

УДК 621.746.27 : 047

DOI [dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2015-5-74-79](http://dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2015-5-74-79)

## РАСЧЕТ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ МЕДНЫХ КРИСТАЛЛИЗАТОРОВ СО СЛОЖНЫМ СОЕДИНЕНИЕМ КАНАЛОВ

© 2015 г. Т.П. Ларина, К.Н. Вдовин, И.М. Ячиков

Магнитогорский государственный технический университет (МГТУ) им. Г.И. Носова

*Статья поступила в редакцию 12.09.13 г., доработана 19.11.13 г., подписана в печать 29.11.13 г.*

Рассмотрены математическая модель и алгоритм гидравлического расчета стенки кристаллизатора со сложным соединением периодически повторяющейся системы горизонтальных и вертикальных каналов. По разработанной математической модели создана компьютерная программа, позволяющая проводить гидравлический расчет стенки кристаллизатора, имеющей произвольное количество каналов различных форм и размеров. Показаны возможности этого программного продукта при конструировании медных кристаллизаторов для выбора их геометрических параметров и рациональных режимов гидравлической работы.

**Ключевые слова:** медный кристаллизатор, гидравлический напор, потери напора, цилиндрический канал, математическая модель, итерационный алгоритм.

**Для цитирования:** Ларина Т.П., Вдовин К.Н., Ячиков И.М. Расчет гидравлических параметров медных кристаллизаторов со сложным соединением каналов // Изв. вузов. Цвет. металлургия. 2015. No. 5. С. 74–79.

DOI: [dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2015-5-74-79](http://dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2015-5-74-79).**Larina T.P., Vdovin K.N., Yachikov I.M.***Calculation of hydraulic parameters of copper crystallizers with a complex connection of channels*

A mathematical model and algorithm of the hydraulic calculation of the crystallization wall with a complex connection of a periodically repeated system of horizontal and vertical channels are considered. A computer program allowing one to perform the hydraulic calculation of the crystallizer plate having an arbitrary number of channels of various forms and sizes is created based on the developed mathematical model. The possibilities of this software product when designing copper crystallizers to select their geometric parameters and rational regimes of hydraulic operation are shown.

**Keywords:** copper crystallizer, hydraulic pressure, pressure losses, cylindrical channel, mathematical model, iteration algorithm.

**Citation:** Larina T.P., Vdovin K.N., Yachikov I.M. Raschet gidravlicheskih parametrov mednykh kristallizatorov so slozhnym soedineniem kanalov. *Izv. vuzov. Tsvet. metallurgiya*. 2015. No. 5. P. 74–79. DOI: [dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2015-5-74-79](http://dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2015-5-74-79).

## Введение

Современные металлургические технологии по получению черных и цветных металлов и их сплавов в виде слитков широко используют медные кристаллизаторы, которые являются важнейшими элементами машины непрерывного литья заготовок (МНЛЗ) [1], процесса электрошлакового переплава [2], вакуумно-дугового переплава

[3, 4], электронно-лучевого переплава [5] и др. От работы кристаллизаторов зависит производительность агрегатов и качество получаемых слитков. Конструкция кристаллизатора должна обеспечивать хороший теплоотвод, высокую химическую и механическую стойкость, а также безопасность работы.

*Ларина Т.П. — аспирант кафедры электрометаллургии и литейного производства МГТУ (455000, г. Магнитогорск, пр. Ленина, 38). Тел.: (3519) 29-84-16. E-mail: [tp\\_larina@mail.ru](mailto:tp_larina@mail.ru).*

*Вдовин К.Н. — докт. техн. наук, зав. этой кафедрой. Тел.: (3519) 01-54-21. E-mail: [vdovin@magtu.ru](mailto:vdovin@magtu.ru); [rn.vdovin@gmail.com](mailto:rn.vdovin@gmail.com).*

*Ячиков И.М. — докт. техн. наук, профессор кафедры вычислительной техники и прикладной математики МГТУ. Тел.: (3519) 29-85-63. E-mail: [jachikov@mail.ru](mailto:jachikov@mail.ru).*

