

# 美人投票ゲームにおける推論レベルの推定

佐藤 淳 松葉 敬文 蔵 研也

## 概要

この論文は、回答者は単純な意思決定ルールを使っていると仮定した上で、推論レベルを実際に拡張すると同時に回答のランダムな個人差を明示的に取り入れて美人投票ゲームにおける推論レベルを推定するものである。推定の結果、8割以上のグループで推論レベルは0から2の間であり、これまでの研究よりも低いことがわかった。推定された推論レベルが低く、単純なモデルがデータの特徴を良好にとらえていることから回答者は単純なルールを使っている可能性が高い。

## 1はじめに

株式市場の参加者は自分が良いと思う銘柄を選ぶのではなく、市場参加者全体が良いと思う銘柄を考慮して選ばなければならないという状況を Keynes (1936) が美人投票に例えて以来、人はどの程度まで他人の意思決定を考慮して自らの意思決定をするのかという、推論レベルの問題が長い間経済学者の関心を集めている。

Nagel (1995) が実験によって推論レベルの推定を行ってから、実験経済学でもこの問題が盛んに採り上げられるようになった。例えば、Stahl (1996) はモデルを精緻化して Nagel (1995) のデータを使って推論レベルの推定を行い、Ho, Camerer, and Weigelt (1988) は Nagel (1995) のデータと独自の実験データの分析をしている。これらの実験で行われるゲームは、 $N$ 人の参加者がある範囲（例えば0から100）の中から同時にひとつの数字を選び、回答の平均値の  $p$  倍に最も近い数字を回答した者が勝つというものである。

Nagel (1995) は、1回目の回答において0と100平均値である50をアンカーとして50を推論レベル0とした。推論レベル1の者は、自分以外の者がすべてレベル0の推論をすると考えて $50p$ を選ぶ。以下同様に、推論レベル  $k$  の者は、自分以外の者がすべてレベル  $k-1$  の推論をすると考えて $50p^k$  を選ぶ。2回目以降の回答においては、前回の回答の平均値をレベル0とし、レベル1以上の設定の方法は1回目の回答の場合と同様である。実験の結果、たとえば  $p = 2/3$  の場合、1回目の回答ではレベル0の者の比率は13%、レベル1は44%、レベル2は39%、レベル3は3%である。2回目以降は回を重ねるごとにレベルが上昇する傾向が見られ、最終回の4回目ではレベル0が3%、レベル1が10%、レベル2が48%、レベル3が25%であると報告している。

Stahl (1996) は、推論レベルを 0 から 3 までとしてそれぞれの推論レベル内の個人差を考慮したモデルを Nagel (1995) のデータに適用して推論レベルを推定した。それによると、1 回目では推論レベル 0 の者の比率は 42%、レベル 1 が 21%、レベル 2 が 28%、レベル 3 が 4 % である。2 回目以降は推論レベルが上昇して、7 つのグループのうち 4 つのグループでレベル 2 の比率が最も高くなり（約 70%）、3 つのグループでレベル 3 の比率が最も高くなっている（約 70%）。

Ho et al. (1998) の実験では、1 回目では推論レベル 0 が 16%、レベル 1 が 21%、レベル 2 が 14%、レベル 3 が 50% であるのに対して 2 回目以降 10 回目までのデータを使った推定ではレベル 1 が 29%、レベル 2 が 71% と、推論レベル 3 の者がいなくなっている。また、同じ方法を Nagel (1995) の 1 回目のデータに適用したところ、レベル 0 が 29%、レベル 1 が 34%、レベル 2 が 37%、レベル 3 が 0 % という結果となり、Nagel (1995) よりも全体的にレベルが低く推定されている。

これらの研究はいずれも Nash 均衡が選択されないという結果を示している点では一致しているが、同じデータを使っている場合でも推論レベルが異なっている。この点も含めてこれらの研究にはいくつかの問題点がある。第 1 に、これらの研究は回答値をそのままゲーム論的な推論レベルに対応させている。松葉、佐藤、蔵 (2008) は日本の大学生を対象に同様の実験を行い、その際に集めたアンケートを分析している。その結果、たとえ回答値が各推論レベルに属する回答値であったとしても、ゲーム論的な推論とは関係なく偶然に選択された可能性が高いことを指摘している。

第 2 に、回答値の偶然性の扱いが必ずしも適切ではない。Nagel (1995) の場合、1 回目で 50 より大きい値を回答した者が全体の 20% を占めるが、これらはレベルから除外されている。Stahl (1996) は当初はレベル 0 から 3 までを考えていたが、これらのレベルに属さない回答値が散見されることから、こうした値のためにレベル -1 を追加している。また、レベル 1 から 3 については各レベル内において回答値のランダムな個人差を明示的に取り入れている。しかし、レベル 3 の回答をした者が次の回にレベル -1 を選ぶというようにレベルを飛び越えた回答値の偶然性は考慮されていない。Ho et al. (1998) は推論レベルが高い者による回答値の分散は小さいというモデルをもとに推論レベルを推定している。一方、ゲームの中盤から終盤にかけて突如として 100 のように大きな数を回答する者が少なからずいることも報告している。このため Ho et al. (1998) ではこれらの spoiler を除外して分析しているが、spoiler も含む枠組みで分析すべきであろう。また、spoiler は 0 を回答した次の回には 100 を回答して、その次の回には再び 0 を回答するというパターンを示している。このように高い推論レベルから一度だけ逸脱するような動きは Stahl (1996) のモデルも十分にとらえることができない。

第 3 に、これらの研究では推論レベルが整数となっている。自分以外の回答者がすべてひとつ下のレベルに属するという仮定は分析には便利であるが、かなり特殊であるといえ

る。むしろ、自分よりもレベルが低い推論をする者もいれば自分と同じような考え方をしている者やさらには自分よりも高い推論をする者もいるかもしれない、と考えた上で自らの意思決定をすると考える方が自然であろう。だとすれば推論レベルは実数としたほうが適切であり、それにより回答値を各推論レベルに振り分ける際の基準の違いが推定結果の違いをもたらすという問題を避けることもできる。

