

**EL DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MODELAR PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL COMO REQUISITO EN LA FORMACIÓN DEL INGENIERO INFORMÁTICO**

DESARROLLO DE LA COMPETENCIA MODELAR PROBLEMAS DE PROGRAMACIÓN LINEAL

AUTORES: Juan Antonio Manzueta Concepción<sup>1</sup>Autor Evelio F. Machado Ramírez<sup>2</sup>Ramón Blanco Sánchez<sup>3</sup>DIRECCIÓN PARA CORRESPONDENCIA: [jmanzueta2004@gmail.com](mailto:jmanzueta2004@gmail.com)

Fecha de recepción: 10-04-2018

Fecha de aceptación: 30-09-2018

**RESUMEN**

Este artículo pretende realizar una valoración de la importancia que posee la competencia modelar problemas de programación lineal para el futuro ingeniero en informática, debido a que una de sus funciones profesionales se centrará en la utilización de los recursos informáticos para lograr optimizar procesos económicos y sociales. De la misma manera se establece una discusión sobre el proceso de desarrollo de esa competencia y de las más disímiles controversias para su definición e inserción en el proceso enseñanza-aprendizaje de la asignatura Investigación de Operaciones. Para la elaboración del artículo fueron utilizados esencialmente métodos y técnicas de carácter teórico como el análisis-síntesis, la inducción-deducción y la concreción-abstracción, característicos de este tipo de estudio.

**PALABRAS CLAVE:** Competencias; competencia modelar; desarrollo de la competencia modelar problemas; programación lineal.

**THE DEVELOPMENT OF THE COMPETENCE MODELLING PROBLEMS OF LINEAR PROGRAMMING AS A REQUIREMENT TO EDUCATE THE COMPUTER ENGINEER IN PROGRESS****ABSTRACT**

This article aims to assess the importance of the competence modelling linear programming problems for the future computer engineer, because one of its professional functions will focus on the use of computing resources to optimize economic and social processes. In the same way, a discussion is established about the development process of that competence and the most dissimilar controversies for its definition and insertion in the teaching-learning process of the subject Operations Research. To get the result there were used methods and techniques essentially of theoretical character as analysis-synthesis, induction-deduction and concretion-abstraction characteristic of this type of study.

---

<sup>1</sup> Máster. Profesor de la Universidad Autónoma de Santo Domingo. República Dominicana.

<sup>2</sup> Profesor de la Universidad de Camagüey, Cuba. E-mail: [evelio.machado@reduc.edu.cu](mailto:evelio.machado@reduc.edu.cu)

<sup>3</sup> Profesor de la Universidad de Camagüey, Cuba. E-mail: [ramon.blanco@reduc.edu.cu](mailto:ramon.blanco@reduc.edu.cu)

**KEYWORDS:** Competences; modelling competence; development of the competence modelling problems; linear programming.

## INTRODUCCIÓN

Hoy día existen numerosas opiniones acerca de cuáles son aquellas competencias que se incluyen dentro de las competencias matemáticas, todo lo cual, en la mayoría de los casos depende de los puntos de referencia para su delimitación, los niveles de enseñanza involucrados, los medios a través de los cuales ellas se forman y desarrollan, la base de clasificación que se toma en cuenta y las propias prioridades de las organizaciones, de los investigadores y estudiosos según el foco de atención de sus valoraciones; por ejemplo, situados en procesos lógicos, de la comunicación, en dimensiones del pensamiento o de su estructura.

No obstante, en casi la totalidad de la literatura examinada, la “modelación matemática” se encuentra presente en las clasificaciones que se ofrecen de las competencias matemáticas. Y si bien sobre esta última existen discrepancias e inexactitudes para ubicar sus componentes esenciales que la reflejen tal y cual es o debe ser; con la primera se suceden de manera similar incertidumbres al momento de juzgar su alcance, lo que de hecho convierte su valoración en un tema extremadamente polémico y enriquecedor.

## DESARROLLO

En el presente, el campo de la ingeniería está interesado en el diseño de dispositivos, procesos y sistemas; todo lo cual denota que, más allá de observar cómo funciona el mundo, sus profesionales están compulsados a la creación de estos, muchos de los cuales aún son hipotéticos. Como señaló Simon (1999) refiriéndose a las ciencias de lo “artificial”: “El diseño es el elemento distintivo en la actividad de ingeniería.” Por tanto, ellos deben estar formados para describir y analizar objetos, procesos y dispositivos, predecir sus comportamientos y ver cómo el mundo se va transformando como resultado.

Por ejemplo, el ingeniero informático, una vez egresado, posee un amplio espectro de empleos en empresas e instituciones públicas y privadas o en industrias esenciales para el desarrollo nacional. Ello denota que la modelación de problemas de programación lineal (PL) posee un campo infinito de aplicaciones. Por ejemplo:

- En el área del marketing y la publicidad, como herramienta para establecer cuál es la variante o combinación más segura de medios para anunciar productos entre las más diversas opciones que brindan los mass media, de manera que tales productos gocen de una difusión viable.
- En la investigación de mercados para determinar propensiones de ventas, ganancias y pérdidas.
- Para la combinación óptima de bienes, de manera que pueda llegarse a determinar la cantidad más conveniente que una empresa o industria debe producir a fin de lograr incrementar los beneficios, pero con el cumplimiento de los requisitos de demanda, económicos, contractuales, de existencia de materias primas, entre otros.
- Para planificar la producción en un período de tiempo determinado, donde se tomen en cuenta factores tales como la mano de obra, los costos de inventario y almacenamiento, limitaciones del espacio, la demanda de los productos, etc.; todo lo cual tiene como

objetivo maximizar los beneficios desde una minimización de los costos de producción-almacenamiento.

