

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛООВОГО РЕЖИМА ПЕЧИ-КОВША ПРИ ПУЗЫРЬКОВОЙ ПРОДУВКЕ РАСПЛАВА ГАЗОМ

Сообщение IV*

© 2016 г. С.А. Новокрещенов, В.С. Швыдкий, В.П. Жуков, Д.Д. Черемисин

Уральский федеральный университет (УрФУ)
им. первого Президента России Б.Н. Ельцина, г. Екатеринбург

Статья поступила в редакцию 23.05.14 г., доработана 28.08.14 г., подписана в печать 9.09.14 г.

Значительное влияние на теплообмен при проведении огневого рафинирования меди в печи-ковше оказывают не только формирование и движение газовых пузырей в расплаве, но и объемное содержание в нем газа в виде пузырей. В представленной математической модели рассмотрено влияние газонаполненности расплава при продувке и температуры газов под крышкой на среднюю температуру рафинируемого расплава.

Ключевые слова: пузырь, печь-ковш, рафинирование меди, пор, донная продувка.

Новокрещенов С.А. – канд. техн. наук, профессор кафедры экономики и управления на металлургических предприятиях (ЭУМП) УрФУ (620002, г. Екатеринбург, ул. Мира, 19). Тел.: (343) 375-45-29. E-mail: Novokreschenov@el.ru.

Швыдкий В.С. – докт. техн. наук, профессор кафедры теплофизики и информатики в металлургии УрФУ. Тел.: (343) 375-48-15. E-mail: Vshvit@isnet.ru.

Жуков В.П. – докт. техн. наук, профессор кафедры металлургии тяжелых цветных металлов УрФУ. Тел.: (343) 375-47-95. E-mail: Zhukov.v.p@mail.ru.

Черемисин Д.Д. – аспирант кафедры ЭУМП УрФУ. E-mail: el.ry@el.ru.

Для цитирования: Новокрещенов С.А., Швыдкий В.С., Жуков В.П., Черемисин Д.Д. Математическое моделирование теплового режима печи-ковша при пузырьковой продувке расплава газом. Сообщение IV // Изв. вузов. Цвет. металлургия. 2016. No. 1. С. 72–78. DOI: dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2016-1-72-78.

Novokreschenov S.A., Shvydkii V.S., Zhukov V.P., Cheremisin D.D.

Mathematical modeling of ladle furnace thermal conditions during gas-bubble melt blowing. Report IV

A significant effect on heat transfer during copper fire refining in a ladle furnace is caused not only by forming and motion of gas bubbles in a melt, but also by the volume content of gas bubbles. The presented mathematical model analyzes the effect of melt gas fullness during blowing and gas temperature under the cover on an average temperature of the melt being refined.

Key words: bubble, ladle furnace, copper refining, gas bubble, bottom blowing.

Novokreschenov S.A. – Cand. Sci. (Tech.), prof., Department of economics and managements at the metallurgical enterprises, Ural Federal University (UFU) (620002, Russia, Yekaterinburg, Mira str., 19). Tel.: (343) 375-45-29. E-mail: Novokreschenov@el.ru.

Shvydkii V.S. – Dr. Sci. (Tech.), prof., Department of thermophysics and informatics in metallurgy, UFU. Tel.: (343) 375-48-15. E-mail: Vshvit@isnet.ru.

Zhukov V.P. – Dr. Sci. (Tech.), prof., Department of metallurgy of heavy non-ferrous metals, UFU. Tel.: (343) 375-47-95. E-mail: Zhukov.v.p@mail.ru.

Cheremisin D.D. – postgraduate student, Department of economics and managements at the metallurgical enterprises, UFU. E-mail: el.ry@el.ru.

Citation: Novokreschenov S.A., Shvydkii V.S., Zhukov V.P., Cheremisin D.D. Matematicheskoe modelirovanie teplovogo rezhima pechi-kovsha pri puzyr'kovoii produvke raspplava gazom. Soobshchenie IV. *Izv. vuzov. Tsvet. metallurgiya*. 2016. No. 1. P. 72–78. DOI: dx.doi.org/10.17073/0021-3438-2016-1-72-78.

Ранее [1–4] была поставлена задача рассмотрения физической сущности процесса теплообмена между слоем расплава и движущимися газовыми пузырьками при донной продувке расплава в печи-ковше. Анализ процессов теплообмена в слое

расплава позволил подойти к идее построения модели теплового режима печи-ковша с использованием параметра, характеризующего степень газонаполненности (несплошности) слоя расплава и определяемого как отношение объема пузырей к объему слоя расплава (ϕ , м³/м³). В рамках принятого физического подхода к решению задачи внешнего теплообмена введено понятие объемного

* Сообщения I–III см. соответственно в [1–3].

