

# Modellierung und Simulation der Dynamik und des Kontakts von Reifenprofilblöcken

Von der Fakultät für Maschinenbau, Verfahrens- und Energietechnik  
der Technischen Universität Bergakademie Freiberg  
genehmigte

## Dissertation

zur Erlangung des akademischen Grades  
Doktor-Ingenieur  
Dr.-Ing.,

vorgelegt

von  
geboren am

Dipl.-Ing. Patrick Moldenhauer  
30. Dezember 1978 in Berlin

Gutachter:

Prof. Dr.-Ing. Matthias Kröger, Freiberg  
Prof. Dr.-Ing. Jörg Wallaschek, Hannover

Tag der Verleihung: 29. April 2010



## Vorwort

Die vorliegende Arbeit entstand während meiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter zunächst am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover sowie anschließend am Institut für Maschinenelemente, Konstruktion und Fertigung der Technischen Universität Bergakademie Freiberg. Wesentliche Ergebnisse dieser Arbeit sind im Rahmen der durch die DFG geförderten Forschergruppe FOR492 „Dynamische Kontaktprobleme mit Reibung bei Elastomeren“ entstanden.

Mein erster Dank gilt meinem Doktorvater, Herrn Prof. Dr.-Ing. Matthias Kröger. Er hat mich seit Beginn meiner wissenschaftlichen Tätigkeit am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover als Oberingenieur fachlich betreut und es stets geschafft, seinen enthusiastischen Forschergeist auf mich zu übertragen. Besonders dankbar bin ich ihm für die mir gewährten Freiheiten zur Fertigstellung dieser Arbeit nach dem gemeinsamen Wechsel an die Technische Universität Bergakademie Freiberg.

Herrn Prof. Dr.-Ing. Jörg Wallaschek danke ich für die Übernahme des zweiten Gutachtens, das große Interesse an meiner Arbeit und das mir entgegengebrachte Vertrauen während der Zeit am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover.

Weiterhin danke ich den ehemaligen Kollegen und Mitarbeitern des Instituts für Dynamik und Schwingungen, insbesondere Dr.-Ing. Markus Lindner, Dipl.-Ing. Matthias Wangenheim, Dr.-Ing. Gunnar Gäbel, Dr.-Ing. Lars Panning, Dipl.-Ing. Christian Siewert, Dipl.-Ing. Stefan Ripka, Dipl.-Ing. Saša Mihajlović und Herrn Michael Runge für die ungezählten fachlichen und privaten Diskussionen, die maßgeblich zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Allen derzeitigen Kollegen am Institut für Maschinenelemente, Konstruktion und Fertigung der Technischen Universität Bergakademie Freiberg danke ich für die herzliche Aufnahme in den Institutskreis sowie für viele neue Denkanstöße.

Dipl.-Math. Dipl.-Ing. Norbert Kendziorra von der Continental AG danke ich für die sehr angenehme und fruchtbare Zusammenarbeit während des gemeinsamen Projekts „Kraftübertragung auf Schnee und Eis“ und die damit verbundene Mitarbeit in industrieller Forschungs- und Entwicklungsarbeit. Eine Reihe der in dieser Arbeit vorgestellten Ergebnisse sind durch die Mitwirkung zahlreicher Studenten entstanden. Euch allen ein herzliches Dankeschön!

Meinen Eltern, die meinen Werdegang in jeglicher Hinsicht unterstützt haben sowie meinen Brüdern Karsten und Stefan danke ich für die Hilfe in allen Lebenslagen. Horst, Inge und Ralf Przytarski danke ich für die familiäre Entlastung, vor allem in der Abschlussphase dieser Arbeit. Der größte Dank aber gebührt meiner Frau Iris, die mich stets über alle Maßen unterstützt hat. In der Zeit, in der diese Arbeit entstanden ist, hat sie mich nicht nur geheiratet, sondern auch drei einzigartige Kinder geschenkt.

Freiberg, im April 2010

*Patrick Moldenhauer*

*Meiner Frau Iris  
und meinen Kindern  
Lea, Lina und Lars  
gewidmet.*

# Inhaltsverzeichnis

<b>Formelverzeichnis</b>	<b>VII</b>
<b>Kurzfassung</b>	<b>X</b>
<b>Abstract</b>	<b>XI</b>
<b>1 Einleitung</b>	<b>1</b>
1.1 Zielsetzung . . . . .	3
1.2 Gliederung . . . . .	4
<b>2 Stand des Wissens</b>	<b>6</b>
2.1 Mechanische Eigenschaften von Elastomeren . . . . .	6
2.2 Elastomerreibung . . . . .	10
2.2.1 Modelle zur Beschreibung von Hysteresereibung . . . . .	11
2.2.2 Modelle zur Beschreibung von Adhäsionsreibung . . . . .	12
2.2.3 Phänomenologische Beschreibung von Elastomerreibung . . . . .	13
2.3 Verschleiß von Profilblöcken . . . . .	15
2.4 Entstehung von Stick-Slip-Schwingungen . . . . .	28
2.5 Profilblockmodelle und -simulationen . . . . .	31
2.6 Experimentelle Einrichtungen zur Untersuchung von Profilblöcken . . . . .	42
2.6.1 Schwerlasttribometer . . . . .	42
2.6.2 IDS-Tribometer . . . . .	44
2.6.3 Mini-mue-road . . . . .	45
2.6.4 Linear Friction Tester . . . . .	46
2.6.5 Prüfstand für Stollenmessungen . . . . .	48
2.6.6 Hochgeschwindigkeits-Abrollprüfstand . . . . .	49
2.6.7 Hochgeschwindigkeits-Linearprüfstand . . . . .	50
2.7 Experimentelle Reibwertbestimmung . . . . .	52
<b>3 Profilblockmodell</b>	<b>55</b>
3.1 Modularer Modellansatz . . . . .	55
3.2 Modul 1: Strukturodynamik . . . . .	58
3.2.1 Transformations- und Reduktionsverfahren . . . . .	59
3.2.2 Implementierung in das Gesamtmodell . . . . .	72
3.3 Modul 2: Lokale Reibwertcharakteristik . . . . .	72

3.3.1	Einflussgrößen auf den Reibwert . . . . .	72
3.3.2	Numerische Behandlung der Reibwertberechnung . . . . .	73
3.4	Modul 3: Nichtlineare Kontaktsteifigkeit . . . . .	75
3.4.1	Lokale Kontaktbetrachtungen . . . . .	76
3.4.2	Kontaktalgorithmus . . . . .	77
3.5	Modul 4: Lokaler Verschleiß . . . . .	81
3.5.1	Vorgehen zur Verschleißmodellierung . . . . .	81
3.5.2	Implementierung in das Gesamtmodell . . . . .	82
<b>4</b>	<b>Parameterbestimmung</b>	<b>84</b>
4.1	Strukturdynamische Parameter . . . . .	84
4.1.1	Bestimmung des Elastizitätsmoduls und der Dämpfung . . . . .	84
4.1.2	Optimierung der Modenanzahl . . . . .	88
4.2	Bestimmung der Reibcharakteristik . . . . .	90
4.3	Bestimmung der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit . . . . .	92
4.4	Bestimmung der Verschleißparameter . . . . .	94
<b>5</b>	<b>Simulationen</b>	<b>100</b>
5.1	Betrachtung eines gleitenden Profilblocks . . . . .	100
5.1.1	Simulationen bei hoher Gleitgeschwindigkeit ohne Verschleiß . . . . .	100
5.1.2	Simulationen bei hoher Gleitgeschwindigkeit mit Verschleiß . . . . .	103
5.1.3	Profilblockverhalten bei niedriger Gleitgeschwindigkeit . . . . .	106
5.1.4	Simulationen mit Normalkraftvorgabe . . . . .	114
5.1.5	Vergleich Experiment-Simulation . . . . .	117
5.1.6	Variation der Profilblockgeometrie . . . . .	119
5.2	Betrachtung eines abrollenden Profilblocks . . . . .	124
5.2.1	Abrollkinematik . . . . .	126
5.2.2	Einfluss der Fahrzeuggeschwindigkeit . . . . .	130
5.2.3	Einfluss des Schlupfwerts . . . . .	133
5.2.4	Einfluss des Kontaktdrucks . . . . .	133
5.2.5	Kontaktkraftbetrachtungen . . . . .	135
<b>6</b>	<b>Zusammenfassung</b>	<b>139</b>
	<b>Literatur</b>	<b>143</b>

## Formelverzeichnis

Selten benutzte Formelzeichen sowie abweichende Bedeutungen werden ausschließlich im Text erläutert. Vektoren werden im Allgemeinen durch fette Kleinbuchstaben, Matrizen durch fette Großbuchstaben gekennzeichnet.

### Lateinische Notation

$A$	Fläche, Kontaktfläche
$A_0$	nominelle Kontaktfläche
$a_T$	WLF-Verschiebungsfaktor
$c_c$	lokale Kontaktsteifigkeit
$c_N$	globale Kontaktsteifigkeit
$d$	Dämpferkonstante
$E$	Elastizitätsmodul
$E'$	Speichermodul
$E''$	Verlustmodul
$E^*$	komplexer Modul
$E_{\text{kin}}$	kinetische Energie
$E_{\text{pot}}$	potentielle Energie
$e$	EULER'sche Zahl
$F_N$	Normalkraft
$F_R$	Reibkraft
$f$	Frequenz
$H$	Kompressionsvorgabe
$h$	Höhe
$i$	imaginäre Einheit
$i, j$	Zähler
$k$	Federkonstante
$m$	Masse
$p_N$	Flächenpressung
$r$	Abrollradius
$s$	Weg
$s_{\text{reib}}$	Reibstrecke
$S$	Schlupf
$T$	Periodendauer

$t$	Zeit
$V$	Volumen
$v$	Geschwindigkeit
$v_C$	translatorische Fahrzeuggeschwindigkeit
$v_g$	Relativgeschwindigkeit zwischen Reifengürtel und Fahrbahnoberfläche
$v_{\text{rel}}$	Relativgeschwindigkeit
$v_0$	Gleitgeschwindigkeit
$x, y$	Koordinaten

## Griechische Notation

$\varepsilon$	Dehnung
$\eta$	Knotenverschiebung
$\eta_W$	Verschleißrate
$\eta_W^*$	auf den Reibwert bezogene Verschleißrate
$\lambda$	Eigenwert
$\mu$	Reibwert
$\nu$	Querkontraktionszahl
$\sigma$	Spannung
$\omega$	Kreisfrequenz
$\tau$	Schubspannung
$\varrho$	Dichte
$\xi$	Knotenverschiebung

## Vektoren und Matrizen

<b>C</b>	Elementsteifigkeitsmatrix
<b>D</b>	Dämpfungsmatrix
<b>E</b>	Einheitsmatrix
<b>f</b>	Kraftvektor
<b>K</b>	Steifigkeitsmatrix
<b>M</b>	Massenmatrix
<b>T</b>	Transformationsmatrix, Reduktionsmatrix
<b>u</b>	Verschiebungsvektor
<b><math>\Phi</math></b>	Modalmatrix
<b><math>\varphi</math></b>	Eigenvektor



## Indices und weitere Formelzeichen

$(\dot{\phantom{x}}), (\ddot{\phantom{x}})$	erste und zweite Ableitung nach der Zeit
$(\phantom{x})^T$	transponierte Matrix
$(\phantom{x})^{-1}$	inverse Matrix
$(\phantom{x})^C$	bzgl. statischer Ansatzfunktion
$(\phantom{x})^N$	bzgl. modaler Ansatzfunktion mit gesperrten Hauptfreiheitsgraden
$(\phantom{x})^R$	bzgl. Starrkörperansatzfunktion
$(\phantom{x})_A$	bzgl. Auslaufkante
$(\phantom{x})_{BAF}$	bzgl. Bodenaufstandsfläche
$(\phantom{x})_{CB}$	bzgl. CRAIG/BAMPTON-Verfahren
$(\phantom{x})_E$	bzgl. Einlaufkante
$(\phantom{x})_L$	bzgl. lokalen Kontaktelements
$(\phantom{x})_{mod}$	bzgl. modaler Kondensation
$(\phantom{x})_{pen}$	bzgl. Penalty-Verfahren
$(\phantom{x})_{red}$	reduziert
$(\phantom{x})_{SK}$	bzgl. statischer Kondensation
$(\phantom{x})_{SS}$	Stick-Slip
$(\phantom{x})_{Tr}$	bzgl. Abrolltrajektorie
$(\phantom{x})_W$	bzgl. Verschleißes
$(\phantom{x})_Y$	bzgl. HURTY-Verfahren

## Kurzfassung

Die Kontaktverhältnisse zwischen Reifen und Fahrbahn bestimmen die maximal übertragbaren Beschleunigungs-, Brems- und Seitenkräfte des Fahrzeugs und sind daher für die Fahrsicherheit von großer Bedeutung. In dieser Arbeit wird ein Modell zur numerisch effizienten Simulation der hochfrequenten Dynamik einzelner Reifenprofilblöcke entwickelt. Der vorgestellte Modellansatz nutzt einerseits die Vorteile der Finite-Elemente-Methode, welche die Bauteilstruktur detailliert auflösen kann, bei der jedoch lange Rechenzeiten in Kauf genommen werden. Andererseits profitiert der vorgestellte Modellansatz von den Vorteilen stark vereinfachter Mehrkörpersysteme, welche die Berechnung der hochfrequenten Dynamik und akustischer Phänomene erlauben, jedoch strukturdynamische Effekte und das Kontaktverhalten in der Bodenaufstandsfläche des Reifens nur begrenzt abbilden können. Das hier vorgestellte Modell berücksichtigt in einem modularen Ansatz die Effekte der Strukturmechanik, der lokalen Reibwertcharakteristik, der nichtlinearen Wechselwirkungen durch den Kontakt mit der rauen Fahrbahnoberfläche und des lokalen Verschleißes. Die erforderlichen Modellparameter werden durch geeignete Experimente bestimmt.

Ein Schwerpunkt der Arbeit liegt in der Untersuchung reibungsselbsterregter Profilblockschwingungen bei Variation der Modell- und Prozessparameter. Zur realistischen Betrachtung des Reifenprofilblockverhaltens erfolgt eine Erweiterung des Modells um eine Abrollkinematik, die tiefere Einblicke in die dynamischen Vorgänge in der Bodenaufstandsfläche des Reifens ermöglicht. Diese Simulationen lassen eine Zuordnung der aus der Literatur bekannten zeitlichen Abfolge von Einlaufphase, Haftphase, Gleitphase und Ausschnappphase zu. Es zeigen sich bei bestimmten Kombinationen aus Fahrzeuggeschwindigkeit und Schlupfwert ausgeprägte Stick-Slip-Schwingungen im akustisch relevanten Frequenzbereich. Das Modell erlaubt die Untersuchung des Einflusses der Profilblockgeometrie, der Materialparameter, der Fahrbahneigenschaften sowie der Betriebszustände auf den resultierenden Reibwert, auf das lokale Verschleißverhalten sowie auf das Auftreten hochfrequenter reibungsselbsterregter Schwingungen.

Somit ermöglicht das Modell ein vertieftes Verständnis der Vorgänge im Reifen-Fahrbahn-Kontakt und der auftretenden Wechselwirkungen zwischen Struktur- und Kontaktmechanik. Es kann eine Basis für zukünftige Optimierungen des Profilblocks zur Verbesserung wesentlicher Reifeneigenschaften wie Kraftschlussverhalten, Verschleiß und Akustik bilden.

**Schlagwörter:** Profilblock, Reifen-Fahrbahn-Kontakt, Stick-Slip-Schwingung

## Abstract

The contact conditions between tyre and road are responsible for the maximum acceleration, braking and side forces of a vehicle. Therefore, they have a large impact on the driving safety. Within this work a numerically efficient model for the simulation of the high-frequency dynamics of single tyre tread blocks is developed. The presented modelling approach benefits the advantage of the finite element method to resolve the component structure in detail. However, a long computation time is accepted for these finite element models. Moreover, the presented modelling approach makes use of the advantage of simplified multibody systems to calculate the high-frequency dynamics and acoustic phenomena. However, structural effects and the contact behaviour in the tyre contact patch can be covered only to a minor degree. The model treated here considers the effects of structural dynamics, the local friction characteristic, the non-linear interaction due to the contact with the rough road surface and local wear. The required model parameters are determined by appropriate experiments.

One focus of this work is the investigation of self-excited tread block vibrations under variation of the model and process parameters. In order to realistically investigate the tread block behaviour the model is extended with regard to rolling kinematics which provides a deeper insight into the dynamic processes in the tyre contact patch. The corresponding simulations allow the allocation of the run-in phase, sticking phase, sliding phase and snap-out which is reported in the literature. For certain combinations of vehicle velocity and slip value pronounced stick-slip vibrations occur within the acoustically relevant frequency range.

The model enables to study the influence of the tread block geometry, the material properties, the road surface characteristics and the operating conditions on the resulting tread block friction coefficient, local tread block wear and the occurrence of high-frequency self-excited vibrations. The simulation results provide a distinct understanding of the processes in the tyre/road contact and the interactions between structural mechanics and contact mechanics. They can be a basis for future tread block optimisations with respect to essential tyre properties such as traction, wear and acoustic phenomena.

**Key words:** Tread block, tyre/road contact, stick-slip vibration



# 1 Einleitung

Das Automobil spielt durch den zunehmenden Bedarf an individueller Mobilität in unserer Gesellschaft eine zentrale Rolle. Heutzutage werden Entwickler jedoch mit einer Vielzahl an Zielkonflikten konfrontiert, die es in immer kürzerer Entwicklungszeit zu lösen gilt. Die Zeit bis zur Präsentation der nachfolgenden Fahrzeugmodellgeneration hat sich seit den 1970er Jahren von etwa zehn auf fünf bis sechs Jahre reduziert. Die Reifenindustrie ist sogar durch stets steigende Kundenerwartungen sowie den Wettbewerb praktisch jährlich zur Präsentation eines neuen Modells oder einer Weiterentwicklung des Vorjahresmodells verpflichtet.

Dem Fahrzeugreifen kommt im Bereich der Fahrsicherheit aus mehreren Gründen eine zentrale Rolle zu. Er bildet die Schnittstelle zwischen Fahrzeug und Fahrbahn und leitet die Radlasten sowie die Längs- und Querkräfte aus dem Fahrwerk in die Bodenaufstandsfläche ein. Der Reifen stellt in vielerlei Hinsicht besondere Anforderungen an die Modellierung. Er besteht aus einer Vielzahl verschiedener Materialien, wie z. B. unterschiedlichen Elastormischungen, Stahlkorden oder Nylon. Allein das Materialverhalten einer einzelnen Elastormischung zeigt komplexe Abhängigkeiten unter anderem von der Temperatur oder auch der Beanspruchungsamplitude. Darüber hinaus führt die Reifenkontur zu einem geometrisch nichtlinearen Strukturverhalten, welches weiterhin vom aktuellen Schräglaufwinkel und dem Radsturz bzw. der jeweiligen Fahrsituation abhängt. Durch diese komplexen Eigenschaften und Wechselwirkungen ist es bisher nicht gelungen, ein ganzheitliches Simulationsmodell für das System Reifen zu entwickeln, welches die dynamischen Wechselwirkungen mit der Fahrbahn detailliert abbildet.

Aufgrund der hohen Bedeutung für die Fahrsicherheit nimmt der Kontakt zwischen Laufstreifenprofil und Fahrbahn mittlerweile ein Forschungsgebiet für sich ein. Besonders dem Reibverhalten von einzelnen Profilsegmenten oder einzelnen Profilblöcken wird in der aktuellen Forschung verstärkt Aufmerksamkeit zuteil. Das Reibverhalten solcher Systeme wird wiederum von einer Vielzahl von Einflussgrößen bestimmt. Die Steifigkeits- bzw. Dämpfungseigenschaften des Laufstreifenmaterials, der lokale Kontaktdruck, die Rauheitseigenschaften der Fahrbahn, der Zustand der Fahrbahn und auch die Profilgestaltung bestimmen den Kraftschluss und haben wesentlichen Einfluss beispielsweise auf den Bremsweg oder die maximale Querbeschleunigung. Während des normalen Fahrbetriebs treten in der Bodenaufstandsfläche hochfrequente dynamische Zustände auf. Die Kontaktzeit eines einzelnen Reifenprofilblocks während des Passierens der Bo-

denaufstandsfläche beträgt nur wenige Millisekunden. In Abhängigkeit der Profilblockgeometrie stellt sich ein bestimmtes mechanisches Übertragungsverhalten ein. Ein in Umfangsrichtung steifes Profil wird durch lange, flache Blöcke erreicht und findet häufig in Sommerprofilen Anwendung. Im Gegensatz dazu sind Winterprofile von feinen Schnitten und Lamellen gekennzeichnet, die zu einem geometrisch weichen Profil in Längsrichtung führen. Die typische Profiltiefe für PKW bei Winterreifen ist etwa 8 Millimeter, während die gesetzlich vorgeschriebene Mindestprofiltiefe in der Bundesrepublik Deutschland 1,6 Millimeter beträgt. Auch variieren die Blocklängen je nach Aufgabe des entsprechenden Profilausschnittes: Profilelemente im Reifenschulterbereich sind meist als Blöcke ausgeführt, während im Mittenbereich zunehmend durchgehende Profilbänder Anwendung finden, siehe **Bild 1.1**. Die vom Kunden geforderten Produkteigenschaften wie geringer Rollwiderstand, günstiges Verschleißverhalten und guter Nassgriff können weiterhin durch eine entsprechende Mischungsgestaltung in Hinblick auf Materialsteifigkeit und -dämpfung optimiert werden, vgl. WIES ET AL. [130].

Fahrversuche zur Untersuchung des Reifenverhaltens sind sowohl zeitlich als auch finanziell sehr aufwändig: Zum einen müssen die verschiedenen zu untersuchenden Elastomermischungen hergestellt und zum anderen muss der gesamte Reifen mit allen seinen Komponenten in einer teuren Heizform vulkanisiert werden. Fahrversuche sind zur Beurteilung des Reifenverhaltens jedoch unerlässlich. Es treten hierbei eine Reihe von Schwierigkeiten auf, die sich in der Fahrversuchspraxis stets wiederholen. Die Reproduzierbarkeit der Ergebnisse ist ein kritischer Aspekt, insbesondere wenn die Versuchsreihe nicht an einem einzigen Tag zu bewältigen ist. Die Umgebungsbedingungen sind selbst im Laufe eines Tages bei weitem nicht konstant. So variieren die Luft- und Fahrbahntemperatur, die Luftfeuchtigkeit und der Verschmutzungsgrad der Fahrbahnoberfläche über den Tag erheblich. Aus diesem Grund stellen Versuche im Labor unter reproduzierbaren Bedingungen eine sinnvolle Ergänzung zu Reifenfahrversuchen dar.

Elastomere weisen gegenüber anderen Werkstoffen wie z. B. Metallen eine wesentlich geringere Verschleißfestigkeit auf, die bereits bei der Konstruktion zu berücksichtigen ist. So wird auch der Verschleiß bei Fahrzeugreifen von vielen Einflussfaktoren bestimmt. Hierzu gehören die Gestaltung des Laufstreifenprofils, die Reifenkontur, die sich ausbildende Bodenaufstandsfläche, die zugehörige Pressungsverteilung, der Rollwiderstand und auch die Temperaturentwicklung. Andererseits hängt der Verschleiß wesentlich von den äußeren Bedingungen wie der Fahrweise, der Umgebungstemperatur oder den Fahr-



**Bild 1.1:** Links: Sommerreifen; rechts: Winterreifen [1]

bahneigenschaften ab. Dadurch sind Verschleißuntersuchungen im realen Straßenverkehr von Fahrzeugreifen sowohl zeit- als auch kostenintensiv. Ein typischer Verschleißtest umfasst 20000 bis 40000 Kilometer und dauert mehrere Wochen bis hin zu mehreren Monaten. Laboruntersuchungen dagegen stellen eine wesentlich günstigere Alternative dar. Durch härtere Prüfbedingungen können in kürzerer Zeit ähnliche Verschleißverhältnisse wie bei realen Fahrversuchen am Reifen nachgestellt werden [124], [137]. Die wirtschaftlich und ökologisch günstigste Variante stellen Vorhersagen des Verschleißverhaltens über Simulationsrechnungen dar. Hier entfällt die Anfertigung entsprechender Prüfreifen und der experimentelle Aufwand mit anschließender Auswertung.

Bezüglich des dynamischen Reib- oder Verschleißverhaltens ist es grundsätzlich nicht immer notwendig, den gesamten Reifen zu testen. In diesem Anwendungsgebiet geben Untersuchungen von einzelnen Profilblöcken, die auf Reiboberflächen geprüft werden, ausreichend genaue Ergebnisse für den Vergleich mit einer Referenzkonfiguration. Oftmals bieten experimentelle Reibuntersuchungen mit einzelnen Profilblöcken oder kleinen, lokalen Proben sogar einen tieferen Einblick in die komplizierten Reib- oder Verschleißmechanismen als Untersuchungen am gesamten Reifen, siehe auch KENDZIORRA ET AL. [55].

## 1.1 Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist die Entwicklung eines experimentell abgesicherten Modells zur Beschreibung der hochfrequenten Dynamik einzelner Reifenprofilblöcke. Für Profilblocksimulationen werden überwiegend Finite-Elemente-Modelle eingesetzt, die eine detaillierte Abbildung der Reifen- und Profilgeometrie ermöglichen. Diese haben jedoch den Nachteil, dass durch die damit einhergehende hohe Anzahl der Freiheitsgrade selbst für die Berechnung des stationären Verhaltens lange Rechenzeiten resultieren. Die Beschreibung des Kontakts mit der rauen Fahrbahnfläche und der daraus resultierenden komplexen Reibphänomene ist in diesen Modellen unzureichend. Die Abbildung hochfrequenter Kontaktvorgänge in Verbindung mit den Wechselwirkungen zur Fahrbahn kann daher mit diesen Modellen nicht durchgeführt werden.

Darüber hinaus existieren Modelle, die das Verhalten von Reifenprofilblöcken bei hohen Frequenzen abbilden. Diese dienen meist der Simulation akustischer Phänomene am Fahrzeugreifen, die durch Eigenschwingungen der Profilblöcke außerhalb der Bodenaufstandsfläche entstehen. Solche Modellansätze weisen je Profilblock meist ein bis drei Freiheitsgrade auf, wodurch Struktureffekte nur stark begrenzt abgebildet werden können. Weiterhin vernachlässigen diese Modelle die Vorgänge in der Bodenaufstandsfläche, so dass sie für eine Untersuchung des Kontaktverhaltens ungeeignet sind.

Der im Rahmen dieser Arbeit vorgestellte Modellansatz soll die Berechnung der hochfrequenten Kontaktphänomene in Verbindung mit den Wechselwirkungen zur rauen Fahrbahnoberfläche ermöglichen. Da lokaler Verschleiß die ursprüngliche Geometrie verän-

dert, wird hierdurch das dynamische Kontaktverhalten beeinflusst, was bei der Modellierung berücksichtigt werden soll. Für das Gesamtmodell des Profilblocks ist ein Kompromiss zwischen Modellierungstiefe und numerischem Aufwand zu finden.

Als Ausgangsgrößen soll das Modell das dynamische Verformungsverhalten, die sich ergebenden globalen Reibwerte des Profilblocks sowie den Einfluss des Verschleißes während des Kontakts mit der Fahrbahnoberfläche liefern. Die notwendigen Eingangsgrößen sowie die beschreibenden Modellparameter sollen insbesondere experimentell identifiziert werden, um realistische Bedingungen des Reifen-Fahrbahn-Kontakts abzubilden. Eine zentrale Rolle bei der Modellierung spielen die effiziente Abbildung der Strukturmechanik, der Einfluss der Reibung, der Einfluss der rauen Fahrbahnoberfläche sowie das Verschleißverhalten. Das Modell soll in der Lage sein, diese Effekte und vor allem die Wechselwirkungen untereinander sinnvoll zu erfassen. Es soll weiterhin eine Validierung des Modells mit Hilfe von Experimenten oder Ergebnissen aus der Literatur durchgeführt werden, um die Praxistauglichkeit des Modells zu bestätigen.

Der vorgestellte Modellansatz soll zum einen ein tieferes Verständnis der dynamischen Kontaktvorgänge in der Bodenaufstandsfläche ermöglichen. Zum anderen kann das Modell Entwicklern dazu dienen, den Reifenprofilblock durch Variation der Materialeigenschaften sowie der Profilblockgeometrie in Hinblick auf das kombinierte Reib- und Verschleißverhalten zu optimieren.

## 1.2 Gliederung

Die Arbeit ist wie folgt gegliedert: Kapitel 2 bereitet zunächst die Grundlagen auf und gibt eine Übersicht aktueller Ansätze zur Beschreibung der Elastomerreibung. Es folgt eine ausführliche Zusammenstellung von Verschleißgesetzen für Elastomere aus der Literatur. Darüber hinaus wird modellhaft die Entstehung von sogenannten Stick-Slip-Schwingungen, welche die Ursache für das bekannte Phänomen des Reifenquietschens sind, dargelegt. Schließlich wird der Stand des Wissens sowohl zu experimentellen Untersuchungen als auch zu Modellen und numerischen Berechnungen der Dynamik einzelner Reifenprofilblöcke behandelt.

Kapitel 3 vermittelt den grundsätzlichen Aufbau des Profilblockmodells und die Implementierung der einzelnen oben erwähnten Effekte, die als Module Eingang in das Modell finden. Ein Schwerpunkt liegt in der Beschreibung der Freiheitsgradreduktion von Strukturmodellen, die wesentlicher Bestandteil der Modellierung ist.

In Kapitel 4 werden die in Kapitel 3 beschriebenen Modellparameter vorrangig durch geeignete Experimente bestimmt. Dies beinhaltet sowohl Materialparameter, eine geeignete Beschreibung der rauen Reiboberfläche als auch eine parameterabhängige Reibwert- und Verschleißcharakteristik.



Kapitel 5 zeigt Simulationen und Parameterstudien mit dem in Kapitel 3 beschriebenen Modell und den in Kapitel 4 ermittelten Größen zunächst für einen translatorisch bewegten Profilblock. Der Einfluss des Verschleißes oder auch der Profilblockgeometrie auf das Gesamtsystemverhalten wird diskutiert. Ein Vergleich mit experimentellen Untersuchungen von Stick-Slip-Schwingungen eines gleitenden Profilblocks beweist die Praxistauglichkeit des Modells. Weiterhin wird die Abrolltrajektorie eines realen Reifens in das Modell integriert, so dass Simulationen zum Abrollverhalten durchgeführt werden können. Diese Erweiterung erlaubt detaillierte Einblicke in die Dynamik abrollender Reifenprofilblöcke.

Kapitel 6 fasst die Arbeit zusammen.

## 2 Stand des Wissens

Dieses Kapitel behandelt den aktuellen Stand des Wissens zu den für die vorliegende Arbeit relevanten Schwerpunkten. Erster und zweiter Abschnitt geben eine Übersicht über die mechanischen Eigenschaften sowie die grundlegenden Reibeigenschaften von Elastomeren. Der dritte Abschnitt zeigt die Ergebnisse einer Literaturrecherche zum Verschleißverhalten von Elastomeren und deren Beschreibung. Nach einer Erklärung zur Entstehung von Stick-Slip-Schwingungen wird eine Übersicht über Modelle und Simulationstechniken gegeben, die sich mit dem mechanischen und reibphysikalischen Verhalten von Reifenprofilblöcken befassen. Die letzten beiden Abschnitte behandeln experimentelle Einrichtungen, die der Untersuchung einzelner Reifenprofilblöcke dienen, sowie versuchspraktische Aspekte der experimentellen Reibwertbestimmung.

### 2.1 Mechanische Eigenschaften von Elastomeren

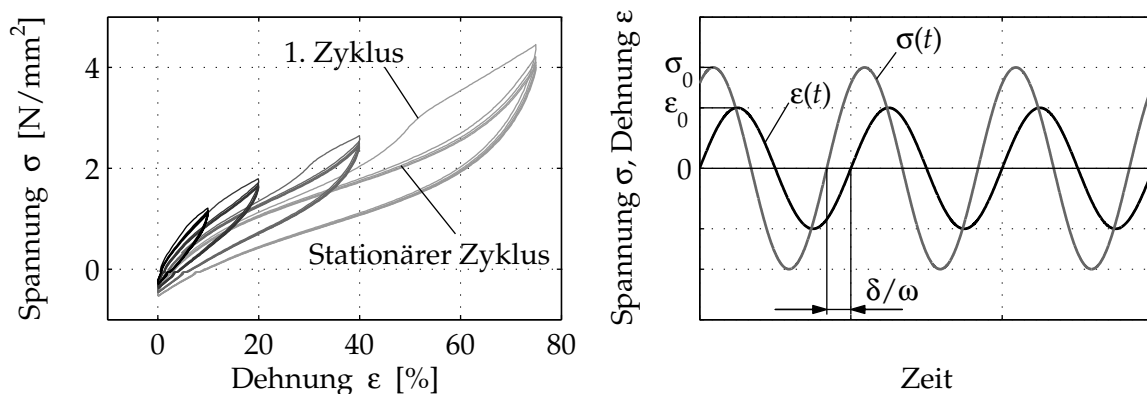
Elastomere zeigen ein komplexes Materialverhalten. Sowohl der Elastizitätsmodul als auch die Materialdämpfung hängen von vielen Parametern ab. Hierzu gehören z. B. die Verformungsgeschwindigkeit und die Temperatur. Nachfolgend sollen die wichtigsten Effekte kurz beschrieben werden. Ausführliche Abhandlungen finden sich unter anderem bei IHLEMANN [50] oder LION [79].

Wird eine Elastomerprobe während eines einachsigen Zugversuchs zyklisch verformt, zeigt die Spannungs-Dehnungs-Charakteristik mehrere typische Eigenschaften, aus denen sich das mechanische Verhalten ableiten lässt. **Bild 2.1** links visualisiert die Ergebnisse eines am Deutschen Institut für Kautschuktechnologie durchgeführten quasistatischen zyklischen Zugversuchs einer gefüllten Elastomerprobe. Die Dehnung steigert sich hierbei von zunächst  $\varepsilon = 10\%$ ,  $\varepsilon = 20\%$ ,  $\varepsilon = 40\%$  auf schließlich  $\varepsilon = 75\%$ . Die Spannungs-Dehnungs-Kurve zeigt die für Elastomere unter quasistatischer Beanspruchung bei hohen Dehnungen typische geschwungene Form. Mit abnehmender Dehnungsamplitude nimmt die Kurve eine zunehmend elliptische Form an. Jede Verformung des Elastomermaterials ist mit einer Hysterese verbunden, was sich an der eingeschlossenen Fläche im Spannungs-Dehnungs-Diagramm des jeweiligen Zyklus erkennen lässt.

Der in **Bild 2.1** links gekennzeichnete erste Zyklus einer jeweiligen Dehnungsstufe weicht deutlich von den nachfolgenden Zyklen der gleichen Dehnungsstufe ab. Die Spannung im ersten Zyklus ist während der Belastungsphase deutlich überhöht bei gleichzeitig höherer Hysterese. Nach einigen Zyklen mit weiterer sogenannter Entfestigung stellt sich ein stationärer Zyklus ein, der sich auch bei weiteren Zyklen nicht mehr ändert. Dieser sogenannte MULLINS-Effekt tritt vor allem bei Proben auf, denen Füllstoffe beigemischt sind, und die zuvor noch nicht belastet worden sind [94]. Die Füllstoffe werden vor der Vulkanisierung dem Grundmaterial beigemischt und dienen der gezielten Verbesserung der Gebrauchseigenschaften des späteren Produkts. Die häufigsten Füllstoffe in der Reifenindustrie sind Ruß, Kieselsäure und Alterungsschutzmittel, mit denen sich die Gebrauchseigenschaften beeinflussen lassen. Bei unmittelbarer erneuter Belastung der Probe ist der MULLINS-Effekt vernachlässigbar, mit zunehmender Ruhezeit zwischen den Belastungen prägt er sich wieder stärker aus. Der MULLINS-Effekt sinkt mit abnehmender Dehnungsamplitude und wird durch die innere Schädigung von Bindungen erklärt, die sich im Lauf der Zeit teilweise wieder neu ausbilden können [118].

Der Vergleich der stationären Zyklen bei unterschiedlichen Dehnungsstufen zeigt eine Abnahme der mittleren Steigung mit zunehmender Dehnungsamplitude. Daraus folgt, dass der mittlere Elastizitätsmodul mit zunehmender Dehnungsamplitude sinkt. Die Ursache dieses sogenannten PAYNE-Effekts ist bislang nicht eindeutig geklärt, wird jedoch hauptsächlich auf eine Schädigung des Füllstoffnetzwerks zurückgeführt [102]. Sowohl der MULLINS- als auch der PAYNE-Effekt sind bei ungefüllten Elastomeren praktisch vernachlässigbar [79], [118].

Auch bei dynamischer Beanspruchung gefüllter Elastomere mit kleinen Dehnungsamplituden treten der MULLINS- sowie der PAYNE-Effekt weitgehend in den Hintergrund. Unter diesen Bedingungen dominiert die Abhängigkeit der mechanischen Eigenschaften von der Verformungsgeschwindigkeit sowie der Temperatur, die nachfolgend beschrie-



**Bild 2.1:** Links: Typische Spannungs-Dehnungs-Kurve eines Elastomers mit ausgeprägtem PAYNE- und MULLINS-Effekt bei quasistatischer Belastung, Messung durch das Deutsche Institut für Kautschuktechnologie; rechts: Veranschaulichung des zeitabhängigen Spannungs- und Dehnungsverlaufs bei harmonischer, dynamischer Anregung mit kleinen Amplituden

ben wird. Erfährt eine Elastomerprobe eine einachsige Dehnungsbelastung mit sinusförmigem Dehnungsverlauf  $\varepsilon(t) = \varepsilon_0 \sin(\omega t)$ , ergibt sich für die Spannung  $\sigma(t)$  ebenfalls ein sinusförmiger Verlauf  $\sigma(t) = \sigma_0 \sin(\omega t + \delta)$  mit der Phasenverschiebung  $\delta$ , siehe **Bild 2.1** rechts.

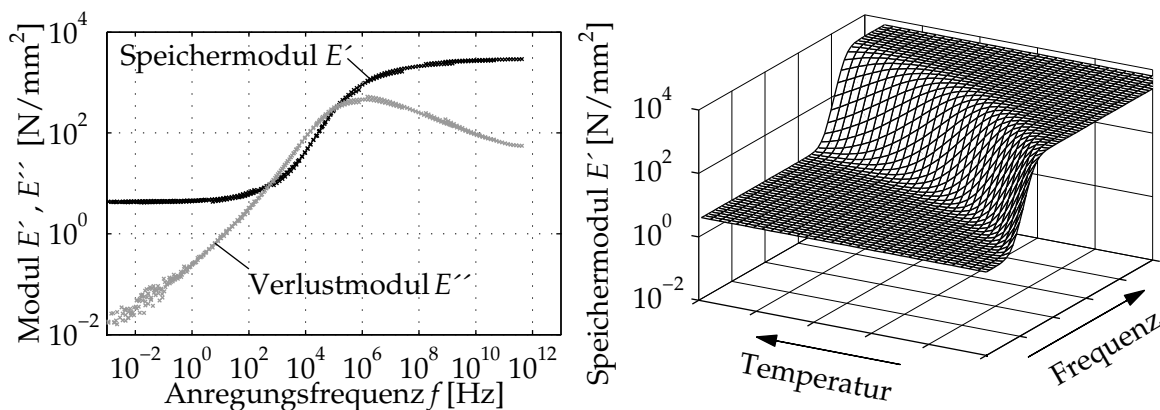
Das viskoelastische Elastomermaterial ist in der Lage, einen Teil der aufgebrauchten Energie elastisch zu speichern, gleichzeitig wird Energie durch innere Dämpfung dissipiert. Zur Beschreibung der Verhältnisse bietet sich eine Betrachtung in der komplexen Ebene an. Hierbei wird der Zusammenhang zwischen Spannung und Dehnung durch einen sogenannten komplexen Modul  $E^*$  ausgedrückt. Der Realteil des komplexen Moduls beschreibt den Anteil, der in Phase mit der Erregung schwingt und als Speichermodul  $E'$  bezeichnet wird. Der Imaginärteil hingegen repräsentiert den Anteil, der  $90^\circ$  phasenverschoben zur Erregung liegt. Diese Größe beschreibt folglich den dissipierten Anteil und wird als Verlustmodul  $E''$  bezeichnet. Der Zusammenhang von Spannungs- und Dehnungsamplitude lautet

$$\sigma_0 = |E^*| \varepsilon_0 = |E' + iE''| \varepsilon_0 = \sqrt{E'^2 + E''^2} \varepsilon_0. \quad (2.1)$$

Für den Betrag der Phasenverschiebung  $\delta$  ergibt sich die Beziehung

$$\tan \delta = \frac{E''}{E'}. \quad (2.2)$$

**Bild 2.2** links zeigt eine Messung des Speicher- sowie Verlustmoduls einer Elastomerprobe bei Variation der Anregungsfrequenz unter konstanter Dehnungsamplitude durch das Deutsche Institut für Kautschuktechnologie. Der Speichermodul weist im Bereich kleiner Anregungsfrequenzen einen vergleichsweise niedrigen Wert auf.



**Bild 2.2:** Links: Speicher- und Verlustmodul als Funktion der Anregungsfrequenz, Messung durch das Deutsche Institut für Kautschuktechnologie; rechts: Veranschaulichung des Einflusses der Temperatur und der Frequenz auf den Speichermodul

Oberhalb einer charakteristischen Frequenz findet eine erhebliche dynamische Versteifung des Materials statt. Der Zustand oberhalb dieser Frequenz wird auch als Glaszustand bezeichnet. In diesem Zustand ist der Speichermodul typischerweise um zwei bis drei Größenordnungen größer als im quasistatischen Fall. Der Verlustmodul hingegen zeigt über der Frequenz ein Maximum, welches mit der Frequenz des Glasübergangs zusammenfällt [73].

Neben dieser Abhängigkeit von der Verformungsgeschwindigkeit bzw. von der Frequenz ist die Temperaturabhängigkeit eine weitere wichtige Eigenschaft des Materials, die insbesondere bei der Auslegung von Bauteilen zum Tragen kommt. WILLIAMS, LANDEL und FERRY haben bereits 1955 das sogenannte Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzip oder auch WLF-Prinzip aufgrund empirischer Untersuchungen beschrieben [131]. Dieses Prinzip besagt, dass ein bestimmtes dynamisches Materialverhalten, welches durch die Größen Speicher- und Verlustmodul beschrieben wird, mit Hilfe verschiedener Kombinationen aus Anregungsfrequenz und Bauteiltemperatur hervorgerufen werden kann. Wird z. B. die Anregungsfrequenz erhöht, kann das sich dann einstellende Materialverhalten stattdessen auch durch eine Absenkung der Temperatur erreicht werden. Frequenz- und Temperaturänderung sind somit äquivalent zueinander.

**Bild 2.2** rechts stellt den Einfluss der Temperatur sowie der Anregungsfrequenz exemplarisch für den Speichermodul dar. Üblicherweise wird ein Referenzzustand bei einer bestimmten Temperatur  $T_{\text{ref}}$  und Anregungsfrequenz  $f_{\text{ref}}$  definiert. Soll das gleiche mechanische Verhalten, das im Referenzzustand auftritt, bei einer Frequenz  $f$  realisiert werden, die als ein Vielfaches  $a_T$  der Referenzfrequenz  $f_{\text{ref}}$  ausgedrückt werden kann,

$$f = a_T f_{\text{ref}}, \quad (2.3)$$

so lässt sich die erforderliche Temperatur  $T$ , die zum Erreichen der mechanischen Eigenschaften des Referenzzustands notwendig ist, durch die sogenannte WLF-Gleichung bestimmen. Diese enthält zwei materialabhängige Konstanten  $C_1$  und  $C_2$  [131]:

$$\lg \frac{f}{f_{\text{ref}}} = \lg a_T = \frac{-C_1 (T - T_{\text{ref}})}{C_2 + (T - T_{\text{ref}})}. \quad (2.4)$$

Die WLF-Gleichung hat sich bei ungefüllten Elastomeren bewährt, mit zunehmendem Füllstoffgehalt ist zur Aufrechterhaltung des Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzips neben der Verschiebung auf der Frequenzachse durch den Faktor  $a_T$  ebenfalls eine Verschiebung auf der Modulachse vorzunehmen, auf die an dieser Stelle nicht weiter eingegangen wird, siehe hierzu z. B. KLÜPPEL UND FRITZSCHE [57].

## 2.2 Elastomerreibung

Die Größen Reibung und Verschleiß beschäftigen die Menschheit seit jeher. In der Steinzeit ist durch Reibung die notwendige Hitze zur Entzündung eines Feuers erzeugt worden. Darstellungen aus dem alten Ägypten 2400 v. Chr. zeigen, dass zur Fortbewegung großer Lastschlitten Schmiermittel zur Reibungsminderung eingesetzt worden sind [27].

Im 20. Jahrhundert ist damit begonnen worden, Reibung und Verschleiß systematisch wissenschaftlich zu untersuchen. In der aktuellen Literatur finden sich zahlreiche Abhandlungen über die Historie der Elastomerreibung sowie Übersichten zu aktuellen Ansätzen [27], [34], [73], [129]. Der folgende Abschnitt behandelt den Stand des Wissens bezüglich der Reibung von Elastomeren in knapper Form. Klassische Ansätze zur Elastomerreibung von KUMMER [70] geben vier physikalische Ursachen für die Reibung von Elastomeren an:

**Hysteresereibung:** Elastomere besitzen eine innere Materialdämpfung, d.h. dass bei von außen eingprägter Deformation beispielsweise durch das Übergleiten von Rauheitsspitzen lediglich ein Teil der aufgewendeten Arbeit zurückgewonnen werden kann. Die dissipierte Energie äußert sich makroskopisch in einer Reibkraft. Über der Relativgeschwindigkeit weist die dissipierte Energie ein charakteristisches Maximum auf, das von den Wellenlängen der Oberflächenrauheit abhängt. Hysteresereibung stellt bei nassen, rauen Oberflächen die bestimmende Komponente an der Gesamtreibkraft dar.

**Adhäsionsreibung:** Durch den unmittelbaren Kontakt des Elastomers mit dem Reibpartner entstehen intermolekulare Bindungen wie z. B. VAN-DER-WAALS-Bindungen oder Wasserstoffbrückenbindungen. Das Trennen dieser sich stets neu bildenden Bindungen benötigt Energie, wodurch eine Reibkraft hervorgerufen wird. Die Größenordnung des Adhäsionseffekts wird stark von der Elastomermischung, dem Kontaktpartner, dem Oberflächenzustand sowie den Füllstoffen beeinflusst. Die Adhäsionskomponente bildet bei glatten und ebenen Flächen unter trockenen Bedingungen den dominierenden Anteil an der Gesamtreibkraft, kann jedoch durch Aufbringen geeigneter Schmiermittel weitgehend unterdrückt werden.

**Kohäsionsreibung:** Treten bei einem Reibvorgang Risse oder Ablösungen im Elastomer auf, so muss dem System zur Schaffung dieser neuen Oberflächen zusätzliche Energie zugeführt werden. Dieser Energieaufwand bewirkt die Kohäsionsreibung.

**Viskose Reibung:** Viskose Reibung tritt dann auf, wenn ein flüssiges Medium zwischen den Reibpartnern wirkt. Durch die Viskosität der Flüssigkeit baut sich beim Gleitvorgang durch Scherung der Flüssigkeit eine Reibkraft auf. Im Extremfall findet eine Separation der Kontaktpartner wie z. B. beim Aquaplaningeffekt statt. Hier ist die Gesamtreibkraft identisch mit der viskosen Reibkraftkomponente.

### 2.2.1 Modelle zur Beschreibung von Hysteresereibung

Bezüglich der wissenschaftlichen Beschreibung der Hysteresereibung von Elastomeren sind besonders die in den letzten Jahren entstandenen Hysteresereibmodelle von HEINRICH UND KLÜPPEL [39], [58] sowie von PERSSON ET AL. [104] zu nennen. Ein einzelnes lokales Elastomerelement, welches die gleitgeschwindigkeits- und temperaturabhängigen Steifigkeits- und Dämpfungseigenschaften des Elastomers berücksichtigt, gleitet dabei über die raue Oberfläche. Die Rauheit des Kontaktpartners wird durch die spektrale Leistungsdichte der rauhen Oberfläche beschrieben, wobei eine selbstähnliche, fraktale Oberflächenstruktur angenommen wird, welche die Anzahl der beschreibenden Oberflächenparameter reduziert.

Beide Ansätze sollen in sehr knapper Form dargestellt werden, da sie die ersten Theorien darstellen, die sich mit einer physikalisch basierten Modellierung von Hysteresereibung auseinandersetzen.

Der Ansatz von HEINRICH und KLÜPPEL beschreibt den Reibprozess eines Elastomerelements, welches sich mit konstanter Geschwindigkeit über eine raue Oberfläche bewegt. Die durch Hysteresereibung dissipierte Leistung des mit einer Flächenpressung  $p_N$  belasteten Elastomerelements berechnet sich, indem der frequenzabhängige Verlustmodul  $E''(\omega)$  mit der spektralen Leistungsdichte der rauhen Oberfläche gewichtet wird, über den durch den Reibprozess angeregten Frequenzbereich integriert und mit dem durch den Reibprozess angeregten Elastomervolumen multipliziert wird. Dieses Volumen nehmen die Autoren als proportional zur mittleren Eindringtiefe der Oberflächenrauheiten in das Elastomer an. Das Elastomerelement wird durch die zugeordnete Fläche und die Höhe der angeregten Schichtdicke beschrieben. Die Hysteresereibkraft ergibt sich, indem die dissipierte Leistung durch die Gleitgeschwindigkeit dividiert wird.

Die Theorie nach PERSSON hingegen verfolgt ein vollständig dreidimensionales Kontaktmodell. Insbesondere berücksichtigt dieses Modell, wie das Elastomerelement für jede anregende Wellenlänge der Oberflächentextur folgt. Diesen Effekt erfassen HEINRICH und KLÜPPEL global über die Integration der anregenden Wellenlängen. Zur Berechnung des Hysteresereibwertes verwendet auch PERSSON einen energetischen Ansatz, der die Hystereseverluste des Elastomermaterials mit der von außen zugeführten Energie zur Aufrechterhaltung einer konstanten Gleitgeschwindigkeit gleichsetzt. Durch die dreidimensionale Beschreibung wird die dissipierte Energie pro Volumen im Material über die zeitliche Integration des Produkts aus den Spannungen und den Dehnungsgeschwindigkeiten der Kontaktoberfläche gebildet.

PERSSON verwendet zur Darstellung der Oberflächenwellenlängen eine wegbezogene Beschreibung über die sogenannte Wellenzahl. Die Wellenzahl ist die Anzahl der Wellenlängen, die auf eine Einheitslänge entfällt. Weiterhin geht in die Theorie das Verhältnis von wahrer und nomineller Kontaktfläche zwischen Elastomer und rauher Oberfläche ein, die von der kleinsten und größten berücksichtigten Wellenzahl abhängt. Die unte-

re Grenze der Wellenzahl bestimmt die größte charakteristische Wellenlänge der rauen Oberfläche. Für typische Straßenoberflächen liegt dieser Wert in der Größenordnung der Asphalt- oder Splittkörner. Der obere Wert der Wellenzahl ist nicht eindeutig bestimmbar und besitzt den Charakter eines freien Parameters, der nur grob abgeschätzt werden kann. Je größere Wellenzahlen berücksichtigt werden, desto kleinere wahre Kontaktflächen sagt das Kontaktmodell voraus. Der Modellansatz arbeitet zur Beschreibung mit dem Wellenzahlverhältnis von größter und kleinster Wellenzahl, der sogenannten Vergrößerungsstufe. Die dissipierte Energie wird über den Verlustmodul  $E''$ , die spektrale Leistungsdichte der Reiboberfläche sowie das Kontaktflächenverhältnis gebildet. Im Fall einer statistischen Höhenverteilung kann die spektrale Leistungsdichte durch einen Potenzansatz approximiert werden. Durch den dreidimensionalen Ansatz, der für unterschiedliche Gleitrichtungen auf anisotropen Oberflächen zu unterschiedlichen Reibwerten führt, ist zusätzlich noch die Gleitrichtung durch den Winkel  $\Phi$  für die translatorische Bewegung anzugeben.

Ein ähnliches Modell zur Berechnung von Hysteresereibung ist von MOLDENHAUER ET AL. [91] beschrieben worden. Ein Vorteil dieses im Zeitbereich arbeitenden Modells ist die Möglichkeit zur Abbildung nichtlinearer Effekte und instationärer Phänomene, was bei den zuvor beschriebenen, im Frequenzbereich arbeitenden Modellen nicht möglich ist. Es ist jedoch der relativ hohe Rechenaufwand als Nachteil zu nennen.

### 2.2.2 Modelle zur Beschreibung von Adhäsionsreibung

Bis vor kurzem ist versucht worden, die Reibung im trockenen Reifen-Fahrbahn-Kontakt allein der Hysteresekomponente zuzuordnen. Durch diese Betrachtungsweise konnten jedoch nicht alle beobachteten Phänomene erklärt werden. Erst die experimentelle Untersuchung dynamischer Adhäsionseffekte von KRÖGER [63], [67] in Verbindung mit einem Adhäsionsmodell von LE GAL UND KLÜPPEL [74] bzw. LE GAL [73], die ihre bestehende Hysteresereibungstheorie um den Adhäsionseinfluss erweitern, erlauben quantitative Vergleiche zwischen stationärer Reibwertmessung und Simulation auf nassen bzw. trockenen Reiboberflächen. Zur Berechnung der Adhäsion erfolgt zunächst die Bestimmung der wahren Kontaktfläche mit Hilfe des Hysteresemodells. Die wahre Kontaktfläche liefert die Gebiete, an denen Adhäsionseffekte auftreten können. Die Adhäsion wird nun mit Hilfe einer viskoelastischen Rissmodellierung beschrieben. In die Modellierung gehen zum einen der Glasmodul sowie der relaxierte Elastizitätsmodul ein. Zum anderen hängt die Adhäsion beim Gleitprozess von dem Verhältnis der sogenannten kritischen Geschwindigkeit und der aktuellen Gleitgeschwindigkeit ab. Die kritische Geschwindigkeit ist derzeit ein freier Modellparameter.

JOHNSON, KENDALL und ROBERTS haben 1971 ein erstes Adhäsionsmodell entwickelt, welches den adhäsiven Kontakt quasistatisch betrachtet und somit den Einfluss der Trennungsgeschwindigkeit vernachlässigt [52]. Einen weiteren quasistatischen Ansatz prä-



sentieren DERJAGUIN, MÜLLER und TOPOROV im Jahr 1975 [26]. Die Wirkung der beschriebenen quasistatischen Effekte spielt im Allgemeinen nur in der Mikro- und Nanotechnologie eine wesentliche Rolle, da aus makroskopischer Sicht Trägheitseffekte und elastische Kräfte gegenüber den statischen Adhäsionskräften dominieren. MAUGIS [83] sowie CARPICK ET AL. [21] haben die Gültigkeit beider Theorien untersucht sowie eine verallgemeinernde Zusammenführung angegeben. Die Erweiterung auf dynamische Kontaktprobleme haben ROBERTS [110], [111] sowie BARQUINS [9] geliefert. Hierbei wird gezeigt, dass dynamische Adhäsionskräfte an viskoelastischen Materialien um ein Vielfaches größer sein können als die quasistatischen Kräfte zum Trennen zweier Oberflächen. Dadurch sind auch bei makroskopischen, dynamischen Kontakten mit Elastomeren die Adhäsionskräfte nicht mehr vernachlässigbar.

BARQUINS [9] bzw. JOHNSON UND GREENWOOD [51] führen den Anstieg des Adhäsionseffekts auf die Trennungsgeschwindigkeit zurück. Die Modellierung des Trennungsvorgangs erfolgt als Riss in einem viskoelastischen Material. Neben dem zeitabhängigen Rissfortschritt können noch weitere zeitabhängige Vorgänge in der Kontaktzone die Adhäsion beeinflussen. Hierbei kann es sich um zeitabhängige Umlagerungen bzw. Restrukturierungen der Grenzschichten beider Kontaktpartner in der Kontaktzone handeln. Diese erhöhen die Anzahl der intermolekularen Wechselwirkungen zwischen den Kontaktpartnern, siehe PACKHAM [100].

Ausgehend von den quasistatischen Adhäsionsmessungen und Modellierungen ist lange Zeit davon ausgegangen worden, dass bei makroskopisch rauen Oberflächen keine nennenswerten Adhäsionseffekte auftreten können. Diese Annahme beruht darauf, dass es aufgrund der Abstoßung durch die elastisch deformierten Rauheitsspitzen nicht zum dauerhaften Haften kommt. Weiterhin sind die sich ausbildenden wahren Kontaktflächen klein, wodurch sich die Gebiete möglicher Adhäsionseffekte deutlich reduzieren. Erst neue dynamische Adhäsionsuntersuchungen von KRÖGER [63], [67] sowie ANDERSSON [7] zeigen, dass beim schnellen Trennen eines Elastomers auch auf einer rauen Korundoberfläche oder einer Fahrbahnoberfläche erhebliche Adhäsionskräfte auftreten können, die in einer ähnlichen Größenordnung wie auf makroskopisch glatten Oberflächen liegen [61].

Der Mechanismus der Kohäsionsreibung ist direkt mit den Ursachen des lokalen Verschleißes verknüpft, welcher im nachfolgenden Abschnitt behandelt wird. Daher wird der Kohäsionsanteil an dieser Stelle nicht weiter ausgeführt.

### 2.2.3 Phänomenologische Beschreibung von Elastomerreibung

Die dargestellten theoretischen Ansätze zur Beschreibung der Hysteresereibung sowie der Adhäsionsreibung bedürfen einer Vielzahl oft schwierig zu bestimmender Modellparameter, so dass die Implementierung in Strukturmodelle mit ausgedehnten Kontaktflächen derzeit nicht sinnvoll ist. Vielmehr sind diese theoretischen Ansätze dazu geeignet,

die Mechanismen und die zugrunde liegenden physikalischen Effekte zu verstehen und in Grundlagenexperimenten zu überprüfen.

Zur Bestimmung des Verhaltens von Systemen mit Kontakt werden meist Simulationen mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode umgesetzt. Die Geometrie des Elastomerbauteils kann hierbei im Detail modelliert werden. Weiterhin können Berechnungen der Temperaturverteilung erfolgen. Numerische Modelle setzen jedoch vereinfachende Annahmen z. B. zum Reib- und Verschleißverhalten der Kontaktpartner voraus, um das Verhalten des Gesamtsystems berechnen zu können. Hier finden stark vereinfachte Ansätze zur Beschreibung der Reibwertcharakteristik Anwendung. Der einfachste Ansatz zur Beschreibung der Elastomerreibung ist die Annahme eines konstanten Reibwerts. Diese Annahme ist nach den zuvor beschriebenen Einflüssen zwar eine unzulässige Vereinfachung, aus numerischen Gründen insbesondere im Bereich von Simulationsrechnungen für den Gesamtreifen vielfach jedoch unumgänglich. Einige Ansätze approximieren gemessene Reibwertkennfelder durch mathematische Ansatzfunktionen und verwenden diese in ihren Modellen. Bei diesen Beschreibungen ist darauf zu achten, dass sie numerisch möglichst einfach gestaltet sind.

HUEMER ET AL. [48] verwenden beispielsweise zur Beschreibung der Geschwindigkeits- und Flächenpressungsabhängigkeit der Elastomerreibung einen rein phänomenologischen Ansatz, der den Einfluss der Geschwindigkeit  $v$  und der Flächenpressung  $p_N$  berücksichtigt. Dieser Ansatz resultiert aus der Auswertung diverser Profilblockuntersuchungen auf Beton- und Eisoberflächen am Linear Friction Tester, siehe Abschnitt 2.6.4. Eine hinreichende Approximation der experimentellen Ergebnisse liefert

$$\mu = \frac{k_1 |p_N|^{k_7-1} + k_2}{k_3 + \frac{k_4}{v^{1/k_6}} + \frac{k_5}{v^{2/k_6}}} \quad (2.5)$$

mit den zu identifizierenden Koeffizienten  $k_1$  bis  $k_7$ . Darüber hinaus berücksichtigen HUEMER ET AL. [48] die Temperaturabhängigkeit des Reibprozesses, indem über das in Abschnitt 2.1 behandelte WLF-Prinzip eine sogenannte äquivalente Geschwindigkeit  $v_{eq}$  bestimmt wird. Diesem Ansatz liegt die Annahme zugrunde, dass es zulässig ist, in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit ermittelte Reibwertverläufe nach dem WLF-Prinzip zu behandeln. Diese Annahme ist im Rahmen der von GROSCH [36] durchgeführten Experimente bestätigt worden. Das auf den Reibwertverlauf angewandte WLF-Prinzip besagt, dass eine Änderung der Temperatur zu einer horizontalen Verschiebung der Reibwertkurve entlang der Geschwindigkeitsachse führt. Das bedeutet, dass ein Reibwert, der für eine Temperatur  $T_1$  bei einer Geschwindigkeit  $v_1$  ermittelt wird, bei der Temperatur  $T_2$  und der entsprechenden Geschwindigkeit  $v_2$  ebenfalls auftritt.

Da ein experimentell ermitteltes Reibwertkennfeld zur Limitierung des Versuchsaufwands meist bei einer einzigen Temperatur bestimmt wird, kann durch diesen Ansatz das Reibverhalten für andere Temperaturen über die sogenannte äquivalente Geschwindigkeit  $v_{eq}$  ausgedrückt werden. Hierzu ist lediglich die Geschwindigkeit, für die der

Reibwert berechnet werden soll, mit dem Verhältnis aus dem WLF-Verschiebungsfaktor  $a_{T,\text{exp}}$  der Versuchstemperatur gegenüber der Referenztemperatur und dem WLF-Verschiebungsfaktor  $a_{T,\text{eq}}$  der zu simulierenden Temperatur gegenüber der Referenztemperatur zu multiplizieren,

$$v_{\text{eq}} = \frac{a_{T,\text{exp}}}{a_{T,\text{eq}}} v_{\text{exp}}. \quad (2.6)$$

In der Gleichung zur Beschreibung des Reibwerts ist dann die Geschwindigkeit  $v$  durch die äquivalente Geschwindigkeit  $v_{\text{eq}}$  zu ersetzen.

Ein eigener Ansatz zur Approximation experimentell ermittelter geschwindigkeits- und flächenpressungsabhängiger Reibwertcharakteristiken wird in Abschnitt 3.3 behandelt.

## 2.3 Verschleiß von Profilblöcken

Der folgende Abschnitt behandelt den aktuellen Stand des Wissens von Verschleißmechanismen in der Literatur sowie durch Formeln ausgedrückte Zusammenhänge zur entsprechenden Beschreibung in Modellen. Im Maschinenbau beschreibt der Begriff Verschleiß nach DIN 50320 den *fortschreitenden Materialverlust aus der Oberfläche eines festen Körpers, hervorgerufen durch mechanische Ursachen, d.h. Kontakt und Relativbewegung eines festen, flüssigen oder gasförmigen Gegenkörpers* [2].

Der Verschleiß kann durch die physikalischen Wirkungen zwischen den unter tribologischer Beanspruchung stehenden Körpern in vier wesentliche Mechanismen gegliedert werden [3]. Bei technischen System ist meist eine Kombination verschiedener Verschleißmechanismen zu beobachten, siehe auch [2], [10], [12], [25].

**Verschleiß durch Adhäsion:** Ausbildung von Grenzflächen-Haftverbindungen, Verschleiß tritt durch nachfolgende Trennung der Haftverbindung außerhalb der ursprünglichen Grenzflächen auf, und zwar im angrenzenden Material des Kontaktpartners mit der geringeren Festigkeit.

**Verschleiß durch Abrasion:** Materialabtrag durch furchende und ritzende Beanspruchung.

**Verschleiß durch Oberflächenzerrüttung:** Ermüdung und Rissbildung in Oberflächenbereichen durch tribologische Wechselbeanspruchungen, die zu Materialtrennungen und -abtragungen führen.

**Verschleiß durch tribochemische Reaktionen:** Durch tribologische Beanspruchung aktivierte bzw. geförderte chemische Reaktionen zwischen Grundkörper, Gegenkörper und angrenzenden Medien, die zur Entstehung von Reaktionsschichten bzw. -partikeln führen.

Zur Beschreibung von Verschleißvorgängen bei Elastomeren sind in den letzten Jahrzehnten diverse Arbeiten entstanden. Sie lassen sich zum einen in Arbeiten unterteilen, die den Verschleiß durch physikalische Prozesse erklären und zu Verschleißgesetzen führen, die entsprechende Material-, Oberflächen- und Wechselwirkungsgrößen berücksichtigen. Zum anderen finden sich in der Literatur eine Reihe empirischer Verschleißgesetze, die auf Basis experimenteller Ergebnisse entstanden sind und somit im wesentlichen mathematische Ansatzfunktionen für die Approximation experimenteller Ergebnisse darstellen.

Verschleißvorgänge, bei denen Elastomere als Kontaktpartner zum Einsatz kommen, lassen sich grundsätzlich den oben angeführten Verschleißmechanismen zuordnen [3]. Es hat sich in der Literatur jedoch eine separate Unterteilung speziell für die Beschreibung der Verschleißmechanismen von Elastomeren hervorgetan. Diese können demnach unter Berücksichtigung der physikalischen Ursachen in fünf Entstehungsmechanismen unterteilt werden, siehe z. B. [18], [19], [20], [114], [128], [136]:

**Verschleiß durch Adhäsion** entsteht, wenn aufgrund hoher Haftkräfte durch Wechselwirkungen zwischen den Kontaktflächen Material aus dem weniger festen Kontaktpartner, zumeist dem Elastomer, herausgerissen wird.

**Verschleiß durch Abrasion** tritt beim Gleiten des Elastomers auf Oberflächen mit harten, scharfkantigen Partikeln auf. Durch die Relativbewegung der Kontaktpartner finden auf mikroskopischer Ebene Spanprozesse statt, sogenanntes Mikrospannen, was sich in Form von Materialabtrag äußert.

**Verschleiß durch Ermüdung** wird insbesondere beim Gleiten des Elastomers auf stumpfen Oberflächen bei gleichzeitig niedrigem Reibwert hervorgerufen. Durch die zyklische Belastung der Elastomeroberfläche versagt das Material in einer oberflächennahen Schicht. Die ermüdeten Materialbereiche lösen sich bei einer charakteristischen Anzahl überglittener Asperitäten vom Grundmaterial und führen zu Materialabtrag.

**Verschleiß durch thermische Zersetzung** wird bei lokal auftretenden hohen Temperaturen oberhalb von ca. 250°C in der Kontaktfläche aufgrund hoher Relativgeschwindigkeiten, hoher Lasten sowie hoher Reibwerte hervorgerufen, die zu einer hohen lokalen thermischen Belastung und zur Zersetzung des Elastomermaterials führen.

**Verschleiß durch Reibung** ist ein Mechanismus, der nahezu ausschließlich bei Elastomeren auftritt. Durch die Rauheit der Kontaktpartner haften lokal Materialpunkte an der Gegenfläche, die durch Reibung deformiert werden. Wird durch die auftretende Deformation ein Spannungsniveau im Elastomer erreicht, das die Zugfestigkeit des Materials überschreitet, entsteht ein Riss im Elastomer senkrecht zur Bewegungsrichtung. Tritt nun lokal der Übergang vom Haft- in den Gleitzustand ein, werden die lokalen Spannungsmaxima durch die Deformationsabnahme reduziert. Zur Rissausbreitung ist wesentlich weniger Energieeintrag nötig als zur Rissinitiierung, somit kann der Riss so lange fortschreiten, bis sich schließlich das eingerissene

Material in der Kontaktfläche einrollt und sich aus dem Elastomermaterial ablöst. Dieser Verschleißmechanismus tritt vorwiegend bei Kontaktpaarungen mit einem hohen Reibwert auf.

Im Gegensatz zum Gebiet der Elastomerreibung gibt es derzeit keine umfassende Übersicht zum Stand der Technik im Bereich des Verschleißes von Elastomeren und deren Beschreibung in Form von Verschleißgesetzen. An dieser Stelle werden daher als Ergebnis einer umfangreichen Literaturrecherche die wichtigsten Arbeiten zusammengefasst, die Verschleißgesetze für Elastomere anführen bzw. in Hinblick auf die vorliegende Arbeit sich mit der Simulation des lokalen Verschleißes von Reifenprofilblöcken befassen, wobei jedoch kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben werden kann. Die formelmäßigen Zusammenhänge sind zunächst wie in der Referenzliteratur angegeben. Zur besseren Vergleichbarkeit bei der Vielzahl der Verschleißgesetze wird, soweit möglich, das Verschleißvolumen  $V_W$  mit Hilfe der Größen Reibwert  $\mu$ , Normalkraft  $F_N$ , Geschwindigkeit  $v$ , Reibstrecke  $s_{\text{reib}}$ , Reibzeit  $t_{\text{reib}}$ , nomineller Kontaktfläche  $A_0$  oder realer Kontaktfläche  $A_{\text{real}}$  angegeben. Die zu identifizierenden Koeffizienten  $k$  bzw.  $k_i$  sind bezüglich der Nomenklatur vereinheitlicht worden, wobei der Zählindex  $i$  bei jeder neuen Literaturstelle wieder mit  $i = 1$  beginnt. In einigen Verschleißgesetzen kann die Anzahl der benötigten Koeffizienten durch Zusammenfassen verschiedener Koeffizienten zwar noch verringert werden, es wird jedoch bewusst die Schreibweise wie in der entsprechenden Literaturquelle übernommen.

Einige Arbeiten beschreiben den Masseverlust  $dm_W$  je Zeiteinheit  $dt$  und somit die massenmäßige Verschleißgeschwindigkeit  $\dot{m}_W$  [3]. Oft wird auch der Masseverlust  $dm_W$  je Reibstrecke  $ds_{\text{reib}}$  betrachtet. Dies führt auf die wegbezogene Verschleißrate  $\eta_W$  bzw. das massenmäßige Verschleiß-Weg-Verhältnis. Ist die Gleitgeschwindigkeit  $v$  bekannt, lassen sich beide Darstellungen ineinander überführen

$$\dot{m}_W = \frac{dm_W}{dt} = \frac{dm_W}{ds_{\text{reib}}} \frac{ds_{\text{reib}}}{dt} = \frac{dm_W}{ds_{\text{reib}}} v = \eta_W v. \quad (2.7)$$

In der zweiten Hälfte des zwanzigsten Jahrhunderts sind eine Reihe von Ansätzen zur Verschleißbeschreibung verfolgt worden. Die ersten grundlegenden mathematischen Beschreibungen von Verschleißmechanismen finden sich bei ARCHARD [8] im Jahr 1953. Ausgehend von einer bereits bestehenden Theorie von HOLM, die 1946 den Verschleiß auf das Herauslösen einzelner Atome zurückführt [47], wird diese Theorie auf Festkörper erweitert. Unter der Annahme, dass halbkugelförmige Abriebpartikel durch plastische Verformungen an der Oberfläche entstehen, ergibt sich folgender Zusammenhang für das Verschleißvolumen  $V_W$

$$V_W = k F_N s_{\text{reib}}. \quad (2.8)$$

Die von ARCHARD angegebene Gleichung ist jedoch nicht für Elastomere hergeleitet worden, sondern ist durch Versuche mit Messing und Hartlegierungen auf Kobaltbasis entstanden, für die sich eine gute Übereinstimmung zeigt. Obwohl diese Beschreibung bereits vor über fünfzig Jahren publiziert worden ist, greifen viele aktuelle Modellierungsansätze für Elastomere auf dieses Verschleißgesetz, wenn auch in leicht abgewandelter Form durch zusätzlich eingeführte Parameter, zurück. Vor allem Finite-Elemente-Modelle verwenden diese pragmatischen Ansätze.

SCHALLAMACH [113] beschreibt 1968 den Verschleiß, der durch Ermüdung entsteht, auf der Grundlage eines 1965 angegebenen Verschleißgesetzes von KRAGELSKII UND NEPOMNYASHCHII [60] sowie eines Ermüdungsgesetzes von REZNIKOVSKII UND LAZAREVA [107] aus dem Jahr 1963. Für die Beschreibung der Materialermüdung wird auf einen WÖHLER-Versuch zurückgegriffen [106], [116]. Im Gegensatz zur der in der Literatur üblichen Verwendung der Ausschlaggestaltfestigkeit verwenden REZNIKOVSKII UND LAZAREVA [107] die Zugfestigkeit  $R_m$  des Materials. Die Anzahl  $N$  der Lastspiele bis zum Versagen des Materials bei zyklischer Zugbelastung ist dann

$$N = \left( \frac{R_m}{\sigma_a} \right)^a. \quad (2.9)$$

In dieser Gleichung bezeichnet  $\sigma_a$  die Ausschlagspannung während der zyklischen Belastung und  $a$  den WÖHLER-Exponenten [106], [116]. SCHALLAMACH zeigt durch geeignete Versuche, dass sich diese Gleichung auch zur Beschreibung von Elastomerverschleiß verwenden lässt. Er trifft die Annahme, dass durch das Übergleiten einer Asperität ein bestimmtes Elastomervolumen deformiert wird, welches näherungsweise mit der Kontakttheorie nach HERTZ bestimmt werden kann [42]. Nach  $N$  Zyklen durch Übergleiten einzelner Rauheitsspitzen löst sich dieses Elastomervolumen aus der Elastomerprobe. Hieraus leitet SCHALLAMACH folgendes Verschleißgesetz ab:

$$V_W = k_1 s_{\text{reib}} F_N \left( \frac{\mu E}{R_m} \right)^a \left( \frac{F_N}{A_0 E} \right)^{1+ak_2}. \quad (2.10)$$

Der Koeffizient  $k_2$  beschreibt hierbei global die Rauheit der Reiboberfläche und  $E$  den Elastizitätsmodul des Elastomermaterials.

