PENGGUNAAN DISTRIBUSI NORMAL DALAM MEMODELKAN SEBARAN PERSEPSI BIAYA PERJALANAN DAN TRANSFORMASI BOX-MULLER PADA PENGAMBILAN SAMPEL ACAK MODEL PEMILIHAN RUTE DAN PEMBEBANAN STOKASTIK

R. Didin Kusdian
Mahasiswa S-3 Transportasi ITB
Labtek I lt. 3
Jl. Ganesha 10 Bandung
e-mail: kusdian@yahoo.com

Ofyar Z. Tamin
Program Pascasarjana ITB
Gedung Annex lt. 4 ITB
Jl Tamansari Bandung
e-mail: ofyar@trans.si.itb.ac.id

Agus Salim Ridwan
Program Pascasarjana ITB
Labtek VIII
Jl Ganesha 10 Bandung

Ade Syafruddin
Program Pascasarjana ITB
Departemen Teknik Sipil
e-mail: ades@trans.si.itb.ac.id

Abstrak

Pada diri para pengguna jalan melekat perbedaan-perbedaan dari berbagai sisi, misalnya menyangkut usia, tingkat intelektual, status sosial, maksud perjalanan, cara pandang terhadap uang, dan lain-lain. Pada suatu sistem ruang, misalnya kota, di suatu interval waktu tertentu, misalnya satu jam, akan terjadi suatu pergerakan serentak dari berbagai zona asal ke berbagai zona tujuan. Dalam sistem ruang kota, terpetakan ruas-ruas jalan yang membentuk sistem jaringan jalan kota. Untuk keperluan perencanaan maupun manajemen operasional, akan dibutuhkan suatu perkiraan perilaku pergerakan lalulintas pada sistem jaringan jalan. Perkiraan perilaku pergerakan lalulintas bisa diperoleh melalui model pergerakan berbasis sistem. Dalam bidang pemodelan transportasi telah dikenal 4 komponen model perkiraan kebutuhan transportasi, yaitu Model Bangkitan, Model Distribusi, Model Pemilihan Moda, Model Pemilihan Rute, dan keempat model ini dapat digunakan dengan urutan tahapan sesuai jenis pendekatan persoalan transportasi yang akan diselesaikan. Memilih rute adalah suatu proses keputusan manusia, sebagai pengemudi atau pengguna jalan. Pada model yang paling sederhana keputusan manusia dapat dianggap seragam, atau semua memiliki persepsi yang sama. Upaya mendekati dunia nyata bahwa keputusan manusia sebagai pengemudi adalah beragam, dengan fokus pada keberagaman persepsi terhadap biaya perjalanan untuk suatu pasangan asal-tujuan, dapat dilakukan dengan menganggap bahwa persepsi biaya melintasi setiap ruas jalan dari sekelompok pengemudi merupakan suatu distribusi probabilitas. Pada studi ini dibahas model yang menggunakan distribusi normal sebagai distribusi biaya persepsi. Kemudian dalam simulasi (Monte Carlo) pembebanan model stokastik, dibutuhkan pengambilan sampel acak dari distribusi ini dengan menggunakan bilangan acak (random number). Untuk itu persamaan distribusi normal atau distribusi Gauss, perlu ditransformasikan melalui transformasi Box-Muller. Pada studi ini dicoba untuk menerapkan implementasi algoritma transformasi Box-Muller dengan pengkodean bahasa MS-Fortran Power Station .

Kata-kata kunci: biaya persepsi, distribusi normal, transformasi Box-Muller, bilangan acak, sampel acak, model pembebanan stokastik

PENDAHULUAN

Pengguna jalan sebenarnya memiliki berbagai karakteristik dan kepentingan yang berbeda satu dengan lainnya. Jika untuk satu pasangan tempat asal dan tempat tujuan terdapat sejumlah pengguna yang bergerak dalam satu interval waktu yang sama, dan antara pasangan asal-tujuan itu terdapat lebih dari satu rute, maka penjelmaan perbedaan karakteristik itu, antara lain, akan menurunkan perbedaan persepsi tentang biaya suatu rute. Perbedaan persepsi ini akhirnya akan menimbulkan perbedaan pilihan rute, yang membentuk kelompok pemilih untuk masing-masing rute yang ada. Kenyataan inilah yang diusahakan untuk dimodelkan oleh model pemilihan rute yang, antara lain, digunakan untuk simulasi pembebanan lalulunitas (traffic assignment) dalam model perencanaan transportasi (Tamin, 2000).

