

Las Matemáticas y las Nuevas Tecnologías al servicio de la Educación Musical

Autor: Vert Alcover, Carles (Doctor en Educación Musical, Jefe de Estudios y Profesor de Música en Secundaria y Bachillerato).

Público: Profesores de Informática, Matemáticas y Música de Bachillerato. **Materia:** Informática, Matemáticas y Música. **Idioma:** Español.

Título: Las Matemáticas y las Nuevas Tecnologías al servicio de la Educación Musical.

Resumen

En el siguiente artículo realizamos una revisión bibliográfica sobre las últimas investigaciones llevadas a cabo sobre las implicaciones de las matemáticas y las nuevas tecnologías en la educación musical, en el que varios autores nos muestran la manera de utilizarlas como herramientas creativas, y como elementos de análisis de formas musicales; al mismo tiempo podremos entender mejor los procesos de aprendizaje de representación matemática a través de la variación de la frecuencia del sonido en el tiempo.

Palabras clave: matemáticas, nuevas tecnologías, software musical, investigación educativa, creación musical.

Title: Mathematics and New Technologies at the service of Music Education.

Abstract

In the following article, we conducted a bibliographical review on the latest research carried out on the implications of mathematics and new technologies in music education, in which several authors show us how to use them as creative tools, and as elements of analysis of musical forms; At the same time we will be able to better understand the learning processes of mathematical representation through the variation of sound frequency over time.

Keywords: mathematics, new technologies, music software, educational research, musical creation.

Recibido 2018-03-05; Aceptado 2018-03-08; Publicado 2018-04-25; Código PD: 094025

Empezaremos nuestra revisión con de Lemos (2015), que nos muestra un aspecto concreto de una amplia investigación que tiene como objetivo, la realización de un estudio analítico y compositivo, basado en los principios de *grundgestalt* y el desarrollo de la variación, elaborados por Arnold Schoenberg. Su estudio introduce un grupo de cuatro módulos complementarios y secuenciales, modelados como algoritmos genéticos, empleados para la producción sistemática de las variantes de una célula musical básica.

En 2013, basándose en los elementos del modelo de análisis, en un proceso de ingeniería inversa, de Lemos (2015) creó el Gr-System ("Gr" de *grundgestalt*), diseñado para realizar diversas variaciones en la composición musical. El objetivo de esta investigación fue conocer si los procesos de producción de variantes de una célula musical básica, podrían ser sistematizados, para esta empresa creó un complejo algoritmo genético, llamado *geneMus* (GM), formado por cuatro módulos secuenciales y complementarios, realizados con el programa informático MATLAB.

- **Módulo 1:** Producción de variantes abstractas



Imagen Nº 1. Axioma hipotético

Vamos a ver como desarrolla en cuatro módulos esta pequeña célula musical o axioma, como lo denomina el autor, en varias frases musicales.