RHEE [108] findet 1970 bei der experimentellen Untersuchung der Kontaktpaarung Polymer-Stahl ein empirisches Verschleißgesetz, welches seine Versuchsergebnisse hinreichend beschreibt

$$V_W = k_1 F_N^{k_2} v^{k_3} t_{\text{reib}}^{k_4}. \quad (2.11)$$

Dieser Ansatz gilt für alle untersuchten Versuchsp Parameter sowie für alle untersuchten Stahloberflächen. Zur Ermittlung der Parameter  $k_2$  bis  $k_4$  schlägt RHEE vor, in jeder Versuchsreihe einen Parameter zu variieren und die beiden anderen konstant zu halten. Die Ergebnisse sind jeweils logarithmisch aufzutragen, und aus der Steigung der approximierten Geraden kann der jeweilige Parameter bestimmt werden.

MOORE [93] beschreibt 1972 in seiner umfassenden Arbeit über die Reibung und Schmierung von Elastomeren als Verschleißmechanismen Abrasion, Ermüdung sowie Verschleiß durch Reibung. Zur Beschreibung der Materialermüdung führt MOORE eine Modelloberfläche ein, die durch eine Wellenlänge  $\lambda$  charakterisiert ist. Der Ermüdungswiderstand wird als Anzahl der Belastungszyklen definiert, die zum Materialversagen und somit zur Ablösung eines Abriebpartikels führt. Unter der Annahme eines Kontaktmodells nach HERTZ zur Bestimmung der Eindringtiefe der Modellrauheit in die Elastomeroberfläche führt diese Betrachtung auf den Zusammenhang

$$V_W = k F_N^{\frac{1-a}{3}} s_{\text{reib}} \quad (2.12)$$

mit dem zu identifizierenden Koeffizienten  $k$  und dem WÖHLER-Exponenten  $a$ .

FLEISCHER [31] führt 1973 in seiner Arbeit den Verschleiß, den er selbst als Abtragverschleiß bezeichnet, auf eine rein energetische Betrachtung zurück. Der Verschleiß ergibt sich aus der sogenannten Reibenergiedichte  $e_R$ , die die Reibenergie  $W_{\text{reib}}$  auf das durch den Reibprozess angeregte Werkstoffvolumen  $V_{\text{reib}}$  bezieht

$$e_R = \frac{W_{\text{reib}}}{V_{\text{reib}}}. \quad (2.13)$$

Da das durch den Reibprozess angeregte Volumen  $V_{\text{reib}}$  durch die komplexen Wechselwirkungen jedoch schwierig beschreibbar ist, wird die scheinbare Reibenergiedichte  $e_R^*$  eingeführt, die die Reibenergie  $W_{\text{reib}}$  auf das in der Praxis leicht zu bestimmende Verschleißvolumen  $V_W$  bezieht. Die maximal ertragbare scheinbare Reibenergiedichte  $e_R^*$  bezieht sich jeweils auf eine gegebene Kontaktpaarung mit den zugehörigen Versuchsbedingungen. Die scheinbare Reibenergiedichte ist daher kein Materialkennwert. Hieraus ergibt sich das bekannte Verschleißgesetz nach FLEISCHER, welches einen proportionalen Zusammenhang zwischen Verschleißvolumen und Reibenergie angibt

$$V_W = e_R^* W_{\text{reib}} = k \mu F_N s_{\text{reib}}. \quad (2.14)$$

SCHALLAMACH [114] gibt in einer späteren Publikation aus dem Jahr 1978 eine Beziehung für die Verschleißtiefe  $h_W = V_W/A_0$  auf scharfen Oberflächen an, bei denen der Verschleiß durch Mikrorissbildung verursacht wird

$$h_W = k_1 \frac{\mu p_N}{U} = k_1 \frac{\mu F_N}{A_0 \int_{Br} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon} \approx k_1 \frac{2\mu F_N}{A_0 \sigma_{Br} \varepsilon_{Br}} \quad \text{bzw.} \quad V_W \approx k_1 \frac{2\mu F_N}{\sigma_{Br} \varepsilon_{Br}}. \quad (2.15)$$

Hier bezeichnet  $U$  die Energiedichte, die aus der Fläche unter der Spannungs-Dehnungskurve bis zum Bruch des jeweiligen Elastomers resultiert. Als Näherung für das Integral  $U = \int_{Br} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon$  gibt SCHALLAMACH den Zusammenhang  $\int_{Br} \sigma(\varepsilon) d\varepsilon \approx \frac{1}{2} \sigma_{Br} \varepsilon_{Br}$  an, wobei  $\sigma_{Br}$  die Spannung und  $\varepsilon_{Br}$  die Dehnung zum Bruchzeitpunkt darstellt. Die Versuche zur Ermittlung der Energiedichte müssen jedoch mit der tatsächlich auftretenden Rissgeschwindigkeit durchgeführt werden und sind dadurch in der Praxis sehr aufwändig.

Auf stumpfen Reiboberflächen wird von SCHALLAMACH [114] zur Beschreibung des Verschleißes durch Ermüdung empirisch ein Zusammenhang der Form

$$\frac{V_W}{A_0} = \left( \frac{p_N}{k_1} \right)^{k_2} = \left( \frac{F_N}{A_0 k_1} \right)^{k_2} \quad \text{bzw.} \quad V_W = \left( \frac{F_N}{k_1 A_0} \right)^{k_2} A_0 \quad (2.16)$$

angegeben, wobei  $k_1$  und  $k_2$  experimentell zu ermitteln sind. Aufgrund des auf stumpfen Reiboberflächen beobachteten annähernd konstanten Verhältnisses von Verschleißtiefe  $h_W$  und Flächenpressung  $p_N$  wird der von der Flächenpressung unabhängige Verschleißkoeffizient  $\alpha_p = h_W/p_N$  eingeführt. Unter der Annahme, dass der Reibwert  $\mu$  auf diesen Reiboberflächen ebenfalls näherungsweise konstant ist, wird die sogenannte Abreibbarkeit  $\alpha_{abr}$  definiert, indem der Verschleißkoeffizient  $\alpha_p$  durch den Reibwert  $\mu$  dividiert wird

$$\alpha_{abr} = \frac{\alpha_p}{\mu} = \frac{V_W}{\mu F_N}. \quad (2.17)$$

Das Produkt  $\mu F_N$  beschreibt die Reibkraft, die unter der Annahme einer gleichbleibenden Gleitstrecke proportional zur geleisteten Reibenergie ist. Die Abreibbarkeit stellt somit anschaulich das Verschleißvolumen bezogen auf die Reibenergie dar.

BURR UND MARSHEK [17] führen im Jahr 1982 Verschleißmessungen an O-Ringen in abrasiven Medien durch. Zur Beschreibung des Verschleißverhaltens der Versuche wenden die Autoren das sogenannte BUCKINGHAMSCHE Pi-Theorem an [15]. Für dessen Anwendung sind die das System beschreibenden Größen zunächst zu sogenannten dimensionslosen Gruppen zusammenzufassen. Das Theorem postuliert, dass die Anzahl unabhängiger dimensionsloser Gruppen, die zur Beschreibung eines Phänomens mit  $n$  Variablen und  $r$  Grundeinheiten notwendig ist, gleich der Differenz  $n - r$  ist. Als Variable verwenden BURR UND MARSHEK das Verschleißvolumen  $V_W$ , die Reibkraft  $F_R$ , die Normalkraft  $F_N$ , die Reibstrecke  $s_{reib}$  sowie die Zugfestigkeit der Probe  $R_m$ , somit ist  $n = 5$ . Die Grundeinheiten der Variablen sind Newton und Meter, somit ist  $r = 2$ . Das Theorem besagt, dass das Problem durch  $n - r = 3$  dimensionslose Gruppen beschrieben werden kann.



Das Verschleißvolumen kann implizit als Funktion  $f(F_R, F_N, s_{\text{reib}}, R_m)$  ausgedrückt werden. In der geforderten dimensionslosen Darstellung lautet dieser Zusammenhang

$$\frac{V_W}{s_{\text{reib}}^3} = f\left(\frac{F_R}{F_N}, \frac{R_m s_{\text{reib}}^2}{F_N}\right). \quad (2.18)$$

BURR und MARSHEK wählen als Funktion den Ansatz

$$\frac{V_W}{s_{\text{reib}}^3} = k_1 \left(\frac{F_R}{F_N}\right)^{k_2} \left(\frac{R_m s_{\text{reib}}^2}{F_N}\right)^{k_3} \quad \text{bzw.} \quad V_W = k_1 F_R^{k_2} F_N^{-k_2-k_3} s_{\text{reib}}^{3+2k_3} R_m^{k_3}. \quad (2.19)$$

Mit Hilfe dieser Beschreibung werden ihre experimentellen Ergebnisse gut approximiert.

WALTERS [128] unterscheidet 1993 den Reifenverschleiß in Anlehnung an die Ergebnisse aus der Literatur in drei verschiedene Mechanismen: Ermüdung durch zyklische Dehnung des Laufstreifenmaterials, Schnittbildung in der Profilblockoberfläche durch scharfkantige Asperitäten und thermochemische Zersetzung des Laufstreifenmaterials bei Kontakttemperaturen oberhalb 250°C. Aufnahmen mit einem Elektronenmikroskop stützen diese Einteilung. Für die in seiner Arbeit verwendeten Reifen gibt WALTERS [128] folgende Beziehung zur Verschleißbeschreibung an

$$\frac{V_W}{s_{\text{reib}}} = k_1 F_R^{k_2} \quad \text{bzw.} \quad V_W = k_1 (\mu F_N)^{k_2} s_{\text{reib}}. \quad (2.20)$$

Der Koeffizient  $k_1$  ist umgekehrt proportional zur Steifigkeit, und der Koeffizient  $k_2$  ist für Längs- und Querbelaugung des Reifens etwa 10 % verschieden. Zur experimentellen Untersuchung des Reifenverschleißverhaltens kommen bei WALTERS [128] eine Reihe verschiedener Messverfahren zum Einsatz: Durch Einsatz von Laserabstandsmesstechnik wird der Reifenverschleiß durch Messung der Profiltiefe über der Reifenbreite bestimmt. Thermografieuntersuchungen zeigen für den stationären Zustand in den Rillen sowie mittig auf der Oberfläche der Profilblöcke Temperaturerhöhungen, die überwiegend auf Hysterese zurückgeführt werden. Zur weiteren experimentellen Untersuchung des Verschleißes wird von WALTERS ein Reifen verwendet, dessen Laufstreifen aus verschiedenen eingefärbten Schichten aufgebaut wird und eine optische Auswertung des Verschleißverhaltens erlaubt. Als Ursache für den von ihm beobachteten ungleichmäßigen Verschleiß sieht WALTERS das Zusammenspiel von Kompression und Scherung der Profilblöcke. Grundlegende Finite-Elemente-Simulationen zeigen eine gute Übereinstimmung mit seinen Verschleißexperimenten.

MENG [84] gibt 1994 in seiner Dissertation eine umfassende Übersicht über Verschleißgesetze vorwiegend für metallische Kontaktpaarungen aus der Literatur. Für diese Arbeit sind über 5000 Literaturquellen ausgewertet worden und 182 verschiedene Verschleißgesetze angegeben. Als Ergebnis dieser umfangreichen Arbeit sieht MENG, dass bisher

keine weithin akzeptierte Theorie erarbeitet worden ist, die die verschiedenen Verschleißarten vollständig beschreibt und entsprechende Verschleißmodelle beinhaltet.

VISWANATH UND BELLOW [127] diskutieren 1995 einige Verschleißgesetze aus der Literatur und teilen sie in zwei Gruppen in Abhängigkeit der Einflussparameter ein. Die erste Gruppe beinhaltet als Eingangsgrößen für die Verschleißgesetze die Versuchsbedingungen wie beispielsweise die Belastung, die Gleitgeschwindigkeit, die Gleitstrecke und die Gleitdauer. Die zweite Gruppe umfasst die Materialeigenschaften der Kontaktpartner wie z. B. die Materialhärte, Rauheitskenngrößen oder die Scherfestigkeit. Dabei greifen sie auf den 1974 von KAR UND BAHADUR [53] aufgestellten Ansatz zur Beschreibung eines Verschleißgesetzes auf Basis des bereits vorgestellten BUCKINGHAMschen Pi-Theorems zurück, der sowohl von den Versuchsparametern als auch von den Materialeigenschaften abhängt,

$$V_W = k_1 \left( \frac{F_N}{A_0} \right)^{k_2} v^{k_2 - k_3} t_{\text{reib}}^{k_2} \gamma^{3 - k_2 + k_3} E^{-3 - k_1 + k_2} \left( \frac{c_p}{k_T} \right)^{k_3}. \quad (2.21)$$

Hierbei sind  $\gamma$  die Oberflächenenergie,  $E$  der Elastizitätsmodul,  $c_p$  die spezifische Wärmekapazität und  $k_T$  die Wärmeleitfähigkeit. Die Koeffizienten  $k_1$  bis  $k_3$  sind experimentell zu bestimmen. VISWANATH und BELLOW erweitern diesen Ansatz um die Größe  $\alpha$ , die die Oberflächenrauheit berücksichtigt. Dies führt auf den folgenden Zusammenhang

$$V_W = k_1 F_N^{k_2} v^{k_3} t_{\text{reib}}^{k_4} \alpha^{k_5} E^{-3 + k_2 + k_4 + k_5} \gamma^{3 - 2k_2 - k_3 - k_4} \left( \frac{c_p}{k_T} \right)^{k_4 - k_3} \quad (2.22)$$

mit den wiederum experimentell zu bestimmenden Koeffizienten  $k_1$  bis  $k_5$ . Diese Gleichung wenden VISWANATH und BELLOW auf verschiedene experimentelle Untersuchungen an, für die sich eine gute Übereinstimmung ergibt. Der Einfluss der Reibkraft bzw. des Reibwerts bleibt jedoch unberücksichtigt.

STALNAKER ET AL. [124] vergleichen 1996 reale Fahrversuche mit Ergebnissen sowohl an einem Trommel- als auch an einem Flachbahnprüfstand. Eine wesentliche Rolle beim Verständnis von Reifenverschleißergebnissen wird der Kenntnis der Radlast, der Eigenschaften der Straßenoberfläche, der Fahrgeschwindigkeit und der Temperatur zugemessen. Mit Hilfe eines Lasermessgerätes werden die Reifenprofile während der Untersuchungen vermessen. So können Aussagen über das Verschleißverhalten sowohl in Reifenquerrichtung als auch in Umfangsrichtung getroffen werden. Die in Fahrversuchen ermittelten Reifenbelastungen werden anschließend bei beiden Prüfständen eingepreßt. Eine Unterteilung in Autobahn- und Innenstadtfahrten ergibt, dass die Verschleißrate unter Innenstadtverhältnissen durch die häufigen Brems-, Beschleunigungs- und Kurvenfahrtmanöver 32-mal höher ist. Durch die aufwändige Laservermessung ist es möglich, den sogenannten Zehen-Fersenverschleiß, der den Profilblockhöhenunterschied zwischen Ein- und Auslaufkante eines Profilblocks beschreibt, genau zu untersuchen. Hier zeigt sich,

dass dieser während der Innenstadtzyklen sehr ausgeprägt ist, während die Autobahnbedingungen zu einem Abbau dieses Effektes führen. Der Vergleich der Ergebnisse des Flachbandprüfstands mit denen des Trommelprüfstands fällt sehr gut aus. Insgesamt betragen die Abweichungen etwa 7 %, was von den Autoren als sehr gute Übereinstimmung gewertet wird. Werden die Testergebnisse aus dem realen Fahrversuch mit den Laborergebnissen verglichen, so ist ein ähnliches Verschleißverhalten zu erkennen. Auf den Laborprüfständen ist ein bestimmter Verschleißzustand jedoch bereits nach etwa 45 % der Wegstrecke zu verzeichnen.

ZHENG [137] stellt 2003 eine Methode zur Berechnung des Verschleißes in einem Reifenquerschnitt dar. Eine Fahrzeugsimulation berechnet die globalen Kräfte am Reifen mit Hilfe entsprechend hinterlegter Reifenkennlinien. Diese Bedingungen werden einer stationären Finite-Elemente-Reifensimulation zugeführt, welche als Ergebnis die Pressungs- und Reibenergieverteilung liefert. Das Fahrverhalten und die Teststreckencharakteristik werden über sogenannte Beschleunigungshistogramme erfasst. Diese Beschleunigungshistogramme stellen die zeitliche Verteilung der Längs- und Querschleunigung des Fahrzeugs dar. Insgesamt werden neun verschiedene charakteristische Reifenbelastungszustände mit entsprechenden zeitlichen Wichtungsfaktoren untersucht, welche die Testprozedur im realen Straßenverkehr approximieren.

Als Verschleißgesetz wird folgender Ansatz gewählt:

$$\frac{V_W}{t_{\text{reib}}} = k_1 \left( \frac{P_{\text{reib}}}{A_0} \right)^{k_2} \quad \text{bzw.} \quad V_W = k_1 \left( \frac{\mu F_N v}{A_0} \right)^{k_2} \frac{s_{\text{reib}}}{v}. \quad (2.23)$$

Die Koeffizienten  $k_1$  und  $k_2$  sind material-, straßen- und umgebungsabhängig. Die Simulationen zeigen, dass während des realen Fahrversuchs die meiste Zeit mit geringen Längs- und Querschleunigungen gefahren wird. Unter diesen Bedingungen ist die Verschleißrate sehr gering. Sie steigt unter Beschleunigungs- und Bremsmanövern oder bei Kurvenfahrten jedoch erheblich an. Die zugehörige Verschleißsimulation erfolgt inkrementell: Für den neuen Reifen wird für eine bestimmte Simulationszeit die Verschleißrate bestimmt. Nach einer Aktualisierung der Reifenkontur im Modell wird eine erneute Simulation durchgeführt, die wiederum eine Verschleißrate für diesen Zustand berechnet.

Dieser Vorgang wiederholt sich so lange, bis die gewünschte Strecke zurückgelegt oder ein bestimmter Verschleißzustand erreicht ist. Für eine Verschleißhöhe von sechs bis neun Millimeter werden typischerweise 30 bis 50 Iterationen benötigt. Vergleiche mit real vermessenen Reifenquerschnitten zeigen eine qualitative Übereinstimmung mit den Simulationen.

ZHANG [136] behandelt in seiner Monografie aus dem Jahr 2004 das Gebiet der Elastomerreibung sowie des Verschleißes. Für den Mechanismus des scharfen Verschleißes (Abrasion) wird ein empirischer Zusammenhang angegeben,

$$V_W = k_1 p_N^{k_2} v^{k_3} s_{\text{reib}}. \quad (2.24)$$

Für den Mechanismus des Verschleißes durch Materialermüdung hingegen greift ZHANG auf die Ergebnisse von MOORE [93] zurück.

LUPKER ET AL. [81] führen 2004 zur empirischen Ermittlung eines Verschleißgesetzes Versuche an zwei Prüfständen mit jeweils unterschiedlichem Messprinzip durch. Der erste Prüfstand besteht aus einem angetriebenen Elastomerrad und einer rotierenden Reibscheibe aus Korund. Beide Drehachsen stehen senkrecht zueinander. Durch die Konstruktion kann ein definierter Schräglaufwinkel eingepreßt werden. Über die gemessenen Kontaktkräfte, die Umfangsgeschwindigkeiten beider Kontaktpartner im Kontakt sowie den Schräglaufwinkel erfolgt die Berechnung der Reibenergie.

Der zweite Prüfstand realisiert einen definierten Längsschlupf zwischen dem Elastomerrad und einer mit Schleifpapier beklebten angetriebenen Stahltrommel. Die Drehachsen der Trommeln liegen parallel zueinander. Durch eine Bremseinrichtung am Elastomerrad wird zwischen Stahltrommel und Elastomerrad in der Kontaktfläche eine Relativgeschwindigkeit hervorgerufen. Mit Hilfe der gemessenen Kontaktkraft, der Umfangsgeschwindigkeit sowie des eingestellten Schlupfwerts kann auch hier die Reibenergie berechnet werden. Um die Vergleichbarkeit beider Verschleißversuche zu ermöglichen, wird die jeweils ermittelte Reibenergie  $W_{\text{reib}}$  auf die nominelle Kontaktfläche  $A_0$  bezogen. Darüber hinaus wird der Massenverlust  $m_W$  auf die Reibstrecke  $s_{\text{reib}}$  sowie die Breite  $b$  der Kontaktfläche bezogen. Der so normierte Zusammenhang zeigt folglich den Massenverlust je Kontaktflächeneinheit bezogen auf die eingebrachte Reibenergie je Reibflächeneinheit. Es ergibt sich ein progressiver Verlauf, der in guter Näherung durch den Zusammenhang

$$\frac{m_W}{A_0} = k_1 \left( \frac{W_{\text{reib}}}{b s_{\text{reib}}} \right)^{k_2} \quad \text{bzw.} \quad V_W = \frac{k_1}{\rho} \left( \frac{\mu F_N}{b} \right)^{k_2} A_0 \quad (2.25)$$

beschrieben werden kann.

HOFSTETTER [43] verwendet 2004 in ihrer Dissertation zur Berechnung des Verschleißes von gleitenden Profilblöcken ein Verschleißgesetz, das auf Untersuchungen der Continental AG mit dem GROSCH-Verschleißprüfstand zurückgeht [37]. Das Verschleißvolumen  $V_W$  wird durch die Reibleistung  $P_{\text{reib}}$  beschrieben, jedoch können durch einen Exponenten nichtlineare Einflüsse berücksichtigt werden,

$$V_W = k_1 P_{\text{reib}}^{k_2} s_{\text{reib}} = k_1 (\mu F_N v)^{k_2} s_{\text{reib}}. \quad (2.26)$$

PERSSON ET AL. [103] beschreiben 2005 den Verschleiß gleitender Reifenprofilblöcke wie folgt: In der Kontaktfläche entsteht durch Reibungswärme und mechanische Beanspruchung eine dünne, sich zersetzende Schicht mit veränderten Eigenschaften (*dead layer*), deren Einfluss auf das Gesamtreibverhalten gering ist. Diese Schicht ist typischerweise einige Mikrometer dick und korrespondiert mit der kleinsten anregenden Oberflächenwellenlänge. Für eine Asphaltoberfläche wird überschlägig eine Dicke der zersetzenden Schicht von  $d = 3 \mu\text{m}$  angegeben, welche in der typischen Größenordnung von Elastomerabriebpartikeln im Straßenverkehr liegt [103]. Hier sehen PERSSON ET AL. einen direkten Zusammenhang. Die Verschleißmechanismen auf Asphaltoberflächen werden einerseits der Rissinitiierung durch die Rauheitsspitzen sowie der Materialermüdung durch sich langsam ausbreitende Risse in der dünnen Zwischenschicht zugeordnet. Das Volumen  $V_{\text{part}}$  eines einzelnen Abriebpartikels aus der Zwischenschicht beträgt  $V_{\text{part}} \approx d^3$ . Die zugehörige Wellenlänge des Asphalts, die diese typische Partikelgröße hervorruft, liegt bei  $\lambda \approx 2\pi d \approx 10 \mu\text{m}$ . Bei Betrachtung der Kontaktsituation bis zur Grenzwellenlänge  $\lambda$  als kleinste anregende Wellenlänge schätzen PERSSON ET AL. die reale Kontaktfläche eines gesamten Reifens zu  $A_{\text{real}} \approx 1 \text{ cm}^2$  ab. Wird nun angenommen, dass es zur Herauslösung eines Abriebpartikels des Durchmessers  $d$  und der zugehörigen Fläche  $d^2$  die Anzahl von  $N$  Übergleitungen bedarf, kann die Anzahl  $n$  der herausgelösten Abriebpartikel berechnet werden, wenn die Gleitstrecke  $s_{\text{reib}}$  zurückgelegt wird

$$n = \frac{A_{\text{real}} s_{\text{reib}}}{d^2} \frac{1}{d} \frac{1}{N}. \quad (2.27)$$

Für ein typisches Laufstreifenmaterial wird die Anzahl  $N$  der benötigten Übergleitungen bis zur Ablösung eines Abriebpartikels zu  $N \approx 10^6$  angegeben. Mit dem Volumen  $V_{\text{W}}$  aller  $n$  abgeriebenen Partikel  $V_{\text{W}} = nd^3$  ergibt sich das abgeriebene Volumen für eine zurückgelegte Gleitstrecke zu

$$V_{\text{W}} = \frac{A_{\text{real}} s_{\text{reib}}}{N}. \quad (2.28)$$

CHO UND JUNG [22] verwenden 2007 zur Verschleißvorhersage ein Finite-Elemente-Modell des gesamten Reifens mit geometrisch exakter Abbildung des Laufstreifenprofils. Das Materialverhalten wird als viskoelastisch modelliert. Das Verschleißgesetz ist abhängig von den Reibschubspannungen  $\tau$  sowie der Schlupfgeschwindigkeit  $v$

$$\frac{V_{\text{W}}}{A_0} = k_1 \tau^{k_2} v^{k_3} \quad \text{bzw.} \quad V_{\text{W}} = k_1 A_0 \left( \frac{F_{\text{R}}}{A_0} \right)^{k_2} v^{k_3}. \quad (2.29)$$

Die Koeffizienten  $k_1$  bis  $k_3$  sind durch einen Vergleich der Simulationsergebnisse mit Laboruntersuchungen ermittelt worden. Simulationen mit einem linearen Verschleißgesetz ( $k_2 = k_3 = 1$ ) zeigen eine Überschätzung des Verschleißes in den Schulterbereichen.

Als Reibgesetz in der Kontaktfläche findet ein rein pressungsabhängiges Reibgesetz Anwendung

$$\mu = k_4 \left( \frac{p_N}{k_5} \right)^{-k_6} . \quad (2.30)$$

Bezüglich der Fahrsituation werden Beschleunigungsmessungen im Fahrzeugschwerpunkt einer Fahrzeugsimulation übergeben, welche Informationen über die zeitlichen Verläufe der Radlasten, Tangentialkräfte und Sturzwinkel liefert. Diese umfangreichen Ergebnisse werden zu einem vereinfachten Belastungskollektiv von gemittelter Radlast, Seitenkraft, Antriebs- bzw. Bremsmoment und Sturzwinkel zusammengefasst und der Reifensimulation eingepreßt. Während der einzelnen Fahrsituationen erfolgt die Berechnung der zugehörigen stationären Verschleißzustände. Als Rechenzeit für eine Fahrsituation geben die Autoren eine Dauer von einer Woche an. Die im Laborversuch verwendeten Reifen werden jeweils mit einer Lasereinrichtung vermessen, so dass daraus das verschleißbehaftete Reifenprofil mit den Simulationsrechnungen verglichen werden kann. Die entsprechenden Vergleiche werten CHO und JUNG als gut.

SMITH ET AL. [122] stellen 2008 einen Zusammenhang zwischen stationären Finite-Elemente-Simulationen und Labor-Verschleißtests her. Für die Laborversuche und die Simulationen werden rein längsprofilierte Reifen verwendet. Es kommt bei den Versuchen je eine Ganzjahres-, Hochleistungs- und Wintermischung zum Einsatz. Am Trommelprüfstand können die Radlast, die Seitenkraft sowie das Antriebs- bzw. Bremsmoment und die Trommeldrehzahl geregelt werden. Zwei verschiedene Belastungszyklen finden statt: Der erste bildet eine Kombination verschiedener Fahrsituationen und der zweite typische Stadtverkehrsbedingungen nach. Der Ganzjahresreifen zeigt den geringsten Verschleiß. Der auf Handling optimierte Hochleistungsreifen weist mehr Verschleiß auf. Den höchsten Verschleiß liefert der Winterreifen. Die zugehörige quasistatische Simulation wird mit einem Finite-Elemente-Modell durchgeführt, welche jedem Reifen fünf verschiedene Belastungszustände zuordnet.

Als Verschleißgesetz findet folgender Ansatz mit den lokalen Schubspannungen in Längs- bzw. Querrichtung  $\tau_x, \tau_y$  sowie den lokalen Gleitwegen in Längs- bzw. Querrichtung  $s_{\text{reib},x}, s_{\text{reib},y}$  Eingang in die Modellierung

$$V_W = k_1 \left( \tau_x^{k_2} s_{\text{reib},x}^{k_3} + \tau_y^{k_2} s_{\text{reib},y}^{k_3} \right) . \quad (2.31)$$

Die Koeffizienten  $k_1$  bis  $k_3$  sind so zu bestimmen, dass sich eine möglichst gute Übereinstimmung der Simulationsergebnisse mit den Laborversuchen ergibt. Zur einheitlichen Behandlung aller in diesem Abschnitt vorgestellten Verschleißgesetze wird obige Gleichung bei Vernachlässigung von Querschlupf ( $s_{\text{reib},y} = 0$ ) und unter Angabe makroskopischer Größen formuliert

$$V_W = k_1 \left( \frac{\mu F_N}{A_0} \right)^{k_2} s_{\text{reib}}^{k_3}. \quad (2.32)$$

Das in der Simulation von SMITH ET AL. verwendete lokale Reibgesetz ist sowohl von der Flächenpressung als auch von der Relativgeschwindigkeit abhängig:

$$\mu = \left( \frac{p_N}{k_6} \right)^{-k_4} \left[ \mu_0 + (\mu_m - \mu_0) e^{-k_5^2 \log^2 \left( \frac{|v|}{v_m} \right)} \right]. \quad (2.33)$$

Hierbei ist  $k_6$  eine Referenzflächenpressung,  $k_4$  ein Druckabhängigkeitsexponent,  $\mu_0$  der Reibwert bei  $v = 0$ ,  $\mu_m$  der maximale Reibwert ohne Pressungseinfluss des ersten Terms,  $v_m$  die Reibgeschwindigkeit beim Maximum des Reibwerts und  $k_5$  ein Geschwindigkeitskoeffizient. Es ist nicht ausgeführt, ob die Koeffizienten aus Reibwertmessungen ermittelt bzw. welche Zahlenwerte verwendet worden sind. Die vorgestellten Vergleiche von Experiment und Simulation für den Verschleiß des Reifenquerschnitts zeigen qualitative Übereinstimmungen.

Insbesondere durch die vielen verschiedenen Parameter, welche in die in diesem Abschnitt vorgestellten Verschleißgesetze eingehen, wird deutlich, dass in vielen Fällen ein bestimmtes Verschleißgesetz lediglich ein enges Anwendungsspektrum abdeckt. Verschleißmodelle, die sich auf einen einzelnen Teilbereich stützen, können durch die Komplexität des Problems nicht in der Lage sein, den gesamten Verschleißprozess zu erfassen, einzelne Teilaspekte jedoch korrekt beschreiben.

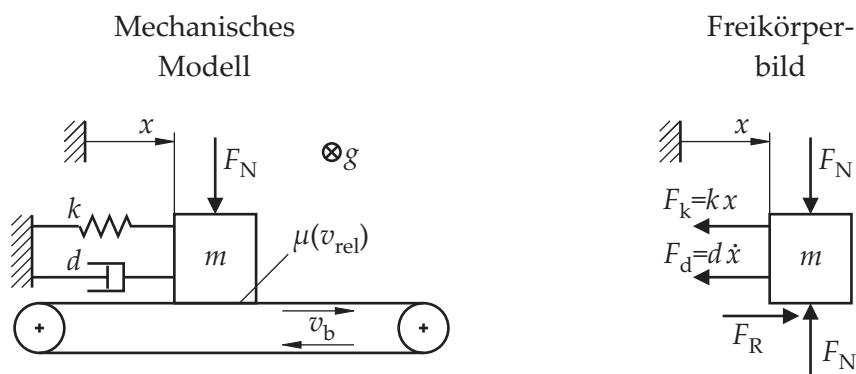
Die Addition der modellhaften Beschreibung einzelner Verschleißmechanismen ist nicht zielführend, da nicht superponierbare Wechselwirkungen zwischen den einzelnen Mechanismen bestehen. Aufgrund der Vielzahl existierender Verschleißgesetze in der Literatur, die in diesem Abschnitt vorgestellt worden sind, und von denen sich keines in der aktuellen Forschung oder industriellen Praxis etabliert hat, werden in Abschnitt 4.4 eigene experimentelle Untersuchungen mit einem Profilblock beschrieben, mit deren Hilfe ein geeignetes Verschleißgesetz und die zugehörigen Koeffizienten ermittelt werden.

## 2.4 Entstehung von Stick-Slip-Schwingungen

Ein bei stark beanspruchten Reifen oft auftretender Effekt ist das Reifenquietschen. Dieser Effekt ist auf reibungsselbsterregte Schwingungen der Profilblöcke zurückzuführen. Oft äußert sich diese Art von Schwingungen in ständigen Haft-Gleit-Übergängen, woraus sich aus dem Englischen der häufig verwendete Ausdruck Stick-Slip ableitet. Die nachfolgende exemplarische Betrachtung dient der Erklärung des zugrundeliegenden Entstehungsmechanismus. Stick-Slip-Effekte können bereits bei einem Einfreiheitsgrad-Reibschwinger auftreten, wie er in **Bild 2.3** links dargestellt ist, siehe auch MAGNUS UND POPP [82].

Die Masse  $m$  liegt auf einem Band, das sich mit der Umlaufgeschwindigkeit  $v_b$  bewegt. Die Koordinate  $x$  beschreibt die horizontale Auslenkung der Masse gegenüber dem Inertialsystem. Der Kontakt zwischen Masse und Band ist reibungsbehaftet, wobei der Reibwert  $\mu$  zwischen Masse und Band von der Relativgeschwindigkeit  $v_{\text{rel}} = v_b - \dot{x}$  zwischen den Kontaktpartnern abhängt. Hierbei wird angenommen, dass der Haftreibwert größer als der Gleitreibwert ist bzw. der Reibwert mit zunehmendem Betrag der Relativgeschwindigkeit fällt. Weiterhin ist die Masse über eine Feder mit der Federkonstanten  $k$  und einen Dämpfer mit der Dämpferkonstanten  $d$  an die Umgebung gekoppelt.

Die Masse haftet zunächst durch die wirkende Reibung auf dem Band und bewegt sich mit der konstanten Geschwindigkeit  $\dot{x} = v_b$  in positive  $x$ -Richtung. Während dieser Haftphase bauen sich in Abhängigkeit der Auslenkung  $x$  bzw. der Auslenkungsgeschwindigkeit  $\dot{x}$  die Federkraft  $F_k = kx$  sowie die Dämpferkraft  $F_d = d\dot{x}$  auf, siehe **Bild 2.3** rechts. Überschreitet die Summe aus Feder- und Dämpferkraft die durch die Haftreibung maximal mögliche Haftreibungskraft  $F_{R,\text{haft,max}} = \mu(v_{\text{rel}} = 0) F_N$ , gleitet die Masse in negativer  $x$ -Richtung zurück, und der Vorgang wiederholt sich. Dabei lassen sich Kombinationen der Systemparameter finden, bei denen die Stick-Slip-Schwingung mit konstanter Amplitude aufrecht erhalten wird. Da in dem System durch viskose Dämpfung sowie Gleitreibung Energie dissipiert wird, ist dieser stationäre Schwingungszustand nur dann möglich, wenn dem System Energie zugeführt wird. Die Energiezufuhr erfolgt in dem hier



**Bild 2.3:** Links: Modell des Einfreiheitsgrad-Reibschwingers; rechts: Freikörperbild der Masse



behandelten Beispiel durch das umlaufende Band. Zur weiteren Betrachtung des Systems ist ein Simulationsmodell für den Reibschwinger mit linear fallender Reibwertkennlinie über der Relativgeschwindigkeit

$$\mu(v_{\text{rel}}) = \mu_0 - \alpha v_{\text{rel}} \quad (2.34)$$

erstellt worden, der durch die Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} + d\dot{x} + kx = \mu(v_{\text{rel}}) F_N \text{sgn}(v_{\text{rel}}) \quad (2.35)$$

beschrieben werden kann. Die gewählten Systemparameter sind  $m = 1 \text{ kg}$ ,  $k = 100000 \text{ N/m}$ ,  $d = 300 \text{ Ns/m}$ ,  $F_N = 10 \text{ N}$ ,  $v_b = 0,001 \text{ m/s}$ ,  $\mu_0 = 0,3$  und  $\alpha = 40 \text{ s/m}$ . Der erwähnte stationäre Schwingungszustand mit konstanten Stick-Slip-Amplituden führt zu einem Verlauf der Auslenkung  $x(t)$ , wie er in **Bild 2.4 a)** dargestellt ist. Den daraus resultierenden Geschwindigkeitsverlauf zeigt **Bild 2.4 b)**. Die Darstellung der Geschwindigkeit  $\dot{x}$  über der Auslenkung  $x$  liefert die zugehörige Phasenkurve in **Bild 2.4 c)**. Es kann grundsätzlich zwischen der sogenannten Hinphase, in der die Geschwindigkeit der Masse in diesem Beispiel immer positiv ist ( $\dot{x} > 0$ ), und der Rückgleitphase, in der die Geschwindigkeit der Masse negativ ist ( $\dot{x} < 0$ ), unterschieden werden. Die Hinphase besteht mehrheitlich aus der Haftphase, in der die Relativgeschwindigkeit zwischen Masse und Band verschwindet.

Durch die folgende Energiebilanz kann gezeigt werden, wie nun der Energieeintrag in das Schwingungssystem erreicht wird. In dem betrachteten System treten als Energieformen zum einen die kinetische Energie der Masse  $E_{\text{kin}} = \frac{1}{2}m\dot{x}^2$  sowie die potentielle Energie der Feder  $E_{\text{pot}} = \frac{1}{2}kx^2$  auf. Darüber hinaus dissipiert der Dämpfer die Verlustleistung  $\dot{E}_d = -d\dot{x}^2$ . Durch Reibung wird während der Hinphase ( $\dot{x} > 0$ ) Leistung  $\dot{E}_R > 0$  zugeführt und in der Rückgleitphase Reibleistung  $\dot{E}_R = F_R\dot{x} < 0$  dissipiert.

Die Energiebilanz  $E_{\text{ges}}$  des Gesamtsystems für eine Periodendauer  $T$  ergibt sich folglich zu

$$E_{\text{ges}} = \int_T \dot{E}_{\text{kin}} + \dot{E}_{\text{pot}} dt = \int_T \dot{E}_d + \dot{E}_R dt. \quad (2.36)$$

Da während einer stationären Stick-Slip-Schwingung mit der Periodendauer  $T$  die Zusammenhänge  $x(t+T) = x(t)$  bzw.  $\dot{x}(t+T) = \dot{x}(t)$  gelten, folgt daraus für die kinetische und die potentielle Energie ebenfalls  $E_{\text{kin}}(t+T) = E_{\text{kin}}(t)$  bzw.  $E_{\text{pot}}(t+T) = E_{\text{pot}}(t)$ . Hieraus folgt, dass die kinetische und die potentielle Energie während einer Periode jeweils eine ausgeglichene Leistungsbilanz aufweisen, siehe auch **Bild 2.4 d)**. Die Verlustleistung im Dämpfer geht negativ in die Energiebilanz ein, da die Dämpferkraft  $F_d$

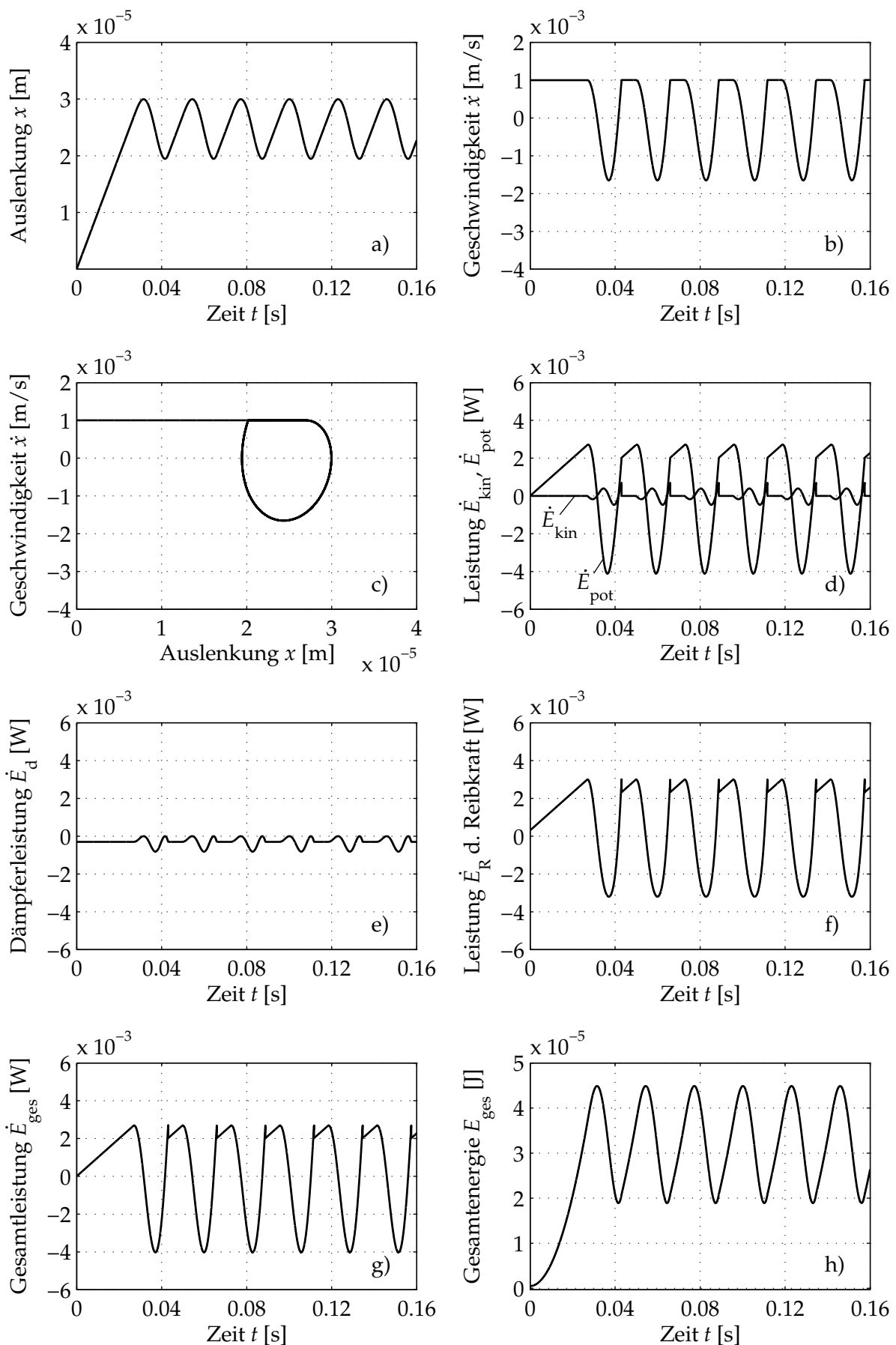


Bild 2.4: Darstellung der relevanten Größen während eines Stick-Slip-Grenzzykels

stets entgegen der Bewegungsrichtung der Masse gerichtet ist, an den Umkehrpunkten der Masse verschwindet diese jeweils, vgl. **Bild 2.4 e**).

Im Fall der Reibkraft muss jedoch zwischen Hinphase und Rückgleitphase unterschieden werden. In der Hinphase ( $\dot{x} > 0$ ) stimmen die an der Masse wirkende Reibkraft und die Bewegungsrichtung der Masse überein, so dass in dieser Phase ein Energieeintrag in das System stattfindet. Da sich die Masse während der Haftphase mit der konstanten Geschwindigkeit  $\dot{x} = v_b$  bewegt, muss der Betrag der Haftkraft der Summe aus Federkraft und Dämpferkraft entsprechen. Während der Rückgleitphase ( $\dot{x} < 0$ ) jedoch ist die Reibkraft so gerichtet, dass sie entgegen der Relativgeschwindigkeit wirkt und somit Energie dissipiert wird, siehe **Bild 2.4 f**). Aus dem Verlauf der Leistung durch die Reibkraft wird ersichtlich, dass während der Hinphase dem System Energie zugeführt wird.

Die Summe der Einzelleistungen  $\dot{E}_{\text{kin}} + \dot{E}_{\text{pot}}$  bzw.  $\dot{E}_d + \dot{E}_R$  bildet die resultierende Gesamtleistung  $\dot{E}_{\text{ges}}$ , die in **Bild 2.4 g**) dargestellt ist. Die Integration dieser Größe bezüglich der Zeit liefert den entsprechenden Verlauf der Energie  $E_{\text{ges}}$  des Gesamtsystems, vgl. **Bild 2.4 h**). Während der Hinphase steigt diese an, während sie in der Rückgleitphase genau um diesen Betrag wieder dissipiert wird. Da als Anfangsbedingung der Zustand  $x(t=0) = 0$ ,  $\dot{x}(t=0) = v_b$  gewählt worden ist, beträgt in Gl. (2.36) die Integrationskonstante  $E_{\text{ges}}(t=0) = \frac{1}{2}mv_b^2$ . Die mittlere Energie liegt in dem hier gezeigten Beispiel nicht bei Null, da das System die Ausgangslage  $x = 0$  nicht wieder erreicht und damit die Feder nicht entspannt wird. Es ist somit permanent potentielle Energie  $E_{\text{pot},0}$  in der Feder gespeichert.

## 2.5 Profilblockmodelle und -simulationen

Neben der experimentellen Herangehensweise werden heutzutage verstärkt Modelle der zu untersuchenden mechanischen Systeme aufgestellt. Mit Hilfe sich stets erweiternder numerischer Methoden in Verbindung mit steigender Rechenleistung gelingt eine zunehmend realistischere Abbildung des realen Systemverhaltens. Bei der Modellierung mechanischer Systeme mit reibungsbehafteten Kontaktstellen haben sich im Wesentlichen zwei Methoden etabliert: Verbreitete Anwendung findet die Methode der Finiten Elemente, die in der Lage ist, den Kontakt von Körpern mit komplexen Geometrien zu berechnen. Dieser Ansatz führt im Allgemeinen zu einer großen Anzahl von Freiheitsgraden. ZIEGLER ET AL. [138] berechnen z. B. den Effekt des Zahnhämmerns bei Getrieben mit einem nichtlinearen Finite-Elemente-Modell und sehr fein diskretisierter Kontaktfläche. Die Berechnung von Kontakten mit rauen Oberflächen in Verbindung mit Reibung und transienten Vorgängen resultiert dabei in langen Rechenzeiten. HOFSTETTER [43] stellt thermomechanisch gekoppelte quasistatische Simulationen von lamellierten Reifenprofilblöcken auf glatten Oberflächen mittels der Finite-Elemente-Methode vor.

Die Methode der Mehrkörperdynamik hingegen unterteilt das zu modellierende technische System in grundlegende mechanische Elemente wie Starrkörper, Punktmassen, Fe-

dern, Dämpfer oder Gelenke, vgl. SCHIEHLEN UND EBERHARD [115]. Dieser Ansatz setzt jedoch voraus, dass das System eine sinnvolle Zuordnung zu diesen Elementen zulässt. Der Vorteil dieser Methode liegt in der vergleichsweise geringen Anzahl der Freiheitsgrade, die eine einfache Durchführung von Parameterstudien ermöglicht. Es müssen jedoch Annahmen zu Kontaktmodellen getroffen und die Koeffizienten der einzelnen Elemente bestimmt werden. NEUMANN ET AL. [98] modellieren beispielsweise ein CVT-Getriebe als Mehrkörpersystem und führen an diesem System eine Optimierung der Kettenverbindungsglieder durch.

Eine weitere Methode zur Modellierung mechanischer Systeme liegt in der Anwendung reduzierter Strukturmodelle. Sie berücksichtigen die Bauteilgeometrie und können gleichzeitig ausgedehnte Kontaktflächen abbilden. Sie zeichnen sich durch eine deutlich geringere Rechenzeit im Vergleich zu Finite-Elemente-Modellen aus. Da die meisten Reduktionsverfahren auf dem Superpositionsprinzip beruhen, ist ein lineares Materialgesetz für das abzubildende Bauteil anzunehmen. Die Modellierung von dynamischen Systemen mit Kontakten oder Reibung anhand reduzierter Modelle ist derzeit hauptsächlich im Bereich der Berechnung von Turbinenschaufelschwingungen zu finden. SEXTRO [119] und PANNING [101] sowie SIEWERT UND PANNING [121] verwenden ein modal kondensiertes Modell zur Optimierung von Reib- bzw. Dämpfungselementen zur Schwingungsreduzierung in Turbomaschinen. Die Berechnung erfolgt im Frequenzbereich und die Eigenschaften der rauen Oberfläche werden über Oberflächenkenngrößen berücksichtigt. LEGRAND ET AL. [75] präsentieren ein im Zeitbereich arbeitendes Modell zur Berechnung von Anstreifvorgängen in der Rotordynamik. Dieses Verfahren verwendet zur Kontaktberechnung LAGRANGESche Multiplikatoren. Die Reduktion des strukturdynamischen Modells erfolgt durch das Verfahren nach CRAIG UND BAMPTON [24].

Die Anwendung reduzierter Modelle auf Fahrzeugreifen in Verbindung mit einer Kontaktmodellierung ist bislang weniger verbreitet. Zur Berechnung der Schallabstrahlung eines Reifens verwendet NACKENHORST [95] ein modal reduziertes Modell. Der statische Verformungszustand des belasteten Reifens wird zuvor durch eine nichtlineare Finite-Elemente-Berechnung ermittelt. Die Gesamtlösung ergibt sich aus der Superposition beider Lösungen. BRINKMEIER [13] erweitert diesen Ansatz um die Anregung des Reifens durch die Fahrbahnoberfläche, indem ein Anregungsspektrum im Frequenzbereich eingepreßt wird. Beide Ansätze vernachlässigen derzeit den Einfluss der Reibung in der Kontaktfläche sowie eine Querprofilierung des Reifens.

GUTZEIT [38] verwendet zur effizienten Beschreibung der Strukturdynamik eines abrollenden sogenannten GROSCH-Rades das Reduktionsverfahren nach CRAIG UND BAMPTON [24]. Zur Berechnung des Normalkontaktes verwendet GUTZEIT einen Penalty-Ansatz, der Tangentialkontakt ist reibungsbehaftet. Besondere Aufmerksamkeit wird instationären Vorgängen wie z. B. Schlupfsprüngen gewidmet. Messungen mit einem entwickelten autonomen Messroboter zeigen bei solchen Schlupfsprüngen eine deutlich verzögerte Änderung der Tangentialkraft. Das von GUTZEIT vorgestellte Rollkontaktmodell bildet dieses Verhalten ab.

HERKT [41] entwickelt die Grundlagen zum Aufbau eines reduzierten Modells für den Gesamtreifen nach der sogenannte Proper Orthogonal Decomposition-Methode. Mit dieser Methode können im Vergleich z. B. zur CRAIG / BAMPTON-Reduktion nichtlineare Materialeigenschaften berücksichtigt werden. Hierfür werden die nichtlinearen Eigenschaften der Steifigkeitsmatrix in einer sogenannten Lookup-Tabelle hinterlegt. Eine Übertragung auf eine reale Reifensimulation steht derzeit noch aus.

Nach dieser allgemeinen Übersicht werden nun Arbeiten vorgestellt, die das mechanische Verhalten einzelner Profilblöcke behandeln. Darüber hinaus werden Arbeiten vorgestellt, die sich mit Reifensimulationen befassen, bei denen das Verhalten der Profilblöcke im Vordergrund steht. Modelle und Simulationen hingegen, die das Verhalten des Reifens als Gesamtstruktur ohne Laufflächenprofilierung berechnen, oder bei denen auf das Verhalten der Profilblöcke nicht näher eingegangen wird, werden wegen des fehlenden Bezugs in dieser Arbeit nicht behandelt.

NAKAJIMA ET AL. [96] entwickeln mit Hilfe der Finite-Elemente-Methode eine Profilblockgeometrie, die eine optimale Kraftübertragung ermöglichen soll. Dieser optimierte Profilblock zeichnet sich unter Belastung durch eine konstante Flächenpressung in der gesamten Kontaktfläche aus, wobei die nominelle Kontaktfläche mit der eines quaderförmigen Referenzprofilblocks identisch ist. In Anlehnung an die unterschiedlichen Tangentialkraftverhältnisse am Profilblock während eines Bremsvorgangs oder einer Kurvenfahrt wird der Profilblock in der Simulation zunächst in Normalrichtung belastet. Anschließend findet eine Untersuchung acht repräsentativer verschiedener Scherungsrichtungen statt. Das Ergebnis des Optimierungsprozesses liefert eine Profilblockgeometrie, deren ursprünglich rechtwinklige Kanten abgerundet sind und die in der Mitte der Kontaktfläche eine geringe Wölbung nach innen aufweist. Ein spezielles Ultraschallverfahren erlaubt die experimentelle Bestimmung der Kontaktpressung auf einer Acrylglasplatte. Die Ergebnisse dienen einem Vergleich mit den durchgeführten Berechnungen. Der Vergleich mit einem real durch NC-Fertigung hergestellten optimierten Profilblock zeigt gute Übereinstimmungen mit den numerischen Vorhersagen sowohl für die reine Normalbelastung als auch für die Überlagerung mit der Scherbelastung. Reibwertmessungen führen zu einem etwa um 10 % höheren Reibwert für den optimierten Profilblock. Fahrversuche mit einem Reifen, dessen Profil nach dem beschriebenen Verfahren optimiert worden ist, ergeben eine deutlich spürbare Verbesserung der Subjektivkriterien Fahrkomfort, Trockenhandling und Nasshandling im Vergleich zum Referenzprofil mit rechteckigen Profilblöcken. Darüber hinaus reduziert sich der Verschleiß durch die Vermeidung von Kanteneffekten um 30 %.

LARSSON ET AL. [72] präsentieren ein Profilblockmodell mit zwei Freiheitsgraden, welches als Erweiterung eines existierenden Modells nach KROPP [69] für unprofilerte Reifen zur Berechnung der Schallabstrahlung dient. Das Reifenmodell nach KROPP bildet den Reifengürtel sowie die Seitenwände jeweils als elastisch gebettete Platten ab. Die Profilblöcke weisen in dem Ansatz von LARSSON als Feder-Masse-System einen translatorischen und einen rotatorischen Freiheitsgrad auf. Zur Parameteridentifikation der

Federsteifigkeit sowie der mitschwingenden Masse dient ein Finite-Elemente-Modell des Profilblocks mit entsprechender Modalanalyse. Die Parameter werden so angepasst, dass durch das Profilblockmodell die ersten beiden Eigenfrequenzen des Finite-Elemente-Modells abgebildet werden. Dieser Ansatz zur Berechnung der Schallabstrahlung profilierter Reifen führt zu einer wesentlichen Erweiterung des Modells nach KROPP, wie ein Vergleich beider Modelle mit experimentellen Untersuchungen der dynamischen Reifeneigenschaften zeigt.

AKASAKA ET AL. [5] berechnen die Deformation eines belasteten Profilblocks. Für eine reine Normalbeanspruchung leiten die Autoren eine mathematische Beschreibung der Kontaktdruckverteilung her. Unter der Annahme eines linearen Verlaufs der Schubspannungen in der Kontaktfläche wird das Deformationsverhalten für den Profilblock unter Normal- und Tangentiallast angegeben. Experimente mit einem in Normal- und Tangentialrichtung belasteten Profilblock ohne Relativbewegung zeigen eine Überhöhung der Flächenpressung an der Einlaufkante des Profilblocks sowie ein lokales Abheben an der Auslaufkante, welches statische Finite-Elemente-Rechnungen bestätigen. KIM UND PARK [56] erweitern diesen Ansatz auf den Gleitprozess des Profilblocks.

HOFSTETTER führt umfangreiche Simulationen auf der Basis dreidimensionaler Finite-Elemente-Rechnungen durch [44], [45], [46]. Der Profilblock wird durch verschiedene nichtlineare elastische Materialgesetze aus der Literatur beschrieben, deren Koeffizienten mit Hilfe experimentell ermittelter Spannungs-Dehnungs-Kurven bestimmt werden. Der Vergleich der Materialmodelle ergibt, dass ein nach YEOH [135] modelliertes Material, welches die nichtlineare Beziehung zwischen Spannung und Dehnung abbildet, am besten mit dem experimentell beobachteten Verformungsverhalten übereinstimmt. Sowohl die Profilblockoberfläche als auch die Reiboberfläche werden als glatt modelliert, da eine Beschreibung der Reiboberfläche mit diskretisierter Rauheit numerisch sehr aufwändig ist. Das Modell beinhaltet ein lokales Reibgesetz nach HUEMER ET AL. [48], das von der Relativgeschwindigkeit sowie der Flächenpressung abhängt, vgl. Gl. (2.5). Darüber hinaus integriert HOFSTETTER in ihre Modellierung die Temperaturabhängigkeit des lokalen Reibwertes nach der von HUEMER ET AL. [48] vorgeschlagenen Methode, indem mit der in Abschnitt 2.1 behandelten WLF-Gleichung eine äquivalente Geschwindigkeit bestimmt wird, vgl. Gl. (2.6). Diesem Ansatz liegt die Annahme zugrunde, dass es zulässig ist, in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit ermittelte Reibwertverläufe nach der WLF-Theorie zu behandeln. Die sich durch die gesamte Arbeit ziehende thermomechanische Behandlung ist numerisch sehr aufwändig. Ein Vergleich mit einer rein mechanischen Modellierung zeigt zudem, dass der Einfluss der durch Reibung in der Kontaktfläche entstehenden Wärme auf das Reibverhalten gering ist. Dies liegt zum einen an der geringen Wärmeleitfähigkeit des Elastomermaterials, welche zu einer nennenswerten Erwärmung des Profilblocks vornehmlich in unmittelbarer Nähe der Kontaktfläche führt. Zum anderen sind die sich ergebenden Reibwertunterschiede bei realer und äquivalenter Gleitgeschwindigkeit in dem von HOFSTETTER modellierten Parameterbereich gering. Die thermomechanische Kopplung gibt dennoch Einblicke in die Temperaturver-

teilung des experimentell schwierig zugänglichen Inneren des Profilblocks. Weiterhin ist das Modell in der Lage, Verschleißeffekte zu erfassen. Dies ist durch ein iteratives Vorgehen implementiert: Über ein Verschleißgesetz nach Gl. (2.26) wird das lokale Verschleißvolumen berechnet. Nach der Simulation wird das Finite-Elemente-Netz nach Maßgabe des lokalen Verschleißes verändert und ein neuer Simulationslauf gestartet. Somit ist die Geometrie des Profilblocks während einer Simulation unverändert. Der Vergleich zwei- und dreidimensionaler Simulationen zeigt sowohl für das Verformungs- als auch für das berechnete Reibverhalten nur geringe Unterschiede.

KOEHNE ET AL. [59] untersuchen das Kontaktverhalten von Profilblöcken mit parallelogrammartiger Kontur. Hierzu dient ein dreidimensionaler Finite-Elemente-Ansatz mit einem MOONEY-RIVLIN-Materialmodell, das mit experimentellen Untersuchungen verglichen wird. Der verwendete und modifizierte Reifenprüfstand ermöglicht die Messung der Kontaktspannungen in der Bodenaufstandsfläche des Reifens durch den Einsatz von Dreikomponenten-Kraftsensoren mit einer Sensoroberfläche von  $1 \text{ mm}^2$ , die zu einer guten Ortsauflösung führt. Der Vergleich der experimentell ermittelten Kontaktspannungen mit denen der Simulationen zeigt qualitative Übereinstimmungen.

LIU ET AL. [80] bilden das dynamische Verhalten eines Profilblocks durch parallelgeschaltete viskoelastische Federelemente ab. Jede Feder repräsentiert hierbei ein diskretes Volumenelement  $V_i = A_i h_i$  mit der Grundfläche  $A_i$  und der Höhe  $h_i$ , so dass über die Anzahl und räumliche Verteilung der Federelemente die Profilblockgeometrie approximiert werden kann. Jedes Federelement besteht derzeit aus 24 parallelgeschalteten MAXWELL-Elementen, vgl. [132], deren Parameter aus dem viskoelastischen Spektrum ermittelt werden. Die Federn untereinander sind nicht gekoppelt und masselos. Die Modellparameter werden anhand von Impulsantworten experimentell verifiziert. Dieses Modell dient insbesondere der Ermittlung vertikaler Kräfteanregungen durch einen einzelnen Profilblock beim Eintritt in die Bodenaufstandsfläche. Ein neu entwickelter Prüfstand, der in Abschnitt 2.6.6 näher beschrieben wird, dient der Untersuchung des dynamischen Profilblockverhaltens. Der experimentell ermittelte Normalkraftverlauf stimmt gut mit den Ergebnissen des viskoelastischen Federmodells überein.

TRIVISONNO ET AL. [125] führen bereits im Jahr 1967 umfangreiche experimentelle Untersuchungen zum Quietschverhalten profilierter Fahrzeugreifen durch, das sie auf hochfrequente Stick-Slip-Schwingungen der Profilblöcke in der Bodenaufstandsfläche zurückführen. Dabei findet eine Variation der mechanischen Eigenschaften durch eine Reihe verschiedener Elastormischungen statt. Die Durchführung der Versuche erfolgt an einem Reifenversuchsstand unter einem Schräglaufwinkel von  $6^\circ$ . Unter diesen Bedingungen tritt die größte Spreizung der Ergebnisse auf, was somit eine verlässliche Versuchsauswertung erlaubt. Die Profilblöcke sind auf einer Rayonkarkasse aufgebracht, wodurch der eigentliche Versuchsreifen entsteht. Die Variation der Elastormischung sowie der Profilblockgeometrie ermöglicht die gezielte Untersuchung des Einflusses einzelner Profilparameter in Hinblick auf das Reifenquietschen. Die Quietschgeräusche werden mit einem Mikrofon aufgezeichnet und bezüglich des Schalldruckpegels ausgewertet. Die

Bestimmung des Schalldruckpegels erfolgt in einer ersten Versuchsreihe in Abhängigkeit von der Abrollgeschwindigkeit. Die Ergebnisse zeigen einen über der Abrollgeschwindigkeit ansteigenden Schalldruckpegel. Die Schalldruckpegel einiger Elastomermischungen weisen jedoch über der Geschwindigkeit ein Maximum auf, fallen also bei hohen Geschwindigkeiten wieder ab. Darüber hinaus finden Fahrversuche durch eine stationäre Kreisfahrt mit den Prüfreifen statt, um die Ergebnisse mit den im Labor gemessenen Werten vergleichen zu können. Es treten zwar Abweichungen auf, jedoch zeigt sich eine grundsätzliche Vergleichbarkeit der Prüfstands- und Fahrversuche. Die Abweichungen erklären die Autoren durch die schwierig zu reproduzierenden Bedingungen während der Fahrversuche. TRIVISONNO ET AL. finden einen in guter Näherung linearen Zusammenhang zwischen Materialhärte und Schalldruckpegel. Eine eindeutige Abhängigkeit des Schalldruckpegels von der Rückprallelastizität ist jedoch nicht gemessen worden.

Die Modellierung der auftretenden Stick-Slip-Schwingungen gelingt durch die Beschreibung des Profilblocks als gedämpfter Einmassen-Reibschwinger, der gedanklich dem Reibschwinger aus Abschnitt 2.4 entspricht, mit der zugehörigen Bewegungsgleichung

$$m\ddot{x} + F_{vi}(\dot{x}) + F_{el}(x) + F_R(v_{rel}) = 0, \quad (2.37)$$

wobei der Freiheitsgrad  $x$  die horizontale Verschiebung der Profilblockeinlaufkante beschreibt. Die effektiv schwingende Masse des Profilblocks wird mit  $m$  bezeichnet. Die aus dem viskosen Verformungsanteil des Materials resultierende Rückstellkraft  $F_{vi}(\dot{x})$  hängt von der Verformungsgeschwindigkeit  $\dot{x}$  ab. Die aus dem elastischen Verformungsanteil des Materials resultierende Rückstellkraft  $F_{el}(x)$  ist von der Verformung  $x$  abhängig. Die resultierende Reibkraft  $F_R$  in der Kontaktfläche hingegen hängt von der Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$  zwischen Profilblock und Fahrbahnoberfläche ab. TRIVISONNO ET AL. ermitteln wohl aufgrund der zu dieser Zeit noch nicht allgemein zugänglichen digitalen Rechenteknik die Phasenkurve  $\dot{x}(x)$  grafisch, indem Gl. (2.37) nach dem Gradienten der Phasenkurve aufgelöst wird

$$\frac{d\dot{x}}{dx} = -\frac{F_{vi}(\dot{x}) + F_{el}(x) + F_R(v_{rel})}{m\dot{x}}. \quad (2.38)$$

Die Bestimmung der Größen auf der rechten Seite von Gl. (2.38) findet wie folgt statt: Zunächst wird ein Anfangszustand zum Zeitpunkt  $t_0$  für die Verformung  $x_0 = x(t_0)$  sowie die Verformungsgeschwindigkeit  $\dot{x}_0 = \dot{x}(t_0)$  festgelegt, der grundsätzlich frei wählbar ist. Die Kraft  $F_{el}(x)$  berechnet sich über die Verformung  $x$ , die Profilblockhöhe  $h$ , die Querschnittsfläche  $A_0$  sowie den aktuellen Speicherschubmodul  $G'(\omega)$  zu

$$F_{el}(x) = \frac{G'(\omega_{ss}) A_0}{h} x. \quad (2.39)$$



Analog dazu bestimmt sich die viskose Rückstellkraft  $F_{vi}(\dot{x})$  zu

$$F_{vi}(\dot{x}) = \frac{G''(\omega_{ss}) A_0}{\omega_{ss} h} \dot{x}. \quad (2.40)$$

Die Kreisfrequenz  $\omega_{ss}$  beschreibt die Kreisfrequenz der Stick-Slip-Schwingung und wird zur Bestimmung des frequenzabhängigen Speichermoduls  $G'(\omega)$  und des frequenzabhängigen Verlustmoduls  $G''(\omega)$  benötigt. Sie wird näherungsweise durch die freie, ungedämpfte Eigenfrequenz  $\omega_0$  des Einmassenschwingers berechnet

$$\omega_{ss} \approx \omega_0 = \sqrt{\frac{G'(\omega_0) A_0}{mh}}. \quad (2.41)$$

Die Abweichung, die durch diese Vereinfachung hervorgerufen wird, stufen die Autoren als gering ein. Da die Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  vom frequenzabhängigen Speichermodul  $G'(\omega)$  abhängt, kann die Eigenkreisfrequenz nicht direkt berechnet werden, sondern ist iterativ zu bestimmen: Für einen beliebigen Startwert des Speichermoduls wird nach Gl. (2.41) die zugehörige Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  berechnet, für die aus der frequenzabhängigen Schubmodulkurve der zugehörige Speicherschubmodul abgelesen wird, vgl. **Bild 2.2** links. Dieser abgelesene Speichermodul wird wiederum zur Berechnung der iterierten Eigenkreisfrequenz verwendet. Dieses Verfahren setzt sich so lange fort, bis ein Wert für den Speichermodul bei einer Frequenz erreicht ist, der näherungsweise der Eigenfrequenz entspricht.

Die Reibkraft  $F_R$  in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit  $v_{rel}$  liegt bei TRIVISONNO ET AL. in Form von experimentellen Ergebnissen vor und ist somit bekannt. Es ist nun möglich, für einen beliebigen Startpunkt  $(x_0, \dot{x}_0)$  die Phasenkurve grafisch für die gewählten Elastormischungen zu bestimmen. Hier zeigen sich in Abhängigkeit der Elastormischungen sowohl stabile Stick-Slip-Grenzzzykel, was zum Quietschen führt als auch ein Abklingen der Schwingungen, gleichbedeutend mit einem Nichtauftreten des Quietschens. Da eine experimentelle Validierung des Modells über direkte Messungen in der Bodenaufstandsfläche nicht möglich ist, werden aus der Geschwindigkeitsamplitude der Schwingung sowie der Stick-Slip-Frequenz  $f_{ss}$  der Schalldruckpegel vereinfacht berechnet, vgl. [125]. Die Vorhersage des Schalldruckpegels für eine Variation der Profilblockhöhe gelingt mit diesem Ansatz. Eine Übertragbarkeit auf alle Elastormischungen ist jedoch nur eingeschränkt gegeben. Hier zeigen sich Abweichungen von 3 dB zwischen Experiment und Modell. Bei Berücksichtigung der geringen Modellierungstiefe stellt dieser Ansatz jedoch ein sehr gutes Ergebnis dar.

BSCHORR ET AL. [14] führen als eine Ursache des Reifen-Fahrbahn-Geräuschs das Schwingen von Profilblöcken an. In diesem Zusammenhang werden Schwingungen genannt, die durch das Ausschnappen des Profilblocks aus der Bodenaufstandsfläche des Reifens entstehen. Dieser Effekt wird bei einer Profilierung mit Einzelstollen stärker vermutet als bei einem zusammenhängenden Profil mit längeren Stollen.

Aufgrund der hohen dynamischen Steifigkeit der Karkasse im Vergleich zum einzelnen Profilblock wird die Karkasse für die Modellierung von Profilblockschwingungen als starr angenommen. Die Modellbildung eines einzelnen Profilblocks erfolgt durch Berücksichtigung der Profilblockhöhe  $h$ , der nominellen Kontaktfläche  $A_0$ , des Elastizitätsmoduls  $E$ , des Schubmoduls  $G$  sowie der Materialdichte  $\rho$ . Die Modellierung geschieht als Einfreiheitsgradsystem für jede Raumrichtung getrennt, hieraus ergeben sich zwei Eigenschwingungen in Schubrichtung sowie eine in Normalrichtung. Die Eigenkreisfrequenzen  $\omega_{0,L}$  in Schubrichtung errechnen sich aus der Schubsteifigkeit

$$K_S = \frac{GA_0}{h} \quad (2.42)$$

und der näherungsweise angegebenen mitschwingenden Masse  $m_S = \frac{1}{2}\rho h A_0$  zu

$$\omega_{0,L} = \sqrt{\frac{2G}{\rho h^2}}. \quad (2.43)$$

Für die Eigenkreisfrequenz in Normalrichtung  $\omega_{0,N}$  ergibt sich analog

$$\omega_{0,N} = \sqrt{\frac{2E}{\rho h^2}}. \quad (2.44)$$

Als weiteren Lärm verursachenden Mechanismus nennen BSCHORR ET AL. Schlupf-schwingungen, welche sich wiederum in das Reifenquietschen sowie Schlupfschwingungen im Ein- und Auslauf unterteilen lassen. Als Ursache für das Reifenquietschen sehen BSCHORR ET AL. reibungsinduzierte Schwingungen der Profilblöcke. Zur Modellierung findet wie zur Beschreibung der Profilblockschwingungen durch Ausschneiden ein Einfreiheitsgradsystem Anwendung. Diesem Einfreiheitsgradsystem wird durch den Reibprozess eine Reibkraft eingeprägt, die durch die Normalkraft  $F_N = p_N A_0$  und einen von der Relativgeschwindigkeit zwischen Profilblock und Fahrbahn abhängigen Reibwert  $\mu(v_{\text{rel}})$  berechnet werden kann.

KRÖGER ET AL. [64] sowie LINDNER [77] untersuchen die Stick-Slip-Schwingungen von Reifenprofilblöcken sowohl theoretisch als auch experimentell. Die Untersuchungen offenbaren einen großen Einfluss der Kontaktpartner sowie der Profilblockkonditionierung. An dem in Abschnitt 2.6.2 beschriebenen IDS-Tribometerprüfstand werden experimentelle Untersuchungen zum Stick-Slip-Verhalten von Modellprofilblöcken durchgeführt. LINDNER und KRÖGER verwenden hierzu Profilblöcke mit einer Kontaktfläche von  $15 \times 15 \text{ mm}^2$ , einer Höhe von 10 mm und unterscheiden zwischen drei verschiedenen Vorkonditionierungen: Die erste Variante ist durch eine nach der Vulkanisierung unbehandelte Kontaktfläche sowie eine unbehandelte Ein- und Auslaufkante gekennzeichnet. Bei der zweiten Variante werden die Ein- und Auslaufkante mit einem Radius von 1 mm versehen, wodurch ein eingelaufener Zustand des Profilblocks am realen Fahrzeugreifen

nachgebildet werden soll. Die Kontaktfläche ist auch bei dieser Variante nach der Vulkanisierung unbehandelt. In Anlehnung an eine realistischere Kontaktsituation wird in der dritten Variante zusätzlich zu den Radien an der Ein- und Auslaufkante die Kontaktfläche mit einem Korundschleifmittel angeschliffen. Die Reiboberfläche besteht für alle drei Varianten aus Glas.

Während der Messungen wird die Auslenkung und die Auslenkungsgeschwindigkeit der Einlaufkante mit einem Einpunkt-Laservibrometer sowie die Reib- und die Normalkraft gemessen. Bei allen drei Profilblockvarianten sind Stick-Slip-Erscheinungen zu beobachten.

Für die erste Variante, also den nach der Vulkanisierung unbehandelten Profilblock, bildet sich an der Einlaufkante eine Lippe. Die Auswertung der Messsignale liefert zwei vorherrschende Frequenzbereiche, die gleichzeitig auftreten: Die niederfrequenten Schwingungen liegen bei 180 Hz, während die höherfrequenten Schwingungen in einem breiten Frequenzband zwischen 1500 Hz und 5000 Hz auftreten und ein Quietschgeräusch verursachen.