POPULASI DAN SAMPEL

Populasi adalah wilayah generalisasi yang terdiri atas obyek/subyek yang mempunyai kuantitas dan karakteristik tertentu, yang ditetapkan oleh peneliti untuk dipelajari dan kemudian ditarik kesimpulannya. Populasi bukan hanya manusia, tetapi juga benda-benda alam lain. Populasi tidak hanya jumlah yang ada tentang obyek/subyek yang dipelajari, tetapi meliputi seluruh karakteristik/sifat yang dimiliki oleh obyek atau subyek itu. Satu orangpun dapat digunakan sebagai populasi (Sugiyono, 2000), karena satu orang itu mempunyai berbagai karakteristik, misalnya pendidikan, penghasilan, disiplin pribadi, cara pandang terhadap uang, kondisi kesehatan, pengetahuan tentang peta suatu tempat, dan lain-lain.

Sampel adalah sebagian dari jumlah dan karakteristik yang dimiliki oleh suatu populasi. Bila suatu populasi sangat besar, dan tidak mungkin untuk mempelajari semua yang ada pada populasi, maka dapat digunakan sampel yang diambil dari populasi tersebut. Apa yang dipelajari dari suatu sampel sehingga menghasilkan suatu kesimpulan, maka kesimpulan yang diperoleh tersebut akan berlaku untuk populasi. Karena itu, sampel yang diambil dari suatu populasi harus betul-betul mewakili populasi tersebut.

DISTRIBUSI NORMAL

Distribusi normal merupakan distribusi paling penting dalam bidang statistika. Banyak gejala yang muncul di alam, industri, dan penelitian yang dapat digambarkan dengan baik oleh kurva distribusi normal. Kurva distribusi normal ini berbentuk seperti lonceng atau genta, dan persamaannya pertama kali ditemukan tahun 1733 oleh Abraham DeMoivre. Distribusi ini disebut juga distribusi Gauss, untuk menghormati Karl Fredrich Gauss (1777-1855), yang juga menemukan persamaannya waktu meneliti galat dalam pengukuran yang berulang-ulang mengenai bahan yang sama.

Persamaan matematika distribusi peluang peubah normal kontinu bergantung pada dua parameter, yaitu rataan μ dan simpangan baku σ. Persamaan distribusi normal ini adalah sebagai berikut (Walpole, 1995):

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-1/2\left[\frac{x-\mu}{2}\right]^2} \tag{1}$$

Persamaan ini disebut juga fungsi kepadatan (density function). Jika dicari turunan (derivative) pertama dan turunan keduanya akan didapat berturut-turut persamaan-persamaan berikut:

$$f'(x) = \frac{-1}{\sigma^3\sqrt{2\pi}}\left[\frac{(x-\mu)}{e^{1/2\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2}}\right] \tag{2}$$

$$f''(x) = \frac{-1}{\sigma^3\sqrt{2\pi}}\left[\frac{1-(x-\frac{\mu}{\sqrt{2\pi}})(\frac{x}{\sigma^2}-\frac{\mu}{\sigma^2})}{e^{1/2\left[\frac{x-\mu}{\sigma}\right]^2}}\right] \tag{3}$$

Dari pemeriksaan terhadap turunan pertama dan keduanya, dapat ditentukan lima sifat kurva normal sebagai berikut:

(1) Modus; titik pada sumbu datar yang memberikan maksimum kurva, terdapat pada $x = \mu$;

(2) kurva simetris terhadap sumbu tegak yang melalui rataan μ;

(3) kurva mempunyai titik belok pada $x = \mu \pm \sigma$, cekung dari bawah bila $\mu - \sigma < X < \mu + \sigma$, dan cekung dari atas untuk nilai x lainnya;

(4) kedua ujung kurva normal mendekati asimtot sumbu datar bila nilai x bergerak menjauhi μ baik ke kiri maupun ke kanan.

(5) seluruh luas di bawah kurva dan di atas sumbu datar bernilai sama dengan 1.