Теплопередача через стенки медного кристаллизатора осуществляется посредством воды, протекающей по системе каналов. Для каждой стенки кристаллизатора может применяться как схема прямооточного движения воды в каналах, когда вода подается сверху вниз, т.е. в направлении движения непрерывного слитка, так и противоточного движения с подачей воды снизу вверх, т.е. в направлении, противоположном движению фронта кристаллизации. Потери напора, обусловленные большими гидравлическими сопротивлениями в системе охлаждения, равно как и неудачная схема охлаждения, могут привести к снижению давления, т.е. падению температуры на линии насыщения, возникновению нежелательного местного кипения воды и ухудшению тепловой работы кристаллизатора.

Медные кристаллизаторы могут иметь круглые или щелевые каналы различных форм — прямоугольные, трапециевидные и др. [6, 7]. Отсюда актуальными являются задачи теоретического анализа при выборе конструкции стенки кристаллизатора, что, в свою очередь, требует определения потерь давления в различных стенках кристаллизатора в зависимости от геометрических характеристик и технологических параметров, а также значений давления и скорости в каждом водяном канале.

Наиболее распространенными являются медные стенки кристаллизаторов с последовательным и сложным соединениями каналов, как это показано на рис. 1. При последовательном соединении трубопроводов (см. рис. 1, а) гидравлический расчет не вызывает особых трудностей, так как расход жидкости ( $Q_0$ ) во всех трубах будет одинаковым и полная потеря напора в гидравлической системе равна сумме потерь напора во всех последовательно соединенных трубах.

Более сложным является гидравлический расчет вертикальной стенки кристаллизатора, имеющей произвольное число периодически повторяющихся вертикальных и горизонтальных каналов (см. рис. 1, б). В зависимости от конструкции подача воды может осуществляться снизу или сверху через сечения 0 или 0' соответственно, а отвод воды — через сечения 0, 0', M, M'.

Цель работы состояла в создании алгоритма гидравлического расчета стенки кристаллизатора со сложным соединением вертикальных и горизонтальных каналов.

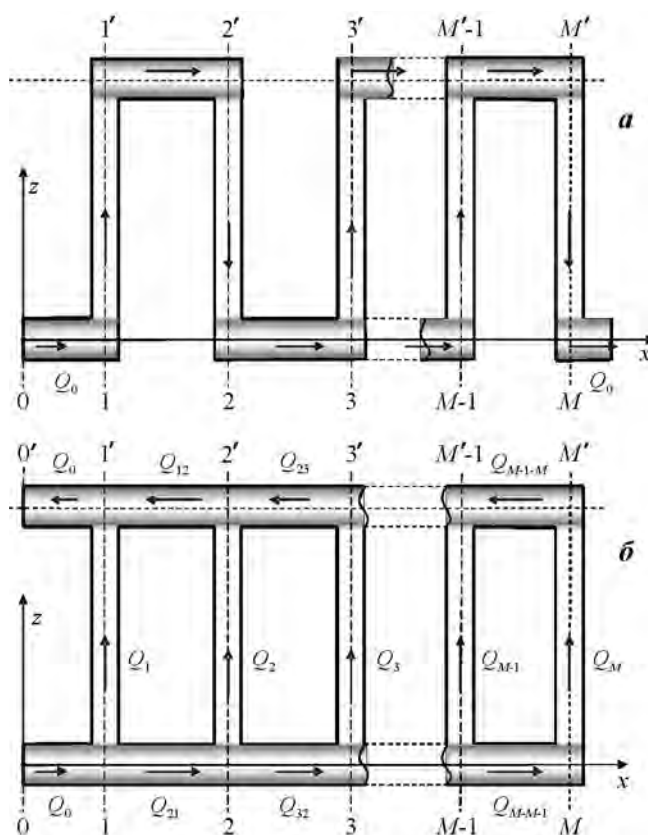


Рис. 1. Схема гидравлической работы стенки кристаллизатора

а — последовательное соединение каналов  
б — сложное соединение каналов

### Математическая модель

Рассмотрим вертикальную стенку кристаллизатора, на которую снизу (или сверху) подается вода с известным расходом  $Q_0$  или заданным перепадом давления  $\Delta P$  между сечениями 0 и 0' (см. рис. 1, б). Требуется определить перепад давления  $\Delta P$  либо общий расход воды  $Q_0$ , а также расходы и давления воды во всех вертикальных и горизонтальных каналах круглой, прямоугольной или других форм.

