

Theory and Applications of Geometric Optimization Problems in Rectilinear Metric Spaces

著者	KORMAN MATIAS
学位授与機関	Tohoku University
学位授与番号	情博第457号
URL	http://hdl.handle.net/10097/51136

氏名 (本籍地)	MATIAS KORMAN
学位の種類	博士 (情報科学)
学位記番号	情博第457号
学位授与年月日	平成21年 9月10日
学位授与の要件	学位規則第4条第1項該当
研究科、専攻	東北大学大学院情報科学研究科 (博士課程) システム情報科学専攻
学位論文題目	Theory and Applications of Geometric Optimization Problems in Rectilinear Metric Spaces (直方距離空間における幾何学最適化問題の理論と応用)
論文審査委員	(主査) 東北大学教授 徳山 豪 東北大学教授 西関 隆夫 東北大学教授 篠原 歩 東北大学准教授 塩浦 昭義

論文内容の要旨

第1章

We study the problem of designing a transportation system in an urban environment. That is, we are given a set of points (or interesting places in a city) and we would like to locate a segment (i.e., bus or metro) to reduce the travel time between those points. We study the case in which there are some highways and obstacles (i.e., buildings) have already been built in the environment. We allow traveling v times faster along any highway, but force all paths to avoid the obstacles. We give algorithms that, in polynomial time, find the location of a new highway minimizing a general objective function.

第2章

We take a first attempt to introduce an axiomatic approach in the rectilinear world. We consider an analogue of Euclidean axiom of line segments, and study the trade-off between axiomatic requirements and straightness of rectilinear line segments. Based on the axiomatic approach, we define a rectilinear equivalent of starshaped polygons, and use them to solve several geometric optimization problems in the grid topology.

第3章

We study the problem of partitioning a given set of n points in the plane into p disjoint axis-aligned squares or rectangles. Among all possible partitions, we are interested in the one that minimizes the size of the largest cluster, where the size of a cluster is defined as the area of the smallest box. We also consider the case in which outliers are present, and give efficient algorithms for small number of boxes.

論文審査結果の要旨

幾何的なオブジェクトに関する最適化問題（幾何学最適化問題）においては、評価尺度や制約条件が空間の距離に依存することが多い。本論文ではとくに、 L_1 距離や L_∞ 距離のような、いわゆる直方距離に関する幾何学最適化問題を扱う。直方距離空間における幾何学最適化問題は、VLSI設計や画像処理、施設配置、データマイニングなどの多彩な分野に現れるため、効率的なアルゴリズムの開発が望まれている。著者は、高速道路配置問題、星形図形に関する最適化問題、矩形分割問題の3つの幾何学最適化問題を取り上げ、効率的なアルゴリズムを開発してきた。本論文は、これらの成果をとりまとめたものであり、全編5章からなる。

第1章は序論であり、本研究の背景と目的を述べている。

第2章では、高速道路配置問題の様々なバリエーションに対する統一的な求解アプローチについて議論している。複数の移動者の移動時間を最適化するために、平面上の線分で表される「高速道路」を最適に配置する問題を高速道路配置問題と呼ぶ。この問題は、高速道路の種類および最適化すべき目的関数の定義の仕方によって数多くのバリエーションが存在する。本研究では、解の構造を幾何的に解析し、高速道路配置問題を区分線形関数の最小化問題へと変換できることを示した。この変換に基づき、統一的かつ効率的なアルゴリズム設計手法を提案した。これは都市計画問題をモデル化した幾何学最適化問題のアルゴリズム技法として重要な成果である。

第3章では、デジタル空間の線分族においてユークリッド公理系に対応するものを与え、この公理系を満たし、図形的に直線を近似するデジタル半直線族の構築と、その理論的な近似最適性を示した。これは50年以上未解決であったデジタル線分の最適構築問題の解決への大きな貢献である。

さらに、構築したデジタル半直線を用いることによって、理論的に最適な近似保証をもつデジタルな星形図形を定義し、任意の図形を星形図形に最適近似するアルゴリズムを提案している。このアルゴリズムは、デジタル空間上で定義された関数やデータ分布を近似する上で有用であり、データマイニングへの応用が可能である。これらの成果はデジタル幾何における画期的な新発見である。

第4章では、平面上の入力点集合から k 個の除外点を除いた点たちを、 p 個の互いに交わらない矩形を使って被覆する問題（矩形分割問題）を議論している。使用する最大の矩形の大きさを最小化することが目的である。本論文ではこの問題の計算困難性を示すとともに、 p が3以下のときに非常に高速な $O(n \log n)$ 時間のアルゴリズムを設計している。これは幾何学最適化における興味深い知見である。

第5章は結論である。

以上要するに本論文は直方距離空間における幾つかの幾何学最適化問題に対し、その数学的な構造を分析し、その結果を基に効率的な解法を実現したものであり、計算幾何学ならびに、システム情報科学の発展に寄与するところが少なくない。よって、本論文は、博士（情報科学）の学位論文として合格と認める。