

этой температуре для Nb  $\sigma_s^c = 30$  МПа, для меди  $\sigma_s^o = 9$  МПа [4].

Как следует из рис. 2, при прессовании биметаллической заготовки размер угла конусности зависит не только от коэффициента вытяжки, но и от соотношений геометрических размеров заготовки и условий трения.

## ВЫВОДЫ

1. Из условий минимума усилия прессования определены оптимальные углы матриц для прессования биметаллической заготовки.

2. Показано влияние коэффициентов вытяжки и трения на значения оптимальных углов.

3. Применение матриц с оптимальным углом ко-

нусности позволяет снизить энергоемкость процесса прессования.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Колмогоров Г.Л., Трофимов В.Н., Штуца М.Г., Чернова Т.В. Механика пластического деформирования трансверсально-изотропных композиционных сверхпроводниковых материалов. Пермь: ПНИПУ, 2011.
2. Колмогоров Г.Л. Гидродинамическая смазка при обработке металлов давлением. М.: Металлургия, 1986.
3. Перлин И.Л., Райтбарг Л.Х. Теория прессования металлов. М.: Металлургия, 1975.
4. Третьяков А.В., Зюзин В.И. Механические свойства металлов и сплавов при обработке давлением. М.: Металлургия, 1973.

УДК 621.7

## НАПРЯЖЕНИЕ ВОЛОЧЕНИЯ СПЛОШНЫХ ПРОФИЛЕЙ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ

© 2013 г. В.Н. Трофимов, Т.В. Кузнецова

Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ)

При проектировании процесса волочения профилей прямоугольного сечения удобно использовать аналитические выражения, позволяющие оперативно оценивать влияние разных технологических факторов. Применение волочильного инструмента с оптимальными углами позволяет сократить энергозатраты, снизить разрушение и дефектность заготовки. В данной работе предлагается методика расчета напряжения волочения профиля прямоугольного сечения. Получены формулы для расчета напряжения волочения и определения оптимальных углов канала волочильного инструмента. Показано, что оптимальные углы зависят от коэффициентов трения и вытяжки.

**Ключевые слова:** прямоугольный профиль, напряжение волочения, волочильный инструмент, оптимальный угол.

In designing the rectangular section drawing process, it is convenient to use the analytical expressions allowing estimating at once the effect of various process factors. The use of drawing tools with optimum angles makes possible to lower the power consumption, destruction, and unsoundness of piece part. The design procedure for calculation of rectangular section drawing stresses is proposed. Formulas for calculation of drawing stress and definition of optimum angles of the drawing tool channel are derived. The optimum angles are shown to depend on friction and reduction ratio.

**Key words:** rectangular section, drawing stress, drawing tool, optimum angle.

Длинномерные профили прямоугольного сечения из цветных и черных металлов и сплавов широко применяются в разных областях в промышленности. Например, в приборостроении и электротехнике

используются алюминиевые и медные электропроводники такого профиля для изготовления магнитных систем приборов и оборудования, так как позволяют получить высокую степень заполнения

Трофимов В.Н. – докт. техн. наук, профессор кафедры динамики и прочности машин ПНИПУ (614990, г. Пермь, Комсомольский пр., 29). Тел.: (342) 239-13-40. E-mail: dpm@pstu.ru, tvn\_perm@mail.ru.

Кузнецова Т.В. – аспирант той же кафедры.

сечения при намотке катушек трансформаторов, электромагнитов, соленоидов и т.п. В инновационных областях науки и техники, таких как атомная техника и медицинское приборостроение, профили прямоугольного сечения с волокнами из ниобий-титановых сплавов, заключенных в медную матрицу, востребованы при изготовлении катушек сверхпроводящих магнитных систем. В машиностроении калиброванные стальные прямоугольные профили применяются для производства призматических шпонок, торсионов и др.

Один из основных технологических методов получения прямоугольных профилей — это процесс волочения через монолитные волокна. Основными задачами при проектировании технологии волочения являются обеспечение минимальной дефектности и устранение обрывности заготовки, а также достижение наилучших энергосиловых параметров процесса. Их решение возможно путем минимизации напряжения волочения ( $\sigma_{\text{вол}}$ ) или выбора оптимальных значений коэффициента вытяжки.