- **Módulo 2:** Producción de variantes concretas



Imagen Nº 2. Primera posible variación el axioma de la imagen Nº 1

- **Módulo 3:** Producción de variantes abstractas

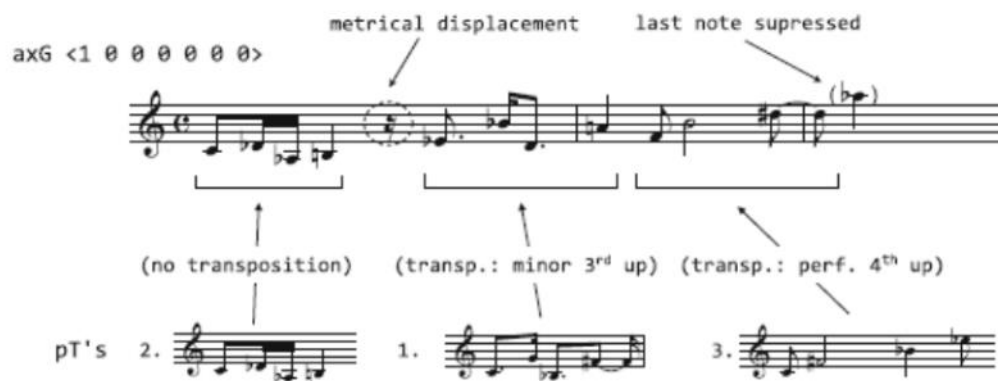


Imagen Nº 3. Posible grupo de axiomas formado a raíz de la Imagen Nº 2

- **Módulo 4:** Producción de variantes abstractas



Imagen Nº 4. Posibles variantes de los grupos de axiomas de la Imagen Nº 3

El complejo geneMus, puede considerarse como una herramienta auxiliar robusta para el compositor, ya que es capaz de sistemáticamente proporcionar una gran cantidad de formas derivadas de una célula musical; habiendo sido ya aplicada en la composición de algunas piezas musicales, concluye el autor.

Siguiendo la línea de, de Lemos (2015), Tanaka y Fujii (2015), proponen un modelo que pueda definir las características de las estructuras musicales globales en el proceso de creación musical. El modelo propuesto puede ayudar a los estudiantes a generar nuevas piezas de música y/u obtener las estructuras musicales deseadas.

Cuando componemos una nueva pieza o secuencia, tenemos que elegir una secuencia de todas las posibles combinaciones de los patrones, cuyo número aumenta de manera exponencial en función del número de patrones básicos. Para hacer frente a este tipo de problemas combinatorios y con el fin de aplicar la programación entera, las especificaciones estructurales tienen que ser descritas por las igualdades y desigualdades lineales.

La programación entera es un marco para resolver problemas de programación lineal, cuyas variables se limitan a variables enteras, o variables 0-1. Aunque comparte rasgos en común con la programación con restricciones, que ha sido de uso frecuente en el ámbito de la música, una de las ventajas de la programación entera es que tiene un algoritmo eficiente para encontrar la solución óptima mediante la actualización de las estimaciones de los límites inferior y superior, basada en la técnica de relajación de programación lineal, concluyen los autores.

El estilo musical del enorme catálogo de sonatas para clave de Domenico Scarlatti, ha sido identificado por diferentes especialistas como barroco, como precursor del clasicismo, o como creador de un estilo musical propio basado en sus propias experiencias con la música popular española. En cualquier caso, es difícil extraer una opinión común y objetiva entre distintos especialistas. Vila, Cifre y Díaz (2012), extraen indicadores de bajo nivel (porcentaje de uso de cada nota y porcentajes de uso de los diferentes intervalos melódicos posibles), de 390 sonatas a partir de su formato MIDI, y las compara por medio de técnicas estadísticas (análisis discriminante), con dos muestras de piezas musicales barrocas y clásicas, se obtiene un resultado cuantificable y objetivo de la distancia a cada estilo, que sitúa el catálogo de sonatas analizado como más próximo al clasicismo, que al barroco, en una proporción del 70%.

La música aleatoria generalmente no logra captar el estilo y la calidad de la música en su formación creativa. En el contexto de la armonización melódica, Whorley y Conklin (2015) demuestran que trasgresiones de las normas generales de la armonía están claramente relacionadas con el método de la entropía cruzada. En su estudio describen y evalúan un método de paso aleatorio en el que la relación entre la entropía cruzada y la calidad de armonización se hace aún más evidente, y afirman que los resultados tendrán un impacto en el trabajo futuro en la generación de música a partir de modelos estadísticos.

Y llegan a la conclusión de que la armonía generada a partir de modelos estadísticos, mejora a medida que la entropía cruzada disminuye; la aplicación de la aleatoriedad de forma iterativa, en conjunción con umbrales de probabilidad, es capaz de encontrar soluciones muy bajas en el método de la entropía cruzada, y en consecuencia, el espacio de la solución producida por el uso de umbrales optimizados es muy superior a la producida por la norma aleatoria iterativa.

En trabajos futuros, tratarán de demostrar que estos resultados son de aplicación más general, consolidándolos y validándolos con los resultados de un muestreo con más melodías, concluyen los autores.

