

Descubriendo la utilidad y la aplicabilidad de la probabilidad y estadística mediante la metodología de la clase invertida

Autor: Izagirre Korta, Ane (Licenciada en Matemáticas).

Público: Profesores de Matemáticas. **Materia:** Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales. **Idioma:** Español.

Título: Descubriendo la utilidad y la aplicabilidad de la probabilidad y estadística mediante la metodología de la clase invertida.

Resumen

“Las estadísticas advierten de que fumar aumenta la probabilidad de cáncer de pulmón” o “La esperanza de vida es mayor en mujeres que en hombres” son frases que escuchamos habitualmente por lo que conviene introducir los conceptos de probabilidad y estadística a los adolescentes. Este artículo presenta una Unidad Didáctica sobre la probabilidad y la estadística a impartir en la asignatura de Matemáticas aplicadas a Ciencias Sociales. El modelo pedagógico se basa en metodologías activas, más concretamente en el llamado flipped-classroom o clase-invertida, una metodología ya bien experimentada que se centra en el alumno permitiéndole marcar el ritmo de estudio.

Palabras clave: metodologías activas, clase invertida, estadística, probabilidad.

Title: Discovering the utility and applicability of probability and statistics using the flipped classroom methodology.

Abstract

“Statistics state smoking increases the probability of suffering lung cancer” or “Life expectancy is higher in women than in men” are phrases that we hear in everyday life. Hence, the importance of introducing basic probability and statistical concepts to teenagers. This article presents a teaching unit about the probability and statistics to impart in the subject of mathematics applied to Social Sciences in high school. The chosen pedagogical model is based on active methodologies, more precisely, on the so-called flipped classroom, a well-known methodology that focuses on the student, allowing him/her to dictate the pace of study.

Keywords: active methodologies, flipped classroom, statistics, probability, teaching unit.

Recibido 2017-02-11; Aceptado 2017-02-21; Publicado 2017-03-25; Código PD: 081050

INTRODUCCIÓN Y JUSTIFICACIÓN

Las metodologías de aprendizaje activas han recibido una atención importante en las últimas décadas. Estos son modelos pedagógicos alternativos al tradicional, donde los estudiantes se convierten en los protagonistas del proceso de aprendizaje. En la mayoría de estas técnicas activas se emplean actividades grupales apoyándose en la teoría del aprendizaje centrado en el estudiante, que se basa en los trabajos de Piaget, Elkind y Tenzer (1967) y Vygotsky (1978). Algunas de estas técnicas son, entre otras, el aprendizaje colaborativo, el aprendizaje cooperativo, el aprendizaje basado en problemas (ABP) y la referida como el *flipped classroom* o la *clase invertida* (Prince, 2004). La principal característica del aprendizaje colaborativo es el trabajar en grupo de forma solidaria teniendo como objetivo final la comprensión y asimilación del contenido por todos los estudiantes del grupo (Tim, 2004). El aprendizaje cooperativo se caracteriza por la labor de un conjunto de estudiantes con un mismo objetivo. Este grupo está estructurado de tal forma que a cada persona se le asigna una tarea a desarrollar de forma individual y uniendo los resultados particulares se consigue el resultado final (Feden y Vogel 2003; Stahal 1994). En el caso de las técnicas de resolución de problemas se parte de un problema que el alumnado, convenientemente en grupo, debe tratar de resolver de forma autónoma guiado por el profesor. A medida que vayan resolviendo el problema descubrirán la necesidad de conocer nuevos conceptos que deberán buscar, entender y aplicar. En la mayoría de los casos esta metodología se complementa con la colaborativa o cooperativa y suele implicar un aprendizaje autodidacta por parte del alumnado, obteniendo así un desarrollo integral (White, 2001). Por último, la *clase invertida* es un modelo pedagógico que consiste en que el alumno tenga el primer contacto con los conceptos a asimilar de forma individual fuera del aula ordinaria y, así, aprovechar las horas lectivas para aclarar las dudas que hayan podido surgir y potenciar otros procesos de adquisición de conocimientos dentro del aula, teniendo al docente como moderador y guía (Tourón, Santiago y Díez, 2014). Diversos estudios manifiestan mejores resultados en aquellas aulas donde el proceso de enseñanza-aprendizaje se ha llevado a cabo mediante metodologías activas en vez de utilizando las tradicionales

pasivas (Charles y Eison 1991; Minhas, Ghosh y Swanzy 2012; Prince 2004). Justificada la potencialidad de los métodos activos de enseñanza en este artículo se propone una Unidad Didáctica (UD) basada en la metodología de la *clase invertida* para trabajar la probabilidad y la estadística. Esta rama de las matemáticas se descuida a menudo en la planificación anual de contenidos de la asignatura de matemáticas. En cambio, con la cantidad de datos que maneja el ser humano hoy en día es muy importante tener conocimientos sobre el tratamiento de la información, (Batanero, Díaz, Contreras y Roa, 2013).

A continuación, se describe el marco teórico del modelo pedagógico de la *clase invertida*.