коэффициента теплоотдачи (α_v , Вт/(м³·град)) для слоя расплава, продуваемого газом:

$$\alpha_v = \alpha_F F,$$

где α_F — коэффициент теплоотдачи от газа к поверхности макрочастиц расплава; F — поверхность макрочастиц расплава единицы объема слоя, м³/м³. В нашем случае F — это поверхность пузырей в единице объема расплава.

Закономерность формирования температурного поля в слое расплава при его нагреве движущимися газовыми пузырями с параметром ϕ и поперечным сечением 1 м² можно формализовать следующим образом.

Через элементарный слой dy , состоящий из макрочастиц расплава, газ проходит за время $d\tau$, имея скорость на свободное сечение, равную $W_\Gamma = \phi \bar{\omega}_\Gamma$. При допущении, что скорость движения газовых пузырей постоянна и равна $\bar{\omega}_\Gamma = 1/2(0,44 + 0,507) = 0,475$ м/с [3], а расплав имеет бесконечно большую теплопроводность, изменение теплосодержания газа в элементарном слое расплава определяется изменением его по направлению потока газов (по dy) и по времени (по $d\tau$):

$$\begin{aligned} d^2Q &= c_\Gamma \rho_\Gamma \phi \left(\frac{dt_\Gamma}{d\tau} \right) dy d\tau = \\ &= c_\Gamma \rho_\Gamma \phi \frac{\partial t_\Gamma}{\partial y} \frac{\partial y}{\partial \tau} dy d\tau + c_\Gamma \rho_\Gamma \phi \frac{\partial t_\Gamma}{\partial \tau} dy d\tau. \end{aligned} \quad (1)$$

Так как $\partial y / \partial \tau = \omega_\Gamma$, м/с; $\phi \omega_\Gamma = W_\Gamma$; c_Γ — теплоемкость газа, Дж/(кг·град); ρ_Γ — его плотность, кг/м³, то выражение (1) можно записать в следующем виде:

$$d^2Q = c_\Gamma \rho_\Gamma \left(W_\Gamma \frac{\partial t_\Gamma}{\partial y} + \phi \frac{\partial t_\Gamma}{\partial \tau} \right) dy d\tau. \quad (2)$$

Это же количество тепла, которое отдает газ при нагреве слоя расплава, равно

$$-d^2Q = \alpha_v (t_\Gamma - t_{\text{распл}}) dy d\tau + d^2Q_{\text{потерь}}. \quad (3)$$

Приравняв (2) и (3) и принимая адиабатический процесс нагрева расплава, т.е. $d^2Q_{\text{потерь}} = 0$, получаем

$$-\alpha_v (t_\Gamma - t_{\text{распл}}) = c_\Gamma \rho_\Gamma \left(W_\Gamma \frac{\partial t_\Gamma}{\partial y} + \phi \frac{\partial t_\Gamma}{\partial \tau} \right). \quad (4)$$

Аналогично, рассматривая теплообмен со стороны слоя расплава и учитывая, что изменение теплосодержания макрочастиц расплава будет происходить в элементарном слое только во времени (по $d\tau$), можно записать:

$$\alpha_v (t_\Gamma - t_{\text{распл}}) = c_{\text{распл}} \rho_{\text{распл}} (1 - \phi) \frac{\partial t_{\text{распл}}}{\partial \tau}, \quad (5)$$

где $c_{\text{распл}} = c_{\text{распл}}^{\text{физ}} + c_{\text{распл}}^{\text{хим}}$.

Здесь $c_{\text{распл}}^{\text{физ}}$ — массовая теплоемкость расплава, Дж/(кг·град), а $c_{\text{распл}}^{\text{хим}} = \sum q_{\text{хим}} / [m_{\text{распл}} (\bar{t}_\Gamma - \bar{t}_{\text{распл}})]$ — теплоемкость расплава, возникающая за счет протекания химических реакций, где $\sum q_{\text{хим}}$ — суммарный тепловой эффект реакций окисления (восстановления), Дж.

Систему уравнений (4) и (5) дополняем краевыми условиями:

$$\begin{cases} y = 0, & t_\Gamma = t_{\Gamma 0}; \\ \tau = 0, & t_{\text{распл}} = t_{\text{нач}} = 1100 \text{ }^\circ\text{C}. \end{cases}$$

Приближенная математическая модель теплового режима окончательно будет иметь вид

$$\begin{cases} -\alpha_v (t_\Gamma - t_{\text{распл}}) = c_\Gamma \rho_\Gamma \left(W_\Gamma \frac{\partial t_\Gamma}{\partial y} + \phi \frac{\partial t_\Gamma}{\partial \tau} \right); \\ \alpha_v (t_\Gamma - t_{\text{распл}}) = c_{\text{распл}} \rho_{\text{распл}} (1 - \phi) \frac{\partial t_{\text{распл}}}{\partial \tau}; \\ y = 0, & t_\Gamma = t_{\Gamma 0}; \\ \tau = 0, & t_{\text{распл}} = t_{\text{нач}} = 1100 \text{ }^\circ\text{C}. \end{cases} \quad (6)$$

