

MINISTERSTWO ŁĄCZNOŚCI

PRACE
INSTYTUTU ŁĄCZNOŚCI

ROK XII

ZESZYT 4(40)

WARSZAWA 1965

WYDAWNICTWA NAUKOWO-TECHNICZNE

SPIS TREŚCI

1. *Alicja Stobiecka* — Badania nad barwionym żelem krzemionki jako wskaźnikiem zawilgocenia powietrza w kontroli ciśnieniowej kabli telekomunikacyjnych 3
2. *Zbigniew Dudziński* — Współzależność między rozwojem łączności a rozwojem gospodarki narodowej 17

СОДЕРЖАНИЕ

1. *А. Стобеца* — Исследование окрашенного силикагеля с точки зрения применения его в индикаторах влажности воздуха системы содержания кабелей под постоянным избыточным газовым давлением 13
2. *Зб. Дудзиньски* — Взаимное отношение между развитием связи и развитием народного хозяйства 48

CONTENS

1. *A. Stobiecka* — Research of colored silica gel as air humidity indicator in pression control of telecommunication cables 13
2. *Zb. Dudziński* — Interdépendance between the development of the telecommunications and the development of the national economy 49

SOMMAIRE

1. *A. Stobiecka* — Etudes sur le gel coloré de silice employé comme indicateur d'humidité de l'air dans le controle par pression des câbles de télécommunications 14
2. *Zb. Dudziński* — Interdépendance entre le développement des télécommunications et celui de l'économie nationale 50

INHALTSVERZEICHNIS

1. *A. Stobiecka* — Untersuchungen über das Silikagel als Luftfeuchtigkeitsanzeiger in der Druckkontrolle der Fernmeldekabel 14
2. *Zb. Dudziński* — Mitabhängigkeit zwischen der Entwicklung des Fernmeldedienstes und deren der Nationalwirtschaft 50

PRACE
INSTYTUTU ŁĄCZNOŚCI

ROK XII

ZESZYT 4(40)

Ministerstwo Łączności — Prace Instytutu Łączności
BŁĘDY DOSTRZEŻONE W DRUKU

Str.	Wiersz	Jest	Powinno być
21	3 od dołu	dz ie	gdzie
21	4 „ „	$\frac{\sum_i (x_i - x)}{\sqrt{\sum_i (x_i - x)^2}}$	$\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}}$
22	15 od dołu	$x = \frac{1}{15}$	$\bar{x} = \frac{1}{15}$
24	4 od góry	[3. str. 3385],	[3. str. 385],
36	2 od dołu	(o współrzędnych x) =	(o współrzędnych \bar{x} =

WARSZAWA 1965

WYDAWNICTWA NAUKOWO-TECHNICZNE

Komitet Redakcyjny

Redaktor naczelny — *prof. mgr inż. Feliks Blocki*

Redaktorzy działów:

adiunkt inż. Aleksy Brodowski,
prof. mgr inż. Sylwester Jarkowski,
prof. mgr inż. Lesław Kędziński

Sekretarz Redakcji — *Maria Jabłonowska*

Adres Redakcji

Instytut Łączności, Warszawa—Miedzeszyn, ul. Szachowa 1

WSZELKIE PRAWA ZASTRZEŻONE

Printed in Poland

Opracowano w Dziale Wydawniczym
Instytutu Łączności

Redaktor techniczny: *Iwona Czarnecka*

WNT Warszawa 1966. Wydanie 1. Nakład 565 Ark. wydawniczych 3,7- Ark. druk 4,32/A Format B5. Papier sat.
kl. V. 70 gr. 70x100/16. Oddano do składania 16.7.66 Podpisano do druku 26.8.66 Druk ukończono we wrześniu 1966
Symbol 80373/INB. Cena zł 14,—

Zakłady Graficzne im. Marcina Kasprzaka — Poznań — Zam 1170/66—W-3

ALICJA STOBIECKA

541.183.26:621.315.22.004.5.

BADANIA NAD BARWIONYM ŻELEM KRZEMIONKI JAKO WSKAŹNIKIEM ZAWILGOCENIA POWIETRZA W KONTROLI CIŚNIENIOWEJ KABLI TELEKOMUNIKACYJNYCH

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dnia 20. XII. 1965 r.

W artykule omówiono właściwości żelu krzemionki jako wskaźnika, przez zmianę zabarwienia, stopnia osuszenia powietrza tłoczonego do kabli telekomunikacyjnych.

Podano strukturę chemiczną żelu krzemionki, jego rodzaje oraz sposób jego wysycania barwnymi solami kobaltu, jak również wpływ warunków otrzymywania żelu na jego własności jako osuszacza oraz jako wskaźnika stopnia wilgotności powietrza.

Porównano własności suszące żelu krzemionki z własnościami innych substancji suszących. Przedstawiono metody i wyniki przeprowadzonych badań i na tej podstawie zaproponowano wprowadzenie zmian w dotychczasowej technologii otrzymywania żelu krzemionki. Uznano za korzystne:

- 1) przemywanie hydrożelu do zubożenia,
- 2) obniżenie temperatury suszenia żelu.

Ponadto podano własności i omówiono zalety barwnej substancji wskaźnikowej nowo opracowanej z krzemionki gatunku „Aerosil”, nadającej się do zastosowania jako wskaźnik wilgotności w rurce kontrolnej.

1. WSTĘP

W sieciach międzymiastowych, okręgowych i miejscowych coraz szerzej stosuje się kontrolę ciśnieniową kabli telekomunikacyjnych. Celem tej kontroli jest:

- sygnalizacja powstawania nieszczelności powłoki kabla,
- lokalizacja miejsca uszkodzenia powłoki kabla,
- przeciwdziałanie zawilgoceniu ośrodka kabla do czasu zlokalizowania i usunięcia uszkodzenia powłoki (w kontroli ciśnieniowej z samoczynnym uzupełnianiem gazu).

Zawilgocenie izolacji kabli telekomunikacyjnych powoduje bowiem pogorszenie oporności i wytrzymałości elektrycznej oraz zwiększenie jej strat dielektrycznych, a tym samym pogorszenie jakości transmisji.

Gaz stosowany do kontroli ciśnieniowej powinien charakteryzować się następującymi właściwościami:

- możliwie małą zawartością wilgoci,
- obojętnością chemiczną względem materiałów kablowych,
- brakiem wpływu na własności elektryczne izolacji,
- niepalnością, niepodatnością do wybuchu i nietoksycznością,
- niską ceną.

Najbardziej odpowiednimi gazami, spełniającymi powyższe warunki, są azot i powietrze, z których, ze względu na cenę oraz łatwość otrzymywania w stanie sprężonym, najczęściej stosowane jest powietrze.

Powietrze tłoczy się do kabli pod nadciśnieniem $0,4 \div 0,7$ kG/cm² z butli stalowych poprzez reduktory ciśnienia lub z otoczenia za pomocą sprężarek. Powietrze z otoczenia, a także z butli (przy ciśnieniu poniżej 30 atm), zawiera jednakże nadmierną zawartość wilgoci i wymaga osuszenia przed wprowadzeniem do kabla, aby zawartość wilgoci w izolacji nie przekraczała $2 \div 4\%$, zależnie od temperatury i typu kabla. Przeciętna wilgotność względna powietrza w pomieszczeniu zamkniętym o temperaturze 20°C wynosi bowiem $30 \div 60\%$, co odpowiada wilgotności bezwzględnej średnio około 10 G/m³, a wilgotność bezwzględna powietrza pobieranego z butli o ciśnieniu poniżej 30 atm może wynosić do 1,6 G/m³ przy ciśnieniu 0,8 atm [1, 2]. Natomiast instrukcja krajowa dotycząca kontroli ciśnieniowej kabli nie dopuszcza w powietrzu wprowadzanym do kabli miejscowych zawartości wilgoci ponad 0,6 G/m³ [2].

Osuszenie powietrza do wymaganej zawartości wilgoci można uzyskać różnymi sposobami. Najczęściej stosuje się baterię osuszników wypełnionych substancją o dużej zdolności adsorpcyjnej wilgoci, jak chlorek wapniowy, żel krzemionki lub tlenek glinowy, których własności przedstawia tabl. 1 [3, 4].

Jak widać z powyższych danych, najlepsze właściwości suszące ma tlenek glinowy, który jednak, ze względu na swoją budowę, nadaje się raczej do statycznego osuszania powietrza o dużej zawartości wilgoci; ponadto jest to substancja stosunkowo droga. Z pozostałych dwóch pochłaniaczy znacznie lepsze wyniki daje żel krzemionki, który wchłania więcej wilgoci, ma lepszą zdolność osuszającą powietrze, nie pęcznieje przy wchłanianiu wilgoci oraz jest nierozpuszczalny w wodzie, bierny chemicznie i stosunkowo łatwy do regeneracji, wobec czego coraz bardziej wypiera on stosowany dotychczas chlorek wapniowy. Istotne jest również zmniejszenie liczby osuszników z trzech lub czterech zawierających chlorek wapniowy do jednego wypełnionego żelazem krzemionki.

Cenną zaletą żelu krzemionki jest ponadto możliwość jego zabarwienia solami kobaltu. Żel barwiony, zależnie od zawartości wilgoci pochłoniętej z otoczenia, czyli od stopnia osuszenia powietrza, zmienia mianowicie swoje zabarwienie

z niebieskiego, o odcieniu zależnym od zawartości soli kobaltu i zanieczyszczeń żelu, do różowego poprzez niebiesko-zielone, szare, beżowe i jasnożółte, dzięki czemu można wizualnie stwierdzić stopień zawilgocenia żelu.

Do kontroli ciśnieniowej kabli stosuje się obecnie w kraju osuszniaki całkowicie wypełnione barwionym żelem krzemionki, pochodzącym z importu. Metody tej nie można bowiem stosować przy użyciu żelu krzemionki, produkowanego przez

Tablica 1

Właściwości substancji stosowanych do osuszania powietrza

Właściwości substancji do osuszania powietrza	Substancje osuszające		
	chlorek wapniowy	żel krzemionki	tlenek glinowy
Rozpuszczalność w wodzie	dobra	nierozpuszczalne	
Ciężar nasypowy, G/l	710	670	850—900
Zawartość pochłoniętej wilgoci przy temp. 20°C, w stosunku do własnego ciężaru, %	27	36	50
Zdolność osuszająca (zawartość wilgoci pozosta- jąca w osuszonym powietrzu), G/m ³	1,5	0,236	0,001
Wilgotność względna osuszonego powietrza, %	8,8	2—3	1
Temperatura, °C	400	150—180	350
Czas regeneracji, godz.	6	3	3

Inowrocławskie Zakłady Sodowe, ponieważ znajdujący się w nim dodatek tlenu glinowego, polepszający własności mechaniczne żelu, uniemożliwia jego zabarwienie.

W Związku Radzieckim stosuje się osuszniaki wypełnione wąskoporowatym, niebarwionym żelem krzemionki. Powietrze po wyjściu z osuszniaka przepuszcza się przy tym okresowo przez rurkę kontrolną wypełnioną żelem barwionym, połączoną w tym czasie z osuszniakiem [3].

2. BUDOWA I RODZAJE ŻELU ORAZ WPLYW WARUNKÓW OTRZYMYWANIA NA WŁASNOŚĆ ŻELU KRZEMIONKI

2.1. Budowa żelu krzemionki

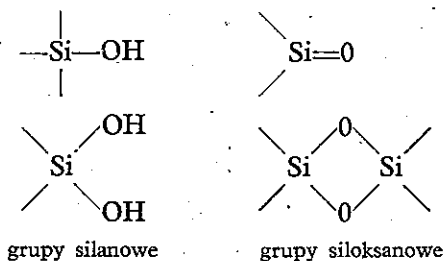
Żel krzemionki powstaje w wyniku samorzutnej kondensacji (polimeryzacji z wydzieleniem pewnej liczby cząsteczek wody) kwasu krzemowego i jest dwutlenkiem krzemowym o różnym stopniu uwodnienia i wzorze $\text{SiO}_2 \cdot n\text{H}_2\text{O}$.

Przyjmując micelną teorię budowy żelu krzemionki, etapy jego powstawania są następujące:

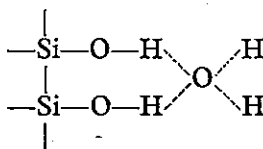
- homogeniczny, koloidalny zol — ciecz,
- heterogeniczny, uwodniony żel (hydrożel) — konsystencja galarety,
- odwodniony hydrożel (żel właściwy) — ciało stałe.

Przeście z etapu pierwszego w drugi, czyli koagulacja, jest to uporządkowanie cząstek zolu w przestrzennie rozgałęzioną budowę łańcuchów polimeru, między którymi znajdują się woda lub roztwory wodne. Przeście z etapu drugiego w trzeci jest to usuwanie wody znajdującej się między łańcuchami polimeru i związane z tym kurczenie się szkieletu kwasu krzemowego, w wyniku którego powstają wzajemnie połączone kanaliki wypełnione pozostałością wody i powietrzem. Dzięki takiej budowie żel krzemionki ma bardzo rozwiniętą powierzchnię wewnętrzną, wynoszącą do kilkuset m²/G żelu.

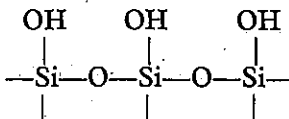
Adsorpcję pary wodnej, czyli zdolność pochłaniania wilgoci przez żel krzemionki, można wyjaśnić związaniem atomów krzemu na powierzchni żelu z tlenem lub grupami OH według następujących schematów [5]:



Adsorpcja wody na powierzchni żelu zachodzi prawdopodobnie na grupach OH z wytworzeniem wiązania wodorowego między tlenem drobiny wody i wodorem grupy OH:



Według innych założeń adsorpcję wody przypisuje się następującej budowie warstwy powierzchniowej żelu [6]:



2.2. Rodzaje żelaz krzemionki

Jak z powyższego wynika, zdolność adsorpcyjna żelaz krzemionki zależy w dużej mierze od jego budowy, a mianowicie od charakteru porów, ich średnicy i całkowitej objętości. W związku z tym istnieje tak zwany żel szerokokoporowaty i wąskoporowaty, których właściwości z uwzględnieniem zdolności adsorpcyjnych podano w tabl. 2 [7].

