta\varepsilon_{\gamma 1}$  とする．この式 (4.18) は，3要素固体モデルが極低速では弾性部 Young 率  $E^e$  と粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$  の2つの要素の直列モデルで近似できる性質を表したものである．本節の以上の結果より，負荷開始時の物性パラメーター  $E^e(0)$ ， $E^{ve}(0)$ ， $C(0)$  を3つのひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_I (I = \alpha, \beta, \gamma)$  の実験結果から導出できる．

#### 4.2.2.4 負荷過程の物性パラメーター

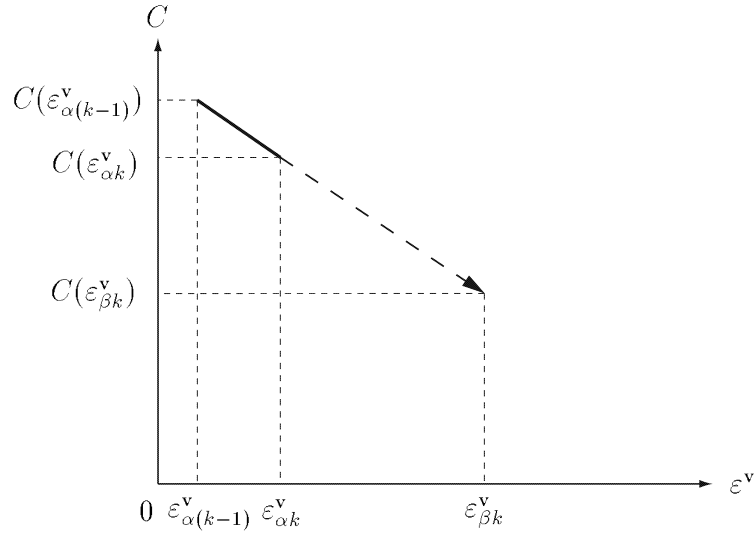
次に，負荷過程  $k \geq 1$  の区間について考える．このとき弾性部 Young 率  $E^e$  については  $E^e(\varepsilon_{\alpha k}^e) = E^e(\varepsilon_{\beta k}^e)$  が式 (4.10) に示す関係から成立する．一方の粘弾性部については，ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha$  と  $\dot{\varepsilon}_\beta$  の2つの条件から得られる次の応力レベル  $\sigma_k$  の粘性コンプライアンス  $C(\varepsilon_{\alpha k}^v)$ ， $C(\varepsilon_{\beta k}^v)$  と基準となる粘性コンプライアンス  $C(\varepsilon_{k-1}^v)$  の関係を明らかに出来れば，その関係と式 (4.11)，(4.12) から粘性コンプライアンス  $C$  の値を求められる．ここで， $k-1$  番目の応力レベル  $\sigma_{k-1}$  で基準となる粘弾性部ひずみ  $\varepsilon_{k-1}^v$  に最高ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha$  の条件から得られる値を採用して

$$\varepsilon_{k-1}^v := \varepsilon_{\alpha k-1}^v \quad (4.19)$$

と定義し，次の基準となる粘弾性部ひずみ  $\varepsilon_k^v$  における粘性コンプライアンス  $C(\varepsilon_k^v)$  を定義するものとする．このとき本論文では，簡便性から2つのひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha$  と  $\dot{\varepsilon}_\beta$  に関する粘性コンプライアンス  $C$  において図 4.3 に示すような線形関係を仮定し，次式に示す関係を考える．

$$\frac{C(\varepsilon_{\alpha k}^v) - C(\varepsilon_{k-1}^v)}{\varepsilon_{\alpha k}^v - \varepsilon_{k-1}^v} = \frac{C(\varepsilon_{\beta k}^v) - C(\varepsilon_{k-1}^v)}{\varepsilon_{\beta k}^v - \varepsilon_{k-1}^v} \quad (4.20)$$

この式 (4.20) について，式 (4.10) と (4.11) から得られる関係


 Fig.4.3 Assumption of linearity relationship in viscous compliance  $C$ .

$$C(\varepsilon_{\alpha k}^v) = \frac{\dot{\varepsilon}_{\alpha} - \frac{\dot{\sigma}_{\alpha k}}{\dot{\sigma}_{\beta k}} \{ \dot{\varepsilon}_{\beta} - C(\varepsilon_{\beta k}^v) \cdot (\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{\beta k}^{ve}) \}}{\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{\alpha k}^{ve}} \quad (4.21)$$

へ代入することで、粘性コンプライアンス  $C(\varepsilon_k^v)$  を次のように定義することができる。

$$C(\varepsilon_k^v) := C(\varepsilon_{\alpha k}^v) = \frac{\dot{\sigma}_{\beta k} \dot{\varepsilon}_{\alpha} - \dot{\sigma}_{\alpha k} \dot{\varepsilon}_{\beta} + (1 - R_k) \dot{\sigma}_{\alpha k} (\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{\beta k}^{ve}) C(\varepsilon_{k-1}^v)}{\dot{\sigma}_{\beta k} (\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{\alpha k}^{ve}) - R_k \dot{\sigma}_{\alpha k} (\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{\beta k}^{ve})} \quad (4.22)$$

ここで、係数  $R_k$  は次の関係とする。

$$R_k = \frac{\varepsilon_{\beta k}^v - \varepsilon_{k-1}^v}{\varepsilon_{\alpha k}^v - \varepsilon_{k-1}^v} \quad (4.23)$$

また弾性部の Young 率  $E^e(\varepsilon_k^e)$  については、式 (4.10), (4.11) および (4.22) の関係を用いることによって、次式で定義できる。

$$E^e(\varepsilon_k^e) := E^e(\varepsilon_{\alpha k}^e) = \frac{\dot{\sigma}_{\alpha k}}{\dot{\varepsilon}_{\alpha} - C(\varepsilon_k^v) \cdot (\bar{\sigma}_{k+1} - \sigma_{\alpha k}^{ve})} \quad (4.24)$$

さらに粘弾性部 Young 率  $E^{ve}(\varepsilon_k^v)$  も、複数のひずみ速度条件間での関係を明らかにしてその値を求めるため、2つのひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_{\alpha}$ ,  $\dot{\varepsilon}_{\gamma}$  に関する値  $E^{ve}(\varepsilon_{\alpha k}^v)$ ,  $E^{ve}(\varepsilon_{\gamma k}^v)$  について、図 4.4 に示すような簡便な線形関係を仮定した次に示す関係を考える。

$$\frac{E^{ve}(\varepsilon_{\alpha k}^v) - E^{ve}(\varepsilon_{k-1}^v)}{\varepsilon_{\alpha k}^v - \varepsilon_{k-1}^v} = \frac{E^{ve}(\varepsilon_{\gamma k}^v) - E^{ve}(\varepsilon_{k-1}^v)}{\varepsilon_{\gamma k}^v - \varepsilon_{k-1}^v} \quad (4.25)$$

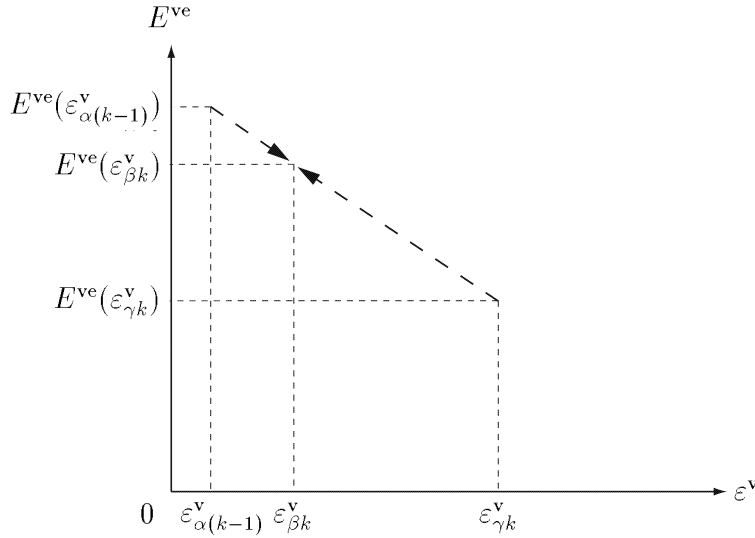


Fig.4.4 Assumption of linearity relationship in Young's modulus  $E^{\text{ve}}$ .

また極低速条件  $\dot{\varepsilon}_\gamma \sim 0$  から，4.2.2.3 節と同様の手順によって，粘弾性部 Young 率  $E^{\text{ve}}(\varepsilon_{\gamma k}^{\text{v}})$  は応力-ひずみ曲線の傾き  $E_{\gamma k} := \Delta\sigma_{k+1}/\Delta\varepsilon_{\gamma k+1}$  を用いて次式が定義できる．

$$\begin{aligned} E^{\text{ve}}(\varepsilon_{\gamma k}^{\text{v}}) &:= \frac{E^{\text{e}}(\varepsilon_{\gamma k}^{\text{e}})E_{\gamma k}}{E^{\text{e}}(\varepsilon_{\gamma k}^{\text{e}}) - E_{\gamma k}} \\ &= \frac{E^{\text{e}}(\varepsilon_{\alpha k}^{\text{e}})E_{\gamma k}}{E^{\text{e}}(\varepsilon_{\alpha k}^{\text{e}}) - E_{\gamma k}} = \frac{E^{\text{e}}(\varepsilon_k^{\text{e}})E_{\gamma k}}{E^{\text{e}}(\varepsilon_k^{\text{e}}) - E_{\gamma k}} \end{aligned} \quad (4.26)$$

この式 (4.25) と (4.26) の関係から，粘弾性部 Young 率  $E^{\text{ve}}(\varepsilon_k^{\text{v}})$  が次式で定義できる．

$$\begin{aligned} E^{\text{ve}}(\varepsilon_k^{\text{v}}) &:= E^{\text{ve}}(\varepsilon_{\alpha k}^{\text{v}}) = E^{\text{ve}}(\varepsilon_{k-1}^{\text{v}}) + \\ &\quad \frac{\varepsilon_{\alpha k}^{\text{v}} - \varepsilon_{k-1}^{\text{v}}}{\varepsilon_{\gamma k}^{\text{v}} - \varepsilon_{k-1}^{\text{v}}} \left( \frac{E^{\text{e}}(\varepsilon_k^{\text{e}})E_{\gamma k}}{E^{\text{e}}(\varepsilon_k^{\text{e}}) - E_{\gamma k}} - E^{\text{ve}}(\varepsilon_{k-1}^{\text{v}}) \right) \end{aligned} \quad (4.27)$$

以上，ここまでの前節と本節の結果によって，3つあるひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_I$  の実験結果より，負荷開始から終了までの物性パラメーター  $E^{\text{e}}(\varepsilon_k^{\text{e}})$ ， $E^{\text{ve}}(\varepsilon_k^{\text{v}})$ ， $C(\varepsilon_k^{\text{v}})$  が弾性部ひずみ  $\varepsilon_k^{\text{e}}$  と粘弾性部ひずみ  $\varepsilon_k^{\text{v}}$  の関数として数学的に定義できる．ただし，ここで離散的な変数として定義された弾性部ひずみ  $\varepsilon_k^{\text{e}}$  と粘弾性部ひずみ  $\varepsilon_k^{\text{v}}$  については，この分割を十分細かくすることで連続的な値  $\varepsilon^{\text{e}}$ ， $\varepsilon^{\text{v}}$  として取り扱うこととする．

### 4.2.3 既知の一定物性値算出による手法の検証

ここでは基準条件として、弾性部 Young 率  $E^e = 130\text{kPa}$ 、粘弾性部 Young 率  $E^{ve} = 90\text{kPa}$ 、粘性コンプライアンス  $C = 0.005 \times 10^{-3}/(\text{Pa} \cdot \text{s})$  の3要素固体モデルが示す基準データに対して、物性パラメーターの算出法を適用することで有効性の検証を行う。まず図4.5の細線は、上記の物性値を有する3要素固体モデルに指定ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha = 1/\text{s}$ 、 $\dot{\varepsilon}_\beta = 0.1/\text{s}$ 、 $\dot{\varepsilon}_\gamma = 0.005/\text{s}$  で所定ひずみ量  $\varepsilon_{\text{mx}} = 0.2$  まで負荷した後、変形を停止させた場合の応力-時間曲線である。ここでは、ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha$  と  $\dot{\varepsilon}_\beta$  の応力ピーク値に明確な差があり、その後の応力緩和も示されている。また、負荷過程では、弾性部 Young 率  $E^e$ 、粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$ 、粘性コンプライアンス  $C$  がそれぞれ一定値であるために、応力上昇に伴う粘性部ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}^v$  の増加により、曲線形状が上に凸となっている。

この細線で示す基準データの負荷過程を3次関数で近似した関係に対して、提案手法の適用により算出した弾性部 Young 率  $E^e$ 、粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$ 、粘性コンプライアンス  $C$  を図4.6に示す。この図では算出結果を太線で示し、比較のためとして基準条件である一定な物性値を細線で併記している。これらの算出した物性パラメーターは、まず弾性部 Young 率  $E^e$  が5%ほど低く、一方で粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$  は3%ほど高くなっている。また粘性コンプライアンス  $C$  では、粘弾性部ひずみ  $\varepsilon^v = 0.023$  近辺で約8%の局所的な誤差が生じているものの、全体的には弾性部 Young 率  $E^e$  や粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$  と同様にほぼ一定の値を保っている。これによって、 $E^e$ 、 $E^{ve}$ 、 $C$  の何れの結果も、ほぼ一定となる物性パラメーターとして算出できているといえる。ただし、各値で生じた差違は式(4.16)~(4.18)による負荷開始時の算出結果が影響したもので、これに大きく関係する応力-時間曲線を近似する関数の精度が特に重要であると考えられる。