美人投票ゲームに対する別のアプローチとして、Camerer and Ho (1999)、Camerer, Ho, and Chong (2002)、Ho, Camerer, and Chong (2007) による Experience-Weighted Attraction (EWA) 学習モデルがある。EWA はゲームにおける様々な学習モデルをパラメータの違いによって一般的に表現するものである。EWA では他のプレーヤーが過去にとった戦略と、そのプレーヤー自身が直近に得た利得とによって各戦略に割り振られる attraction という数値がアップデートされる。さらに、プレーヤーが attraction をどの程度重視しているかを表す感応度係数  $\lambda$  というものが定義され、この  $\lambda$  に attraction に掛けた数値をウェイトにして各戦略に確率が割り当てられる。最も高い確率を割り当てられた戦略が選ばれる。なお、 $\lambda$  は 0 のときはランダムな選択、 $\lambda$  が無限大のときはゲーム論の意味での最適な対応になるように設定されている。Ho, Camerer, and Chong (2007) は美人投票ゲームを含む様々なゲームについて、attraction の値を決めるパラメータと  $\lambda$  を推定してモデルがデータの特徴を再現できるかどうかを調べており、良好な結果を得ている。EWA が一般的なモデルであることの代償として、美人投票ゲームにおける推論レベルがいくらであるかを知ることができないが、Ho, Camerer, and Chong (2007) によって推定されたパラメータの値を他のゲームと比べると、美人投票ゲームでは attraction の役割が小さく、回答値はゲーム論的な推論よりは偶然によるものであることがわかる。

この論文は、回答者は単純な意思決定ルールを使っていると仮定した上で、推論レベルを実数に拡張すると同時に回答のランダムな個人差を明示的に取り入れ、Ho et al. (1998) と松葉他 (2008) のデータにおける推論レベルを推定するものである。本稿の構成は次の通りである。第 2 節ではモデルを説明する。そこでは、回答値の推移を理解するためには意思決定ルールのランダムな個人差が重要であることが示される。推定方法とデータについての説明は第 3 節で行われる。第 4 節では推定結果の分析を行い、既存の研究は推論レベルを過大評価している可能性があることを示す。今後の課題については第 5 節で論じる。

## 2 モデル

Nagel (1995)、Stahl (1996)、Ho et al. (1988) は 1 回目の回答と 2 回目以降の回答を分けて分析しているが、どちらの場合も回答値をゲーム論的な推論レベルに対応させていく。しかし、松葉他 (2008) は、1 回目の回答では少數ながら Nash 均衡を選ぶ者と個人

的な好みや思いつきによって選ぶ大多数の者などさまざまな場合が混在しており、回答値が小さいからといって推論レベルが高いわけではないことを示している。また、2回目以降については前回の結果をアンカーとしてその前後の数字を選んでいることを指摘している。EWA学習モデルにおいても、Camerer and Ho (1999) は1回目の投票と2回目以降の投票を分けて推定していたが、Camerer, Ho, and Chong (2002) と Ho, Camerer, and Chong (2007) では1回目の選択が2回目以降の選択に与える影響は大きくないことやパラメータを節約するという理由で1回目の選択はデータをそのまま使っている。

そこで、ここでは $N$ 人の回答者がある範囲から同時に数字を選び、回答値の平均の $p$ 倍に最も近い数字を回答した者が勝つというゲームにおいて、1回目の回答は所与のものとして、2回目以降回答者は単純なルールに従って選択を行うものとする。すなわち、回答者 $i$ は2回目以降は前回の回答の平均値をアンカーとして次のような単純なルールに従ってレベル $\eta$ 付近の推論をするものとする。

$$b_i(t) = \exp(z_i(t))p^\eta b(t-1), \quad z_i(t) \sim N(0, \sigma(t)^2), \quad t > 1. \quad (1)$$

ここで、 $b_i(t)$ は $t$ 回目に回答者 $i$ が回答した値であり、 $b(t)$ は $b_i(t)$ の平均である。すなわち、

$$b(t) = \sum_{i=1}^N b_i(t) / N.$$

$\exp(z_i(t))$ は回答者 $i$ のルールがランダムに変化する部分に対応しており、 $z_i(t)$ はすべての回答者 $i$ について同一の正規分布に従うものとする。(1)より $\log b_i(t)$ は平均 $\log(p^\eta b(t-1))$ 、分散 $\sigma(t)^2$ の正規分布に従うことがわかる。したがって、 $b_i(t)$ は対数正規分布に従い、期待値と分散はそれぞれ

$$\begin{aligned} E(b_i(t)) &= \exp(\log(p^\eta b(t-1)) + \sigma(t)^2 / 2) \\ &= p^\eta b(t-1) \exp(\sigma(t)^2 / 2), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} V(b_i(t)) &= \exp[2\log(p^\eta b(t-1)) + \sigma(t)^2](\exp(\sigma(t)^2) - 1) \\ &= [p^\eta b(t-1) \exp(\sigma(t)^2 / 2)]^2 (\exp(\sigma(t)^2) - 1) \end{aligned} \quad (3)$$

によって与えられる。

$b_i(t)$ の期待値と分散が推論レベル $\eta$ 、アンカー $b(t-1)$ 、および意思決定ルールの個人差の大きさ $\sigma(t)$ に依存することは $b_i(t)$ の平均と標準偏差の推移を理解する上で重要である。すなわち、推論レベルとルールの個人差の大きさによって次のような分類を考える

ことができる。

- (a) 推論レベルが高く、ルールの個人差が小さい
- (b) 推論レベルが高く、ルールの個人差が大きい
- (c) 推論レベルが低く、ルールの個人差が小さい
- (d) 推論レベルが低く、ルールの個人差が大きい

この分類に従うと回答値の平均と標準偏差の推移はおおよそ次のようになるであろう。(a) の場合は、回答値の平均と標準偏差はともに急速に減少していく。(b) の場合も平均と標準偏差は急速に減少するが、突然増加することもあり、その場合は回答値の平均も増加する。Ho et al. (1998) における spoiler はこのケースに該当する。(c) の場合は、標準偏差は急速に減少するが、平均は  $p''b(t-1)$  に近い値をとって緩やかに減少してゆく。(d) の場合は、平均、標準偏差とも減少と増加を繰り返してなかなか収束しない。これまでの研究は推論レベルのみに注目してルールの個人差の影響についてはあまり注意を払ってこなかつたが、回答値の推移や推論レベルを理解する上でこの点は重要である。