Обозначим площади сечения горизонтальных и вертикальных каналов соответственно  $F$  и  $f$ . Пусть известны длины вертикального ( $l_v$ ) и горизонтального ( $l_h$ ) каналов, а также их диаметры —  $d$  и  $D$  соответственно. Для труб некруглого сечения в качестве диаметра трубы используют эквивалентный диаметр  $d_3 = 4f/p$ , где  $f$  — площадь живого сечения,  $p$  — периметр канала.

Для произвольного количества ( $M$ ) вертикальных каналов имеем  $2M$  особых точек гидравлической системы, где наблюдаются местные сопротив-

ления, — эти точки будем обозначать как 1, 1', 2, 2' и т.д. (см. рис. 1, б).

Данная гидравлическая система имеет  $L = 2M - 2$  узлов, так как самый правый вертикальный канал не образует разветвления потока воды. В данной постановке неизвестными являются расходы воды, проходящей в  $M$  вертикальных и в  $M - 2$  горизонтальных каналах, — всего  $2M - 2$  расхода. Неизвестными также являются давления во всех узлах и на выходе из кристаллизатора, — всего  $L + 1$  давление. Общее число неизвестных составляет  $X = L + 1 + 2M - 2 = 2L + 1$ , или, в зависимости от числа вертикальных каналов,  $X = 4M - 3$ .

При разработке математической модели для определения неизвестных расходов жидкости в горизонтальных и вертикальных каналах использовали условия балансов расходов воды и гидравлических напоров.

Для расчета неизвестных расходов жидкости применяли законы Кирхгофа. Для узлов  $j = 1, 2, \dots, M - 1$  записывали уравнения на основе условия баланса расходов:

$$Q_{j,j-1} - Q_j - Q_{j+1,j} = 0.$$

Введем обозначение  $U_j = Q_{j+1,j}$  (причем  $U_0 = Q_{10} = Q_0$ ;  $U_{M-1} = Q_M$ ), получим систему из  $M - 1$  уравнений:

$$U_{j-1} - Q_j - U_j = 0, \quad (1)$$

где  $j = 1, 2, \dots, M - 1$ .

Составим дополнительные уравнения на основе условия баланса напоров для  $M - 1$  контуров. Обход будем производить по направлению против хода часовой стрелки. Для произвольного контура  $(i) - (i + 1) - (i + 1)' - (i)'$  имеем (см. рис. 1, б)

$$\begin{aligned} & h_{\text{п}}(Q_i) + 2h_g(U_i) + h_6(Q_{i+1}, U_i) + h_V(Q_{i+1}) + \\ & + h'_6(Q_{i+1}, U_i) + h'_{\text{п}}(Q_i, U_{i-1}) - h'_6(Q_i, U_{i-1}) - \\ & - h_V(Q_i) - h_6(Q_i, U_{i-1}) = 0, \end{aligned} \quad (2)$$

где  $i = 1, 2, \dots, M - 1$ ;  $h_V(Q_i) = \phi l_{\text{в}} + Q_i^2 \left[ \frac{8\lambda(Q_i)l_{\text{в}}}{g\pi^2 d^5} \right]$  — по-

тери напора по длине в  $i$ -м вертикальном канале при разных способах подачи воды ( $\phi = 1$  при подаче воды снизу и  $\phi = -1$  при подаче воды сверху стенки);

