

PENGENALAN ABABIL: PROGRAM FINITE ELEMENT ANALYSIS (FEA) 3-DIMENSI UNTUK STRUKTUR RANGKA-BATANG

Introduction of Ababil : 3 Dimentional Finite Element Analysis Program for Truss Structure

Sugeng Waluyo

Sugeng_Waluyo@daad-alumni.de

D3 Teknik Industri, Universitas Jenderal Soedirman, Purwokerto

Abstract— Ababil is an open source computer program working on the basis of finite element method (FEM) which is aimed to analyze frame structures. It is mainly designed as a solver without embedded pre- or/and post-processing units. Recently, the solver is compatible only for reading and writing in the Gmsh [1] pre- and post-processing software environment. The FEM kinematics formulation applied here is relied on the Timoshenko Beam Theory (TBT) using linear shape function. Finally, the well-known FEM software MSC.Nastran is used to ensure the capability of Ababil in the prediction of frame deformation by means of FEM simulation

Keyword— Ababil, open source, finite element, frame, Gmsh, Timoshenko Beam Theory (TBT)

PENDAHULUAN

Proses penyusunan kode program Ababil dimulai pada pertengahan tahun 2008. Tujuan utamanya adalah menghasilkan sebuah produk berupa program sumber terbuka (*open source*) dalam bahasa Fortran untuk menganalisis struktur rangka-batang dalam ruang 3-dimensi. Di Indonesia, hingga kini belum ada satupun program FEM untuk struktur rangka-batang 3-Dimensi yang bersifat sumber terbuka. Adapun yang tersedia saat ini hanya kode dalam 2-D dan tidak memiliki antar-muka dengan perangkat lunak pre- dan *post-processing*.

Ababil didesain untuk digunakan utamanya oleh mahasiswa sebagai sarana pembelajaran dan penelitian. Untuk mencapai tujuan tersebut, struktur program Ababil disandarkan kepada prinsip *textbook-style*. Yaitu, susunan program pada Ababil disesuaikan dengan susunan pada *textbook* tanpa mengalami optimasi pemrograman. Pada artikel ini akan disajikan secara komprehensif struktur program Ababil, termasuk di dalamnya pembahasan teknis implementasi TBT di tahap pemrograman.

STRUKTUR PROGRAM ABABIL

Struktur program Ababil disusun oleh 3 subroutin atau sub program utama yang dituliskan dalam Fortran 90 yaitu MESH_BEAM(), ELEMENT_STIFF_BEAM_TIMOSH(), dan BOUNDARY_CONDITION_BEAM(). Disamping ketiga subroutin tersebut, terdapat pula sejumlah subroutine lain yang melakukan operasi-operasi matematika seperti aljabar matriks dan LU Decomposition.

A. Subroutin MESH_BEAM()

Tugas utama dari subroutin ini adalah menyusun matriks kekakuan global k_e dari proses mesh yang dilakukan Gmsh. Dalam melakukan tugasnya, subroutin ini membaca file hasil proses mesh, yaitu geometri elemen dan koordinat nodal, dan menyimpannya dalam variabel yang didefinisikan sebelumnya. Untuk setiap elemen, nantinya akan dipanggil subroutin ELEMENT_STIFF_BEAM_TIMOSH() sebagai penyuplai matriks kekakuan elemen tunggal k_e .

Secara prinsip, jika terjadi modifikasi terhadap formulasi elemen, subroutin ini tidak mengalami perubahan apapun sepanjang modifikasi yang nantinya dilakukan ada dalam batasan tertentu. Batasan tersebut adalah, pertama, elemen yang digunakan berupa elemen garis (1-D) dengan 2 nodal dan, kedua, menggunakan fungsi perpindahan linear. Struktur modular seperti ini dimaksudkan untuk memberikan keleluasaan kepada pengguna menggunakan formulasi elemen lain selain bawaan dari Ababil tanpa harus merubah keseluruhan program.