LA CLASE INVERTIDA: DEFINICIÓN Y MARCO TEÓRICO

Una definición de la *clase invertida* o *flipped classroom* dada por Lage, Platt y Treglia (Lage et al., 2000, p. 32) dice lo siguiente: "Invertir la clase consiste en que las actividades que hasta ahora tomaban lugar en el aula se realicen fuera del aula y viceversa". Bergmann y Sams (2012) describen cómo surgió la idea de la *clase invertida*. Estos profesores de química llevaban años frustrados con la sensación de que muchos alumnos no eran capaces de traducir lo que habían visto en clase a los ejercicios que debían hacer en casa. Se dieron cuenta de que a la hora de hacer los ejercicios los alumnos necesitaban su ayuda y que, en cambio, en la clase magistral donde se daba la introducción de nuevos conceptos no necesitaban su presencia. Pensaron grabar en vídeo los contenidos a estudiar por los alumnos y utilizar el tiempo de clase para asimilar dichos contenidos y realizar ejercicios. Esta metodología implica la transformación del rol del docente; el profesor deja de ser el centro de atención convirtiéndose en un consejero que les guía en el camino del aprendizaje (Bergmann, Overmyer y Wilie, 2011).

En la comunidad de educadores las opiniones respecto a la *clase invertida* son diversas; hay quienes dicen que la *clase invertida* será la técnica de enseñanza del futuro y, en cambio, otros consideran que es una moda pasajera (Bergmann et al., 2011). Aun así, varios estudios demuestran mejor rendimiento y asimilación de conceptos en aquellos alumnos que han seguido el modelo pedagógico de la *clase invertida*. Strayer (2008) ha observado que los alumnos que han experimentado el método de la *clase invertida* han demostrado mayor capacidad de innovación y cooperación que los alumnos que han estudiado bajo el método tradicional pasivo. Sus resultados también indican que los alumnos de la *clase invertida* muestran menor necesidad de orientación a la hora de realizar los ejercicios. Toto y Nguyen (2009) constatan que utilizaron ese tiempo extra en el aula, que ganaron gracias a la *clase invertida*, para aplicar los conocimientos adquiridos a problemas del mundo real, lo que hizo que incrementara la motivación y el compromiso de los estudiantes con respecto a la asignatura. Tucker (2012) se muestra convencido de que el éxito de la *clase invertida* está en el uso eficiente de ese tiempo extra de clase.

UNIDAD DIDÁCTICA

En esta sección se presenta una UD basada en la metodología de la *clase invertida* para trabajar la probabilidad y la estadística. Más concretamente, esta UD se enfoca en el primer curso de Bachillerato (Edad:16-17 años), en la asignatura de Matemáticas dirigida a Ciencias Sociales y en el bloque de Probabilidad y Estadística.

A la hora de implementar la UD se deberá adaptar al decreto vigente en la comunidad autónoma o país en el que se quiera aplicar y al contexto del centro escolar (situación cultural, socioeconómica, sociolingüística, etc.).

Con el objetivo de centrarse en el contenido más relevante, la autora ha decidido omitir lo relacionado a los objetivos didácticos, contenidos y competencias, ya que, estos se contemplan en el Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que se establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato.

Por consiguiente, a continuación, vamos a adentrarnos en lo que se refiere a la metodología de la UD.

Metodología

En el desarrollo de la UD la metodología que se aplica es la ya mencionada *flipped classroom* o *clase invertida*.

Los vídeos mencionados los puede crear uno mismo de acuerdo a las necesidades del aula, pero también existe la opción de encontrarlos en comunidades como <http://flippedclassroom.org> o en el propio *youtube* donde muchos profesores comparten los vídeos que han creado.

A continuación, se describe de forma teórica en qué consiste la tarea a realizar fuera y dentro del aula. Más adelante se concreta cómo se va a organizar el temario para el caso concreto de esta UD y en el Anexo I se detallan los vídeos a ver y los ejercicios a realizar en cada sesión.

Tarea a realizar en casa

1. Ver el vídeo completo para saber de qué se trata.
2. Ver el vídeo por segunda vez. Esta vez pausándolo y tomando nota cuando mencione conceptos importantes, ideas interesantes o algún punto que no haya quedado claro.
3. Ver el vídeo por última vez prestando atención a los puntos más importantes y a aquellos que no nos hayan quedado claros, y hacer segundas anotaciones si hiciese falta.

En el caso de que sea la primera vez que los alumnos utilicen este método habría que enseñarles cómo realizar la tarea de casa. Habría que dedicar sesiones en el aula a ver vídeos e instruir cómo se debe realizar la tarea: detener el vídeo cuando mencione ideas importantes, anotar aquellos conceptos que no se hayan entendido, etc.

Tarea a realizar en el aula de referencia

1. La primera parte de la clase se dedica a la participación de los alumnos a través de preguntas que les hayan surgido tras ver el vídeo en casa. Partiendo de estas preguntas, el docente dirige la clase de forma que surjan discusiones interesantes y actividades aplicadas que fomenten la exploración y la aplicación de las ideas. Se ha comprobado que de esta forma se incrementa el compromiso e implicación de los alumnos (Tourón et al., 2014).
2. La segunda parte de la clase consistirá en la realización de ejercicios relacionados con el contenido visto en la primera parte. Se recomendará y animará a los alumnos a que trabajen en grupo. Se les explicará que puede ser muy beneficioso para su aprendizaje resolver las dudas que les vayan surgiendo entre ellos, y por supuesto, se les informará que en este siglo XXI el mercado laboral demanda el trabajo colaborativo y cooperativo.

Una de las ventajas de este método es que el docente dispone de un tiempo “libre” que podrá dedicar a cualquier alumno que necesite explicaciones individualizadas.