なお、この同定された弾性部 Young 率  $E^e$ 、粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$ 、粘性コンプライアンス  $C$  を用いて求めたひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha = 1/\text{s}$ 、 $\dot{\varepsilon}_\beta = 0.1/\text{s}$ 、 $\dot{\varepsilon}_\gamma = 0.005/\text{s}$  における応力応答が図4.5の太線であるが、ほぼ基準データと一致していることが分かる。この中で、応力ピーク値が基準データより低くなっている結果については、弾性部 Young 率  $E^e$  が低く算出されたことが影響していると考えられる。

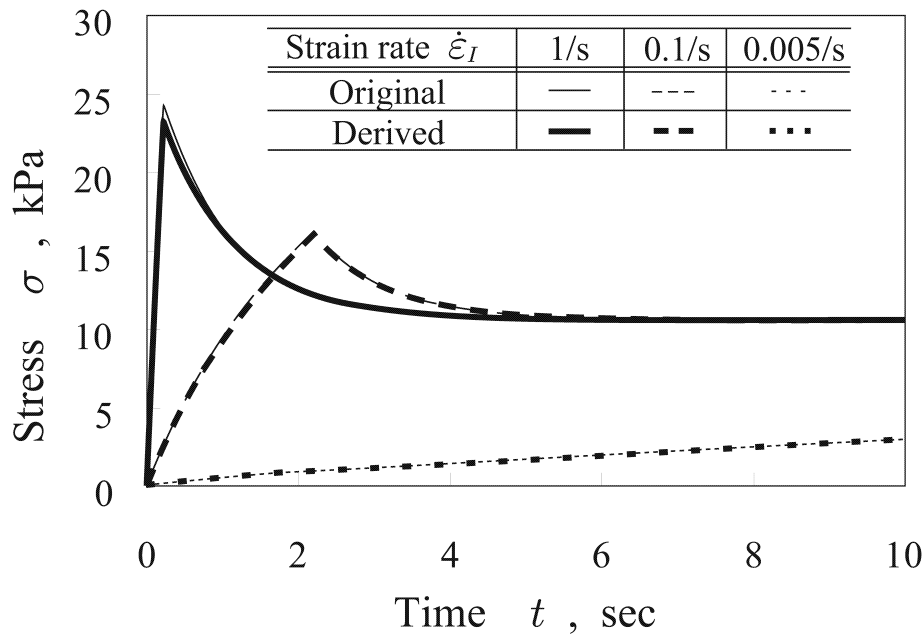


Fig.4.5 Numerical stress-time curve using original and derived parameters.

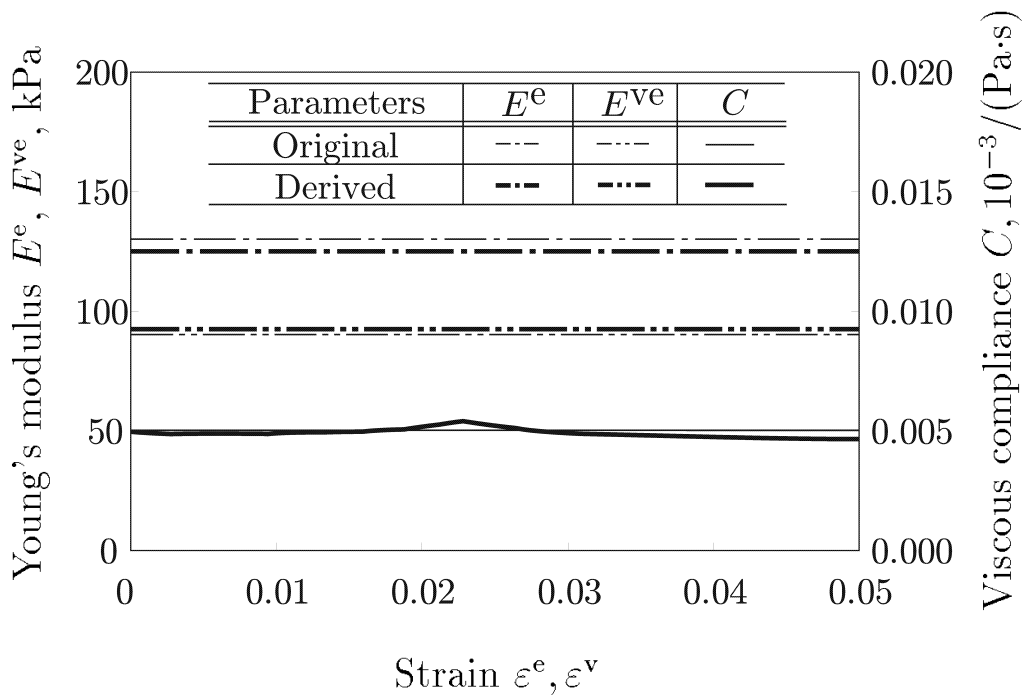


Fig.4.6 Original and derived parameters.

## 4.3 軟組織に対する引張試験

### 4.3.1 実験条件

軟組織に対する実験条件は表 4.1 に示すように、物性パラメータ算出における 3 つのひずみ速度  $\dot{\epsilon}_I$  について、最も高速なひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\alpha$  は 3.2.1 節で紹介した馬場らの研究報告<sup>(1)</sup>を参考にして 1/s とし、その比較対象となるひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\beta$  には 0.1/s を採用する。また、粘性の影響を無視できるとする極低速のひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\gamma$  は、ひずみを算出するための標点間距離を 3.4.1 節と同様にチャック間距離としてニワトリの深胸筋の大きさから 20mm としたため、引張試験機の仕様である最低速 0.1mm/s により 0.005/s とする。併せて所定ひずみ  $\epsilon_{mx}$  は、筋への損傷が少ないと考えられる 0.2 を目安とする。なお、多くの生体組織に対する力学試験では、一定範囲の応力、あるいはひずみを複数回繰り返し負荷、除荷することで応力-ひずみ関係を安定させるプリコンディショニングが行われているが<sup>(2)(3)</sup>、これが粘弾性特性へ影響を与えるという報告<sup>(4)</sup>もあるため、本論文では適用しないこととする。また、実験環境の条件に関しては最も基本的な大気雰囲気中とする。

実験手順は 3.4.1 節と同様で、実験条件ごとにニワトリの深胸筋から切り出した試験片に対して、各ひずみ速度における引張試験を実施することで基準データを取得する。なお、断面積に関しては、長径と短径を KEYENCE 社製レーザ寸法測定器 LS-3060 により計測し算出した。LS-3060 の仕様を表 4.2 に、また各実験条件における試験片寸法の測定結果を表 4.3 にそれぞれ示す。

Table 4.1. Experimental condition.

Specimen	Deep pectoral muscle of chicken		
Strain rate $\dot{\epsilon}_I$ , /s	$\dot{\epsilon}_\alpha$	$\dot{\epsilon}_\beta$	$\dot{\epsilon}_\gamma$
	1	0.1	0.005
Gauge length , mm	20		
Maximum strain $\epsilon_{mx}$	0.2		
Environment	Atmosphere		

Table 4.2. Specification of the laser scan micrometer.

Manufacturer	KEYENCE
Model No.	LS-3060
Measuring range , mm	0.8~60
Measurement position accuracy , $\mu\text{m}$	$\pm 3$ (Max.)
Repeatability , $\mu\text{m}$	$\pm 0.5$

Table 4.3. Cross-section area and radius of the specimens.

Strain rate	Major axis radius	Minor axis radius	Cross-section area
1/s	2.70mm	1.05mm	8.91mm <sup>2</sup>
0.1/s	2.60mm	1.10mm	8.98mm <sup>2</sup>
0.005/s	1.25mm	1.05mm	4.12mm <sup>2</sup>

### 4.3.2 実験結果

図 4.7 に各ひずみ速度における引張試験の結果として負荷過程と応力緩和過程の応力-時間曲線を示す. ここでは, 最も高いひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\alpha = 1/\text{s}$  と, その比較対象とした  $\dot{\epsilon}_\beta = 0.1/\text{s}$  において 2.2.4 節で示したように, ひずみ速度が高くなることで応力応答の上昇を確認することができ, 応力の最大値にも明確な差異があることがわかる. 次に極低速のひずみ速度とした  $\dot{\epsilon}_\gamma = 0.005/\text{s}$  については, 応力が最も低くなっていることから, この結果を粘性の影響が無視できるデータとみなすこととする. これらのことより, この引張試験により得られた応力-時間曲線を基準データとして, 生体軟組織の物性パラメーター算出を行うこととする.

## 4.4 物性パラメーター算出

前節で得られたニワトリの深胸筋に対する試験結果を基準データとして, 物性パラメーターの算出を行う. ここでは, 負荷過程における各ひずみ速度の応力-時間曲線に対して, ゆらぎの軽減と離散的な基準データを連続的に取り扱うために多項式近似を行い, その結果を用いて提案した 3 要素固体モデルの物性パラメーター算出法を適用することとする. 図 4.7 の負荷過程に関しては, 以下のような原点を通



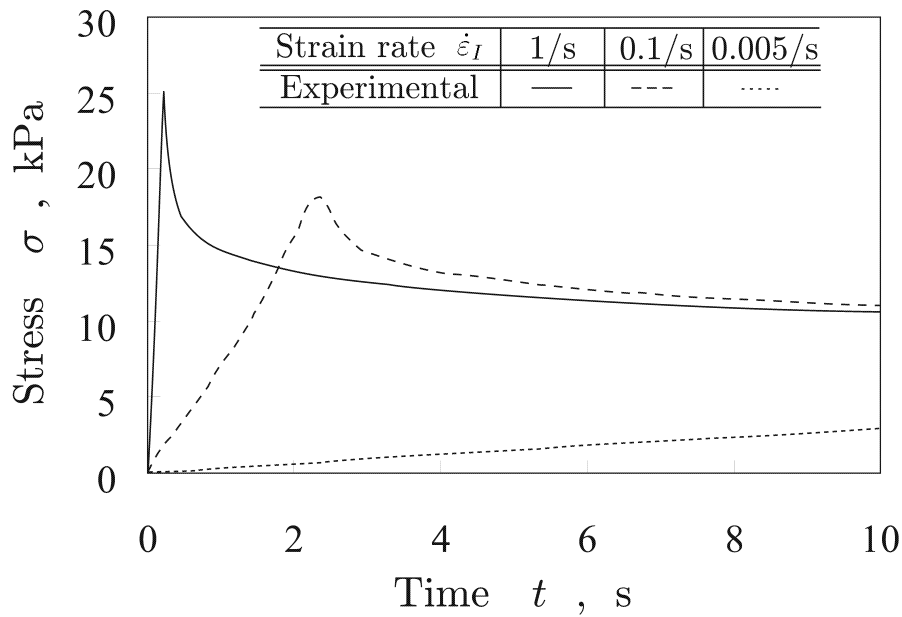


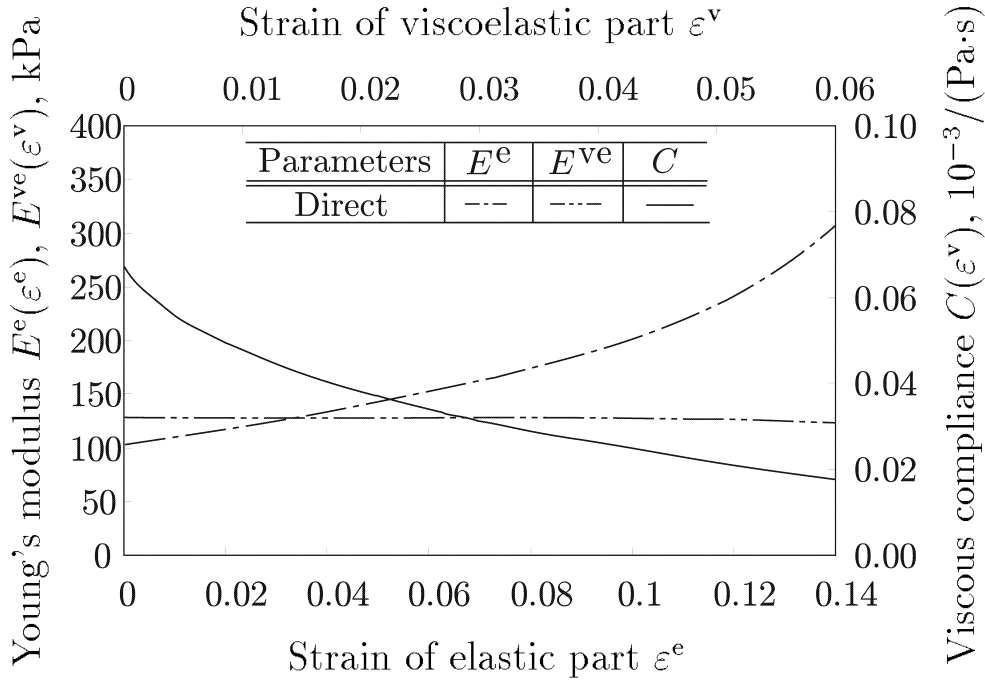
Fig.4.7 Experimental curves on tensile testing and stress relaxation.