Tablica 2

Właściwości wąskoporowatego i szerokokoporowatego żelaz krzemionki

Właściwości żelaz	Gatunek żelaz	
	wąskoporowaty	szerokokoporowaty
Ciężar nasypowy, G/cm ³	0,65—0,75	0,37—0,43
Wielkość powierzchni, m ² /G	770—830	330—350
Objętość porów, cm ³ /G	0,39—0,45	0,80—1,0
Średnica porów, Å	22—26	100—150
Chłonność pary wodnej żelaz do nasycenia, przy temp. 25°C, w stosunku do własnego ciężaru żelaz, w %		
przy wilgotności powietrza		
40%	24,0	3,6
60%	36,0	5,8
80%	40,0	12,8
100%	42—45,0	80—100

Z tablicy 2 widać, że do uzyskania szybkiego i możliwie dokładnego osuszenia powietrza należy stosować żel wąskoporowaty, który charakteryzuje się dwa do trzech razy mniejszym czasem adsorpcji wilgoci niż żel szerokokoporowaty oraz kilkakrotnie większą adsorpcją przy małej wilgotności względnej powietrza [9]. Uwzględniając to, do osuszania powietrza stosowanego w kontroli ciśnieniowej kabli należy używać wyłącznie żelaz wąskoporowatego.

2.3. Wpływ warunków otrzymywania na właściwości żelaz krzemionki

Metody otrzymywania żelaz krzemionki są następujące:

- z halogenków krzemu przez hydrolizę,
- z krzemianów przez działanie łatwo hydrolizującymi solami,
- z krzemianów przez działanie kwasami.

Żel krzemionki otrzymywany metodą pierwszą jest bardzo czysty, lecz bardzo drogi, a żel otrzymywany drugą metodą jest matowy i także stosunkowo drogi. Dlatego w skali produkcyjnej stosowana jest tylko metoda trzecia, przy czym

substratami reakcji są roztwory technicznego krzemianu sodowego (szkła wodnego) i roztwory kwasów nieorganicznych, najczęściej solnego lub siarkowego.

Produkt tej reakcji jest zwykle także matowy wskutek zanieczyszczeń zawartych w substratach, jakkolwiek, stosując możliwie czyste substraty, można metodą trzecią otrzymać żel krzemionki zupełnie lub prawie zupełnie przezroczysty.

Otrzymywanie żelu krzemionki metodą trzecią można podzielić na następujące etapy:

- otrzymywanie hydrozolu kwasu krzemowego,
- koagulacja hydrozolu w hydrożel,
- przemywanie hydrożelu,
- suszenie hydrożelu.

Sposób postępowania podczas niektórych stadiów otrzymywania żelu krzemionki może mieć pośredni lub bezpośredni wpływ na własności gotowego produktu. I tak według badań *I. E. Nejmarka* [6] warunki otrzymywania hydrozolu i jego koagulacji w hydrożel nie mają praktycznie wpływu na strukturę końcową (porowatość) produktu, przeciwnie niż na szybkość koagulacji, która przebiega tym wolniej:

- im mniejsze jest stężenie roztworu krzemianu,
- im pH hydrozolu bardziej różni się od 7,
- im niższa jest temperatura hydrozolu.

Natomiast na uzyskanie żelu wąskoporowatego zasadnicze znaczenie mają [6, 7, 8, 9]:

- przemywanie hydrożelu zimnym roztworem kwaśnym do usunięcia pozostałości soli i do odczynu silnie kwaśnego,
- zapobieganie wystąpieniu synerazy (samorzutnego wydzielania się wody z hydrożelu) przez możliwie szybkie przemywanie po skoagulowaniu,
- odwadnianie przygotowanego hydrożelu w możliwie niskiej temperaturze.

2.4. Barwienie żelu krzemionki

Jak wspomiano, w celu otrzymania żelu wskaźnikowego, zabarwia się żel krzemionki roztworem soli kobaltu, najczęściej chlorkiem lub azotanem kobaltowym. Według *S. Graczyk-Zmudzińskiej* i *S. Franke* [10] intensywność barwy zależy tylko od stężenia roztworu barwiącego, a nie zależy od czasu barwienia oraz stosunku zawartości żelu do objętości roztworu barwiącego. Bardzo istotna jest ponadto czystość żelu krzemionki przed barwieniem, gdyż wszelkie jego zanieczyszczenia powodują inny sposób zmiany barwy zależnie od ilości pochłoniętej wilgoci. Dlatego też autorzy zalecają oczyszczanie żelu krzemionki niebarwionego przez gotowanie ze stężonym kwasem azotowym lub przez prażenie w temperaturze 400°C, co jednak powoduje poszerzenie porów żelu, a tym samym pogorszenie jego aktywności dynamicznej przy małych wilgotnościach względnym powietrza.

3. WYNIKI BADAŃ WŁASNYCH

3. 1. Cel i zakres badań

Celem badań własnych było ustalenie wpływu niektórych warunków otrzymywania wskaźnikowego żelu krzemionki na jego właściwości. Poza tym sprawdzono przydatność barwionego żelu krzemionki do zastosowania w rurce kontrolnej, włączonej okresowo w obieg suszący, w którym znajduje się w osuszniakach wąskoporowaty żel krzemionki niebarwiony, zgodnie ze sposobem osuszania stosowanym w ZSRR.

Do otrzymywania żelu barwionego przyjęto metodę opracowaną przez Instytut Chemii Nieorganicznej [10], wprowadzając w niej przemywanie hydrożelu do $\text{pH} = 7$ w celu uniknięcia odczynu kwaśnego żelu oraz niższe temperatury suszenia hydrożelu w celu uniknięcia żółtego odcienia żelu po wysuszeniu. Ponadto, wobec niedogodności technologii produkcji niebarwionego żelu krzemionki opracowanej przez Instytut Chemii Nieorganicznej [9], spowodowanych zmiennością modułu szkła wodnego technicznego, wymagającej każdorazowego, doświadczalnego ustalenia stosunku zawartości roztworu szkła wodnego do roztworu kwasu, opracowano również metodę otrzymywania barwnej substancji wskaźnikowej z koloidalnej krzemionki w gatunku „Aerosil” produkcji firmy Degussa, NRF.

Przebadano zasadnicze właściwości otrzymanych żeli barwionych i substancji wskaźnikowej, a zwłaszcza czułość, wyrażającą się czasem przepływu wilgotnego powietrza (wychodzącego z osuszniaka wypełnionego zawilgoconym niebarwionym żelem krzemionki) do wyraźnej zmiany barwy żelu lub substancji wskaźnikowej, po czym uzyskane wyniki porównano z wynikami badań żeli wskaźnikowych produkcji zagranicznej oraz żelu dużej czystości, otrzymanego z czterochlorku krzemu.

3.2. Właściwości badanych żeli i substancji wskaźnikowej

Do sporządzania żelu krzemionki użyto szkła wodnego sodowego w gatunku 149 według PN-63/C-84066 oraz kwasu siarkowego cz. o dobranych doświadczalnie gęstościach i temperaturze. Otrzymany hydrożel odmyto od soli i podzielono na dwie partie, z których jedną przemyto roztworem kwasu solnego do $\text{pH} = 3$, a drugą — wodą destylowaną do $\text{pH} = 7$. Otrzymane hydrożele suszono w temperaturach 60° i 120°C oraz zabarwiono 10% roztworem chlorku kobaltowego, po czym oznaczono ich ciężar nasypowy, aktywność statyczną i dynamiczną, a także czas nasycania parą wodną do osiągnięcia właściwej aktywności [Tabl. 3].

Jak widać z wyników badań przedstawionych w tabl. 3, przemywanie wodą destylowaną do otrzymania obojętnego odczynu hydrożelu jest korzystne nie tylko ze względu na usunięcie pozostałości kwasu, lecz również ze względu na

Tablica 3

Wpływ przemywania hydrożelu na właściwości żelu krzemionki

Właściwości żelu	Żel krzemionki po przemyciu hydrożelu do	
	pH = 3	pH = 7
Ciężar nasypowy, G/l	650	650
Aktywność statyczna (zdolność pochłaniania wilgoci w warunkach statycznych) w stosunku do własnego ciężaru, w %	17,9	19,5
Aktywność dynamiczna (zdolność pochłaniania wilgoci z przepuszczanego przez żel powietrza) w stosunku do własnego ciężaru, w %	12,9	14,5
Czas do nasycenia żelu parą wodną z przepuszczalnego przez żel powietrza w godz.	3	6

Uwaga: Badania przeprowadzono przy wilgotnościach względnych powietrza 50–60%.

polepszenie aktywności statycznej i dynamicznej żelu przy średnich wartościach wilgotności względnej powietrza. Natomiast suszenie przy temperaturze 60°C okazało się korzystniejsze niż suszenie przy temperaturze 120°C ze względu na właściwości żelu oraz możliwość uzyskania żelu przezroczystego, bez odcienia żółtego, dzięki czemu żel barwiony wysuszony miał wyraźną barwę szafirową, a po uwodnieniu — wyraźną barwę różową. Właściwości żelu wysuszonego przy temperaturze 60°C były następujące:

- ciężar nasypowy 630 G/l
- aktywność dynamiczna przy wilgotności względnej powietrza 67–69%
22,6%
- czas do nasycenia żelu parą wodną z przepuszczalnego przez żel powietrza 1 godz.

Właściwości tak otrzymanych żeli krzemionki okazały się korzystne także w porównaniu z właściwościami żelu otrzymanego przez hydrolizę czterochloru krzemowego oraz wąskoporowatych żeli krzemionki barwionych produkcji NRF i szwedzkiej. Właściwości tych ostatnich żeli podaje tabl. 4.

Trudności związane z różnymi modułami poszczególnych partii technicznego szkła wodnego nasunęły pomysł bardzo prostego otrzymywania barwionej substancji wskaźnikowej z koloidalnej krzemionki w gatunku Aerosil, którą po sporządzeniu barwiono, analogicznie jak żele krzemionki, 10% roztworem chloru kobaltowego [11]. Właściwości tej substancji są następujące:

- ciężar nasypowy 320 G/l
- aktywność statyczna przy wilgotności względnej powietrza 51–67% 2,6%
- aktywność dynamiczna przy wilgotności względnej powietrza 53–58% 10,9%

Tablica 4

Właściwości wąskoporowatych żeli krzemionki barwionych, różnego pochodzenia

Pochodzenie żelu	Ciężar nasypowy G/l	Aktywność dynamiczna (przy wilgotności względnej powietrza około 50%), %	Czas do nasycenia parą wodną godz.
Produkcji NRF (stosowany w eksploatacji kabli)	730	9,1	4
Produkcji szwedzkiej (farmaceutyczny)	720	9,0	2
Otrzymany z SiCl_4	650	16,4	3

Tablica 5

Czułość żeli krzemionki barwionych oraz substancji wskaźnikowej z „Aerosilu”

Wskaźnik barwny	Wilgotność względna powietrza %	Czas do wystąpienia zmiany barwy w min	Sposób zmiany barwy
Żel otrzymany według technologii opracowanej przez IChN	ok. 40	10	Wszystkie grudki zielonkawo-niebieskie
		30	Wszystkie grudki brunatne
Żel otrzymany według technologii IChN ze zmianą przemywania	ok. 40	10	Wszystkie grudki zielono-niebieskie
		30	Wszystkie grudki brunatne
Żel otrzymany według technologii IChN suszony w temp. 60°C	ok. 40	15	Nieznaczny odcień różowy
		20	Okolo 1/3 grudek różowych
		25	Okolo 1/2 grudek różowych
		40	Wszystkie grudki różowe
Żel otrzymany z SiCl_4	ok. 50	25	Kilka grudek zmieniło zabarwienie granatowe na mniej intensywne
Żel produkcji NRF	ok. 40	60	Ledwo widoczna barwa zielona
Żel produkcji szwedzkiej	ok. 40	10	Połowa grudek zbiełała
		45	Okolo 3/4 grudek zbiełało
Substancja wskaźnikowa z „Aerosilu”	ok. 40	2	Różowa powierzchnia grudek
		5	Prawie wszystkie grudki różowe

— czas do nasycenia parą wodną z powietrza przepuszczanego przez substancję

4 godz.

Właściwości tej substancji, a zwłaszcza czułość (tabl. 5), okazały się więc korzystne, z wyjątkiem niestety dużej jej kruchości.

Podczas badania czułości żeli krzemionki i substancji wskaźnikowej powietrze z otoczenia przepuszczano przez osusznic zawierający niebarwiony żel krzemionki, wąskoporowaty, produkcji krajowej, wysycony w pewnym stopniu wilgocią. Wilgotne powietrze, po wyjściu z osusznika, przepuszczano przez rurkę z badanym żelem krzemionki lub substancją wskaźnikową, mierząc czas do wystąpienia zmiany barwy oraz obserwując sposób zmiany barwy (tabl. 5).

4. WNIOSKI

W wyniku przeprowadzonych badań można stwierdzić, co następuje:

1. Otrzymywanie wąskoporowatego żelu krzemionki jest bardzo utrudnione z powodu zmiennego modułu szkła wodnego technicznego produkcji krajowej.
2. Korzystne jest przemywanie hydrożelu do odczynu obojętnego, ponieważ dzięki temu uzyskuje się zarówno usunięcie pozostałości kwasu, jak i polepszenie aktywności statycznej i dynamicznej żelu krzemionki (dla średnich wartości wilgotności względnej powietrza).
3. Przez zmniejszenie temperatury suszenia żelu do 60°C można uzyskać żel krzemionki bez odcienia żółtego, a tym samym o jednakowej i wyraźnej zmianie barwy, zależnie od zawartości pochłoniętej pary wodnej.
4. Substancja wskaźnikowa otrzymana z krzemionki w gatunku Aerosil odznacza się bardzo dużą czułością i jednakowym sposobem zmiany barwy w miarę adsorbowania wilgoci, dzięki czemu może być z powodzeniem stosowana jako wypełnienie rurki kontrolnej. Substancja ta nie nadaje się jednak do wypełniania samego osusznika, gdyż jest zbyt krucha.

WYKAZ LITERATURY

1. *Rajch Z.*: Kontrola ciśnieniowa kabli telekomunikacyjnych. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności. Warszawa 1963.
2. *Ministerstwo Łączności.* Kontrola ciśnieniowa kabli w telekomunikacyjnych sieciach miejscowych. Część 1. Instrukcja TK-6. Wydawnictwa Komunikacji i Łączności. Warszawa 1963.
3. *Inżyniero-techniczny sprawocznik po elektroswiazi.* Kabielnije i wozdusznyje lipii swiazi. Izdat. Swiaz. Moskwa 1964.
4. *Abramowa T. W.*: Primienienie silikagela w kabielnom chozajstwie. Wiestn. Swiazi 12, 1960, (1), 11/2.
5. *Czarny Z.*: Własności powierzchniowe żelu krzemionkowego i ich zmiany w wyniku chemicznego modyfikowania powierzchni. Wiadomości Chemiczne 17, 1963, s. 395.