- Para la asignación y distribución de tareas y personas de manera eficiente, con la distribución más adecuada de los medios de trabajo y/o producción.
- Para la planificación de tiempos y horarios de manera que se le pueda dar respuesta práctica a las necesidades que se tengan de determinado personal especializado o no en un lapso determinado de tiempo; por ejemplo, para tomar decisiones óptimas sobre planificación de horarios en entidades cuando existe mayor o menor flujo de población.
- Para solucionar problemas de transporte todo lo cual permite decidir la cantidad de bienes, mercancías o personas que se deben trasladar desde un determinado origen hacia un posible destino; siendo su propósito disminuir los costos de utilización de estos medios.
- Para la determinación de cantidades y tipos de alimentos mínimos o más económicos que deben consumirse en las dietas, pero cumpliendo con el estándar nutritivo mínimo; esto es aplicable en hospitales y en el ámbito agropecuario donde se trabaja por obtener variedades que aporten un valor nutritivo aceptable, pero que su producción implique un menor costo.
- Para disminuir las afectaciones en el medioambiente.
- En Antropología para el modelado clasificación y reconstrucción de piezas y partes humanas.
- En Arqueología, para la reconstrucción de objetos a partir de fragmentos que han sido conservados y para la clasificación de diversos artificios.
- En Arquitectura, para el diseño de edificaciones y lugares de vida de una manera amigable con el ambiente, con las personas y con el entorno a partir del análisis de todas las variables que influirán.
- En procesos de realidad virtual, inteligencia artificial, interpretación de la imagen, la Robótica, el reconocimiento de voz y óptico de caracteres, para el razonamiento bajo incertidumbre.

Entre otros muchos relacionados referidos a la animación con el uso de las TIC, la Astronomía, la corrección de equipos, el plegamiento de proteínas, los proyectos del genoma humano, propagación de enfermedades, dinámica poblacional, cría de animales y plantas (variabilidad genética), etc.

Si bien el método científico y el diseño en ingeniería tienen muchos puntos de coincidencia, no existen diferencias en la motivación y en el enfoque de la lógica que llevan a la construcción de modelos en las prácticas de la ciencia y en el diseño de ingeniería. No obstante, las predicciones se utilizan de manera que tienen consecuencias muy disímiles de aquellas que solo anticipan el resultado de un experimento. Cada nuevo producto, tecnología o sistema es una representación de una predicción basada en el modelo de que los mismos funcionarán o se comportarán favorablemente sin consecuencias negativas imprevistas. En ello coinciden Furman y Wertz (2010), Rodríguez (2013), Rodríguez y Bourguet (2015) entre otros.

Desde esa perspectiva Treffers y Goffree (citados por MEN, 1998, p. 77) refieren que cualquier problema puede ser solucionado con herramientas matemáticas desde la modelación, lo que

presupone que se lleven a cabo acciones tales como representar una relación en una fórmula; probar o demostrar regularidades; refinar, ajustar, utilizar, combinar e integrar modelos; etc.

Es importante agregar que la aplicabilidad de las matemáticas a las situaciones de la vida real, así como la modelación propiamente dicha presenta al docente diversos retos entre los que se encuentran el estar en permanente actualización sobre estrategias y teorías didácticas a tono con los propósitos que se quieren logran, en ese caso el de desarrollar la competencia de modelación de problemas de PL, en el uso de las TIC (softwares, simuladores, etc.) como también en las maneras de evaluar (referidos a la valoración por competencias).

Y si bien existen amplias contradicciones en la definición del término competencia matemática, lo mismo sucede con la de modelación vista por ejemplo como "...el conjunto de capacidades, habilidades, actitudes que el individuo utiliza para realizar el proceso de modelado." (Henning y Keune, 2009; Cordero, 2009, etc., b); o desde la perspectiva "constructivista" de una operación particular, práctica o intelectual, de la actividad del docente o de los alumnos, que complementa la forma de asimilación de los conocimientos que presupone determinado método (Pimienta, 2005, p. 24).

Según Niss y Blum la competencia de modelación implica, entre otras cosas, que la persona pueda: "...identificar las cuestiones pertinentes, las variables, las relaciones o supuestos en un dada la situación del mundo real, para concretarlas en la matemática y de interpretar y validar la solución del problema matemático que resulta en relación a la situación dada, así como la capacidad de analizar y comparar modelos de investigación de los supuestos realizados, control de las propiedades de y el alcance de un determinado modelo..." (2007<sup>b</sup>, p. 12).

Existen otras que, en su vaguedad, señalan que la modelación matemática es "...el proceso involucrado en la obtención de un modelo (...) que permite conjugar las matemáticas con la realidad." (Biembengut y Hein, 2004, p. 2).

Esas discusiones obligan a develar cuáles son las acciones que se consideran en la literatura mediante las cuales se logra modelar y así poder llegar a un acercamiento de la definición de la misma como una competencia matemática.

Por ejemplo, Maaß (2006) describe las siguientes desde la perspectiva de competencias constituyentes de la modelación: 1) las relacionadas con comprender el problema real y la creación de un modelo basado en la realidad, 2) para construir un modelo matemático desde el modelo real, 3) para resolver preguntas matemáticas con este modelo matemático, 4) para interpretar el resultado matemático en una situación real y 5) para validar la solución.