В практических расчетах для анализа влияния основных технологических факторов процесса волочения на величину  $\sigma_{\text{вол}}$  (коэффициентов вытяжки и трения, геометрии канала волокна) удобно использовать аналитические выражения. Для определения напряжения волочения прямоугольного или близкого к нему профиля авторы работы [1] рекомендуют использовать формулу для расчета  $\sigma_{\text{вол}}$  круглого профиля, а различие площади контакта и приведенного угла канала волокна учитывать с помощью коэффициента  $A = F_M/F_K$ , где  $F_M$  и  $F_K$  — площади контактных поверхностей многогранного и равновеликого профиля круглого сечения соответственно.

Отметим недостатки предложенного подхода:

— формулы не учитывают дополнительных сдвигов частиц металла на входе и выходе зоны деформации, приводящих к увеличению напряжения волочения;

— для учета влияния калибрующей части канала волочильного инструмента в указанные в [1] уравнения входит величина приведенного угла ( $\alpha_{\text{п}}$ ), что не позволяет использовать его значение для точного определения дополнительных сдвигов.

Указанные недостатки не позволяют оценить область оптимальных углов канала волочильного инструмента, для которых напряжение волочения принимает минимальное значение.

Для нахождения  $\sigma_{\text{вол}}$  прямоугольного профиля используем следующие допущения:

— канал волокна имеет форму правильной усеченной пирамиды, для которой соотношение сторон сечения остается постоянным по длине зоны деформации и равно  $k = h_0/b_0$  (рис. 1);

— положение граней профиля канала волокна определяется углами  $\alpha_{m1}$  и  $\alpha_{m2}$  между осью канала и средними линиями соответствующих граней;

— границы зоны деформации плоские;

— деформируемый материал — идеальный жесткопластический;

— напряжения распределены равномерно по сечению заготовки (подход Зибеля);

— вследствие малых углов конусности канала волокна принимается равенство радиальных и нормальных контактных напряжений  $\sigma_r \approx \sigma_n$ ;

— условие пластичности с учетом знака нормальных напряжений имеет вид  $\sigma_x + \sigma_n = \sigma_s$ ;

— на поверхности контакта нормальные и касательные контактные напряжения распределены равномерно по периметру;

— контактные силы трения определяются законом Кулона:  $\tau = f_n \sigma_n$ .

Напряжение волочения на выходе из сужающейся части канала волокна описывается уравнением

$$\sigma_k = \sigma_1 + 2\Delta\sigma, \quad (1)$$

где  $\sigma_1$  — напряжение, обусловленное деформацией металла в канале волокна;  $2\Delta\sigma$  — приращение продольного напряжения за счет дополнительных сдвигов частиц металла на входе и выходе канала волокна.

Схема зоны деформации в канале волокна для прямоугольного профиля показана на рис. 1.

Вследствие лучевой симметрии для определения  $\sigma_k$  достаточно рассмотреть условия деформирования

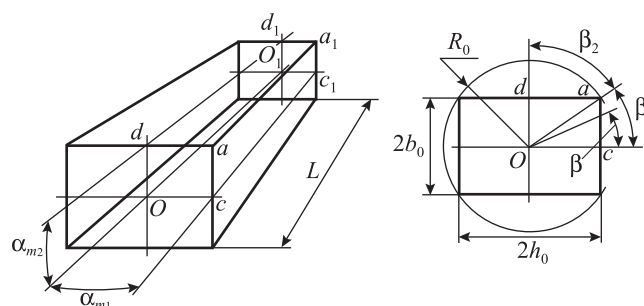


Рис. 1. Схема зоны деформации в канале волокна

$R_0, R_1, R$  — радиусы окружности, описанной вокруг профиля на входе и выходе зоны деформации, и текущее значение радиуса соответственно;  $2h_0$  и  $2b_0$  — высота и ширина сечения на входе;  $L$  — длина зоны деформации;  $\alpha_{m1}, \alpha_{m2}$  — углы наклона образующих канала волокна, проходящих через середины граней

ния двух секторов, ограниченных плоскостями, проходящими через ось канала и линию стыка граней, а также через ось канала перпендикулярно соответствующей грани (см. плоскости  $Oaa_1O_1$ ,  $Occ_1O_1$  и  $Odd_1O_1$  на рис. 1). Величину  $\sigma_1$  находим с использованием метода плоских сечений. Из геометрических соотношений получим  $h = h_0 - x \operatorname{tg} \alpha_{m1}$ .