Bei den Versuchen mit der zweiten Profilblockvariante mit Radien von 1 mm an den Kanten bildet sich die scharfe Lippe an der Einlaufkante nicht mehr aus. Das überlagerte Auftreten eines nieder- und hochfrequenten Frequenzanteils ist jedoch auch bei dieser Variante zu beobachten. Die niederfrequenten Schwingungen liegen nun bei etwa 100 Hz, während sich das Quietschen über einen breiteren Frequenzbereich von 1 bis 10 kHz erstreckt. Durch die mit den Verformungen des Blocks einhergehenden dynamischen Normalkraftschwankungen hebt der Profilblock während der niederfrequenten Stick-Slip-Bewegung kurzzeitig von der Reiboberfläche ab.

Die dritte Profilblockvariante mit Radien von 1 mm an den Kanten und angeschliffener Kontaktfläche zeigt zwei schmalbandige Frequenzbereiche. Die niederfrequente Schwingung liegt bei etwa 30 Hz und das überlagerte schmalbandige Quietschen bei 2000 Hz mit ausgeprägten Oberwellen. Bei Untersuchungen mit der dritten Profilblockvariante auf einer Korundoberfläche detektiert LINDNER [77] Stick-Slip-Schwingungen bei einer Frequenz von 30 Hz. Hochfrequente Schwingungen treten bei dieser Versuchskonfiguration nicht auf.

Die Modellierung der Stick-Slip-Schwingungen des Profilblocks erfolgt mit einem Einfreiheitsgrad-Reibschwinger, wobei die Ankopplung der Punktmasse an die Umgebung durch eine andere als die bisher in dieser Arbeit gezeigten Parallelschaltung von Feder und Dämpfer realisiert wird: Parallel zu einer Feder ist eine Reihenschaltung eines Dämpfers und einer weiteren Feder vorhanden. Diese Anordnung wird als lineares Standardmodell der Viskoelastizität bezeichnet [4]. Die Punktmasse hat einen Reibkontakt zu einer sich mit konstanter Geschwindigkeit bewegenden Unterlage. Alle Modellparameter sind vorab durch geeignete Experimente bestimmt worden. Die in Abhängigkeit der Relativgeschwindigkeit für eine Korundoberfläche identifizierte Reibwertkennlinie geht direkt als Eingangsgröße in die Simulation ein. Es sind ausgeprägte Stick-Slip-Grenzyklen

zu beobachten. Zu Beginn der Haftphasen wird in der Messung eine Überhöhung der Auslenkungsgeschwindigkeit beobachtet, die durch das Einfreiheitsgradsystem nicht abgebildet werden kann. Der Vergleich von Experiment und Simulation zeigt dennoch sowohl in Hinblick auf die Schwingungsamplitude als auch auf die Stick-Slip-Frequenz eine gute Übereinstimmung.

KENDZIORRA UND HÄRTEL [54] untersuchen das Stick-Slip-Verhalten von Reifenprofilblöcken auf Glas am IDS-Tribometerprüfstand und beobachten neben Haft-Gleit-Übergängen bei der verwendeten Laufstreifenmischung ein Abheben des Profilblocks von der Reiboberfläche. Dabei beträgt die kontaktfreie Zeit bis zu 30 % der Stick-Slip-Periodendauer. Durch das Abheben, hier ist  $\mu = 0$ , wird der mittlere Reibwert erheblich reduziert. Er beträgt  $\mu \approx 1,0$  während er für reine Gleitreibung ohne Abheben bei  $\mu \approx 3,0$  liegt.

RIEGER [109] untersucht in seiner Dissertation Elastomerreibung in einem großen Geschwindigkeits- sowie Temperaturbereich und berücksichtigt dabei den Einfluss der entstehenden Reibungswärme. Das dort vorgestellte phänomenologische Modell beschreibt die Hysterese- und die Adhäsionskomponente der Elastomerreibung. Bei seinen Experimenten stellt RIEGER einen zur Quadratwurzel der Geschwindigkeit proportionalen Anstieg der Oberflächentemperatur der Reibprobe fest. Es gelingt, diese Abhängigkeit durch einen theoretischen Ansatz abzubilden. Experimente bei sehr kleinen Geschwindigkeiten im Bereich von 0,001 bis 10 mm/s in einem großen Temperaturbereich von  $-60^{\circ}\text{C}$  bis  $+50^{\circ}\text{C}$  zeigen, dass für diese Prüfbedingungen das Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzip Gültigkeit besitzt. Wird bei hohen Gleitgeschwindigkeiten (bis ca. 10 m/s) die Proben temperatur berücksichtigt, kann auch hier das Zeit-Temperatur-Superpositionsprinzip sinnvoll angewandt werden. Zur Untersuchung des Einflusses der Reibungswärme auf die Hysteresekomponente sind von RIEGER Messungen mit geschmierten Reibkontakten durchgeführt worden. Das gemessene Temperaturprofil im Innern des Elastomers ergibt hier ein Maximum der Temperatur unterhalb der eigentlichen Reiboberfläche.

GÄBEL [34] führt eine experimentell abgesicherte Modellbildung des Normal- und Tangentialkontakts eines einzelnen Reifenprofilblocks durch. Drucksensitive Folien, die zwischen die ruhenden Kontaktpartner platziert werden, erlauben eine realistische Abschätzung sowohl der wahren Kontaktfläche als auch der Pressungsverteilung für verschiedene nominelle Flächenpressungen. Die Auswertung zeigt einen nahezu linearen Zusammenhang zwischen wahrer Kontaktfläche und aufgebrachtener Normalkraft. Weiterhin untersucht GÄBEL experimentell den Zusammenhang von Normalkraft und sich ergebender Normalverschiebung. Die Ergebnisse führen auf einen nichtlinearen Zusammenhang zwischen beiden Größen, aus denen sich die sogenannte globale Kontaktsteifigkeit ableitet, die im Rahmen der vorliegenden Arbeit für die Modellbildung verwendet wird.

Zur Abbildung der beobachteten Phänomene entwickelt GÄBEL ein im Mikrometerbereich auflösendes, dreidimensionales Kontaktmodell, welches den Profilblock als Paral-

lenschaltung von Federelementen mit konstanter Federsteifigkeit abbildet. Zur Berücksichtigung struktureller Effekte sind die Federelemente untereinander gekoppelt. Durch einen Vergleich mit einem Finite-Elemente-Modell gelingt die Identifikation realistischer Modellparameter. Das Modell erlaubt die Berechnung der wahren Kontaktfläche zwischen Profilblock und Fahrbahnoberfläche sowie der lokalen Kontaktdruckverteilung. Die Übereinstimmung mit korrespondierenden Experimenten wertet der Autor als hinreichend gut. Der Nachteil einer vergleichsweise langen Rechenzeit durch die feine Ortsauflösung wird kompensiert, indem das Modell in einen Mehrskalen-Ansatz überführt wird.

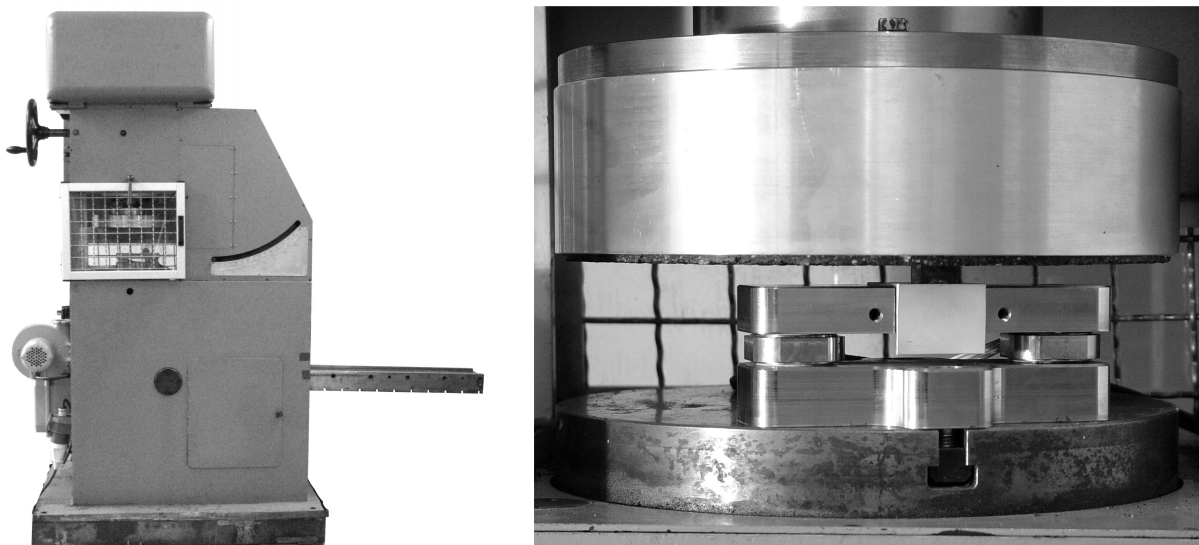
Im zweiten Teil der Dissertation von GÄBEL werden Tangentialkontaktphänomene untersucht. Analog zur Beschreibung der globalen Kontaktsteifigkeit für den Normalkontakt wird die Tangentialkontaktsteifigkeit aus dem Gradienten der Tangentialkraft-Tangentialverschiebungskennlinie gewonnen. Die durchgeführten Messungen sind wegen des einsetzenden Mikroschlupfs durch lokales Überschreiten der Haftgrenze weitaus aufwändiger. In Anlehnung an das Normalkontaktmodell entwickelt GÄBEL ein gekoppeltes Federmodell zur Beschreibung des Tangentialkontakts, aus dem sich die tangentialen Verschiebungen und Tangentialspannungen an den sich kontaktierenden Asperitäten bestimmen lassen. Darüber hinaus wird das Reibverhalten verschiedener Profilblockgeometrien auf realen Fahrbahnoberflächen experimentell untersucht. Weitere experimentelle Untersuchungen zeigen eine Abhängigkeit des Reibwerts von der Gleitgeschwindigkeit sowie von der nominellen Flächenpressung. Die Ergebnisse dieser Untersuchungen werden im Rahmen der vorliegenden Arbeit zur realistischen Abbildung der lokalen Reibphänomene verwendet. Die statistische Analyse des Reibwertsignals über der Zeit erlaubt neue Einblicke in das Reibverhalten von Profilblöcken. Der Reibwert weist näherungsweise eine Normalverteilung auf, wodurch z. B. über die Varianz Aussagen zur lokalen Kontaktdynamik getroffen werden können. Die Auswertung des Einlaufprozesses von Profilblöcken bezüglich des Verschleißverhaltens zeigt, dass sich zu Beginn des Reibvorgangs oftmals eine Lippe an der Einlaufkante ausbildet, die nach kurzer Gleitstrecke abgerieben ist. Nach dieser Einlaufphase mit hoher Verschleißrate ist eine annähernd konstante Verschleißrate beobachtet worden.

## 2.6 Experimentelle Einrichtungen zur Untersuchung von Profilblöcken

In diesem Abschnitt werden experimentelle Einrichtungen vorgestellt, die zur Untersuchung des Reibverhaltens von Profilblöcken entwickelt worden sind bzw. an denen zum gegenwärtigen Zeitpunkt das Reibverhalten von Profilblöcken untersucht wird. Diese Übersicht kann nicht vollständig sein, da eine Vielzahl von Prüfständen existiert, die in Forschungsabteilungen der Reifenindustrie eingesetzt werden und somit kaum zugänglich sind. Es wird an dieser Stelle ganz bewusst eine Abgrenzung gegenüber Prüfständen vorgenommen, die allein das Reibverhalten lokaler Reibproben oder des gesamten Reifens behandeln. Zur ausschließlichen Untersuchung des lokalen Reibverhaltens existiert eine Vielzahl von Tribometerprüfständen, die sich in ihrer Konstruktion sowie ihrem Parameterbereich unterscheiden. Auf eine Darstellung wird aufgrund des fehlenden Bezugs zur Dynamik von Reifenprofilblöcken im Rahmen dieser Arbeit verzichtet.

### 2.6.1 Schwerlasttribometer

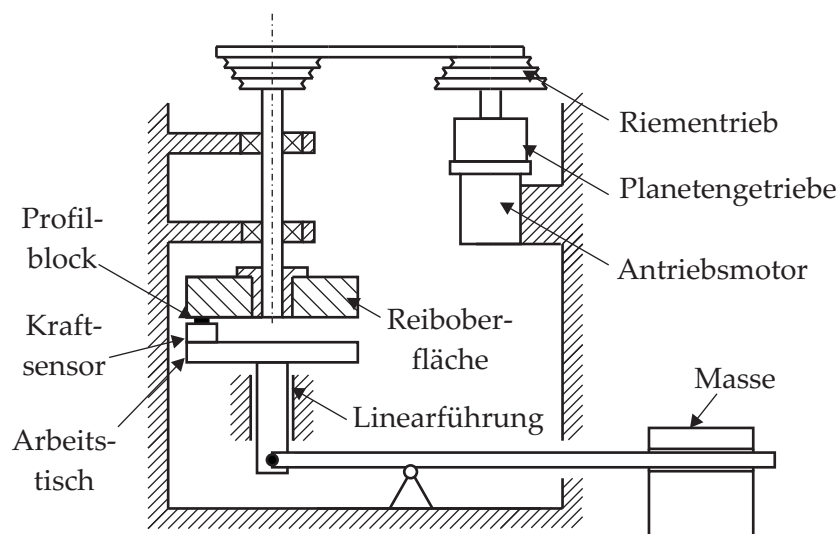
Das Schwerlasttribometer mit der Prototypenbezeichnung R-G 015 ist 1961 am Institut für Werkstoffe des Forschungszentrums der Luftfahrtindustrie in Pirna zur Untersuchung von Reibungs- und Verschleißproblemen entwickelt worden und befindet sich heute am Institut für Maschinenelemente, Konstruktion und Fertigung der Technischen Universität Bergakademie Freiberg. Bei der Konstruktion ist verstärkt Wert darauf gelegt worden, Messungen bei hohen Normalkräften und hohen Geschwindigkeiten durchführen zu können, siehe **Bild 2.5** und **Bild 2.6**.



**Bild 2.5:** Seiten- und Detailansicht des Schwerlasttribometers

Es handelt sich um ein Rotationstribometer, bei dem der Profilblock feststeht und die Reiboberfläche rotiert. Der Grundrahmen des Prüfstands ist als geschlossene Schweißkonstruktion in Form eines Standgeräts ausgeführt. Die Reibfläche ist auf der Prüfstandswelle befestigt und wird über ein zuschaltbares Umlaufrädergetriebe und eine Keilriemenstufe von einem Elektromotor angetrieben. Die Prüfstandswelle ist vertikal angeordnet, somit liegt die Reiboberfläche horizontal und befindet sich oberhalb des Profilblocks. Der polumschaltbare Drehstrom-Asynchronmotor hat drei Drehzahlstufen und eine Antriebsleistung von 3,5 kW. Durch den Keilriementrieb sind durch Umlegen der Riemen auf den Stufenscheiben vier Übersetzungen realisierbar. Das nachgeschaltete Umlaufrädergetriebe führt durch Zu- oder Abschalten zu einer Verdopplung der Anzahl der möglichen Gesamtübersetzungsstufen. Diese Gestaltung des Antriebs gestattet eine Drehzahlvorgabe an der Arbeitsspindel in 20 unterschiedlichen Stufen zwischen 4 und 2800 Umdrehungen pro Minute. Die Geschwindigkeit im Kontakt beträgt maximal 30 m/s. Die Reibprobe ist auf dem Kraftsensor montiert, der wiederum mit dem Arbeitstisch verbunden ist. Der Kraftsensor besteht aus zwei vorgespannten Dreikomponenten-Piezokraftaufnehmern in Parallelanordnung, wodurch der Einfluss des parasitären Biegemoments minimiert wird. Die Normalkraft auf die Reibprobe erzeugen zwei Gewichtskörper mit einer Masse von 100 kg, deren Gewichtskräfte durch eine Hebelanordnung auf den Reibkontakt umgelenkt werden. Der Abstand der Gewichtskörper vom Drehpunkt des Hebels ist stufenlos einstellbar, wodurch die Normalkraft auf die Kontaktpaarung vorgegeben wird.

Der Prüfstand erlaubt die Aufbringung von Normalkräften bis zu 15 kN. Somit lassen sich hohe Flächenpressungen, wie sie unter LKW-Bedingungen auftreten, auch mit Proben großer nomineller Kontaktflächen realisieren. Typische Anwendungen sind die Ermittlung stationärer Reibwert- und Verschleißkennfelder auf rauen Oberflächen wie beispielsweise auf Schleifpapier, Korundscheiben oder realen Fahrbahnoberflächen unter Variation der Geschwindigkeit sowie der Flächenpressung. Im Rahmen dieser Arbeit sind an diesem Prüfstand Verschleißuntersuchungen an Profilblöcken durchgeführt worden.



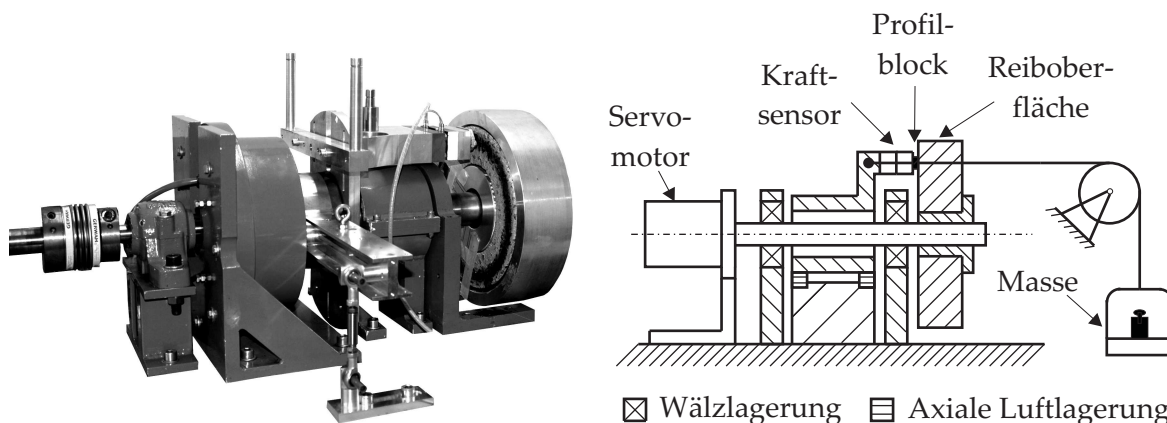
**Bild 2.6:** Prinzipskizze des Schwerlasttribometers

## 2.6.2 IDS-Tribometer

Der Tribometerversuchsstand des Instituts für Dynamik und Schwingungen (IDS) der Leibniz Universität Hannover erlaubt die experimentelle Bestimmung von Reibwerten in Abhängigkeit der Parameter Relativgeschwindigkeit, Normalkraft sowie Umgebungstemperatur. Die Relativgeschwindigkeit zwischen den Kontaktpartnern wird über eine rotierende Scheibe vermittelt, auf die der Profilblock mittels umgelenkter Gewichtskräfte gezogen wird. Die maximale Normalkraft beträgt 200 N. Ein Servomotor treibt die Reibscheibe an, siehe **Bild 2.7**. Durch ein Planetengetriebe sowie einen optionalen Vorgelegezahnriementrieb werden Relativgeschwindigkeiten zwischen 0,1 mm/s und 3000 mm/s erreicht. Die Drehachse des Prüfstands ist horizontal angeordnet, somit liegt die Reiboberfläche vertikal. Die variable Ansteuerung des Servomotors erlaubt die Untersuchung des instationären Reibverhaltens.

Es stehen Reibscheiben aus Beton, Asphalt, Korundgewebe in verschiedenen Körnungen, Aluminium, Stahl und Glas zur Verfügung. Der Profilblock wird auf einen Probenhalter geklebt und dieser mit der Probenaufnahme verschraubt. Der Freiheitsgrad der Probenaufnahme senkrecht zur Reibscheibenoberfläche ist mit Hilfe von Axialluftlagern nahezu reibungsfrei realisiert, so dass auch bei sehr kleinen Normalkräften gemessen werden kann. Das Axialluftlager sperrt gleichzeitig alle anderen Freiheitsgrade bis auf den Rotationsfreiheitsgrad der Probenaufnahme um die Drehachse der Prüfstandswelle. Letzterer wird durch eine Pendelstütze festgesetzt. Piezoelektrische Kraftaufnehmer in Parallelanordnung messen die Kontaktkräfte.

Untersuchungen zum Einfluss der Umgebungstemperatur sind realisierbar, indem eine Temperaturkammer eingesetzt wird, welche die Kontaktpartner umschließt. Durch das Zuführen vorgewärmter Luft werden in der Kammer Temperaturen bis ca. 60°C erreicht. Der IDS-Tribometerprüfstand ist insbesondere für die Untersuchung einzelner Profilblöcke bei kleinen bis mittleren Flächenpressungen geeignet. Durch den guten Zugang zum Reibkontakt sind Schwingungs- und Temperaturmessungen unmittelbar am Profilblock möglich. Einige der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Reibwert- sowie Kontaktstei-



**Bild 2.7:** Links: Seitenansicht des IDS-Tribometerprüfstands mit Betonscheibe als Kontaktpartner; rechts: Prinzipskizze des IDS-Tribometerprüfstands



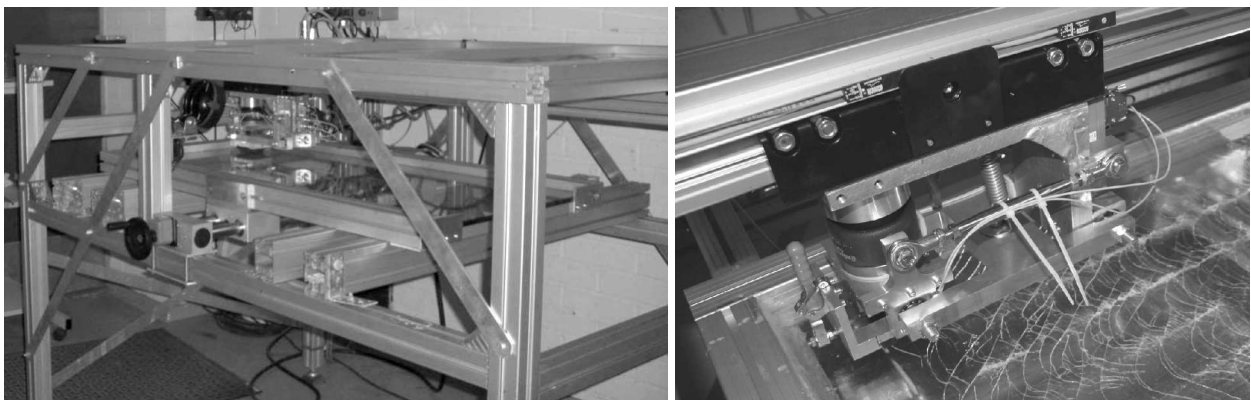
figkeitsuntersuchungen sind von GÄBEL [34] an dieser Versuchseinrichtung durchgeführt worden.

### 2.6.3 Mini-mue-road

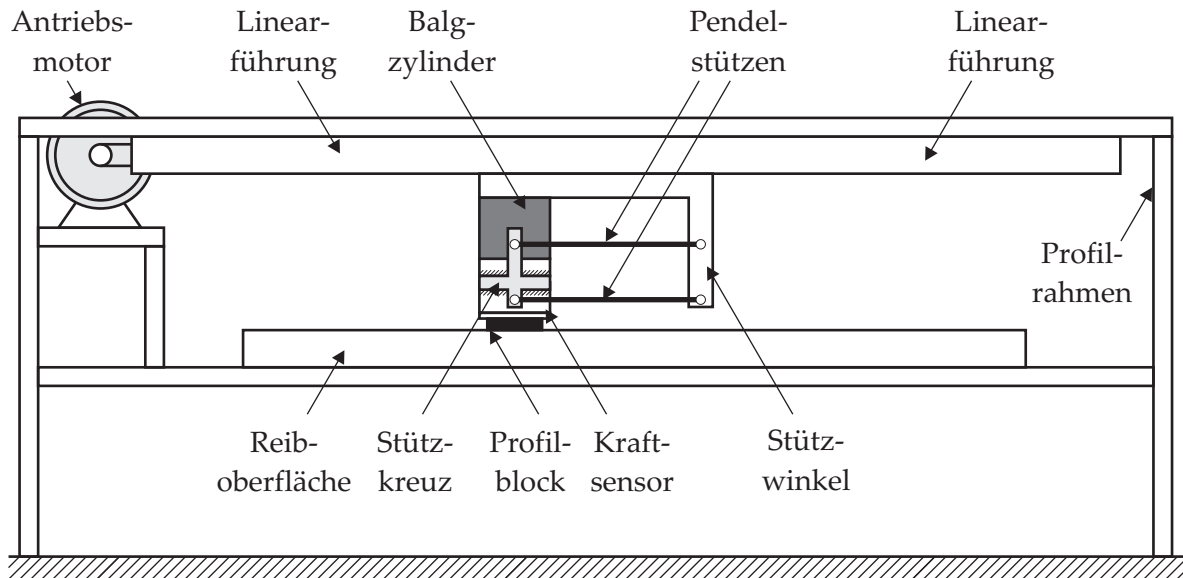
Der Prüfstand Mini-mue-road befindet sich am Laboratory of Automotive Engineering der Helsinki University of Technology und ist im Rahmen des Projektes Arctic Friction Research (ARTTU) für Reibuntersuchungen von Elastomeren auf Eisoberflächen entwickelt worden [126]. Es stehen jedoch ebenfalls Glas-, Kunststoff-, Beton-, Aluminium- sowie Stahloberflächen zur Verfügung. Die zu untersuchenden Elastomerproben sind üblicherweise quadratisch ( $60 \text{ mm} \times 60 \text{ mm}$ ) und entweder unprofiliert, profiliert oder auch mit Spikes versehen. Darüber hinaus können auch Laufflächenausschnitte realer Fahrzeugreifen verwendet werden. Der Prüfstand befindet sich in einer Kältekammer, um realistische Winterbedingungen bis  $-50^\circ\text{C}$  umsetzen zu können, siehe **Bild 2.8**.

Es besteht die Möglichkeit, die aus Eis bestehende Reiboberfläche durch einen eigenen Glykolkühlkreislauf getrennt von der Lufttemperatur herunterzukühlen. Mit Hilfe eines in die Fahrbahn eingelassenen Widerstandelements kann die Reiboberfläche stattdessen auch beheizt werden. Dieses Prinzip erlaubt die Realisierung unterschiedlichster Fahrbahnzustände. Die Linearbewegung der Reibprobe erzeugt ein Zahnriementrieb, der von einem Elektromotor mit einer Leistung von 4 kW angetrieben wird. Die maximale Verfahrlänge beträgt drei Meter. In Abhängigkeit der Messgeschwindigkeit ergibt sich eine Messlänge von etwa zwei Metern. Die Geschwindigkeit der Probe kann stufenlos zwischen 0,01 und 2,0 m/s variiert werden. Ein Bremswiderstand dient der effizienten Verzögerung. Ein Luftfederbalg erzeugt die Normalkraft auf die Probe, welche über ein Druckregelventil stufenlos einstellbar ist.

Die maximale Normalkraft beträgt 1500 N. Der Freiheitsgrad in Normalrichtung wird mittels eines Viergelenks realisiert, siehe **Bild 2.9**. Zwei Gelenke sind fest am Stützwinkel fixiert, die beiden anderen führen die Reibprobe über das fest mit dem Luftbalg verbun-



**Bild 2.8:** Links: Gesamtansicht des Mini-mue-road-Prüfstands in einer Klimakammer; rechts: Detailansicht der Messeinrichtung mit Eis als Kontaktpartner [126]



**Bild 2.9:** Prinzipskizze des Mini-mue-road-Prüfstands

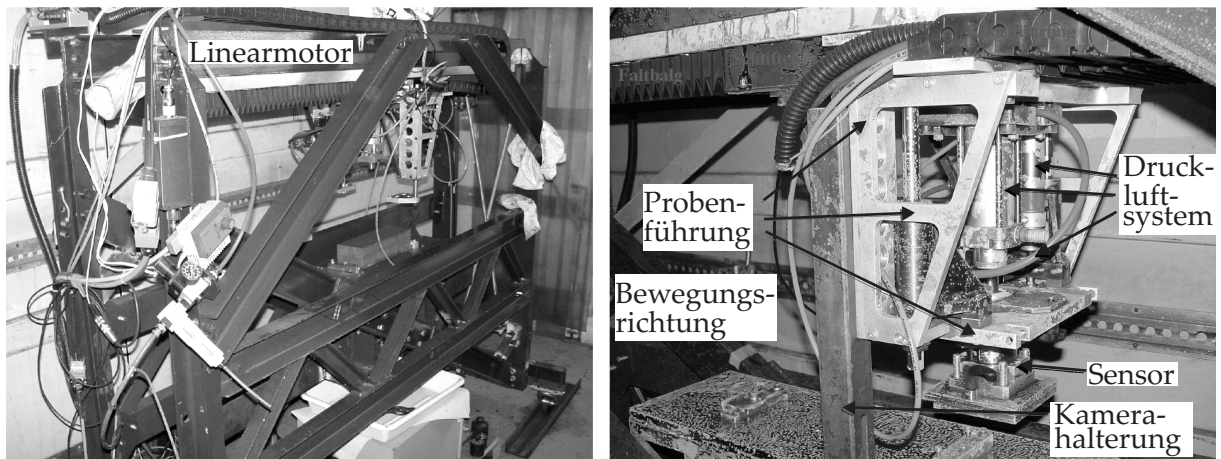
dene Stützblock. Somit ist eine näherungsweise vertikale Bewegung der Reibprobe um die horizontale Ausgangslage möglich, gleichzeitig werden alle anderen Freiheitsgrade gesperrt, siehe auch **Bild 2.8** rechts.

Die Normalkraft und die Reibkraft werden über einen piezoelektrischen Kraftsensor gemessen, der sich zwischen Stützblock und Reibprobe befindet. Der Prüfstand eignet sich insbesondere zur stationären und instationären Reibwertmessung bei winterlichen Bedingungen.

## 2.6.4 Linear Friction Tester

Der Linear Friction Tester (LFT) ist 1996 an der Technischen Universität Wien am Institut für Festigkeitslehre, heute Institut für Mechanik der Werkstoffe und Strukturen, entwickelt worden. Er dient der Untersuchung der Reibung zwischen einer bewegten Profilblockprobe und der feststehenden Reiboberfläche. Der Versuchsstand befindet sich in einem Container, der es ermöglicht, die Umgebungstemperatur von  $-30^{\circ}\text{C}$  bis  $+40^{\circ}\text{C}$  zu variieren. Ein Lineardirektantrieb bewegt die Reibprobe gegenüber der Reiboberfläche. Im Kontakt können Gleitgeschwindigkeiten zwischen  $0,01\text{ mm/s}$  und  $1100\text{ mm/s}$  bei einer Gleitstrecke von  $300\text{ mm}$  erreicht werden, siehe **Bild 2.10** und **Bild 2.11**.

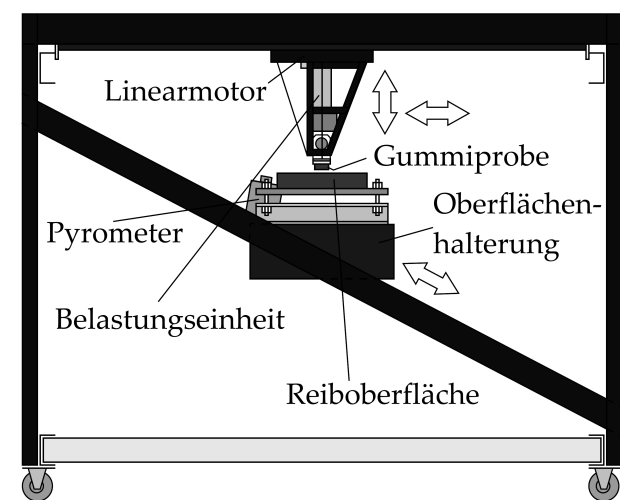
Als Prüfoberflächen stehen Asphalt, Beton, PVC, Glas, Holz und Stahl zur Verfügung. Die Normalkraft, die auf die Reibprobe wirkt, bringt ein zweifachwirkender Pneumatikzylinder auf, der eine maximale Kraft von  $1000\text{ N}$  erreicht. Zur Vermeidung der unerwünschten Einflüsse der Reibkraft der Kolbendichtung des Pneumatikzylinders auf die Normalkraft der Reibprobe wird für die Versuche die Kolbendichtung entfernt.



**Bild 2.10:** Links: Gesamtansicht des Linear Friction Testers in einer Klimakammer; rechts: Detailansicht der Messeinrichtung [71]

Die für den Pneumatikzylinder notwendige Druckluft stellt ein zentraler Kompressor zur Verfügung. Der Luftdruck und somit die resultierende Normalkraft wird vor der Versuchsdurchführung über ein Handventil eingestellt. An der Probenhalterung befindet sich ein weiterer Pneumatikzylinder, der die Aufgabe hat, die Reibprobe nach den Messungen von der Reiboberfläche abzunehmen. Somit ist ein automatisierter Betrieb möglich [71].

Zur Messung der Kontaktkräfte kommt ein piezoelektrischer Dreikomponentenkraftsensor zum Einsatz, dessen Signale über einen Messverstärker zum Messrechner geleitet werden. Der Freiheitsgrad der Reibprobe in Normalrichtung zur Reiboberfläche wird mit Linearkugellagern realisiert, die gleichzeitig alle anderen Freiheitsgrade sperren. Eine diagonal eingebrachte Strebe in der Rahmenkonstruktion erlaubt vor der eigentlichen Messung eine Höheneinstellung der Oberflächenhalterung zur Anpassung an verschiedene Reiboberflächen. Temperaturmessungen in der Kontaktfläche können im Anschluss an die Messung mit Hilfe eines Pyrometers vorgenommen werden.



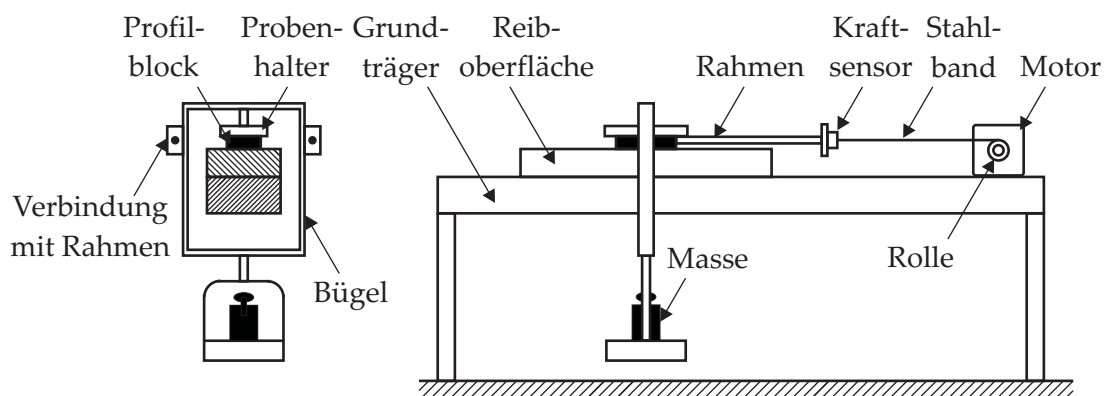
**Bild 2.11:** Prinzipskizze des Linear Friction Testers [71]

Besonderes Augenmerk wird auf die Untersuchung spezieller Prüfkörper für die Reifenentwicklung gelegt. Der sogenannte LFT-Prüfkörper, der eigens für diesen Prüfstand entwickelt worden ist und der sich mittlerweile als Standardprobe auch bei anderen Prüfständen durchgesetzt hat, besitzt die Abmessungen  $80 \text{ mm} \times 20 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$  und hat den Vorteil, dass sehr einfach und schnell Elastomerproben vulkanisiert werden können. Zur Untersuchung der Reibung auf Schnee- und Eisoberflächen werden überwiegend lamellierte LFT-Prüfkörper verwendet.

### 2.6.5 Prüfstand für Stollenmessungen

Im Rahmen der Zusammenarbeit des Instituts für Fahrzeugtechnik der Technischen Universität Karlsruhe mit der Daimler AG ist ein Prüfstand für Stollen- bzw. Profilblockmessungen entwickelt worden [6]. Dieser Linearprüfstand erfasst messtechnisch die Reibkräfte, die Profilblockverformung an der Einlaufkante, den Fahrweg sowie die Fahrweggeschwindigkeit der Reibprobe während der linearen Relativbewegung zwischen Profilblock und Reiboberfläche. Die Normalkraft auf den Profilblock wird über Gewichte aufgebracht. Durch eine Bügelkonstruktion befinden sich die Gewichte unterhalb der Elastomerprobe. Die Linearbewegung wird durch einen Motor erreicht, der ein Stahlband auf eine Rolle aufwickelt. Das Stahlband ist mit dem Rahmen verbunden, der wiederum an der Bügelkonstruktion befestigt ist, siehe **Bild 2.12**.

In den Kraftfluss ist ein Miniatur-Kraftaufnehmer integriert, der die resultierende Reibkraft misst. Die tangentielle Krafteinleitung durch das Stahlband erfolgt exakt auf Höhe des Profilblocks, so dass auf reibungsbehaftete Linearführungen verzichtet werden kann, die einen Teil der Längskraft als Kraftnebenschluss abfangen würden. Ein Linearpotentiometer ermittelt den Fahrweg. Ein Laserabstandssensor, dessen Messpunkt auf die Einlaufkante des Profilblocks fokussiert ist, detektiert deren Verformung. Dies ist insbesondere beim Übergang vom Haft- in den Gleitzustand beim Anfahrvorgang von Interesse.



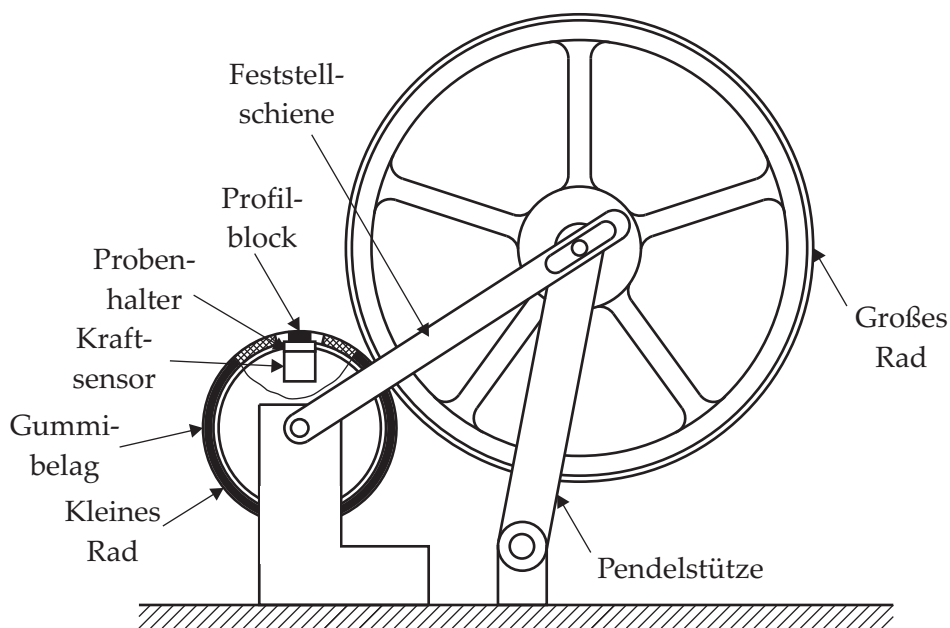
**Bild 2.12:** Prinzipskizze des Prüfstands für Stollenmessungen

Typische Messungen sind die Ermittlung der Längskraft über der Längsverformung des Profilblocks auf einer Safety-Walk-Oberfläche der Körnung 80. Grundsätzlich können jedoch auch reale Fahrbahnbeläge wie Asphalt oder Beton eingesetzt werden. Der Prüfstand ermöglicht dann die Ermittlung stationärer Reibwerte von Profilblöcken bei Normalkräften bis 60 N und einer Gleitgeschwindigkeit bis 14 mm/s. Darüber hinaus können Untersuchungen zum Haft-Gleit-Übergang durchgeführt werden. Hier zeigt sich zunächst eine Scherverformung, bis der Übergang vom Haft- in den Gleitzustand auftritt. Zur Sicherstellung der Reproduzierbarkeit sind die Reibproben zunächst einem Konditionierungsprozess zu unterziehen. Weiterhin wird der Einfluss des Reibwerts von der Flächenpressung untersucht. Hier zeigt sich für alle gemessenen Konfigurationen ein abnehmender Reibwert mit zunehmender Flächenpressung [6].

### 2.6.6 Hochgeschwindigkeits-Abrollprüfstand

LIU ET AL. [80] entwickeln einen Prüfstand, der die Untersuchung des Aufschlagverhaltens eines Profilblocks ermöglicht. Mit Hilfe der experimentellen Untersuchungen werden die von ihnen berechneten Simulationsergebnisse verglichen, vgl. Abschnitt 2.5. Die Versuchsanordnung besteht aus einem kleinen, mit Elastomerbelag versehenen Rad, das ein großes Rad mit Stahloberfläche über einen Motor antreibt.

In das kleine Rad ist auf dem Umfang ein einzelner Profilblock in einer Aussparung eingelassen, dessen Kontaktfläche sich auf dem gleichen Radius wie die Oberfläche des Elastomerbelags befindet. Der Profilblock ist auf einem Probenhalter montiert, der sich wiederum auf einem Zweikomponenten-Kraftsensor zur Messung der Normal- und Tangentialkraft abstützt, siehe **Bild 2.13**.



**Bild 2.13:** Prinzipskizze des Hochgeschwindigkeits-Abrollprüfstands

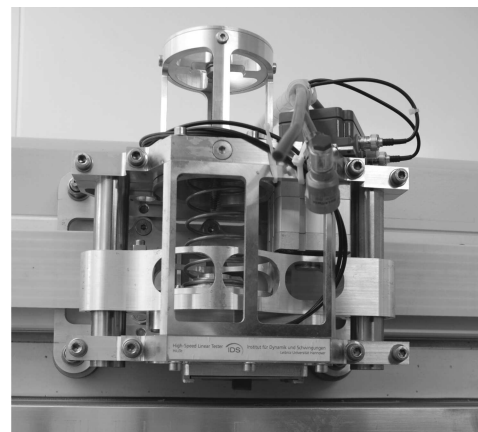
Das kleine Rad hat einen Durchmesser von 200 mm und wird von einem Elektromotor angetrieben. Der Durchmesser des großen Rades ist dreimal größer als der des kleinen Rades. Dies entspricht dem Verhältnis von Trommeldurchmesser und Reifendurchmesser eines typischen Außentrommelprüfstands.

Die maximale Umfangsgeschwindigkeit auf dem Abrollradius beträgt ca. 6,3 m/s. Zwischen dem kleinen und dem großen Rad tritt kein nennenswerter Schlupf auf, so dass die Bedingungen im Experiment dem Zustand des freien Rollens entsprechen. Über die Feststellschiene wird der Abstand der beiden Radnaben vorgegeben und somit die Belastung in Normalrichtung als Wegvorgabe aufgeprägt. Eine 2D-Kraftmessdose erfasst während des Versuchs die Normal- und Tangentialkraft des Profilblocks, die über einen Schleifringübertrager zur weiteren Messdatenerfassung gelangen. Darüber hinaus misst ein im Profilblock eingelassenes Thermoelement die Temperatur zur Sicherstellung reproduzierbarer Messbedingungen.

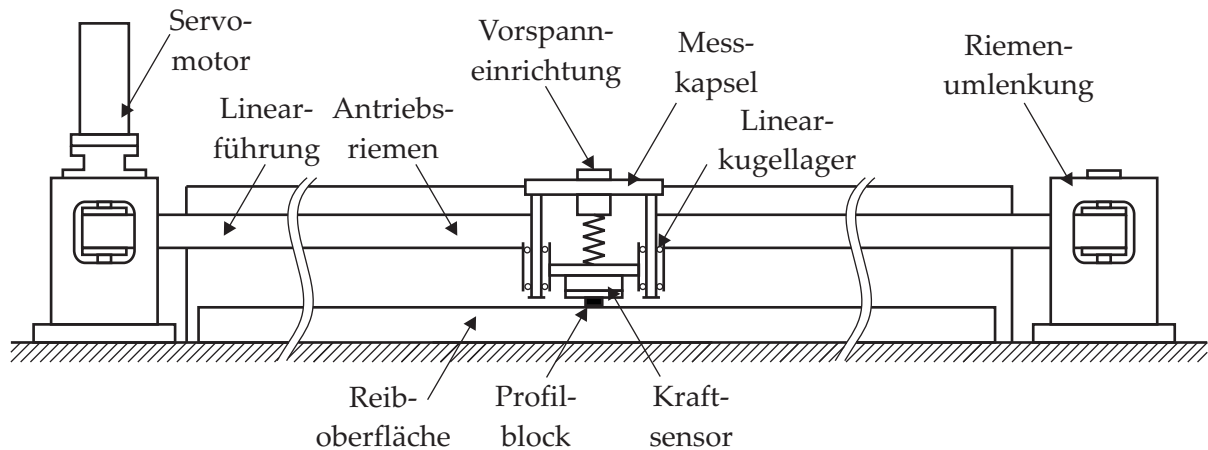
### 2.6.7 Hochgeschwindigkeits-Linearprüfstand

Der Hochgeschwindigkeits-Linearprüfstand ist vom Autor während seiner Tätigkeit als wissenschaftlicher Mitarbeiter am Institut für Dynamik und Schwingungen der Leibniz Universität Hannover aufgebaut worden. Der Prüfstand ermöglicht die experimentelle Untersuchung instationärer Reibprozesse, siehe MOLDENHAUER ET AL. [92]. Hierbei wird das Prinzip eines Linearprüfstands umgesetzt, d. h. die Bewegung zwischen den Reibpartnern erfolgt linear und nicht wie bei Rotationstribometern auf einer Kreisbahn. Die maximale Reibstrecke beträgt fünf Meter. Typische Kontaktpartner sind Asphalt oder Korundoberflächen. Kernstück des Prüfstands ist die Messkapsel, die von einem Zahnriemen angetrieben und von einer Laufschiene geführt wird, siehe **Bild 2.14** und **Bild 2.15**.

Die Messkapsel beinhaltet die Komponenten zur Normalkraftaufbringung, die Sensoren zur Messung der Kontaktkräfte sowie die Profilblockprobe selbst. Der Prüfstand ist so ausgelegt, dass nahezu sämtliche Profilblockzustände, die bei Fahrzeugreifen auftreten,



**Bild 2.14:** Links: Gesamtansicht des Hochgeschwindigkeits-Linearprüfstands in der Kältekammer; rechts: Detailansicht der Messkapsel



**Bild 2.15:** Prinzipskizze des Hochgeschwindigkeits-Linearprüfstands

realisiert werden können: Die Normalkraft ist stufenlos bis zum maximal möglichen Wert von 1000 N einstellbar. Die maximale Geschwindigkeit der Messkapsel beträgt 10 m/s.

Der Prüfstand ist auf einem Betonfundament aufgebaut, das auf einer elastischen Bettung zur Isolation äußerer Störeinflüsse gelagert ist. Auf diesem Fundament wird als Komponententräger ein Rechteckrohr mit einer Länge von 5 m verwendet. Das Rechteckrohr dient als Träger für die Linearführung, die die lineare Bewegung des Laufwagens sicherstellt. Der Antrieb des Laufwagens erfolgt über einen permanentenerregten Synchronmotor. Kurzzeitig stellt der Motor ein Drehmoment von derzeit 144 Nm zur Verfügung, welches während der Beschleunigungsphase der Messkapsel aufgebracht werden kann. Das Antriebsmoment wird direkt über eine Riemenscheibe an einen senkrecht eingebauten Zahnriemen mit selbstführendem Profil in eine Antriebskraft gewandelt. Die theoretische maximale Antriebskraft für den Laufwagen beträgt 2880 N. Ein Bremswiderstand verzögert die Messkapsel.

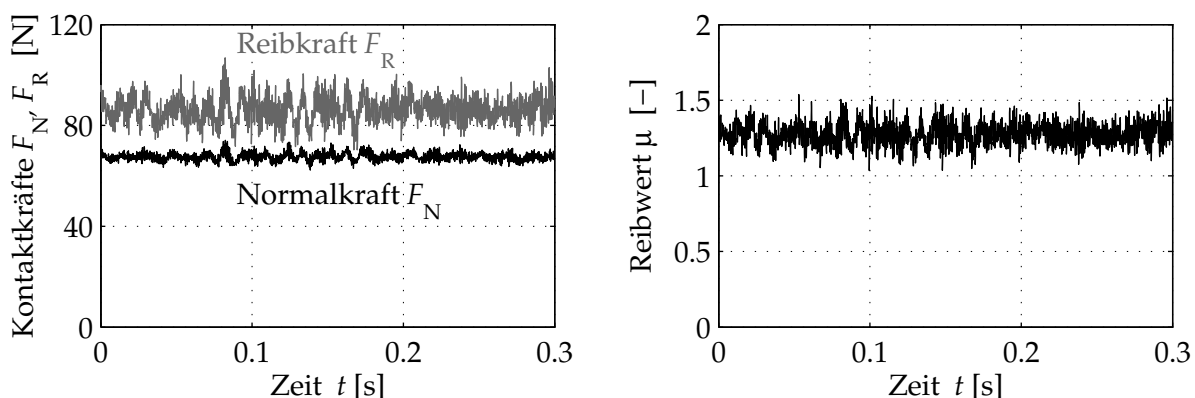
Die Messkapsel beinhaltet weiterhin die Kraftsensoren: Piezoelektrische Kraftaufnehmer in Parallelanordnung messen die Normalkraft sowie die Reibkraft, die mittels A/D-Wandlerkarte an den Messrechner übermittelt werden. Die Reibprobe hat einen translatorischen Freiheitsgrad in vertikaler Richtung, in der die Normalkraft aufgebracht wird. Die konstruktive Realisierung des Freiheitsgrads erfolgt durch zwei Linearkugellager. Alle anderen Freiheitsgrade sind durch konstruktive Maßnahmen gesperrt bzw. für die Linearbewegung in horizontaler Richtung durch den weg- bzw. geschwindigkeitsgeregelten Antrieb vorgegeben. Die Normalkraft wird durch eine Spiralfeder erzeugt, deren Vorspannung stufenlos eingestellt werden kann. Durch die Verwendung einer möglichst geringen Federrate wird eine geringe Variation der Normalkraft bei vertikaler Anregung durch die Rauheit einer Straßenoberfläche erreicht. Alternativ kann zur Realisierung großer Lasten eine Luftfeder zur Normalkraftaufbringung verwendet werden, deren statische Kennlinie keine Variation der Normalkraft über dem Einfederweg aufweist. Im realen Messbetrieb mit hochdynamischer Vertikalanregung treten jedoch Normkraftschwankungen auf. Die Ansteuerung des Balgzylinders erfolgt bei dieser Versuchskonfiguration durch ein Proportional-Druckregelventil. Dies hat den Vorteil, dass auch die Normalkraft über den Messplatzrechner vorgegeben werden kann. Die Ansteuerung des

Frequenzumrichters des Servomotors erfolgt ebenfalls über den Messplatzrechner. Somit können einerseits stationäre Versuche mit konstanter Messgeschwindigkeit, andererseits auch Versuche unter transienten Bedingungen durchgeführt werden. Zur Bestimmung stationärer Reibwerte wird der Laufwagen auf die Messgeschwindigkeit beschleunigt. Es folgt die Messphase mit konstanter Geschwindigkeit, an die sich die Verzögerungsphase bis zum Stillstand anschließt.

## 2.7 Experimentelle Reibwertbestimmung

Zum Abschluss des Kapitels wird aufgrund der weiteren Bedeutung für die vorliegende Arbeit ein kurzer Einblick in die experimentelle Ermittlung von Reibwerten gegeben, die sich grundsätzlich in eine Messung von stationären und instationären Reibwerten unterscheiden lässt. Ein stationärer Reibwert äußert sich in einem zeitlich konstanten Mittelwert des Reibwerts sowie einer konstanten Standardabweichung des Reibwertsignals bei konstanten Versuchsparametern. Hierzu gehören beispielsweise die Gleitgeschwindigkeit, die Normalkraft oder die Umgebungstemperatur. In vielen Fällen ist zunächst eine Einlaufphase abzuwarten, bis sich ein konstanter Reibwert einstellt. Während dieser Einlaufphase kann sich ein stationäres Temperaturfeld ausbilden, und die Oberflächen der Kontaktpartner werden konditioniert. **Bild 2.16** links zeigt exemplarisch einen Ausschnitt des gemessenen Reib- und Normalkraftsignals eines Profilblocks auf einer Korundoberfläche der Körnung 400 für den stationären Zustand am Hochgeschwindigkeits-Linearprüfstand. Die nominelle Flächenpressung beträgt  $p_N = 0,3 \text{ N/mm}^2$  und die Geschwindigkeit  $v = 3 \text{ m/s}$ . Den zugehörigen Reibwertverlauf über der Messzeit zeigt **Bild 2.16** rechts.

Der ermittelte stationäre Reibwert dieser Messung beträgt  $\mu = 1,28$  und die Standardabweichung  $\sigma(\mu) = 0,11$ . Die experimentelle Bestimmung stationärer Reibwertcharakteristiken gestaltet sich aufgrund der hohen Anzahl von Einzelmessungen als aufwändig, insbesondere wenn ein Reibwertkennfeld in Abhängigkeit mehrerer Parameter gemessen



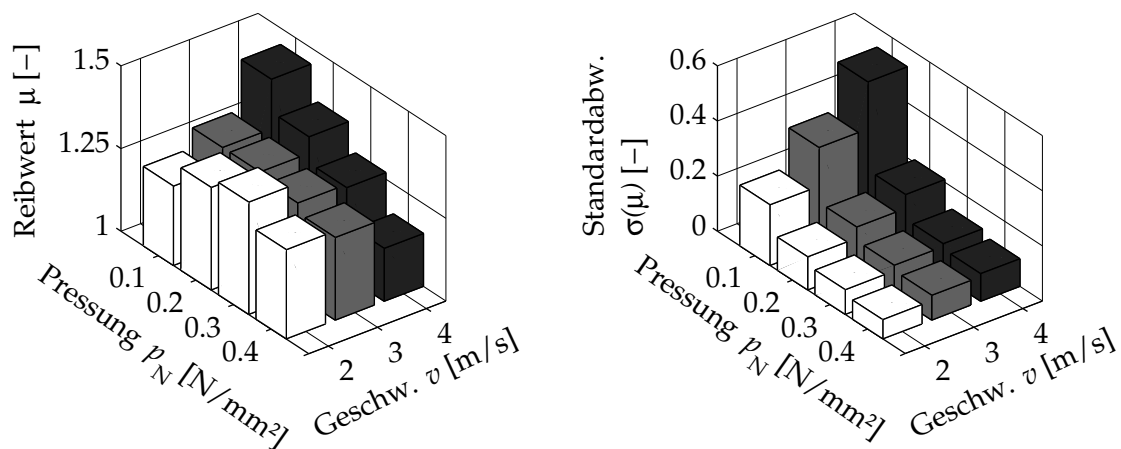
**Bild 2.16:** Links: Messsignale der Reib- und Normalkraft eines Profilblocks mit Korund 400 als Kontaktpartner über der Zeit; rechts: Resultierender Reibwert über der Zeit



werden soll. **Bild 2.17** links stellt ein am Hochgeschwindigkeits-Linearprüfstand gemessenes stationäres Reibwertkennfeld dar. Bei hohen Geschwindigkeiten ist die größte Abhängigkeit des Reibwerts von der nominellen Flächenpressung zu beobachten, der Reibwert nimmt hier mit zunehmender Flächenpressung stark ab. Über die Abhängigkeit des Reibwerts von der Geschwindigkeit kann in den gezeigten Beispielen keine eindeutige Aussage getroffen werden. Die Auswertung der zugehörigen Standardabweichung zeigt eine deutliche Zunahme mit steigender Geschwindigkeit und abnehmender Flächenpressung, siehe **Bild 2.17** rechts.

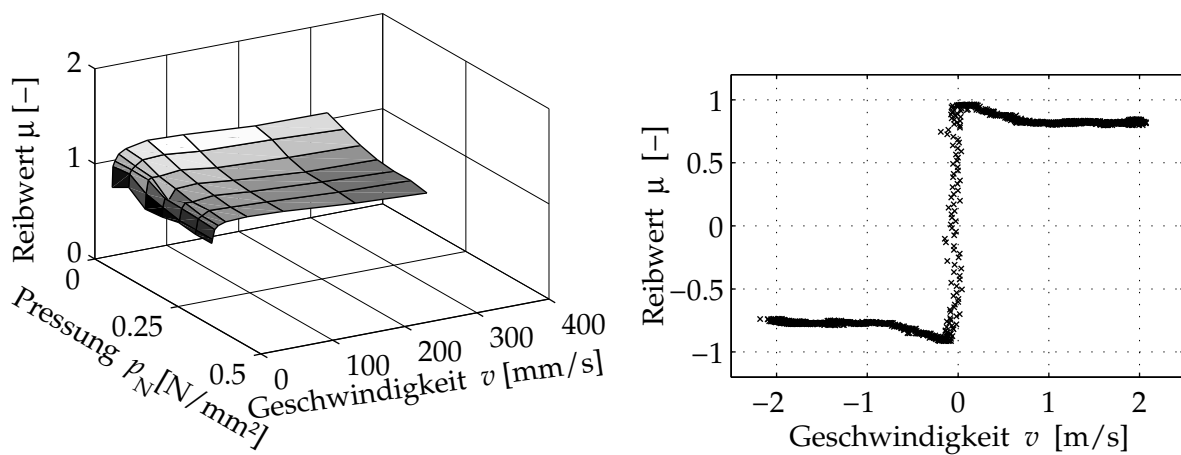
Diese Beobachtung deckt sich mit Ergebnissen von GÄBEL [34], der diesen Effekt durch das Zusammenwirken der dynamischen Materialeigenschaften mit der Anregung durch die raue Reiboberfläche erklärt und umfangreiche Untersuchungen der statistischen Eigenschaften des Reibprozesses durchführt. Ein mit dem IDS-Tribometer ermitteltes stationäres Reibwertkennfeld eines Profilblocks auf einer Betonfahrbahn zeigt **Bild 2.18** links [34]. Auch hier ist ein fallender Reibwert bei zunehmender Flächenpressung zu beobachten. Der Reibwert weist bezüglich der Geschwindigkeit ein Maximum bei ca. 50 mm/s auf. Dieses Reibwertkennfeld, welches sich aus 63 einzelnen stationären Reibwertmessungen zusammensetzt, dient unter anderem als Eingangsgröße für das im Rahmen dieser Arbeit entwickelte Profilblockmodell, siehe Abschnitt 4.2.

Untersuchungen des instationären Reibverhaltens hingegen werden bei sich zeitlich verändernden Versuchsparametern durchgeführt und finden hauptsächlich aus zwei Gründen Anwendung. Zum einen sind instationäre Messungen sinnvoll, wenn dadurch das abzubildende Systemverhalten realitätsnäher beschrieben werden kann. Beispiele hierfür sind das zeitabhängige Reibverhalten geschmierter axial bewegter Dichtungen von LINDNER [77] oder instationäre Reibuntersuchungen mit dem LFT-Prüfkörper von LAHAYNE [71], die eine bessere Korrelation zu Reifenversuchen zeigen als stationäre Messungen.



**Bild 2.17:** Links: Gemessene stationäre Reibwerte eines Profilblocks mit Korund 400 als Reiboberfläche [92]; rechts: Darstellung der zugehörigen Standardabweichung des Reibwerts [92]

Zum anderen lässt sich der prüfpraktische Aufwand zur Ermittlung eines Reibwertkennfelds durch instationäre Messungen erheblich reduzieren. Hier ist unter anderem ein Geschwindigkeitssweep zu nennen, bei dem die Geschwindigkeit einen sinus- oder auch dreieckförmigen Verlauf annimmt. Messungen mit einer solchen Geschwindigkeitsvariation erlauben die schnelle Bestimmung von Reibwertcharakteristiken in Abhängigkeit der Geschwindigkeit. Die instationäre Reibwertcharakteristik kann durch die dynamischen Effekte von der stationären Reibwertcharakteristik abweichen. **Bild 2.18** rechts stellt die am Hochgeschwindigkeits-Linearprüfstand durch einen Geschwindigkeitssweep ermittelte Reibwertcharakteristik eines Profilblocks auf einer Korundoberfläche mit der Körnung 400 dar. Durch den Gleitrichtungswechsel während der Messung ändert sich die Richtung der Gleitreibungskraft, was in **Bild 2.18** rechts durch einen negativen Reibwert ausgedrückt wird. Der Reibwertverlauf ist für beide Gleitrichtungen in guter Näherung symmetrisch und fällt mit zunehmender Geschwindigkeit ab.



**Bild 2.18:** Links: Gemessene stationäre Reibwerte eines Profilblocks auf einer Betonoberfläche [34]; rechts: Instationäre Reibwertmessung eines Profilblocks auf einer Korundoberfläche der Körnung 400 über der Geschwindigkeit [92]

## 3 Profilblockmodell

Das vorliegende Kapitel beschreibt das grundlegende Konzept zur Modellierung der hochfrequenten Dynamik von Elastomerbauteilen mit reibungsbehafteten Kontakten. Das Modell ist hierbei nicht auf den Anwendungsfall des Profilblocks beschränkt, sondern lässt sich auf eine Vielzahl anderer technischer Systeme wie Dichtungen oder Scheibenwischer übertragen. Die Herausforderung liegt in der Abbildung des Systemverhaltens mit seinen vielfältigen Wechselwirkungen untereinander bei gleichzeitiger numerischer Effizienz. Dabei wird zunächst das Gesamtkonzept erläutert und in den anschließenden Abschnitten die Implementierung der einzelnen Effekte in das Gesamtmodell aufgezeigt.

### 3.1 Modularer Modellansatz

Ziel des zu entwickelnden Modells ist in erster Linie die Abbildung der hochfrequenten Dynamik des Systems, um einen tieferen Einblick in die bisher noch unzureichend verstandenen Wechselwirkungen zwischen Kontakt- und Strukturmechanik eines einzelnen Reifenprofilblocks zu gewinnen. Dieses Ziel erfordert eine hohe numerische Effizienz, um den Zielkonflikt zwischen der Erfassung hochfrequenter Vorgänge, welche sehr kleine Zeitschritte benötigt, und einer akzeptablen Rechenzeit aufzulösen. Die Grundidee des Modells besteht darin, Strukturmechanik und Kontaktmechanik zunächst getrennt voneinander zu modellieren und während der Simulation sinnvoll miteinander zu verknüpfen. Dazu wird einerseits ein strukturdynamisches und andererseits ein kontaktmechanisches Modell aufgebaut, siehe auch MOLDENHAUER ET AL. [86], [87], [90]. Das strukturdynamische Modell erfasst die geometrischen Abmessungen des Profilblocks sowie die mechanisch relevanten Materialeigenschaften und wird durch eine Finite-Elemente-Modellierung realisiert.

Das kontaktmechanische Modell bildet Effekte ab, die durch die Wechselwirkungen eines lokalen Kontaktelements mit der rauen Reiboberfläche auftreten. Diese Effekte, zu denen die parameterabhängige Elastomerreibung, der nichtlineare Normalkontakt zwischen Profilblock und Reiboberfläche sowie lokaler Gummiverschleiß zählen, sind zum Teil bereits in Kapitel 2 erwähnt worden. Als Eingangsgrößen für die lokalen Kontaktelemente dienen zum einen zeitabhängige Größen, die aus dem Strukturmodell gewon-

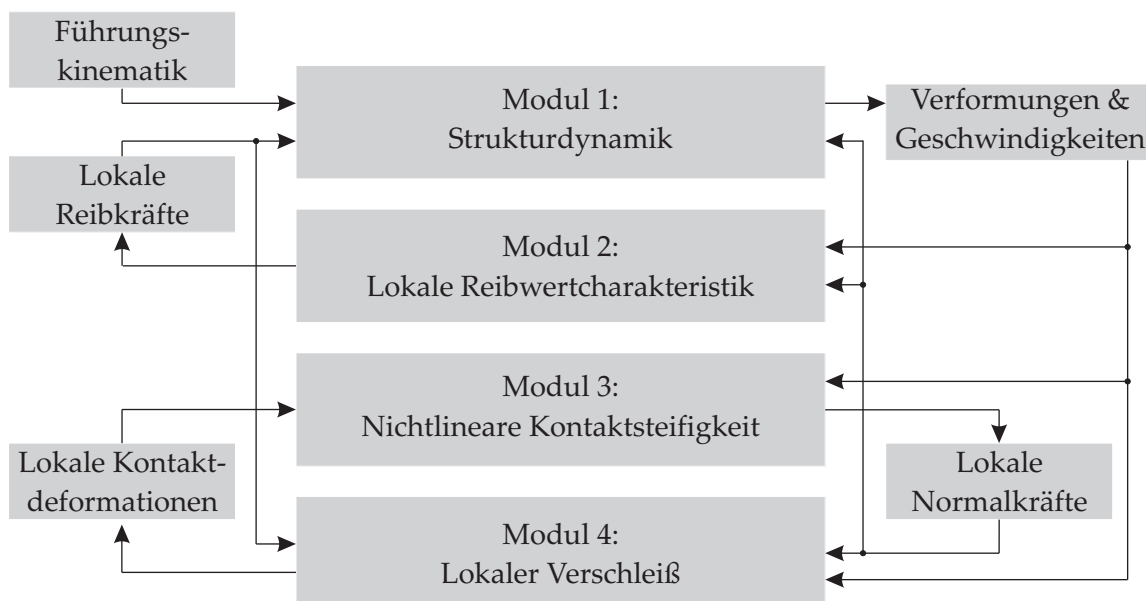
nen werden wie die aktuelle lokale Relativgeschwindigkeit des Kontaktknotens zur Fahrbahnoberfläche. Zum anderen finden von außen eingeprägte Größen Eingang in das Modell wie die extern auf den Profilblock wirkende Normallast und die eingeprägte Gleitgeschwindigkeit. Als Ausgangsgröße liefern die lokalen Kontaktelemente unter anderem die lokalen Kontaktnormal- und Reibkräfte, die wiederum dem strukturdynamischen Modell aufgeprägt werden. An dieser Stelle gilt es, diese Effekte in ein Gesamtmodell zu integrieren und die einzelnen Effekte miteinander in eine sinnvolle Beziehung zu bringen. Hierzu bietet sich eine modulare Beschreibung an [66], [89].

Das Gesamtmodell lässt sich in die folgenden Module einteilen, die in den nachfolgenden Abschnitten eingehend behandelt werden

- Modul 1: Strukturdynamik
- Modul 2: Lokale Reibwertcharakteristik
- Modul 3: Nichtlineare Kontaktsteifigkeit
- Modul 4: Lokaler Verschleiß.

**Bild 3.1** visualisiert den grundsätzlichen Aufbau des modularen Dynamikmodells mit seinen Wechselwirkungen.

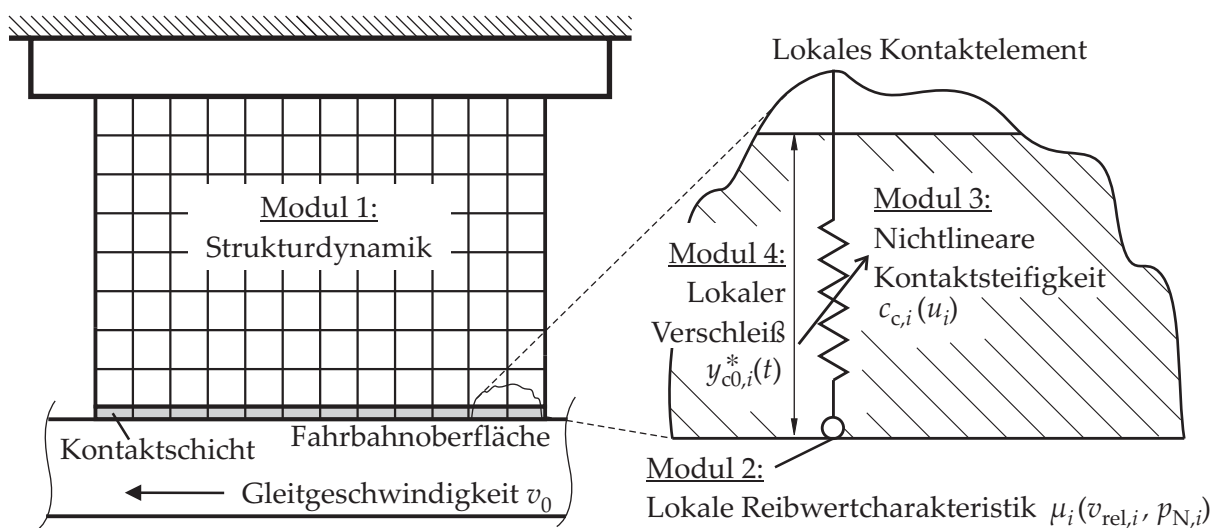
Modul 1 liefert als Strukturmodell die Knotenverschiebungen und somit die Verschiebungen und Geschwindigkeiten der Gesamtstruktur über der Simulationszeit. Darüber hinaus kann dem Modul eine Führungskinetik vorgegeben werden, die dem System eine Starrkörperbewegung überlagert und bei der Implementierung der Abrollkinematik in Abschnitt 5.2 Berücksichtigung findet. Als Eingangsgrößen erhält Modul 1 die lokalen Reib- und Normalkräfte. Die lokale Reibkraft wird in Modul 2 aus einer von der Flächen-



**Bild 3.1:** Übersicht über die modulare Modellierung mit entsprechenden Wechselwirkungen

pressung sowie der Relativgeschwindigkeit abhängigen lokalen Reibwertcharakteristik berechnet. Folglich gehen in Modul 2 die Knotengeschwindigkeiten sowie die lokalen Normalkräfte ein. Modul 3 bestimmt aus der Verformung der lokalen Kontaktelemente die Kontaktnormalkräfte. Modul 4 berechnet den lokalen Verschleiß über ein Verschleißgesetz, welches von der aktuellen lokalen Gleitgeschwindigkeit, der lokalen Normalkraft sowie dem lokalen Reibwert abhängig ist.

Für den in dieser Arbeit betrachteten Anwendungsfall des Profilblocks leitet sich **Bild 3.2** ab. Zum besseren Verständnis wird erst der translatorisch bewegte Profilblock, also der Zustand des reinen Gleitens betrachtet. Der Profilblock bewegt sich mit der Geschwindigkeit  $v_0$  über die Reiboberfläche. Da keine Änderungen der eingepprägten Gleitgeschwindigkeit in den zunächst gezeigten Simulationen auftreten, wird der Profilblock mit fester Einspannung modelliert und die Reiboberfläche als sich bewegender Reibpartner beschrieben. Eine Erweiterung auf eine überlagerte translatorische und rotatorische Bewegung findet in Abschnitt 5.2 statt. Durch eine Finite-Elemente-Beschreibung wird die Profilblocklänge, -breite und -höhe definiert. Die Knoten am unteren Rand des Profilblocks sind als Kontaktknoten deklariert, da nur diese Knoten üblicherweise direkten Kontakt zur Reiboberfläche aufweisen. Die lokalen Kontaktelemente werden an die Kontaktknoten des Strukturmodells angekoppelt, welche die Schnittstelle zwischen Struktur- und Kontaktmechanik bilden. Die lokalen Kontaktmodelle bestehen aus nichtlinearen Feder-elementen, die in Abschnitt 3.4 näher beschrieben werden. Die Gesamtheit der lokalen Kontaktmodelle bildet die sogenannte Kontaktschicht, siehe **Bild 3.2**, wobei die Bezeichnungen  $c_{c,i}(u_i)$ ,  $y_{c0,i}^*(t)$ ,  $v_{rel,i}$  und  $p_{N,i}$  in **Bild 3.2** im weiteren Verlauf des Kapitels ausführlich erläutert werden.



**Bild 3.2:** Modulare Modellierung am Beispiel des Reifenprofilblocks

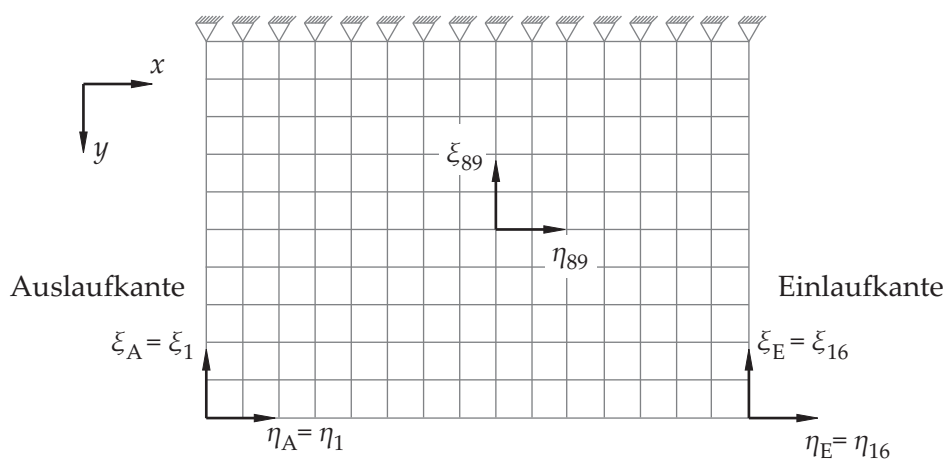
## 3.2 Modul 1: Strukturdynamik

Dieses Modul berücksichtigt die strukturdynamischen Eigenschaften Massenträgheit, Elastizität und Dämpfung. Ein Eingangsparameter für das Modell ist die Profilblockgeometrie. Diese muss berücksichtigt werden, da der reale Fahrzeugreifen unterschiedliche Profilblocklängen und -höhen aufweist. Die Profilblockgeometrie wird in dem hier behandelten Modell durch eine Finite-Elemente-Beschreibung erfasst, welche zunächst mit Hilfe entsprechender Programmsysteme wie Patran oder Ansys zu erstellen ist.