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx = 1$$

Distribusi Normal Standar adalah distribusi normal dengan nilai parameter $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$. Persamaannya serta turunan pertama dan turunan keduanya adalah sebagai berikut:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-1/2x^2} \tag{4}$$

$$f'(x) = \frac{-1}{\sqrt{2\pi}}\frac{x}{e^{1/2x^2}} \tag{5}$$

$$f''(x) = \frac{-1}{\sqrt{2\pi}}\left(\frac{1-x^2}{e^{1/2x^2}}\right) \tag{6}$$

PROBABILITAS DAN PEUBAH ACAK

Teori probabilitas mempelajari rata-rata gejala waktu (masa) yang terjadi secara berurutan atau bersama-sama, seperti pancaran elektron, hubungan telepon, deteksi radar, pengendalian kualitas, kegagalan sistem, permainan untung-untungan, mekanika stastistik, turbulen, gangguan, laju kelahiran dan kematian, serta teori antrian. Suatu rata-rata akan mendekati suatu harga konstan apabila jumlah observasi bertambah besar dan harga-harga ini tetap sama bila dihitung pada sebarang barisan bagian yang ditentukan sebelum percobaan (experiment) dilakukan. Tujuan teori probabilitas adalah menggambarkan dan menaksir rata-rata sedemikian itu dalam bentuk probabilitas peristiwa. Probabilitas suatu kejadian sama dengan nilai perbandingan atau nisbah (ratio) antara hasil yang sesuai dengan total jumlah hasil, asalkan semua hasil mempunyai jumlah kemungkinan yang sama.

Dalam teori probabilitas digunakan beberapa istilah berikut: Ruang S disebut ruang pasti, elemen-elemen s disebut peristiwa, himpunan kosong $\{\phi\}$ disebut peristiwa mustahil, dan peristiwa $\{\zeta_i\}$ yang memuat elemen tunggal ζ_i disebut peristiwa elementer. Peubah acak (random variable) adalah bilangan x(ζ) yang ditetapkan pada setiap hasil ζ suatu percobaan. Bilangan ini dapat merupakan perolehan pada permainan untung-untungan, voltase suatu sumber arus acak, harga suatu komponen acak (random), atau kuantitas numerik lain yang menjadi perhatian pada hasil percobaan (Papoulis, Subanar, Soejoeti, 1992).

BANGKITAN BILANGAN ACAK

Terdapat banyak sistem, baik alamiah maupun buatan, di mana perubahan memainkan peran. Sistem ini dinamakan sistem stokastik. Dalam suatu sistem stokastik terkandung keacakan atau perilaku yang sulit diprediksi.

Sistem dinamik diskrit diklasifikasikan menjadi dua, yaitu deterministik dan stokastik. Sistem deterministik lebih sedikit ketergantungannya pada komputasi dibandingkan dengan sistem stokastik dan sering dapat diselesaikan secara analitis. Sedangkan simulasi dalam studi sistem dinamik diskrit sering digunakan khusus untuk sistem stokastik, yaitu sistem di mana paling sedikit salah satu peubahnya diberikan oleh fungsi probabilitas. Suatu sistem yang bersifat kompleks, memiliki ciri stokastik, dinamik, dan diskrit, sering bertentangan dan tak teruraikan dengan solusi analitis, sehingga dibutuhkan studi simulasi (Deo, 1989).

Untuk mensimulasikan suatu peubah acak diperlukan program keacakan (source of randomness). Dalam percobaan simulasi, hal ini dapat diperoleh melalui program bilangan acak terdistribusi seragam. Pembangkit bilangan acak adalah suatu algoritma yang digunakan untuk menghasilkan urutan-urutan atau sekuensi angka-angka yang diketahui bentuk fungsi distribusinya, sebagai hasil perhitungan dengan menggunakan komputer, sehingga angka-angka tersebut muncul secara acak dan digunakan terus-menerus.