С учетом принятых допущений дифференциальное уравнение равновесия элементарного объема зоны деформации длиной  $dx$  (рис. 2, 3) имеет вид

$$-\sigma_x h^2 + (\sigma_x + d\sigma_x)(h + dh)^2 - 2f_n \sigma_n h \cos \alpha_{m1} dx - 2\sigma_n h \sin \alpha_{m1} dx = 0. \quad (2)$$

Принимая, что на грани  $Oac$  действует напряжение противонапряжения  $\sigma_{x|x=0} = \sigma_q$ , и учитывая соотношение  $dh/dx = -\operatorname{tg} \alpha_{m1}$ , из выражения (2) получим

$$\bar{\sigma}_1 = (1 + \operatorname{tg} \alpha_{m1} / f_n)(1 - \lambda^{-a_1}) + \bar{\sigma}_q \lambda^{-a_1}, \quad (3)$$

где  $\bar{\sigma}_1 = \sigma_1 / \sigma_S$  и  $\bar{\sigma}_q = \sigma_q / \sigma_S$  — относительные напряжения волочения и противонапряжения соответственно;  $\lambda = F_0 / F_1 = (h_0 / h_1)^2 = (b_0 / b_1)^2$  — коэффициент вытяжки;  $F_0$  и  $F_1$  — площади поперечного сечения заготовки до и после деформации;  $a_1 = f_n / \operatorname{tg} \alpha_{m1}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha_{m1} = (h_0 / L)(1 - 1/\sqrt{\lambda})$ .

Определим приращение напряжения волочения  $\Delta \sigma$ . Для этого, учитывая бесконечно малую протяженность границ зоны деформации, используем метод верхней оценки, в соответствии с которым мощность сил сдвига на границах, являющихся поверхностями разрыва скоростей, будет равна [2]

$$W = \int_S \tau_S |\Delta V_{||}| dS, \quad (4)$$

где  $\tau_S = \sigma_S / \sqrt{3}$  — сопротивление сдвигу;  $\Delta V_{||}$  — разрыв составляющей скорости, параллельной поверхности разрыва  $S$ .

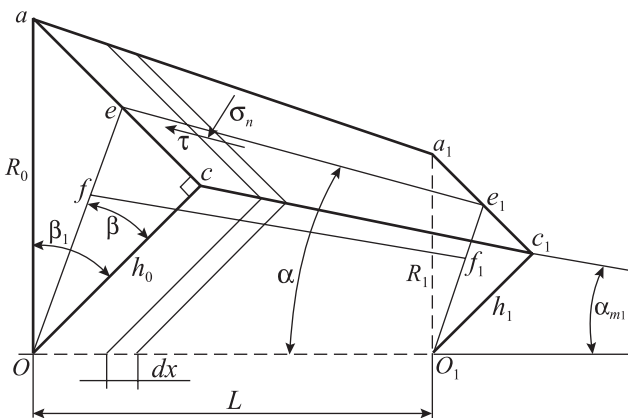


Рис. 2. Схема сектора зоны деформации

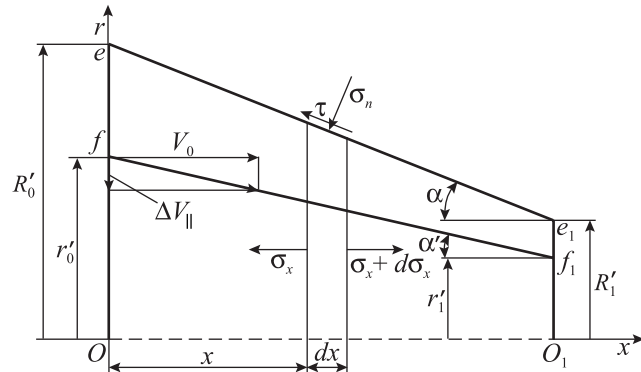


Рис. 3. Схема определения напряженно-деформированного состояния

Из геометрических соотношений (см. рис. 2 и 3) получим выражение для угла наклона линии тока  $ff_1$ , расположенной в произвольно выбранной плоскости  $Oee_1O_1$ :

$$\operatorname{tg} \alpha' = \bar{r} \operatorname{tg} \alpha, \quad \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha_{m1} / \cos \beta, \quad (5)$$

где  $0 \leq \bar{r} \leq 1$  — относительный радиус линии тока;  $\bar{r} = r'_0 / R'_0 = \operatorname{const}$ ;  $\beta = 0 \div \beta_1$ .