Численное решение системы (6) находим при следующих допущениях:

— газовые пузыри равномерно распределены по сечению слоя расплава и сохраняют в объеме расплава сферическую форму с диаметром, равным среднему значению 13,57 мм [4];

— расплав неподвижен, средняя скорость движения газовых пузырей постоянна по высоте и равна $\bar{\omega}_\Gamma = 0,475$ м/с;

— химические превращения в объеме расплава отсутствуют, т.е. $c_{\text{распл}}^{\text{хим}} = 0$;

— величина F однозначно определяется параметром ϕ и геометрическим размером пузыря $R_{\text{пуз}}$. Действительно:

$$\phi = \frac{\sum V_{\text{пуз}}}{V_{\text{распл}}} = \frac{n \cdot \frac{4}{3} \pi R_{\text{пуз}}^3}{V_{\text{распл}}}, \quad (7)$$

а

$$F = \frac{\sum F_{\text{пуз}}}{V_{\text{распл}}} = \frac{n \cdot 4\pi R_{\text{пуз}}^2}{V_{\text{распл}}}, \quad (8)$$

где n — мгновенное количество пузырей в объеме расплава; $\sum V_{\text{пуз}}$ — суммарный объем пузырей, м³; $\sum F_{\text{пуз}}$ — суммарная поверхность пузырей, м².

Решая совместно (7) и (8) относительно F , получим

$$F = \frac{3\phi}{R_{\text{пуз}}} = \frac{3 \cdot 2 \cdot \phi}{13,57 \cdot 10^{-3}} = 0,442 \cdot 10^3 \text{ [м}^3/\text{м}^3\text{]}.$$

Автор [5, 6] предлагает широкую статистику параметров пузырей при продувке, а в [7, 8] представлены данные об изменении газонаполненности расплава по высоте и во время проведения различных технологических операций, которые коррелируют с расчетными данными [1]. Соответственно принимаем величину $\varphi = 11,3 \%$, что согласуется с реальной обстановкой эксперимента.

С учетом методики [9] найдем численные оценки коэффициентов системы (6) (расплав продувается воздухом):

$$1) \alpha_v = \alpha_F F = 442\varphi\alpha_F,$$

где $\alpha_F = Nu\lambda/d_{пуз}$.

Критерий Нуссельта определяем по уравнению [10]:

$$Nu = 2 + 0,6Re^{0,5} Pr^{0,33}.$$

После подстановки численных значений теплоемкости и коэффициента теплопроводности для средней по массе температуры расплава $\bar{t}_{распл} = 1200^\circ C$ [11] получим $Re = 28,8$, $Pr = 0,724$, $Nu = 4,894$, $\alpha_F \approx 3,016 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot \text{град})$.

Окончательно получим:

$$\alpha_v = 442 \cdot \varphi \cdot 3,016 = 14593,3\varphi \text{ [Вт}/(\text{м}^3 \cdot \text{град})].$$

$$2) c_r \rho_r W_r = c_r \frac{\rho_{r0}}{1 + \beta t_r} W_{r0} (1 + \beta t_r), \text{ или } c_r \rho_r W_r = c_r \rho_{r0} W_{r0},$$

где ρ_{r0} , W_{r0} — плотность и скорость движения газа, приведенные к нормальным условиям.

В соответствии с данными работы [1] примем

$$\rho_{r0} = 1,27 \text{ кг}/\text{м}^3,$$

$$\rho_{распл} = 7790 \text{ кг}/\text{м}^3,$$

$$W_{r0} = \varphi \bar{\omega}_r = 0,475\varphi \text{ м}/\text{с},$$

$c_{распл} = 513,9 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$, $c_{возд} = 1210 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot \text{град})$ для $\bar{t} = 1200^\circ C$ [11, 12].

В итоге получаем систему вида

$$\begin{cases} 14593,3(t_{распл} - t_r) = 1210 \cdot 1,27 \left(0,475 \frac{\partial t_r}{\partial y} + \frac{\partial t_r}{\partial \tau} \right), \\ 14593,3\varphi(t_r - t_{распл}) = 513,9 \cdot 7790(1 - \varphi) \frac{\partial t_{распл}}{\partial \tau}. \end{cases} \quad (9)$$

С учетом численной оценки теплофизических параметров система уравнений теплообмена свелась к следующей:

$$\begin{cases} \frac{\partial t_r}{\partial \tau} + 0,475 \frac{\partial t_r}{\partial y} = \frac{14593,3}{1210 \cdot 1,27} (t_{распл} - t_r), \\ 513,9 \cdot 7790(1 - \varphi) \frac{\partial t_{распл}}{\partial \tau} = 14593,3\varphi(t_r - t_{распл}). \end{cases} \quad (10)$$

