1966
Nr 3 (20)

INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI
WARSZAWA — MIEDZESZYN

PROBLEMY ŁĄCZNOŚCI

IŁ

M I N I S T E R S T W O Ł Ą C Z N O Ś C I

PROBLEMY ŁĄCZNOŚCI

ROK 6 WARSZAWA 1966 NR 3(20)

INSTYTUT ŁĄCZNOŚCI

Ośrodek Informacji Techniczno-Ekonomicznej

Adres Redakcji:
Instytut Łączności
Ośrodek
Informacji Techniczno-Ekonomicznej
Warszawa-Miedzeszyn, ul. Szachowa 1

Redaktor: J. Borkowska Montaż tekstu: B. Drabik

Dział Wydawniczy Instytutu Łączności
Format B5. Nakład 710. Druk ukończono
w marcu 1967 r.

P R O B L E M Y   Ł Ą C Z N O Ś C I

SPIS TREŚCI

Str.

Jan Pietrzak

WPROWADZENIE W ZAGADNIENIA NIEZAWODNOŚCI

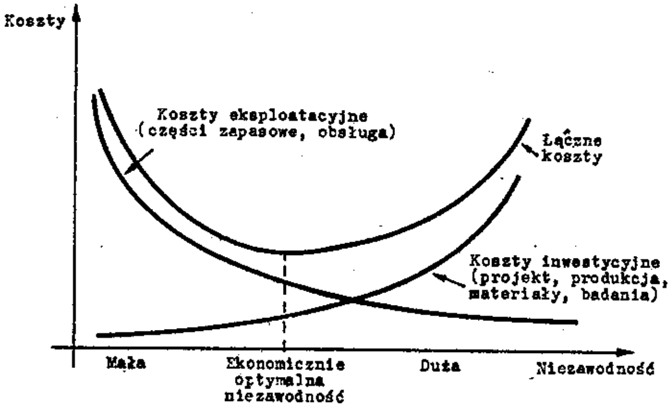
1. OGÓLNA CHARAKTERYSTYKA ZAGADNIEŃ NIEZAWODNOŚCI

W obecnym stadium rozwoju techniki zagadnienie niezawodności jest szczególnie aktualne. Po wielkiej rewolucji technicznej, jaką była na przełomie XIX i XX wieku mechanizacja, obecnie jesteśmy w okresie równie przełomowych przemian technicznych, wynikających z automatyzacji i szybkiego postępu technicznego. Z procesem automatyzacji wiąże się bezpośrednio szerokie stosowanie elektroniki, początkowo opartej na lampach próżniowych, a od lat pięćdziesiątych na półprzewodnikach. Coraz powszechniej spotykane są urządzenia, maszyny w różnych dziedzinach życia społecznego - przemyśle, technice wojskowej, nauce, a nawet środkach masowego użycia, które posiadają setki i tysiące różnych elementów elektronicznych. Zwłaszcza w technice wojskowej, przodującej w rozwoju technicznym, zjawisko to jest bardzo widoczne. Działanie wszelkich typów sterowanych rakiet, systemów detekcji i zwalczania rakiet, samolotów i łodzi podwodnych, systemów łączności, zależy od niezwykle złożonych układów elektronicznych. Już doświadczenia ostatniej wojny światowej dowiodły, mimo znacznie prostszych układów elektronicznych stosowanych wówczas, że bez rozwiązania zagadnień niezawodności nie może być mowy o sprawnym działaniu sprzętu. Znane są fakty, że około 60% lotniczego sprzętu elektronicznego ulegało uszkodzeniom w czasie transportu ze Stanów Zjednoczonych na Daleki Wschód, a w 1949, jak podają źródła oficjalne, około 70% sprzętu elektronicznego marynarki amerykańskiej stało w naprawie, zaś aparatura radiolokacyjna po oddaniu jej do eksploatacji nie nadawała się do pracy w ciągu 84% czasu przeznaczonego na eksploatację. Taki katastrofalny stan sprawności i efektywności urządzeń stał się przyczyną stymulującą rozwój nowej dziedziny nauki - teorii niezawodności, która wykształciła się w oddzielną dyscyplinę w pierwszych latach pięćdziesiątych.

Niezawodność traktowana jako pewność działania była znana i uwzględniana już od dawna. Znane od dawna współczynniki bezpieczeństwa w konstrukcjach mechanicznych i budowlanych stanowią zalążki analizy niezawodności konstrukcji. Jednak dopiero zasady i metody analizy opracowane w teorii niezawodności umożliwiły jednoznaczną i pełną ilościową ocenę niezawodności badanych obiektów. Niezawodność jest obecnie traktowana zarówno przez naukowców, jak i specjalistów technicznych i gospodarczych jako podstawowy problem. W miarę coraz szerszego wprowadzania elektroniki i złożonych urządzeń do przemysłu w związku z automatyzacją urządzeń i procesów technologicznych oraz koniecznością przetwarzania informacji i danych statystycznych za pomocą maszyn cyfrowych, a również m. in. do urządzeń łączności, w wyniku dążenia do coraz to lepszych parametrów i doskonalszych środków łączności, wymagania odnośnie poziomu niezawodności z roku na rok wzrastają. Wynika to z coraz większego znaczenia prawidłowo wykonywanych funkcji przez urządzenia, wielkiego znaczenia strat z powodu niewykonywania tych funkcji wskutek uszkodzeń oraz coraz większej złożoności urządzeń. Dobrą ilustracją tego stanu rzeczy jest pamiętna awaria systemu energetycznego na wschodnim wybrzeżu USA. Zwykle wartość strat w wyniku przerw w pracy urządzenia przewyższa wielokrotnie wartość produkcji wytworzonej w tym samym czasie przez to urządzenie.

Chociaż niezawodność dotyczy wszystkich rodzajów wyposażenia, niezawodność układów elektronicznych stanowi najpoważniejszy problem, ponieważ elementy elektroniczne są bardzo wrażliwe na zmiany warunków pracy. Zwiększenie niezawodności złożonych układów elektronicznych stało się postulatem wypływającym nie tylko z pobudek ekonomicznych, lecz również ze względu na umożliwienie dalszego postępu techniki - budowy coraz doskonalszych i coraz bardziej złożonych urządzeń. Istota problemu niezawodności polega na tym, że trzeba budować urządzenia o dużej niezawodności z elementów o stosunkowo małej niezawodności.

Z dotychczasowych rozważań można by wnioskować, że celem prac nad zagadnieniami niezawodności jest osiągnięcie największego poziomu niezawodności sprzętu elektronicznego. Na ogół jednak chodzi raczej o uzyskanie pewnej niezawodności, nie koniecznie największej, takiej aby koszt zwiększenia niezawodności nie był większy od zysku, który można osiągnąć przez zwiększenie niezawodności. Zależność między kosztami a niezawodnością ilustruje rys. 1.



Rys. 1. Zależność między kosztami a niezawodnością

Nakłady inwestycyjne na zwiększenie niezawodności rosną bardzo szybko w zakresie wysokich poziomów niezawodności, natomiast w zakresie małych niezawodności bardzo duże są wydatki na eksploatację. Pod względem ekonomicznym istnieje więc wyraźna optymalna niezawodność urządzenia, przy czym inna będzie z punktu widzenia wytwórcy, inna z punktu widzenia użytkownika, jeszcze inna z ogólnego punktu widzenia. Oczywiste jest, że ustalenie optymalnej niezawodności wymaga oddzielnej analizy dla każdego obiektu. Czasami może być postawione zadanie uzyskania nie optymalnej ekonomicznie niezawodności, lecz największej niezawodności przy z góry określonych wydatkach na ten cel lub danej niezawodności najmniejszym nakładem kosztów.

W obecnym stadium niezawodność złożonych układów i systemów należy maksymalnie podnosić, gdyż wynikowe koszty eksploatacji coraz bardziej przewyższają początkowe koszty nakładów inwestycyjnych. Analiza zrealizowanych projektów amerykańskich rakiet Minute-Man, Polaris i Nike-Zeus wyraźnie wykazuje celowość zwiększania i tak już dużych nakładów na niezawodność. Utarło się powszechnie powiedzenie "płać teraz, oszczędzaj później" (pay now, save later).

Niezawodność wywiera ogromny wpływ na nowoczesną technologię; obejmuje szereg złożonych zagadnień z dziedziny: fizyki - zwłaszcza fizyki ciała stałego, matematycznej analizy, teorii struktur, materiałoznawstwa, ekonomii oraz technicznej psychofizjologii człowieka (zagadnienia antropotechniczne). Ogólnie można ją streścić w sposób następujący. Jest to:

1) poszukiwanie metod pozwalających na ścisłe wyznaczenie prawdopodobieństwa, że dane urządzenie, znajdujące się w określonych warunkach pracy (lub magazynowania czy transportowania) i otoczenia, będzie prawidłowo spełniało wymagane czynności przez określony czas,

2) poszukiwanie najlepszej struktury układowej urządzenia ze względu na niezawodność,

3) dobór odpowiednich elementów i materiałów,

4) organizowanie systemu obsługi eksploatacyjnej, zapewniającej najlepsze funkcjonowanie urządzenia,

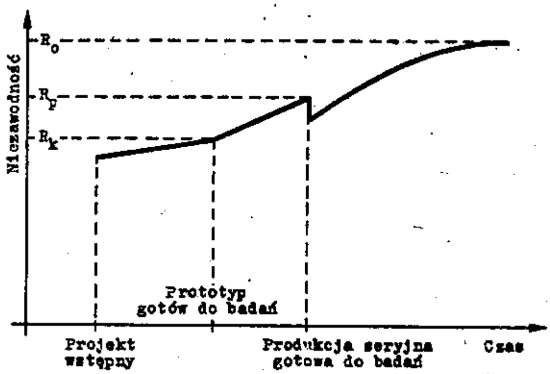
5) analizowanie wpływu zwiększenia niezawodności na parametry techniczne, zagadnienia ekonomiczne i optymalnej efektywności urządzenia.

Problematykę niezawodności można sklasyfikować w sposób następujący:

Zagadnienia / Faza wytwarzania	Fizyko-chemiczne	Matematyczne	Ekonomiczne	Antropotechniczne
Projektowo-konstrukcyjna	X	X	X	X
Produkcji	X	X	X	X
Eksploatacji	X	X	X	X

Technika niezawodności polega na ocenie a priori (przepowiadaniu) kontroli, pomiarach, rejestracji i analizie intensywności uszkodzeń i zjawisk związanych z uszkodzeniami. Program badań niezawodności jest wykonywany przez trzy podstawowe grupy specjalistów: personel biur projektowych i produkcyjny, pracujący nad wytwarzaniem niezawodnego urządzenia, grupę specjalistów zagadnień niezawodnościowych, wspierających pierwszą grupę przez prace badawcze, projektowe, analityczne i opracowania odpowiednich wymagań techniczno-eksploatacyjnych oraz grup eksploatacji i rejestracji danych. Generalnie można powiedzieć, że niezawodność jest sprawą wszystkich ludzi uczestniczących w procesie produkcji i eksploatacji, a osiągnięta niezawodność urządzenia jest wynikiem pracy wszystkich wspomnianych wyżej grup. W praktyce spotyka się taką krzywą wzrostu niezawodności w procesie wytwarzania (rys. 2).

Jak z powyższych rozważań wynika, pojęcie niezawodności obejmuje bardzo szeroki przekrój zagadnień i wymaga



Rys. 2. Typowy przebieg krzywej wzrostu niezawodności R_k - niezawodność konstrukcji, R_p - niezawodność prototypu, R_o - niezawodność operacyjna urządzenia

prowadzenia prac w bardzo szerokim zakresie, poczynając od prac teoretycznych poprzez badania eksperymentalne aż do zagadnień produkcji i badań eksploatacyjnych. W celu koordynacji prac tworzone są specjalne, bardzo rozbudowane organy [1,5].

2. PODSTAWOWE DEFINICJE I POJĘCIA

Niezawodność dowolnego obiektu jest cechą określającą pewność wykonania przez obiekt wymaganego od niego zadania w określonych warunkach wymuszających; ilościowo niezawodność obiektu $R(t)$ jest prawdopodobieństwem, że w danym zespole warunków pracy i otoczenia (względnie magazynowania lub transportu) dany obiekt będzie przez określony czas prawidłowo spełniał wymagane czynności (to jest, gdy charakterystyczne parametry nie przekraczają dopuszczalnych granic). Zgodnie z praktyką niezawodność $R(t)$ jest funkcją czasu t, zwykle malejącą ze wzrostem t.

Ogólnie biorąc niezawodność zależy od dwóch zasadniczych cech obiektu - zdolności do pracy bez uszkodzeń i zdolności do renowacji.

Zdolność do pracy bez uszkodzeń (bezawaryjność) obiektu określa pewność trwania poprawnej pracy obiektu w funkcji czasu w określonych warunkach eksploatacji; miarą jej jest prawdopodobieństwo pracy bez uszkodzeń określone odpowiednimi charakterystykami i parametrami.

Zdolność do renowacji jest właściwością obiektu charakteryzującą szybkość lokalizacji uszkodzeń i łatwość ich naprawy; miarą jest czas lokalizacji i naprawy, z uwzględnieniem środków i warunków w czasie naprawy, traktowany jako zmienna losowa mająca pewien rozkład prawdopodobieństwa, wartość oczekiwaną i inne parametry charakterystyczne.

Pod pojęciem czynnik wymuszający rozumiemy dowolny czynnik wpływający na zmianę własności danego obiektu. Zespół czynników wymuszających jest częścią zbioru czynników wymuszających, działających na obiekt i oznaczony jest zwykle przez $\mathcal{X}$. Czynnikami wymuszającymi mogą być czynniki mechaniczne, klimatyczne, elektryczne itp.

Zespołem wymagań Ω nazywa się zespół wymagań określonych dla poszczególnych cech mierzalnych i szacowanych danego typu obiektów, których spełnienie zapewnia poprawną pracę tych obiektów w określonym ich zastosowaniu, przy oddziaływaniu danego zespołu czynników wymuszających.