С использованием (5) найдем величину  $W$  на грани  $Oac$  (см. рис. 2):

$$\begin{aligned} W &= \Delta \sigma_1 S V_0 = \int_S \tau_S \Delta V dS = \\ &= \tau_S V_0 h_0^2 \operatorname{tg} \alpha_{m1} \int_0^{\beta_1} \int_0^{\bar{r}} \bar{r}^2 (1/\cos^3 \beta) d\beta d\bar{r} = \\ &= \frac{1}{6} \tau_S V_0 h_0^2 \operatorname{tg} \alpha_{m1} \operatorname{tg} \beta_1 [(1/\cos \beta_1) + 1]. \end{aligned} \quad (6)$$

Учитывая, что  $\operatorname{tg} \beta_1 = b_0 / h_0 = 1/k$  и  $\operatorname{tg}(\beta_1/2) = \sin \beta_1 / (1 + \cos \beta_1)$ , из уравнения (6) после преобразований получим выражение для расчета приращения напряжения волочения:

$$\Delta \bar{\sigma}_1 = \frac{1}{3\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_{m1} \left( 1 + \sqrt{1 + (1/k)^2} \right), \quad (7)$$

где  $\Delta \bar{\sigma}_1 = \Delta \sigma_1 / \sigma_S$ .

Величина приращения напряжения волочения за счет дополнительных сдвигов на грани  $O_1 a_1 c_1$  также описывается формулой (7).

Используя выражения (1), (3) и (7), запишем уравнение для расчета напряжения волочения сектора прямоугольного профиля, ограниченного углом  $\beta_1$  (без учета влияния калибрующей части канала):

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_{\kappa 1} &= \bar{\sigma}_1 + 2\Delta \bar{\sigma}_1 = (1 + \operatorname{tg} \alpha_{m1} / f_n)(1 - \lambda^{-a_1}) + \\ &+ \bar{\sigma}_q \lambda^{-a_1} + \frac{2}{3\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_{m1} \left( 1 + \sqrt{1 + (1/k)^2} \right). \end{aligned} \quad (8)$$

Упростим формулу (8), принимая  $\lambda^{-a_1} \approx 1 - a_1 \ln \lambda$  [1]:

$$\bar{\sigma}_{\kappa 1} = \bar{\sigma}_1 + 2\Delta\bar{\sigma}_1 = [1 + f_n \operatorname{ctg} \alpha_{m1} (1 - \bar{\sigma}_q)] \ln \lambda + \bar{\sigma}_q + \frac{2}{3\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_{m1} \left( 1 + \sqrt{1 + (1/k)^2} \right). \quad (9)$$

Аналогично определим напряжение волочения для сектора, ограниченного углом  $\beta_2$ :

$$\bar{\sigma}_{\kappa 2} = (1 + \operatorname{tg} \alpha_{m2} / f_n) (1 - \lambda^{-a_2}) + \bar{\sigma}_q \lambda^{-a_2} + \frac{2}{3\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_{m2} \left( 1 + \sqrt{1 + k^2} \right), \quad (10)$$

где  $\bar{\sigma}_2 = \sigma_2 / \sigma_S$ ;  $\Delta\bar{\sigma}_1 = \Delta\sigma_1 / \sigma_S$ ;  $a_2 = f_n / \operatorname{tg} \alpha_{m2}$ ;  $\operatorname{tg} \alpha_{m2} = (b_0 / L) (1 - 1/\sqrt{\lambda})$ .