Решение этой системы выполнено при следующих значениях определяющих параметров:

$$\varphi = 0,1; 0,15; 0,2; 0,5,$$

$$t_{r0}, ^\circ C = 1500, 1600, 1800, 2000,$$

$$\tau = 0, t_{распл} = t_{нач} = 1100^\circ C.$$

Для того чтобы свести (10) к стандартному виду и определить безразмерные параметры, преобразуем (10):

$$\begin{aligned} 0,105302 \frac{\partial t_r}{\partial \tau} + 0,0500183 \frac{\partial t_r}{\partial y} &= t_{распл} - t_r, \\ \frac{1 - \varphi}{0,00364533\varphi} \frac{\partial t_{распл}}{\partial \tau} &= t_r - t_{распл}, \\ \frac{\partial t_{распл}}{\partial \left(\frac{0,00364533\varphi\tau}{1 - \varphi} \right)} &= t_r - t_{распл}. \end{aligned}$$

Из второго уравнения сразу следует общее выражение для безразмерного времени:

$$Z = 0,00364533\varphi\tau/(1 - \varphi). \quad (11)$$

Что касается первого уравнения, то здесь необходимо отметить два обстоятельства [13, 14]. Во-первых, первое слагаемое этого уравнения значимо лишь при $\tau < \varphi y/W_r$ (т.е. пока газ не дойдет до горизонта y), а следовательно, для реальных условий работы ковша его можно без потери точности расчетов отбросить ($H = 1,812 \text{ м}$, $\tau_{нагрева} = 3,75 \text{ с} = 13500 \text{ с}$; $W_r = 0,475\varphi$). Во-вторых, безразмерная высота слоя $Y = y/0,0500183$ определяется независимо от количества пузырьков (в отличие от безразмерного времени). При этих условиях температуры газа и расплава описываются уравнениями

$$\begin{aligned} \vartheta &= \exp(-Y) \int_0^Z I_0(2\sqrt{Y\xi}) \exp(-\xi) d\xi, \\ t_{распл} &= 1100 + (t_{r0} - 1100)\vartheta, \\ \theta &= 1 - \exp(-Z) \int_0^Z I_0(2\sqrt{Z\eta}) \exp(-\eta) d\eta, \\ t_r &= 1100 + (t_{r0} - 1100)\theta. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь $\vartheta = (t_{распл} - t_{нач})/(t_{r0} - t_{нач})$; $\theta = (t_r - t_{нач})/(t_{r0} - t_{нач})$.

Для полной высоты расплава $H = 1,812 \text{ м}$ значения безразмерной высоты будут следующие:

$$y, \text{ м} \dots 0 \quad 0,302 \quad 0,604 \quad 0,906 \quad 1,208 \quad 1,510 \quad 1,812$$

$$Y \dots 0 \quad 6,038 \quad 12,076 \quad 18,113 \quad 24,151 \quad 30,189 \quad 36,267$$

Значения безразмерного времени определяют-

Таблица 1
Изменение температуры (°C) газа и расплава во времени

$Y \backslash Z$	0	1,094	2,187	3,281	4,374	5,478
0	1100/1500	1366/1500	1455,1/1500	1485/1500	1495/1500	1498,3/1500
6,038	1100/1100,95	1105,3/1115,2	1123,2/1146,35	1155,7/1191,46	1199,8/1243,9	1250,1/1297,1
12,076	1100/1100	1100,1/1100,23	1100,6/1101,52	1102,5/1105,38	1107,4/1113,58	1116,6/1127,6
18,113	1100/1100	1100/1100	1100,01/1100,03	1100,07/1100,17	1100,3/1100,65	1100,95/1101,86
24,151	...					
⋮						
⋮						

Примечание. В числителе – температура расплава, в знаменателе – температура газа, °C.

ся заданным объемом пузырей. При $\phi = 0,1$ имеем $Z = 4,05037\tau$:

τ, c	0	2700	5400	8100	10800	13500
Z	0	1,094	2,187	3,281	4,374	5,468

Вычисления по (12) можно производить в рамках пакета «Mathcad» любой версии. Температуры газа и расплава при $t_{r0} = 1500$ °C для данного значения ϕ представлены в табл. 1.

Дальнейшие расчеты можно не продолжать — уже четко видно, что при заданном расходе газа расплав не прогреется. Повышение температуры газа на входе в ковш незначительно изменяет температуру расплава в силу малости его количества. Это хорошо иллюстрируют и данные рис. 1, показывающие изменение безразмерных температур газа по высоте ковша.

Можно видеть, что теплоты газов практически хватает только на изменение состояния расплава в нижней трети объема ковша.