Zbiorem wyników badań ω nazywa się zbiór wyników badania poszczególnych cech mierzalnych i niemierzalnych danego obiektu w danym zespole czynników wymuszających.

Zbiór wyników badań w chwili t oznacza się przez ω_t.

Uszkodzeniem obiektu nazywa się zdarzenie utraty zupełnej lub częściowej zdolności do pracy, to znaczy, że co najmniej jedna z jego cech przestała spełniać stawiane wymagania. Klasyfikacja uszkodzeń jest przeprowadzona w tabl. 1 (str. 10).

Stabilność niezawodności jest to własność utrzymania niezawodności w czasie w danych warunkach pracy, magazynowania lub transportu.

Gotowość do pracy - stan obiektu, w którym wszystkie jego parametry w danym czasie spełniają wymagania Ω.

Rezerwowanie (redundancja) - metoda podnoszenia niezawodności obiektów przez stosowanie rezerwacji. Rozróżnia się rezerwowanie gorące, w którym rezerwowe obiekty stale są włączone i znajdują się w jednakowych warunkach, jak obiekt rezerwowany, rezerwowanie chłodne, kiedy rezerwowe obiekty są nieobciążone, oraz rezerwę częściowo gorącą, gdy rezerwowe obiekty są częściowo obciążone.

Krotność rezerwowania jest wartością stosunku liczby rezerwowych obiektów do liczby podstawowych (pracujących) obiektów.

Obiekt naprawialny - obiekt, który po uszkodzeniu może być naprawiony i ponownie pracować.

Obiekt nienaprawialny (element) jest to taki obiekt, który po uszkodzeniu jest bezpowrotnie usuwany.

Połączenie szeregowe obiektów (pod względem niezawodności) jest to taki układ, w którym warunkiem uszkodzenia układu jest uszkodzenie dowolnego obiektu.

T a b l i c a 1

Klasyfikacja uszkodzeń

Podział ze względu na:	Charakter uszkodzenia	Przyczyny uszkodzenia
1	2	3
Charakter pojawienia się uszkodzeń	Nagły	W wyniku skokowej, przypadkowej zmiany jednego lub wielu parametrów obiektu poza dopuszczalne granice
	Stopniowy	W wyniku stopniowych zmian jednego lub kilku parametrów poza dopuszczalne granice na przykład z powodu starzenia materiałów lub zużycia
Związek z innymi uszkodzeniami	Niezależny	Przyczyny nie powodowane działaniem innego uszkodzenia
	Zależny	Pod wpływem innego uszkodzenia
Możliwość dalszego użytkowania obiektu po uszkodzeniu	Zupełny	Do momentu naprawy uszkodzenia obiektu nie jest możliwa jego jakakolwiek eksploatacja
	Częściowy	Obiekt może częściowo pracować

c.d. tabl. 1

1	2	3
Sposób usunięcia uszkodzenia	Trwały	Uszkodzenie jest usuwane przez naprawę
	Zanikający	Uszkodzenie nie wymaga napraw
	Przejściowy	Uszkodzenie trwające krótko w porównaniu do czasu pracy bez uszkodzenia
	Przemijający	Składające się z szeregu przejściowych uszkodzeń następujących szybko po sobie
Objawy zewnętrzne	Jawny	Przyczyny dowolne, objawy łatwe do zaobserwowania
	Ukryty	Uszkodzenia trudno wykrywalne
Przyczyny powstania	Konstrukcyjny	Pomyłka konstrukcyjna lub niewłaściwe założenia
	Technologiczny	Braki technologii lub przekroczenie reżimu technologicznego
	Eksploatacyjny	Zewnętrzne warunki wymuszające przekraczające normalne warunki

c,d, tabl. 1.

1	2	3
Czas powstawania uszkodzenia	W czasie badań	
	W okresie docierania	
	W normalnej eksploatacji	
	W okresie starzenia	
Skutki uszkodzeń	Nieznaczne straty	Nieznaczne straty nie przekraczające kosztów naprawy względnie wymiany uszkodzonego obiektu
	Znaczne straty	
	Poważna awaria	

Połączenie równoległe obiektów (pod względem niezawodności) - taki układ, w którym warunkiem uszkodzenia jest uszkodzenie się wszystkich obiektów.

Czasem życia (trwałością) obiektu nienaprawialnego nazywa się czas, w przeciągu którego, przy oddziaływaniu danego zespołu czynników wymuszających, dany obiekt spełnia stawiane mu wymagania. Czas życia jest zmienną losową, mogącą przyjmować wartości rzeczywiste z przedziału $(0, \infty)$. Wartość oczekiwana czasu życia obiektu nienaprawialnego określa jego trwałość przeciętną.

Czasem życia między uszkodzeniami obiektu naprawialnego nazywa się czas, w przeciągu którego, przy oddziaływaniu danego zespołu czynników wymuszających, dany obiekt spełnia stawiane mu wymagania. Jest to zmienna losowa, której wartość oczekiwana stanowi średni czas życia między uszkodzeniami. Trwałość obiektu naprawialnego (średni czas eksploatacji) zwykle jest wielokrotnie większa od średniego czasu między uszkodzeniami.

Częstość uszkodzeń jest własnością badanego zbioru obiektów w danych warunkach wymuszających, której miarą jest stosunek liczby obiektów wadliwych $m(t)$ do liczby badanych obiektów n_o

$$h(t) = \frac{m(t)}{n_o}$$

gdzie n_o - początkowa liczba badanych obiektów.

Intensywność uszkodzeń $\lambda(t)$ jest własnością badanego zbioru obiektów, w danych warunkach wymuszających w danej chwili, której miarą jest stosunek funkcji gęstości czasu poprawnej pracy do prawdopodobieństwa pracy bez uszkodzeń w tej chwili. Statystycznie określa się jako stosunek liczby uszkodzonych obiektów w danym odcinku czasowym do iloczynu liczby poprawnie działających obiektów na początku tego odcinka czasowego i długości tego odcinka czasu

$$\lambda(t) = \frac{\Delta m}{(n_o - m)\,\Delta t}$$

gdzie

Δm – liczba uszkodzonych obiektów w przedziale Δt,

$(n_o - m)$ – liczba sprawnych obiektów na początku przedziału Δt.

Pojęcie niezawodności rozumiane jak wyżej wiąże się bezpośrednio z tym, co potocznie nazywamy jakością obiektu, gdyż wszystkie istotne parametry jakości determinują poprawne działanie obiektu. Pojęcia niezawodności i jakości są często w praktyce niedostatecznie rozgraniczane, a nawet mylnie interpretowane, dlatego warto je w tym miejscu wyjaśnić. Niezawodność jest zbiorem informacji określających cechy użytkowe danego obiektu, to jest wszystkie istotne parametry jakości determinujące efektywność działania i ich zachowanie się w czasie (określone przez prawdopodobieństwo R(t), że te parametry obiektu nie wyjdą poza dopuszczalne granice). Jest to bardzo bogaty zbiór informacji dający probabilistyczny opis obiektu w przeciągu całego jego życia (trwałości).

Jakość obiektu w wąskim sensie jest znacznie uboższym zbiorem informacji, gdyż podaje tylko parametry obiektu w określonej chwili. W tym zbiorze mogą jednak znajdować się dodatkowe informacje, nie rozpatrywane przy pojęciu niezawodności, a mianowicie parametry określające estetykę wykonania, gabaryty itp.

Rozpatrzmy najpierw zagadnienie niezawodności obiektu nienaprawialnego (jednokrotnego działania). W tym celu oznaczymy przez $\mathcal{H}$ warunki pracy rozpatrywanego obiektu oraz przez $\Omega(\mathcal{H})$ zbiór wymagań na poszczególne parametry obiektu, których spełnienie jest warunkiem koniecznym i dostatecznym jego poprawnego funkcjonowania. Zbiór realizacji w chwili τ poszczególnych parametrów obiektu w danych warunkach pracy $\mathcal{H}$ oznaczmy natomiast przez $\omega_\tau(\mathcal{H})$.

Poprawne funkcjonowanie obiektu zachodzi, jeśli

$$\omega_\tau(\mathcal{H}) \subset \Omega(\mathcal{H})$$

Stan tego obiektu w chwili τ i w warunkach $\mathcal{H}$ oznaczony przez $S_\tau(\mathcal{H})$ może przyjmować tylko dwie wartości:

$$S_\tau(\mathcal{H}) = \begin{cases} S & \text{gdy } \omega_\tau(\mathcal{H}) \subset \Omega(\mathcal{H}) \text{ - obiekt jest w stanie poprawnego funkcjonowania} \\ \bar{S} & \text{gdy } \omega_\tau(\mathcal{H}) \not\subset \Omega(\mathcal{H}) \text{ - obiekt jest w stanie niesprawności} \end{cases}$$

Miarą niezawodności obiektu nienaprawialnego w chwili t jest prawdopodobieństwo

$$R(0,t) = P\left[S_\tau(\varkappa) = S; \quad 0 \leq \tau \leq t\right]$$

zapisując inaczej

$$R(0,t) = R_o \cdot R(t)$$

gdzie

$$R_o = P\left[S_o(\varkappa) = S; \quad \tau = 0\right]$$

$$R(t) = P\left[S_\tau(\varkappa) = S; \quad 0 < \tau \leq t \;\middle|\; S_o(\varkappa) = S\right]$$

Prawdopodobieństwo R_o jest niezawodnością początkową, wyrażającą niezawodność obiektu w chwili $\tau = 0$. Natomiast $R(t)$ jest to prawdopodobieństwo warunkowe, nazywane funkcją niezawodności, wyrażającą wpływ czasu na niezawodność danego obiektu. $R(t)$ może być dowolną nie rosnącą funkcją czasu.

Jeżeli badaniom poddawane są tylko obiekty sprawne w chwili $\tau = 0$, wówczas $R_o = 1$, i niezawodność obiektu jest jednoznacznie określana przez funkcję niezawodności $R(t)$, która zwykle jest nazywana po prosu niezawodnością

$$R(0,t) = R(t) \;, \quad \text{gdy } R_o = 1.$$

Przejście ze stanu S do stanu $\bar{S}$ nazywa się uszkodzeniem obiektu, które będziemy uważali za zdarzenie nieodwracalne i wobec czego obiekt będziemy uznawać za uszkodzony po pierwszym przejściu ze stanu S do stanu $\bar{S}$.

Oznaczając zdarzenie niewystąpienia uszkodzenia w przedziale $(0,t)$ przez $A(0,t)$, a zdarzenie przeciwne, to jest wystąpienie uszkodzenia w przedziale $(0,t)$ przez $\bar{A}(0,t)$, otrzymuje się, że

$$R(t) = P\left\{A(0,t]\right\} = 1 - P\left\{\bar{A}(0,t]\right\}$$

Prawdopodobieństwo wystąpienia uszkodzenia w jednostce czasu nazywa się intensywnością uszkodzeń i oznacza się przez λ. Funkcja intensywności uszkodzeń obiektu $\lambda(t)$ opisuje zależność intensywności uszkodzeń od czasu, przy czym w przedziale $(t, t + \Delta t]$ $\lambda(t)$ definiuje się jako

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{1 - P\left\{A(t,t+\Delta t]\right\}}{\Delta t}$$

Ponieważ uszkodzenia w rozłączonych przedziałach czasu są niezależne, więc

$$P\left\{A(t,t+\Delta t]\right\} = \frac{P\left\{A(0,t+\Delta t]\right\}}{P\left\{A(0,t]\right\}} = \frac{R(t+\Delta t)}{R(t)}$$

i podstawiając to wyrażenie do wzoru na $\lambda(t)$ otrzymamy

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{d\,R(t)}{dt} = -\frac{d\ln R(t)}{dt}$$

stąd po rozwiązaniu otrzymuje się podstawowy wzór w teorii niezawodności, zwany wzorem Wiener'a

$$R(t) = R(t_o)\exp\left[-\int_{t_o}^{t} \lambda(t)\,dt\right]$$

Czasem życia obiektu jednokrotnego działania w danych warunkach nazywa się czas jego poprawnej pracy do momentu uszkodzenia. Czas życia jest zmienną losową, gdyż dla poszczególnych obiektów przyjmuje on różne wartości, zależne od przypadku (wielu trudnych do określenia czynników). Oznaczając czas życia przez T, otrzymuje się zależność

$$R(t) = P\left[T > t;\ \mathscr{H}\right] = 1 - F(t),$$

przy czym F(t) jest to dystrybuanta zmiennej losowej T.

Intensywność uszkodzeń można zatem przedstawić również w postaci

$$\lambda(t) = -\frac{1}{R(t)} \cdot \frac{d\,R(t)}{dt} = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{f(t)}{1-F(t)},$$

gdzie f(t) jest funkcją gęstości zmiennej losowej T.

Trwałość obiektów $T_{śr}$ danego rodzaju jest wartością oczekiwaną

$$T_{śr} = ET = \int_0^{\infty} t\ f(t)\,dt = \int_0^{\infty} t\ dF(t), \quad \text{dla } t < 0 \quad f(t) = 0,$$

którą po przekształceniach można wyrazić zależnością

$$T_{śr} = \int_{0}^{\infty} R(t)\,dt$$

Niezawodność obiektów nienaprawialnych charakteryzują więc:

a) prawdopodobieństwo poprawnej pracy $R(t)$,

b) funkcja intensywności uszkodzeń $\lambda(t)$,

c) średnia trwałość $T_{śr}$.

Gdy obiekt jest naprawialny (wielokrotnego działania), wtedy niezawodność jest określana zdolnością obiektu do pracy bez uszkodzeń oraz zdolnością (podatnością) do renowacji obiektu, ujmującą takie cechy, jak wykrywalność i usuwalność uszkodzeń. Charakterystycznymi zmiennymi losowymi obiektów naprawialnych są czas między uszkodzeniami i czas naprawy.