6. *Nejmark I. E.*: Silikagel, swojstwa, primienjenje i mietody jego poluczenia. *Uspiechi Chimii* 25, 1956, (6) 748/69.
7. *Polak F.*: Żel-krzemionkowy i pewne jego własności. *Przemysł Chemiczny* 37, 1958, 83/90.
8. *Polak F., Parasiewicz-Kaczmarek J.*: Żele wąsko- i szeroko- porowate jako środki suszące. *Przemysł Chemiczny* 40, 1961, (12) 762/5.
9. *Graczyk-Żmudzińska S., Franke S.*: Technologia otrzymywania żelu krzemowego wąsko- i średnioporowatego. Instytut Chemii Nieorganicznej. Gliwice 1959.
10. *Graczyk-Żmudzińska S., Franke S.*: Technologia otrzymywania żelu wskaźnikowego (barwionego). Instytut Chemii Nieorganicznej. Gliwice 1960.
11. *Stobiecka A.*: Badania nad żelem krzemionki podatnym do zabarwienia się. Instytut Łączności. Warszawa 1965.

A. Stobiecka

ИССЛЕДОВАНИЕ ОКРАШЕННОГО СИЛИКАГЕЛЯ С ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПРИМЕНЕНИЯ ЕГО В ИНДИКАТОРАХ ВЛАЖНОСТИ ВОЗДУХА СИСТЕМЫ СОДЕРЖАНИЯ КАБЕЛЕЙ ПОД ПОСТОЯННЫМ ИЗБЫТОЧНЫМ ГАЗОВЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Резюме

В статье рассмотрены характеристики силикагеля, как индикаторного вещества для контроля степени осушки воздуха, нагнетаемого в кабели связи. Влажность воздуха, подаваемого в кабель, определяется по изменению окраски вещества.

Приведена химическая структура силикагеля и его видоизменения а также способ обработки силикагеля цветными солями кобальта. Рассмотрено влияние условий получения геля на его характеристики как осушающего вещества, а также как индикаторного вещества.

Сравнены осушающие способности силикагеля и других осушающих веществ. Представлены методы и результаты проведенных исследований и на основании этого, предложены изменения до сих пор применяемой технологии производства силикагеля. Признано целесообразным:

- 1) промывать гидрогель вплоть до нейтрализации,
- 2) принять более низкую температуру сушки геля.

Кроме этого приведены характеристики и рассмотрены достоинства цветного индикаторного вещества, вновь разработанного из кремнезема типа „Аэросиль” и пригодного для наполнения контрольной трубки индикатора влажности.

A. Stobiecka

RESEARCH OF COLORED SILICA GEL AS AIR HUMIDITY INDICATOR IN PRESSION CONTROL OF TELECOMMUNICATION CABLES

Summary

The properties of the silica gel, which, by changing of its colour, indicates the degree of drying of the air pumped into the communication cables, are described.

The chemical structure of the silica gel, its kinds and the means of saturating it with coloured

cobalt salts, as well as the influence of the conditions of becoming the gel, on its properties as drying substance and as indicator of the state of dryness, are presented

The drying properties of the silica gel are compared with those of other drying substances. The methods and the results of the research carried out are presented and on this basis the changes are being proposed in the actual technology of producing the silica gel. It was admitted as advantageous:

- 1) washing the hydrogel till neutralisation,
- 2) lowering the gel drying temperature.

Beyond this, the properties are given and the advantages are described of a coloured indicating substance newly elaborated from silica of the "Aerosil" kind, suitable to be applied as humidity indicator in a control tube.

A. Stobiecka

ETUDES SUR LE GEL COLORÉ DE SILICE EMPLOYÉ COMME INDICATEUR D'HUMIDITÉ DE L'AIR DANS LE CONTRÔLE PAR PRESSION DES CÂBLES DE TÉLÉCOMMUNICATIONS

Sommaire

On a décrit les propriétés du gel de silice employé comme indicateur qui, par changement de couleur, indique le degré de dessiccation de l'air introduit sous pression dans les câbles de télécommunications.

On a présenté la structure chimique du gel, ses genres et le moyen de le saturer par les sels colorés de cobalt, ainsi que l'influence des conditions de l'obtention du gel sur ses propriétés comme dessiccateur et comme indicateur du degré d'humidité de l'air.

On a comparé les propriétés dessiccatives du gel de silice avec les propriétés d'autres substances dessiccatives. On a présenté les méthodes et les résultats des études effectuées et sur cette base on a proposé d'apporter des modifications dans la technologie actuelle d'obtention du gel de silice. On a reconnu comme avantageux:

- 1) le lavage de l'hydrogel jusqu' à la neutralisation
- 2) l'abaissement de la température de dessiccation du gel

En outre, on a présenté les propriétés et on a décrit les avantages d'une substance indicatrice colorée nouvellement élaborée de silice du genre „Aerosil”, propre à l'emploi comme indicateur d'humidité dans le tube de contrôle.

A. Stobiecka

UNTERSUCHUNGEN ÜBER DAS SILIKAGEL ALS LUFTFEUCHTIGKEITSANZEIGER IN DER DRUCKKONTROLLE DER FERNMELDEKABEL

Zusammenfassung

Es werden die Eigenschaften des Silikagels, das, durch Veränderung seiner Färbung, der Trocknungsgrad der in die Fernmeldekabel gepumpten Luft anzeigt, beschrieben.

Es wird die chemische Struktur des Silikagels, seine Arten und seine Tränkungsweise durch-

die farbigen Kobaltsalze, sowie der Einfluss der Erhaltungsweise des Gels auf seine Trocknenseigenschaften und als Luftfeuchtigkeitsanzeiger, angegeben.

Es werden die Trocknenseigenschaften des Silikagels mit diesen der anderen Trocknenssubstanzen verglichen. Es werden die Verfahren und Ergebnisse der durchgeführten Untersuchungen vorgestellt und auf diesem Grunde hat man die Einführung einiger Veränderungen in der bisherigen Technologie der Erhaltung des Silikagels vorgeschlagen. Es wird als vorteilhaft anerkannt:

1. Spülung des Hydrogels bis zur Neutralisierung
2. Herabsetzung der Temperatur des Trocknens von Gel.

Ausserdem werden die Eigenschaften angegeben und die Vorteile der farbigen Anzeigesubstanz besprochen, welche aus der Silika des „Aerosil“ Gattung neubearbeitet wurde, die sich als Feuchtigkeitsanzeiger im Kontrollröhrchen eignet.

ZBIGNIEW DUDZIŃSKI

383/384

**WSPÓLZALEŻNOŚĆ MIĘDZY ROZWOJEM
ŁĄCZNOŚCI A ROZWOJEM GOSPODARKI NARODOWEJ****Próba dowodu statystyczno-matematycznego**

Rękopis dostarczono do Komitetu Redakcyjnego dnia 22. XI. 1965 r.

W artykule za pomocą metod statystyki matematycznej z zakresu teorii korelacji i teorii regresji przeprowadzono badanie zależności między rozwojem dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych a rozwojem dochodu narodowego w Polsce, traktując to jako reprezentatywny przykład współzależności między rozwojem łączności a rozwojem gospodarki narodowej. Jako materiał statystyczny wykorzystano dane z lat 1950—1964. Wyznaczony współczynnik korelacji w wysokości $r = 0,990$ wskazuje, że badane wielkości są istotnie skorelowane i że jest to bardzo ścisła korelacja. Uzyskano następujące równanie linii regresji

$$Y = -0,3089 + 1,845 x$$

gdzie

x — wskaźnik dochodu narodowego wytworzonego przy przyjęciu 1950 r. za 1,00

Y — oczekiwana wartość dochodów z usług pocztowotelekomunikacyjnych w mld zł.

Wyznaczono przedział ufności dla linii regresji. Omówiono możliwości i warunki ekstrapolacji linii regresji na przyszłość. Za pomocą testów zgodności i istotności zweryfikowano szereg hipotez wiążących się z badaną zależnością, a między innymi, że badana zależność ma charakter liniowy i że odchylenia od wyznaczonej linii regresji mają charakter losowy. Przytoczono dalsze przykłady korelacji typowych dla łączności. Metody statystyczne objęte artykułem mogą być wykorzystane dla statystycznego uzasadnienia zależności ekonomicznych oraz jako narzędzie dla formułowania hipotez rozwojowych w planowaniu.

1. WSTĘP

Wśród ekonomistów łączności istnieje głębokie (choć na ogół intuicyjne) przekonanie o występowaniu współzależności między rozwojem łączności a rozwojem gospodarki narodowej. Celem tej publikacji jest udokumentowanie i udo-

wodnienie istnienia tej prawidłowości statystycznej, a ponieważ zagadnienie wchodzi w zakres statystyki, dowód ten zostanie przeprowadzony na gruncie statystyki matematycznej i w oparciu o materiał statystyczny.

Rola metod statystycznych polega tu na wyodrębnieniu i potwierdzeniu pewnej prawidłowości. Statystyka rejestruje pewne fakty gospodarcze w sposób możliwie obiektywny i „beznamiętny”, natomiast, aby dokonać oceny, czy te fakty były prawidłowe, należałoby zaangażować inne dyscypliny nauk ekonomiczno-społecznych. Toteż należy z góry zastrzec, że ustalenie prawidłowości statystycznej jest równoznaczne z ustaleniem, że „tak było”, a nie ma nic wspólnego z ustaleniem, że „tak być powinno”, nie może to być utożsamiane z ustalaniem praw.

Przechodząc do właściwego tematu — na podstawie materiału statystycznego można będzie stwierdzić, czy istnieje współzależność między rozwojem łączności a rozwojem gospodarki narodowej, jak silna jest ta zależność, jaki ma charakter itd. Natomiast sam materiał statystyczny wykorzystany w analizie nie upoważnia do oceny, czy rozwój łączności był prawidłowy (np. w sensie stosunku do potrzeb), czy należy dokonać zmian dotychczas obserwowanych proporcji w planach dla przyspieszenia rozwoju łączności itd.

W niniejszej publikacji posłużono się konkretnym przykładem ilustrującym współzależność między rozwojem łączności a rozwojem gospodarki narodowej. Jednakże celem tej publikacji jest nie tylko zbadanie tego konkretnego przykładu, ale przede wszystkim zaprezentowanie metod badania tego rodzaju prawidłowości statystycznych.

W toku przeprowadzonej analizy starano się zachować niezbędną ścisłość ilustrując w ten sposób osobliwą ostrożność, z jaką statystyka matematyczna traktuje zjawiska intuicyjnie oczywiste.

Jednakże ze względów praktycznych, dla ograniczenia ilości stosowanych pojęć i oznaczeń oraz dla umożliwienia liczbowej konkretyzacji wielkości statystycznych, jakimi tu się operuje — dopuszczono się pewnych uproszczeń, które chyba nie powinny osłabiać uzyskanych rezultatów.

2. MATERIAŁ STATYSTYCZNY

Uzasadnienie współzależności między rozwojem łączności a rozwojem gospodarki narodowej i ilustrację zastosowania aparatu matematycznego oparto na przykładzie współzależności między dochodami z usług pocztowo-telekomunikacyjnych a dochodem narodowym w Polsce uznając, że liczby dochodu narodowego są w jakiejś mierze reprezentatywne dla ilustracji rozwoju gospodarki narodowej [10, str. 287], a dochody z usług pocztowo-telekomunikacyjnych — dla ilustracji rozwoju łączności¹⁾.

¹⁾ Usługi pocztowo-telekomunikacyjne ilustrowane danymi tabl. 1 obejmują cały zakres działalności eksploatacyjnej przedsiębiorstwa PPTiT. Z działu „łączność” do zakresu PPTT nie

W tabelicy 1 zestawiono dane statystyczne z lat 1950—1964 dla obu zmiennych, przy czym jako zmienną niezależną (x) traktuje się tu wskaźnik dochodu narodowego wytworzonego w cenach stałych przy przyjęciu 1950 r. za 1,00¹⁾, a jako zmienną zależną (y) — dochody z usług pocztowo-telekomunikacyjnych w mld zł.

W tabelicy 1 dokonano dla okresu do 1956 r. włącznie pewnej korekty danych

Tabelica 1

Dane statystyczne

Rok	Dynamika dochodu narodowego wytworzonego	Dochody z usług pocztowo-telekom. w mld zł.	Ranga
	x_i	y_i	
1950	1,00	1,4473	15
1951	1,08	1,6540	14
1952	1,14	1,9513	13
1953	1,26	2,1333	12
1954	1,39	2,3487	11
1955	1,51	2,5590	10
1956	1,62	2,6992	8
1957	1,79	2,6151	9
1958	1,89	3,0082	7
1959	1,99	3,3014	6
1960	2,08	3,5356	5
1961	2,24	3,7979	4
1962	2,29	4,0392	3
1963	2,45	4,2871	2
1964	2,61	4,5867	1

Zróżdła: Mały Rocznik Statystyczny 1965, GUS str. 36, tabl. 1 (40)

Rocznik Statystyczny Łączności 1964, Ministerstwo Łączności, str. 27, tabl. 10.

z Rocznika Statystycznego Łączności, dotyczących dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych w związku ze zmianą niektórych opłat taryfowych, szczególnie za usługi telekomunikacyjne. Mianowicie dla danych z lat 1955—57 przyjęto proporcje wynikające ze wskaźników wartości usług pocztowo-telekomunikacyjnych w cenach porównywalnych, a następnie w sposób łańcuchowy dla danych z lat 1950—1955 przyjęto proporcje wynikające ze wskaźników wartości usług pocztowo-telekomunikacyjnych w cenach niezmiennych.

wchodzą jedynie usługi stacji radiowych i telewizyjnych. Sprzedaż PPTT z tytułu działalności podstawowej wynosi (1964 r.) 95,6% działu „łączność”, a zatrudnienie PPTT wynosi (1964 r.) 97,3% działu „łączność”.

¹⁾ Przyjęcie wskaźnika dochodu narodowego odniesionego do 1950 r. zamiast dochodu narodowego w sumach bezwzględnych w niczym nie wpływa na charakter badanej współzależności, a jedynie oznacza przyjęcie innej skali zmiennej niezależnej (na wykresach-skali osi poziomej).