Actividades programadas

En la Tabla 1 se recogen las actividades programadas de la UD. En total, se dispone de 4 semanas para el desarrollo de la UD, es decir, 16 horas teniendo en cuenta que en 1º de Bachillerato se dedican 4 horas semanales a la materia de Matemáticas. Como se ha mencionado previamente, el alumno realizará un trabajo individual en casa que consistirá en la visualización de un vídeo con el objetivo de que conozca los conceptos que se van a trabajar en el aula. La clase tendrá como punto de partida las dudas que les hayan surgido a los alumnos y de manera que se vayan resolviendo las cuestiones, se destacarán aquellos conceptos que resulten especialmente importantes. Una vez se hayan mencionado los conceptos programados para esa sesión se abrirá espacio para la realización de ejercicios. En el Anexo I se especifican los vídeos a ver y las actividades a realizar durante el desarrollo de esta UD.

Además, esta UD pretende familiarizar a los alumnos con la utilización del software Geogebra. Para ello se hará uso del aula de informática y el objetivo final consistirá en la realización de una tarea de ampliación de conocimientos que deberán entregar al final de la UD. En el Anexo II se muestra un ejemplo.

Se debe considerar que la temporalización que se propone estará siempre abierta a ser adaptada según las necesidades que presenten los alumnos, siempre cubriendo unos objetivos mínimos.

		Nº DE SESIONES	DESCRIPCION DE LA ACTIVIDAD
E S T A D I	S E M A N A I	1	<ul style="list-style-type: none"> • Presentación de la UD, metodología a seguir y los criterios de evaluación • Distribuciones bidimensionales y tablas de contingencia • Ejercicios de refuerzo
		2	<ul style="list-style-type: none"> • Distribución conjunta, distribuciones marginales y distribuciones condicionadas • Ejercicios de refuerzo
		3	<ul style="list-style-type: none"> • Medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas • Ejercicios de refuerzo
		4	<ul style="list-style-type: none"> • Dependencia e independencia entre dos variables • Nube de puntos • Ejercicios de refuerzo
S T A D I C A	S E M A N A II	5	<ul style="list-style-type: none"> • 1ª Sesión de Geogebra en el aula de informática • Introducción de la tarea de ampliación de conocimientos
		6	<ul style="list-style-type: none"> • Dependencia lineal, covarianza y correlación • Ejercicios de refuerzo
		7	<ul style="list-style-type: none"> • 2ª Sesión de Geogebra en el aula de informática • Realización de la tarea en el aula de informática
		8	<ul style="list-style-type: none"> • Prueba escrita de seguimiento sobre estadística
P R O B A B I L	S E M A N A III	9	<ul style="list-style-type: none"> • Combinatoria elemental. Diagrama de árbol. • Ejercicios de refuerzo
		10	<ul style="list-style-type: none"> • Variables aleatorias discretas • Distribución de probabilidad • Media, varianza, desviación típica • Ejercicios de refuerzo
		11	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Distribución binomial • Cálculo de probabilidades • Ejercicios de refuerzo
		12 y 13	<ul style="list-style-type: none"> • Variables aleatorias continuas • Función de densidad y de distribución • Interpretación de la media, varianza y desviación típica • Cálculo de probabilidades ▪ Ejercicios de refuerzo
I D E A D	S E M A N A IV	14	<ul style="list-style-type: none"> • 3ª Sesión de Geogebra en el aula de informática • Realización de la tarea en el aula de informática
		15	<ul style="list-style-type: none"> • 4ª Sesión de Geogebra en el aula de informática • Realización de la tarea en el aula de informática
		16	<ul style="list-style-type: none"> • Prueba final (escrita) de la UD

Tabla 1. Actividades programadas para la UD.

Criterios y métodos de evaluación

La evaluación es parte integrante y fundamental del proceso de enseñanza y aprendizaje. Requiere obtener información de manera sistemática, que permita al docente emitir un juicio valorativo sobre el proceso de aprendizaje. Se considera que el proceso de evaluación no sólo sirve para valorar el rendimiento académico, también se usa como guía para adaptar la enseñanza a los estudiantes.

Además de valorar la adquisición de los conocimientos de la UD, la evaluación debe recoger otros contenidos como los actitudinales y los procedimientos de tipo general.

Criterios de evaluación

En la definición de los Criterios de Evaluación de esta UD se han tenido en cuenta los establecidos en el Real Decreto 1105/2014, 26 de diciembre, que establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Se sugiere al lector que consulte la referencia.

Instrumentos de evaluación

La variedad de aspectos a evaluar y su diferente nivel de complejidad hace que no se deba evaluar todo a través de un mismo tipo de prueba. Por tanto, se emplearán diversos instrumentos de recogida de información para realizar una evaluación continua, como son los siguientes:

- Participación en el intercambio de ideas sobre el vídeo visto en casa que surge a principio de la clase. La participación será necesaria para que el profesor compruebe que el alumno ha realizado correctamente el trabajo de casa.
- Ejercicios o pruebas de seguimiento del alumnado en el transcurso de las sesiones para analizar su evolución.
- A mitad de la UD se realizará un control para evaluar la asimilación de los contenidos.
- Al final de la UD se realizará un examen sobre los contenidos aprendidos. Aquellos alumnos que suspendan podrán hacer una recuperación. El aprobado de la UD supondrá el alcance de los objetivos mínimos fijados.