る3次多項式により試験の応力応答を時間  $t$  の関数として近似する.

$$\sigma = \tilde{c}_1 t^3 + \tilde{c}_2 t^2 + \tilde{c}_3 t \tag{4.28}$$

ここで、式中の  $\tilde{c}_1 \sim \tilde{c}_3$  は定数である。この近似を行った上で各応力レベルにおける時刻  $t_{Ik}$  を求めることにより、物性パラメーター  $E^e(\epsilon^e)$ ,  $E^{ve}(\epsilon^v)$  および  $C(\epsilon^v)$  の安定した算出が可能となる。

図 4.8 に算出した物性パラメーター  $E^e(\epsilon^e)$ ,  $E^{ve}(\epsilon^v)$ ,  $C(\epsilon^v)$  を示す。この算出結果では、状態量とする  $\epsilon^e$ ,  $\epsilon^v$  の増加に対して、弾性部 Young 率  $E^e(\epsilon^e)$  は増加、粘弾性部 Young 率  $E^{ve}(\epsilon^v)$  はほぼ一定、粘性コンプライアンス  $C(\epsilon^v)$  は減少傾向を示しており、ここでは  $E^e(\epsilon^e)$  と  $C(\epsilon^v)$  が強い非線形性を示している。この算出した物性パラメーターの有効性について検討するために、次節ではこれらを用いた数値シミュレーションと試験結果を比較することとする。

Fig.4.8 Young's modulus  $E^e$ ,  $E^{ve}$  and viscous compliance  $C$ .

## 4.5 算出した物性パラメーターの有効性

### 4.5.1 シミュレーション方法

算出した物性パラメーターの有効性を検証するため、これらを用いて4.3.1節の実験条件についてシミュレーションを行い、基準データとして採用した図4.7との比較を行うこととする。まずここでは3要素固体モデルに、時間 $\Delta t$ の間にひずみ $\Delta\varepsilon$ を与えることを考える。この場合では、全ひずみ増分は弾性部ひずみ増分と粘弾性部ひずみ増分の和であることから、以下の関係が成立する。

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon^e + \Delta\varepsilon^v \quad (4.29)$$

ここで $t = 0$ の状態に全ひずみ増分 $\Delta\varepsilon$ を与えることを考えると、粘性部により粘弾性部の変位は生じないとして、以下の関係が成立する。

$$\Delta\varepsilon_0^v = 0 \quad (4.30)$$

$$\Delta\varepsilon_0 = \Delta\varepsilon_0^e \quad (4.31)$$

これよって、変形開始における初期の応力増分  $\Delta\sigma_0$  は、以下のようになる。

$$\Delta\sigma_0 = E^e(0) \cdot \Delta\varepsilon_0 \quad (4.32)$$

次に  $t = \Delta t_k$  においては、弾性部と粘弾性部のひずみ増分  $\Delta\varepsilon_k^e$ ,  $\Delta\varepsilon_k^v$  は、それぞれ以下のように表現できる。

$$\Delta\varepsilon_k^e = \frac{\Delta\sigma_k}{E^e(\varepsilon_{k-1}^e)} \quad (4.33)$$

$$\Delta\varepsilon_k^v = \frac{\Delta\sigma_k^{\text{ve}}}{E^{\text{ve}}(\varepsilon_{k-1}^v)} = C(\varepsilon_{k-1}^v) \cdot (\bar{\sigma}_k - \sigma_k^{\text{ve}}) \Delta t_k \quad (4.34)$$

なお  $\bar{\sigma}_k$  は 4.2.2.2 節と同様に、増分区間の基準応力を表しており、ここでは以下の式となる。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_k &= \frac{1}{2}(\sigma_k + \sigma_{k-1}) \\ &= \frac{1}{2}(2\sigma_{k-1} + \Delta\sigma_{k-1}) \\ &= \sigma_{k-1} + \frac{1}{2}\Delta\sigma_{k-1} \end{aligned} \quad (4.35)$$

また粘弾性部内の弾性部応力増分  $\Delta\sigma_{k-1}^{\text{ve}}$  は次式となる。

$$\Delta\sigma_{k-1}^{\text{ve}} = E^{\text{ve}}(\varepsilon_{k-1}^v) \cdot \Delta\varepsilon_k^v \quad (4.36)$$

これらにより、以下の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_k - \sigma_k^{\text{ve}} &= (\sigma_{k-1} + \frac{1}{2}\Delta\sigma_{k-1}) - (\sigma_{k-1}^{\text{ve}} + \frac{1}{2}\Delta\sigma_{k-1}^{\text{ve}}) \\ &= \sigma_{k-1} - \sigma_{k-1}^{\text{ve}} + \frac{1}{2}(\Delta\sigma_{k-1} - E^{\text{ve}}(\varepsilon_{k-1}^v)\Delta\varepsilon_k^v) \end{aligned} \quad (4.37)$$

この関係から、式(4.34)は以下のように示すことができる。

$$\Delta\varepsilon_k^v = C(\varepsilon_{k-1}^v) \left\{ \sigma_{k-1} - \sigma_{k-1}^{\text{ve}} + \frac{1}{2}(\Delta\sigma_{k-1} - E^{\text{ve}}(\varepsilon_{k-1}^v)\Delta\varepsilon_k^v) \right\} \Delta t_k \quad (4.38)$$

ここで上式を  $\Delta\varepsilon_k^v$  について整理すると、以下のようになる。

$$\Delta\varepsilon_k^v = \frac{C(\varepsilon_{k-1}^v) \cdot (\sigma_{k-1} - \sigma_{k-1}^{\text{ve}} + \frac{1}{2}\Delta\sigma_{k-1}) \Delta t_k}{1 + \frac{1}{2}C(\varepsilon_{k-1}^v) \cdot E^{\text{ve}}(\varepsilon_{k-1}^v) \Delta t_k} \quad (4.39)$$

よって式(4.29), (4.33), (4.39)より, 全ひずみ増分  $\Delta\varepsilon_k$  は以下のように示すことができる.

$$\Delta\varepsilon_k = \frac{\Delta\sigma_k}{E^e(\varepsilon_{k-1}^e)} + \frac{C(\varepsilon_{k-1}^v) \cdot (\bar{\sigma}_{k-1} - \sigma_{k-1}^{ve} + \frac{1}{2}\Delta\sigma_{k-1})\Delta t_k}{1 + \frac{1}{2}C(\varepsilon_{k-1}^v) \cdot E^{ve}(\varepsilon_{k-1}^v)\Delta t_k} \quad (4.40)$$

上式を  $\Delta\sigma_k$  について整理すると, 以下の式となる.

$$\Delta\sigma_k = E^e(\varepsilon_{k-1}^e) \left\{ \Delta\varepsilon_k - \frac{C(\varepsilon_{k-1}^v) \cdot (\bar{\sigma}_{k-1} - \sigma_{k-1}^{ve} + \frac{1}{2}\Delta\sigma_{k-1})\Delta t_k}{1 + \frac{1}{2}C(\varepsilon_{k-1}^v) \cdot E^{ve}(\varepsilon_{k-1}^v)\Delta t_k} \right\} \quad (4.41)$$

シミュレーションでは, 実験におけるひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_I$  を  $\Delta\varepsilon$  と  $\Delta t$  の比として導入し,  $k=1,2,\dots$ において計算することとする.

#### 4.5.2 実験結果とシミュレーションの比較

3要素固体モデルの物性パラメーター算出手法の有効性を検討するために, 前節に示したシミュレーション方法によって基準データとの比較を行う. ここでまず有効性の検討についての前提として, 従来用いられている2.3.3節に示した一定の物性値を有する3要素固体モデルを使用して, 実験のシミュレーションを行い比較することとする. ここでのモデルの物性値は弾性部 Young 率  $E^e = 130\text{kPa}$ , 粘弾性部 Young 率  $E^{ve} = 90\text{kPa}$ , 粘性コンプライアンス  $C = 0.005 \times 10^{-3}/(\text{Pa} \cdot \text{s})$  としている. ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\alpha = 1/\text{s}$ ,  $\dot{\varepsilon}_\beta = 0.1/\text{s}$ ,  $\dot{\varepsilon}_\gamma = 0.005/\text{s}$ における実験結果とモデルの応力-時間曲線を基準データと共に図4.9に示す. これを観ると, シミュレーション結果では負荷過程における応力上昇が上に凸となっており, また応力緩和過程においても差異が確認できる.

次に算出した各物性パラメーターを用いた3要素固体モデルについて, シミュレーションを行う. ここで応力-時間曲線の導出には, 各物性パラメーターを次式により表現することとする

$$E^e(\varepsilon^e) = a(\varepsilon^e)^3 + b(\varepsilon^e)^2 + c\varepsilon^e + d \quad (4.42)$$

$$E^{ve}(\varepsilon^v) = a(\varepsilon^v)^3 + b(\varepsilon^v)^2 + c\varepsilon^v + d \quad (4.43)$$

$$C(\varepsilon^v) = e^{a(\varepsilon^v+1)^3 + b(\varepsilon^v+1)^2 + c(\varepsilon^v+1) + d} \quad (4.44)$$

なお、これらの式における各係数に関しては最小二乗法で求めた表 4.4 に示す値を用いることとする。これにより導出した応力-時間曲線を基準データと共に図 4.10 に示す。ここでは負荷過程について下に凸という傾向を表現することができていることがわかる。これにより従来のモデルと比較して、物性パラメーターを導入した 3 要素固体モデルは有効であるといえる。ただし基準データと比較すると、特に緩和後の応力値に差異が確認できるため、これについてさらに検討することとする。

Table 4.4. Coefficient of approximated Young's modulus  $E^e$ ,  $E^{ve}$  and viscous compliance  $C$ .

	$E^e$ , kPa	$E^{ve}$ , kPa	$C, 10^{-3}/(\text{Pa} \cdot \text{s})$
<i>a</i>	$1.15 \times 10^5$	$-1.02 \times 10^5$	$-3.70 \times 10^3$
<i>b</i>	$-1.53 \times 10^4$	$7.13 \times 10^3$	$1.15 \times 10^4$
<i>c</i>	$1.40 \times 10^3$	$-1.43 \times 10^2$	$-1.20 \times 10^4$
<i>d</i>	$9.73 \times 10$	$1.29 \times 10^2$	$4.17 \times 10^3$

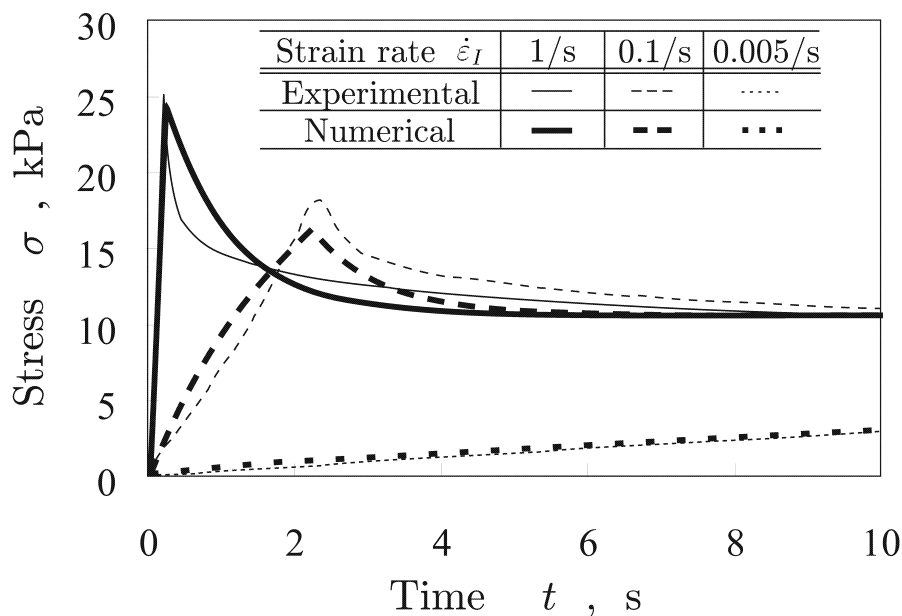


Fig.4.9 Experimental and numerical stress-time curves derived by linear parameters.

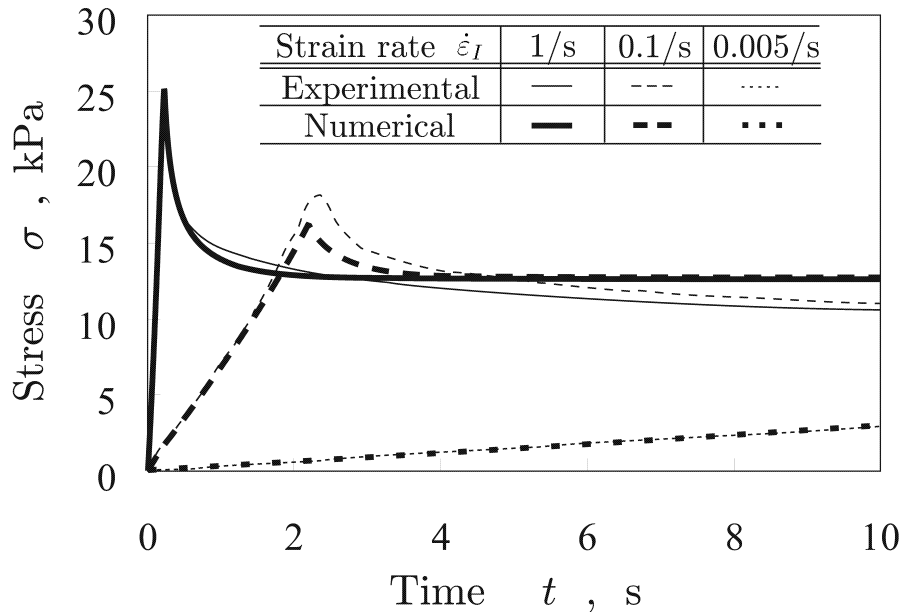


Fig.4.10 Experimental and numerical stress-time curves derived by direct application of the valuation technique.