Im Rahmen dieser Arbeit wird ein lineares Materialgesetz verwendet. Grundsätzlich ist es jedoch möglich, nichtlineare Materialgesetze, die in Finite-Elemente-Programmen zur Verfügung stehen, zu nutzen. Für diese nichtlinearen Systeme lassen sich die nachfolgend dargelegten Methoden der Freiheitsgradreduktion jedoch nicht anwenden.

Das lineare Modell benötigt als Eingangsparameter die Profilblockabmessungen mit entsprechender Diskretisierung, den Elastizitätsmodul  $E$ , die Materialdichte  $\rho$ , die Querkontraktionszahl  $\nu$  sowie für den ebenen Fall die Angabe, ob mit einem ebenen Spannungszustand oder mit einem ebenen Formänderungszustand gerechnet wird. Mit den angegebenen Parametern lässt sich aus dem Programm die zugehörige Massenmatrix  $\mathbf{M}$  sowie die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  ermitteln und in das Programm Matlab einlesen, mit dem das hier vorgestellte Modell mathematisch umgesetzt ist.

Als weiterer Schritt werden die potenziellen Kontaktknoten definiert, an denen die aus den lokalen Kontaktelementen berechneten Kontaktkräfte angreifen. Für den hier betrachteten Fall sind dies alle Knoten am unteren Rand des Profilblocks. Die Knoten des ebenen Finite-Elemente-Modells werden zeilenweise unten links beginnend gezählt. Die Nummerierung der Knotenverschiebungen  $\eta_i$ ,  $\xi_i$  sind in **Bild 3.3** exemplarisch für  $i = 1$ ,  $i = 16$  und  $i = 89$  veranschaulicht.



**Bild 3.3:** Finite-Elemente-Modell des Profilblocks mit Knotennummerierung

Die rechte Kante bildet für die gesamte Arbeit die Einlaufkante und die linke Kante die Auslaufkante. In Anlehnung an diese Konvention sind die Verschiebungen des Knotens 16, der sich an der Einlaufkante befindet, auch als  $\eta_E$  bzw.  $\zeta_E$ , und die Verschiebungen des Knotens 1, der sich an der Auslaufkante befindet, auch als  $\eta_A$  bzw.  $\zeta_A$  bezeichnet, siehe auch **Bild 3.3**. Das für die gesamte Arbeit geltende  $x$ - $y$ -Koordinatensystem ist ebenfalls dargestellt. Die Verschiebungen der Knoten am oberen Rand sind durch die Randbedingungen der festen Einspannung stets zu Null vorgegeben.

### 3.2.1 Transformations- und Reduktionsverfahren

In Hinblick auf die geforderte hohe numerische Effizienz des Modells ist eine Reduktion der Freiheitsgrade erforderlich. Das hier vorgestellte Modell verwendet das Reduktionsverfahren nach CRAIG UND BAMPION [24]. Grundsätzlich können jedoch auch andere Reduktionsverfahren wie die rein modale Reduktion, die rein statische Kondensation, die GUYAN- oder MARTINEZ-Reduktion oder eine Reduktion über KRYLOV-Unterräume eingesetzt werden. Eine umfangreiche Übersicht zu Freiheitsgradreduktionsverfahren findet sich z. B. in [30], [33], [41], [76], [78], [112], [117]. An dieser Stelle sollen nur die dem Gesamtverständnis dieser Arbeit dienenden Verfahren behandelt werden.

Vorausgesetzt wird jeweils, dass für das zu reduzierende System die Massenmatrix  $\mathbf{M}$  sowie die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  aus entsprechenden Finite-Elemente-Programmsystemen bekannt sind. Das ungedämpfte System kann dann durch die folgende Bewegungsgleichung mit den Verschiebungen  $\mathbf{u}$  beschrieben werden

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{f}. \quad (3.1)$$

Der Vektor  $\mathbf{f}$  repräsentiert die äußeren Kräfte, die am System angreifen. Das in seinen Freiheitsgraden reduzierte System wird durch den reduzierten Verschiebungsvektor  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  beschrieben, dessen Dimension für eine sinnvolle Reduktion wesentlich kleiner sein sollte als die Dimension des Verschiebungsvektors  $\mathbf{u}$  des Ausgangssystems selbst. Aufgabe der vorgestellten Reduktionsverfahren ist es, den mit der Reduktion der Dimension einhergehenden Informationsverlust möglichst klein zu gestalten. Stimmen die Dimensionen der beiden Verschiebungsvektoren  $\mathbf{u}$  und  $\mathbf{u}_{\text{red}}$  überein, so beschreibt das folgende Vorgehen einen Transformationsvorgang, bei dem die Anzahl der Freiheitsgrade erhalten bleibt. Der Zusammenhang beider Verschiebungsvektoren wird über die Reduktionsmatrix  $\mathbf{T}_{\text{red}}$  hergestellt

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{T}_{\text{red}}\mathbf{u}_{\text{red}}. \quad (3.2)$$

Voraussetzung für die folgenden Betrachtungen ist, dass die Reduktionsmatrix  $\mathbf{T}_{\text{red}}$  stets den vollen Rang besitzt, die darin enthaltenen Ansatzfunktionen somit linear unabhän-

gig sind. Eine Anforderung an das in seinen Freiheitsgraden reduzierte System ist, dass die potentielle Energie  $E_{\text{pot}}$  und die kinetische Energie  $E_{\text{kin}}$  des Ausgangssystems mit den jeweiligen Energieanteilen  $E_{\text{pot,red}}$  und  $E_{\text{kin,red}}$  des reduzierten Systems näherungsweise übereinstimmen

$$E_{\text{pot,red}} \approx E_{\text{pot}} = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T \mathbf{K} \mathbf{u} \quad \text{bzw.} \quad E_{\text{kin,red}} \approx E_{\text{kin}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{M} \dot{\mathbf{u}}. \quad (3.3)$$

Hierfür sind die entsprechende reduzierte Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{\text{red}}$  sowie die reduzierte Massenmatrix  $\mathbf{M}_{\text{red}}$  zu ermitteln. Wird nun der Zusammenhang aus Gl. (3.2) eingesetzt, ergibt sich

$$E_{\text{pot,red}} = \frac{1}{2} (\mathbf{T}_{\text{red}} \mathbf{u}_{\text{red}})^T \mathbf{K} (\mathbf{T}_{\text{red}} \mathbf{u}_{\text{red}}) \quad \text{bzw.} \quad E_{\text{kin,red}} = \frac{1}{2} (\mathbf{T}_{\text{red}} \dot{\mathbf{u}}_{\text{red}})^T \mathbf{M} (\mathbf{T}_{\text{red}} \dot{\mathbf{u}}_{\text{red}}). \quad (3.4)$$

Nach weiterer Umstellung mit  $(\mathbf{T}_{\text{red}} \mathbf{u}_{\text{red}})^T = \mathbf{u}_{\text{red}}^T \mathbf{T}_{\text{red}}^T$  folgt

$$E_{\text{pot,red}} = \frac{1}{2} \mathbf{u}_{\text{red}}^T \underbrace{\mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{\text{red}}}_{\mathbf{K}_{\text{red}}} \mathbf{u}_{\text{red}} \quad \text{bzw.} \quad E_{\text{kin,red}} = \frac{1}{2} \dot{\mathbf{u}}_{\text{red}}^T \underbrace{\mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{M} \mathbf{T}_{\text{red}}}_{\mathbf{M}_{\text{red}}} \dot{\mathbf{u}}_{\text{red}}. \quad (3.5)$$

Diese Gleichung liefert die Berechnungsvorschrift zur Bestimmung der reduzierten Systemmatrizen mit Hilfe der Systemmatrizen des Ausgangssystems  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{K}$  sowie der Reduktionsmatrix  $\mathbf{T}_{\text{red}}$ :

$$\mathbf{K}_{\text{red}} = \mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{\text{red}} \quad \text{bzw.} \quad \mathbf{M}_{\text{red}} = \mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{M} \mathbf{T}_{\text{red}}. \quad (3.6)$$

Tritt im System zusätzlich eine innere geschwindigkeitsproportionale Dämpfung auf, die über die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}$  ausgedrückt werden kann, wird diese analog behandelt. Die reduzierte Systemgleichung folgt durch Einsetzen von Gl. (3.2) und Gl. (3.6) in Gl. (3.1) sowie Linksmultiplikation mit der transponierten Reduktionsmatrix  $\mathbf{T}_{\text{red}}^T$ , siehe auch GASCH UND KNOTHE [33]

$$\mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{M} \mathbf{T}_{\text{red}} \ddot{\mathbf{u}}_{\text{red}} + \mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{D} \mathbf{T}_{\text{red}} \dot{\mathbf{u}}_{\text{red}} + \mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{\text{red}} \mathbf{u}_{\text{red}} = \mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{f}, \quad (3.7)$$

bzw. mit Hilfe der reduzierten Systemmatrizen  $\mathbf{M}_{\text{red}}$ ,  $\mathbf{D}_{\text{red}}$ ,  $\mathbf{K}_{\text{red}}$  und dem reduzierten Kraftvektor  $\mathbf{f}_{\text{red}} = \mathbf{T}_{\text{red}}^T \mathbf{f}$  ausgedrückt:

$$\mathbf{M}_{\text{red}} \ddot{\mathbf{u}}_{\text{red}} + \mathbf{D}_{\text{red}} \dot{\mathbf{u}}_{\text{red}} + \mathbf{K}_{\text{red}} \mathbf{u}_{\text{red}} = \mathbf{f}_{\text{red}}. \quad (3.8)$$



Ein entscheidender Punkt ist nun die Besetzung der Reduktionsmatrix  $\mathbf{T}_{\text{red}}$  und wie eine sinnvolle Einsparung der Freiheitsgrade erreicht werden kann. Die nachfolgenden Abschnitte behandeln verschiedene Reduktionsverfahren, die dem für das Profilblockmodell verwendete CRAIG/BAMPTON-Verfahren zugrunde liegen. Das formale Vorgehen ist für alle hier vorgestellten Verfahren in Anlehnung an Gl. (3.5) identisch.

### 3.2.1.1 Statische Kondensation

Grundgedanke der statischen Kondensation ist es, das System zunächst in Haupt- und Nebenfriheitsgrade zu unterteilen und anschließend die Nebenfriheitsgrade über den statischen Zusammenhang zwischen Haupt- und Nebenfriheitsgraden zu beschreiben. Hierbei ist zu beachten, dass bei der statischen Kondensation die dynamischen Effekte der Nebenfriheitsgrade vernachlässigt werden. Es ist also nicht sinnvoll, Freiheitsgrade statisch zu kondensieren, denen in der Massen- bzw. Dämpfungsmatrix nicht vernachlässigbare Anteile zugeordnet sind. Auch ist dieses Verfahren bei Systemen mit homogener Massenverteilung, wenn die Masse einen wesentlichen Einfluss zeigt, nicht sinnvoll anwendbar, da lediglich die Massenwirkungen an den Hauptfreiheitsgraden berücksichtigt werden können. Ein Vorteil des Verfahrens ist, dass die statische Lösung des Systems immer erfüllt wird.

Wird nun der Vektor  $\mathbf{u}$  in Hauptfreiheitsgrade  $\mathbf{u}_H$  und Nebenfriheitsgrade  $\mathbf{u}_N$  unterteilt, lässt sich Gl. (3.1) durch Zeilen- und Spaltentausch wie folgt partitionieren

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_{NN} & \mathbf{M}_{NH} \\ \mathbf{M}_{HN} & \mathbf{M}_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_N \\ \ddot{\mathbf{u}}_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{D}_{NN} & \mathbf{D}_{NH} \\ \mathbf{D}_{HN} & \mathbf{D}_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_N \\ \dot{\mathbf{u}}_H \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_{NN} & \mathbf{K}_{NH} \\ \mathbf{K}_{HN} & \mathbf{K}_{HH} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_N \\ \mathbf{u}_H \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_N \\ \mathbf{f}_H \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Die Nebenfriheitsgrade  $\mathbf{u}_N$  werden zumeist so gewählt, dass an ihnen im Vergleich zu den Hauptfreiheitsgraden nur vernachlässigbare Massen- bzw. Dämpfungswirkungen auftreten und darüber hinaus an ihnen keine externen Kräfte angreifen. Freiheitsgrade von Knoten, an denen externe Kräfte angreifen, sind stets als Hauptfreiheitsgrade zu definieren. Mit diesen Annahmen, die für eine Reihe von Anwendungen zutreffen, kann die erste Zeile von Gl. (3.9) gefolgert werden

$$\mathbf{K}_{NN}\mathbf{u}_N + \mathbf{K}_{NH}\mathbf{u}_H = 0. \quad (3.10)$$

Somit lassen sich die Nebenfriheitsgrade  $\mathbf{u}_N$  über diesen statischen Zusammenhang durch Umstellung von Gl. (3.10) angeben

$$\mathbf{u}_N = -\mathbf{K}_{NN}^{-1}\mathbf{K}_{NH}\mathbf{u}_H. \quad (3.11)$$

Dies führt auf die statische Kondensationsmatrix  $\mathbf{T}_{\text{SK}}$ , die die Beziehung zwischen den physikalischen Koordinaten  $\mathbf{u}$  und den Koordinaten nach der statischen Kondensation  $\mathbf{u}_{\text{SK}}$ , also den Koordinaten der Hauptfreiheitsgrade  $\mathbf{u}_{\text{H}}$ , darstellt

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}_{\text{SK}}\mathbf{u}_{\text{SK}} = \mathbf{T}_{\text{SK}}\mathbf{u}_{\text{H}}. \quad (3.12)$$

Da die Hauptfreiheitsgrade nach der Reduktion unverändert bleiben, ist die untere Teilmatrix der Reduktionsmatrix die Einheitsmatrix  $\mathbf{E}$ . Als oberer Teil der Reduktionsmatrix  $\mathbf{T}_{\text{SK}}$  ist der statische Zusammenhang zwischen Haupt- und Nebenfreiheitsgraden aus Gl. (3.11) einzusetzen. Die vollständige statische Reduktionsmatrix lautet somit

$$\mathbf{T}_{\text{SK}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{K}_{\text{NN}}^{-1}\mathbf{K}_{\text{NH}} \\ \mathbf{E} \end{bmatrix}. \quad (3.13)$$

Die reduzierte Bewegungsgleichung des Systems entsteht durch Anwendung von Gl. (3.12) auf Gl. (3.9) und Linksmultiplikation mit  $\mathbf{T}_{\text{SK}}$

$$\mathbf{T}_{\text{SK}}^{\text{T}}\mathbf{M}\mathbf{T}_{\text{SK}}\ddot{\mathbf{u}}_{\text{H}} + \mathbf{T}_{\text{SK}}^{\text{T}}\mathbf{D}\mathbf{T}_{\text{SK}}\dot{\mathbf{u}}_{\text{H}} + \mathbf{T}_{\text{SK}}^{\text{T}}\mathbf{K}\mathbf{T}_{\text{SK}}\mathbf{u}_{\text{H}} = \mathbf{T}_{\text{SK}}^{\text{T}}\mathbf{f} \quad (3.14)$$

bzw. mit Hilfe der statisch kondensierten Systemmatrizen  $\mathbf{M}_{\text{SK}}$ ,  $\mathbf{D}_{\text{SK}}$ ,  $\mathbf{K}_{\text{SK}}$  und dem statisch kondensierten Kraftvektor  $\mathbf{f}_{\text{SK}}$  ausgedrückt:

$$\mathbf{M}_{\text{SK}}\ddot{\mathbf{u}}_{\text{H}} + \mathbf{D}_{\text{SK}}\dot{\mathbf{u}}_{\text{H}} + \mathbf{K}_{\text{SK}}\mathbf{u}_{\text{H}} = \mathbf{f}_{\text{SK}}. \quad (3.15)$$

In der reduzierten Systemgleichung treten nun lediglich die Hauptfreiheitsgrade auf.

### 3.2.1.2 Modale Kondensation

Der Grundgedanke einer modalen Beschreibung besteht darin, die Verformung des Systems durch die Superposition seiner Eigenformen abzubilden. In den meisten technischen Anwendungen genügen zu einer ausreichend genauen Beschreibung erheblich weniger Eigenformen als für eine exakte Beschreibung notwendig sind. Dies kann zur Freiheitsgradreduktion durch modale Kondensation genutzt werden. Als geeignete Ansatzvektoren zur Besetzung der Reduktionsmatrix werden bei der modalen Beschreibung die Eigenvektoren des Systems gewählt. Die Eigenformen und Eigenwerte können durch Lösen der homogenen Bewegungsgleichung

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{D}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{K}\mathbf{u} = \mathbf{0} \quad (3.16)$$

mit einem harmonischen Ansatz

$$\mathbf{u} = \hat{\mathbf{u}}e^{\lambda t} \quad (3.17)$$

gewonnen werden, wobei  $\hat{\mathbf{u}}$  und  $\lambda$  im allgemeinen Fall komplex sind

$$\left(\lambda^2 \mathbf{M} + \lambda \mathbf{D} + \mathbf{K}\right) \hat{\mathbf{u}} = 0. \quad (3.18)$$

Die Eigenformen  $\varphi_i = \hat{\mathbf{u}}(\lambda_i)$  folgen aus der Lösung des Eigenproblems von Gl. (3.18). Sie dienen als Ansatzfunktionen für die modale Transformation. Werden die Eigenvektoren spaltenweise in der sogenannten Modalmatrix  $\Phi$  angeordnet

$$\Phi = \begin{bmatrix} \varphi_1 & \varphi_2 & \varphi_3 & \dots \end{bmatrix}, \quad (3.19)$$

ergibt sich die gesuchte Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_{\text{mod}} = \Phi$ . Die ursprünglichen physikalischen Koordinaten werden durch diese Transformationsmatrix in eine neue Basis überführt. An Stelle der physikalischen Koordinaten  $\mathbf{u}$  treten nun modale Koordinaten  $\mathbf{u}_{\text{mod}}$ , so dass die ursprünglichen Freiheitsgrade  $\mathbf{u}$  nicht mehr explizit verwendet werden

$$\mathbf{u} = \mathbf{T}_{\text{mod}} \mathbf{u}_{\text{mod}}. \quad (3.20)$$

Die Bewegungsgleichung in modalen Koordinaten lautet entsprechend

$$\mathbf{T}_{\text{mod}}^T \mathbf{M} \mathbf{T}_{\text{mod}} \ddot{\mathbf{u}}_{\text{mod}} + \mathbf{T}_{\text{mod}}^T \mathbf{D} \mathbf{T}_{\text{mod}} \dot{\mathbf{u}}_{\text{mod}} + \mathbf{T}_{\text{mod}}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{\text{mod}} \mathbf{u}_{\text{mod}} = \mathbf{T}_{\text{mod}}^T \mathbf{f} \quad (3.21)$$

bzw. mit Hilfe der modalen Systemmatrizen  $\mathbf{M}_{\text{mod}}$ ,  $\mathbf{D}_{\text{mod}}$ ,  $\mathbf{K}_{\text{mod}}$  und dem modalen Kraftvektor  $\mathbf{f}_{\text{mod}}$  ausgedrückt:

$$\mathbf{M}_{\text{mod}} \ddot{\mathbf{u}}_{\text{mod}} + \mathbf{D}_{\text{mod}} \dot{\mathbf{u}}_{\text{mod}} + \mathbf{K}_{\text{mod}} \mathbf{u}_{\text{mod}} = \mathbf{f}_{\text{mod}}. \quad (3.22)$$

Die Linksmultiplikation mit der transponierten Modalmatrix bringt den Vorteil, dass die Systemmatrizen  $\mathbf{M}$  und  $\mathbf{K}$  diagonalisiert werden. Die Diagonalisierung ist auf die Orthogonalität der Eigenvektoren zurückzuführen

$$\Phi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{M}_{\text{mod}} = \mathbf{diag}(\mathbf{M}_{\text{mod},i}) \quad i = 1, 2, \dots, n_{\text{FHG}} \quad (3.23)$$

$$\Phi^T \mathbf{K} \Phi = \mathbf{K}_{\text{mod}} = \mathbf{diag}(\mathbf{K}_{\text{mod},i}) \quad i = 1, 2, \dots, n_{\text{FHG}}. \quad (3.24)$$

Die Anzahl der auftretenden Eigenformen ist identisch mit der Anzahl der physikalischen Freiheitsgrade  $n_{\text{FHG}}$ . Die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}$  wird im allgemeinen Fall durch diese Transformation jedoch nicht diagonalisiert. An dieser Stelle findet oftmals die sogenannte Bequemlichkeitshypothese Anwendung, wonach die Dämpfungsmatrix als Linearkombination der Massenmatrix  $\mathbf{M}$  und der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  dargestellt wird. Diese Annahme ist in guter Näherung zulässig, wenn die Dämpfung im System gleichmäßig verteilt ist [33].

Für den Fall, dass die Transformationsmatrix sämtliche Eigenvektoren des Systems enthält, ist die Transformation exakt. Die Einsparung der Freiheitsgrade wird nun erreicht, indem die Transformationsmatrix nicht mit der vollen Anzahl der Eigenformen besetzt wird. So ist es dem Anwender überlassen, den Grad der Reduktion festzulegen. Für den ungedämpften Fall oder bei Anwendung der Bequemlichkeitshypothese ergeben sich somit entkoppelte Bewegungsgleichungen, die sich als Zerlegung des Systems in Einfreiheitsgradschwinger interpretieren lässt. Im gedämpften Fall tritt diese Entkopplung nicht ein, es ist dennoch eine prinzipiell beliebig starke Reduktion der Freiheitsgrade zu erreichen. Hierdurch können jedoch die Dämpfungseigenschaften des Systems ungewollt verändert werden.

Sind beispielsweise lediglich die ersten zehn Eigenformen von praktischer Bedeutung, weil sich höhere Eigenformen kaum ausbilden oder stark bedämpft werden, reduziert sich das System von der ursprünglichen Freiheitsgradanzahl  $n_{\text{FHG}}$  auf zehn Freiheitsgrade. Über die Zahl der zu berücksichtigenden Eigenformen kann jedoch keine allgemeingültige Aussage getroffen werden, sie ist von dem jeweiligen technischen System abhängig. Ein wesentlicher Nachteil der modalen Kondensation ist jedoch, dass durch Verwendung der nicht vollständigen Modalmatrix die statische Lösung des Systems nicht mehr exakt beschrieben wird. In den folgenden Abschnitten werden jedoch Verfahren behandelt, die diesen Nachteil kompensieren.

Ein weiterer Nachteil der rein modalen Transformation liegt darin, dass die physikalischen Freiheitsgrade während der Simulation nicht unmittelbar zugänglich sind, da das System ausschließlich in modalen Koordinaten beschrieben wird. Die physikalischen Koordinaten „vermischen“ sich in den modalen Koordinaten, so dass während der Berechnung die ursprünglichen physikalischen Freiheitsgrade nur durch eine Rücktransformation zugänglich sind. Im Rahmen dieser Arbeit werden die Kontaktknoten am unteren Rand des Profilblocks jedoch zur Ankopplung der lokalen Kontaktelemente verwendet, so dass eine explizite Darstellung der Hauptfreiheitsgrade von Vorteil ist.

### 3.2.1.3 Verfahren von HURTY

Das Verfahren einer gemischten statischen und modalen Kondensation ist erstmals in den 1960er Jahren von HURTY [49] beschrieben worden. Dieses Verfahren vereint die Vorteile der statischen Kondensation, dass die vorab definierten Hauptfreiheitsgrade im System erhalten bleiben und die statische Lösung des Systems stets erfüllt wird, mit den Vorteilen der modalen Reduktion, die Dynamik der Nebenfreiheitsgrade zu approximie-

ren. Wie bei der statischen Kondensation muss auch hier eine Unterteilung des Systems in Haupt- und Nebenfreiheitsgrade vorgenommen werden. Im Gegensatz zur rein statischen Kondensation jedoch werden die Nebenfreiheitsgrade neben dem statischen Zusammenhang mit den Hauptfreiheitsgraden durch zusätzliche modale Ansatzfunktionen dynamisch approximiert. Weiterer Vorteil des Verfahrens nach HURTY ist die explizite Berücksichtigung von Starrkörperbewegungen. Diese Betrachtung fehlt bei den meisten in der Literatur beschriebenen Verfahren, die von einer eingespannten Struktur ohne Starrkörperbewegungsmöglichkeiten ausgehen.

Eine beliebige Verschiebungsconfiguration  $\mathbf{u}$  des Systems wird beim Verfahren von HURTY durch eine Starrkörperbewegung  $\mathbf{u}^R$  ausgedrückt, der sich eine Verformung  $\mathbf{u}^E$  des elastischen Strukturmodells überlagert

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^R + \mathbf{u}^E. \quad (3.25)$$

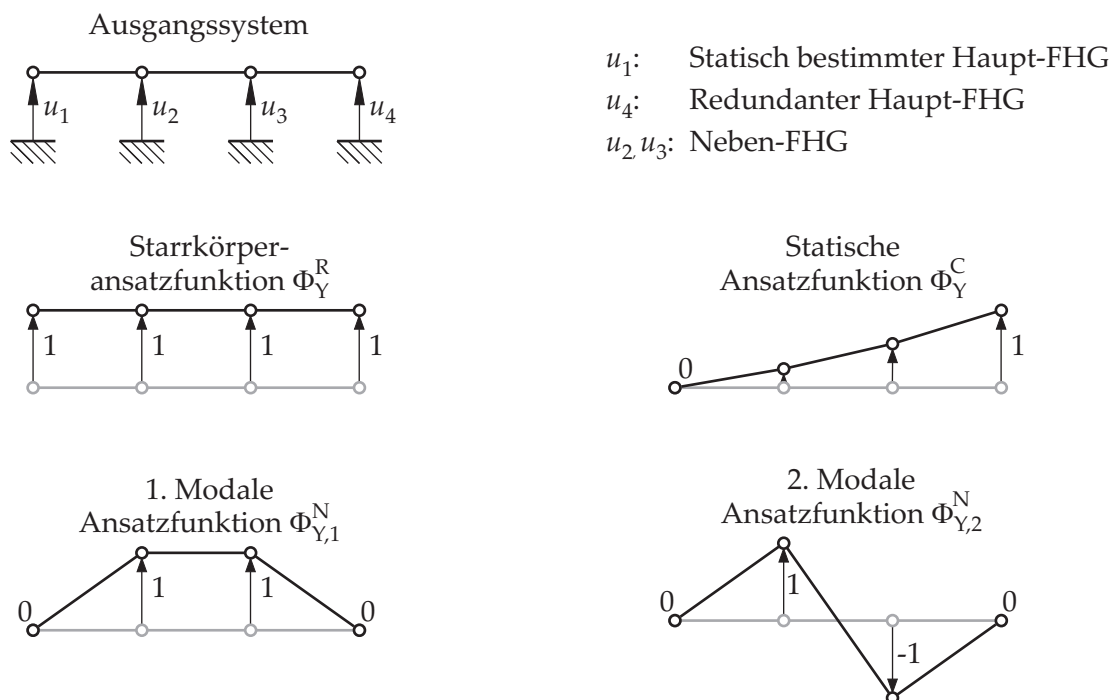
Sowohl die Starrkörperbewegungen als auch die elastischen Verformungen beschreibt HURTY über eigene Ansatzfunktionen. Hierbei wird jedem Starrkörperfreiheitsgrad eine eigene Ansatzfunktion zugeordnet, die sich über die gesamte Struktur erstreckt. Werden sämtliche Freiheitsgrade beispielsweise in  $y$ -Richtung mit der gleichen Verschiebung beaufschlagt, so ist die Starrkörperbewegung in  $y$ -Richtung hinreichend definiert. Diese Ansatzfunktionen werden nachfolgend Starrkörpermoden (*Rigid body modes*)  $\Phi_Y^R$  genannt. Die Starrkörperbewegung wird im allgemeinen Fall, in dem keine geometrischen Randbedingungen vorliegen, durch sechs unabhängige Freiheitsgrade beschrieben. Diese im Prinzip beliebig wählbaren, unabhängigen Hauptfreiheitsgrade werden nach HURTY als statisch bestimmte Hauptfreiheitsgrade  $\mathbf{u}_{H,s}$  bezeichnet. Üblicherweise ist das Strukturmodell jedoch durch eine wesentlich höhere Anzahl von Hauptfreiheitsgraden gekennzeichnet, so dass HURTY eine Unterteilung der Hauptfreiheitsgrade in statisch bestimmte Hauptfreiheitsgrade  $\mathbf{u}_{H,s}$  und redundante Hauptfreiheitsgrade  $\mathbf{u}_{H,r}$  vornimmt. Letztere werden auch als statisch unbestimmte Freiheitsgrade bezeichnet. Eine beliebige elastische Verformung eines einzelnen statisch unbestimmten Freiheitsgrades wird durch eine Ansatzfunktion beschrieben, bei welcher der zu betrachtende  $i$ -te statisch unbestimmte Hauptfreiheitsgrad  $u_{H,r,i}$  durch eine Einheitsverschiebung beaufschlagt wird, während alle anderen Hauptfreiheitsgrade gesperrt werden. Die Nebenfreiheitsgrade hingegen sind nicht beschränkt. Diese Ansatzfunktionen (*Constraint modes*)  $\Phi_Y^C$  entsprechen somit den Ansatzfunktionen der rein statischen Kondensation und berechnen sich nach Gl. (3.11). Die beliebige Verformung eines statisch bestimmten Hauptfreiheitsgrades  $\mathbf{u}_{H,s,i}$  ist in dem Verfahren nach HURTY durch Linearkombination der Starrkörpermoden  $\Phi_Y^R$  und statischen Moden  $\Phi_Y^C$  darstellbar.

Relative Verschiebungen der Nebenfreiheitsgrade gegenüber den Hauptfreiheitsgraden, die aus dynamischen Anteilen resultieren, werden durch modale Ansatzfunktionen berücksichtigt. Diese Ansatzfunktionen (*Normal modes*)  $\Phi_Y^N$  dürfen an den Hauptfreiheitsgraden keine Verschiebung aufweisen, um die Hauptfreiheitsgrade explizit im System zu

erhalten. Es ist zweckmäßig, wenn auch nicht unbedingt erforderlich, hierfür die modalen Ansatzfunktionen des an den Hauptfreiheitsgraden gefesselten Systems zu verwenden. Die Ansatzfunktionen können über die Eigenvektoren des an den Hauptfreiheitsgraden gesperrten Systems bestimmt werden, vgl. Abschnitt 3.2.1.2.

**Bild 3.4** stellt die unterschiedlichen modalen Ansatzfunktionen nach HURTY für ein anschauliches Beispiel dar. Das System hat vier translatorische Freiheitsgrade, die in vertikale Richtung weisen. Eine horizontale Verschiebung der Freiheitsgrade wird nicht zugelassen. Somit existiert ein Starrkörperfreiheitsgrad in die vertikale Richtung und demnach auch ein statisch bestimmter Freiheitsgrad, dieser wird in dem Beispiel  $u_1$  zugeordnet. Es wird ein weiterer Hauptfreiheitsgrad definiert, dieser ist nun redundanter Hauptfreiheitsgrad und wird  $u_4$  zugewiesen. Die beiden übrigen Freiheitsgrade  $u_2$  sowie  $u_3$  werden als Nebenfreiheitsgrade deklariert.

Werden neben den statischen Ansatzfunktionen (*Constraint modes*) sämtliche Eigenformen des Systems (*Normal modes*) bei der weiteren Berechnung berücksichtigt, so ist die nach HURTY transformierte Systemgleichung formal identisch mit dem Ausgangssystem, es handelt sich lediglich um eine Koordinatentransformation. Hierbei ist zu beachten, dass die modalen Ansatzfunktionen zur Beschreibung der Nebenfreiheitsgrade nicht mit den real am System auftretenden Schwingungsformen übereinstimmen, sondern es sich um mathematische Ansatzfunktionen für den Transformationsformalismus handelt. Eine Reduktion der Freiheitsgrade wird nun dadurch erreicht, dass neben den Starrkörpermoden und den statischen Ansatzfunktionen nicht die vollständige Anzahl modaler Ansatzfunktionen verwendet wird.



**Bild 3.4:** Darstellung der verschiedenen Ansatzfunktionen der HURTY-Transformation an einem Beispiel

**Bild 3.5** stellt exemplarisch die statischen Ansatzfunktionen  $\Phi_Y^C$  des Profilblockmodells für den ersten Knoten in horizontaler bzw. vertikaler Richtung  $\eta_1, \xi_1$  dar. **Bild 3.6** zeigt die ersten acht Eigenformen  $\Phi_Y^N$  des an den Hauptfreiheitsgraden gefesselten, hier behandelten Profilblocks. Somit leitet sich eine beliebige Verschiebung der Struktur aus der Starrkörperverschiebung  $\mathbf{u}^R$ , der Verschiebung durch die statischen Ansatzfiguren  $\mathbf{u}^C$  und der Verschiebung durch die modalen Ansatzfiguren  $\mathbf{u}^N$  ab

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}^R + \mathbf{u}^C + \mathbf{u}^N. \quad (3.26)$$

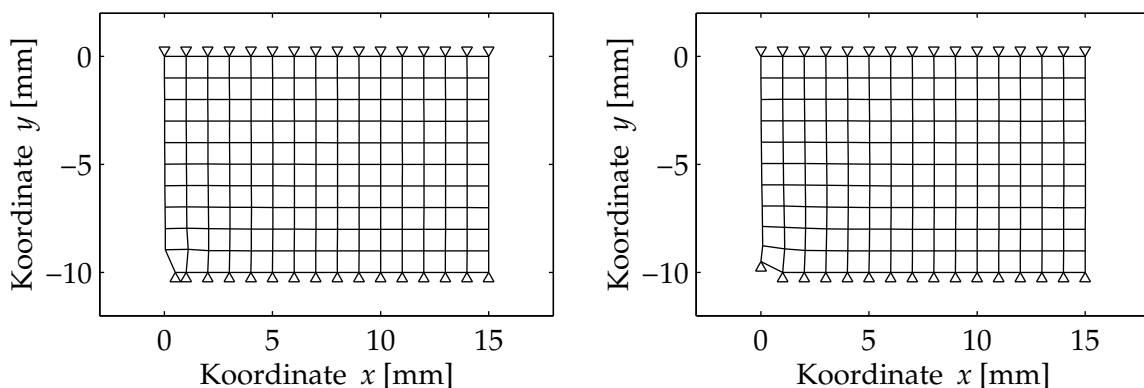
Die physikalischen Koordinaten  $\mathbf{u}$  können nun mit Hilfe der jeweiligen Ansatzfunktionen auf die nach HURTY reduzierten Koordinaten, nachfolgend HURTY-Koordinaten  $\mathbf{u}_Y$  genannt, umgerechnet werden

$$\mathbf{u} = \Phi_Y^R \mathbf{u}_Y^R + \Phi_Y^C \mathbf{u}_Y^C + \Phi_Y^N \mathbf{u}_Y^N = \begin{bmatrix} \Phi_Y^R & \Phi_Y^C & \Phi_Y^N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_Y^R \\ \mathbf{u}_Y^C \\ \mathbf{u}_Y^N \end{bmatrix} = \Phi_Y \mathbf{u}_Y, \quad (3.27)$$

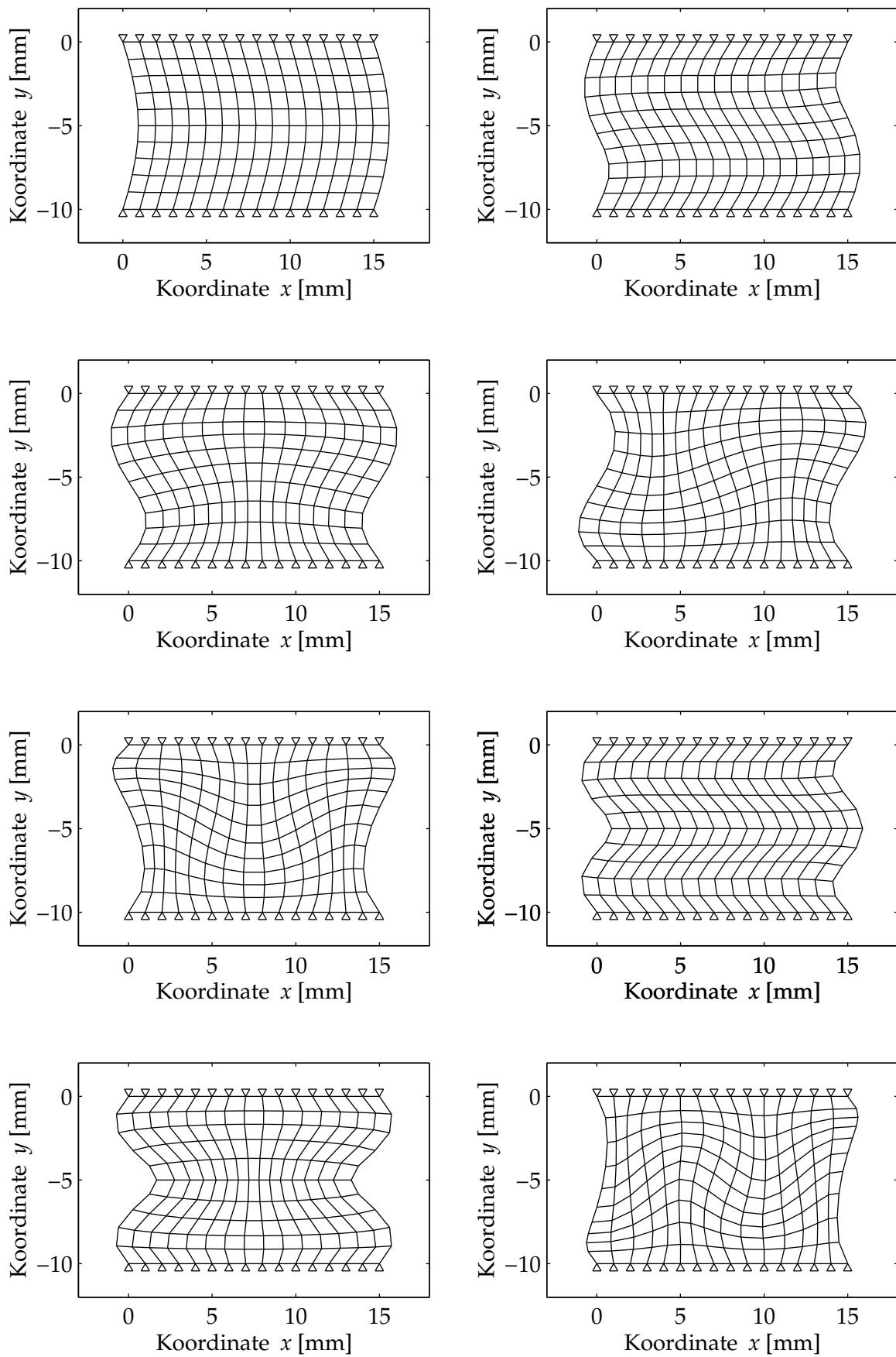
wobei die gesuchte Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_Y$  der Matrix  $\Phi_Y$  entspricht,  $\mathbf{T}_Y = \Phi_Y$ . Hierbei setzt sich der Starrkörperverschiebungsvektor  $\mathbf{u}_Y^R$  im allgemeinen Fall aus sechs Komponenten zusammen, die je einen Starrkörperfreiheitsgrad abdecken. Analog zur Besetzung des HURTY-Freiheitsgradvektors  $\mathbf{u}_Y$  sind nun auch die HURTY-Systemmatrizen  $\mathbf{M}_Y$ ,  $\mathbf{D}_Y$  und  $\mathbf{K}_Y$  mit Hilfe der Matrix  $\mathbf{T}_Y = \Phi_Y$  zu generieren

$$\mathbf{M}_Y = \mathbf{T}_Y^T \mathbf{M} \mathbf{T}_Y, \quad \mathbf{D}_Y = \mathbf{T}_Y^T \mathbf{D} \mathbf{T}_Y, \quad \mathbf{K}_Y = \mathbf{T}_Y^T \mathbf{K} \mathbf{T}_Y. \quad (3.28)$$

Die Systemmatrizen sind in Anlehnung an die Starrkörperanteile, die Anteile der statischen und modalen Ansatzfunktionen wie folgt partitioniert, wie am Beispiel der HURTY-Massenmatrix gezeigt werden soll



**Bild 3.5:** Statische Ansatzfunktionen  $\Phi_Y^C$  von Knoten 1 in horizontaler und vertikaler Richtung



**Bild 3.6:** Darstellung der ersten acht modalen Ansatzfunktionen  $\Phi_Y^N$  nach HURTY



$$\mathbf{M}_Y = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_Y^{RR} & \mathbf{M}_Y^{RC} & \mathbf{M}_Y^{RN} \\ \mathbf{M}_Y^{CR} & \mathbf{M}_Y^{CC} & \mathbf{M}_Y^{CN} \\ \mathbf{M}_Y^{NR} & \mathbf{M}_Y^{NC} & \mathbf{M}_Y^{NN} \end{bmatrix}. \quad (3.29)$$

Die jeweiligen Untermatrizen ergeben sich aus den einzelnen Transformationsmatrizen, so berechnet sich z. B. die Teilmatrix  $\mathbf{M}_Y^{RC}$  zu

$$\mathbf{M}_Y^{RC} = \mathbf{T}_Y^{RT} \mathbf{M} \mathbf{T}_Y^C. \quad (3.30)$$

In der zusammengesetzten Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_Y$  sind alle Einträge, die Starrkörperverschiebungen zugeordnet sind, Nullmatrizen, da eine reine Starrkörperbewegung keine Verformung des Systems verursacht. Weiterhin sind die Teilmatrizen  $\mathbf{K}_Y^{CN}$  bzw.  $\mathbf{K}_Y^{NC}$  Nullmatrizen, da Verformungsanteile der modalen Ansatzfiguren (*Normal modes*) durch die Randbedingungen an den Hauptfreiheitsgraden keine Verschiebung aufweisen können. Somit können Kräfte, die an Hauptfreiheitsgraden angreifen, an diesen modalen Freiheitsgraden keine Arbeit direkt verrichten, die eine Änderung der potentiellen Energie des Systems bewirkt. Dies führt auf eine HURTY-Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_Y$ , bei der lediglich die Untermatrizen  $\mathbf{K}_Y^{CC}$  und  $\mathbf{K}_Y^{NN}$  besetzt sind

$$\mathbf{K}_Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{K}_Y^{CC} & 0 \\ 0 & 0 & \mathbf{K}_Y^{NN} \end{bmatrix}. \quad (3.31)$$

Die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}_Y$  ist im allgemeinen Fall voll besetzt. Wird jedoch davon ausgegangen, dass die reine Starrkörperbewegung ungedämpft ist und nur innere Dämpfung betrachtet werden soll, resultiert die folgende Dämpfungsmatrix

$$\mathbf{D}_Y = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \mathbf{D}_Y^{CC} & \mathbf{D}_Y^{CN} \\ 0 & \mathbf{D}_Y^{NC} & \mathbf{D}_Y^{NN} \end{bmatrix}. \quad (3.32)$$

Die Absolutverschiebung der redundanten Hauptfreiheitsgrade  $\mathbf{u}_{H,r}$  setzt sich zum einen aus einem Verformungsanteil  $\mathbf{u}_{H,r}^C$  und einem Starrkörperanteil  $\mathbf{u}_{H,r}^R$  zusammen

$$\mathbf{u}_{H,r} = \mathbf{u}_{H,r}^C + \mathbf{u}_{H,r}^R. \quad (3.33)$$

Die Ansatzfunktion der statisch bestimmten Hauptfreiheitsgrade beinhaltet per Definition die absolute Verschiebung des jeweiligen Freiheitsgrads, die durch die entsprechende Starrkörperansatzfunktion ausgedrückt wird

$$\mathbf{u}_{H,s} = \mathbf{u}_{H,s}^R \quad (3.34)$$

Analog zur bisherigen Vorgehensweise werden auch die extern angreifenden Kräfte  $\mathbf{f}$  durch die Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_Y$  den entsprechenden Verschiebungsarten zugeordnet

$$\mathbf{f}_Y = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_Y^R \\ \mathbf{f}_Y^C \\ \mathbf{f}_Y^N \end{bmatrix} = \mathbf{T}_Y^T \mathbf{f} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_Y^{RT} \\ \mathbf{T}_Y^{CT} \\ \mathbf{T}_Y^{NT} \end{bmatrix} \mathbf{f}. \quad (3.35)$$

Die nach den einzelnen Anteilen der Ansatzfunktionen getrennte Bewegungsgleichung lautet somit

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_Y^{RR} & \mathbf{M}_Y^{RC} & \mathbf{M}_Y^{RN} \\ \mathbf{M}_Y^{CR} & \mathbf{M}_Y^{CC} & \mathbf{M}_Y^{CN} \\ \mathbf{M}_Y^{NR} & \mathbf{M}_Y^{NC} & \mathbf{M}_Y^{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_Y^R \\ \ddot{\mathbf{u}}_Y^C \\ \ddot{\mathbf{u}}_Y^N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{D}_Y^{CC} & \mathbf{D}_Y^{CN} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_Y^{NC} & \mathbf{D}_Y^{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_Y^R \\ \dot{\mathbf{u}}_Y^C \\ \dot{\mathbf{u}}_Y^N \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{K}_Y^{CC} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{K}_Y^{NN} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_Y^R \\ \mathbf{u}_Y^C \\ \mathbf{u}_Y^N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f}_Y^R \\ \mathbf{f}_Y^C \\ \mathbf{f}_Y^N \end{bmatrix}. \quad (3.36)$$

In dieser Darstellung kann nun die dynamische Antwort des transformierten Systems berechnet werden. Die Reduktion der Freiheitsgrade wird analog zur rein modalen Kondensation durch Vernachlässigung bestimmter Ansatzfunktionen der Modalmatrix  $\Phi_Y^N$  des an den Hauptfreiheitsgraden gefesselten Systems erreicht. Soll nach der Simulationsrechnung auch die Antwort der Nebenfreiheitsgrade ermittelt werden, so ist der entsprechende HURTY-Verschiebungsvektor  $\mathbf{u}_Y$  bzw. der HURTY-Geschwindigkeitsvektor  $\dot{\mathbf{u}}_Y$  über die bekannte Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_Y$  durch Rücktransformation zu berechnen.

#### 3.2.1.4 Verfahren von CRAIG und BAMPTON

CRAIG und BAMPTON greifen 1968 dieses Verfahren auf und gestalten es in Bezug auf die Behandlung von Systemen ohne Starrkörperfreiheitsgrade praxistauglicher [24]. Nachteil der ursprünglichen Methode nach HURTY ist, dass das System in statisch bestimmte und redundante Hauptfreiheitsgrade unterteilt werden muss. Die statisch bestimmten Freiheitsgrade sind somit vorab vom Anwender festzulegen. Diesen Nachteil umgehen CRAIG und BAMPTON in ihrer Methode, indem eine einheitliche Betrachtung aller Hauptfreiheitsgrade erfolgt: Sämtliche Hauptfreiheitsgrade werden nun über statische Ansatzfunktionen (*Constraint modes*) beschrieben. Die Methode nach HURTY dagegen beschreibt statisch bestimmte Hauptfreiheitsgrade über Starrkörpermoden. Die von

CRAIG/BAMPTON dargestellte Vereinfachung verringert zum einen den formalen Aufwand und nimmt zum anderen dem Anwender die Festlegung der statisch bestimmten bzw. redundanten Hauptfreiheitsgrade ab. Formal lassen sich jedoch beide Verfahren ineinander überführen: Die Ansatzfunktionen der HURTY-Transformation können als Linearkombination der Ansatzfunktionen der CRAIG/BAMPTON-Transformation dargestellt werden, vgl. [23].

Für den Fall, dass alle Starrkörperfreiheitsgrade gesperrt sind, sind beide Verfahren identisch. In Anlehnung an die HURTY-Transformation setzt sich die CRAIG/BAMPTON-Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_{CB}$  aus den statischen und den modalen Ansatzfunktionen zusammen. Die statischen Ansatzfunktionen beinhalten die statische Antwort des Systems auf eine Einheitsauslenkung eines Hauptfreiheitsgrades, während die übrigen Hauptfreiheitsgrade festgesetzt sind.

Durch die fehlende explizite Starrkörpermodenbehandlung ist die Bewegungsgleichung lediglich nach Hauptfreiheitsgraden  $\mathbf{u}_H$  und Nebenfreiheitsgraden  $\mathbf{u}_N$  analog nach Gl. (3.9) zu partitionieren. Die CRAIG/BAMPTON-Transformationsmatrix  $\mathbf{T}_{CB}$  überführt die physikalischen Koordinaten in die Schreibweise nach CRAIG und BAMPTON

$$\begin{bmatrix} \mathbf{u}_N \\ \mathbf{u}_H \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} \Phi^* & \mathbf{T}_{SK} \\ \mathbf{0} & \mathbf{E} \end{bmatrix}}_{\mathbf{T}_{CB}} \underbrace{\begin{bmatrix} \mathbf{u}_{mod}^* \\ \mathbf{u}_H \end{bmatrix}}_{\mathbf{u}_{CB}}. \quad (3.37)$$

Hierbei steht  $\Phi^*$  für die Modalmatrix des an den Hauptfreiheitsgraden gesperrten Systems und  $\mathbf{u}_{mod}^*$  für die zugeordneten modalen Freiheitsgrade.

Dies bedeutet anschaulich, dass die Beschreibung der Nebenfreiheitsgrade einerseits wie bei der rein statischen Kondensation durch die statischen Ansatzfunktionen erfolgt. Andererseits approximiert die modale Beschreibung dynamische Anteile. Die dynamische Antwort der Hauptfreiheitsgrade des Systems kann unmittelbar aus der reduzierten Formulierung

$$\mathbf{T}_{CB}^T \mathbf{M} \mathbf{T}_{CB} \ddot{\mathbf{u}}_{CB} + \mathbf{T}_{CB}^T \mathbf{D} \mathbf{T}_{CB} \dot{\mathbf{u}}_{CB} + \mathbf{T}_{CB}^T \mathbf{K} \mathbf{T}_{CB} \mathbf{u}_{CB} = \mathbf{T}_{CB}^T \mathbf{f} \quad (3.38)$$

bzw. mit Hilfe der CRAIG/BAMPTON-Systemmatrizen  $\mathbf{M}_{CB}$ ,  $\mathbf{D}_{CB}$ ,  $\mathbf{K}_{CB}$  und dem CRAIG/BAMPTON-Kraftvektor  $\mathbf{f}_{CB}$  ausgedrückt,

$$\mathbf{M}_{CB} \ddot{\mathbf{u}}_{CB} + \mathbf{D}_{CB} \dot{\mathbf{u}}_{CB} + \mathbf{K}_{CB} \mathbf{u}_{CB} = \mathbf{f}_{CB} \quad (3.39)$$

berechnet werden. Falls notwendig, besteht die Möglichkeit der Rückrechnung der Nebenfreiheitsgrade nach der Simulationsrechnung über eine Rücktransformation.

### 3.2.2 Implementierung in das Gesamtmodell

Vorteil des Verfahrens nach CRAIG/BAMPTON ist, dass vorab definierte Freiheitsgrade der Knoten explizit im System erhalten bleiben. Für den hier vorliegenden Anwendungsfall des Modellprofilblocks sind dies die Kontaktknoten  $i = 1 \dots 16$ . Somit können Methoden der Kontaktberechnung, die für die Finite-Elemente-Methode entwickelt worden sind, ohne Einschränkungen angewendet werden.

Das CRAIG/BAMPTON-Verfahren erfüllt stets die statische Lösung des Systems, und die zusätzlichen modalen Ansatzfunktionen approximieren die Dynamik des Systems. Die Anzahl der zusätzlichen Moden bestimmt die Qualität der Approximation: Je größer die Zahl der modalen Ansatzfunktionen gewählt wird, desto besser gelingt die dynamische Beschreibung, was jedoch zu Lasten der Rechenzeit geht.

Für den Fall, dass sämtliche Eigenformen des Systems berücksichtigt werden, ist die Beschreibung exakt, und es handelt sich lediglich um eine Koordinatentransformation. Fast alle Reduktionsverfahren verwenden das Superpositionsverfahren und setzen ein lineares Grundmodell voraus, welches im vorliegenden Fall durch die lineare Materialbeschreibung gegeben ist. In der Literatur existieren zwar Reduktionsverfahren auch für nichtlineare Materialgesetze [41], [99], [123], jedoch ist der tatsächliche Aufwand zur Berechnung dieser Systeme oft mit dem der nicht reduzierten Ausgangssysteme vergleichbar.

## 3.3 Modul 2: Lokale Reibwertcharakteristik

Eine zentrale Rolle bei der Berechnung der Profilblockdynamik spielt der Einfluss der Reibung. Die Normal- und Tangentialkräfte in der Bodenaufstandsfläche werden maßgeblich von der dynamischen Radlast, den mechanischen Eigenschaften der Reifenstruktur sowie den Reibverhältnissen bestimmt. Die lokale Reibwertcharakteristik zur Beschreibung der Reibvorgänge in der Bodenaufstandsfläche ist von vielen Parametern abhängig, die Ursachen sind in Abschnitt 2.2 bereits eingehend behandelt worden.

### 3.3.1 Einflussgrößen auf den Reibwert

Die wichtigsten Einflussgrößen auf den Reibwert für eine gegebene Kontaktpaarung sind die Relativgeschwindigkeit sowie die Flächenpressung. An dieser Stelle ist weiterhin die Temperatur zu nennen, deren Einfluss im Rahmen dieser Arbeit jedoch nicht behandelt wird. HOFSTETTER [43] hat in ihrer Dissertation gezeigt, dass eine Berücksichtigung des Einflusses der Kontakttemperatur auf die Reibwertcharakteristik bei den von ihr durchgeführten Simulationen eines Profilelements auf einer Asphaltoberfläche keine nennenswerten Auswirkungen auf das mechanische Verhalten des Gesamtsystems hat.

Voraussetzung zur realitätsnahen Berechnung der Profilblockdynamik ist die Kenntnis des lokalen Reibwertes. Es ist daher eine Reibwertkennlinie bzw. ein Reibwertkennfeld in Abhängigkeit der wichtigsten Einflussparameter Flächenpressung und Relativgeschwindigkeit zu ermitteln. Die Reibwertcharakteristik kann im Modell als mathematische Funktion aus einer lokalen Reibwertberechnung, numerischen Simulationen oder einer Approximation von Messwerten hinterlegt werden. Grundsätzlich ist es ebenfalls möglich, Messergebnisse unmittelbar in einem Kennfeld als diskrete Werte zu hinterlegen. Dieser Ansatz ist jedoch aus reibphysikalischer Sicht nicht empfehlenswert, da somit Unstetigkeiten im Reibwertverlauf auftreten, die zu verfälschenden und aus der Reibphysik nicht erkläraren Effekten in der Simulation führen würden.

### 3.3.2 Numerische Behandlung der Reibwertberechnung

Die Eingangsgrößen lokale Flächenpressung und lokale Relativgeschwindigkeit für die lokale Reibwertberechnung werden bei jedem Integrationsschritt für jedes einzelne lokale Kontaktelement wie folgt ermittelt: Das Strukturmodell stellt mit Hilfe der horizontalen Knotengeschwindigkeiten  $\dot{\eta}_i$  der Kontaktknoten und der eingepprägten Gleitgeschwindigkeit  $v_0$  die Relativgeschwindigkeit des jeweiligen Kontaktknotens zur Reiboberfläche zur Verfügung. Die Relativgeschwindigkeit  $v_{\text{rel},i}$  am  $i$ -ten lokalen Kontaktelement beträgt

$$v_{\text{rel},i} = v_0 + \dot{\eta}_i, \quad (3.40)$$

vgl. **Bild 3.2** und **Bild 3.3**. Modul 3 ermittelt für jedes lokale Kontaktelement während der Simulation die lokale Kontaktnormalkraft  $F_{\text{N},i}$  und mit Hilfe der dem lokalen Kontaktelement zugeordneten Fläche  $A_i$  lässt sich die lokale Flächenpressung  $p_{\text{N},i}$  bestimmen

$$p_{\text{N},i} = \frac{F_{\text{N},i}}{A_i}. \quad (3.41)$$

Somit stehen die Eingangsgrößen für den parameterabhängigen lokalen Reibwert zur Verfügung. Die Berechnung des lokalen Reibwerts erfolgt während der Simulation in Abhängigkeit der im aktuellen Zeitschritt vorliegenden Kontaktsituation an jedem lokalen Kontaktelement. Dieser aktuelle lokale Reibwert  $\mu_i$  wird mit der Kontaktnormalkraft des jeweiligen lokalen Kontaktelements multipliziert und als lokale Reibkraft an dem lokalen Kontaktelement aufgepräg. Im Gleitzustand ist die Reibkraft so gerichtet, dass sie der Relativgeschwindigkeit entgegengesetzt ist. Dies führt auf eine nichtglatte Reibwertcharakteristik, die im Allgemeinen bei  $v_{\text{rel},i} = 0$  einen Sprung aufweist. In der Simulation ist somit eine Fallunterscheidung zu treffen. Aus numerischer Sicht bietet sich eine Glättung des Systems durch Näherung  $g(v_{\text{rel},i})$  der Signumfunktion durch eine Arkustangensfunktion an

$$F_{R,i} = \underbrace{\frac{2}{\pi} \arctan(k_S v_{\text{rel},i})}_{g(v_{\text{rel},i})} \mu_i(v_{\text{rel},i}, p_{N,i}) F_{N,i}. \quad (3.42)$$

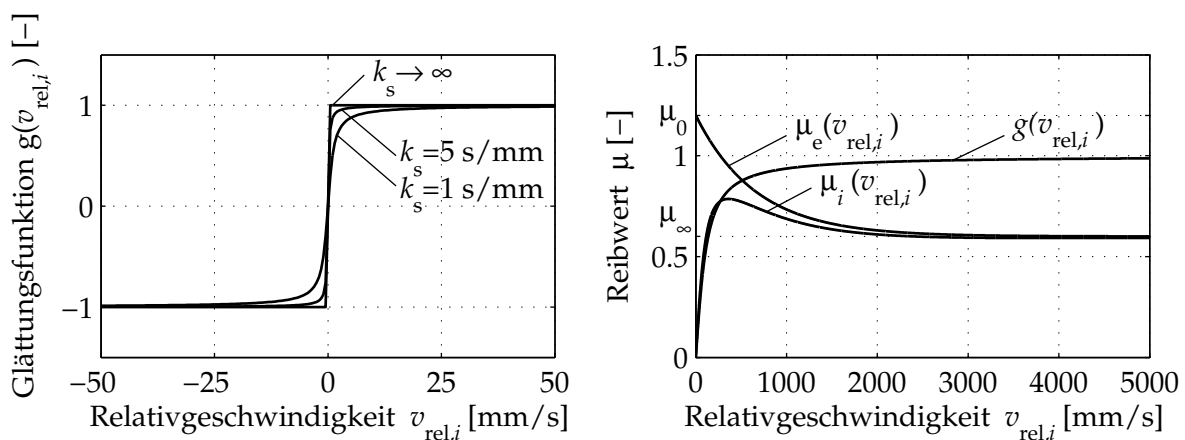
Dies hat den Vorteil, dass keine Fallunterscheidung  $v_{\text{rel},i} < 0$  oder  $v_{\text{rel},i} > 0$  notwendig ist. Ein exaktes Haften kann durch diese Näherung nicht abgebildet werden, da  $\mu(v_{\text{rel},i} = 0) = 0$  ist. Zur näherungsweise Abbildung des Haftzustands ist somit numerisch eine geringe Relativgeschwindigkeit notwendig, die das Systemverhalten für die in Abschnitt 4.2 beschriebenen Parameter nur vernachlässigbar beeinflusst. Der Steigungsparameter  $k_S$  bestimmt die Steigung der Glättungsfunktion  $g(v_{\text{rel},i})$  im Ursprung, vgl. Gl. (3.42):

$$\left. \frac{dg(v_{\text{rel},i})}{dv_{\text{rel},i}} \right|_{v_{\text{rel},i}=0} = \left. \frac{d \frac{2}{\pi} \arctan(k_S v_{\text{rel},i})}{dv_{\text{rel},i}} \right|_{v_{\text{rel},i}=0} = \frac{2}{\pi} k_S. \quad (3.43)$$

Je größer der Steigungsparameter gewählt wird, desto besser ist die Approximation. Dies führt jedoch gleichzeitig zu einem steiferen System, welches deutlich längere Rechenzeiten aufgrund der notwendigen kleineren Integrationsschrittweiten nach sich zieht. **Bild 3.7** links stellt exemplarisch die geglätteten Verläufe der Signumfunktion für ausgewählte Werte des Steigungsparameters  $k_S$  dar.

Reibwertcharakteristiken von Elastomeren auf rauen Oberflächen zeigen in einer Vielzahl von Experimenten ein Maximum über der Relativgeschwindigkeit  $v_{\text{rel}}$ , welches durch das viskoelastische Materialverhalten erklärbar ist [36]. Im Rahmen dieser Arbeit beschreibt eine Approximationsfunktion, die sich aus zwei Anteilen multiplikativ zusammensetzt, diese geschwindigkeitsabhängige Eigenschaft.

Der erste Anteil ist die mit Hilfe der Arkustangensfunktion geglättete Signumfunktion



**Bild 3.7:** Links: Einfluss des Steigungsparameters  $k_S$  auf die Approximationsgüte an die Signumfunktion; rechts: Veranschaulichung des Einflusses der zur Reibwertcharakteristik verwendeten Parameter

$g(v_{\text{rel},i})$ , die mit dem zweiten Anteil, einer exponentiell fallenden Approximationsfunktion  $\mu_e(v_{\text{rel},i})$ , multipliziert wird. Die Exponentialfunktion wird durch die Parameter  $\mu_{\infty,v}$ ,  $\mu_{0,v}$  und  $\gamma_v < 0$  beschrieben

$$\mu_e(v_{\text{rel},i}) = \mu_{\infty,v} + (\mu_{0,v} - \mu_{\infty,v}) e^{\gamma_v |v_{\text{rel},i}|}. \quad (3.44)$$

Der Parameter  $\mu_{0,v}$  beschreibt den Funktionswert bei einer Relativgeschwindigkeit von  $v_{\text{rel}} = 0$  und der Parameter  $\mu_{\infty,v}$  gibt den Funktionswert für den Fall  $v_{\text{rel}} \rightarrow \infty$  an. Die Abklingkonstante  $\gamma_v$  beschreibt, wie schnell sich die Funktion asymptotisch dem Wert  $\mu_{\infty}$  nähert. **Bild 3.7** rechts illustriert den Einfluss der Parameter auf den Verlauf des exponentiell fallenden Reibwertanteils sowie die resultierende Reibwertkennlinie  $\mu_i(v_{\text{rel},i})$  exemplarisch für die Werte  $\mu_{0,v} = 1,2$ ;  $\mu_{\infty,v} = 0,6$ ;  $\gamma_v = -0,0015 \text{ s/mm}$ ;  $k_s = 0,01 \text{ s/mm}$ . Die Multiplikation mit der Glättungsfunktion  $g(v_{\text{rel},i})$  führt zu einem resultierenden Verlauf von  $\mu_i(v_{\text{rel},i})$ , dessen Form das charakteristische Reibwertmaximum wiedergibt.

Darüber hinaus zeigen experimentelle Untersuchungen einen mit zunehmender Flächenpressung  $p_{N,i}$  fallenden Reibwert. Daher wird analog zur Berücksichtigung der Geschwindigkeitsabhängigkeit ebenfalls eine exponentiell fallende Approximationsfunktion mit den Parametern  $\mu_{0,p}$ ,  $\mu_{\infty,p}$  und  $\gamma_p < 0$  angesetzt. Dies führt auf eine Gesamtapproximationsfunktion in Abhängigkeit der Größen Relativgeschwindigkeit und Flächenpressung, die das typische Reibverhalten von Elastomeren auf rauen Oberflächen abbildet

$$\mu_i(v_{\text{rel},i}, p_{N,i}) = \frac{2}{\pi} \arctan(k_s v_{\text{rel},i}) \left( \mu_{\infty,v} + (\mu_{0,v} - \mu_{\infty,v}) e^{(\gamma_v |v_{\text{rel},i}|)} \right) \cdot \left( \mu_{\infty,p} + (\mu_{0,p} - \mu_{\infty,p}) e^{(\gamma_p p_{N,i})} \right). \quad (3.45)$$

Experimentell ermittelte Parameter für Reibwertkennfelder auf zwei verschiedenen rauen Oberflächen werden in Abschnitt 4.2 angegeben. Weitere mathematische Approximationsfunktionen zur Beschreibung der Reibwertcharakteristik, wie z. B. von HUEMER ET AL. [48], könnten ebenfalls ohne weiteres in das Gesamtmodell implementiert werden.

### 3.4 Modul 3: Nichtlineare Kontaktsteifigkeit

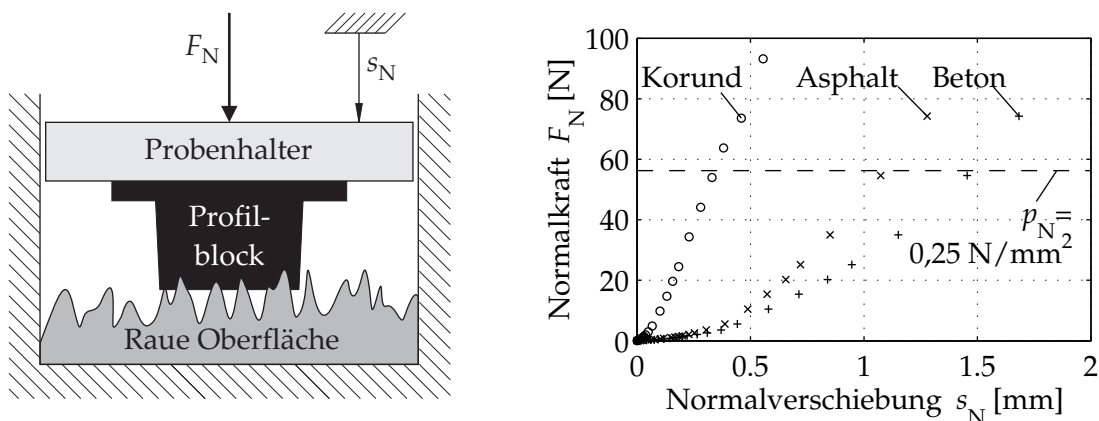
Treten zwei Körper in Kontakt, von denen mindestens einer eine raue Oberfläche aufweist, muss von einem Kontakt mit vielen einzelnen Berührungspunkten ausgegangen werden. Ein Ansatz zur effizienten Abbildung dieses komplexen Zusammenhangs, der auch für den Reifen-Fahrbahn-Kontakt Gültigkeit besitzt, gibt der nachfolgende Abschnitt.

### 3.4.1 Lokale Kontaktbetrachtungen

Beide Körper berühren sich beim Kontaktvorgang zunächst an den ausgeprägtesten Rauheitsspitzen und bilden dort entsprechende Kontaktpunkte aus. Im Fall des Reifen-Fahrbahn-Kontakts ist es naheliegend, die Fahrbahn als starr und das Elastomermaterial des Reifenlaufstreifens als verformbar zu modellieren. Diese Annahme ist durch die große Steifigkeitsdifferenz der Kontaktpartner gerechtfertigt. Mit zunehmendem Kontaktdruck treten durch das elastische Verhalten des Reifenprofils einerseits neue Kontaktpunkte auf, andererseits vergrößern sich bereits bestehende Kontaktgebiete. Hierdurch steigt die wahre Kontaktfläche. Dieser Effekt äußert sich in einer nichtlinearen Beziehung zwischen Normalkraft und Normalverschiebung: Bei sehr kleinen Kontaktkräften existieren lediglich wenige Kontaktpunkte. Dies resultiert in einem geringen Widerstand gegen weiteres Eindringen. Bei höheren Normalkräften dagegen verteilt sich die Last auf eine Vielzahl von Kontaktpunkten, so dass der Widerstand gegen weiteres Eindringen erheblich höher ist als bei kleinen Lasten.

Experimentelle Untersuchungen an einem Profilblock auf verschiedenen rauen Oberflächen von GÄBEL [34] mit dem in **Bild 3.8** links dargestellten Versuchsprinzip zeigen den sich ergebenden Zusammenhang zwischen Normalkraft  $F_N$  und globaler Normalverschiebung  $s_N$ , also der Normalverschiebung der Profilblockoberkante gegenüber der rauen Oberfläche, siehe Abschnitt 4.3.

Die gestrichelte horizontale Linie in **Bild 3.8** rechts visualisiert die Normalkraft, bei der eine nominelle Flächenpressung von  $p_N = 0,25 \text{ N/mm}^2$  vorherrscht. Dieser Wert entspricht einem typischen Kontaktdruck in der Bodenaufstandsfläche eines PKW-Reifens. Alle Kurven zeigen einen ähnlichen Verlauf mit einer geringen Steigung bei geringer Normalverschiebung. Oberhalb einer bestimmten globalen Normalverschiebung  $s_N$ , die von den jeweiligen Oberflächeneigenschaften abhängt, ist der Zusammenhang annähernd linear. Der Widerstand gegen weiteres Eindringen wird als globale Kontaktsteifigkeit  $c_N$  bezeichnet und aus dem Quotienten von Normalkraftinkrement  $\Delta F_N$  und Inkrement  $\Delta s_N$  der globalen Normalverschiebung gebildet.



**Bild 3.8:** Links: Prinzipskizze zur experimentellen Untersuchung der globalen Kontaktsteifigkeit; rechts: Gemessene Normalkraft-Verschiebungskennlinien nach [34]



Die globale Kontaktsteifigkeit gibt somit die Tangentensteigung der Normalkraft-Normalverschiebungskennlinie  $F_N(s_N)$  an

$$c_N(s_N) = \frac{\Delta F_N}{\Delta s_N}. \quad (3.46)$$

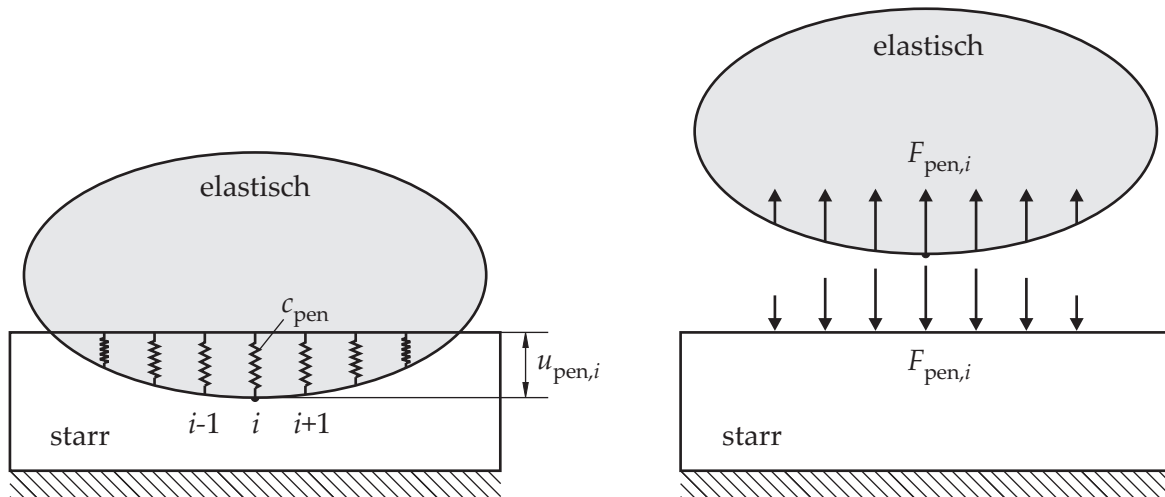
Mit zunehmender Eindringtiefe kann ein Sättigungseffekt auftreten: Die reale Kontaktfläche steigt trotz weiterer Lasterhöhung nicht weiter an, und die globale Kontaktsteifigkeit erreicht die Struktursteifigkeit des Elastomerbauteils [32], [65]. Aufgrund der vielen Kontaktstellen ist in diesem Bereich die Kontaktsituation mit einem ausgedehnten Kontakt vergleichbar. Dies führt bei einem linearen Materialverhalten zu einem linearen Zusammenhang zwischen Normalkraft und Normalverschiebung und somit zu einer konstanten globalen Kontaktsteifigkeit  $c_N(s_N)$ . Dieser Effekt tritt für realistische nominelle Flächenpressungen des Reifens zwar auf der Korundoberfläche auf, jedoch nicht bei der Asphalt- und Betonoberfläche. Dieses ist durch die unterschiedlichen Kurvenverläufe in **Bild 3.8** rechts auch für höhere Kontaktdrücke erkennbar.