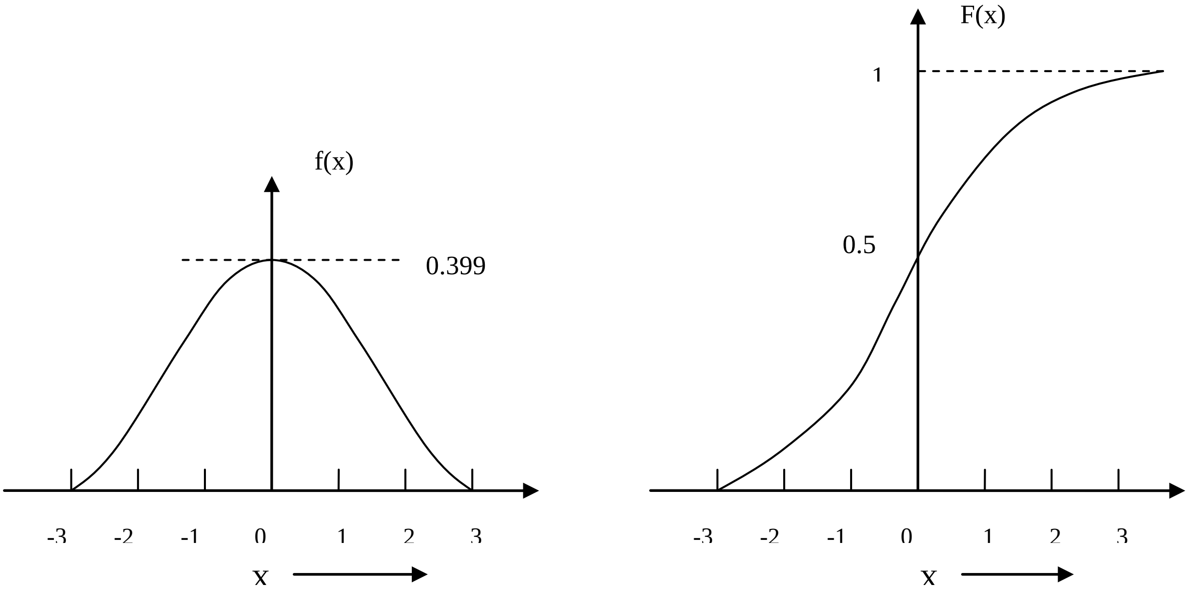
SAMPEL BILANGAN ACAK TERDISTRIBUSI NORMAL

Banyak percobaan simulasi memerlukan sampel acak dari distribusi tidak seragam, seperti distribusi normal, eksponensial, beta, gamma, chi-square, log-normal, Cauchy, dan Weibull. Dapat dibuktikan bahwa sampel-sampel dari suatu distribusi sembarang dapat dibangkitkan dengan menggunakan bilangan-bilangan acak terdistribusi seragam dalam interval (0,1) r1, r2,… . Kenyataannnya, sampai saat ini tidak ada metode praktis yang cepat dalam pembangkitan sampel-sampel dari suatu distribusi sembarang, kecuali melalui bilangan-bilangan acak terdistribusi seragam. Terdapat banyak teknik khusus untuk mengkonversi bilangan-bilangan acak terdistribusi seragam ke dalam sampel-sampel dari berbagai distribusi lain.

Jika parameter-parameter pada distribusi normal memiliki nilai $\mu = 0$ dan $\sigma = 1$, maka distribusi normal tersebut dinamakan distribusi normal standar. Hal ini diekspresikan oleh persamaan:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \tag{7}$$

Fungsi kepadatan dan integral persamaan tersebut sama dengan fungsi distribusi kumulatif yang diperlihatkan pada Gambar 1. Tidak ada suatu ekspresi persamaan eksplisit untuk fungsi distribusi kumulatif F(s), tetapi tabel-tabel lengkap dapat dicari pada buku-buku statistika.



(a) Fungsi Kepadatan (b) Fungsi Distribusi

Gambar 1 Distribusi Normal Standar

Satu metode yang lazim digunakan untuk membangkitkan sampel acak dari distribusi normal standar adalah dengan menggunakan hubungan berikut, yang disebut dengan Transformasi Box-Muller:

$$x = (-2\log_e r_1)^{\frac{1}{2}} \cos(2\pi . r_2) \tag{8}$$

dengan: r_1 dan r_2 adalah dua bilangan acak seragam dalam interval (0,1), dan x adalah sampel yang diinginkan dari distribusi normal standar.