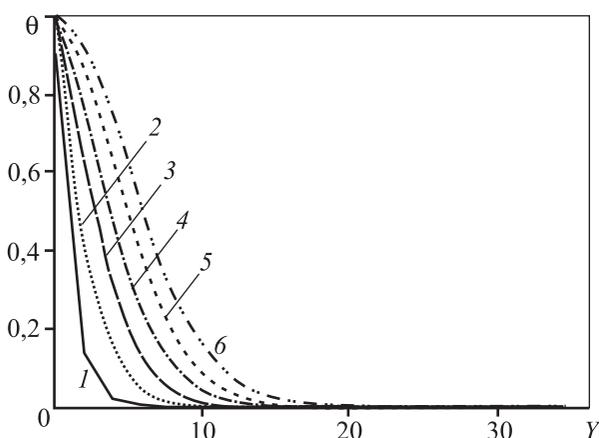


Рис. 1. Изменение температуры газа по высоте расплава в различные моменты времени при доле газа $\phi = 0,1$
1 – $Z = 0$; 2 – 1,094; 3 – 2,187; 4 – 3,281; 5 – 4,374; 6 – 5,468

С увеличением доли газов до уровня $\phi = 0,2$ картина существенно не меняется, поскольку даже при $t_{r0} = 2000$ °C температура газа на выходе из расплава остается равной начальной температуре расплава.

При $\phi = 0,5$ положение существенно изменяется. Теперь теплоты газового потока хватает для прогрева расплава даже при $t_{r0} = 1500$ °C. Это хорошо видно из данных рис. 2, являющегося полным аналогом рис. 1. В данном случае безразмерное время определяется как $Z = 0,00364533\tau$.

Очевидно, минимально допустимый объем газа является функцией температуры расплава на поверхности слоя.

Изменение температур расплава для $\phi = 0,5$ представлено на рис. 3.

Для исследования зависимости средней температуры расплава (заданная $\bar{t}_{распл} = 1250$ °C) от параметров продувки продолжительность продувки принималась в интервале $\tau = 1,0 \div 1,5$ ч. Поскольку безразмерная высота слоя расплава в ковше ($Y =$

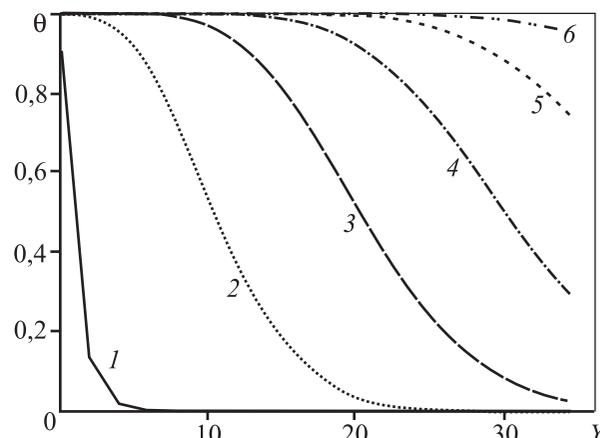


Рис. 2. Изменение температуры газа по высоте расплава в различные моменты времени при $\phi = 0,5$
1 – $Z = 0$; 2 – 9,842; 3 – 19,685; 4 – 29,527; 5 – 39,370; 6 – 49,212

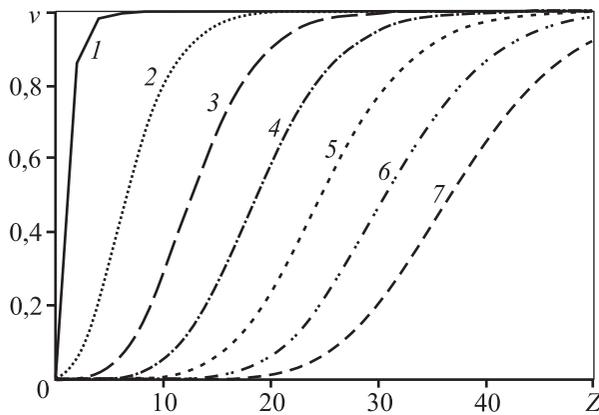


Рис. 3. Изменение температуры расплава во времени на различных горизонтах ковша при $\varphi = 0,5$
 1 – $Y = 0$; 2 – 6,038; 3 – 12,076; 4 – 18,113; 5 – 24,151; 6 – 30,189; 7 – 36,267

Таблица 2

Расчетные величины безразмерного времени (Z) в зависимости от длительности продувки (τ) и газонаполненности расплава (φ)

$\tau, \text{ч}$ \ φ	0,10	0,15	0,20	0,50
0,5	0,729067	1,159083	1,640398	6,561594
1,0	1,458133	2,318166	3,280797	13,123188
1,5	2,187200	3,477249	4,921196	19,684782
2,0	2,916266	4,636332	6,561594	26,246376