Venegas et al. (2013) presentan en su artículo, el diseño, desarrollo y evaluación de una solución modular informática denominada AudioGráficos, que parte de un proyecto de mayor alcance denominado Picalab: MMSI (Laboratorio Virtual para el Programa de Innovación en Ciencias y Arte).

Este programa proporciona actividades que relacionan las matemáticas con la música y el sonido. Su objetivo es el de favorecer los procesos de aprendizaje de representación matemática a través de actividades en las que el alumnado tiene que realizar gráficos de ejes de coordenadas que describen la variación de la frecuencia del sonido en el tiempo (patrones de altura).

Bateau y Anagnostopoulou (2012), revisan un modelo matemático de análisis motivico, desde una perspectiva interdisciplinaria, que lo relaciona con conceptos y métodos en el campo del análisis de la música por ordenador. Se discuten temas tales como la segmentación, la formación motivica, la representación del conocimiento, la similitud, la categorización, y la interpretación de los resultados. Una introspección más en el enfoque, dentro del contexto de las matemáticas, la informática, y el análisis de la música como un gran campo interdisciplinario, revela las relaciones entre los tres: el modelo matemático (tipologías motivicas), su contraparte informático (OM-Melos), y el análisis de la música (métodos de Réti y Nattiez). Al hacer esto, subrayamos la importancia de la neutralidad, la objetividad y el rigor científico

en la parte del modelado, y al mismo tiempo, preservamos la libertad del analista en música, con el fin de crear resultados musicalmente interesantes.

Algo más lúdico, pero también relacionado con el tema, lo encontramos en Tillman, An, Boren, Paez-Paez y Zhang (2015), que nos hablan de una investigación sobre la utilización de las tecnologías de diseño de prototipos rápidos, para apoyar la integración de la educación matemática contextualizada en las actividades temáticas musicales en un campamento de verano interdisciplinario.

Moorefield-Lang y Evans (2011), nos presentan Rhythmatical, una aplicación educativa para el iPhone y el iPod Touch que transmite temas matemáticos a través de técnicas interactivas musicales, rítmicas, o de movimiento. Creado por un equipo de profesores, un bibliotecario, estudiantes y miembros de la industria del desarrollo de juegos, esta aplicación para iPhone y iPod Touch conecta música y matemáticas para estudiantes desde 4.º de Primaria, a 2.º de Secundaria. En este artículo se describe la historia de la aplicación, la creación de la nueva entrega y da ideas sobre nuevas ideas para el futuro.

Y concluimos este apartado con Milne, Bulger, Herff y Sethares (2015), que identifican una clase de patrones periódicos en escalas musicales que están perfectamente equilibrados. Dichos patrones tienen elementos que son distribuidos alrededor del círculo periódico de tal manera que su centro de gravedad es precisamente el centro del círculo. (Aunque nos hace recordar formalmente el círculo de quintas de Pitágoras, son propuestas antagónicas)

Un patrón perfectamente equilibrado, es un conjunto de puntos en un círculo cuya posición media o centro de gravedad, es el centro del círculo.

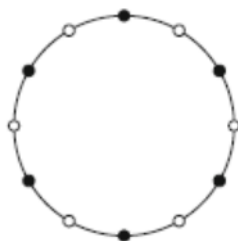


Imagen N° 5. Patrón perfectamente equilibrado, uniforme y subperiódico

Dicho equilibrio está implícito en el concepto establecido de uniformidad perfecta. Sin embargo, identifican una clase menos trivial de perfecto equilibrio de patrones, que no tienen repeticiones dentro del período. Tales patrones pueden ser claramente desiguales.