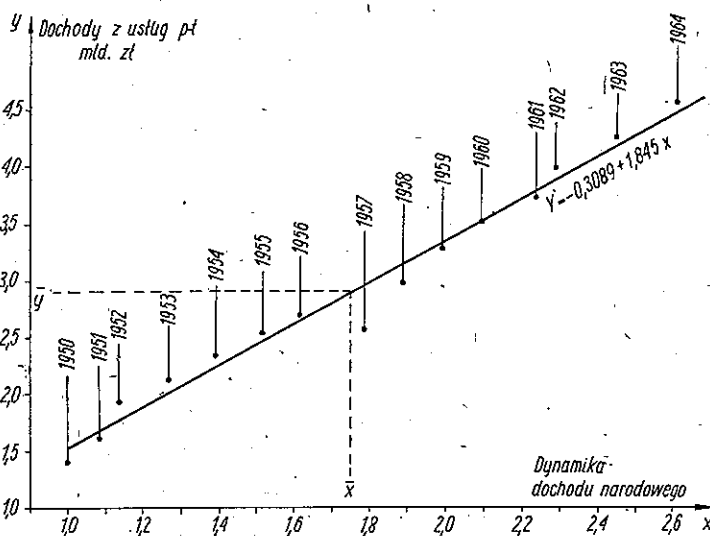
W wyniku tej korekty można uznać, że dane tabl. 1 dotyczące dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych reprezentują, podobnie jak dane dochodu narodowego, wartości w cenach stałych oraz są przez to syntetyczną ilustracją ilościowej dynamiki usług łączności¹⁾.

3. BADANIE KORELACJI

Badanie korelacji ma na celu mierzenie siły związku (ściśłości współzależności) między badanymi zmiennymi. Jeżeli współzależność ma charakter liniowy²⁾, badanie to przeprowadza się za pomocą współczynnika korelacji.

3.1. Zgrubna ocena ściśłości związku korelacyjnego

Materiał statystyczny z tabl. 1 został przedstawiony graficznie na rys. 1 w postaci zbioru punktów. Rozkład tych punktów naocznie sugeruje istnienie jakiejś zupełnie zdecydowanej prawidłowości. Na potwierdzenie tej obserwacji może



Rys. 1. Linia regresji i zbiór punktów rzeczywistych

służyć również spostrzeżenie dokonane na materiale statystycznym, że wzrostowi dochodu narodowego (zmiennej niezależnej) na ogół zawsze towarzyszył wzrost dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych (zmiennej zależnej).

¹⁾ Do artykułu nie włączono wszystkich obliczeń związanych ze sprowadzeniem do porównywalności danych dotyczących dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych, jako że przedmiotem tej publikacji jest technika badania statystycznego w oparciu o posiadany materiał statystyczny, natomiast kompletowanie materiału statystycznego, co — jak wiadomo — napotyka nieraz na określone trudności, jest oddzielnym tematem.

²⁾ Liniowość badanej współzależności zostanie zweryfikowana w rozdz. 5.

Zaobserwowano tylko jeden przypadek, gdy przy wzroście dochodu narodowego wystąpił spadek dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych (w r. 1957 w związku ze zmniejszeniem popytu po zmianie taryfy). Spostrzeżenie to może posłużyć do najbardziej zgrubnego, informacyjnego oszacowania współczynnika korelacji za pomocą tzw. rangowego estymatora współczynnika korelacji liniowej [13, str. 528].

Metoda rangowego estymatora współczynnika korelacji liniowej zaleca uporządkowanie danych statystycznych według niemalejących wartości zmiennej x (w tabl. 1 wartości te — szczęśliwie — od razu tak są ułożone). Następnie niemalejącym wartościom zmiennej y przypisuje się kolejno rangę (kolejny numer) w sposób malejący. Dokonano tego w ostatniej kolumnie tabl. 1. Dane dzielimy na 3 grupy w ten sposób, aby w skrajnych grupach liczba obserwacji statystycznych była równa całkowitej liczbie trzeciej części ogólnej liczby obserwacji.

Suma rang pierwszej grupy obserwacji wynosi: $R_1 = 65$.

Suma rang ostatniej grupy obserwacji wynosi: $R_3 = 15$.

Oznaczając ponadto przez n ogólną liczbę obserwacji oraz przez p liczbę obserwacji w skrajnych grupach, rangowy estymator współczynnika korelacji wynosi.

$$r = \frac{R_1 - R_3}{p(n - p)} = \frac{65 - 15}{5(15 - 5)} = 1$$

Chociaż takie oszacowanie współczynnika korelacji należy traktować z dużą rezerwą, wartość uzyskanego współczynnika wskazuje na wysoki stopień ścisłości badanej współzależności między dochodami z usług pocztowo-telekomunikacyjnych a dochodem narodowym.

3.2. Wyznaczenie współczynnika korelacji

Współczynnik korelacji (w próbce) obliczamy na podstawie wzoru [5, str. 302], [6, str. 169]¹⁾:

$$r = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 \sum_i (y_i - \bar{y})^2}}$$

dz ie

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_i x_i \quad \bar{y} = \frac{1}{n} \sum_i y_i$$

¹⁾ Sprawdzenie normalności rozkładu populacji przeprowadzono rozdz.5.2.

Na podstawie obliczeń w tabl. 2 obliczamy średnie (środek ciężkości zbioru):

Tablica 2

Obliczenia pomocnicze do wyznaczenia współczynnika korelacji i parametrów regresji

x_i	y_i	$x_i - \bar{x}$	$y_i - \bar{y}$	$(x_i - \bar{x})^2$	$(y_i - \bar{y})^2$	$(x_i - \bar{x}) \cdot (y_i - \bar{y})$
1,00	1,4473	-0,756	-1,48363	0,5715	2,2012	1,1216
1,08	1,6540	-0,676	-1,27693	0,4570	1,6306	0,8632
1,14	1,9513	-0,616	-0,97963	0,3795	0,9597	0,6035
1,26	2,1333	-0,496	-0,79763	0,2460	0,6362	0,3956
1,39	2,3487	-0,366	-0,58223	0,1340	0,3390	0,2131
1,51	2,5590	-0,246	-0,37193	0,0605	0,1383	0,0915
1,62	2,6992	-0,136	-0,23173	0,0185	0,0537	0,0315
1,79	2,6151	0,034	-0,31583	0,0012	0,0997	-0,0107
1,89	3,0082	0,134	0,07727	0,0180	0,0060	0,0104
1,99	3,3014	0,234	0,37047	0,0548	0,1372	0,0867
2,08	3,5356	0,324	0,60467	0,1050	0,3656	0,1959
2,24	3,7979	0,484	0,86697	0,2343	0,7516	0,4196
2,29	4,0392	0,534	1,10827	0,2852	1,2283	0,5918
2,45	4,2871	0,694	1,35617	0,4816	1,8392	0,9412
2,61	4,5867	0,854	1,65577	0,7293	2,7416	1,4140
26,34	43,9640	0,000	0,00005	3,7764	13,1279	6,9689

$$\bar{x} = \frac{1}{15} \cdot 26,34 = 1,756$$

$$\bar{y} = \frac{1}{15} \cdot 43,9640 = 2,93093 \text{ mld zł}$$

oraz

$$r = \frac{6,9689}{\sqrt{3,7764 \cdot 13,1279}} = 0,990$$

Obliczenie to świadczy o wysokim stopniu ścisłości badanej współzależności.

W celu przekonania się, czy stwierdzony w ten sposób związek korelacyjny można uznać za istotny przy wykorzystanej liczności próbki ($n = 15$) sprawdza się nierówność [8, str. 161]:

$$|r| \sqrt{n-1} > 3$$

Po podstawieniach

$$0,990 \sqrt{15-1} = 3,7 > 3$$

a więc uzyskany wynik nie jest przypadkowy.

Średni błąd estymacji współczynnika korelacji obliczonego z próbki wynosi [2, str. 109], [3, str. 344]:

$$\varepsilon_r = \frac{1-r^2}{\sqrt{n}} = \frac{1-0,990^2}{\sqrt{15}} = 0,005$$

3.3. Wyznaczenie przedziału ufności współczynnika korelacji

Wyznaczenie przedziału ufności współczynnika korelacji opiera się na spostrzeżeniu (*Fishera*), że zmienna losowa

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}$$

ma rozkład asymptotycznie normalny o średnim odchyleniu

$$\frac{1}{\sqrt{n-3}} \quad [3, \text{ str. } 383], [5, \text{ str. } 305], [6, \text{ str. } 190].$$

Wyznaczonej z próbki wartości współczynnika korelacji $r = 0,990$ odpowiada wartość zmiennej z :

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+0,990}{1-0,990} = 2,6466$$

Dla poziomu ufności $\alpha = 0,96$ z tablic rozkładu normalnego odczytujemy: $t_0 = 2,05$.

Przedział ufności zmiennej z rozciąga się od

$$z - \frac{t_0}{\sqrt{n-3}} = 2,6466 - \frac{2,05}{\sqrt{12}} = 2,0548$$

do

$$z + \frac{t_0}{\sqrt{n-3}} = 2,6466 + \frac{2,05}{\sqrt{12}} = 3,2384$$

Odpowiadający temu przedział ufności współczynnika korelacji rozciąga się od 0,968 do 0,997.

Oznacza to, że z prawdopodobieństwem 0,96 wyznaczony przedział ufności pokryje nieznaną wartość współczynnika korelacji z populacji, co zapisujemy

$$P\{0,968 < r < 0,997\} = 0,96$$

3.4. Badanie istotności współczynnika korelacji

Wprawdzie współczynnik korelacji wypadł duży, bliski jedności, a wyznaczony przedział ufności z dużym prawdopodobieństwem gwarantuje, że współczynnik ten nie jest równy zeru, to jednak (przez „nadgorliwość”) zostanie przedstawiona weryfikacja hipotezy, że wartość współczynnika korelacji w populacji równa się zeru, co by oznaczało, że badane zmienne (dochód narodowy i dochody z usług pocztowo-telekomunikacyjnych) nie są ze sobą skorelowane.

Przy weryfikacji postawionej hipotezy wykorzystuje się zmienną

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2}$$

która ma rozkład Studenta o $(n-2)$ stopniach swobody [2, str. 111], [3, str. 3385], [5, str. 363].

Dla wyznaczonej wartości współczynnika korelacji $r = 0,990$ zmienna ta przybiera wartość

$$t = \frac{0,990}{\sqrt{1-0,990^2}} \sqrt{13} = 25,3$$

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,02$ i dla 13 stopni swobody odczytujemy z tablic rozkładu Studenta

$$t_0 = 2,650$$

Ponieważ

$$t > t_0$$

należy odrzucić hipotezę, że współczynnik korelacji jest równy zeru.

Chociaż autorzy ze statystyki matematycznej nie polecają takiego postępowania¹⁾, można zauważyć, że nawet gdybyśmy zaostrzyli poziom istotności i przyjęli np. $\alpha = 0,001$, to wówczas

$$t_0 = 4,221$$

i w dalszym ciągu pozostaje

$$t > t_0$$

a więc należy odrzucić hipotezę zerową, że współczynnik korelacji jest równy zeru.

Odrzucenie tej hipotezy jest równoznaczne z uznaniem na podstawie materiału statystycznego, że badane zmienne (dochód narodowy i dochody z usług pocztowo-telekomunikacyjnych) są ze sobą skorelowane. Z. Hellwig [6, str. 52] przytacza twierdzenie, że jeżeli zmienne losowe są skorelowane, to są również zależne.

4. BADANIE REGRESJI

Badanie regresji polega na wyznaczeniu funkcji (krzywej) możliwie najlepiej reprezentującej współzależność między badanymi zmiennymi.

¹⁾ D. N. Chorafas [2, str. 81] pisze, że przypominałoby to podejmowanie zakładów w grze, której wyniki są już znane.

4.1. Wyznaczenie linii regresji

Przyjmując prostoliniowy charakter regresji

$$Y = \bar{a} + bx$$

dla uzyskania estymatorów o największej wiarygodności parametry regresji a i b przy zastosowaniu metody najmniejszych kwadratów wyznacza się z danych statystycznych w sposób następujący [3, str. 524], [6, str. 114], [2, str. 105]:

Parametr b , zwany współczynnikiem regresji:

$$b = \frac{\sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}$$

co na podstawie obliczeń w tabl. 2 daje:

$$b = \frac{6,9689}{3,7764} = 1,845$$

Parametr a :

$$\bar{a} = \bar{y} - b\bar{x} = 2,93093 - 1,845 \cdot 1,756 = -0,3089$$

Oznacza to, że uzyskano następującą linię regresji

$$Y = -0,3089 + 1,845x$$

gdzie

x — wskaźnik dochodu narodowego wytworzonego przy przyjęciu 1950 r. za 1,00

Y — oczekiwana wartość dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych w mld zł.

Przebieg tej prostej w porównaniu z rozkładem rzeczywistych punktów obrazujących dane statystyczne jest przedstawiony na rys. 1.

Uzyskany współczynnik regresji $b = 1,845$ można interpretować w ten sposób, że wzrostowi dochodu narodowego o 100% (w stosunku do 1950 r.) towarzyszy wzrost dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych przeciętnie o 1,845 mld zł.

Średni błąd estymacji wyznaczonej linii regresji wynosi [6, str. 116 i 237]:

$$s = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - Y_i)^2}{n}} = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - \bar{y})^2 - b \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}}$$

a więc na podstawie obliczeń z tabl. 2

$$s = \sqrt{\frac{13,1279 - 1,845 \cdot 6,9689}{15}} = \sqrt{\frac{0,2703}{15}} = 0,134 \text{ mld zł}$$

4.2. Wyznaczenie przedziałów ufności parametrów regresji

Przy wyznaczaniu przedziałów ufności parametrów regresji będzie wykorzystywana wyznaczona wyżej wartość średniego błędu estymacji

$$s = 0,134 \text{ mld zł}$$

oraz wartość średniego odchylenia w zbiorze danych zmiennej niezależnej

$$s_x = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_i (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{3,7764}{15}} = 0,502 \text{ mld zł}$$

Dla współczynnika regresji granice przedziału ufności wyznacza się według wzoru [5, str. 453], [6, str. 180]:

$$b \pm \frac{t_0 s}{s_x \sqrt{n-2}}$$

Zmienna t ma rozkład Studenta o $(n-2)$ stopniach swobody.

Przyjmując poziom ufności $\alpha = 0,96$ z tablic rozkładu Studenta dla 13 stopni swobody odczytujemy

$$t_0 = 2,650$$

Wobec tego granice przedziału ufności wynoszą

$$1,845 \pm \frac{2,650 \cdot 0,134}{0,502 \cdot \sqrt{13}} = 1,845 \pm 0,196$$

Oznacza to, że przedział ufności współczynnika regresji rozciąga się od 1,649 do 2,041.