B. Subroutine ELEMENT_STIFF_BEAM_TIMOSH()

Teori Timoshenko Beam diterapkan pada subroutin ini dengan menggunakan pendekatan isoparametrik linear

$$\begin{aligned} x &= N_1 x_1 + N_2 x_2 \\ y &= N_1 y_1 + N_2 y_2 \dots\dots\dots (1) \\ z &= N_1 z_1 + N_2 z_2 \end{aligned}$$

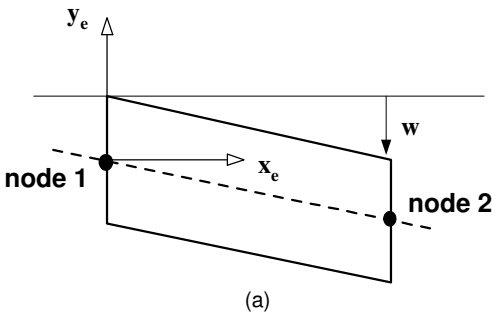
untuk interpolasi sistem koordinat dan

$$\begin{aligned} u_x &= N_1 u_{x1} + N_2 u_{x2} \\ u_y &= N_1 u_{y1} + N_2 u_{y2} \dots\dots\dots (2) \\ u_z &= N_1 u_{z1} + N_2 u_{z2} \end{aligned}$$

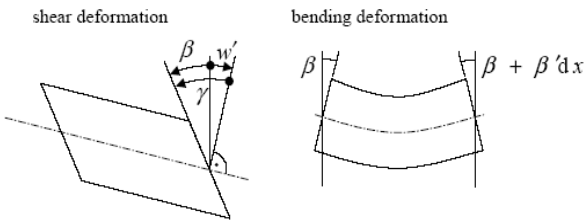
untuk fungsi perpindahan, dengan fungsi bentuknya adalah $N_1 = 1/2(1-\xi)$ dan $N_2 = 1/2(1+\xi)$ pada $-1 \leq \xi \leq 1$. Menggunakan notasi vektor $\mathbf{u} = [u_x \ u_y \ u_z]^T$ untuk persamaan (2) diperoleh fungsi pendekatan \mathbf{u}_h sebagai berikut

$$\mathbf{u}_h = \mathbf{N} \mathbf{d} \quad (3)$$

dengan $\mathbf{d} = [w_1 \ \beta_1 \ w_2 \ \beta_2]^T$ untuk nodal 1 dan 2 (lihat Gbr.1).



(a)



(b)

Gambar 1. Defleksi w pada batang (*beam*) digambarkan sejajar dengan sumbu koordinat lokal elemen \mathbf{y}_e (a). Kinematika batang akibat deformasi geser dan bending (b) diwakili oleh β dan $\partial w / \partial x = w'$ dimana $\beta + w' = \gamma$.

Untuk bekerja pada ruang 3-dimensi (Gbr.2), diperlukan modifikasi \mathbf{d} sebagai berikut

$$\mathbf{d} = [\mathbf{d}_1 \ \mathbf{d}_2]^T \quad (4a)$$

$$\mathbf{d}_i = [x_i \ w_i^{y_e} \ w_i^{z_e} \ \theta_i \ \beta_i^{y_e} \ \beta_i^{z_e}] \quad (4b)$$

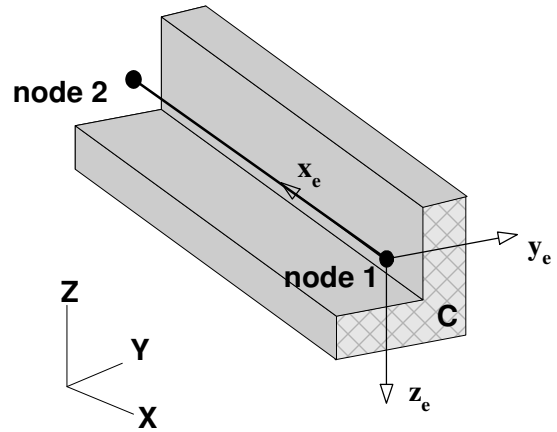
untuk $i = 1, 2$.

Disini, x_i dan θ_i berturut-turut mewakili translasi dan rotasi terhadap \mathbf{x}_e . Sementara itu, matriks fungsi perpindahan diberikan sebagai

$$\mathbf{N} = [\mathbf{N}_1 \ \mathbf{N}_2] \quad (5a)$$

$$\mathbf{N}_i = \begin{bmatrix} N_i & N_i & N_i & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_i & N_i & N_i \end{bmatrix} \quad (5b)$$

dengan $i = 1, 2$.



Gambar 2. Elemen batang pada koordinat 3-dimensi diwakili oleh koordinat global \mathbf{X} , \mathbf{Y} , dan \mathbf{Z} dan koordinat lokal elemen \mathbf{x}_e , \mathbf{y}_e , dan \mathbf{z}_e .