Imagen N° 6. Patrón perfectamente equilibrado, desigual y subperiódico

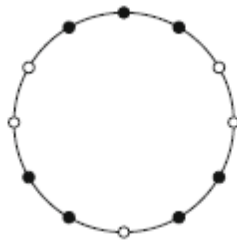


Imagen Nº 7. Patrón perfectamente equilibrado, desigual e irreductiblemente periódico (no hay subperiodos)

Exponen tres patrones periódicos perfectamente equilibrados que exhiben diferentes clases de uniformidad y subperiodicidad. Los pequeños círculos representan un universo de clases de tonos disponibles o especificaciones métricas (hay doce, que corresponden a doce clases de tonos cromático o doce pulsos métricos). Los círculos rellenos pueden ser las notas, o el patrón métrico.

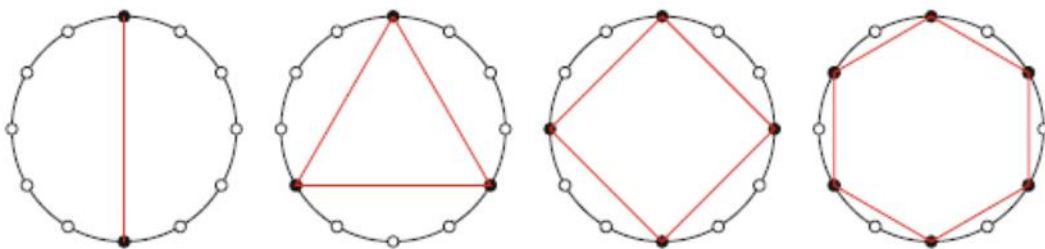
Para demostrar las relaciones entre la uniformidad y equilibrio, expresan un patrón periódico como un vector complejo, y toman la transformada discreta de Fourier para obtener una representación en el dominio de la frecuencia, siendo la función original una función en el dominio del tiempo.

El coeficiente t th de la transformada discreta de Fourier del vector escala viene dada por

$$\mathcal{F}z[t] = \frac{1}{K} \sum_{k=0}^{K-1} z[k] e^{-2\pi itk/K}$$

Utilizaron el cero y los primeros coeficientes para caracterizar el equilibrio y uniformidad. Una vez realizados todos los análisis matemáticos pertinentes, expusieron cinco teoremas sobre la relación entre la uniformidad y el equilibrio.

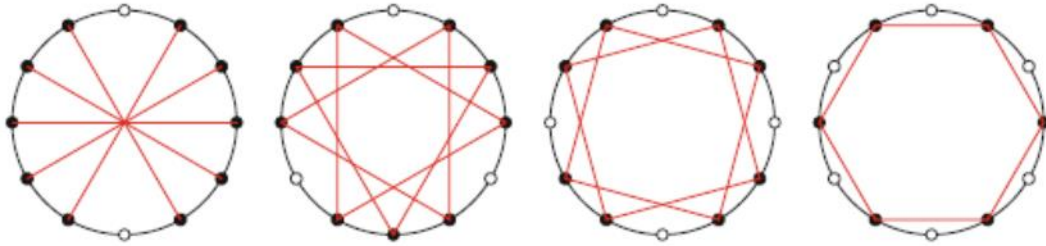
- **1^{er} Teorema.** La uniformidad perfecta implica equilibrio perfecto



- **2^o Teorema.** El desequilibrio maximal, implica irregularidad máxima



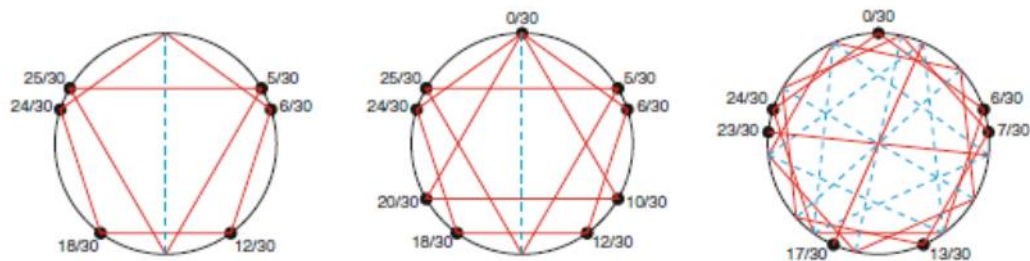
- **3^{er} Teorema.** El equilibrio perfecto no implica uniformidad perfecta (perfectamente equilibrado, pero subperiódico)



- **4^o Teorema.** En un universo perfectamente uniforme hasta N veces, el complemento de un patrón equilibrado también es perfectamente equilibrado.