### 3.4.2 Kontaktalgorithmus

Die Anforderung an das Profilblockmodell ist, diesen wichtigen nichtlinearen Zusammenhang von Normalkraft und Normalverschiebung ohne nennenswerten Verlust an Recheneffizienz abzubilden. Ein klassischer Ansatz zur numerischen Kontaktberechnung stellt die Penalty-Methode dar, siehe z. B. WRIGGERS [133]. Sie ist im Bereich der Finite-Elemente-Methode weit verbreitet. Dieser Ansatz lässt eine Durchdringung beider Kontaktpartner zwar zu, bestraft diese Durchdringung jedoch durch „Zuschalten“ einer sogenannten Penalty-Steifigkeit  $c_{\text{pen}}$ , deren Steifigkeit zur Minimierung der Durchdringung typischerweise einige Größenordnungen höher ist als die Struktursteifigkeit des Bauteils, siehe **Bild 3.9**. Die resultierende Kraft  $F_{\text{pen}}$  an der Stelle  $i$  berechnet sich aus dem Produkt der Durchdringung  $u_{\text{pen},i}$  und der konstanten Penalty-Steifigkeit  $c_{\text{pen}}$ . Die Penalty-Kraft  $F_{\text{pen},i}$  steht normal auf der Oberfläche des jeweiligen Körpers und ist somit bestrebt, die Durchdringung beider Körper aufzuheben,

$$F_{\text{pen},i} = c_{\text{pen}} u_{\text{pen},i}. \quad (3.47)$$

Je höher die Penalty-Steifigkeit im Verhältnis zur Struktursteifigkeit gewählt wird, desto geringer ist die resultierende Durchdringung der Körper. Gleichzeitig führt eine hohe Penalty-Steifigkeit zu einem steiferen System und somit zu längeren Rechenzeiten durch die notwendigen kleineren Integrationsschrittweiten bei dynamischen Systemen. Die Penalty-Steifigkeit hat keine unmittelbare physikalische Bedeutung und kann den wichtigen nichtlinearen Zusammenhang von Normalkraft und Normalverschiebung durch den Kontakt des Elastomers mit der rauen Fahrbahnoberfläche nicht abbilden. Das Penalty-

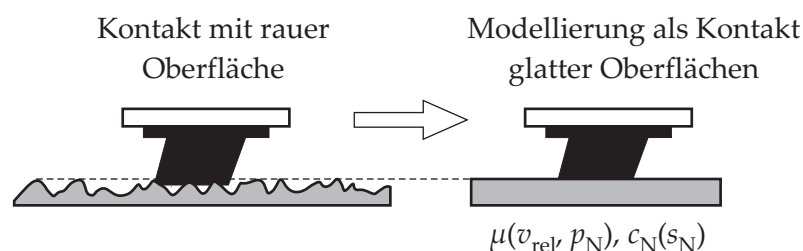


**Bild 3.9:** Veranschaulichung des Penalty-Verfahrens zur Kontaktberechnung; links: Zustand mit Durchdringung; rechts: Resultierende Reaktionskräfte auf die Kontaktpartner

Verfahren ist bei diskretisierten rauen Oberflächen numerisch sehr aufwändig und somit nicht mit den Modellanforderungen in Einklang zu bringen.

Stattdessen wird in dieser Arbeit ein dem Penalty-Verfahren ähnlicher Ansatz gewählt: Die Modellierung der rauen Oberfläche erfolgt als glatt, was zu einem einfachen und schnellen Kontaktalgorithmus führt, siehe **Bild 3.10**. Dieser als glatt modellierten Oberfläche werden nun die Reibeigenschaften, d.h. das approximierte Reibwertkennfeld der zu modellierenden Kontaktpaarung, zugewiesen.

Den zuvor diskutierten nichtlinearen Zusammenhang zwischen Normalkraft und Normalverschiebung durch die Rauheit bilden nun nichtlineare Federelemente in den einzelnen lokalen Kontaktelementen ab. Die an das Strukturmodell angekoppelten lokalen Kontaktelemente liefern die jeweiligen Kontaktkräfte. Im Gegensatz zu den Penalty-Federn mit konstanter Steifigkeit  $c_{\text{pen}}$  werden jedoch Federn mit kompressionsabhängiger Steifigkeit verwendet. Sie berücksichtigen den zuvor diskutierten nichtlinearen Zusammenhang von Normalverschiebung und Normalkraft, der auf die Eigenschaften der rauen Oberfläche zurückzuführen ist. Im Vergleich zur ursprünglichen Penalty-Methode führt das Verfahren mit nichtlinearer Kontaktsteifigkeit meist auf größere Durchdringungen. Diese können jedoch kontaktmechanisch sinnvoll interpretiert werden: Eine Durchdringung von Profilblock und der als glatt modellierten Fahrbahn bildet den Zustand ab, in dem einige Rauheitsspitzen in Kontakt mit der Profilblockoberfläche stehen. Die glatte



**Bild 3.10:** Numerisch effiziente Modellierung der rauen Oberfläche als glatte Oberfläche mit den Kontakteigenschaften der rauen Oberfläche

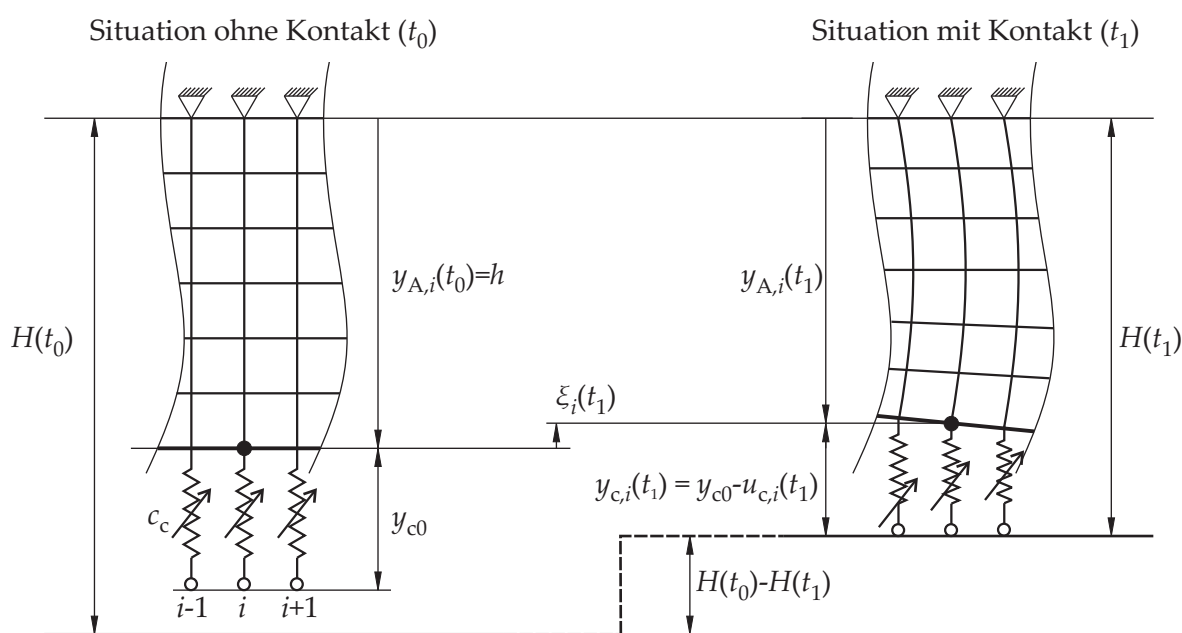
Oberfläche stellt anschaulich die „Oberkante“ der höchsten Rauheitsspitzen dar, die in **Bild 3.10** als gestrichelte Linie abgebildet ist.

Der verwendete Kontaktalgorithmus mit nichtlinearer Kontaktsteifigkeit wird nachfolgend erläutert. **Bild 3.11** veranschaulicht die für den Kontaktalgorithmus notwendigen Koordinaten und Bezugslängen für das  $i$ -te lokale Kontaktelement. Die unkomprimierte Ausgangslänge der nichtlinearen Federn ist  $y_{c0}$ . Der vertikale Abstand zwischen der festen Einspannung und dem  $i$ -ten lokalen Kontaktelement wird mit  $y_{A,i}(t)$  bezeichnet. Die Länge  $y_{A,i}(t)$  hängt von der vertikalen Verschiebung  $\xi_i(t)$  am  $i$ -ten Knoten ab und resultiert zu jedem Simulationszeitschritt aus dem Strukturmodell und der Höhe  $h$  des Finite-Elemente-Profilblockmodells

$$y_{A,i}(t) = h - \xi_i(t). \quad (3.48)$$

Die Länge  $H(t)$  beschreibt den vertikalen Abstand zwischen fester Einspannung und der Oberfläche, auf der der Profilblock gleitet. Folglich definiert die Länge  $H(t)$  die vertikale Kompression des gesamten Profilblocks. Eine bestimmte Belastung kann somit über die Einstellung dieses Parameters erreicht werden. Die Größe  $H(t)$  ist vorab zu definieren und kann grundsätzlich zeitabhängig formuliert werden.

Der Kontaktalgorithmus findet wie folgt Anwendung: Falls die Summe aus aktueller Länge  $y_{A,i}(t)$  und unkomprimierter Länge der nichtlinearen  $i$ -ten Feder  $y_{c0}$  kleiner ist als die Kompressionsvorgabe  $H(t)$  im aktuellen Zeitschritt, besteht kein Kontakt am  $i$ -ten lokalen Kontaktelement. Sowohl die lokale Normalkraft  $F_{N,i}(t)$  als auch die lokale Reibkraft  $F_{R,i}(t)$  werden zu Null gesetzt, siehe **Bild 3.11** links.



**Bild 3.11:** Für den Kontaktalgorithmus verwendete Bezugslängen und Koordinaten

Im anderen Fall wird am jeweiligen lokalen Kontaktelement Kontakt detektiert, siehe **Bild 3.11** rechts. Die entsprechende lokale Kontaktnormalkraft  $F_{N,i}(t)$  berechnet sich nun über die aktuelle Kompression  $u_i(t)$  der  $i$ -ten Feder mit der nichtlinearen lokalen Kontaktsteifigkeit  $c_{c,i}(u_i(t))$ . Die Kompression  $u_i(t)$  beschreibt die Kompression eines einzelnen Kontaktelements. Sie unterscheidet sich somit von der globalen Normalverschiebung  $s_N$ , die die Verschiebung der Oberkante des gesamten Profilblocks gegenüber der rauen Oberfläche beschreibt. Zur übersichtlicheren Darstellung wird im folgenden auf die zeitabhängige Darstellung der Größen verzichtet

$$F_{N,i} = \begin{cases} 0 & \text{falls } y_{A,i} + y_{c0} < H \\ c_{c,i}(u_i) u_i & \text{sonst.} \end{cases} \quad (3.49)$$

Die Kompression  $u_i$  der  $i$ -ten Feder berechnet sich mit Hilfe der folgenden im Modell zugänglichen Längen

$$u_i = y_{c0} - y_{c,i} = y_{c0} - (H - y_{A,i}). \quad (3.50)$$

Die lokale Reibkraft  $F_{R,i}$  am  $i$ -ten lokalen Kontaktelement wird über den lokalen Reibwert  $\mu_i(v_{\text{rel},i}, p_{N,i})$  und die lokale Kontaktnormalkraft  $F_{N,i}$  berechnet

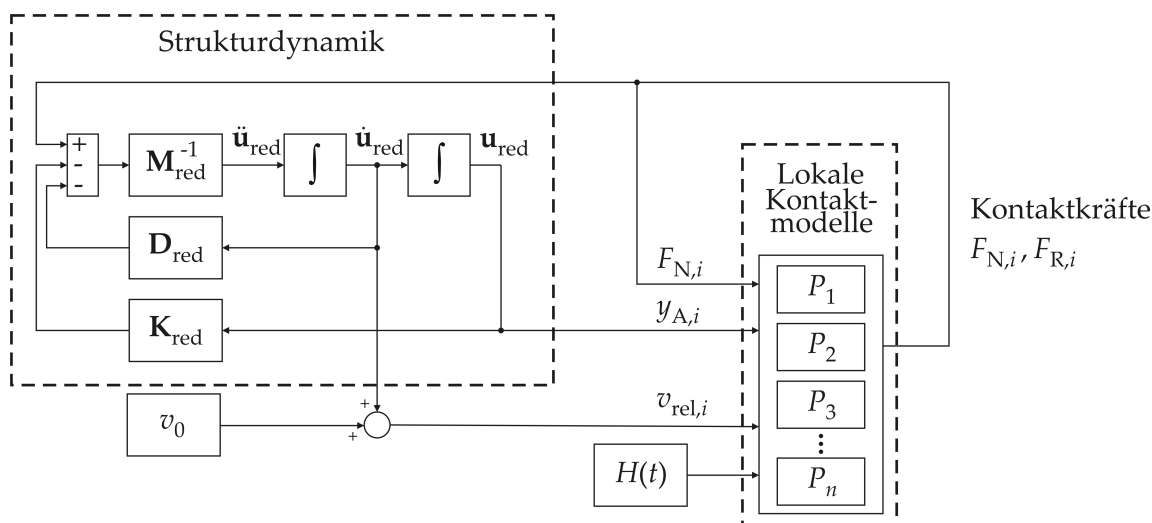
$$F_{R,i} = \mu_i(v_{\text{rel},i}, p_{N,i}) F_{N,i}. \quad (3.51)$$

Für die nichtlineare lokale Kontaktsteifigkeit wird angenommen, dass folgender exponentieller Zusammenhang zwischen lokaler Kontaktsteifigkeit  $c_{c,i}(u_i)$  und lokaler Kompression  $u_i$  des Kontaktelements besteht, hierauf wird in Abschnitt 4.3 noch einmal eingegangen

$$c_{c,i}(u_i) = c_\infty \left(1 - e^{-ku_i}\right). \quad (3.52)$$

Die Koeffizienten  $c_\infty$  und  $k$  sind in Abhängigkeit der Kontaktpartner z. B. durch Experimente zu bestimmen, siehe Abschnitt 4.3. Grundsätzlich können in dem Modell neben der exponentiellen auch andere mathematische Abhängigkeiten zur Beschreibung der kompressionsabhängigen lokalen Kontaktsteifigkeit verwendet werden.

**Bild 3.12** stellt zum Abschluss des Abschnitts das Gesamtsystem des Profilblocks dar, um die wichtigsten Ein- und Ausgangsgrößen des Kontaktmodells noch einmal zu verdeutlichen.



**Bild 3.12:** Blockschaltbild des Gesamtmodells mit den relevanten Zustands- und Eingangsgrößen

## 3.5 Modul 4: Lokaler Verschleiß

Der fortschreitende Verschleiß am Fahrzeugreifen verändert die Geometrie der Reifenprofilblöcke und beeinflusst somit die struktur- und kontaktmechanischen Eigenschaften des Systems. Ein verbreiteter Ansatz zur Berücksichtigung lokaler Verschleißeffekte bei Finite-Elemente-Berechnungen besteht darin, mit der Ausgangsgeometrie des Systems eine Simulationsrechnung für eine bestimmte Gleitstrecke durchzuführen [43], [137]. Auf Basis dieser ersten Simulation wird in Abhängigkeit eines lokalen Verschleißgesetzes der Volumenverlust an jeder Kontaktstelle bestimmt. Den nächsten Schritt bildet die Erstellung eines neuen Finite-Elemente-Modells mit veränderter Geometrie, die aus dem berechneten Volumenverlust resultiert. Dieses Vorgehen wiederholt sich so lange, bis sich ein bestimmter Verschleißzustand eingestellt hat. Dieser Ansatz hat zwei wesentliche Nachteile: Zum einen ist die Prozedur zur Erstellung der neuen Bauteilgeometrie mit Vernetzung nach jeder Einzelsimulation vergleichsweise aufwändig. Zum anderen widerspricht diese iterative schrittweise Betrachtung dem kontinuierlichen Verschleißprozess in der Realität.

### 3.5.1 Vorgehen zur Verschleißmodellierung

Nachfolgend wird ein Ansatz vorgestellt, der sowohl mit unveränderter Diskretisierung arbeitet als auch den Verschleißprozess kontinuierlich betrachtet. Die damit verbundene Einschränkung ist, dass das abgeriebene Volumen klein gegenüber der Gesamtmasse

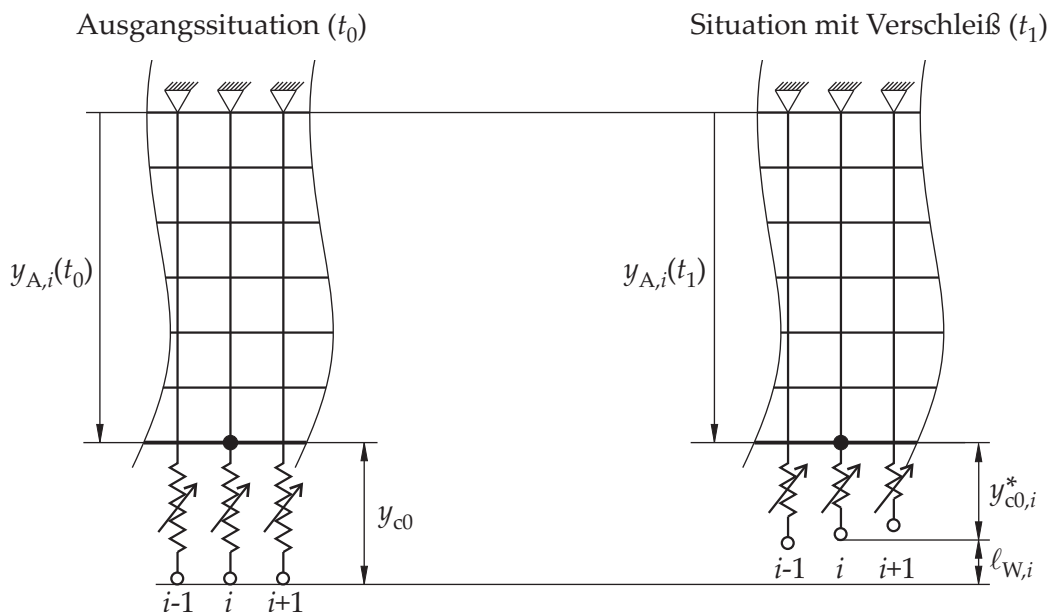
des Bauteils ist. Die bereits zur Bestimmung der Kontaktkräfte verwendeten lokalen Kontaktmodelle werden in diesem Ansatz genutzt, um lokalen Verschleiß zu simulieren. Die entspannte Länge der angekoppelten nichtlinearen, masselosen Feder am  $i$ -ten Kontaktknoten beträgt  $y_{c0}$ . Diese Feder repräsentiert ein entsprechendes Volumenelement

$$V_{0,i} = A_i y_{c0}, \quad (3.53)$$

hierbei bezeichnet  $A_i$  die einem lokalen Kontaktelement zugeordnete Fläche. Bisher ist das Volumen dieser Elemente als konstant angenommen worden. Wird das Volumen  $V_{0,i}$  nun als von der Zeit abhängige, abnehmende Größe betrachtet, können lokale Verschleißeffekte im Modell berücksichtigt werden. Das um lokalen Verschleiß reduzierte Volumen  $V_i^*$  des  $i$ -ten lokalen Kontaktelements beträgt dann

$$V_i^* = A_i y_{c0,i}^*. \quad (3.54)$$

Hier stellt  $y_{c0,i}^*$  die aktuelle Länge des  $i$ -ten lokalen Kontaktelements im unkomprimierten, also entspannten Zustand dar, siehe **Bild 3.13**. Diese kann sich in Abhängigkeit eines Verschleißgesetzes, welches noch zu identifizieren ist, reduzieren.



**Bild 3.13:** Für die Verschleißimplementierung verwendete Bezugslängen und Koordinaten; Darstellung des unbelasteten Zustands ohne Kontakt zur Reiboberfläche

### 3.5.2 Implementierung in das Gesamtmodell

Die Implementierung von lokalem Verschleiß in das Modell geschieht wie folgt: Der Volumenverlust  $V_{W,i}$  je Zeiteinheit am  $i$ -ten lokalen Kontaktelement wird über die zuge-

ordnete Fläche des lokalen Kontaktelements  $A_i$  und die Höhenreduktion pro Zeiteinheit  $\dot{\ell}_{W,i}(t)$  der nichtlinearen Feder ausgedrückt

$$\dot{V}_{W,i}(t) = A_i \dot{\ell}_{W,i}(t). \quad (3.55)$$

Dieses zeitabhängige lokale Verschleißvolumen ist durch ein geeignetes Verschleißgesetz zu beschreiben, welches in Abschnitt 4.4 erfolgt. Das verbleibende Volumen  $V_i^*(t)$  des  $i$ -ten lokalen Kontaktelements berechnet sich entsprechend zu

$$V_i^*(t) = V_{0,i} - V_{W,i}(t) = A_i y_{c0}^*(t) = A_i \left( y_{c0} - \int_0^t \dot{\ell}_{W,i}(\tau) d\tau \right). \quad (3.56)$$

Die verbleibende Länge der entspannten nichtlinearen Feder  $y_{c0,i}^*$  wird an jedem lokalen Kontaktelement während der Simulation durch Zeitintegration berechnet. Durch diese Beschreibung lässt sich im Rahmen der gewählten Integrations-schrittweite näherungsweise ein zeitkontinuierliches Verschleißverhalten modellieren.

Der in Abschnitt 3.4.2 behandelte Kontaktalgorithmus kann bei diesem Ansatz unverändert weiter angewandt werden, wenn in Gl. (3.49) und Gl. (3.50) die Größe  $y_{c0}$  durch  $y_{c0,i}^*(t)$  ersetzt wird. Die nichtlineare lokale Kontaktsteifigkeit  $c_{c,i}(u_i)$  wird dabei nicht beeinflusst.

Dadurch, dass die lokalen Kontaktelemente als masselos angenommen werden, ist dieser Ansatz nur dann sinnvoll anzuwenden, wenn die Länge  $y_{c0}$  klein gegenüber der Profilblockhöhe  $h$  ist. Diese Voraussetzung ist hier erfüllt, da während der hier betrachteten Simulationszeiten nur eine unwesentliche Abnahme der Profilblockhöhe auftritt, und bei der im Rahmen dieser Arbeit verwendeten Höhe der Kontaktschicht von  $y_{c0} = 0,3$  mm die Masse der Kontaktschicht knapp 3 % der gesamten Profilblockmasse ausmacht. Diese Annahme lässt sich auch sinnvoll auf den realen Fahrzeugreifen übertragen. Reifenverschleiß ist ein Langzeiteffekt, wenn das Verschleißvolumen auf das Profilblockvolumen bezogen wird. Eine merkliche Abnahme der Profiltiefe ist erst nach vielen tausend Kilometern zu erkennen.

## 4 Parameterbestimmung

Dieses Kapitel befasst sich mit der Parameterbestimmung für die einzelnen Module. Hierzu gehören die Parameter des Strukturmodells, der lokalen Reibwertcharakteristik, der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit sowie der Beschreibung eines geeigneten Verschleißgesetzes. Soweit es möglich ist, dienen zur Parameterbestimmung experimentelle Untersuchungen mit dem Ziel einer realitätsnahen Abbildung des Systems.

### 4.1 Strukturdynamische Parameter

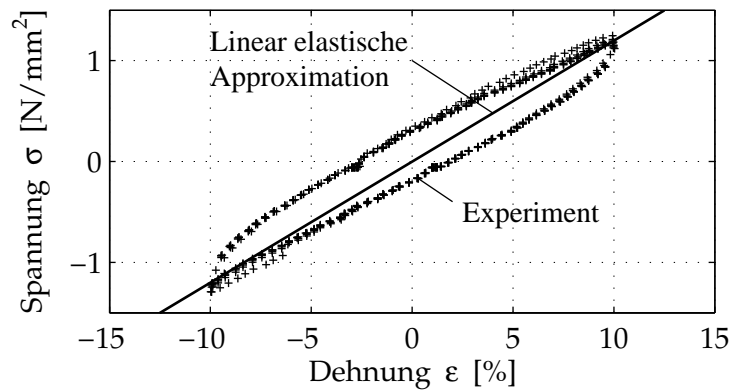
Die Anwendung des CRAIG/BAMPTON-Reduktionsverfahrens erfordert die strukturdynamische Beschreibung des Systems über eine Massen-, Steifigkeits- und Dämpfungsmatrix. Diese werden mit Hilfe eines Finite-Elemente-Vernetzungsprogramms bestimmt, welches als Eingangsgrößen die Profilblockgeometrie sowie die Materialkennwerte benötigt. Während die geometrischen Abmessungen vorab bekannt sind, müssen die Materialkennwerte über geeignete Verfahren bestimmt werden.

#### 4.1.1 Bestimmung des Elastizitätsmoduls und der Dämpfung

Der Elastizitätsmodul wird für den hier vorliegenden Anwendungsfall über der Anregungsfrequenz, der Verformungsgeschichte sowie der Temperatur als konstant angenommen. Das verwendete lineare Materialmodell ist somit nicht in der Lage, nichtlineare Materialeigenschaften wie den PAYNE- oder MULLINS-Effekt zu berücksichtigen, siehe Abschnitt 2.1. Diese stark vereinfachenden Annahmen können dennoch durch das Ziel des Modells begründet werden: Dieses ist die Simulation hochfrequenter Schwingungen und dynamischer Prozesse, die sich zumeist durch kleine Schwingungsamplituden auszeichnen. Daher kann der als konstant angenommene Elastizitätsmodul als Linearisierung um einen Arbeitspunkt bezüglich Frequenz und Schwingungsamplitude gerechtfertigt werden.

Zur Abschätzung des Elastizitätsmoduls dient zunächst eine quasistatische Zug-Druck-Messung. Die entsprechenden Versuche sind am Deutschen Institut für Kautschuktechnologie bei einer Dehnung von 10 % durchgeführt worden, siehe **Bild 4.1**. Bei einer li-





**Bild 4.1:** Quasistatische Messung der Spannungs-Dehnungs-Kurve eines SBR-Elastomers mit 60 phr Ruß

nearen Regression des Spannungs-Dehnungs-Verlaufs ergibt sich ein Elastizitätsmodul von  $E = 12 \text{ N/mm}^2$  für das untersuchte SBR-Elastomer mit 60 phr Ruß. Die Füllstoffangabe phr ist die Abkürzung für *per hundred rubber* und gibt an, dass 100 Gewichtsanteilen Elastomer-Grundmaterial vor der Vulkanisierung 60 Gewichtsanteile Ruß zugegeben worden sind. Tatsächlich kann dieser quasistatisch ermittelte Wert des Elastizitätsmoduls jedoch nur sinnvoll für quasistatische Simulationen und nicht für dynamische Berechnungen mit hohen Schwingfrequenzen verwendet werden. Der Elastizitätsmodul von Elastomeren variiert mit der Verformungsgeschwindigkeit sowie der Bauteiltemperatur und muss für den jeweiligen Betriebszustand betrachtet werden, siehe Abschnitt 2.1.

Zur Erstellung des Strukturmodells für verschiedene Werte des Elastizitätsmoduls ist zunächst die Elementsteifigkeitsmatrix  $\mathbf{C}$  zu betrachten. Die Elementsteifigkeitsmatrix verknüpft die Größen Spannung  $\sigma$  und Dehnung  $\varepsilon$  eines einzelnen Elements miteinander und führt im ebenen Fall mit den Koordinaten  $x$  und  $y$  auf den Zusammenhang

$$\sigma = \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{C} \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \mathbf{C}\varepsilon. \quad (4.1)$$

Für ein linear elastisches Material mit der Querkontraktionszahl  $\nu$  berechnet sich die Elementsteifigkeitsmatrix für den in dieser Arbeit verwendeten ebenen Spannungszustand eines Vier-Knoten-Elements wie folgt [35]

$$\mathbf{C} = \frac{E}{1-\nu^2} \begin{bmatrix} 1 & \nu & 0 \\ \nu & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{(1-\nu)}{2} \end{bmatrix}. \quad (4.2)$$

In dieser Darstellung wird deutlich, dass der Wert des Elastizitätsmoduls als skalarer Faktor vor die Elementsteifigkeitsmatrix gestellt werden kann. Der Elastizitätsmodul wird für die Modellerstellung im Vernetzungsprogramm zunächst auf den Wert von  $E = 1 \text{ N/mm}^2$  gesetzt, dies führt auf die Gesamtsteifigkeitsmatrix des Profilblocks  $\mathbf{K}_{E1}$ .

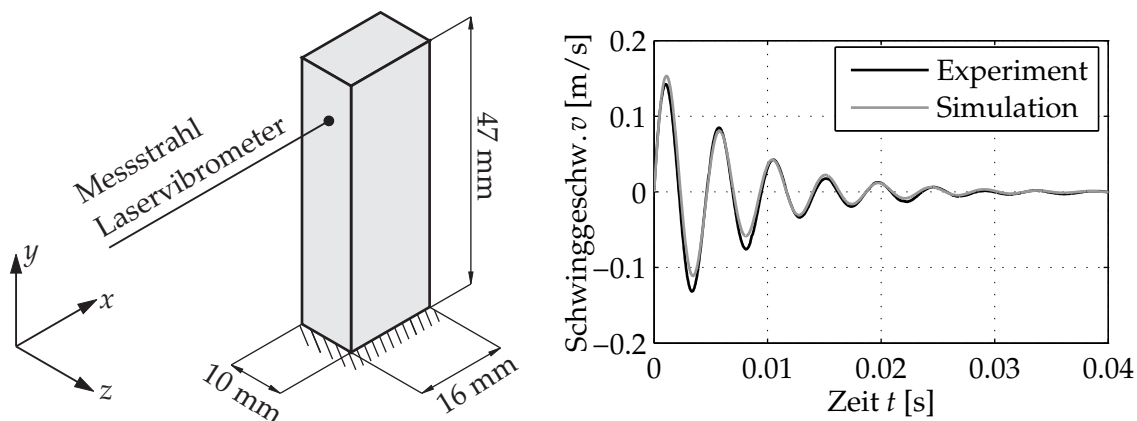
Nach dem Einlesen der Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{E1}$  in das Programm Matlab kann die Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}_{Ea}$  für einen beliebigen Elastizitätsmodul in der Einheit  $[\text{N}/\text{mm}^2]$  mit dem Betrag  $a$  wie folgt ermittelt werden

$$\mathbf{K}_{Ea} = a \mathbf{K}_{E1}. \quad (4.3)$$

Im folgenden wird die Querkontraktionszahl  $\nu$  auf den für Elastomere charakteristischen Wert von  $\nu = 0,49$  gesetzt, so dass die inkompressible Materialeigenschaft praktisch erfüllt wird [16], [28].

Wie oben bereits erwähnt, kann über den quasistatischen Versuch lediglich der quasistatische Elastizitätsmodul ermittelt werden. Zur realitätsnahen Simulation des dynamischen Profilblockverhaltens ist jedoch der dynamische Elastizitätsmodul für den abzubildenden Zustand einzusetzen, der für einen bestimmten dynamischen Zustand mit Hilfe des nachfolgend beschriebenen Experiments bestimmt wird. Hierzu erfolgt die Analyse des Ausschwingverhaltens des einseitig fixierten Profilblocks. Ein Einpunkt-Laservibrometer misst das Schwingungsverhalten des Profilblocks, indem die Schwinggeschwindigkeit an einem Punkt der Oberfläche des Profilblocks detektiert wird. Erste Messungen mit der ursprünglichen Profilblockgeometrie haben sich als nicht sinnvoll herausgestellt. Die auftretenden kleinen Schwingungsamplituden werden einerseits durch Messrauschen, andererseits durch den Einfluss höherer mitschwingender Eigenformen überlagert. Insbesondere gestaltet sich die gezielte Anregung einzelner Schwingungsformen am Modellprofilblock mit den zur Verfügung stehenden Mitteln als nahezu unmöglich.

Daher wird die Probengeometrie für den Ausschwingversuch so verändert, dass die Messungen sinnvoll auszuwerten sind: Die Probe hat nun die Abmessungen  $16 \times 10 \times 47 \text{ mm}$  und wird stirnseitig auf eine starre Oberfläche geklebt, siehe **Bild 4.2** links. Die Probe weist eine schlankere und länglichere Form als der ursprüngliche Profilblock auf, um größere Amplituden und definierte Eigenformen im Experiment zu erreichen.



**Bild 4.2:** Links: Prinzipskizze des Versuchsaufbaus zur Messung der Schwinggeschwindigkeit; rechts: Gemessener und simulierter Verlauf der Schwinggeschwindigkeit

Die Probe wird näherungsweise in ihrer ersten Biegeeigenform ausgelenkt, losgelassen und sich selbst überlassen. Es zeigen sich abklingende Schwingungen in der ersten Biegeeigenfrequenz  $f_0 \approx 215$  Hz bei einem Dämpfungsgrad von  $D \approx 10,2\%$ . Der gemessene Zeitverlauf dient im folgenden der überschlägigen Bestimmung der noch unbekannt dynamischen Materialparameter. Die Eigenfrequenz des Systems wird vom Elastizitätsmodul, der Dämpfung, der Materialdichte, der Probengeometrie sowie den eingprägten Randbedingungen bestimmt. Die Dichte des untersuchten Laufstreifenmaterials ist durch Wägung eines definierten Probenvolumens zu  $\rho = 1,15$  g/cm<sup>3</sup> bestimmt worden.

Mit Ausnahme des Elastizitätsmoduls sowie der Dämpfung sind alle Parameter bekannt. Als Randbedingung liegt durch die Klebung eine einseitige feste Einspannung vor. Ein entsprechendes Finite-Elemente-Modell mit linearem Materialverhalten und Dämpfung wird erstellt, um den experimentell ermittelten Zeitverlauf der Schwingungsamplituden zu approximieren und somit den Elastizitätsmodul zu bestimmen. Die Dämpfungsmatrix  $\mathbf{D}$  wird in Anlehnung an die in der Strukturdynamik weitverbreitete RAYLEIGH-Dämpfung als proportional zur Steifigkeitsmatrix  $\mathbf{K}$  bzw. Massenmatrix  $\mathbf{M}$  modelliert

$$\mathbf{D} = \alpha\mathbf{M} + \beta\mathbf{K}, \quad (4.4)$$

wobei hier  $\alpha = 0$  angenommen wird. Diese Annahme einer rein steifigkeitsproportionalen Dämpfung entspricht anschaulich einem KELVIN-VOIGT-Materialmodell [132], das aus parallelgeschalteten Feder- und Dämpferelementen besteht. Ein zur Massenmatrix proportionaler Dämpfungsanteil würde in einer Dämpfungswirkung resultieren, welche umgekehrt proportional zur Anregungsfrequenz bzw. der Verformungsgeschwindigkeit ist [33]. Dieser Ansatz würde im Bereich niedriger Frequenzen bzw. Verformungsgeschwindigkeiten zu überhöhter Dämpfung führen, welche für den hier vorliegenden Fall unrealistisch und somit nicht sinnvoll ist, vgl. Abschnitt 2.1.

In der Simulation wird die Elastomerprobe in ihrer ersten Eigenform ausgelenkt, und das Modell führt anschließend freie Schwingungen aus. Das System kann somit gedanklich als Einfreiheitsgradschwinger mit modaler Masse, Steifigkeit und Dämpfung aufgefasst werden. Der Elastizitätsmodul wird zunächst durch eine möglichst gute Approximation der im Experiment beobachteten Ausschwingfrequenz bestimmt. In einem weiteren Schritt erfolgt die Ermittlung des Dämpfungsparameters  $\beta$  durch Auswertung der Amplitudenabnahme während des Ausschwingversuchs. Die Rückwirkung der Dämpfungseigenschaften auf die Eigenkreisfrequenz  $\omega_d$  des gedämpften Systems gegenüber der Eigenkreisfrequenz  $\omega_0$  des ungedämpften Systems ist wegen des Dämpfungsgrads von  $D \approx 10,2\%$  zu vernachlässigen, siehe MAGNUS UND POPP [82],

$$\omega_d = \sqrt{1 - D^2}\omega_0, \quad \text{hier: } \frac{\omega_d}{\omega_0} = 0,995. \quad (4.5)$$

Daher ist keine weitere Iteration dieses Parameterbestimmungsprozesses notwendig. Die auf diese Weise ermittelten Parameter für den Elastizitätsmodul sind  $E = 45 \text{ N/mm}^2$  und für den Dämpfungskoeffizienten  $\beta = 1,5 \times 10^{-4} \text{ s}$ , vgl. **Bild 4.2** rechts. Die Übereinstimmung von Experiment und Simulation wird als zufriedenstellend gewertet. Die sichtbaren Abweichungen gründen auf das amplitudenabhängige Materialverhalten, welches durch das lineare Materialmodell nicht abgebildet werden kann. Dennoch können die ermittelten Parameter Elastizitätsmodul und Dämpfungskoeffizient als Richtwerte für eine dynamische Simulation verwendet werden. Trotz der abweichenden Geometrien von Profilblockprobe und Ausschwingprobe können die Parameter für das Profilblockmodell übernommen werden, da die Bauteilgeometrie bereits in den Systemmatrizen durch die Finite-Elemente-Modellierung Eingang findet.

Dieses Vorgehen liefert streng betrachtet lediglich für die im Experiment auftretende Schwingfrequenz und die betrachtete Eigenform korrekte Werte für den Elastizitätsmodul sowie die Dämpfung. Eine Übertragbarkeit der Materialparameter auf andere Frequenzbereiche oder andere Eigenschwingungsformen ist nur eingeschränkt möglich, daher werden die identifizierten Materialparameter für die später gezeigten Simulationen lediglich als Anhaltswert verwendet [85].

### 4.1.2 Optimierung der Modenanzahl

Bei den Verfahren der Freiheitsgradreduktion, die auf der rein modalen oder gemischten statischen und modalen Kondensation beruhen wie das Verfahren nach HURTY oder CRAIG/BAMPTON, ist die Zahl der modalen Ansatzfunktionen von zentraler Bedeutung. Einerseits ist zur Erlangung einer hohen Reduktionsrate eine möglichst geringe Anzahl von Moden anzustreben, andererseits muss das dynamische Verhalten durch eine ausreichende Anzahl von Moden ohne nennenswerten Genauigkeitsverlust abgebildet werden. Es ist a priori nicht möglich, eine allgemeingültige Aussage zu einer sinnvollen Modenanzahl anzugeben, daher wird an dieser Stelle eine Parameterstudie durchgeführt. Dazu wird zum Zeitpunkt  $t_0 = 1 \text{ ms}$  am ersten Knoten des Profilblockmodells, vgl. **Bild 3.3**, eine Kraftanregung in Höhe von 20 N in horizontaler Richtung durch eine Sprungfunktion eingepreßt und für die vier verschiedenen Konfigurationen

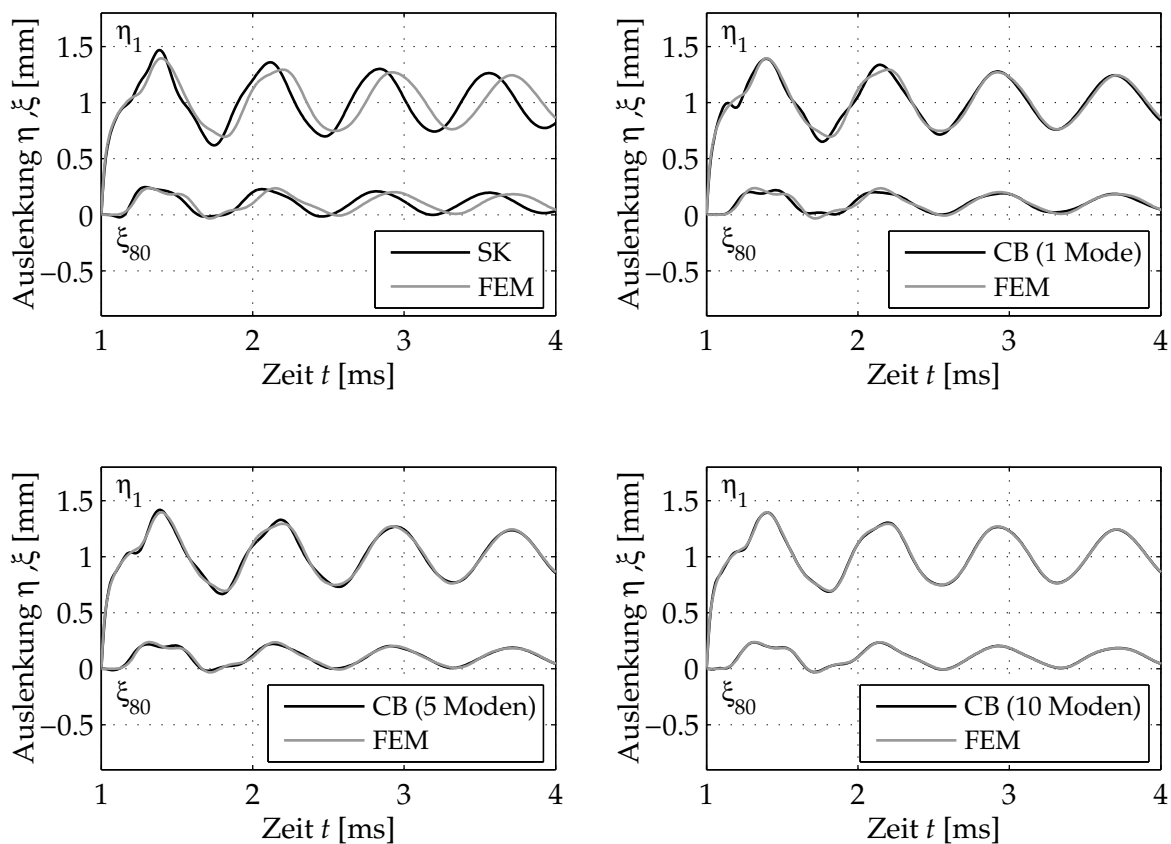
- Rein statische Kondensation,
- CRAIG/BAMPTON-Reduktion mit einer modalen Ansatzfunktion,
- CRAIG/BAMPTON-Reduktion mit fünf modalen Ansatzfunktionen sowie
- CRAIG/BAMPTON-Reduktion mit zehn modalen Ansatzfunktionen

die Systemantwort ausgewertet.

Als Referenz dient jeweils die Finite-Elemente-Lösung und somit das nicht reduzierte System mit 320 Freiheitsgraden. **Bild 4.3** zeigt den zeitlichen Verlauf für die Auslenkung

des ersten Knotens in horizontaler Richtung  $\eta_1$ , also für den Ort der Kraftanregung. Darüber hinaus sind die Simulationsergebnisse für Knoten 80 in vertikaler Richtung  $\xi_{80}$  gezeigt, welcher einen Nebenfreiheitsgrad an der rechten Kante darstellt, vgl. **Bild 3.3**. Dieser ist nach der eigentlichen Simulation über eine Rücktransformation berechnet worden.

Im Fall der statischen Kondensation weicht der Verlauf sowohl in der Amplitude als auch in der Phasenlage erheblich von der Finite-Elemente-Lösung ab, siehe **Bild 4.3** oben links. Lediglich der statische Anteil stimmt mit dem Referenzverlauf wie erwartet überein. Die Einbindung einer zusätzlichen modalen Ansatzfunktion (CB(1 Mode)) führt zu einer wesentlich besseren Approximation der Finite-Elemente-Lösung, siehe **Bild 4.3** oben rechts. Dennoch sind leichte Abweichungen insbesondere bei höherfrequenten Anteilen zu verzeichnen. Diese Abweichungen verringern sich für fünf modale Ansatzfunktionen (CB(5 Moden)), siehe **Bild 4.3** unten links. Im Fall von zehn modalen Ansatzfunktionen (CB(10 Moden)), siehe **Bild 4.3** unten rechts, ist für beide exemplarisch betrachteten Freiheitsgrade keine Abweichung von der Finite-Elemente-Lösung erkennbar. In allen später gezeigten Simulationsrechnungen wird stets mit einer Modenzahl von 10 gearbeitet, was zu einer Freiheitsgradreduktion von 87% führt und einen sinnvollen Kompromiss aus Rechenzeit und Genauigkeit darstellt.



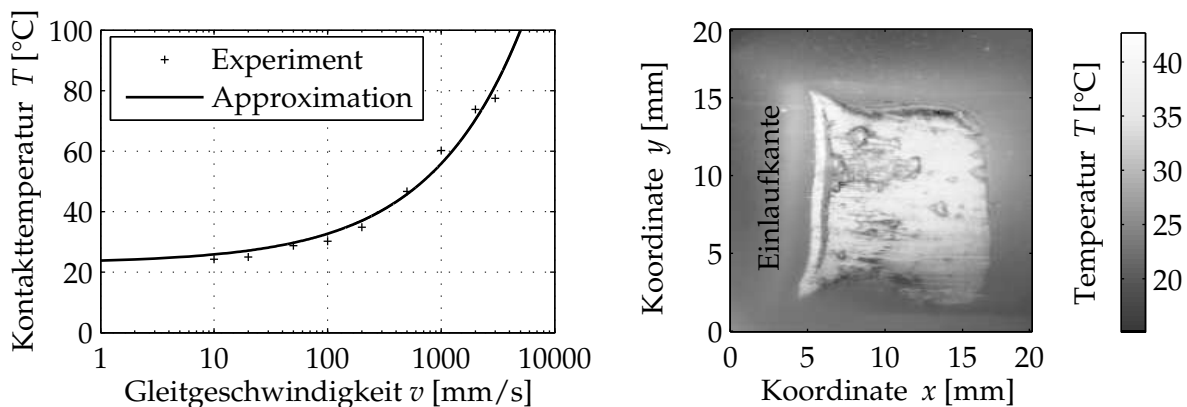
**Bild 4.3:** Einfluss der Anzahl der modalen Ansatzfunktionen auf das dynamische Verhalten (SK: Statische Kondensation ohne zusätzliche Moden; CB(1 Mode), CB(5 Moden), CB(10 Moden): CRAIG/BAMPTON-Reduktion mit 1, 5 bzw. 10 Moden)

## 4.2 Bestimmung der Reibcharakteristik

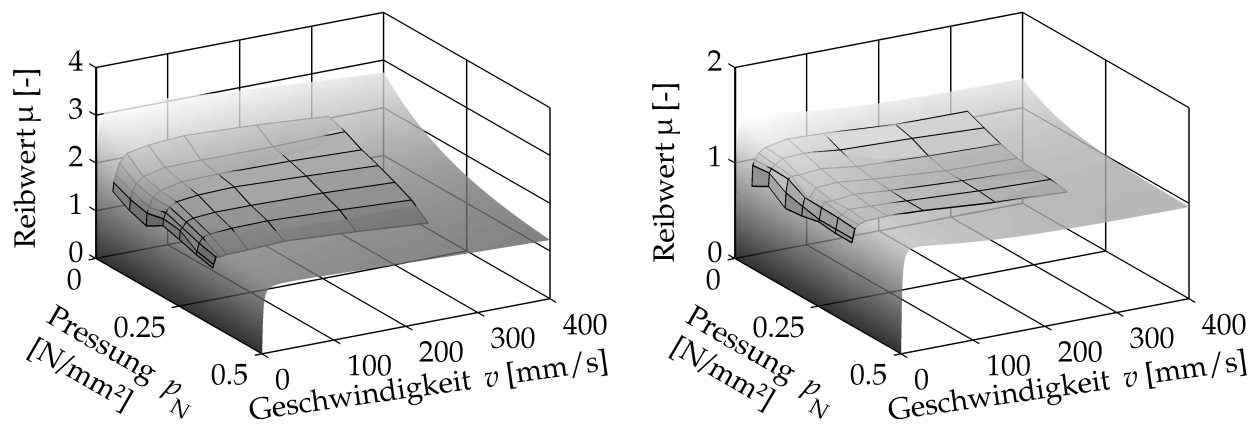
Die lokale Reibwertcharakteristik beschreibt die lokalen Reibwerte in Abhängigkeit der Parameter Relativgeschwindigkeit und nominelle Flächenpressung. Als weiterer wichtiger Parameter ist in diesem Zusammenhang die Kontakttemperatur zu sehen. In der praktischen Versuchsdurchführung ist es jedoch nicht möglich, die Kontakttemperatur vorzugeben, sie ist vielmehr als resultierende innere Variable des Reibprozesses zu verstehen. Bei den nachfolgend gezeigten Experimenten zur Ermittlung der lokalen Reibwertcharakteristik ist in dem betrachteten Geschwindigkeitsbereich bis 300 mm/s davon auszugehen, dass eine nennenswerte Erwärmung der Kontaktfläche auftritt. Experimentelle Untersuchungen mit einer kleinen Elastomerprobe auf einer Korundoberfläche haben gezeigt, dass die Kontakttemperatur in diesem Geschwindigkeitsbereich bis zu 13 K gegenüber der Umgebungstemperatur ansteigt, siehe **Bild 4.4** links. Die Temperatur der Kontaktfläche wird durch ein in die Reibscheibe eingelassenes Langloch mit Hilfe einer Thermografiekamera gemessen und der Temperaturverlauf über der Geschwindigkeit durch einen exponentiellen Verlauf gut approximiert [91], [120].

Thermografische Messungen von WANGENHEIM in [68] und LINDNER [77] bei einem auf einer Germaniumoberfläche gleitenden Profilblock erlauben einen Einblick in die Temperaturverteilung in der Kontaktfläche: Die höchsten Temperaturen treten an der Einlaufkante auf, an der sich in Experimenten mit nicht eingelaufenem Profilblock eine Lippe ausbilden kann, die zu einer hohen Flächenpressung in diesem Bereich führt, siehe **Bild 4.4** rechts.

Die hier gezeigten Versuche zur Ermittlung der Reibwertcharakteristik sind am IDS-Tribometerprüfstand von GÄBEL [34] durchgeführt worden. **Bild 4.5** links zeigt in gerasterter Darstellung die gemessene Reibwertcharakteristik einer lokalen Elastomerprobe aus dem in dieser Arbeit verwendeten Laufstreifenmaterial mit einem Durchmesser von 10 mm und einer Höhe von 2 mm auf einer Korundoberfläche mit der Körnung 400.

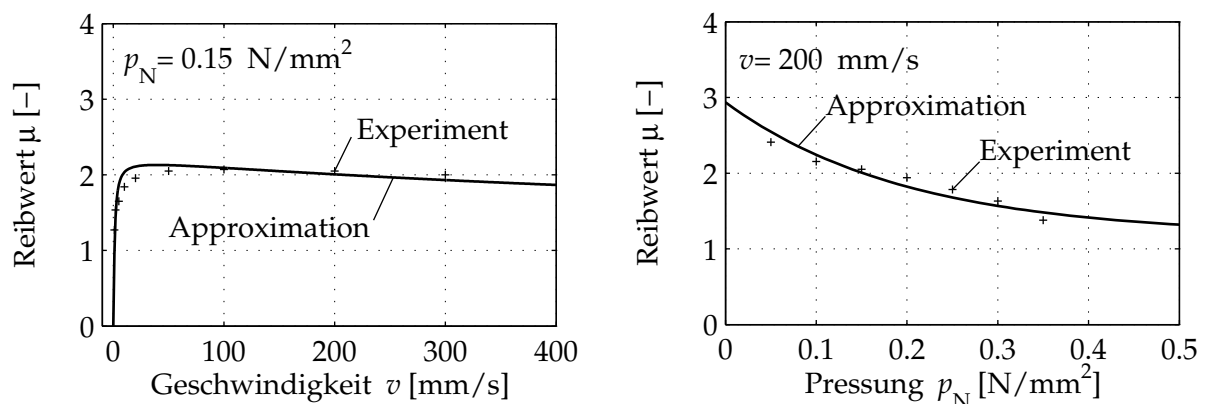


**Bild 4.4:** Links: Gemessene Kontakttemperatur in Abhängigkeit der Reibgeschwindigkeit auf einer Korundoberfläche; rechts: Kontakttemperaturverteilung eines Profilblocks auf einer Germaniumoberfläche [68]



**Bild 4.5:** Links: Am IDS-Tribometerprüfstand gemessene Reibwertcharakteristik (gerastert) [34] und approximierte Reibwertcharakteristik (halbtransparent) einer lokalen Reibprobe aus der verwendeten Laufstreifenmischung auf Korund 400; rechts: Am IDS-Tribometerprüfstand gemessene Reibwertcharakteristik (gerastert) [34] und approximierte Reibwertcharakteristik (halbtransparent) eines Profilblocks aus der verwendeten Laufstreifenmischung auf Beton

Der Reibwert fällt mit zunehmender Flächenpressung. Weiterhin weist der Reibwert über der Geschwindigkeit ein Maximum bei etwa 50 mm/s auf. Der höchste gemessene Reibwert in dem dargestellten Kennfeld beträgt  $\mu = 2,48$ . **Bild 4.6** visualisiert eine Reibwertkennlinie aus dem ermittelten Reibwertkennfeld auf der Korundoberfläche mit der zugehörigen Approximation, auf die am Ende dieses Abschnitts näher eingegangen wird. Das linke Bild zeigt exemplarisch für eine konstante Flächenpressung von  $p_N = 0,15 \text{ N/mm}^2$  den Verlauf des Reibwerts unter Variation der Geschwindigkeit. Im rechten Bild ist für eine konstante Geschwindigkeit von  $v = 200 \text{ mm/s}$  der Verlauf des Reibwerts unter Variation der Flächenpressung dargestellt.



**Bild 4.6:** Links: Gemessener und approximierter Reibwertverlauf auf Korund 400 bei einer Flächenpressung von  $p_N = 0,15 \text{ N/mm}^2$  unter Variation der Geschwindigkeit; rechts: Gemessener und approximierter Reibwertverlauf auf Korund bei einer Geschwindigkeit von  $v = 200 \text{ mm/s}$  unter Variation der Flächenpressung, Messung aus [34]

**Tabelle 4.1:** Koeffizienten zur Beschreibung der Reibwertcharakteristik

		Korund 400	Beton
$k_S$	[s/mm]	0,8	0,8
$\mu_{0,v}$	[–]	1,3	1,16
$\mu_{\infty,v}$	[–]	0,95	0,95
$\gamma_v$	[s/mm]	–0,0018	–0,01
$\mu_{0,p}$	[–]	2,5	1,37
$\mu_{\infty,p}$	[–]	1	1
$\gamma_p$	[mm <sup>2</sup> /N]	–5	–8

Ein weiteres Reibwertkennfeld ist von GÄBEL [34] für eine Profilblockprobe aus dem gleichen Laufstreifenmaterial mit den Abmessungen 15 mm × 15 mm × 10 mm auf einer Betonfahrbahn ermittelt worden, siehe **Bild 4.5** rechts und **Bild 2.18** links auf Seite 54. Es zeigt sich eine ähnliche Charakteristik mit einem abnehmenden Reibwert bei zunehmender Flächenpressung und einem Maximum über der Geschwindigkeit, welches bei etwa 50 mm/s detektiert wird. Die Reibwerte auf der Betonoberfläche sind jedoch grundsätzlich niedriger als auf der Korundoberfläche und der Einfluss der Flächenpressung ist geringer.

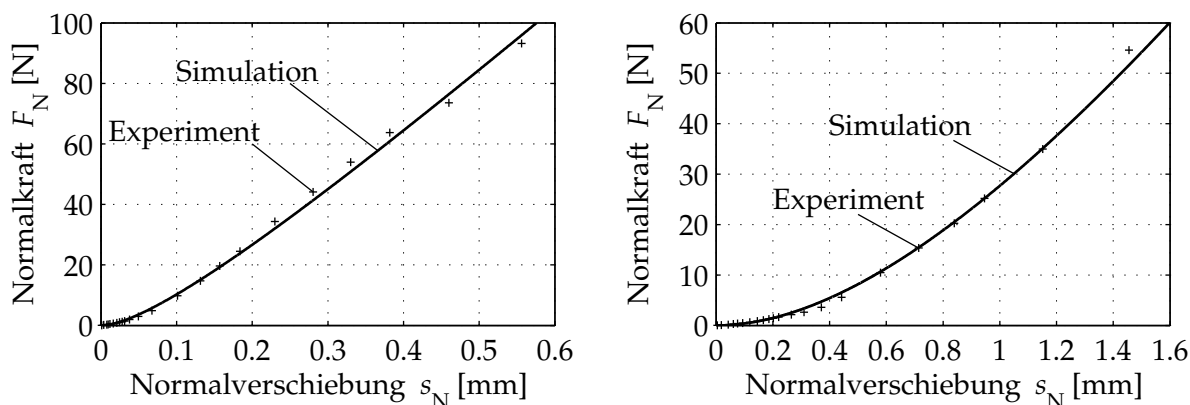
Die gezeigten Reibwertkennfelder für Korund 400 und Beton als Reiboberfläche werden mit der in Abschnitt 3.3 beschriebenen Funktion mathematisch approximiert und sind in **Bild 4.5** halbtransparent bzw. in **Bild 4.6** als durchgezogene Linie dargestellt. Die zugehörigen Koeffizienten sind in **Tabelle 4.1** zu finden.

### 4.3 Bestimmung der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit

Die Bestimmung der Koeffizienten zur Beschreibung der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit erfolgt ebenfalls anhand von Experimenten. Die Messungen sind von GÄBEL [34] mit dem IDS-Tribometerprüfstand durchgeführt worden, der für diese Untersuchungen durch Sperrung des Rotationsfreiheitsgrads der Reibscheibe leicht modifiziert worden ist. Eine Profilblockprobe wird durch die wirkenden Gewichtskräfte auf die stillstehende Reibscheibe gepresst. Der Aufbau ist luftgelagert, um Reibung zwischen den beweglichen Versuchskomponenten zu unterbinden. Ein hochempfindlicher Wirbelstromsensor misst die auftretenden Verschiebungen.

Die Messprozedur zur Bestimmung der Normalkraft-Verschiebungskennlinie beginnt mit der kleinsten zu untersuchenden Normalkraft, vgl. **Bild 3.8** links. Beim Übergang auf die nächsthöhere Laststufe verbleibt der Profilblock auf der Reibscheibe, wird also nicht abgehoben, um sicherzustellen, dass exakt der gleiche Kontaktflächenausschnitt wie in der Laststufe zuvor belastet wird. Die Bestimmung der Normalkraft-Verschiebungskurve  $F_N(s_N)$  ist für die Betonoberfläche sowie für die Korundoberfläche der Körnung 400 [62] durchgeführt worden, siehe **Bild 4.7**.





**Bild 4.7:** Links: Gemessene und simulierte Normalkraft-Verschiebungskennlinie eines Profilblocks auf Korund 400; rechts: Gemessene und simulierte Normalkraft-Verschiebungskennlinie eines Profilblocks auf einer Betonoberfläche, Messungen aus [34]

Es zeigt sich für beide Kontaktpaarungen ein ähnlicher Verlauf der Normalkraft über der Normalverschiebung. Nach einem Bereich mit zunächst kleiner Steigung, was einer kleinen globalen Kontaktsteifigkeit entspricht, schließt sich ein annähernd linearer Verlauf mit größerer Steigung an, was einer größeren, konstanten globalen Kontaktsteifigkeit entspricht. Während der lineare Bereich im Fall der Betonoberfläche im untersuchten Bereich der Normalverschiebung nicht auftritt, ist dieser Effekt bei der Korundoberfläche bereits bei einer Normalverschiebung von  $s_N \approx 0,2$  mm zu beobachten. Die Ursache hierfür liegt an den unterschiedlichen Oberflächenstrukturen. Die höhere Anzahl der Kontaktstellen in Verbindung mit einer geringeren Rautiefe führt bei der Korundoberfläche bereits bei kleinen Normalverschiebungen zu einem Verhalten, welches einem ausgedehnten Kontakt entspricht.

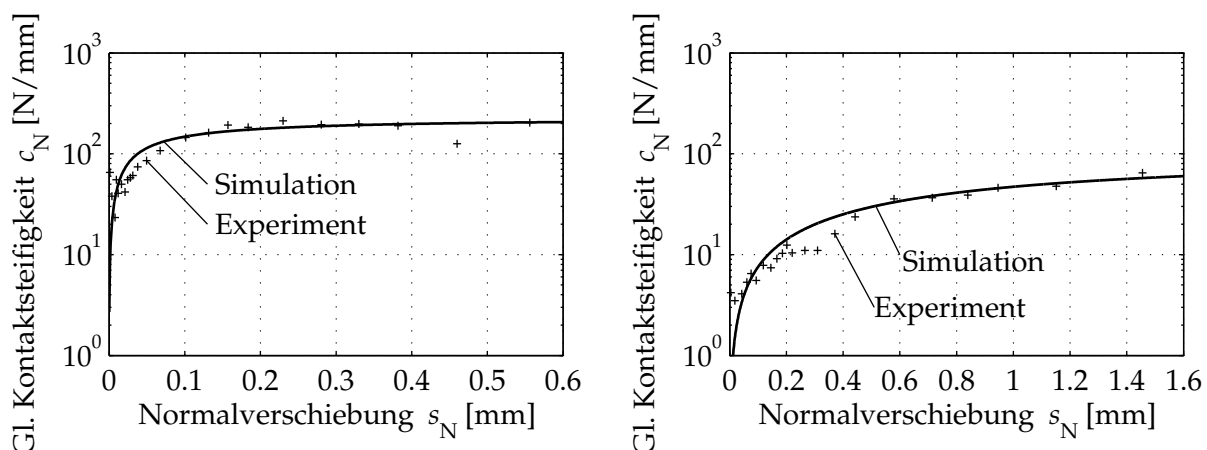
Die lokalen Kontaktmodelle erfordern zur Beschreibung der nichtlinearen lokalen Kontaktsteifigkeit  $c_{c,i}(u_i)$  die Koeffizienten  $c_\infty$  und  $k$ , siehe Abschnitt 3.4. Sie werden durch Approximation der experimentellen Ergebnisse bestimmt. Hierzu dient eine Simulation, bei welcher der Profilblock, der als Reihenschaltung von Struktursteifigkeit und nichtlinearer lokaler Kontaktsteifigkeit interpretiert werden kann, in Normalrichtung gegen die stillstehende Reiboberfläche verschoben wird. Die Summe der Kontaktnormalkräfte in der Simulation entspricht der aufgegebenen Last im Experiment. Für beide betrachteten Kontaktpaarungen sind Koeffizienten bestimmt worden, die eine gute Übereinstimmung von Experiment und Simulation über den gesamten Messbereich liefern, vgl. **Bild 4.7**. Die ermittelten Koeffizienten sind in **Tabelle 4.2** angegeben.

**Tabelle 4.2:** Ermittelte Koeffizienten zur Beschreibung der nichtlinearen lokalen Kontaktsteifigkeit

		Korund 400	Beton
$c_\infty$	[N/mm]	43	6,25
$k$	[mm <sup>-1</sup> ]	4	0,4

Die ermittelten Koeffizienten sind im Modell zur Abbildung der nichtlinearen Steifigkeit der einzelnen lokalen Kontaktelemente hinterlegt. Wird die experimentell ermittelte sowie die simulierte globale Kontaktsteifigkeit  $c_N(s_N)$  für den gesamten Profilblock nach Gl. (3.46) durch Gradientenbildung bestimmt, so zeigt sich ein typischer Verlauf sowohl auf der Korund- als auch der Betonoberfläche, der auch zwischen rauen metallischen Kontaktpartnern beobachtet wird [119]. Zu Beginn des Kontaktvorgangs ist die Kontaktsteifigkeit klein und steigt mit zunehmender Normalverschiebung an, siehe **Bild 4.8**. Oberhalb einer charakteristischen Normalverschiebung nimmt die globale Kontaktsteifigkeit einen näherungsweise konstanten Wert an, der der Struktursteifigkeit des Materials entspricht. Durch die sensible, abschnittsweise Steigungsbildung zeigen sich im Experiment einige lokale Abweichungen, die vermutlich durch lokalen Mikroschlupf verursacht werden.

In den globalen Kontaktsteifigkeitsverläufen bestätigt sich der bereits erwähnte Zusammenhang zwischen den Oberflächeneigenschaften und der Eindringtiefe, bei der ein Sättigungseffekt zu erkennen ist. Dieser tritt bei der Korundoberfläche für Eindringtiefen von etwa  $s_N \approx 0,2$  mm auf, während für die Betonoberfläche im betrachteten Messbereich keine Sättigung zu verzeichnen ist.



**Bild 4.8:** Links: Gemessene und simulierte globale Kontaktsteifigkeitskennlinie eines Profilblocks auf Korund 400; rechts: Gemessene und simulierte globale Kontaktsteifigkeitskennlinie eines Profilblocks auf einer Betonoberfläche

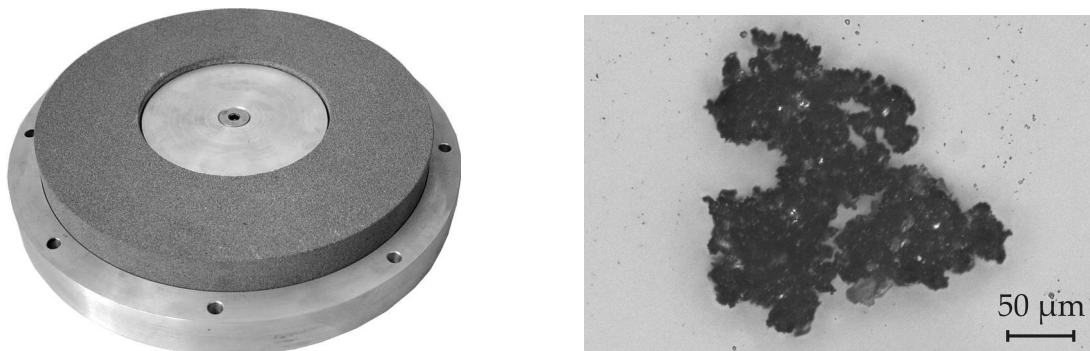
## 4.4 Bestimmung der Verschleißparameter

Bevor die Identifikation der Verschleißparameter erfolgen kann, ist zunächst ein geeignetes Verschleißgesetz zu finden. Im Rahmen dieser Arbeit sind mit einem Profilblock mit einer Kontaktfläche von  $20 \times 20$  mm und einer Höhe von 10 mm Verschleißmessungen am Schwerlasttribometer durchgeführt worden, vgl. Abschnitt 2.6.1. Das Material des Profilblocks ist eine Modellmischung aus SBR mit 60 phr Ruß als Füllstoff. Es unterscheidet sich in dieser Hinsicht von dem bisher in dieser Arbeit verwendeten Laufstrei-

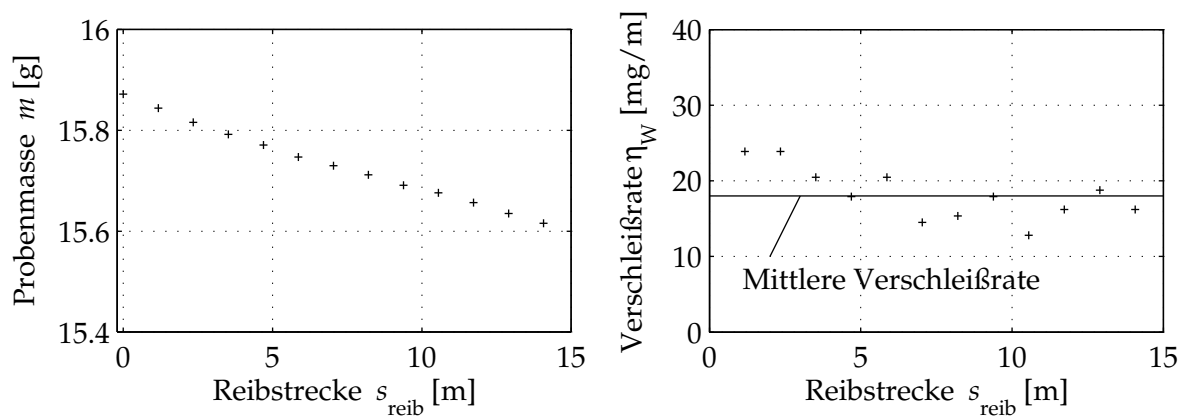
fenmaterial, dessen Zusammensetzung durch den Serieneinsatz in der Reifenindustrie nicht näher bekannt ist. Als Reiboberfläche kommt eine Schleiftopfscheibe aus Korund der Körnung 100 zum Einsatz, die **Bild 4.9** links zeigt.

Zunächst findet eine experimentelle Untersuchung des Einlaufverhaltens über der zurückgelegten Reibstrecke statt. Hierzu wird der zu Beginn des Versuchs quaderförmige Profilblock bei einer Geschwindigkeit der Reibscheibe von 230 mm/s mit einer Flächenpressung von  $0,2 \text{ N/mm}^2$  belastet. Nach zehn Sekunden Belastung, dies entspricht einer Reibstrecke von 2,3 m, wird die Probe ausgebaut und durch Wägung der Massenverlust bestimmt. Der auftretende Verschleiß ist durch die abrasive Schleifscheibe im Vergleich zu einer eingefahrenen Asphalt- oder Betonoberfläche sehr hoch, so dass dieser Versuch mit derselben Probe lediglich 12 mal wiederholt werden konnte, bis sich versuchsbedingt keine weiteren Messungen mehr durchführen ließen. Obwohl sich die Probenform von anfangs rechteckig auf eine charakteristische S-Form verändert, worauf im weiteren Verlauf der Arbeit näher eingegangen wird, zeigt sich über der zurückgelegten Reibstrecke ein annähernd linearer Massenverlust  $m_W$ . Diese Beobachtung lässt auf eine näherungsweise konstante Verschleißrate  $\eta_W = m_W/s_{\text{reib}}$  schließen, siehe **Bild 4.10**. Messungen von GÄBEL [34] hingegen zeigen zu Beginn des Reibvorgangs eine deutliche Überhöhung der Verschleißrate. GÄBEL führt diesen Effekt auf die zu Beginn seiner Versuche auftretende Lippe an der Einlaufkante zurück, die innerhalb kurzer Zeit abgerieben ist und somit eine erhöhte Verschleißrate verursacht. Danach ist die Verschleißrate näherungsweise konstant. In den hier durchgeführten Verschleißexperimenten ist keine Lippenbildung zu beobachten. Es ist jedoch nicht auszuschließen, dass die Lippe bereits zu Beginn des Versuchs innerhalb sehr kurzer Zeit abgerieben wird, so dass die beobachtete konstante Verschleißrate über den gesamten Messbereich plausibel ist.

Somit ist der hier untersuchte Verschleißprozess des Profilblocks für eine gegebene Parameterkombination und Kontaktpaarung über die mittlere Verschleißrate beschreibbar. Untersuchungen mit einem Mikroskop erlauben eine Einordnung der kleinsten Abriebpartikel, die eine sphärische Form aufweisen, im Durchmesserbereich von unter  $10 \mu\text{m}$ , siehe **Bild 4.9** rechts. Die Beobachtung deckt sich mit den Modellannahmen zur Ab-



**Bild 4.9:** Links: Verwendete Schleifscheibe aus Korund der Körnung 100 als Reiboberfläche zur Bestimmung der Verschleißparameter; rechts: Mikroskopaufnahme typischer Abriebpartikel

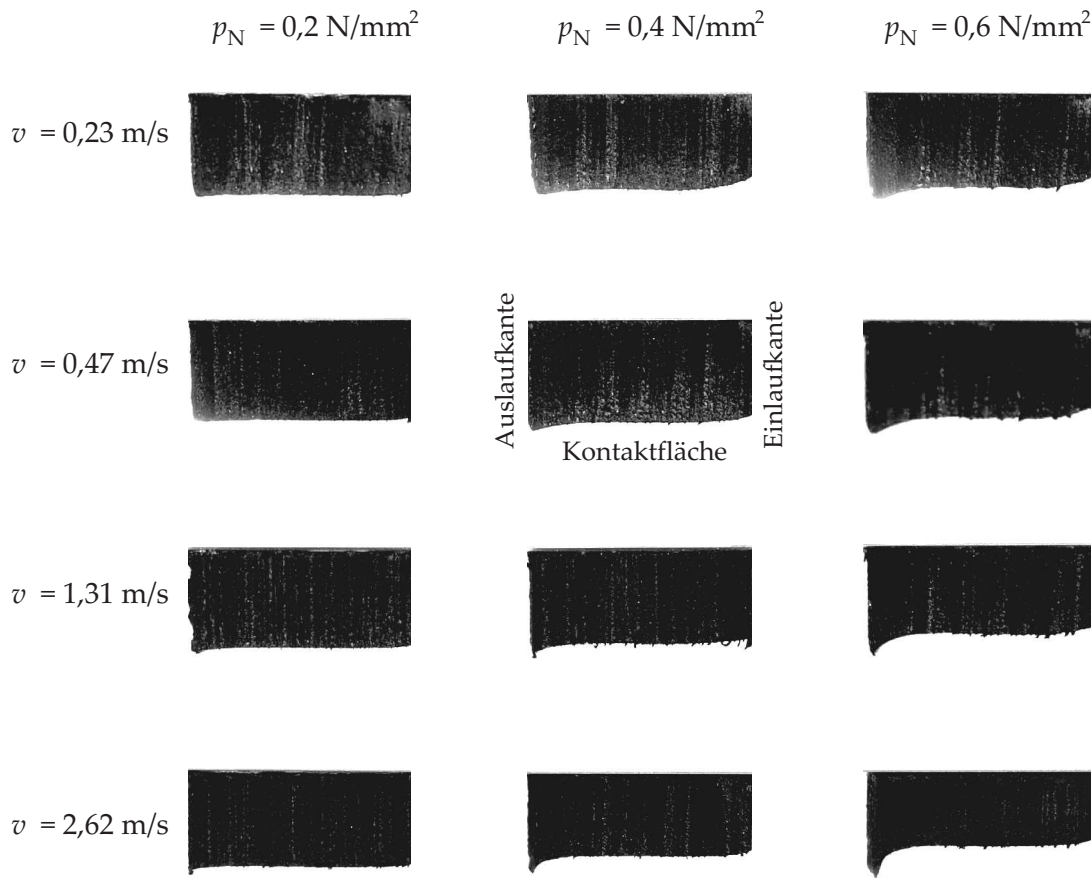


**Bild 4.10:** Links: Abnahme der Probenmasse über der zurückgelegten Reibstrecke; rechts: Gemessene wegbezogene Verschleißrate über der zurückgelegten Reibstrecke

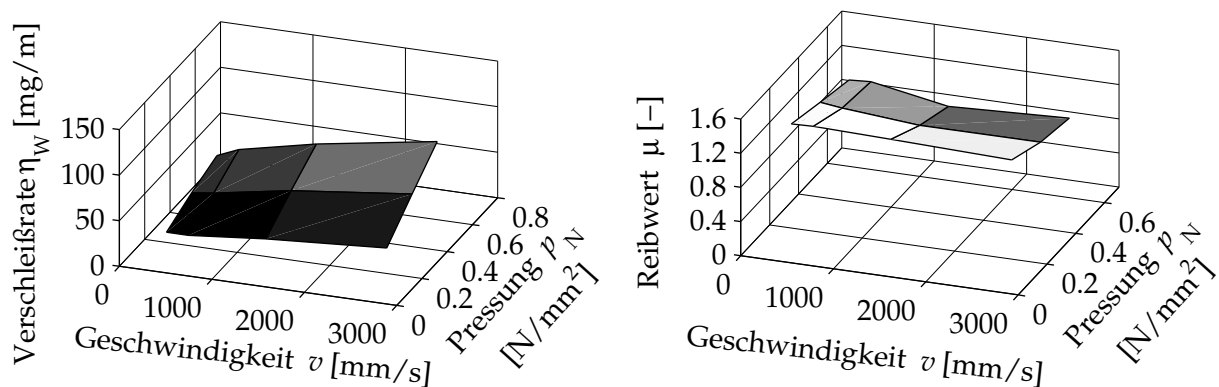
riebpartikelgröße von PERSSON ET AL. [103] in Abschnitt 2.3. Das Verschleißverhalten der Profilblöcke wird für 12 verschiedene Parameterkombinationen in Hinblick auf die mittlere Verschleißrate für eine Reibstrecke von jeweils 25 m ausgewertet. Für jede Einzelmessung ist ein neuer Profilblock verwendet worden. Der Parameterbereich der Geschwindigkeit liegt zwischen 0,23 m/s und 2,62 m/s und die Flächenpressung zwischen 0,2 N/mm<sup>2</sup> und 0,6 N/mm<sup>2</sup>. Prüfstandsbedingt können keine kleineren Lasten realisiert werden. Parallel zur Verschleißbestimmung erfolgt die Messung der mittleren Reibkraft sowie der mittleren Normalkraft, aus denen der mittlere Reibwert für jeden Einzelversuch bestimmt werden kann. Aufgrund der konstanten Verschleißrate über der Reibstrecke ist auf einen Konditionierungsvorgang verzichtet worden.