Możemy uważać, że z prawdopodobieństwem 0,96 wyznaczony przedział ufności pokryje nieznaną wartość współczynnika regresji z populacji, co zapisujemy

$$P\{1,649 < b < 2,041\} = 0,96$$

Dla drugiego parametru regresji a granice przedziału ufności wyznacza się według wzoru:

$$a \pm \frac{t_0 s}{\sqrt{n-2}}$$

Przy tym samym poziomie ufności i liczbie stopni swobody $t_0 = 2,650$. Wobec tego granice przedziału ufności wynoszą

$$-0,3089 \pm \frac{2,650 \cdot 0,134}{\sqrt{13}} = -0,3089 \pm 0,0985$$

Przedział ufności parametru a rozciąga się

$$\text{od } -0,2104 \text{ do } -0,4074$$

Możemy uważać, że z prawdopodobieństwem 0,96 wyznaczony przedział ufności pokryje nieznaną wartość parametru a z populacji, co zapisujemy

$$P\{-0,2104 < a < -0,4074\} = 0,96$$

4.3. Wyznaczenie przedziału ufności linii regresji

Uwzględniając jednocześnie odchylenia estymacji obu parametrów a i b można wyznaczyć przedział ufności dla linii regresji.

Granice przedziału ufności linii regresji wyznacza się według wzoru [3, str. 526], [6, str. 181]:

$$Y_i \pm \frac{t_0 s}{\sqrt{n-2}} \sqrt{1 + \frac{(x_i - \bar{x})^2}{s_x^2}}$$

Zmienna t ma rozkład Studenta o $(n-2)$ stopniach swobody. Przyjmując poziom ufności $\alpha = 0,96$ z tablic rozkładu Studenta dla 13 stopni swobody odczytuje się

$$t_0 = 2,650$$

Granice przedziału ufności są więc następujące:

$$\begin{aligned} Y_i \pm \frac{2,650 \cdot 0,134}{\sqrt{13}} \sqrt{1 + \frac{(x_i - 1,756)^2}{0,502^2}} = \\ = Y_i \pm 0,0985 \sqrt{1 + \frac{(x_i - 1,756)^2}{0,252}} \end{aligned}$$

Tablica 3

Obliczenie przedziałów ufności linii regresji

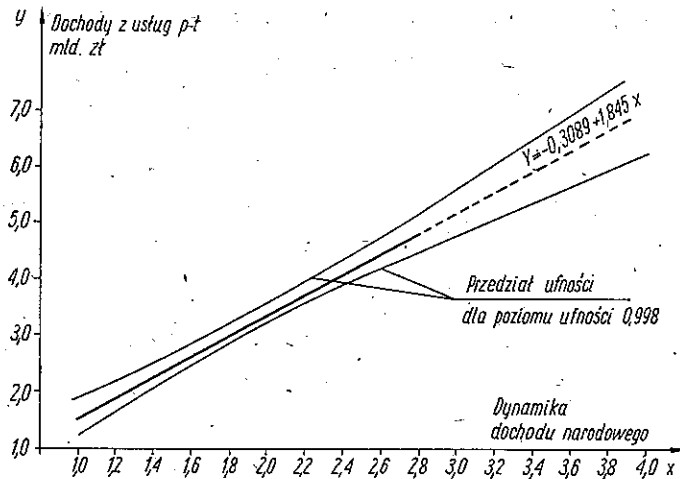
x_i	Y_i	$0,0985 \sqrt{1 + \frac{(x_i - 1,756)^2}{0,252}}$	Przedział ufności dla $\alpha = 0,96$		Przedział ufności dla $\alpha = 0,998$	
			dolna granica	górną granica	dolna granica	górną granica
1,00	1,5361	0,1781	1,3580	1,7142	1,2525	1,8197
1,14	1,7944	0,1559	1,6385	1,9503	1,5461	2,0427
1,39	2,2557	0,1219	2,1338	2,3776	2,0615	2,4499
1,62	2,6800	0,1019	2,5781	2,7819	2,5177	2,8423
1,79	2,9936	0,0987	2,8949	3,0923	2,8364	3,1508
1,89	3,1782	0,1018	3,0764	3,2800	3,0160	3,3404
2,08	3,5287	0,1172	3,4115	3,6459	3,3420	3,7154
2,29	3,9162	0,1438	3,7724	4,0600	3,6872	4,1452
2,61	4,5066	0,1943	4,3123	4,7009	4,1971	4,8161
3,00	5,2261	0,2633	4,9628	5,4894	4,8068	5,6454
3,50	6,1486	0,3562	5,7924	6,5048	5,5814	6,7158
4,00	7,0711	0,4512	6,6199	7,5223	6,3526	7,7896

Uwaga: dla większej czytelności na rys. 2 wykreślono przedział ufności tylko dla poziomu ufności 0,998.

Gdyby przyjęto poziom ufności $\alpha = 0,998$, wówczas odczytana z tablic wartość t_0 wynosiłaby 4,221 i granice przedziału ufności byłyby następujące

$$Y_i \pm 0,157 \sqrt{1 + \frac{(x_i - 1,756)^2}{0,252}}$$

Granice przedziału ufności dla poszczególnych wartości zmiennej niezależnej x zostały wyznaczone w tabl. 3 i przedstawione graficznie na rys. 2.



Rys. 2. Przedział ufności linii regresji

Wyznaczony przedział ufności pokrywa z prawdopodobieństwem α linię regresji z populacji, co jednak nie jest równoznaczne z prawdopodobieństwem pokrycia punktów rzeczywistych.

4.4. Badanie istotności współczynnika regresji

Istnieje możliwość sprawdzenia hipotezy (również przez „nadgorliwość”), że współczynnik regresji jest zerem, co by świadczyło o braku współzależności między badanymi zmiennymi; sprawdzenie to zostało przeprowadzone, chociaż współczynnik regresji z próby wynosi 1,845, a przedział ufności tego współczynnika nie wskazuje na możliwość, aby współczynnik regresji w populacji miał wartość zero.

Przy weryfikacji hipotezy zerowej wykorzystuje się zmienną [3, str. 525], [5, str. 365];

$$t = \frac{s_x \sqrt{n-2}}{s} b$$

która ma rozkład Studenta o $(n-2)$ stopniach swobody.

Zmienna ta przybiera wartość

$$t = \frac{0,502 \sqrt{13}}{0,134} \cdot 1,845 = 24,9$$

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,02$ i dla 13 stopni swobody odczytujemy z tablic rozkładu Studenta

$$t_0 = 2,650$$

Ponieważ $t > t_0$, należy odrzucić hipotezę, że współczynnik regresji jest równy zero.

Powołując się na *Chorafasa* [2, str. 107], przez odrzucenie hipotezy, że współczynnik regresji jest równy zero, uzyskuje się statystycznie uzasadnienie, że y jest zależna od x .

4.5. Ekstrapolacja linii regresji

Ekstrapolacja linii regresji polega na tym, że zakłada się, iż prawidłowość statystyczna wyznaczona na podstawie danych statystycznych będzie obserwowana również poza zasięgiem tych danych i na tej podstawie wyznacza się hipotetyczne wartości badanych zmiennych.

Autorzy z dziedziny statystyki matematycznej i ekonometrii w różny sposób wypowiadają się na temat dopuszczalności ekstrapolacji. Nie brak nawet opinii o niedopuszczalności ze stanowiska statystyki matematycznej nawet najostrożniejszej ekstrapolacji [6, str. 103]. Warto przytoczyć niektóre z tych wypowiedzi.

„Linia regresji jest narzędziem naukowego przewidywania, jeśli się bowiem zna jakąś wartość jednej zmiennej, to dzięki linii regresji można ocenić odpowiednią wartość drugiej zmiennej. Oczywiście, ocena będzie tym lepsza, tym dokładniejsza, im mniej poszczególne punkty odchylają się od linii regresji” [6, str. 13].

„Dzięki rachunkom możemy również dokonywać ekstrapolacji *pro futuro* — oczywiście pod warunkiem, że znamy strukturę badanego układu, wyjściowe dane, znamy trend rozwojowy, różnego rodzaju przyspieszenia i opóźnienia, jak również różne współczynniki charakteryzujące ekonomiczne współzależności” [1, str. 30].

„Ekstrapolacja daje wyniki jeszcze bardziej niepewne niż interpolacja i wymaga jeszcze większej ostrożności i dobrej znajomości zagadnienia; nie powinna być stosowana, jeśli na odcinku, w którym ekstrapoluje się, następuje zmiana dynamiki rozwoju [14].

Wydaje się, że temat ten został trafnie ujęty przez *P. Langego* :

„Prawidłowości rozwojowe wolno uogólnić tylko z dużą ostrożnością i z zasady odcinkowo, z ograniczeniem do pewnych działów gospodarki i do stosunkowo krótkich okresów rozwoju” [9, str. 62].

Uogólniając, ekstrapolacja prawidłowości statystycznej tego rodzaju, jak regresja, może być ekstrapolowana pod następującymi warunkami:

- jeżeli zaobserwowanej prawidłowości statystycznej¹⁾ nie usiłuje się traktować jako prawa,
- jeśli prawidłowość dotyczy określonej dziedziny, a nie całości gospodarki,
- jeżeli istnieje związek przyczynowy między zmiennymi objętymi regresją,
- jeżeli istotność linii regresji jest statystycznie zweryfikowana,
- jeżeli nie zachodzą przyczyny, które by mogły zmienić dynamikę rozwojową w okresie ekstrapolacji,
- jeśli okres ekstrapolacji jest niewielki w porównaniu z okresem, z którego wykorzystano dane statystyczne przy wyznaczaniu linii regresji,
- jeżeli wynik ekstrapolacji traktuje się jedynie jako hipotezę i konfrontuje się ją z danymi rozwojowymi uzyskanymi innymi metodami,
- jeżeli przy podawaniu wyników ekstrapolacji określi się ich błąd (dokładność).

Na rysunku 2 pokazano ekstrapolację wyznaczonej linii regresji do wartości $x = 4$.

Ekstrapolację badanej współzależności należy rozumieć — przy zachowaniu wszystkich wyżej wymienionych warunków — w ten sposób, że jeżeli w najbliższych latach nie nastąpią zasadnicze zmiany w poglądach na temat stopnia zaspokojenia potrzeb w dziedzinie łączności, nie zajdą zmiany proporcji w narodowym planie gospodarczym, nie zmienią się taryfy łączności itd. — to można oczekiwać wyznaczonego poziomu usług pocztowo-telekomunikacyjnych.

Ekstrapolacja linii regresji i innych prawidłowości statystycznych może być wykorzystana jako jedno z narzędzi planowania²⁾, oczywiście, przy zachowaniu wymienionych warunków.

4.6. Dokładność wyników ekstrapolacji linii regresji

Błędy linii regresji są dwojakiego rodzaju: błędy wynikające z wyboru charakteru funkcji oraz błędy wynikające z niedokładności wyznaczenia parametrów funkcji. Poniższe ustalenia dotyczą tylko tego drugiego rodzaju błędów.

Jeżeli w funkcji regresji występują oprócz zmiennej niezależnej x dwa parametry a i b

$$Y = f(x, a, b)$$

o średni błąd ekstrapolacji w funkcji zmiennej niezależnej wyznacza się na podstawie wzoru [12]:

$$\sigma^2 = \varepsilon^2 \left[[\alpha, \alpha] \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right)^2 + [\beta, \beta] \left(\frac{\partial Y}{\partial b} \right)^2 + 2 [\alpha, \beta] \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right) \left(\frac{\partial Y}{\partial b} \right) \right]$$

¹⁾ Pojęcie prawidłowości należy tu rozumieć w sensie statystycznym.

²⁾ Poufność dokumentów planistycznych uniemożliwia wykazanie, że wyniki ekstrapolacji wyznaczonej linii regresji pokrywają się z ustaleniami planu na rok 1970 z wyznaczoną dokładnością ekstrapolacji.

gdzie $[\alpha, \alpha]$, $[\beta, \beta]$ i $[\alpha, \beta]$ są współczynnikami wyrażającymi współzależności między błędami wyznaczenia poszczególnych parametrów.

$$e^2 = \sqrt{\frac{\sum_i (y_i - Y_i)^2}{n - m}}$$

gdzie m — liczba wyznaczonych parametrów linii regresji.

Dla przypadku funkcji liniowej

$$Y = a + b x$$

średni błąd ekstrapolacji wyznacza się ze wzoru:

$$\sigma^2 = e^2 \{ [\alpha, \alpha] + 2 [\alpha, \beta] x + [\beta, \beta] x^2 \}$$

Współczynniki $[\alpha, \alpha]$, $[\alpha, \beta]$ i $[\beta, \beta]$ są elementami macierzy odwrotnej do macierzy:

$$\left\| \begin{array}{cc} \sum_i \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right)^2 & \sum_i \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right) \left(\frac{\partial Y}{\partial b} \right) \\ \sum_i \left(\frac{\partial Y}{\partial a} \right) \left(\frac{\partial Y}{\partial b} \right) & \sum_i \left(\frac{\partial Y}{\partial b} \right)^2 \end{array} \right\|$$

Dla przypadku funkcji liniowej macierz ta ma postać:

$$\left\| \begin{array}{cc} n & \sum_i x_i \\ \sum_i x_i & \sum_i x_i^2 \end{array} \right\|$$

Elementy tej macierzy wyznacza się na podstawie zbioru tych samych obserwacji statystycznych, które posłużyły do wyznaczenia linii regresji.

Dla szybszego wyznaczenia wyrazu $\sum_i x_i^2$ wykorzystuje się tożsamość

$$\sum_i x_i^2 = \sum_i (x_i - \bar{x})^2 + 2\bar{x} \sum_i x_i - n\bar{x}^2$$

Na podstawie obliczeń z tabl. 2 mamy:

$$\sum_i x_i^2 = 3,7764 + 2 \cdot 1,756 \cdot 26,34 - 15 \cdot 1,756^2 = 50,03$$

Mamy wobec tego macierz

$$\left\| \begin{array}{cc} 15 & 26,34 \\ 26,34 & 50,03 \end{array} \right\|$$

Macierzą odwrotną jest macierz:

$$\left\| \begin{array}{cc} 0,8833 & - 0,465 \\ - 0,465 & 0,2648 \end{array} \right\|$$

Uzyskano więc współczynniki:

$$[\alpha, \alpha] = 0,8833$$

$$[\alpha, \beta] = -0,465$$

$$[\beta, \beta] = 0,2648$$

Wykorzystując obliczenie w rozdz. 4.1:

$$s^2 = \frac{0,2703}{15 - 2} = 0,02079$$

Ostatecznie więc średni błąd ekstrapolacji przedstawia się następująco:

$$\sigma^2 = 0,02079 [0,8833 - 0,930 x + 0,2648 x^2]$$

W tabelicy 4 przedstawiono wartości średniego błędu ekstrapolacji dla kilku wartości zmiennej niezależnej.