- **5^o Teorema.** Sea $N \in \mathbb{N}$. Cualquier vector perfectamente equilibrado $a \in \{0, 1\}^N$ puede ser expresado como un número entero de combinación de polígonos regulares.



En este interesante a la vez que complejo artículo, solo hemos dado unas pinceladas sobre este procedimiento, Milne, Bulger, Herff y Sethares, han creado un método analítico, utilizando la transformación discreta de Fourier, así como han impulsado geoméricamente enfoques usando combinaciones de números enteros disjuntos, o intersecciones de polígonos regulares, para construir perfectamente ritmos y escalas equilibradas.

Los métodos sugeridos en este artículo son un primer intento de dar a músicos e investigadores, la oportunidad de crear y manejar el equilibrio dentro de la música.

Bibliografía

- Buteau, C. & Anagnostopoulou, C. (2012). Mathematical and computational modelling within a music analysis framework: motivic topologies as a case study. *Journal of Mathematics and Music*, 6 (1), 1-16.
- de Lemos, C. (2015). Genetic Algorithms Based on the Principles of Grundgestalt and Developing Variation. In T. Collins, D. Meredith & A. Volk. (Eds), *Mathematics and computation in music: 5th international conference*, MCM 2015, London, England, june 22-25, 2015, proceedings (pp. 42-51). Berlin, Germany: Springer.
- Milne, A. J., Bulger, D., Herff, S. A., & Sethares, W. A. (2015). Perfect Balance: A Novel Principle for the Construction of Musical Scales and Meters. In T. Collins, D. Meredith & A. Volk. (Eds.), *Mathematics and computation in music: 5th international conference*, MCM 2015, London, England, june 22-25, 2015, proceedings (pp. 97-108). Berlin, Germany: Springer.
- Moorefield-Lang, H. & Evans, M. A. (2011). Rhythmical: a game to combine music and mathematics for mobile devices. *Music Reference Services Quarterly*, 14 (1-2), 46-51.
- Tanaka, T. & Fujii, K. (2015). Describing Global Musical Structures by Integer Programming on Musical Patterns. In T. Collins, D. Meredith & A. Volk. (Eds), *Mathematics and computation in music: 5th international conference*, MCM 2015, London, England, june 22-25, 2015, proceedings (pp. 52-63). Berlin, Germany: Springer.
- Tillman, D. A., An, S. A., Boren, R., Paez-Paez, C. & Zhang, M. (2015). Employing Rapid Prototyping Design Technologies to Support Contextualized Mathematics Education. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 34 (4), 455-483.
- Venegas, A., Tejada, J., Cádiz, R., Cuadra, P., Thayer-Ojeda, T., Lecaros, A. y Petrovich, M. (2013). Audiográficos: Implementación y evaluación de un programa informático para el aprendizaje de la interpretación y representación matemática de coordenadas a través de la música y el sonido. *Revista Electrónica de Lista Electrónica Europea de Música en la Educación, LEEME*, 32, 153-155.
- Vila, A. T., Cifre, B. J. y Díaz, A. (2012). Identificación de rasgos en el estilo musical de las sonatas para teclado de Domenico Scarlatti por medio de herramientas matemáticas y tecnológicas. *El artista: revista de investigaciones en música y artes plásticas*, 9, 267-286.
- Whorley, R. & Conklin, D. (2015). Improved iterative random walk for four-part harmonization. In T. Collins, D. Meredith & A. Volk. (Eds), *Mathematics and computation in music: 5th international conference*, MCM 2015, London, England, june 22-25, 2015, proceedings (pp. 64-70). Berlin, Germany: Springer.