Para Blum, Galbraith, Wolfgang y Niss (2007) esa competencia incluye las "capacidades" de traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con el mismo; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; comunicar acerca de un modelo y de sus resultados incluyendo sus limitaciones y; dirigir y controlar el proceso de modelación.

De acuerdo con Rico (2010), las acciones que establece el informe PISA son las de estructurar el campo o situación que va a modelarse; traducir la realidad a una estructura matemática; interpretar los modelos matemáticos en términos reales; trabajar con un modelo matemático; reflexionar, analizar y ofrecer la crítica de un modelo y sus resultados; y comunicar acerca de un modelo y de sus resultados.

De su parte Biembengut y Hein (2004) las visualizan desde tres grupos:

1. Interacción con el asunto; esto es, se plantea la situación a analizar y se hace una investigación sobre la misma; incluye, el reconocimiento de la situación problema y la familiarización con el asunto que se va a modelar (investigación).
2. Construcción matemática que es donde se plantea la situación desde un enfoque matemático, como la traducción de la situación real a lo abstracto. Es en este momento donde se construye el modelo que servirá para representar la situación, para lo cual es preciso que las personas lleven a cabo diversas acciones tales como clasificar las informaciones identificando los hechos involucrados; decidir cuáles son los factores a indagar para el planteamiento de la hipótesis; generalizar y seleccionar variables relevantes; seleccionar símbolos apropiados para las variables y se describen las relaciones que se establezcan, en términos matemáticos (p. 5). Aquí se observa la formulación del problema (hipótesis) y su resolución en términos del modelo.
3. Modelo matemático donde se comprueba y valida el modelo y se publican los resultados. Por lo que la interpretación de la solución (convalidación) es esencial.

Esos mismos autores exponen que para lograr utilizar la modelación matemática como “estrategia de enseñanza”, el docente debe llevar ese proceso adelante en dos partes; el primero de ellos, donde se abordan los contenidos matemáticos a partir de modelos matemáticos aplicados a diversas áreas de conocimiento; el segundo, dirigido a los estudiantes, para que estos desarrollen autónomamente el proceso de modelación, el cual consta de una secuencia de pasos.

A los efectos del caso, proponen lo que el docente y los alumnos deben desarrollar desde una perspectiva didáctica en cada una de esas fases de la modelación anteriormente declaradas:

1. Justificación de proceso donde el docente ofrece explicaciones a los estudiantes sobre los contenidos precisos que permitan analizar la situación a resolver.
2. Se elige el tema a partir del trabajo conjunto entre el docente como mediador y los estudiantes, momento en que se enumeran aquellos temas cotidianos que se relacionen a los contenidos a aprender.
3. Se formula el problema, donde el docente plantea una situación en la que los estudiantes deban desarrollar el contenido matemático.
4. Se desarrolla el contenido programático, momento en que el docente realiza preguntas sobre el tema elegido, todo lo cual sirve de guía a los estudiantes para abordar sobre el tema.
5. El docente, mediante ejemplos análogos, hace ver a los estudiantes la posibilidad de que los contenidos a aprender no sólo se utilizan en un determinado caso, sino en diversas áreas de la realidad lo cual ayuda a la fijación de conceptos. Dichos autores prestan esencialmente atención al “contenido” y dejan fuera componentes procedimentales y actitudinales para realizar la modelación.
6. En este momento el docente, tomando como base el conocimiento ya adquirido, por los alumnos, les propone la construcción de un modelo que solucione el problema planteado. Se hace énfasis en el uso de las TIC como recurso para la construcción del modelo.

7. Una vez que el modelo ha sido construido el docente hace ver a los estudiantes la importancia de validar el modelo, evaluando el resultado y utilizándolo en otras situaciones semejantes a la situación resuelta (p. 109).

A consideración de Davies (1996, citado por Crouch y Haines, 2004, p. 198), el proceso de modelación se desarrolla a través de lo que él llama etapas aunque en realidad, son procesos; por ejemplo, declarar el problema en el mundo real, formular el modelo, solucionarlo desde la matemática, interpretar los resultados, evaluar la solución, refinar el modelo y volver al declarar el problema en el mundo real.

Los autores Brito, Alemán, Fraga, Para y Arias (2011) proponen, por su parte, lo que denominan pasos para la modelación matemática en las carreras de ingeniería:

- Identificación del problema o proceso a resolver, junto con los objetivos, que deben ser formulados de manera clara y precisa, con miras a obtener un resultado.
- Conocimiento de los aspectos cognitivos que rigen el problema, por medio de leyes, teorías y conceptos inmersos en la situación objeto de trabajo.
- Formulación de la situación-problema en términos matemáticos (matematización), mediante ecuaciones y/o relaciones matemáticas, identificando las variables y parámetros a que haya lugar.
- Solución del problema y/o proceso matemático obtenido. Para ello se hará uso de herramientas tales como tablas, gráficas, ecuaciones diferenciales, estadística, investigación de operaciones.
- Comparación del modelo con la situación real mediante el análisis de los resultados obtenidos, verificando si las respuestas son correctas, adecuadas y además si se generan soluciones extrañas.
- Análisis de las restricciones al modelo donde se tienen en cuenta las suposiciones hechas, así como el marco donde se va a limitar el dominio de la solución obtenida.
- Escenario de aplicación del modelo, así como su interpretación evidenciándose el cumplimiento de metas, teniendo en cuenta sus restricciones, si las hubiere.