モデルを閉じるためには1回目の回答値の分布と  $\sigma(t)$  を特定する必要がある。すでに述べたように1回目の回答の分布を理論的に特定するのは困難であることから、ここでは1回目の回答の分布をそのまま使うことにする。一方、 $\sigma(t)$  については、(2) と (3) から、

$$V(b_i(t))^{1/2} / E(b_i(t)) = (\exp(\sigma(t)^2) - 1)^{1/2}$$

となる。 $V(b_i(t))^{1/2} / E(b_i(t))$  をデータから得られる変動係数  $cv(t)$  で代用すると、 $\sigma(t)$  は

$$\sigma(t) = (\log(cv(t)^2 + 1))^{1/2}$$

によって与えられる。

以上からモデルのダイナミックスは次のようになる。1回目の回答値  $b_i(1)$  は実際のデータによって与えられる。2回目の投票では1回目の回答値の平均  $b(1)$  をアンカーとして (1) のルールに従って回答  $b_i(2)$  が行われる。この回答の平均  $b(2)$  が3回目の投票のアンカーとなる。以下同様にして  $T$  回目の回答値  $b_i(T)$  が出て  $b(T)$  が得られたところでゲームは終了する。

### 3 推定方法とデータ

Stahl (1996) や Ho et al. (1998) など従来の研究は最尤法でパラメータを推定している。しかしながら、推定には参加者の毎回の回答値が必要であるため、松葉他 (2008) のデータのように毎回の参加者が必ずしも同一でない場合には適用できない。また、美人投

投票ゲームでは投票回数毎に確率変数の分布が変化するので、最尤法を用いる場合は分布が同一になるようにするために恣意的な変数変換が必要となる。このようなことから、ここではシミュレーションをもとにしたモーメント法によって推論レベル  $\eta$  を推定する。すなわち、シミュレーションによって人工的な回答値の平均と標準偏差を多数発生させ、その平均値が実際の回答値の平均と標準偏差に最も近くなるような  $\eta$  を選ぶことにする。

1回のシミュレーションで1回目から  $T$  回目までの回答値の平均と標準偏差が得られるが、1回目は実際のデータを使っているので、推定に利用するのは2回目以降の回答値の平均と標準偏差である。 $r$  回目のシミュレーションにおける  $t$  回目の回答値の平均を  $b^r(t)$ 、標準偏差を  $s^r(t)$  とし、これらをまとめて  $\theta^r = [b^r(2) \ K \ b^r(T) \ s^r(2) \ K \ s^r(T)]'$  とする。これに対して実際の回答値の平均と標準偏差をまとめて  $\theta = [b(2) \ K \ b(T) \ s(2) \ K \ s(T)]'$  とする。シミュレーションを  $n$  回繰り返して、 $\theta^1$  から  $\theta^n$  までの平均を

$$\theta(n) = \sum_{r=1}^n \theta^r / n$$

とする。また、 $\theta(n)$  と実際の  $\theta$  の距離を次の式で定義する。

$$d(n) = [\theta(n) - \theta]' [V(\theta(n) - \theta)]^{-1} [\theta(n) - \theta].$$

ここで  $V(\theta(n) - \theta)$  は  $\theta(n) - \theta$  の共分散行列である。

以上を準備として、推論レベル  $\eta$  を以下のような手順によって推定する。まず、50回のシミュレーションを行って  $d(50)$  を最小にする  $\eta$  を求め、それを  $\eta_1$  とする。次に、これを1000回繰り返して  $\eta_1$  から  $\eta_{1000}$  の平均を求めてそれを  $\eta$  の推定値とする。最後に、モデルの妥当性を検証するために、 $\eta$  の推定値を使って1000回のシミュレーションを行い、 $d(1000)$  を求める。近似的に  $d(1000)$  は自由度が  $\theta$  に含まれる要素の個数、すなわち  $2(T-1)$  の  $\chi^2$  分布に従う。 $d(1000)$  の値が極端に大きい場合は、モデルから得られる回答値の平均と標準偏差がデータから乖離しておりモデルの当てはまりが良くないことを意味する。

推論レベルの推定にあたっては、松葉他（2008）の実験で集めたデータと Ho et al. (1998) のデータを使うことにする。松葉他（2008）のデータのうち、ここではグループB（非経済学部全学年対象の教養講義の受講者）とグループC（経済学部2年生以上対象の専門講義の受講者）のデータを使用する。回答の回数はいずれも8回であるが、1回目は  $p=0.7$ 、2回目以降は  $p=0.8$  としていることから、パラメータの推定にあたっては2回目以降のデータを使うことにする。すなわち、2回目の全員の回答値をそのまま使い、3回目以降は回答値の平均と標準偏差のみを使う。なお、参加人数が毎回異なるため、2回目の参加人数（グループBは61名、グループCは51名）を各グループの人数とする。

一方、Ho et al. (1998) のデータには7名からなる28のグループと3名からなる27のグ

ループが含まれている。参加者は東南アジアの学部学生で、ビジネス数量分析の講義を受講している者である。回答の回数は10回である。表1-1と表1-2が示すように、これらのグループはグループの人数、 $p$ の値、経験の違いによって次のように分類されている。すなわち、(1) 7名のグループ1からグループ7と3名のグループ29からグループ35は初めて $p=0.7$ の実験に参加している。(2) 7名のグループ8からグループ14と3名のグループ36からグループ42は予め $p=1.3$ の実験を経験した上で $p=0.7$ の実験に臨んでいる。(3) 7名のグループ15からグループ21と3名のグループ43からグループ48は初めて $p=0.9$ の実験に参加しているのに対し、(4) 7名のグループ22からグループ28と3名のグループ49からグループ55は $p=1.1$ の実験を経験してから $p=0.9$ の実験に参加している。

## 4 分析

### 4.1 推定結果

表1-1と表1-2に推定結果を示す。まず、表1のNashという項目は1回目の投票でNash均衡（松葉他（2008）では1、Ho et al.（1998）では0）を選んだ者の人数を表している。表1が示すように、ゲーム論が想定する行動をとる者は極めて少数であることがわかる。一方、 $d(1000)$ とp値を見ると、すべてのグループについてモデルは棄却されない。すなわち、単純なルールはデータと矛盾しない。また、ほとんどすべてのグループについて推論レベル $\eta$ は正確に推定されている。