Penurunan persamaan (8) dilakukan dengan pengambilan bilangan acak (random number) untuk distribusi normal dengan 2 variate yang tidak diketahui, yang mempunyai ketentuan-ketentuan sebagai berikut:

(1) X_1 = N (0,1); X_2 = N (0,1) dan keduanya bersifat independen
(2) $\mu = 0$; $\sigma = 1$, berupa fungsi distribusi normal standar
(3) PDF = Fungsi Probabilitas Densitas (Probability Density Function)

Rumus PDF Distribusi Normal adalah:

$$f(x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_1}{2}}$$

$$f(x_2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x_2}{2}}$$

berarti

$$f(x_1 . x_2) = f(x_1) . f(x_2) = \frac{1}{2\pi} e^{-(\frac{x_1^2}{2} + \frac{x_2^2}{2})}$$

$$f(x_1, x_2) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{x_1^2 - x_2^2}{2}}$$

apabila diumpamakan $Y = X_1^2 + X_2^2$ ($x \in X ; y \in Y$)

akan diperoleh $f(y) = \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{y}{2}}$

maka diuraikan $F(y) = \int \frac{1}{2\pi} e^{-\frac{y}{2}} .dy$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[-2e^{-\frac{y}{2}} \right]_0^t$$

$$= \frac{1}{2\pi} \left[(-2e^{\frac{-t}{2}}) - (-2e^0) \right]$$

$$= \frac{1}{2\pi}(-2e^{-\frac{t}{2}} + 2)$$

$$= \frac{1}{\pi} - \frac{e^{\frac{-t}{2}}}{\pi}$$

Random Variate-nya adalah:

F(x) = R = $\frac{1}{\pi} - \frac{e^{\frac{-t}{2}}}{\pi}$

$$\frac{e^{\frac{-t}{2}}}{\pi} = \frac{1}{\pi} - R \quad \rightarrow \quad \times \pi \quad \text{-}\rightarrow \; e\frac{-t}{2} = 1 - \pi.R$$

$$\ln(e^{\frac{-t}{2}}) = \ln(1 - \pi.R)$$

$$\frac{-t}{2} = \ln(1 - \pi R)$$

maka: $t = -2\ln(1 - \pi.R)$

kemudian dari Y = t = $X_1^2 + X_2^2$

akan diperoleh $X_1^2 + X_2^2 = -2\ln$ (1-π R)

Bila diketahui $\theta = \arctan\frac{X_1}{X_2}$ untuk N(0, 2π R)

atau $2\pi R = \arctan\frac{X_1}{X_2}$ -→ N(0, 2π)

akan dipeoleh R = $\frac{1}{2\pi}$ arctan $\frac{X_1}{X_2}$

Dari data bilangan acak (random number) akan dapat diperoleh 2 independen normal diskret, yaitu :

(1) $X_1 = ((-2\ln(R_1))^{1/2}.\cos 2\pi R_2$

(2) $X_2 = ((-2\ln(R_1))^{1/2}.\sin 2\pi R_2$

yang merupakan pembangkitan random variate dari 2 independen normal diskret dengan $N_{1,2}$ (0, 2π) atau dari distribusi normal dengan mean $\mu = 0$, Variance = 2π , dengan $\theta = 2\pi R$.

PROGRAM KOMPUTER DAN HASILNYA

Dengan menggunakan bahasa FORTRAN, pada Micro Soft Fortran Power Station versi 4.0, pengambilan sampel acak terdistribusi normal dapat dilakukan. Percobaan pertama adalah untuk mendapatkan bilangan acak r_1 dan r_2, dengan programnya adalah sebagai berikut:

```
Program reuse_random1a
INTEGER Count
REAL, DIMENSION(20) :: R1,R2
INTEGER, DIMENSION(20)  :: Seed
open (6,file='hasil reuse-random1a1.f90',status='unknown')
CALL SYSTEM_CLOCK( Count )
Seed = Count
CALL RANDOM_SEED( PUT = Seed )
CALL RANDOM_NUMBER (R1)
CALL RANDOM_NUMBER (R2)
write(6,*) 'hasil reuse_random1a :'
write(6,*) 'himpunan bilangan acak (random numbers) pertama  R1 :'
write(6,10)R1
write(6,*) 'himpunan bilangan acak (random numbers) kedua R2 :'
write(6,10)R2
10 format(2x,5e14.7)
write(*,*) 'selesai, anda dapat lihat hasilnya di file >hasil reuse_random1a1.f90<'
end
```