Otra propuesta de interés relacionada con la modelación en las carreras de ingeniería es la de Huincahue, Borromeo y Mena (2018) quienes detallan los siguientes procesos o estadios:

- Situación real, la cual puede ser representada por una imagen, un texto o ambos.
- Comprensión de la tarea para crear una representación mental de la situación, para focalizar y filtrar la información de la situación real de manera consciente o no y acorde con sus preferencias de pensamiento.

Respecto a lo que aquí se señala, una teoría de interés en este aparte, se relaciona con la de las representaciones semióticas de Duval (2004, 2006), quien afirma que para lograr el proceso de conceptualización, o lo que se puede denominar aprendizaje, el estudiante debe acudir a varios registros de representación semiótica de diverso tipo (gráficos, símbolos, íconos, tablas, expresiones en lenguaje natural). Por ello, el diferencia dos términos; el primero, la semiosis como captura o la producción de una representación semiótica o como actividad ligada a la producción de representaciones, la cual depende de los signos que forman parte del sistema

utilizado para generarlas; y segundo, noesis, que involucra actos cognitivos tales como como la aprehensión conceptual de un objeto según Duval (2004, p. 14); en otras palabras, como aquella actividad ligada a la aprehensión conceptual de los objetos representados incluyendo las diferentes actividades y procesos cognitivos desarrollados por el sujeto. Por lo cual concluye que no hay noesis sin Semiosis; en otras palabras, no se puede asimilar un concepto matemático sin pasar por el ineludible tratamiento y conversión de diferentes registros de representación semiótica.

En tal sentido, el mismo autor refiere dos cuestionamientos de interés, como núcleo del aprendizaje de la matemática, relacionados a cómo se aprende a cambiar de registro y cómo se aprende a no confundir un objeto con la representación que se propone; definiendo el registro de representación semiótica como aquel que "...constituye el margen de libertad con que cuenta un sujeto para objetivarse él mismo una idea aún confusa, un sentimiento latente, para explorar las informaciones o, simplemente, para comunicarlas a un interlocutor." (p. 30) En otras palabras, la representación mental que tiene un sujeto en su mente acerca de un concepto el cual no es accesible mediante la visualización y al que sólo puede acceder por representaciones parciales que son las representaciones semióticas.

- Matematización, influenciado por el conocimiento extramatemático para obtener el modelo, momento en el que las afirmaciones y/o argumentos provienen de una conceptualización matemática.
- Se obtienen resultados matemáticos e interpretación en la situación de la tarea y obtención de resultados reales, siendo validados en la representación mental de la situación o en el modelo real.

Finalmente, se incluye la aportación de Camarena (2009) quién aborda el problema de la modelación en los programas de las carreras de ingeniería, además de hacer emerger diversos factores de importancia en ese proceso, como aquellos que implican procesos cognitivos, psicológicos y afectivos de los estudiantes; los conocimientos y concepciones de los docentes; la epistemología del contenido que se debe aprender y enseñar. Sin embargo, presta poca atención a aquellos procesos inherentes a la modelación propiamente. Todo eso le facilitó esbozar las que denominó fases que interactúan entre sí:

1. Curricular, la que incluye tres etapas denominadas a) central, que incluye el análisis del contenido matemático en los cursos de ingeniería; b) precedente, depositaria del nivel de competencias matemáticas que tienen los estudiantes al iniciar la carrera de ingeniería; c) consecuente, que son las competencias matemáticas que se adquieren en el desarrollo profesional.
2. Didáctica, vista como aquel proceso metodológico que se sigue para el desarrollo de competencias profesionales en la transferencia de conocimientos.
3. Epistemológica, a partir de la idea de que los contextos de diversas ciencias pueden dar sentido y significado a las matemáticas.
4. Formación docente, donde se hace énfasis en que el PEA de las diversas asignaturas de matemáticas se vinculen estrechamente con la ingeniería (aplicaciones).
5. Cognitiva, en donde el estudiante adquiere conocimientos a través del uso de registros de tipo algebraico, aritmético, visual, analítico y contextual.

Sin embargo, sí se observa en esa autora una aportación de envergadura, centrada en lo que denominó “la matemática en contexto” partiendo de la crítica de que generalmente los cursos de matemáticas y sus libros de texto, no tenían como un propósito central el trabajo con cuestiones o sobre tareas de modelación que surgieran de situaciones reales; por el contrario, las situaciones que diseña el docente son artificiales, estrictamente para ser utilizadas en el PEA, en detrimento de la motivación y significatividad de los estudiantes por la materia de enseñanza-aprendizaje. Esta tendencia se focaliza desde una perspectiva curricular ya que según esa propia autora (2010):

La modelación matemática es uno de los temas que aparecen en el currículo oculto de las carreras universitarias, ya que se supone que el egresado debe saber modelar y, en muchos planes y programas de estudio para nada se hace alusión al término «modelación matemática»; en otros currículos, dentro de los objetivos de los programas de estudio, se dice que el alumno deberá saber modelar problemas de otras áreas del conocimiento, y en muy pocos currículos viene este término incluido en el temario de las asignaturas. Pero, en ningún caso se dice cómo incorporar la modelación matemática a los cursos de matemáticas, ni cómo lograr que los estudiantes modelen situaciones de otras áreas o problemas de la vida cotidiana.

Por tanto, la matemática en contexto permite llevar a cabo el PEA en correspondencia con las necesidades y formación propias de las carreras de ingeniería. Así se facilita una descripción lógica y analítica de los problemas y objetos de ingeniería y de las situaciones particulares que la caracterizan (Ver también: Camarena, Trejo y Trejo, 2013; Camarena, 2012).