$h_g(U_i) = Q_{ij}^2 \left[ \frac{8\lambda(U_i)l_{\text{г}}}{g\pi^2 D^5} \right]$  — потери напора по длине в  $i$ -м

горизонтальном канале;  $h_{\text{п}}$ ,  $h'_{\text{п}}$ ,  $h_6$ ,  $h'_6$  — местные потери напора проходных и боковых потоков при их

делении и соединении под углом  $90^\circ$  (определялись

по формулам В.П. Зубова [8]);  $\lambda = 0,11 \left( \frac{\Delta_3}{d_3} + \frac{68}{\text{Re}} \right) -$

коэффициент гидравлического трения (формула А.Д. Альтшуля);  $\text{Re}$  — число Рейнольдса;  $\Delta_3$  — эквивалентная шероховатость. Для гладких труб из латуни, меди и свинца  $\Delta_3 = 0,0015 \div 0,01$  [8, 9].

Из уравнения (1) выразим  $Q_i = U_{i-1} - U_i$  и, подставив его в (2), получим

$$\begin{aligned} & h_{\text{п}}(U_{i-1} - U_i) + 2h_g(U_i) + h_6(U_i - U_{i+1}, U_i) + \\ & + h_V(U_i - U_{i+1}) + h'_6(U_i - U_{i+1}, U_i) + \\ & + h'_{\text{п}}(U_{i-1} - U_i, U_{i-1}) - h'_6(U_{i-1} - U_i, U_{i-1}) - \\ & - h_V(U_{i-1} - U_i) - h_6(U_{i-1} - U_i, U_{i-1}) = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

При известном расходе воды через стенку  $Q_0$  данную систему  $M - 1$  нелинейных уравнений можно решить, дополнив ее уравнениями

$$U_0 = Q_0, \quad U_M = 0. \quad (4)$$

В случае, если известен (или задан) перепад давления воды  $\Delta P$  между сечениями 0 и 0', тогда систему (3) можно решить, включив в нее вместо (4) следующие условия:

$$\begin{aligned} & (\Delta P/\gamma) - 2h_g(U_0) - h_{16}(U_0 - U_1, U_0) - \\ & - h_1(U_0 - U_1) - h'_{16}(U_0 - U_1, U_0) = 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$U_M = 0,$$

где  $\gamma = \rho g$ ;  $\rho$  — плотность воды.

Полученная система нелинейных уравнений (3), (4) или (3), (5) решалась итерационным методом сопряженных градиентов (Conjugate Gradient). Начальные расходы воды в горизонтальных и вертикальных каналах задавались, соответственно, как

$$U_i^0 = Q_0 \left( 1 - \frac{i}{M} \right), \quad Q_j^0 = U_{j-1}^0 - U_j^0, \quad (6)$$

а средние ее скорости через вертикальные каналы были равны  $V_j^0 = Q_j^0/f$ .

Зная расходы воды во всех каналах, определялись перепады давления в отдельных точках гидравлической системы относительно входного давления ( $P_i$  и  $P'_j$ ). При подаче воды снизу при заданном расходе  $Q_0$ :

$$\begin{aligned} & P_0 = 0, \\ & P'_0 = P'_1 + \gamma[h_{\text{т}}(Q_0)], \quad P_1 = P_0 + \gamma[h_{\text{т}}(Q_0)], \\ & P_k = P_{k-1} + \gamma[h_{\text{п}}(Q_{k-1}) + h_{\text{т}}(U_{k-1})], \\ & P'_k = P_k + \gamma[h_6(Q_k, U_{k-1}) + h_{\text{в}}(Q_k) + h'_6(Q_k, U_{k-1})], \end{aligned} \quad (7)$$

где  $k = 2, 3, \dots, M$ . Потери напора в  $k$ -м вертикальном канале определяются как  $\Delta P_k = |P_k - P'_k|$ .