Criterios de calificación

Para la calificación final de cada alumno se tendrá en cuenta el trabajo personal diario efectuado en el transcurso de la unidad. En concreto, la calificación se obtendrá de la siguiente forma:

- 25% la participación en el aula.
- 25% los ejercicios realizados en el aula.
- 20% el control realizado a mitad de la UD.
- 30% el examen final de la UD.

Tecnologías de la información y la comunicación

Se hará uso de la pizarra digital en el desarrollo de esta UD; será útil para introducir a los alumnos el uso de Geogebra. Posteriormente, serán ellos quienes trabajen con estos programas en las sesiones que se realizarán en el aula de informática una vez por semana.

Por otro lado, debido a la metodología de la *clase invertida* que se utiliza en esta UD los alumnos deberán ver vídeos frecuentemente fuera del horario de clase.

Para aquellos alumnos que no dispongan de medios suficientes para realizar las tareas (acceso a internet, ordenador, etc.) se facilitará la sala de informática fuera del horario escolar.

Recursos

Material

- Libro de texto de Matemáticas aplicadas a ciencias sociales de 1º de Bachillerato, en formato papel y digital, tanto para el alumno como para el docente, de la editorial ANAYA (Cólera, Oliveira, García y Santaella, 2008).
- Cuaderno del alumno donde se realizarán las actividades que se proponen en clase.

Espacio

- Aula de referencia de 1º de Bachillerato.
- Aula de informática.

TIC's

- Pizarra digital con proyector y conexión wifi a internet en todas las aulas.
- Ordenador del aula conectado a la Pizarra digital.
- Calculadora (el aprendizaje del uso de algunas funciones desconocidas de la calculadora es esencial en este curso).
- Ordenadores del aula de informática.
- El programa informático Geogebra.
- Youtube education, Educaplay, Thatquiz.

CONCLUSIONES

Durante esta UD se ha tenido la oportunidad de estudiar, analizar y descubrir conocimientos acerca de la estadística bidimensional y probabilidad, adquiriendo destrezas para reconocer y resolver problemas cotidianos.

Para desarrollar las competencias requeridas se propone un método activo, la *clase invertida* o el *flipped classroom*, donde los conocimientos se adquieren mediante vídeos, junto a las explicaciones del docente. Este método también implica una alta participación del alumno en clase.

Una vez finalizada la UD, el alumno sabrá distinguir entre variables dependientes e independientes, será capaz de realizar los cálculos necesarios para averiguar si dos variables están relacionadas o no, dominará el uso de las TICs para cálculos relacionados con la estadística. También adquirirá nociones probabilísticas que le ayuden a obtener resultados matemáticos y de ahí sacar las debidas conclusiones.

Cabe destacar que además de las competencias matemáticas el alumno trabajará competencias sociales con los trabajos en grupo, entre otras. Aprender a trabajar en grupo es esencial en el siglo XXI en el que estamos donde la demanda es cada vez mayor. E independientemente de la situación laboral, esto le ayudará a convivir con la gente que le rodea siendo capaz de escuchar ideas y opiniones de otras personas, aceptarlas, apoyarlas, contrastarlas, etc.

ANEXOS

ANEXO I: DISEÑO DE LAS SESIONES

Sesión 1: En esta primera sesión veremos los vídeos introductorios a las distribuciones bidimensionales y tablas de contingencia en el aula todos juntos:

- https://www.youtube.com/watch?v=rOdTQaZs8Bs&list=PL_M-YZebBhDM4ieDwe8bsp1qtjQqrH03q
- <https://www.youtube.com/watch?v=P0qyuTOFX-0> (hasta el minuto 3)

Los 200 alumnos de Primero de Bachillerato del instituto se distribuyen por sexo y modalidad de la forma siguiente:

Modalidad	Alumnos (H)	Alumnas(M)	Total
Ciencias(C)		50	110
Letras (L)			
Total	88		20

Una vez los alumnos hayan entendido qué es y para qué sirve una tabla de contingencia, se realizará el siguiente ejercicio que consiste en completar la tabla de contingencia con los datos que faltan.

Sesión 2: En esta sesión vamos a ver la distribución conjunta, las distribuciones marginales y las distribuciones condicionadas.

1. **Tarea a realizar en casa:** Ver el siguiente vídeo https://www.youtube.com/watch?v=W95BgQCp_rQ
2. **Tarea a realizar en el aula:** Tras hablar sobre el vídeo y aclarar las dudas que les hayan podido surgir, los alumnos realizarán los siguientes ejercicios:

- | |
|---|
| <ul style="list-style-type: none"> ▪ En una clase hay 9 chicos y 11 chicas. Entre las chicas hay 8 que tienen una mascota en casa y entre los chicos son 7. Diseñar la tabla de contingencia y obtener las distribuciones de frecuencias conjuntas, marginales y condicionadas. ▪ En un grupo de 15 amigos hay 10 chicas, de las cuales a 2 les gusta jugar a la consola. En cambio, de los chicos, a 4 les gusta la consola. Hacer la tabla de contingencia y responder a las siguientes preguntas: ¿A qué proporción de chicas les gusta jugar a la consola? ¿A qué proporción de chicos no les gusta jugar a la consola? ¿Qué proporción de personas juega a la consola? |
|---|

Sesión 3: En esta sesión vamos a aprender cómo se calcula las medias y desviaciones típicas marginales y condicionadas.