Miarą niezawodności obiektów naprawialnych jest gotowość operacyjna $K_g(t)$, wyrażająca prawdopodobieństwo, że obiekt w chwili t jest zdolny do pracy. Zwykle zamiast gotowością operacyjną $K_g(t)$ operuje się współczynnikiem gotowości operacyjnej

$$K_g = \frac{T_{śr}}{T_{śr} + T_n}$$

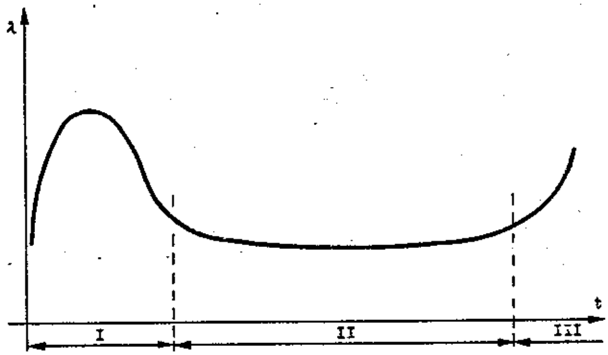
gdzie

$T_{śr}$ – wartość oczekiwana czasu pracy między uszkodzeniami,

T_n – wartość oczekiwana czasu naprawy.

Zagadnienie niezawodności złożonych systemów jest dotychczas w teorii niezawodności mało rozwinięte.

Pod terminem system, rozumiemy układ złożony z urządzeń o pracy ciągłej lub nieciągłej, wykonywujący określoną czynność, zadanie. Typowym przykładem złożonego systemu jest centrala telefoniczna, której zadaniem jest tworzenie połączeń między abonentami. Ogólnie można stwierdzić, że jako miarę niezawodności złożonych systemów przyjmuje się efektywność operacyjną, która może wyrażać się wartością konkretnej liczby mianowanej, przedstawiającą efektywność danego systemu.



Rys. 3. Typowy przebieg funkcji intensywności uszkodzeń

Pojawiające się uszkodzenia w obiekcie tworzą strumień uszkodzeń charakteryzowany funkcją intensywności uszkodzeń $\lambda(t)$. Najbardziej typowy przebieg funkcji intensywności jest przedstawiony na rys. 3.

W pierwszym okresie (I), nazywany okresem docierania, uszkodzeniom ulegają najsłabsze elementy oraz występują uszkodzenia wskutek wadliwej produkcji bądź montażu. Charakter występowania tych uszkodzeń z zasady jest nagły i przypadkowy. Średni czas okresu docierania waha się w granicach od kilkunastu do kilkuset godzin pracy, zależnie od rodzaju obiektu. W drugim okresie (II), nazywanym okresem normalnej pracy, intensywność uszkodzeń jest w przybliżeniu stała i średnio najmniejsza. Uszkodzenia mają charakter przypadkowy. Trzeci okres (III), nazywamy okresem starzenia, charakteryzuje wzrost intensywności uszkodzeń z upływem czasu wskutek postępujących zjawisk starzenia i zużywania; uszkodzenia w tym okresie mają charakter stopniowy, powolny.

Należy jednak zwrócić uwagę, że przebieg $\lambda(t)$ nie zawsze ma taką postać i zwłaszcza w przypadku złożonych obiektów często przyjmuje inną postać.

Do określenia niezawodności w zwartej formie matematycznej wykorzystywane są w teorii niezawodności różne postacie teoretycznych rozkładów, znanych z teorii rachunku prawdopodobieństwa. Do najczęściej stosowanych teoretycznych rozkładów dla czasu pracy bez uszkodzeń należą:

1. Rozkład wykładniczy $W(\lambda)$, $\lambda > 0$

   Funkcja intensywności uszkodzeń $\lambda = \text{const}$

   Funkcja gęstości

$$f(t) = \lambda \exp\left[-\lambda t\right], \quad t \geqslant 0$$

$$f(t) = 0 \qquad\qquad\quad, \quad t < 0$$

   Niezawodność

$$R(t) = \exp\left[-\lambda t\right]$$

2. Rozkład normalny (Gaussa) $N(m, \sigma)$ $m, \sigma \geqslant 0$

Funkcja intensywności uszkodzeń

$$\lambda(t) = \frac{\frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left(-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right)}{\frac{1}{2} - \phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)}$$

Funkcja gęstości

$$f(t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\,\sigma} \exp\left(-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}\right) \qquad , t \geqslant 0$$

$$f(t) = 0 \qquad , t < 0$$

Niezawodność

$$R(t) = \frac{1}{2} - \phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)$$

gdzie

$\phi\left(\frac{t-m}{\sigma}\right)$ jest całką Laplace'a

3. Rozkład Rayleigha $R(\sigma)$, $\sigma > 0$

Funkcja intensywności uszkodzeń $\lambda(t) = \frac{t}{\sigma^2}$

Funkcja gęstości

$$f(t) = \frac{t}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right) \qquad , t \geqslant 0$$

$$f(t) = 0 \qquad , t < 0$$

Niezawodność

$$R(t) = \exp\left(-\frac{t^2}{2\sigma^2}\right)$$

4. Rozkład Weibulla $Wb\ (a, b)$; $a > 0$, $b \geqslant 0$

Funkcja intensywności uszkodzeń $\lambda(t) = \frac{a}{b}\, t^{a-1}$

Funkcja gęstości $f(t) = \frac{a}{b} t^{a-1} \exp\left(-\frac{t^a}{b}\right), \quad t \geq 0$

$$f(t) = 0 \quad , \quad t < 0$$

Niezawodność $R(t) = \exp\left(-\frac{t^a}{b}\right)$

5. Rozkład gamma $\Gamma(a, b)$

Funkcja gęstości

$$f(t) = \frac{b^{-a}}{\Gamma(a)} t^{a-1} \exp\left(-\frac{1}{b} t\right), \quad t \geq 0$$

$$f(t) \quad 0 \quad , \quad t < 0$$

Niezawodność

$$R(t) = 1 - F(t)$$

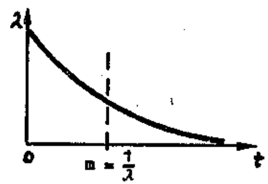
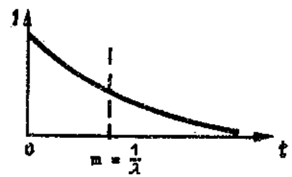
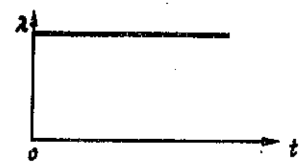
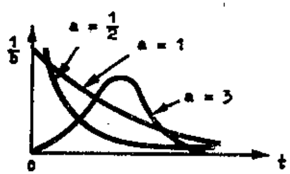
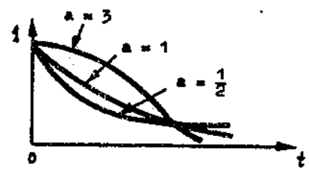
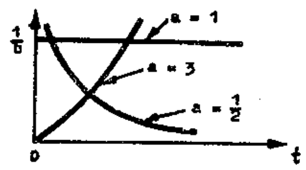
Najprostszy i najwygodniejszy do obliczeń niezawodności jest rozkład wykładniczy trwałości, którego nie można jednak nadużywać w praktyce przez zakładanie z góry, bez dowodu, wykładniczego rozkładu trwałości, gdyż nieuzasadnione jego stosowanie prowadzi do poważnych błędów.

Poza wspomnianą metodą opisu niezawodności za pomocą postaci funkcyjnej rozkładu trwałości obiektu istnieją metody nieparametryczne, na podstawie których można jednakże wnioskować tylko o wartości chwilowej niezawodności, a nie o przebiegu funkcji $R(t)$. Metodami nieparametrycznymi uzyskuje się mniej wiadomości i danych, ale zaletami ich są prostota badań i niewielki zasób koniecznych informacji o próbce losowej.

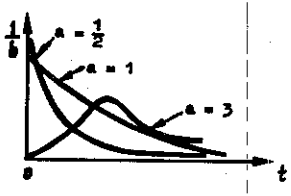
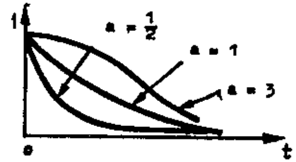
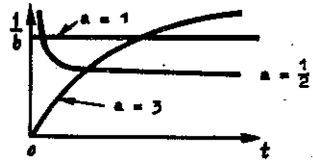
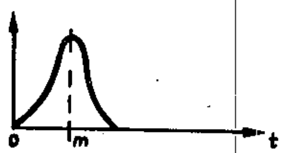
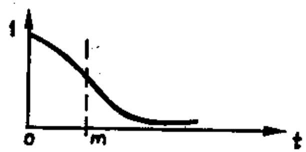
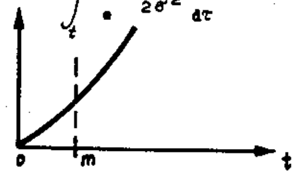
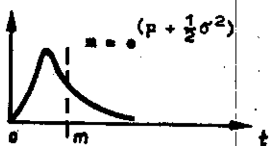
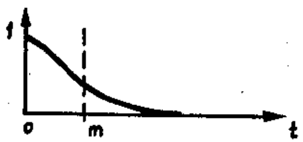
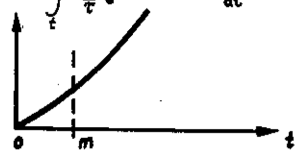
Jednym z ważniejszych zagadnień praktycznych jest obliczanie niezawodności układu. W przypadku prostych u-

Tablica 2

Typowe funkcje charakterystyczne niezawodności

Typ rozkładu	Funkcja gęstości uszkodzeń $f(t)$	Funkcja niezawodności $R(t)$	Funkcja intensywności uszkodzeń $\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)}$
1	2	3	4
Wykładniczy	$\lambda e^{-\lambda t}$ 	$e^{-\lambda t}$ 	λ 
Weibulla	$\frac{a}{b} t^{a-1} e^{-\frac{1}{b}t^{a}}$ 	$e^{-\frac{1}{b}t^{a}}$ 	$\frac{a}{b} t^{a-1}$ 

(d.c.tabl.2)

1	2	3	4
Gamma	$\frac{1}{(a-1)!\,b}\left(\frac{t}{b}\right)^{a-1} e^{-\frac{t}{b}}$ 	$\frac{1}{(a-1)!\,b^a}\int_t^\infty \tau^{a-1} e^{-\frac{\tau}{b}}\,d\tau$ 	$\frac{t^{a-1} e^{-\frac{t}{b}}}{\int_t^\infty \tau^{a-1} e^{-\frac{\tau}{b}}\,d\tau}$ 
Normalny	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}$ 	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_t^\infty e^{-\frac{(\tau-m)^2}{2\sigma^2}}\,d\tau$ 	$\frac{e^{-\frac{(t-m)^2}{2\sigma^2}}}{\int_t^\infty e^{-\frac{(\tau-m)^2}{2\sigma^2}}\,d\tau}$ 
Logarytmo-normalny	$\frac{1}{\sigma t\sqrt{2\pi}}\, e^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ $m = e^{(\mu+\frac{1}{2}\sigma^2)}$ 	$\frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}}\int_t^\infty \frac{1}{\tau}\, e^{-\frac{(\ln\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,d\tau$ 	$\frac{\frac{1}{t}\, e^{-\frac{(\ln t-\mu)^2}{2\sigma^2}}}{\int_t^\infty \frac{1}{\tau}\, e^{-\frac{(\ln\tau-\mu)^2}{2\sigma^2}}\,d\tau}$ 

kładów bez rezerwacji, gdy uszkodzenia elementów są niezależne i uszkodzenie dowolnego elementu powoduje całkowite uszkodzenie układu, wtedy niezawodność układu wyraża się zależnością

$$R(t) = \prod_{i=1}^{n} R_i(t) = \exp\left(-\sum_{i=1}^{n} \int_0^t \lambda_i(t)\,dt\right)$$

w której

$R(t)$ – niezawodność układu,

$R_i(t)$ – niezawodność i-tego elementu,

n – liczba elementów w układzie

$\lambda_i(t)$ – funkcja intensywności uszkodzeń i-tego elementu.

Obliczanie niezawodności układu składa się w ogólnym przypadku z trzech etapów. W pierwszym etapie należy dokładnie rozpatrzyć funkcjonowanie układu, w drugim etapie rozpatruje się uszkodzenia poszczególnych elementów oraz wpływ ich na pracę układu, a w trzecim, podstawowym etapie, tworzy się funkcjonalny (niezawodnościowy) schemat blokowy, na podstawie którego następnie określa się prawdopodobieństwo poprawnej pracy. Obliczenia niezawodności można prowadzić we wstępnej fazie projektowania, w fazie po szczegółowym zaprojektowaniu układu i wyspecyfikowaniu elementów lub w fazie późniejszej, gdy uwzględnia się warunki obciążenia i inne warunki wymuszające. Zadaniem obliczania niezawodności w fazie wstępnej projektu jest uzyskanie zasadniczych danych o konstrukcjach urządzenia, które mają służyć do wyboru koncepcji układu z punktu widzenia niezawodności. W tym celu należy określić liczbę elementów danego rodzaju w układzie ze znanych analogicznych konstrukcji oraz średnie wartości intensywności uszkodzeń tych elementów z danych w literaturze technicznej. Następnie należy wyznaczyć średnią intensywność uszkodzeń układu

$$\Lambda = \sum_{k=1}^{n} N_k \lambda_k$$

gdzie

n – liczba rodzajów elementów,

N_k – liczba elementów k-tego rodzaju

λ_k – średnia intensywność uszkodzeń elementów k-tego rodzaju

oraz niezawodność układu

$$R(t) = \exp\left(-\Lambda t\right)$$

W fazie, w której są wyspecyfikowane elementy, wprowadza się uściślenie obliczeń przez przyjęcie właściwych dla danych typów elementów średnich intensywności uszkodzeń. Natomiast w fazie, w której znane są współczynniki obciążenia i warunki zewnętrzne wprowadza się dalsze uściślenie obliczeń przez uwzględnienie współczynników poprawkowych dla średnich intensywności uszkodzeń lub wykresów intensywności uszkodzeń w funkcji warunków wymuszających.