Como se puede observar, en la actualidad existen marcadas diferencias teóricas sobre las denominadas competencias constituyentes, capacidades, grupos, etapas, pasos o fases que se deben seguir para llegar a elaborar un modelo matemático partiendo de una situación extramatemática. Sin embargo, quienes hacen una distinción entre el proceso de modelaje matemático y modelación matemática, enfatizan esta última como un proceso que puede aplicarse en el aula; entre ellos Biembengut y Hein (2004). Por otra parte, es evidente que no han sido declarados propiamente desempeños y evidencias de la competencia de modelación; simplemente todo ello se infiere de dichas etapas, fases o pasos.

En lo que respecta a la carrera de Ingeniería Informática, en la misma se recibe la asignatura de Investigación de Operaciones, de extrema importancia, por ejemplo, dirigido a modelar problemas de elección de sistemas, productos y procesos. En sentido general, los modelos en esta área se conforman de una ecuación o función objetivo que representa la cantidad de interés como la utilidad que se obtiene por la producción o creación de procesos y su venta, o también el costo de fabricarla u obtenerlo, en relación con los medios o tiempos que se necesitan para lograrlo.

Esto es, se puede expresar que cualquier fenómeno en que interviene un número explícito de variables no negativas (cuyo valor es positivo o cero), que se pueden combinar entre ellas a través de relaciones de igualdad o desigualdad y que manifiesten las limitaciones o restricciones que un fenómeno, producto o proceso presenta con miras a optimizar un objetivo, puede ser expuesto como un modelo de programación matemática; y si las restricciones, así como la función objetivo se logran formular a través de expresiones lineales, se está frente a la PL.

Sintéticamente, la PL está enfocada a la planeación de las actividades para obtener un resultado óptimo o el que llegue mejor al término especificado (según el modelo matemático) entre las alternativas de solución.



Según Eppen (2000), con lo cual coinciden otros autores, los pasos para formulación del modelo de PL son los siguientes: a) Establecer las variables de decisión y expresarlas algebraicamente, b) Determinar las restricciones y expresarlas como ecuaciones o inecuaciones dependientes de las variables de decisión, c) Expresar todas las condiciones implícitamente establecidas por la naturaleza de las variables: que no puedan ser negativas, que sean enteras, que solo puedan tomar determinados valores y d) Determinar la función objetivo.

Este es entonces el momento, una vez analizadas las diversas propuestas, consideraciones, etapas, fases o momentos de la modelación en que puede definirse el concepto de modelar problemas de PL, lo que facilita la develación de su estructura:

Proceso integrador de sistemas de conocimientos, habilidades, actitudes y disposiciones cognitivas, socioafectivas, psicomotoras y contextuales flexibles, eficaces y con significación para reconocer y formular una situación; y consecuentemente, resolver, interpretar, validar y socializar los resultados del modelo de PL ejecutado con mediación de las TIC.

Desde una perspectiva didáctica es válido destacar que el desarrollo de la competencia modelar PL puede tener un efecto formativo en los estudiantes ya que favorece el logro de desempeños de importancia para resolver problemas, pues para poder modelar no basta con tener conocimientos especializados de matemáticas, estadísticas e informáticas, sino contar además con un pensamiento lógico, tener dominio de la información entre la que se incluyen los datos, creatividad, intuición y poseer motivación y posibilidades de comunicación para poder socializar la tarea asignada.

La competencia modelar problemas de PL debe estimularse desde el PEA y desde procesos que representan fenómenos y procesos de la vida cotidiana en contexto, en tanto que sirve de refuerzo a la reflexión y el análisis, y permite indicar el derrotero más sencillo hacia la solución del problema de PL. Obando, Sánchez, Muñoz y Villa-Ochoa (2013) señalan las siguientes ventajas:

- Ayuda al estudiante a comprender mejor el escenario en el que se desarrolla.
- Refuerza el aprendizaje de las matemáticas (motivación).
- Estimula el desarrollo de algunas habilidades actitudinales de tipo matemático.
- Coadyuva a tener una mejor óptica de las matemáticas.

Como ha sido sustentado, los diversos investigadores que abordan la modelación matemática, ofrecen pautas importantes para la determinación de su estructura e intencionar su desarrollo en sentido general, las cuales han sido resumidas en este artículo; sin embargo, aún son insuficientes los trabajos que aborden propiamente la estructura de la competencia modelar problemas de PL, lo cual es una falencia y presupone la necesidad de precisar su estructura para poder propiciar su desarrollo.

Ahora bien, desde una perspectiva didáctica, una vía expedita para lograr ese propósito es la utilización del método de proyectos el cual se enmarca dentro de las nuevas concepciones activas del PEA como afirman Santa, Zamora & Ubeda (2008) refiriéndose a las carreras de ingeniería informática y sus implicaciones.

Ese denominado método está siendo utilizado en una gran cantidad de casos y procesos con el propósito de introducir al alumno en su propio aprendizaje según Simón, Blet, Bender, Recanzone, Sosa y Torres (2013) y así se facilite el mismo.

Una característica peculiar del aprendizaje por proyectos está dado en el aprendizaje cooperativo/colaborativo, el cual desempeña un papel fundamental en ese ámbito dado por motivar hacia el trabajo en equipo, entendiendo que la modelación de problemas de PL en ese entorno es un contexto perfecto frente a la preparación de futuros profesionales.