## 4.6 極低速ひずみ速度の基準データ補正法

前節の応力緩和過程で観察された差違の改善のため実験結果を精査したところ、極低速条件  $\dot{\epsilon}_\gamma$  において図 4.11 に示すように、変形停止後の応力緩和が確認できた。このことは、4.2.2.1 節で述べた極低速条件  $\dot{\epsilon}_\gamma$  では粘性の影響は無視できるほど小さいという仮定が適用できない事を示しており、この改善には理想条件  $\dot{\epsilon}_\gamma \sim 0$  での引張試験が望まれる。しかしながら試験機の機能に制約があり、理想条件  $\dot{\epsilon}_\gamma \sim 0$  が実現できない場合であっても、物性パラメーター算出法を適用可能とすることは、実用性という点で重要であると考えられるため、本節では基準データの補正方法を提案する。

### 4.6.1 基準データの補正方法

極低速条件  $\dot{\epsilon}_\gamma$  での基準データから得られる  $E_\gamma(\epsilon)$  に含まれる応力緩和の影響を簡易的に減らす補正方法として、本節では図 4.12 のように  $E_\gamma(\epsilon)$  に応力緩和後の応力  $\sigma_{\gamma\text{rx}}$  を通るよう補正係数をかける方法を示す。この場合、負荷停止時の応力を  $\sigma_{\gamma\text{mx}}$

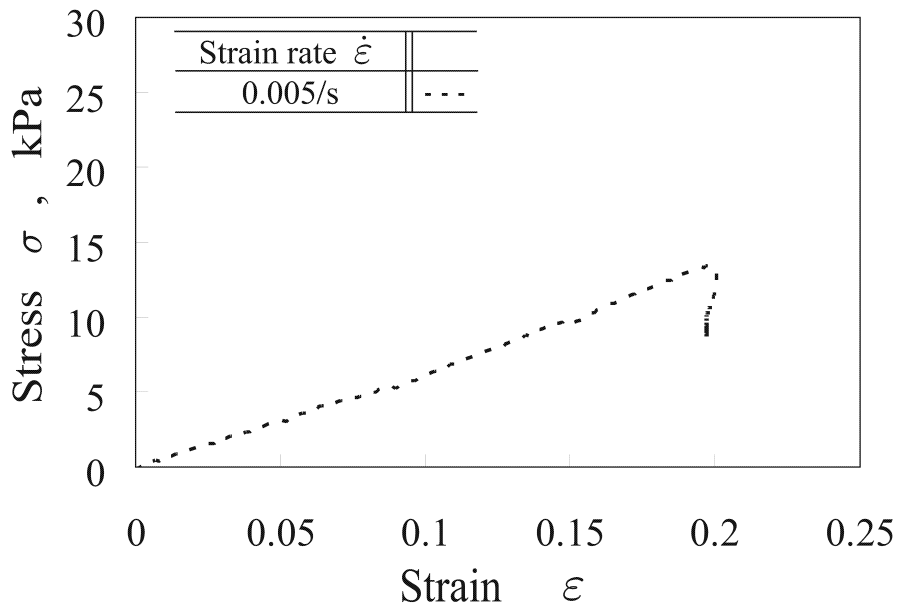


Fig.4.11 Stress-strain curves of *pectoralis* of chicken at strain rate  $\dot{\epsilon}_\gamma$ .

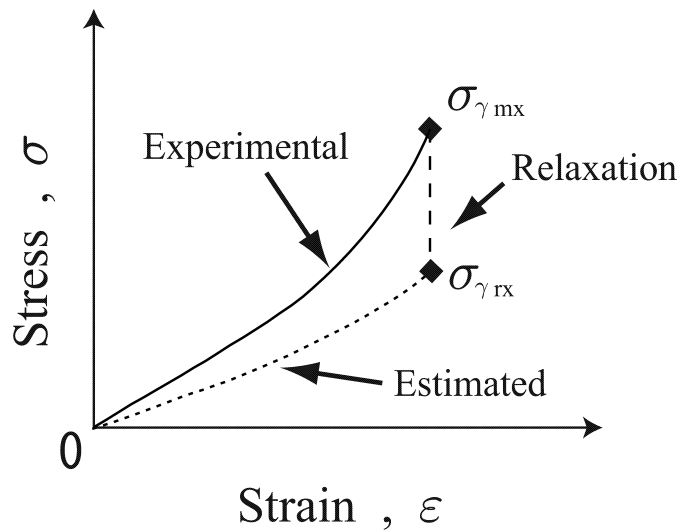


Fig.4.12 Estimation procedure of stress-strain curve to cancel the effect of stress relaxation.

とすると、応力緩和の影響を補正された  $E'_\gamma(\epsilon)$  は次式で表すことができる。

$$E'_\gamma(\epsilon) = \frac{\sigma_{\gamma rx}}{\sigma_{\gamma mx}} E_\gamma(\epsilon) \tag{4.45}$$

### 4.6.2 補正した基準データによる物性パラメーターの算出

補正した  $E'_\gamma(\varepsilon)$  を用いて、本論文で提案する算出法により物性パラメーターを求めた結果を図 4.13 の太線で示す。実験で得られたままの  $E_\gamma(\varepsilon)$  を用いて算出した細線で示す物性パラメーターと比較すると、弾性部 Young 率  $E^e$  と粘性コンプライアンス  $C$  がほぼ変化していないのに対して、極低速ひずみ速度  $\dot{\varepsilon}_\gamma$  における応力緩和の影響を補正したことによって、粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$  が大きく低下した事が分かる。

この算出結果を前節と同様に式 (4.42)~(4.44) および表 4.5 に示す係数を用いて使

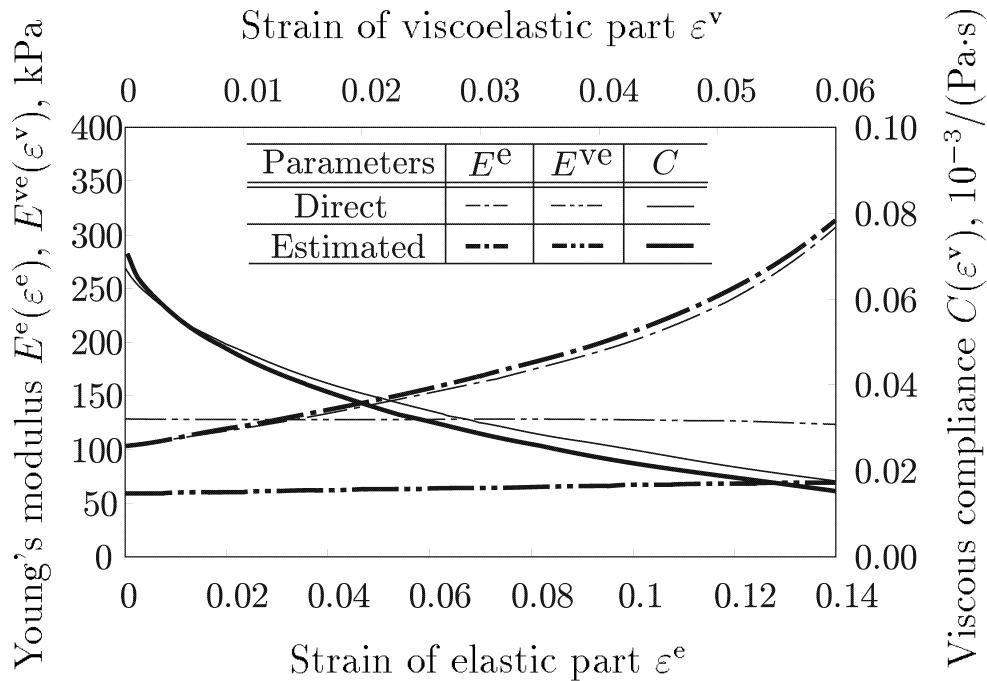


Fig.4.13 Estimated Young's modulus  $E^e$ ,  $E^{ve}$  and viscous compliance  $C$ .

Table 4.5. Modified coefficient of approximated Young's modulus  $E^e$ ,  $E^{ve}$  and viscous compliance  $C$ .

	$E^e$ , kPa	$E^{ve}$ , kPa	$C$ , $10^{-3}/(\text{Pa} \cdot \text{s})$
$a$	$6.19 \times 10^4$	$-4.62 \times 10^2$	$-6.23 \times 10^3$
$b$	$-5.60 \times 10^3$	$-2.25 \times 10^2$	$1.94 \times 10^4$
$c$	$1.03 \times 10^3$	$1.98 \times 10^2$	$-2.01 \times 10^4$
$d$	$1.01 \times 10^2$	$5.85 \times 10$	$6.96 \times 10^3$



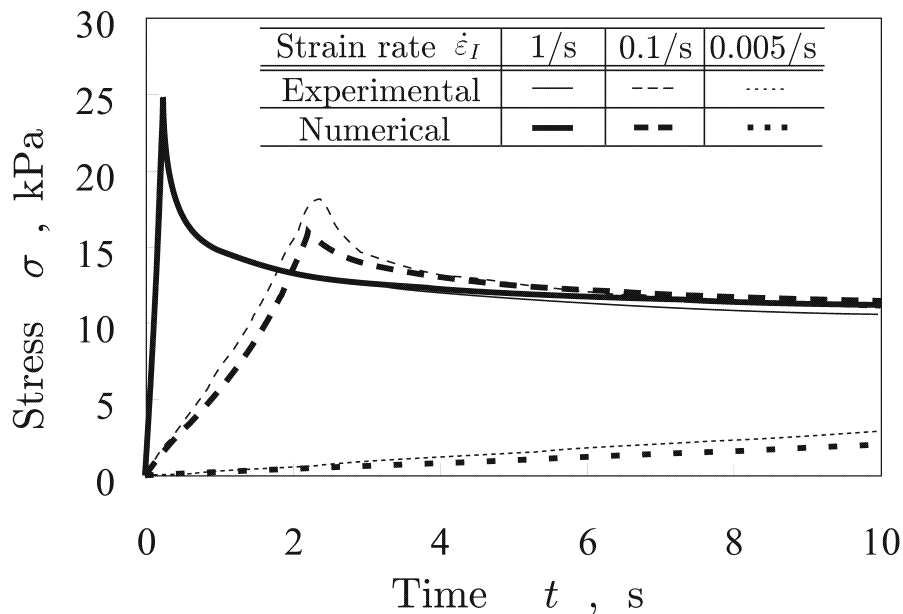


Fig.4.14 Numerical stress-time curves derived by the modified technique with the experimental results.

用することで、実験をシミュレートした結果を図4.14の太線で示す。ここで実験結果を示している細線と比較すると、まず負荷過程では下に凸となる応力-時間曲線は図4.10と同様に再現できているが、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_I$ が小さいほど細線で示す実験との差が大きくなっている。一方で応力緩和過程についても観てみると、応力-時間曲線のプロファイルおよび漸近する応力レベルとも実験との差が図4.10と比較して改善されていることが分かる。また、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_I$ 間で比較すると、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_\alpha = 1/s$ で最も良く一致した結果となっているが、ひずみ速度 $\dot{\epsilon}_\beta = 0.1/s$ の負荷過程において、初期では上に凸の傾向であった応力応答が負荷進行に伴って下に凸の傾向へ移行するうねりが生じている。これは試験結果で観察されていない曲線形状であるため、後の4.7節にて検討を行うこととする。

### 4.6.3 基準データ補正方法の実用性

ニワトリの深胸筋に対しては、試験機仕様の制限から応力緩和の影響を排除した理想的な極低速条件 $\dot{\epsilon}_\gamma \sim 0$ での実験が実施できなかった。一方で4.2.3節に示した一定物性値に対する算出では、極低速条件 $\dot{\epsilon}_\gamma = 0.005/s$ の負荷停止時の応力 $\sigma_{\gamma_{mx}}$ と応力緩和後の応力 $\sigma_{\gamma_{rx}}$ の差異が3%未満であったことから、この基準データの補正

方法を適用せずに比較的に一致した結果が得られたと考えられる。したがって提案した手法による物性パラメーターの算出に際しては、まず供試材の極低速条件  $\dot{\epsilon}_\gamma$  における応力緩和の程度を確認し、この結果から基準データの補正の是非を検討すべきと考えられる。また、応力緩和を無視することなく粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$  を算出する手法が提案できれば、本節で提案したような補正法は必然的に不要となる。