In **Bild 4.11** ist die Seitenansicht der Reibproben nach der Versuchsdurchführung im ausgebauten Zustand für die einzelnen Parameterkombinationen nach einer Reibstrecke von  $s_{\text{reib}} = 25$  m dargestellt. Hierbei fällt auf, dass für die Versuche mit einer Flächenpressung von  $p_N = 0,2$  N/mm<sup>2</sup> ein über die Profilblocklänge sehr gleichmäßiges Verschleißbild entsteht. Sowohl mit zunehmender Flächenpressung als auch mit zunehmender Geschwindigkeit ist eine deutliche Ausprägung des S-Schlags zu beobachten. Eine Erhöhung der nominellen Flächenpressung führt neben einer stärkeren Kompression durch die Reibung gleichzeitig zu einer höheren tangentialen Auslenkung. Hierdurch erfährt die Einlaufkante eine starke Belastung, während die Auslaufkante meist keinen Kontakt mit der Reiboberfläche aufweist.

Die zugehörigen mittleren Verschleißraten zeigen eine eindeutige Charakteristik, siehe **Bild 4.12** links. Sowohl mit zunehmender Geschwindigkeit als auch mit zunehmender Flächenpressung steigt die Verschleißrate an. Für die gemessenen Werte ergibt sich bei konstanter Geschwindigkeit ein annähernd linearer Zusammenhang zwischen Verschleißrate und Flächenpressung. Alle Messungen sind mit der gleichen Reibstrecke zurückgelegt worden, jedoch zeigen sich deutliche Unterschiede in der Verschleißrate. Daraus lässt sich schließen, dass Verschleißgesetze, die die Normalkraft bzw. Flächenpressung und Gleitgeschwindigkeit vernachlässigen, den hier beobachteten Verschleißvorgang nicht sinnvoll beschreiben können.



**Bild 4.11:** Seitenansichten der Profilblockproben für die realisierten Parameterkombinationen nach einer Reibstrecke von  $s_{\text{reib}} = 25 \text{ m}$



**Bild 4.12:** Links: Gemessene mittlere Verschleißrate eines Profilblocks aus SBR mit 60 phr Ruß auf Korund der Körnung 100 unter Variation der Geschwindigkeit und Flächenpressung am Schwerlasttribometer; rechts: Gemessener stationärer Reibwert eines Profilblocks aus SBR mit 60 phr Ruß auf Korund der Körnung 100 unter Variation der Geschwindigkeit und Flächenpressung am Schwerlasttribometer

**Bild 4.12** rechts zeigt die mittleren Reibwerte für die einzelnen Messungen. Im Gegensatz zu den bereits gezeigten Messungen auf Beton oder Korund ist hier keine eindeutige Tendenz über der Geschwindigkeit erkennbar. Mit zunehmender Flächenpressung fällt der Reibwert etwas ab. Das Verschleißgesetz aus der Literatur, welches die beobachteten Abhängigkeiten der Verschleißrate von der Flächenpressung sowie der Gleitgeschwindigkeit am geeignetsten abbildet, ist die Beschreibung nach ZHANG [136] bzw. CHO UND JUNG [22]

$$V_W = k_1 p_N^{k_2} v^{k_3} s_{\text{reib}} \quad \text{bzw.} \quad \frac{V_W}{s_{\text{reib}}} = k_1 p_N^{k_2} v^{k_3}. \quad (4.6)$$

Für den hier angenommenen Fall einer konstanten Dichte  $\rho$  des Profilblocks ergibt sich die Verschleißrate  $\eta_W$  aus der vorigen Gleichung zu

$$\eta_W = \frac{m_W}{s_{\text{reib}}} = \frac{\dot{m}_W}{v} = k_1 \rho p_N^{k_2} v^{k_3}. \quad (4.7)$$

Dieser Ansatz vernachlässigt den Einfluss des Reibwerts, der mit den Erkenntnissen aus Abschnitt 2.3 jedoch eine nicht vernachlässigbare Einflussgröße darstellt, da die Schubspannungen in der Kontaktfläche unter anderem durch den Reibwert bestimmt werden. Aufgrund der Kenntnis des Reibwerts für jede Parameterkombination, vgl. **Bild 4.12** rechts, kann diese Größe in dem zu entwickelnden Verschleißgesetz entsprechend berücksichtigt werden. Dazu wird in dieser Arbeit der Ansatz einer auf den jeweiligen Reibwert bezogenen Verschleißrate  $\eta_W^*$  eingeführt

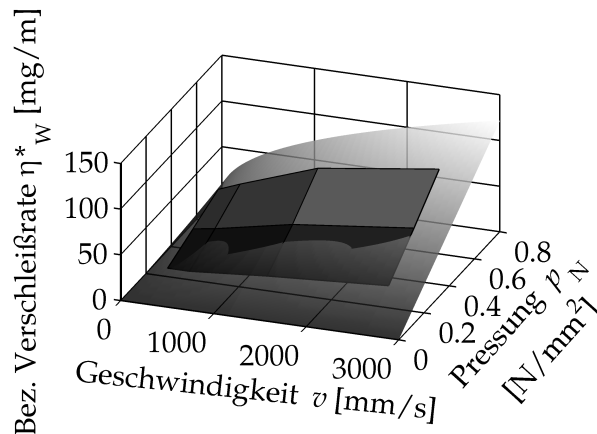
$$\eta_W^* = \frac{\eta_W}{\mu}. \quad (4.8)$$

Die parallele experimentelle Bestimmung der Verschleißrate sowie des Reibwerts ermöglicht die Darstellung des auf den Reibwert bezogenen Reibwertkennfelds  $\eta_W^*(v, p_N)$ , siehe gerasterte Darstellung in **Bild 4.13**.

Für die Approximation dieses auf den Reibwert bezogenen Kennfeldes wird der Ansatz von CHO UND JUNG um die Reibwertabhängigkeit entsprechend erweitert und aus Dimensionsgründen mit Hilfe einer Referenzflächenpressung  $p_{N,\text{ref}}$  und einer Referenzgeschwindigkeit  $v_{\text{ref}}$  ausgedrückt:

$$\eta_W^* = \frac{\eta_W}{\mu} = k_W \left( \frac{p_N}{p_{N,\text{ref}}} \right)^{k_p} \left( \frac{v}{v_{\text{ref}}} \right)^{k_v} \quad \text{mit} \quad p_{N,\text{ref}} = 1 \frac{\text{N}}{\text{mm}^2} \quad \text{und} \quad v_{\text{ref}} = 1 \frac{\text{mm}}{\text{s}}. \quad (4.9)$$

Die Approximation liefert die Koeffizienten  $k_W \approx 0,74 \text{ mg/m}$ ,  $k_p \approx 1$ ,  $k_v \approx 0,5$ . Das sich hieraus ergebende approximierende Kennfeld ist in **Bild 4.13** halbtransparent dargestellt. Wird die bezogene Verschleißrate  $\eta_W^*$  wieder auf die Verschleißrate  $\eta_W$  zurückgeführt,



**Bild 4.13:** Messung (gerastert) und Approximation (halbtransparent) der auf den Reibwert bezogenen Verschleißrate  $\eta_{\text{W}}^*$  auf Korund der Körnung 100 unter Variation der Geschwindigkeit und der Flächenpressung

steht nun ein experimentell abgesichertes Verschleißgesetz zur Verfügung, welches die wesentlichen Einflussgrößen enthält und im weiteren Verlauf dieser Arbeit mit den ermittelten Koeffizienten verwendet wird. Der Aufbau des Simulationsmodells beruht auf einer Zeitschrittintegration, daher ist das oben angeführte Verschleißgesetz in Abhängigkeit der Zeit darzustellen. Gl. (4.7) und Gl. (4.9) liefern

$$\dot{m}_{\text{W}} = k_{\text{W}} \mu v \left( \frac{p_{\text{N}}}{p_{\text{N,ref}}} \right)^{k_{\text{p}}} \left( \frac{v}{v_{\text{ref}}} \right)^{k_{\text{v}}} . \quad (4.10)$$

Die Implementierung in die lokalen Kontaktelemente erfordert jedoch eine auf eine Länge bezogene Darstellung, vgl. Abschnitt 3.5.2. Zur Beschreibung des Verschleißes an einem einzelnen lokalen Kontaktelement ist die Längenreduktion je Zeiteinheit weiterhin auf die Anzahl  $n_{\text{L}}$  der im Modell verwendeten lokalen Kontaktelemente zu beziehen, vgl. Gl. (3.56). Weiterhin treten an die Stelle der Gleitgeschwindigkeit  $v$  nun die lokalen Relativgeschwindigkeiten  $v_{\text{rel},i}$

$$\dot{l}_{\text{W},i} = \frac{1}{\rho A_i n_{\text{L}}} \dot{m}_{\text{W},i} = \frac{1}{\rho A_i n_{\text{L}}} k_{\text{W}} v_{\text{rel},i} \mu_i(v_{\text{rel},i}, p_{\text{N},i}) \left( \frac{p_{\text{N},i}}{p_{\text{N,ref}}} \right)^{k_{\text{p}}} \left( \frac{v_{\text{rel},i}}{v_{\text{ref}}} \right)^{k_{\text{v}}} . \quad (4.11)$$

Dieser Zusammenhang liefert während der Simulation für jedes lokale Kontaktelement den Längen- bzw. Massenverlust pro Simulationsschrittweite. Durch Zeitintegration wird die noch verbleibende Länge des lokalen Kontaktelements  $y_{\text{c0},i}^*(t)$  ermittelt, siehe Abschnitt 3.5.

## 5 Simulationen

Nach der Bestimmung realistischer Parameter der einzelnen Module des Profilblockmodells werden im folgenden Kapitel Simulationen des dynamischen Verhaltens des Profilblocks durchgeführt. Im ersten Teil findet eine Untersuchung der reinen Translationsbewegung statt, während im zweiten Teil des Kapitels zusätzlich die Rotationsbewegung und damit der Abrollvorgang betrachtet wird.

### 5.1 Betrachtung eines gleitenden Profilblocks

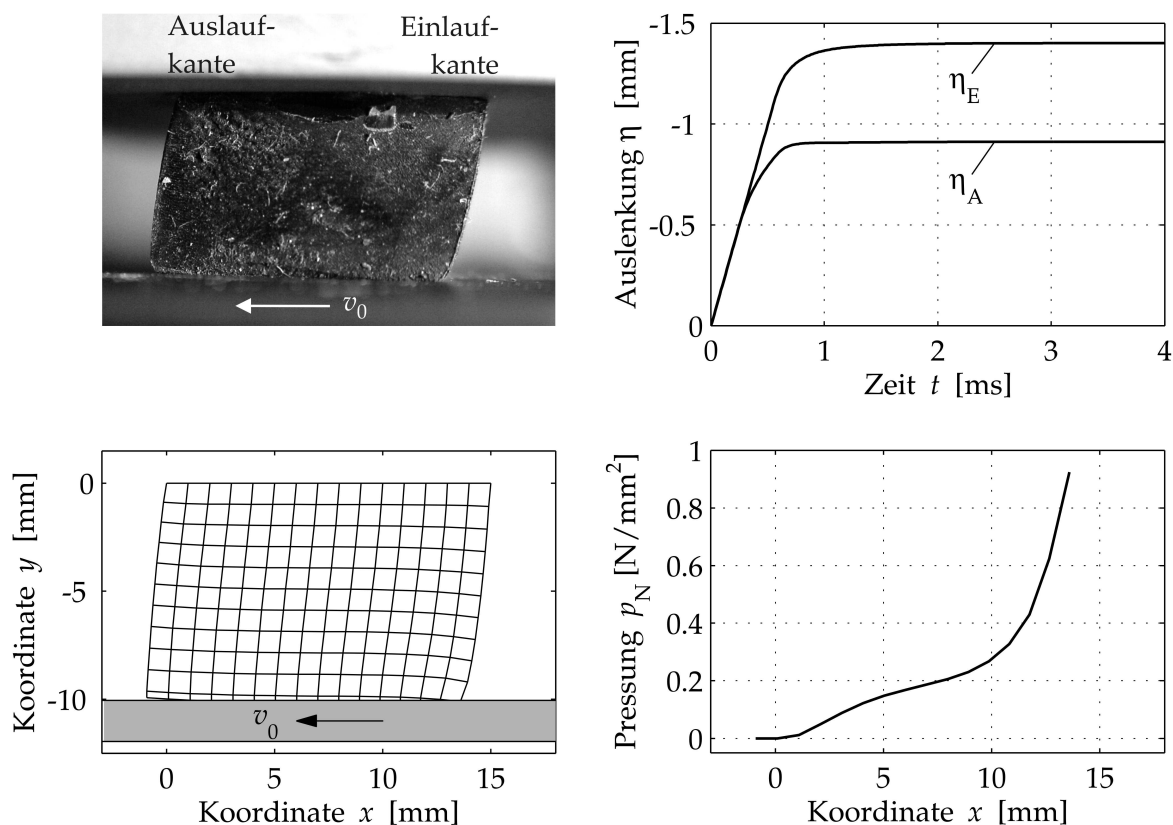
In diesem Abschnitt wird zuerst das Verhalten bei hoher Gleitgeschwindigkeit  $v_0$  zunächst ohne und anschließend mit Verschleißeinfluss untersucht. Anschließend werden insbesondere Stick-Slip-Phänomene untersucht, die im Bereich niedriger eingepprägter Gleitgeschwindigkeiten auftreten, wiederum zunächst ohne und anschließend mit Verschleißeinfluss.

#### 5.1.1 Simulationen bei hoher Gleitgeschwindigkeit ohne Verschleiß

In einem ersten Schritt erfolgt die Untersuchung des Profilblockverhaltens bei hoher Gleitgeschwindigkeit  $v_0$ . Die Gleitgeschwindigkeit zwischen Profilblock und Oberfläche liegt bei  $v_0 = 2000 \text{ mm/s}$ . In diesem Geschwindigkeitsbereich prägen sich wegen der geringen Gradienten in der Reibwertcharakteristik bei gleichzeitig auftretender Materialdämpfung keine reibungsinduzierten Schwingungen aus, worauf in Abschnitt 5.1.3.4 näher eingegangen wird. Die Kompressionsvorgabe  $H = 10,1 \text{ mm}$  führt zu einer nominalen Flächenpressung von  $p_N = 0,25 \text{ N/mm}^2$ . Dieser Wert entspricht einer typischen Profilblockbelastung eines PKW-Reifens. Es werden das für die Korundoberfläche approximierte Reibwertkennfeld sowie die entsprechenden Parameter der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit verwendet. Der Verschleißkoeffizient des verwendeten Verschleißgesetzes aus Gl. (4.9) beträgt  $k_W = 0$ , dies entspricht einer Simulation ohne Verschleißeffekte, so dass der Profilblock seine ursprüngliche rechteckige Form beibehält. Der Elastizitätsmodul hat in Anlehnung an den hier vorliegenden Gleichgewichtszustand einen Wert von  $E = 12 \text{ N/mm}^2$ . Dieser Wert entspricht dem Elastizitätsmodul des quasistatischen Zugversuchs, vgl. **Bild 4.1**.



Zu Beginn der Simulation wird der Profilblock durch die an allen Kontaktpunkten vorliegende Haftreibung in Tangentialrichtung verformt. **Bild 5.1** oben links veranschaulicht exemplarisch einen realen Profilblockverformungszustand auf einer hier nicht näher betrachteten Stahloberfläche. Ab einer bestimmten tangentialen Auslenkung geht der gesamte Profilblock in den Gleitzustand über. **Bild 5.1** oben rechts zeigt die Simulation der horizontalen Auslenkungen  $\eta_E$  (Einlaufkante) sowie  $\eta_A$  (Auslaufkante) bei Verwendung der Parameter der Korundoberfläche mit der Körnung 400. Danach erreicht der Profilblock in der Simulation einen Verformungszustand mit konstanter Auslenkung, der sich über der Zeit nicht ändert. **Bild 5.1** unten links bzw. unten rechts stellt die Verformung sowie die zugehörige Pressungsverteilung unter dem Profilblock für diesen Zustand dar. Die Flächenpressung berechnet sich aus den Kontaktnormalkräften und der zugehörigen Fläche eines lokalen Kontaktelements. Durch die von außen eingeprägte Belastung in Normalrichtung sowie die daraus resultierenden in der Kontaktfläche auftretenden Tangentialkräfte erfährt der Profilblock eine kombinierte Druck- und Scherbelastung.



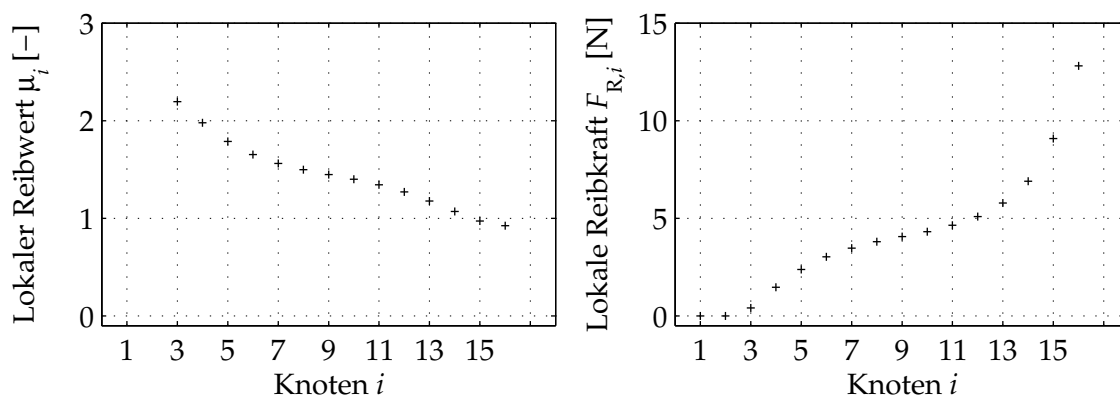
**Bild 5.1:** Oben links: Typischer Profilblockverformungszustand auf einer Stahloberfläche mit stark verformter Einlaufkante und Abheben der Auslaufkante; oben rechts: Simulation der Auslenkung der Ein- und Auslaufkante beim Übergang vom Haft- in den Gleitzustand; unten links: Simulation des Profilblockverformungsverhaltens für den Gleichgewichtszustand; unten rechts: Simulation der Pressungsverteilung unter dem Profilblock für den Gleichgewichtszustand

Die Einlaufkante des Profilblocks zeigt eine sehr starke Pressungsüberhöhung, welche zu hohen lokalen Reibkräften führt. Dadurch vergrößert sich die lokale Deformation an der Einlaufkante. Die Pressungsüberhöhung an der Einlaufkante lässt sich auf die inkompressiblen Elastomereigenschaften in Verbindung mit der Bauteilgeometrie zurückführen: Wenn sich das Elastomermaterial im Bereich der Einlaufkante verformt, gibt es praktisch keine Möglichkeit für das Material auszuweichen, was zu hohen Kontaktkräften in der Kontaktfläche führt. Die Auslaufkante hat aufgrund des Strukturverhaltens des Profilblocks während des Reibprozesses keinen Kontakt zur Reiboberfläche.

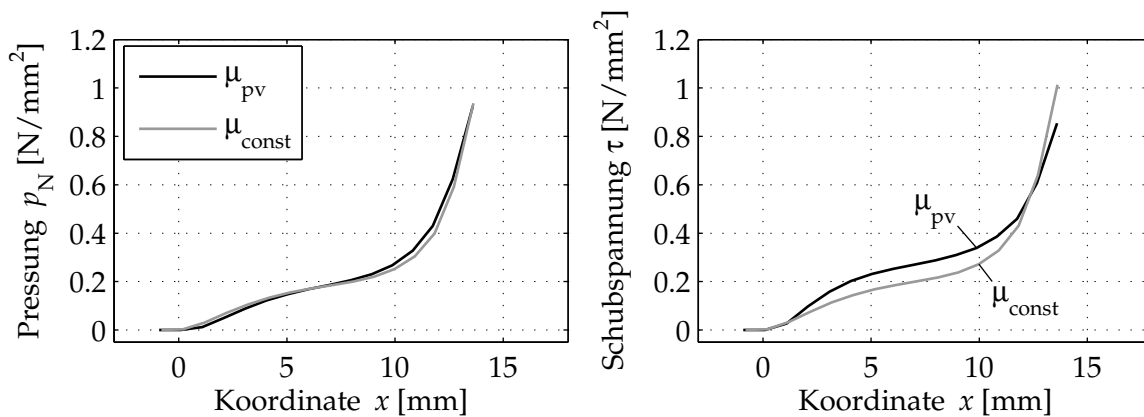
Das Abheben der Auslaufkante wird auch aus der Pressungsverteilung in **Bild 5.1** unten rechts ersichtlich, hier ist  $p_{N,1} = p_{N,2} = 0 \text{ N/mm}^2$ . Dieses Verhalten ist oft bei Experimenten zu beobachten, siehe auch **Bild 4.4** rechts und **Bild 5.1** oben links. Für nahezu sämtliche Lastvariationen hebt die Auslaufkante ab und behält ihre ursprüngliche Form.

**Bild 5.2** links zeigt die lokalen Reibwerte  $\mu_i$  an den einzelnen lokalen Kontaktelementen. Durch die Modellierung des geschwindigkeits- und flächenpressungsabhängigen lokalen Reibwerts ist dieser an der Einlaufkante (Knoten 16) kleiner als an der Auslaufkante. Für den hier abgebildeten Zustand sind die Knoten 1 und 2 nicht im Kontakt, so dass hier keine Reibkräfte erzeugt werden. Die in **Bild 5.2** rechts dargestellten lokalen Reibkräfte an den Knoten zeigen, dass die hohen lokalen Normalkräfte an der Einlaufkante trotz eines niedrigeren Reibwerts zu einer deutlichen Überhöhung der lokalen Reibkräfte führen.

Die nachfolgende Betrachtung dient der Untersuchung des Einflusses des in dieser Arbeit gewählten parameterabhängigen lokalen Reibwerts auf das Profilblockverhalten im Vergleich zu einer Modellierung mit konstantem lokalen Reibwert. Zur besseren Vergleichbarkeit ist für die Simulation mit konstantem lokalen Reibwert ein Wert von  $\mu = 1,04$  verwendet worden. Dieser Reibwert führt zu einer identischen Deformation  $\eta_E$  der Einlaufkante wie die Simulation mit parameterabhängigem Reibwert. In beiden Fällen stellt sich ein Gleichgewichtszustand ein. Die resultierende Verteilung der Flächenpressung ist für beide Simulationen nahezu identisch, vgl. **Bild 5.3** links. Die Simulation mit parame-



**Bild 5.2:** Links: Lokale Reibwerte an den lokalen Kontaktelementen für den Gleichgewichtszustand; rechts: Lokale Reibkräfte an den lokalen Kontaktelementen für den Gleichgewichtszustand



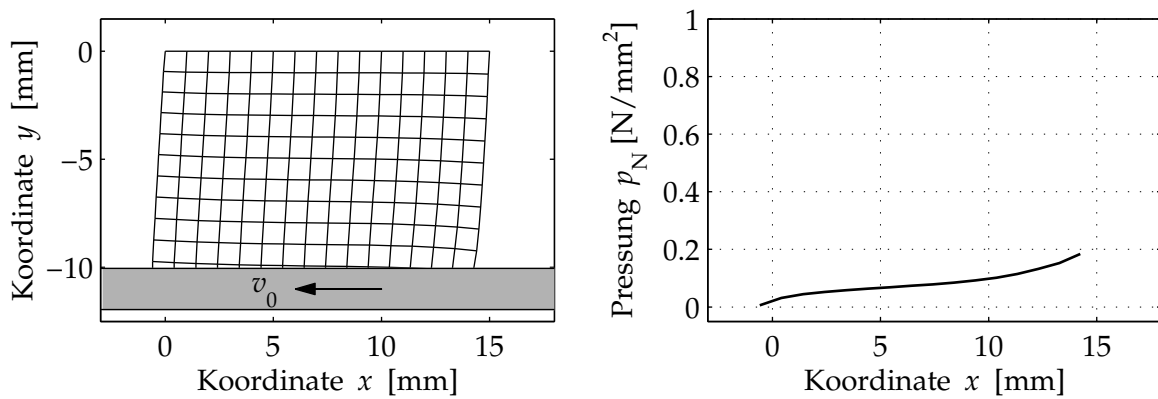
**Bild 5.3:** Links: Einfluss der Reibwertmodellierung auf die Pressungsverteilung unter dem Profilblock; rechts: Einfluss der Reibwertmodellierung auf die Schubspannungsverteilung unter dem Profilblock

terabhängigem Reibwert ist mit  $\mu_{pv}$  und die Simulation mit konstantem Reibwert mit  $\mu_{const}$  gekennzeichnet. Die Verteilung der durch Reibung hervorgerufenen Schubspannungen  $\tau_i = \mu_i p_{N,i}$  hingegen weist deutliche Unterschiede auf. Im Bereich der Einlaufkante, an der eine hohe Flächenpressung vorherrscht, bewirkt der mit steigender Flächenpressung fallende lokale Reibwert um etwa 20 % kleinere Schubspannungen im Vergleich zur der Simulation mit konstantem Reibwert.

In den übrigen Bereichen der Kontaktfläche hingegen kehren sich die Verhältnisse um. Die Simulation mit konstantem Reibwert zeigt hier kleinere lokale Schubspannungen als die Simulation mit parameterabhängigem Reibwert. Es besteht somit ein deutlicher Einfluss der Flächenpressungsabhängigkeit, die zur realistischen Untersuchung der Vorgänge in der Kontaktfläche und des dynamischen Verhaltens nicht vernachlässigbar ist.

### 5.1.2 Simulationen bei hoher Gleitgeschwindigkeit mit Verschleiß

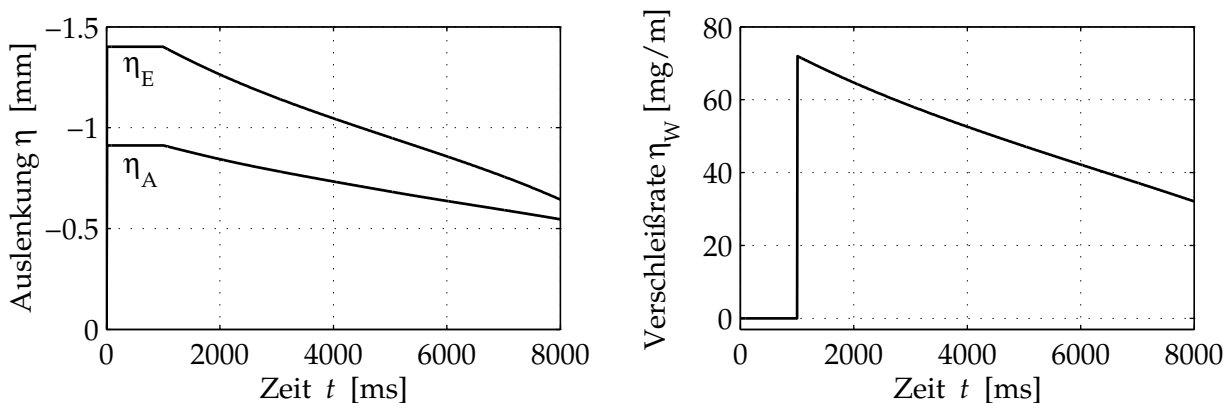
Dieser Abschnitt behandelt den Verschleißeinfluss auf das Reib- und Verformungsverhalten des Profilblocks bei hohen Gleitgeschwindigkeiten. In Experimenten auf rauhen Oberflächen kann stets beobachtet werden, dass lokaler Verschleiß die ursprüngliche Profilblockgeometrie verändert, vgl. Abschnitt 4.4. Die folgenden Simulationen werden mit der auf der Korundoberfläche der Körnung 100 ermittelten Verschleißrate von  $k_W = 0,74 \text{ mg/m}$  sowie den identifizierten geschwindigkeits- und flächenpressungsabhängigen Exponenten  $k_v$  bzw.  $k_p$  durchgeführt, vgl. Gl. (4.9). Die übrigen Simulationsparameter sind mit denen aus dem vorherigen Abschnitt identisch ( $v_0 = 2000 \text{ mm/s}$ ,  $H = 10,1 \text{ mm}$ , Verwendung der Parameter der Korundoberfläche Körnung 400). Hierbei ist zu beachten, dass mangels eines experimentell ermittelten Verschleißkennfelds auf der Korundoberfläche der Körnung 400 die Verschleißparameter aus Abschnitt 4.4 mit der Korundoberfläche der Körnung 100 Verwendung finden. Die Simulationszeit beträgt  $t = 8 \text{ s}$ , das Verschleißmodul wird zur Elimination von Einlaufeffekten zum Zeitpunkt  $t = 1 \text{ s}$  zugeschaltet.



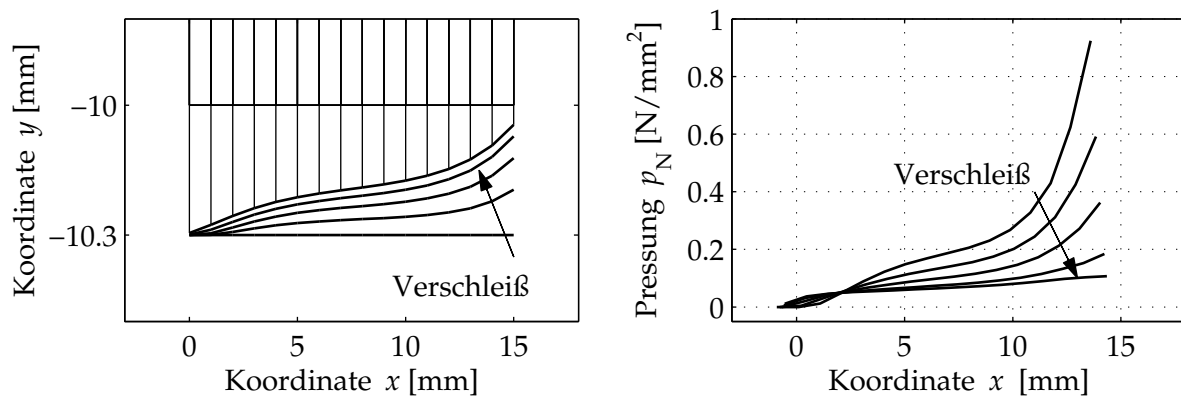
**Bild 5.4:** Links: Verformungsverhalten des Profilblocks mit Verschleißsimulation; rechts: Pressungsverteilung unter dem Profilblock mit Verschleißsimulation

**Bild 5.4** stellt die Verformung des Profilblocks sowie die resultierende Flächenpressungsverteilung nach einer Reibstrecke von  $s_{\text{reib}} = 12$  m dar. Durch die überhöhte Flächenpressung an der Einlaufkante findet dort erhöhter lokaler Verschleiß statt, der sich aus dem verwendeten Verschleißgesetz erklärt. Die weggesteuerte Belastung  $H$  bleibt während der Simulation konstant. Die Deformation der Einlaufkante nimmt durch den lokalen Verschleiß ab, während die Auslaufkante durch den fehlenden Kontakt keinen Verschleiß erfährt. Der simulierte lokale Verschleiß verändert die Profilblockgeometrie und damit die sich ergebende Pressungsverteilung im Vergleich zum Ausgangszustand, siehe **Bild 5.1** unten.

**Bild 5.5** links visualisiert die Auslenkungen der Ein- und Auslaufkante, die durch die auftretenden Verschleißeffekte in Verbindung mit der konstanten Kompressionsvorgabe abnehmen. Weiterhin verringert sich die Differenz der Auslenkungen an Ein- und Auslaufkante. Die resultierende Verschleißrate  $\eta_W$  für den gesamten Profilblock zeigt **Bild 5.5** rechts. Diese liegt zu Beginn des Verschleißprozesses bei einem Wert von  $\eta_W = 72$  mg/m und reduziert sich durch die sich ebenfalls verringere resultierende Flächenpressung auf einen Wert von  $\eta_W = 32$  mg/m.



**Bild 5.5:** Links: Verlauf der Auslenkung der Ein- und Auslaufkante mit Berücksichtigung von Verschleiß; rechts: Resultierende Verschleißrate des Profilblocks

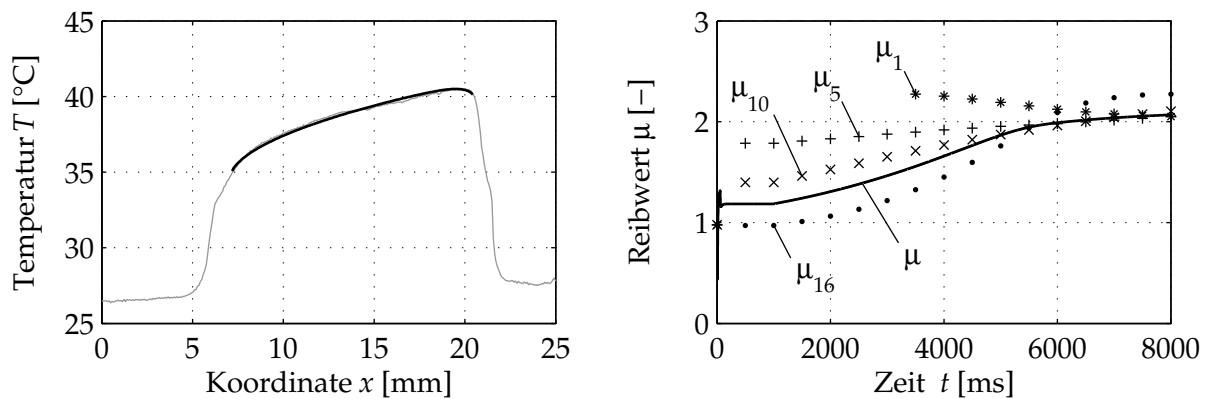


**Bild 5.6:** Links: Änderung der Profilblockgeometrie durch lokalen Verschleiß; rechts: Homogenisierung der Flächenpressung unter dem Profilblock durch lokalen Verschleiß

**Bild 5.6** zeigt die Form und die zugehörige Pressungsverteilung nach vier simulierten Reibstrecken  $s_{\text{reib}} = 0 \text{ m}$ ,  $s_{\text{reib}} = 4 \text{ m}$ ,  $s_{\text{reib}} = 8 \text{ m}$ ,  $s_{\text{reib}} = 12 \text{ m}$  und  $s_{\text{reib}} = 14 \text{ m}$ . Zu Beginn des Reibprozesses hat der Profilblock seine ursprüngliche rechteckige Form mit der zugehörigen Pressungsverteilung, die an der Einlaufkante stark überhöht ist. Mit zunehmender Reibstrecke baut sich diese Pressungsüberhöhung durch den lokalen Verschleiß ab. Am Ende der Simulation ist die Pressung über der Blocklänge nahezu konstant. Mit zunehmender Reibstrecke nimmt der Profilblock eine charakteristische S-Form an, die zu einer Homogenisierung der Pressungsverteilung führt. Dabei kommen nun auch die Kontaktknoten in der Nähe der Auslaufkante mit zunehmender Reibstrecke nacheinander in Kontakt mit der Reiboberfläche. Diese S-Form wird oft bei Experimenten beobachtet, siehe **Bild 4.11**.

Untersuchungen mit einer Thermografiekamera bestätigen die Homogenisierung der Flächenpressung durch Verschleiß: Zu Beginn des Reibprozesses weist die gemessene Temperaturverteilung an der Einlaufkante eine deutliche Überhöhung auf, vgl. **Bild 4.4** rechts. Mit zunehmender Reibstrecke bildet sich ein Temperaturfeld aus, welches bei einer konstanten Pressungsverteilung entstehen würde, vgl. [68]. **Bild 5.7** links visualisiert Ergebnisse von LINDNER [77], bei denen der Temperaturverlauf in der Kontaktfläche entlang der Mittellinie des Profilblocks in Längsrichtung mit Hilfe einer Thermografiekamera gemessen worden ist. Eine Berechnung dieses Temperaturverlaufs unter Annahme einer konstanten Flächenpressung liefert eine sehr gute Übereinstimmung.

Den Einfluss des Einlaufverhaltens auf den Reibwert als Ergebnis einer Simulation zeigt **Bild 5.7** rechts, in welchem der zeitliche Verlauf des globalen Reibwerts  $\mu$  sowie die lokalen Reibwerte  $\mu_i$  an ausgewählten Kontaktknoten dargestellt sind. Der Reibwert  $\mu_{16}$  entspricht dem lokalen Reibwert an der Einlaufkante (Knoten16), während  $\mu_1$  den Reibwert an der Auslaufkante repräsentiert. Durch den Einlaufvorgang steigt der globale Reibwert von ursprünglich  $\mu \approx 1,14$  auf  $\mu \approx 2$ .



**Bild 5.7:** Links: Gemessener (grau) und berechneter (schwarz) Temperaturverlauf in der Kontaktfläche entlang der Mittellinie des Profilblocks, Messung aus [77]; rechts: Simulation der lokalen Reibwerte  $\mu_i$  sowie des Gesamtreibwertes  $\mu$  in der Einlaufphase

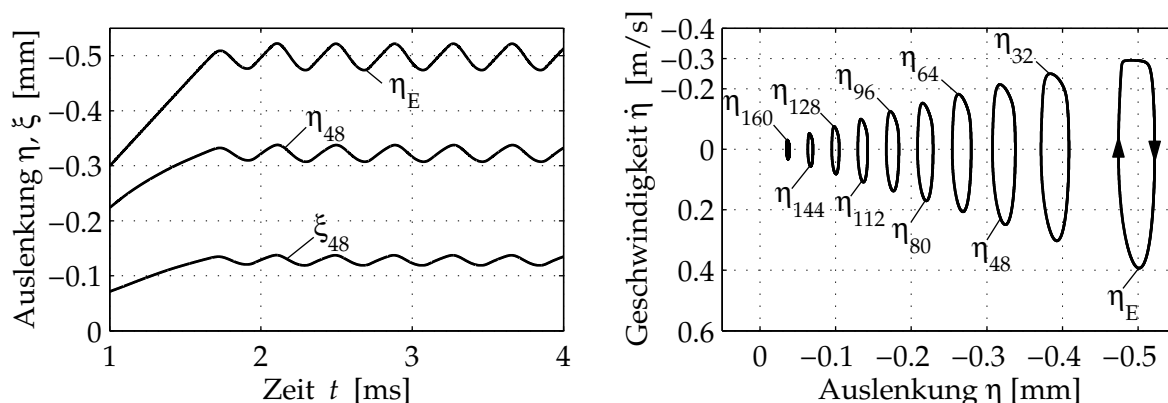
### 5.1.3 Profilblockverhalten bei niedriger Gleitgeschwindigkeit

In einem nächsten Schritt wird das dynamische Profilblockverhalten bei hohen Frequenzen untersucht. Hier sind insbesondere Stick-Slip-Schwingungen von Interesse, die Ursache für das bekannte Reifenquietschen sind. Weitere dynamische Effekte, wie Einlauf- oder Ausschnappeffekte beim Abrollvorgang des Reifens werden in Abschnitt 5.2 behandelt.

#### 5.1.3.1 Stick-Slip-Verhalten

Wie in Abschnitt 2.4 bereits modellhaft für einen Einfreiheitsgrad-Reibschwinger gezeigt worden ist, können durch den negativen Gradienten der Reibwertcharakteristik über der Relativgeschwindigkeit reibungsselbsterregte Schwingungen entstehen. Da sowohl für die Korund- als auch für die Betonoberfläche in einem bestimmten Geschwindigkeitsbereich ein Abfallen des Reibwertes mit zunehmender Relativgeschwindigkeit experimentell beobachtet worden ist, vgl. **Bild 4.5**, ist auch für den Profilblock das Auftreten reibungsselbsterregter Schwingungen zu erwarten und wird nachfolgend untersucht. Die Simulationen werden zunächst bei einer Gleitgeschwindigkeit von  $v_0 = 300 \text{ mm/s}$  durchgeführt. In diesem Geschwindigkeitsbereich weist die Reibwertcharakteristik bezüglich der Geschwindigkeit einen negativen Gradienten auf, was zu einem Energieeintrag in das System und somit zu reibungserregten Schwingungseffekten führen kann. Die Kompressionsvorgabe  $H = 10,1 \text{ mm}$  führt zu einer nominellen Flächenpressung von  $p_N = 0,25 \text{ N/mm}^2$ .

Die Simulation wird mit den aus dem Ausschwingversuch identifizierten dynamischen Materialparametern durchgeführt ( $E = 45 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta = 1,5 \times 10^{-4} \text{ s}$ ), vgl. Abschnitt 4.1. In der Simulation treten Stick-Slip-Schwingungen auf. **Bild 5.8** links zeigt einen Ausschnitt des zeitlichen Verlaufs der Auslenkungen  $\eta_E$ ,  $\eta_{48}$  und  $\zeta_{48}$ . Die Position des Knotens 48 ist an der Einlaufkante, zwei Millimeter oberhalb der Kontaktfläche, vgl. **Bild 3.3**.



**Bild 5.8:** Links: Verlauf der Auslenkungen  $\eta_E$ ,  $\eta_{48}$  und  $\zeta_{48}$  während des Referenz-Stick-Slip; rechts: Grenzykel der horizontalen Freiheitsgrade an der Einlaufkante für den Referenz-Stick-Slip

Die Frequenz der auftretenden Stick-Schwingung liegt bei  $f_{ss} \approx 2550$  Hz. Eine Berechnung, die die Zeitdauer von 10 ms simuliert, benötigt bei einer maximalen festgelegten Zeitschrittweite  $\Delta t = 10^{-6}$  s auf einem Standard-PC (Intel Core 2 Duo, 2 GHz, 3 GB RAM) lediglich etwa 50 Sekunden. **Bild 5.8** rechts zeigt die Grenzykel der simulierten Stick-Slip-Schwingung für die horizontale Auslenkung sämtlicher Knoten der Einlaufkante. Der Knoten der Einlaufkante, der unmittelbar an der Kontaktfläche liegt ( $\eta_E$ ), haftet zeitweise auf der Reiboberfläche. Somit entspricht die Geschwindigkeit dieses Knotens der Gleitgeschwindigkeit der Reiboberfläche. Sobald die strukturellen Rückstellkräfte größer als die Reibkräfte sind, schnellt der ausgelenkte Profilblock mit einer Geschwindigkeit von bis zu 0,4 m/s zurück und haftet anschließend erneut.

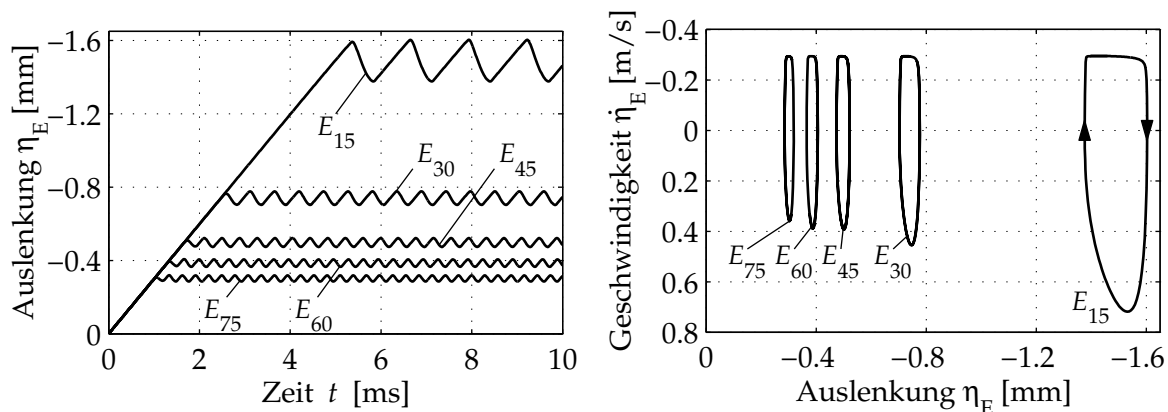
Die Punkte an der Einlaufkante oberhalb der Kontaktfläche offenbaren ein anderes Verhalten, wie aus **Bild 5.8** rechts ersichtlich ist. Sie zeigen ein charakteristisches Überspringen der Geschwindigkeit beim Übergang in die Haftphase. Dies bedeutet, dass diese Knoten aufgrund der strukturellen Einflüsse der Massenträgheit zeitweise eine höhere Geschwindigkeit aufweisen. Dieser Effekt ist ebenfalls in experimentellen Stick-Slip-Untersuchungen beobachtet worden, vgl. [90]. Der in **Bild 5.8** dargestellte Grenzykel für den Freiheitsgrad  $\eta_E$  auf der Korundoberfläche mit den Modellparametern  $v_0 = 300$  mm/s,  $H = 10,1$  mm,  $E = 45$  N/mm<sup>2</sup>,  $\beta = 1,5 \times 10^{-4}$  s dient im weiteren Verlauf der Arbeit als Referenz-Grenzykel. Bei den folgenden Parametervariationen wird jeweils die Einlaufkante im Bereich der Kontaktfläche, also die horizontale Auslenkung  $\eta_E$  der Einlaufkante, betrachtet.

### 5.1.3.2 Einfluss des Elastizitätsmoduls

Der Elastizitätsmodul spielt für die Beschreibung der mechanischen Materialeigenschaften des Profilblocks eine wesentliche Rolle. Daher soll der Einfluss dieses Parameters auf das dynamische Gesamtverhalten anhand einer Parametervariation näher betrachtet werden. Hierzu werden die Referenzkonfiguration mit  $E_{45} = 45$  N/mm<sup>2</sup> sowie vier weitere Konfigurationen mit  $E_{15} = 15$  N/mm<sup>2</sup>,  $E_{30} = 30$  N/mm<sup>2</sup>,  $E_{60} = 60$  N/mm<sup>2</sup> und

$E_{75} = 75 \text{ N/mm}^2$  untersucht. Die Kompressionsvorgabe wird für alle Konfigurationen so eingestellt, dass sich eine mittlere nominelle Flächenpressung von  $p_N = 0,25 \text{ N/mm}^2$ , also die Referenzflächenpressung, einstellt. Es treten in allen Fällen stationäre Stick-Slip-Grenzzykel auf, die sich jedoch in der Frequenz, der Schwingungsamplitude sowie der mittleren Auslenkung unterscheiden, siehe **Bild 5.9**.

Die Simulation mit einem Elastizitätsmodul von  $E_{15} = 15 \text{ N/mm}^2$  zeigt die größte mittlere Verschiebung von ca. 1,5 mm. Dies liegt daran, dass durch die gleiche mittlere Flächenpressung, die für alle Simulationen eingestellt worden ist, auch die lokalen Reibkräfte für alle Parameterkombinationen in einer ähnlichen Größenordnung liegen. Die Konfiguration mit dem niedrigsten Elastizitätsmodul weist auch die geringste Schubsteifigkeit auf und verformt sich folglich in Tangentialrichtung am stärksten. Mit zunehmendem Elastizitätsmodul nimmt die mittlere Auslenkung dementsprechend ab. Bei Erhöhung des Elastizitätsmoduls nimmt augenscheinlich die Stick-Slip-Frequenz zu. Die höhere Steifigkeit des Materials bewirkt im Vergleich zu einem Material mit niedrigerer Steifigkeit die gleichen strukturellen Rückstellkräfte bereits bei kleineren Auslenkungen, so dass der Übergang vom Haft- in den Gleitzustand früher eintritt. Diese Verkürzung der Haftphase äußert sich in einer kürzeren Durchlaufzeit eines Grenzzykels und somit in einer höheren Stick-Slip-Frequenz.



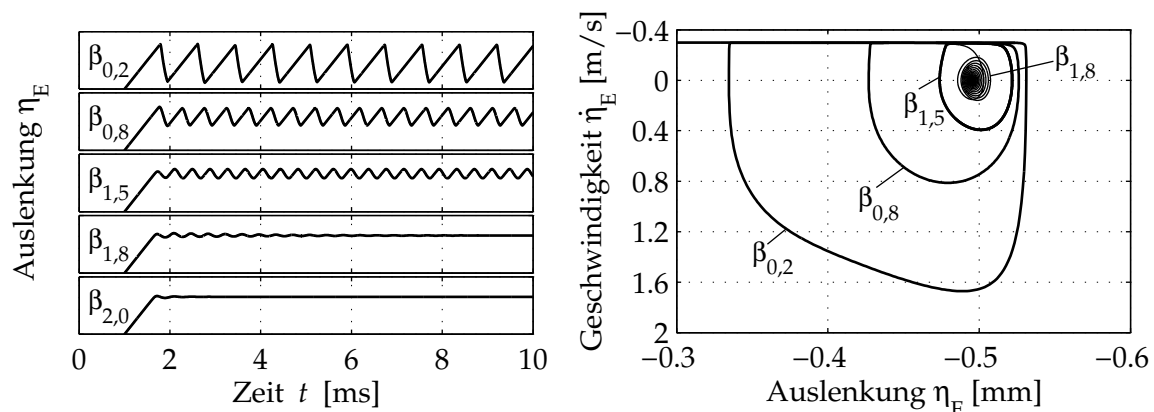
**Bild 5.9:** Links: Einfluss des Elastizitätsmoduls auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven im stationären Zustand

### 5.1.3.3 Einfluss der Dämpfung

Der zweite wesentliche, das Material beschreibende Parameter stellt die Materialdämpfung dar. Die Dämpfungsmatrix wird im Modell als proportional zur Steifigkeitsmatrix angenommen, somit ist  $\mathbf{D} = \beta \mathbf{K}$ , vgl. Abschnitt 4.1. In Anlehnung an den vorangegangenen Abschnitt erfolgt eine Parametervariation des Dämpfungsfaktors  $\beta$ , um dessen Einfluss aufzuzeigen. Der aus dem Ausschwingversuch identifizierte und für die Simulation des Referenzgrenzzykels verwendete Dämpfungsfaktor beträgt  $\beta_{1,5} = 1,5 \times 10^{-4} \text{ s}$ . In der Parameterstudie werden zusätzlich die Werte  $\beta_{0,2} = 0,2 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $\beta_{0,8} = 0,8 \times 10^{-4} \text{ s}$ ,  $\beta_{1,8} = 1,8 \times 10^{-4} \text{ s}$  sowie  $\beta_{2,0} = 2,0 \times 10^{-4} \text{ s}$  verwendet. In Abhängigkeit des Dämpfungsfaktors  $\beta$  stellen sich verschiedene Schwingungszustände ein, siehe **Bild 5.10**.



Die Simulation mit dem kleinsten Dämpfungsfaktor  $\beta_{0,2}$  zeigt die größten Stick-Slip-Amplituden, da in diesem Fall durch die vergleichsweise geringe Dämpfung kleinere strukturelle Kräfte während der Haftphase entstehen als bei einem Modell mit höherem Dämpfungsfaktor. Aus diesem Grund wird der Übergang von der Haft- in die Gleitphase beim System mit niedriger Materialdämpfung erst bei größeren Auslenkungen erreicht. Die längere Haftphase führt wie bereits bei der Betrachtung der Elastizitätsmodulvariation zu einer niedrigeren Stick-Slip-Frequenz. Eine Erhöhung des Dämpfungsfaktors bewirkt durch die Geschwindigkeitsabhängigkeit weiterhin eine stärkere Bedämpfung des Systems in der Rückschwingphase und folglich eine wesentliche Abnahme der Rückschwinggeschwindigkeit und der Rückschwingweite. Oberhalb eines kritischen Dämpfungsfaktors von  $\beta \approx 1,6 \times 10^{-4} \text{ s}$  werden die Stick-Slip-Schwingungen so stark bedämpft, dass sich trotz des negativen Gradienten der Reibwertcharakteristik in Bezug auf die Relativgeschwindigkeit kein stationärer Grenzzykel mehr ausbildet, sondern die Schwingung abklingt bzw. gar nicht erst entsteht, vgl. LINDNER [77].

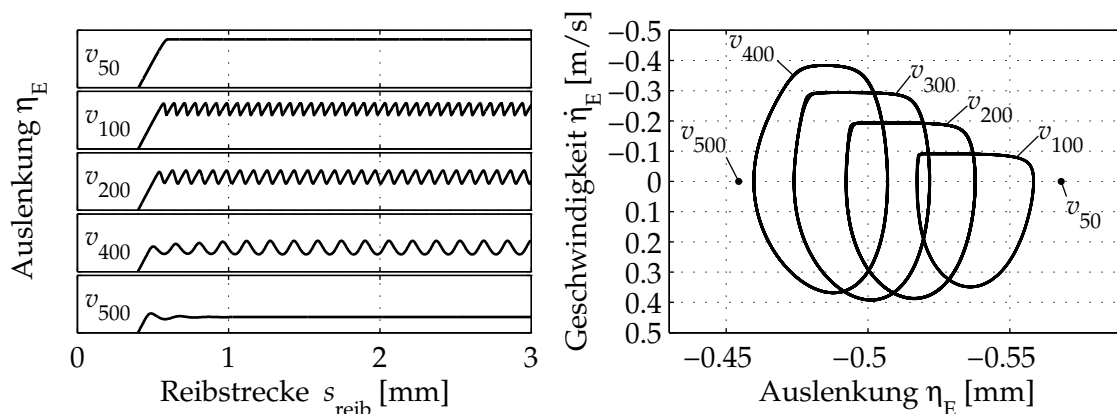


**Bild 5.10:** Links: Einfluss des Dämpfungsfaktors auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven

#### 5.1.3.4 Einfluss der eingepprägten Gleitgeschwindigkeit

Die eingepprägte Gleitgeschwindigkeit  $v_0$  beeinflusst die Relativgeschwindigkeit  $v_{rel,i}$  an jedem lokalen Kontaktelement. Somit ist eine Abhängigkeit des dynamischen Verhaltens des Profilblocks von der Gleitgeschwindigkeit  $v_0$  durch die Reibwertcharakteristik zu erwarten. Die Untersuchung des Einflusses der Gleitgeschwindigkeit erfolgt für fünf verschiedene Gleitgeschwindigkeiten  $v_{50} = 50 \text{ mm/s}$ ,  $v_{100} = 100 \text{ mm/s}$ ,  $v_{200} = 200 \text{ mm/s}$ ,  $v_{400} = 400 \text{ mm/s}$ ,  $v_{500} = 500 \text{ mm/s}$  sowie den Referenzzustand mit  $v_{300} = 300 \text{ mm/s}$ . Unterhalb von einer Geschwindigkeit von  $v_0 \approx 55 \text{ mm/s}$  und oberhalb einer Geschwindigkeit von  $v_0 \approx 420 \text{ mm/s}$  treten keine stabilen Stick-Slip-Grenzzykel auf, siehe **Bild 5.11** links. Dies liegt an der steigenden Reibwertcharakteristik im kleinen Geschwindigkeitsbereich sowie dem geringen negativen Gradienten der Reibwertcharakteristik im hohen Geschwindigkeitsbereich, vgl. **Bild 4.5**. Zur besseren Vergleichbarkeit sind die Verläufe der Auslenkung in **Bild 5.11** links in Abhängigkeit der Reibstrecke  $s_{reib}$  und nicht wie zuvor in Abhängigkeit der Zeit  $t$  aufgetragen.

Zwischen den beiden Grenzgeschwindigkeiten prägen sich stabile Stick-Slip-Grenzzykel aus. **Bild 5.11** rechts zeigt die Grenzzykel für die verschiedenen Gleitgeschwindigkeiten. Die Stick-Slip-Frequenzen steigen mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit von  $f_{SS} \approx 1430$  Hz bei einer Geschwindigkeit von  $v_0 = 100$  mm/s auf  $f_{SS} \approx 2460$  Hz bei einer Geschwindigkeit von  $v_0 = 400$  mm/s. Dieser Anstieg ist durch die kürzeren Haftzeiten zu erklären, die bei höheren Gleitgeschwindigkeiten auftreten. Mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit sinkt durch den fallenden Reibwert die mittlere Auslenkung, siehe **Bild 5.11**.

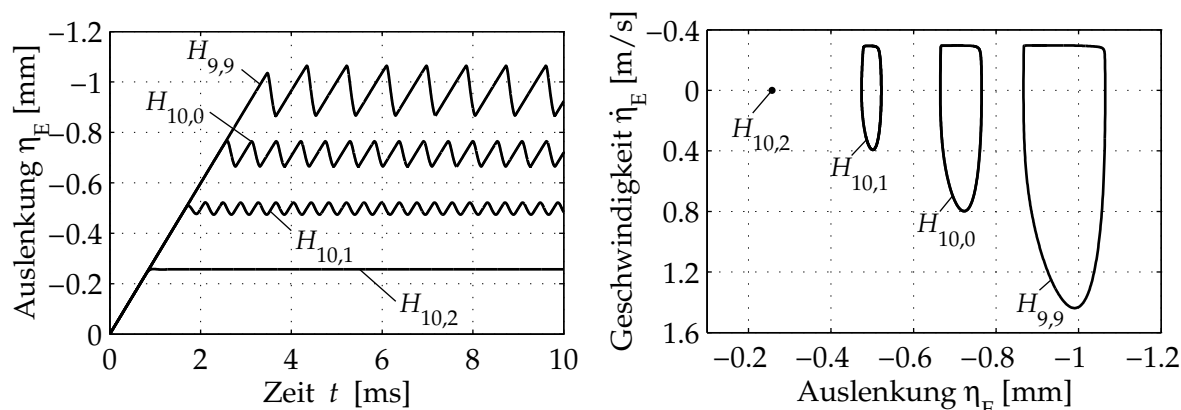


**Bild 5.11:** Links: Einfluss der Gleitgeschwindigkeit auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven im stationären Zustand

### 5.1.3.5 Einfluss der Kompressionsvorgabe

Die Kompressionsvorgabe  $H$  besitzt den Charakter einer Lastvorgabe in Normalrichtung und bestimmt somit das Normalkraftniveau für den Profilblock. Nachfolgend soll der Einfluss dieses Parameters auf das Schwingungsverhalten untersucht werden, dies entspricht dem Verhalten des Profilblocks bei unterschiedlicher Normallast. Für den Referenzzustand  $H_{10,1} = 10,1$  mm, der einer nominellen mittleren Flächenpressung von  $p_N = 0,25$  N/mm<sup>2</sup> entspricht und drei weitere Kompressionsvorgaben  $H_{9,9} = 9,9$  mm ( $\hat{=} p_N = 0,63$  N/mm<sup>2</sup>),  $H_{10,0} = 10,0$  mm ( $\hat{=} p_N = 0,43$  N/mm<sup>2</sup>) und  $H_{10,2} = 10,2$  mm ( $\hat{=} p_N = 0,08$  N/mm<sup>2</sup>) stellt **Bild 5.12** die Simulationsergebnisse dar.

Für die Kompressionsvorgabe  $H_{9,9}$ , die der größten Normallast entspricht, ist die größte mittlere Auslenkung zu beobachten. Hier bewirkt das hohe Niveau der lokalen Normalkräfte an den lokalen Kontaktelementen hohe lokale Reibkräfte, die zu einer großen Verformung in Tangentialrichtung führen. Die hohen Reibkräfte bewirken ebenfalls eine lange Haftphase, dies äußert sich in einer vergleichsweise niedrigen Stick-Slip-Frequenz. Für größere Werte der Kompressionsvorgabe, was einer Reduktion der Normallast entspricht, verringert sich entsprechend die mittlere Auslenkung und die Stick-Slip-Frequenz steigt. Für eine Kompressionsvorgabe von  $H_{10,2} = 10,2$  mm hingegen stellt sich aufgrund der niedrigen Reibkräfte, die nur zu einem unwesentlichen Energieeintrag in das System führen, ein Gleichgewichtszustand ohne Stick-Slip-Schwingungen ein.



**Bild 5.12:** Links: Einfluss der Kompressionsvorgabe auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven im stationären Zustand

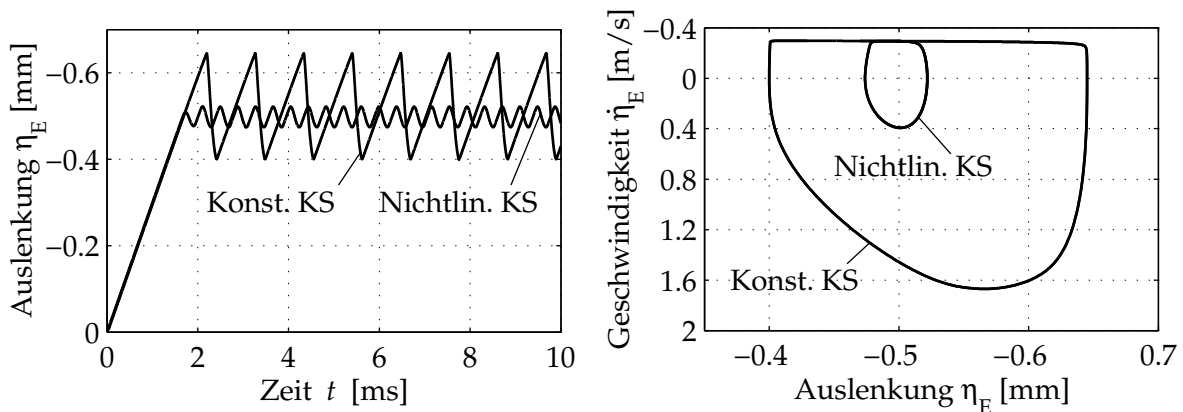
### 5.1.3.6 Einfluss der Kontaktsteifigkeit

Der Einfluss der rauen Oberfläche wird mit Hilfe der in Abschnitt 3.4 eingeführten nichtlinearen Kontaktsteifigkeit abgebildet. In der Literatur finden zumeist Modelle Anwendung, die die Reiboberfläche als glatt modellieren. Dieser Ansatz kann mit dem vorliegenden Modell als Sonderfall abgebildet werden, indem lokale Kontaktelemente eingesetzt werden, deren Steifigkeit konstant ist. Die Steifigkeit  $c_{\text{KKS}}$  dieser Elemente bestimmt sich aus dem Elastizitätsmodul  $E$  des Strukturmodells, der einem lokalen Kontaktelement zugeordneten Fläche  $A_i$  sowie der Höhe der Kontaktschicht  $y_{c0}$ , vgl. **Bild 3.11**,

$$c_{\text{KKS}} = \frac{EA_i}{y_{c0}}. \quad (5.1)$$

Zum Vergleich werden Simulationen mit konstanter Kontaktsteifigkeit und der Referenzkonfiguration, die mit nichtlinearer Kontaktsteifigkeit arbeitet, durchgeführt. Die Kompressionsvorgabe  $H$  wird für die Simulation mit konstanter Kontaktsteifigkeit so eingestellt, dass sich wie bei der Referenzkonfiguration eine mittlere nominelle Flächenpressung von  $p_N = 0,25 \text{ N/mm}^2$  ergibt. Die Simulation mit konstanter Kontaktsteifigkeit liefert einen Stick-Slip-Grenzykel, der sich in hohem Maße von der Referenzkonfiguration unterscheidet, siehe **Bild 5.13**.

Lediglich die mittlere Auslenkung ist aufgrund der gleichen mittleren Flächenpressung für beide Simulationen nahezu identisch. Sowohl die Stick-Slip-Amplitude als auch die Stick-Slip-Frequenz unterscheiden sich jedoch erheblich vom Referenzzustand. In der Simulation mit nichtlinearer Kontaktsteifigkeit nimmt die Kompression  $u_i$  der nichtlinearen Kontaktfedern Werte zwischen 0 und 0,23 mm an, die im ausgeprägten nichtlinearen Bereich der Charakteristik liegen. Das Modell mit nichtlinearer Kontaktsteifigkeit modelliert den Kontakt somit erheblich weicher als das Modell mit konstanter Kontaktsteifigkeit.

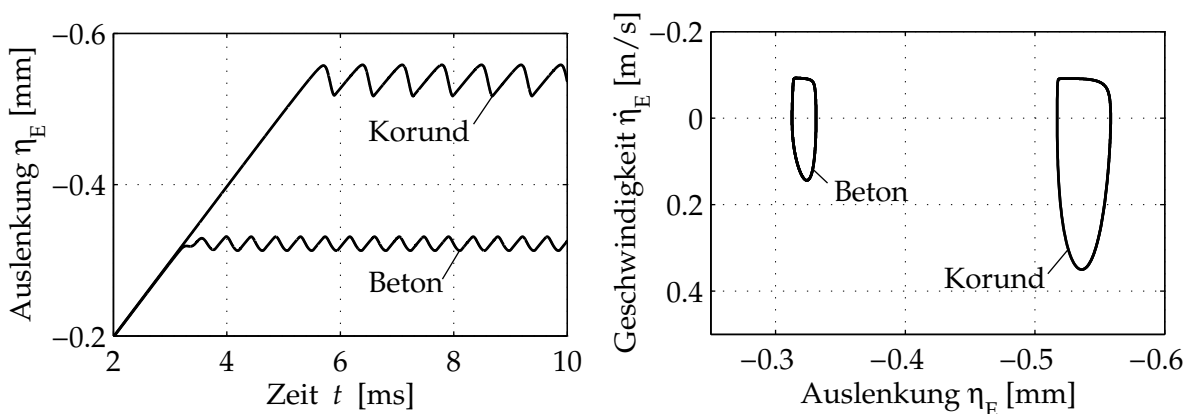


**Bild 5.13:** Links: Einfluss der Kontaktsteifigkeit (KS) auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven im stationären Zustand

Die geringeren Reibkräfte führen im Vergleich zum Modell mit konstanter Kontaktsteifigkeit zu einer wesentlich kürzeren Haftphase und höheren Stick-Slip-Frequenzen. Die auftretenden großen Unterschiede zwischen beiden Simulationen verdeutlichen den erheblichen Einfluss der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit und unterstreichen die Unzulässigkeit der Simulation mit konstanter Kontaktsteifigkeit.

### 5.1.3.7 Einfluss der Reiboberfläche

Nach der Untersuchung des Einflusses der Modellparameter dient die folgende Betrachtung der Variation der Reiboberfläche. Neben den Parametern für die Korundoberfläche sind in Abschnitt 4.2 und Abschnitt 4.3 ebenfalls die erforderlichen Parameter für eine Betonfahrbahn ermittelt worden. Die strukturdynamischen Parameter entsprechen denen der Referenzkonfiguration, jedoch unterscheiden sich die folgenden Simulationen in den Koeffizienten der Reibwertcharakteristik sowie der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit, vgl. **Tabelle 4.1** und **Tabelle 4.2**. **Bild 5.14** zeigt die entsprechenden Simulationsergebnisse für eine Gleitgeschwindigkeit von  $v_0 = 100 \text{ mm/s}$  und der Referenzflächenpressung von  $p_N = 0,25 \text{ N/mm}^2$ . Bei dieser Gleitgeschwindigkeit sind für beide simulierten Reiboberflächen Stick-Slip-Schwingungen zu beobachten.



**Bild 5.14:** Links: Einfluss der Reiboberfläche auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven im stationären Zustand

Das Reibwertniveau der Korundoberfläche ist wesentlich höher als das der Betonoberfläche, vgl. **Bild 4.5**, was zu einer höheren mittleren Auslenkung der Einlaufkante auf der Korundoberfläche führt. Die höheren Reibkräfte verursachen eine längere Haftphase auf der Korundoberfläche, was eine niedrigere Stick-Slip-Frequenz zur Folge hat. Prinzipiell ist das Schwingungsverhalten auf beiden Oberflächen ähnlich.

### 5.1.3.8 Einfluss des Verschleißgesetzes

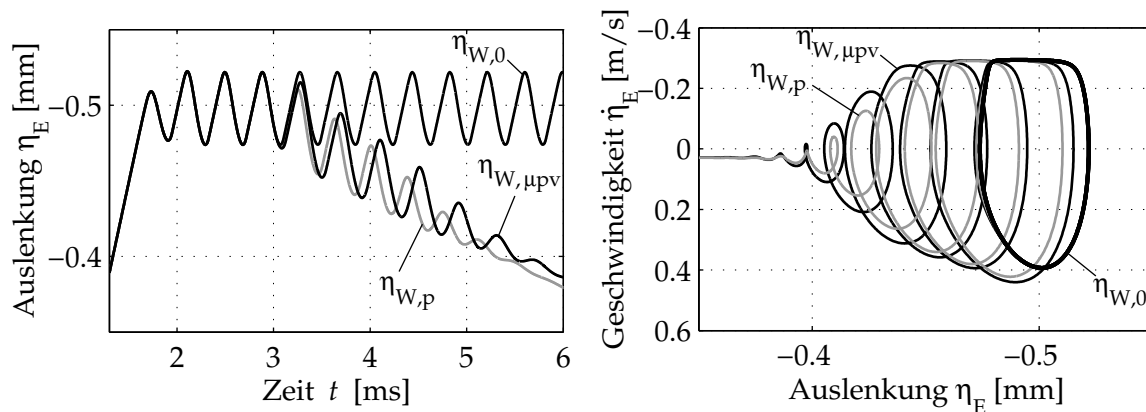
Die bisherigen Parameterstudien zum Stick-Slip-Verhalten sind ohne Berücksichtigung lokaler Verschleißeffekte durchgeführt worden. Verschleiß beeinflusst jedoch die Profilblockgeometrie sowie die Ausprägung der makroskopischen Kontaktfläche und damit die dynamischen Eigenschaften. In der Simulation wird zunächst wieder die Referenzkonfiguration betrachtet, als Verschleißgesetz wird nun das in Abschnitt 4.4 bestimmte nichtlineare Verschleißgesetz verwendet. Da eine Simulation mit den experimentell identifizierten Verschleißparametern zu sehr langen Simulationszeiten führen würde, um nennenswerte Effekte darstellen zu können, wird der ursprünglich identifizierte Koeffizient  $k_W \approx 0,74 \text{ mg/m}$  auf den 5000-fach überhöhten Wert von  $k_W = 3675 \text{ mg/m}$  gesetzt. Somit können auch während der kurzen Simulationszeit von  $t = 6 \text{ ms}$  deutliche Verschleißeffekte dargestellt werden.

Zur Untersuchung des Einflusses anderer Verschleißgesetze aus der Literatur werden darüber hinaus Simulationen mit einem rein linear flächenpressungsabhängigen Verschleißgesetz

$$\eta_{W,p,i} = a_p p_{N,i} \quad (5.2)$$

durchgeführt. Der Proportionalitätsfaktor  $a_p$  ist so gewählt, dass am Ende der Simulationszeit die über alle lokalen Kontaktelemente aufsummierte Längenabnahme  $\sum_i \ell_{W,i}$  identisch ist. Dieser Zustand entspricht einem gleichen Massenverlust beider Modelle. **Bild 5.15** zeigt die zugehörigen Simulationsergebnisse für das rein linear flächenpressungsabhängige Verschleißgesetz ( $\eta_{W,p}$ ), das flächenpressungs- und geschwindigkeitsabhängige Verschleißgesetz ( $\eta_{W,\mu p v}$ ) sowie den Referenzgrenzykel ohne Verschleißeffekt ( $\eta_{W,0}$ ).

Zur Elimination von Einschwingeffekten ist das Verschleißmodul zur Simulationszeit  $t = 3 \text{ ms}$  zugeschaltet worden. Für beide verwendeten Verschleißgesetze nimmt die mittlere Auslenkung ab diesem Zeitpunkt ab. Durch den lokalen Verschleiß insbesondere an der Einlaufkante verringern sich die lokalen Normalkräfte und somit auch die lokalen Reibkräfte und die Auslenkung in tangentialer Richtung. Mit zunehmender Simulationszeit klingen die Amplituden der Stick-Slip-Schwingungen ab und stellen sich schließlich sogar durch den geringen Energieeintrag vollständig ein. Der zeitliche Verlauf der Auslenkung der Einlaufkante sowie die Phasenkurven weisen für beide verwendeten Verschleißgesetze ein grundsätzlich ähnliches Verhalten auf.