表1-1 推論レベルの推定値

グループ	N	p	e	Nash	spoilers	$\sigma(t)$ :平均	$\eta$ :平均	$\eta$ :標準偏差	d (1000)	p 値
Matsuba et al. gp B	61	0.8	0	2	0	0.4015	0.9017	0.0975	12.7292	0.3890
Matsuba et al. gp C	51	0.8	0	1	1	0.3637	0.7155	0.1134	12.8427	0.3806
Ho et al. gp 1	7	0.7	0	0	1	0.4666	0.4684	0.0226	18.0040	0.4554
Ho et al. gp 2	7	0.7	0	1	2	0.5060	0.3816	0.0491	18.0030	0.4555
Ho et al. gp 3	7	0.7	0	0	1	0.5142	0.6207	0.0470	18.4808	0.4244
Ho et al. gp 4	7	0.7	0	0	1	0.3496	0.4812	0.0838	18.1028	0.4489
Ho et al. gp 5	7	0.7	0	1	3	0.6241	0.7127	0.0320	18.0078	0.4551
Ho et al. gp 6	7	0.7	0	0	1	0.5609	0.7186	0.0376	18.2223	0.4411
Ho et al. gp 7	7	0.7	0	0	2	0.5920	0.6333	0.0486	18.0321	0.4535
Ho et al. gp 8	7	0.7	1	0	1	0.6576	1.5442	0.1552	18.1306	0.4471
Ho et al. gp 9	7	0.7	1	1	3	0.6553	1.0106	0.0908	18.3137	0.4352
Ho et al. gp 10	7	0.7	1	1	1	0.9733	2.0782	0.0933	18.0116	0.4549
Ho et al. gp 11	7	0.7	1	0	2	0.7281	1.1687	0.0339	18.0133	0.4548
Ho et al. gp 12	7	0.7	1	1	1	0.7120	1.6968	0.1046	18.0295	0.4537

Ho et al. gp 13	7	0.7	1	0	0	0.3893	1.8714	0.0509	18.0043	0.4554
Ho et al. gp 14	7	0.7	1	0	2	0.4125	0.9798	0.0353	18.0018	0.4555
Ho et al. gp 15	7	0.9	0	0	0	0.1655	0.8331	0.1041	18.0403	0.4530
Ho et al. gp 16	7	0.9	0	0	1	0.1560	0.6202	0.2988	18.0191	0.4544
Ho et al. gp 17	7	0.9	0	0	1	0.3206	1.3671	0.0493	18.0190	0.4544
Ho et al. gp 18	7	0.9	0	1	1	0.2093	1.3645	0.0488	18.0020	0.4555
Ho et al. gp 19	7	0.9	0	1	0	0.1439	-0.1509	0.1613	18.3743	0.4313
Ho et al. gp 20	7	0.9	0	0	1	0.1761	1.1282	0.0950	18.1622	0.4450
Ho et al. gp 21	7	0.9	0	0	1	0.2023	0.4757	0.0508	18.0759	0.4507
Ho et al. gp 22	7	0.9	1	0	1	0.6691	3.7244	0.1725	18.0027	0.4555
Ho et al. gp 23	7	0.9	1	1	1	0.9915	6.3876	0.2163	18.0001	0.4556
Ho et al. gp 24	7	0.9	1	1	1	0.4833	3.5681	0.0691	18.0034	0.4554
Ho et al. gp 25	7	0.9	1	1	1	0.3118	1.8318	0.4554	20.5852	0.3009
Ho et al. gp 26	7	0.9	1	0	0	0.3589	1.8286	0.1967	18.0289	0.4537
Ho et al. gp 27	7	0.9	1	0	2	0.5006	2.5629	0.0728	18.0206	0.4543
Ho et al. gp 28	7	0.9	1	1	1	0.2074	2.4508	0.0414	18.0420	0.4529

表 1-2 推論レベルの推定値（続き）

グループ	N	p	e	Nash	spoilers	$\sigma(t)$ :平均	$\eta$ : 平均	$\eta$ : 標準偏差	d (1000)	p 値
Ho et al. gp 29	3	0.7	0	0	1	0.3588	0.1553	0.0542	18.0792	0.4504
Ho et al. gp 30	3	0.7	0	0	0	0.3416	0.1968	0.1445	20.6011	0.3000
Ho et al. gp 31	3	0.7	0	0	1	0.5107	0.4825	0.0567	18.3637	0.4319
Ho et al. gp 32	3	0.7	0	0	3	0.5481	0.4350	0.0407	18.0532	0.4522
Ho et al. gp 33	3	0.7	0	0	1	0.4717	0.2679	0.0733	18.0094	0.4550
Ho et al. gp 34	3	0.7	0	0	2	0.4419	0.2811	0.0489	18.1397	0.4465
Ho et al. gp 35	3	0.7	0	0	1	0.3779	0.4572	0.0404	18.0565	0.4519
Ho et al. gp 36	3	0.7	1	0	1	0.4186	0.7560	0.1559	18.1097	0.4484
Ho et al. gp 37	3	0.7	1	0	1	0.4731	1.0324	0.0770	18.0285	0.4538
Ho et al. gp 38	3	0.7	1	0	1	0.5441	1.2342	0.0698	18.0035	0.4554
Ho et al. gp 39	3	0.7	1	0	2	0.6630	0.4537	0.0736	18.2243	0.4410
Ho et al. gp 40	3	0.7	1	0	2	0.2699	0.4298	0.0199	18.0053	0.4553
Ho et al. gp 41	3	0.7	1	1	2	0.6466	0.4816	0.0450	18.0656	0.4513
Ho et al. gp 42	3	0.7	1	0	0	0.3250	1.8458	0.9076	21.8992	0.2365
Ho et al. gp 43	3	0.9	0	0	2	0.2197	-0.0351	0.5566	19.4473	0.3648
Ho et al. gp 44	3	0.9	0	0	1	0.2486	1.2841	0.0711	18.0247	0.4540
Ho et al. gp 45	3	0.9	0	0	1	0.2763	0.3619	0.1244	18.1006	0.4490
Ho et al. gp 46	3	0.9	0	0	0	0.1805	0.0577	0.0999	18.2288	0.4407
Ho et al. gp 47	3	0.9	0	0	0	0.2606	0.4239	0.2678	18.7461	0.4076
Ho et al. gp 48	3	0.9	0	0	0	0.0881	0.4706	0.0506	18.0854	0.4500
Ho et al. gp 49	3	0.9	1	1	1	0.2772	0.4303	0.1157	18.3226	0.4346
Ho et al. gp 50	3	0.9	1	1	0	0.2632	1.9434	0.0804	18.0996	0.4491
Ho et al. gp 51	3	0.9	1	0	1	0.2834	-1.8715	0.1670	18.2960	0.4363
Ho et al. gp 52	3	0.9	1	0	0	0.2973	1.7989	0.0780	18.0259	0.4539
Ho et al. gp 53	3	0.9	1	0	0	0.1112	0.3979	0.0571	18.1038	0.4488