Из геометрических соотношений имеем  $\operatorname{tg} \alpha_{m2} = \operatorname{tg} \alpha_{m1} / k$ . Так как  $a_2 = a_1 / k$ , то после преобразований формула (10) примет вид

$$\bar{\sigma}_{\kappa 2} = \bar{\sigma}_2 + 2\Delta\bar{\sigma}_2 = [1 + k f_n \operatorname{ctg} \alpha_{m1} (1 - \bar{\sigma}_q)] \ln \lambda + \bar{\sigma}_q + 0,385 \operatorname{tg} \alpha_{m1} \left( 1 + \sqrt{1 + k^2} \right) / k. \quad (11)$$

Среднее по сечению прямоугольного профиля напряжение волочения равно

$$\bar{\sigma}_{\kappa} = (\bar{\sigma}_{\kappa 1} F_1 + \bar{\sigma}_{\kappa 2} F_2) / F,$$

где  $F$  — площадь сечения профиля;  $F_1$  и  $F_2$  — суммарные площади сечения секторов, ограниченных углами  $\beta_1$  и  $\beta_2$  соответственно.

Так как  $F_1 = F_2 = F/2$ , то получим

$$\bar{\sigma}_{\kappa} = [1 + (1 + k) f_n \operatorname{ctg} \alpha_{m1} (1 - \bar{\sigma}_q) / 2] \ln \lambda + \bar{\sigma}_q + \frac{1}{3\sqrt{3}} \operatorname{tg} \alpha_{m1} [1 + (1/k)(1 + 2\sqrt{1 + k^2})]. \quad (12)$$

В табл. 1 приведены результаты расчета относительного напряжения волочения для разных значений  $k$  и следующих параметров процесса:  $\alpha_{m1} = 10^\circ$ ,  $f_n = 0,1$ ,  $\lambda = 1,2$  и  $\bar{\sigma} = 0$ . Видно, что с увеличением отклонения формы профиля от квадратного величина  $\bar{\sigma}_{\kappa}$  возрастает, а относительный вклад дополнительных сдвигов снижается.

Используя формулу (12), определим угол  $\alpha_{m1}$ , обеспечивающий минимальное значение напряжения волочения, из условия

$$\frac{d\bar{\sigma}_{\text{вол}}}{d\operatorname{tg} \alpha_{m1}} = -\frac{f_n}{2\operatorname{tg}^2 \alpha_{m1}} (1 + k)(1 - \bar{\sigma}_q) \ln \lambda + \frac{1}{3\sqrt{3}} [1 + (1/k)(1 + 2\sqrt{1 + k^2})] = 0.$$

Таблица 1

**Напряжение волочения прямоугольных профилей**

$k$	$\bar{\sigma}_{\kappa}$	$2\Delta\bar{\sigma}$
1	0,450	0,164
2	0,464	0,127
3	0,506	0,117
4	0,553	0,112

Таблица 2

**Оптимальные значения углов канала волоки**

$k$	$\alpha_{m1}$ , град	$\alpha_{m2}$ , град
1	7,97	7,97
2	11,07	5,57
3	13,21	4,47
4	14,97	3,83

Решение этого уравнения имеет вид

$$\alpha_{m1} = \arctg \left[ 1,612 \sqrt{\frac{f_n \ln \lambda (1 + k)(1 - \bar{\sigma}_q)}{1 + (1/k)(1 + 2\sqrt{1 + k^2})}} \right]. \quad (13)$$

В табл. 2 приведены оптимальные значения угла  $\alpha_{m1}$ , рассчитанные по формуле (13), и соответствующие им  $\alpha_{m2}$ , определенные из соотношения  $\operatorname{tg} \alpha_{m2} = \operatorname{tg} \alpha_{m1} / k$ , для следующих параметров процесса волочения:  $f_n = 0,1$ ,  $\lambda = 1,2$  и  $\bar{\sigma}_q = 0$ .

Анализ результатов расчета показывает, что угол  $\alpha_{m2}$  можно приближенно найти по формуле  $\alpha_{m2} = \alpha_{m1} / k$  (погрешность не более 3%). С уменьшением  $k$  погрешность расчета снижается.