Такой подход и итерационный алгоритм расчета позволяют без особых принципиальных изменений проводить гидравлический расчет при нижней и верхней подачах воды, задавая, в зависимости от исходных условий, расход воды или перепад давления на рассматриваемой стенке кристаллизатора. Незначительная доработка системы нелинейных уравнений (3) и условий (4), (5) позволит проводить гидравлические расчеты для конструкций с отводом воды через сечения  $M$  или  $M'$  (см. рис. 1, б).

При сравнении гидравлической работы различных вариантов стенки кристаллизатора важными являются такие характеристики, как средний и максимальный разброс скоростей (в вертикальных каналах кристаллизатора):

$$\delta = \frac{\sum_{i=1}^M |V_i - \bar{V}|}{M\bar{V}}, \quad \delta_{\max} = \frac{\max(|V_i - \bar{V}|)_{i=1, \dots, M}}{\bar{V}},$$

где  $\bar{V} = \sum_{i=1}^M V_i / M$  — средняя скорость в каналах.

По разработанной математической модели создана компьютерная программа «Кристаллизатор-гидравлика» в среде «Matlab» (v. 7.11), позволяющая проводить гидравлический расчет стенки кристаллизатора, имеющей произвольное количество водяных каналов различных форм и размеров [7]. При этом можно вводить и редактировать исходные данные, которые представляются в виде наглядных рисунков, схем и чертежей. Результаты компьютерного моделирования выдаются в виде таблиц, графиков и диаграмм.

### Компьютерное моделирование

С использованием созданной компьютерной программы проведено моделирование гидравлической работы системы охлаждения медной стенки

кристаллизатора, имеющей 3 вертикальных цилиндрических канала. Основные исходные данные для моделирования сведены в табл. 1. При расходе воды, равном  $Q_0 = 17 \text{ м}^3/\text{ч}$ , скорости воды в вертикальных каналах составили, м/с:  $V_1 = 5,03$ ;  $V_2 = 4,95$ ;  $V_3 = 5,05$  ( $\delta = 0,8 \%$ ,  $\delta_{\max} = 1,2 \%$ ). На рис. 2 показаны перепады давления в узлах относительно входного давления при подаче воды снизу и сверху.

Рассмотренный алгоритм расчета позволяет получать зависимости перепада давления в стенке кристаллизатора и его узлах от расхода воды (рис. 3).

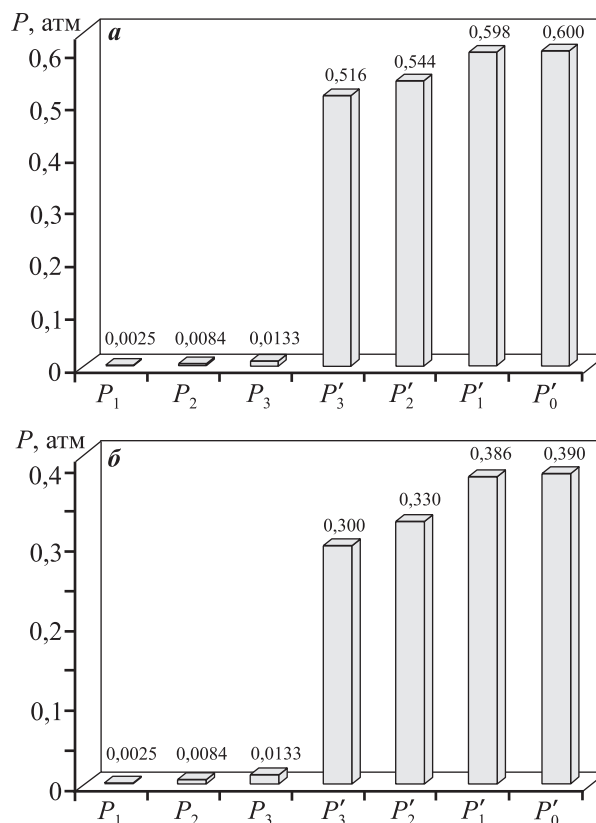
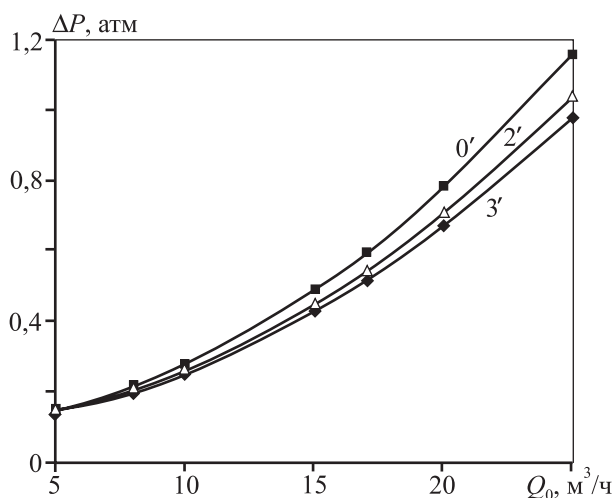