Setelah dilakukan proses built:compile, link dan kemudian dieksekusi, program ini akan menghasilkan keluaran sebagai berikut:

```
hasil reuse_random1a:
 (1)  himpunan bilangan acak (random numbers) pertama  R1:

    .8227358E+00  .2813011E+00  .6827652E+00  .7584580E+00  .5278727E+00
    .9435974E+00  .3895817E+00  .5001981E+00  .6095637E-01   .4246945E+00
    .4286429E+00  .1928706E-01   .5899192E-02   .7599117E+00  .6943459E+00
    .7709027E+00  .2431150E+00  .4059893E+00   .5095091E+00  .5154239E+00

 (2)   himpunan bilangan acak (random numbers) kedua R2:

    .2706514E-01  .4616078E+00  .2676901E+00  .6667444E+00  .4152746E+00
    .7198229E+00  .5717344E+00  .1933257E+00  .2582463E-01  .5804312E+00
    .9932367E+00  .5288839E+00  .7563685E+00  .6656874E+00  .3989689E+00
    .6276952E+00  .4757117E+00  .8148390E-01   .3093876E+00  .4495682E+00
```

Percobaan kedua adalah pembuatan program untuk pengambilan sampel acak dari distribusi normal dengan menggunakan dua bilangan acak r_1 dan r_2 sesuai persamaan Metode Box-Muller. Program yang dibuat dengan bahasa fortran adalah sebagai berikut :

```
Program Box_Muller3
REAL,DIMENSION (20):: R1,R2,X,S
REAL MU,SIGMA
INTEGER NS,count
INTEGER, DIMENSION(20)  :: Seed
OPEN(5,FILE='DATA_BOXMULLER3.F90')
OPEN(6,FILE='HASIL_BOXMULLER3b.F90,STATUS=UNKNOWN')
!MU=rataan, SIGMA=standar deviasi-->sebaran
!pada pemilihan rute MU=biaya objektif, SIGMA pada Burrel-->ditentukan
read(5,*)MU !input      rataan
write(6,*)'masukan MU=rataan=?',MU
read(5,*)SIGMA !input
write(6,*)'masukan SIGMA=standar deviasi?',SIGMA
read(5,*)ns
write(6,*) 'masukan jumlah sampel=',ns
        CALL SYSTEM_CLOCK(Count)
        Seed = Count
        CALL RANDOM_SEED (PUT = Seed)
        CALL RANDOM_NUMBER(R1)
        CALL RANDOM_NUMBER(R2)
        !PRINT '(2E14.7)', R1,R2
        S = (-2.*ALOG (R1))**0.5*COS(6.283*R2)
        X = SIGMA*S + MU    !19
! V= sampel dari distribusi normal standar
! X= sampel acak dari suatu distribusi normal dengan Mu(=rataan) dan
!    SIGMA(=standar deviasi)tertentu
! X bisa didapat dari V
write (6,*) 'Hasil 1 : Sekuensi Bilangan Acak Pertama (R1)'
write(6,10) R1
write(6,*)'Hasil 2 : Sekuensi Bilangan Acak Kedua (R2)'
write(6,10) R2
write(6,*) 'Hasil 3 : Transformasi Box-Muller (S)'
write(6,11)S
write(6,*)'Hasil 4 : Sampel Acak dari Distribusi Normal (X)'
write(6,11)X
10 format (2x,5f14.7)
11 format (2x,5f14.7)
```

```
write(*,*)'selesai, lihat hasilnya di file :HASIL BOX_MULLER3b'
END
```

Setelah diproses dan dijalankan, program ini menghasilkan keluaran sebagai berikut :

(1) masukan MU = rataan =? 50.000000
(2) masukan SIGMA = standar deviasi? 10.000000
(3) masukan jumlah sampel = 20

Hasil 1 : Sekuensi Bilangan Acak Pertama (R1)

.8115643	.0201738	.8105204	.6276533	.4538888
.6677808	.4465971	.6900291	.3965921	.8990061
.9234014	.5054927	.6377412	.4052850	.5107093
.4497640	.5560657	.8489690	.5822774	.1095765

Hasil 2 : Sekuensi Bilangan Acak Kedua (R2)

.3672125	.7143465	.2173381	.1263772	.3527343
.8378677	.7094067	.7736182	.3240755	.4494351
.6801693	.4505283	.4533729	.7639135	.8703798
.1047828	.9724385	.5779015	.8829507	.9155020