Menggunakan persamaan (3) dan (4), regangan $\boldsymbol{\varepsilon} = [\varepsilon_x \ \theta_x \ \gamma^{y_e} \ \kappa^{y_e} \ \gamma^{z_e} \ \kappa^{z_e}]^T$ dapat ditentukan melalui persamaan

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \mathbf{B} \mathbf{d} \dots\dots\dots (5)$$

dimana $\mathbf{B} = [\mathbf{B}_1 \ \mathbf{B}_2]$ diberikan sebagai

$$\mathbf{B}_i = \begin{bmatrix} \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & N_i & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & 0 & 0 & N_i \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & N_i \\ 0 & 0 & \frac{\partial N_i}{\partial x} & 0 & N_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & N_i & 0 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (6)$$

Menggunakan prinsip kerja maya (*virtual work*) untuk seluruh panjang batang L , sistem persamaan linear FEM adalah

$$\left[\int_L \mathbf{B}^T \mathbf{B} dx_e \right] \mathbf{d} = \mathbf{f} \dots\dots\dots (7)$$

dimana \mathbf{f} adalah gaya pada nodal dan \mathbf{B} didefinisikan sebagai parameter material (lihat Pers.7)

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} EA & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & GJ_x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & GA & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & EI_{y_e} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & GA & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & EI_{z_e} \end{bmatrix} \dots\dots (8)$$

Pada Persamaan 7, gaya pada nodal \mathbf{f} umumnya didefinisikan untuk koordinat global \mathbf{X} , \mathbf{Y} , dan \mathbf{Z} , sementara perpindahan \mathbf{d} umumnya terdefinisi dalam koordinat lokal \mathbf{x}_e , \mathbf{y}_e , dan \mathbf{z}_e . Untuk mengatasi perbedaan ini, didefinisikan sebuah matriks transformasi koordinat \mathbf{T} dengan ukuran 12x12 yang diberikan sebagai berikut

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} \mathbf{T}_1 & & & \\ & \mathbf{T}_2 & & \\ & & \mathbf{T}_3 & \\ & & & \mathbf{T}_4 \end{bmatrix} \dots\dots\dots (9)$$

dengan

$$\mathbf{T}_1 = \mathbf{T}_2 = \mathbf{T}_3 = \mathbf{T}_4 = \begin{bmatrix} x_e(1) & x_e(2) & x_e(3) \\ y_e(1) & y_e(2) & y_e(3) \\ z_e(1) & z_e(2) & z_e(3) \end{bmatrix} \dots\dots (10)$$

Akhirnya, menggunakan (9), ruas kiri persamaan (7) dapat ditransformasikan ke global koordinat, yaitu

$$\left[\int_L \mathbf{T}^T \mathbf{B}^T \mathbf{B} \mathbf{T} dx_e \right] \mathbf{d} = \mathbf{f} \dots\dots\dots (11)$$

C. Subroutin BOUNDARY_CONDITION_BEAM()

Subroutin ini mempunyai tugas untuk membentuk matriks (11) menjadi persamaan matriks yang dapat dicari solusinya, dengan memanfaatkan masukan (input) dari pengguna. Masukan tersebut terbagi menjadi dua yaitu beban pada nodal (nodal forces) dan tumpuan pada nodal (nodal constraints).

Pada saat penulisan makalah ini, Ababil hanya dapat menghitung persamaan (11) dengan menggunakan beban pada nodal. Hal ini mengakibatkan perhitungan berat struktur tidak dapat diwakili secara terdistribusi. Untuk mengatasi hal tersebut, berat struktur dapat ditransfer secara merata

pada masing-masing nodal penyusun elemen. Namun demikian, modifikasi subroutine ini dalam rangka memfasilitasi beban terdistribusi sangat memungkinkan.

Sementara itu, tumpuan yang digunakan didefinisikan berharga 0 (nol) jika pergerakan pada arah tertentu dibatasi, dan sebaliknya 1 (satu) jika dibebaskan (*unconstraint*). Sebagai contoh, untuk tumpuan putar (pinned) pada sebuah nodal, misalkan nodal 1, dalam 3-dimensi didefinisikan oleh vektor tumpuan $\mathbf{d}_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0]$ dan tumpuan jepit (*fixed*) oleh vektor $\mathbf{d}_1 = [1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1]$.