Рис. 2. Перепады давления в узлах относительно входного давления при подаче воды в стенку кристаллизатора с расходом  $Q_0 = 17 \text{ м}^3/\text{ч}$   
 а — подача воды снизу; б — сверху

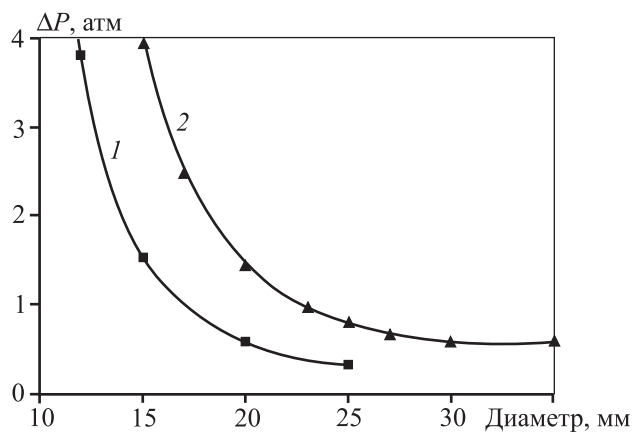
Таблица 1

Исходные данные для гидравлического расчета кристаллизатора с 3 вертикальными каналами

Параметр	Обозначение	Единица измерения	Значение
Диаметр вертикальных каналов	$d$	мм	20
Диаметр горизонтальных каналов	$D$	мм	35
Высота вертикальных каналов	$l_v$	мм	1080
Расстояние между вертикальными каналами	$l_r$	мм	35
Кинематическая вязкость воды	$\nu$	$\text{м}^2/\text{с}$	$0,805 \cdot 10^{-6}$
Эквивалентная шероховатость медных каналов	$\Delta_s$	мм	0,01



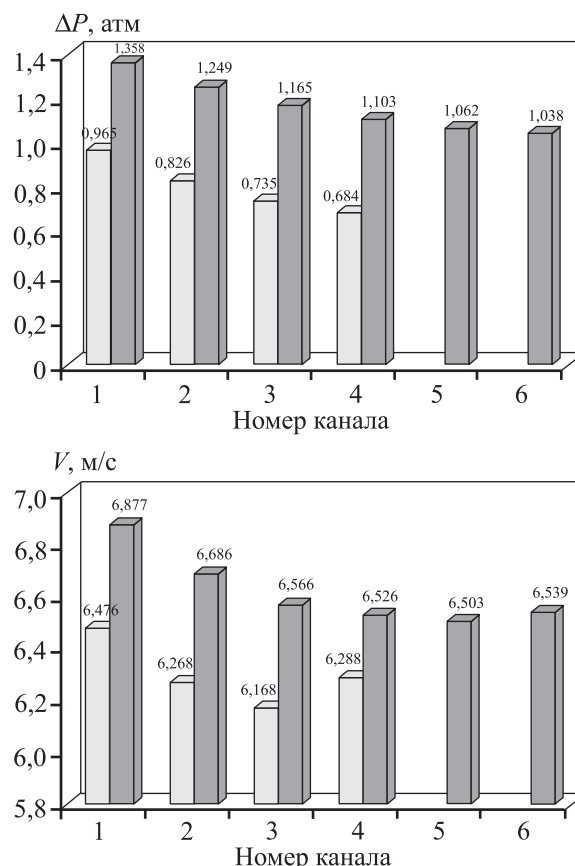
**Рис. 3.** Зависимости перепадов давления для стенки кристаллизатора в узлах 0', 2', 3' от расхода воды при ее подаче снизу