Tablica 4

Średni błąd ekstrapolacji

x	Y	σ^2	σ	3σ	$Y - 3\sigma$	$Y + 3\sigma$
2,61	4,5066	0,00540	0,07348	0,2204	4,2862	4,7270
3,00	5,2261	0,00991	0,09955	0,2987	4,9274	5,5248
3,50	6,1486	0,01813	0,1346	0,4038	5,7448	6,5524
4,00	7,0711	0,02910	0,1706	0,5118	6,5593	7,5829

Sens wyznaczonego średniego błędu ekstrapolacji polega na tym, że dla rozkładu normalnego prawdopodobieństwo, iż wartość zmiennej będzie zawarta między $(Y - \sigma)$ a $(Y + \sigma)$ wynosi 0,6827. Istnieje tzw. reguła trzysigmowa [5, str. 137], według której prawdopodobieństwo, że wartość zmiennej będzie zawarta między $(Y - 3\sigma)$ a $(Y + 3\sigma)$ jest bardzo wysokie (ściśle 0,9973). Toteż w tabl. 4 została również podana wartość 3σ .

5. WERYFIKACJA NIEKTÓRYCH HIPOTEZ

5.1. Zależność między dochodami z usług pocztowo-telekomunikacyjnych a dochodem narodowym

Dla potwierdzenia, czy istotnie istnieje zależność między badanymi zmiennymi, zostanie zastosowany test niezależności [3, str. 423], [5, str. 382], przy czym sprawdza się hipotezę, że zmienne te są niezależne. Dane statystyczne z tabl. 1

zostały rozłożone w tablicy wielodzielczej na 6 grup według zmiennej x (wskaźnika dochodu narodowego) i na 5 grup według zmiennej y (sumy dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych)¹⁾. Rozkład ten przedstawia tabl. 5A.

Tablica 5

Badanie zależności między zmiennymi x i y
A. Liczności rzeczywiste

$x \backslash y$	Do 2,0	Od 2,0 do 2,6	Od 2,6 do 3,2	Od 3,2 do 3,8	Ponad 3,8	Razem
Do 1,3	3	1				4
Od 1,3 do 1,6		2				2
Od 1,6 do 1,9			3			3
Od 1,9 do 2,1				2		2
Od 2,1 do 2,4				1	1	2
Ponad 2,4					2	2
Razem	3	3	3	3	3	15

Jeśliby hipoteza niezależności była prawdziwa, wówczas rozkład rzeczywisty (empiryczny) nie różniłby się w sposób istotny od rozkładu teoretycznego wyznaczonego na podstawie iloczynu prawdopodobieństw brzegowych:

$$n'_{ij} = \frac{n_i \cdot n_j}{n}$$

gdzie

n'_{ij} — liczność dwuwymiarowych obserwacji statystycznych należących do i -tej grupy według zmiennej x i do j -tej grupy według zmiennej y ;

n_i i n_j — odpowiednie liczności brzegowe;

n — liczba wszystkich obserwacji statystycznych.

Wyznaczony w ten sposób rozkład teoretyczny jest przedstawiony w tabl. 5B

¹⁾ Przy zastosowanych testach wykorzystano pełny dostępny zbiór danych statystycznych z 15 lat, choć niestety jest to zbyt mała próbka dla niektórych testów.

B. Liczności teoretyczne
(w założeniu niezależności między x a y)

$x \backslash y$	Do 2,0	Od 2,0 do 2,6	Od 2,6 do 3,2	Od 3,2 do 3,8	Ponad 3,8	Razem
Do 1,3	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	4
Od 1,3 do 1,6	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	2
Od 1,6 do 1,9	0,6	0,6	0,6	0,6	0,6	3
Od 1,9 do 2,1	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	2
Od 2,1 do 2,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	2
Ponad 2,4	0,4	0,4	0,4	0,4	0,4	2
Razem	3	3	3	3	3	15

W celu sprawdzenia, czy rozkład empiryczny różni się w sposób istotny od rozkładu teoretycznego, zostanie zastosowany test χ^2 i w tym celu oblicza się

$$\chi^2 = \sum_{i,j} \frac{(n_{ij} - n'_{ij})^2}{n'_{ij}}$$

gdzie:

n_{ij} — liczności według rozkładu empirycznego,

n'_{ij} — liczności według rozkładu teoretycznego.

Po obliczeniach

$$\chi^2 = 47,51$$

Ponieważ w tablicy wielódzielczej jest $r = 6$ grup według zmiennej x oraz $s = 5$ grup według zmiennej y , więc liczba stopni swobody wynosi

$$(r - 1)(s - 1) = 20$$

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,02$ odczytujemy z tablic rozkładu χ^2 dla 20 stopni swobody

$$\chi_0^2 = 35,020$$

Ponieważ

$$\chi^2 > \chi_0^2$$

naależy odrzucić hipotezę o niezależności między zmiennymi x i y .

Można tu wyznaczyć miarę zależności [3, str. 424]

$$\frac{\chi^2}{n(q-1)}$$

gdzie q jest mniejszą z liczb r i s

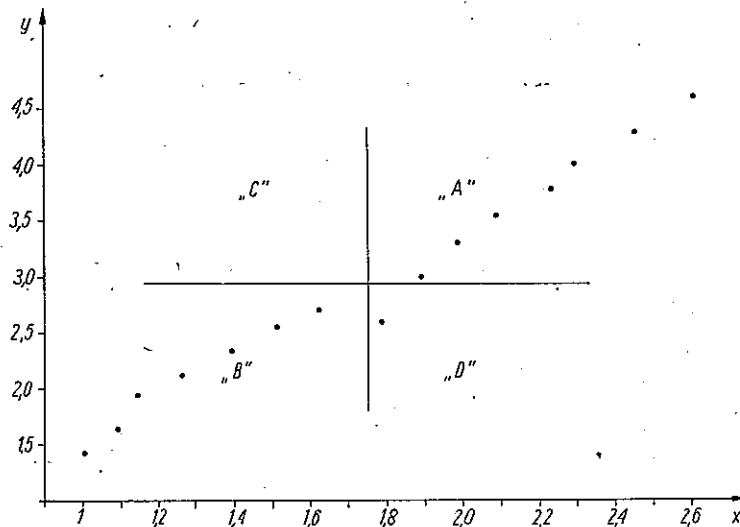
Miara ta jest równa

$$\frac{\chi^2}{n(q-1)} = \frac{47,51}{15(5-1)} = 0,792$$

co wskazuje na znaczny stopień zależności między badanymi zmiennymi.

5.2. Normalność rozkładu badanej zmiennej dwuwymiarowej

Hipoteza o normalności rozkładu zostanie najpierw sprawdzona za pomocą prostszego testu poprzez podział płaszczyzny na ćwiartki [6, str. 167]. Podział przeprowadzony za pomocą wartości średnich \bar{x} i \bar{y} został przedstawiony na rys. 3.



Rys. 3. Podział zbioru punktów na ćwiartki

W tabelicy 6 została podana rzeczywista liczba punktów występujących w poszczególnych ćwiartkach. Rozkład teoretyczny — w założeniu normalności rozkładu — wyznacza się wykorzystując współczynnik korelacji na podstawie prawdopodobieństw:

$$P_1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \arcsin r = \frac{1}{4} + \frac{1}{2\pi} \arcsin 0,990 = 0,4775$$

$$P_2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \arcsin r = \frac{1}{4} - \frac{1}{2\pi} \arcsin 0,990 = 0,0225$$

Tablica 6

Uproszczone badanie normalności rozkładu zmiennej dwuwymiarowej

Ćwiartka	Liczność rzeczywista n_i	Prawdopodobieństwa	Liczność teoretyczna n'_i	$n_i - n'_i$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
A	7	0,4775	7,16	-0,16	0,0036
B	7	0,4775	7,16	-0,16	0,0036
C	0	0,0225	0,34	0,32	0,1506
D	1	0,0225	0,34		
	15	1,0000	15,00	0	$\chi^2 = 0,1578$

Wyznaczona w tabl. 6 wartość χ^2 jako miara określająca, jak rozkład empiryczny różni się od rozkładu teoretycznego, wynosi

$$\chi^2 = 0,1578$$

Przyjmując poziom istotności $\alpha = 0,02$ dla 2 stopni swobody z tablic rozkładu χ^2 odczytujemy:

$$\chi_0^2 = 7,824$$

Ponieważ

$$\chi^2 < \chi_0^2$$

nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy o normalności rozkładu.

Bardziej precyzyjnym i bardziej pracochłonnym testem sprawdzającym normalność rozkładu jest test [6, str. 158], w którym pierwszą czynnością jest przesunięcie i obrót układu współrzędnych.

Kąt obrotu układu współrzędnych wyznacza się z zależności:

$$\operatorname{tg} 2\gamma = \frac{2 \sum_i (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum_i (x_i - \bar{x})^2 - \sum_i (y_i - \bar{y})^2} = \frac{2 \cdot 6,9689}{3,7764 - 13,1279} = -1,4904$$

stąd (jako jedna z możliwych wartości kąta γ)

$$\gamma = 61^{\circ}56'$$

Zanotujemy od razu, że

$$\sin \gamma = 0,8824$$

$$\cos \gamma = 0,4705$$

Przesunięcie układu współrzędnych do środka ciężkości zbioru punktów (o współrzędnych $\bar{x} = 1,756$ i $\bar{y} = 2,93093$) oraz obrót o kąt γ przeprowadza się za pomocą przekształcenia:

$$x' = (x - \bar{x}) \cos \gamma + (y - \bar{y}) \sin \gamma$$

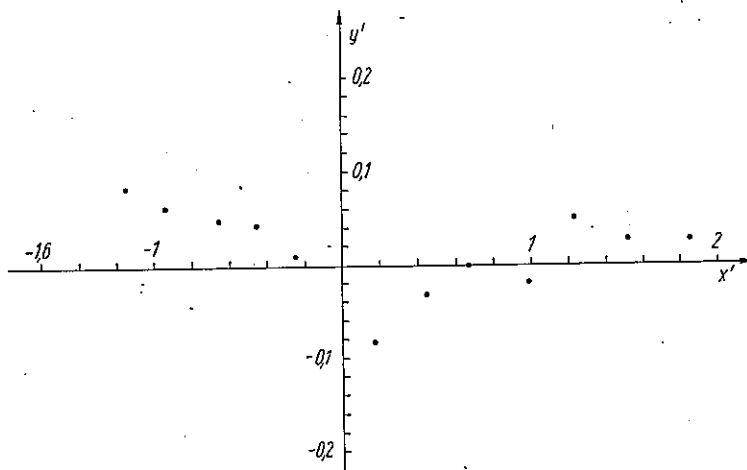
$$y' = -(x - \bar{x}) \sin \gamma + (y - \bar{y}) \cos \gamma$$

Tablica 7.

Dane statystyczne w przesuniętym i obróconym układzie współrzędnych

x'_i	y'_i	$(x'_i)^2$	$(y'_i)^2$
-1,6649	-0,0309	2,7719	0,00095
-1,4448	-0,0043	2,0874	0,00002
-1,1542	0,0826	1,3322	0,00682
-0,9372	0,0624	0,8783	0,00389
-0,6860	0,0491	0,4706	0,00241
-0,4439	0,0421	0,1970	0,00177
-0,2685	0,0110	0,0721	0,00012
-0,2627	-0,1786	0,0690	0,03190
0,1312	-0,0819	0,0172	0,00671
0,4370	-0,0322	0,1910	0,00104
0,6860	-0,0014	0,4706	0,00000
0,9927	-0,0192	0,9855	0,00037
1,2292	0,0502	1,5109	0,00252
1,5232	0,0257	2,3201	0,00066
1,8629	0,0254	3,4707	0,00065
0	0	16,8442	0,05983

Dane statystyczne z tabl. 1 w nowym układzie współrzędnych przedstawione są w tabl. 7. Zbiór punktów w nowym układzie współrzędnych pokazany jest na rys. 4.



Rys. 4. Zbiór punktów rzeczywistych w przesuniętym i obróconym układzie współrzędnych

Zbadamy oddzielnie rozkład zmiennej x' i y' .

Zmienna x' ma średnią równą zero, a oszacowanie średniego odchylenia na podstawie tabl. 7 wynosi

$$s_x = \sqrt{\frac{\sum_i (x'_i)^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{16,8442}{15-1}} = 1,097$$

W tablicy 8 został zbudowany szereg rozdzielczy zmiennej x' oraz został wyznaczony rozkład teoretyczny tej zmiennej w założeniu jego normalności.

Tablica 8

Badanie normalności rozkładu zmiennej x'

x'	Liczność rzeczywista n_i	Zmienna x' sprowadzona do rozkładu o średniej 0 i średnim odchyleniu 1 $\frac{x'}{s}$	Prawdopodobieństwo według rozkładu normalnego	Liczność teoretyczna n'_i	$n_i - n'_i$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
Do -1,6	1	Do -1,458	0,0657	0,986	0,014	0,0002
Od -1,6	3	Od -1,458	0,1674	2,511	0,489	0,0952
do -0,8		do -0,729				
Od -0,8	4	Od -0,729	0,2669	4,003	-0,003	0,0000
do 0		do 0				
Od 0	3	Od 0	0,2669	4,003	-1,003	0,2513
do 0,8		do 0,729				
Od 0,8	3	Od 0,729	0,1674	2,511	0,489	0,0952
do 1,6		do 1,458				
Ponad 1,6	1	Ponad 1,458	0,0657	0,986	0,014	0,0002
	15		1,0000	15,000	0	$\chi^2 = 0,4421$

Obliczono

$$\chi^2 = 0,4421$$

Uwzględniając, że jest tu 6 grup i że szacowano jeden parametr, liczba stopni swobody wynosi 4.

Dla poziomu istotności $2\alpha = 0,02$, a więc dla $\alpha = 0,01$ i dla 4 stopni swobody z tablic rozkładu χ^2 odczytujemy

$$\chi_0^2 = 13,277$$

Ponieważ

$$\chi^2 < \chi_0^2$$

nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że x' ma rozkład normalny.