## 4.7 応力応答の曲線近似法の検討

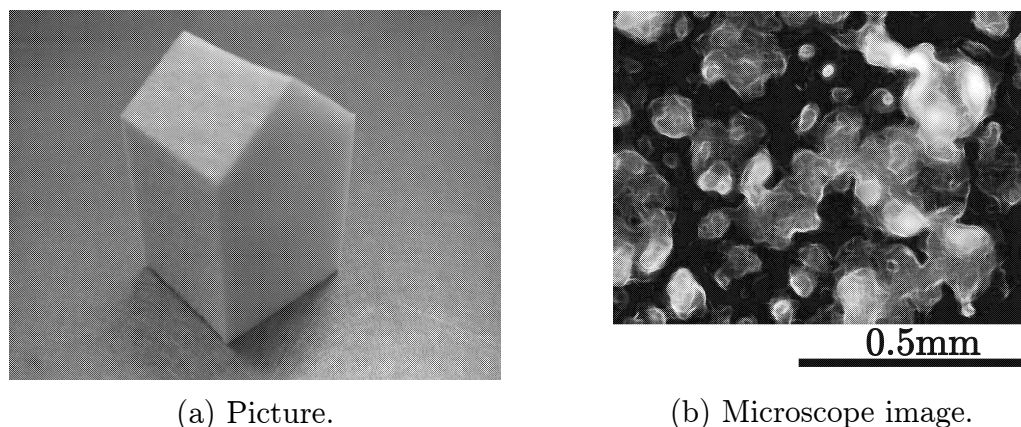
3要素固体モデルの物性パラメーター算出法は、力学試験においてひずみ速度が速いほど高い応力応答を示すことを前提としている。しかしながら、実際の試験により得られる応力応答にはノイズが存在するため、特に引張開始点付近において曲線の交差が生じることで、この前提条件が成立しなくなる場合がある。また3.4.3節でも指摘したように、生体軟組織では負荷過程においてゆらぎ・うねりなどの応力応答を示す場合もある。そのため、物性パラメーターを安定して算出するためには、この応力応答を評価して適切に曲線近似したデータを使用する必要がある。これについて4.4節では、負荷過程における非線形な応力応答を近似する手法として一般的な多項式近似を用いた。

これについて、物性パラメーター算出法では複数のひずみ速度での負荷過程における応力応答を使用することから、この評価方法がパラメーター算出結果に大きく影響することとなる。4.6.2節で確認したひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\beta = 0.1/s$  のシミュレーション結果における負荷過程での曲線形状のうねりも、これに影響を受けていると考えられる。そこで、この分析ために本節では、不規則性を有する生体軟組織と比較して安定した粘弾性挙動を示すスチレンブタジエンゴム (SBR) スポンジを用いて、引張試験から得られた応力応答に多項式近似および物性パラメーター算出法を適用し、さらに曲線の近似法に対する検討を加えることとする。

### 4.7.1 負荷過程の曲線近似の分析

#### 4.7.1.1 両対数グラフでの近似

ここでは近似関数の検討について、図4.15に示すような軟質セル構造体であるSBR スポンジに対する引張試験から得られる基準データを用いることとする。まず



(a) Picture.

(b) Microscope image.

Fig.4.15 SBR foam.

Table 4.6. Experimental condition.

Specimen	SBR foam
Gauge length , mm	20
Strain	0.1
Strain rate , /s	1, 0.1, 0.005
Environment	Atomoshere

SBR スポンジの基本的な力学的特性を評価するために、表 4.6 に示すような前節のニワトリの深胸筋に対するものと同様の引張試験条件における応力-時間曲線を取得する。なお、引張試験機への取り付けについては、端面に図 4.16 のようなチャック部品を接着することとするが、両端拘束による影響は定量評価が困難であることから本論文では考慮をしないこととする。

この実験から、図 4.17 に示す応力-時間曲線のように、ニワトリの深胸筋ほどではないが負荷過程の応力ピーク値の差と応力緩和現象という粘弾性挙動を観察することができた。この図 4.17 の応力応答に関して、その分析を目的として負荷過程について両対数グラフで表記したものを、多項式 (4.28) を用いて最小二乗法で近似した曲線と共に図 4.18 に示す。これを観ると、3つのひずみ速度  $\dot{\epsilon}_I$  毎に全般的な近似が多項式 (4.28) によってできていることが分かるが、応力ピーク値より後の外挿に相当する部分で大きな曲率の変化が生じているのに加えて、負荷開始時の付近では差が生じていることも分かる。これらのことについて、まず外挿部分で生じた曲率

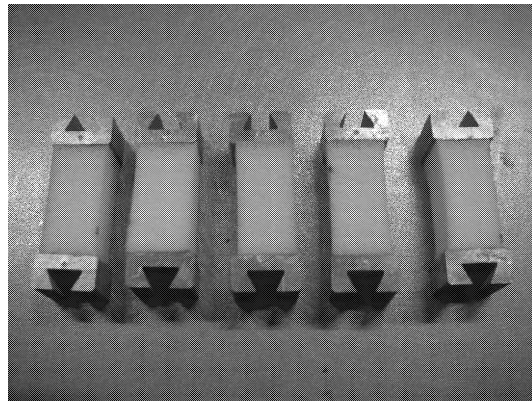


Fig.4.16 Test piece of SBR foam.

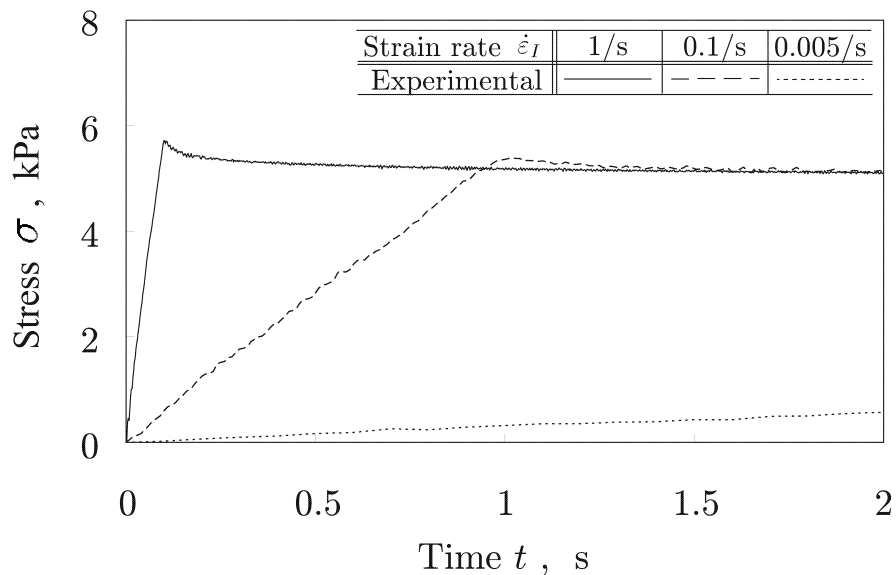


Fig.4.17 Experimental curves of SBR foam at each strain rate.

の変化は3次多項式(4.28)の過剰な次数によるものと考えられる。一方で、次数が過剰と考えられる条件であっても負荷開始時付近の変化を多項式(4.28)では近似できないと考えられる。

物性パラメーターの算出法を適用する場合、この算出法が負荷開始時の応答を出発点として非線形な物性パラメーターを求めるものであるため、負荷開始時付近で差が生じやすい多項式(4.28)による試験結果の近似・補間では、算出した物性パラメーターに適切な値との差が生まれやすくなると考えられる。

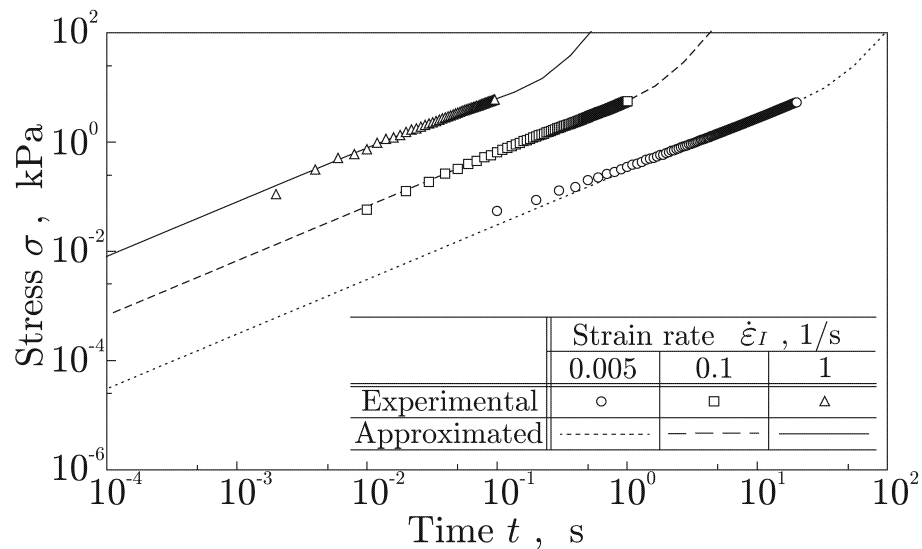


Fig.4.18 Approximating approach of stress-time curves of SBR foam by using polynomial equation.

そこで、この過剰な次数による外挿部分での差の低減と負荷開始時付近の差の低減を目指して種々の関数形を検討した中から、本報では次のようなべき関数と指数関数の積によって試験結果を近似して、物性パラメーターを算出する方法を示す。

$$\sigma = c_1(t + c_2)^{c_3} \exp\left(-\frac{c_4}{t + c_5}\right) + c_6 \quad (4.46)$$

ここで、式中の  $c_1 \sim c_6$  は定数である。この式 (4.46) により引張試験の負荷過程を近似した曲線を試験結果と共に図 4.19 に示す。ここでは図 4.18 で観られた応力ピーク後の外挿部分での曲率変化が生じていないことに加えて、さらに負荷開始時付近で生じていた差が小さくなっていることが分かる。このことから、べき乗と指数関数の積によって構成された式 (4.46) は、負荷過程の応答から非線形な物性パラメーター算出法で用いる試験結果の近似式としては、多項式 (4.28) よりも適していると考えられる。

#### 4.7.1.2 実数軸における評価

この式 (4.46) の適用性を確認するため、SBR スポンジおよびニワトリの深胸筋の引張試験により得られた複数の応力応答について、これへ多項式 (4.28) を近似式として適用した結果と共に図 4.20, 4.21 にそれぞれ示す。まず SBR スポンジの試験結

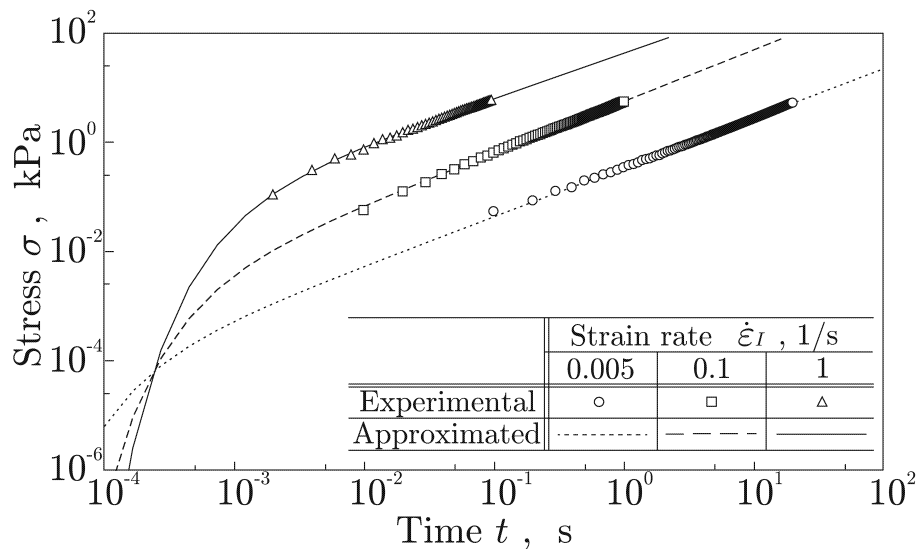


Fig.4.19 Approximating approach of stress-time curves of SBR foam by using multiplication form of power and exponent product.

果へ適用した図 4.20 を観ると、多項式 (4.28) では図 4.18 における結果と同様に応力ピーク後の外挿部分で曲率の変化が生じているのに対して、式 (4.46) では負荷過程の応力応答を連続的に外挿していることが分かる。次にニワトリの深胸筋の試験結果へ適用した図 4.21 の結果を観ると、SBR スポンジの結果である図 4.20 よりも多様な応力応答となっているが、多項式 (4.28) による近似では外挿部分では大小様々な曲率変化が生じているのに対して、式 (4.46) では図 4.20 と同様に負荷過程を連続的に外挿していることが分かる。したがって式 (4.46) は、多項式 (4.28) との比較では、SBR スポンジやニワトリの深胸筋などの多様な不規則性がある粘弾性挙動の引張試験での応力応答に対して、より適切な近似ができるものと考えられる。

さらに次節では、SBR スポンジおよび鶏深胸筋の引張試験の負荷過程の応力応答を式 (4.46) によって近似することが、非線形な物性パラメーターの算出結果に与える影響について評価する。

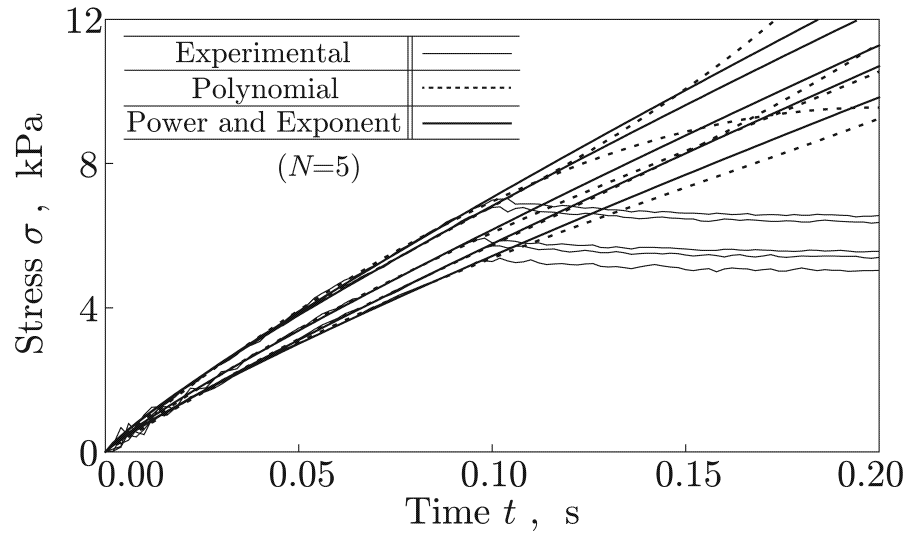


Fig.4.20 Approximating approach of stress-time curves of SBR foam by using polynomial equation and multiplication form of power and exponent product.