**Рис. 4.** Зависимость перепада давления на кристаллизаторе от диаметра  
1 – вертикальные каналы; 2 – горизонтальные

Кроме этого можно анализировать зависимости перепада давления от различных геометрических характеристик, например от диаметров вертикальных и горизонтальных каналов (рис. 4). Установлено (см. рис. 4), что с увеличением диаметра каналов перепад давления уменьшается и, начиная с некоторого значения, перестает существенно меняться. Это означает, что в уравнениях баланса напоров потери напора, зависящие от диаметра каналов, уменьшаются настолько, что уже существенно не влияют на общий перепад давления.

Для проверки адекватности созданной компьютерной модели выполнено сравнение полученных данных с расчетными исследованиями гидравлической работы узких стенок кристаллизатора МНЛЗ фирмы «Уралмаш—Металлургическое оборудование» (г. Ека-



**Рис. 5.** Распределение потерь давления (а) и скоростей (б) течения воды по каналам в стенках кристаллизаторов, имеющих цилиндрические (Ø20 мм, выделены светлым) или прямоугольные (6×20 мм, темные) каналы

теринбург). Ее сотрудниками проведено моделирование для медной стенки с цилиндрическими и фрезерованными прямоугольными каналами при подаче воды напрямую снизу [10]. Основные исходные данные для гидравлического расчета сведены в табл. 2.

Для стенок с круглыми и фрезерованными прямоугольными каналами на рис. 5 показаны результаты моделирования потерь давления и скоростей течения воды по каналам. При этом для цилиндрических каналов  $\delta = 1,4 \%$ ,  $\delta_{\max} = 2,8 \%$ , а для прямоугольных —  $\delta = 1,67 \%$ ,  $\delta_{\max} = 3,9 \%$ .

Сравнительный анализ показал, что максимальная относительная разница между полученными значениями давлений и скоростей и аналогичными данными работы [10] не превышает 12 %. С учетом того, что из работы [10] не все исходные параметры моделирования удалось установить достоверно, полученный результат по проверке адекватности компьютерной модели можно считать вполне удовлетворительным.

Таблица 2

**Исходные данные для гидравлического расчета узкой стенки кристаллизатора МНЛЗ с каналами разной формы**

Параметр	Обозначение	Единица измерения	Значение
Круглые каналы			
Диаметр вертикальных каналов	$d$	мм	20
Диаметр горизонтальных каналов	$D$	мм	35
Расстояние между вертикальными каналами	$l_{\Gamma}$	мм	40
Число каналов	$M$	—	4
Расход воды	$Q_0$	м <sup>3</sup> /ч	28,5
Фрезерованные прямоугольные каналы			
Размеры вертикальных каналов	$a \times b$	мм	6×20
Размеры горизонтальных каналов	$A \times B$	мм	20×20
Расстояние между вертикальными каналами	$l_{\Gamma}$	мм	18
Число каналов	$M$	—	6
Расход воды	$Q_0$	м <sup>3</sup> /ч	9,5
Общие параметры			
Эквивалентная шероховатость медных каналов	$\Delta_3$	мм	0,01
Высота вертикальных каналов	$l_{\text{в}}$	мм	1000

## Заключение

Таким образом, разработан алгоритм гидравлического расчета стенки кристаллизатора, имеющей произвольное число горизонтальных и вертикальных каналов. Созданная компьютерная программа может быть полезна при конструировании новых медных кристаллизаторов, для выбора наиболее рациональных режимов их тепловой и гидродинамической работы, а также при реконструкции уже существующих кристаллизаторов с целью перехода от конструкции стенок со сверленными к щелевым охлаждающим каналам.