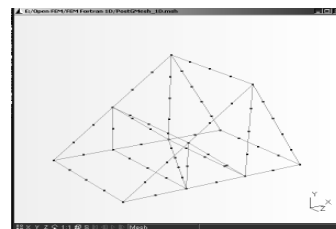
D. Antar-Muka Dengan Gmsh

Gmsh menggunakan file berekstensi *.msh sebagai media penyimpanan hasil mesh berupa nodal (*nodes*) dan elemen (*element*). Namun demikian, file ini sekaligus dapat pula menyimpan data geometri berupa titik (*points*), garis (*lines*), bidang (*surfaces*), dan isi (*volumes*). Jenis data diluar yang disebutkan diatas dapat disisipkan pada file selama posisinya berada setelah data asli milik Gmsh.

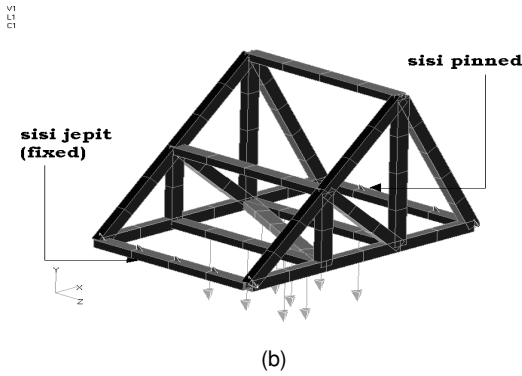
Ababil memiliki antar-muka dengan Gmsh melalui file *PreGMesh_1D.msh* dan *PostGMesh_1D.msh*. File *PreGMesh_1D.msh* bertugas menyimpan data mesh, parameter material, beban, dan tumpuan dari pengguna. Sementara itu, disamping tetap menyimpan data hasil mesh, *PostGMesh_1D.msh* juga menyimpan data hasil perhitungan *solver* Ababil.

CONTOH HASIL PERHITUNGAN UNJUK KERJA PROGRAM ABABIL

Unjuk kerja program ababil dilakukan terhadap perangkat lunak komersial MSC Nastran pada perhitungan analisi struktur rangka-batang pada Gambar 3. Material yang digunakan adalah baja karbon dengan $E = 200000 \text{ MPa}$ dan $\nu = 0.3$. Elemen batang memiliki penampang persegi panjang berukuran $100\text{mm} \times 150\text{mm}$ dengan \mathbf{y}_e mewakili orientasi batang dengan momen inersia tekuk terbesar yaitu I_{y_e} .



(a)

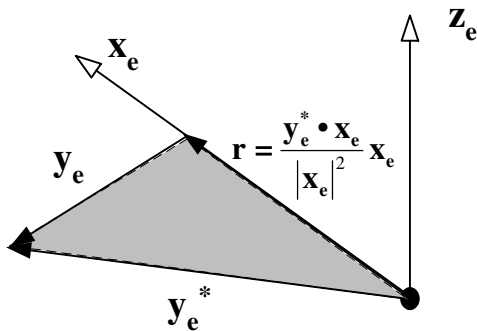


Gambar 3. Hasil proses mesh menggunakan Gmsh (a) digunakan sebagai input solver Ababil. Hasil perhitungan selanjutnya dibandingkan dengan kasus yang sama pada MSC.Nastran (b) yaitu dengan kondisi batas tumpuan dan beban seperti terlihat pada gambar.

Untuk mendefinisikan y_e metoda yang umum digunakan adalah mencari vektor yang tegak lurus x_e . Pada Ababil, pengguna tidak diharuskan mencari vektor yang tegak lurus x_e , namun cukup dengan mendefinisikan vektor yang berada pada bidang $x_e - y_e$ (Gbr.3). Menggunakan r sebagai vektor proyeksi pada arah x_e , vektor y_e dapat dihitung sebagai berikut

$$y_e = y_e^* - r \dots\dots\dots (11)$$

dengan $r = \frac{y_e^* \cdot x_e}{|x_e|^2} x_e$.



Gambar 4. Penentuan y_e dari sembarang vektor y_e^* yang didefinisikan oleh pengguna

Gambar 5

Beban yang digunakan diletakan pada nodal bagian bawah (lihat Gbr.3b) dengan beban total sebesar 100 kN. Struktur ditumpu pada bagian bawah dengan tepi

atau sisi kiri dijepit dan tepi atau sisi kanan menggunakan pin (lihat Gbr.3b).