Ho et al. gp 54	3	0.9	1	0	0	0.4070	3.8168	0.1392	18.0072	0.4552
Ho et al. gp 55	3	0.9	1	0	0	0.2540	0.8423	0.1797	18.0750	0.4507

表1で得られた推論レベルの分布を表2にまとめた。それによると、推論レベルが0以上1未満のグループが54%と最も多く、次いで1以上2未満のグループが28%となっている。Nagel (1995)、Stahl (1996)、Ho et al. (1998) は個人の推論レベルを推定しているのに対して我々のモデルはグループの推論レベルを推定しているので単純に比較はできないが、全体の8割を超えるグループで推論レベルが0以上2未満という結果は既存の研究の結果よりも低いものになっている。すでにふれたようにこの違いは回答値のランダムな個人差の扱いの差から生じていると考えられる。

表2 推論レベルの分布

推論レベル	グループ数	%
$\eta < 0$	3	5.3
$0 \leq \eta < 1$	31	54.4
$1 \leq \eta < 2$	16	28.1
$2 \leq \eta < 3$	3	5.3
$3 \leq \eta$	4	7.0
合 計	57	100.0
平 均	1.095	
標準偏差	1.204	

次に、推論レベル  $\eta$  と意思決定ルールの個人差  $\sigma(t)$  が回答値の平均と標準偏差の推移に与える影響を確認しておこう。第2節で述べた推論レベルとルールの個人差の大小による分類に従い、それぞれの代表的な例を図1-1と図1-2に示す。図1-1のパネル(a)にある Ho et al. (1998) のグループ28の場合は推論レベルが高く、ルールの個人差が小さいので回答値の平均と標準偏差は共に単調に減少している。パネル(b)のグループ10は推論レベルが高く、ルールの個人差が大きいケースである。ゲーム終盤までは平均と標準偏差は減少するが、9回目に突然100を回答する spoiler のために平均と標準偏差は大きく変化している。パネル(c)のグループ53は推論レベルが低く、ルールの個人差が小さいケースである。ルールの個人差が小さいので回答値の平均の推移は滑らかであるが、推論レベルが低いために平均値はゆっくり減少している。これに対して図1-2のパネル(d)のグループ39では推論レベルが低く、ルールの個人差が大きいために回答値の平均と標準偏差は共に変動を繰り返しており、収束の様子が見られない。さらに、図1-2のパネル(e)と(f)にはそれぞれ松葉他 (2008) のグループBとグループCのデータを掲げてある。どちらも推論レベルとルールの個人差が中程度なので、回答値の平均の減少は緩やかで、標準偏差の変動もそれほど大きくない。