= $y/0,0500183$) не зависит от газонасыщенности (φ) и температуры газа на входе (t_{r0}), то значение средней температуры расплава во всех случаях будет определяться по единому выражению:

$$\bar{t}_{\text{распл}} = \frac{1}{36,267} \int_0^{36,267} \exp(-\xi) \int_0^Z I_0(2\sqrt{\xi\eta}) \exp(-\eta) d\eta d\xi.$$

При $\varphi = 0,1$ получаем $Z = 4,05037 \cdot 10^{-4} \tau$; $\varphi = 0,15$ — имеем $Z = 6,432935 \cdot 10^{-4} \tau$; $\varphi = 0,2$ — $Z = 0,000911333 \tau$; $\varphi = 0,5$ — $Z = 0,00364533 \tau$. Тогда для одинаковых моментов времени при различных φ получаем табл. 2.

Для указанных в табл. 2 величин Z при различных наборах параметров продувки и среднем значении времени нагрева ($\tau = 1,25$ ч) статистическая обработка дает следующий полином для определения средней температуры расплава, °C:

$$\bar{t}_{\text{распл}} = 1231,133 - 1614,243\varphi - 0,072t_{r0} + 765,789\varphi^2 + 1,031\varphi t_{r0} - 4,801 \cdot 10^{-9} t_{r0}^2.$$

Графическая иллюстрация этой зависимости представлена на рис. 4, а.

Нетрудно заметить (см. рис. 4, а), что требуемая средняя температура расплава (1250 °C) достигается

в диапазоне $\varphi = 0,25$ и $t_{r0} = 2000$ °C; $\varphi = 0,45$ и $t_{r0} = 1500$ °C. Можно рассмотреть и другие сочетания этих параметров, например $\varphi = 0,35$ и $t_{r0} = 1700$ °C.

Если задать время продувки, то расчеты существенно упрощаются и становятся более надежными. В частности, при длительности нагрева $\tau = 1$ ч имеем данные, хорошо аппроксимируемые уравнением

$$\bar{t}_{\text{распл}} [^\circ\text{C}] = 1206,764 - 1305,325\varphi - 0,058t_{r0} + 624,18\varphi^2 + 0,831\varphi t_{r0} + 3,14 \cdot 10^{-8} t_{r0}^2.$$

Графическая иллюстрация решения этого уравнения приведена на рис. 4, б.

А для времени продувки и нагрева $\tau = 1,5$ ч соответственно имеем

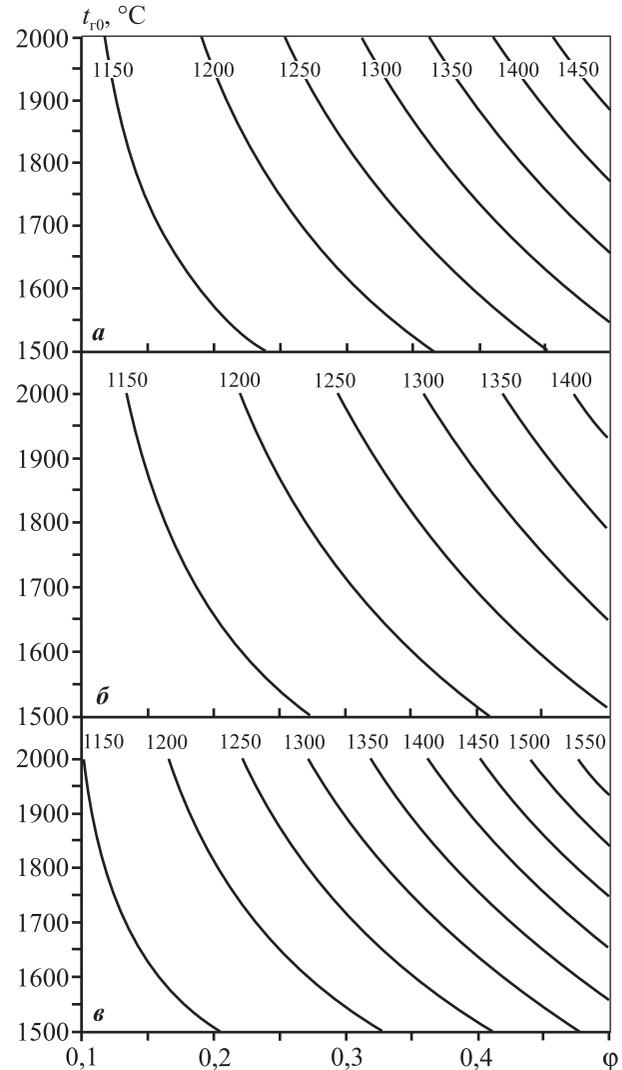


Рис. 4. Средняя температура расплава (цифры на кривых, °C) в зависимости от начальной температуры газа (t_{r0}) и доли газовых пузырьков в расплаве (φ) при длительности нагрева 1,25 ч (а), 1,0 ч (б) и 1,5 ч (в)

$$\bar{t}_{\text{распл}} = 1256,704 - 1952,49\varphi - 0,084t_{\text{г0}} + 932,594\varphi^2 + 1,243\varphi t_{\text{г0}} - 7,616 \cdot 10^{-7} t_{\text{г0}}^2.$$

Этому уравнению соответствует рис. 4, в.

