経営数学の構想

水谷一雄

「数学は言葉である」と言われる。成程，よく経済学者の中に，「積分記号が出て来ると，そこだけは，飛ばして読むことにして居る」などと言つた人があつた昔のことを想い起して見ると，数学が言葉であると思われるのも，尤もな節があると感ぜられる。

しかし，果して数学は単なる言葉に過ぎないものであろうか。若し，数学が言葉に過ぎないならば，科学でないことになるが，果してそうであろうか，また若し言葉であるにしても，それは，如何なる意味における言葉であるか。普通の言葉と何処に相違があるのであるか。

数学が記号という特別の言葉を用いていることは，何人もこれを容認せられるであろうが，数学は記号そのものではない。端的に言えば，数学は，記号という特別の言葉を用いるところに特質を持つところの論理学である。いわゆる記号論理学が，別名を数学的論理学（Mathematische Logik）と言われるのも，所以なき訳ではないのである。

然らば，記号の本質は，何であるか。

いま，思惟の対象を「もの」と言い，若干のものを同時に思惟の対象として定立するとき，任意の一つのものが，それらの同時に思惟の対象となれるものの複合に属するかどうかを判定するに足るべき明確な定義の与えられたとき，その定義によつて規定せられた「もの」の複合を集合と言い，この集合を構成するものを集合の元素という。

而して，集合Mより集合Nへの一対一の連続変換 f が存在するとし，その逆変換$M=f^{-1}(N)$すなわち f^{-1}もまた一対一の連続変換なるとき，集合Mの任意の一つの元m(すなわち原像)に対して，$n=f(m)$ なる関係に立つ(集合Nの)元 n を原像mの写像または表章という。記号と通常呼ばれているものは,この表章を指すのである。いま連続なる概念を無条件に用いたのであるが,ここでは,Mの任意の二つの元 m_1, m_2 の間の関係(例えば大小関係) $m_1 > m_2$が，それの表章(記号)である N の二つの元n_1，n_2 の間の関係においても変換せられた意味(例えば高低関係)において保存せられて $n_1 > n_2$ となり,MとNとの相互間に,このような関係においても対応関係が保存せられていることを指すものとする。集合Nの任意の一つの元 n が集合Mにおける原像mの記号であるというとき，記号が記号である所以のものは,nが原集合Mに対する表章集合Nの任意の一つの元を表わすところにある。換言すれば，限定せられたる表章対象の領域Mの任意の一つのものmの記号であるところに記号 nの記号としての特質が存するのである。

ただ,いま,こうして書いている文字もまた記号である。この文字なる記号と記号論理学における記号とは，如何なる点に，その本質的差異があるのであるか。

これを理解するためには， Logistik の創設者と言うべき Leibniz の Calculus ratiocinator(論理計算)を顧みなければならない。Leibniz が,このような名を用いたのは，これが質的計算であることを示すためであつたのである。このような，論理計算を可能ならしめるには，命題と命題とを関係せしめ，或は，それによつて新しい命題を導き出すに当つて，少しも命題の内容的意味を顧慮する必要をなくするために，命題を記号化することが必要である。Leibniz は，この目的のために，普遍記号 (Characteristica universalis)なるものを導入した。この普遍記号は，一つの記号の体系であつて，次の三要件を備えたものである。

(1) この体系の記号と思惟の対象との間には，一対一の対応が成り立つ

こと。

(2) 思惟の対象の複合に対する記号は，その組成分に対応する記号に分解可能なること。

(3) この記号体系に対する計算規則の体系が成立し，これによつて因果関係の記号化が可能なること。

このような三要件を充たす記号の体系が普遍記号である。一切の科学を，この普遍記号によつて記述し，論理計算によつて，すべての科学を数学の如き厳密科学たらしめ，そこに厳密科学の一大体系を形成しようと言うのが，Leibniz の夢であつた。

この Leibniz の夢は，その後，幾多の人によつて継承せられ，普遍記号の三要件は，多少の変改を受けたが，命題の記号化による論理計算の思想は，更に発展せしめられて，今日の記号論理学の隆盛を見るに到つたのである。