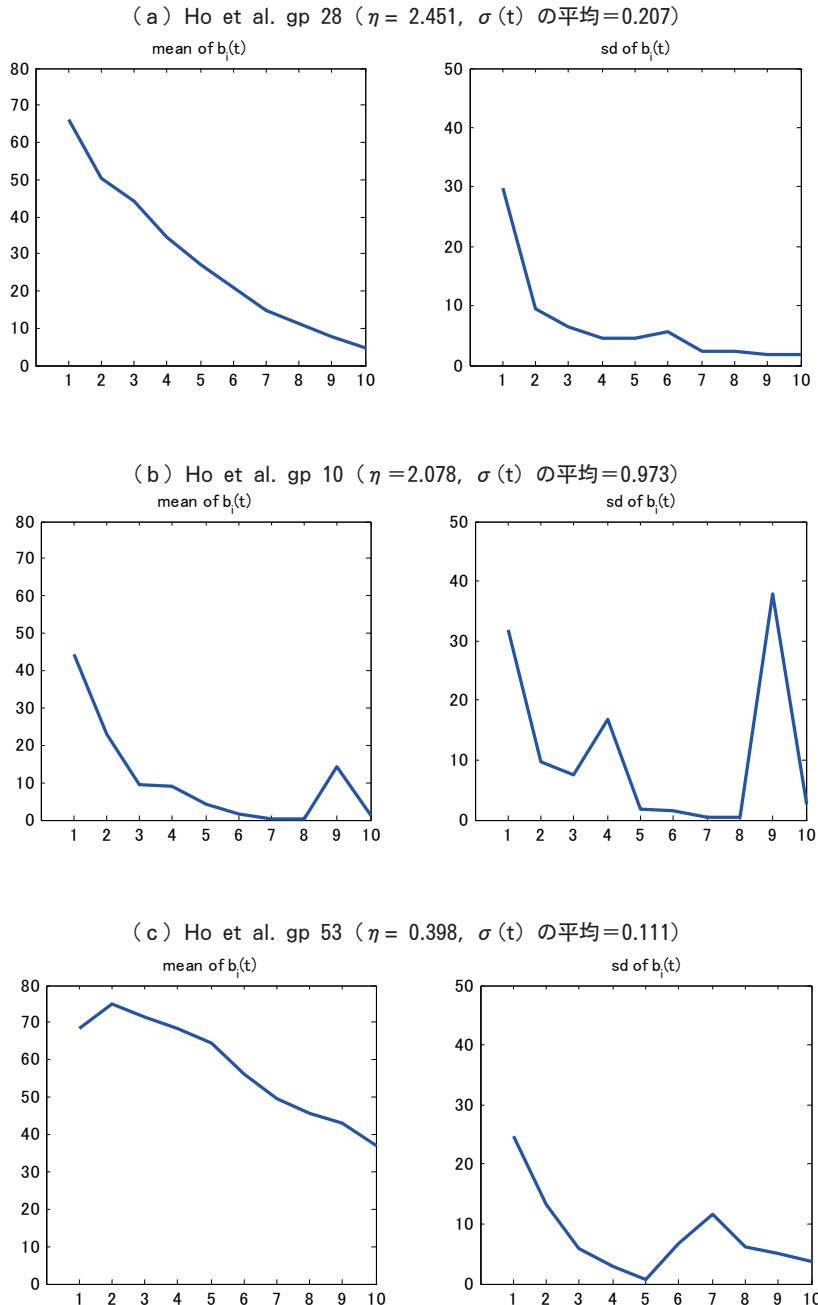


図 1－1 回答値の平均と標準偏差

美人投票ゲームにおける推論レベルの推定

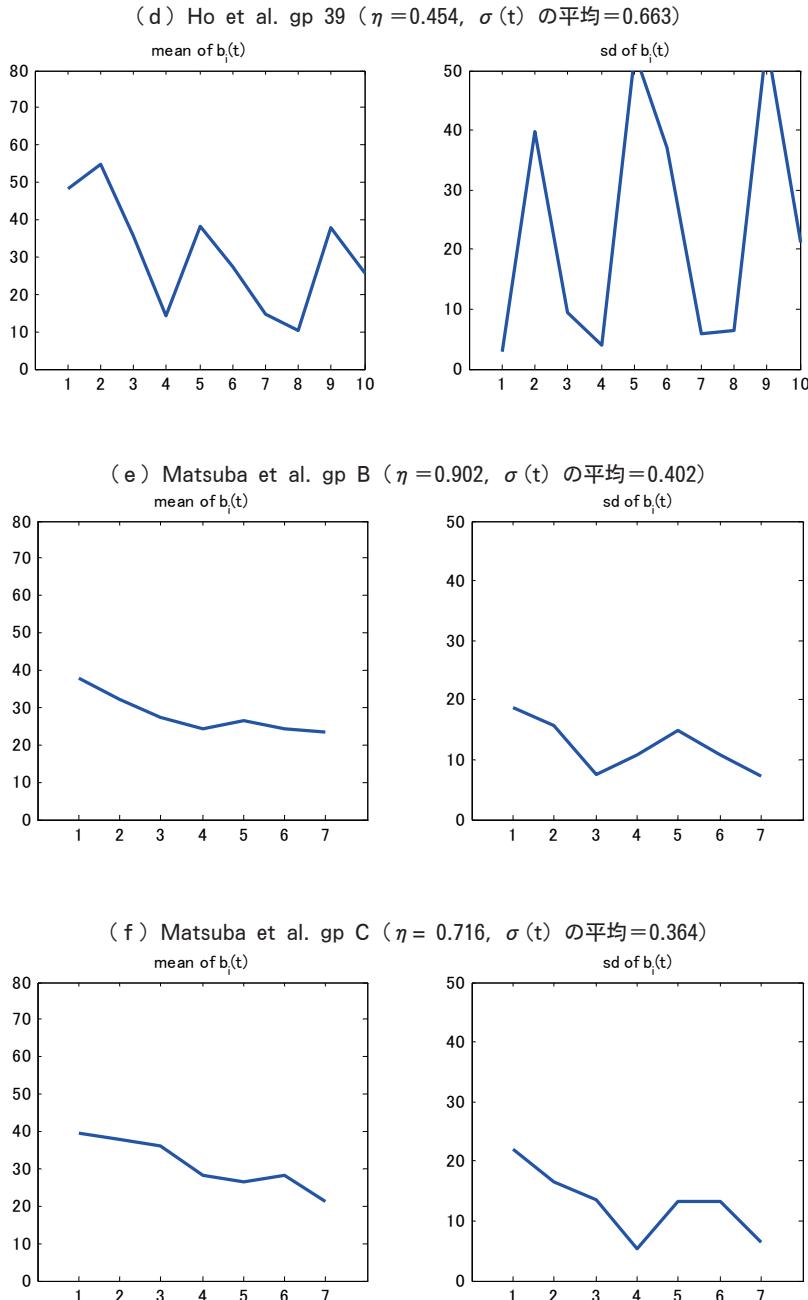


図 1 - 2 回答値の平均と標準偏差（続き）

最後に、モデルがどの程度実際の回答値の分布を再現できるかを見ておくことにする。そのために、推定された推論レベルを用いて1000回のシミュレーションを行い、モデルから得られる回答値の平均と標準偏差と、実際のデータの値との残差平方和が最小になるもの

を選んだ。紙幅の都合で先の 6 グループの結果だけを図 2-1 と図 2-2 に示す。いずれの場合もモデルはデータの分布をおおむね良好に再現している。特に、spoiler の動きをよくとらえている点は注目してよいであろう。なお、これら 6 グループ以外の結果もほぼ同様である。Nagel (1995)、Stahl (1996)、Ho et al. (1998)、Camerer and Ho (1999)、Camerer, Ho, and Chong (2002)、Ho, Camerer, and Chong (2007) はいずれも個人のすべての回答値を推定に使っているのに対し、このモデルは 2 回目以降は回答値の平均と標準偏差だけしか使っていない。にもかかわらず、図 2 のようにデータの分布に近いもの結果を得たということは、回答値の個人差はランダムな要因によるところが大きいからであろう。