1. **Tarea a realizar en casa:** Ver el siguiente vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=K5UYSZ6uERA>

2. **Tarea a realizar en el aula:** Tras hablar sobre el vídeo y aclarar las dudas que les hayan podido surgir, los alumnos resolverán el siguiente problema bidimensional.

- Hemos preguntado a 32 personas cuántos hijos tienen y de cuántas horas de tiempo libre disponen, obteniendo, así, la siguiente tabla de frecuencias absolutas:

X="Nº de horas de tiempo libre"	Y="Nº de hijos"			
	0	1	2	3
0	0	0	0	7
1	0	6	4	1
2	0	5	1	0
3	2	1	1	0
4	1	0	0	0
5	3	0	0	0

Calcular:

- Las distribuciones marginales de X e Y.
- La distribución de X condicionada a que Y=2.
- La distribución de Y condicionada a que X=3.
- Las medias y desviaciones típicas marginales de X e Y.
- La media y desviación típica marginal de X condicionada a que Y=2.
- La media y desviación típica marginal de Y condicionada a que X=3.

Sesión 4: En esta sesión vamos a ver la correlación entre dos variables.

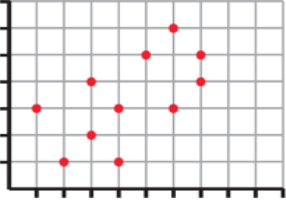
1. **Tarea a realizar en casa:** Ver los siguientes vídeos <https://www.youtube.com/watch?v=TSkyWOZv7hE>
<https://www.youtube.com/watch?v=372iaWfH-Dg>
2. **Tarea a realizar en el aula:** Tras hablar sobre el vídeo y aclarar las dudas que les hayan surgido, haremos entre todos, utilizando la pizarra digital, el siguiente crucigrama que trata conceptos relacionados con la correlación de Pearson:
http://www.educaplay.com/es/recursoseducativos/1536140/correlacion_de_pearson.htm
- 3.



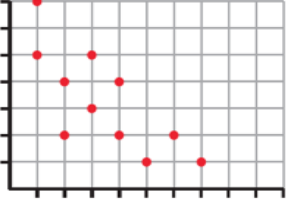
Una vez finalizado el crucigrama los alumnos realizarán los siguientes ejercicios:

▪ Observa estas distribuciones bidimensionales:

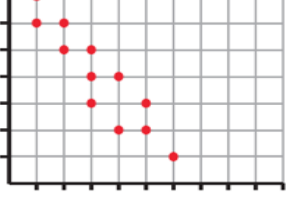
a)



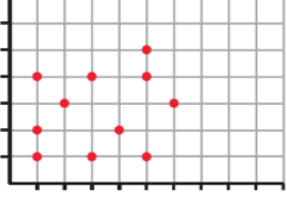
b)



c)



d)



Asigna razonadamente uno de los siguientes coeficientes de correlación a cada gráfica:

0,2 -0,9 -0,7 0,6

▪ Las estaturas de 10 chicas y las de sus respectivas madres son:

x_i : 158 162 164 165 168 169 172 172 174 178

y_i : 163 155 160 161 164 158 175 169 166 172

Representa los valores, sobre papel cuadriculado, mediante una nube de puntos.

Traza a ojo la recta de regresión y di si la correlación es positiva o negativa y si es más o menos fuerte de lo que esperabas.

Sesión 5: Esta sesión la realizaremos en el aula de informática. Vamos a introducir la tarea de ampliación de conocimientos correspondiente a esta UD a los alumnos y comenzaremos con la introducción a Geogebra. En esta primera sesión de Geogebra el objetivo será aprender a representar gráficamente un histograma, una nube de puntos, etc. El tiempo restante se dedicará a definir la tarea. Es recomendable que los alumnos vean el siguiente vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=G3I-LRy7D8Y> aunque en la clase veremos todas las herramientas que necesitan aplicar en la tarea.

Sesión 6: En esta sesión vamos a ver la dependencia lineal, covarianza y correlación.

1. **Tarea a realizar en casa:** Ver el siguiente vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=b0v2EToVy4M>
2. **Tarea a realizar en el aula:** Tras resolver las dudas, retomaremos, una vez más, los ejercicios anteriores y calcularemos la covarianza y correlación. Una vez finalizados los ejercicios terminaremos el tema de la estadística con el siguiente ejercicio que abarca todo lo que se ha aprendido en estas sesiones:

La media de los pesos de los individuos de una población es de 65 Kg, y la de sus estaturas, 170 cm. Sus desviaciones típicas son 5 Kg y 10 cm. La covarianza de ambas variables es 40 Kg·cm. Halla:

- Coeficiente de correlación.
- La recta de regresión de los pesos respecto de las estaturas.
- Estima el peso de un individuo de 180 cm de estatura perteneciente a ese colectivo.

Sesión 7: Esta sesión la realizaremos en el aula de informática. En esta segunda sesión de Geogebra el objetivo será calcular los coeficientes de correlación y la covarianza. El tiempo restante se dedicará a desarrollar la tarea.

Sesión 8: Antes de comenzar con el nuevo tema de la probabilidad, realizaremos una prueba escrita de seguimiento sobre los conceptos de estadística vistos.