**Bild 5.15:** Links: Einfluss der Verschleißmodellierung auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven

Die Simulation mit rein druckabhängigem Verschleißgesetz führt jedoch zu einer etwas schnelleren Abnahme der Auslenkung  $\eta_E$ , da die im nichtlinearen Verschleißgesetz degressive Charakteristik über der Geschwindigkeit hier linear abgebildet wird. Die deutlich überhöhte Verschleißrate ergibt eine sehr schnelle Abnahme der mittleren Auslenkung. Reale Systeme zeigen einen deutlich geringeren Einfluss des Verschleißes. Insgesamt ist der Einfluss des Verschleißgesetzes für die hier gezeigten Simulationen als gering einzustufen.

### 5.1.4 Simulationen mit Normalkraftvorgabe

Bisher ist die Last auf den Profilblock in Normalrichtung durch die Vorgabe der Kompressionshöhe  $H$  umgesetzt worden. Die Normalkraft  $F_N$  ist bei dieser Betrachtung eine resultierende Größe. Insbesondere bei experimentellen Untersuchungen einzelner Reifenprofilblöcke wird jedoch die nominelle Flächenpressung vorgegeben und die Kompressionshöhe  $H$  stellt sich in Abhängigkeit der Belastung und der Zeit ein. Die in Abschnitt 2.6 vorgestellten Prüfstände arbeiten fast ausschließlich mit einer Normalkraftvorgabe. Nachfolgend wird ein Ansatz umgesetzt, mit dem eine konstante Normalkraft  $F_N$  auf die Probe erreicht wird, der lediglich geringe Anpassungen am bisher behandelten Modell erfordert.

Hierzu dient ein regelungstechnischer Ansatz: Die lokalen Kontaktelemente liefern als Ausgangsgröße die jeweiligen Kontaktnormalkräfte  $F_{N,i}$ , die aufsummiert der Gesamtnormalkraft auf den Profilblock in der Kontaktfläche entsprechen

$$F_N = \sum_{i=1}^{n_L} F_{N,i}. \quad (5.3)$$

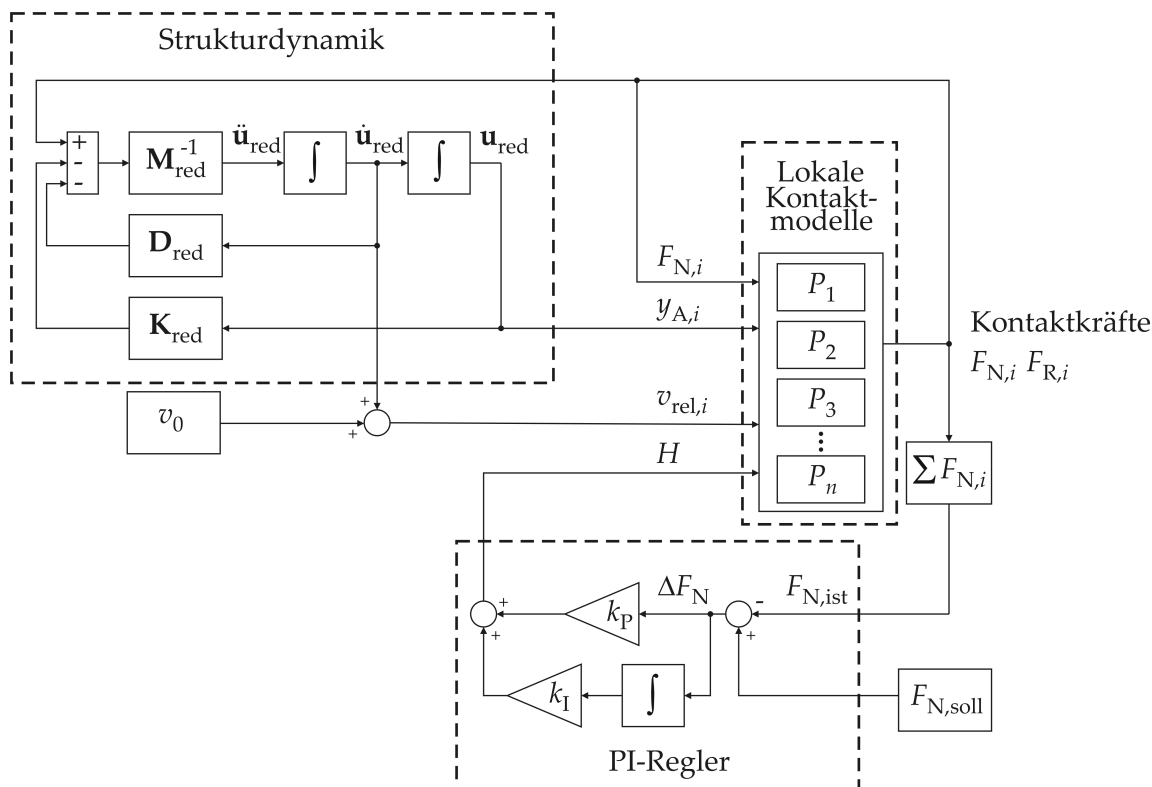
Die Normalkraft  $F_N$  ist zum einen von den sich während der Simulation ergebenden Zustandsgrößen abhängig, zum anderen wird sie von außen durch die Kompressionshöhe  $H$  beeinflusst. Die Größe  $H$  ist grundsätzlich beliebig zeitabhängig vorgebar. Dies er-

laubt die Anwendung eines Reglers mit der Führungsgröße  $F_{N,soll}$ , der Regelgröße  $F_{N,ist}$  und der Stellgröße  $H$ . Hierzu wird zu jedem Simulationszeitschritt die aktuelle Regeldifferenz

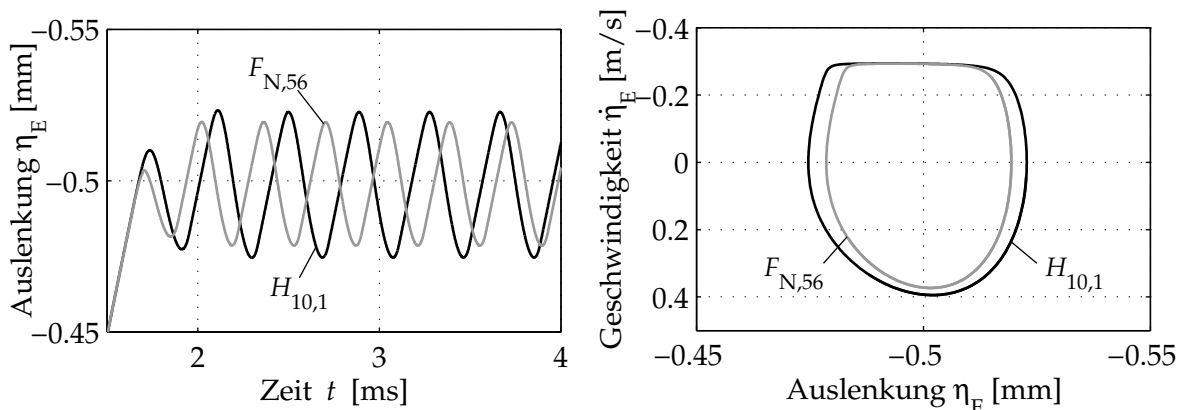
$$\Delta F_N = F_{N,soll} - F_{N,ist} \quad (5.4)$$

einem PI-Regler mit den Parametern  $k_P$  und  $k_I$  zugeführt. Der Regler liefert eine zeitabhängige Kompressionsvorgabe  $H(t)$ , die eine näherungsweise konstante Normalkraft bewirkt, siehe **Bild 5.16**.

Zunächst wird dem Profilblock nach dieser Methode eine konstante Normalkraft von  $F_{N,56} = 56,25 \text{ N}$  eingepreßt. Dies entspricht einer mittleren Flächenpressung von  $p_N = 0,25 \text{ N/mm}^2$ . Die Ergebnisse werden mit dem Referenzzustand, der eine konstante Kompressionsvorgabe von  $H_{10,1} = 10,1 \text{ mm}$  aufweist, verglichen, siehe **Bild 5.17**. In dieser ersten Simulation ist kein lokaler Verschleiß berücksichtigt, die Gleitgeschwindigkeit beträgt  $v_0 = 300 \text{ mm/s}$ . Wie erwartet, ist die mittlere Auslenkung für beide Simulationen näherungsweise identisch. Die Simulation mit Normalkraftvorgabe zeigt eine etwas höhere Stick-Slip-Frequenz als die Simulation mit Kompressionsvorgabe. Die hierfür verantwortliche kürzere Haftphase ist darauf zurückzuführen, dass der Profilblock bei der Simulation mit Kompressionsvorgabe während der Haftphase mit zunehmender tangentialer Auslenkung eine zunehmende Normalkraft aufbaut.



**Bild 5.16:** Blockschaltbild für das Modell mit konstanter Normalkraft

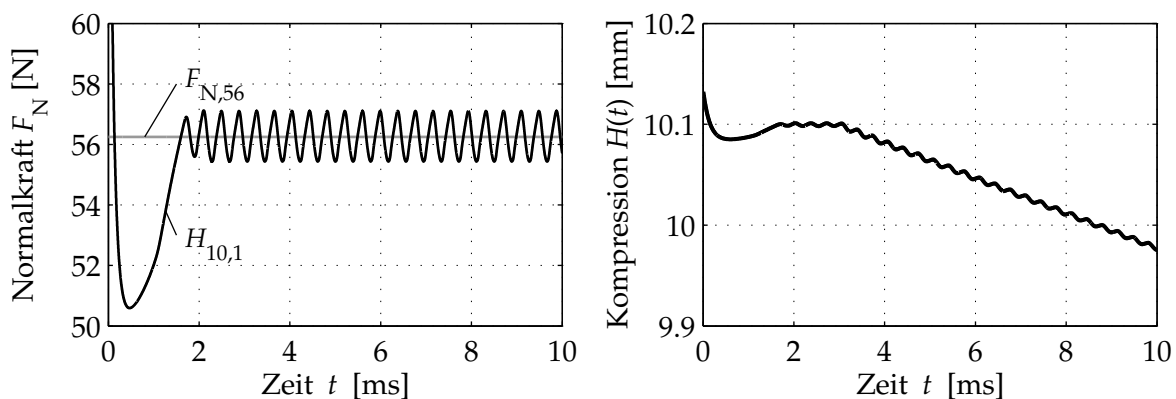


**Bild 5.17:** Links: Einfluss der Lastvorgabe auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven im stationären Zustand

Zum Ende der Haftphase überschreitet die Normalkraft den mittleren Wert der Normalkraft von  $F_N = 56,25 \text{ N}$ , was zu einem späteren Haft-Gleit-Übergang führt als bei der Simulation mit Kraftvorgabe. **Bild 5.18** links visualisiert den Verlauf der resultierenden Normalkraft für die Simulation mit Kompressionsvorgabe ( $H_{10,1}$ ) sowie mit geregelter Normalkraft ( $F_{N,56}$ ). Insgesamt ist der Unterschied zwischen beiden Simulationsergebnissen als gering einzustufen.

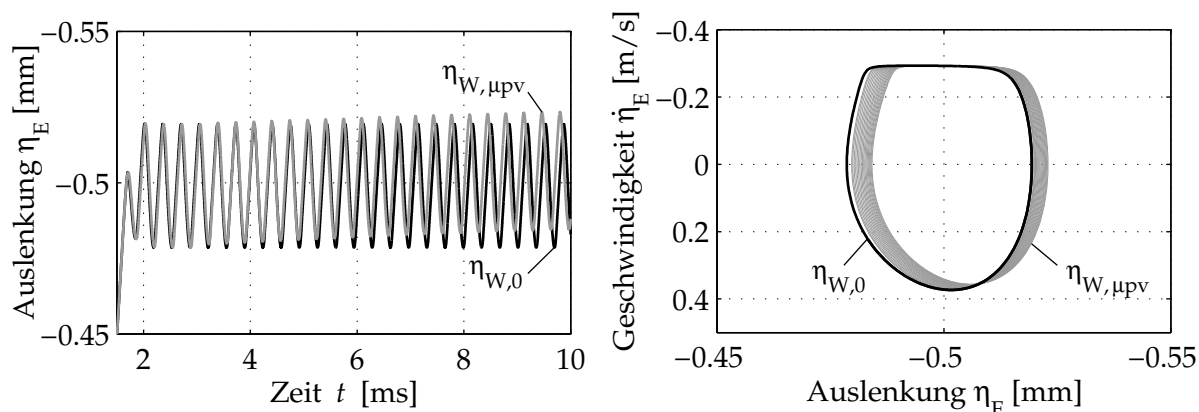
Wird eine Simulation mit lokalem Verschleiß durchgeführt, muss zum Aufrechterhalten einer konstanten Normalkraft die Kompressionshöhe  $H(t)$  nachgeführt werden, da die Länge der Kontaktschicht abnimmt, siehe **Bild 5.18** rechts. **Bild 5.19** zeigt den sich einstellenden Verlauf der Auslenkungen sowie die zugehörige Phasenkurve mit dem ermittelten Verschleißgesetz ( $\eta_{W,\mu_{PV}}$ ) und zum Vergleich die Ergebnisse ohne Verschleiß ( $\eta_{W,0}$ ).

Das Verschleißmodul ist zum Zeitpunkt  $t = 3 \text{ ms}$  zugeschaltet worden. Mit zunehmender Simulationsdauer erhöht sich die mittlere Auslenkung leicht, dieser Effekt ist auf das Einlaufverhalten zurückzuführen, welches zu einer Zunahme der Gesamtreibkraft  $F_R$  aufgrund der gleichmäßigen Pressungsverteilung führt, vgl. **Bild 5.7** rechts.



**Bild 5.18:** Links: Verlauf der Normalkraft für die Simulation mit konstanter Kompressionsvorgabe sowie für die Simulation mit geregelter Normalkraft; rechts: Änderung der Kompressionsvorgabe  $H$  als Stellgröße des Reglers zur Erzielung einer konstanten Normalkraft



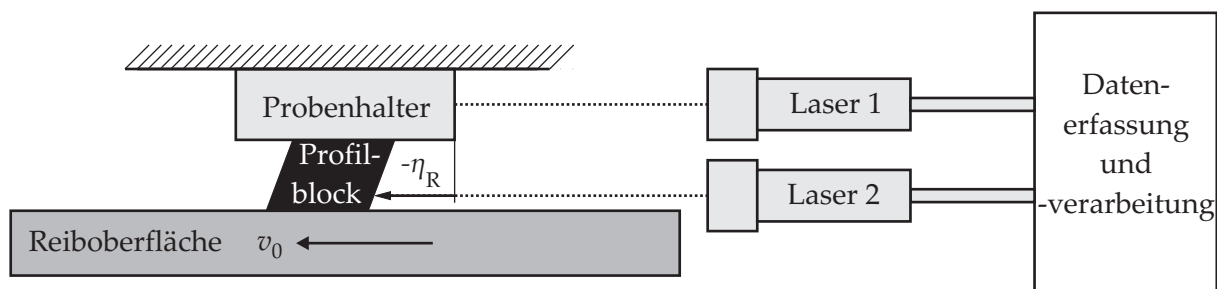


**Bild 5.19:** Links: Einfluss des Verschleißes auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks bei geregelter Normalkraft; rechts: Resultierende Phasenkurven für  $t > 3$  ms

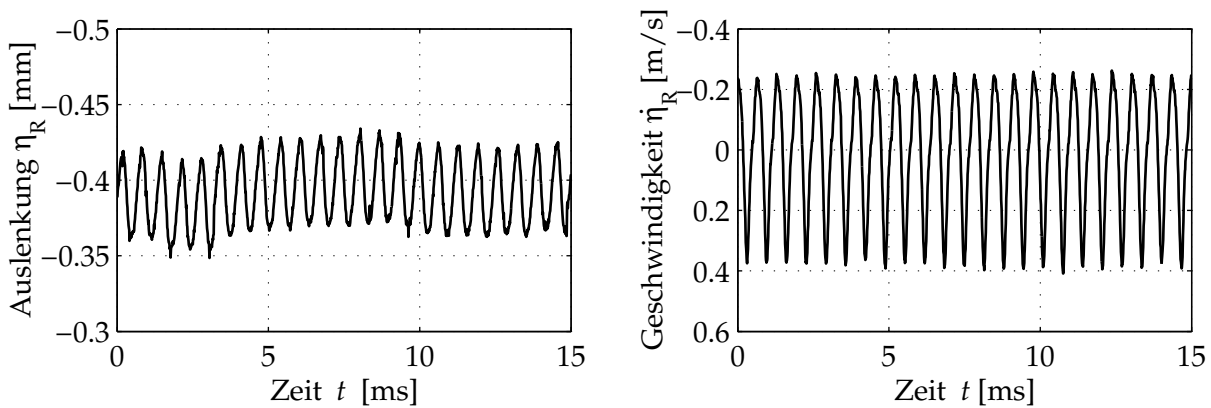
### 5.1.5 Vergleich Experiment-Simulation

Im folgenden Abschnitt erfolgt ein Vergleich von Simulationsergebnissen des Profilblockmodells mit eigenen experimentell ermittelten Ergebnissen. Die Versuche sind am IDS-Tribometerprüfstand durchgeführt worden. Der Profilblock gleitet auf einer Korundoberfläche der Körnung 400. Dieser Belag entspricht der Oberfläche, auf der die lokale Reibwertcharakteristik (**Bild 4.5** links) sowie die Kontaktsteifigkeitsuntersuchungen (**Bild 4.8** links) durchgeführt worden sind. Bei einer Gleitgeschwindigkeit von  $v_0 = 300$  mm/s und einer nominellen Flächenpressung von  $p_N = 0,1$  N/mm<sup>2</sup> treten Schwingungen auf, die sich im Experiment akustisch als Quietschen äußern. Zur messtechnischen Auswertung dient ein Zweipunkt-Laservibrometer in differentieller Betriebsart, siehe **Bild 5.20**.

Mit dieser Anordnung können Geschwindigkeit und Verschiebung zwischen zwei Messpunkten detektiert werden. Zur Eliminierung eventueller Schwingungen von Prüfstandskomponenten, die die tatsächlichen Profilblockschwingungen überlagern würden, werden die Signale zwischen Profilblock und Probenhalter gemessen. Aufgrund der messtechnischen Gegebenheiten wird der Messpunkt, der auf den Profilblock gerichtet ist, auf der Einlaufkante etwa 2 mm oberhalb der Kontaktfläche ausgerichtet, siehe **Bild 5.20**. Sowohl das Verschiebungs- als auch das Geschwindigkeitssignal zeigen ausgeprägte selbst-erregte Schwingungen bei einer Frequenz von  $f_{\text{exp}} \approx 1540$  Hz.



**Bild 5.20:** Versuchsaufbau zur Messung von Profilblockschwingungen

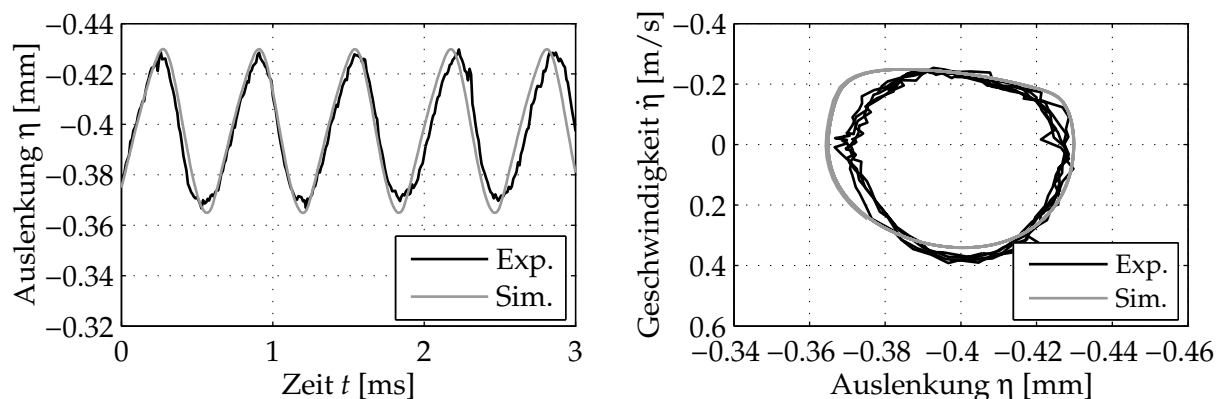


**Bild 5.21:** Links: Gemessenes Weg-Zeitsignal; rechts: Gemessenes Geschwindigkeits-Zeitsignal

**Bild 5.21** visualisiert die zugehörigen ungefilterten Messergebnisse. Die entsprechende Simulation wird mit den in Abschnitt 4.2 sowie Abschnitt 4.3 identifizierten Parametern der Korundoberfläche durchgeführt. Die Gleitgeschwindigkeit beträgt in der Simulation wie im Experiment  $v_0 = 300 \text{ mm/s}$  und die nominelle Flächenpressung  $p_N = 0,1 \text{ N/mm}^2$ . Der Elastizitätsmodul  $E$  und der Dämpfungsfaktor  $\beta$  sind in Abschnitt 4.1 für den Ausschwingversuch bei einer Frequenz von  $f_D \approx 214 \text{ Hz}$  bestimmt worden, die erheblich von der beobachteten Frequenz  $f_{\text{exp}}$  im hier betrachteten Experiment abweicht. Somit können diese Materialparameter ( $E = 45 \text{ N/mm}^2$ ,  $\beta = 1,5 \times 10^{-4} \text{ s}$ ) nicht sinnvoll zur Simulation des Experiments verwendet werden. Daher erfolgt die Bestimmung der Materialdaten für den vorliegenden Schwingungszustand durch bestmögliche Anpassung. Der so ermittelte Elastizitätsmodul beträgt  $E = 22 \text{ N/mm}^2$  und der Dämpfungskoeffizient  $\beta = 2,8 \times 10^{-4} \text{ s}$ .

Der Wert des Elastizitätsmoduls liegt zwischen dem quasistatisch ermittelten Wert von  $E = 12 \text{ N/mm}^2$  und dem im Ausschwingversuch identifizierten Wert von  $E = 45 \text{ N/mm}^2$ , obwohl die Frequenz von  $f_{\text{exp}} \approx 1540 \text{ Hz}$  oberhalb der Ausschwingfrequenz von  $f_D \approx 214 \text{ Hz}$  liegt. Diese Abweichung kann auf mehrere Ursachen zurückgeführt werden. Zum einen kann die lineare Modellierung des Strukturmodells den in Abschnitt 2.1 behandelten PAYNE-Effekt, der den Elastizitätsmodul in Abhängigkeit der Dehnungsamplitude beeinflusst, nicht abbilden. Weiterhin kann der thermische Einfluss der Reibungswärme sowie die Wärmeentstehung durch Hysterese des Elastomermaterials im Modell nicht erfasst werden. Darüber hinaus liefert die Simulation das Schwingungsverhalten der einzelnen Knoten. Der Messpunkt des Laservibrometers jedoch bleibt in seiner fokussierten Position in festem Abstand zur Reiboberfläche, so dass sich aus dieser Abweichung Messunsicherheiten ergeben können, vgl. **Bild 5.20**. Unter diesen Voraussetzungen kann der Vergleich des Amplituden-Zeitsignals von Experiment und Simulation als gut bezeichnet werden, siehe **Bild 5.22** links.

Sowohl die Amplituden als auch die Frequenz stimmen überein. **Bild 5.22** rechts stellt die Phasenkurve dar, in der die Geschwindigkeit der Einlaufkante über dem Weg an der Einlaufkante aufgetragen ist. Hier zeigen sich kleine Abweichungen beim Übergang von



**Bild 5.22:** Links: Vergleich Experiment-Simulation des Amplituden-Zeitsignals; rechts: Vergleich Experiment-Simulation im Phasendiagramm

der Gleitphase zur Haftphase. Dennoch kann mit Hilfe des Experiments gezeigt werden, dass das Modell die wesentlichen Einflussgrößen mit hoher numerischer Effizienz erfasst. Die Rechenzeit liegt hier im Bereich weniger Sekunden.

### 5.1.6 Variation der Profilblockgeometrie

Sämtliche bisherigen Simulationen sind mit dem Modellprofilblock unternommen worden, der die Abmessungen  $15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$  aufweist. Zum Abschluss der Untersuchungen mit einem translatorisch bewegten Profilblock erfolgt eine Variation der Profilblockgeometrie. Hierbei wird sowohl die Profilblockhöhe als auch die Profilblocklänge variiert. Die laterale Ausdehnung des Profilblocks verbleibt zur Vergleichbarkeit der 2D-Simulationen konstant bei  $15 \text{ mm}$ . Neben der Referenzgeometrie mit einer Höhe von  $h = 10 \text{ mm}$  und einer Länge von  $l = 15 \text{ mm}$  wird ein flacher Profilblock mit einer Höhe von  $h = 6 \text{ mm}$  und einer Länge von  $l = 15 \text{ mm}$  sowie ein flacher langer Block mit einer Höhe von  $h = 6 \text{ mm}$  und einer Länge von  $l = 45 \text{ mm}$  sowie ein hoher langer Block mit einer Höhe von  $h = 10 \text{ mm}$  und einer Länge von  $l = 45 \text{ mm}$  erstellt und bezüglich des mechanischen Verhaltens untersucht. **Tabelle 5.1** fasst die untersuchten Geometrien zusammen und gibt die im weiteren Verlauf verwendeten Bezeichnungen an. Die für den Referenzprofilblock ermittelten Koeffizienten der nichtlinearen Kontaktsteifigkeit bleiben für die anderen Geometrien unverändert, da der Kontakt mit der rauhen Oberfläche durch die Kontaktschicht und die strukturellen Effekte durch das Finite-Elemente-Modell abgebildet werden. Wie bei den bisherigen Simulationen wird zunächst das Verhalten bei hoher und anschließend bei niedriger Gleitgeschwindigkeit untersucht.

**Tabelle 5.1:** Bezeichnungen und Abmessungen der untersuchten Profilblockgeometrien

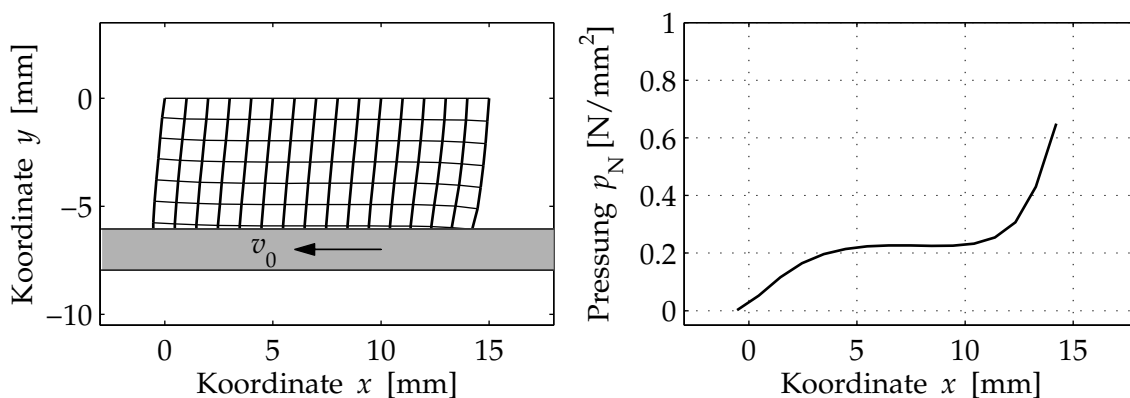
		$G_{h1015}$	$G_{h615}$	$G_{h1045}$	$G_{h645}$
Höhe $h$	[mm]	10	6	10	6
Länge $l$	[mm]	15	15	45	45

Bei den Simulationen mit hoher Gleitgeschwindigkeit werden wie in Abschnitt 5.1.1 zunächst der für den quasistatischen Fall ermittelte Elastizitätsmodul von  $E = 12 \text{ N/mm}^2$  verwendet, die Gleitgeschwindigkeit beträgt  $v_0 = 2000 \text{ mm/s}$ . Die Kompressionsvorgabe wird für alle Simulationen so eingestellt, dass eine mittlere Flächenpressung von  $p_N = 0,25 \text{ N/mm}^2$  resultiert. **Bild 5.23** verdeutlicht das sich einstellende Verformungsverhalten sowie die zugehörige Verteilung der Flächenpressung an den einzelnen lokalen Kontaktelementen für den Profilblock  $G_{h6115}$ .

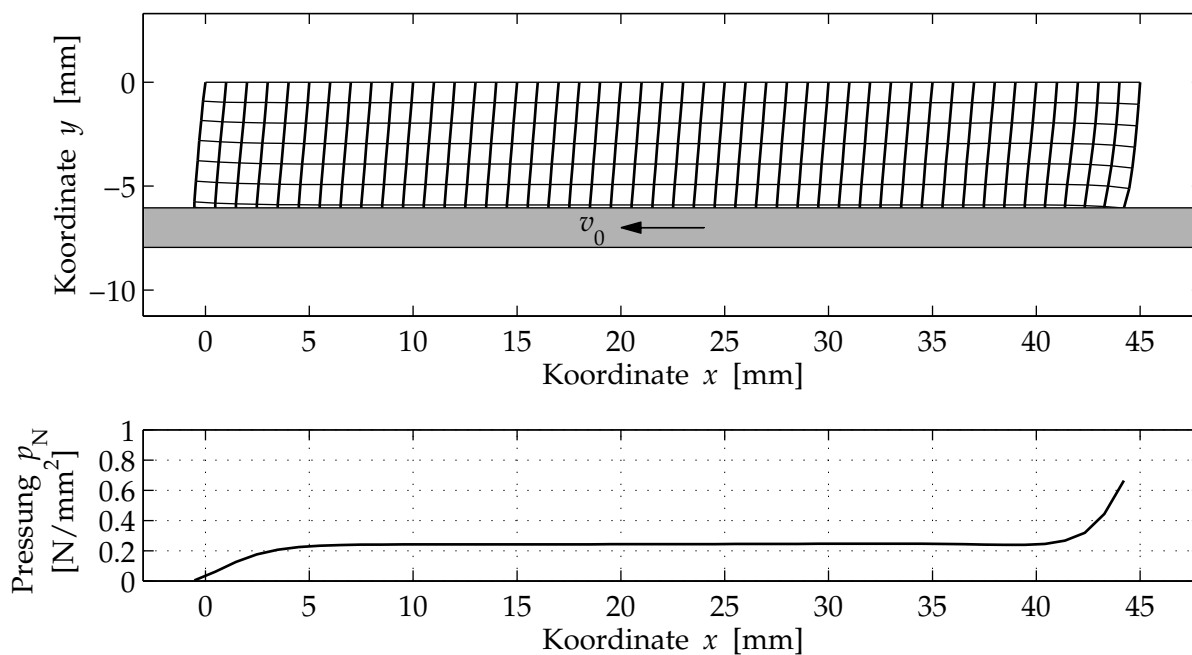
Das Verformungsbild ist ähnlich zu dem des Referenzprofilblocks, vgl. **Bild 5.1** unten links auf Seite 101. Die Einlaufkante wird am stärksten verformt, die Auslaufkante hingegen hat keinen Kontakt zur Reiboberfläche. Die Flächenpressungsverteilungen weichen jedoch erheblich voneinander ab. Der Profilblock  $G_{h6115}$  zeigt nach der Überhöhung der Flächenpressung an der Einlaufkante einen kurzen Bereich mit konstanter Flächenpressung, bis die Flächenpressung zum Auslauf wieder abnimmt.

Im Fall des Profilblocks  $G_{h6145}$  ist ein nahezu identischer Verformungszustand der Ein- und Auslaufkante wie beim zuvor betrachteten Profilblock  $G_{h6115}$  zu beobachten, siehe **Bild 5.24**. Der Bereich konstanter Flächenpressung ist jedoch über eine viel größere Profilblocklänge ausgeprägt. Die Einlauflänge bis zum Erreichen der konstanten Flächenpressung erstreckt sich über fünf Kontaktknoten, dies entspricht den Bedingungen beim Profilblock  $G_{h6115}$ . Die Länge an der Auslaufkante, in der die Flächenpressung abnimmt, erstreckt sich in beiden Fällen auf sechs Kontaktknoten.

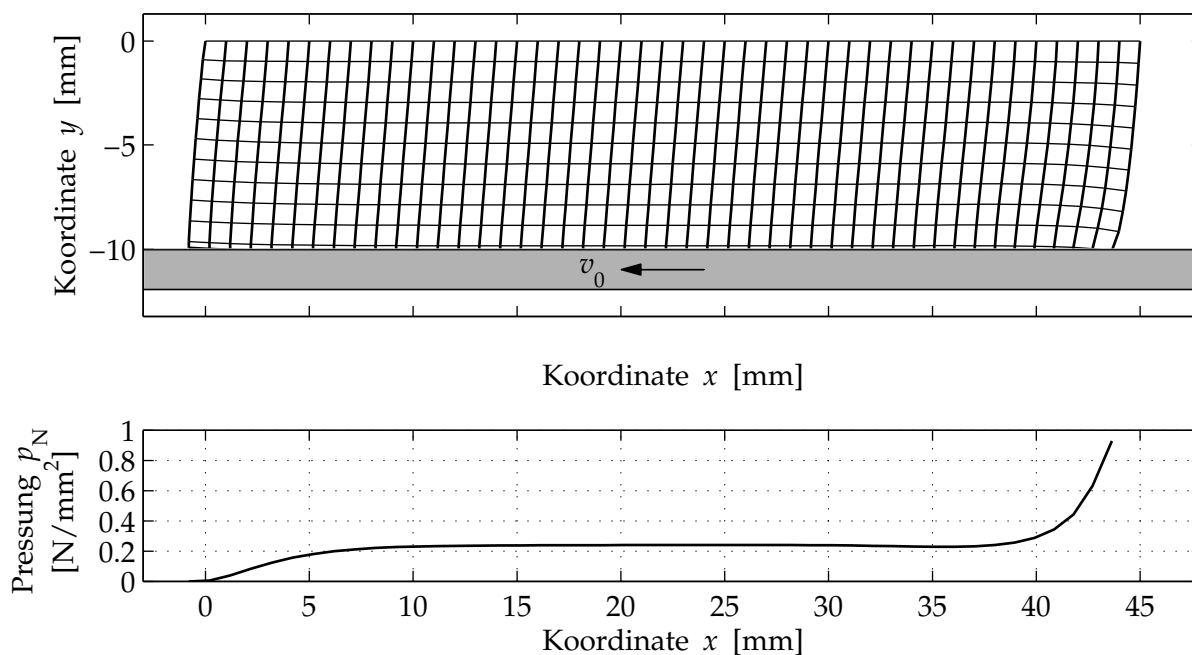
Die Auswertung der Simulationsergebnisse des Profilblocks  $G_{h10145}$  hingegen liefert an der Ein- und Auslaufkante ein nahezu identisches Verformungsverhalten wie die Referenzgeometrie, die ebenfalls eine Höhe von 10 mm aufweist, siehe **Bild 5.25**. Die Verteilung der Flächenpressung zeigt, dass im Vergleich mit den beiden flachen Profilblockgeometrien die Ein- und Auslauflängen größer sind. Die Einlauflänge der Profilblockprobe  $G_{h10145}$  erstreckt sich über sieben Knoten und die Auslauflänge über zehn Knoten, also insgesamt über mehr als 15 mm Profilblocklänge.



**Bild 5.23:** Links: Verformungszustand für den Profilblock  $G_{h6115}$ ; rechts: Resultierende Flächenpressungsverteilung



**Bild 5.24:** Oben: Verformungszustand für den Profilblock  $G_{h6145}$ ; unten: Resultierende Flächenpressungsverteilung



**Bild 5.25:** Oben: Verformungszustand für den Profilblock  $G_{h10145}$ ; unten: Resultierende Flächenpressungsverteilung

Diese Betrachtung erklärt, warum sich bei der Referenzgeometrie mit einer Profilblocklänge von 15 mm keine konstante Flächenpressung im mittleren Bereich ausbilden kann. Als Ergebnis dieser Simulationen kann festgehalten werden, dass sich eine gleichmäßigere Pressungsverteilung nur mit einer ausreichend langen und flachen Profilblockgeometrie erreichen lässt. Aus **Bild 5.1** unten und **Bild 5.25** geht im Vergleich zu **Bild 5.23** und **Bild 5.24** hervor, dass für die hohen Profilblockgeometrien eine ausgeprägtere Pres-

sungsüberhöhung an der Einlaufkante auftritt, die zu hohen lokalen Reibkräften und Verschleiß an der Einlaufkante führt.

In einem nächsten Schritt findet eine Auswertung der Simulationen bezüglich der globalen Reibwerte für die unterschiedlichen Geometrien statt. Hierbei ist jeweils der Anlaufvorgang abgewartet und anschließend der Quotient aus den aufsummierten lokalen Reibkräften und den aufsummierten lokalen Kontaktnormalkräften gebildet worden, siehe **Tabelle 5.2**. Aus dieser Betrachtung geht hervor, dass der Referenzprofilblock  $G_{h10l15}$  den kleinsten Reibwert aufweist. Der Profilblock  $G_{h6l15}$  sowie der Profilblock  $G_{h10l45}$  hingegen haben einen identischen Reibwert und der Profilblock  $G_{h6l45}$  den größten Reibwert, der etwa 9 % oberhalb des Reibwerts des Referenzwertes liegt. Diese Beobachtung deckt sich qualitativ mit experimentellen Untersuchungen von GÄBEL [34], der ebenfalls für eine Profilblockhöhe von 6 mm einen etwa 5 % höheren Reibwert als bei einer Profilblockhöhe von 10 mm, allerdings auf einer Betonoberfläche, angibt.

In einem weiteren Schritt wird das Stick-Slip-Verhalten der unterschiedlichen Profilblockgeometrien untersucht. Für die Simulationen beträgt die Reibgeschwindigkeit  $v_0 = 300 \text{ mm/s}$  bei Verwendung der identifizierten Parameter für die Korundoberfläche. Der Elastizitätsmodul beträgt zur Vergleichbarkeit mit den anderen bereits durchgeführten Simulationen  $E = 45 \text{ N/mm}^2$  und der Dämpfungsfaktor  $\beta = 1,5 \times 10^{-4} \text{ s}$ . Ein stabiler Grenzykel tritt bei allen Profilblockgeometrien bei einer mittleren Flächenpressung von  $p_N = 0,6 \text{ N/mm}^2$  auf.

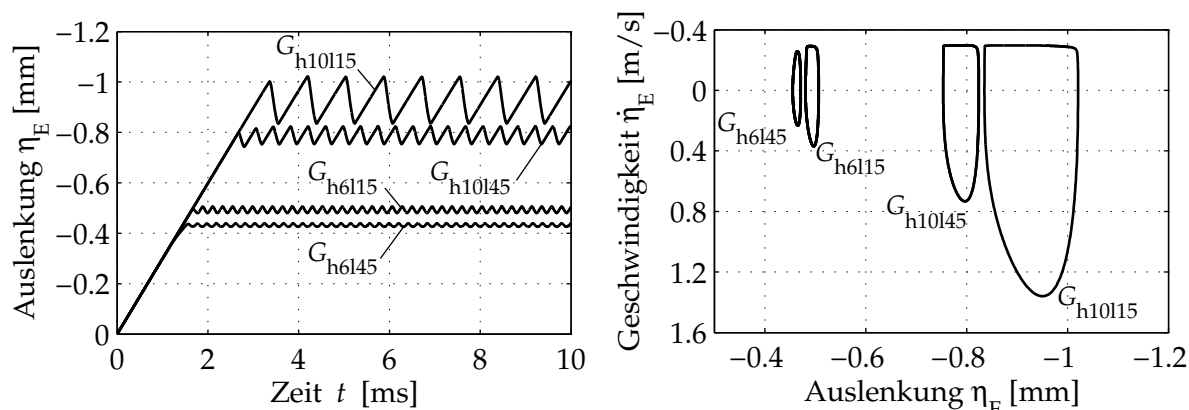
**Bild 5.26** zeigt für diese Modellparameter die Auslenkungen der Einlaufkante  $\eta_E$  über der Zeit sowie die dazugehörigen Grenzykel. Der Referenzprofilblock, der die kleinste strukturelle Schubsteifigkeit aufweist, zeigt die größte mittlere Auslenkung sowie die kleinste Stick-Slip-Frequenz. Mit zunehmender Profilblocklänge sowie abnehmender Profilblockhöhe steigt die Schubsteifigkeit. Dies führt zu einer kleineren mittleren Auslenkung und einer höheren Stick-Slip-Frequenz.

Eine in der aktuellen Forschung diskutierte Thematik bei der Betrachtung des akustischen Reifenverhaltens ist der Zusammenhang von Stick-Slip-Frequenz bzw. Quietschfrequenz und der Eigenfrequenz des unbelasteten Profilblocks. Das vorliegende Modell kann zu dieser Diskussion einen Beitrag liefern, indem die in der Simulation auftretenden Stick-Slip-Schwingungen des Profilblocks mit den entsprechenden Eigenfrequenzen verglichen werden. **Tabelle 5.3** führt die erste Eigenfrequenz  $f_0$  des unbelasteten Profilblocks in Schubrichtung sowie die Frequenzen  $f_{SS}(v_0)$  der Stick-Slip-Schwingung für verschiedene Profilblockgeometrien unter Variation der Gleitgeschwindigkeit  $v_0$  an.

Der Vergleich zeigt, dass die Stick-Slip-Frequenz  $f_{SS}$  für alle untersuchten Konfigurationen mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit  $v_0$  steigt. Diese Beobachtung ist auf die zeit-

**Tabelle 5.2:** Globale Reibwerte des Profilblocks bei Variation der Geometrie

	$G_{h10l15}$	$G_{h6l15}$	$G_{h10l45}$	$G_{h6l45}$
$\mu [-]$	1,18	1,27	1,27	1,29



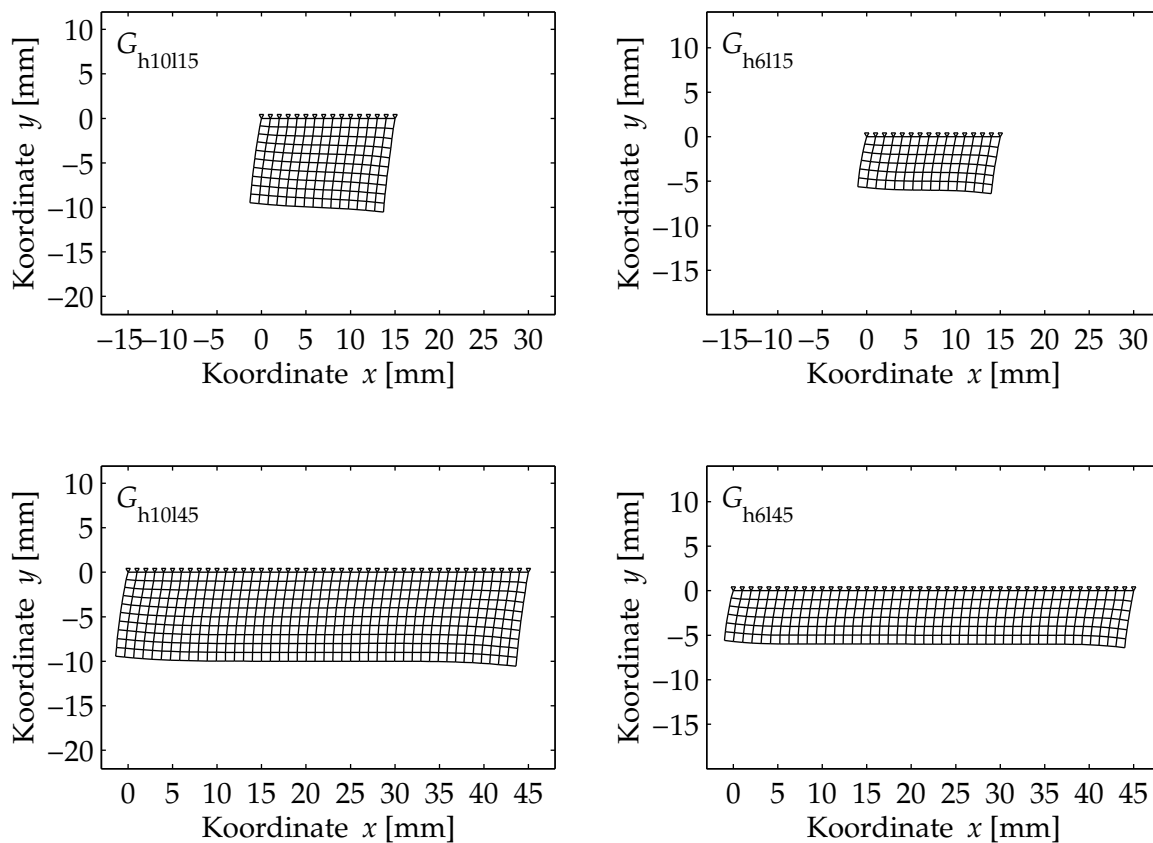
**Bild 5.26:** Links: Einfluss der Profilblockgeometrie auf das Schwingungsverhalten des Profilblocks; rechts: Resultierende Phasenkurven im stationären Zustand

liche Verkürzung der Haftphasen mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit  $v_0$  zurückzuführen, siehe auch **Bild 5.11**. Die Stick-Slip-Frequenzen nähern sich mit zunehmender Gleitgeschwindigkeit der freien Eigenfrequenz  $f_0$  an, erreichen sie jedoch nicht vollständig.

Mit Ausnahme des Referenzprofilblocks treten bei hohen Gleitgeschwindigkeiten keine stabilen Grenzzykel mehr auf. Aus den Phasenkurven in **Bild 5.26** rechts wird weiterhin deutlich, dass bei der Referenzkonfiguration  $G_{h10115}$  sowie bei der Geometrie  $G_{h10145}$  ausgeprägte Haftphasen auftreten, die zu einer niedrigeren Frequenz im Vergleich zur freien Eigenschwingung führen. Die Geometrien  $G_{h6115}$  sowie  $G_{h6145}$  hingegen zeigen keine bzw. keine ausgeprägte Haftphase. Die Verformung des Profilblocks während des Grenzzykels entspricht in erster Näherung der ersten Eigenform des freien Systems. Die angreifenden lokalen Reibkräfte können als Verschiebung der statischen Gleichgewichtslage interpretiert werden, so dass das System näherungsweise mit der ersten Eigenfrequenz schwingt, vgl. **Bild 5.27** mit **Bild 5.1** unten links, **Bild 5.23** links, **Bild 5.24** oben und **Bild 5.25** oben.

**Tabelle 5.3:** Stick-Slip-Frequenzen  $f_{SS}(v_0)$  bzw. freie Eigenfrequenzen  $f_0$  des Profilblocks unter Variation der Geometrie und der Gleitgeschwindigkeit

		$G_{h10115}$	$G_{h6115}$	$G_{h10145}$	$G_{h6145}$
$f_{SS}(v_0 = 80 \text{ mm/s})$	[Hz]	299	1492	413	2128
$f_{SS}(v_0 = 100 \text{ mm/s})$	[Hz]	373	1961	565	2667
$f_{SS}(v_0 = 200 \text{ mm/s})$	[Hz]	787	3953	1355	4525
$f_{SS}(v_0 = 300 \text{ mm/s})$	[Hz]	1195	4546	2597	4717
$f_{SS}(v_0 = 400 \text{ mm/s})$	[Hz]	1759	-	2778	-
$f_{SS}(v_0 = 500 \text{ mm/s})$	[Hz]	2123	-	-	-
$f_{SS}(v_0 = 600 \text{ mm/s})$	[Hz]	2304	-	-	-
$f_0$	[Hz]	2501	4590	2876	4919



**Bild 5.27:** Visualisierung der jeweils ersten Eigenform des unbelasteten Systems für die betrachteten Profilblockgeometrien

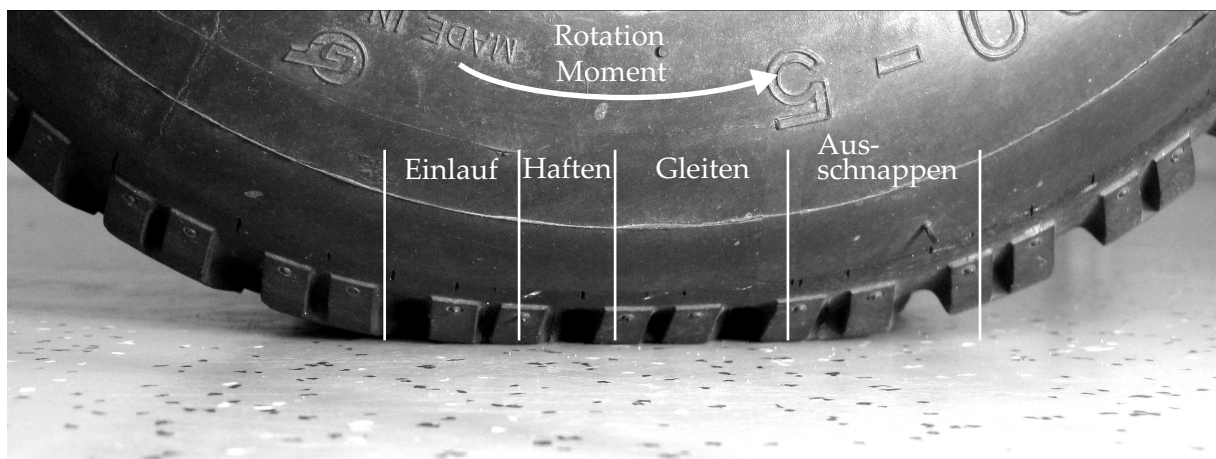
Es kann somit keine allgemeingültige Aussage zu dem untersuchten Zusammenhang getroffen werden. Insbesondere ist festzuhalten, dass in Abhängigkeit der hier betrachteten Konfigurationen Stick-Slip-Schwingungen über einen weiten Frequenzbereich zwischen 299 Hz und 4717 Hz auftreten, siehe **Tabelle 5.3**. Ein eindeutiger Zusammenhang zwischen Frequenz der Stick-Slip-Schwingung und Eigenfrequenz des Profilblocks ist nur dann gegeben, wenn die Haftphasen ausreichend kurz sind bzw. gar nicht erst auftreten.

## 5.2 Betrachtung eines abrollenden Profilblocks

Bisher ist im Rahmen dieser Arbeit der rein translatorische Gleitprozess des Profilblocks untersucht worden. Reale Profilblöcke am Fahrzeugreifen hingegen führen eine Kombination aus translatorischer und rotatorischer Bewegung aus. Diese Eigenschaft wird nachfolgend durch die Implementierung der abrollenden Bewegung berücksichtigt.

Grundsätzlich können die dynamischen Vorgänge in der Bodenaufstandsfläche vier verschiedenen Phasen zugeordnet werden, siehe **Bild 5.28**. In der Einlaufphase in die Bodenaufstandsfläche erfährt die Einlaufkante des Profilblocks eine deutliche Pressungsüberhöhung, während die Auslaufkante nicht im Kontakt mit der Oberfläche steht. Zu diesem Zeitpunkt tritt die höchste lokale Belastung des Profilblocks auf.

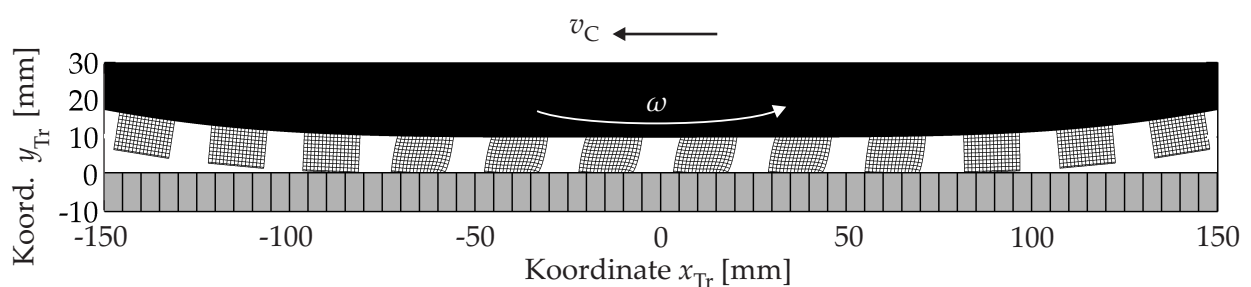




**Bild 5.28:** Darstellung der einzelnen Phasen beim Durchlaufen eines Profilblocks durch die Bodenaufstandsfläche

Es schließt sich unter Umständen eine Haftphase an, während der die Kontaktfläche des Profilblocks keine Relativgeschwindigkeit gegenüber der Fahrbahnoberfläche aufweist, sondern die Relativbewegung zwischen Reifengürtel und Fahrbahn in elastische Verformung der Profilblöcke umgesetzt wird. Der Profilblock wird so weit geschert, bis die Rückstellkräfte der Struktur größer als die Reibkräfte werden und der Profilblock in die Gleitphase übergeht, vgl. **Bild 5.1** oben rechts auf Seite 101. In dieser Gleitphase erfährt der Profilblock näherungsweise eine rein translatorische Bewegung, da der Gürtel hier annähernd parallel zur makroskopisch ebenen Fahrbahn ist. In dieser Phase zeigt die Pressungsverteilung ebenfalls eine Überhöhung an der Einlaufkante, diese ist jedoch geringer als in der Einlaufphase. In der letzten Phase verlässt der verformte Profilblock die Bodenaufstandsfläche, schnappt aus und kehrt wieder in seine ursprüngliche, unverformte Konfiguration zurück.

**Bild 5.29** zeigt in einer Übersichtsdarstellung zur Veranschaulichung die chronologische Abfolge des Profilverformungszustands beim Passieren der Bodenaufstandsfläche bei einem sich mit der Geschwindigkeit  $v_C$  nach links bewegenden Fahrzeugs unter Antriebschlupf. Weitere Simulationen, die den Einfluss bei unterschiedlichen Betriebszuständen untersuchen, folgen in den nächsten Abschnitten.



**Bild 5.29:** Chronologische Abfolge des Profilblockverformungszustands beim Passieren der Bodenaufstandsfläche

### 5.2.1 Abrollkinematik

Der Grundgedanke zur numerisch effizienten Simulation des Abrollvorgangs besteht darin, den Profilblock weiterhin mit fester Einspannung an der Oberkante zu beschreiben, vgl. **Bild 3.2**. An diesem wirken jedoch nun die Kontaktkräfte eines gedanklich abrollenden gleichen Profilblocks. Das bedeutet, dass die starre Fahrbahn auf dem Profilblock die Abrollbewegung durchführt. Hierzu sind einige Annahmen zu treffen: Die gegenüber dem Elastomermaterial des Laufstreifens steifen Stahlgürtellagen bestimmen die Abrollkinematik der Profilblöcke. Somit folgt ein Profilblock gedanklich einer weggesteuerten Abrolltrajektorie. Eine gegenseitige Beeinflussung von Profilblock- und Reifenstrukturmechanik wird hier nicht berücksichtigt [88].

Zentripetale Kraftwirkungen auf den einzelnen Profilblock werden als vernachlässigbar angenommen. Der Reifen passt sich in der Mitte der Bodenaufstandsfläche der ebenen Fahrbahnoberfläche an, aus diesem Grund kann in diesem Bereich keine Zentripetalkraft wirken. Diese tritt jedoch beim Einlauf in die Bodenaufstandsfläche und beim Auslauf auf. Zur Abschätzung der Zentripetalwirkungen wird der Modellprofilblock mit den Abmessungen  $15 \times 15 \times 10$  mm betrachtet. Bei der identifizierten Dichte von  $\rho = 1,15 \text{ g/cm}^3$  führt dies auf eine Profilblockmasse von  $m_{\text{block}} \approx 2,59 \text{ g}$ . Bei Modellierung des Profilblocks als Punktmasse resultiert bei einer Fahrgeschwindigkeit von  $v_C = 30 \text{ m/s}$  und einem Krümmungsradius im Ein- bzw. Auslauf  $r_{\text{EA}} = 0,3 \text{ m}$  eine Zentripetalkraft  $F_{\text{zentr}}$  von

$$F_{\text{zentr}} = m_{\text{block}} \frac{v_C^2}{r_{\text{EA}}} = 0,00259 \text{ kg} \frac{(30 \text{ m/s})^2}{0,3 \text{ m}} \approx 7,8 \text{ N}. \quad (5.5)$$

Die im folgenden untersuchten LKW-Bedingungen mit einem nominellen Kontaktdruck zwischen  $0,6 \text{ N/mm}^2$  und  $1 \text{ N/mm}^2$  führen zu einer Normalkraft von 135 N bis 225 N. Somit sind die Zentripetalkräfte, die lediglich beim Ein- und Auslaufbereich wirken, mehr als eine Größenordnung geringer als die Kontaktkräfte des Profilblocks.

Der Profilblock ist im Rahmen dieser Arbeit durch eine feste Einspannung an der Oberkante modelliert worden. Diese Betrachtung gilt weiterhin für die Modellierung des Abrollvorgangs. Somit ist eine Anpassung der Profilblockoberkante an die Krümmung des Gürtels nicht möglich. Dies führt im Ein- und Auslaufbereich zu Abweichungen, die jedoch für den Fall, dass die Profilblockabmessungen klein gegenüber der Krümmung des Reifengürtels sind, als vernachlässigbar eingestuft werden.

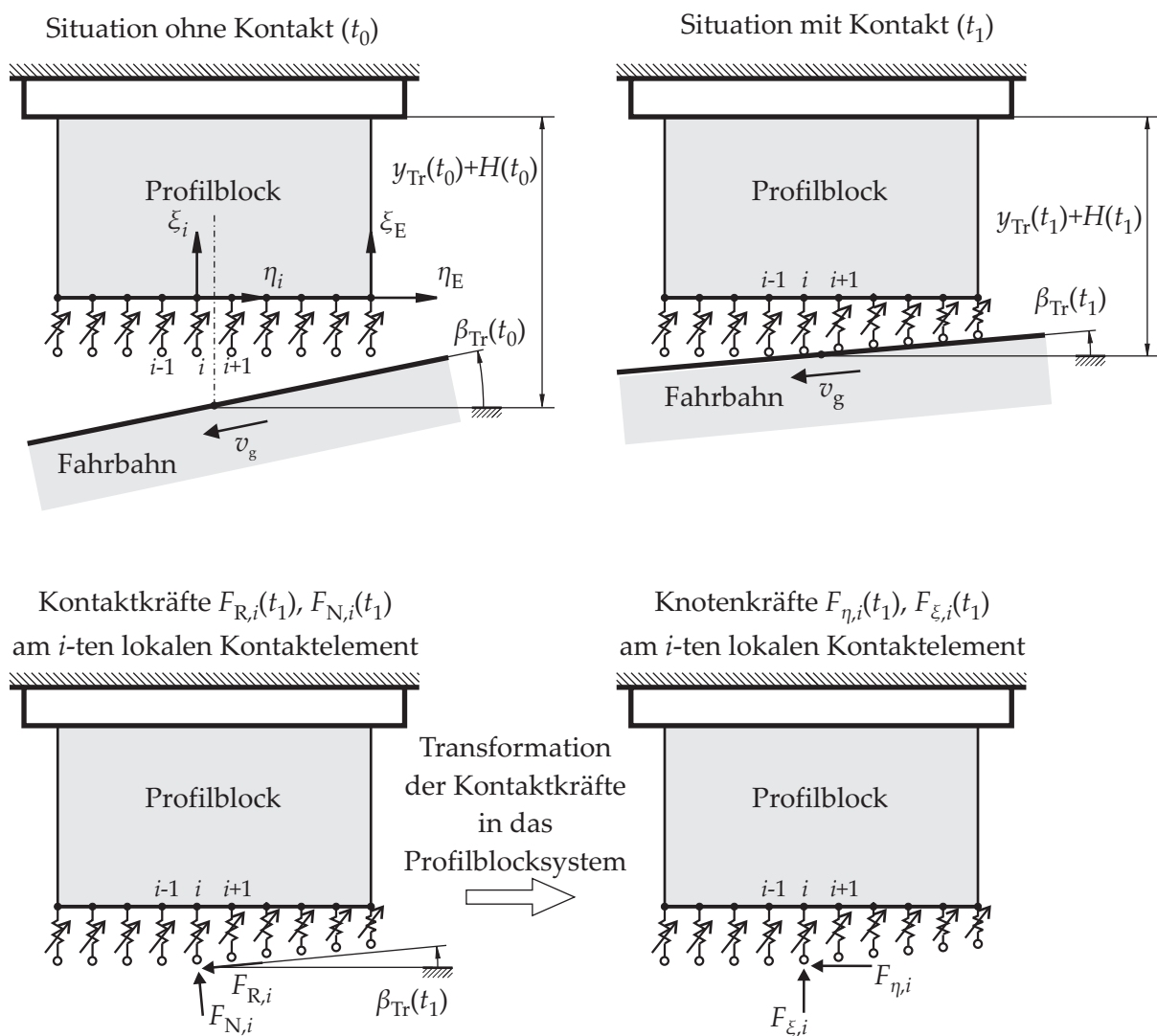
Mit diesen Annahmen ist es nun möglich, die Abrollbewegung ohne nennenswerten zusätzlichen numerischen Aufwand gegenüber dem reinen Gleitprozesses in das Modell zu implementieren. Dafür wird der Profilblock weiterhin mit einer festen Einspannung modelliert, siehe **Bild 5.30**. Das System erhält als Eingangsgröße die Trajektorie  $y_{\text{Tr}}(x_{\text{Tr}})$  eines abgeplatteten Reifengürtels entlang der Mittellinie in Reifenumfangsrichtung zur Erfassung der translatorischen Bewegung des Profilblocks. Die Größe  $\beta(x_{\text{Tr}})$  beschreibt

den Winkel der Trajektorie gegenüber der Horizontalen und berücksichtigt die Rotationsbewegung des Profilblocks.

Unterschiedliche Fahrzustände können erreicht werden, indem die vorliegende Trajektorie  $y_{Tr}(x_{Tr})$  bzw.  $\beta_{Tr}(x_{Tr})$  mit Hilfe der Umfangsgeschwindigkeit  $v_U$  des Gürtels in eine zeitabhängige Darstellung überführt wird

$$y_{Tr}(t) = f(x_{Tr}(t)) \quad \text{bzw.} \quad \beta_{Tr}(t) = f(x_{Tr}(t)) \quad \text{mit} \quad x_{Tr}(t) = v_U t. \quad (5.6)$$

Somit bleibt der Kontaktalgorithmus ebenfalls unverändert. Hierfür wird zur Kompressionsvorgabe  $H$  die aktuelle Trajektorienkoordinate  $y_{Tr}(t)$  sowie die überlagerte Drehbewegung durch den Winkel  $\beta_{Tr}(t)$  addiert. Die Trajektorie  $y_{Tr}(x_{Tr})$  ist dabei so zu definieren, dass das Minimum von  $x_{Tr} = 0$  ist, so dass über die Kompressionsvorgabe  $H$  wie im Fall der rein translatorischen Bewegung die Normallast in der Mitte der Bodenaufstandsfläche vorgegeben wird. **Bild 5.30** oben links stellt die Situation zum Zeitpunkt  $t_0$  dar, an dem Profilblock und Fahrbahn noch nicht in Kontakt sind. Die lokalen Kontakt-

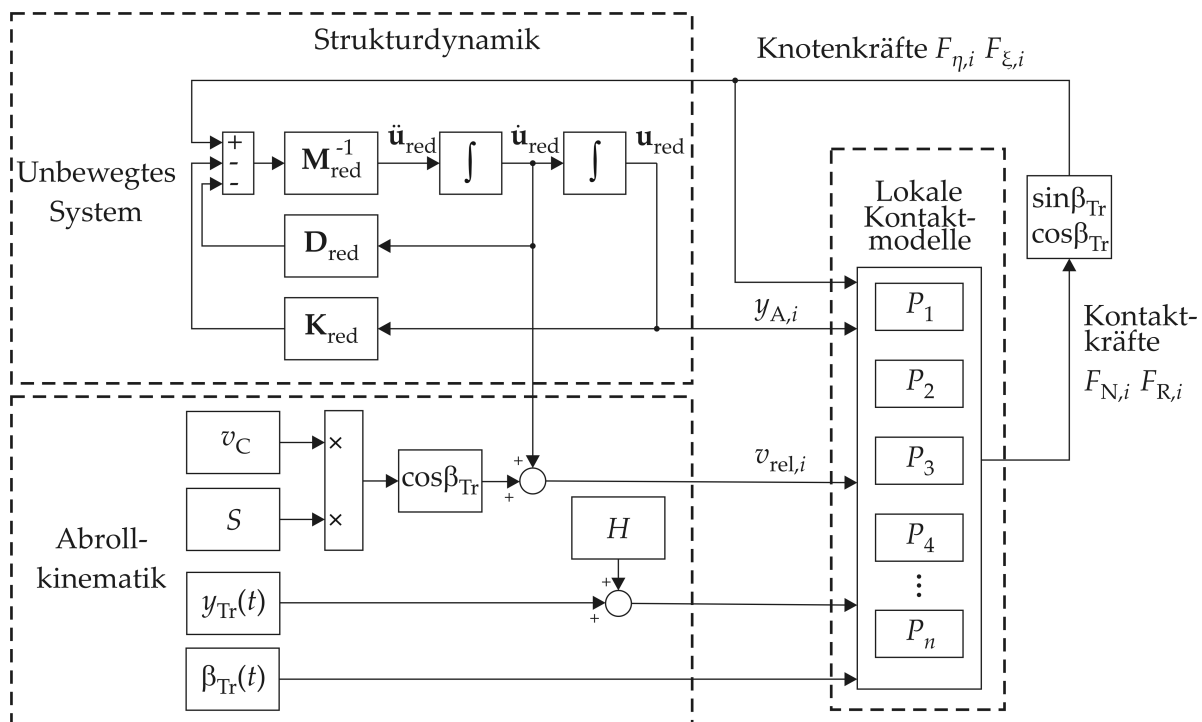


**Bild 5.30:** Veranschaulichung zur Umsetzung der Abrollbewegung

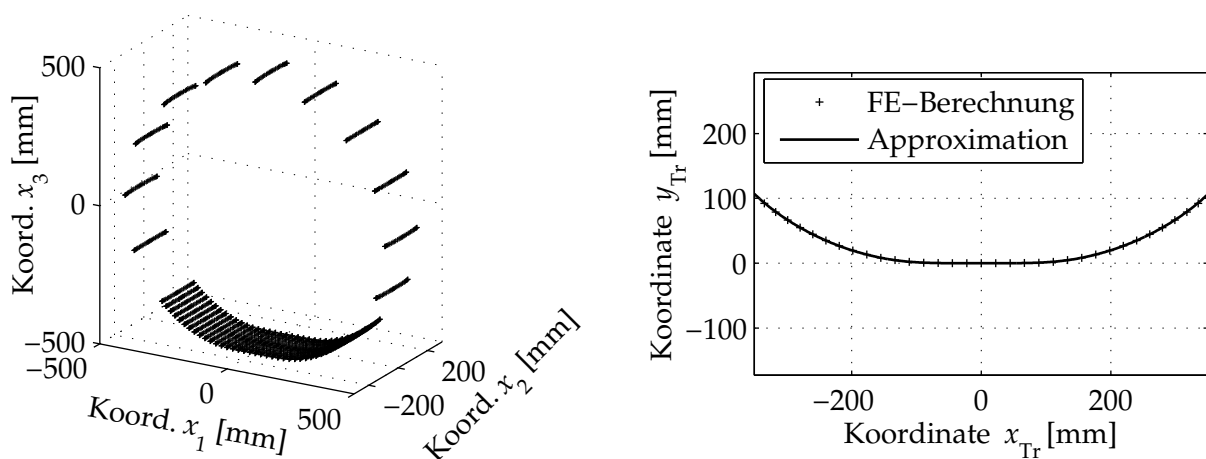
kräfte werden bei Vorliegen von Kontakt zum Zeitpunkt  $t_1$  bestimmt, indem die ebene Fahrbahn auf dem Profilblock abrollt, siehe **Bild 5.30** oben rechts. Dieser Ansatz birgt weiterhin den Vorteil, dass die reduzierten Systemmatrizen weiterhin verwendet werden können. Ebenfalls bleiben die Richtungen der Knotenkoordinaten unverändert.

Die lokalen Kontaktmodelle berechnen die lokalen Normalkräfte  $F_{N,i}$ , die senkrecht zur Fahrbahnebene gerichtet sind sowie die lokalen Reibkräfte  $F_{R,i}$ , die tangential zur Fahrbahnoberfläche wirken, siehe **Bild 5.30** unten links. Diese lokalen Kontaktkräfte werden in das körperfeste Koordinatensystem des Profilblocks transformiert und greifen als  $F_{\eta,i}$  bzw.  $F_{\xi,i}$  am  $i$ -ten lokalen Kontaktelement an, siehe **Bild 5.30** unten rechts. Darüber hinaus geht in die Simulation die Geschwindigkeit  $v_g$  zwischen Reifengürtel und Reiboberfläche ein. Im Ein- und Auslaufbereich verringert sich durch den zunehmenden Betrag des Winkels  $\beta_{Tr}$  die Komponente der Geschwindigkeit  $v_g$ , die in Längsrichtung des Profilblocks weist. Die resultierende Relativgeschwindigkeit zur Fahrbahn am  $i$ -ten lokalen Kontaktelement, die für die Bestimmung des jeweiligen lokalen Reibwerts  $\mu_i(v_{rel,i}, p_{N,i})$  relevant ist, beträgt somit  $v_{rel,i}(t) = v_g \cos \beta_{Tr}(t) + \dot{\eta}_i$ , siehe **Bild 5.30**. Die Geschwindigkeit  $v_g$  wird vor der eigentlichen Simulation definiert. Das Blockschaltbild in **Bild 5.31** fasst die Umsetzung des Abrollmodells zusammen.

Die Verformung des Reifengürtels ist aus Finite-Elemente-Simulationen für den gesamten Reifen ermittelbar. Im Rahmen dieser Arbeit kommen dreidimensionale Finite-Elemente-Berechnungen des Rollprozesses eines LKW-Reifens mit der Dimension 385/65R22 zum Einsatz, siehe **Bild 5.32** links. Die Simulationen für den Gesamtreifen bilden den stationären Rollzustand ab und sind am Institut für Statik und Dynamik der Tragwerke der Technischen Universität Dresden durchgeführt und für diese Arbeit zur Verfü-



**Bild 5.31:** Blockschaltbild zur Simulation des Abrollvorgangs



**Bild 5.32:** Links: Finite-Elemente-Berechnung der Abplattung der äußeren Gürtellage eines LKW-Reifens; rechts: Approximation der Abplattung durch Polynomansatz

gung gestellt worden [97]. Die Kontaktmodellierung der Gesamtreifenberechnung bildet den reibungsfreien Normalkontakt ab. Die Profilblocksimulationen, die im weiteren Verlauf der Arbeit gezeigt werden, sind in Anlehnung an die ausschließlich vorliegenden LKW-Reifensimulationen im Gegensatz zu den bisher gezeigten Simulationen des translatorisch bewegten Profilblocks nun bei LKW-Kontaktdrücken im Bereich von 0,6 bis 1 N/mm<sup>2</sup> durchgeführt worden.

Die Finite-Elemente-Daten werden für die 2D-Profilblocksimulation wie folgt aufbereitet: Aus den 3D-Daten wird die äußerste der hier vorliegenden vier Gürtellagen exportiert. Die Mittellinie in Umfangsrichtung dieser Gürtellage bildet die Trajektorie  $y_{Tr}(x_{Tr})$ . Aufgrund der Diskretisierung des Finite-Elemente-Modells ist es notwendig, die Gürteldaten kontinuierlich zu beschreiben, um eine ruckfreie Abrollbewegung zu erhalten. Eine polynomische Approximation liefert gute Ergebnisse in der interessierenden Umgebung der Bodenaufstandsfläche, siehe **Bild 5.32** rechts. Die verwendete Approximationsfunktion lautet

$$y_{Tr}(x_{Tr}) = \sum_{n=0}^9 a_n x_{Tr}^{2n} \quad (5.7)$$

und geht als Trajektorie  $y_{Tr}(x_{Tr})$  unmittelbar in die Simulation ein, siehe **Bild 5.31**. Die Koeffizienten der Polynomfunktion sind in **Tabelle 5.4** aufgeführt.