En inevitable en este aparte citar la pedagogía enfocada a la socioformación, cuyos autores son Tobón, González, Salvador y Vásquez (2015) y Tobón (2015) como propuesta de una estrategia que busca ampliar los perfiles del conocimiento e incorpora la formación ética necesaria para la vida futura del estudiante en formación. Esa aportación se centra en los denominados proyectos formativos que persiguen que el estudiante se convierta en sujeto activo de su aprendizaje, acercándose motivadamente a la solución de problemas de la futura profesión y desarrollando competencias desde la vivencia cultural (Parejo y Pascual, 2014).

Esa propuesta, según Tobón (2012) representa un agregado de estrategias que tienen como fin resolver un problema real del contexto, como es el caso de la modelación del problemas de PL, a través del logro de diversos productos, procesos o sistemas y haciendo uso de herramientas y de tecnologías de corte científico, basados en la teoría y la práctica constante, todo lo cual propicia la dinamización de actividades, retos y acciones de los estudiantes para lograr sus metas en diversos plazos.

En el nivel universitario el método posee una gran importancia y es un soporte del docente teniendo en cuenta que los modelos de PL en los que se trabajen los estudiantes se enfoquen al área de conocimiento en el cual se forman; ello coincide con lo señalado Molina-Mora (2015) y otros autores:

- Centrados en y dirigidos por el estudiante.
- Definidos claramente desde el inicio, desarrollo y final.
- El contenido del proyecto debe ser significativo y vinculado al contexto.
- Aborda los problemas del mundo cotidiano.
- Propicia el uso del método de la ciencia para su logro.
- Es sensible a la cultura local y culturalmente apropiado.
- Los objetivos deben estar centrados en los desempeños del currículo.
- El resultado debe ofrecerse mediante un producto tangible (modelo) que se pueda socializar.
- Debe propiciar vínculos entre los procesos sustantivos universitarios.
- Permitir la retroalimentación y valoración.
- Propiciar la reflexión y la autovaloración por parte del estudiante.
- Valoración auténtica mediante diversos medios que respondan a la formación por competencias.

En resumen, la utilización del método de proyectos presenta, según diversos autores (Hernández, 2016; Moreno, 2015; etc.) un número significativo de ventajas y en lo concreto del artículo, para el desarrollo de la competencia modelar problemas de PL:

- Prepara a los estudiantes para la vida laboral.

- Permite establecer conexiones entre los conocimientos previos y los adquiridos en la carrera y la vida.
- Promueve el trabajo colaborativo.
- Ayuda el desarrollo de habilidades sociales y la comunicación.
- Prepara para la solución de problemas de diversa índole.
- Permite la interdisciplina y la transdisciplina.
- Mejora la autoestima.
- Motiva a los estudiantes.
- Involucra el uso de las TIC.
- Al ser un método orientado a procesos facilita el desarrollo de competencias.
- Facilita el aprender a aprender, el aprender a ser, el aprender a vivir juntos y el aprender a hacer.

En cuanto a la metodología para ser concretado el método, Tobón (2014) ofrece las siguientes fases:

- Establecimiento de metas, teniendo como base los aprendizajes esperados de los estudiantes según sus necesidades e inquietudes y para la elaboración de un proyecto.
- Análisis de saberes previos donde se procede a indagar sobre los mismos para ubicar el nivel de preparación que han adquirido y los aprendizajes que deben retomarse.
- Gestión del conocimiento, donde los estudiantes, con la mediación del docente, gestionan información relevante y pertinente como base teórica y sustentable del proyecto.
- Actuación, que es el momento en que se materializan las acciones para cumplimentar los propósitos del proyecto.
- Socialización y comunicación de resultados, que es el momento donde se socializan las metas logradas así como los productos obtenidos.

Ya con respecto a la valoración de las competencias (Gullickson, 2007; Klenowski, 2005, etc.); en específico, Vargas (2004) indica que es un proceso de constatación de evidencias de desempeño, conocimiento y comprensión que una persona demuestra en relación con una función definida, usualmente en un perfil o en una norma de competencia.

Dado lo anterior, en la valoración de las competencias se reconocen dos demandas evaluativas:

- a. La necesidad de contar con una variedad de formatos de valoración de tareas que den la oportunidad al estudiante de demostrar sus competencias; diversidad que cubra, de ser posible en su totalidad, la mayoría de las tareas representativas del dominio que se está evaluando.
- b. La elaboración de tareas o proyectos evaluativos que explícitamente incluyan los niveles esperados de lo que deben saber (conocimiento declarativo) y de lo que deben ser capaces de hacer (procedimental) en las tareas críticas del dominio de conocimiento en el que se está evaluando. Éste es el elemento clave para medir su formación y desarrollo.

Por ello es necesario señalar que, para que la valoración de la competencia modelar problemas de PL sea efectiva, el docente debe tener en cuenta lo siguiente:

- Obtener información tangible y operacional de las evidencias, acciones y comportamientos medibles y observables que aporten una visión más amplia sobre el proceso que sigue el estudiante al aprender y la calidad de los resultados que alcanza; apostando desde el inicio por una formación en educación superior diseñada, desarrollada y evaluada en torno a la competencia de acción.
- Es necesario identificar los componentes que forman cada competencia global; por lo que aquí pueden ser valorados dos aspectos esenciales: 1) rasgos constitutivos y 2) indicadores de desempeño. Los primeros son todos los aspectos de interés observables en los comportamientos, procesos cognitivos relevantes en ellos, componentes afectivo-motivacionales y valores involucrados; los segundos son las especificaciones, normas o estándares aplicables que permiten evaluar la calidad de la forma en que son ejecutadas; por tanto, se requieren ambos componentes para identificar, clasificar o tipificar y evaluar cada competencia.
- Los rasgos o criterios pueden ser diferenciados y agrupados en conjuntos y subconjuntos para analizar y decidir si, atendiendo a su nivel de inclusividad e integración en relación con la competencia global, cabe tipificarlos también como competencias de menor nivel.
- Adoptar desempeños y evidencias que atiendan a los aspectos cognitivos del proceso (razonamiento, toma de decisiones, elección de cursos de acción, verificación o monitoreo) y a los motivacionales; y afectivos, como puede ser la disposición para la tarea, persistencia para alcanzar una meta, nivel de eficacia demostrado nivel de involucración exhibido, entre otros.