Postępując analogicznie w stosunku do zmiennej y' , na podstawie tabl. 7 szacujemy odchylenie średnie

$$s_y = \sqrt{\frac{\sum_i (y')^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{0,05983}{15-1}} = 0,06538$$

W tabelicy 9 przedstawione jest porównanie rozkładu zmiennej y' z rozkładem teoretycznym w założeniu jego normalności i wyliczono

Tabelica 9

Badanie normalności rozkładu zmiennej y'

y'	Licz- ność rze- czy- wista n_i	Zmienna y' sprowadzo- na do rozkładu o śred- niej 0 i średnim odchy- leniu 1 $\frac{y'}{s}$	Prawdop- dobieństwo według rozkładu normalnego	Liczność teore- tyczna n'_i	$n_i - n'_i$	$\frac{(n_i - n'_i)^2}{n'_i}$
Do -0,1	1	Do -1,530	0,0631	0,946	0,054	0,0031
Od -0,1	1	Od -1,530	0,1591	2,387	-1,387	0,8059
do -0,05		do -0,765				
Od -0,05	5	Od -0,765	0,2778	4,167	0,833	0,1665
do 0		do -0				
Od 0	5	Od 0	0,2778	4,167	0,833	0,1665
do 0,05		do 0,765				
Od 0,05	3	Ponad 0,765	0,2222	3,333	-0,333	0,0333
do 0,1	5					
Ponad 0,1	0					
	15		1,0000	15,000	0	$\chi^2 = 1,1753$

$$\chi^2 = 1,1753$$

Dla poziomu istotności $2\alpha = 0,02$ i dla 3 stopni swobody

$$\chi_0^2 = 11,345$$

nie ma więc podstaw do odrzucenia hipotezy, że y' ma rozkład normalny.

5.3. Istotność wyznaczonej linii regresji

W rozdziale 4.1 została wyznaczona linia regresji

$$Y = -0,3089 + 1,845 x$$

przedstawiona na rys. 1.

Tablica 10

Odchylenia punktów rzeczywistych od linii regresji

x_i	y_i	Y_i	$\Delta y_i = y_i - Y_i$	$(x_i - \bar{x}) \cdot \Delta y_i$
1,00	1,4473	1,5361	-0,0888	0,06713
1,08	1,6540	1,6837	-0,0297	0,02008
1,14	1,9513	1,7944	0,1569	-0,09665
1,26	2,1333	2,0158	0,1175	-0,05828
1,39	2,3487	2,2557	0,0930	-0,03404
1,51	2,5590	2,4770	0,0820	-0,02017
1,62	2,6992	2,6800	0,0192	-0,00261
1,79	2,6151	2,9936	-0,3785	-0,01287
1,89	3,0082	3,1782	-0,1700	-0,02278
1,99	3,3014	3,3626	-0,0612	-0,01432
2,08	3,5356	3,5287	0,0069	0,00224
2,24	3,7979	3,8239	-0,0260	-0,01258
2,29	4,0392	3,9162	0,1230	0,06568
2,45	4,2871	4,2114	0,0757	0,05254
2,61	4,5867	4,5066	0,0801	0,06841
26,34	43,9640	43,9639	0,0001	0,00178

W tablicy 10 zostały wyznaczone wartości Y_i tej funkcji dla poszczególnych wartości zmiennej niezależnej x_i oraz zostały wyznaczone odchylenia rzeczywistych wartości y_i od wartości funkcji Y_i dla tej samej rzędnej

$$\Delta y_i = y_i - Y_i$$

Na podstawie tabl. 10 lub rys. 1 można stwierdzić, że pomiędzy 1952 r. a 1956 r. występuje najdłuższa seria 5 punktów charakteryzujących się odchyleniami o jednakowym znaku.

Tablica 11

Tabela porównawcza do testu serii

Długość serii k	Największa liczba obserwacji, dla której prawdopodobieństwo wystąpienia chociażby jednej serii dowolnego z elementów o długości nie mniejszej niż k — jest mniejsze od 0,05
5	10
6	14
7	22
8	34
9	54
10	86
11	140
12	230

Na tej podstawie można sprawdzić hipotezę o istotności wyznaczonej linii regresji za pomocą testu serii [4, str. 339], [6, str. 173].

W celu sprawdzenia, czy określoną funkcję można uważać za dostatecznie dobrze dopasowaną wykorzystuje się tabl. 11.

Porównując z tą tablicą uzyskaną serię 5 punktów na 15 obserwacji można uważać na poziomie istotności 0,05¹⁾, iż nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że odchylenia od wyznaczonej linii regresji mają charakter losowy.

Dla potwierdzenia istotności wyznaczonej linii regresji mogą również służyć testy na niezależność odchyłeń od zmiennej niezależnej.

5.4. Niezależność odchyłeń od zmiennej niezależnej

Wyznamy współczynnik korelacji pomiędzy odchyleniem Δy a zmienną x ; wartości obu tych zmiennych zestawione są w tabl. 10.

Ponieważ $\overline{\Delta y} = 0$, więc poszczególne sumy potrzebne do wyznaczenia współczynnika korelacji w sposób analogiczny, jak w rozdz. 3.2 przedstawiają się następująco:

$$\sum_i (x_i - \bar{x})(\Delta y_i - \overline{\Delta y}) = \sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot \Delta y_i = 0,00178$$

$$\sum_i (x_i - \bar{x})^2 = 3,7764$$

oraz wykorzystując obliczenie z rozdz. 4.1:

$$\sum_i (\Delta y_i - \overline{\Delta y})^2 = \sum_i \Delta^2 y_i = 0,2703$$

Współczynnik korelacji między odchyleniem a zmienną niezależną wynosi

$$r_{\Delta y} = \frac{0,00178}{\sqrt{3,7764 \cdot 0,2703}} = 0,00176$$

Sprawdzimy hipotezę, że $r_{\Delta y} = 0$, tzn. że odchylenie Δy i zmienna x nie są skorelowane.

Podobnie jak w rozdz. 3.4 obliczamy

$$t = \frac{r}{\sqrt{1-r^2}} \sqrt{n-2} = \frac{0,00176}{\sqrt{1-0,00176^2}} \sqrt{15-2} = 0,0063$$

Dla poziomu istotności $\alpha = 0,02$ i dla 13 stopni swobody z tablic rozkładu Studenta

$$t_0 = 2,650$$

¹⁾ W zastosowanych testach zgodności i istotności przyjmowano na ogół poziom istotności 0,02, a jedynie w teście serii i w teście analizy wariacji (rozdz. 5.5) przyjęto inne poziomy istotności, co wynika z układów tabel statystycznych, jakimi dysponowano w trakcie obliczeń.

Ponieważ

$$t < t_0$$

nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że współczynnik korelacji między odchyleniem a zmienną niezależną równa się zeru.

Wyznamy współczynnik regresji, podobnie jak w rozdz. 4.1. dla współzależności między odchyleniem Δy a zmienną x :

$$b_{\Delta y} = \frac{0,00178}{3,7764} = 0,00047$$

Sprawdzimy hipotezę, że ten współczynnik regresji równa się zeru. Obliczymy średni błąd regresji

$$\begin{aligned} s_{\Delta y} &= \sqrt{\frac{\sum_i \Delta^2 y_i - b_{\Delta y} \cdot \sum_i (x_i - \bar{x}) \cdot \Delta y_i}{n}} = \\ &= \sqrt{\frac{0,2703 - 0,00047 \cdot 0,00178}{15}} = 0,134 \end{aligned}$$

W celu sprawdzenia postawionej hipotezy zerowej obliczamy podobnie, jak w rozdz. 4.4.

$$t = \frac{s_x \sqrt{n-2}}{s_{\Delta y}} b_{\Delta y} = \frac{0,502 \sqrt{15-2}}{0,134} \cdot 0,00047 = 0,00635$$

Dla poziomu istotności $\alpha = 0,02$ i dla 13 stopni swobody mamy z tablic rozkładu Studenta

$$t_0 = 2,650$$

Ponieważ

$$t < t_0$$

nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że współczynnik regresji między odchyleniem Δy a zmienną niezależną równa się zeru.

Tablica 12

Badanie zależności między zmiennymi Δy i x
A. Liczności rzeczywiste

$x \backslash \Delta y$	Do -0,1	Od -0,1 do 0	Od 0 do 0,1	Ponad 0,1	Razem
Do 1,4		2	1	2	5
Od 1,4 do 2,0	2	1	2		5
Ponad 2,0		1	3	1	5
Razem	2	4	6	3	15

B. Liczności teoretyczne
(w założeniu niezależności między Δy a x)

$x \backslash \Delta y$	Do -0,1	Od -0,1 do 0	Od 0 do 0,1	Ponad 0,1	Razem
Do 1,4	0,67	1,33	2	1	5
Od 1,4 do 2,0	0,67	1,33	2	1	5
Ponad 2,0	0,67	1,33	2	1	5
Razem	2	4	6	3	15

Na potwierdzenie, że nie istnieje zależność między Δy a x zastosujemy test niezależności, podobnie jak w rozdz. 5.1.

Wartości zmiennej Δy i zmiennej x z tabl. 10 zostały rozłożone w tablicy wielodzielczej. Tabl. 12A przedstawia rozkład empiryczny, tabl. 12B rozkład teoretyczny w założeniu niezależności między Δy a x .

Dla oceny zgodności tych rozkładów obliczono

$$\chi^2 = 7,48$$

Dla poziomu istotności $\alpha = 0,02$ i dla 6 stopni swobody z tablic rozkładu χ^2 :

$$\chi_0^2 = 15,033$$

Ponieważ

$$\chi^2 < \chi_0^2$$

nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że odchylenie Δy nie zależy od zmiennej x .

5.5. Zgodność odchyień w poszczególnych przedziałach

Jak wynika z tabl. 10, suma odchyień rzeczywistych obserwacji statystycznych od wyznaczonej linii regresji równa się praktycznie zeru. Jednakże nie jest to jeszcze wystarczające dla uznania linii regresji w założonej postaci linii prostej za dobrze dopasowaną, gdyż może się zdarzyć, że w jakimś przedziale odchylenia te będą się różnić w sposób istotny od odchyień w innych przedziałach, co by świadczyło, iż regresja nie ma charakteru liniowego. Test serii potwierdzający dobroć linii regresji reagował wyłącznie na znak odchylenia, a nie na jego wartość bezwzględna.

Zweryfikujemy obecnie hipotezę, że po podzieleniu zbioru odchyień na grupy, wartości średnie w tych grupach są sobie równe. W celu sprawdzenia tej hipotezy zastosujemy analizę wariancji [3, str. 514], [5, str. 444], [7, str. 100]. Wartości Δy_i z tabl. 10 podzielono w tabl. 13 na 15 grup po 3 wartości.

Tablica 13

Test analizy wariancji

Grupa	Δy_i			Suma w grupie	Kwadrat sumy w grupie
1	-0,0888	-0,0297	0,1569	0,0384	0,00147
2	0,1175	0,0930	0,0820	0,2925	0,08556
3	0,0192	-0,3785	-0,1700	-0,5293	0,28016
4	-0,0612	0,0069	-0,0260	-0,0803	0,00645
5	0,1230	0,0757	0,0801	0,2788	0,07773
				0,0001	0,45137

Pamiętając, że ogólna średnia odchylen $\bar{\Delta y} = 0$, na podstawie tabl. 13 obliczamy sumę kwadratów pomiędzy grupami (kwadratów różnic między średnimi w grupach a średnią ogólną).

$$Q_1 = \frac{0,45137}{3} = 0,15046$$

stąd oszacowanie wariancji

$$s_1^2 = \frac{0,15046}{5-1} = 0,037615$$

W rozdz. 4.1 została już wyznaczona ogólna suma kwadratów

$$Q = 0,2703$$

Obliczamy resztkową sumę kwadratów

$$Q_2 = Q - Q_1 = 0,2703 - 0,15046 = 0,11984$$

Stąd oszacowanie wariancji

$$s_2^2 = \frac{0,11984}{15-5} = 0,011984$$

Jeżeli hipoteza, że średnie w grupach są równe, jest słuszna, wtedy wariancje s_1^2 i s_2^2 mogą się różnić w sposób losowy.

W celu sprawdzenia, czy wariancje te różnią się w sposób istotny, obliczamy

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{1}{2} \ln \frac{0,037615}{0,011984} = 0,5719$$

Dla poziomu istotności $\alpha = 0,01$ oraz dla 4 i 10 stopni swobody z tablic rozkładu z -Fishera odczytujemy

$$z_0 = 0,8954$$

Ponieważ

$$z < z_0$$

nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy, że w 5 grupach średnie wartości odchyleń są równe.

6. ZWIĄZEK PRZYCZYNOWY MIĘDZY ROZWOJEM ŁĄCZNOŚCI A ROZWOJEM GOSPODARKI NARODOWEJ

Samo formalne stwierdzenie korelacji na podstawie materiału statystycznego bez stwierdzenia związku przyczynowego między zmiennymi nie upoważnia do formułowania wniosków o istnieniu współzależności.

Związek przyczynowy między rozwojem łączności a rozwojem gospodarki narodowej został stwierdzony przez ekonomikę łączności. „Sytuacja gospodarcza kraju ma bardzo poważny wpływ na rozwój poszczególnych usług łączności” [15, str. 79].

Związek ten jest z jednej strony powodowany tym, że rozwój gospodarczy powoduje wzrost zapotrzebowania gospodarki narodowej na usługi łączności, a towarzyszący temu wzrost stopy życiowej i kultury ludności powoduje wzrost zapotrzebowania ludności na usługi łączności, a z drugiej strony rozwój gospodarczy stwarza większe możliwości zaspokojenia tych potrzeb, a więc rozwoju faktycznego stanu łączności.

„W nowoczesnej gospodarce, w warunkach, gdy rosną wzajemne powiązania między różnymi branżami gospodarki narodowej, gdy zacieśnia się kooperacja między przedsiębiorstwami i zakładami, można twierdzić, że wszystkie procesy produkcyjne odbywają się przy udziale środków łączności, a łączność we współczesnym społeczeństwie nie tylko wpływa pobudzająco na rozwój wszystkich procesów wytwórczości, ale procesy te w ogóle warunkuje” [15, str. 24].

W związku z tym ekonomika łączności stwierdza, że „rozwój łączności jest obiektywną koniecznością, że tempo rozwoju łączności musi odpowiadać roz-

-Tablica 14

Porównanie dla zakresu ekstrapolacji dynamiki dochodu narodowego i dynamiki dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych

Wskaźnik dochodu narodowego		Dochody z usług pocztowo-telekom.	
x	Dynamika	Y	Dynamika
2,61	100	4,5066	100
3,00	114,9	5,2261	116,0
3,50	134,1	6,1486	136,3
4,00	153,3	7,0711	156,9

wojowi gospodarki narodowej, a w niektórych przypadkach nawet go wyprzedzić ¹⁾ [15, str. 24].

Na tej podstawie ekonomika łączności formułuje wniosek, że „zgodnie z prawem planowego proporcjonalnego rozwoju łączność jako jedna z podstawowych gałęzi produkcji materialnej powinna być rozwijana w gospodarce socjalistycznej planowo, proporcjonalnie do rozwoju innych gałęzi produkcji materialnej, tzn. powinna być rozwijana na takim poziomie, by nie tylko nie hamowała, ale w jak najszerszym zakresie wspomagała nieustanny rozwój wszystkich innych gałęzi produkcji materialnej, rozwój sił wytwórczych, rozwój społeczny i gospodarczy całego państwa” [11, str. 10].