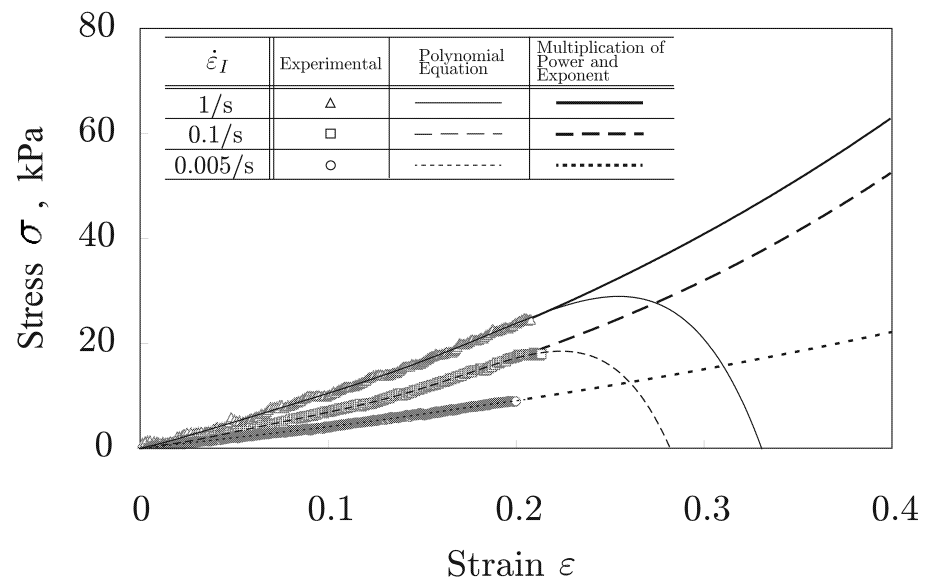


Fig.4.21 Approximating approach of stress-time curves of muscle by using polynomial equation and multiplication form of power and exponent product.

### 4.7.2 応力応答のシミュレーション

#### 4.7.2.1 物性パラメーターの算出

まず、SBR スポンジにおける引張試験の負荷過程を多項式 (4.28) とべき・指数積式 (4.46) によりそれぞれ近似して、3 要素固体モデルの物性パラメーターを算出した結果を図 4.22 に示す。この結果を観ると、Young 率  $E^e$ 、 $E^{ve}$  のレベルに差が観られるのに加えて、粘性パラメーター  $C$  に至っては初期値  $C(0)$  において顕著な差があり、傾向にも大きな違いが観られる。この違いは、物性パラメーターの算出手法が負荷開始時の応答を出発点としているためと考えることができる。

次に、ニワトリの深胸筋に関して、同様に 3 要素固体モデルの物性パラメーターを算出した結果を図 4.23 に示す。この結果を観ると、図 4.22 の SBR スポンジの結果に観られたほどの差はないものの、弾性部 Young 率  $E^e$  では変形が大きい場合に近似式の違いで差が顕著になる結果となっている。

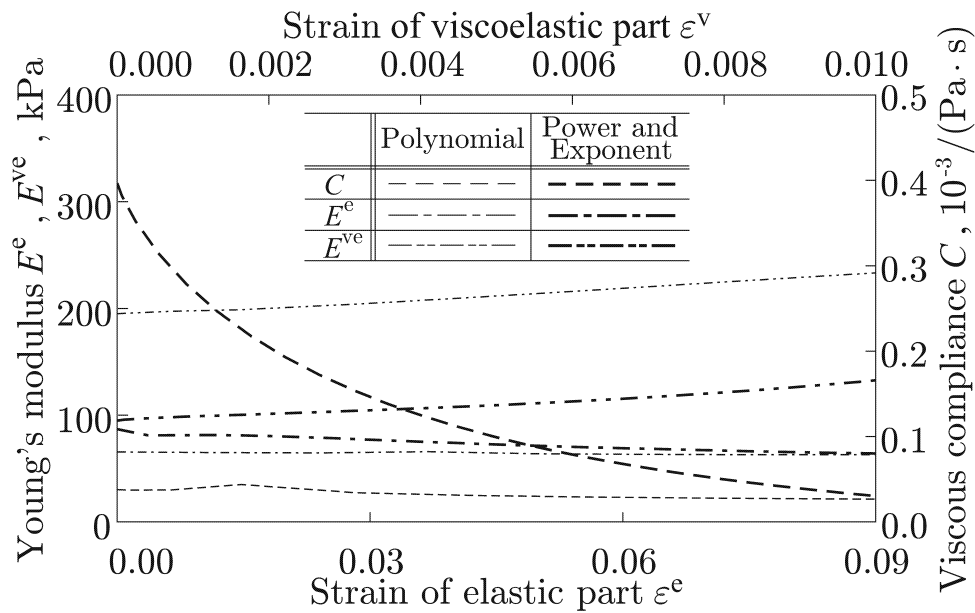


Fig.4.22 Viscous compliance  $C$  and Young's modulus  $E^e$ ,  $E^{ve}$  of SBR foam.



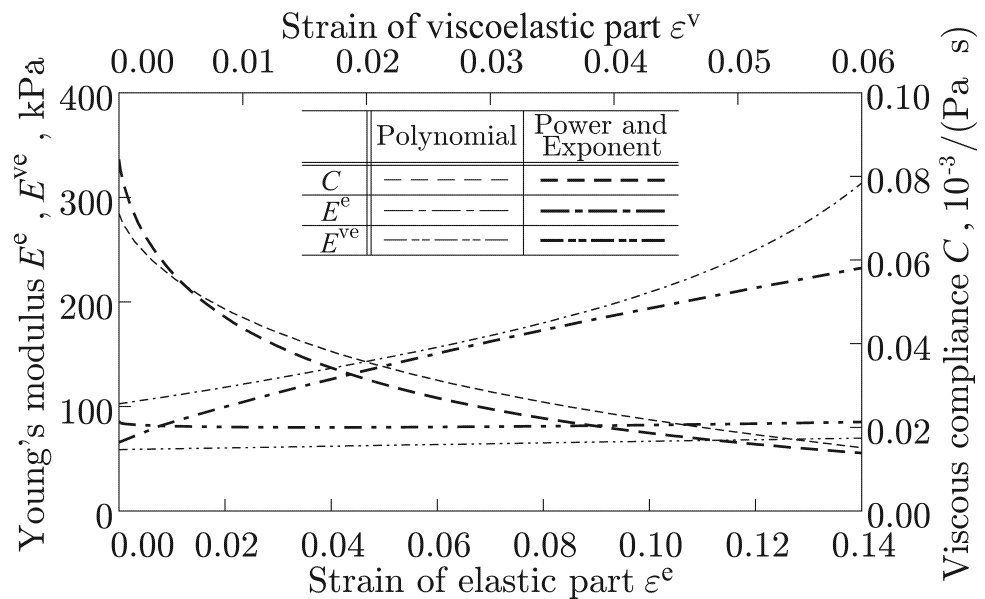


Fig.4.23 Viscous compliance  $C$  and Young's modulus  $E^e, E^{ve}$  of muscle.

#### 4.7.2.2 シミュレーションへの影響

ここでは、前節で近似式による差が観られた物性パラメーターについて、この差が応力応答のシミュレーションへ与える影響を計算結果から考察する。まずSBR スポンジの引張試験に関しては、べき・指数積式(4.46)を利用して算出した物性パラメーターを用いて計算した図4.25の結果と比べて、多項式(4.28)を用いた図4.24では全体的に実験結果との差が生じており、特に応力緩和過程における応力レベルに関して顕著な差がある。これは、シミュレーションで用いた図4.22の物性パラメーターにおいて、特に粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$  と粘性コンプライアンス  $C$  の顕著な違いにより生じたものと考えられる。

またニワトリの深胸筋に関しては、べき・指数積式(4.46)を用いた図4.26について、多項式(4.28)を用いた図4.14と比較すると、まず応力緩和過程での応力レベルに関してべき・指数積式を用いた図4.26の方が小さい差となっている。また、図4.14で観られたひずみ速度  $\dot{\epsilon}_\beta = 0.1/s$  の負荷過程におけるうねりが図4.26では観られない結果となっている。これらは、図4.23の考察で示した弾性部 Young 率  $E^e$  で観られた顕著な差により、特に変形が大きい範囲における応力応答の変化が多項式(4.28)

を用いた図 4.14 のシミュレーション結果に表れたが、べき・指数積式による図 4.26 では、この影響が小さかったためと考えることができる。

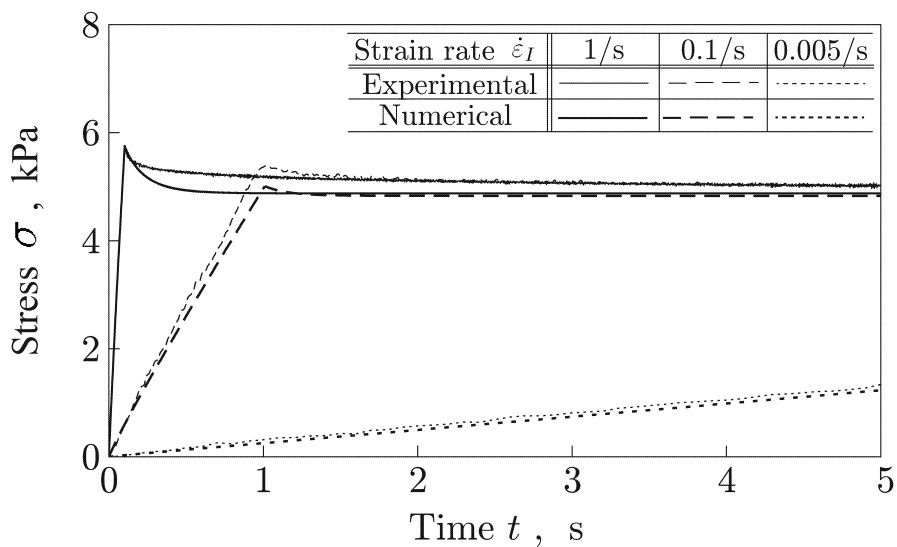


Fig.4.24 Numerical stress–time curves of SBR foam by using polynomial product.

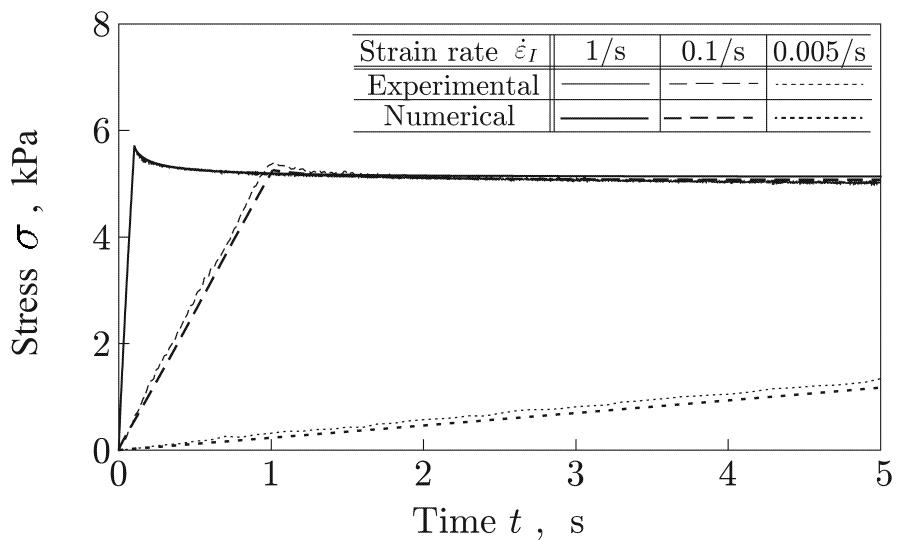


Fig.4.25 Numerical stress-time curves of SBR foam by using multiplication form of power and exponent product.

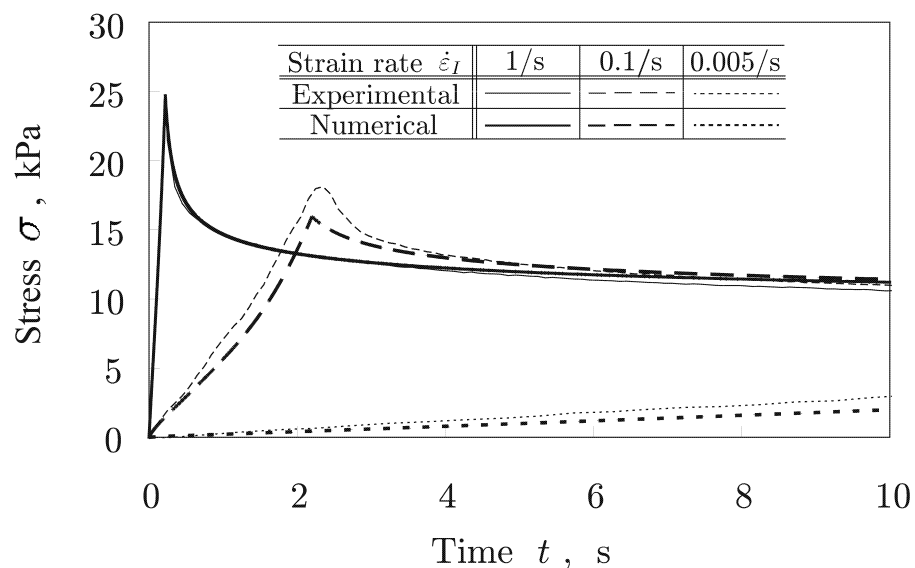


Fig.4.26 Numerical stress-time curves of muscle by using multiplication form of power and exponent product.