この記号論理学の基本的な要請体系を見るに，Hilbert および Ackermann[1] に従えば，彼等は，基本概念として，否定，選言なる二つの真理函数を選び，これから，$X \rightarrow Y \equiv \bar{X} \vee Y$ と定義し，それを用いて成立する次の四式を要請命題として選び，

(α) $X \vee X \rightarrow X$

(β) $X \rightarrow X \vee Y$

(γ) $X \vee Y \rightarrow Y \vee X$

(δ) $(X \rightarrow Y) \rightarrow [(Z \vee X) \rightarrow (Z \vee Y)]$

また，推理法則としては，次の二者を採用した。

(i) 置換法則……一つの式中の同じ命題変記号を総て他の同じ論理式を以て置換することができる。

(ii) 演繹法則……論理式P及びP→Qを基礎として，吾々は新しい論理式Qを得る。

かくて，設定せられたものは，四要請命題と二法則であり，これらを通

じて最も目につくことは，X，Y，Zなどの記号性であり，これらが，すべて命題を表わしていると共に，それらの間の関係も，すべて記号化されていることである。記号論理学においては，更に上記の命題論理が述語論理に発展せしめられる。これは，X，Y，Z などの命題の代りに，$F(x)$，$G(y)$，$H(z)$ などのいわゆる函数命題が用いられ，従つて，要請命題系には，上述の（α）～（δ）の外に，

（ε）　$(x)F(x) \rightarrow F(y)$

（η）　$F(y) \rightarrow (Ex)F(x)$

が加えられ，推理法則にも，従つて，(i)，(ii) の外に，

(iii) 全称並びに存在記号に関する法則

(iv) 束縛変項に対する改名法則

の二法則が加えられる。

ここに，$F(x)$ は「xはFである」を意味し，$(x)F(x)$ は，「すべてのxはFである」を示し，$(Ex)F(x)$ は，「Fであるxが存在する」を意味する。$F(x)$ の x が自由変項と称せられるに対して，$(x)F(x)$，$(Ex)F(x)$ などの x は束縛変項と名づけられる。かくして記号論理学は，その後，大いに発展したし，述べなければならぬことも多いのであるが，ここでは，文字なる記号との差異を示すのが目的であるから，記号論理学に関しては，これだけに止めるが，文字が記号であるのは，仮名が音の記号であるに対して，漢字は，名詞は対象定記号的であり，動詞，形容詞は述語記号（F，G など）的であるか，または，命題関係を示す記号（－，∨，→などの論理概念を示す記号）的である。記号論理学におけるX，Y，Z などと仮名とを比較すれば，X，Y，Z などは多くの場合，命題変記号であるのが，普通であるのに対して，仮名は音の記号であるにすぎないから，論理関係を明らかにするには，仮名は適当であるとは言えない（これについては，更に後述しよう）。また，対象定記号と言うのは，その対象定記号の表わすものが，多くのものから構成せられる対象領域の元素の特

定の一つを表わす場合か，或は，対象領域を構成する元素が唯だ一つである場合であり，漢字の動詞，形容詞が述語記号的であると言つても，述語変記号ではなく，述語定記号である場合が普通であるから，記号が対象領域の任意の一つを表わすと言う変記号の特性を持たないと言わなければならない。よつて文字を用いての命題による推理の欠点を免れないのである。

然らば，文字を用いての命題による推理に対して，記号論理学的推理は如何なる長所があるのであるか。

第一には，思惟の経済化（簡易化と誤謬の回避）が行われるからである。小学校の算数の問題（例えば鶴亀算）を，中学入学の後，代数的に容易に解き得るようになつたとは，多くの人々によつて語られるところであるが，これは記号的思惟によつて思惟の経済が行われたことを端的に表明しているものに外ならない。これは，「命題と命題とを関係せしめ，或は，それによつて新しい命題を導き出すに当つて，少しも命題の内容的意味を顧慮する必要をなくするために，命題を記号化し，いわゆる論理計算を可能ならしめる」と言う Leibniz の構想の狙も，また，ここにあつたのであろう。かのオーストリーの碩学 **Böhm-Bawerk** 程の大学者でさえ，文章で書いているときは，推論に誤謬を犯して気付かず，これを読んで研究した人達すべてが気付いていないのであるが，一たび，これを記号化すれば，高等学校程度の数学の修得者ならば，誰しも，その誤謬に気付くと言うことは，**Karl Menger** 教授の指摘せられたところであり，このことは，嘗て，他の機会に紹介した通りである。[2)]