**Tabelle 5.4:** Identifizierte Koeffizienten zur Beschreibung der Abrolltrajektorie

$a_0$ [mm]	$a_1$ [mm <sup>-1</sup> ]	$a_2$ [mm <sup>-3</sup> ]	$a_3$ [mm <sup>-5</sup> ]	$a_4$ [mm <sup>-7</sup> ]
-506,1	0	$1,083 \times 10^{-8}$	$6,308 \times 10^{-13}$	$-3,328 \times 10^{-17}$
$a_5$ [mm <sup>-9</sup> ]	$a_6$ [mm <sup>-11</sup> ]	$a_7$ [mm <sup>-13</sup> ]	$a_8$ [mm <sup>-15</sup> ]	$a_9$ [mm <sup>-17</sup> ]
$7,444 \times 10^{-22}$	$-9,2789 \times 10^{-27}$	$6,663 \times 10^{-32}$	$-2,578 \times 10^{-37}$	$4,166 \times 10^{-43}$

## 5.2.2 Einfluss der Fahrzeuggeschwindigkeit

In der Literatur wird von einer schlupfabhängigen Verteilung der Haft- und Gleitzone in der Reifenaufstandsfläche berichtet. Diese Überlegungen basieren zum einen auf analytischen Beschreibungen [71], anschaulichen Gedankenmodellen [105] oder numerischen Simulationen [40]. Das hier vorgestellte Modell ermöglicht die Untersuchung dieses Verhaltens bei freier Vorgabe der Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_C$  sowie des Schlupfparameters  $S$ . Nachfolgend wird die Schlupfdefinition verwendet, wie sie POPP UND SCHIEHLEN [105] angeben

$$S = \frac{v_C - \omega r}{v_C}. \quad (5.8)$$

Hier beschreibt die Größe  $v_C$  die Fahrzeuggeschwindigkeit,  $\omega$  die Kreisfrequenz der Drehung des zu betrachtenden Rades und  $r$  den dynamischen Reifenhalmmesser, der im wesentlichen durch die Gürtellagen festgelegt wird. In der Abrollsimulation werden intern die Größe  $v_g$ , welche die Relativgeschwindigkeit zwischen Reifengürtel und Fahrbahn beschreibt, sowie die Umfangsgeschwindigkeit  $v_U$  des Gürtels zur Bestimmung der Durchlaufgeschwindigkeit der Abrolltrajektorie  $y_{Tr}(t)$  verwendet. Wünschenswert ist jedoch eine Vorgabe der auf dem Gebiet der Fahrzeugtechnik etablierten Parameter Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_C$  sowie des Radschlupfs  $S$ . Diese Größen können durch Auflösen von Gl. (5.8) nach der Umfangsgeschwindigkeit  $v_U$

$$v_U = \omega r = v_C (1 - S) \quad (5.9)$$

sowie des Zusammenhangs von Relativgeschwindigkeit, Schlupf und Fahrzeuggeschwindigkeit

$$v_g = S v_C \quad (5.10)$$

abgeleitet werden.

Die Umfangsgeschwindigkeit des Gürtels  $v_U$ , die Länge der Bodenaufstandsfläche  $s_{BAF}$  sowie die Profilblocklänge  $l$  bestimmen die Zeit  $t_{BAF,block}$ , die der Profilblock in Kontakt mit der Fahrbahn ist. Unter der Voraussetzung einer konstanten Länge  $s_{BAF}$  der Bodenaufstandsfläche bestimmt sich die Kontaktzeit  $t_{BAF,block}$  zu

$$t_{BAF,block} \approx \frac{s_{BAF} + l}{\omega r}. \quad (5.11)$$

Dieser Zusammenhang kann ebenfalls mit Hilfe von Gl. (5.9) durch die Größen Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_C$  und Schlupfwert  $S$  ausgedrückt werden

$$t_{\text{BAF,block}} \approx \frac{s_{\text{BAF}} + l}{v_{\text{C}}(1 - S)}. \quad (5.12)$$

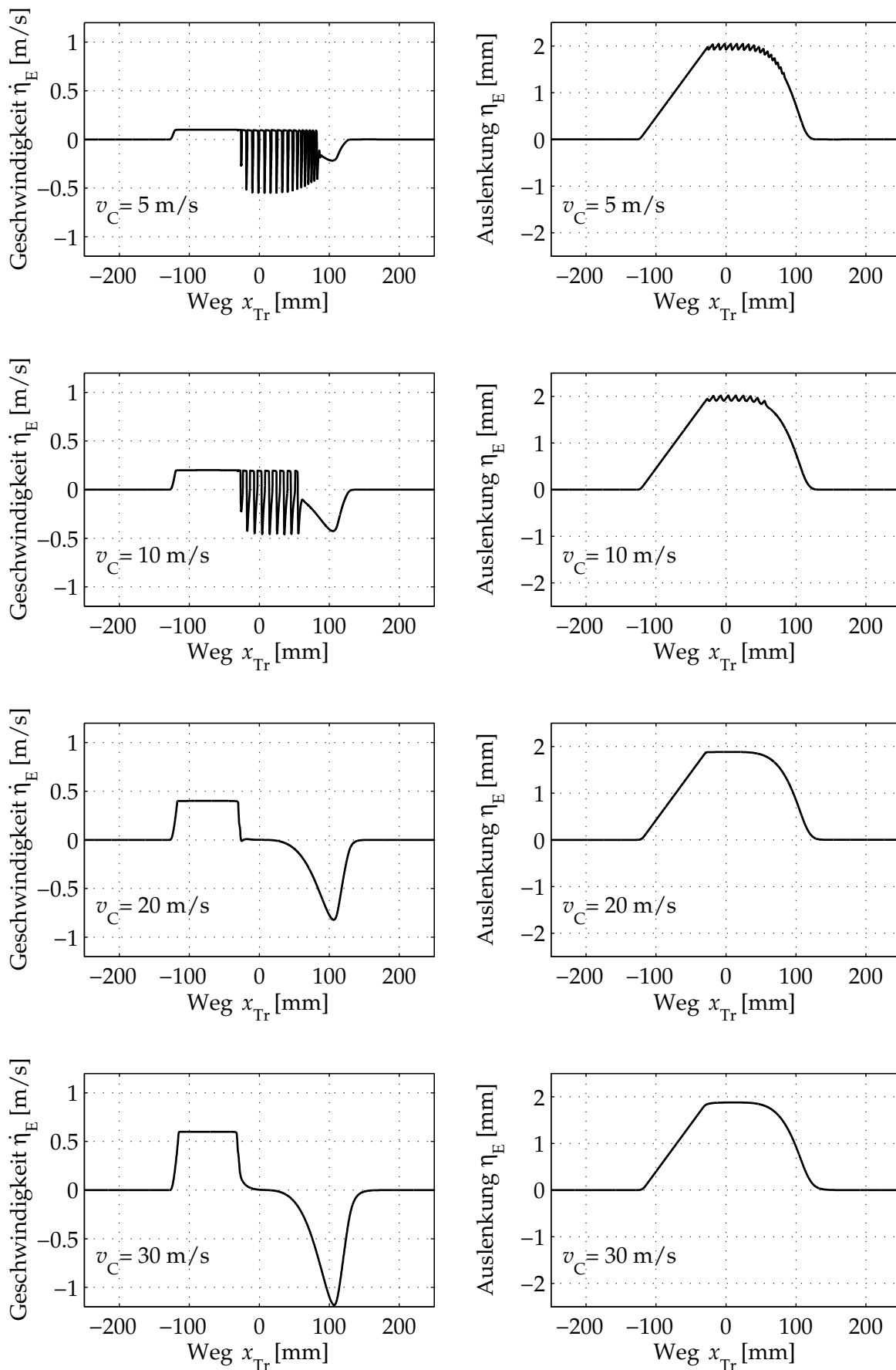
Die Schlupfdefinition nach Gl. (5.8) liefert für den Zustand des Antriebsschlupfs, hier ist  $v_{\text{U}} > v_{\text{C}}$ , Schlupfwerte  $S < 0$ . Im Grenzfall des durchdrehenden Rades bei stehendem Fahrzeug gilt  $S = -\infty$ . Für den Zustand des Bremsschlupfs hingegen gilt  $v_{\text{U}} < v_{\text{C}}$ , und die Schlupfwerte  $S$  sind stets positiv,  $0 < S < 1$ .

Aus dieser Betrachtung folgt, dass unter der Annahme einer konstanten Länge  $s_{\text{BAF}}$  der Bodenaufstandsfläche die Kontaktzeit  $t_{\text{BAF,block}}$  mit zunehmender Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_{\text{C}}$  abnimmt. Unter Bremsschlupf steigt die Kontaktzeit mit zunehmendem Betrag des Schlupfwerts  $S$ , während die Kontaktzeit unter Antriebsschlupf mit zunehmendem Betrag des Schlupfwerts  $S$  sinkt.

Die folgenden Simulationen werden zur realitätsnahen Beschreibung des Reifen-Fahrbahn-Kontakts mit den Kontaktparametern einer Betonoberfläche durchgeführt, indem die Reibwertcharakteristik aus **Bild 4.5** rechts und die nichtlineare Kontaktsteifigkeit aus **Bild 4.7** rechts verwendet werden. **Bild 5.33** stellt die Geschwindigkeit  $\dot{\eta}_{\text{E}}$  sowie die Auslenkung  $\eta_{\text{E}}$  der Einlaufkante im körperfesten Profilblockkoordinatensystem, vgl. **Bild 5.30** oben, für vier verschiedene Fahrzeuggeschwindigkeiten über der Wegkoordinate  $x_{\text{Tr}}$  bei konstantem Bremsschlupf von  $S = 0,02$  und einer Flächenpressung von  $p_{\text{N}} = 0,8 \text{ N/mm}^2$  dar. Für alle betrachteten Fahrzeuggeschwindigkeiten ist eine deutliche Haftphase zu beobachten, die etwa ein Drittel der Länge der gesamten Bodenaufstandsfläche ausmacht und in welcher die Geschwindigkeit  $\dot{\eta}_{\text{E}} \approx v_{\text{g}}$  entspricht. Mit zunehmender Fahrzeuggeschwindigkeit steigt die Relativgeschwindigkeit zwischen Reifengürtel und Fahrbahn  $v_{\text{g}} = Sv_{\text{C}}$  und daher auch die Geschwindigkeit  $\dot{\eta}_{\text{E}}$  der Einlaufkante gegenüber dem Reifengürtel während der Haftphase.

Hierbei ist zu beachten, dass die Abbildung der Haftphase durch Verwendung der Glättungsfunktion aus Abschnitt 3.3 nur näherungsweise abgebildet werden kann, vgl. Gl. (3.42). Für eine Fahrzeuggeschwindigkeit von  $v_{\text{C}} = 5 \text{ m/s}$  und  $v_{\text{C}} = 10 \text{ m/s}$  zeigen sich im Anschluss an die Haftphase Stick-Slip-Schwingungen. Hier betragen die Relativgeschwindigkeiten  $v_{\text{g}} = 100 \text{ mm/s}$  bzw.  $v_{\text{g}} = 200 \text{ mm/s}$ . In diesem Bereich führt der hinreichend große negative Gradient der Reibwertcharakteristik über der Geschwindigkeit zu den beobachteten reibungsselbsterregten Schwingungen mit einer Frequenz von  $f_{\text{SS}}(v_{\text{g}} = 100 \text{ mm/s}) \approx 595 \text{ Hz}$  bzw.  $f_{\text{SS}}(v_{\text{g}} = 200 \text{ mm/s}) \approx 892 \text{ Hz}$ . Bei höheren Fahrzeuggeschwindigkeiten bilden sich keine hochfrequenten Schwingungen mehr aus. Diese Beobachtung deckt sich mit den in Abschnitt 5.1.3.4 gezeigten Simulationen zum Gleitgeschwindigkeitseinfluss auf das Stick-Slip-Verhalten.

Ein Vergleich mit experimentellen Ergebnissen ist nur eingeschränkt möglich, da die Kontaktfläche zwischen Reifen und Fahrbahn während eines Fahrversuchs messtechnisch nur schwer zugänglich ist. Am Fachgebiet Fahrzeugtechnik der Technischen Universität Darmstadt ist in den letzten Jahren der sogenannte Darmstädter Reifensensor entwi-



**Bild 5.33:** Geschwindigkeit bzw. Auslenkung der Einlaufkante, Bremschlupf  $S = 0,02$ , Flächenpressung  $p_N = 0,8 \text{ N/mm}^2$ ; Variation der Fahrzeuggeschwindigkeit



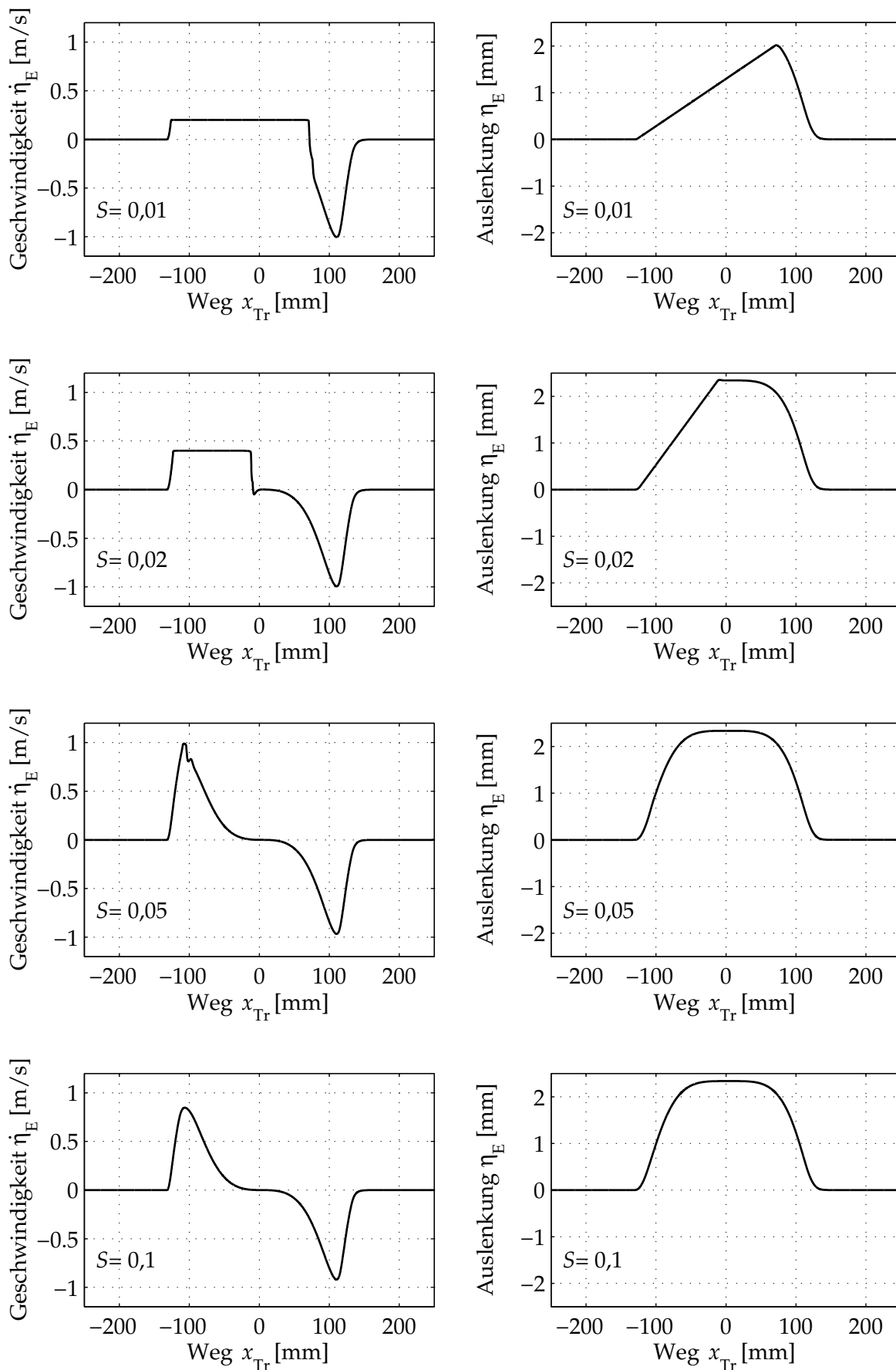
ckelt worden, der die Verformung einzelner Profilelemente mit Hilfe von Hallsensoren detektiert, siehe FACH [29] und XIE [134]. Bei den im Rahmen der von XIE durchgeführten Bremsversuche an einem PKW treten reibungsselbsterregte Profilblockschwingungen im Bereich von 1,5 bis 2 kHz auf, die in der Größenordnung der in Abschnitt 5.1.6 gezeigten simulierten Frequenzen liegen. Die experimentell ermittelten Verläufe der dynamischen Profilblockverformungen in Längsrichtung stimmen qualitativ mit den hier gezeigten Simulationen überein. Es ist dabei zu beachten, dass die Messungen von XIE unter PKW-Bedingungen durchgeführt worden sind, während die vorliegenden Abrollsimulationen den Bedingungen eines LKW-Reifens entsprechen, so dass ein quantitativer Vergleich nicht möglich ist.

### 5.2.3 Einfluss des Schlupfwerts

Der Abstand zwischen Gürteltrajektorie und der Oberfläche wird zunächst so eingestellt, dass sich ein nomineller Kontaktdruck von  $p_N = 1 \text{ N/mm}^2$  in der Mitte der Bodenaufstandsfläche ergibt. Die Fahrzeuggeschwindigkeit beträgt  $v_C = 20 \text{ m/s}$ . **Bild 5.34** zeigt die Geschwindigkeit  $\dot{\eta}_E$  sowie die Auslenkung  $\eta_E$  der Einlaufkante für vier verschiedene Bremschlupfzustände über der Trajektorienkoordinate  $x_{Tr}$ . Für einen Schlupf von  $S = 0,01$  ist eine ausgeprägte Haftphase erkennbar, die etwa zwei Drittel der Bodenaufstandsfläche ausmacht. Es schließt sich eine kurze Ausschnappphase mit einer maximalen Rückschwinggeschwindigkeit von  $1 \text{ m/s}$  an. Die Simulation mit einem Schlupf von  $S = 0,02$  liefert eine wesentlich kürzere Haftphase, der sich eine kurze Phase mit stationärem Gleiten unter translatorischer Bewegung anschließt. Die Ausschnappgeschwindigkeit ist mit der der vorangegangenen Simulationen vergleichbar. Eine weitere Erhöhung des Schlupfs auf  $S = 0,05$  führt zu einer gerade noch erkennbaren Haftphase mit  $\dot{\eta}_E \approx 1 \text{ m/s}$ . Wiederum ist eine kurze Gleitphase zu beobachten, und die anschließende Ausschnappphase ist mit den vorigen Schlupfzuständen vergleichbar. Mit zunehmendem Schlupfwert  $S$  steigt bei konstanter Fahrzeuggeschwindigkeit die Relativgeschwindigkeit zwischen Reifengürtel und Fahrbahn  $v_g = Sv_C$  und daher auch die Geschwindigkeit der Einlaufkante im körperfesten Koordinatensystem während der Haftphase. Eine nahezu symmetrische Verteilung der Geschwindigkeit zeigt sich für einen Schlupfwert von  $S = 0,1$ . Der Haftzustand wird in diesem Fall nicht erreicht, siehe auch [40]. Experimentelle Untersuchungen von XIE [134] unter Variation des Bremschlupfs bestätigen die Abnahme der Haftzone mit zunehmenden Schlupfwerten.

### 5.2.4 Einfluss des Kontaktdrucks

Die Simulationen für den gleitenden Profilblock in Abschnitt 5.1.3.5 haben gezeigt, dass die Kompressionsvorgabe  $H$  einen wesentlichen Einfluss auf das dynamische Verhalten hat. Mit zunehmender Last bilden sich größere Reibkräfte aus, die zu einer entsprechend höheren Tangentialauslenkung führen. Dieses Verhalten lässt sich auch auf den Abroll-



**Bild 5.34:** Geschwindigkeit bzw. Auslenkung der Einlaufkante, Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_C = 20$  m/s, Flächenpressung  $p_N = 1$  N/mm<sup>2</sup>; Variation des Bremschlupfwerts

vorgang übertragen. Die Simulationen in **Bild 5.35** stellen die Geschwindigkeit  $\dot{\eta}_E$  sowie die Auslenkung  $\eta_E$  der Einlaufkante über der Wegkoordinate  $x_{Tr}$  dar.

Die Gürteltrajektorie wird zur Realisierung verschiedener Kontaktdrücke mittels der Kompressionshöhe  $H$  vertikal verschoben, so dass sich in der Mitte der Bodenaufstandsfläche die entsprechende Flächenpressung einstellt, vgl. **Bild 5.31**. Die Simulationen repräsentieren die Kontaktdrücke  $p_N = 0,4 \text{ N/mm}^2$ ,  $p_N = 0,6 \text{ N/mm}^2$ ,  $p_N = 0,8 \text{ N/mm}^2$  sowie  $p_N = 1 \text{ N/mm}^2$ . Mit zunehmendem Kontaktdruck vergrößert sich erwartungsgemäß die Haftzone durch die höheren lokalen Reibkräfte. Diese führen ebenfalls zu einer höheren Auslenkung  $\eta_E$ , was wiederum höhere Ausschnappgeschwindigkeiten nach sich zieht.

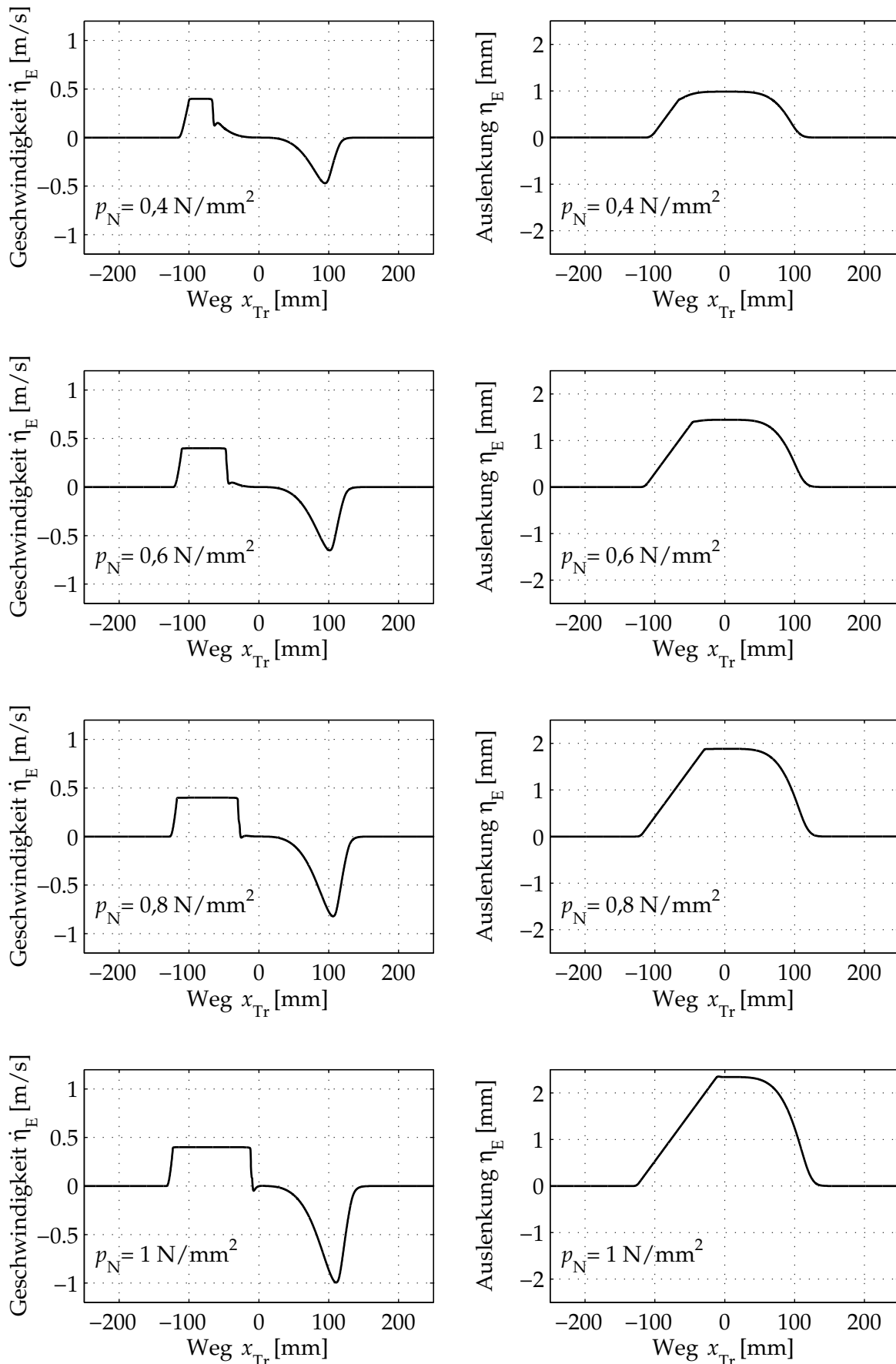
### 5.2.5 Kontaktkraftbetrachtungen

Einen weiteren Einblick in das Kontaktverhalten des Profilblocks während des Abrollvorgangs erlaubt die Analyse der Kontaktkraftverhältnisse. Üblicherweise werden die Flächenpressungsverteilung  $p_N$  sowie die Reibschubspannungsverteilung  $\tau_R$  entlang der Kontaktfläche aufgetragen. Diese Art der Darstellung ist insbesondere in der den gesamten Reifen bzw. den Reifen-Fahrbahn-Kontakt oder auch den Rad-Schiene-Kontakt behandelnden Literatur zu finden [38], [95], [105], [119]. Für den Fall, dass ein Haftgebiet in der Kontaktzone existiert, lässt sich bei einem als konstant angenommenen Reibwert  $\mu$  aus obiger Darstellung der Ort des Übergangs von Haft- zu Gleitphase bestimmen. Im Haftgebiet gibt es einen nahezu linearen Zusammenhang zwischen den Schubspannungen  $\tau_R$  in Tangentialrichtung und der tangentialen Auslenkung des Profilelements. Im Gleitgebiet sind die Schubspannungen  $\tau_R$  über dem Reibwert  $\mu$  proportional zur Flächenpressung  $p_N$

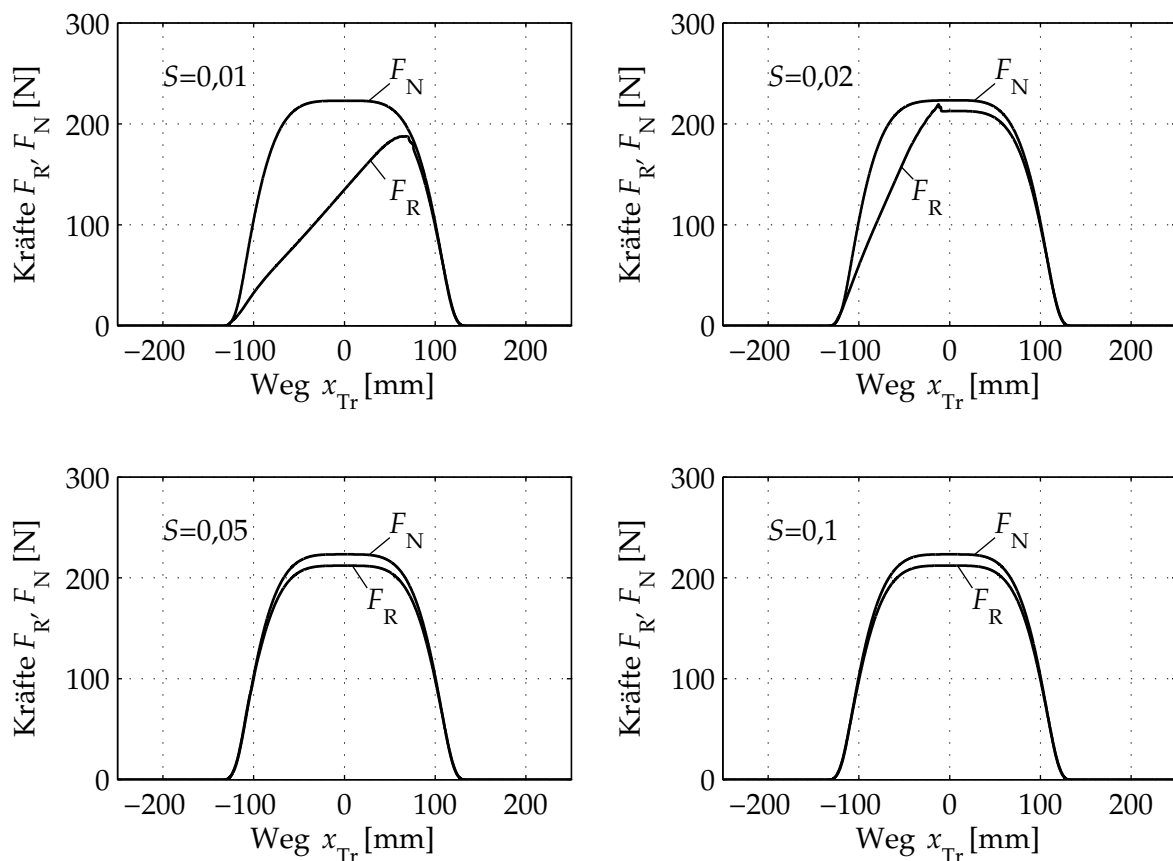
$$\tau_R = \mu p_N. \quad (5.13)$$

Die Gesamtkraft  $F_N$  auf den Profilblock in Normalrichtung zur Fahrbahn und die resultierende Gesamtreibkraft  $F_R$  des Profilblocks in Tangentialrichtung zur Fahrbahn sind näherungsweise proportional zur mittleren Flächenpressung bzw. zur mittleren Reibschubspannung. **Bild 5.36** zeigt simulierte Kraftverläufe von  $F_N$  und  $F_R$  für die Schlupfwerte  $S = 0,01$ ,  $S = 0,02$ ,  $S = 0,05$  und  $S = 0,1$  bei einer Fahrzeuggeschwindigkeit von  $v_C = 20 \text{ m/s}$  sowie einem Kontaktdruck von  $p_N = 1 \text{ N/mm}^2$ . Die Verläufe können somit den Ergebnissen aus **Bild 5.34** zugeordnet werden. Alle Simulationen führen aufgrund der Wegvorgabe durch die Abrolltrajektorie zu einem näherungsweise identischen Normalkraftverlauf. Dieser zeigt wegen der Abplattung im mittleren Bereich ein Plateau.

Die Reibkraft wächst bei der Simulation mit  $S = 0,01$  bis zur Koordinate  $x_{Tr} \approx 80 \text{ mm}$  näherungsweise linear an und fällt dann im Gleitzustand nahezu proportional zum Normalkraftverlauf wieder ab. Diese Beobachtung deckt sich mit den vorigen Untersuchun-



**Bild 5.35:** Geschwindigkeit bzw. Auslenkung der Einlaufkante, Fahrzeuggeschwindigkeit  $v_C = 20$  m/s, Bremschlupf  $S = 0,02$ ; Variation der Flächenpressung



**Bild 5.36:** Gesamtkraft  $F_N$  auf den Profilblock in Normalrichtung zur Fahrbahn und resultierende Gesamtreibkraft  $F_R$  des Profilblocks in Tangentialrichtung zur Fahrbahn während des Abrollvorgangs für verschiedene Bremschlupfwerte

gen der Einlaufkantengeschwindigkeit bzw. -auslenkung, vgl. **Bild 5.34**. Der Übergang in die Gleitphase tritt erst im Auslaufbereich ein, in der die Normalkraft auf den Profilblock bereits wieder sinkt, siehe auch BODE [11]. Die maximale Reibkraft beträgt lediglich  $F_R \approx 180$  N. Für einen Bremschlupf von  $S = 0,02$  ist ebenfalls aus dem linearen Anstieg des Reibkraftverlaufs eine Haftzone erkennbar, der Übergang in die Gleitphase tritt jedoch wesentlich früher und zwar im Bereich des Normalkraftplateaus ein. Wegen der höheren Relativgeschwindigkeit zwischen Gürtel und Fahrbahnoberfläche baut sich die Reibkraft im Haftgebiet bei einem Schlupfwert von  $S = 0,02$  gegenüber der Simulation mit einem Schlupfwert von  $S = 0,01$  entsprechend schneller auf. Bei einem Schlupfwert von  $S = 0,05$  hingegen lässt sich im Kraftverlauf die in **Bild 5.34** noch gerade zu erkennende Haftphase nicht wiederfinden. Die Simulation ist mit den Ergebnissen für einen Schlupf von  $S = 0,1$ , bei der der Profilblock ständig im Gleitzustand ist, vergleichbar.

In diesem Kapitel ist anhand von Simulationen gezeigt worden, dass das vorgestellte Profilblockmodell sowohl die rein translatorische als auch die abrollende Bewegung abbildet. Eine Variation der Modellparameter in Abschnitt 5.1 hat die wesentlichen Einflüsse der Materialparameter, der eingepprägten Prozessparameter und auch der Profilblockgeometrie auf das Schwingungsverhalten aufgezeigt. Die Berücksichtigung von lokalem Verschleiß führt zu einem Einlaufverhalten des Profilblocks und somit zu einer gleichmä-

ßen Verteilung der Flächenpressung. Simulationen mit dem um eine Abrollkinematik erweiterten Modell liefern bekannte Zusammenhänge aus der Literatur sowie neue Einblicke in das dynamische Kontaktverhalten unter Beibehaltung der numerischen Effizienz.

Die zur Verfügung gestellten Ergebnisse einer stationären LKW-Reifensimulation mit der Finite-Elemente-Methode, die als Abrolltrajektorie Eingang in das Profilblockmodell finden, sind ohne Berücksichtigung von Reibung in der Kontaktfläche erfolgt. Aus diesem Grund ist es aktuell nicht möglich, die Auswirkungen der Schubspannungen, die durch die Abplattung eines realen Reifens mit Reibung entstehen, näher zu untersuchen. Die Abplattung des Reifens führt zu Verschiebungen der Materialpunkte des Reifens in bzw. in der Umgebung der Bodenaufstandsfläche, vgl. FACH [29], XIE [134], NACKENHORST [95] oder BODE [11]. Daraus resultiert eine nicht konstante Führungsgeschwindigkeit auf der Abrolltrajektorie, die das vorliegende Profilblockmodell grundsätzlich abbilden und somit den Einfluss der abplattungsbedingten Schubspannungen berücksichtigen kann.

## 6 Zusammenfassung

Das Automobil spielt in unserer an individueller Mobilität orientierten Gesellschaft eine zentrale Rolle. Der Fahrzeugreifen bildet die Schnittstelle zwischen Fahrzeug und Fahrbahn und leitet die Radlasten sowie die Längs- und Querkräfte aus dem Fahrwerk in die Bodenaufstandsfläche ein. Die Kontaktverhältnisse zwischen Reifen und Fahrbahn bestimmen somit die maximal übertragbaren Beschleunigungs-, Brems- und Seitenkräfte und beeinflussen unmittelbar die Fahrsicherheit.

In der aktuellen Literatur existiert kein Modellierungsansatz, der den gesamten Reifen mit sämtlichen relevanten Wechselwirkungen zur Fahrbahn abbildet. Dies ist unter anderem auf das komplexe Material- und Reibverhalten der Elastomerwerkstoffe zurückzuführen, welches von vielen Parametern wie der vorherrschenden Temperatur, der Beanspruchungsamplitude, -geschwindigkeit oder -historie abhängt. Darüber hinaus stellt das Abrollen der Profilelemente eines Fahrzeugreifens einen hochdynamischen Vorgang dar, der kleine Integrationsschrittweiten und somit lange Simulationszeiten erfordert.

In dieser Arbeit wird ein Modell zur numerisch effizienten Simulation der hochfrequenten Dynamik einzelner Reifenprofilblöcke entwickelt. Das Modellkonzept ist hierbei grundsätzlich nicht nur auf den Anwendungsfall des Profilblocks beschränkt, sondern lässt sich auf eine Vielzahl anderer technischer Systeme mit Elastomerkontakten übertragen. Der vorgestellte Modellansatz nutzt einerseits die Vorteile der Finite-Elemente-Methode, welche die Bauteilstruktur detailliert auflösen kann, bei der jedoch lange Rechenzeiten in Kauf genommen werden. Andererseits profitiert der vorgestellte Modellansatz von den Vorteilen stark vereinfachter Mehrkörpersysteme, welche die Berechnung der hochfrequenten Dynamik und akustischer Phänomene erlauben, jedoch strukturdynamische Effekte und das Kontaktverhalten in der Bodenaufstandsfläche des Reifens nur begrenzt abbilden können.

Die Grundidee des Modells besteht darin, Strukturdynamik und Kontaktmechanik zunächst getrennt voneinander zu modellieren und während der Simulation sinnvoll über eine modulare Beschreibung miteinander zu verknüpfen. Das strukturdynamische Modell erfasst die geometrischen Abmessungen des Profilblocks sowie die mechanisch relevanten Materialeigenschaften. Zur numerisch effizienten Abbildung der strukturdynamischen Effekte findet das Freiheitsgradreduktionsverfahren nach CRAIG/BAMPTON Anwendung. Das kontaktmechanische Modell besteht aus einer Anzahl lokaler Kontaktele-

mente. Diese erfassen lokale Effekte zwischen dem Elastomer und der rauen Reiboberfläche. Die lokalen Kontaktelemente werden an das Strukturmodell angekoppelt, wodurch eine Wechselwirkung zwischen kontaktmechanischem und strukturdynamischem Modell entsteht. Die lokalen Kontaktelemente haben die Aufgabe, das lokale Kontaktverhalten realistisch und zugleich numerisch effizient abzubilden.

Beim Kontaktvorgang zwischen Profilblock und rauer Fahrbahnoberfläche berühren sich zunächst die höchsten Rauheitsspitzen. Mit zunehmender Normalkraft bzw. Normalverschiebung vergrößern sich die bereits bestehenden Kontaktpunkte, und es bilden sich neue Kontaktstellen aus. Dies führt zu einer nichtlinearen Normalkraft-Verschiebungskennlinie. Diese Abhängigkeit beschreiben in den lokalen Kontaktelementen nichtlineare Federn. Die lokalen Kontaktelemente dienen somit zur Berechnung der lokalen Kontaktnormalkräfte. Die lokalen Reibkräfte errechnen sich aus der lokalen Reibwertcharakteristik, die in dieser Arbeit vorab durch experimentelle Untersuchungen bestimmt worden ist. Lokale Verschleißeffekte erfasst das Modell, indem die lokalen Kontaktelemente, die jeweils ein Volumenelement repräsentieren, ihre Höhe in Abhängigkeit von einem Verschleißgesetz verringern. Eine umfassende Literaturrecherche zu Verschleißgesetzen für Elastomerwerkstoffe ergibt, dass aktuell keine Beschreibung existiert, die den Verschleißprozess vollständig erfassen kann. Aus diesem Grund findet ein phänomenologisches Verschleißgesetz Anwendung, welches die durchgeführten Experimente gut approximiert.

Das Modell besteht somit aus den vier Modulen Strukturmechanik, lokale Reibwertcharakteristik, nichtlineare Kontaktsteifigkeit sowie lokaler Verschleiß. Die Bestimmung der notwendigen Eingangsparameter des Modells erfolgt für einen rechteckigen Modellprofilblock aus einer PKW-Laufstreifenmischung mit einer Kontaktfläche von  $15 \text{ mm} \times 15 \text{ mm}$  sowie einer Höhe von  $10 \text{ mm}$ . Als Reiboberflächen werden eine Betonfahrbahn sowie eine Korundoberfläche verwendet.

Die durchgeführten Simulationen eines translatorisch bewegten Profilblocks bestätigen das in Experimenten oft beobachtete Abheben der Auslaufkante von der Reiboberfläche und zeigen eine deutliche Pressungsüberhöhung an der Einlaufkante. Bei zusätzlicher Berücksichtigung von lokalem Verschleiß baut sich die Überhöhung der Flächenpressung an der Einlaufkante ab, und es bildet sich eine zunehmend homogene Pressungsverteilung unter dem Profilblock aus.

In einem bestimmten Gleitgeschwindigkeitsbereich treten reibungsselbsterregte Schwingungen des gesamten Profilblocks auf. Die Amplitude und Frequenz dieser Schwingungen hängt wesentlich von den Modellparametern, zu denen unter anderem die Materialeigenschaften oder die Beschreibung der Reiboberfläche zählen, sowie den Prozessparametern wie z. B. der eingepprägten Gleitgeschwindigkeit oder der Normallast ab. Eine Erhöhung des Elastizitätsmoduls oder eine Verringerung der Normallast führt zu einer Zunahme der Schwingfrequenz bei gleichzeitiger Abnahme der mittleren Auslenkung. Vergleichsrechnungen mit in der Literatur üblicher konstanter Kontaktsteifigkeit liefern Er-



gebnisse, die sich deutlich von den Simulationen mit nichtlinearer Kontaktsteifigkeit unterscheiden. Somit kann davon ausgegangen werden, dass Modelle mit konstanter Kontaktsteifigkeit, zu denen unter anderem die Kontaktmodellierung mit Penalty-Steifigkeit zählt, die komplexen Zusammenhänge in der Kontaktfläche nicht realistisch abbilden können.

Simulationen des Schwingungsverhaltens mit Normalverschiebungsvorgabe und einer regelungstechnisch realisierten Normalkraftvorgabe liefern nahezu identische Ergebnisse. An einem Rotationstribometerprüfstand durchgeführte experimentelle Untersuchungen am Modellprofilblock führen zu Schwingungen im akustischen Bereich. Die Übereinstimmung mit entsprechenden Simulationsergebnissen ist gut. Das Modell erfasst somit die wesentlichen Einflussparameter. Simulationen von Profilblöcken unterschiedlicher Geometrie zeigen, dass der höchste Reibwert für eine geringe Profilblockhöhe und eine große Profilblocklänge auftritt. Diese Konfiguration hat im Vergleich zu den anderen untersuchten Profilblockgeometrien die gleichmäßigste Flächenpressungsverteilung.

Eine Untersuchung des Schwingungsverhaltens der unterschiedlichen Profilblockgeometrien ergibt, dass sich die Frequenz der reibungsselbsterregten Schwingung mit zunehmender eingepprägter Gleitgeschwindigkeit für alle Geometrien der ersten Eigenfrequenz des freien Systems annähert. Für den Fall, dass keine bzw. nur kurze Haftphasen auftreten, stimmen die erste Eigenfrequenz und die Frequenz der reibungsselbsterregten Profilblockschwingung nahezu überein.

Zur Betrachtung des realen Reifenprofilblockverhaltens erfolgt eine Erweiterung des Modells um eine Abrollkinematik, die tiefere Einblicke in die Vorgänge in der Bodenaufstandsfläche ermöglicht. Zur Beibehaltung der numerischen Effizienz wird das Profilblockmodell weiterhin mit fester Einspannung an der Profilblockoberseite modelliert. Die durchgeführten Simulationen lassen eine Zuordnung der aus der Literatur bekannten zeitlichen Abfolge von Einlaufphase, Haftphase, Gleitphase und Ausschnappphase während des Passierens eines Profilblocks durch die Bodenaufstandsfläche zu. Die Simulation erlaubt die Vorgabe der Fahrzeuggeschwindigkeit, des Schlupfwerts sowie der Belastung in Normalrichtung.

Es zeigen sich bei bestimmten Kombinationen aus Fahrzeuggeschwindigkeit und Schlupfwert Schwingungen im akustisch relevanten Frequenzbereich. Diese Simulationsparameter führen zu einer Relativgeschwindigkeit zwischen Profilblock- und Fahrbahnoberfläche, die im deutlich fallenden Bereich der lokalen Reibwertkennlinie liegt. Simulationen mit höheren Fahrzeuggeschwindigkeiten ergeben bei Steigerung des Schlupfwerts bzw. Reduktion der Normallast eine deutliche Abnahme der Haftzonenlänge. Die Auswertung des Kraftschlussverhaltens mit Hilfe der resultierenden Kontaktkraft in normaler und tangentialer Richtung zur Fahrbahn zeigt, dass im Fall einer ausgeprägten Haftzone in der Bodenaufstandsfläche die resultierende Traktionskraft wesentlich geringer ist als im Fall des reinen Gleitzustands in der Bodenaufstandsfläche, der überwiegend bei hohen Schlupfwerten auftritt.

Der wissenschaftliche Fortschritt durch die vorliegende Arbeit ist hauptsächlich in der Entwicklung eines numerisch effizienten Profilblockmodells zu sehen, welches die Kontakteigenschaften sehr detailliert abbildet. Das Modell erlaubt die Untersuchung des Einflusses der Profilblockgeometrie, der Materialparameter, der Fahrbahneigenschaften sowie der Betriebszustände auf den resultierenden Reibwert, das lokale Verschleißverhalten sowie das Auftreten hochfrequenter reibungsselbsterregter Schwingungen. Die Simulationen ermöglichen somit ein vertieftes Verständnis der Vorgänge im Reifen-Fahrbahnkontakt, der Wechselwirkungen zwischen Struktur- und Kontaktmechanik und können die Basis für zukünftige Optimierungen des Profilblocks zur Verbesserung wesentlicher Reifeneigenschaften wie Kraftschlussverhalten, Verschleiß und Akustik bilden.

## Literatur

- [1] Continental AG Hannover, Pressematerial
- [2] DIN 50320: Verschleiß - Begriffe- Systemanalyse von Verschleißvorgängen - Gliederung des Verschleißgebietes. 12.1979. – 1997 zurückgezogen
- [3] Arbeitsblatt 7 (Tribologie) Verschleiß, Reibung: Definitionen, Begriffe, Prüfung. Gesellschaft für Tribologie, 2002
- [4] ACHENBACH, M. ; STREIT, G.: Thermodynamische Beschreibung der Gummielastizität. In: GAK Gummi Fasern Kunststoffe 54 (2001), Nr. 3, S. 2–17
- [5] AKASAKA, T. ; KABE, K. ; KOISHI, M. ; KUWASHIMA, M.: Analysis of the Contact Deformation of Tread Blocks. In: *Tire Science and Technology* 20 (1992), Nr. 4, S. 230–253
- [6] AMMON, D. ; GNADLER, R. ; MÄCKLE, G. ; UNRAU, H.-J.: Ermittlung der Reibwerte von Gummistollen zur genauen Parametrierung von Reifenmodellen. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 106 (2004), Nr. 7-8, S. 694–701
- [7] ANDERSSON, P.: *Modelling Interfacial Details in Tyre/Road Contact - Adhesion Forces and Non-Linear Contact Stiffness*, Department of Applied Acoustics, Chalmers University of Technology, Göteborg, Schweden, Diss., 2005
- [8] ARCHARD, J. F.: Contact and Rubbing of Flat Surfaces. In: *Journal of Applied Physics* 24 (1953), Nr. 8, S. 981–988
- [9] BARQUINS, M.: Adherence, Friction and Wear of Rubber-like Materials. In: *Wear* 158 (1992), Nr. 1-2, S. 87–117
- [10] BARTZ, W.: *Expert Praxislexikon Tribologie plus*. Renningen-Malmsheim: Expert Verlag, 2000
- [11] BODE, G.: Kräfte und Bewegungen unter rollenden Lastwagenreifen. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 64 (1962), Nr. 10, S. 300–306
- [12] BRENDEL, H.: *Tribotechnik*. Leipzig: VEB Fachbuchverlag, 1978
- [13] BRINKMEIER, M.: *Modellierung und Simulation der hochfrequenten Dynamik rollender Reifen*, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2007
- [14] BSCHORR, O. ; WOLF, A. ; MITTMANN, J.: Theoretische und experimentelle Untersuchungen zur Abstrahlung von Reifenlärm. In: *MBB-Bericht* (1981), Nr. BB-48381-Ö

- [15] BUCKINGHAM, E.: On Physically Similar Systems; Illustrations of the Use of Dimensional Equations. In: *Physical Review* 4 (1914), S. 345–376
- [16] BUSSMANN, M.: Elastomermischungen spezifizieren und prüfen. In: *Kautschuk Gummi Kunststoffe* 52 (1999), Nr. 11, S. 742–747
- [17] BURR, B. H. ; MARSHEK, K. M.: An Equation for the Abrasive Wear of Elastomeric O-Ring Materials. In: *Wear* 81 (1982), Nr. 2, S. 347–356
- [18] BURWELL, J. T.: Survey of Possible Wear Mechanisms. In: *Wear* 1 (1957), Nr. 2, S. 119–141
- [19] BUSFIELD, J.: Modelling Friction and Abrasion in Rubber. In: HEINRICH, G. (Hrsg.) ; KALISKE, M. (Hrsg.) ; LION, A. (Hrsg.) ; REESE, S. (Hrsg.): *Constitutive Models for Rubber VI (ECCMR)*. Leiden : Balkema, 2010, S. 287–293
- [20] BUSFIELD, J. J. C. ; LIANG, H. ; FUKAHORI, Y. ; THOMAS, A. G.: Modelling the Abrasion Process in Elastomer Materials. In: AUSTRELL, P. (Hrsg.) ; KARI, L. (Hrsg.): *Constitutive Models for Rubber IV*, Leiden: Balkema, 2005, S. 139–143
- [21] CARPICK, R. W. ; OGLETREE, D. F. ; SALMERON, M.: A General Equation for Fitting Contact Area and Friction vs Load Measurements. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 211 (1999), Nr. 2, S. 395–400
- [22] CHO, J. C. ; JUNG, C.: Prediction of Tread Pattern Wear by an Explicit Finite Element Model. In: *Tire Science and Technology* 35 (2007), Nr. 4, S. 279–299
- [23] CRAIG, R.: Coupling of Substructures for Dynamic Analyses: An Overview. In: *41st Structures, Structural Dynamics and Material Conference, Atlanta AIAA-2000-1573* (2000)
- [24] CRAIG, R. ; BAMPION, M.: Coupling of Structures for Dynamic Analyses. In: *AIAA Journal* 6 (1968), Nr. 7, S. 1313–1319
- [25] CZICHOS, H. ; HABIG, K.-H.: *Tribologiehandbuch*. Braunschweig u.a.: Vieweg Verlag, 1992
- [26] DERJAGUIN, B. V. ; MÜLLER, V. M. ; TOPOROV, Y. P.: Effect of Contact Deformations on the Adhesion of Particles. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 53 (1975), Nr. 2, S. 314–326
- [27] DOWSON, D.: *History of Tribology*. London : Professional Engineering Publishing, 1998
- [28] DRESIG, H. ; HOLZWEISSIG, F.: *Maschinendynamik*. Berlin : Springer Verlag, 2007
- [29] FACH, M.: Lokale Effekte der Reibung zwischen PKW-Reifen und Fahrbahn. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 102 (2000), Nr. 7/8, S. 628–635
- [30] FINDEISEN, B.: *Eigenschwingungsanalyse von diskreten Strukturen mit Methoden der Freiheitsgradreduktion*, Technische Universität Chemnitz, Diss., 1991

- [31] FLEISCHER, G.: Energetische Methode der Bestimmung des Verschleißes. In: *Schmierungsstechnik* 4 (1973), Nr. 9, S. 269–274
- [32] GÄBEL, G. ; MOLDENHAUER, P. ; KRÖGER, M.: Lokale Effekte zwischen Reifen und Fahrbahn. In: *ATZ Automobiltechnische Zeitschrift* 110 (2008), Nr. 6, S. 562–567
- [33] GASCH, R. ; KNOTHE, K.: *Strukturodynamik Band 2: Kontinua und ihre Diskretisierung*. Berlin : Springer Verlag, 1989
- [34] GÄBEL, G.: *Beobachtung und Modellierung lokaler Phänomene im Reifen-Fahrbahn-Kontakt*. Berichte aus dem IDS, Band 5/2009, Garbsen: Verlag PZH Produktionstechnisches Zentrum GmbH, 2009
- [35] GRIFFITHS, D. V.: Stiffness Matrix of the Four-Node Quadrilateral Element in Closed Form. In: *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 37 (1994), Nr. 6, S. 1027–1038
- [36] GROSCH, K. A.: The Relation between the Friction and Visco-Elastic Properties of Rubber. In: *Proceedings of the Roycal Society London A* 274 (1963), Nr. 1356, S. 21–39
- [37] GROSCH, K. A.: Laborbestimmung der Abrieb- und Rutschfestigkeit von Laufflächenmischungen - Teil I: Rutschfestigkeit. In: *Kautschuk Gummi Kunststoffe* 49 (1996), Nr. 6, S. 432–441
- [38] GUTZEIT, F.: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen zum dynamischen Rollkontakt von Elastomeren*. Düsseldorf : VDI Verlag, Fortschritt Berichte VDI, Reihe 11, Nr. 338, 2009
- [39] HEINRICH, G. ; KLÜPPEL, M.: Rubber Friction, Tread Deformation and Tire Traction. In: *Wear* 265 (2008), Nr. 7-8, S. 1052–1060
- [40] HEISSING, B. (Hrsg.) ; ERSOY, M. (Hrsg.): *Fahrwerkhandbuch*. Wiesbaden : Vieweg Verlag, 2007
- [41] HERKT, S.: *Model Reduction on Nonlinear Problems in Structural Mechanics: Towards a Finite Element Tyre Model for Multibody Simulation*, Technische Universität Kaiserslautern, Diss., 2009
- [42] HERTZ, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. In: *Journal für die reine und angewandte Mathematik* 92 (1881), S. 156–171
- [43] HOFSTETTER, K.: *Thermo-mechanical Simulation of Rubber Tread Blocks During Frictional Sliding*, Technische Universität Wien, Diss., 2004
- [44] HOFSTETTER, K. ; EBERHARDSTEINER, J. ; MANG, H. A. ; DELLINZ, S.: A Thermo-mechanical Formulation Describing the Frictional Behavior of Rubber. In: *Proceedings 5th World Congress on Computational Mechanics*. Wien, 2002
- [45] HOFSTETTER, K. ; EBERHARDSTEINER, J. ; MANG, H. A. ; DELLINZ, S.: A Thermo-Mechanical Formulation Describing the Frictional Behavior of Rubber. In: *Vehicle System Dynamics* 40 (2003), S. 195–210

- [46] HOFSTETTER, K. ; GROHS, C. ; EBERHARDSTEINER, J. ; MANG, H.A.: Sliding Behaviour of Simplified Tire Tread Patterns Investigated by Means of FEM. In: *Computers and Structures* 84 (2006), S. 1151–1163
- [47] HOLM, R.: *Electric Contacts*. Uppsala : Gerbers, 1946
- [48] HUEMER, T. ; LIU, W. N. ; EBERHARDSTEINER, J. ; MANG, H. A.: A 3D Finite Element Formulation Describing the Frictional Behavior of Rubber on Ice and Concrete Surfaces. In: *Engineering Computations* 18 (2001), Nr. 3/4, S. 417–436
- [49] HURTY, W. C.: Dynamic Analysis of Structural Systems using Component Modes. In: *AIAA Journal* 3 (1965), Nr. 4, S. 678–685
- [50] IHLEMANN, J.: *Kontinuumsmechanische Nachbildung hochbelasteter technischer Gummierwerkstoffe*, Universität Hannover, Diss., 2003
- [51] JOHNSON, K. L. ; GREENWOOD, J. A.: Adhesion of Viscoelastic Spherical Solids. In: MARTINS, J. (Hrsg.) ; MARQUES, M. M. (Hrsg.): *Solid Mechanics and Its Applications* Bd. 103. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers, 2002, S. 141–160
- [52] JOHNSON, K. L. ; KENDALL, K. ; ROBERTS, A. D.: Surface Energy and the Contact of Elastic Solids. In: *Proceedings of the Royal Society of London, Series A* 324 (1971), Nr. 1558, S. 301–313
- [53] KAR, M. K. ; BAHADUR, S.: The Wear Equation for Unfilled and Filled Poly Oxymethylene. In: *Wear* 30 (1974), Nr. 3, S. 337–348
- [54] KENDZIORRA, N. ; HÄRTEL, V.: *Einsichten in die Dynamik des Reifen/Fahrbahn-Kontaktes und deren Bedeutung für geregelte Bremsvorgänge*. Düsseldorf : VDI Verlag, VDI-Berichte 1791, 2003, S. 71–94
- [55] KENDZIORRA, N. ; MOLDENHAUER, P. ; WIES, B.: *Verschiedene Aspekte der Reibdynamik am Fahrzeugreifen*. Düsseldorf : VDI Verlag, VDI-Berichte 2022, 2007, S. 1–19
- [56] KIM, D.-M. ; PARK, I.-J.: Analysis of Contact Stresses on the Tread Rubber Blocks with Slip. In: *Tire Science and Technology* 29 (2001), Nr. 4, S. 216–229
- [57] KLÜPPEL, M. ; FRITZSCHE, J.: Viscoelastic Properties of Filler Reinforced Elastomers. In: HEINRICH, G. (Hrsg.) ; KALISKE, M. (Hrsg.) ; LION, A. (Hrsg.) ; REESE, S. (Hrsg.): *Constitutive Models for Rubber VI (ECCMR)*. Leiden : Balkema, 2010, S. 111–118
- [58] KLÜPPEL, M. ; HEINRICH, G.: Rubber Friction on Self-affine Road Tracks. In: *Rubber Chemistry and Technology* 73 (2000), Nr. 4, S. 578–606
- [59] KOEHNE, S. H. ; MATUTE, B. ; MUNDL, R.: Evaluation of Tire Tread and Body Interactions in the Contact Patch. In: *Tire Science and Technology* 31 (2003), Nr. 3, S. 159–172

- [60] KRAGELSKII, I. V. ; NEPOMNYASHCHII, E. F.: Fatigue Wear Under Elastic Contact Conditions. In: *Wear* 8 (1965), Nr. 4, S. 303–319
- [61] KRÖGER, M. ; MOLDENHAUER, P.: Modellierung von Elastomerkontakten. In: *Kautschuk Gummi Kunststoffe* 63 (2010), Nr. 1-2, S. 30–35
- [62] KRÖGER, M. ; MOLDENHAUER, P. ; GÄBEL, G.: Experimental Results and Models of the Tire/Road Contact. In: *Machine Dynamics Problems* 31 (2007), Nr. 2, S. 84–94
- [63] KRÖGER, M.: Rauheitseinfluss auf die Adhäsion von Elastomeren. In: *PAMM Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 4 (2004), S. 99–100
- [64] KRÖGER, M. ; LINDNER, M. ; POPP, K.: Influences of Friction on Noise and Vibrations of Tyres. In: *Proceedings 33rd International Congress and Exposition on Noise Control Engineering (Inter-noise)*. Prag, 2004
- [65] KRÖGER, M. ; MOLDENHAUER, P. ; GÄBEL, G.: Influence of the Non-linear Contact Stiffness on the Vibrational Behaviour of a Tyre Tread Block. In: *PAMM Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 7 (2007), S. 4050015–4050016
- [66] KRÖGER, M. ; MOLDENHAUER, P. ; GÄBEL, G.: Modular Modelling of Dynamic Systems with Elastomer Contacts. In: *IUTAM Symposium on Computational Methods in Contact Mechanics, IUTAM Bookseries* 3 (2007), S. 277–290
- [67] KRÖGER, M. ; POPP, K. ; KENDZIORRA, N.: Experimental and Analytical Investigation of Rubber Adhesion. In: *Machine Dynamics Problems* 28 (2004), Nr. 1, S. 79–89
- [68] KRÖGER, M. ; WANGENHEIM, M. ; MOLDENHAUER, P.: Temperatureeffekte auf das lokale Reibverhalten von Elastomeren im Gleit- und Rollkontakt. Düsseldorf : VDI Verlag, VDI-Berichte 1912, 2005, S. 271–290
- [69] KROPP, W.: Structure-born Sound on a Smooth Tyre. In: *Applied Acoustics* 26 (1989), Nr. 3, S. 181–192
- [70] KUMMER, H. W.: Unified theory of rubber and tire friction. In: *Pennsylvania State University-Engineering Research Bulletin* B-94 (1966)
- [71] LAHAYNE, O.: *Experimentelle Reibungsuntersuchungen und Modellrechnungen zum Verhalten von Reifenmaterialien*, Technische Universität Wien, Diss., 2007
- [72] LARSSON, K. ; BARRELET, S. ; KROPP, W.: The modelling of the dynamic behaviour of tyre tread blocks. In: *Applied Acoustics* 63 (2002), Nr. 6, S. 659–677
- [73] LE GAL, A.: *Investigation and Modelling of Rubber Stationary Friction on Rough Surfaces*, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2007
- [74] LEGAL, A. ; KLÜPPEL, M.: Investigation and Modelling of Adhesion Friction on Rough Surfaces. In: *Kautschuk Gummi Kunststoffe* 59 (2006), Nr. 6, S. 308–315
- [75] LEGRAND, M. ; PIERRE, C. ; CARTRAUD, P.: Full 3D Strategies for Rotor-stator Contact Interaction in Turbomachinery. In: *The 12-th of International Symposium on Trans-*

- port Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Paper 2008-20133. Honolulu, 2008*
- [76] LEHNER, M. ; EBERHARD, P.: Modellreduktion in elastischen Mehrkörpersystemen. In: *Automatisierungstechnik* 54 (2006), Nr. 4, S. 170–177
- [77] LINDNER, M.: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Gummireibung an Profilklotzen und Dichtungen*. VDI Verlag, Fortschritt Berichte VDI, Reihe 11, Nr. 311, 2005
- [78] LINK, M.: *Finite Elemente in der Statik und Dynamik*. Stuttgart : Teubner Verlag, 1989
- [79] LION, A.: On the Large Deformation Behaviour of Reinforced Rubber at Different Temperatures. In: *J. Mech Phys. Solids* 45 (1997), Nr. 11-12, S. 1805–1837
- [80] LIU, F. ; SUTCLIFF, M. P. F. ; GRAHAM, W. R.: Modelling of Tread Block Contact Mechanics using Linear Viscoelastic Theory. In: *Tire Science and Technology* 36 (2008), Nr. 3, S. 211–226
- [81] LUPKER, H. ; CHELI, F. ; BRAGHIN, F. ; GELOSA, E. ; KECKMAN, A.: Numerical Prediction of Car Tire Wear. In: *Tire Science and Technology* 32 (2004), Nr. 3, S. 164–186
- [82] MAGNUS, K. ; POPP, K.: *Schwingungen*. Stuttgart : Teubner Verlag, 2002
- [83] MAUGIS, D.: Adhesion of Spheres: The JKR-DMT Transition Using a Dugdale Model. In: *Journal of Colloid and Interface Science* 150 (1992), Nr. 8, S. 243–269
- [84] MENG, H.-C.: *Wear Modelling: Evaluation and Categorization of Wear Models*, The University of Michigan, Diss., 1994
- [85] MOLDENHAUER, P. ; GÄBEL, G. ; KRÖGER, M.: Dynamic Effects of a Sliding Tread Block on Concrete Surfaces. In: *Proceedings XXII ICTAM*. Adelaide, 2008
- [86] MOLDENHAUER, P. ; GÄBEL, G. ; KRÖGER, M.: Modellierung reibungsselbsterregter Systeme am Beispiel eines Profilklotzes. In: *Proc. 7th Rubber Fall Colloquium, Hannover* (2006), S. 371–381
- [87] MOLDENHAUER, P. ; KRÖGER, M.: Vibrations of a Tyre Tread Block under Consideration of Local Wear. In: *Proc. 6th European Solid Mechanics Conference , Budapest* (2006), S. 1–2
- [88] MOLDENHAUER, P. ; KRÖGER, M.: Efficient Dynamic Modeling of Rolling Tyre Tread Blocks. In: HEINRICH, G. (Hrsg.) ; KALISKE, M. (Hrsg.) ; LION, A. (Hrsg.) ; REESE, S. (Hrsg.): *Constitutive Models for Rubber VI*. Leiden : Balkema, 2010, S. 125–130
- [89] MOLDENHAUER, P. ; KRÖGER, M.: Simulation and Experimental Investigations of the Dynamic Interaction Between Tyre Tread Block and Road. In: BESDO, D. (Hrsg.) ; HEIMANN, B. (Hrsg.) ; KLÜPPEL, M. (Hrsg.) ; KRÖGER, M. (Hrsg.) ; WRIGGERS, P. (Hrsg.) ; NACKENHORST, U. (Hrsg.): *Lecture Notes in Applied and Computational Me-*



- chanics Bd. 51, Elastomere Friction: Theory, Experiment and Simulation. Berlin : Springer Verlag, 2010, S. 161–195*
- [90] MOLDENHAUER, P. ; KRÖGER, M.: Efficient Calculation of Tread Block Vibrations. In: *PAMM Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics* 6 (2006), S. 317–318
- [91] MOLDENHAUER, P. ; LINDNER, M. ; KRÖGER, M. ; POPP, K.: Modelling of Hysteresis and Adhesion Friction of Rubber in Time Domain. In: AUSTRELL, P. (Hrsg.) ; KARI, L. (Hrsg.): *Constitutive Models for Rubber IV*. Leiden : Balkema, 2005, S. 515–520
- [92] MOLDENHAUER, P. ; RIPKA, S. ; GÄBEL, G. ; KRÖGER, M.: Tire Tread Block Dynamics: Investigating Sliding Friction. In: *Tire Technology International 2008, The Annual Review of Tire Materials and Tire Manufacturing Technology 2008*, S. 96–100
- [93] MOORE, D. F.: *The Friction and Lubrication of Elastomers*. Oxford : Pergamon Press, 1972
- [94] MULLINS, L.: Softening of Rubber by Deformation. In: *Rubber Chemistry and Technology* 42 (1969), S. 339–362
- [95] NACKENHORST, U.: *Rollkontaktdynamik - Numerische Analyse der Dynamik rollender Körper mit der Finite Elemente Methode*. Universität der Bundeswehr, Hamburg : Habilitationsschrift, 2000
- [96] NAKAJIMA, Y. ; TAKAHASHI, F. ; ABE, A.: Surface Shape Optimization of Tire Pattern by Optimality Criteria. In: *Tire Science and Technology* 31 (2003), Nr. 1, S. 2–18
- [97] NÄSER, B. ; KALISKE, M. ; ANDRE, M.: Durability Simulations of Elastomeric Structures. Leiden : Balkema, 2010. – sowie persönliche Korrespondenz., S. 45–50
- [98] NEUMANN, L. ; ULBRICH, H. ; PFEIFFER, F.: Optimierung der Dynamik einer CVT-Kette. Düsseldorf : VDI Verlag, VDI-Berichte 1917, 2005, S. 269–285
- [99] NICKELL, R. E.: Nonlinear Dynamics by Mode Superposition. In: *Computer Methods in Applied Acoustics Mechanics and Engineering* 7 (1976), S. 107–129
- [100] PACKHAM, D. E.: Surface Energy, Surface Topography and Adhesion. In: *International Journal of Adhesion and Adhesives* 23 (2003), Nr. 6, S. 437–448
- [101] PANNING, L.: *Auslegung von Reibelementen zur Schwingungsdämpfung von Turbinenschaufeln*. Düsseldorf : VDI Verlag, Fortschritt Berichte VDI, Reihe 11, Nr. 328, 2005
- [102] PAYNE, A. R.: The Dynamic Properties of Carbon Black-Loaded Natural Vulcanizates Part I. In: *Journal of Applied Polymer Science* 6 (1962), Nr. 19, S. 57–63
- [103] PERSSON, B. N. J. ; AHLBOHR, O. ; HEINRICH, G. ; UEBA, H.: Crack Propagation in Rubber-like Materials. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 17 (2005), S. R1071–R1142
- [104] PERSSON, B. N. J. ; ALBOHR, O. ; TARTAGLINO, U. ; TOSATTI, A. I. V.: On the nature of surface roughness with application to contact mechanics, sealing, rubber friction and adhesion. In: *Journal of Physics: Condensed Matter* 16 (2004), S. R1–R62

- [105] POPP, K. ; SCHIEHLEN, W.: *Fahrzeugdynamik: Eine Einführung in die Dynamik des Systems Fahrzeug-Fahrweg*. Stuttgart : Teubner Verlag, 1993
- [106] RADAJ, D. ; VORMWALD, M.: *Ermüdungsfestigkeit*. Berlin : Springer Verlag, 2007
- [107] REZNIKOVSKII, M. M. ; LAZAREVA, K. N.: In: *Soviet Rubber Technology* 22 (1963), Nr. 3, S. 16–33
- [108] RHEE, S. K.: Wear Equation for Polymers Sliding against Metal Surfaces. In: *Wear* 16 (1970), Nr. 6, S. 431–445
- [109] RIEGER, H.: *Experimentelle und theoretische Untersuchungen zur Gummireibung in einem großen Geschwindigkeits- und Temperaturbereich unter Berücksichtigung der Reibungswärme*, Technische Universität München, Diss., 1968
- [110] ROBERTS, A. D.: Rubber Adhesion at High Rolling Speeds. In: *Journal of Natural Rubber Research* 3 (1988), Nr. 4, S. 239–260
- [111] ROBERTS, A. D. ; THOMAS, A. G.: The Adhesion and Friction of Smooth Rubber Surfaces. In: *Wear* 33 (1975), Nr. 1, S. 45–64
- [112] SALIMBAHRAMI, S.: *Structure Preserving Order Reduction of Large Scale Second Order Models*, Technische Universität München, Diss., 2005
- [113] SCHALLAMACH, A.: Recent advances in knowledge of rubber friction and wear. In: *Rubber Chemistry and Technology* 41 (1968), Nr. 1, S. 209–244
- [114] SCHALLAMACH, A.: Gummiabrieb. In: *GAK Gummi Fasern Kunststoffe* 31 (1978), Nr. 7 und 9, S. 502–510 und 672–677
- [115] SCHIEHLEN, W. ; EBERHARD, P.: *Technische Dynamik*. Wiesbaden : Vieweg & Teubner Verlag, 2004
- [116] SCHLOTTMANN, D. ; SCHNEGAS, H.: *Auslegung von Konstruktionselementen*. Berlin : Springer Verlag, 2002
- [117] SCHMIDT, K.-J.: *Eigenschwingungsanalyse gekoppelter elastischer Strukturen*, Universität Hannover, Diss., 1981
- [118] SEDLAN, K.: *Viskoelastisches Materialverhalten von Elastomerwerkstoffen: Experimentelle Untersuchung und Modellbildung*, Universität Gesamthochschule Kassel, Diss., 2000
- [119] SEXTRO, W.: *Dynamical Contact Problems with Friction*. Berlin : Springer Verlag, 2007
- [120] SEXTRO, W. ; MOLDENHAUER, P. ; WANGENHEIM, M. ; LINDNER, M. ; KRÖGER, M.: Contact Behaviour of a Sliding Rubber Element. In: WRIGGERS, P. (Hrsg.) ; NACKENHORST, U. (Hrsg.): *Analysis and Simulation of Contact Problems* Bd. 27. Berlin : Springer Verlag, 2006, S. 243–252

- [121] SIEWERT, C. ; PANNING, L.: Abschlussbericht AG Turbo COOREFF-T: Verbundprojekt: CO<sub>2</sub>-Reduktion durch Effizienz, Vorhaben 4.3.2 B / Leibniz Universität Hannover, Institut für Dynamik und Schwingungen. 2008. – Forschungsbericht
- [122] SMITH, K. R. ; KENNEDY, R. H. ; KNISLEY, S. B.: Prediction of Tire Profile Wear by Steady-State FEM. In: *Tire Science and Technology* 36 (2008), Nr. 4, S. 290–303
- [123] SPIESS, H.: *Reduction Methods in Finite Element Analysis of Nonlinear Structural Dynamics*, Leibniz Universität Hannover, Diss., 2006
- [124] STALNAKER, D. ; TURNER, J. ; PAREKH, D. ; WHITTLE, B. ; NORTON, R.: Indoor Simulation of Tire Wear: Some Case Studies. In: *Tire Science and Technology* 24 (1996), Nr. 2, S. 94–118
- [125] TRIVISONNO, N.M. ; BEATTY, J.R. ; MILLER, R.F.: The Origin of Tire Squeal. In: *Kautschuk und Gummi, Kunststoffe* 20 (1967), Nr. 5, S. 278–288
- [126] VAINIKKA, J. ; PIRJOLA, H. ; PANU, P. ; JUHALA, M.: Mini-mu-Road and Lontra - Arctic Friction Measuring Devices in Laboratory and on Field and their Correlation. In: *Proc. Fisita World Automotive Congress, Barcelona, Spanien, 2004* und persönliche Kommunikation
- [127] VISWANATH, N. ; BELLOW, D. G.: Development of an equation for the wear of polymers. In: *Wear* 181-183 (1995), Nr. 1, S. 42–49
- [128] WALTERS, M. H.: Uneven Wear of Vehicle Tires. In: *Tire Science and Technology* 21 (1993), Nr. 4, S. 202–219
- [129] WESTERMANN, S. ; PETRY, F. ; BOES, R. ; THIELEN, G.: Experimental Investigations Into the Predictive Capabilities of Current Physical Rubber Friction Theories. In: *Kautschuk Gummi Kunststoffe* 56 (2004), Nr. 12, S. 645–650
- [130] WIES, B. ; DRÄHNE, E. ; ESSER, A.: Produktentwicklung im Zielkonflikt: Einflussparameter zur Optimierung von Bremsverhalten und Fahrstabilität. Düsseldorf : VDI Verlag, VDI-Berichte 1494, 1999, S. 53–75
- [131] WILLIAMS, M. L. ; LANDEL, R. F. ; FERRY, J. D.: The Temperature Dependence of Relaxation Mechanisms in Amorphous Polymers and Other Glass-forming Liquids. In: *Journal of the American Chemical Society* 77 (1955), S. 3701–3707
- [132] WINEMAN, A. S. ; RAJAGOPAL, K. R.: *Mechanical Response of Polymers*. Cambridge University Press, 2000
- [133] WRIGGERS, P.: *Computational Contact Mechanics*. Wiley Verlag, Juli 2002
- [134] XIE, C.: *Experimentelle Untersuchungen zur Interaktion zwischen Pkw-Reifen und Fahrbahn beim Bremsen*, Diss. Technische Universität Darmstadt, Diss., 2001
- [135] YEOH, O. H.: Some Forms of the Strain Energy Function for Rubber. In: *Rubber Chemistry and Technology* 66 (1993), Nr. 5, S. 754–771

- [136] ZHANG, S. ; BRISCOE, B. J. (Hrsg.): *Tribology and Interface Engineering Series*. Bd. 47: *Tribology of Elastomers*. Amsterdam : Elsevier, 2004
- [137] ZHENG, D.: Prediction of Tire Tread Wear with FEM Steady State Rolling Contact Simulation. In: *Tire Science and Technology* 31 (2003), Nr. 3, S. 189–202
- [138] ZIEGLER, P. ; EBERHARD, P. ; SCHWEIZER, B.: Impact Studies of Gears in Combustion Engines. In: EBERHARD, P. (Hrsg.): *IUTAM Symposium on Multiscale Problems in Multibody System Contacts*. Berlin, 2007