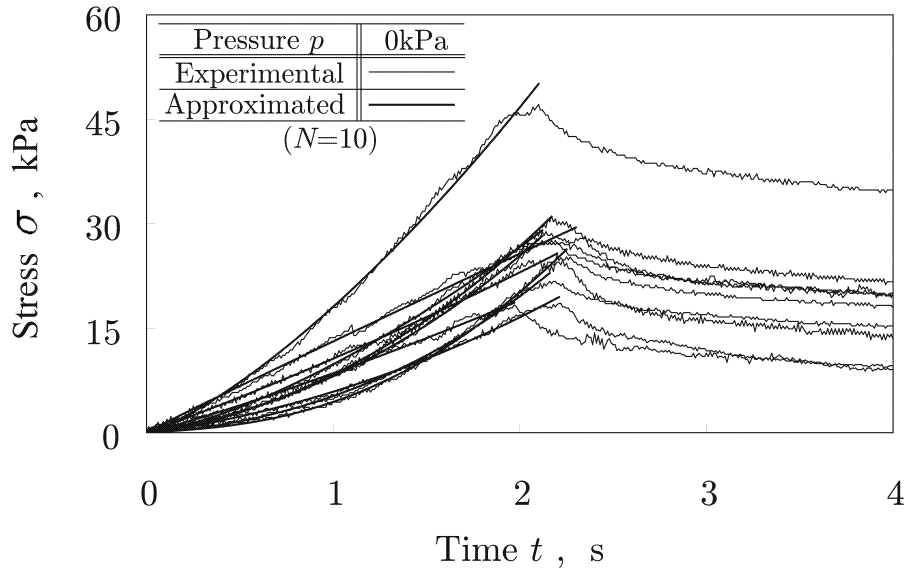
### 4.7.3 べき・指数積近似式の汎用性

前節までに提案したべき・指数積近似式の妥当性を検証するため，第3章で取得した図3.16～3.19に示した環境槽内でのニワトリ深胸筋に対する引張試験結果への適用を試みる．環境槽内でのニワトリ深胸筋の引張試験結果を近似した応力-時間曲線を図4.27(a)～4.30(a)，その際に用いたべき・指数積近似式のパラメーター $c_i$ を図4.27(b)～4.30(b)に示す．この結果から，ノイズがありながら全体的に下凸傾向が多く，中には直線傾向を示すものもある不規則な挙動を示すニワトリの深胸筋の負荷過程に対しても，べき・指数積近似式はうねることなく曲線を表現していることがわかる．これより，本手法はニワトリの深胸筋のような生体軟組織や軟質セル構造体であるSBRスポンジの粘弾性挙動の近似法として，有効性の高いものであると考えられる．

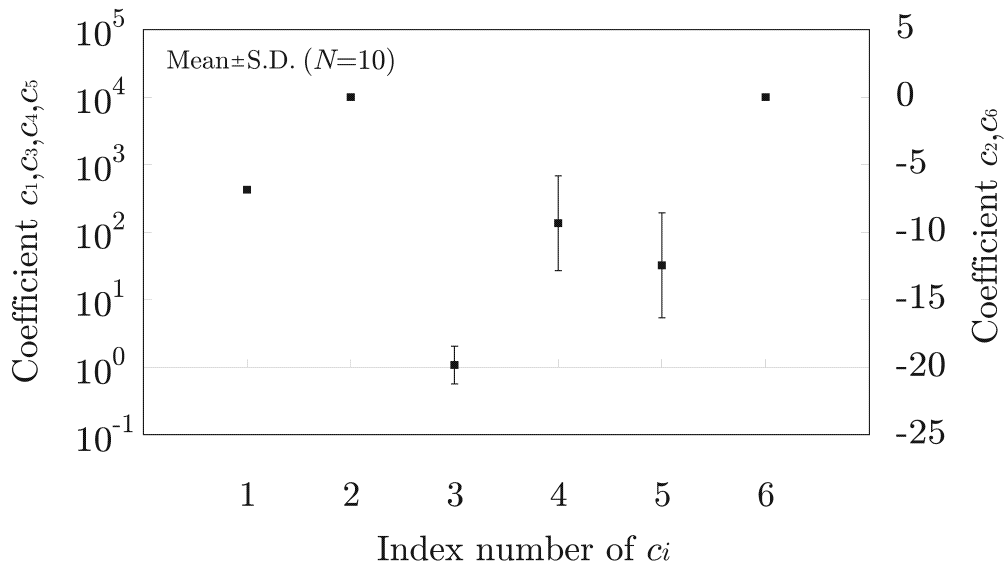
#### 4.7.3.1 パラメーター $c_i$ の評価

図4.27(b)～4.30(b)に示されるパラメーター $c_i$ の傾向と近似式の形から，パラメーター $c_i$ についてはそれぞれ次のような特性があると考えられる．

$c_1, c_6$  : 物理量の大きさを示す量．



(a)



(b)

Fig.4.27 Curve fit to experimental curves of muscle in 0kPa pressure condition (a) and its coefficient  $c_i$  (b).

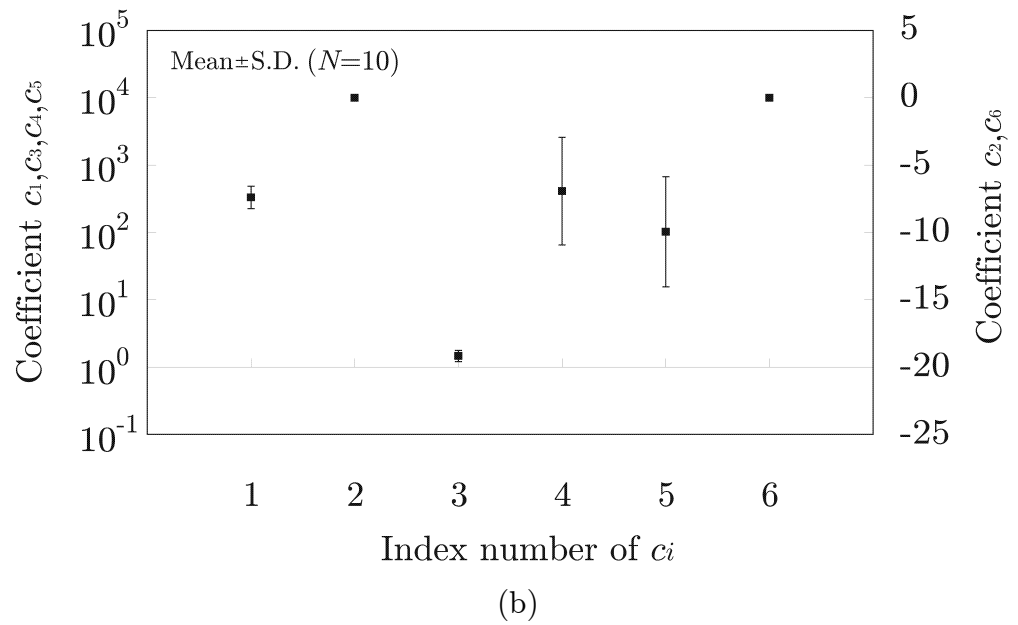
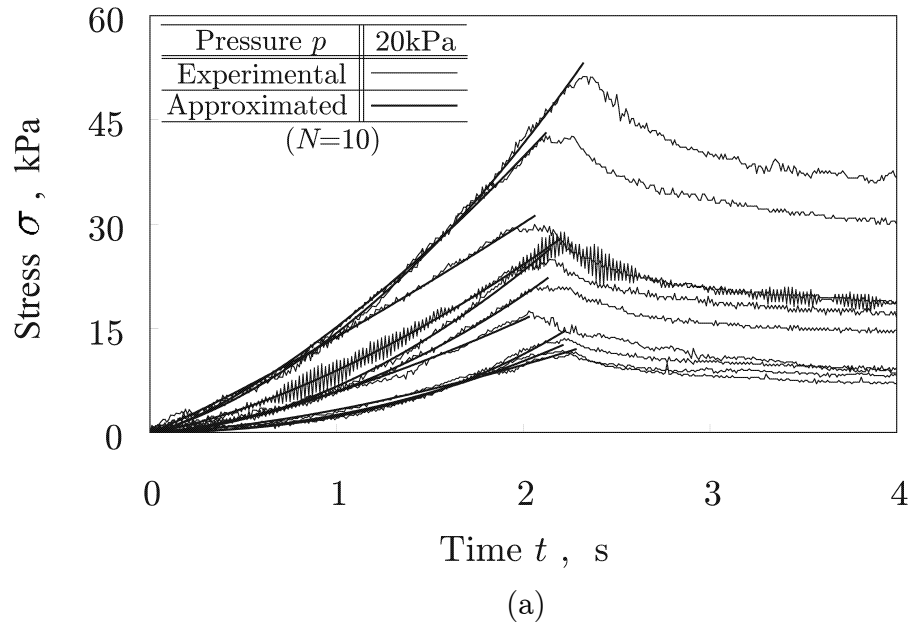


Fig.4.28 Curve fit to experimental curves of muscle in 20kPa pressure condition (a) and its coefficient  $c_i$  (b).

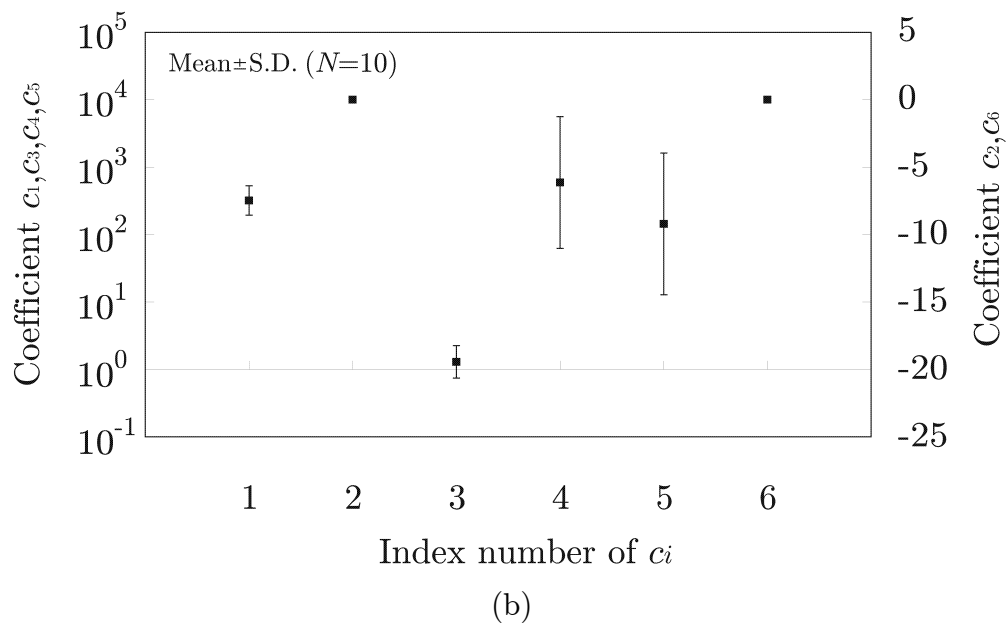
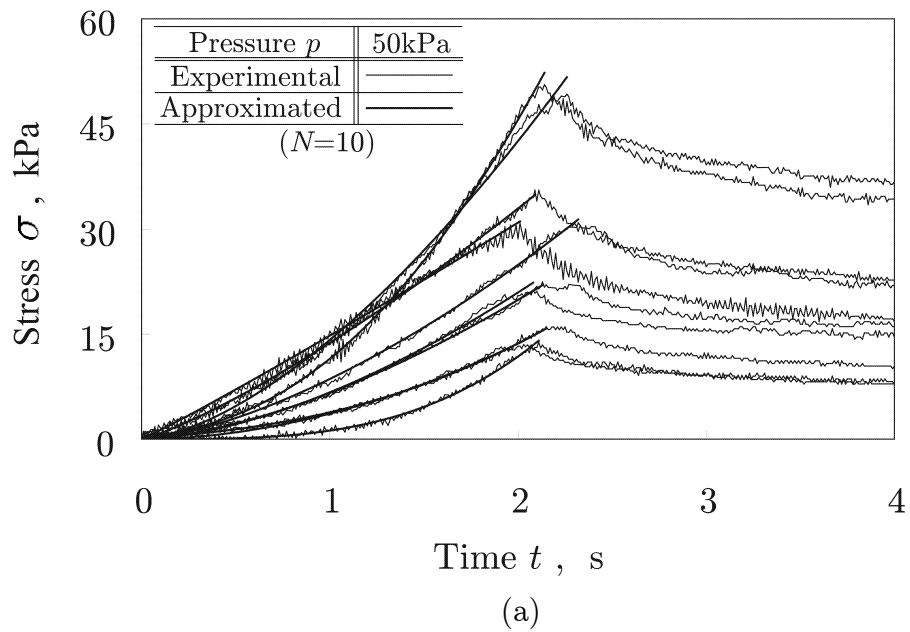


Fig.4.29 Curve fit to experimental curves of muscle in 50kPa pressure condition (a) and its coefficient  $c_i$  (b).