次に，記号論理学的推理の長所の第二に挙ぐべきは，議論の前提と帰結との論理関係の厳密かつ正確を期することのできることにある。

これは，数学の平面幾何学の定理の証明において採用せられる形式からも，容易に推知し得るであろう。推理を記号化することによつて，記号論理学上の諸定理の適用が容易となり，従つて，推理の途中において，前提

命題中に含まれていなかつた命題を採用して，後続の命題を演繹するような誤謬を回避し易くなることは容易に察知し得るであろう。

第三には,記号化することによつて,法則の把握乃至樹立が容易となることである。法則なるものは，本来，その対象領域に属する一切の元素に普遍妥当的な命題である。法則は，また，許容せられた変換に対して，不変なる関係を表現した命題として把握せられる。この場合，対象領域の任意の一つのものを表わす記号，または変化するものを内容とする諸記号が，上述のような性質を有する法則の把握乃至樹立を容易ならしめることは詳述する迄もないであろう。

従つて，経営現象に密接な関連を有する諸科学が，このような記号論理学的推理の援用を便宜とすると言うことは，今更，詳述するまでもないであろう。

さて，飜つて，経営学とは如何なる科学であるか。かつて，Gerhard Tintner 教授は Econometrics の定義を蒐集網羅して，数十に上る定義を分類研究していたようであるが，経営学の定義も，経営学書の著者の数ほどあるのではないかと思われる程である。よつて,それらを論評することは到底この紙幅の許さないところであるから，いま，ここでは，仮りに，損得の計慮を経済的計慮と考え[3] そのような意味における経済的目的遂行を目的とする人々の組織の運営に関する科学である。別言すれば,人々の集団の，統一性と持続性とが，成員の集団全体に対する意識的結合によつて積極的に確立せられ，これに基づいて協働の常規的編成の行われている場合[4] かような集団組織の運営の経済的側面を研究対象とする科学であると言うことが出来るであろう。目的意識的に構成せられた，一元的構成的社会組織体ではなく，発生的には，血縁または地縁を基盤として，人間の生来的な集結傾向によつて，自然発生的に生成せる社会組織体にあつても，その成員の集団全体を打つて一団とする一元的団結によつて，その統一性と持続性とが，成員の意識上に一元的に明確化せられた段階に到達した

る以上は，目的意識的に構成せられた一元的社会構成組織体と考え，その運営の経済的側面が矢張りまた経営学の研究対象となるのである。

前者の好例は企業経営であり，後者は，国家の経営または家政をその例として挙げることができるであろう。

経済的目的以外の目的を以て意識的に構成せられた一元的社会組織体であつても，その運営の経済的側面は，また，経営学の研究対象となる。例えば，病院，自衛隊，大学などは，経済以外の目的を以て構成せられた一元的社会組織体であるが，その運営の経済的側面は，矢張り，経営学の研究対象であろう。

さて，この経営諸科学と，先に述べた数理すなわち数学的論理との関連を考えて見るに，四つの種類が考えられる。

第一は，経営学の理論を，数学的論理すなわち記号論理学的に記号を以て再構成したるものであつて，これは，数理経営学と呼ばるべきものである。近時，理論経済学が Gerard Debreu の The Theory of Value に見られるように，高度に記号化せられた現状を見れば，線型計画論，ゲーム理論，情報理論など一般に Operations Research 的考察が会社経営上盛んに用いられるに至り，経営の機械化が普及の一途を見つつある現状から推せば，理論経済学同様，経営学と言えば数理経営学を意味すると言うような時代となることも，そう遠い将来ではないではないかと考えられる。

第二は，経営学理論の数理化の発展と共に，その際に用いられる特殊の計算方法を研究対象とする経営数学が考えられる。これは数学であつて，いわゆる応用数学の一分科であるに対して，数理経営学は経営学であつて数学ではないことは，注意しなければならない。