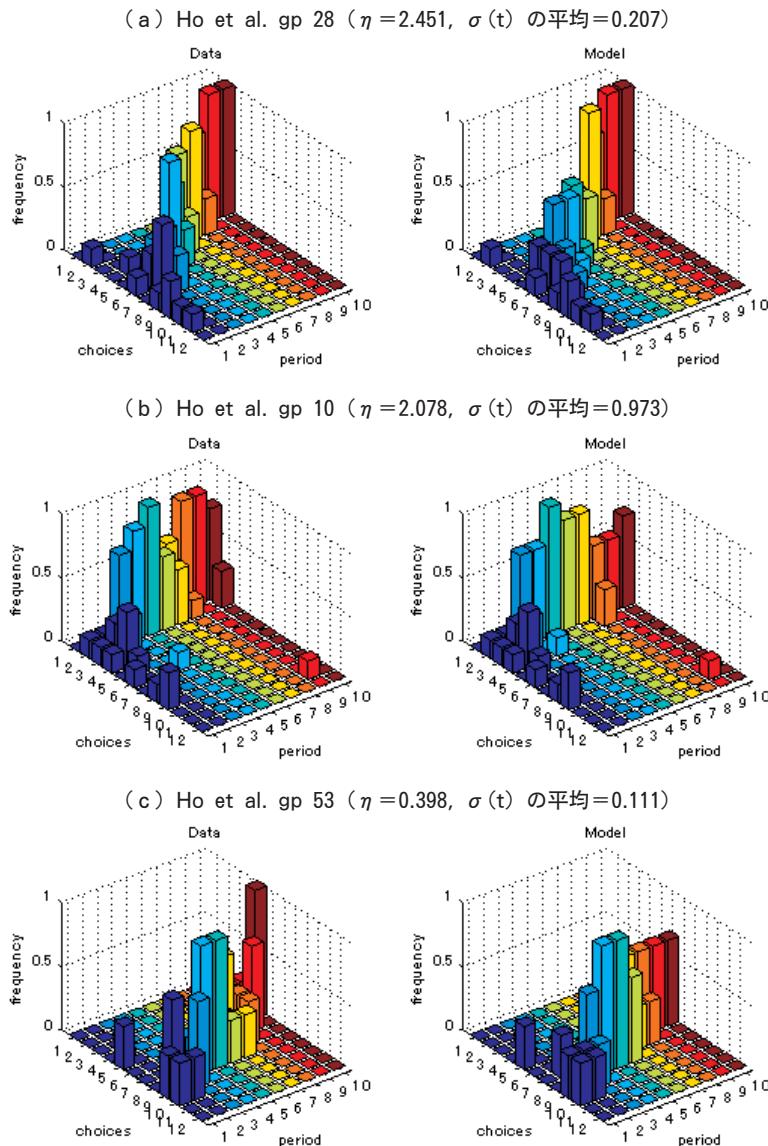


図 2-1 回答値の分布

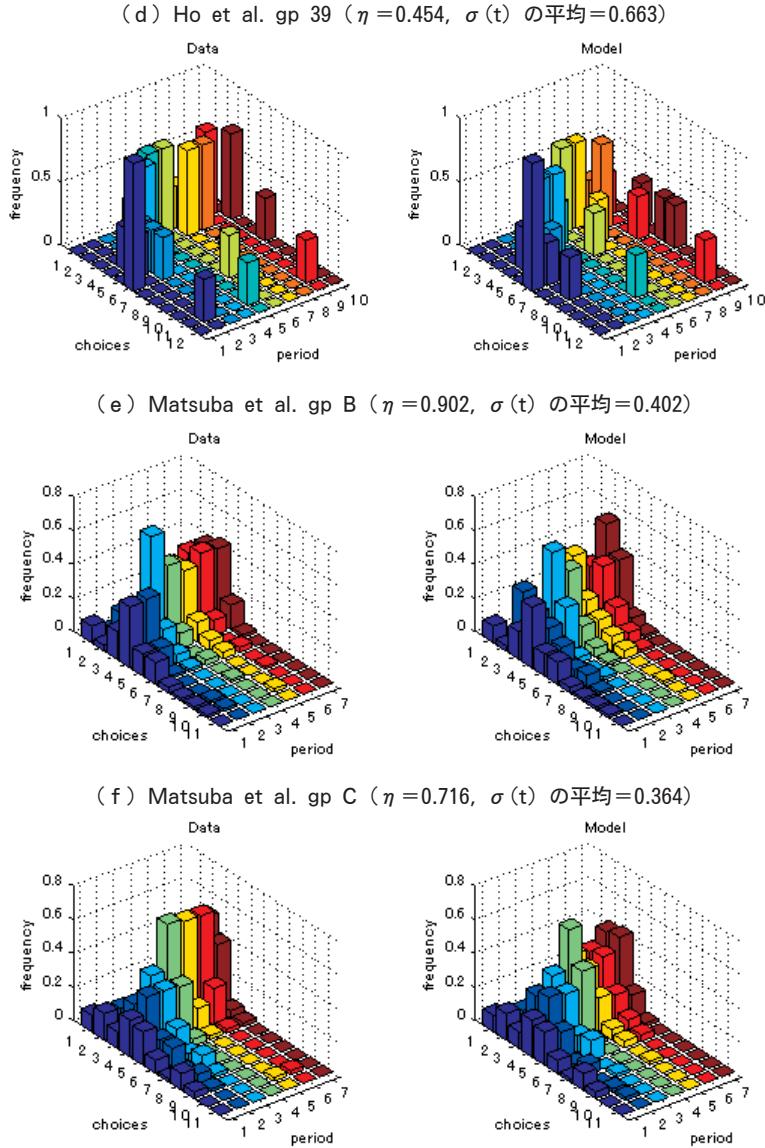


図 2-2 回答値の分布（続き）

#### 4.2 経験と推論レベル

第3節で述べたように、Ho et al. (1998) のデータではグループの大きさ、 $p$  の値、経験の有無でグループを分けているので、ここではまず経験の有無が推論レベルに関係しているかどうかを調べることにする。すなわち、経験が違う 2 つのグループの間で推論レベルの平均が違うかどうかを検定する。グループの推論レベルはグループの大きさ、 $p$  の値、経験の有無によって 8 つに分類されるが、その分類における推論レベルの集合を  $\eta(N, p, e)$  と表現する。例えば、 $\eta(7, 0.7, 0)$  はグループの人数が 7 人、 $p=0.7$ 、経験が無いグ

ループの推論レベルの集合である。それぞれの集合における推論レベルの平均と標準偏差は表3の通りである。

表3にあるそれぞれのペアについて分散比のF検定を行ったところ、すべての場合で分散は有意に異なっていた。そこで、次にそれぞれのペアについて片側 Welch 検定を行った。その結果、表3が示すように  $N=3$ 、 $p=0.9$  の場合を除いて経験のあるグループのほうが推論レベルは高いといえる。この結果は、ゲームの進行とともに蓄積してゆく情報よりもゲームがどのように展開して行くかを予め経験で知っていることのほうが重要であることを示しているのかもしれない。このような学習プロセスは常識としては理解しやすいが、自分の利得や相手の戦略のようにゲームの進行の過程で観測可能なデータと関連付けて説明しようとする従来の経済理論では十分説明できないものである。この点については今後更なる研究が必要である。

表3 経験と推論レベル

$\eta$ ( $N$ , $p$ , $e$ )	平均	標準偏差	片側 Welch 検定 : p 値
$\eta$ (7, 0.7, 0)	0.574	0.131	0.0006
$\eta$ (7, 0.7, 1)	1.479	0.434	
$\eta$ (7, 0.9, 0)	0.805	0.546	0.0033
$\eta$ (7, 0.9, 1)	3.193	1.596	
$\eta$ (3, 0.7, 0)	0.325	0.132	0.0142
$\eta$ (3, 0.7, 1)	0.891	0.523	
$\eta$ (3, 0.9, 0)	0.427	0.467	0.1976
$\eta$ (3, 0.9, 1)	1.051	1.751	

#### 4.3 グループの大きさと推論レベル

次に、グループの大きさが推論レベルの平均と関係があるかどうかを調べてみよう。まず、表4の各ペアについてのF検定の結果、分散が等しいという帰無仮説がすべてのペアについて棄却されなかったので、各ペアについて片側t検定を行った。それによると、表4が示すように  $p=0.9$ 、 $e=0$  の場合を除いて大きいグループのほうが推論レベルは高いという結果となっている。