## Литература

1. *Евтеев Д.П., Кольбалов И.Н.* Непрерывное литье стали. М.: Металлургия, 1984.
2. Электрошлаковые печи / Под ред. Б.Е. Патона. Киев: Наук. думка, 1976.
3. *Волохонский Л.А.* Вакуумные дуговые печи. М.: Энергоатомиздат, 1985.

4. *Егоров А.В.* Электроплавильные печи черной металлургии. М.: Металлургия, 1985.
5. *Шиллер З., Гайзиг У., Панцер З.* Электронно-лучевая технология / Пер. с нем. М.: Энергия, 1980.
6. *Ячиков И.М., Ларина Т.П., Вдовин К.Н.* Сравнение тепловой работы кристаллизаторов МНЛЗ с охлаждающими каналами различной формы // Изв. вузов. Чер. металлургия. 2007. No. 11. С. 55–60.
7. *Ячиков И.М., Вдовин К.Н., Ларина Т.П.* и др. Непрерывная разливка стали. Расчеты медных кристаллизаторов. Магнитогорск: Изд-во Магнитогорск. гос. техн. ун-та им. Г.И. Носова, 2014.
8. *Курганов А.М., Федоров Н.Ф.* Справочник по гидравлическим расчетам систем водоснабжения и канализации. Л.: Стройиздат. Ленингр. отд-ние, 1973.
9. *Гуревич С.М.* Справочник по сварке цветных металлов. Киев: Наук. думка, 1990.
10. Машины непрерывного литья заготовок: Теория и расчет / Под общ. ред. Г.А. Шалаева. Екатеринбург: Урал. центр ПР и рекламы, 2003.

## References

1. *Evtsev D.P., Kolybalov I.N.* Npreryvnoe lit'e stali [Continuous casting of steel]. Moscow: Metallurgiya, 1984.
2. *Elektroshlakovye pechi* [Electroslag furnace] / Ed. B.E. Paton. Kiev: Naukova dumka, 1976.
3. *Volokhonskii L.A.* Vakuumnye dugovye pechi [Vacuum arc furnaces]. Moscow: Energoatomizdat, 1985.
4. *Egorov A.V.* Elektroplavil'nye pechi chernoi metallurgii [Electric melting furnace steel industry]. Moscow: Metallurgiya, 1985.
5. *Shiller Z., Gaizig U., Pantser Z.* Elektronno-luchevaya tekhnologiya [Electron-beam technology]. Moscow: Energiya, 1980.
6. *Yachikov I.M., Larina T.P., Vdovin K.N.* Sravnenie teplovoi raboty kristallizatorov MNLZ s okhlazhdayushchimi kanalami razlichnoi formy [Comparison of thermal performance mold continuous casting machines with cooling channels of different shapes]. *Izvestiya vuzov. Chernaya metallurgiya*. 2007. No. 11. P. 55–60.
7. *Yachikov I.M., Vdovin K.N., Larina T.P.* Npreryvnaya razlivka stali. Raschety mednykh kristallizatorov [Continuous casting of steel. Calculations of copper molds]. Magnitogorsk: Izd-vo Magnitogorskogo gos. tekhnicheskogo universiteta im. G.I. Nosova, 2014.
8. *Kurganov A.M., Fedorov N.F.* Spravochnik po gidravlicheskim raschetam sistem vodosnabzheniya i kanalizatsii [Manual hydraulic calculation of water supply and sewerage]. Leningrad: Stroiizdat. Leningr. otdelenie, 1973.
9. *Gurevich S.M.* Spravochnik po svarke tsvetnykh metallov [Manual welding non-ferrous metals]. Kiev: Naukova dumka, 1990.
10. *Mashiny nepreryvnogo lit'ya zagotovok: Teoriya i raschet* [Continuous casting machines: Theory and evaluation]. Ed. G.A. Shalaev. Ekaterinburg: Ural. tsentr PR i reklamy, 2003.