Una valoración que cumpla con las funciones que le son propias debe integrarse de manera efectiva en el PEA y debe resultar creíble para todos los que de alguna forma participan en ella. Los esfuerzos por lograr la fiabilidad o consistencia de los juicios, así como por evidenciar la validez o ajuste de las valoraciones al desarrollo real que presentan las competencias medidas, contribuirán a legitimar los resultados de la valoración. Por esa razón es admitida la aplicación de instrumentos evaluativos tales como listas de cotejo (con observación), escalas de apreciación (con observación e intervención dialógica del docente), preguntas clave, tablas de especificaciones (integradora), los cuales facilitan la coherencia al desarrollo de la competencia y a su valoración desde el aprendizaje basado en proyectos.

## CONCLUSIONES

Como conclusión del artículo, a partir de las diversas teorías valoradas y de la definición ofrecida, se han podido inferir los desempeños de esencia desde la literatura consultada para el logro de la competencia modelar problemas de PL que pueden permitir la valoración del proceso de desarrollo de la competencia modelar problemas de PL y clarificar su estructura; entre ellos: reconocer e identificar la situación problemática y formularla (matematización), resolverla con mediación de las TIC en términos del modelo, interpretar el escenario de aplicación del modelo teniendo en cuenta las restricciones, validar la representación mental de la situación en el modelo real y socializar los resultados, todos los cuáles se deben materializar mediante sus respectivas evidencias.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Biembengut, M. y Hein, N. (2004). Modelación Matemática y los Desafíos para Enseñar Matemática. México: Educación Matemática. Vol. 16, n.º. 002, pp. 105-125.
- Blum, P. Galbraith, H. Henn y M. Niss (Eds.) (2007). Modelling and application in Mathematics Educations. New York: Springer. The 14th ICMI Study (pp. 185-192).
- Brito, M. L., Alemán, I., Fraga, E., Para, J., Arias-de, R. y Tapia, V. (2011). Papel de la modelación matemática en la formación de los ingenieros. La Habana: Ingeniería Mecánica. Vol.14 no.2, may-ago.
- Camarena, P. (2010). La modelación matemática en el ambiente de aprendizaje: una innovación. Tomado de: [http://www.ciiie.cfiie.ipn.mx/2domemorias/documents/m/m13a/m13a\\_28.pdf](http://www.ciiie.cfiie.ipn.mx/2domemorias/documents/m/m13a/m13a_28.pdf)
- Camarena, P. (2012). La modelación matemática en la formación del ingeniero. Revista brasileira de ensino de ciência e tecnologia. 5(3), pp. 1-10. Tomado de: <https://periodicos.utfr.edu.br/rbect/article/view/1386/902>
- Camarena, P., Trejo, E. y Trejo, N. (2013). Las matemáticas en la formación de un ingeniero: la matemática en contexto como una propuesta metodológica. Revista de Docencia Universitaria, 11(especial). Tomado de: <http://www.polipapers.upv.es/index.php/REDU/article/view/5562/5552>
- Colectivo de Autores (2013). Investigación de Operaciones. Modelos y Métodos Determinísticos. La Habana: Editorial Universitaria.
- Cordero, O. (2009). La modelación y la tecnología en las prácticas de enseñanza de las matemáticas. Acta Latinoamérica de matemática educativa. Vol. 22, pp.1470-1476.
- Crouch, R., y Haines, C. (2004). Mathematical modelling: transitions between the real world and the mathematical model. International Journal of Mathematical Education in Science y Technology, 35 (2), pp. 197-206.
- Duval, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano. Registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Colombia. Universidad del Valle.
- Duval, R. (2006) Un tema crucial en la educación matemática: la habilidad para cambiar el registro de representación. Madrid, RSME: La Gaceta de la Real Sociedad Matemática Española; Vol. 9 (1) pp. 143-168. Tomado de: [http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME\\_2006\\_9\\_1\\_05.pdf](http://dmle.cindoc.csic.es/pdf/GACETARSME_2006_9_1_05.pdf)
- Eppen, G. D. (2000). Investigación de Operaciones en la Ciencia Administrativa. Creación de modelos de decisiones con hojas de cálculo electrónicas. México: Prentice- Hall.
- Furman, B. y Wertz, E. (2010). A first course in computer programming for mechanical engineers. Mechatronics and Embedded Systems and Applications (MESA). USA: IEEE/ASME International Conference, pp. 70-75.
- Galeana, L. (2014). Aprendizaje basado en proyectos. Colombia: Universidad de Colima. Tomado de: <http://ceupromed.ucol.mx/revista/PdfArt/1/27.pdf>
- Gullickson, A. R. (2007). Estándares para la evaluación de los aprendizajes de los estudiantes. Bilbao: Mensajero.
- Henning, H. y Keune, M. (2009). Levels of modelling competencies. 4th Congress of ERME (5). Tomado de: [http://ermeweb.free.fr/CERME4/CERME4\\_WG13.pdf](http://ermeweb.free.fr/CERME4/CERME4_WG13.pdf)
- Huinchahue, J., Borromeo-Ferri, R., y Mena-Lorca, J. (2018). El conocimiento de la modelación matemática desde la reflexión en la formación inicial de docentes de matemática. Enseñanza de las Ciencias, Vol. 36 (1), pp. 99-115. Tomado de: <https://doi.org/10.5565/rev/ensciencias.2277>
- Klenowski, V. (2005). Desarrollo de Portafolio. Para el Aprendizaje y la Evaluación. Madrid: Narcea.
- Krick, E.V. (1995). Introducción a la Ingeniería y al diseño en Ingeniería. México: Limusa.
- Maaß K. (2006). What are modelling competences? ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 38(2), pp. 113-142. Tomado de: <https://doi.org/10.1007/BF02655885>.
- Ministerio de Educación Nacional (MEN) (1998). Lineamientos curriculares en matemáticas. Áreas obligatorias y fundamentales. Bogotá: Cooperativa Editorial Magisterio.
- Molina-Mora, J. (2015). Experiencia basada en la triada TIC, enseñanza por proyectos y modelado para la enseñanza de sistemas de ecuaciones diferenciales. Colombia: Revista Uniciencia, 29(2), pp. 46-61.
- Moreno, C (2015). Estrategia didáctica mediante proyectos formativos para desarrollar capacidades matemáticas en estadística descriptiva en estudiantes del nivel secundario. Perú: Programa Académico de Maestría en Ciencias de la Educación-PRONABEC. Tomado de: [http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/USIL/2083/1/2015\\_Moreno\\_Estrategia-did%C3%A1ctica-me%20diante-proyectos.pdf](http://repositorio.usil.edu.pe/bitstream/USIL/2083/1/2015_Moreno_Estrategia-did%C3%A1ctica-me%20diante-proyectos.pdf)
- Niss, M. y Blum, M. (2007a). Assessing the "phases" of mathematical modelling. En: Modelling and Applications in Mathematics Education. Boston: Espringer, pp. 250-256.
- Niss, M., y Blum, M. (2007b). Introducción. En: Modelling and Applications in Mathematics Education. Boston: Espringer, pp. 3-32).
- Obando, J. D., Sánchez, J. F., Muñoz, L. M., y Villa-Ochoa, J. A. (2013). El reconocimiento de variables en el contexto cafetero y su constitución como modelos matemáticos. En: Obando, G. (Ed.) Matemática Educativa-13º Medellín: Sello Editorial Universidad de Medellín.
- Parejo, J. y Pascual, C. (2014). La Pedagogía por Proyectos: Clarificación Conceptual e Implicaciones Prácticas. Conferencia Internacional Multidisciplinaria sobre investigación educativa. Segovia: Tomado de: <http://amieedu.org/actascimie14/wp-content/uploads/2015/02/parejo.pdf>
- Pimienta, J. (2005). Metodología constructivista para determinar la planeación de la enseñanza (MECPE). México: Pearson Educación.