Sesión 9: Esta va a ser la primera sesión de probabilidad y comenzaremos con la combinatoria elemental:

- Tarea a realizar en casa:** Ver el siguiente vídeo https://www.youtube.com/watch?v=ldHOZmXu_do
- Tarea a realizar en el aula:** Una vez hayamos resuelto todas las dudas realizaremos los siguientes ejercicios:

- Un restaurante ofrece en el menú del día 5 platos de primero, 4 de segundo 3 postres. ¿Cuántos menús diferentes se pueden pedir?
- Lanzamos dos dados diferentes a la vez. Dibuja el diagrama de árbol correspondiente a los distintos resultados que podemos obtener. ¿Cuántas son?
- Una Doctora clasifica a sus pacientes por el sexo (Mujer, Hombre) y por su grupo sanguíneo (A, B, AB, O). ¿Cuántos grupos podrá crear la Doctora?

Sesión 10:

- Tarea a realizar en casa:** Ver el siguiente vídeo <https://www.youtube.com/watch?v=naEqsDvkIXs>
- Tarea a realizar en el aula:**

- En una caja hay 10 placas numeradas del 1 al 10. Si cogemos una placa aleatoriamente, sea X la variable aleatoria que describe el número de la placa elegida.
 - Obtener la fórmula que expresa la función de probabilidad de la variable X.
 - Calcular la probabilidad de que el número obtenido sea menor que 4.
 - Obtener la media y la varianza de X.
- Una ruleta tiene 25 sectores de la misma superficie numeradas desde 1 hasta 25. Sea X el número obtenido tras girar la ruleta. Definir la fórmula de la función de probabilidad de la variable X. Definir la esperanza matemática y desviación de X.

Sesión 11:

1. **Tarea a realizar en casa:** Ver el siguiente vídeo
<https://www.youtube.com/watch?v=GvqsxC8UL3I>
2. **Tarea a realizar en el aula:** Una vez hayamos resuelto todas las dudas realizaremos los siguientes ejercicios:

- De 1000 piezas 20 son defectuosas. Si elegimos una muestra de 100 piezas, calcular la probabilidad de que aparezcan dos o más piezas defectuosas. Obtener la fórmula de probabilidad de que aparezcan x piezas defectuosas.
- Tras vender un tipo de coche, la probabilidad de que a los 2 años siga funcionando es de 0.8. En un día se venden 5 coches de este tipo.
 - ¿Cuál es la probabilidad de que a los 2 años los 5 coches sigan funcionando?
 - ¿Cuál es la probabilidad de que a los 2 años sólo 3 coches sigan funcionando?
- La novela que acaba de publicar un escritor ha tenido mucho éxito. Entre los habituales lectores el 80% tiene leída la novela. Se eligen al azar 4 personas que tienen costumbre de leer. Calcular la probabilidad de que
 - 2 de ellos hayan leído la novela.
 - al menos 2 hayan leído la novela.
 - ninguno haya leído la novela.

Sesión 12 y 13:

1. **Tarea a realizar en casa:** Ver el siguiente vídeo
<https://www.youtube.com/watch?v=s-hZzqm6nDc>
2. **Tarea a realizar en el aula:** Una vez hayamos resuelto todas las dudas realizaremos los siguientes ejercicios:

Calcula m para que $f(x) = \begin{cases} mx, & x \in [3,7] \\ 0, & x \notin [3,7] \end{cases}$ sea una función de densidad. Halla las probabilidades:

a) $P(3 < x < 5)$ b) $P(5 \leq x < 7)$ c) $P(4 \leq x \leq 6)$ d) $P(6 \leq x \leq 11)$

Calcula k para que $f(x) = \begin{cases} k, & x \in [3,8] \\ 0, & x \notin [3,8] \end{cases}$ sea una función de densidad. Halla las probabilidades:

a) $P(4 < x < 6)$ b) $P(2 < x \leq 5)$ c) $P(x = 6)$ d) $P(5 < x \leq 10)$

Sesión 14: Esta sesión la realizaremos en el aula de informática. En la tercera sesión de Geogebra trabajaremos con variables discretas y aprenderemos a calcular la media, varianza y desviación típica. En el tiempo restante, el profesor estará a disposición del alumnado para guiarles en la elaboración de la tarea y resolver cualquier duda que tengan.

Sesión 15: Esta sesión la realizaremos en el aula de informática. En la última sesión de Geogebra trabajaremos con variables continuas y aprenderemos a calcular la media, varianza y desviación típica. En el tiempo restante, el profesor estará a disposición del alumnado para guiarles en la elaboración de la tarea y resolver cualquier duda que tengan.

Sesión 16: Finalmente, realizaremos el examen final escrito sobre la UD.