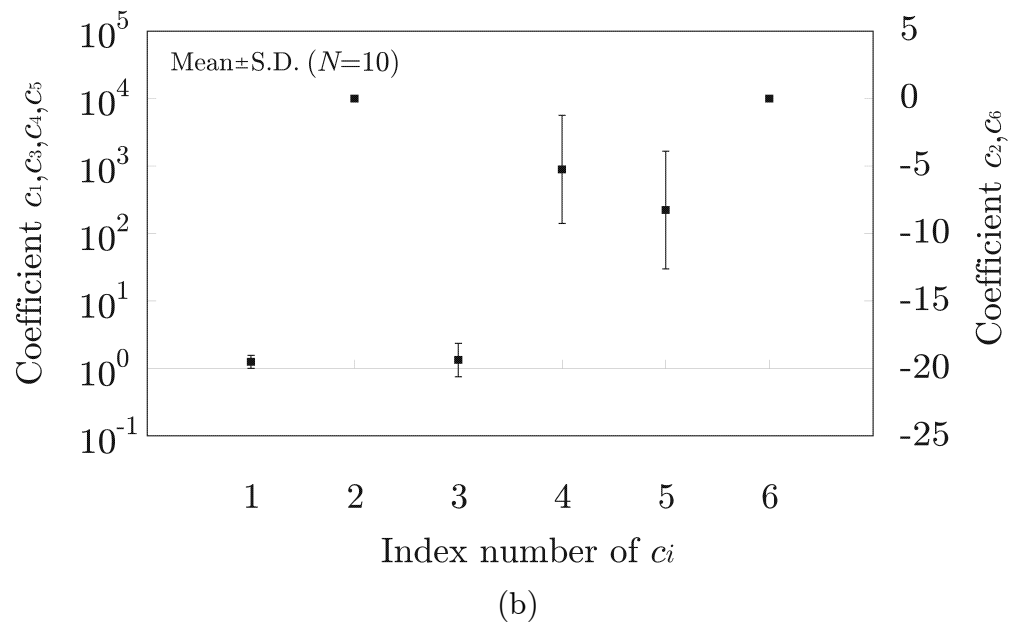
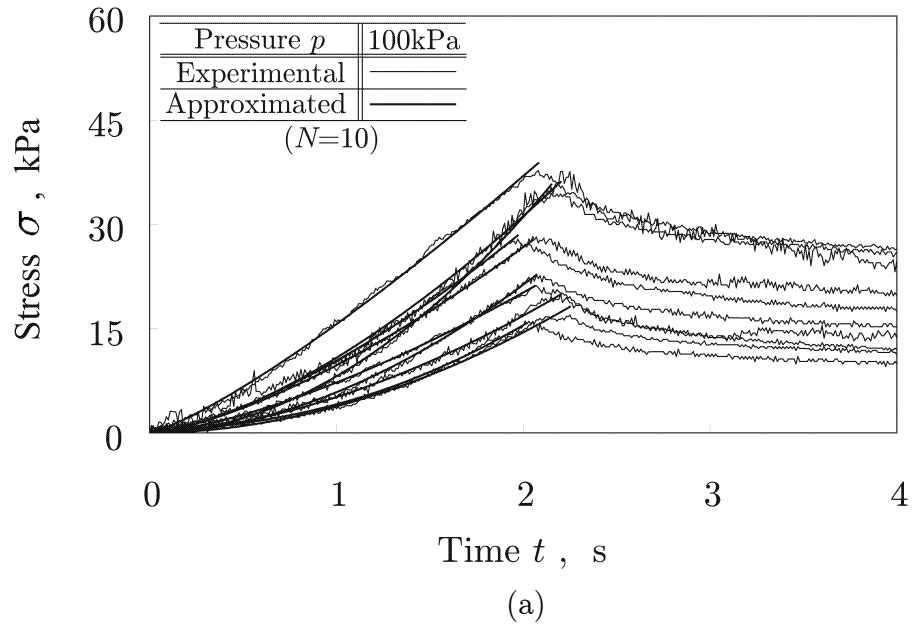


Fig.4.30 Curve fit to experimental curves of muscle in 100kPa pressure condition (a) and its coefficient  $c_i$  (b).

$c_2, c_5$  : 時間軸方向のオフセット量.

$c_3, c_4$  : 曲線の凸方向とその程度を決める量.

べき・指数積近似式をべき乗項と指数項で別々に考えると、べき乗項については、 $c_3 < 1$  で上凸傾向、 $c_3 > 1$  で下凸傾向の曲線となる。指数項については、 $c_4$  の正負により、こちらも凸方向が上下に変化する形となる。そのため、2つの項の凸方向が同じであると変曲がより大きくなり、異なると逆に小さくなる。そして、べき乗項は指数項に比べて大きい挙動を示すことから、べき・指数積の近似曲線は、べき乗項の  $c_3$  が大まかな変曲傾向を定め、指数項の  $c_4$  がその変曲具合を調整していると考えられる。このように近似式のパラメーターの特性を考慮すれば、曲線近似をより容易に行えるようになることが期待できる。

## 4.8 本章の結論

本章では、3要素固体モデルを応用して生体軟組織の粘弾性特性の評価を行った。まず、より複雑な粘弾性変形挙動への適用を目的として、既存の3要素固体モデルの物性値にひずみ依存性を付加することで非線形化した物性パラメーターの算出手法を提案した。3つのひずみ速度での引張試験における応力-時間曲線を基準データとし、ここから物性パラメーターを算出する本手法について、まず既知の一定物性値を有する3要素固体モデルから得られる基準データに適用することで有効性を示した。次に、生体軟組織であるニワトリの深胸筋から作製した試験片から基準データを取得し、物性パラメーターを算出した。この結果では、弾性部 Young 率  $E^e$  と粘性コンプライアンス  $C$  について非線形性を確認し、他方で粘弾性部 Young 率  $E^{ve}$  はほぼ一定値であった。この物性パラメーターによるシミュレーション結果と実験結果の比較では、緩和後の応力値に差異が発生した。これについては、ニワトリの深胸筋に対して  $\dot{\epsilon}_\gamma = 0.005/s$  では粘性を無視できないことが起因しているとし、基準データの補正法を提案することで、その有効性を確認した。また、シミュレーション結果では、負荷過程における応力-時間曲線の形状でうねりを確認した。これに対しては、パラメーター算出法の中で基準データに多項式近似を用いたことが起因しているとして、べき・指数積近似式を提案し、その有効性と汎用性を示した。



## 参考文献

- (1) 馬場崇豪, 和田幸洋, 伊藤章, “短距離走の筋活動様式”, 体育學研究, Vol.45, No.2 (2000), pp.186-200.
- (2) 山田宏, 力学の基礎とバイオメカニクス (2012), p.149, コロナ社.
- (3) Y.C. Fung, *Biomechanics: Mechanical Properties of Living Tissues, Second Edition* (1993), Springer-Verlag.
- (4) Julie M. Giles, Amanda E. Black, Jeffrey E. Bischoff, “Anomalous rate dependence of the preconditioned response of soft tissue during load controlled deformation”, *Journal of Biomechanics*, Vol.40, No.4 (2007), pp.777-785.

# 第5章 結 論

## 5.1 本論文のまとめ

本論文では、生体軟組織の粘弾性特性の評価手法と計測システムの開発について検討を行った。まず粘弾性特性の評価法については、粘弾性構成モデルの中から最も少ない要素数と考えられる3要素固体モデルを選定し、引張試験による評価を行うために高速引張試験機と疑似生体内環境槽で構成した計測システムを開発した。この計測システムを使用して生体軟組織であるニワトリの深胸筋から作製した試験片に対して、一定ひずみ速度における引張を行う負荷過程と変形停止後の応力緩和過程における応力-時間曲線を取得した。これにより、負荷過程における複雑な変形挙動と応力緩和過程での時間の経過に伴った応力の減少を観察するとともに、大きなバラツキや負荷過程における曲線形状のゆらぎ・うねりといった不規則性を有する生体軟組織の基礎的な力学的特性を示した。

次に、このような生体軟組織の複雑な変形挙動を評価するために、3要素固体モデルの各要素にひずみ依存性を付加することで非線形化した物性パラメーターを算出する手法を提案した。この手法は、3つのひずみ速度による引張試験から得られる応力-時間曲線を基準データとして算出するもので、これをニワトリの深胸筋から作製した試験片から得られた基準データに適用し、各物性パラメーターを算出した。ここでは特に、基準データの補正法と、基準データを近似するために提案したべき・指数積近次式を使用することにより、有効な物性パラメーターを算出することができることを示した。

以上により、3要素固体モデルの物性パラメーター算出手法と極低速ひずみ速度における基準データの補正法、べき・指数積近次式を使用した基準データの近似法を併せることで、有効な生体軟組織の粘弾性評価法として示した。

## 5.2 現状と今後の展望

4.3 節に示したように，本論文で示した手法は引張試験を行うことから，生体を傷つけずに基準データを得ることができず，よってヒトへの適用は困難である．しかしながら近年，佐久間らによって生体を傷つけない大きさの球圧子を使用した押込試験によって応力-ひずみ関係を明らかにする技術が確立されてきている<sup>(1)(2)</sup>．近年では，この技術を応用して（株）堀内電機製作所から図 5.1 に示す柔さ計測ロボット「SOFTMEASURE」も発売された．ここで，本論文で示した粘弾性特性の評価法は，3つのひずみ速度における応力-時間曲線から物性パラメータを算出するため，この基準データを球圧子押込試験により得ることができれば，ヒトへの適用も可能となる．具体的には押込み方向に対する物性パラメータを取得することで，疾患の特定検査に関する技術への応用や，触診・指圧などから得られる感覚との関連付けに繋げることができると考えられる．また，これについては生体に限らず，図 2.6 に示した粘弾性挙動を観察できる材料に対して適用可能であることから，高分子材料や食品などの製品に対しての評価法としても期待できると考えられる．



Fig.5.1 SOFTMEASURE.

## 参考文献

- (1) 谷充博, 佐久間淳, ”球圧子押込試験による相当押込ひずみを用いた Young 率計測法の軟材料への適用性評価”, 日本機械学会論文集 A 編, Vol.76, No.761 (2010), pp.102-108.
- (2) 佐久間淳, ”モノの弾性を触診メカニクスにより計測するデスクトップロボット”, 日本機械学会誌, Vol.116, No.1134 (2013), p.355.

## 謝 辞

本研究を行うにあたり、学部4年次から長きに渡りご指導を賜りました東京農工大学大学院工学研究院准教授 佐久間 淳 先生に先ず以て心より御礼を申し上げます。当初より、私のような若輩者が持った興味も真摯に受け止めていただき、様々な視点から工学的なアイデアやご助言をいただきましたことに敬意を表します。また、学生対応に関しましても様々な機会を与えていただきましたおかげで、職業能力開発の分野で私も教育に携われるようになりました。本当にありがとうございました。

また、学部3年次の研究室の希望調査から学位審査まで数多くのご助言をいただきました同研究院教授 長岐 滋 先生に謹んで感謝の意を表します。研究発表の場での長岐先生の的確なご指摘にはいつも驚嘆致しました。

山口大学大学院医学系研究科教授 斉藤 俊 先生には、本研究課題の取り組み当初より様々なご助言を賜りましたこと、厚く御礼申し上げます。

本論文をまとめるにあたっては、東京農工大学大学院工学研究院教授 高橋 徹 先生、同研究院准教授 池田 浩治 先生、ならびに同研究院准教授 山中 晃徳 先生に深厚なる御指導を頂いたことをここに記し、謹んでお礼申し上げます。

加えて、これまでの研究過程において数々のご協力を賜りました、同研究院助教 大下 賢一 先生を始めとする長岐研究室のメンバーの方々に深く感謝いたします。

本研究を行うに当たりご協力下さった東京農工大学工学部佐久間研究室のメンバーにも感謝の意を表します。特に深夜まで様々な議論を重ね、物事を俯瞰して見ること教えてくれた 谷 充博 君には数えきれないほどのご助力をいただきました。機械、電気電子と非常に幅広い専門知識をバックグラウンドを持ち、時には大胆に研究を進行するその姿に多くことを学ばせていただいたことを記し、深甚たる謝意を表します。また、べき・指数積近似法で特に貢献していただいた 小針 遼 君には深く感謝の意を表します。同様に 牛村 直喜 君、村井 航 君には数値解析、森内 健

行 君, 田富 司 君, 久保田 利幸 君には計測システムの開発, 宗兼 齊雅 君には実験, 柳澤 瑛一 君には基準データの補正法について協力をしていただきました. さらに学部4年次から博士前期課程を修了するまで研究活動を共にしてきた 萬代 和浩 君には公私に渡り様々なサポートをしていただきました. 心より御礼申し上げます. なお, とてもここには書ききれませんが, これまでの研究活動では多くの方々に支えていただきました. ありがとうございます.

また, 現在の勤務先である山形県立産業技術短期大学校機械システム系主任 庄司 英明 先生をはじめとしたデジタルエンジニアリング科, メカトロニクス科の教員の皆様には, 本論文を執筆する上で様々なサポートをいただきました. 特に同短期大学校准教授 加藤 和憲 先生には公私に渡り多大なご助力を賜りましたこと, 厚く御礼申し上げます.

最後に一度就職をしたにもかかわらず, 再度進学を選択した自分を温かく応援してくれた父母に改めて感謝の意を表します.