Celem całej analizy zagadnień niezawodności jest ocena i polepszenie parametrów niezawodności obiektów, silnie wpływających na jakość i ekonomię funkcji lub czynności wykonywanych przez obiekty.

3. STATYSTYCZNA OCENA NIEZAWODNOŚCI

3.1. Metody parametryczne

Zwykle w praktyce nie jest znana funkcja niezawodności $R(t)$ ani inne funkcje z nią związane i aby ją określić, przeprowadza się badania próbki losowej pobranej z interesującego zbioru obiektów. W czasie badań statystycznych warunkiem koniecznym jest zapewnienie wzajemnej niezależności zmian własności poszczególnych obiektów.

Zgodnie z poprzednimi oznaczeniami

$$R(t) = 1 - F\left(t; \theta_1, \theta_2 \ldots \theta_k\right)$$

gdzie $\theta_1, \theta_2 \ldots \theta_k$ są parametrami rozkładu.

Do wyznaczenia funkcji niezawodności $R(t)$ potrzebna jest znajomość postaci funkcyjnej rozkładu trwałości oraz znajomość wartości parametrów $\theta_1, \theta_2, \ldots \theta_k$. Ustalenie postaci rozkładu czasami jest możliwe na podstawie posiadanych wstępnych informacji. W przypadku braku informacji a priori o postaci funkcyjnej rozkładu trwałości można, przy dostatecznie dużej ilości danych statystycznych otrzymanych z próbki losowej, znaleźć postać rozkładu. W tym przypadku należy zgodnie z zasadami weryfikacji hipotez przeprowadzić dowód, że wyniki z próbki losowej nie przeczą wysuniętej hipotezie o postaci rozkładu funkcyjnego czasu życia obiektu. Następnie określa się estymatory nieznanych parametrów $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2 \ldots \hat{\theta}_k$, przy czym od estymatorów wymaga się, by były zgodne, nieobciążone i najefektywniejsze. Zaobserwowane w badanej próbce losowej wartości tych estymatorów $\theta_1^*, \theta_2^* \ldots \theta_k^*$ są realizacjami zmiennych losowych.

Na podstawie badań z próbki otrzymuje się oszacowanie nieznanej funkcji niezawodności

$$R^*(t) = 1 - F(t; \theta_1^*, \theta_2^* \ldots \theta_k^*)$$

które jest jedną z wielu możliwych realizacji funkcji losowej $\{\hat{R}(t)\}$ i nie pokrywa się normalnie z funkcją $R(t)$ danego zbioru obiektów. Można jednak wyznaczyć przedział wartości obejmujący z założonym prawdopodobieństwem β nieznaną funkcję niezawodności $R(t)$. Przedział taki nazywa się przedziałem ufności, a prawdopodobieństwo β współczynnikiem ufności. Szerokość przedziału ufności przy danym poziomie ufności β

$$\Delta R(t) = \overline{R}(t) - \underline{R}(t)$$

gdzie

$\overline{R}(t)$ – górna granica przedziału,

$\underline{R}(t)$ – dolna granica przedziału

daje nam miarę dokładności oszacowania z próbki losowej nieznanej funkcji niezawodności $R(t)$.

W ogólnym przypadku do wyznaczenia przedziału ufności $(\underline{R}(t), \overline{R}(t), \beta)$ potrzebna jest znajomość łącznego rozkładu estymatorów $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2 \ldots \hat{\theta}_k$, a więc rozkładu k-wymiarowej zmiennej losowej.

Jeżeli estymatory $\hat{\theta}_1, \hat{\theta}_2, \ldots \hat{\theta}_k$ wyznaczono metodą największej wiarygodności, co w teorii niezawodności zazwyczaj jest czynione, to łączny ich rozkład jest asymptotycznie k- wymiarowym rozkładem normalnym o wartości oczekiwanej

$$E\left(\hat{R}(t)\right) = R(t) + O\left(\frac{1}{m}\right)$$

i wariancji

$$D^2\left(\hat{R}(t)\right) = \sum_{i=1}^{k}\left(\frac{\partial R(t)}{\partial \theta_i}\right)^2 D^2(\hat{\theta}_i) +$$

$$+ 2\sum_{\substack{i\neq j\\ i,j=1}}^{k} \frac{\partial R(t)}{\partial \theta_i}\,\frac{\partial R(t)}{\partial \theta_j}\,Cov(\hat{\theta}_i, \hat{\theta}_j) + O\left(\frac{1}{m^{3/2}}\right)$$

gdzie

m – oznacza liczbę realizacji zmiennej losowej czasu życia (trwałości),

$O\left(\frac{1}{m^{3/2}}\right)$ – jest funkcją co najwyżej rzędu $\frac{1}{m^{3/2}}$, przy czym dla dużych m można korzystać z asymptotycznego estymatora $\hat{R}(t)$ pomijając reszty

$$O\left(\frac{1}{m^{\frac{3}{2}}}\right).$$

Obliczenia znacznie upraszczają się w przypadku jednoparametrowych rozkładów, na przykład rozkładu wykładniczego lub Rayleigha, ponieważ R(t) jest wtedy jednoznaczną funkcją t i θ i dla wyznaczenia przedziału ufności ($\underline{R}(t)$, $\bar{R}(t)$; β) wystarcza wyznaczyć przedział ufności ($\underline{\theta}$, $\bar{\theta}$, β) dla nieznanej wartości θ .

Obliczenia przebiegają wówczas następująco:

gdy $\dfrac{dF(t)}{d\theta} < 0$ $R(t) = 1 - F(t; \bar{\theta})$

$R(t) = 1 - F(t; \underline{\theta})$

gdy $\dfrac{dF(t)}{d\theta} > 0$ $R(t) = 1 - F(t; \underline{\theta})$

$R(t) = 1 - F(t; \bar{\theta})$

1. Rozkład wykładniczy

Jeśli zachodzi niezależność intensywności uszkodzeń od czasu

$$\lambda(t) = \lambda = \text{const}$$

mamy wtedy do czynienia z wykładniczym rozkładem trwałości, a funkcja niezawodności opisuje się wyrażeniem

$$R(t) = \exp(-\lambda \cdot t)$$

Przy założeniu λ = const słusznym w całym przedziale czasu $(0, \infty)$ wartość oczekiwana czasu życia (trwałości) obiektów wynosi

$$ET = \int_0^\infty R(t)\, dt = \int_0^\infty \exp(-\lambda t)\, dt = \frac{1}{\lambda}$$

Jednakże założenie λ = const w praktyce nie jest i nie może być słuszne w całym przedziale czasu $(0, \infty)$ ponieważ po pewnym czasie intensywność uszkodzeń wzrasta wskutek zachodzących procesów starzeniowych. Ostatecznie wartość oczekiwana trwałości jest

$$ET < \frac{1}{\lambda}$$

co często w praktyce oraz w literaturze jest nie uwzględniane.

Wykładnicze prawo niezawodności może być stosowane tylko w przedziale czasu $(0,t)$, dla którego uprzednio sprawdzono słuszność założenia $\lambda(t)=$ const. Dla wykładniczego rozkładu trwałości posiadającego gęstość $f(t) = \lambda \exp(-\lambda \cdot t)$ obowiązuje zależność

$$F(t) = \frac{dF(t)}{dt} = - \frac{dR(t)}{dt}$$

oraz jeżeli uszkodzone obiekty są natychmiast zastępowane przez nowe obiekty o takiej samej intensywności uszkodzeń λ, to liczba obiektów uszkodzonych w przedziale $(0,t)$ $Z(t)$ ma rozkład Poissona

$$P\{Z(t) = k\} = \frac{(\lambda \cdot t)^k}{k} \exp(-\lambda \cdot t)$$

o wartości oczekiwanej $E(Z(t)) = \lambda \cdot t$

Estymator $\hat{\lambda}$ wyznacza się metodą największej wiarygodności. W czasie badań próbki losowej o liczności n do czasu $t_b < t_s$ (w przedziale $(0, t_s)$ słuszne jest $\lambda =$ const), na przykład niech zaobserwowano $m < n$ niezależnych uszkodzeń $(t_1, t_2 \ldots\ldots t_m \leq t_b)$. Przy tych założeniach funkcja największej wiarygodności będzie miała postać

$$L = \prod_{i=1}^{m} f(t_i, \lambda)\left(1 - F(t_i, \lambda)\right)^{n-m}$$

po zlogarytmowaniu

$$\alpha = \ln L = \sum_{i=1}^{m} \left[\ln f(t_i, \lambda) + (n-m)\ln\left(1 - F(t_b, \lambda)\right)\right]$$

Uwzględniając, że

$$f(t_i, \lambda) = \lambda \exp(-\lambda t_i)$$

oraz

$$1 - F(t_b, \lambda) = R(t_b, \lambda) = \exp(-\lambda t_b)$$

otrzymuje się

$$\alpha = m \ln \lambda - \lambda \sum_{i=1}^{m} t_i - (n-m)\lambda t_b$$

Z warunku na maksimum

$$\frac{d\alpha}{d\lambda} = \frac{m}{\lambda} - \sum_{i=1}^{m} t_i - (n-m)t_b = 0$$

bezpośrednio otrzymuje się

$$\hat{\lambda} = \frac{m}{\sum_{i=1}^{m} t_i + (n-m)t_b} = \frac{m}{Q(t_b)}, \quad Q(t_b) = \sum_{i=1}^{m} t_i + (n-m)t_b$$

Zatem estymatorem $\hat{\lambda}$ nieznanej intensywności uszkodzeń jest liczba wzajemnie niezależnych uszkodzeń, przypadająca na jednostkę czasu pracy wszystkich badanych obiektów. W przypadku $t_b = t_m$, to znaczy, gdy badanie kontynuowano tylko do czasu wystąpienia m-tego uszkodzenia

$$\hat{\lambda}_m = \frac{m}{\sum_{i=1}^{m} t_i + (n-m)t_m}$$

Statystyka 2 m $\lambda / \hat{\lambda}_m$ ma rozkład χ^2 o 2 m stopniach swobody, stąd

$$\hat{\lambda}_m = \frac{2m\,\lambda}{\chi^2_{2m}}$$

Na podstawie tych zależności można wnioskować o wartościach λ w oparciu o zaobserwowane wartości λ^* estymatora $\hat{\lambda}_m$, a mianowicie

$$P\left[\frac{\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2}),2m}}{2Q(tm)} < \alpha \leq \frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2},2m}}{2Q(tm)}\right] = 1 - \alpha = \beta$$

gdzie

$\beta = 1 - \alpha$ – jest przyjętym współczynnikiem ufności,

α – jest poziomem istotności,

$\chi^2_{\frac{\alpha}{2},2m}$ oraz $\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2}),2m}$ – są kwantylami rozkładu chi kwadrat o 2 m stopniach swobody spełniającymi równość

$$P\left(\chi^2_k \geq \chi^2_{\alpha,k}\right) = \alpha$$

Stąd granice przedziału ufności $(\underline{\lambda}, \overline{\lambda}, \beta)$

$$\underline{\lambda} = \frac{1}{2Q(tm)} \chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2}), 2m} = \frac{1}{2m} \chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2}), 2m} \cdot \lambda^* = a_1 \lambda^*$$

$$\overline{\lambda} = \frac{1}{2Q(tm)} \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, 2m} = \frac{1}{2m} \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, 2m} \cdot \lambda^* = a_2 \lambda^*$$

W praktyce wygodniej jest określać a_1 i a_2 z następujących zależności

$$a_1 = \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(\infty, 2m)} \quad i \quad a_2 = F_{\frac{\alpha}{2}}(2m, \infty)$$

gdzie

$F_{\frac{\alpha}{2}}(\infty, 2m)$, $F_{\frac{\alpha}{2}}(2m, \infty)$ – oznaczają kwantyle rozkładu F – Snedecora o parach stopni swobody odpowiednio $(2m, \infty)$ i $(\infty, 2m)$

Wartości a_1 i a_2 są zawsze dodatnie, przy czym $a_1 < 1$ i $a_2 > 1$.

Przy wzroście liczby uszkodzeń i danym współczynniku ufności β, szerokość przedziału ufności maleje, gdyż a_1 i a_2 dążą do jedności. Oznacza to poprawę jakości oceny nieznanej wartości λ.