Формула (13) позволяет решить и обратную задачу: для заданных углов канала, не являющихся оптимальными, определить предельное значение коэффициента вытяжки  $\lambda$ :

$$\lambda = \exp \left[ 0,385 \frac{1 + (1/k)(1 + 2\sqrt{1 + k^2})}{1 + k} \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha_{m1}}{f_n (1 - \bar{\sigma}_q)} \right]. \quad (14)$$

Для учета влияния калибрующей зоны канала волоки используем подход, предложенный П.Т. Емельяненко и Л.Е. Альшевским, когда расчет ведется по максимально возможным значениям нормального напряжения [1].

Дифференциальное уравнение равновесия для элементарного объема заготовки в калибрующей части канала получим по аналогии с уравнением (2), полагая  $\alpha_{m1} = 0$  и  $\sigma_n = \sigma_S - \sigma_x$ :

$$d\sigma_x F_1 + 2f_n(\sigma_S - \sigma_x)P_1 dx = 0,$$

где  $F_1$  и  $P_1$  — площадь и периметр поперечного сечения сектора заготовки в калибрующей зоне соответственно.

Величина напряжения волочения на выходе из калибрующей части канала волокна (при  $x = L_k$ ) с учетом граничного условия  $\bar{\sigma}_{x|_{x=0}} = \bar{\sigma}_k$  равна

$$\bar{\sigma}_{\text{вол}} = 1 - (1 - \bar{\sigma}_k) \exp(-\delta_k), \quad (15)$$

где  $\bar{\sigma}_{\text{вол}} = \sigma_{\text{вол}}/\sigma_S$ ;  $\delta_k = f_n(P/F)L_k$ ;  $L_k$  — длина калибрующей зоны, а значения  $\delta_k$  для различных профилей приведены ниже:

$k$	$\delta_k$
1	$2L_k/b_1 = 2L_k/h_1$
2	$1,5L_k/b_1 = 3L_k/h_1$
3	$1,33L_k/b_1 = 4L_k/h_1$
4	$1,25L_k/b_1 = 5L_k/h_1$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, получены соотношения, позволяющие проектировать технологический процесс волочения профилей прямоугольного сечения, — формулы для расчета напряжения волочения и определения оптимальных углов или коэффициентов вытяжки, обеспечивающих наилучшие энергосиловые параметры процесса. Показано, что с ростом отклонения формы сечения профиля от квадратного величина напряжения волочения возрастает.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Перлин И.Л., Ерманок М.З.* Теория волочения. М.: Металлургия, 1971.
2. *Джонсон У., Меллор П.* Теория пластичности для инженеров. М.: Машиностроение, 1979.

УДК 621.774.372

## РАСПРЕДЕЛЕНИЕ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ПРОЦЕССЕ ВОЛОЧЕНИЯ КРУГЛЫХ ИЗДЕЛИЙ

© 2013 г. В.Р. Каргин, Б.В. Каргин, С.Ю. Колесникова

Самарский государственный аэрокосмический университет (СГАУ) им. С.П. Королева

Приведены результаты компьютерного моделирования контактных напряжений при волочении круглых изделий в конические волокна с помощью метода конечных элементов в специализированном программном комплексе DEFORM-2D.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, нормальное давление, касательное напряжение, рабочий угол волокна, коэффициент трения, коэффициент вытяжки.

The computer simulation of contact stresses in the course of round product drawing through conical draw dies has been carried out by the finite element method with the DEFORM-2D particularized bundled software.

**Key words:** mathematical modeling, normal pressure, shear stress, working angle of die, friction coefficient, reduction ratio.

Производительность процесса волочения круглых изделий (прутков, проволоки) во многом зависит от стойкости деформирующего инструмента. С учетом характера разрушения повышение стойкости достигается:

- определением преобладающего вида разрушения;
- выделением участков вероятного разрушения;
- оценкой причин разрушения;
- разработкой специальных мер и приемов.

**Каргин В.Р.** — докт. техн. наук, профессор кафедры обработки металлов давлением СГАУ (443086, г. Самара, Московское шоссе, 34). Тел.: (846) 334-78-81. E-mail: vrkargin@mail.ru.

**Каргин Б.В.** — канд. техн. наук, доцент той же кафедры. E-mail: bkargin@mail.ru.

**Колесникова С.Ю.** — магистрант той же кафедры. E-mail: lana-kolesnikova@mail.ru.