表 4 グループの大きさと推論レベル

$\eta$ (N, p, e)	平均	標準偏差	片側 $t$ 検定 : $p$ 値
$\eta$ (3, 0.7, 0)	0.325	0.132	0.0020
$\eta$ (7, 0.7, 0)	0.574	0.131	
$\eta$ (3, 0.7, 1)	0.891	0.523	0.0205
$\eta$ (7, 0.7, 1)	1.479	0.434	
$\eta$ (3, 0.9, 0)	0.427	0.467	0.1055
$\eta$ (7, 0.9, 0)	0.805	0.546	
$\eta$ (3, 0.9, 1)	1.051	1.751	0.0170
$\eta$ (7, 0.9, 1)	3.193	1.596	

Ho et al. (1998) は回答値とグループの大きさの関係を調べて、大きいグループのほうが小さい値を回答するという結果を得ている。Ho et al. (1998) は、次のような数値例を使ってこの結果は説明のつかない謎であるとしている。 $p=0.7$ として自分以外はすべて50を回答してくると考える場合、選択すべき数字  $c$  は次の式を満たしている。

$$c = 0.7(c + 50(N-1)) / N.$$

したがって  $N=3$  のとき  $c=30.4$ 、 $N=7$  のとき  $c=33.3$  となり、データと逆になっているというのである。この説明で最も重要なのは自分以外はすべて50を回答してくると考える、という仮定である。たとえば、この仮定をゆるめて確率  $w$  でひとりの spoiler が100を回答してくるとしてみよう。すると、選択すべき  $c$  は次の式を満たす。

$$c = 0.7\{c + w[50(N-2)+100] + (1-w)50(N-1)\} / N.$$

$c$  は  $w$  と  $N$  の値に依存することになるので表5にその関係をまとめた。それによると、 $w=0$  のときは Ho et al. (1998) の例に相当し、データと逆になっているが、 $w$  が0.3を越えると  $N=7$  の回答値の方が  $N=3$  の回答値よりも小さくなり、データと矛盾しない。このような例は、株式市場における仕手株の値動きなどにも見られるものであり、決して特殊な例ではない。この例は推論レベルを実数としてルールのランダムな個人差を明示的に取り入れることの重要性を示している。

表5 確率wと回答値cの関係

w	0	0.1	0.3	0.5	0.7	1
c (N=3の場合)	30.4	32.0	35.0	38.0	41.1	45.7
c (N=7の場合)	33.3	33.9	35.0	36.1	37.2	38.9

以上は、回答者がゲーム論的な推論をすると仮定した説明であるが、回答者が単純なルールに従っていると仮定すると、まったく別の説明が可能となる。すなわち、グループの人数が少ないとspoilerの影響力が大きいので、回答値の平均は大きく戻されてアンカーがリセットされる。spoilerの存在が意識されると、以前のように小さい値を回答しにくくなるので、回答値の平均は大きくなり、したがって推論レベルは低くなる。

このように、同じ状況をゲーム論的な推論でも単純なルールでも説明できる。しかし、ゲーム論による説明の場合は議論が複雑になるのに対して、単純なルールによる説明は平易であり直感にも合致するということは注目に値する。

## 5 おわりに

この論文では、回答者は単純なルールに従っていると仮定した上で、推論レベルを実数に拡張してルールのランダムな個人差を取り入れた単純なモデルを使って推論レベルを推定した。推定の結果、大半のグループの推論レベルが0から2の間であり、これまでの研究よりも推論レベルが低いことがわかった。また、単純なモデルにもかかわらずspoilerの動きをとらえることにもおおむね成功している。

推定された推論レベルが低くモデルがデータの特徴を良好にとらえていることから、回答者は単純なルールを使っている可能性が高いといえるが、回答者がゲーム論的な推論をしている可能性も否定できない。単純なルールかゲーム論的な推論かという問題は今後の課題である。さらに、どのような要因が推論レベルに影響を与えるかということも今後解明していく必要がある。ここでは経験やグループの大きさが推論レベルに関係していることが示されたが、推論レベルに影響を与える要因は他にも存在するものと思われる。これらの問題の解明には近年その発達が目覚しい脳科学や神経経済学の手法の方が従来の経済理論よりも有効であると我々は考えているが、これについては別の機会にとりあげることにしたい。

## 参考文献

- Camerer, Colin. *Behavioral game theory: Experiments on strategic interaction.* Princeton, New Jersey: Princeton University Press, 2003.
- Camerer, Colin and Ho, Teck-Hua. "Experience-Weighted Attraction Learning in Normal Form Games." *Econometrica*, 1999, 67(4), pp.827-874.
- Camerer, Colin; Ho, Teck-Hua, and Chong, Juin-Kuan. "Sophisticated Experience-Weighted Attraction Learning and Strategic Teaching in Repeated Games." *Journal of Economic Theory*, 2002, 104(1), pp.137-188.
- Cogley, Timothy and Nason, James M. "Output Dynamics in Real-Business-Cycle Models." *American Economic Review*, 1995, 85(3), pp.492-511.
- Greene, William H. *Econometric analysis, fourth edition.* Upper Saddle River, New Jersey: Prentice Hall, 2000.
- Ho, Teck-Hua; Camerer, Colin and Chong, Juin-Kuan. "Self-Tuning Experience Weighted Attraction Learning in Games." *Journal of Economic Theory*, 2007, 133(1), pp.177-198.
- Ho, Teck-Hua; Camerer, Colin and Weigelt Keith. "Iterated Dominance and Iterated Best Response in Experimental  $p$ -Beauty Contests." *American Economic Review*, 1998, 88(4), pp.947-969.
- Keynes, John Maynard. *The general theory of interest, employment and money.* London: Macmillan, 1936.
- Nagel, Rosemarie. "Unraveling in Guessing Games: An Experimental Study." *American Economic Review*, 1995, 85(5), pp.1313-1326.
- Stahl, Dale O. "Boundedly Rational Rule Learning in a Guessing Game." *Games and Economic Behavior*, 1996, 16(2), pp.303-330.
- 松葉敬文・佐藤 淳・藏 研也. 「美人投票ゲームにおける推論レベルの分析」. *Review of Economics and Information Studies*, 2008, 8(3&4), pp.65-77.