ANEXO II: TAREA DE AMPLIACIÓN DE CONOCIMIENTOS

La tarea consistirá en elegir y plantear un problema relacionado con la vida real y analizar los datos según lo aprendido en esta UD. Un ejemplo podría ser el siguiente:

Actividad 1: En una clase de 1º Bachillerato hemos elegido $N=11$ alumnos al azar y les hemos preguntado cuáles han sido sus notas de matemáticas e historia en la primera evaluación. Los datos son los siguientes:

x : Nota de matemáticas

y_i : Nota de historia

x	1	2	2	4	4	6	6	6	8	9	10
y_i	10	9	8	6	6	6	4	4	2	2	1

Las medidas son las siguientes:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^N x_i}{N} = \frac{58}{11} = 5.27$$

$$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^N y_i}{N} = \frac{58}{11} = 5.27$$

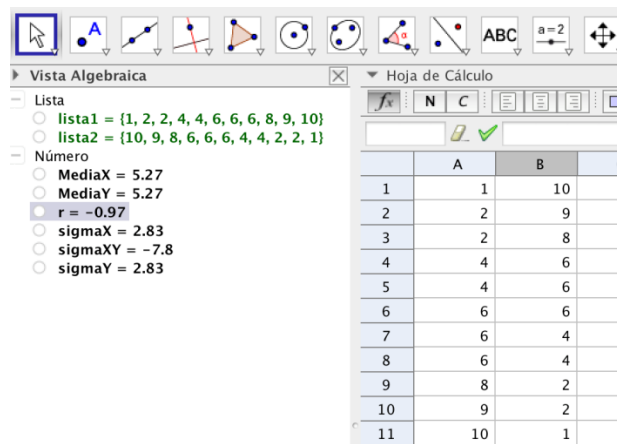
$$\sigma_x = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N x_i^2}{N} - \bar{x}^2} = \sqrt{\frac{394}{11} - 5.27^2} = 2.83$$

$$\sigma_y = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (y_i - \bar{y})^2}{N}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N y_i^2}{N} - \bar{y}^2} = \sqrt{\frac{394}{11} - 5.27^2} = 2.83$$

$$\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})}{N} = \frac{\sum_{i=1}^{11} x_i y_i}{11} - \bar{x} \cdot \bar{y} = \frac{220}{11} - 5.27 \cdot 5.27 = -7.8$$

$$r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{-7.8}{2.83 \cdot 2.83} = -0.97$$

Calculamos con Geogebra las mismas medidas estadísticas y obtenemos estas respuestas que coinciden con los cálculos realizados por nosotros:



El hecho de que el coeficiente de correlación de Pearson sea negativo y esté cerca de -1 ($r=-0.97$) implica que hay una correlación negativa entre las notas de matemáticas e historia de los alumnos, es decir, si un alumno ha obtenido una buena calificación en matemáticas, en historia habrá obtenido una calificación baja, y viceversa.

A continuación, utilizando Geogebra, obtenemos una nube de puntos que refleja perfectamente la correlación negativa que existe entre las notas de matemáticas e historia de los alumnos:

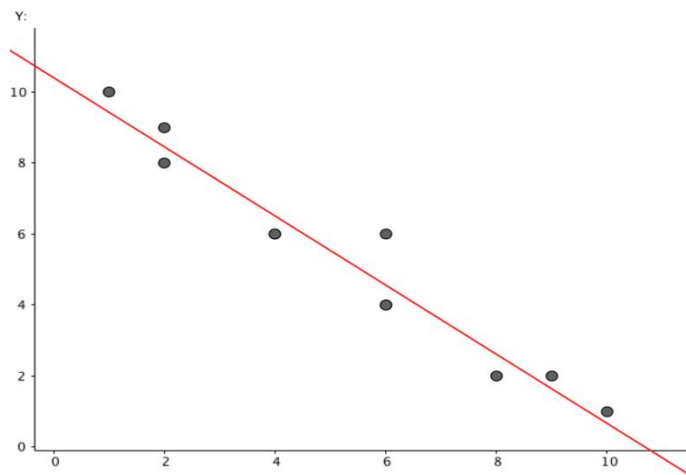


Figura 1. Nube de puntos con Geogebra.

Actividad 2: Se ha preguntado a 100 ciudadanos la edad y cuál de las redes sociales utilizan, el Facebook o Twitter.

(8,FB) (15,FB) (16,FB) (14,FB) (18,FB&TW) (18, FB) (19, FB) (20, FB&TW) (20, FB&TW) (20, FB) (21, FB&TW) (22, FB&TW) (22, FB) (22, FB) (22, FB&TW) (23, FB&TW) (23, FB) (24, FB&TW) (24, FB&TW) (25, FB&TW) (25, FB&TW) (26, FB&TW) (27, FB&TW) (27, FB&TW) (27, FB&TW) (29, FB&TW) (30, FB&TW) (30, TW) (31, TW) (31, TW) (31, FB&TW) (32,TW) (32,TW) (32,TW) (33,TW) (33,TW) (33,TW) (35,TW) (36,TW) (36,TW) (39,TW) (39,TW) (41,TW) (42,TW) (42,Ninguno) (42,Ninguno) (43, TW) (43, TW) (43, TW) (45, TW) (45, TW) (45, TW) (45, TW) (45, TW) (47, TW) (47, TW) (47, TW) (47, TW) (48, TW) (48,TW) (48,TW) (49,TW) (49,TW) (49,TW) (49,TW) (49,Ninguno) (49,Ninguno) (50,Ninguno) (50,Ninguno) (50, TW) (50,Ninguno) (51,Ninguno) (51,Ninguno) (51, TW) (52, TW) (52,Ninguno) (52,Ninguno) (53,Ninguno) (54, FB&TW) (54,Ninguno) (60,Ninguno) (60,Ninguno) (61, TW) (61, TW) (61,Ninguno) (61,Ninguno) (61,Ninguno) (61,Ninguno) (62, TW) (62,Ninguno) (62,Ninguno) (62,Ninguno) (62,Ninguno) (63, TW) (64,Ninguno) (65, TW) (65,Ninguno) (66,Ninguno) (67,Ninguno) (68,Ninguno)