Oszacowanie $R^*(t)$ nieznanej funkcji niezawodności $R(t)$ jest określone zależnością

$$R^*(t) = \exp(-\lambda^* t)$$

a przedział ufności $\left(\underline{R}(t), \bar{R}(t); \beta\right)$ określony jest przez

$$\bar{R}(t) = \exp\left(-\underline{\lambda} \cdot t\right) = \exp\left(-a_1 \lambda^* \cdot t\right) = \left(R^*(t)\right) \cdot a_1$$

$$\underline{R}(t) = \exp\left(-\bar{\lambda} t\right) = \exp\left(-a_2 \lambda^* t\right) = \left(R^*(t)\right) \cdot a_2$$

przy czym

$$P\left(\underline{R}(t) \leq R(t) \leq \bar{R}(t)\right) = \beta$$

W przypadku gdy badania próbki są kontynuowane po wystąpieniu m-tego uszkodzenia, a przerwane przed wystąpieniem (m + 1) -go uszkodzenia $t_m < t_b < t_{m+1}$, przedział ufności $(\underline{\lambda}, \bar{\lambda}; \beta)$ określony jest wówczas zależnością

$$P\left[\frac{\chi^2_{1-\frac{\alpha}{2}, 2m}}{2Q(t_b)} < \lambda < \frac{\chi^2_{\frac{\alpha}{2}, 2(m+1)}}{2Q(t_b)}\right] = \beta$$

A więc

$$\underline{\lambda} = \frac{1}{2Q(t_b)} \chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right), 2m} = \frac{1}{2m} \chi^2_{\left(1-\frac{\alpha}{2}\right), 2m} \lambda^* = a_1 \lambda^*$$

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{2Q(t_b)} \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, 2m(m+1)} = \frac{1}{2m} \chi^2_{\frac{\alpha}{2}, 2(m+1)} \lambda^* = a_2' \lambda^*$$

gdzie a_1 współczynnik określony jak w przypadku $t_b = t_m$, zaś

$$a_2' = \frac{1}{2m}\,\chi^2_{\frac{\alpha}{2};\,2(m+1)} = \frac{m+1}{m}\,F_{\frac{\alpha}{2}}\left[2(m+1),\infty\right] =$$

$$= \frac{m+1}{m}\,a_{2\,(m+1,\,\beta)} = a'_{2\,(m,\beta)}$$

Oszacowanie $R^*(t)$ nieznanej funkcji niezawodności $R(t)$ jest w tym przypadku określone zależnością

$$R^*(t) = \exp\left(-\lambda^* t\right) = \exp\left(-\frac{mt}{Q(t_b)}\right)$$

a przedział ufności $\left(\underline{R}(t), \overline{R}(t); \beta\right.$ jest określony przez

$$\overline{R}(t) = \exp\left(-\underline{\lambda}\cdot t\right) = \left(R^*(t)\right)^{a_1}$$

$$\underline{R}(t) = \exp\left(-\overline{\lambda}\cdot t\right) = \left(R^*(t)\right)^{a_2'}$$

Z analizy przedstawionych zależności wynikają następujące wnioski:

1. W przypadku $t_m < t_b < t_{m+1}$ wartość λ^* wyznaczona z próbki jest mniejsza niż w przypadku $t_b = t_m$, a więc wartość oszacowana $R^*(t)$ nieznanej wartości $R(t)$ jest większa, niż w przypadku $t_b = t_m$.

2. W przypadku gdy w badanej próbce losowej w przedziale czasu $\left[0, t_b\right]$ nie zaobserwowano żadnego uszkodzenia $m = 0$, to można jedynie stwierdzić, że

$$P\left[\lambda < \frac{\chi^2_{\alpha;\,2}}{2n\cdot t_b}\right] = 1-\alpha = \beta$$

co oznacza, że z prawdopodobieństwem β intensywność u

szkodzeń jest mniejsza od wartości $\frac{\chi^2_{\alpha, 2}}{2nt_b}$

3. Przedział ufności $(\underline{\lambda}, \overline{\lambda}, \beta)$ dla nieznanej wartości λ można wyznaczyć tylko przy spełnieniu warunku $m \geqslant 1$, to znaczy, gdy w badanej próbce losowej zaobserwowano co najmniej jedno uszkodzenie.

4. Przedział ufności $(\underline{\lambda}, \overline{\lambda}, \beta)$ dla nieznanej wartości λ nie zawsze jest węższy przy $t_m < t_b < t_{m+1}$ niż przy $t_b = t_m$. Zatem przedłużanie badania nie zawsze jest celowe z punktu widzenia dokładności oceny nieznanej wartości λ.

W przeprowadzonych rozważaniach zakładano, że znane są wartości t_i trwałości obiektów uszkodzonych, które jednakże w praktyce nie są znane, gdy nie prowadzi się ciągłej obserwacji. Jeżeli przedziały czasu między dwoma kolejnymi pomiarami nie są zbyt duże, to dla wszystkich m_j uszkodzeń zaobserwowanych w przedziale czasu (t_{j-1}, t_j) jako moment ich wystąpienia można przyjąć środek tego przedziału. Suma czasów poprawnej pracy badanych obiektów w j-tym przedziale będzie wówczas równa

$$Q_j \approx \left(n_j + \frac{m_j}{2}\right) \Delta t_j$$

gdzie

n_j - liczba obiektów pracujących poprawnie przez czas t_j,

Δt_j - długość przedziału czasu $t_j - t_{j-1}$

m_j - liczba uszkodzonych obiektów w j-tym przedziale czasu,

Jeżeli liczba przedziałów wynosi r, zaobserwowana liczba uszkodzonych obiektów

$$m(t_r) = \sum_{j=1}^{r} m_j$$

a zaobserwowana suma czasów poprawnej pracy równa się

$$Q(t) = \sum_{j=1}^{r} Q_j \approx \sum_{j=1}^{r} m_j \left(t_j - 1 + \frac{\Delta t_j}{2}\right) + (n - m(t_r) t_r$$

to oszacowanie nieznanej wartości λ można wówczas wyznaczyć z zależności

$$\lambda^* = \frac{m(t_r)}{Q(t_r)} \approx \frac{m(t_r)}{\sum_{j=1}^{r} m_j \left(t_{j-1} + \frac{\Delta t_j}{2} + \left(n - m(t_r)\right) t_r\right.}$$

Błąd wprowadzony takim uproszczeniem będzie tym mniejszy, im częściej wykonywane są pomiary.

Jeżeli w ostatnim przedziale $(t_{r-1}, t_r]$ zaobserwowano $m_r \geqslant 2$, to można przyjąć, że zachodzi przypadek $t_b = t_m$ i $m = m(t_r)$, w przeciwnym zaś przypadku należy przyjąć, że $t_m < t_b' < t_{m+1}$ i $m = m(t_r)$.

Założenie $\lambda(t) = \text{const}$ nie zawsze jest spełnione. Postępowanie w przypadku ogólnym polega na założeniu odpowiedniej postaci funkcyjnej rozkładu trwałości i sprawdzeniu, czy wyniki badań próbki losowej nie przeczą temu założeniu, Jak było wspomniane, w praktyce wykorzystywane są w tym celu następujące rozkłady: normalny, logarytmo-normalny, gamma, Weibulla, Rayleigha.

Poniżej scharakteryzowane zostaną krótko sposoby wykorzystania tych rozkładów.

Zmienna losowa X o rozkładzie normalnym $N/\mu, \sigma$, jest określona w przedziale $(-\infty, +\infty)$ i ma gęstość

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{\varphi(y)}{\sigma}$$

gdzie

$$\left.\begin{array}{l} \mu = EX \\ \sigma = \sqrt{WX} \end{array}\right\}$$ – parametry rozkładu

$y = \frac{x-\mu}{\sigma}$ – wartość zmiennej losowej standaryzowanej Y,

$\varphi(y)$ – funkcja Gaussa.

Dystrybuanta zmiennej losowej X określona jest wzorem

$$F(x) = \Phi(y) = 0{,}5 + \Theta(y)$$

gdzie $\Theta(y)$ jest wartością całki Laplace'a.

Jednak zmienna losowa T, oznaczająca czas życia obiektu, może przyjmować tylko wartości dodatnie, a więc zmienna losowa T posiada rozkład normalny ucięty w punkcie t = 0, a gęstość i dystrybuanta określone są wzorami

$$f(t) = \begin{cases} \frac{c}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(t-\mu)^2}{2\sigma^2}\right) = \frac{c}{\sigma}\varphi(y_t) & \text{dla } t \geq 0 \\ 0 & \text{dla } t < 0 \end{cases}$$

$$F(t) = \begin{cases} c\left(\Phi(y_t) - \Phi(y_0)\right) & \text{dla } t \geq 0 \\ 0 & \text{dla } t < 0 \end{cases}$$

gdzie

$\mu > 0$ i $\sigma > 0$ są parametrami rozkładu,

$y_t = \frac{t-\mu}{\sigma}$ – zmienna losowa standaryzowana,

$y_0 = \frac{\mu}{\sigma}$ $c = \frac{1}{1-\Phi\left(-\frac{\mu}{\sigma}\right)} = \frac{1}{1-\Phi(y_0)}$.

Funkcja niezawodności R(t) oraz funkcja intensywności uszkodzeń określone są zależnościami

$$R(t) = 1 - F(t) - \frac{\Phi(y_t) - \Phi(y_0)}{1-\Phi(y_0)} =$$

$$= \frac{1-\Phi(y_t)}{1-\Phi(y_0)} = c\left(1-\Phi(y_t)\right)$$

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{\frac{c}{\sigma}\varphi(y_t)}{c\left(1-\Phi(y_t)\right)} =$$

$$\frac{1}{\sigma}\,\frac{\varphi(y_t)}{1-\Phi(y_t)} = \frac{1}{\sigma}\,\lambda(y_t)$$

gdzie

$$\lambda(y_t) = \frac{\varphi(y_t)}{1-\phi(y_t)}$$

Nieznane parametry μ i σ oszacowuje się przy zastosowaniu funkcji największej wiarygodności, zwanej też funkcją Fishera

$$\alpha = \ln L = \sum_{i=1}^{m} \ln\left(\frac{1}{\sigma}\,\varphi(y_i)\right) +$$

$$+(n-m)\ln\left(1-\phi(y_b)\right) - n\ln\left(1-\phi(y_o)\right)$$

gdzie

$$y_i = \frac{t_i-\mu}{\sigma}, \quad y_b = \frac{t_b-\mu}{\sigma}, \quad y_o = \frac{-\mu}{\sigma}$$

Rozwiązanie równania i oszacowanie nieznanych parametrów jest złożone i wymaga stosowania metod iteracyjnych. Po znalezieniu wartości μ^* i σ^* oszacować można $R^*(t)$ nieznanej funkcji niezawodności $R(t)$

$$R^*(t) = \frac{1-\phi\left(\frac{t-\mu^*}{\sigma^*}\right)}{1-\phi\left(-\frac{\mu^*}{\sigma^*}\right)} = \frac{\phi\left(\frac{\mu^*-t}{\sigma^*}\right)}{\phi\left(\frac{\mu^*}{\sigma^*}\right)}$$

W celu wyznaczenia przedziału ufności tego oszacowania można dla dużych m i n przyjąć, że estymator $\hat{R}(t)$ ma w przybliżeniu rozkład normalny.

Mówimy, że zmienna losowa T ma rozkład logarytmo-normalny, jeżeli zmienna losowa X = log T lub X = ln T ma rozkład normalny.

Funkcja intensywności uszkodzeń $\lambda(t)$ jest określona wyrażeniem

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{R(t)} = \frac{Log\, e}{t} \frac{f(x)}{1-F(x)} = \frac{Log\, e}{t} \frac{\varphi(y)}{1-\phi(y)}$$

gdzie

$Y = \frac{X-EX}{\sigma}$ – zmienna losowa standaryzowana,

$\varphi(y)$ – funkcja Gaussa.

Przy oszacowaniu niezawodności obiektów, których trwałość ma rozkład logarytmo-normalny, korzysta się z zależności

$$R(t) = 1 - P(T < t) = 1 - P(X < x)$$

Zmienna losowa ma rozkład gamma Γ, jeśli jej gęstość jest przedstawiona w postaci

$$f(t) = \frac{b^{-a}}{(a-1)!} t^{a-1} \exp\left(-\frac{1}{b}t\right), \qquad t \geq 0$$

gdzie $a > 0$ i $b > 0$ są parametrami rozkładu.

Dystrybuanta rozkładu gamma wyraża się wzorem

$$F(t) = \frac{1}{(a-1)!} \int_0^t b^{-a} t^{a-1} \exp\left(-\frac{1}{b}t\right) dt = \frac{\Gamma_t(a)}{\Gamma(a)} = J(u, a-1)$$

gdzie $z = \frac{1}{b} t$,

$\Gamma z(a)$ – niekompletna funkcja gamma rzędu a,

$u = \frac{z}{\sqrt{a}}$,

$J(u, a-1)$ – funkcja Pearsona.

Wartość oczekiwana ET = $\frac{a}{b}$.

Dokładne tabele funkcji Pearsona podane są w [10]. Często korzysta się z przekształcenia na rozkład χ^2 Pearsona, gdyż można wykazać, że zmienna losowa X = 2bT ma rozkład χ^2 o k = 2a stopniach swobody

$$F(t) = P(\chi^2_{2a} < 2bt) = 1 - P(\chi^2_{2a} \geq 2bt)$$

Jeżeli 2a nie jest liczbą całkowitą, lecz K < 2a < K+1, gdzie K jest liczbą całkowitą, to korzystamy z interpolacji liniowej między kwantylami rozkładu χ^2 dla K i K+1 stopni swobody. Z powyższego wynika, że funkcję niezawodności określa zależność

$$R(t) = P(\chi^2_{2a} \geq 2bt)$$

i posługując się kwantylami rozkładu χ^2 można znaleźć oszacowanie czasu t, w którym niezawodność będzie równa zadanej wartości α

$$R^*(t) = P\left[\chi^2_{2a^*} \geq 2b^* t_\alpha^*\right] = \alpha$$

Oszacowanie a^* i b^* można otrzymać m.in. metodą iteracyjną . Dla wyznaczenia dystrybuanty rozkładu gamma można też korzystać, dla całkowitych wartości a, z zależności

$$F(t) = \int_0^{\frac{1}{b}t} \frac{\left(\frac{1}{b}t\right)^{a-1}}{b(a-1)} \exp\left(-\frac{1}{b}t\right) dt =$$

$$= 1 - \sum_{l=0}^{a-1} \frac{\left(\frac{1}{b}t\right)}{l!} \exp\left(-\frac{1}{b}t\right)$$

gdzie $\frac{1}{b}t$ - jest parametrem rozkładu Poissona.

Przy a = 1 rozkład gamma przekształca się w rozkład wykładniczy o parametrze $\lambda = b$.

W rozkładzie Weibulla gęstość i dystrybuanta zmiennej losowej T określone są wzorem

$$f(t) = \frac{\delta}{\theta} t^{\delta-1} \exp\left(-\frac{t^{\delta}}{\theta}\right)$$

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\frac{t^{\delta}}{\theta}\right)$$

gdzie $\delta > 0$ i $\theta > 0$ są parametrami rozkładu.