Hasil 3 : Transformasi Box-Muller (S)

-.4340086	-.6210563	.1321171	.6765566	-.7560834
.4711989	-.3205109	.1272418	-.6103204	-.4383387
-.1696440	-1.1120860	-.9080592	.1171547	.7954540
.9999425	1.0671530	-.5050829	.7710872	1.8132570

Hasil 4 : Sampel Acak dari Distribusi Normal (X)

45.6599100	43.7894400	51.3211700	56.7655700	42.4391700
54.7119900	46.7948900	51.2724200	43.8968000	45.6166100
48.3035600	38.8791400	40.9194100	51.1715500	57.9545400
59.9994200	60.6715400	44.9491700	57.7108700	68.1325700

PENGGUNAAN UNTUK SIMULASI PEMBEBANAN LALULINTAS MODEL STOKASTIK

Metode pengambilan sampel acak dari suatu variabel yang terdistribusi normal, seperti yang telah diuraikan, dapat digunakan untuk model (simulasi) pemilihan rute dan pembebanan lalulintas stokastik (stochastic traffic assignment), atau pembebanan di mana dihadapi adanya aspek ketidakpastian (uncertainty) yang dikodekan dengan distribusi kemungkinan (probability).

Biaya (objektif) suatu ruas jalan, dalam pembahasan dapat diidentifikasikan oleh variabel rataan μ (MU), disebar untuk memodelkan fenomena proses stokastik, dengan suatu deviasi standar σ (SIGMA), sehingga biaya satu nilai (obyektif) menjadi suatu variabel stokastik (biaya persepsi-subyektif) yang membentuk suatu sebaran normal. Pengambilan sampel acak biaya subyektif dari sebaran normal (X), dapat dilakukan dengan menggunakan transformasi BOX-MULLER, melalui bangkitan dua bilangan acak terdistribusi seragam yang independen R_1 dan R_2.

KESIMPULAN

Dari studi dapat ditarik beberapa kesimpulan sebagai berikut:

(1) Suatu sistem atau proses stokastik dapat dicirikan dengan salah satu peubahnya berbentuk distribusi probabilitas.
(2) Distribusi normal telah terbukti dapat mendeskripsikan suatu gejala alam dengan baik, dan dapat dipakai untuk memodelkan sebaran persepsi pengguna jalan tentang biaya suatu ruas atau rute.
(3) Pengambilan sampel acak dari suatu distribusi biaya persepsi ruas jalan dapat dilakukan dengan menggunakan bilangan acak.
(4) Bilangan acak terdistribusi seragam dapat digunakan dalam pengambilan sampel acak dari suatu peubah stokastik terdistribusi normal, yaitu dengan melalui transformasi Box-Muller.
(5) Transformasi Box-Muller dapat dilakukan dengan menggunakan dua bilangan acak yang masing-masing bersifat independen, yakni dengan seed yang berbeda.
(6) Transformasi Box-Muller dapat digunakan untuk pengambilan sampel acak suatu peubah atau komponen peubah yang berciri stokastik, di mana ketidakpastiannya dapat dikodekan melalui distribusi probabilitas yang berbentuk distribusi normal.
(7) Transformasi Box-Muller dapat digunakan dalam mencari solusi persoalan transportasi, di mana biaya transportasi atau komponennya mengandung ciri stokastik dan dimodelkan sebagai peubah acak terdisribusi normal.

DAFTAR PUSTAKA

Deo, Narsingh. 1989. *System Simulation With Digital Computer*. Prentice Hall of India, New Delhi.

Kakiay, Thomas J. 2003. *Sistem Simulasi*. Andi, Yogyakarta.

Papoulis, Athanasios, Subanar, Soejoeti, Zanzawi. 1992. *Probabilitas, Variabel Random, dan Proses Stokastik.* Gadjah Mada University Press, Universitas Gadjah Mada, Yogyakarta.

Sugiyono. 2000. *Statistika Untuk Penelitian*. Alfabeta, Bandung.

Tamin, O.Z. 2000. *Perencanaan dan Pemodelan Transportasi*. Edisi-2, Penerbit ITB, Bandung.

Wapole, Ronald E., Myers Raymond H. 1995. *Ilmu Peluang dan Statistika untuk Insinyur dan Ilmuwan*. Penerbit ITB , Bandung.