X: Edad

Y: Ninguno, FB, TW, FB & TW

	RED SOCIAL				
EDAD	NINGUNA	FACEBOOK	TWITTER	LAS DOS	
[8- 15)	0	2	0	0	2
[15- 20)	0	4	0	1	5
[20- 30)	0	4	0	15	19
[30- 40)	0	0	14	2	16
[40- 50)	4	0	21	0	25
[50- 60)	9	0	3	1	13
[60- 70)	15	0	5	0	20
	28	10	43	19	100

Después de recoger los datos lo interesante es sacar conclusiones de ello. Conclusiones de este tipo:

- ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a una persona que no utiliza ni Facebook ni Twitter? ¿Y una persona que utilice las dos?

$$P(\text{NINGUNA}) = \frac{28}{100} = 0.28 \quad \text{y} \quad P(\text{LAS DOS}) = \frac{19}{100} = 0.19$$

- ¿Cuál es la probabilidad de encontrar a una persona menor de 15 años? ¿Y a una persona de 60 años o más?

$$P(\text{EDAD} < 15) = \frac{2}{100} = 0.02 \quad \text{y} \quad P(\text{EDAD} \geq 60) = \frac{20}{100} = 0.2$$

Como conclusión podemos mencionar que en la muestra que hemos considerado es más probable encontrar gente mayor de 60 que menores de 15 y, también es más probable que no utilicen ninguna red social que utilicen Facebook y Twitter.

Bibliografía

- Batanero, C., Díaz, C., Contreras, J.M. y Roa, R. (2013). El sentido estadístico y su desarrollo. *Números*, 83, 7-18.
- Bergmann, J., Overmyer, H. y Wilie, B. (2011). The Flipped Class: What it is and What it is Not. *The Daily Riff*. Recuperado el 15 de julio de 2016, de <http://www.thedailyriff.com/articles/the-flipped-class-conversation-689.php>
- Bergmann, J. y Sams, A. (2012). *Flip your classroom: Reach every student in every class every day*. International Society for Technology in Education, Washington DC.
- Charles, C. B. y Eison, J.A. (1991). Active Learning: Creating Excitement in the Classroom, *ASHE-ERIC Higher Education Report 1*.
- Cólera, J., Oliveira, M.J., García, R., Santaella E. (2008). *Bachillerato 1 Matemáticas aplicadas a las Ciencias Sociales*. Madrid: Anaya.

- Feden, P.D. y Vogel, R.M. (2003). *Methods of Teaching: Applying Cognitive Science to Promote Student Learning*, McGraw Hill Higher Education.
- Lage, M.J., Platt, G.J., y Treglia, M. (2000). Inverting the classroom: A gateway to creating an inclusive learning environment. *The Journal of Economic Education*, 31(1): 30–43.
- Minhas, P.S., Ghosh, A. y Swanzy, L. (2012). The effects of passive and active learning on student preference and performance in an undergraduate basic science course. *Anatomical Science Education*, 5(4): 200-207.
- Piaget, J., Elkind, D. y Tenzer, A. (1967). *Six psychological studies*. New York: Random House.
- Prince, M. (2004). Does Active Learning Work? A review of the Research, *Journal of Engineering Education*, 93(3): 223-231.
- Real Decreto 1105/2014, de 26 de diciembre, por el que establece el currículo básico de la Educación Secundaria Obligatoria y del Bachillerato. Recuperado de <https://www.boe.es/boe/dias/2015/01/03/pdfs/BOE-A-2015-37.pdf>
- Real Decreto 23/2009, de 3 de febrero, por el que se establece el currículo de Bachillerato y se implanta en la Comunidad Autónoma del País Vasco (BOPV del 27 de febrero). Recuperado de http://www.hezkuntza.ejgv.euskadi.eus/r43-573/es/contenidos/informacion/dif10_curriculum_berria/es_5495/adjuntos/decreto_curri_bachillerato_c.pdf
- Stahl, R.J. (1994). The Essential Elements of Cooperative Learning in the Classroom, *ERIC Digest* (ERIC Identifier ED370881).
- Strayer, J. F. (2008). The effects of the classroom flip on the learning environment: A comparison of learning activity in a traditional classroom and a flip classroom that used an intelligent tutoring system. *Dissertation Abstracts International Section A*, 68.
- Tim, S. R. (2004). *Online Collaborative Learning: Theory and Practice*, Information Science Publishing.
- Tourón, J., Santiago, R. y Díez, A. (2014). The Flipped Classroom: Cómo convertir la escuela en un espacio de aprendizaje (Innovación educativa). *Digital-Text*.
- Toto, R. y Nguyen, H. (2009). Flipping the work design in an industrial engineering course. Paper presented at the *ASEE/IEEE Frontiers in Education Conference*, San Antonio, Texas, EEUU.
- Tucker, B. (2012). The Flipped Classroom. *Education Next*, 12(1).
- Vygotsky, L.S. (1978). *Mind and society: The development of higher mental processes*. Cambridge, Massachusetts: Harvard University Press.
- White, H. (2001). Problem-Based Learning, Speaking of teaching. *Stanford University Newsletter on Teaching*, 11(1).