Wartość oczekiwana trwałości równa się

$$ET = \theta^{\frac{1}{\delta}} \Gamma\left(\frac{1}{\delta} + 1\right)$$

Jeżeli w próbce losowej o liczności n w przedziale czasu $(0,\ t_b]$ uszkodzeniu uległo $m \leq n$ obiektów, to oszacowanie δ^* i θ^* nieznanych parametrów przeprowadza się w oparciu o metodę największej wiarygodności

$$\alpha = \ln L = m \ln \delta - m \ln \theta +$$

$$(\delta - 1)\sum_{i=1}^{m} \ln t_i - \frac{1}{\theta}\sum_{i=1}^{m} t_i^{\delta} - (n-m)\frac{t_b^{\delta}}{\theta}$$

Z warunku $\frac{\partial \alpha}{\partial \theta} = 0$ otrzymuje się

$$\theta^* = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_i^{\delta^*} \ln t_i + (n-m) t_b^{\delta^*} \ln t_b}{\frac{m}{\delta^*} + \sum_{i=1}^{m} \ln t_i}$$

a z warunku $\frac{\partial \alpha}{\partial \delta} = 0$

$$\theta^* = \frac{\sum_{i=1}^{m} t_i^{\delta^*} \ln t_i + (n-m) t_b^{\delta^*} \ln t_b}{\frac{m}{\delta^*} + \sum_{i=1}^{m} \ln t_i}$$

Metodą iteracyjną z układu równań otrzymuje się szukane δ^* i θ^*, po czym można wyznaczyć oszacowanie nieznanej funkcji niezawodności

$$R(t)^* = \exp\left(-\frac{t^{\delta^*}}{\theta^*}\right)$$

Przy wyznaczaniu przedziału ufności $\left(\underline{R}(t),\ \bar{R}(t);\ \beta\right)$

można dla dużych wartości m i n przyjąć, że estymator $\hat{R}(t)$ ma w przybliżeniu rozkład normalny.

W przypadku gdy $\delta = 1$, rozkład Weibulla odpowiada rozkładowi wykładniczemu o parametrze $\lambda = \frac{1}{\Theta}$, a gdy $\delta = 2$, mamy do czynienia z rozkładem Rayleigha.

3.2. Metody nieparametryczne

W praktyce nie zawsze znana jest postać rozkładu czasu życia bądź z powodu braku danych a priori, bądź z powodu niemożności zweryfikowania słuszności hipotezy o rozkładzie czasu życia na ograniczonych danych statystycznych. Korzystać można wówczas tylko z metod nieparametrycznych, nie związanych z postacią rozkładu funkcyjnego trwałości, to jest z uogólnionego wykładniczego prawa niezawodności bądź z rozkładu dwumianowego.

Z uogólnionego wykładniczego prawa niezawodności korzysta się w przypadku, gdy w wyniku badania próbki losowej określone są czasy poprawnej pracy uszkodzonych obiektów w okresie badań $(0, t]$. Wtedy słuszne jest

$$R(t_b) = exp\left(-\frac{1}{t_b}\int_0^{t_b}\lambda(t)dt \cdot t_b\right) = exp\left(-\lambda_{(0,t_b)} \cdot t_b\right)$$

gdzie

$\lambda_{(0,t_b)}$ - jest przeciętną intensywnością uszkodzeń w przedziale $(0, t_b]$.

Powyższa zależność wskazuje na możliwość wykorzystania zależności słusznych dla wykładniczego prawa niezawodności przy przyjęciu $\lambda = \lambda_{(0,t_b)}$

Różnica polega na tym, że w przypadku założeń $\lambda(t) = \text{const}$ można wnioskować o przebiegu funkcji niezawodności $R(t)$ w całym przedziale $(0, t_b]$, natomiast w przypadku korzystania z uogólnionego wykładniczego prawa niezawodności (bez założenia $\lambda = \text{const}$) można wnioskować tylko o wartości chwilowej $R(t_b)$ w określonym czasie $t = t_b$.

Jeżeli zaobserwowano w próbce losowej o liczności n, m uszkodzeń, które wystąpiły w czasie $t_1, t_2, \ldots, t_m$, to oszacowanie $\lambda^*_{(0,t_b)}$ wyznacza się z zależności

$$\lambda^*_{(0,t_b)} = \frac{m}{\sum_{i=1}^{m} t_i + (n-m)\,t_b}$$

Podobnie jak w przypadku wykładniczego rozkładu czasu życia rozróżnia się dwa przypadki szczególne $t_b = t_m$ i $t_m < t_b < t_{m+1}$. Oszacowanie λ^*_m jest zaobserwowaną w danej próbce losowej wartością statystyki $\hat{\lambda}_m$, stanowiącej estymator nieznanej wartości $\lambda_m = \lambda_{(0,t_m)}$. Analogicznie jak poprzednio statystyka $2m\,\lambda/\hat{\lambda}$ ma rozkład χ^2 o 2 m stopniach swobody, a więc słuszne są zależności dla przedziału ufności $\left(\underline{\lambda}_{(0,t_b)}, \overline{\lambda}_{(0,t_b)}; \beta\right)$

$$\underline{\lambda}_{(0,t_b)} = a_1 \lambda^*_{(0,t_b)} \quad i \quad \overline{\lambda}_{(0,t_b)} = a_2 \lambda^*_{(0,t_b)} \quad \text{względnie}$$

$$\overline{\lambda}_{(0,t_b)} = a_2' \lambda^*_{(0,t_b)}$$

Oszacowanie $R^*(t_b)$ nieznanej wartości $R(t_b)$ określone jest zależnością

$$R^*(t_b) = exp\left(-\lambda^*_{(0,t_b)}\, t_b\right)$$

a przedział ufności $\left\{\underline{R}(t_b),\ \overline{R}(t_b);\ \beta\right.$ można wyznaczyć korzystając z zależności

$$\overline{R}(t_b) = exp\left(-\underline{\lambda}_{(0,t_b)}\, t_b\right) = \left(R^*(t_b)\right)^{a_1}$$

gdy $t_b = t_m$

$$\underline{R}(t_b) = exp\left(-\lambda_{(0,t_b)}\, t_b\right) = \left(R^*(t_b)\right)^{a_2}$$

względnie

$$\underline{R}(t_b) = exp\left(-\overline{\lambda}_{(0,t_b)} t_b\right) = \left(R^*(t_b)\right)^{a_2'} \text{ gdy } t_m < t_b < t_{m+1}$$

Gdy $\lambda^*_{(0,t_b)} \cdot t_b \ll 1$, to można korzystać z przybliżenia

$$R^*(t_b) = exp\left(-\lambda^*_{(0,t_b)} \cdot t_b\right) \approx 1 - \frac{m}{n}$$

oraz

$$\overline{R}(t_b) \approx \left(1 - \frac{m}{n}\right)^{a_1}$$

$$\underline{R}(t_b) \approx \left(1 - \frac{m}{n}\right)^{a_2} \quad \text{lub} \quad \underline{R}(t_b) \approx \left(1 - \frac{m}{n}\right)^{a_2'}$$

W przypadku gdy nie znane są czasy pracy uszkodzonych obiektów, wykorzystujemy metody oparte na dwumianowym rozkładzie. Zawsze znana jest liczność próbki n, liczba uszkodzonych obiektów m oraz częstość uszkodzeń $h(t_b) = \frac{m}{n}$.

Wartości m i $h(t_b) = \frac{m}{n}$ traktuje się jako wartości zaobserwowane w próbce losowej statystyk $Z(t_b)$ oraz $H(t_b) = \frac{Z(t_b)}{n}$, gdzie $Z(t_b)$ jest zmienną losową przedstawiającą liczbę uszkodzonych elementów w próbce o liczności n.

Oszacowanie $R^*(t_b)$ nieznanej funkcji niezawodności $R(t_b)$ jest określone zależnością

$$R^*(t_b) = 1 - h(t_b)$$

będącą zaobserwowaną wartością w próbce estymatora

$$\hat{R}(t_b) = 1 - H(t_b)$$

Zakładając następnie, że zmienna losowa $Z(t_b)$ ma rozkład dwumianowy o parametrze $p = 1 - R(t_b)$

$$P\left[Z(t_b) = m\right] = \binom{n}{m} p^m (1-p)^{n-m}$$

można przy danych wartościach m i n wyznaczyć przedział ufności $(\underline{R}(t_b), \overline{R}(t_b), \beta)$, korzystając z przedziału ufności nieznanego parametru p $(\underline{p}, \overline{p}; \beta)$ oraz zależności

$$\underline{R}(t_b) = 1 - \overline{p}$$

$$\overline{R}(t_b) = 1 - \underline{p}$$

Dla wyznaczenia przedziału ufności $(\underline{p}, \overline{p}, \beta)$ wykorzystuje się istniejące powiązanie rozkładu dwumianowego z rozkładem F-Snedecora

$$P\left[Z(t_b) \leq m \middle| n, p\right] = \sum_{i=1}^{m} \binom{n}{i} p^i (1-p)^{n-i} =$$

$$= P\left[F_{[2(m+1),\, 2(n-m)]} \geqslant \frac{n-m}{m+1} \frac{p}{1-p}\right]$$

gdzie $F_{[2(m+1),\, 2(n-m)]}$ jest statystyką F-Snedecora o $k_1 = 2(m+1)$ oraz $k_2 = 2(n-m)$ stopniach swobody.

Przedział ufności $(\underline{p}, \bar{p}; \beta)$ określa się przy założeniach

$$P\left[\underline{p} \leq p \leq \bar{p} \mid n, m\right] = \beta = 1 - \alpha$$

$$P(p < \underline{p}) = \frac{\alpha}{2}$$

$$P(p > \bar{p}) = \frac{\alpha}{2}$$

gdzie

β - jest współczynnikiem ufności

α - jest poziomem istotności

$$P\left[Z(t_b \leq m; n, p\right] = P\left[F_{k_1 k_2} \geqslant \frac{k_2}{k_1} \frac{\bar{p}}{1-\bar{p}}\right] = \frac{\alpha}{2}$$

$$P\left[Z(t_b) \geqslant m; n, p\right] = P\left[F_{k_3, k_4} \leq \frac{k_4}{k_3} \frac{\underline{p}}{1-\underline{p}}\right] = \frac{\alpha}{2}$$

gdzie $\quad k_1 = 2(m+1) \qquad k_3 = 2m$

$$k_2 = 2(n-m) \qquad k_4 = 2(n-m+1)$$

Uwzględniając, że

$$F_{\alpha}(k_1, k_2) = \frac{1}{F_{1-\alpha}(k_2, k_1)}$$

otrzymuje się

$$\frac{k_2}{k_1} \frac{\overline{p}}{1-\overline{p}} = F_{\frac{\alpha}{2}}(k_1, k_2)$$

$$\frac{k_4}{k_3} \frac{\underline{p}}{1-\underline{p}} = F_{1-\frac{\alpha}{2}}(k_3, k_4) = \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(k_4, k_3)}$$

a po podstawieniach $\overline{p} = 1 - \underline{R}(t_b)$ i $\underline{p} = 1 - \overline{R}(t_b)$

$$\frac{k_2}{k_1} \frac{1-\underline{R}(t_b)}{\underline{R}(t_b)} = F_{\frac{\alpha}{2}}(k_1, k_2)$$

$$\frac{k_4}{k_3} \frac{1-\overline{R}(t_b)}{\overline{R}(t_b)} = \frac{1}{F_{\frac{\alpha}{2}}(k_4, k_3)}$$

Po przekształceniach ostatecznie otrzymuje się

$$\underline{R}(t_b) = \frac{1}{1 + \frac{m+1}{n-m} F_{\frac{\alpha}{2}}[2(m+1), 2(n-m)]}$$

$$\bar{R}(t_b) = \frac{F_{\frac{\alpha}{2}}[2(n-m+1), 2m]}{\frac{m}{n-m+1} + F_{\frac{\alpha}{2}}[2(n-m+1, 2m)]}$$

Warto zwrócić uwagę, że przedział ufności nie zależy od t_b $(t_m < t_b < t_{m+1})$.

Oszacować niezawodność można także w oparciu o graniczne twierdzenie Moivre'a – Laplace'a przyjmujące, że $H(t_b)$ ma w przybliżeniu rozkład normalny o wartości przeciętnej

$$EH(t_b) = 1 - R(t_b)$$

i odchyleniu średnim

$$\sigma = \sqrt{\frac{R(t_b)\left(1 - R(t_b)\right)}{n}}$$

Zmienna losowa standaryzowana

$$Y = \frac{H(t_b) - (1 - R(t_b)}{\sqrt{\frac{R(t_b)\left(1 - R(t_b)\right)}{n}}}$$

ma rozkład normalny N(0,1).

Stąd granice przedziału ufności $\left(\underline{R}(t_b), \bar{R}(t_b); \beta\right)$ można wyznaczyć jako pierwiastki równania

$$\left[\frac{n-m}{n} - R(t)\right]^2 = y_\alpha^2 \; \frac{R(t_b)\left(1-R(t_b)\right)}{n}$$

gdzie y_α jest wartością zmiennej losowej Y, spełniającą zależność $P\left[|Y| \geqslant y_\alpha\right] = \alpha = 1-\beta$

Rozwiązując równanie otrzymuje się

$$\bar{R}(t_b) = 1 - \frac{m + \frac{y_\alpha^2}{2}}{n + y_\alpha^2} + y_\alpha \frac{\sqrt{m\left(1-\frac{m}{n}\right) + \frac{y_\alpha^2}{4}}}{n + y_\alpha^2}$$

$$\underline{R}(t_b) = 1 - \frac{m + y_\alpha^2}{n + y_\alpha^2} - y_\alpha \frac{\sqrt{m\left(1-\frac{m}{n}\right) + \frac{y_\alpha^2}{4}}}{n + y_\alpha^2}$$

Metoda ta może być stosowana tylko dla $m \geqslant 1$, to znaczy, gdy w badanej próbce zaobserwowano co najmniej jedno uszkodzenie.

Przy spełnieniu warunku

$$m\left(1-\frac{m}{n}\right) \geqslant 4$$

dokładność wyników uzyskanych tą metodą jest zadowalająca.