第三は，数理経営学の理論を現実の経営現象の集団と対決せしめて，その妥当性を検討する際，この，いわゆる経営理論の統計的実証に当つて援用すべき統計方法の規範を研究対象とする統計学の一部門がある。これを

経営統計学と言う。統計学は，現実の（歴史社会的なる）現象の集団について，如何に考えるべきかを研究する，論理学の一部門である。経営統計学は，この統計学の各論の一つであつて，統計学が研究対象とする論理は，現実の現象の集団一般に関するものであつて統計原論的性格を有するに対し，経営統計学の研究対象とする論理は，現実の経営現象の集団一般に関するものであるところに，その各論的性格がある。

最後に，数理経営学の理論を基礎とし，経営統計学の教える統計的方法を用いて，経営現象の統計的研究を行い，その結果の命題の組織的体系を構成すれば，ここに，計量経営学が成立する。従つて，経営数学，経営統計学は，それぞれ，数学各論，統計学各論であるに反して，数理経営学，計量経営学は経営学である。

以上において，数学的推理の本質を検討し，この数学的思惟と経営諸科学との関係を四方向に向つて尋ね，その一つに位する経営数学が数理経営学の理論構成に用いられる数学的計算法，従つて，家政，または企業経営上に特に用いられる計算法を研究対象とする応用数学，すなわち数学の一種なることを見たのである。

従つて，経営数学は先ず，家計の数学と企業の数学とに分たれる。

〔I〕 家計の数学 では

(1) 消 費 函 数

(a) 消費函数分析

(b) エンゲルの法則

(c) シュワベの法則

(d) 必需品と贅沢品

(e) 最低生活費と標準生活費

(f) 消費函数の変動

(2) 栄養と最小飲食費

(3) 生計費指数

等が論述せらるべきであろう。次に

〔II〕 企業の数学 では

(1) 経営業務の数学

(a) 仕入原価の計算

(b) 材料価格の予測

(c) 生産性と生産函数

(d) 操業度と経費および利潤

(e) 市場分析・市場情報

(f) 需要予測

(g) 在庫の分析及び管理

(2) 経営労務の数学

(a) 賃銀形態論

(i) 生活給

(ii) 能率給

(α) 出来高給

(β) 時間給

(γ) 賞与方式

(イ) Halsey方式

(ロ) Rowan方式

(ハ) Bideau-system

(b) Group relations の数学

(c) 標準時間

(d) 余裕時間

(3) 経営財務の数学

(a) 資本源泉の数学

(b) 資本用途の数学

(c) 運転資本の数学

(4) 経営経理の数学

(a) 資本減価の計算

(b) 間接費配賦の計算

(c) MAPI 方式

(d) 製品原価の計算

(5) 経営統括の数学

(a) 立地の計算

(b) 目標函数

(c) ゲーム理論の応用

(d) 経済予測

(i) Harvard の方法

(ii) Diffusion Index

(iii) Colm 方式

等が研究対象とせらるべきであろう。

以上を以て，経営数学の論理的性格を論じ，経営数学の構想を披瀝した。

桃山学院大学における経営学を担当すべき学者として期待していた松井辰之助教授の一周忌を近く迎えんとして，衷心，同教授の冥福を深く祈りつつ，茲に擱筆する。 (1960—4—15)

1) D.Hilbert & W.Ackermann : Grundzüge der theoretischen Logik, Dritte verbesserte Auflage, 1949.

ヒルベルト・アッカーマン原著 理学博士 伊藤 誠 訳 「記号論理学の基礎」

拙著「数学的思惟と経済理論」 22頁以下。

2) Böhm-Bawerk : Gesammelte Schriften, Bd.I, S.193 ff.

Karl Menger : Einige Bemerkungen zu das Gesetz des absteigenden Bodenertrags(Zeit-schrift für Nationalökonomie, Bd. 34, 1935, S.183ff)

拙　著　「数学的思惟と経済理論」5～6頁参照

拙　稿　「数理経済学の行方」（国民経済雑誌 第百巻第五号）

3) 経済的を貨幣関係的と定義せられた左右田喜一郎博士の意図も亦ここにあつたのであろう。

4) 北野熊喜男博士著「経済社会の基本問題」82頁参照。