Заключение

Анализ рисунков и аппроксимирующих уравнений имеет четкие физические обоснования: чем больше время нагрева, тем сильнее кривая $\bar{t}_{\text{распл}} = 1250^\circ\text{C}$ сдвигается в сторону меньших φ .

Таким образом, мы видим типичные закономерности теплообмена в неподвижном слое, и проблема дальнейших расчетов состоит в определении параметров продуваемого газа (количество и температура), минимально необходимых для выполнения операции рафинирования расплава черновой меди.

Литература

1. Новокрещенов С.А., Швыдкий В.С., Жуков В.П., Черемисин Д.Д., Холод С.И. Термодинамическая модель нестационарного нагрева расплава в печи-ковше при огневом рафинировании меди. Сообщение I // Изв. вузов. Цвет. металлургия. 2011. No. 4. С. 61—62.
2. Жуков В.П., Новокрещенов С.А., Агеев Н.Г. Математическое моделирование кинетики восстановления оксида меди (I) продуктами неполного сгорания природного газа. Сообщение II // Изв. вузов. Цвет. металлургия. 2013. No. 3. С. 58—62.
3. Новокрещенов С.А., Швыдкий В.С., Жуков В.П., Овчинников Ю.Н., Черемисин Д.Д. Математическое моделирование гидродинамики пузырькового режима при донной продувке печи-ковша. Сообщение III // Изв. вузов. Цвет. металлургия. 2013. No. 5. С. 58—62.
4. Новокрещенов С.А., Швыдкий В.С., Жуков В.П., Черемисин Д.Д., Холод С.И. Математическое описание внутренних источников тепла в процессе огневого рафинирования меди в печи-ковше // Цвет. металлы. 2011. No. 4. С. 28—30.
5. Гизатулин Р.А. Статистика пузырьков при продувке жидкости воздухом // Изв. вузов. Чер. металлургия. 2007. No. 8. С. 26—29.
6. Гизатулин Р.А. Закономерности распределения газовой фазы в жидкости при продувке снизу // Вестн. Юж.-Урал. гос. ун-та. Сер. Металлургия. 2006. No. 10 (65). С. 63—68.
7. Соковнин О.М., Загоскина Н.В., Загоскин С.Н. Гидродинамика движения сферических частиц, капель и пузырей в неньютоновской жидкости. Численные

методы исследования // Теорет. основы хим. технологии. 2012. Т. 46. No. 5. С. 540.

8. Протопопов Е.В. Математическое моделирование гидродинамических процессов в шлаковой и металлической фазах конвертерной ванны при комбинированной продувке // Изв. вузов. Чер. металлургия. 2002. No. 4. С. 9—13.
9. Шляев М.И., Толстых А.В., Деренок А.Н., Хромова Е.М. Моделирование тепломассообмена при формировании пузырей в барботажных аппаратах // Теор. основы хим. технологии. 2003. Т. 37. No. 6. С. 575—583.
10. Драганов Б.Х., Алмаев Р.А. Анализ динамики и теплообмена паровых пузырьков в газожидкостной среде // Энергетика и автоматика. 2014. No. 3. С. 21—26.
11. Белоусов В.В., Клевцов А.Г., Прибытков И.А., Сборщиков Г.С. Теплотехника и теплоэнергетика металлургического производства: Учеб. пос. для вузов. М.: Металлургия, 1993.
12. Чиркин В.С. Теплофизические свойства материалов ядерной техники. М.: Атомиздат, 1967.
13. Телегин А.С., Швыдкий В.С., Ярошенко Ю.Г. Тепломассоперенос. М.: Академкнига, 2002. С. 263—264.
14. Пиптюк В.П., Поляков В.Ф., Самохвалов С.Е., Исаев О.Б., Павлов С.Н., Травинчев А.А. Изучение теплового состояния ванны установки ковш-печь // Металлург. 2011. No. 7. С. 50—53.