4. PRZYBLIŻONE METODY OBLICZANIA NIEZAWODNOŚCI

W przybliżonych metodach obliczania korzysta się z wykładniczego prawa niezawodności

$$R = e^{-\lambda t}$$

Po rozłożeniu na szereg otrzymuje się

$$R = 1 - \lambda t + \frac{(\lambda t)^2}{2!} - \dots$$

Przy małych wartościach λt trzeci i dalsze wyrazy jako bardzo małe można pominąć

$$R = 1 - \lambda t = 1 - q$$

gdzie q - prawdopodobieństwo uszkodzenia.

Dalej w analizie niezawodności dowolnego urządzenia określa się jego elementy i podzespoły, których uszkodzenia powodują uszkodzenie całego urządzenia. Jeśli takich elementów jest N, to niezawodność urządzenia daje się określić przez

$$P = P_1 \cdot P_2 \dots P_N = \prod_{i=1}^{N} P_i$$

względnie

$$P = \exp\left(-t \sum_{i=1}^{N} \lambda_i\right) = \exp(-\Lambda t)$$

gdzie

p_i - prawdopodobieństwo poprawnej pracy i-tego elementu,

λ_i - intensywność uszkodzeń i-tego elementu.

Intensywność uszkodzeń λ_i określa się z uwzględnieniem warunków wymuszających

$$\lambda_i = k_i \lambda_{io}$$

gdzie

λ_{io} – intensywność uszkodzeń danego typu elementów w normalnych warunkach;

$k_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_{io}}$ – współczynnik uwzględniający wpływ różnych eksploatacyjnych czynników wymuszających na intensywność uszkodzeń. Współczynniki te dla różnych typów elementów, są przedstawione na wykresach lub w postaci tabel [8].

Intensywność uszkodzeń λ_i k_i może być wzięta z odpowiednich danych doświadczalnych lub danych w literaturze technicznej. Na przykład można posługiwać się zestawieniem przedstawionym poniżej [11].

Tablica 3

Zestawienie intensywności uszkodzeń elementów według danych USA [11]

Lp.	Rodzaj elementów	Intensywność uszkodzeń 10^6/h $\lambda_{śr}$
1	2	3
1	Amperomierze	0,29
2	Bezpieczniki drutowe topikowe	0,5

tabl. 3. c.d.

1	2	3
3	Diody	0,2
4	Diody germanowe	0,157
5	Dławiki	0,34
6	Filtry	0,79
7	Gniazdka	0,01/wt
8	Kondensatory	0,1
9	Kondensatory papierowe na napięcie poniżej 600 V	0,025
10	Kondensatory ceramiczne na napięcie poniżej 600 V	0,0625
11	Kondensatory tantalowe	0,6
12	Kondensatory styroflcksowe	0,135
13	Kondensatory elektrolityczne aluminiowe	0,135
14	Zestyki wyłączające	0,5
15	Liczniki	4,2
16	Złącza wtykowe centralne	2,0/wt
17	" " telefoniczne	0,002/wt
18	" " bananowe	0,062/wt
19	Oporniki	0,159
20	Oporniki kompozycyjne 1/4 W	0,016
21	Oporniki kompozycyjne 1/2 W	0,06
22	Oporniki kompozycyjne 2 W	0,071
23	Oporniki drutowe	0,087
24	Oporniki drutowe większej mocy	0,164
25	Oporniki węglowe	0,068
26	Potencjometry	3,0
27	Potencjometry masowe	3,1

tabl. 3. c.d.

1	2	3
28	Potencjometry drutowe	1,4
29	Podstawy (chassis)	0,921
30	Przekaźniki z opóźnieniem czasowym	0,39
31	Przekaźniki hermetyczne	0,04/g.k.
32	Przekaźniki dużej mocy	0,3/g.k.
33	Przekaźniki ogólnego przeznaczenia	0,25/g.k.
34	Przekaźniki sygnalizacyjne	0,26/g.k.
35	Przekaźniki elektromagnetyczne	0,3/g.k.
36	Przełączniki	0,05
37	Przewody połączeniowe	0,015
38	Transformatory	0,15
39	Transformatory mocy	0,5
40	Styczniki	0,25/g.k.
41	Tranzystory germanowe 20 mW	0,7
42	Tranzystory germanowe 200 mW	1,91
43	Tranzystory germanowe większej mocy	0,6
44	Wyłączniki ręczne typu Rumbler	0,06/k
45	Zaciski	0,0005
46	Żarówki	0,625

U w a g a . Niektóre wartości intensywności mają oznaczenia literowe, które są odpowiednimi skrótami: k - - zestyk, wt - wtyk, g.k. grupa zestyków. Wartość intensywności w tym przypadku należy odnosić na jeden taki detal elementu lub podzespołu. I tak na przykład, jeżeli złącze wtykowe ma 20 wtyków, aby otrzymać intensywność uszkodzeń całego złącza wtykowego, należy intensywność na jeden wtyk pomnożyć przez 20.

Z kolei określa się

$$\Lambda = \sum_{i=1}^{N} \lambda_{i0} \cdot k_i \qquad i \qquad T_{\acute{s}r} = \frac{1}{\Lambda}$$

$T_{\acute{s}r}$ średni czas poprawnej pracy urządzenia.

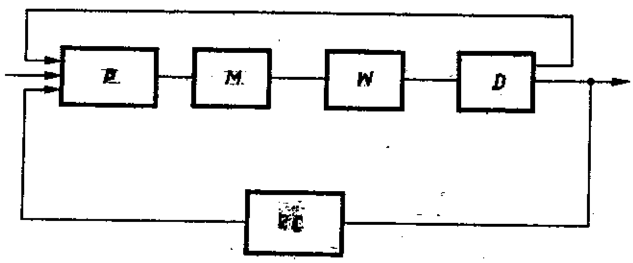
Znając Λ obliczyć można prawdopodobieństwo poprawnej pracy w ciągu czasu t

$$R(t) = e^{-\Lambda t}$$

względnie można określić czas poprawnej pracy przy zadanym prawdopodobieństwie poprawnej pracy urządzenia R

$$t \approx q\, T_{\acute{s}r} = T_{\acute{s}r}\,(1 - R)$$

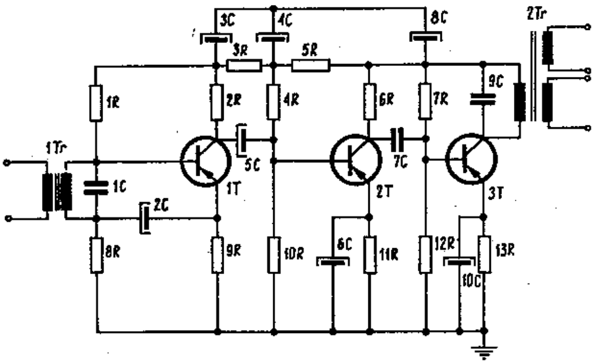
Jako przykład rozpatrzmy układ automatyczny regulacji złożony z przetwornika, regulatora PID i mechanizmu wykonawczego [8]. Regulator PID przedstawiony jest



Rys. 4. Schemat blokowy regulatora PID

P - układ pomiarowy, M - modulator, W - wzmacniacz, D - demodulator, RC - sprzężenie zwrotne

na rys. 4. Analizę niezawodności układu regulacyjnego zaczniemy od obliczenia niezawodności wzmacniacza tranzystorowego wchodzącego w skład regulatora PID, którego układ jest przedstawiony na rys. 5.



Rys. 5. Schemat ideowy wzmacniacza tranzystorowego

Intensywność uszkodzeń wzmacniacza wynosi

$\Lambda_w = 27{,}4 \cdot 10^{-6}/h$ w warunkach obciążenia przyjętych w tym układzie

$R_{(2000h)} = 0{,}95$ niezawodność pracy po 2000 h

Przy znamionowych warunkach obciążenia

$$\Lambda_{ow} \simeq 96 \cdot 10^{-6}/h$$

Niezawodność wzmacniacza po 2000 h przy znamionowych warunkach obciążenia jego elementów wynosi:

$$R_{(2000)} = 0{,}84$$

T a b l i c a 4

Intensywność uszkodzeń wzmacniacza tranzystorowego

Wyszczególnienie	Ilość n_i	Intensywność uszkodzeń $\lambda_{10} \cdot 10^6$	Współczynnik obciążenia $\frac{P_i}{P_n}$ lub $\frac{U_i}{U_n}$	Współczynnik $K_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_{10}}$	$\lambda_i = \lambda_{10} K_i \cdot 10^6$	$n_i \lambda_i \cdot 10^6$
Triody półprzewodnikowe	3	10	0,5	$\leq 0,2$	2	6
Transformator dwuuzwojeniowy	1	2x0,9	0,5	$\leq 0,8$	1,44	1,44
Transformator trzyuzwojeniowy	1	3x0,9	0,5	$\leq 0,8$	2,16	2,16
Kondensatory papierowe	2	1,6	0,06	$\leq 0,4$	0,64	1,28
Kondensatory elektrolityczne	8	3,4	0,1	$\leq 0,3$	1,02	8,16
Oporniki	13	2,2	0,4	$\leq 0,2$	0,44	5,72
Punkty lutownicze	25	0,1	-	-	-	2,5

$$\sum_i n_i \lambda_i = 27{,}4$$

Wyniki obliczeń innych bloków regulatora PID uzyskane w analogiczny sposób są zestawione w tabeli poniżej.

Blok	$\lambda_o \cdot 10^6$	$\lambda \cdot 10^6$
Człon sumujący	11	2,5
Układ sprzężenia zwrotnego	15	6
Modulator	38	8,3
Wzmacniacz	96	27,4
Demodulator	55	10,7
Zasilacz	54	10,0

$$\sum \lambda_o = 270 \cdot 10^{-6}/h \qquad \sum \lambda = 65 \cdot 10^{-6}/h$$

Przy znamionowych warunkach obciążenia elementów

$\Lambda_o = 270 \cdot 10^{-6}/h$ – intensywność uszkodzeń regulatora

$T_{śr} = \dfrac{1}{\Lambda_{or}} = 3700$ – średni czas poprawnej pracy

$t_o, R \geqslant 0{,}9 \approx 370$ h – czas pracy regulatora PID przy niezawodności $R \geqslant 0{,}9$

$R_o(2000) = e^{-270 \cdot 10^{-6} \cdot 2000} = 0{,}60$ – niezawodność po 2000 h

W przyjętych warunkach obciążenia elementów intensywność uszkodzeń regulatora PID wynosi

$$\Lambda = 65 \cdot 10^{-6}/h$$

$T_{śr} = \frac{1}{\Lambda} = 15400$ h - średni czas poprawnej pracy

$t_{R \geq 0,9} \approx 1540$ h - czas pracy regulatora PID spełniającej warunek $R \geq 0,9$

$R(2000) = e^{-65 \cdot 10^{-6} \cdot 2000} = 0,88$ - niezawodność po 2000 h

Analogicznie obliczone dane dla pozostałych urządzeń układu regulacji przedstawia tablica na str. 64.

Ostatecznie dla całego układu automatycznej regulacji otrzymuje się przy przyjętych warunkach pracy

$$\Lambda = 100 \cdot 10^{-6} + 240 \cdot 10^{-6} + 150 \cdot 10^{-6} = 490 \cdot 10^{-6}/h$$

$T_{śr} = \frac{1}{\Lambda} \approx 2000$ h - średni czas poprawnej pracy

$T_{R \geq 0,9} \approx 200$ h

$$R(t = 2000 \text{ h}) = e^{-\Lambda t} \approx e^{-500 \cdot 10^{-6} \cdot 2000} = 0,37$$

Po upływie czasu $t = T_{śr}$ prawdopodobieństwo poprawnej pracy $R(T_{śr}) = 0,37$, a więc średnio uszkodzi się 63% obiektów.

Tablica 5

Urządzenie	Obciążenie znamionowe				Przyjęte obciążenie			
	R_o $t=2000$ h	$\Lambda_o \cdot 10^6$	$T_{o śr}$ [h]	t przy $R \geq 0,9$ [h]	R	$\Lambda \cdot 10^6$	$T_{śr}$ [h]	t przy $R \geq 0,9$ [h]
Regulator PID	0,60	270	3700	370	0,88	65,0	15400	1540
Układ pomiarowy	0,34	535	1870	187	0,81	105,0	9500	1450
Zadajnik	0,48	362	2760	276	0,87	69,0	14500	950
Przetwornik	-	-	-	-	0,83	100	10^4	10^3
Mechanizm	-	-	-	-	0,78	150	6500	650

5. ZASADY EKSPERYMENTALNEGO OKREŚLANIA NIEZAWODNOŚCI

Jeżeli nieznane są intensywności uszkodzeń elementów, niezawodność można oszacować na podstawie badań eksperymentalnych próbki losowej drogą zbierania danych statystycznych o czasach życia obiektów i odpowiedniej obróbki tych danych. Analiza badań eksperymentalnych powinna obejmować:

a) wstępne obliczenia liczności próbki losowej i czasu trwania badań,

b) obliczenia wartości niezawodności na podstawie danych statystycznych uzyskanych w badaniach,

c) oszacowanie dokładności i wiarygodności otrzymanych wyników.