7. PODSUMOWANIE

W większości przeprowadzonych badań za pomocą testów statystycznych jako wynik uzyskano, że „nie ma podstaw do odrzucenia hipotezy”. Jak pisze Hellwig [6, str. 156], „w praktyce postępuje się na ogół w ten sposób, że gdy wyniki z próbki nie dają podstaw do odrzucenia hipotezy, uznaje się, że hipoteza jest prawdziwa i przyjmuje się ją (...). Chociaż postępowanie takie budzi poważne zastrzeżenie, musi być stosowane, gdyż rozsądniejszego wyjścia nie ma”. Toteż obecnie przystępując do podsumowania wyników, zdecydowano się na śmielsze sformułowania.

Tak więc można uważać, że na podstawie materiału statystycznego zostało udowodnione, iż

- 1) istnieje współzależność między rozwojem dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych a rozwojem dochodu narodowego (rozdz. 5.1),
- 2) wielkości te są skorelowane (rozdz. 3,4),
- 3) związek korelacyjny między tymi wielkościami jest bardzo ścisły (rozdz. 3.3),
- 4) wielkości te mają rozkład normalny (rozdz. 5.2), co zresztą jest wnioskiem tylko formalnym upoważniającym do korzystania z określonego aparatu statystyczno-matematycznego,
- 5) istnieje regresja między rozwojem dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych a rozwojem dochodu narodowego (rozdz. 4.4),
- 6) dokładność wyznaczonej linii regresji jest znaczna — występujące błędy są rzędu kilku procent (rozdz. 4.2, 4.3 i 4.6),
- 7) wyznaczona linia regresji stanowi dobre odzwierciedlenie omawianej

¹⁾ Liniowy charakter uzyskanej linii regresji nie zaprzecza tezie o szybszym rozwoju łączności niż gospodarki narodowej. Ilustruje to tabl. 14, w której dla umiarkowanego zakresu ekstrapolacji porównano dynamikę zmiennej niezależnej i dynamikę zmiennej zależnej odczytanej z linii regresji. Z tabl. 14 wynika, że przyrostowi dochodu narodowego o 53,3% w stosunku do 1964 r. towarzyszy przyrost dochodów z usług pocztowo-telekomunikacyjnych o 56,9%.

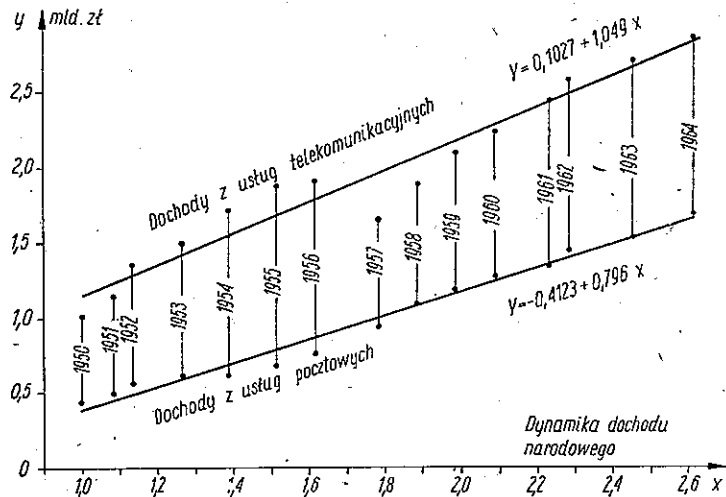
współzależności, co również oznacza, że może ona być uznana za prostoliniową (rozdz. 5.3); stwierdzenie to zostało poparte również tym, że:

— odchylenia od linii regresji są niezależne od zmiennej niezależnej i nie są z nią skorelowane (rozdz. 5.4),

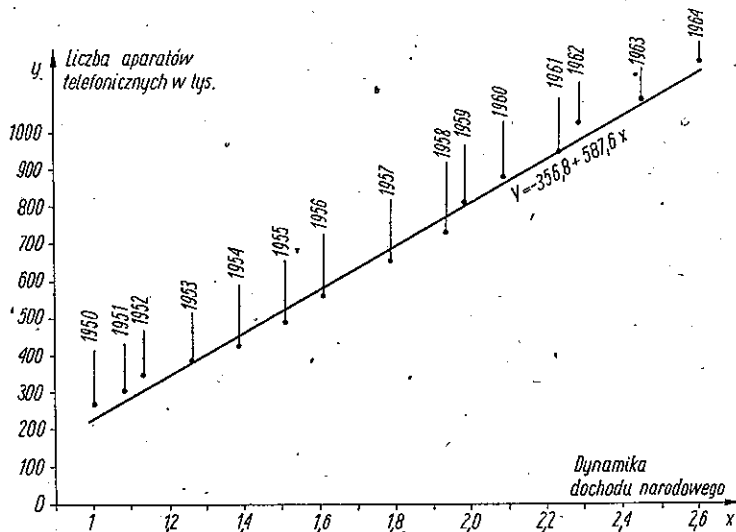
— odchylenia te są w zasadzie w poszczególnych przedziałach jednakowe, co potwierdza liniowość regresji (rozdz. 5.5).

Wyniki analizy merytorycznej istnienia rozważanej współzależności (rozdz. 6) i wyniki analizy statystyczno-matematycznej wzajemnie się potwierdzają.

Na rysunkach 5 i 6 pokazane są dalsze przykłady regresji spośród wielu



Rys. 5. Regresja dochodów z usług telekomunikacyjnych i dochodów z usług pocztowych



Rys. 6. Współzależność między liczbą aparatów telefonicznych a dochodem narodowym

innych przypadków możliwych regresji, jakie obserwuje się w ekonomicznej łączności. Tego rodzaju prawidłowości niewątpliwie zasługują na badanie — z wykorzystaniem przynajmniej w części metod przedstawionych w niniejszej publikacji.

WYKAZ LITERATURY

1. Banasiński A., Weryha A., Zurawicki S.: Metody matematyczne w naukach ekonomicznych. PWE. Warszawa 1963.
2. Chorafas D. N.: Procesy statystyczne i niezawodność urządzeń. WNT. Warszawa 1960.
3. Cramer H.: Metody matematyczne w statystyce. PWN. Warszawa 1958.
4. Dunin-Barkowski I. W. i Smirnow N. W.: Teorija wierojatnostiej i matematiczeskaja statistika w tiechnike. Moskwa 1955.
5. Fisz M.: Rachunek prawdopodobieństwa i statystyka matematyczna. PWN. Warszawa 1958.
6. Hellwig Z.: Regresja liniowa i jej zastosowanie w ekonomii. PWG. Warszawa 1960.
7. Indian F. i Platt Cz.: Zbiór zadań z rachunku prawdopodobieństwa i statystyki matematycznej oraz metody ich rozwiązania. PWN. Łódź — Warszawa 1961.
8. Indian F.: Zarys rachunku prawdopodobieństwa i statystyki. PWN. Łódź — Warszawa 1963.
9. Lange O.: Wstęp do ekonometrii. PWN. Warszawa 1961.
10. Minc B.: Ekonomia polityczna socjalizmu. PWN. Warszawa 1963.
11. Rafalowicz Z.: Planowanie perspektywicznego rozwoju telefonii. WKiŁ. Warszawa 1963.
12. Schultz H.: The Standard Error of a Forecast from a Curve. Journal of the American Statistical Association. Vol. 25, 1930, str. 139—185.
13. Szulc S.: Metody statystyczne. PWE. Warszawa 1961.
14. Vielrose E.: Interpolacja i ekstrapolacja w statystyce. Mała Encyklopedia Ekonomiczna. PWE. Warszawa 1962.
15. Praca zbiorowa. Ekonomia łączności. WKiŁ. Warszawa 1961.

36. Дудзіньски

ВЗАИМНОЕ ОТНОШЕНИЕ МЕЖДУ РАЗВИТИЕМ СВЯЗИ И РАЗВИТИЕМ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА

Резюме

В статье, с помощью методов математической статистики из области теории корреляции и теории регрессии, произведено изучение зависимости между развитием доходов за обслуживание почтовой связью и электросвязью и развитием национального дохода в Польше, считая эту зависимость представительным примером взаимных отношений между развитием связи и развитием народного хозяйства. В качестве статистического материала использованы данные за период 1950—1964 г. Определенный в статье коэффициент корреляции равный $r = 0,990$ доказывает, что изучаемые величины действительно связаны корреляцией и то весьма тесной корреляцией. Получено следующее уравнение линии регрессии:

$$y = -0,3089 + 1,845x$$

где x — показатель произведенного национального дохода принимая, что 1950 г. это 1,00,

y — ожидаемое значение доходов за обслуживание почтовой связью и электросвязью в млрд. зл..

Определены доверительный предел для линии регрессии. Рассмотрены возможности и условия экстраполяции линии регрессии в будущем. С помощью критериев согласия и значимости был проверен ряд гипотез, касающихся изучаемой зависимости, а между прочим гипотезы, что эта зависимость отличается линейностью и что отклонения от определенной выше линии регрессии отличаются случайностью. Приведены дальнейшие примеры типовых для области связи корреляций. Указанные в статье статистические методы могут быть использованы для статистического обоснования экономических зависимостей и как орудие для формулирования гипотез развития при планировании.

Zb. Dudziński

INTERDEPENDENCE BETWEEN THE DEVELOPMENT OF THE TELECOMMUNICATIONS AND THE DEVELOPMENT OF THE NATIONAL ECONOMY

Summary

With help of methods of mathematical statistics in the domain of correlation theory and regression theory, the research of the dependence between the development of the postage and telecommunication income and the development of the national income was carried out, considering it as a representative example of the interdependence between the telecommunications development and the development of the national economy. As statistical material the data for period 1950—1964 were used. The correlation coefficient determined as high as $r = 0,990$ shows that the values examined are really correlated and that it is a very close correlation. The following equation of the regression line was obtained

$$Y = - 0,3089 + 1,845 x$$

where x — national income index realized, with admission for the year 1950 as 1,00

Y — the expected value of income from post- and telecommunications service

The confidence interval for the regression line was determined. The possibilities and conditions of the regression line extrapolation for the future are discussed. With the aid of the tests of goodness of fit and of significance, a series of hypothesis connected with the dependence examined were verified, and among others, that the investigated dependence is of linear character and the deviations from the determined regression line are of random character. Further examples of correlations typical for communications are quoted. The statistical methods contained in the article may be used for statistical argument of the economic dependences as well as a tool to formulate the development hypothesis in planing.

Zb. Dudziński

INTERDÉPENDANCE ENTRE LE DÉVELOPPEMENT DES TÉLÉCOMMUNICATIONS ET CELUI DE L'ÉCONOMIE NATIONALE

Sommaire

A l'aide de la méthode de statistique mathématique dans le domaine de la Hiéaie de corrélation et de la théorie de régression, on a effectué l'étude de la relation entre le développement des recettes des services de Poste et Télécommunications et celui du revenu national en Pologne, traitant cela comme un exemple représentatif de l'interdépendance du développement des services des télécommunications et celui de l'économie nationale. Comme matériel statistique on a fait l'usage des données relatives à la période de 1950 à 1964. Le coefficient de corrélation fixé à $r = 0,990$ montre que les valeurs étudiées présentent réellement une corrélation et que cette corrélation est très étroite. L'équation de la ligne de régression obtenue est donnée par:

$$Y = -0,3089 + 1,845 x$$

où x — index du revenu national réalisé, admis comme

$$1,00 \text{ pour l'année } 1950$$

Y — valeur espérance des recettes des services de Poste et Télécommunications, en milliards de zloty,

On a fixé l'intervalle de confiance de la ligne de régression. On a décrit les possibilités et les conditions d'extrapolation de la ligne de régression pour l'avenir. A l'aide de tests de validité d'ajustement et de signification on a vérifié une série d'hypothèses liées à la relation étudiée et, entre autres, que la relation étudiée a un caractère linéaire et que les écarts par rapport à la ligne de régression fixée ont un caractère aléatoire. On a cité d'autres exemples des corrélations typiques pour les télécommunications. Les méthodes statistiques contenues dans cet article peuvent être mises à profit pour la justification statistique des dépendances économiques et peuvent servir d'outil pour formuler les hypothèses de développement dans la planification.

Zb. Dudziński

MITABHÄNGIGKEIT ZWISCHEN DER ENTWICKLUNG DES FERNMELDEDIENSTES UND DEREN DER NATIONALWIRTSCHAFT

Zusammenfassung

Mit Hilfe des Verfahrens der mathematischen Statistik im Bereich der Theorie der Korrelation und der Theorie der Regression wird eine Untersuchung der Abhängigkeit zwischen der Entwicklung der Einnahmen vom Post- und Fernmeldedienst und deren vom Nationaleinkommen in Polen durchgeführt; dies wird als ein repräsentatives Beispiel der Mitabhängigkeit der Entwicklung des Fernmeldedienstes und der Nationalwirtschaft behandelt. Als statistisches Material werden die Daten von den Jahren 1950—1964 ausgenutzt. Der festgesetzte Korrelationskoeffizient von $r = 0,990$ zeigt, dass die zu untersuchenden Größen wirklich korreliert werden und dass es eine sehr enge Korrelation ist. Die folgende Gleichung der Regressionslinie wurde erlangt

$$Y = -0,3089 + 1,845 x$$

wo x — Index des gebildeten Nationaleinkommens, der als 1,00 für das Jahr 1950 angenommen wurde

Y — Erwartungswert der Einnahmen vom Post- und Fernmelde Dienst in Milliarden Zloty

Es wurde ein Zuverlässigkeitsintervall festgesetzt. Die Möglichkeiten und Bedingungen der Extrapolation der Regressionslinie für die Zukunft werden besprochen. Mit Hilfe der Anpassungsgüte- und Signifikanzteste manche, mit der zu untersuchenden Abhängigkeit in Zusammenhang stehende Hypothesen, wurden überprüft, u.a. dass die zu untersuchende Abhängigkeit einen linearen Charakter aufweist und dass die Abweichungen von der bestimmten Regressionslinie einen Zufälligkeitscharakter aufweisen. Weitere Beispiele der für den Fernmeldedienst typischen Korrelationen werden angeführt. Die in diesem Artikel umfassten statistischen Verfahren können für eine statistische Begründung der ökonomischen Abhängigkeiten und als Werkzeug für die Formulierung der Entwicklungshypothesen in der Planung angewendet werden.