References

1. Novokreschenov S.A., Shvydkii V.S., Zhukov V.P., Cheremisin D.D., Kholod S.I. Termodinamicheskaya model' nestatsionarnogo nagreva raspplava v pechi-kovshe pri ognevom rafinirovanii medi. Soobshchenie I [Thermodynamic model of non-stationary heating of fusion in the furnace ladle at fire refinement of copper. Message I]. *Izv. vuzov. Tsvet. metallurgiya*. 2011. No. 4. P. 61—62.
2. Zhukov V.P., Novokreschenov S.A., Ageev N.G. Matematicheskoe modelirovanie kinetiki vosstanovleniya oksida medi (I) produktami nepolnogo sgoraniya prirodnogo gaza. Soobshchenie II [Mathematical modeling of kinetics of restoration of oxide of copper (I) products of incomplete combustion of natural gas. Message II]. *Izv. vuzov. Tsvet. metallurgiya*. 2013. No. 3. P. 58—62.
3. Novokreschenov S.A., Shvydkii V.S., Zhukov V.P., Ovchinnikov Yu.N., Cheremisin D.D. Matematicheskoe modelirovanie gidrodinamiki puzyr'kovogo rezhima pri donnoi prodavke pechi-kovsha. Soobshchenie III [Mathematical modeling of hydrodynamics of the vesiculate mode at a ground purge of the furnace ladle. Message III]. *Izv. vuzov. Tsvet. metallurgiya*. 2013. No. 5. P. 58—62.
4. Novokreschenov S.A., Shvydkii V.S., Zhukov V.P., Che-

- remisin D.D., Kholod S.I.* Matematicheskoe opisaniye vnutrennikh istochnikov tepla v protsesse ognevo go rafinirovaniya medi v pechi-kovshe [The mathematical description of internal sources of heat in the course of fire refinement of copper in the furnace ladle]. *Tsvetnye metally*. 2011. No. 4. P. 28–30.
5. *Gizatulin R.A.* Statistika puzyr'kov pri produvke zhidkosti vozdukhom [Statistics of bubbles at a liquid purge air]. *Izv. vuzov. Chernaya metallurgiya*. 2007. No. 8. P. 26–29.
 6. *Gizatulin R.A.* Zakonomernosti raspredeleniya gazovoi fazy v zhidkosti pri produvke snizu [Regularities of distribution of a gas phase in liquid at a purge from below]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Seriya Metallurgiya*. 2006. No. 10 (65). P. 63–68.
 7. *Sokovnin O.M., Zagoskina N.V., Zagoskin S.N.* Gidrodinamika dvizheniya sfericheskikh chastits, kapel' i puzyrei v nen'yutonovskoi zhidkosti. Chislennyye metody issledovaniya [Hydrodynamics of the movement of spherical particles, drops and bubbles in non-Newtonian liquid. Numerical methods of research]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoi tekhnologii*. 2012. Vol. 46. No. 5. P. 540.
 8. *Protopopov E.V.* Matematicheskoe modelirovaniye gidrodinamicheskikh protsessov v shlakovoi i metallicheskoj fazakh konverternoi vannы pri kombinirovannoi produvke [Mathematical modeling of hydrodynamic processes in slag and metal phases of a converter bathtub at the combined purge]. *Izv. vuzov. Chernaya metallurgiya*. 2002. No. 4. P. 9–13.
 9. *Shilyaev M.I., Tolstykh A.V., Derenok A.N., Khromova E.M.* Modelirovaniye teplomassoobmena pri formirovaniі puzyrei v barbotazhnykh apparatakh [Modeling of a heat-mass exchange when forming bubbles in bubbling devices]. *Teoreticheskie osnovy khimicheskoi tekhnologii*. 2003. Vol. 37. No. 6. P. 575–583.
 10. *Draganov B.Kh., Almaev R.A.* Analiz dinamiki i teploobmena parovykh puzyr'kov v gazozhidkostnoi srede [The analysis of dynamics and heat exchange of steam bubbles in the gas-liquid environment]. *Energetika i avtomatika*. 2014. No. 3. P. 21–26.
 11. *Belousov V.V., Klevtsov A.G., Pribytkov I.A., Sborshchikov G.S.* Teplotekhnika i teploenergetika metallurgicheskogo proizvodstva: Uchebnoye posobie dlya vuzov [Heating engineer and power system of metallurgical production: Manual for higher education institutions]. Moscow: Metallurgiya, 1993.
 12. *Chirkin V.S.* Teplofizicheskie svoystva materialov yadernoi tekhniki [Heatphysical properties of materials of nuclear equipment]. Moscow: Atomizdat, 1967.
 13. *Telegin A.S., Shvydkii V.S., Yaroshenko Yu.G.* Teplomasopereenos [Heatmass transfer]. Moscow: Akademkniga, 2002. P. 263–264.
 14. *Piptyuk V.P., Polyakov V.F., Samokhvalov S.E., Isaev O.B., Pavlov S.N., Travinchev A.A.* Izuchenie teplovogo sostoyaniya vannы ustanovki kovsh-pech [Studying of a thermal condition of a bathtub of installation ladle furnace]. *Metallurg*. 2011. No. 7. P. 50–53.