- Rico, L. (2010). La Competencia Matemática en PISA. Colombia: Tomado de: <http://funes.Unian des .edu.co /529/1/ricol07-2777.pdf>
- Rodríguez, R. (2013). Innovation in the teaching of mathematics for Engineering through modeling and technology: a Mexican experience. Atlanta: Ponencia presentada en el ASEE International Forum (American Society for Engineering Education), June.
- Rodríguez, R. y Bourguet, R. (2015). Identifying modeling practices through differential equations and simulation. Seattle: Ponencia presentada en la 122nd SEE Annual Conference-Exposition "Building bridges between mathematics and engineering", June. Tomado de: <https://www.asee.org/public/conferences/56/papers/13153/view>
- Santa, J., Zamora, M. A., Ubeda, B. (2008). El Aprendizaje Basado en Proyectos en materias de Ingeniería Informática y sus implicaciones. Tomado de: <http://ants.inf.um.es/~josesanta/doc /Murciencia2008.pdf>
- Simon, H. A. (1999). The Sciences of the Artificial. Cambridge: MIT Press, 3ª edition.
- Simon, J., Blet, N., Bender, C., Recanzone, R., Sosa, J. y Torres, A. (2013). Sobre la utilización de sistemas embebidos para la enseñanza de la programación en una carrera de Ingeniería Electrónica. IV Congreso Microelectrónica Aplicada. Pp. 121-129. Tomado de: [http://uea2013.frbb.utn.edu.ar/wp-content/uploads /S6\\_4.pdf](http://uea2013.frbb.utn.edu.ar/wp-content/uploads /S6_4.pdf)
- Tobón, S (2012). Los proyectos formativos y la transversalidad del currículo. Colombia: Instituto CIFE. Tomado de: [https://issuu.com/cife/docs/e-book\\_proyectos\\_formativos\\_5.0](https://issuu.com/cife/docs/e-book_proyectos_formativos_5.0)
- Tobón, S. (2014). Proyectos formativos: teoría y metodología. México: Pearson.
- Tobón, S. (2015). Proyectos formativos y desarrollo del talento humano para la sociedad del conocimiento. Acción pedagógica. Vol. 44 (1). Tomado de: <http://www.saber.ula.ve/bitstream/ 123456789/42127 /1/dossier 02.pdf>
- Tobón, S., González, L., Salvador, J. y Vásquez, J., (2015). La socioformación: Un estudio conceptual. Revista Paradigma. Vol. 36 (1). Tomado de: <http://revistas.upel.edu.ve/index .php/paradigma/article /view/2661/1273>