Obliczenia liczności próbki losowej oraz czasu trwania badań przeprowadza się w oparciu o wzory

$$\delta = 0{,}6 \; \frac{t_{\alpha}}{n-1}$$

gdzie

δ - dopuszczalny uchyb względny,

n - liczba uszkodzonych obiektów w czasie badań,

P_n - prawdopodobieństwo, że faktyczny uchyb nie przekroczy założonej wartości - wiarogodność oszacowania,

$t_\alpha = \frac{\varepsilon}{S}$ – gdzie ε – szerokość przedziału ufności, zaś S określa się zależnością

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(T_i - T^*)^2}{n(n-1)}}$$

przy czym

$$T^* = \frac{\sum_{i=1}^{n} T_i}{n}$$

gdzie

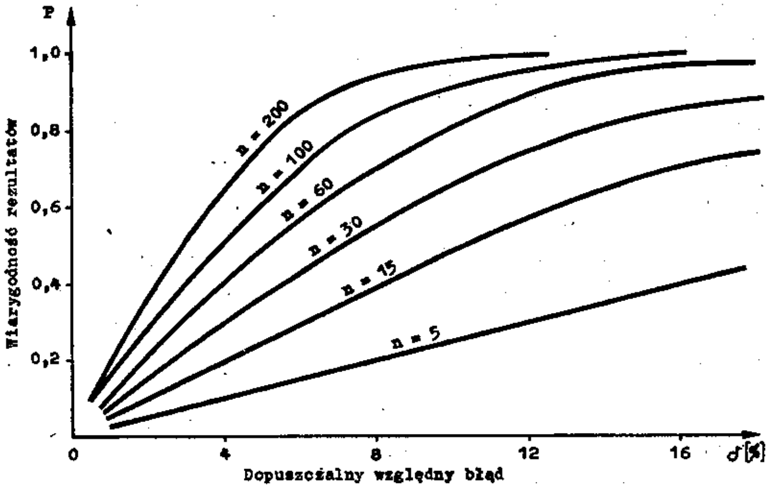
T^* – zaobserwowana wartość w próbce średniego czasu poprawnej pracy,

T_i – czas życia i-tego obiektu.

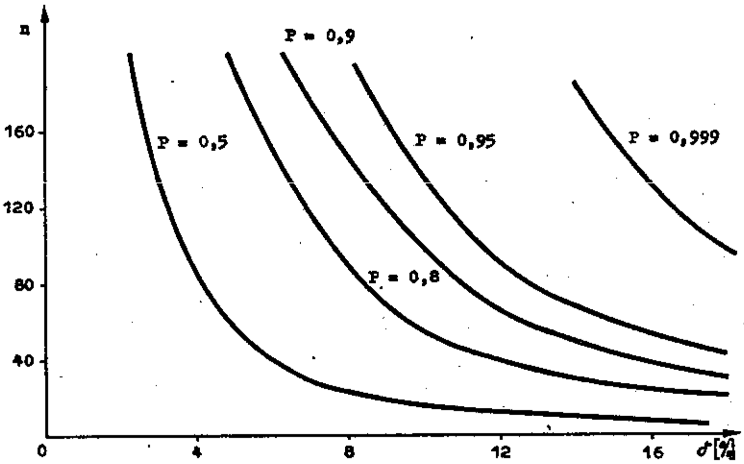
Wygodniej jest korzystać z wykresów przedstawiających graficzne zależności ilości uszkodzeń /realizacji zmiennej losowej – czasu poprawnej pracy obiektów) od zakładanej dokładności oszacowania δ przy różnych wiarygodnościach oszacowania P_n przedstawionych na rys.6 i 7.

W praktyce, przy obliczeniach niezawodności przyrządów i układów automatycznej regulacji nie wymagających specjalnie wysokiej dokładności oszacowania, przyjmuje się $\delta \approx 10\%$; jeśli przyjmie się ponadto $P_n = 0,9$, to badania powinny być kontynuowane do momentu, aż liczba uszkodzonych obiektów n będzie równa 100.

We wstępnych obliczeniach za średni czas poprawnej pracy obiektu przyjmuje się czas podawany przez wytwórcę w danych technicznych danego typu obiektów T_n. Zna-



Rys. 6. Wykres zależności P = f (δ ,n) - wiarygodności rezultatów od względnego błędu δ i liczności próbki losowej n



Rys. 7. Wykres zależności liczności próbki losowej n od względnego błędu δ i wiarygodności rezultatów P

-jąc wymagane n i T_n można określić "objętość" badań jako

$$M = n\, T_n$$

W badaniach może zajść przypadek, że jest ograniczona liczba obiektów przeznaczonych do badań na przykład do N obiektów, wtedy czas trwania badań określa się z zależności

$$T_b = \frac{M}{N}$$

lub może zajść drugi przypadek, gdy ograniczony jest z góry czas trwania badań T_b, na przykład w celu szybkiego otrzymania wyników, wtedy liczbę obiektów koniecznych do badań wyznacza się z zależności

$$N = \frac{M}{T_b}$$

Ogólnie liczba obiektów badanych nie powinna być mniejsza od trzech, gdyż inaczej mogą dominować indywidualne cechy danych obiektów (zła reprezentatywność próbki), zaś czas badań T_b powinien być większy od $2T_n$, gdyż w przeciwnym przypadku znaczna część badanych obiektów nie ulegnie uszkodzeniom.

Dokładność oszacowania średniego czasu poprawnej pracy T określa się z zależności

$$\delta^* = \frac{\sigma^* t_\alpha}{\sqrt{n}} \cdot 100 \ [\%]$$

gdzie

δ^* – względny uchyb w procentach,

σ^* – względne średnie kwadratowe odchylenie określone następującym wzorem

$$\sigma^* = \sqrt{\frac{n}{n-1}\left[\frac{n\sum\limits_{i=1}^{n} T_i^2}{\left(\sum\limits_{i=1}^{n} T_i\right)^2} - 2 + \frac{1}{n}\right]}$$

Wartości t_α dla P_n = 0,8; 0,9 i 0,95 są podane w tabl. poniżej.

Jeżeli obliczona wartość δ^* okaże się mniejsza lub równa wymaganej dokładności, to znaczy, że średni czas poprawnej pracy danego typu obiektu T można przyjąć jako równy T^* z dokładnością δ i wiarygodnością P_n.

Jeżeli zaś δ^* okaże się większe od wymaganej dokładności, to badania należy kontynuować dalej.

T a b l i c a 6

Zależność t_α od prawdopodobieństwa P_n i liczności próbki losowej n

n-1	Wartości t_α przy prawdopodobieństwie P_n		
	0,8	0,9	0,95
1	2	3	4
1	3,08	6,31	12,71
2	1,886	2,92	4,30
3	1,368	2,35	3,18
4	1,533	2,13	2,77
5	1,476	2,02	2,57

c.d. tabl. 6.

1	2	3	4
6	1,440	1,943	2,45
7	1,415	1,895	2,36
8	1,397	1,860	2,31
9	1,383	1,833	2,26
10	1,372	1,812	2,23
12	1,356	1,782	2,18
14	1,345	1,761	2,14
16	1,337	1,745	2,12
18	1,330	1,734	2,10
20	1,325	1,725	2,09
25	1,316	1,708	2,06
30	1,310	1,697	2,04
40	1,303	1,684	2,02
60	1,296	1,671	2,00
120	1,289	1,658	1,980
1000	1,282	1,645	1,960

6. KRYTERIA PRZY USTALANIU WYMAGAŃ DOTYCZĄCYCH NIEZAWODNOŚCI

Skutki uszkodzeń dowolnych obiektów można podzielić na trzy zasadnicze kategorie:

1) powodujące nieznaczne szkody, na przykład uszkodzenia elementów i urządzeń w układach pomocniczych,kontrolnych lub krótkotrwałe uszkodzenia przemijające,

2) powodujące duże straty, na przykład uszkodzenia elementów i urządzeń regulacji lub sterowania poważnych obiektów,

3) zwykle niedopuszczalne, powodujące groźne awarie, długie przestoje lub katastrofy (na przykład uszkodzenia systemów bezpieczeństwa, układów zabezpieczających oraz niektórych układów regulacji kontroli).

Uszkodzenia kategorii 1 i 2 prowadzą do naruszenia reżimów technologicznych lub przestojów, przy czym straty materialne różnią się znacznie w obu kategoriach.

Oto wymagania pod względem niezawodności stawiane dla tych trzech kategorii obiektów [6]:

1. Prawdopodobieństwo uszkodzeń $q \leq 0{,}1$ w okresie od 500 - 2000 h pracy, co odpowiada średniemu czasowi poprawnej pracy $T_{śr} = 5 \cdot 10^3 \div 2 \cdot 10^4$ h względnie intensywności uszkodzeń

$$\Lambda = 200 \cdot 10^{-6} \div 50 \cdot 10^{-6} \ 1/h$$

Te wymagania odpowiadają spotykanym w praktyce parametrom niezawodnościowym niezbyt skomplikowanych obiektów bez rezerwy.

2. Prawdopodobieństwo uszkodzeń $q \leq 0{,}1$ w okresie od 2000 do 10000 h pracy, co odpowiada średniemu czasowi poprawnej pracy $T_{śr} = 2 \cdot 10^4 \div 1 \cdot 10^5$ h względnie intensywności uszkodzeń

$$\Lambda = 50 \cdot 10^{-6} \div 10 \cdot 10^{-6} \ 1/h$$

Aby były spełnione powyższe wymagania, konieczne jest stosowanie elementów o największej niezawodności, rezerwowanie elementów względnie całych układów oraz racjonalny dobór warunków pracy.

3. Dla trzeciej kategorii oczywiście wymagania są najwyższe - prawdopodobieństwo uszkodzeń $q \leq 0,01$ w okresie 10000 do 100000 h pracy, co odpowiada średniemu czasowi poprawnej pracy $T_{śr} = 10^6 \div 10^7$ h względnie intensywności uszkodzeń

$$\Lambda = 1.10^{-6} - 0,1.10^{-6} \ 1/h$$

Te wymagania są niezwykle ostre, gdyż wymagają, by intensywność uszkodzeń złożonego obiektu lub systemu była równa intensywności uszkodzeń osiąganej przez pojedyncze elementy o najwyższej niezawodności, na przykład opornika, diody itp. W tym przypadku osiągnięcie wymaganej niezawodności będzie możliwe tylko przez zastosowanie dużych układów nadmiarowych (rezerwy, redundancji). Z drugiej strony warunek $q < 0,01$ w czasie 10^4 h oznacza jednak, że możliwa jest w przeciągu około półtora roku awaria jednego obiektu na każde sto obiektów tego typu.

7. SPOSOBY POLEPSZENIA NIEZAWODNOŚCI

W okresie opracowywania konstrukcji w celu polepszenia niezawodności stosuje się:

a) dobór najlepszych elementów pod względem niezawodności,

b) zasadę blokowej i modułowej konstrukcji, unifikacji, co pozwala skrócić czas naprawy i zmniejszyć ilość części zapasowych,

c) przyjmowanie łagodniejszych warunków pracy, przez co uzyskuje się 4 - 5-krotne zwiększenie średniego czasu życia,

d) rezerwowanie elementów; krotność rezerwowania powinna być taka, by osiągnąć żądaną niezawodność, zaś koszty, waga i wymiary nie przekraczały dopuszczalnych granic.

Podczas produkcji i eksploatacji obiektów środkami polepszenia niezawodności są:

a) starzenie wstępne elementów - w celu przekroczenia okresu docierania (obciążenie, wygrzewanie oraz wytrząsanie),

b) selekcja elementów w czasie kontroli technicznej,

c) właściwa technologia produkcji,

d) prace kontrolno-badawcze nad niezawodnością,

e) skrócenie czasu lokalizacji uszkodzeń przez stosowanie układów kontrolnych, sygnalizacyjnych i alarmowych,

f) skrócenie czasów naprawy przez organizację sprawnej służby eksploatacyjnej.

8. UWAGI KOŃCOWE

Na ogół stan niezawodności urządzeń w naszym kraju jest niski. W kierunku obniżania niezawodności działają - bardzo duża i permanentna przewaga popytu nad podażą, brak konkurencji (dostawcy są zwykle jedynymi producentami), system planowych przydziałów eliminujący możliwość wyboru, wykonywanie planów ilościowych za wszelką cenę, brak i trudności określania liczbowych kryteriów jakości produkcji oraz brak konsekwencji personalnych za produkcję braków.

Z tych powodów, a także z uwagi na szybki rozwój przemysłowy, brak dużej kultury technicznej oraz tradycji przemysłowych, zagadnienia niezawodności w naszym kraju posiadają szczególnie duże znaczenie, być może większe niż w wielu innych krajach.

Wydaje się, że w celu podniesienia niezawodności w obecnym stanie rzeczy powinny być tworzone silne i niezależne, w bardzo szerokim znaczeniu tego słowa, wydziały kontroli jakości produkcji i biura badawcze zagadnień niezawodności w zakładach przemysłowych oraz zakłady, zajmujące się teoretycznymi i praktycznymi problemami niezawodności, w naukowych instytutach branżowych. Konieczne jest również jak najszybsze wyeliminowanie przyczyn obniżających jakość produkcji przez racjonalną organizację produkcji i systemu gospodarczego, co jest warunkiem koniecznym do zbudowania trwałych i powszechnych (ogólnokrajowych) zdrowych podstaw dobrej produkcji.

WYKAZ LITERATURY

1. Meyers R.H., Wong K.L., Gordy H.M.: Reliability Engineering for Electronic System 1964.
2. Kiliński A.: O niezawodności sprzętu elektronicznego. Przegląd Telekomunikacyjny, 1960, nr 10.
3. Firkowicz S.: "Elektronika" - Statystyczna ocena jakości i niezawodności lamp elektronowych. 1963.
4. Firkowicz S.: Matematyczne metody badania niezawodności elementów i podzespołów (część IV poradnika kursu ITR). 1964.
5. Lloyd D.K., Lipow M.: Reliability, Management Methods and Matematics. 1962.
6. Gniedienko B.W., Bielajew Ju.K., Sołowiow A.D.: Matiematiczeskije mietody w tieorii nadiożnosti. 1966.
7. Druzinin: Nadiożnost ustrojstw awtomatiki. 1964.
8. Enciklopiedia po izmieritielnoj tiechnikie i awtomatikie. 1964.
9. Grzesiak K.: Niezawodność urządzeń elektronicznych. 1965.
10. Pearson K.: Tables of the incomplete Γ- function. 1957.
11. Wolpin A.G.: Osnownyje poniatija i raszczot nadiożnosti radioprijomnika. 1965.