Hasil yang diperoleh dapat disajikan pada Tabel 1, 2, dan 3 sebagai berikut

TABEL 1. PERBANDINGAN HARGA DEFLEKSI ARAH-X GLOBAL ANTARA ABABIL DAN MSC.NASTRAN

Defleksi arah x (mm)		Deviasi
Ababil	MSC.Nastran	
-0.0161	-0.01598	0.8 %
-0.03	-0.02951	1.7 %
-0.0297	-0.02925	1.5 %
-0.018	-0.01794	0.33 %

TABEL 2. PERBANDINGAN HARGA DEFLEKSI ARAH-Y GLOBAL, SEARAH BEBAN, ANTARA ABABIL DAN MSC.NASTRAN

Defleksi arah y (mm)		Deviasi
Ababil	MSC.Nastran	
-0.00168	-0.000965	74 %
0.0327	0.03499	6.5 %
0.0338	0.03645	7.3 %
0.000283	0.001445	80 %

TABEL 3. PERBANDINGAN HARGA DEFLEKSI ARAH-Z GLOBAL ANTARA ABABIL DAN MSC.NASTRAN

Defleksi arah z (mm)		Deviasi
Ababil	MSC.Nastran	
0.033	0.042	21 %
0.0329	0.0417	21 %
0.0327	0.0415	21 %
0.0325	0.0413	21 %

Perbandingan langsung menunjukkan perbedaan harga defleksi yang beragam. Untuk defleksi arah-x perbedaan yang terjadi rata-rata 1 %, arah-y rata-ratanya sekitar 50 %, dan arah-z relatif konstan pada 21 %. Perbandingan ini hanya dimaksudkan sebagai studi awal (*feasibility study*) untuk mengukur keberhasilan implementasi solver Ababil. Meskipun belum memberikan hasil yang sangat akurat, diukur terhadap MSC.Nastran, namun Ababil mampu memberikan solusi yang masuk akal. Salah satu indikatornya adalah tidak adanya perbedaan arah defleksi, yang mana ditandai dengan defleksi negatif (-) dan positif (+).

Perbedaan harga defleksi utamanya disebabkan oleh penggunaan fungsi perpindahan tambahan (*bubble function*) pada MSC.Nastran, selain fungsi pada persamaan (2). Hal tersebut dapat dideteksi dari distribusi momen yang linear pada MSC.Nastran. Perlu diketahui bahwa menggunakan fungsi perpindahan linear pada (2) akan menghasilkan distribusi momen tekuk (*bending moment*) yang konstan sepanjang elemen batang karena secara

umum $M = EI\kappa$, dengan $\kappa = d\beta/dx$. Hal ini tentunya tidak realistis mengingat momen adalah fungsi linear dari jarak terhadap titik kerja gaya.

Modifikasi Ababil menggunakan fungsi perpindahan tambahan dapat dilakukan pada persamaan (2) dengan menambahkan $N_3 = N_3(\xi^2)$. Pendekatan ini dikenal sebagai super parametrik dan akan menjadi perhatian utama dalam pengembangan Ababil kedepan.

KESIMPULAN

Ababil adalah solver FEM yang ditulis dalam Fortran 90 dimana kodenya bersifat sumber terbuka (*open source*) dan tidak disusun dalam bentuk program teroptimasi. Berdasarkan contoh perbandingan dengan MSC.Nastran, Teori Timoshenko beam dapat diimplementasikan dengan baik pada *solver* FEM Ababil. Namun demikian, perbedaan yang ada, yakni mencapai 50 % untuk defleksi arah-y, memerlukan modifikasi. Salah satu aspek modifikasi yang akan

dilakukan kedepan adalah menambahkan fungsi perpindahan kuadratik sebagai fungsi internal (*bubble function*).

DAFTAR PUSTAKA

- Geuzaine, C., Remacle, JF. (2009). Gmesh: a three dimensional finite element generator with built-in pre- and post-processing facilities. *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, 0:1-24.
- Kreyszig, E. (1993). *Advance Engineering Mathematics*. John Wiley & Sons, Inc. Singapore, 7th Edition.
- MSC. Software Corporation Inc. (1999). *MSC. Nastran Documentation. MSC. Nastran for Windows 4.5*.
- Press, W. H., Teukolsky, S. A., Vetterling, W. T., and Flannery, B. P. (1986). *Numerical Recipes in Fortran 77: The Art of Scientific Computing*. Cambridge University Press, 2nd Edition
- Timoshenko, S. P. (1921). On the correction factor for shear of the differential equation for transverse vibrations of bars of uniform cross-section, *Philosophical Magazine*, p. 744
- Zienkiewicz, O. C., Taylor, R. L. (2000). *The Finite Element Method: The Basis*, vol. 1. Butterworth-Heinemann, Oxford, 5th Edition.